

А. Левенко
1918

Издание Кассы Взаимопомощи Студентов СПб. Политехнического Института
Императора Петра Великого.

Л. В. Ассуръ и К. Э. Рерихъ.

Графическіе методы опредѣленія момента инерціи МАХОВИКОВЪ.

Издание II.

С.-Петербургъ.

Типо-Литографія И. Трофимова. Можайская ул., д. № 3.

1913.

МЕТОДЪ ОПРЕДѢЛЕНІЯ МОМЕНТА ИНЕРЦІИ МАХОВИКА СЪ ПОМОЩЬЮ ДІАГРАММЫ ВРАЩАЮЩИХЪ МОМЕНТОВЪ.

І. ОБЩАЯ ТЕОРІЯ РАСЧЕТА.

Маховикъ представляетъ изъ себя тяжелое тѣло, заклиненное на валу такъ, что ось послѣдняго является главной осью инерціи маховика. Маховиками снабжаются валы, подверженные дѣйствію ѣкоторыхъ переменныхъ силъ, если требуется, чтобы скорость ихъ вращенія колебалась лишь въ опредѣленныхъ узкихъ предѣлахъ. Сумму моментовъ этихъ силъ въ каждый моментъ времени будемъ обозначать черезъ M . Весьма часто оказывается удобнымъ разбивать дѣйствующія силы на двѣ главныхъ группы изъ которыхъ одну, зависящую отъ дѣйствія тѣла, приводящаго машину въ движеніе (пара, взрывчатой смѣси и т.п.) будемъ называть силами двигающими; другія, на преодоленіе которыхъ тратится работа машины, — силами сопротивленія; моментъ первыхъ будемъ называть M_d , моментъ вторыхъ M_c , приписывая имъ соответствующіе алгебраическіе знаки, при чемъ положительный знакъ соответствуетъ моменту, дѣйствующему въ сторону вращенія вала. Поэтому, въ общемъ видѣ, мы напишемъ:

$$M = M_d + M_c \dots \dots \dots (1).$$

"ГРАФИЧЕСКІЕ МЕТОДЫ ОПРЕДѢЛЕНІЯ МОМЕНТА ИНЕРЦІИ МАХОВИКОВЪ".

Преп. Л. В. АССУРЪ и К. В. РЕВНУХЪ.

Изданіе Студ. Кассы Взаимопомощи при СЛБ. Политехн. Института.
Типо-Литографія И. Трофимова. СЛБ. Можайская, 9. Л. 1.

Не слѣдуетъ думать, что здѣсь M_c всегда будетъ входить съ положительнымъ, а M_c непремѣнно съ отрицательнымъ знакомъ. Въ рабочихъ цилиндрахъ машинъ, дѣйствующихъ паромъ или газомъ, имѣются, напримѣръ періоды, когда рабочее тѣло подвергается сжатію, на которое должна быть затрачена нѣкоторая энергія. въ теченіе такого періода сжатія M_c будетъ отрицательно. Если бы машина приводила въ движеніе насосъ простого дѣйствія, берущій горячую воду изъ лежащаго выше его бака, то поступаая въ опредѣленные періоды времени въ насосъ подъ напоромъ, вода толкала бы передъ собой поршень насоса, содѣйствуя вращенію машины; M_c было бы положительно. И такъ, слѣдуетъ помнить, что раздѣленіе всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на маховикъ, на силы двигающія и на сопротивленія, до извѣстной степени, условно, и по-тому слѣдуетъ обращать вниманіе на знаки соответствующихъ моментовъ.

Какъ бы тяжелъ маховикъ ни былъ, исполнѣть равномернаго вращенія вала достигнуть съ помощью маховика нельзя. Въ самомъ дѣлѣ, обозначая угловое ускореніе послѣдняго черезъ ω , моментъ инерціи черезъ I , пишемъ извѣстное для вращающагося около неподвижной оси твердаго тѣла соотношеніе*):

$$M = I \omega \dots\dots\dots (2).$$

При равномерномъ вращеніи ω постоянно равно нулю; но тогда M постоянно должно равняться нулю, т.е. въ каждый моментъ времени моментъ двигающихъ силъ долженъ быть равенъ по величинѣ и противоположенъ по знаку моменту силъ сопротивленія. Но при M , равномъ нулю, $\omega = 0$ даже при маломъ I , т.е. маховикъ въ этомъ случаѣ не нуженъ.

Итакъ, если маховикъ вообще нуженъ и полезенъ, то все же ожидать исполнѣ равномернаго вращенія, даже при тяжеломъ маховикѣ нельзя; отъ машины, снабженной маховикомъ можно лишь требовать, чтобы колебанія ея угловой скорости ограничивались опредѣленными, задаваемыми условіями работы машины, предѣлами.

*) Курсъ Теор. Механ. проф. Н. В. Щерскаго, ч. II Кинематика системы тл. У: законъ моментовъ.

Мы условимся говорить о *постоянных условиях работы* машины, если как M_0 , так и M_c , будут периодическими функциями угла поворота φ маховика, отсчитываемого от какого-либо произвольно заданного начального положения. Это значит, что M_0 и M_c , будучи, вообще говоря, переменными, приобретают всегда одни и те же значения после поворота маховика из *любого* заданного положения на определенный угол (обычно в 180° , 360° или 720°), другими словами, что игра как движущих сил так и сил сопротивления, повторяется периодически через определенное число оборотов машины. Эти периоды могут быть различны для M_0 и M_c ; поэтому, говоря в дальнейшем о периоде, мы будем разуметь период для моментов M , который есть наименьшее кратное первым двум.

Если в начале и конце каждого периода маховик будет иметь одну и ту же величину угловой скорости, то мы говорим, что машина движется с *установившейся угловой скоростью* или с *установившимся числом оборотов**). В самом деле, если в начале каждого периода скорости всех точек машины одни и те же, и действие сил в течение каждого периода одно и то же, то все движение машины через период повторяется тождественно, и все периоды будут *одинаковыми продолжительности*. Зная продолжительность одного периода и число оборотов машины в течение одного периода, можно определять среднюю продолжительность одного оборота машины или среднее число обо-

*) Практически *постоянные условия работы* предполагают движение с *установившимся числом оборотов*, так как момент сил M всегда зависит от скорости вращения и может быть периодической функцией угла φ только тогда, когда угловая скорость вращения есть периодическая функция φ . Но теоретически можно себя представить, что при постоянных условиях работы, угловая скорость увеличивается или уменьшается на определенную постоянную величину по окончании каждого периода, если только считать момент M не зависящим от скорости. Ввиду этого весьма желательно иметь оба понятия.

ротовъ и машинъ въ минуту, а затѣмъ опредѣлить и среднюю угловую скорость ω_c машинъ по известной формулѣ

$$\omega_c = \frac{\pi n}{30} \quad (3).$$

Опредѣленная по формулѣ (3) угловая скорость машины отличается отъ ея истинной угловой скорости, которая есть величина переменная; ω_c есть такая постоянная угловая скорость, при которой машина совершила бы число оборотовъ, соответствующее періоду, въ то же самое время, въ которое она ихъ совершаетъ въ действительности при переменной угловой скорости.

Расчетъ маховика будетъ намъ производиться для случая установившейся работы машины, при установившемся числѣ оборотовъ. Если эти условія не соблюдены, то на угловую скорость машины кромѣ маховика вліяетъ еще регуляторъ; задача получается значительно болѣе сложная и рассматривается въ специальномъ курсѣ регулированія машинъ. Во многихъ случаяхъ маховикъ рассчитанный, исходя изъ послѣднихъ соображеній, получится тяжелѣе, чѣмъ для случая установившагося числа оборотовъ машины, въ особенности для машинъ, работающих на электрическое освѣщеніе; но во всѣхъ случаяхъ, гдѣ проектируется маховикъ, приходится принимать во вниманіе и тѣ, и другія условія работы машины и воспользоваться тѣмъ расчетомъ, который даетъ маховикъ болѣе тяжелый.

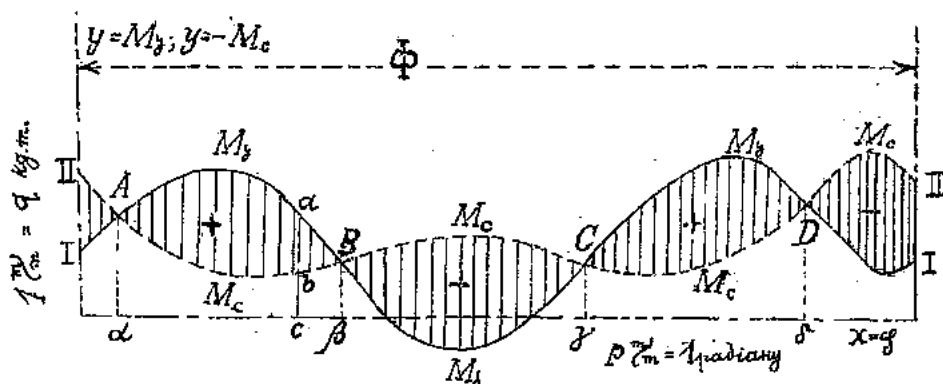
Если наибольшую угловую скорость въ теченіе періода назовемъ ω_{\max} , наименьшую — ω_{\min} , среднюю — ω_c , то степень неравномерности маховика называется величина

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c} \quad (4).$$

Этой величиной задаются при расчетѣ маховика, а именно: для машинъ работ. на освѣщеніе $\delta = 0,003 \dots 0,01$ или $\frac{1}{3} \%$ до 1% .

Для прядильн. и чисебум. маш. $\delta = 0,007 \dots 0,012$ или 0,7% до 1,2%
 " механич. мастерск. и зав. $\delta = 0,012 \dots 0,018$ " 1,2% до 1,8%
 " насос. воздуходув. и т. п. $\delta = 0,02 - 0,05$ " 2% до 5%.

Расчет вѣса маховика можетъ быть произведенъ съ помощью нижеслѣдующей діаграммы. Будемъ откладывать по оси абсциссъ углы ϕ поворота маховика, а по ординатамъ вверхъ



Фиг. 1.

положительныя величины M_d ; получимъ кривую I. Затѣмъ построимъ кривую II откладывая по абсциссамъ отрицательныя значенія M_c вверхъ, а положительныя внизъ. Замѣтивъ, что $ac = M_d$, $bc = -M_c$, имѣемъ $ab = ac - bc = M_d + M_c = M$, т. е. отрезки ординатъ между двумя кривыми равны моментамъ M . При этомъ $M > 0$, если кривая M_d идетъ выше M_c (участки AB и CD) и $M < 0$, если кривая M_d идетъ ниже M_c (участки BC и DA)*).

Не трудно замѣтить, что площадь, заключенная между каждой изъ кривыхъ, осью абсциссъ и крайними ординатами, а также площади, заключенныя между обѣими кривыми, представляютъ нѣкоторыя работы. Дѣло въ томъ, что элементарная работа силъ, приложенныхъ къ тѣлу, вращающемуся около неподвижной оси, выражается произведеніемъ изъ момента этихъ сил,

*) Кривая, сдвинутая на протяжении одного періода, такъ какъ также идетъ повтореніе одной и той же картины. Поэтому площадь II IA должна считаться продолженіемъ площади DH I.

на бесконечно малый угол поворота*). Поэтому -
му, для бесконечно малого угла поворота, работа всей си-
стемы сил, приложенных к маховику будет:

$$M d\varphi = (M_D + M_C) d\varphi = M_D d\varphi + M_C d\varphi, \dots \dots \dots (5).$$

Для движения с установившимся числом оборотов живая
сила маховика, выражающаяся для тѣла, вращающегося около
оси, формулой:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2 \dots \dots \dots (6).$$

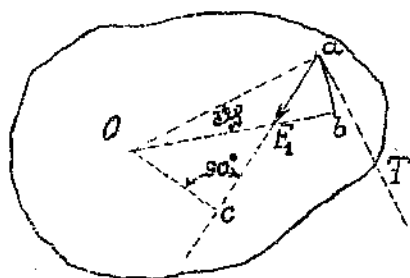
должна быть одна и та же въ началѣ и концѣ періода, такъ
какъ моментъ инерціи I маховика постояненъ, а ω , соотлас-
но опредѣленію, одно и то же въ началѣ каждого періода. Такъ
какъ приращеніе живой силы за періодъ равно нулю, то работ

*) Чтобы получить моментъ силъ F_1 относительно оси, нуж-
но спроектировать эту силу на плоскость, перпендикулярную
оси и взять моментъ проекціи F_1 этой силы относительно точ-
ки O , въ которой указанная плоскость пересѣкаетъ ось. При-

нимая эту плоскость за
плоскость чертежа (фиг. 2),
мы напишемъ для элемен-
тарной работы силъ F_1 (Кур.
Теор. Мех. проф. Н.В. Ме-
черского ч. I):

$$dR = F_1 ds \cos(F_1, ds).$$

Въ нашемъ случаѣ ds есть
дуга круга ab при чемъ
 $ds = Oa \cdot d\varphi$, $\angle(F_1, ds) =$
 $= \angle(F_1, T)$, где T касатель-



фиг. 2.

ная къ окружности: слѣд.:

$$dR = F_1 Oa \cdot \cos(F_1, T) d\varphi = F_1 \cdot Oa \cdot \sin(\angle Oac) d\varphi = F_1 Oc \cdot d\varphi = M d\varphi.$$

Такъ какъ для системы силъ работы складываются алгебра-
ически, моменты, въ случаѣ вращенія около неподвижной оси,
также алгебраически, то сказанное распространяется и на
моментъ системы силъ.

та системы силъ, приложенныхъ къ маховику, тоже должна равняться нулю, при углѣ поворота Φ , соответствующемъ періоду. Величина этой работы за конечный уголъ поворота Φ , на основаніи (5), будетъ:

$$\int_0^{\Phi} M d\Phi = \int_0^{\Phi} (M_D + M_C) d\Phi = \int_0^{\Phi} M_D d\Phi + \int_0^{\Phi} M_C d\Phi = 0 \quad (7)$$

При теченіи кривой II, какъ на фиг. 1, M_C все время будетъ входить съ отрицательнымъ знакомъ. Соотношеніе

$$\int_0^{\Phi} M_D d\Phi + \int_0^{\Phi} M_C d\Phi = 0 \quad (8)$$

показываетъ, что работа силъ двигающихъ за періодъ по абсолютной величинѣ равна работѣ силъ сопротивленій, но противоположна ей по знаку, или геометрически, что площадь, заключенная между кривой I осью абсциссъ и крайними ординатами, равна по абсолютной величинѣ площади, заключенной между кривой II осью абсциссъ и теми же ординатами.

Обозначимъ черезъ A, B, C, и D точки пересѣченія кривыхъ I и II, черезъ α , β , γ , δ какъ проекціи этихъ точекъ на ось абсциссъ, такъ и величину ихъ абсциссъ, тогда соотношение

$$\int_0^{\Phi} (M_D + M_C) d\Phi = 0$$

можно представить въ видѣ

$$\int_0^{\alpha} (M_D + M_C) d\Phi + \int_{\alpha}^{\beta} (M_D + M_C) d\Phi + \int_{\beta}^{\gamma} (M_D + M_C) d\Phi + \\ + \int_{\gamma}^{\delta} (M_D + M_C) d\Phi + \int_{\delta}^{\Phi} (M_D + M_C) d\Phi = 0.$$

Такъ какъ $(M_D + M_C)$ будутъ отрезки ординатъ между кривыми I и II, то эти интегралы будутъ представлять показанныя штриховкой на фиг. 1 площадки, заключенныя между кривыми M_C и M_D и ограниченныя ординатами, соответствующими точкамъ пересѣченія кривыхъ. Соединяя, на основаніи примѣчанія къ стр. 8, въ одно цілое первый и послѣдній изъ интеграловъ, мы найдемъ геометрическое значеніе суммы ин-

теграловъ (фиг. 1) въ видѣ:

$$\text{пл. } AB + \text{пл. } BC + \text{пл. } CD + \text{пл. } DA = 0 \dots (9)$$

т.е. алгебраическая сумма площадей, заключенныхъ между кривыми M_0 и M_c въ случаѣ движенія съ установившимся числомъ оборотовъ равна нулю. Правило знаковъ для площадокъ доста- точно уясняется на фиг. 1.

Допустимъ, что углу поворота $\Phi = \alpha$, или точкѣ А обѣихъ кривыхъ, соответствуетъ живая сила E_α маховика. Если бы при дальнѣйшемъ вращеніи маховика моментъ силъ двигающихъ по абсолютной величинѣ равнялся бы все время моменту силъ сопротивленій, то силы дѣйствующія на маховикъ продолжали бы оставаться уравновѣшенными, и маховикъ вращался бы равномерно по инерціи. Но мы замѣчаемъ, что вплоть до абсциссы $\Phi = \beta$ кривая M_0 идетъ выше кривой M_c , и поэтому остается избытокъ положительнаго момента, ускоряющаго движеніе маховика. Угловая скорость маховика будетъ увеличиваться на участкѣ $\alpha\beta$.

Легко опредѣлить живую силу E_β маховика для ординаты $B\beta$, а затѣмъ съ помощью соотношенія (6) и угловую его скорость. Въ самомъ дѣлѣ, площадь $\alpha AM_c B\beta$ представляетъ работу силъ сопротивленій, а площадь $\alpha AM_0 B\beta$ работу силъ двигающихъ; разность этихъ площадей есть заштрихованная пл. AB , представляющая, слѣдовательно, работу, обращенную въ живую силу маховика. Подразумѣвая подъ словами "пл. AB " работу, изображаемую этой площадью, и принимая указанная разсужденія ко всемъ дальнѣйшимъ площадкамъ, входящимъ въ соотношенія (9) напомнимъ:

$$E_\beta = E_\alpha + \text{пл. } AB$$

$$E_\gamma = E_\alpha + \text{пл. } AB + \text{пл. } BC$$

$$E_\delta = E_\alpha + \text{пл. } AB + \text{пл. } BC + \text{пл. } CD$$

$$E_\alpha = E_\alpha + \text{пл. } AB + \text{пл. } BC + \text{пл. } CD + \text{пл. } DA$$

(10)

Последнее соотношеніе служитъ провѣркой, вмѣсто (9).

Опредѣливъ численное значеніе правыхъ частей соотношеній (10), за исключеніемъ E_α , которое въ послѣдствіи исключается, легко опредѣлить въ какомъ положеніи маховикъ въ

течение периода будет иметь наибольшую силу E_{\max} и в каком-нибудь наименьшую E_{\min} . Обращаясь к фиг. 1 замечаем, что от β до γ живая сила маятника убывает, от γ до δ возрастает; следовательно, она имеет минимум для ординаты $C\gamma$. Но этот минимум не единственный и с помощью таких же рассуждений можно показать, что минимум живой силы соответствует ординате $A\alpha$. Нам важно знать абсолютный минимум за период, и потому из этих двух минимумов мы выбираем, пользуясь соотношениями (10), тот, который дает меньшую живую силу. Допустим, что

$$E_{\min} = E_{\gamma}.$$

Точно так же убеждаемся, что живая сила будет максимум для ординат $B\beta$ и $D\delta$ и выбираем абсолютный максимум; допустим:

$$E_{\max} = E_{\beta}.$$

Тогда наибольшее изменение живой силы в течение периода в силу (10):

$$E_{\max} - E_{\min} = E_{\beta} - E_{\gamma} = - \text{плоч. } BC^* \dots (11)$$

Если примем во внимание (6), то:

$$\begin{aligned} E_{\max} - E_{\min} &= \frac{1}{2} I (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = \\ &= I (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \dots (12) \end{aligned}$$

В тех случаях, когда степень неравномерности малая величина, ω_{\max} и ω_{\min} мало отличаются от ω_c , поэтому в члене содержащем их сумму, можно заменить как ω_{\max} , так

) Так как плоч. BC отрицательна, то результат получится с положительным знаком. Не следует думать, что $E_{\max} - E_{\min}$ всегда выражается величиной одной только площадью. Если периоду соответствует более четырех точек пересечения кривых M_d и M_c , то может войти алгебраическая сумма нескольких площадок. Известная нам живая сила E_{α} (10) при вычитании всегда сократится.

и ω_{\min} величиной ω_c , при чем относительная ошибка, или ошибка въ процентном отношеніи ко всей величинѣ, будетъ малая. Подобной замѣны, конечно, нельзя произвести въ разности $\omega_{\max} - \omega_{\min}$, которая сама есть очень малая величина, и по- этому въ процентномъ отношеніи измѣнилась бы сильно и, какъ легко видѣть, обратилась бы въ нуль при такой замѣнѣ. Одѣлавъ указанную замѣну и раздѣливъ затѣмъ правую часть на ω_c , получимъ:

$$E_{\max} - E_{\min} = I \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c} \cdot \omega_c^2.$$

Принимая во вниманіе (4) и опредѣляя I , находимъ:

$$I = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{\delta \cdot \omega_c^2} \quad \dots (13).$$

Соотношеніе (13) представляетъ основную формулу для опредѣленія момента инерціи маховиковъ. Отъ нея переходять обычно къ опредѣленію вѣса обода маховика, причемъ для предварительнаго подсчета представляютъ себѣ массу обода распределенной по поверхности кругового цилиндра радіуса R , ось котораго совпадаетъ съ осью вращенія машины. Обозначая вѣсъ обода черезъ Q , ускореніе силы тяжести черезъ g , имѣемъ:

$$I = \frac{Q}{g} R^2,$$

*) По поводу этой формулы часто возникаютъ сомнѣнія, въ какихъ единицахъ выражень моментъ инерціи: известно, что раз-
мѣрность его равна произведенію размѣрностей единицы массы и
квадрата линейной единицы. Но за исключеніемъ системы CGS,
для техники неудобной, либо сила, либо масса выражаются въ
лишнихъ наименованіяхъ единицъ. Если въ предыдущемъ за
единицу работы считался килограммометръ и, следовательно, за
единицу силы килограммъ, то за единицу массы нужно принять
такую массу, которая въсилу $g = 9,81$ кг. Т. е. эта единица
массы не имѣетъ установленнаго наименованія, то это будетъ
имѣть мѣсто и для единицъ, въ которыхъ выражень моментъ инер-

и подставляя въ (13):

$$Q = \frac{(E_{\max} - E_{\min})g}{\delta \cdot R^2 \omega_c^2} = \frac{(E_{\max} - E_{\min})g}{\delta v^2} \dots (14),$$

гдѣ v средняя скорость на окружности маховика.

Этими предварительнымъ подсчетомъ при проектированіи маховика пользуются слѣдующимъ образомъ. Расчитывая на моментъ инерціи спиць и втулки маховика, проектируютъ ободъ нѣсколь-ко легче, принимая вѣсъ его равнымъ $0,9Q$. Обозначая черезъ F площади сѣченія обода маховика плоскостями, проходящими черезъ его ось, принимаютъ за R разстояніе центра тяжести этихъ площадей отъ оси вращенія (фиг. 3). Считая толщину обода l малой сравнительно съ R , обозначая черезъ γ вѣсъ кубической единицы металла обода, можно написать

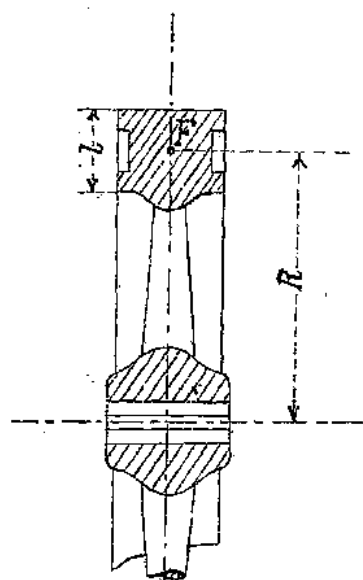
$$0,9Q = 2\pi R \cdot F \cdot \gamma \dots (15)$$

откуда опредѣляется F . Затѣмъ проектируютъ маховикъ исходя изъ расчетовъ на прочность его и конструктивныхъ соображеній и простираютъ его моментъ инерціи, пользуясь чертежомъ маховика*). Если окажется нужнымъ, то измѣняютъ толщину обода l въ желательномъ направленіи. Обычно моментъ инерціи выходитъ при указанномъ методѣ расчета съ небольшимъ запасомъ и измѣненій вводить не приходится; вѣсъ маховика получается за-мѣтно больше, чѣмъ по формулѣ (14), такъ какъ моментъ инерціи втулки и обода приблизительно равенъ $0,1$ момента инерціи всего маховика, но массы ихъ ближе къ оси, чѣмъ массы обода, а потому вѣсъ ихъ больше $0,1Q$.

Примѣчаніе. Мы уже говорили, что въ формулѣ (11), опредѣляющей $E_{\max} - E_{\min}$ подъ "пл. BC" слѣдуетъ понимать работу, этой площадью изображенной. Чтобы перечислить единицы

чѣмъ J ; но если Q (14) получится въ нашихъ единицахъ силъ т.е. въ килограммахъ.

*) О графическомъ опредѣленіи момента инерціи маховика по чертежу см. статью проф. Левицкаго въ журналѣ *Civilingenieur* за 1879 г. стр. 527.



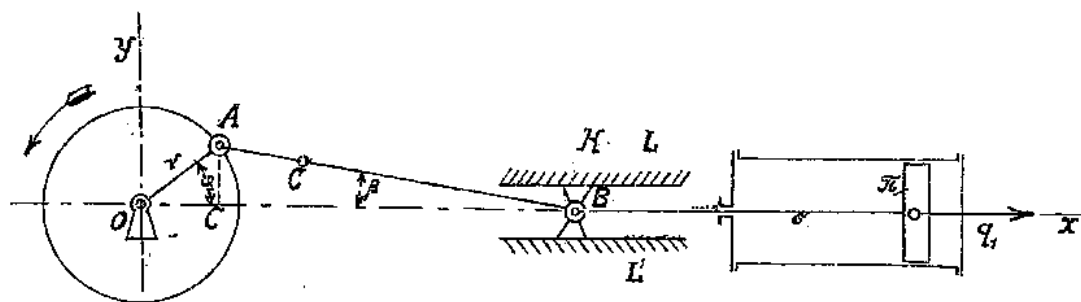
Фиг. 8.

площади въ единицы работы необходимо знать масштабъ діаграммы (фиг. 1). Обращаясь къ послѣдней, замѣчаемъ по указанному на ней масштабу, что 1 м^2 абсциссы изображаетъ $1/r$ радиана, а 1 м^2 ординаты q кг. мт. момента. Поэтому площадь въ 1 кв. мм. изображаетъ работу въ q/r кг. мт.

II. ДВИЖЕНІЕ МАШИНЫ ПО ИНЕРЦІИ.

Маховикъ, не связанный съ остальными частями машины, и свободный отъ воздѣйствія какихъ бы то ни было внѣшнихъ силъ, въ томъ числѣ и тренія, будучи разъ приведенъ въ движеніе, вращался бы по инерціи равномерно. Но маховикъ, какъ часть машины, въ которой имѣются части, движущіяся съ переменной скоростью при равномерномъ вращеніи маховика, не будетъ вращаться равномерно даже въ предположеніи, что машина свободна отъ воздѣйствія внѣшнихъ силъ. Последнее предположеніе приведетъ лишь къ заключенію, что сумма живыхъ силъ всѣхъ частей машины должна оставаться постоянной; но такъ какъ сумма живыхъ силъ частей, движущихся съ переменной скоростью, можетъ сказаться величиной переменной, то постоянную она можетъ дать лишь будучи сложена съ переменной живой силой маховика и, следовательно, послѣдній долженъ двигаться не равномерно. Дѣйствіе неравномерно движущихся массъ можетъ

быть учтено съ помощью принципа d'Alembert'a*), позволяюща-
го дѣйствіе неравноѣрно двигающихся массъ замѣнять дѣйстви-
емъ такъ называемыхъ силъ инерціи. Мы рассмотримъ лишь про-
стейшій случай поршневой машины съ простымъ кривошипнымъ ме-
ханизмомъ.



Фиг. 4.

Такая машина изображена схематически на фиг. 4. OA — кри-
вошипъ, заклиненный на одномъ валу съ маховикомъ, AB — ша-
тунъ, соединенный шарнирно въ A съ кривошипомъ, въ B съ
крейцкопфомъ K, направляемымъ параллелями LL' и составляю-
щимъ одно цѣлое со штокомъ S и поршнемъ P, ходящимъ въ ци-
линдрѣ. Крейцкопфъ, штокъ и поршень имѣютъ только посту-
пательное движеніе; всѣхъ ихъ обозначимъ черезъ P_1 . Шатунъ
движется въ одной плоскости, но кромѣ поступательнаго дви-
женія обладаетъ вращательнымъ, такъ какъ уголъ β переи-
мливъ; всѣхъ его обозначимъ черезъ P_2 , а моментъ инерціи от-
носительно оси перпендикулярной плоскости чертежа и прохо-
дящей черезъ его центръ тяжести — черезъ I_2 .

Масса P_1 двигается поступательно и ускореніе каждой
ея точки равно ускоренію точки B, переменную координату ко-
торой назовемъ x . Легко замѣтить, что

$$x = r \cos \varphi + l \cos \beta \quad (16),$$

гдѣ r и l , соответственно, длины кривошипа и шатуна.

Между углами φ и β существует зависимость, которую легко найти, выразив высоту AC треугольника OAB с одной стороны через r и φ , с другой — через l и β .

$$r \sin \varphi = l \sin \beta \dots\dots\dots (17)$$

Замечаем, что всегда

$$\sin \beta < \frac{r}{l}$$

Отношение $\frac{r}{l}$, за исключением машин судовых, больше $\frac{1}{2}$, не дѣлается. На континентѣ Европы всегда почти $\frac{r}{l} = \frac{1}{2}$, въ Англии и Америкѣ принято дѣлать $\frac{r}{l} = \frac{1}{2}$. Поэтому можно принимать $\sin \beta = \beta$ и написать:

$$r \sin \varphi = l \beta \dots\dots\dots (18).$$

Для опредѣленія скорости точки B дифференцируемъ по времени (16) и (18) при чемъ $\frac{dx}{dt}$, $\frac{d\varphi}{dt}$ $\frac{d\beta}{dt}$ будемъ обозначать, соответственно, черезъ x' , φ' и β' . Тогда:

$$x' = -r \sin \varphi \cdot \varphi' - l \sin \beta \cdot \beta' \dots\dots (19)$$

$$r \cos \varphi \cdot \varphi' = l \beta' \dots\dots\dots (20).$$

Замѣняя въ (19) $\sin \beta$ и β' съ помощью (17) и (20), находимъ:

$$x' = -r \left[\sin \varphi + \frac{r}{2l} \sin 2\varphi \right] \cdot \varphi' \dots\dots (21).$$

Дифференцируя вторично, находимъ:

$$x'' = -r \left(\cos \varphi + \frac{r}{l} \cos 2\varphi \right) \varphi'^2 - r \left(\sin \varphi + \frac{r}{2l} \sin 2\varphi \right) \varphi'' \dots\dots (22).$$

Здѣсь φ' угловая скорость вращенія маховика, раньше обозначенная нами черезъ ω , а φ'' его угловое ускореніе. Если степени неравномерности ω маховика малая величина, то угловая скорость мѣняется въ очень узкихъ предѣлахъ, угловое ускореніе φ'' будетъ малой величиной сравнительно съ ω , а тѣмъ болѣе, сравнительно съ ω^2 и можно въ выраженіи для x'' пре-

небредь вторымъ членомъ. Принимая это во вниманіе, помня что сила инерціи матеріальной точки равна ея массѣ, умноженной на ускореніе, и имѣетъ направленіе обратное ускоренію, замѣтивъ, наконецъ, что всѣ точки крейцкофа, штока и поршня двигаются съ равными ускореніями, напишемъ сумму силъ инерціи этихъ частей въ видѣ:

$$q_1 = + \frac{P_1}{g} \cdot r \omega^2 (\cos \varphi + \frac{r}{l} \cos 2\varphi) \dots (23)$$

Соотношеніе (23) слѣдуетъ понимать такъ, что если мы на мѣсто дѣйствительной машины поставимъ воображаемую, въ которой только что перечисленные части лишены массы (т.е. весьма легки), то движенія обѣихъ машинъ будутъ тождественны, если къ поршню послѣдней присоединить силу q_1 показанную на фиг. 4, и опредѣляемую соотношеніемъ (23). Знакъ послѣдней мѣняется въ теченіе полуоборота машины, и опредѣляется знакомъ стоящей въ скобкахъ тригонометрической функціи, но слѣдуетъ замѣтить, что въ началѣ хода поршня, когда послѣдній трогается изъ мертваго положенія, сила q_1 всегда мѣняетъ движенію, такъ какъ приходится въ случаѣ массы вѣсомныхъ затратить нѣкоторую работу, чтобы сообщить имъ живую силу; въ концѣ хода поршня, когда массы теряютъ свою живую силу, онѣ возвращаютъ эту работу и сила q_1 содействуетъ движенію, будучи направлена въ ту же сторону, какъ и скорость поршня.

Обращаемся къ опредѣленію силъ инерціи шатуна. Въ случаѣ тѣла, двигающагося въ плоскости (правильнѣе: параллельно плоскости) всѣ силы могутъ быть приведены къ одной силѣ, приложенной къ заданной точкѣ тѣла, за которую примемъ центръ тяжести шатуна, а къ парѣ, лежащей въ этой плоскости. Принимая во вниманіе законъ движенія центра инерціи *)

*) Курсъ Теор. Мех. проф. Н. В. Мещерскаго, часть II, Кинематика системы точекъ, гл. V.

***ГРАФИЧЕСКІЕ МЕТОДЫ ОПРЕДѢЛЕНІЯ МОМЕНТА ИНЕРЦІИ НАХОДНИКОВЪ*.**

Др. н. Л. В. АССУРЪ и К. Э. ПЕРЛИХЪ.

Изданіе Студ. Кассы Взаимопомощи при СѢВ. Политехн. Институтѣ.

Типо-Литографія И. Трофимова. Спб. Можайск. Я.

Л. 2.

и помня, что действующие силы по принципу d'Alembert'a должны уравниваться силами инерции, легко заметить, что силы инерции тла, движущаяся параллельно плоскости, при-зводится къ силѣ инерціи въ центра тяжести. въ которомъ сосредоточена вся масса шатуна, и къ парѣ, моментъ которой равенъ произведенію изъ момента инерціи шатуна на его угловое ускореніе, стремящейся вращать тла въ сторону, обратную угловому ускоренію.

Сила инерціи центра тяжести не измѣнится, если на мѣсто действительнаго шатуна поставить воображаемый, облада-ющий той же массой, сосредоточенной въ двухъ его концахъ А и В такимъ образомъ, что центръ тяжести воображаемаго шатуна совпадаетъ съ центромъ тяжести действительнаго. Если назвать вѣсы этихъ массъ соответственно черезъ P_a и P_b , разстоянія центра тяжести С шатуна отъ А и В, соответ-ственно, черезъ а и b, то по закону сложения параллель-ныхъ силъ

$$P_a = P_2 \cdot \frac{b}{l} \quad \text{и} \quad P_b = P_2 \cdot \frac{a}{l}.$$

Масса P_a , сосредоточенная въ А вращается наравнѣ съ массой вала, кривошипа и маховика, увеличивая моментъ инер-ціи послѣдняго; при расчетѣ машинъ снабженныхъ маховикомъ ее можно пренебречь, сравнительно съ вѣсомъ маховика, но въ машинахъ судовыхъ, гдѣ маховика нѣтъ, она составляетъ су-щественное слагаемое въ суммѣ вращающихся массъ. Масса P_b присоединяется къ массамъ поступательно движущихся частей, и сила инерціи ея опредѣлится поэтому, согласно (23) по фор-мулѣ

$$q_2 = \frac{P_b}{g} r \omega^2 (\cos \varphi + \frac{r}{l} \cos 2\varphi) \dots (24).$$

Въ технической литературѣ подъ вѣсомъ колеблющихся ча-стей разумѣется всегда сумма вѣсовъ $(P_1 + P_b)$. Хотя на влі-яніе момента инерціи шатуна въ новѣйшей литературѣ и встрѣ-чаются указанія *), но удобнаго пріема учета этого вліянія

*) Деревій обратилъ вниманіе на это обстоятельство проф. Техническаго Университета Н Lorenz въ книжкѣ: Dynamik des Kurbeltriebes. Изд. В.С. Teubner'a въ Лейпцигѣ.

до сихъ поръ не дадо, и даже въ вопросѣ объ уравновѣшиваніи массъ въ судовыхъ машинахъ, гдѣ соответствующій членъ долженъ имѣть существенное вліяніе, до сихъ поръ доволъствуется исчисленіемъ вѣса колеблющихся частей, какъ суммы $(P_1 + P_2)$. Для полной картины мы укажемъ пріемъ, позволяющій принять во вниманіе этотъ членъ, почти не осложняя расчета и съ достаточнымъ приближеніемъ.

Угловое ускореніе, шатуна опредѣляемъ, дифференцируя (20) и опускаемъ членъ, содержащій φ'' :

$$\beta'' = - \frac{r}{l} \sin \varphi \cdot \varphi'^2$$

Вращающій моментъ силъ инерціи будетъ:

$$m = - I_2 \beta'' = + \frac{I_2 r}{l} \sin \varphi \cdot \varphi'^2 \quad \dots \quad (24)$$

Дѣйствіе этого момента на основаніи начала возможныхъ перемѣщеній можетъ быть замѣнено силой q_2 , приложенной къ поршню и дѣйствующей по оси x , при условіи равенства элементарныхъ работъ этой силы и момента m , которое выразится въ видѣ:

$$m d\beta = q_2 dx$$

или по дѣленію на элементъ времени dt :

$$m \beta' = q_2 x' \quad \dots \quad (25)$$

Подставляя сюда β' изъ (20) и x' изъ (21) и замѣняя m его значеніемъ, получимъ:

$$\frac{I_2 r^2}{l^2} \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \varphi'^3 = - q_2 r \varphi' \left(\sin \varphi + \frac{r}{2l} \sin 2\varphi \right) \quad \dots \quad (26)$$

Пренебрегая въ первой части малой величиной $\frac{r}{2l} \sin 2\varphi$ и сокращая на $r \varphi' \sin \varphi$, получимъ:

$$q_2 = - \frac{I_2 r \omega^2}{l^2} \cos \varphi \quad \dots \quad (27)$$

Итакъ, наша машина, имѣющая вѣсомый шатунъ, крѣйцкопф, штокъ и поршень при отсутствіи вѣдѣйствія внѣшнихъ силъ, будетъ двигаться совершенно такъ же, какъ воображаемая машина,

въ которой вѣсомымъ является одинъ маховикъ, во къ поршню ко-
торой въ каждый моментъ времени приложена сила инерціи $q =$
 $= q_1 + q_2 + q_3$, которую легко представить въ видѣ:

$$q = \left(\frac{P_1 + P_2}{g} - \frac{I_2}{l^2} \right) r \omega^2 \cos \varphi + \frac{P_1 + P_2}{g} \frac{r^2}{l} \omega^2 \cos 2\varphi. \quad (28)^*$$

Этой формулой пользуются для построения кривой силы инер-
ціи, которая получается откладывая значенія q въ видѣ орди-
натъ на соответствующихъ положеніяхъ поршня, какъ абсцис-
сахъ. Чтобы найти положеніе поршня при данномъ углѣ криво-
виша φ удобно пользоваться методомъ шаблона, такъ какъ при-
емъ непосредственныхъ засѣчекъ требуетъ больше мѣста на чер-
тежѣ.

На фиг. 5 окружность кривошипа, діаметръ которой равенъ
ходу H поршня, нанесена въ $1/n$ отъ природы и раздѣлена на 18
равныхъ частей**); для третьяго дѣленія отмѣчено положеніе.

*) Если ввести радиусъ инерціи махуна, то

$$\frac{I_2}{l^2} = \frac{P_2}{g} \left(\frac{p}{l} \right)^2,$$

то отношение p/l бываетъ иногда далеко не малое; правиль-
нее, чѣмъ опускать членъ въ I_2 будетъ свести его и во вто-
рой членъ формулы, т. е. назвать вѣсомъ колеблющейся частей
значенію

$$P = P_1 + P_2 - P_2 \left(\frac{p}{l} \right)^2$$

и писать по аналогіи съ (28):

$$q = \frac{P}{g} r \omega^2 \left(\cos \varphi + \frac{r}{l} \cos 2\varphi \right).$$

Это выраженіе будетъ расходиться съ (28) мѣле, чѣмъ обычно
употребляемое съ пропускомъ I_2 .

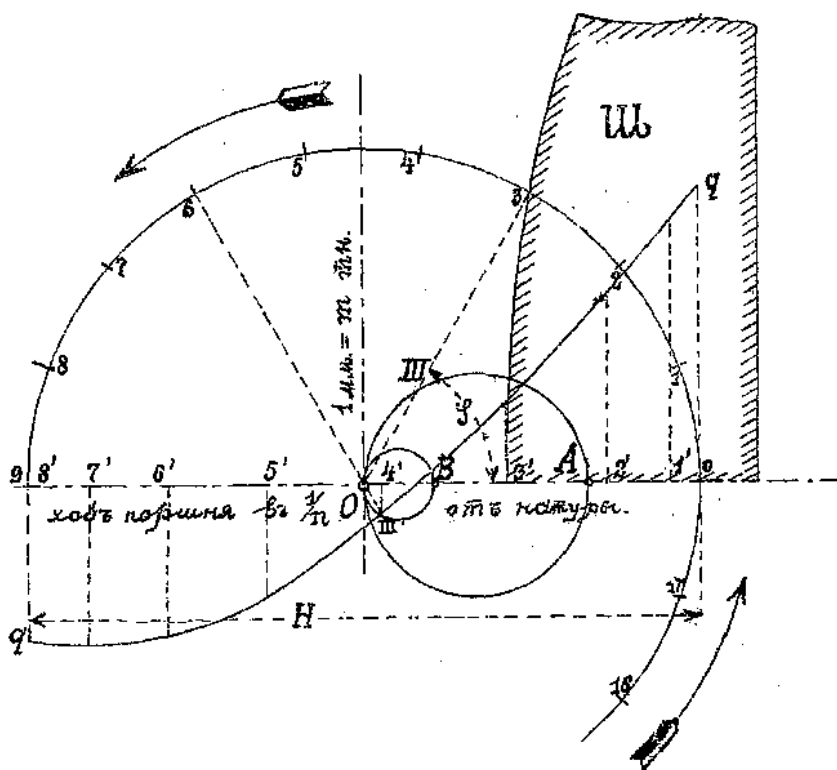
**) Кривая сила инерціи имѣетъ довольно плоское теченіе и
можно при построеніи ея брать и меньшее число дѣленій, но въ
дальнейшемъ обойтись меньшимъ числомъ дѣленій затруднительно.
Можно, однако, порекомендовать брать 18 дѣленій окружности
тѣмъ, чтобы въ послѣдствіи въ суммительныхъ кривыхъ составлять до-
полнительныя дѣленія: такой приемъ пригодно, однако, въ ко-
нечномъ результатѣ къ числу дѣленій болѣе 18-и.

шаблона и положеніе 3' поршня, для верхних дѣленій окружности отмѣчены положенія поршня. Опредѣляемъ далѣе, численное значеніе коэффициентовъ

$$A = \left(\frac{P_1 + P_2}{g} + \frac{I_0}{l^2} \right) r \omega^2 \quad \text{и} \quad B = \frac{P_1 + P_2}{g} \frac{r^2}{l} \omega^2$$

и представляемъ (28) въ видѣ:

$$q = A \cos \varphi + B \cos 2\varphi \quad (29)$$



Фиг. 5.

Откладываемъ въ масштабѣ ординатъ (1 мм. = 1 тонна) отрѣзки $OA = A$ и $OB = B$ и на этихъ отрѣзкахъ, какъ на діаметрахъ, строимъ окружности. Проведенные изъ O , соотвѣтственно, подъ углами φ и 2φ радіусъ векторы этихъ окружностей дадутъ намъ значенія членовъ $A \cos \varphi$ и $B \cos 2\varphi$, Такъ напримѣръ, для положенія 3 кривошипа $\angle AOB = \varphi$, $\angle BOB = 2\varphi$, отрѣзокъ OA даетъ значеніе $A \cos \varphi$, которое оказывается положительнымъ, отрѣзокъ OB даетъ величину $B \cos 2\varphi$, кото-

рое отрицательно, такъ какъ съ окружностью пересѣкается лишь продолженіе радіуса OB . Точку кривой сила инерціи получимъ, отложивъ на проходящей черезъ B' ординатѣ сначала отрѣзокъ $OIII$ вверхъ, потомъ отрѣзокъ $O III'$ внизъ, т.е. оба члена формулы (29) суммируются просто циркулемъ, соблюдаясь съ ихъ знаками. Для такихъ лучей какъ O_4 и O_5 , которые не-ресѣкаютъ обѣ окружности подъ очень острыми углами, для болѣе точнаго опредѣленія точекъ пересѣченія слѣдуетъ изъ A и B опустить перпендикуляры на соответствующіе лучи, основанія которыхъ попадаютъ въ искомую точку.

Такимъ образомъ, получается кривая, qq , въ которой ординаты, отложенныя вверхъ, соответствуютъ силамъ, направленнымъ на фиг. 1 слева направо, т.е. отъ главнаго вала, а ординаты отложенныя внизъ — силамъ направленнымъ къ главному валу. При этомъ условіи кривая остается одною и то же для прямого и обратнаго хода поршня.

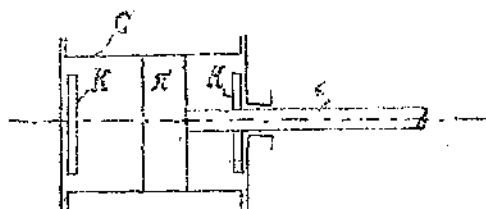
III. ДИАГРАММЫ ПОРШНЕВЫХЪ МАШИНЪ.

А. Введеніе.

Въ поршневыхъ машинахъ поршень находится подъ давлениемъ, такъ называемаго, работающаго тѣла, т.е. газа, пара или жидкости, которое, либо приводитъ въ движеніе машину, либо составляетъ то сопротивленіе (давленіе воды въ насосѣ, воздуха въ воздуходувкѣ и т.п.), для преодоленія котораго машина построена. Работающее тѣло, давленіе котораго бываетъ и выше и ниже атмосфернаго, должно быть помѣщено въ замкнутое пространство, что достигается помѣщеніемъ поршня въ, такъ называемый, цилиндръ, боковая поверхность котораго плотно прилегаетъ къ поверхности поршня.

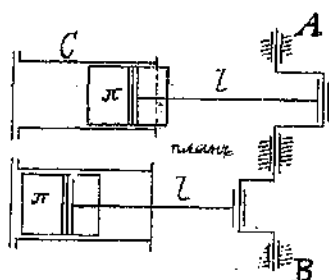
На фиг. 6 схематически изображенъ цилиндръ двойнаго дѣйствія, т.е. такой, въ которомъ поршень можетъ подвергаться давленію рабочаго тѣла съ двухъ сторонъ. При этомъ, конечно, давленія съ двухъ сторонъ поршня бываютъ всегда различны, т.е. по одну сторону поршня имѣется высокое да-

ление, по другую — низкое. Это достигается, например, тем, что при одномъ ходѣ поршня по одну его сторону рабочее тѣло черезъ одинъ изъ каналовъ К или К' входитъ въ цилиндръ изъ сосуда высокаго давленія, по другую сторону въ то же время выходитъ въ помещеніе съ низкимъ давленіемъ; отверстія этихъ каналовъ, показанныя на чертежѣ, помѣщаются вблизи крышекъ цилиндра.

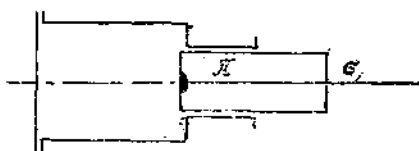


Фиг. 6

Въ цилиндрѣ простого дѣйствія крышка, черезъ которую пропущенъ шток σ отсутствуетъ; съ этой стороны поршень подвергается всегда только атмосферному давленію. При этомъ и форма поршня обычно измѣняется; нѣрѣдко, напри-



Фиг. 7.

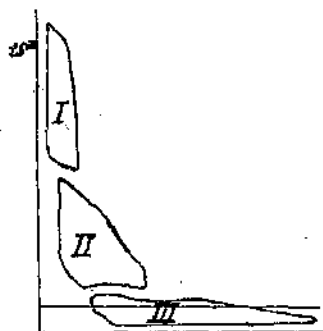


Фиг. 8.

мѣръ, штокъ σ въ этихъ случаяхъ опускается и крейцкопфный болтъ помѣщается внутри поршня, какъ схематически показано на фигурѣ 7, гдѣ поршни изображены въ разрывѣ, а два шатуна 1 работаютъ на общій коленчатый валъ АВ. Въ насосныхъ цилиндрахъ, гдѣ требуется вытѣснить или всосать опредѣленный объемъ жидкости, поршень нѣрѣдко пріобрѣтаетъ форму *плунжера*, схематически показанную на фиг. 8.

Независимо отъ того, имѣемъ ли мы цилиндръ простого или двойного дѣйствія, процессъ измѣненій, которымъ подвергается рабочее тѣло въ цилиндрѣ, повторяется либо черезъ два

саторомъ или атмосферой прерывается и начинается сжатіе оставшагося въ цилиндрѣ пара — участокъ CD кривой. Въ точкѣ D открывается сообщеніе канала съ котломъ и давленіе мгновенно повышается до D' . Диаграмма эта называется теоретической, потому что мгновеннаго закрытія и открытія каналовъ достигъ невозможно; всегда имѣетъ мѣсто періодъ постепеннаго суженія сѣченія канала и это отражается на диаграммѣ тѣм, что вмѣсто угловъ появляются плавныя переходныя кривыя, соединяющія между собою различные участки диаграммы. Когда имѣетъ машину двойного или тройнаго расширенія, гдѣ паръ отработанный въ одномъ цилиндрѣ съ болѣе высокимъ давленіемъ, поступаетъ въ слѣдующій цилиндръ, то формы диаграммы значительно отличаются отъ указанной на фиг. 9. На фиг. 10 по-



фиг. 10.

казаны диаграммы машины тройнаго расширенія. Диаграммы эти имѣютъ разную длину несмотря на одинаковость хода поршней, потому, что по оси абсциссъ отложены не пути поршня, а объемы, занимаемые паромъ при различныхъ положеніяхъ поршня. Измѣненіе объема при движеніи поршня будетъ пропорціонально перемѣщенію и площади его. Для цилиндра I площадь поршня наименьшая и потому длина диаграммы меньше двухъ остальныхъ.

Нетрудно показать, что площадь диаграммы пропорціональна работѣ пара, совершаемой за одинъ оборотъ машины. Въ самомъ дѣлѣ, ординаты кривой $D'AB$ представляютъ въ калгр. перемѣнное давленіе p_1 на 1 см² поршня за прямой ходъ поршня, слѣва направо; точно также ординаты кривой $B'CD$ такіе же давленія p_2 при обратномъ ходѣ поршня. Если площадь поршня будетъ F см², а безконечно малое перемѣщеніе поршня слѣва направо назовемъ dh , то элементарная работа будетъ выражаться черезъ $F p_1 dh$ для прямого, и $F p_2 dh$ для обратнаго хода, гдѣ p_1 , p_2 и dh вносятся со знаками, считая положительное направленіе слѣва направо. Работа произведенная силами пара будетъ:

для прямого хода:

$$\int_0^H F p_1 dh;$$

для обратного хода:

$$\int_H^0 F p_2' dh = - \int_0^H F p_2' dh.$$

Работа въ кр. х. см. за два хода поршня, такъ какъ F постоянна:

$$R = F \left(\int_0^H p_1 dh - \int_0^H p_2 dh \right).$$

Но первый изъ интеграловъ, стоящихъ въ скобкахъ, есть площадь $AD'ABb$, второй площадь $ADCB'b$; разность ихъ есть площадь диаграммы $D'ABb'CD$. Итакъ, площадь диаграммы, въ которой по оси абсциссъ отложены положенія поршня, а на ординатахъ давленія пара въ метрическихъ атмосферахъ, изображаетъ работу, совершенную паромъ, заключеннымъ по одну сторону поршня и приходящуюся на 1 см^2 площади поршня.

Масштабъ диаграммы принимается во вниманіе, какъ указывалось на стр. 15 для площади кривой моментовъ. Обращаясь къ фигурѣ 9 предположимъ, что она относится къ цилиндру, ходъ поршня котораго $H = 385 \text{ мм}$, съ діам. цилиндра $D = 250 \text{ мм}$. Устанавливаемъ масштабъ нашей диаграммы. Измѣряя ходъ поршня на нашей диаграммѣ, находимъ, что онъ равенъ $38,5 \text{ мм}$, т.е. 1 см. абсциссы равенъ 10 см. дѣйствительно перемѣщенія поршня. По нанесенному на диаграммѣ масштабу ординаты замѣчаемъ, что длинѣ въ $34,5 \text{ мм}$ соответствуетъ 8,5 атм., т.е. 1 см. ординаты соответствуетъ $1,88 \text{ кг/см}^2$ давленія. Поэтому 1 см^2 площади изображаетъ $(10 \times 1,88) \frac{\text{кг.} \times \text{см.}}{\text{см}^2}$ (т.е. $18,8 \text{ кг} \times$

$\times \text{ см.}$ работы на каждый 1 см^2 поршня). Принимая во вниманіе,

что площадь поршня $F = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 25^2}{4} = 490 \text{ см}^2$, получаемъ

за одинъ ходъ поршня работу

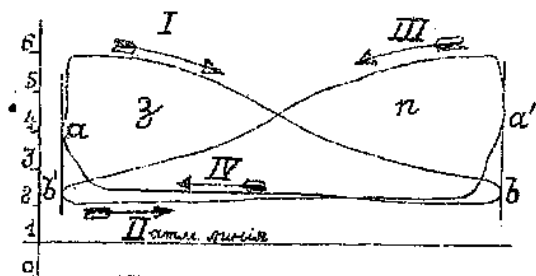
$$R = (490 \times 10 \times 1,88 \times \text{площ. } DD'ABb'CD \text{ въ см}^2) \text{ кг.} \times \text{см.} \dots (30)$$

При разсмотрѣніи диаграммы фигуры 9, мы могли убѣдись-

то, что процесс, происходящий въ цилиндрѣ паровой машины, есть процесс двухтактный. Но кромѣ того цилиндръ машины строится, за исключеніемъ какихъ-либо единичныхъ экземпляровъ, описанныхъ въ технической литературѣ, но не удержавшихся, и преслѣдовавшихъ какія-либо особыя цѣли, всегда двойного дѣйствія. Поэтому каждому цилиндру соответствуетъ двѣ диаграммы, изъ которыхъ одна соответствуетъ *передней* сторонѣ цилиндра, обращенной къ валу машины, а другая — *задней* его сторонѣ*).

На фиг. 11 показаны двѣ такіе діаграммы, снятыя съ цилиндра высокаго давленія машины двойного расширенія съ помощью особаго прибора — *индикатора*. При прямомъ ходѣ поршня

(фиг. 6) съ задней его стороны имѣемъ давленіе, изображенное кривою *ab* и стрѣлкой I, а съ передней — давленіе по кривой *b'a'* и стрѣлкѣ II; при обратномъ ходѣ съ передней стороны давленіе указывается кривою *a'b'* и стрѣлкой III, а съ задней



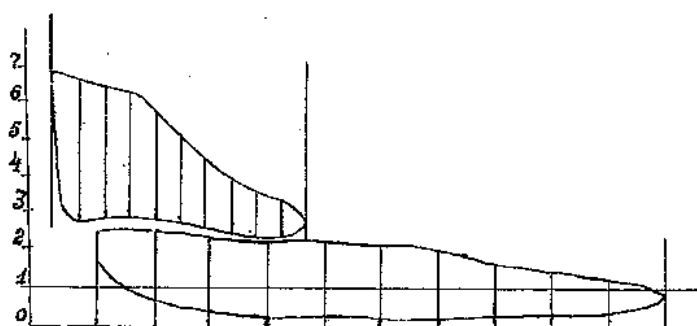
Фиг. 11.

кривой *ba* и стрѣлкой IV. Ходу поршня на діаграммѣ соответствуетъ разстояніе между двумя вертикальными касательными *ab'* и *a'b*, между которыми заключаются обѣ діаграммы.

Построить діаграмму, дающую разность давленій, дѣйствующихъ на одну и на другую сторону поршня, въ атмосферахъ имѣетъ смыслъ лишь въ томъ случаѣ, если передняя и задняя площади поршня равны. Легко замѣтить, что на фиг. 6 это условіе не соблюдается; передняя площадь поршня меньше задней

*) Иногда дается только діаграмма одной стороны, если почему-либо діаграммы обѣихъ сторонъ близки къ действительности для дальнейшихъ построеній необходимо, однако, нанести на чертежъ и діаграмму другой стороны, хотя бы кажущуюся съ первой.

на величину площади поперечнаго сѣченія штока; площади могутъ быть равны въ томъ случаѣ, если и задняя сторона поршня будетъ снабжена штокомъ такого же діаметра, проходящимъ черезъ заднюю крышку цилиндра. Во всехъ такихъ случаяхъ, гдѣ равенство площадей не соблюдено, или гдѣ машина имѣетъ нѣсколько цилиндровъ съ разными площадями, діаграмму, дающую давленія въ атмосферахъ, необходимо перестроить на діаграмму, ординаты которой представляютъ давленія въ кг. или тн. на всю площадь поршня. Мы покажемъ на примѣрѣ, какъ это дѣлается.



Фиг. 12.

На фиг. 12 представлены діаграммы одной стороны цилиндровъ машины двойного расширенія, при чемъ ходъ обоихъ поршней равенъ 1000 мм., а площадь большаго изъ поршней $F_2 = 636000 \text{ см}^2$. Длина діаграммъ соответствуетъ объему цилиндровъ. Замѣтивъ, что длина нижней діаграммы равна 78 мм., верхней 34,4 мм. и помня, что ходы поршней одинаковы, заключаемъ, что площади поршней относятся какъ длины діаграммъ, и потому площадь поршня меньшаго цилиндра будетъ:

$$F_1 = \frac{636000 \cdot 34,4}{78} = 281000 \text{ см}^2 \text{ *)}$$

*) Въ вычисленія достаточно вести съ точностью до пер-
выхъ трехъ значащихъ цифръ т. е. съ точностью до 1% всей ве-
личины, такъ какъ болѣея точности нельзя гарантировать при
примѣніи діаграммъ съ машины. Слѣдуетъ помнить, что для

Перестраивая диаграммы, ихъ удобно бываетъ привести къ одинаковой длинѣ, именно той, которая была принята за ходъ поршня при построении силъ инерціи, на которой уже разнѣченны положенія поршня, соответствующія различнымъ положеніямъ кривошипа*). Въ нашемъ случаѣ удобно будетъ отложить ходъ поршня въ $\frac{1}{10}$ натуральной величины, т.е. изобразить его длиной въ 100 мм. Высота прямоугольника, описаннаго около нижней диаграммы, будетъ приблизительно равна $2\frac{1}{4}$ атмосферамъ, что соответствуетъ давленію на поршень въ

$$636000 \times 2\frac{1}{4} = 1431000 \text{ *} \text{) кг.} = 1431 \text{ тн.}$$

Для масштаба ординатъ перестроенной диаграммы будетъ удобно принять 1 мм. = 20 тн., при чемъ высота того же прямоугольника будетъ немного больше 70 мм. Само собой разумеется, что тотъ же самый масштабъ нужно принять теперь и для верхней диаграммы. Высота описаннаго около нея прямоугольника будетъ около 4,5 атм., что соответствуетъ давленію на поршень въ

$$281000 \times 4\frac{1}{2} = 1263000 \text{ кг.} = 1263 \text{ тн.}$$

Высота прямоугольника перестроенной диаграммы будетъ около $63\frac{1}{4}$ мм; этимъ можно, пожалуй, удовлетвориться, но если желательно увеличить масштабъ, то примемъ 1 мм. = 15 тн. При этомъ для нижней диаграммы получится высота около $95\frac{1}{2}$ мм для верхней - около $35\frac{1}{2}$ мм.

 больше, т.е. ошибку, написавъ 2,8 вмѣсто 2,81, и т.д. крѣдѣ пишемъ 281000 вмѣсто 281475, если эти числа входятъ множителями въ окончательный результатъ.

*) При этомъ можно порекомендовать выбирать масштабъ такъ, чтобы диаграмма оказалась вписанной въ прямоугольникъ съ высотой отъ 70 до 120 мм. и длиной отъ 100 до 150 мм.

**) Здѣсь принята во вниманіе четвертая значущая цифра малости первой, вследствие чего ошибка отъ отбрасыванія цифръ будетъ мала. Вычисленія велись по логарифмической линейкѣ, въ которой это обстоятельство принято во вниманіе и для чиселъ, начинающихся съ единицъ можно получить 4 знака.

Прикинувъ, такимъ образомъ, приблизительно, какой результатъ дастъ намъ примѣненіе того или другого масштаба, мы останавливаемся окончательно на масштабѣ 1 мм. = 15 тн. Дѣлимъ ходъ поршня нижней діаграммы на вѣкоторое число одинаковыхъ частей — на фиг. 12 ихъ показано 10 — и черезъ точки дѣленія проводимъ ординаты. Въ томъ мѣстѣ чертежа, гдѣ желаемъ построить новую діаграмму наносимъ горизонтальную линию хода поршня согласно условію въ видѣ отрѣзка въ 100 мм. и дѣлимъ его тоже на 10 равныхъ частей. На точкахъ дѣленія придется построить ординаты новой діаграммы, увеличивъ въ извѣстномъ отношеніи ординаты старой (фиг. 12). Чтобы опредѣлить это отношеніе замѣчаемъ, что на старой діаграммѣ 7 атм. изображены длиной въ 34,7 мм.*), но 7 атм. соответствуютъ у насъ давленію въ $633 \times 7 = 4450$ тн. и на новой діаграммѣ эта длина изобразится отрѣзкомъ въ $4450 : 15 = 297$ мм. Поэтому переводный множитель будетъ для ординатъ нижней діаграммы:

$$\mu = \frac{297}{34,7} = 8,57.$$

Графическое увеличеніе съ помощью такъ называемаго пропорціональнаго угла, о которомъ рѣчь будетъ впереди, при такомъ большомъ отношеніи получается мало точнымъ, вследствие пересѣченія прямыхъ подъ очень острыми углами. Но весьма просто сдѣлать это съ помощью логарифмической линейки. Для этого слѣдуетъ только цифру 8,57 (или 85,7) средняго движка помѣстить подъ цифрой 1 (или 10, или 100) линейки, и тогда противъ чиселъ линейки, дающихъ длину старыхъ ординатъ, будутъ стоять числа движка, дающія длину новыхъ. Отсчетъ будетъ производиться при помощи перемѣщенія одного только стеклышка. Измѣривъ старыя ординаты съ точностью до 0,1 мм.,

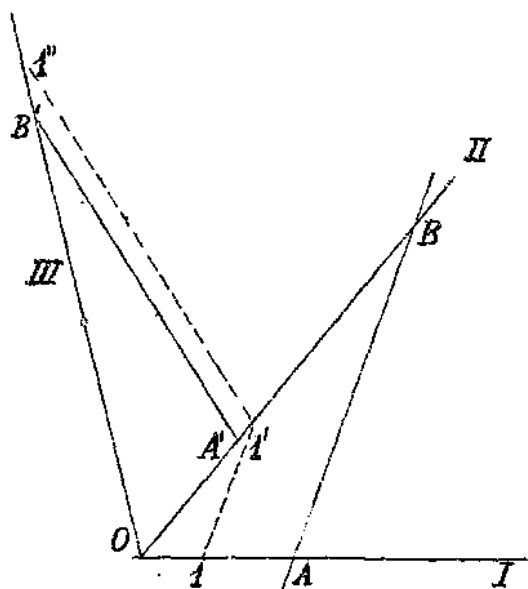
*) Десятины миллиметра считываются на глазъ, взявъ соотвѣствующую длину въ циркуль и прикладывая его къ масштабу. Такой приемъ отсчета послѣднато десятичнаго знака на глазъ совершенно обыченъ во многихъ физическихъ инструментахъ, въ частности и на логарифмической линейкѣ. Третій знакъ опредѣлять необходимо, такъ какъ иначе взято бы точности въ 1% мы могли бы поручиться лишь за точность въ 10%.

выписываемъ ихъ въ табличку, затѣмъ числа этой таблички съ помощью линейки переводимъ на длину новыхъ ординатъ, которыя и откладываемъ на нашей діаграммѣ.

Графическое увеличеніе ординатъ пришлось бы сдѣлать, по крайней мѣрѣ, въ два приема, разбивъ множитель μ на два, на примѣръ, 3 и 2,86. Съ этой цѣлью изъ общей точки O проводимъ прямыя $OI, OII, OIII$ подъ произвольно избранными углами*). На прямой I откладываемъ отрезокъ OA произвольной длины, а на прямой II отрезокъ $OB = 2,86 \cdot OA$. Изъ соображеній точности чертежа нежелательно брать OA меньше 50 мм. Проводимъ прямую AB . Затѣмъ откладываемъ отрезокъ OA' тоже произвольной длины $OB' = 3 \cdot OA$. Отложивъ одну изъ ординатъ старой діаграммы въ видѣ отрезка $O1$, проводимъ $11'$ $|| AB$, затѣмъ $1'1'' || A'B'$, тогда $O1''$ будетъ соответствующая ордината новой діаграммы.

Точно также поступаемъ и съ верхней діаграммой, на ко-

торой во избежаніе затемненія чертежа, нанесены лишь отрезки равноотстоящихъ ординатъ, лежащія внутри площади діаграммы. При этомъ приходится опредѣлить для нея свой переводный множитель для ординатъ. Съемъ атмосферъ, изображенный длиною въ 34,7 км. въ маломъ цилиндрѣ соотвѣтствуютъ давленію въ



Фиг. 18.

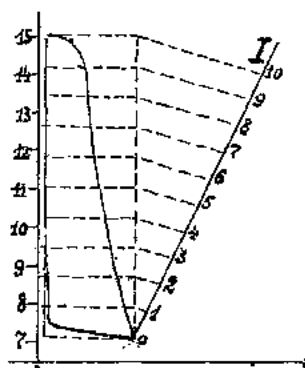
*) Чтобы получить углы пересѣченія прямыхъ возможно меньше острые, можно порекомендовать при увеличеніи, близкомъ къ 1, брать уголъ между прямыми равнымъ 60° , при близкомъ къ 2 — въ 75° , при близкомъ и большемъ 3-хъ — въ 90° .

$281 \times 7 = 1967$ тн. и въ новой діаграммѣ изобразятся отрезкомъ въ 1967 : 15 = 131,1 мм. Поэтому

$$\mu = \frac{131,1}{34,7} = 3,78.$$

При перестраиваніи верхней діаграммы нѣтъ надобности отсчитывать ея ординаты отъ нулевой горизонтали; можно при-
нять за начало счета любую другую горизонталь, напримѣръ, со-
ответствующую давленію въ 2 атм.

Только что указанный приемъ перестраиванія діаграммъ
не всегда практически удобенъ. Если, напримѣръ, мы обратим-
ся къ діаграммѣ I на фиг. 10, то замѣтимъ, что длина ея сра-
внительно съ длиной остальныхъ двухъ очень мала, и потому
трудно будетъ провести 10 ординатъ на равныхъ разстояніяхъ; но
еще труднѣе будетъ опредѣлить длину ординатъ, которыя пересѣ-
каютъ кривую подъ очень острыми углами. Поэтому поворачиваемъ
все построеніе еще на 90° . На фиг. 14 показана діагр. 3-го ци-
линдра, который пришлось бы присоединить къ машинѣ фиг. 12 если по-



фиг. 14.

оставить котлы, дающіе возможность
работы при 15 атмосферахъ. Они -
савъ около нея прямоугольникъ, дѣ-
лимъ высоту его на 10 разныхъ час-
тей съ помощью пропорціональнаго
угла, на одной сторонѣ котораго OI
отложено 10 равныхъ отрезковъ про-
извольно избранной длины и прово-
димъ 10 абсциссъ діаграммы. Далѣе
намъ предстоитъ нанести на чертѣ
высоту новой діаграммы. Опредѣля-
емъ площадь поршня третьяго цилин-

дра, зная что масштабъ абсциссъ тотъ же, что и на фиг. 12.
Длина діаграммы 12,3 мм; поэтому при томъ же ходѣ поршня
площадь его

$$F_0 = \frac{636000 \cdot 12,3}{78} = 99100 \text{ см}^2 *).$$

*) Если указанные въ текстѣ длины отрезковъ чертѣ не
совсемъ сходны съ послѣдними, то не слѣдуетъ замечать, что
измѣренія производились по оригиналу, а не по чертежамъ.

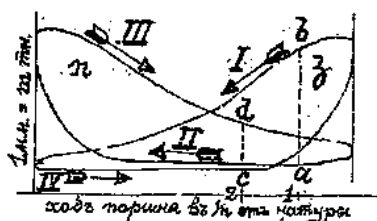
На диаграммѣ 8 атм. изображены отрезкомъ въ 40,4 мм., что соответствуетъ давлению $8 \times 99,1 = 793$ тн. и на новой диаграммѣ изобразится высотой въ $793 : 15 = 52,9$ мм. Откуда заключаемъ, что переводный множитель для ординатъ

$$\mu = \frac{52,9}{40,4} = 1,31.$$

Высота старой диаграммы равна 40,0 мм.; высота новой будетъ $40,0 \times 1,31 = 52,4$ мм. Эту высоту въ 52,4 мм. мы отложимъ по вертикали на чертежѣ, раздѣлимъ ее на 10 равныхъ частей, а затѣмъ будемъ переводить въ масштабъ новой диаграммы абсциссы старой, такъ, какъ на фиг. 12 переводили ординаты. Переводный множитель для абсциссъ легко найти, помня что длина новой диаграммы должна равняться 100 мм., а длина старой 12,3. Переводный множитель, который для абсциссъ назовемъ λ будетъ

$$\lambda = \frac{100}{12,3} = 8,14.$$

Допустимъ, что диаграмма фиг. 15 относится къ машинѣ



фиг. 15.

фиг. 4, при чемъ ординаты ея согласно только что сказано му перестроены, такъ что диаграмма задней части цилиндра соответствуетъ давлению пара въ тоннахъ на правую сторону поршня, диаграмма передней части — давлению на лѣвую сторону поршня (см. прим. на стр. 34). Эти давления въ отличие отъ давлений

на чертежѣ прошедшей черезъ руки чертежника и перенесенной съ растяжимой литографской палки на камень.

"ГРАФИЧЕСКІЙ МЕТОДЪ ОПРЕДѢЛЕНІЯ МОМЕНТА ИНЕРЦІИ МАХОВНИКОВЪ".

Преп. А. В. АССУРЪ и К. Э. РЕВНУХЪ.

Издание Студ. Кассы Взаимопомощи при Сиб. Политехн. Институтѣ.

Типо-Литографія Н. Трофимова Сиб. Мокшайская, 8.

Л. 3.

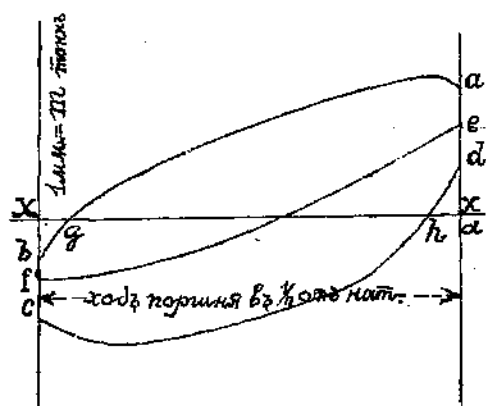
въ атмосферахъ будемъ называть полными давленіями на плоть поршня, а діаграммы фиг. 15 *діаграммами полныхъ давлений*. Площадь поршня подвергается давленію съ двухъ сторонъ и двигающей силой будетъ разность этихъ давленій, которую легко опредѣлить, имѣя пару діаграммъ полныхъ давленій. Для хода поршня справа налево, это будутъ отрѣзки ординатъ между частями кривыхъ, отмѣченныхъ (фиг. 15) стрѣлками I и II, для обратнаго хода - отрѣзки ординатъ между частями кривыхъ, отмѣченныхъ стрѣлками III и IV. При первомъ ходѣ поршня для положенія 1 разность давленій выразится отрѣзкомъ ab и представляетъ силу, дѣйствующую справа налево; при обратномъ ходѣ отрѣзокъ dc представляетъ силу, дѣйствующую слева направо въ положеніи 2. Такимъ образомъ, не трудно построить діаграмму, показывающую результирующее давленіе на поршень, которую удобно соединить въ одно съ діаграммой силы инерціи фиг. 5. Съ этой цѣлью мы беремъ на фиг. 15 тѣ же положенія поршня, для которыхъ были построены ординаты кривой силы инерціи и разность давленій наносимъ на діаграмму фиг. 5^{*)}. При этомъ будемъ, однако, теперь откладывать вверхъ силы, дѣйствующія вправо (въ отрицательную сторону оси $X-OX$)

Площадь каждой діаграммы опять представляетъ работу, совершаемую паркомъ съ одной стороны цилиндра, но теперь въ выраженіи работы площадь поршня уже не войдетъ переводнымъ множителемъ, такъ какъ ординаты представляютъ давленія на всю площадь поршня, а не на 1 см². Разкоординировавши ординаты, отъ площади которыхъ перестраивалась діаграмма, можно воспользоваться для опредѣленія площадей діаграммъ, которая не понадобится при проверкѣ правильности построеній, а только для контроля и сверки, и нанести ординаты соответствующихъ положеній поршня, изображенныхъ на фиг. 5. Эти ординаты конечно, нанесены ихъ будетъ проще, если длины діаграммъ фиг. 5 и 15 будутъ одинаковы. Объ измѣреніи площадей см. приложеніе въ концѣ статьи.

*) Конечно, для этого діаграммы фиг. 5 и фиг. 15 должны имѣть одинъ и тотъ же масштабъ ординатъ; поэтому вѣдуетъ переписать діаграмму силы инерціи послѣ того, какъ опредѣлился масштабъ діаграммы полныхъ давленій изъ изображеній, указанныхъ выше.

на фиг. 4), а вниз - силы действующія вправо. В результате получится картина въ родѣ изображенной на фиг. 16, гдѣ ординаты кривой $abcd$ представляютъ результирующія давления

пара на поршень, и сама кривая называется *диаграммой свободныхъ усилий*. Кривая ef даетъ намъ некоторыя добавочныя усилия, которыя необходимо приложить къ поршню воображаемой машины съ невѣсомыми колеблющимися частями, чтобы ходъ ея былъ такой же, какъ нашей



фиг. 16.

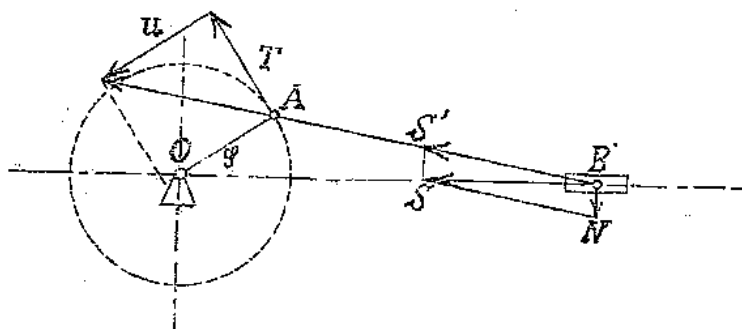
действительной машины. Чтобы получить силы, действующія на поршень последней, нужно лишь отсчитывать ординаты кривой свободныхъ усилий не отъ оси xx , а отъ кривой ef , представляющей какъ бы криволинейную ось. Въ самомъ дѣлѣ въ крайнемъ положеніи поршня, напримѣръ, ордината aa представляетъ результирующую давленій пара, направленную влѣво, ордината ae - давленіе инерціи, направленное вправо; слѣдовательно, ea есть результатъ совмѣстнаго дѣйствія пара и инерціи частей. Выразая то же самое другими словами, можно сказать, что ea изображаетъ ту часть давленія пара на поршень, которая сообщаетъ ускореніе колеблющимся частямъ, ea - ту, которая вызываетъ ускореніе въ движеніи маховика.

Площадь диаграммы свободныхъ усилий представляетъ работу пара съ обѣихъ сторонъ поршня за полный оборотъ машины и по этому должна равняться суммѣ площадей диаграммъ полныхъ давленій (фиг. 15). Площадь $abcd$ одна и та же, будемъ ли мы ординаты ея исчислять отъ прямолинейной оси xx или криволинейной ef , отсюда заключаемъ, что работа силъ инерціи за полный оборотъ машины равна нулю.

Диаграмма свободныхъ усилий совмѣстно съ кривой силъ инерціи содержитъ всѣ данныя, необходимыя для построенія диаграммы моментовъ силъ двигающихъ (фиг. 1), такъ какъ ординаты

отсчитываемая отъ кривой ef , согласно сказанному представля-
 ютъ тучастъ приложенныхъ изнорныхъ уаилій, которыя передают-
 ся маховику. Назвавъ для положенія OA кривошипа эту силу

черезъ S (фиг.
 17), разлагаемъ
 ее на силу N ,
 прижимающую къ
 параллели край-
 кофъ и на силу
 S' , направлен-
 ную вдоль пату-
 на, которую пе-
 реносимъ въ A ,
 и здѣсь въ свою
 очередь разла-



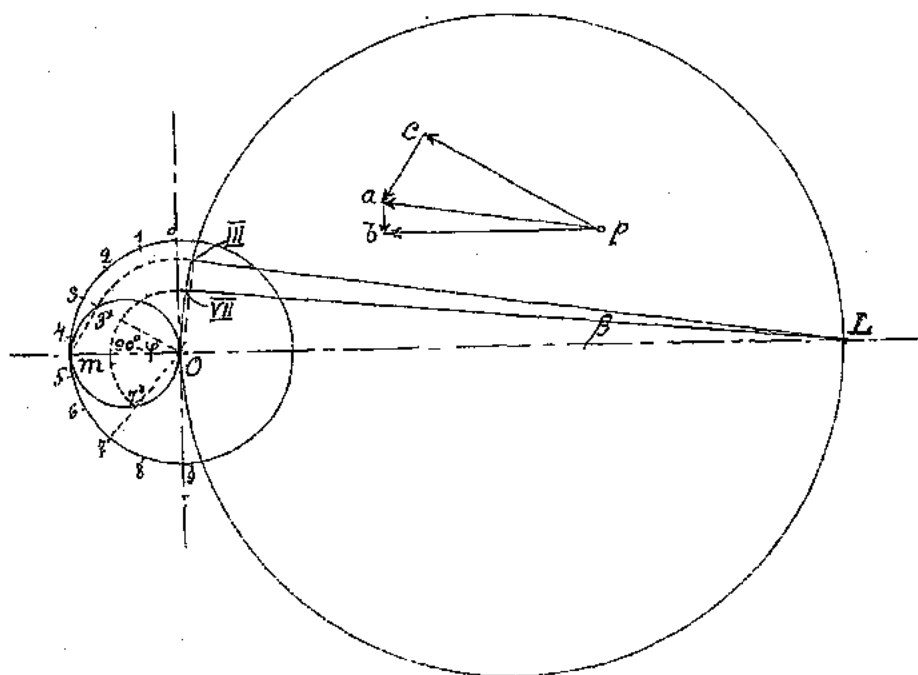
Фиг. 17.

гаемъ на силу T , направленную по касательной и на силу U ,
 направленную по радіусу, и оказывающую давленіе на неподвиж-
 ную точку O . Если r есть радіусъ кривошипа, то моментъ, вра-
 щающій маховикъ, $M_0 = T \cdot r$.

Откладывая по оси абсциссъ уголь φ , образуемый съ мерт-
 вымъ положеніемъ, по оси ординатъ соответствующія этому уг-
 лу значенія M_0 , получимъ кривую II фиг.1. Обычно, одна-
 ко, эту кривую немного видоизмѣняютъ. Ординаты ея умень-
 шаютъ въ r разъ, т.е. по ординатамъ откладываютъ прямо *си-
 рынки* T съ фиг. 17; но чтобы не измѣнять величины площа-
 дей, увеличиваютъ абсциссы тоже въ r разъ, т.е. отклады-
 ваютъ по оси абсциссъ длины $r \cdot \varphi$, или *длину дуги окружности*
 кривошипа, пройденной точкой A изъ мертваго положенія. Въ
 такомъ видѣ діаграмма эта носитъ названіе *діаграммы окру-
 жныхъ усилій*. Совершенно очевидно, что площадь этой діаграм-
 мы представляетъ работу, совершенную силою T за одинъ обо-
 ротъ, ибо по ординатамъ отложены переменныя значенія этой
 силы, а по абсциссамъ путь, пройденный ею точкой приложенія
 въ направленіи силы. Такъ какъ сила T , приложенная въ точ-
 къ A эквивалентна силѣ S , дѣйствующей на поршень, то ра-
 боты этихъ двухъ силъ должны быть равны, и площадь діаграм-
 мы окружныхъ усилій (или вращающихъ моментовъ по Фиг. 1)
 должна равняться суммѣ площадей діаграммъ полныхъ давленій

(фиг. 15), что и служить проверкой правильности построения.

Построение, указанное на фиг. 17, продлевается для всех положений кривошипа, указанных на фиг. 5.



Фиг. 18.

Примечание 1. Если на общий валъ работа передается отъ нѣсколькихъ цилиндровъ, то чертятъ диаграмму окружныхъ усилий для каждаго цилиндра въ отдѣльности, и соответствующія ординаты этихъ диаграммъ складываютъ алгебраически непосредственно циркулемъ, помня однако, что не все кривошипы въ одно время проходятъ черезъ мертвое положеніе, такъ что мертвому положенію одного соответствуютъ некоторые опредѣленные положенія остальныхъ.

Примечание 2. Указанный здѣсь пріемъ применимъ ко всемъ поршневымъ машинамъ съ двухтактнымъ процессомъ.

Примечание 3. Указанное на фиг. 17 построение удобно, когда разложеніе силъ приходится дѣлать для одного положе-

нія механизма. Если же положеній механизма много, то картины их налагаются одна на другую, и чертежъ теряетъ всякую ясность. Поэтому рекомендуемъ здѣсь иной пріемъ построения, основанный на соотношеніи (17), и показанный на фиг. 18. Строимъ въ какомъ нибудь масштабѣ кругъ кривошипа, повернутый, въ сторону вращенія послѣдняго, на 90° (сравнить дѣленія на фиг. 5 и фиг. 18). При этомъ радіусы, проведенные въ точки дѣленія этого круга, даютъ направленія касательныхъ къ действительному кругу кривошипа; по направленіи оси цилиндра откладываемъ отъѣзокъ OL , изображающій въ томъ же масштабѣ длину шатуна и на немъ какъ на діаметрѣ описываемъ окружность (достаточно провести дугу ея, лежащую внутри круга кривошипа). Затѣмъ проводимъ третью маленькую окружность съ центромъ на прямой OL , касательную къ первымъ двумъ. Построеніе показано приблизительно къ дѣленію 3. Радіусъ Oz пересѣкаетъ маленькую окружность въ точкѣ $3'$. Строимъ хорду $OIII$, равную Oz' ; тогда $LIII$ даетъ направленіе оси шатуна въ положеніи 3 кривошипа (фиг. 5). Изъ чертежа видно, что $Oz' = r \sin \varphi$, а $OIII = l \sin \theta$ и соотношение (17), такъ же уголъ θ удовлетворено. Построеніе продѣлано еще для точки 7. Изъ него заключаемъ, что всѣ прямыя, дающія направленія оси шатуна, будутъ исходить изъ точки L , при чемъ картина получится вполне ясная*). Разложеніе силъ производится въ сторонѣ, откладывая отъ произвольно выбранной точки p плоскости давленія pb на поршень и разлагая его на $pa \parallel LIII$ и $ab \perp OL$; послѣднее разлагаемъ на $pc \parallel Oz'$ и $ca \perp Oz'$. Отъѣзокъ pc даетъ тогда искомое касательное усилие F .

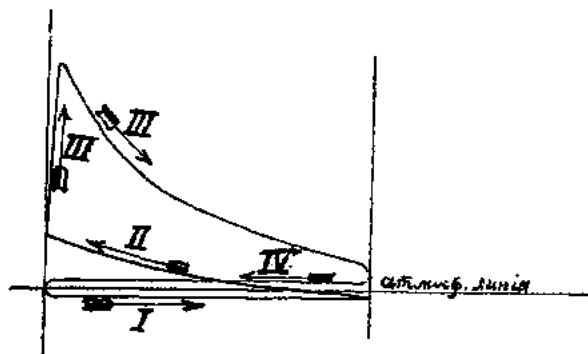
С. Диаграммы четырехтактныхъ двигателей.

Въ предыдущемъ исчерпавши пріемы, употреблявшіеся для построения кривой моментовъ двигающихся силъ для двухтактныхъ

*) При этомъ не слѣдуетъ забывать, что шатунъ двигается непрерывно: сначала онъ поднимается выше OL , затѣмъ опускается, потомъ опускается ниже OL и т.д.

двигателей. Эти приемы почти целиком переносятся и на четырехтактные двигатели, и здесь будут рассматриваться лишь их внешние видоизменения, которые диктуются чисто практическими соображениями.

Диаграмма фиг. 19 дает схему процесса в цилиндре простого действия газового двигателя, изображенного на фиг. 7.



фиг. 19.

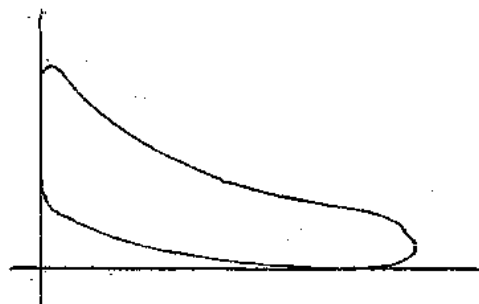
В течение первого хода поршня претечет смесь газа и воздуха всасывается, при чем давление в цилиндре немного ниже атмосферного (стрелка I); в течение второго хода

поршня смесь уплотняется (стрелка II), и в конце хода воспламеняется; поэтому в течение третьего хода (объ стрелки III) сначала давление быстро повышается, пока не кончится горение, а затем, по мере увеличения объема продуктов горения, давление постепенно падает; в течение четвертого хода поршня продукты горения выталкиваются из цилиндра, причем давление в последнем немного выше атмосферного (стрелка IV). Кривые I и IV должны лежать гораздо ближе к атмосферной линии, чем показано на фиг. 19, так как ординаты их отличаются от ординат атмосферной линии не больше 0,1 атм., в то время как наибольшее давление достигает после вспышки нередко 25 атм. и более. Поэтому с достаточным приближением можно принимать, что в течение первого и четвертого периода давление в цилиндре равно атмосферному, и эти периоды на диаграммах машины не отмечаются вовсе^{*)}, так что фиг. 20 представляет обычный вид, в котором даны диаграммы четырехтактных двигателей.

Задняя и передняя площади поршня в цилиндрах простого действия равны и передняя подвергается атмосферному давлению.

^{*)} При расчете неходовки не следует, однако, забывать о су- щественном влиянии периодов.

Такимъ образомъ, удобно отсчитывать ординаты діаграммы прямо



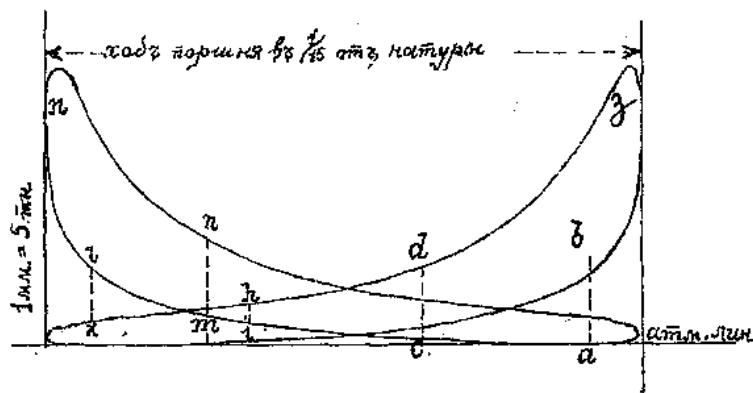
фиг. 20.

отъ атмосферной линіи; тогда они представляютъ избытокъ давленія на заднюю часть поршня сравнительно съ передней. Если площади всѣхъ поршней въ машинѣ, считая и цилиндры съ полезнымъ сопротивленіемъ (насосные, воздуходувные) равны, или послѣдніе отсутствуютъ, при равенствѣ площадей поршней рабочихъ цилиндровъ, то вѣтъ надобности перестраивать діаграмму давленій въ атмосферахъ на діаграмму полныхъ давленій; въ противномъ случаѣ это дѣлается такъ, какъ указано для паровой машины. Если діаграмма полныхъ давленій не строится, то необходимо и силы инерціи брать на 1 см^2 площади поршня, и въ результатѣ получится вѣсъ маховика, тоже приходящійся на 1 см^2 площади поршня. Перестроенная діаграмма фиг. 20 служитъ въ то же время діаграммой свободныхъ усилій, если ординаты отсчитывать отъ прямой, соответствующей атмосферной линіи. На нее же можно нанести кривую силъ инерціи, при чемъ тогда ординаты надо будетъ отсчитывать отъ послѣдней, какъ то дѣлалось и въ случаѣ паровой машины. По этимъ ординатамъ строятся окружныя усилія приѣмами, указанными на фиг. 17 и фиг. 18; необходимо только помнить, что надо пройти всѣ четыре хода поршня, или два полныхъ оборота машины. Такъ какъ для всасывающаго и выталкивающаго хода поршня, (I и IV на фиг. 19) мы будемъ считать давленіе внутри цилиндра равнымъ атмосферному, то здѣсь на поршень будутъ дѣйствовать только силы инерціи.

Для цилиндровъ двойного дѣйствія четырехтактныхъ машинъ діаграммы даются въ совмѣщенномъ видѣ, какъ на фиг. 14 или 15 для паровой машины*). Перестраиваніе на діаграммы

*) Если дается только діаграмма одной стороны, то предполагается, что діаграммы обѣихъ сторонъ по двояковому и для двояковейшихъ построеній, нанесеніе на чертежъ діаграммы другой стороны необходимо.

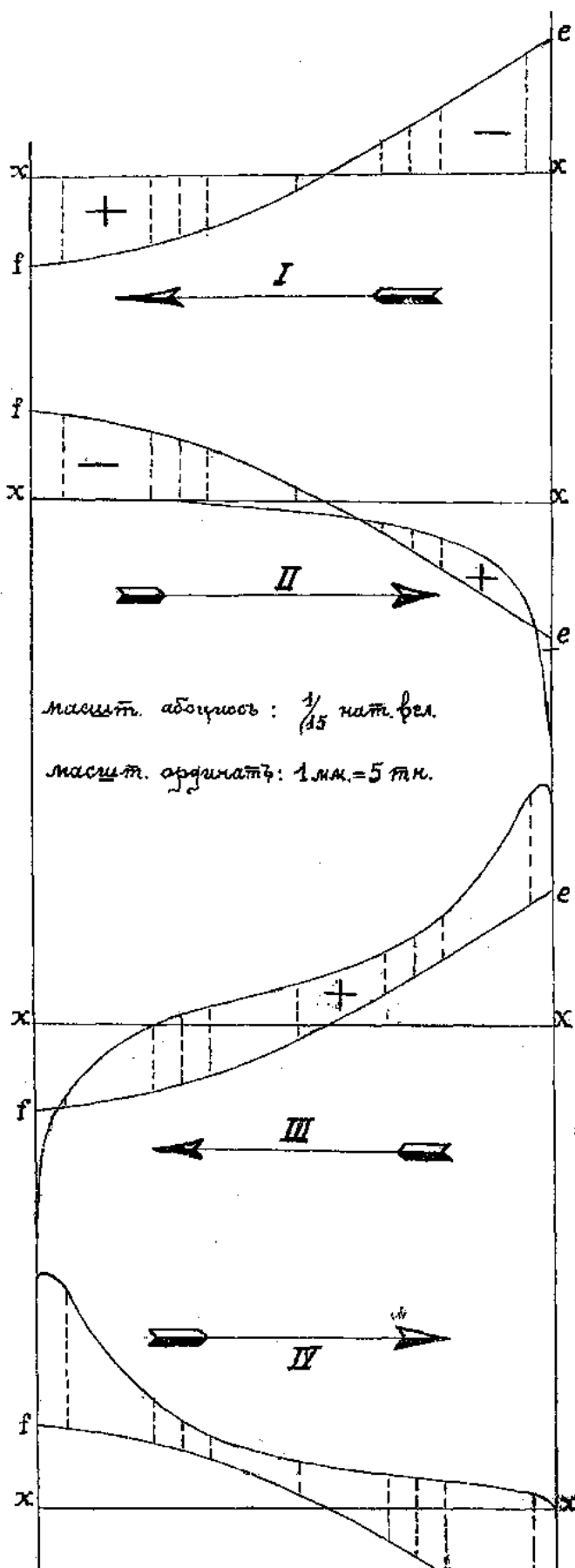
полных давлений происходит съ помощью тѣхъ же приѣмовъ; на основаніи тѣхъ же соображеній выбираются и масштабы діаграмъ. При опредѣленіи разности давленій на обѣ стороны поршня необходимо слѣдить за тѣмъ, какая именно часть процесса происходитъ въ данное время съ каждой стороны поршня. Допустимъ, что діаграмма полных давленій фиг. 21 относится къ машинѣ изображенной на фиг. 4, и что сначала про-



Фиг. 21.

исходитъ вспышка на задней сторонѣ поршня, а черезъ ходъ поршня на передней, т. е. что всѣ фазы процесса на передней сторонѣ опаздываютъ на одинъ ходъ поршня сравнительно съ задней. Діаграмму свободныхъ давленій здѣсь удобнѣе строить для каждаго хода поршня въ отдѣльности, складывая вверхъ усилія, направленныя въ сторону движенія поршня. На эту же діаграмму будемъ наносить кривую силъ инерціи такъ, чтобы въ началѣ хода поршня ординаты ея вычитались изъ положительныхъ (направленныхъ вверхъ) ординатъ кривой свободныхъ усилій, а въ концѣ хода поршня прибавлялись къ нимъ. При этихъ условіяхъ кривая силъ инерціи, какъ и въ двухтактныхъ машинахъ, будетъ служить какъ бы криволинейною осью, отъ которой будутъ отсчитываться ординаты кривой свободныхъ давленій, чтобы получить ту часть послѣднихъ, которая передается маховику.

На фиг. 22 изображены діаграммы для четырехъ ходовъ поршня. Первому ходу соответствуетъ всасываніе премучей смѣси съ задней стороны поршня, выталкиваніе продуктовъ горѣнія съ передней. Съ обѣихъ сторонъ поршня принимаемъ давленіе,



равнымъ атмосферному, свободныя давленія равны нулю и кривая, дающая ихъ, совпадаетъ съ осью xx . Но ординаты вужно отсчитывать отъ кривой силъ инерціи ef . Нѣсколько такихъ ординатъ, въ началѣ хода поршня отрицательныхъ, въ концѣ — положительныхъ, нанесены на чертежъ. Второму ходу поршня соответствуетъ съ задней стороны поршня уплотненіе смѣси, съ передней всасываніе, т.е. атмосферное давленіе. На фиг. 21 отръзокъ ab представляетъ для этого случая свободное давленіе въ одномъ изъ положеній поршня. Кривая свободныхъ давленій идетъ на фиг. 24 ниже оси xx . Желая учесть вліяніе силъ инерціи, ординаты ея считаемъ отъ кривой fe силъ инерціи; тогда давленіе дважды мѣняетъ знакъ на протяженіи хода поршня. Третьему ходу соответствуетъ, съ задней стороны поршня, вспышка и расширение продуктовъ горѣнія, съ передней — уплотненіе гремучей смѣси. Свободныя давленія опредѣляются отръзками ординатъ cd , in , lk (фиг. 21), показанными для трехъ положеній поршня. Принимая во вниманіе вліяніе силъ инерціи, ординаты кривой свободныхъ давленій отсчитываемъ отъ кривой ef .

Наконецъ, четвертому ходу съ задней стороны поршня соответствуетъ выталкиваніе продуктовъ горѣнія, съ передней — вспышка и расширение. Въ некоторомъ положеніи поршня свободное давленіе опредѣляется отръзкомъ mn ординаты (фиг. 21); дальнѣйшее ясно изъ фиг. 22.

Діаграммами, изображенными на фиг. 22, пользуются для построенія кривой окружныхъ усилий совершенно такъ же, какъ діаграммой свободныхъ давленій (фиг. 16) въ двухтактныхъ машинахъ. Рекомендуется обратить вниманіе на примѣчаніе 1 и 3 на стр. 37.

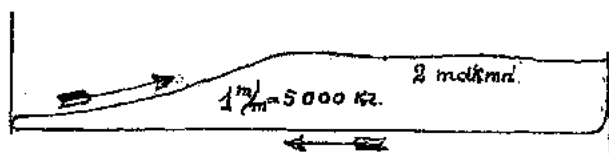
В. Діаграммы сопротивленій.

Силы сопротивленій либо бьваютъ непосредственно приложены къ главному валу машины, либо передается на него при помощи какого-либо механизма отъ поршней, преодолевающихъ сопротивленіе (напримѣръ, насосныхъ, воздухоудувныхъ и т. п.).

Въ первомъ случаѣ обстоятельства складываются обычно

такимъ образомъ, что моментъ силъ сопротивленія M_c (фиг.1) при установившемся числѣ оборотовъ машины можетъ, хотя бы приблизительно, считаться постояннымъ. Такъ бываетъ въ случаяхъ, если машина вращаетъ динамо, для полученія тока, центробѣжный насосъ или воздухоудувку, когда она работаетъ на фабричный приводъ, или же въ лабораторныхъ условіяхъ, при работѣ на тормазѣ. Во всѣхъ этихъ случаяхъ кривая II на фиг.1 обращается въ прямую, параллельную оси абсциссъ. Постоянную ординату этой прямой легко опредѣлить, какъ высоту прямоугольника, площадь котораго должна равняться площади, заключенной между кривой M_c , осью абсциссъ и крайними ординатами, а длина основанія равна разстоянію между посылками.

Во второмъ случаѣ необходимо имѣть діаграммы давленія



Фиг. 22.

въ наполняющихъ работу цилиндрахъ, которые могутъ быть тоже простого или двойного дѣйствія.

На фиг.23 изобра

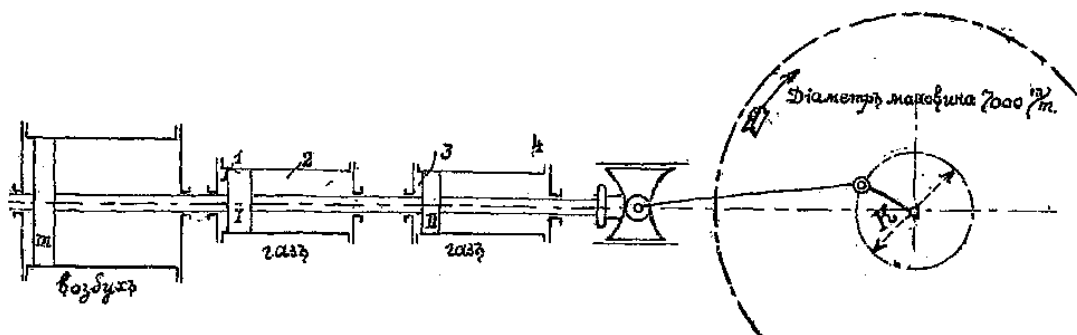
жена діаграмма перед-

ней стороны сажаго большого воздухоуднаго цилиндра машины, схема которой показана на фиг.24. Цилиндръ этотъ работа-
етъ въ два такта, подавая воздухъ въ доменную печь, отхо-
дками газами которой работаютъ два остальныхъ меньшихъ ци-
линдра, четырехтактныхъ. Цифры 1, 2, 3, 4, обозначаютъ по-
сылковательность вспыхъ въ нихъ, въ томъ расчетѣ, что на
каждый ходъ поршня приходится одна вспыха.

Если разработка всѣхъ діаграммъ поручается одному ли-
цу, то замѣтивъ, что всѣ цилиндры соединены общимъ штокомъ
(такъ называемый принципъ *прямого дѣйствія*), целесообразно
будетъ сложить для каждаго положенія поршня на протяженіи
4-хъ ходовъ давленія съ задней стороны на всѣ три поршня
въ одну діаграмму, которую для ясности можно разбить на
подобіе фиг.22, затѣмъ на ту же діаграмму нанести сумму
давленій на всѣ три поршня съ передней стороны и эти діа-
граммы соединить въ одну діаграмму свободныхъ усилій, дѣй-
ствующихъ на крѣйцкоуфъ. Затѣмъ въ обычномъ порядкѣ напе-
сется кривая сила инерціи и построится кривая вращающихъ

моментовъ или окружающихъ усилій. Такъ какъ силы сопротивленія уже были учтены въ диаграммѣ свободныхъ усилій, то не получится двухъ кривыхъ M_c и M_e (фиг. 1), а кривая суммарныхъ моментовъ M , которые уже не будутъ теперь изображаться отрывками ординатъ между двумя кривыми, а прямо длиною ординатъ кривой, отсчитывая отъ оси абсциссъ. Поэтому площади, соответствующія заштрихованнымъ на фиг. 1, будутъ заключаться между кривой моментовъ M и осью абсциссъ.

Если разработка диаграммъ поручается двумъ лицамъ, то первое складываетъ лишь усилія отъ поршней малыхъ газовыхъ цилиндровъ и строитъ диаграмму моментовъ двигающихъ силъ, не учитывая силы инерціи. Второе лицо, по диаграммамъ давлений въ воздухоподводящемъ двухтактномъ цилиндрѣ, строитъ диаграмму свободныхъ сопротивлений, дающую разность усилій, дѣйствующихъ на двѣ стороны поршня и учитываетъ силы инерціи въ диаграммѣ сопротивленій, гдѣ онѣ въ началѣ хода поршня прибавляются къ сопротивленіямъ, а въ концѣ — вычитаются изъ нихъ. Затѣмъ строится диаграмма моментовъ силъ сопротивленія и обѣ диаграммы соединяются въ одну по фиг. 1. Двухтактная диаграмма моментовъ силъ сопротивленія повторится дважды на протяжении 4-хъ ходовъ поршня.



Фиг. 24.

Въ построенной тѣмъ или другимъ образомъ диаграммѣ, однако, соотношение (9) никогда не будетъ удовлетворено; сумма положительныхъ площадей всегда окажется по абсолютной величинѣ больше суммы отрицательныхъ, такъ какъ не при

яты во внимание одна из сопротивлений, в диаграммах не указанное, сопротивление от трения. Этот полезный избыток должен в точности равняться избытку работы газа в цилиндрах, за вычетом поглощенной воздуходушным цилиндром работой за один период, и может быть определен заранее из сопоставления поршневых диаграмм. В виду сложности определения кривой силы трения, работа которых не должна в хорошо устроенной машине быть велика*) нередко считают момент сопротивления от силы трения постоянным, определяя его величину на основании разности работ сил двигающих и работ сил сопротивления за период по диаграммам, и прибавляя соответствующую постоянную к ординатам кривой моментов сил сопротивления. Другой прием тоже ответствен от приема, употребляемого для уничтожения невязки в соотношении (3), когда она зависит от неточности чертежа**). Разность работ сил двигающих и сопротивлений разбивают на слагаемые, пропорциональные, по абсолютной величине, величинам площадок, входящих в соотношение (3) и положительные значения площадок, полученные измерениями на чертеже, уменьшают на величину соответствующих слагаемых, а отрицательные значения площадок увеличивают по абсолютной величине.

Особенно просто выражается поршневая диаграмма сопротивлений в водяных насосах. Теоретическая диаграмма имеет вид прямоугольника, так как в период всасывания имеется одно постоянное давление, ниже атмосферного, если насос стоит выше уровня воды в питающем резервуаре, во время нагнетания — другое постоянное давле-

*) Все же иногда она составляет 20% до 22% всей работы машины.

**) За законную невязку можно считать до 4% всей площади диаграммы двигающих усилий; обычно она бывает равна 1% до 2%. В случае, когда упущено трение, невязка от неточности чертежа будет выражаться в том, что разность работ двигающих и сопротивлений, полученная из поршневых диаграмм, будет вычитаться от разности работ, полученной из кривой моментов. Эту поправку необходимо делать, во избежание ошибки в результате.

ніе, зависящее отъ высоты уровня въ резервуарѣ, куда пода-
ется вода. Если, наиримѣрь, машина, развивающая 3000 лоп.
силъ и дѣлающая 60 оборотовъ въ минуту имѣетъ два насосныхъ
цилиндра двойного дѣйствія, работающихъ на общую сѣть, съ об-
щимъ ходомъ поршня $H = 360^m/m$ и діаметръ насосныхъ цилин-
дровъ $D_1 = 160^m/m$ и $D_2 = 226^m/m$ при абсолютномъ давле-
ніи всасыванія въ 0,5 атм. и равенствѣ передней и задней
сторонъ поршней, то легко построятъ діаграмму давленій въ
атмосферахъ для насосныхъ цилиндровъ. Такъ какъ цилиндры ра-
ботаютъ въ общую сѣть, т.е. давленіе нагнетанія одно и то же,
и имѣютъ общій ходъ поршня, то работа распределяется между
ними пропорціонально площади поршней, или квадрату ихъ ді-
аметровъ. Но $D_2^2 : D_1^2 = 226^2 : 160^2 = 51100 : 25600$, или при-
близительно $D_2^2 : D_1^2 = 2:1$. Работа машины за одинъ ходъ пор-
ня будетъ: $3000 \times 75 : 120 = 1870$ кл.мт. На долю маленькаго
цилиндра придется $1870 : 3 = 623$ кл.мт. Площадь поршня ци-
линдра:

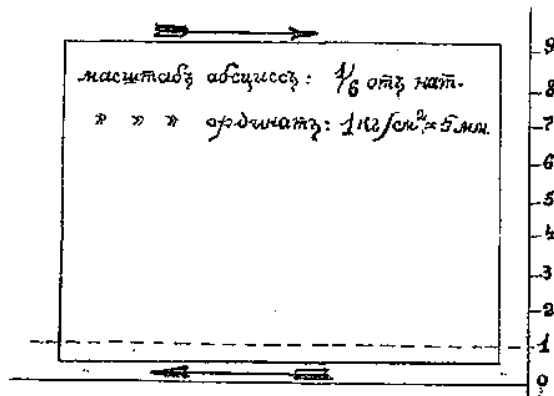
$$F_1 = \frac{\pi \cdot 16^2}{4} = 201 \text{ см}^2.$$

Полное давленіе со всасывающей стороны будетъ: $201 \cdot 0,5$; пол-
ное давленіе съ нагнетающей стороны, если p неизвѣстное да-
вленіе въ атмосферахъ, будетъ $201 \cdot p$. Разность давленій, или,
такъ называемое, свободное давленіе, будетъ: $201(p - 0,5)$ кг., а
работа за одинъ ходъ $201(p - 0,5) \cdot 0,36$ кг.мт. Слѣдовательно,
 $201(p - 0,5) \cdot 0,36 = 623$, откуда

$$p = \frac{623}{0,36 \cdot 201} + 0,5 = 9,22 \text{ атм.}$$

На фиг. 25 показана діаграмма для правой половины цилин-
дра, для которой она обходится противъ часовой стрѣлки; та-
же діаграмма, если ее обойти въ обратномъ направленіи дастъ
процессъ съ лѣвой стороны поршня.

Такъ же просто строятся поршневныя насосныя діаграммы,
если даны діаграммы полныхъ давленій цилиндровъ двигателя,
исходя изъ соображенія: что при равенствѣ масштабовъ, суммъ
площадей діаграммъ силъ двигающихъ, равна суммѣ площадей
діаграммъ силъ сопротивленія. Необходимо лишь знать отноше-



Фиг. 25.

ние объемов насосных цилиндровъ и давленіе, при которомъ вода поступаетъ въ насосъ. При этомъ треніемъ въ машинѣ пренебрегается, вѣрнѣе замѣняя ктѣ его постоянной силой, дѣйствующей на поршень въ періодъ нагнетанія, ибо въ присутствіи тренія дѣйствительное давленіе нагнетанія будетъ мень-

ше.

IV. ПРИЛОЖЕНІЕ:

ИЗМѢРЕНІЕ ПЛОЩАДЕЙ ПЛОСКИХЪ ФИГУРЪ, ОГРАНИЧЕННЫХЪ

ПРИБЛИЖЕННЫМЪ КОНТУРОМЪ.

Изъ предыдущаго ясно, какую роль при опредѣленіи момента инерціи маховика играетъ измѣреніе площадей, ограниченныхъ криволинейнымъ контуромъ. Обычно площади измѣряются съ помощью особыхъ приборовъ, называемыхъ *планиметрами*. При этомъ величина площади получается, какъ пропорціональная разности двухъ отсчетовъ въ нѣкоторомъ роликѣ; первый отсчетъ дѣлается поставивъ штифтъ прибора на какую-либо точку контура, второй - обойдя штифтомъ по всему контуру до начала - наго его положенія*).).

*) Если бы контуръ образовалъ петли, то въ зависимости отъ того, приписывается ли площади этихъ петель положительный или отрицательный знакъ, слѣдуетъ при непрерывномъ обходѣ

Другой приборъ, такъ называемый *интеграфъ*, автоматически чертитъ, если на чертежѣ имѣется кривая, уравненіе которой напомнимъ въ видѣ $y = f(x)$, другую кривую $Y = F(x)$, ординаты которой удовлетворяютъ соотношенію

$$Y = \int y \, dx.$$

Если значеніямъ $x = x_1$ и $x = x_2$ соответствуютъ ординаты $y = y_1$ и $y = y_2$ первой кривой, и Y_1 и Y_2 — второй, то разность $(Y_2 - Y_1)$ двухъ послѣднихъ даетъ величину площади, заключенной между кривой $y = f(x)$, осью абсциссъ и ординатами y_1 и y_2 . Такимъ образомъ, построивъ съ помощью интеграфа кривую $Y = F(x)$, сразу можно получить значенія площадей, заключенныхъ между начальной ординатой y_1 и любой другой y_2 . При пользованіи планиметромъ приходилось бы каждую такую площадку планиметрировать отдѣльно. Интеграфъ особенно удобенъ при расчетѣ момента инерціи маховика по нижеслѣдующему второму способу. Приборъ этотъ къ сожалѣнію очень дорогъ*).

Будемъ ли мы пользоваться планиметромъ или интеграфомъ, и въ томъ и въ другомъ случаѣ приходится вести отъ руки штифтомъ по нѣкоторой кривой и случайныя ошибки, происходящія отъ нетвердости руки, могутъ быть исключены лишь при полученіи результата, какъ арифметическаго средняго большаго числа измѣреній. Вслѣдствіе этого точное опредѣленіе площадей съ помощью этихъ приборовъ будетъ всегда задачей довольно кропотливой. Если же мы будемъ дѣлать съ помощью указанныхъ

контуры обходить петли въ томъ же направленіи какъ и весь контуръ или въ обратномъ: въ случаѣ сомнѣній лучше опредѣлять площади петель отдельно.

*) Малая модель интеграфа Аббаццѣ Аббакамовича стоитъ 450 франковъ, большая — 600 франковъ: первая веситъ 8,5 кг., вторая — 12 кг.

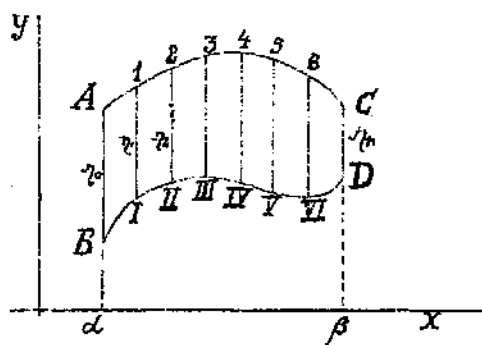
"ГРАФИЧЕСКІЕ МЕТОДЫ ОПРЕДѢЛЕНІЯ МОМЕНТА ИНЕРЦІИ МАХОВИКОВЪ".

Преп. Л. В. АССУРЪ и Н. Э. РЕРИХЪ.

Издание Студ. Кассы Взаимопомощи при Сиб. Политехи. Институтъ. Типо — Литографія Н. Трофимова. Можайская 3. Л. 4.

приборовъ измѣреніе площадей менѣе точно, обходя кривую лишь по одному или по два раза, то результатъ, пожалуй даже болѣе надежный, можно получить съ помощью прибора весьма просто -го - полоски бумажки перегнутой пополамъ, чтобы получить прямолинейный край. Приѣмъ этотъ основанъ на примѣненіи, такъ называемыхъ формулы трапецій и формулы Симпсона, выводы - ныхъ въ курсахъ интегральнаго исчисленія.

Допустимъ, фиг. 26, что мы имѣемъ контуръ, ограни - ченный двумя отрѣзками AC и BD кривыхъ и отрѣзками орди - натъ AB и CD; случай площади, ограниченной однимъ кри - волинейнымъ контуромъ получится, полагая AB и CD равными нулю. Раздѣлимъ разстояніе $\alpha\beta$ между крайними отрѣзками ор -



фиг. 26.

динатъ на n равныхъ ча - стей и въ точкахъ дѣле - нія возставимъ ординаты, пересекающія наши кривыя въ точкахъ 1, 2, 3... $(n-1)$; I, II, III... $(n-1)$. От - рѣзки ординатъ между кривыми AC и BD на - зовемъ последовательно $\eta_0, \eta_1, \eta_2 \dots \eta_n$. Заимъ - нимъ теперь мысленно на - ши кривыя ломанными A1 2 3 ... C и B I, II, III... D. Пло - щадь, ограниченная этими ломанными и крайними ординатами η_0 и η_n будетъ отличаться отъ истинной, тѣмъ меньше, чѣмъ боль - ше будетъ число n дѣленій; предѣлъ ошибки разсматривается въ курсахъ интегральнаго исчисленія, и на немъ мы здѣсь ос - танавливаться не будемъ. Тогда площадки, заключенныя между двумя сосѣдними отрѣзками ординатъ, и двумя прямолинейными отрѣзками ломанной, наприимѣръ, 5, 6, VI, V, или 1, 2, II, I, представляютъ изъ себя трапеціи. Называя ихъ последователь - но черезъ $f_1, f_2, f_3 \dots f_n$, и $\alpha\beta : n$ черезъ a , имѣемъ:

$$f_1 = a \frac{\eta_0 + \eta_1}{2}; \quad f_2 = a \frac{\eta_1 + \eta_2}{2}; \quad f_3 = a \frac{\eta_2 + \eta_3}{2};$$

$$f_n = a \frac{\eta_{n-1} + \eta_n}{2}$$

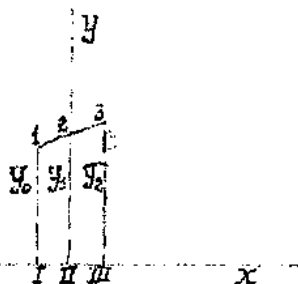
Сумма всех площадок f даст всю измеряемую площадь F . Не трудно заметить, как по выражениям для площадок f , так и по чертежу, где видно, что за исключением крайних отрезков η_0 и η_n все остальные являются одновременно сторонами двух сложных трапеций, что в сумме все отрезки ординат, кроме крайних, повторяются дважды и поэтому:

$$F = a \left[\frac{\eta_0 + \eta_n}{2} + (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \dots + \eta_{n-1}) \right].$$

Если мы с помощью карандаша и указанной выше полоски бумаги сложим отрезки средних ординат, измерим масштабом полученную сумму, прибавим к ней полусумму крайних и результат помножим на $a = \alpha^3 : n$, то получим приближенное выражение для площади F .

Замѣна криволинейных отрезков прямолинейными может дать хороший результат лишь при большом числе делений. Поэтому для сокращения труда или для увеличения точности пользуются формулой Симпсона замѣняющей криволинейные отрезки, тоже криволинейными, именно параболами, более близко подходящими к кривой, чѣм параллельные стороны трапеций.

Представимъ себѣ площадку, ограниченную отрезкомъ 1-3



кривой, двумя крайними ординатами y_0 и y_n и осью абсцисс. Проведемъ ось y на равныхъ расстояніяхъ a отъ крайнихъ ординатъ, и назовемъ y_1 ординату точки 2. Черезъ три точки 1, 2, 3 можно провести параболу, уравнение которой будетъ:

$$y = a x^2 + \beta x + \gamma$$

гдѣ коэффициенты α , β и γ определяются изъ условия, чтобы координаты точекъ 1, 2, и 3 удовлетворяли уравненію параболы. Площадь I, 1, 3 III будетъ тогда:

$$f_1 = \int_{x=-a}^{x=+a} y dx = \int_{x=-a}^{x=+a} (\alpha x^2 + \beta x + \gamma) dx = \frac{2}{3} \alpha a^3 + 2 \gamma a.$$

Коэффициентъ β въ выраженіе площади f_1 не входитъ, и можно

его не определять. Подставивъ въ уравненіе параболы значенія координатъ 1, 2 и 3, получимъ:

$$Y_0 = \alpha a^2 + \beta a + \gamma$$

$$Y_1 = \gamma$$

$$Y_2 = \alpha a^2 - \beta a + \gamma$$

Второе изъ этихъ соотношеній даетъ намъ значеніе γ ; подставивъ его въ первое и третье, получимъ:

$$\alpha = \frac{Y_0 + Y_2 - 2Y_1}{2a^2}$$

Такимъ образомъ получимъ:

$$f_1 = \frac{a}{3} (Y_0 + Y_2 + 4Y_1)$$

Та же формула остается справедливой и въ томъ случаѣ, если точки I II III расположены на кривой, какъ на фиг. 26. Въ этомъ случаѣ ординаты Y замѣняются только отрѣзками η между кривыми. Примѣнительно къ фигурѣ 26 мы поступимъ теперь слѣдующимъ образомъ. Разстояніе $\alpha\beta$ раздѣлимъ на целое число частей $2n^*$, такъ что разстояніе между смежными ординатами $a = \alpha\beta:2n$. Число всѣхъ площадокъ будетъ n , такъ какъ каждая будетъ ограничена только четными ординатами, а средняя ордината будетъ нечетная. Такимъ образомъ:

$$f_1 = \frac{a}{3} (Y_0 + Y_2 + 4Y_1); \quad f_2 = \frac{a}{3} (Y_2 + Y_4 + 4Y_3);$$

$$f_3 = \frac{a}{3} (Y_4 + Y_6 + 4Y_5); \quad f_n = \frac{a}{3} (Y_{2n-2} + Y_{2n} + 4Y_{2n-1}).$$

Складывая эти выраженія, замѣчаемъ, что четныя ординаты, за исключеніемъ крайнихъ Y_0 и Y_{2n} размежевываютъ двѣ сосѣднія площадки и потому войдутъ по два раза; нечетныя входятся въ середину каждой площадки и потому войдутъ по одному разу. Окончательно получится:

$$F = \frac{a}{3} [Y_0 + Y_{2n} + 2(Y_2 + Y_4 + Y_6 + \dots + Y_{2n-2}) + 4(Y_1 + Y_3 + Y_5 + \dots + Y_{2n-1})].$$

*) См. Примѣчаніе на стр. 58.

Мы замечаем, что пользоваться формулой Симпсона несколько не затруднительнее, чем формулой трапеций, при том же числе ординат. В первом случае складываются все ординаты, кроме крайних, здесь нужно сложить отдельно четные ординаты, кроме крайних, и отдельно нечетные ординаты. Умножение на 2 и на 4 полученных сумм не представляет никаких-либо существенных осложнений. Во многих случаях можно будет утверждать, что параболы Симпсона ближе подойдут к истинной кривой, чем кривая, описываемая от руки плифтом какого-либо прибора.

Примечание. В отношении (9) могут входить площади разной величины, и иногда оказывается, что некоторые площади очень малы сравнительно с остальными. Не следуя в этих случаях отбрасывать их совсем, допуская что они мало влияют на величину всей суммы, но можно учесть их приближенно, приняв в формуле Симпсона $2n = 2$. Так как отрезки крайних ординат для заштрихованных площадок на фиг. 1 равны нулю, то имеем $\eta_0 = 0, \eta_n = 0$, остается лишь η_1 , и потому, обозначая разность крайних абсцисс площадок $2a$ через b , напишем:

$$f = \frac{2}{3} b \eta_1.$$

*) При определении площади поршневых диаграмм достаточно не брать $2n = 10$.

К.Э.ПЕРИХЪ

ДРУГОЙ ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОДЪ ОПРЕДѢЛЕНІЯ МОМЕНТА.

ИНЕРЦИИ МАХОВНИКА.

Этотъ методъ основывается на построеніи діаграммы работы или потенциальной энергіи машины, а не діаграммы вращающихся усилій. Преимущество его заключается въ томъ, что по діаграммѣ работы легко построить діаграмму угловой скорости машины, что бываетъ интересно и важно знать, если машина приводитъ во вращеніе динамо-машину переменнаго тока.

Пусть коренной валъ машины приводится въ движеніе кривошипами, углы заклинки которыхъ извѣстны; кромѣ того даны индикаторныя діаграммы всѣхъ цилиндровъ, вѣса поршней и пр. Начертимъ кривошипы отаѣльно другъ отъ друга въ какомъ-нибудь начальномъ положеніи, напримѣръ, кривошипъ I въ мертвой точкѣ, кривошипъ II и остальные въ тѣхъ положеніяхъ, которые они должны занимать, когда кривошипъ I находится въ мертвой точкѣ. Завѣчками (или шаблонами) опредѣляемъ соответственныя положенія всѣхъ поршней. Затѣмъ представляемъ себѣ всѣ кривошипы повернувшимися изъ начальнаго положенія на уголъ α , снова находимъ положенія всѣхъ поршней и опредѣляемъ работу, произведенную при этомъ поворотѣ давленіями пара на всѣ поршни. Затѣмъ увеличиваемъ еще уголъ поворота α и снова опредѣляемъ работу пара, и такъ до тѣхъ поръ, пока не вернемся къ исходному положенію всѣхъ кривошиповъ, т. е. пока не исчерпаемъ весь періодъ дѣйствія двигателя. Продолжать вычисленіе произведенной работы дальше нѣтъ, конечно, смысла, ибо по истеченіи одного періода начинается второй, являющійся точнымъ повтореніемъ перваго.

Остановимся подробнее на этой первой задаче вычисления работы, произведенной машиной при повороте на любой угол α . Для этого должны быть известны силы, действующие в машине. Силы давления пара берутся из такъ называемой индикаторной диаграммы, въ которой по оси ординатъ отложены давления въ кгр., приходяшіяся на 1 кв. см. площади поршня, причеъ мы не рестракиваемъ диаграмму такъ, чтобы она изображала разность давлений по обѣимъ сторонамъ поршня.

Для примѣра считаемъ маховое колесо къ паровой машинѣ съ двойнымъ расширеніемъ пара. Съ кривошипомъ I соотвѣтствуетъ цилиндръ высокаго давления, а съ кривошипомъ II - цилиндръ низкаго давления и воздушный насосъ для откачиванія конденсата, при чемъ поршень воздушнаго насоса сидитъ на продолженіи штока цилиндра низкаго давления. Индикаторныя диаграммы (въ различныхъ масштабахъ) всѣхъ трехъ цилиндровъ, а также основные размѣры машины указаны на чертѣхъ 1. Работа, производимая машиной и передаваемая станкамъ, равна разности работы силъ движущихъ и работы сопротивленій. Движущей силой въ нашемъ примѣрѣ является давление пара на поршень, если оно совпадаетъ съ направленіемъ движенія поршня (участки диаграммы, въ которыхъ давление пара на поршень противоположно направленію его движенія, отмѣчены, какъ дающія отрицательную работу). Сопротивленія, преодолеваемыя внутри машины, составляютъ тренія и сопротивление воздушнаго насоса (за исключеніемъ маленькаго участка его диаграммы - положи- тельная работа). Трение, поглощающее около 15% работы паровой машины, представляетъ, собственно говоря, силу переменнум, но точное опредѣленіе измѣнчивой ея величины настолько кропотливо, что въ расчетѣ маховаго колеса силу тренія замѣняютъ постояннымъ тангенціальнымъ сопротивленіемъ, прибавляемымъ къ полезнымъ сопротивленіямъ. Пусть на чер. 1 окружности радиусовъ r изображаютъ траекторіи двухъ кривошиповъ I и II, которые заклинены подъ угломъ 90° . Окружности раздѣлены на 16 заномерованныхъ частей, при чемъ начальное положеніе обоихъ кривошиповъ носитъ двойной номеръ 0 и 16. Засѣчками радиусовъ, равнымъ длинѣ шатуна ($l = 5r$), опредѣляемъ и заномеровываемъ соотвѣтственныя положенія поршня.

Величина работы, произведенной какой-нибудь переменной

силой P , действующей по направлению движения точки ее положения, как известно, равна $\int_{S_1}^{S_2} P \cdot ds$. В нашем случае величина этого интеграла легко определяется графически, ибо силы у нас нанесены, как ординаты, пути, проходимые точками приложений, как абсциссы, так что интеграл равен площади участка диаграммы, соответствующего предѣлам s_1 и s_2 . Следовательно, первая задача сводится къ вычисленію ряда площадей. Такъ, для опредѣленія работы движущихъ силъ при переходѣ изъ положенія 0 въ 1 (черт. 1) надо вычислить площади, заштрихованныя косо: густо заштрихованная узенькая площадка представитъ собой работу каждого кв. см. площади поршня високаго давленія, порѣже заштрихованная — низкаго давленія; изъ суммы этихъ работъ надо отнять еще работу, израсходованную въ воздушномъ насосѣ при переходѣ его изъ положенія 0 въ положеніе 1. Для опредѣленія работы, соответствующей переходу изъ 0 въ 2, мы вычислимъ площади, заштрихованныя вертикально, и представляющія работы, произведенныя при переходѣ изъ положенія 1 во 2, и прибавимъ полученную величину къ ранѣе вычисленной (0-1). Само собой разумеется, складывать и вычитать надо не площади, а работы, ибо масштабы индикаторныхъ диаграммъ различныхъ цилиндровъ различные и площади поршней тоже различны. Пусть напримѣръ, площадка (0-1) для цилиндра високаго давленія равна 70 кв. мм. = f_1 ; надо принять во вниманіе, что истинный путь 0-1 въ 5 разъ больше, что 1 мм. ординаты равенъ только $\frac{1}{5} \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$, и что истинная площадь поршня 1134 см², т.е. работа, изображаемая площадью въ f_1 мм² равна $f_1 \cdot 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot 1134 = 1134 \cdot f_1$ кг. мм. = 1,134. f_1 кг. м. = 79,4 кг. м. Работа въ килогр. метр. получается, следовательно, умноженіемъ площадки f мм² на переводный множитель 1,134. Если площадка будетъ измѣрена въ см², то переводный множитель будетъ 113,4. Для вычисленія соответственной площадки диаграммы цилиндра низкаго давленія, примемъ ее за трапецію, получимъ $f_2 = 203$ мм²; опять истинный путь въ 5 разъ больше, 1 мм. = $\frac{1}{16} \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$ и площадь поршня = 2376 см², откуда переводный множитель равенъ 1,188 и искомая работа = 241 кг. м. Наконецъ, для воздушнаго насоса площадка $f_3 = 67$ мм², переводный множитель 0,1508 и

затраченная работа = 10,1 кг.м. Всего, следовательно, при переходе машины из положения 0 в 1 произведено работы 310,3 кг.м. Эту работу можно было бы отложить как ординату в диаграмме работы, черт. 2, взяв за абсциссу произвольные равноотстоящие точки 0,1,2 и т.д., символизирующие положения кривошипов. На участке 1-2 произведена работа $238 + 140 - 18 = 360$ кг.м., а вместе с предыдущей величиной 670,3 кг.м. Продолжая поступать таким образом дальше, составим таблицу или диаграмму (черт. 2) работы движущей силы машины за 1 период, из которой видно, что за один оборот машина производит работу 3648 кг.м. (при 150^{об}/мин. приблизительно 120 л. сил). Если бы не было сопротивлений и машина не была бы снабжена центробежным регулятором, то скорость ее вращения очень сильно возрасла бы. Центробежный регулятор или машинист не должен этого позволить, устанавливая наполнение машины паром так, чтобы работа в течение одного оборота движущей силы равнялась работе сопротивления. Следовательно, в случае установившегося движения машины сумма работ всех сопротивлений, как полезных, так и вредных, должна быть тоже равна 3648 кг.м. за один оборот.

Если машина непосредственно приводит в движение какое-нибудь орудие с переменным сопротивлением, то нужно составить аналогичную таблицу или диаграмму работ сопротивления, для чего достаточно знать индикаторную диаграмму машинного орудия (например, компрессора). Если машина приводит в движение целый завод, то у всех станков ее очень переменным сопротивлением станут особые маховики, чтобы не подвергать передачу действию переменных сил и в таких случаях величина сопротивления, действующего на маховик паровой машины, считается за постоянную. То же самое сопротивление движению источников электрической энергии — динамо-машин и альтернаторов, — предполагается неизменным в течение первого периода. Обозначая величину момента этого сопротивления через α , найдем его работу —

$$- \int Q d\alpha = - Q\alpha,$$

т.е. работа, затрачиваемая на преодоление постоянного сопро-

тивленія, возрастает пропорціонально углу поворота, что на діаграммѣ изобразится прямой линіей, проходящей черезъ точку 0. Такъ какъ конечная точка А этой прямой намъ известна (3648 кг.м.), то діаграмма работы сопротивленія въ этомъ случаѣ есть прямая ОА.

Изъ діаграммы мы видимъ, что кривая работы движущихъ силъ и работы сопротивленій не тождественны; разница между работой движущей силы и сопротивленія, которую мы обозначимъ буквой L и которая достигаетъ максимума въ положеніи 3 ($L_{\text{max}} = 268 \text{ кг.м.}$) обусловливаетъ измѣненіе кинетической энергии машины, что и составляетъ цѣль всего расчета; къ концу періода избытокъ работы поглощается сопротивленіями.

Недостаткомъ построенной на черт. 2 діаграммы всей работы, произведенной движущими силами, и всей работы сопротивленій является мелкость масштаба ($1 \text{ см.} = 400 \text{ кг.м.}$), обусловленная слишкомъ большою величиною всей произведенной въ теченіе 1-го періода работы = 3648 кг.м. Между тѣмъ, какъ отчасти уже выяснено, цѣлью расчета является опредѣленіе разности между работой движущихъ силъ и сопротивленій. Легко построить діаграмму разности этихъ работъ. Для этого мы найдемъ прежде всего работу сопротивленія за $\frac{1}{4}$ оборота (если оборотъ раздѣленъ на n равныхъ частей, то за $\frac{1}{n}$ долю оборота) дѣленіемъ всей работы 3648 кг.м. на 16, и получимъ 228 кг.м. Такимъ образомъ при поворотѣ изъ положенія 0 въ положеніе 1 работа движущихъ силъ = 310,3 кг.м., работа сопротивленій 228 кг.м.; избытокъ работы = 82,3 кг.м. Отложимъ этотъ избытокъ на чертежѣ 3 въ масштабѣ. При переходѣ изъ 0 въ 2 работы движущихъ силъ = 670,3 кг.м., сопротивленій = $2 \times 228 = 456 \text{ кг.м.}$; разность = 214,3 кг.м. Продолжая подобныя вычитанія далѣе, увидимъ, что діаграмма разностей работъ движущихъ силъ и сопротивленій можетъ быть построена самостоятельно безъ исполненія черт. 2, если составлена таблица работъ, при чемъ при одинаковыхъ площадяхъ бумаги масштабъ можетъ быть выбранъ значительно крупнѣе; поэтому построеніе діаграммы разности работъ (черт. 3) слѣдуетъ предпочесть построенію діаграммы полныхъ работъ (черт. 2).

Что произведетъ отмѣченный избытокъ работы? Какъ извест-

но изъ уравненія живыхъ силъ, онъ ускорить движеніе массъ машины, затратится на увеличеніе кинетической энергіи ея частей, и второй нашей задачей будетъ опредѣленіе кинетической энергіи этихъ частей.

Представимъ себѣ для простоты машину вращающуюся совершенно равномерно. Части машины, участвующія въ ея движеніи, можно раздѣлить на двѣ различныя группы: 1) Части, совершающія непрерывное вращательное движеніе (маховое колесо, кривошипъ, валъ и пр.); кинетическая энергія этихъ частей постоянна при равномерномъ вращеніи. 2) Части, совершающія возвратно-перемѣнное движеніе (поршни, шатуны и пр.); кинетическая энергія этихъ частей величина переменная даже при равномерномъ вращеніи, ибо скорость ихъ движенія непрерывно измѣняется.

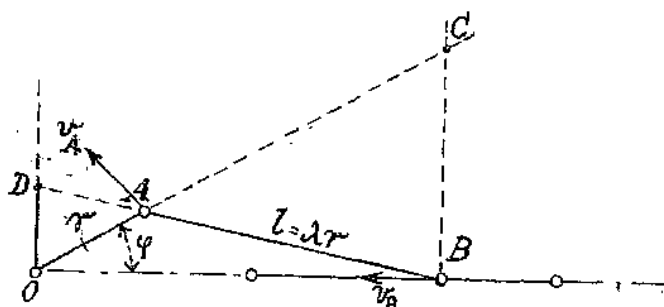
Изъ частей машины, относящихся къ первой группѣ, моментъ инерціи махового колеса намъ неизвѣстенъ (его — то и нужно опредѣлить); моменты инерціи остальныхъ частей этой группы (вала, кривошиповъ и пр.) настолько незначительны по сравненію съ моментомъ инерціи маховика, что ими можно пренебречь.

Изъ частей, относящихся ко второй группѣ наиболѣе значительную величину имѣютъ вѣса поршней. Затѣмъ идутъ шатуны, кинетическую энергію которыхъ можно приближенно принять во вниманіе, представивъ ее себѣ состоящей изъ двухъ слагаемыхъ — постоянной, которою можно пренебречь по сравненію съ энергіей маховика, и переменнѣй, которую можно считать измѣняющеюся по тому же закону, какъ и кинетическая энергія поршня; другими словами, массу шатуна (предполагаемую равномерно распределенною по его длинѣ) можно раздѣлить на двѣ эквивалентныя массы, одну изъ которыхъ надо сосредоточить въ цапфѣ крейцкопфа, а другую въ цапфѣ кривошипа. Аналитическое изслѣдованіе указываетъ, что въ цапфѣ кривошипа слѣдуетъ сосредоточить $\frac{1}{3}$, въ цапфѣ крейцкопфа $\frac{2}{3}$ *) вѣса шатуна. Такимъ образомъ изъ частей, относящихся ко второй группѣ, мы примемъ во вниманіе массу поршня, прибавивъ къ ней $\frac{2}{3}$ массы шатуна; обѣ массы будемъ считать сосредото-

*) См. Прил. на слѣд. страницѣ.

ченными въ цапфѣ крѣйцкопфа В и величину ихъ обозначимъ P_B кгр.

Теперь мы можемъ заняться окончательнымъ рѣшеніемъ второй задачи. Пусть имѣемъ кривошипный механизмъ (фиг. 1). Скорость движенія точки А цапфы криво-



Фиг. 1.

рость движенія точки А цапфы криво-
шина известна:

$$v_A = r \omega = \frac{r \cdot \pi n}{30} \text{ гдѣ}$$

r — радиусъ криво-
шина, ω — его угле-
вая скорость въ се-
кунду, n — число обо-
ротовъ въ минуту.

*) Еще разъ подчеркиваемъ, что это дѣлается лишь какъ пер-
вое приближеніе къ истинѣ и желательное упрощеніе. Обыкновен-
но всю массу шатуна просто пренебрегаютъ. Потрѣбность предп-
оложенія здѣсь приближенія довольно грубая, наибольшая ея вели-
чина, (какъ легко вывести изъ формулъ, приведенныхъ, напримѣръ,
у Lorenz, Dynamik der Kurbelgetriebe, § 10), достигаетъ

$0,131 \frac{G}{2g} r^2 \omega^2$, т. е. около 25% кинетическ. эн. сосредоточива-
емой нами въ цапфѣ кривошина. Полное выраженіе потерьности

$$\frac{2}{3} \frac{G}{2g} r^2 \omega^2 \sin \varphi \sin 2\varphi (0,5 + 0,02 \cos \varphi),$$

если шатунъ въ 5 разъ длиннѣе кривошина.

Проф. Wittenbauer даетъ слѣдующее точное распределеніе
массы шатуна: въ цапфѣ кривошина — $\frac{2}{3}$ въ центр тяжести (по
серединѣ длины) — $\frac{2}{3}$ и въ цапфѣ крѣйцкопфа $\frac{1}{3}$ всей массы шатуна, ес-
ли распределеніе его массы равномерно по длине. Подробности
см. [Zeitschrift für Mathematik und Physik Bd. 50 или Zeit-
schrift des Vereines deutsch. Ingenieure. 1905, N 12, стр.
471.

Последняя статья переведена на русскій языкъ и издана
дросшрой: В и т е н б а у э р ъ, «Графическое опредѣленіе
вѣса махового колеса». Москва 1908 г.

Для опредѣленія скорости цапфы крейцкопфа В, найдемъ мгновенный центръ С, вокругъ котораго въ рассматриваемый моментъ вращается шатунъ; онъ лежитъ на пересѣченіи перпендикуляра ВС къ траекторіи точки В съ продолженіемъ АС кривошипа ОА. Такъ какъ скорости прямо пропорціональны разстояніямъ до оси вращенія, то

$$v_B = v_A \frac{BC}{AC} = v_A \frac{OD}{OA},$$

если точка D лежитъ на пересѣченіи линіи, параллельной ВС, съ продолженіемъ шатуна АВ. Величина кинетической энергіи E массы P_B кгр., сосредоточенной въ В, въ рассматриваемомъ положеніи механизма будетъ опредѣляться формулой

$$E = \frac{P_B}{2g} v_B^2,$$

гдѣ $g = 9,81$ М/сек.²; если скорость v_B измѣрена въ М/сек., то E въ кг.м. Подставимъ вмѣсто v_B выведенное выше соотношеніе, получимъ:

$$E = \frac{P_B}{2g} v_A^2 \left(\frac{OD}{OA} \right)^2$$

Теперь остается построить графически величину E для всѣхъ 16 положеній механизма, причемъ мы будемъ приближенно считать

$$v_A = \text{Const.} = \frac{\pi r n}{30}$$

(наибольшая погрѣшность этого допущенія при наиб. коэф. неравномерности $\delta = \frac{1}{50}$ менѣе 2% и вліяетъ въ сторону увеличенія вѣса маховика. Обозначимъ постоянный множитель буквой E_0

$$E_0 = \frac{P_B}{2g} v_A^2 \text{ кг.м.}$$

и начертимъ окружность радіуса E_0 въ принятомъ масштабѣ работы (400 кг.м. = 1 см.) см. фиг. 2; отъ линіи мертвыхъ точекъ OB' отложимъ уголъ поворота кривошипа φ , опредѣлимъ точку A' . Одновременно вообразимъ себѣ кривошипный механизмъ, вначертаннымъ въ такомъ масштабѣ, чтобы радіусъ криво-

цієнтъ 0,32 - до 0,5 кг/м.см² на площадь поршня въ кв. см. и на длину хода въ м. (данныя Редингера, умноженныя на $\frac{1}{3}$)

Въ нашемъ примѣрѣ ходъ 0,3 м.; коэффициентъ выбираемъ $p = 0,3$ кг/см² для кривошипа I, получимъ вѣсъ $P_B = P_I = 0,3.1134 \approx 340$ кг., для кривошипа II выбираемъ коэффициентъ 0,36 - (паровой поршень и поршень воед. насоса) и $P_{II} = 0,36.2376 \approx 855$ кг.

Кинетическая энергія $E_0 = E_I = \frac{340}{19,62} (0,15 \cdot \pi \cdot 5)^2 = 96,2$ кг.

м. для механизма I-го и

$$E_0 = E_{II} = \frac{855}{19,62} 5.55 = 241,7 \text{ кг.м.}$$

для механизма II-го.

Полученныя выраженія для E_0 настолько малы, что масштабъ 400 кг.м. = 1 см. дастъ слишкомъ маленькія окружности (рад. 2,4 мм. и 6,04 мм.), поэтому мы для перваго механизма возьмемъ масштабъ 40 кг.м. = 1 см. и для втораго - 80 кг. м. = 1 см. съ тѣмъ, чтобы наносить на діаграмму работы въ 10 и въ 5 разъ меньшія величины, а на діаграмму разности работъ: для I механизма вдвое меньшія величины, для II - получаемые отрѣзки. Дальнѣйшія построенія можно было бы произвести на томъ же чертежѣ 1, на которомъ имѣется достаточное мѣсто между траекторіями кривошиповъ и кресткопфовъ и на которомъ уже имѣются точки, опредѣляющія направленіе шатуна. Однако для ясности сдѣланъ отдѣльный чертежъ 4, на которомъ зачерчены круги I и II рад. E_I и E_{II} въ масштабѣ 40 кг. м. и 80 кг.м. = 1 см. Верхнія полуокружности раздѣлены каждая на 8 частей; продѣлывать то же построеніе для нижнихъ полуокружностей нѣтъ смысла, такъ какъ въслѣдствіе симметріи, очевидно, кин. энергія для положенія 15 равна кинет. эн. пол. 1 и т.д., а въ мех. II кин. эн. для положенія 0 равна кин. эн. пол. 8 и т.д. (скорости поршней при этомъ одинаковы и лишь различно направлены). Чтобы выяснитъ себѣ, какимъ образомъ должна быть нанесена въ діаграммѣ работы кинетическая энергія поршней, напомнимъ уравненіе живыхъ силъ для перехода изъ положенія 0 въ I всей машиной:

$$I \cdot \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2g} + \sum P \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g} = \int_0^1 (F - Q) ds = L_1$$

Первый член $I \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2g}$ представляет собой исконое приращение кинетич. энергии махового колеса, момент инерции которого в кг.м² относительно оси вращения обозначен буквой I . Второй член представляет собой изменение кинетической энергии поршней, найденное нами приближенно из предположения постоянства угловой скорости ω . В правой части стоит известная нам разность $L_1 = 82,3$ кг.м. работы сил движущих и сопротивлений. Придавъ ур. видъ:

$$I \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2g} = L_1 + \sum P \frac{v_0^2}{2g} - \sum P \frac{v_1^2}{2g},$$

заключаемъ, что приращение кинетич. энергии маховика равно суммѣ избытка (или недостатка) работы въ положеніи 1 и кинетич. энергии поршня въ положеніи 0 безъ кин. его энер. въ полож. 1. Чтобы графически построить эту величину, лучше всего поступить слѣдующимъ образомъ (фиг. 3): пусть отрѣзокъ АВ представляет собой величину L_1 (или вообще L_1 для положенія +1), отложимъ внизъ отрѣзокъ $K_0 = BC = \sum P \frac{v_0^2}{2g}$ въ томъ же масштабѣ тогда

$$AC = L_1 + \sum P \frac{v_0^2}{2g}.$$

Послѣ этого остается отложить отъ точки С вверхъ отрѣзокъ $CD = K_1 = \sum P \frac{v_1^2}{2g}$, определяемый построениемъ на черт. 4, тогда:

$$AD = I \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2g} = H$$

Подобное построение надо продолжать для всѣхъ 16 положеній. Его можно еще упростить, проведя через С линію, параллельную линіи работы сопротивленій. Для этого на черт. 2 и 4 отложимъ внизъ отъ точекъ О и А величину $K_0 = E_{II} = 241,7$ кг.м. соединивъ точки C_0C_1 прямою, будемъ откладывать величины кин. энер. поршней K_1 вверхъ отъ этой линіи. Получимъ вторую кривую линію, которая въ нашемъ примѣрѣ на всемъ своемъ протяженіи расположена подъ кривой работы движущихъ силъ (H все время положительно); это значитъ, что въ принятый нами начальный моментъ 0 угловая скорость махи-

ны ω случайно имѣла наименьшую свою величину ω_0 . Въ другихъ случаяхъ эта кривая можетъ переойти кривую работы движ. силъ, такъ что въ тѣхъ участкахъ, гдѣ кривая кин. энергіи лежитъ выше кривой работы, H отрицательно и угловая скорость меньше чѣмъ ω_0 (недостатокъ работы движ. силъ).

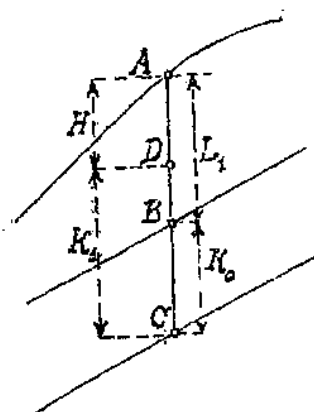


Fig. 3.

Теперь остается найти наибольшій избытокъ H_{\max} и наибольшій недостатокъ H_{\min} работы, т.е. тѣ моменты, въ которые положительные и отрицательные H имѣютъ наибольшія значенія. Напишемъ для этихъ двухъ моментовъ ур. жив. силъ:

$$I \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_0^2}{2g} = H_{\max}$$

$$I \frac{\omega_0^2 - \omega_{\min}^2}{2g} = |H_{\min}|$$

сложивъ оба уравненія, получимъ:

$$I \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2g} = H_{\max} + |H_{\min}| = H_m$$

гдѣ H_m — обозначаетъ сумму абсолютныхъ величинъ H_{\max} и H_{\min} . Теперь уже легко найти требуемый моментъ инерціи махового колеса, принявъ во вниманіе, что

$$\frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2} = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_0} \cdot \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \cdot \omega_0 = \delta \omega_0^2,$$

$$I = \frac{H_m g}{\delta \omega_0^2} = \frac{G R^2}{0,9},$$

гдѣ $\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_0}$ требуемый коэффициентъ неравномерности.

"ГРАФИЧЕСКІЕ МЕТОДЫ ОПРЕДѢЛЕНІЯ МОМЕНТА ИНЕРЦІИ МАХОВИКОВЪ".

Преп. Л. В. АССУРЪ и К. Э. РЕРИХЪ.

Издание Студ. Кассы Взаимопомощи при СЛБ. Политехн. Института.

Типо-литографія Н. Трофимова. Нехайская 3.

Л. 5.

отн, $\omega_c = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}$ - средняя угловая скорость машины,

G - вѣсъ обода маховика въ кг., R - его нар. радіусъ въ метр.
а $0,9$ - практический коэффициентъ, діленіемъ на который при
ближенно принимается во вниманіе масса ручекъ маховика.

Въ нашемъ примѣрѣ $H_{\max} = 870$ кг.м. (въ полож. 4); $H_{\min} =$

$$= 0, \quad \omega_c = \frac{\pi n}{30} = 15,7 \text{ сек}^{-1}; \text{ изъ формулы:}$$

$$G = 0,9 \frac{H_m g}{\delta R^2 \omega_c^2} = 8,83 \frac{H_m}{\delta R^2 \omega_c^2}$$

найдемъ, если $R = 1$ м. и $\delta = 0,01$, $G = 1300$ кгр.

Послѣ этого остается только подобрать подходящей величинѣ сѣченіе обода.

Однако мы еще остановимся на построеніи кривой угловыхъ скоростей. Изъ уравненія

$$\omega_1^2 - \omega_c^2 = \frac{2g H_1}{I} = \frac{2g \cdot 0,9 H_1}{G R^2}$$

явно, что на основаніи имѣющихся величинъ H_1 легко вычислить ω_1 для любого положенія i машины, принявъ приближенно

$$\omega_0 = \omega_c = \frac{\pi n}{30}; \text{ ибо средняя угловая скорость машины не есть}$$

величина строго постоянная и точно заданная; она зависитъ отъ положенія муфты регулятора и имѣняется въ предѣлахъ до $\pm 4\%$, смотря по нагрузкѣ машины. Необходимо замѣтить, что вычисленіе должно быть произведено съ чрезвычайной точностью, ибо разница $\omega_{\max} - \omega_{\min}$ не превосходитъ иногда 1% средней угловой скорости.

Для техническихъ потребностей вполне достаточно слѣдующій приближенный графическій методъ построенія кривой угловыхъ скоростей. Изъ предыдущаго уравненія имѣемъ:

$$\omega_i = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha H_i}, \text{ гдѣ } \alpha = \frac{8,83}{G R^2} \frac{1}{\text{кг.м.сек}^2}$$

очень маленькая дробь. Раскрывая въ строку корень Ньютона и отбрасывая члены, содержащіе α^2 и высшія степени, получимъ:

$$\omega_i = \omega_0 + \frac{\alpha}{\omega_0} H_i$$

Откуда получается очень важное следствие: *разности ординат кривой работы движ. сил и кривой кинет. энергии приблизительно пропорциональны изменению угловой скорости*, такъ что отложивъ H_1 отъ оси абсцисс, получимъ кривую угловыхъ скоростей машины. Остается только опредѣлить масштабъ этой кривой. Одинъ сантиметръ диаграммы работы = 400 кг.м., можно принять приблизительно $\omega_0 = 15,7 \text{ сек}^{-1}$, следовательно,

$$\omega' = \omega_0 + 1 \text{ см.} = \omega_0 + \frac{8,83.400}{15,7.1300,1} = \omega_0 + 0,178 \frac{1}{\text{сек}},$$

т.е. 1 см. = $0,178 \text{ сек}^{-1}$, а начальная точка кривой угловой скорости лежитъ на 88,3 см. ниже оси абсциссъ диаграммы работы. Откуда ясна безцѣльность попытокъ построить точно кривую скоростей — относительныя измѣненія скоростей слишкомъ незначительны.

Обычно важны не абсолютныя, а относительныя величины измѣненія скорости. Ихъ тоже легко опредѣлить; для этого вынесемъ за скобки ω_0 :

$$\omega_{1*} = \omega_0 \left(1 + \frac{x}{\omega_0^2} H_1\right) = \omega_0 \left(1 + \delta \cdot \frac{H_1}{H_D}\right)$$

Кривая остается та же, мѣняется только масштабъ; высота въ 1 см. эквивалентна при этомъ измѣненію скорости на

$$\frac{8,83.400}{(15,7)^2 1300} = 0,0133, \text{ долю,}$$

или на 1,33%.

По кривой угловыхъ скоростей легко вычертить приближенно и кривую угловыхъ перемѣненій, представляющую собою ничто иное, какъ интегральную кривую:

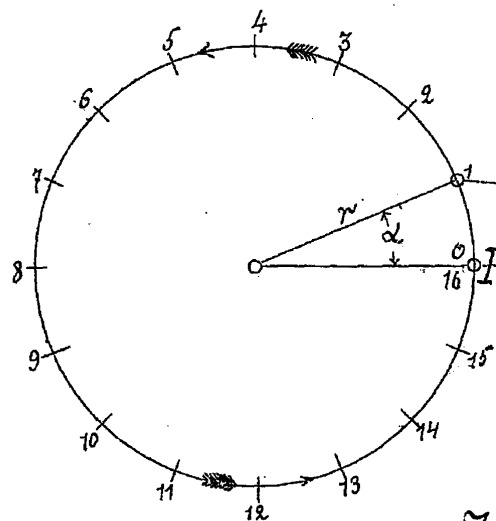
$$\varphi_1 = \int_0^1 \omega \, dt,$$

т.е. кривую нарастанія площадей, ограниченныхъ диаграммою угловыхъ скоростей.

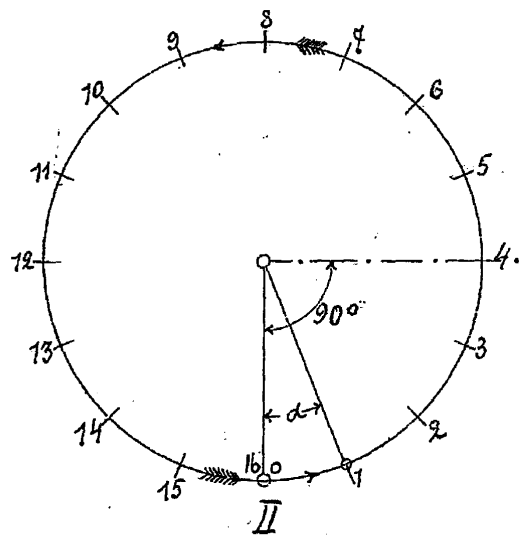
Работы кривошипов $\frac{1}{5}$ н.в.

Ход порш. $S = 2r = 30$ см.

150 обор./мин.



Чертеж 1.



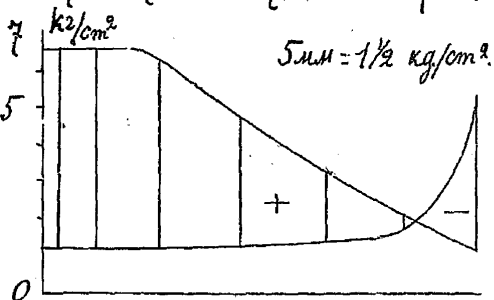
10 мм = 1 кг/см^2

Индикат.
диаграм.
цилиндра
низкого
давления
Диаметр
поршня

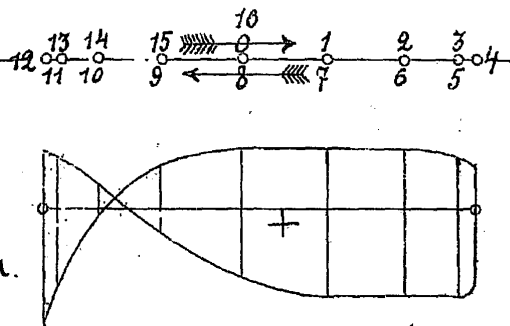
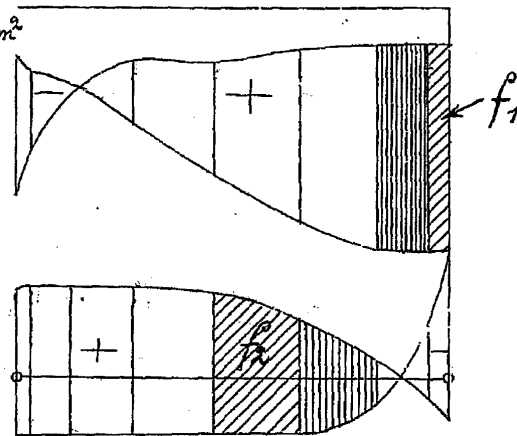
$D_2 = 55$ см.

Ход 30 см.

Индикаторная диаграмма ц-а
высокого давления $D_1 = 38$ см.



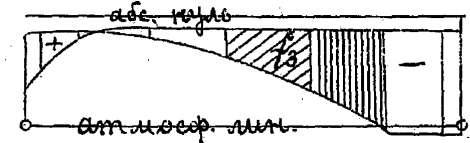
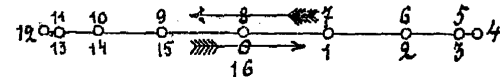
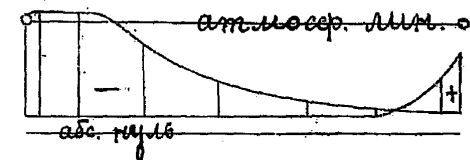
5 мм = 1 кг/см^2



10 мм = 1 кг/см^2

Индик.
диамр. воздушн. насоса $D_3 = 24$ см.

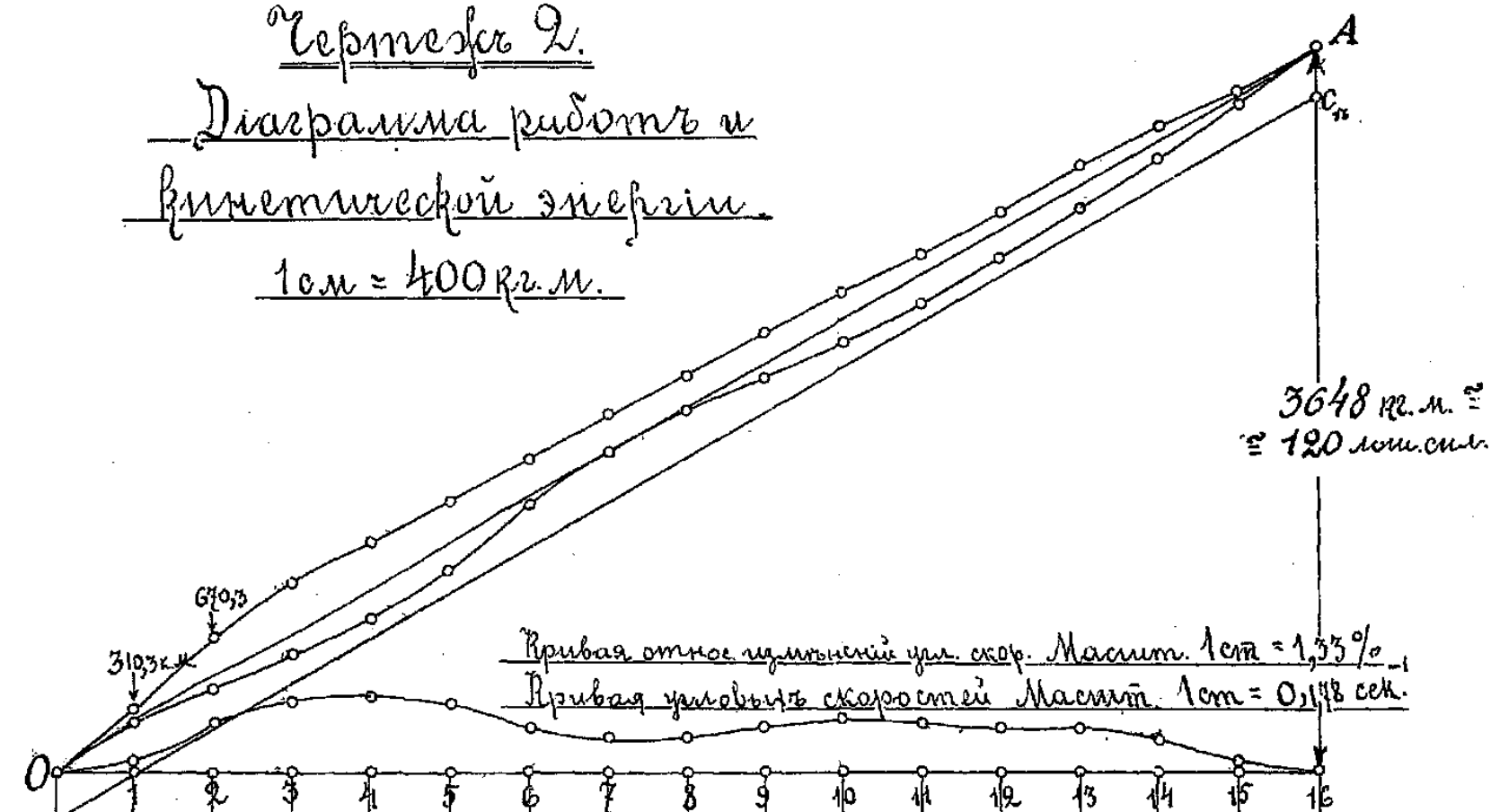
15 мм = 1 кг/см^2



Чертеж 2.

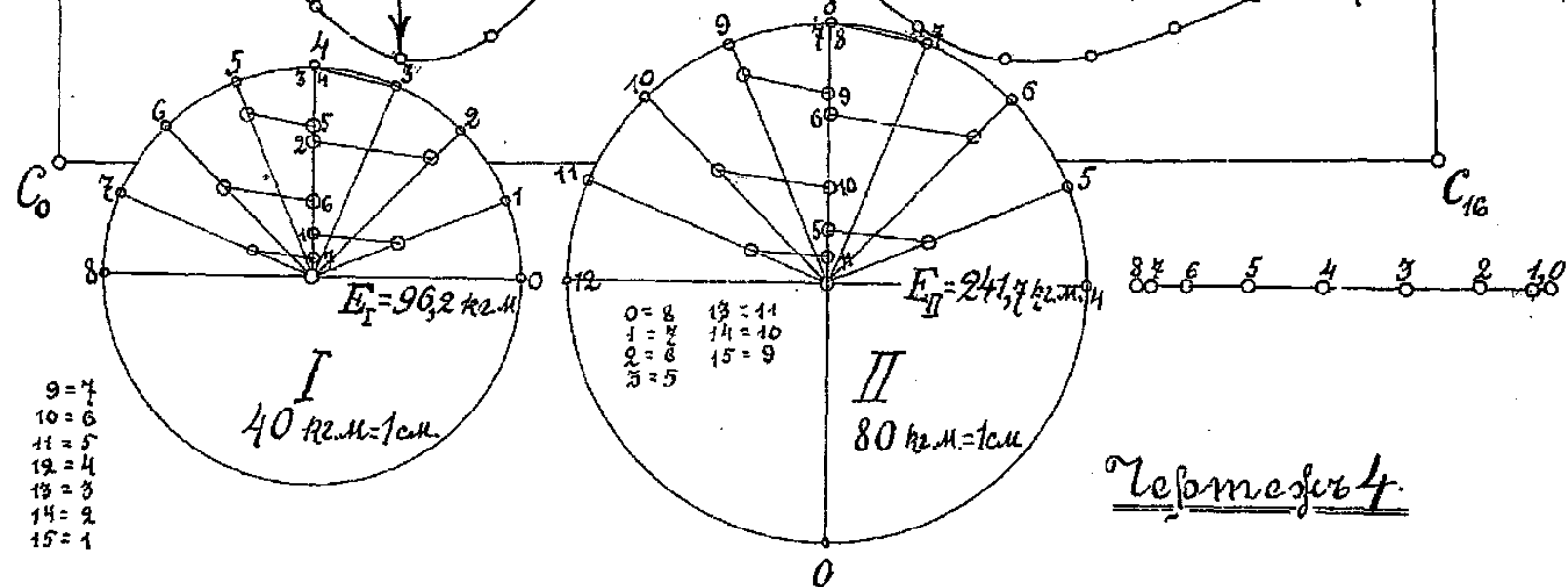
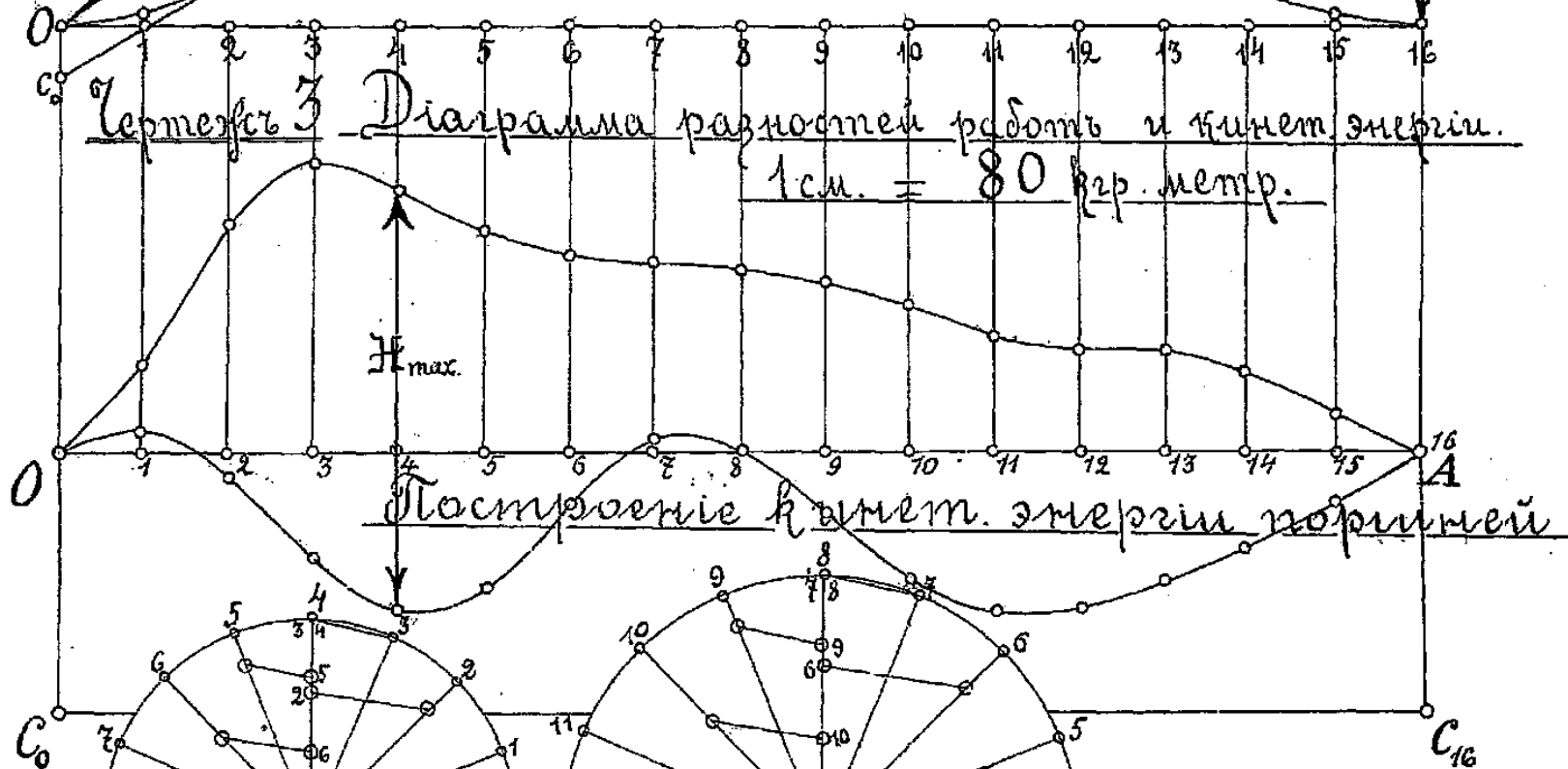
Диаграмма работы и кинетической энергии

1 см = 400 кг.м.



Чертеж 3 Диаграмма разностей работы и кинет. энергии.

1 см. = 80 кг. метр.



Чертеж 4.