

Л. Левенъ
1918

Издание Кассы Взаимопомощи Студентовъ СПБ. Политехническаго Института
Императора Петра Великаго.

Л. В. Ассуръ и К. Э. Рерихъ.

Графическіе методы
определѣнія момента инерціи
МАХОВИКОВЪ.

Издание II.

С.-Петербургъ.

Типо-Литографія И. Трофимова. Можайская ул.. д. № 3.

1913.

МЕТОДЪ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВИКА СЪ ПОМОЩЬЮ ДИАГРАММЪ ВРАЩАЮЩИХЪ МОМЕНТОВЪ.

I. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ РАСЧЕТА.

Маховикъ представляетъ изъ себя тяжелое тѣло, заклинившее на валу такъ, что ось послѣдняго является главной осью инерціи маховика. Маховиками снабжаются валы, подверженные дѣйствію некоторыхъ переменныхъ силъ, если требуется, чтобы скорость ихъ вращенія колебалась лишь въ определенныхъ узкихъ предѣлахъ. Сумму моментовъ этихъ силъ въ каждый моментъ времени будемъ обозначать черезъ M . Весьма часто оказывается удобнымъ разбивать дѣйствующія силы на двѣ главныя группы изъ которыхъ одну, зависящую отъ дѣйствія тѣла, приводящаго машину въ движение (пара, вспривчатой смыси и т. п.) будемъ называть силами дѣвигающими, другія, на преодолѣніе которыхъ тратится работа машины, — силами сопротивленія; моментъ первыхъ будемъ называть M_d , моментъ вторыхъ M_c , привыкая именовать соответствующіе алгебраическіе знаки, при чёмъ положительный знакъ соответствуетъ моменту, дѣйствующему въ сторону вращенія вала. Поэтому, въ общемъ видѣ, мы напишемъ:

$$M = M_{\rho} + M_{g} + \dots \quad (1).$$

“ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА ИНВАРИАНТА НАХОВИКОВЪ”.
Преп. А. В. АОСУРЪ и К. Ф. РЕРИХЪ.
Недавніе Студ. Кассы Взаимопомощи при СНБ, Политехн. Институтъ.
Типо-Литографія Н. Трофимова. СНБ. Мокайская, 8. — 1.

Не слѣдуетъ думать, что здѣсь M_0 всегда будетъ входить съ положительнымъ, а M_c непремѣнно съ отрицательнымъ знакомъ. Въ рабочихъ цилиндрахъ машинъ, дѣйствующихъ паромъ или газомъ, имѣются, напримѣръ, періоды, когда рабочее тѣло подвергается сжатію, на которое должна быть затрачена некоторая энергія, въ теченіе такого періода сжатія M_0 будетъ отрицательно. Если бы машина приводила въ движение насосъ простого дѣйствія, берущій горячую воду изъ лежащаго выше его бака, то поступая въ определенные періоды времени въ насосъ подъ давлениемъ, вода толкала бы передъ себѣ поршень насоса, содѣйствуя вращенію машины; M_c было бы положительно. И такъ, слѣдуетъ помнить, что раздѣленіе всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на маховикъ, на силы двигающія и на сопротивленія, до известной степени, условно, и поэтому слѣдуетъ обращать вниманіе на знаки соответствующихъ моментовъ.

Какъ бы тяжелъ маховикъ ни былъ, вполнѣ равномѣрнаго вращенія вала достичнутъ съ помощью маховика нельзѧ. Въ самонь дѣлѣ, обозначая угловое ускореніе послѣдняго че-
резъ $\ddot{\theta}$, моментъ инерціи черезъ I , пишемъ известное для вращающагося около неподвижной оси твердаго тѣла соотноше-
ніе*):

$$M = I \otimes \dots \otimes M \otimes \dots \quad (2)$$

При равномѣрномъ вращеніи $\dot{\omega}$ постоянно равно нулю; но тогда M постоянно должно равняться нулю, т.е. въ каждый моментъ времени моментъ дѣйствующихъ силъ долженъ быть равенъ по величинѣ и противоположенъ по знаку момента силъ сопротивленія. Но при M , равномъ нулю, $\dot{\omega} = 0$ даже при маломъ I , т.е. находиться въ этомъ случаѣ не вужентъ.

Итакъ, если маховикъ вообще нуженъ и полезенъ, то все же ожидать вполнѣ равнотриваго вращенія, даже при тяжеломъ маховикѣ нельзя; отъ машины, снабженной маховикомъ можно лишь требовать, чтобы колебанія ее угловой скорости ограничивались определенными, задаваемыми условіями работы машины, предъложенными.

^{*)} Курсъ Теор. Механ. проф. И. В. Нещерского, ч. II Кинематическая система гл. У: законъ возможнаго.

Мы условимся говорить о постоянныхъ условияхъ работы машины, если какъ M_0 такъ и M_c , будуть періодическими функциями угла поворота Φ маховика, отсчитываемаго отъ некотораго произвольно заданнаго начальнаго положенія. Это значитъ, что M_0 и M_c , будучи, вообще говоря, переменными, пріобрѣтаютъ всерда одни и тѣ же, значенія послѣ поворота маховика изъ любаго заданнаго положенія на опредѣленный уголъ (обычно въ 180° , 360° или 720°), другими словами, что игра какъ движущихъ силъ такъ и силь сопротивленія, во вторяется періодически черезъ опредѣленное число оборотовъ машины. Эти періоды могутъ быть различны для M_0 и M_c ; поэтому, говоря въ дальнѣйшемъ о періодѣ, мы будемъ разумѣть періодъ для моментовъ M , который есть наименьшее, кратное первыхъ двухъ.

Если въ началѣ и концѣ каждого періода маховикъ будетъ имѣть одну и ту же величину угловой скорости, то мы говоримъ, что машина движется съ установившейся угловой скоростью или съ установленшимся числомъ оборотовъ*). Въ са-
момъ дѣлѣ, если въ началѣ каждого періода скорости всѣхъ точекъ машины одни и тѣ же, и дѣйствіе силь въ теченіе каж-
даго періода одно и то же, то все движеніе машины черезъ періодъ повторяется тождественно, и всѣ періоды будуть
одинаковой продолжительности. Зная продолжительность одного періода и число оборотовъ машины въ теченіе одного періода, можно опредѣлить среднюю про-
должительность одного оборота машины или среднее, число обо-

*). Практически постоянныя условия работы предполагаютъ движение съ установленшимся числомъ оборотовъ, такъ какъ моментъ силы M всегда зависитъ отъ скорости вращенія и же-
какъ быть періодической функцией угла Φ только тогда, когда угловая скорость вращенія есть періодическая функция Φ . Но теоретически можно себѣ представить, что при постоян-
ныхъ условияхъ работы, угловая скорость увеличивается или уменьшается на определенную постоянную величину по измене-
нію каждого періода, если только моментъ M не за-
виситъ отъ скорости. Въ виду этого можно различать
или оба понятия.

ротить в машину въ минуту, а затѣмъ опредѣлить и среднюю угловую скорость ω_c машины по известной формулы

$$\omega_c = \frac{\pi n}{30} \dots \dots \dots (3).$$

Опредѣленная по формуле (3) угловая скорость машины отличается отъ ея истинной угловой скорости, которая есть величина переменная; ω_c есть такая постоянная угловая скорость, при которой машина совершила бы число оборотовъ, соотвѣтствующее періоду, въ то же самое время, въ какое она въхъ совершаеть въ действительности при переменной угловой скорости.

Расчетъ маховика будеть намъ производиться для случая установившейся работы машины, при установившемся числе оборотовъ. Если эти условія не соблюдены, то на угловую скорость машины кроме маховика вліяетъ еще регуляторъ; задача получается значительно болѣе сложная и разсматривается въ специальномъ курсѣ регулированія машинъ. Во многихъ случаяхъ маховикъ расчитанный, исходя изъ послѣднихъ соображеній, получится тяжелѣе, чѣмъ для случая установившагося числа оборотовъ машины, въ особенности для машинъ, работающихъ на электрическое освѣщеніе; но во всѣхъ случаяхъ, гдѣ проектируется маховикъ, приходится принимать во вниженіе вѣтъ, и другія условія работы машины и воспользоваться тѣмъ расчетомъ, который даетъ маховикъ болѣе тяжелый.

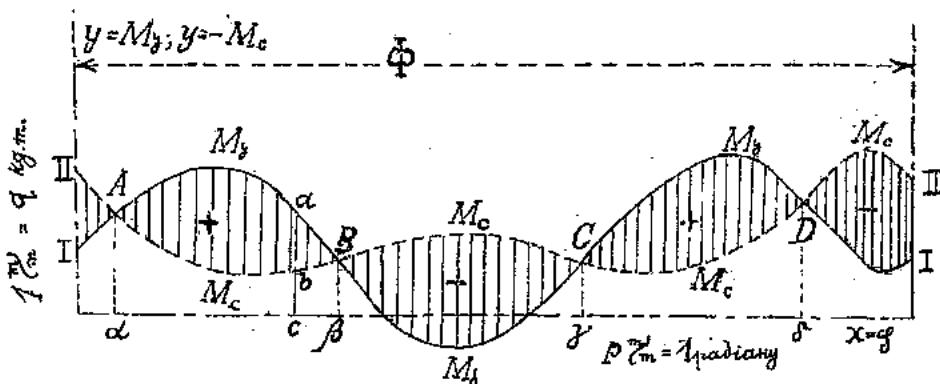
Если наибольшую угловую скорость въ теченіе періода назовемъ ω_{\max} , наименьшую — ω_{\min} , среднюю — ω_c , то степень неравномѣрности маховика называется величина

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c} \dots \dots \dots (4).$$

Этой величиной задаются при расчетѣ маховика, а именно: Для машинъ работ. за освѣщеніе $\delta = 0,003 \dots 0,01$ или $\frac{1}{1000} \dots 1\%$.

Для прядильн. и писчебум. маш. $\delta = 0,007 \dots 0,012$ или $0,7\%$ до $1,2\%$
 " механич. мастерск. и зав. $\delta = 0,012 \dots 0,018$ " $1,2\%$ до $1,8\%$
 " насос. воздуходув. и т. п. $\delta = 0,02 \dots 0,05$ " 2% до 5% .

Расчетъ вѣса маховика можетъ быть произведенъ съ помощью нижеслѣдующей діаграммы. Будемъ откладывать по оси абсциссъ углы ϕ поворота маховика, а по ординатамъ вверхъ



Фиг. 1.

положительныя величины M_d ; получимъ кривую I. Затѣмъ по строимъ кривую II откладывая по абсциссамъ отрицательныя значения M_c вверхъ, а положительныя внизъ. Замѣтить, что $ac = M_d$, $bc = -M_c$, имѣемъ $ab = ac - bc = M_d + M_c = M$, т.е. отрѣзки ординатъ между двумя кривыми равны моментамъ M . При этомъ $M > 0$, если кривая M_d идетъ выше M_c (участки AB и CD) и $M < 0$, если кривая M_d идетъ ниже M_c (участки BC и DA)*).

Не трудно замѣтить, что площадь, заключенная между каждой изъ кривыхъ, осью абсциссъ и крайними ординатами, а также площади, заключенные между обѣими кривыми, предста- вляютъ иѣхторыя работы. Дѣло въ томъ, что элементарная работа силъ, приложенныхъ къ тѣлу, вращающемуся около неподвижной оси, выражается произведениемъ изъ момента этихъ сил,

*.) Кривая симметрическая на проявленіи одного периода ужъ такъ даже идетъ по зеркалу одной и той же картины. Поэтому площадка IIIA должна считаться продолженіемъ пло- щадки DII.

на безкогично малый уголъ поворота*). Поэтому, для безкогично малаго угла поворота, работа всей системы силъ, приложенныхъ къ маховику будеть:

$$M d\Phi = (M_\theta + M_c) d\Phi = M_\theta d\Phi + M_c d\Phi, \dots \dots \dots (5).$$

Для движенія съ установившимся числомъ оборотовъ живая сила маховика, выражаясь для тѣла, вращающагося около оси, формулой:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2. \dots \dots \dots (6).$$

должна быть одна и та же въ началѣ и концѣ періода, такъ какъ моментъ инерціи I маховика постоянъ, а ω , согласно определенію, одно и то же въ началѣ каждого періода. Такъ какъ приращеніе живой силы за періодъ равно нулю, то работ-

*) чтобы получить моментъ силы R_1 относительно оси, нужно спроектировать эту силу на плоскость, перпендикулярную оси и взять моментъ проекции R_1 этой силы относительно точки O , въ которой указанная плоскость пересѣкаетъ ось. При-

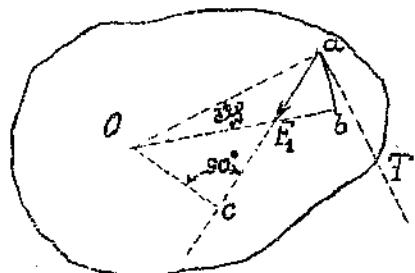
нимая эту плоскость за плоскость чертежа (фиг. 2), мы напишемъ для элементарной работы силы R_1 (Кур. Теор. Мех. проф. Н. В. Нечерская ч. I):

$$dR = R_1 ds \cos(R_1, ds).$$

Въ нашемъ случаѣ ds есть дуга круга ab при чмѣ $ds = Oa \cdot d\Phi$, $\angle(R_1, ds) = \angle(R_1, T)$, где T касательная къ окружности: след.

$$dR = R_1 Oa \cdot \cos(R_1, T) d\Phi = R_1 Oa \cdot \sin(\angle Oac) d\Phi = R_1 Oa \cdot d\Phi = M d\Phi.$$

Такъ какъ для суммы силъ работы складываются алгебраически, моменты, въ случаѣ вращенія около неподвижной оси, тоже алгебраически, то сказанное распространяется и на моментъ системы силъ.



Фиг. 2.

та системы силь, приложенных къ маковику, тоже должна равняться нулю, при углѣ поворота Φ , соответствующемъ періоду. Величина этой работы за конечный уголъ поворота Φ , на основаніи (5), будеть:

$$\int_0^\Phi M d\Phi = \int_0^\Phi (M_\delta + M_C) d\Phi = \int_0^\Phi M_\delta d\Phi + \int_0^\Phi M_C d\Phi = 0 \dots \dots (7).$$

При течении кривой II, какъ на фиг. 1, M_C все время будетъ входить съ отрицательнымъ знакомъ. Соотношеніе,

$$\int_0^\Phi M_\delta d\Phi + \int_0^\Phi M_C d\Phi = 0 \dots \dots \dots \dots (8).$$

показываетъ, что работа силь движущихъ за періодъ по абсолютной величинѣ равна работе силь сопротивленій, но противоположна ей по знаку, или геометрически, что площадь, заключенная между кривой I осью абсциссъ и крайними ординатами, равна по абсолютной величинѣ площади, заключенной между кривой II осью абсциссъ и тѣми же ординатами.

Обозначимъ черезъ А, В, С, и D точки пересѣченія кривыхъ I и II, черезъ α , β , γ , δ какъ проекціи этихъ точекъ на ось абсциссъ, такъ и величину ихъ абсциссъ, тогда соотношеніе

$$\int_0^\Phi (M_\delta + M_C) d\Phi = 0$$

можетъ представить въ видѣ

$$\int_0^\alpha (M_\delta + M_C) d\Phi + \int_\alpha^\beta (M_\delta + M_C) d\Phi + \int_\beta^\gamma (M_\delta + M_C) d\Phi + \\ + \int_\gamma^\delta (M_\delta + M_C) d\Phi + \int_\delta^\Phi (M_\delta + M_C) d\Phi = 0.$$

Такъ какъ $(M_\delta + M_C)$ будутъ отрѣзки ординатъ между кривыми I и II, то эти интегралы будутъ представлять показанныя штрихованной на фиг. 1 площадки, заключенная между кривыми M_C и M_δ и ограниченная ординатами, соответствующими точкамъ пересѣченія кривыхъ. Соединяя, на основаніи примѣчанія къ стр. 8, въ одно цѣлое первый и послѣдній изъ интеграловъ, мы напишемъ геометрическое значеніе суммы ин-

теграловъ (фиг. 1) въ видѣ:

$$\text{площ. } AB + \text{площ. } BC + \text{площ. } CD + \text{площ. } DA = 0, \dots, (9)$$

т.е. алгебраическая сумма площадей, заключенныхъ между кривыми M_0 и M_c въ случаѣ движенія съ установившимся числомъ оборотовъ равна нулю. Правило знаковъ для площадокъ достаточно уясняется на фиг. 1.

Допустимъ, что углу поворота $\Phi = \alpha$, или точкѣ А обѣихъ кривыхъ, соответствуетъ живая сила E_α маховика. Если бы при дальнѣйшемъ вращеніи маховика моментъ силъ двигающихъ по абсолютной величинѣ равнялся бы все время моменту силъ сопротивленій, то силы действующія на маховикъ продолжали бы оставаться уравновѣшенными, и маховикъ врачался бы равномѣрно по инерціи. Но мы замѣчаемъ, что вплоть до абсолютнаго $\Phi = \theta$ кривая M_0 идетъ выше кривой M_c , и поэтому остается избытокъ положительнаго момента, ускоряющаго движеніе маховика. Угловая скорость маховика будетъ увеличиваться на участкѣ ab .

Легко опредѣлить живую силу E_B маховика для ординаты $B\theta$, а затѣмъ съ помощью соотношенія (6) и угловую его скорость. Въ самомъ дѣлѣ, площадь αAM_cB представляетъ работу силъ сопротивленій, а площадь $\alpha AM_0B\theta$ работу силъ двигающихъ; разность этихъ площадей есть заштрихованная площ. AB , представляющая, следовательно, работу, обращенную въ живую силу маховика. Подразумѣвая подъ словами "площ. AB " работу, изображаемую этой площадью, и принявъ указанная разсужденія ко всѣмъ дальнѣйшимъ площадкамъ, входящимъ въ еествошенія (9) напишемъ:

$$E_B = E_\alpha + \text{площ. } AB$$

$$E_Y = E_\alpha + \text{площ. } AB + \text{площ. } BC$$

(10)

$$E_D = E_\alpha + \text{площ. } AB + \text{площ. } BC + \text{площ. } CD$$

$$E_\alpha = E_\alpha + \text{площ. } AB + \text{площ. } BC + \text{площ. } CD + \text{площ. } DA$$

Послѣднее соотношеніе служитъ проверкой, вместо (9).

Опредѣливъ численное значеніе правыхъ частей соотношеній (10), за исключеніемъ E_α , которое вноскольствіи исключится, легко опредѣлить въ какомъ положеніи маховикъ въ

течение периода будетъ имѣть наибольшую силу E_{\max} и въ какомъ наименьшую E_{\min} . Обращаясь къ фиг. 1 замѣчаемъ, что отъ B до Y живая сила маховика убываетъ, отъ Y до B возрастаетъ; следовательно, она имѣетъ минимумъ для ординаты C_Y . Но этотъ минимумъ не единственный и съ помощью такихъ же разсужденій можно показать, что минимумъ живой силы соответствуетъ ординатѣ $A\alpha$. Намъ важно знать абсолютный минимумъ за периодъ, и потому изъ этихъ двухъ минимумовъ мы выбираемъ, пользуясь соотношеніемъ (10), тѣтъ, который даетъ меньшую живую силу. Допустимъ, что

$$E_{\min} = E_Y.$$

Точно такъ же убѣждаемъ, что живая сила будетъ максимумъ для ординатъ $B\beta$ и $D\delta$ и выбираемъ абсолютный максимумъ; допустимъ:

$$E_{\max} = E_B.$$

Тогда наибольшее изменение живой силы въ теченіе периода въ силу (10):

$$E_{\max} - E_{\min} = E_B - E_Y = - \text{площ. } BC^* \dots \dots \dots (11)$$

Если примемъ во вниманіе (6), то:

$$\begin{aligned} E_{\max} - E_{\min} &= \frac{1}{2} I (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = \\ &= I (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

Въ тѣхъ случаяхъ, когда степень неравномѣрности мала въ величинахъ, ω_{\max} и ω_{\min} мало отличаются отъ ω_c , поэтому въ членѣ содержащемъ ихъ сумму, можно замѣнить какъ ω_{\max} , такъ

) Такъ какъ площ. BC отрицательна, то результатъ получится съ положительнымъ знакомъ. Не слѣдуетъ думать, что $E_{\max} - E_{\min}$ всегда выражается величиной одной только площадки. Если периоду соотвѣтствуетъ болѣе четырехъ точекъ неравнѣнія кривыхъ M_d и M_c , то можетъ возникнуть алгебраическая сумма несколькиихъ площадокъ. Приведенная нами живая сила E_B (10) при вычитаніи всегда сохранится.

и ω_{\min} величиной ω_c , при чём относительная ошибка, или ошибка в процентном отношении ко всей величине, будет малая. Подобной замыслу, конечно, нельзя произвести въ разности $\omega_{\max} - \omega_{\min}$, которая сама есть очень малая величина, и по этому въ процентномъ отношении измѣнилась бы сильно и, какъ легко видѣть, обратилась бы въ нуль при такой замыслу. Сдѣлавъ указанную замыслу и раздѣливъ затѣмъ правую часть на ω_c , получимъ:

$$\frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c} = I \frac{\omega^2}{\omega_c^2}.$$

Привиняя во вниманіе (4) и опредѣляя I, находимъ:

$$I = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{0, \omega_c^2} \quad . . . (13) .$$

Соотношеніе (13) представляетъ основную формулу для опредѣлія момента инерціи маховиковъ. Отъ нея переходить обычно къ опредѣленію вѣса обода маховика, причемъ для предварительного подсчета представляютъ себѣ массу обода распределенной по поверхности кругового цилиндра радиуса R, ось котораго совпадаетъ съ осью вращенія машины. Обозначая вѣсъ обода черезъ Q, ускореніе силы тяжести черезъ g, имеемъ:

$$I = \frac{Q}{g} R^2,$$

*) По поводу этой формулы часто возникаютъ сомнѣнія; въ какихъ единицахъ выражены можентъ инерціи: известно, что разность его равна произведению разнѣрностей единицъ массы и квадрата линейной единицы. Но за исключеніемъ системы CGS, для техники неудобной, либо сила, либо масса выражаются въ линейныхъ наименованій единицахъ. Если въ предыдущемъ за единицу работы считалася килограммометръ и, следовательно, за единицу силы килоньюнъ, то за единицу массы нужно принять такую массу, которая вѣсить $\beta = 9,81$ кг. Т. к., эта единица массы не имеетъ установленного наименованія, то это будемъ именовать килото и для единицъ, съ которыми выражено положеніе инер-

и подставляя въ (13):

$$Q = \frac{(E_{\max} - E_{\min})g}{\delta R^2 \omega_c^2} = \frac{(E_{\max} - E_{\min})g}{\delta v^2} \quad \dots \dots (14),$$

где v средняя скорость на окружности маxовика.

Этими предварительными подсчетами при проектировании маховика пользуются следующим образом. Расчитывая на момент инерции слиць и втулки маховика, проектируют ободья всколько легче, принимая весь его равным $0,9Q$. Обозначая через F площади сечений обода маховика плоскостями, проходящими через его ось, принимают за K расстояние центра тяжести этих площадей от оси вращения (фиг. 3). Считая толщину обода δ малой сравнительно с K , обозначая через Y весь кубический единицы металла обода, можно написать

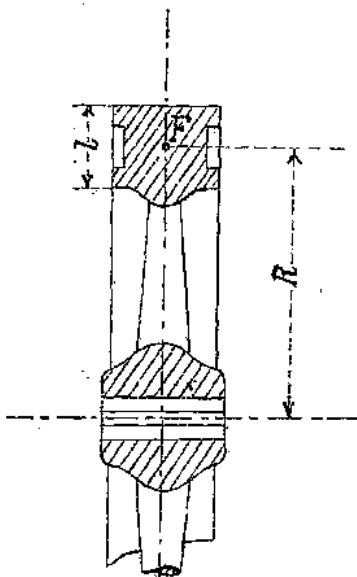
$$0.99 = 2\pi R_F Y_{\text{min}} \quad \dots \quad (15)$$

откуда определятся F . Затемъ проектируютъ маховикъ исходя изъ расчетовъ на прочность его и конструктивныхъ соображеній и проверяютъ его моментъ инерціи, пользуясь чертежомъ маховика*). Если окажется нужнымъ, то изменяютъ толщину обода въ желательномъ направлении. Обычно моментъ инерціи выходит при указанномъ методѣ расчета съ небольшимъ запасомъ и изменять вводить не приходится; въсъ маховика получается замѣтно больше, чѣмъ по формулу (14), такъ какъ моментъ инерціи втулки и обода приблизительно равенъ 0,1 момента инерціи всего маховика, но массы ихъ ближе къ оси, чѣмъ массы обода, а потому въсъ ихъ больше 0,1Q.

Примечание. Мы уже говорили, что въ формулахъ (11), определяющихъ E_{\max} — E_{\min} подъ "плот. ВС" слѣдуетъ понимать работу, этой площадью изображенной. Чтобы перечислить единицы

что въ Q (14) получится въ нашихъ единицахъ сила

^{*)} О графическом определении жесткости изгибаемого по кривой ст. свинца проф. Левицкого в журнале Civilingenieur за 1879 г. стр. 527.



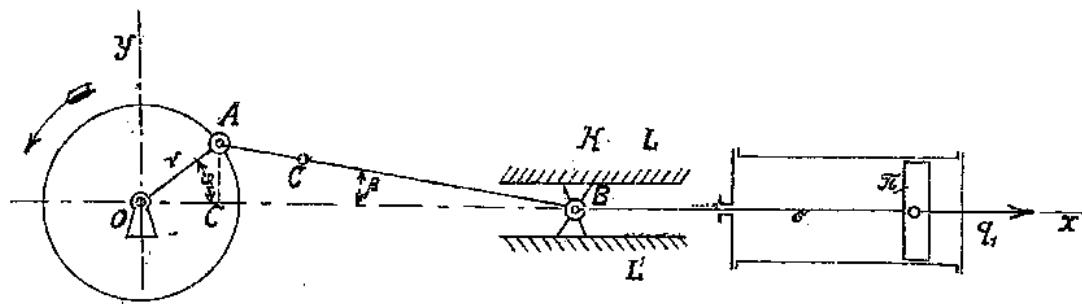
площади въ единицы работы необходи-
мочно знать масштабъ діаграммы
(фиг. 1). Обращаясь къ по-
слѣдней, замѣчаемъ по указан-
ному на ней масштабу, что $1 \frac{m}{m}$
абсцисса изображаетъ $\frac{1}{r}$ радиа-
на, а $1 \frac{m}{m}$ ординаты q кр.-
мт. момента. Поэтому площадь въ
 $\frac{m}{r}$ кр. мт.

Фиг. 3.

II. ДВИЖЕНИЕ МАШИНЫ ПО ИНЕРЦИИ.

Маховикъ, не связанный съ остальными частями машины, и
свободный отъ воздействиія какихъ бы то ни было внешнихъ силъ,
въ томъ числѣ и тренія, будучи разъ приведенъ въ движение ,
вращался бы по инерціи равномѣрно. Но маховикъ, какъ часть
машины, въ которой имѣются части, движущіяся съ перемѣнной
скоростью при равномѣрномъ вращеніи маховика, не будетъ вра-
щаться равномѣрно даже въ предположеніи, что машина свободна
отъ воздействиія внешнихъ силъ. Послѣднее предположеніе
приведетъ лишь къ заключенію, что сумма живыхъ силъ всѣхъ
частей машины должна оставаться постоянной; во такъ какъ сум-
ма живыхъ силъ частей, движущихся съ перемѣнной скоростью,
можетъ оказаться величиной переменной, то постоянную сие мо-
жетъ дать лишь будучи сложена съ перемѣнной живой силой ма-
ховика и, следовательно, послѣдний долженъ двигаться не
равномѣрно. Дѣйствіе неравномѣрно движущихся массъ можетъ

быть учтено съ помощью принципа d'Alembert'a*), позволяю-
го действие неравномѣрно двигающихся массъ замѣнять дѣйстві-
емъ такъ называемыхъ силъ инерціи. Мы рассмотримъ лишь про-
стейшій случай поршневой машины съ простымъ кривошипнымъ ме-
ханизмомъ.



Фиг. 4.

Такая машина изображена схематически на фиг. 4. ОА - кри-
вовинъ, заклиниенный на одноимъ валу съ маховикомъ, АВ - шатунъ,
соединеній шарирно въ А съ кривошипомъ, въ В съ
крайционфомъ К, направляемымъ параллелями LL¹ и составляю-
щимъ одно цѣлое со штокомъ С и поршнемъ П, ходящимъ въ ци-
линдрѣ. Крайционфъ, штокъ и поршень имѣютъ только поступа-
тельный движение; всѣхъ ихъ обозначимъ черезъ Р₁. Шатунъ
движется въ одной плоскости, но кроме поступательного движ-
женія обладаетъ вращательными, такъ какъ уголъ ϑ переменный;
всѣхъ его обозначимъ черезъ Р₂, а моментъ инерціи от-
носительно оси перпендикулярной плоскости чертежа и прохо-
дящей черезъ его центръ тяжести - черезъ I₂.

Масса Р₁ двигается поступательно и ускореніе каждой
ея точки равно ускоренію точки В, перемѣнную координату ко-
торой назовемъ х. Легко замѣтить, что

$$x = r \cos \varphi + l \cos \theta \dots \dots \dots (16),$$

гдѣ r и l , соответственно, длины кривошипа и шатуна.

*Курсы Теор. Мех., проф. Н. В. Мещерякова, часть II. Кн. 2
Кинематика системъ точекъ, § 4. IX.

Между углами Φ и β существует зависимость, которую легко найти, выражая высоту АС треугольника ОАВ съ одной стороны через r и Φ , съ другой — через l и β :

$$r \sin \Phi = l \sin \beta \dots \dots \dots (17)$$

Замечаемъ, что всегда

$$\sin \beta < \frac{r}{l}$$

Отношение $\frac{r}{l}$, за исключениемъ машинъ судовыхъ, больше $\frac{1}{2}$, не дѣлается. На континентѣ Европы всегда почти $\frac{r}{l} = \frac{1}{2}$, въ Англии и Америкѣ принято дѣлать $\frac{r}{l} = \frac{1}{3}$. Поэтому можно принимать $\sin \beta = \beta$ и написать:

$$r \sin \Phi = l \beta \dots \dots \dots (18).$$

Для определенія скорости точки В дифференцируемъ по времени (18) и (18) при чмъ $\frac{dx}{dt}$, $\frac{d\Phi}{dt}$, $\frac{d\beta}{dt}$ будемъ обо злачать, соответственно, черезъ x' , Φ' и β' . Тогда:

$$x' = - r \sin \Phi \cdot \Phi' - l \sin \beta \cdot \beta' \dots \dots (19)$$

$$r \cos \Phi \cdot \Phi' = l \beta' \dots \dots \dots (20).$$

Замѣняя въ (19) $\sin \beta$ и β' съ помощью (17) и (20), находимъ:

$$x' = - r [\sin \Phi + \frac{r}{2l} \sin 2\Phi] \cdot \Phi' \dots \dots (21).$$

Дифференцируя вторично, находимъ:

$$x'' = - r (\cos \Phi + \frac{r}{l} \cos 2\Phi) \Phi'^2 - r (\sin \Phi + \frac{r}{2l} \sin 2\Phi) \Phi'' \dots \dots (22).$$

Здѣсь Φ' угловая скорость вращенія маховика, раньше обозначенная нами черезъ ω , а Φ'' его угловое ускореніе. Если степень неравномѣрности маховика малая величина, то угловая скорость менеется въ очень узкихъ предѣлахъ, угловое ускореніе Φ'' будетъ малой величиной сравнительно съ ω , а тѣмъ бо лѣ, сравнительно съ ω^2 и можно въ выраженіи для x'' пре-

иебречь вгорыъ чледомъ. Принимая это во внимание, помня что сила инерціи матеріальной точки равна ея массѣ, умноженной на ускореніе, и имѣеть направление обратное ускоренію, замѣтимъ, начонецъ, что все точки крейцкопфа, штоа и ворота движутся съ равными ускореніями, напишемъ сумму силъ инерціи этихъ частей въ видѣ:

$$q_1 = + \frac{P_1}{g} \cdot r \omega^2 (\cos \Phi + \frac{r}{l} \cos 2\Phi) \dots \dots \quad (23)$$

Соотношеніе (23) слѣдуетъ понимать такъ, что если мы на истоѣ действительной машины поставимъ воображаемую, въ которой только что перечисленные части имеютъ массы (т.е. весына легки), то движения обѣихъ машинъ будуть тождественны, если къ поршню послѣдней присоединить силу q_1 показанную на фиг. 4, и опредѣляемую соотношеніемъ (23). Знанъ по слѣдней мынаемся въ теченіе полуоборота машины, и опредѣляется знакъ стоящей въ скобкахъ тригонометрической функции, но слѣдуетъ замѣтить, что въ началѣ хода поршня, когда послѣдний трогается изъ мертваго положенія, сила q_1 всегда меньшаетъ движенію, такъ какъ приходится въ случаѣ массъ вѣсомыхъ затратить некоторую работу, чтобы сообщить имъ живую силу; въ концѣ хода поршня, когда массы теряютъ свою живую силу, онѣ возвращаютъ эту работу и сила q_1 соѣдѣствуетъ движенію, будучи направлена въ ту же сторону, какъ и скорость поршня.

Обращаемся къ опредѣленію силъ инерціи матуна. Въ случаѣ гѣла, движущагося въ плоскости (правильные параллельныѣ плоскости) все силы могутъ быть приведены къ одной силѣ, приложенной къ заданной точкѣ тѣла, за которую принятъ центр тяжести матуна, а къ парѣ, лежащей въ этой плоскости. Принимая во внимание законъ движенія центра инерціи*)

*) Курсъ Теор. Мех., проф. И. В. Кещерскаго, часть II, Кинематика системъ механизмовъ, ч. 1, У.

"ГРАФИЧЕСКІЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦІИ НАХОДИМОВЪ".

Преп. А. В. АССУРЪ и К. З. РЕРИХЪ.
Издание Студ. Казан. Высш. техн. училищъ при СВБ. Политехн. Институтъ.
Типо-Хирографія И. Трофимова. СИБ. Мехадстокъ, З.

Л. 2.

и помяя, что действующая сила по принципу d'Alembert'a должна уравновешиваться силами инерции, легко заметить, что силы инерции тела, движущегося параллельно плоскости, приходящие из силы инерции его центра тяжести, въ конопроте соединяются вся масса шатуна, и къ парѣ, моментъ которой равенъ произведению изъ момента инерции шатуна на его угловое ускорение, стремящейся вращать тѣло въ сторону, обратную угловому ускорению.

Сила инерции центра тяжести не изменится, если на место действительного шатуна поставить воображаемый, обладающій той же массой, сосредоточенной въ двухъ его концахъ А и В такимъ образомъ, что центръ тяжести воображаемаго шатуна совпадаетъ съ центромъ тяжести действительнаго. Если разбить вѣса этихъ массъ соответственно черезъ P_a и P_b , разстоянія центра тяжести С шатуна отъ А и В, соответственно, черезъ а и б, то по закону сложенія параллельныхъ силъ

$$P_a = P_2 \cdot \frac{b}{l} \quad \text{и} \quad P_b = P_2 \cdot \frac{a}{l}.$$

Масса P_a , сосредоточенная въ А вращается наравѣ съ массой вала, кривошипа и маховика, увеличивая моментъ инерции послѣдняго; при расчетѣ матимъ снабженныхъ маховикомъ ею можно пренебречь, сравнительно съ вѣсомъ маховика, во въ машинахъ судовыхъ, где маховика вѣтъ, она составляетъ существенное слагаемое въ суммѣ вращающихся массъ. Масса P_b присоединяется къ массамъ поступательно движущихся частей, и сила инерции ея опредѣлится поэтому, согласно (23) по формулы

$$q_b = \frac{P_b}{g} \cdot r \omega^2 (\cos \varphi + \frac{r}{l} \cos 2\varphi) \dots (24).$$

Въ технической литературѣ подъ вѣсомъ колеблющихся частей разумѣется всегда сумма вѣсовъ ($P_a + P_b$). Хотя на вѣдомые моменты инерціи шатуна въ новѣйшей литературѣ и встречаются указания *), но удобнаго пріема учета этого влияния

*). Деревій обратилъ вниманіе на это обстоятельство проф. Техникиенскаго университета Н. Lorenz въ книжкѣ: *Dynamik des Kurbelgetriebes*, кн. В. С. Геффнеръ въ Гаагѣ.

до сихъ поръ не надо, и даже въ вопросѣ обѣ уравновѣшивавшіи
ніи массы въ судовыхъ машинахъ, где соответствующій членъ
долженъ выѣть существенное вліяніе, до сихъ поръ дозвольству-
ется исчезденіемъ всѣхъ колеблющихся частей, какъ суммы
($P_A + P_B$). Для полноты картины мы укажемъ пріемъ, позво-
ляющій принять во внимание этотъ членъ, почти несложная
расчета и съ достаточнымъ приближеніемъ.

Угловое ускореніе, шатуна опредѣляемъ, дифференцируя
(20) и опуская членъ, содержащий Ψ^2 :

$$\dot{\vartheta}^n = - \frac{r}{I} \sin \Phi \cdot \Phi^{1/2}$$

Вращающій моментъ силъ инерціи будетъ:

$$m = - I_a \dot{\vartheta}^n = + \frac{I r}{I} \sin \Phi \cdot \Phi^{1/2}. (24)$$

Действіе этого момента на основаніи начала возможныхъ не-
рѣмѣній можетъ быть замѣнено силой $q_{a\vartheta}$, приложенной къ порш-
ку и действующей по оси x , при условіи равенства элемен-
тарныхъ работъ этой силы и момента m , которое записывается въ
виде:

$$m d\vartheta = q_{a\vartheta} dx$$

или по дѣленію на элементъ времени $d\tau$:

$$m \cdot \dot{\vartheta}^n = q_{a\vartheta} \cdot x' (25)$$

Подставляя сюда $\dot{\vartheta}^n$ изъ (20) и x' изъ (21) и замѣня m
его значеніемъ, получимъ:

$$\frac{I_a \dot{\vartheta}^n}{I_a} \sin \Phi \cdot \cos \Phi \cdot \Phi^{1/2} = - q_{a\vartheta} \Phi^t (\sin \Phi + \frac{r}{I} \sin 2\Phi) (26)$$

Пренебрегая въ первой части малой величиной $\frac{r}{I} \sin 2\Phi$ и со-
кращая на $r \Phi^t \sin \Phi$, получимъ:

$$q_{a\vartheta} = - \frac{I_a r \Phi^{1/2}}{I^2} \cos \Phi (27)$$

Итакъ, наша машина, имѣющая высокий шатунъ, крейцкопф,
штокъ и поршень при отсутствіи воздействиія вѣтниковыхъ силъ, бу-
детъ двигаться совершенно такъ же, какъ воображаемая машина,

въ которой вѣсомыиъ является одинъ маховикъ, во изъ поршни ко торой въ каждый моментъ времени приложена сила инерціи $q = = q_1 + q_2 + q_3$, которую легко представить въ видѣ:

$$q = \left(\frac{P_1 + P_b}{g} - \frac{I_2}{l^2} \right) r \omega^2 \cos \Phi + \frac{P_1 + P_b}{g} \frac{r^2}{l^2} \omega^2 \cos 2\Phi. . . (28)^{*}$$

Этой формулой пользуются для построения кривой силы инер ціи, которая получается откладывая значения q въ видѣ ординатъ на соответствующихъ положеніяхъ поршня, какъ абсциссъ. Чтобы найти положеніе поршня при данномъ углѣ криво шири Φ удобно пользоваться методомъ шаблона, такъ какъ прѣмъ непосредственныхъ засѣчекъ требуетъ большеѣйшаго участка на чер тежѣ.

На фиг. 5 окружность кривошипа, диаметръ которой равенъ ходу H поршня, нанесена въ $1/10$ отъ натурь и раздѣлена на 18 равныхъ частей**); для третьего дѣления отмѣчено положеніе.

*) Если взвеси радиуса инерціи пакунка, то

$$\frac{I_2}{l^2} = \frac{P_2}{g} \left(\frac{p}{l} \right)^2,$$

тогда выражение $P_1 + P_b$ бываетъ иногда далеко не малое: правило гласитъ, чтоль опускать членъ $\frac{I_2}{l^2}$ будешьъ свидѣніемъ и во всякой членѣ формулы, т.е. называтьъ вѣсомъ колеблющихъ частей свидѣніемъ

$$P = P_1 + P_b - P_2 \left(\frac{p}{l} \right)^2$$

и писать по аналогии съ (28):

$$q = \frac{P}{g} r \omega^2 (\cos \Phi + \frac{r}{l} \cos 2\Phi).$$

Это выраженіе будетъ расходиться съ (28) некогда, чѣмъ обычно употребляемое съ пропускомъ I_2 .

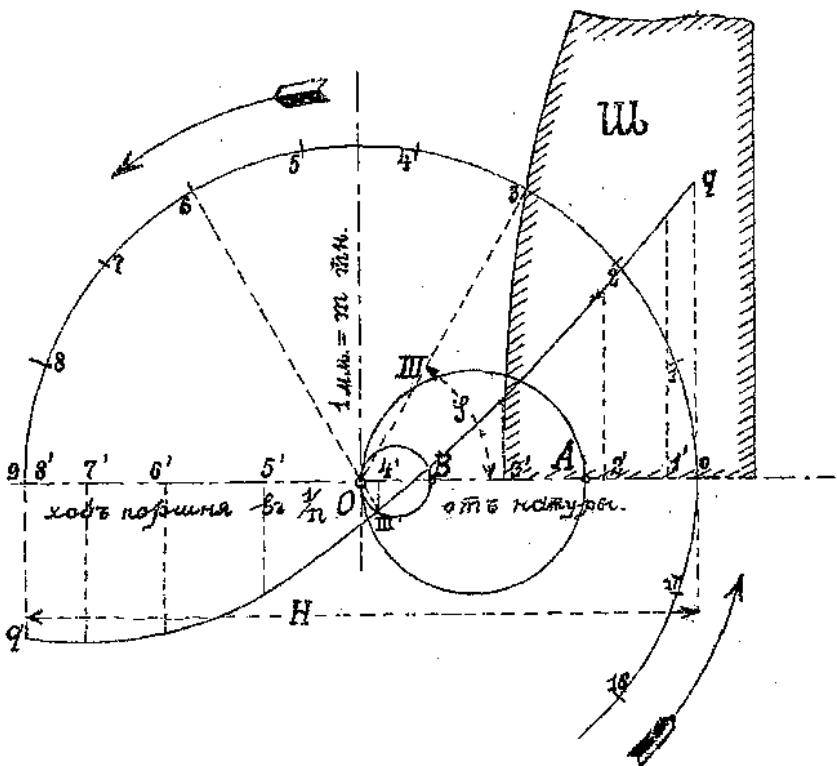
**) Кривая силы инерціи имѣетъ довольно ясное значение и можно при построении еї брать и меньшее число дѣлений, но въ дальнѣйшемъ обойтись минимальнѣмъ числомъ дѣлений затруднительно. Можно, однако, перекомпенсовать бракъ 16 дѣлений окружности тѣмъ, чтобы способыстѣи ее сократить можно было до излишнѣи дѣлений: такъ прѣмъ приводимъ, однако, ее на нечною результирующуи числу дѣлений болѣеѣи 18-и.

шаблона и положение З' нормалъ для верхнихъ дѣленій окружности отмѣчены положенія портня. Опредѣляемъ далѣе, числовое значеніе коэффиціентовъ

$$A = \left(\frac{P_1 + P_b}{g} - \frac{I_2}{l^2} \right) r \omega^2 \quad \text{и} \quad B = \frac{P_1 + P_b}{g} \frac{r^2}{l} \omega^2$$

и представляемъ (28) въ видѣ:

$$q = A \cos \varphi + B \cos 2\varphi \dots \dots \dots \quad (29)$$



Фиг. 5.

Откладываемъ въ масштабѣ ординатъ (1 м. = 1 тоннъ) отрезки $OA = A$ и $OB = B$ и на этихъ отрезкахъ, какъ на диаметрахъ, строимъ окружности. Проведенные изъ О, соотвѣтственно, подъ углами φ и 2φ радиусы векторы этихъ окружностей даютъ намъ значенія членовъ $A \cos \varphi$ и $B \cos 2\varphi$. Такъ напримѣръ, для положенія З кривошипа $\angle A0Z = \varphi$, $\angle B0Z = 2\varphi$, отрезокъ OZ даетъ значеніе $A \cos \varphi$, которое оказывается положительнымъ, отрезокъ OZ' даетъ величину $B \cos 2\varphi$, кото-

рое отрицательно, такъ какъ съ окружностью пересѣкается лишь продолженіе радиуса OB. Точку кривой сила имеридиан получитъ, отложивъ на проходящей черезъ З¹ ординатѣ сначала отрѣзокъ ОIII вверхъ,² потомъ отрѣзокъ О II внизъ, т.е. оба введенія формулы (29) суммируются просто циркулемъ, сообразясь съ ихъ знакомъ. Для такихъ лучей какъ O₄ и O₅, которые пересѣкаютъ обѣ окружности подъ очень острыми углами, для болѣе точнаго опредѣленія точекъ пересѣченій слѣдуетъ использовать А и В опускать перпендикуляры на соответствующіе линии, основавшія которыхъ попадаютъ въ искомую точку.

Такимъ образомъ, получается кривая, съ, въ которой ординаты, отложенные вверхъ, соответствуютъ силамъ, направленнымъ на фиг. 1 съба направо, т.е. сть главнаго вала, а ординаты отложенные внизъ — силамъ направленнымъ къ главному валу. При этомъ условіи кривая остается одна и та же для прямого и обратнаго хода поршня.

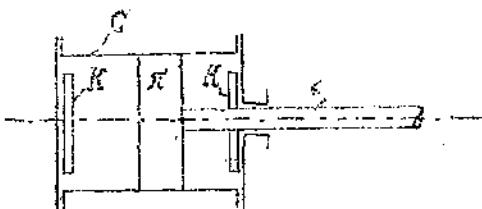
III. ЧАСТИЦЫ ПОРШНЬВЫХЪ МАШИНЪ.

A. Базисное.

Въ поршневыхъ машинахъ поршень находится подъ давлѣніемъ, таъ называемаго, разбирающаго тѣло, т.е. газа, пара или жидкости, которое, либо приводитъ въ движение машину, либо составляетъ то сопротивленіе (давленіе воды въ насосѣ, воздуха въ воздуходувкѣ и т.п.), для преодолѣвания котораго машина построена. Работающее тѣло, давленіе котораго бываетъ и выше и ниже атмосфернаго, должно быть поимѣнѣо въ замкнутое пространство, что достигается помѣщениемъ поршня въ, такъ называемый, цилиндръ, боковая поверхность котораго плотно прилегаетъ къ поверхности поршня.

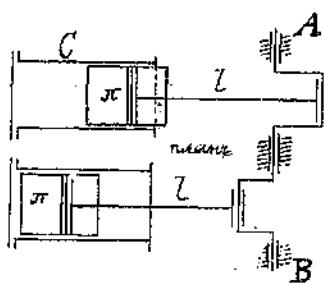
На фиг. 6 схематически изображенъ цилиндръ съ своимъ дѣйствіемъ, т.е. такой, въ которомъ поршень можетъ подвергаться давленію рабочаго тѣла съ двухъ сторонъ. При этомъ конечно, давленіе съ двухъ сторонъ поршня бываетъ всегда различно, т.е. по одну сторону поршня имеется высокое дав-

ление, по другую — низкое. Это достигается, например, тем, что при одномъ ходѣ поршня по одну его сторону рабочее тѣло черезъ одинъ изъ каналовъ К или К' входитъ въ цилиндръ изъ сосуда высокаго давленія, по другую сторону въ то же время выходитъ въ помѣщеніе съ низкимъ давленіемъ; отверстія этихъ каналовъ, показанныя на чертежѣ, помѣщаются ближе крышки цилиндра.

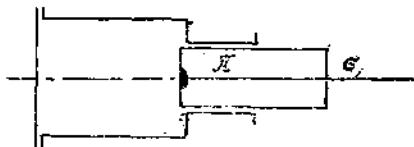


Фиг. 6.

Въ цилиндрѣ простого дѣйствія крышка, черезъ которую пропущенъ штокъ Б отсутствуетъ; съ этой стороны поршень подвергается всегда только атмосферному давленію. При этомъ и форма поршня обычно измѣняется; нерѣдко, напри-



Фиг. 7.



Фиг. 8.

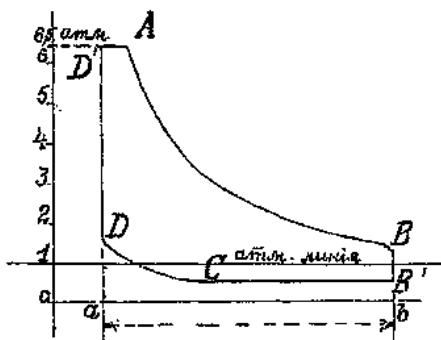
меръ, штокъ Б въ этихъ случаяхъ опускается и крѣцкопфный болтъ помѣщается внутри поршня, какъ схематически показано на фигурѣ 7. гдѣ поршни и изображены въ разрѣзѣ, а два штуна Л работаютъ на общий колыччатый залъ АВ. Въ насосныхъ цилиндрахъ, гдѣ требуется вытѣснить или всосать определенныи объемъ жидкости, поршень нерѣдко приобрѣтаетъ форму плунжера, схематически показанную на фиг. 8.

Независимо отъ того, имѣемъ ли мы цилиндръ простого или двойного дѣйствія, процессъ измѣненій, которымъ подвергается рабочее тѣло въ цилиндрѣ, повторяется либо черезъ два

хода поршня, либо черезъ четыре, т.е. черезъ одинъ или два полныхъ оборота вала машины. Въ зависимости отъ этого машины дѣлятся на машины съ двухтактными и съ четырехтактными процессомъ.

В. Диаграммы паровой машины.

На фиг. 9 — теоретическая диаграмма, соответствующая, одной сторонѣ цилиндра паровой машины. При этомъ давлениія отложены въ видѣ ординатъ, на соответствующихъ положеніяхъ поршня, подобно тому, какъ это дѣжалось нами для силы инерціи на фиг. 6. При этомъ откладывается не величина давленія на весь поршень, а давленіе на 1 см² поршня въ кр., т.е. число атмосферъ (*). Начиная отъ лѣваго нерѣваго положенія, поршень движется въкоторое время паромъ, непосредствен-но вступающимъ изъ хотла — участокъ D'A кривой диаграммы; послѣ этого доступъ пара въ цилиндръ прекраща-ется и давленіе пара, при увеличеніи его объема, на-даетъ участокъ AB кривой; въ концѣ хода поршня пару сообщается или въ атмосфе-рой, или, какъ въ нашемъ слу-чаѣ, съ конденсаторомъ, т.е. съ пространствомъ, въ кото-

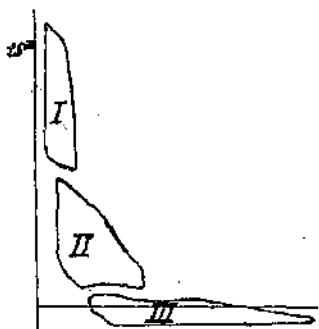


Фиг. 9.

ромъ въ помощь особаго воздушнаго насоса давленіе поддержи-вается ниже атмосфернаго; Участокъ BB' указываетъ на мно-гократное паденіе давленія. При обратномъ ходѣ поршня сначала изгоняется часть пара изъ цилиндра, все при томъ же давле-ніи — участокъ BC кривой — послѣ чего сообщеніе съ конденс-а-

*) Давленіе одной барометрической атмосферы бываетъ, а именно 1,038 кг./см².

саторомъ или атмосферой прерывается и начинается сжатіе оставшагося въ цилиндрѣ пара - участокъ СД кривой. Въ точкѣ 0 открывается сообщеніе канала съ котломъ и давленіе мгновен-но повышается до D¹. Диаграмма эта называется теоретиче-ской, потому что мгновеннаго закрытия и открытия каналовъ достичь невозможно; всегда имѣть мѣсто периодъ постепенна-го съуженія сбоянія канала и это отражается на диаграммѣ тѣмъ, что вместо угла въявляются плавная переходная кривая, со-единяющая между собою различные участки диаграммы. Когда имѣемъ машину двойного или тройного расширенія, гдѣ паръ отъ работаній въ одномъ цилиндрѣ съ болѣе высокимъ давленіемъ , поступаетъ въ слѣдующій цилиндръ, то формы диаграммы значи-тельно отличаются отъ указанной на фиг. 9. На фиг. 10 по-



Фиг. 10.

казаны диаграммы машины тройного расширенія. Диаграммы эти имѣть разную длину всмотря на одинако-вость хода поршней, потому, что по оси абсциссъ отложены не пути поршня, а объемъ, занимаемый па-ромъ при различныхъ положеніяхъ поршня. Измененіе объема при дви-женіи поршня будетъ пропорціональ-но перемѣщенію и площасти его. Для цилиндра I площасть поршня наимень-шая и потому длина диаграммы мень-ше двухъ остальныхъ.

Нетрудно показать, что площасть диаграммы пропорціональна работе пара, совершающей за одинъ оборотъ машины. Вы са-момъ дѣлѣ, ординаты кривой D¹AB представляютъ въ квадр.п-ремѣнное давленіе p_1 на 1 см^2 поршня за прямой ходъ порш-ня, слѣва направо; точно также ординаты кривой B'CD такія же давленія p_2 при обратномъ ходѣ поршня. Если площасть порш-ня будетъ $F \text{ см}^2$, а безконечно малое перемѣщеніе поршня слѣ-ва направо назовемъ dh , то элементарная работа будетъ вы-ражаться чрезъ $F p_1 dh$ для прямого, и $F p_2 dh$ для обрат-наго хода, гдѣ p_1 , p_2 в dh вносятся со знаками, считая положительное направленіе слѣва направо. Работа произведен-ная силами пара будеъ:

для прямого хода:

$$\int_{\text{H}}^{\text{H}} F p_1 dh;$$

для обратного хода:

$$\int_{\text{H}}^{\text{o}} F p_2 dh = - \int_{\text{o}}^{\text{H}} F p_2 dh.$$

Работа въ кр.х. см. за два хода поршня, такъ какъ F по-стоянно:

$$R = F \left(\int_{\text{o}}^{\text{H}} p_1 dh + \int_{\text{o}}^{\text{H}} p_2 dh \right).$$

Но первый изъ интеграловъ, стоящихъ въ скобкахъ, есть площадь $aD'ABb$, второй площадь $aDCB'c$; разность ихъ есть площадь діаграммы $D'ABB'C'D$. Итакъ, площадь діаграммы, въ ко-
торой по оси абсциссъ отложены положенія поршня, а на орди-
натахъ давленія пара въ метрическихъ атмосферахъ, изобра-
жаетъ работу, совершенную паромъ, заключеннымъ по одну сто-
рону поршня и приходящуюся на 1 см² площади поршня.

Масштабъ діаграммы принимается во внимание, какъ указы-
валось на стр. 15 для площади кривой момента. Обращаясь къ
фигурѣ 9 предположимъ, что она относится къ цилиндру, ходъ
поршня которого $H = 385$ м, съ діам. цилиндра $D = 250$ м. м.
Устанавливаемъ масштабъ нашей діаграммы. Измѣряя ходъ порш-
ня на нашей діаграммѣ, находимъ, что онъ равенъ 38,5 м т.е.
1 см. абсциссы равенъ 10 см. действительного перемѣщенія порш-
ня. По занесенному на діаграммѣ масштабу ординатъ замѣча-
емъ, что длины въ 34,5 м соотвѣтствуетъ 6,5 атм., т.е. 1 см.
ординаты соотвѣтствуетъ 1,88 кг/см² давленія. Поэтому 1 см²
площади изображаетъ $(10 \times 1,88) \frac{\text{кг. х см.}}{\text{см}^2}$ (т.е. 18,8 кр. х
см. работы на каждый 1 см² поршня). Принимая во внимание,
что площадь поршня $F = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 25^2}{4} = 490$ см², получаемъ
за одинъ ходъ поршня работу

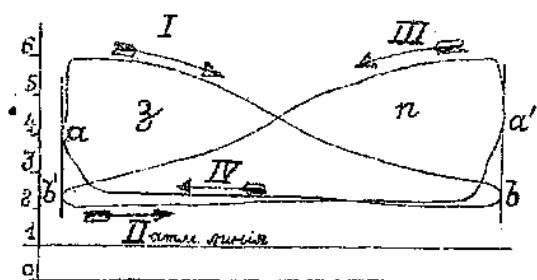
$$R = (490 \times 10 \times 1,88 \times \text{площ.} D'ABB'C'D : \text{въ см}^2) \text{ кр. х см.} \quad (30)$$

При разсмотрѣніи діаграммы фигуры 9, мы могли убѣдить-

се, что процессъ, происходящій въ цилиндрѣ паровой машины, есть процессъ двухтактный. Во кроме того цилиндръ машинъ строится, за исключениемъ какихъ-либо единичныхъ экземпляровъ, описанныхъ въ технической литературѣ, но не удержавшихъ, и преслѣдовавшихъ никакъ-либо особия іѣли, всегда двойного дѣйствія. Поэтому каждому цилиндуру соответствуетъ двѣ диаграммы, изъ которыхъ одна соответствуетъ передней сторонѣ цилиндра, обращенной къ валу машины, а другая — задней его сторонѣ*).

На фиг. 11 показаны двѣ такіе диаграммы, снятые съ цилиндра высокаго давленія машины двойного расширенія съ помошью особаго прибора — индикатора. При прямомъ ходѣ поршня

(фиг. 6) съ задней его стороны имѣемъ дающее изображеніе кривой ab и стрѣлкой I, а съ передней — давленіе по кривой $a'b'$ и стрѣлкой II; при обратномъ ходѣ съ передней стороны давленіе указывается кривой $a'b'$ и стрѣлкой III, а съ задней



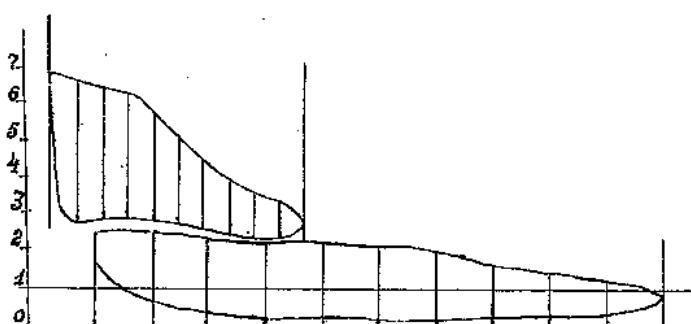
Фиг. 11,

— кривой ba и стрѣлкой IV. Ходу поршня на диаграммѣ соответствуетъ разстояніе между двуми вертикальными касательными ab и $a'b'$, между которыми заключаются обѣ диаграммы.

Построить диаграмму, дающую разность давлений, действующихъ на одну и на другую сторону поршня, въ атмосферѣ имѣеть смыслъ лишь въ томъ случаѣ, если передняя и задняя площасти поршня равны. Легко замѣтить, что на фиг. 6 это условіе, не соблюдающееся; передняя плоскость поршня меньше задней

*.) Икогда дается только одна диаграмма одной стороны, если зону —либо обѣ диаграммы обѣихъ сторонъ близки къ тождественному для дальнѣйшаго построенія необходимо, однако, нанести на чертежъ и диаграмму другой стороны, хотя бы тождественную съ первой.

на величину площади поперечного сечения штока; площасти могут быть равны въ томъ случаѣ, если и задняя сторона поршня будетъ снабжена штокомъ такого же диаметра, проходящимъ черезъ заднюю крышку цилиндра. Во всякомъ случаѣ, где разности площадей не соблюдено, или где машина имѣеть не сколько цилиндровъ съ разными площалями, діаграмму, дающую давленія въ атмосферахъ, необходимо перестроить на діаграмму, ординаты которой представляютъ давленія въ кг. или тн. на всю площасть поршня. Мы покажемъ на примерѣ, какъ это дѣлается.



Фиг. 12.

На фиг. 12 представлены діаграммы одной стороны цилиндровъ машины двойного расширенія, при чёмъ ходъ обоихъ поршней равенъ 1000 мм., а площасть большаго изъ поршней $F_2 = 636000 \text{ см}^2$. Длина діаграммъ соответствуетъ объему цилиндровъ. Задавивъ, что длина нижней діаграммы равна 78 мм., верхней 34,4 ми. и помни, что ходы поршней одинаковы, заключаемъ, что площасти поршней относятся какъ длины діаграммы, и потому площасть поршня меньшаго цилиндра будетъ:

$$F_1 = \frac{636000 \cdot 34,4}{78} = 281000 \text{ см}^2 *)$$

*) Всё вычислениѣ достаточно восточно точностью до первыхъ трехъ значащихъ цифръ т.е. съ точностью до 1% всей величины, такъ какъ большей точности нельзя гарантировать при принятии діаграммы съ машины. Следуетъ помнить, что діаграммы

Перестраивая диаграммы, ихъ удобно бываетъ привести къ однаковой длине, именно той, которая была принята за ходъ поршня при построении силъ инерцій, на которой уже разъяснены положенія поршня, соответствующія различнымъ положеніямъ кривовида*). Въ нашемъ случаѣ удобно будетъ отложить ходъ поршня въ $\frac{1}{4}$ натуральной величины, т.е. изобразить его длиною въ 100 ми. Высота прямоугольника, описанного около нижней диаграммы, будетъ приблизительно равна $2\frac{1}{4}$ атмосферамъ, что соответствуетъ давленію на поршень въ

$$636000 \times 2\frac{1}{4} = 1431000 *) \text{ кр.} = 1431 \text{ тн.}$$

Для масштаба ординатъ перестроенной диаграммы будетъ удобно принять 1 ми. = 20 тн., при чёмъ высота того же прямоугольника будетъ немного больше 70 ми. Само собой разумѣется, что тоже же самый масштабъ нужно принять теперь и для верхней диаграммы. Высота описанного около нея прямоугольника будетъ около 4,5 атм., что соответствуетъ давленію на поршень въ

$$281000 \times 4\frac{1}{4} = 1263000 \text{ кр.} = 1263 \text{ тн.}$$

Высота прямоугольника перестроенной диаграммы будетъ около $63\frac{1}{4}$; этимъ можно, пожалуй, удовлетвориться, но если желательно увеличить масштабъ, то примемъ 1 ми. = 15 тн. При этомъ для нижней диаграммы получается высота около $95\frac{1}{4}$ для верхней - около $85\frac{1}{4}$.

Более трубную ошибку, написавъ 2,8 вместо 2,81, чѣмъ когда пишемъ 281000 вместо 281475, если эти числа входятъ въ окончательный результатъ.

*.) При этомъ можно порекомендовать выбирать масштабъ такимъ образомъ, чтобы диаграмма оказалась описанной въ прямоугольникъ въ высотой отъ 70 до 120 ми. и длиной отъ 100 до 150 ми.

**) Здесь принятъ во внимание четвертая значущая цифра по малости передъ, вслѣдствіе чего ошибка отъ отбрасыванія цифръ будетъ труболь. Вычислениія велись по логарифмической линейкѣ, въ которой это обстоятельство принадло во внимание и для чиселъ, оканчивающихся съ единицами можно получить 4 знака.

Прикинувъ, такимъ образомъ, приблизительно, какой результатъ дастъ замѣнѣ примѣненія того или другого масштаба, мы останавливаемся окончательно на масштабѣ 1 ми. : 15 тн. Дѣлимы ходъ горшка нижней діаграммы наѣкоторое чило одинаковыхъ частей — на фиг. 12 ихъ показано 10 — и черезъ тօе чи- дѣленія проводимъ ординаты. Въ томъ мѣстѣ чертежа, где желаемъ построить новую діаграмму находимъ горизонтальную линію хода горшка согласно условію въ видѣ отрѣзка въ 100 ми. и дѣлимъ его тоже на 10 равныхъ частей. На точкахъ дѣленія придется построить ординаты новой діаграммы, увеличивъ въ избыткомъ отношеніе ординаты старой (фиг. 12). Чтобы определить это отношеніе замѣчаемъ, что на старой діаграммѣ 7 атм. изображены длиною въ 34,7 ми.*), но 7 атм. соотвѣтству- ютъ у насъ давленію въ $635 \times 7 = 4450$ тн., и за новой діа- граммѣ эта длина изображится отрѣзкомъ въ $4450 : 15 = 297$ ми. Поэтому переводный множитель будетъ для ординатъ нижней діа- граммы:

$$\mu = \frac{297}{34,7} = 8,57 .$$

Графическое увеличение съ помощью такъ называемаго про- порционального угла, о которомъ рѣчь будетъ впереди, при та- комъ большомъ отношеніи получается мало точнымъ, вслѣдствіе пересечения прямыхъ подъ очень острыми углами. Но весьма просто сдѣлать это съ помощью логарифмической линейки. Для этого сдѣлутъ только цифру 8,57 (или 85,7) среднюю движ- ка помѣстить подъ цифрой 1 (или 10, или 100) линейки, и тог- да противъ чиселъ линейки, дающихъ длину старыхъ ординатъ, будутъ стоять числа движка, дающія длину новыхъ. Отсчетъ будетъ производиться при помощи перемѣщенія одного только стеклишка. Измѣривъ старые ординаты съ точностью до 0,1 ми.,

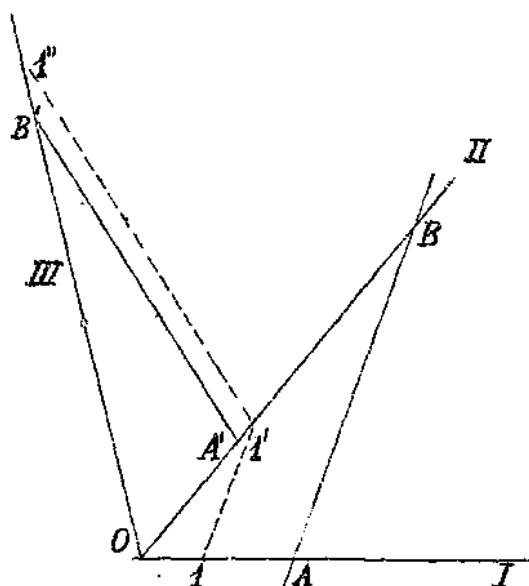
*.) Десятины миллиметра опускаются на глазъ, взявъ со- отвѣтствующую длину въ циркуль и прикладывая его къ масшта- бу. Такой приемъ опасенъ послѣдній десятичный знакъ на глазъ совершиенно обыченъ во многихъ физическихъ инструментахъ, въ частности и на логарифмической линейкѣ. Третій знакъ опредѣлять необходимо, такъ какъ иначе всякою точности въ 1% мы могли бы поручиться лишь за точность въ 10%.

выписываемъ ихъ въ табличку, затѣмъ числа этой таблички съ помощью линейки переводимъ на длину новыхъ ординатъ, которыя и откладываемъ на нашей діаграммѣ.

Графическое увеличение ординатъ пришлось бы сдѣлать, по крайней мѣрѣ, въ два приема, разбивъ масштабъ на два, напримѣръ, 3 и 2,86. Съ этой цѣлью изъ общей точки О проводимъ прямые OI, OII, OIII подъ произвольно избранными углами*). На прямой I откладываемъ отрѣзокъ OA произвольной длины, а на прямой II отрѣзокъ OB = 2,86 · OA. Изъ соображений точности чертежа нежелательно брать OA меньше 50 мм. Проводимъ прямую AB. Затѣмъ откладываемъ отрѣзокъ OA¹, тоже произвольной длины OB¹ = 3 · OA. Отложивъ одну изъ ординатъ старой діаграммы въ видѣ отрѣзка OI, проводимъ II' I' I. AB, затѣмъ I' I'' || A'B', тогда OI'' будетъ соответствующая ордината новой діаграммы.

Точно также поступаемъ и съ верхней діаграммой, на которой во избѣженіе затененія чертежа, занесены лишь отрѣзки равнотетающихъ ординатъ, лежащіе внутри плашади діаграммы. При этомъ приходится опредѣлить для нея свой переводный масштабъ для ординатъ.

Семь арио-сферъ, изображенія длиною въ 34,7 км. въ маломъ цилиндрѣ соотвѣтствуетъ давленію въ



Фиг. 18.

*.) Чтобы получить углы пересечения прямыхъ возможно менѣе острые, можно переконгидовать при увеличеніи, близкемъ къ 1, братъ уголъ между прямыми разнѣемъ 60° , при близкемъ къ 2 — въ 75° , при близкемъ и болѣе величиѣ 90° .

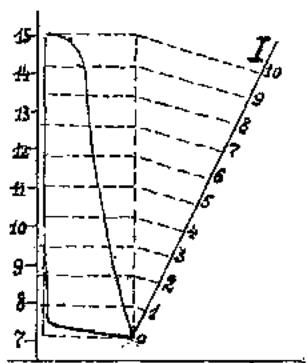
$281 \times 7 = 1967$ тн. и въ новой діаграммѣ изобразятся отрезки въ 1967 : 15 = 131,1 мм. Поэтому

$$\mu = \frac{131,1}{34,7} = 3,78.$$

При перестраиваніи верхней діаграммы нѣть надобности отсчитывать ея ординаты отъ нулевой горизонтали; можно принять за начало счета любую другую горизонталь, напримѣръ, соответствующую давленію въ 2 атм.

Только что указанный пріемъ перестраиванія діаграммъ не всегда практическими удобенъ. Если, напримѣръ, мы обратимся къ діаграммѣ I на фиг. 10, то замѣтимъ, что длина ея сравнительно съ длиной остальныхъ двухъ очень мала, и потому труда будетъ провести 10 ординатъ на равныхъ разстояніяхъ; но еще труднее будетъ определить длину ординатъ, которая пересекаютъ кривую подъ очень острыми углами. Поэтому поворачиваемъ все построение еще на 90° . На фиг. 14 показана діагр. З-го цилиндра, который пришлось бы присоединить къ машинѣ фиг. 12 если по

ставить котлы, дающие возможность работать при 15 атмосферахъ. Они суть около нея прямоупольникъ, делимъ высоту его на 10 разныхъ частей съ помощью пропорционального угла, на одной сторонѣ которого ОI отложено 10 равныхъ отрезковъ произвольно избранной длины и проводимъ 10 абсциссъ діаграммы. Далѣе намъ предстоитъ нанести на чертеж высоту новой діаграммы. Опредѣляемъ площадь поршня третьего цилиндра, зная что масштабъ абсциссъ тотъ же, что и за фиг. 12 . Длина діаграммы 12,3 мм; поэтому при томъ же ходѣ торная площадь его



фиг. 14.

длина діаграммы 12,3 мм; поэтому при томъ же ходѣ торная площадь его

$$F_0 = \frac{636000 \cdot 12,3}{78} = 99100 \text{ см}^2 \text{ *)}.$$

*) Если указанный въ текстѣ здѣсь отрывокъ чертежа не вполне складанъ въ послѣдники, то не следуетъ забывать, что измеренія производились по оригиналамъ, а передъ начальемъ пе-

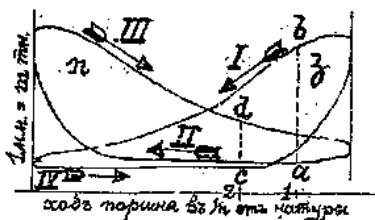
На диаграммѣ 8 атм. изображены отрѣзкомъ въ 40,4 ми., что соответствуетъ давлению $8 \times 99,1 = 793$ тн. и на новой диаграммѣ изобразится высотой въ $793 : 15 = 52,9$ ми. Откуда заключаемъ, что переводный множитель для ординатъ

$$\mu = \frac{52,9}{40,4} = 1,31.$$

Высота старой диаграммы равна 40,0 ми.; высота новой будетъ $40,0 \times 1,31 = 52,4$ ми. Эту высоту въ 52,4 ми. мы отложимъ по вертикали на чертежѣ, раздѣлимъ ее на 10 равныхъ частей, а затѣмъ будемъ переводить въ масштабъ новой диаграммы абсциссы старой, такъ, какъ на фиг. 12 переводили ординаты. Переводный множитель для абсциссъ легко найти, помня что длина новой диаграммы должна равняться 100 ми., а длина старой 12,3. Переводный множитель, который для абсциссъ назовемъ λ будетъ

$$\lambda = \frac{100}{12,3} = 8,14.$$

Допустимъ, что диаграмма фиг. 15 относится къ машинѣ фиг. 4, при чёмъ ординаты ее согласно только что сказанносму перестроены, такъ что диаграмма задней части цилиндра соответствуетъ давлению пара въ тоннахъ на правую сторону поршня, диаграмма передней части — давление на лѣвую сторону поршня (см. прим. на стр. 34). Эти давления въ отличіе отъ давлений



Фиг. 15.

быть чертежъ произведенъ чрезъ руки чертежника и перенесенъ съ растяжимой лигатурой на камень.

"ГРАФИЧЕСКІЙ МЕТОДЪ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА НЕВРѢГИ ИЛЮСИКОВЪ".

Преп. Л. В. АССУРЬ и К. Э. РЕРИХЪ.

Издание Служ. Кассы Взаимопомощи при СНБ. Политехн. Институтъ.

Типо-Литографія Н. Трофимова. СНБ. Можайская, 8.

Л. В.

въ атмосферахъ будемъ называть полными давлениями на вѣдь поршня, а диаграммы фиг. 15 диаграммами полныхъ давлений. Площадь поршня подвергается давлению съ двухъ сторонъ и движущей силой будетъ разность этихъ давлений, которую легко определить, чиа пару диаграммъ полныхъ давлений. Для хода поршня справа налево, это будутъ отрезки ординатъ между частями кривыхъ, отыченныхъ (фиг. 15) стрѣлками I и II, для обратного хода - отрезки ординатъ между частями кривыхъ, отыченныхъ стрѣлками III и IV. При первомъ ходѣ поршня для положенія 1 разность давлений выражается отрезкомъ ab и представляетъ силу, действующую справа налево; при обратномъ ходѣ отрезокъ dc представляетъ силу, действующую слѣва направо въ положеніи 2. Такимъ образомъ, не трудно построить диаграмму, показывающую результирующее давление на поршень, которую удобно соединить въ одно съ диаграммой силы инерціи фиг. 5. Съ этой цѣлью мы беремъ на фиг. 15 ту же положенія поршня, для которыхъ были построены ординаты кривой силы инерціи въ разность давлений нанесемъ на диаграмму фиг. 5^{*)}). При этомъ будемъ, однако, теперь откладывать вверхъ силы, действующія вправо (въ отрицательную сторону оси \hat{x} -ов

Площадь каждой диаграммы опять предполагаемъ рабочу, соединенную параллелью одной стороны цилиндра, но теперь въ выражение рабочихъ площадей поршня уже не войдетъ переходникъ изображаемъ, такъ какъ ординаты представляютъ давленія на всю площадь поршня, а не на 1 ам². Равноотсекающими ординатами, очевидно, которой пересекалась диаграмма, можно воспользоваться для определенія площадей диаграммъ, которая получается при проекціи «правильности» построений въ плоскостяхъ рабочихъ площадей поршня, изображенными на фиг. 5. При этомъ можно, нанеся ихъ будемъ проще, если длины диаграммъ фиг. 5 и 15 будутъ одинаковы. Объ измѣреніи площадей ам. приложениія въ концу статьи.

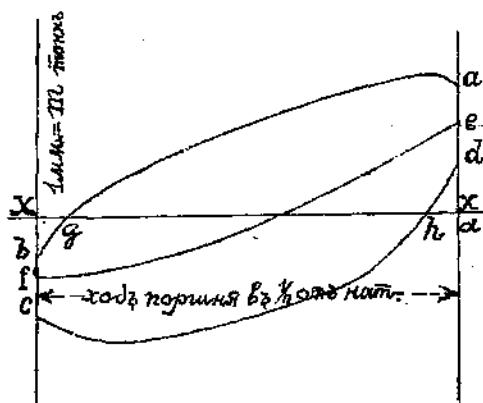
^{*)} Конечно, для этого диаграммы фиг. 5 и фиг. 15 должны иметь одинъ и таъ же масштабъ ординатъ: первому складывать поверхъ диаграмму силы инерціи послѣ того, какъ опредѣлился масштабъ диаграммы полныхъ давлений изъ соображеній, указанныхъ выше.

на фиг. 4), а внизъ - силы дѣйствующія вправо. Въ результатаѣ получится картина въ родѣ изображенной на фиг. 16, где ординаты кривой abcd представляютъ результатирующія давленія пара на поршень, исчисленыя кривая называется діаграммой свободныхъ усилій. Кривая ef даетъ намъ некоторая добавочнія усилия, которые необходимо приложить къ поршню въ обратаемой машинѣ съ невысокими колеблющимися частями, чтобы ходъ ея былъ такой же, какъ нашей

дѣйствительной машины. Чтобы получить силы, дѣйствующія на поршень послѣдней, нужно лишь отсчитывать ординаты кривой свободныхъ усилій не отъ оси xx, а отъ кривой ef, представляющей какъ бы криволинейную ось. Въ самомъ дѣлѣ въ крайнемъ положеніи поршня, напримѣръ, ордината aa представляетъ результатирующія давленія пара, направленную влево, ордината ee - давленіе внерціи, направленное вправо; следовательно, ее есть результат совместнаго дѣйствія пара и инерціи частей. Выражая то же самое другими словами, можно сказать, что ee изображаетъ ту часть давленія пара на поршень, которая сообщає ускореніе колеблющимся частямъ, ea - ту, которая вызываетъ ускореніе въ движении маховика.

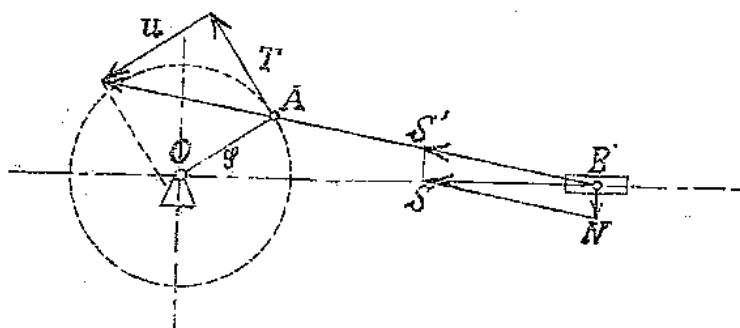
Площадь діаграммы свободныхъ усилій представляетъ работу пара съ обѣихъ сторонъ поршня за полный оборотъ машины и поэтому должна равняться суммѣ площадей діаграммъ всіхъ давлений (фиг. 16). Площадь abcd одна и та же, будемъ ли мы сюда начинать исчислять отъ прямолинейной оси xx или криволинейной ef, откуда заключаемъ, что работа силъ инерціи за полный оборотъ машины равна нулю.

Діаграмма свободныхъ усилій совмѣстно съ кривой силъ инерціи содержитъ всѣ данные, необходимыя для построенія діаграммы моментовъ силъ движущихъ (фиг. 1), такъ какъ ординаты



Фиг. 16.

отсчитываемая отъ кривой σf , согласно сказанному представлять ту часть приложенныхъ манборшю усилій, которая передаетъся маховику. Назавъ для положенія OA кривошипа эту силу черезъ S (фиг. 17), разлагаемъ ее на силу N, прижимающую къ параллелимъ крейцкопфъ и на силу S', направленную вдоль шатуна, которую переносимъ въ A, и здѣсь въ свою очередь разла-



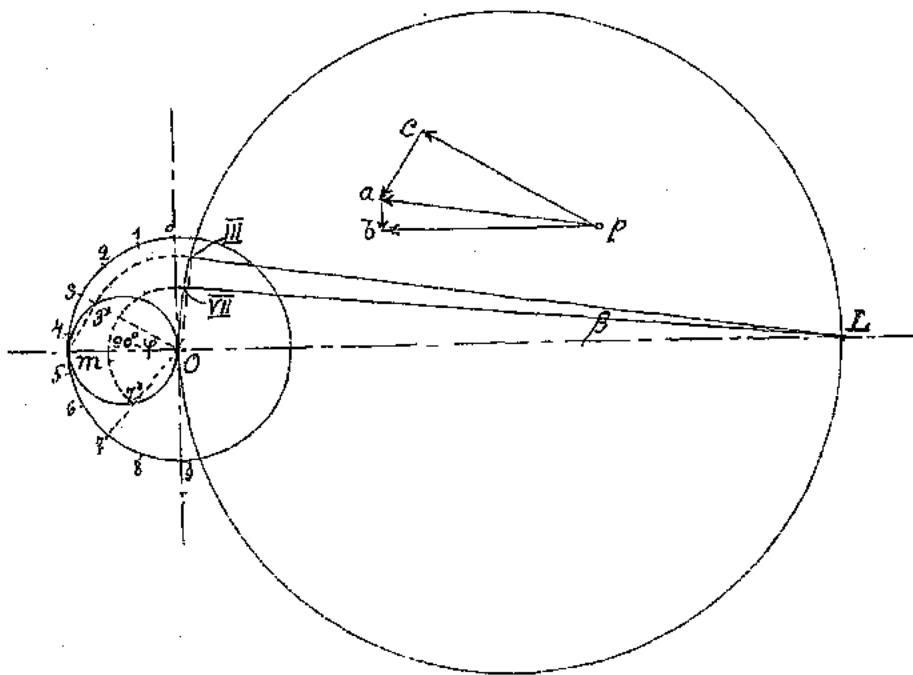
Фиг. 17.

гаемъ на силу T, направленную по касательной и на силу U, направленную по радиусу, и оказываемую давленіе на неподвижную точку O. Если r есть радиусъ кривошипа, то моментъ, врашающей маховикъ, $M_\theta = T \cdot r$.

Откладывая по оси абсциссъ уголъ Φ , образуемый съ мертвымъ положеніемъ, по оси ординатъ соответствующія этому углу значения M_θ , получимъ кривую II фиг. 1. Обычно, одноко, эту кривую немногого видоизмѣняютъ. Ординаты ея уменьшаютъ въ r разъ, т.е. по ординатамъ откладываютъ прямо пропорціи T съ фиг. 17; но чтобы не измѣнять величины площадей, увеличиваютъ абсциссы тоже въ r разъ, т.е. откладываютъ по оси абсциссъ длины $r \cdot \Phi$, или длину дуги окружности кривошипа, проиденої точкой A изъ мертваго положенія. Въ такомъ видѣ діаграмма эта носитъ название *діаграммы окружныхъ усилій*. Совершенно очевидно, что площадь этой діаграммы представляетъ работу, совершенную силой T за одинъ оборотъ, ибо по ординатамъ отложены перемѣнная значенія этой силы, а по абсциссамъ путь, проиденный ея точкой приложенія въ направлениі сили. Такъ какъ сила T, приложенная въ точкѣ A эквивалентна силѣ S, действующей на поршень, то работы этихъ двухъ силъ должны быть равны, и площадь діаграммы окружныхъ усилій (или вращащихъ моментовъ по фиг. 1) должна равняться суммѣ площадей діаграммъ полныхъ давлений

(фиг. 15), что и служить проверкой правильности построения.

Построение, указанное на фиг. 17, продолжается для всяких положений кривошипа, указанных на фиг. 5.



Фиг. 18.

Примечание 1. Если на общей вале работа передается от нескольких цилиндровъ, то чертятъ диаграмму окружныхъ усилий для каждого цилиндра въ отдельности, и соответствующія ординаты этихъ диаграммъ складываютъ алгебраически непосредственно циркулемъ, помня однако, что не все кривошипы въ одно время проходятъ черезъ мертвое положеніе, такъ что мертвому положенію одного соответствуютъ якоторые определенные положенія остальныхъ.

Примечание 2. Указанный здесь приемъ примѣнить ко всѣмъ поршневымъ машинамъ съ двухтактнымъ процессомъ.

Примечаніе 3. Указанное на фиг. 17 построение удобно, когда разложеніе силъ приходится дѣлать для одного положе-

аік механизма. Если же положеній механизма много, то картины ихъ налагаются одна на другой и чертежъ теряетъ вся-
кую ясность. Поэтому рекомендуемъ здѣсь иной приемъ по-
строения, основанный на соотношеніи (17), и показанный на
фиг. 18. Строимъ въ какомъ нубудь масштабѣ кругъ кривошипа,
поворнутый, въ сторону вращенія послѣдн资料, на 90° (равнить
дѣленія на фиг. 5 и фиг. 18). При этомъ радиусъ, проведе-
ніе въ точки дѣленія этого круга, даютъ направлениія ка-
сательныхъ къ действительному кругу кривошипа; по направлениію
оси цилиндра откладываемъ отвѣзокъ OB , изображающей въ томъ
же масштабѣ длину шатуна и за него какъ на диаметръ описываютъ
окружность (достаточно провести дугу ея, лежащую внутри
круга кривошипа). Затѣмъ проводимъ прѣты маленькую окруж-
ность съ центромъ на прямой OB , касательную къ первымъ двумъ.
Построеніе показано прибѣжительно къ дѣленію 3. Радиусъ Oz'
пересекаетъ маленькую окружность въ точкѣ 3'. Строимъ хор-
ду $O_3'z'$, равную Oz' ; тогда $O_3'z'$ даетъ направление оси ча-
туна въ положеніи 3 кривошипа (фиг. 5). Изъ чертежа видно,
что $Oz' = r \sin \varphi$, а $O_3'z' = l \sin \theta$ и соотношеніе (17)
цакрѣе убѣжъ θ удовлетворено. Построеніе продѣлано еще для
точки 7, съ иѣ замѣчаемъ, что все примики, дающія направле-
нія оси шатуна, будутъ исходить изъ точки L , при чёмъ кар-
тина получается вполнѣ ясная^{*}). Разложеніе силъ производится
въ стороны, откладывая отъ произвольно намѣченной точки р
плоскости давленія рб за поршень и разлагая его на rl
 $O_3'z'$ и $ab \perp OB$; последнѣе разлагаемъ на $rl \cdot O_3'z'$ и $ca \perp O_3'z'$.
Отвѣзокъ rl даетъ тогда искомое касательное усилие T .

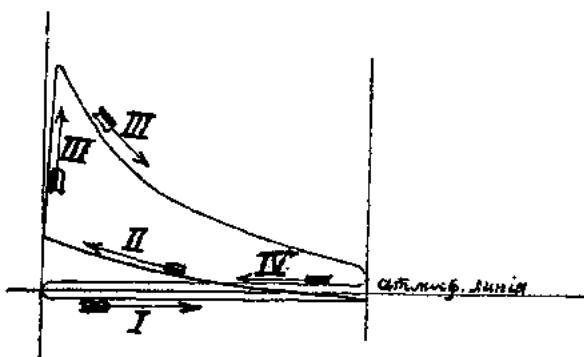
С. Диаграммы изыскательскихъ двигателей.

Въ предыдущемъ исчерпавъ приемы, употребляемые для по-
строения кривой моментаовъ движущихъ силъ для двухтактныхъ
двигателей,

^{*}) При этомъ не следуетъ забывать, что шатунъ движется непрерывно; сначала онъ поднимается выше OB , заѣхъ сюда опускается, подожъ опускается ниже OB и т. д.

двигателей. Эти приемы почти целикомъ переносятся и на четырехтактные двигатели, и здесь будуть рассматриваться лишь ихъ важнѣе видоизмененія, которые диктуются чисто практическими соображеніями.

Діаграмма фиг. 19 даетъ схему процесса въ цилиндрѣ простого дѣйствія газовъ по двигателю, изображеному на фиг. 7. Въ теченіе первого хода поршня гремучая смесь гаса и воздуха воспламеняется, при чёмъ давленіе въ цилиндрѣ немногъ ниже атмосфернаго (стрѣлка I); въ теченіе второго хода



Фиг. 19.

поршня смесь уплотняется (стрѣлка II), и въ концѣ ходовъ пламеняется; поэтому въ теченіе третьего хода (обѣ стрѣлки III) сначала давленіе быстро повышается, пока не копчится горѣніе, а затѣмъ, по мѣрѣ увеличенія объема продуктами горѣнія давленіе постепенно падаетъ; въ теченіе четвертаго хода поршня продукты горѣнія выталкиваются изъ цилиндра, при чёмъ давленіе въ послѣднемъ немногъ выше атмосфернаго (стрѣлка IV). Кривые I и II должны лежать гораздо ближе къ атмосферной линіи, чѣмъ показано на фиг. 19, такъ какъ ординаты ихъ отличаются отъ ординатъ атмосферной линіи не болѣе 0.1 ати., въ то время какъ наибольшее давленіе до стигаетъ послѣ воспламенія нѣдѣлко 25 атм. и болѣе. Поэтому съ достаточными приближеніемъ можно принимать, что въ теченіе первого и четвертаго периода давленіе въ цилиндрѣ равно атмосферному, и эти периоды на діаграммахъ машинъ не отмѣчаются вовсе¹⁾, такъ что фиг. 20 представляетъ обычный видъ, въ которомъ даны діаграммы четырехтактныхъ двигателей.

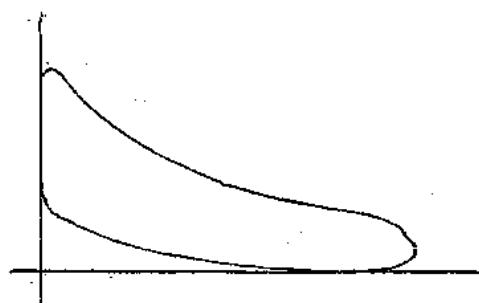
Задняя и передняя плоскости поршня въ цилиндрахъ простого дѣйствія равны и передняя подвергается атмосферному давленію.

¹⁾ При расчетѣ же вскинъ не слѣдуетъ, однако, забывать о существованиіи звукѣ періодовъ.

Такимъ образомъ, удобно отсчитывать ординаты прямо отъ атмосферной линіи; тогда они представляютъ избытокъ давлений на заднюю часть поршня сравнительно съ передней. Если сломать всѣхъ поршней въ машинѣ, считая въ цилиндры съ полезными сопротивлениями (насосные, воздуходувные) равны, или послѣдніе отсутствуютъ, при равенствѣ площадей поршней рабочихъ цилиндровъ, то есть надобности перестраивать диаграмму давлений въ атмосферахъ на диаграмму полныхъ давлений; въ противномъ случаѣ это дѣлается такъ, какъ указано для паровой машины. Если диаграмма полныхъ давлений не строится, то необходимо и силы инерціи брать на 1 см^2 площади поршня, и въ результата получится зѣсь машины; тоже приходящійся на 1 см^2 площади поршня. Перестроенная диаграмма фиг. 20 служить въ то же время диаграммой свободныхъ усилий, если ординаты отсчитываются отъ прямой, соответствующей атмосферной линіи. На нее же можно нанести кривую силъ инерціи, при чёмъ тогда ординаты надо будетъ отсчитывать отъ послѣдней, какъ то дѣлалось и въ случаѣ паровой машины. По этимъ ординатамъ строятся окружные усилия приемами, указанными на фиг. 17 и фиг. 18; необходимо только помнить, что надо пройти все четыре хода поршня, или два полныхъ оборота машины. Такъ какъ для всасывающего и выталкивающаго хода поршня, (I и IV на фиг. 19), мы будемъ считать давление внутри цилиндра равнымъ атмосферному, то зѣсь за поршень будутъ дѣйствовать только силы инерціи.

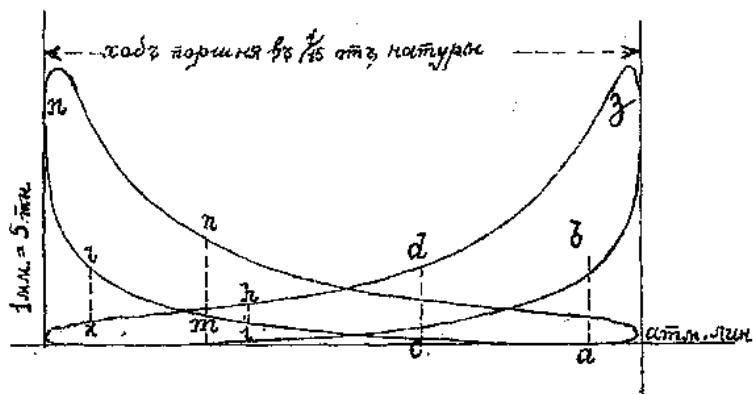
Для цилиндровъ двойного дѣйствія четырехтактныхъ на таинъ диаграммы даются въ сокращенномъ видѣ, какъ на фиг. 11 или 15 для паровой машины*). Перестранваніе на диаграммы

*) Если давать только диаграмма одной стороны, то предполагается, что диаграммы обѣихъ сторонъ тождественны и для дальнѣйшихъ построеній, нанесеніе на чертежъ диаграммы другой стороны необходимо.



Фиг. 20.

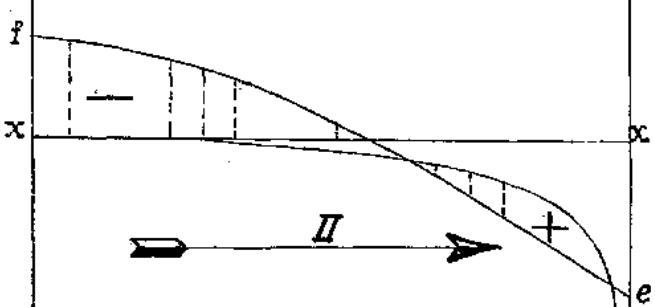
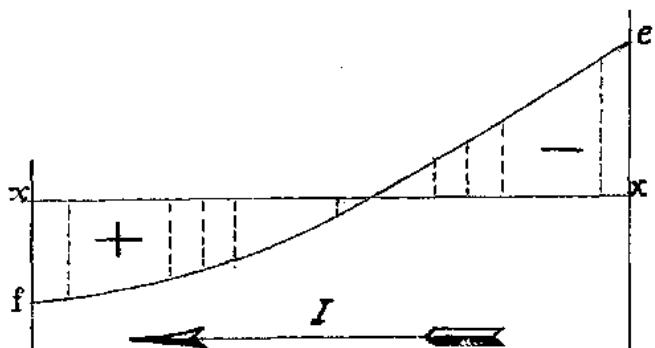
полныхъ давленийъ происходитъ съ помощью тѣхъ же приемовъ; на основаніи тѣхъ же соображеній выбираются и масштабы діаграммъ. При определеніи разности давлений на обѣ стороны поршня необходимо сдѣлать за тѣмъ, какая именно часть процесса происходитъ въ данное время съ каждой стороны поршня. Допустимъ, что діаграмма полныхъ давлений фиг. 21 относится къ машинѣ изображенной на фиг. 4, и что сначала про-



Фиг. 21.

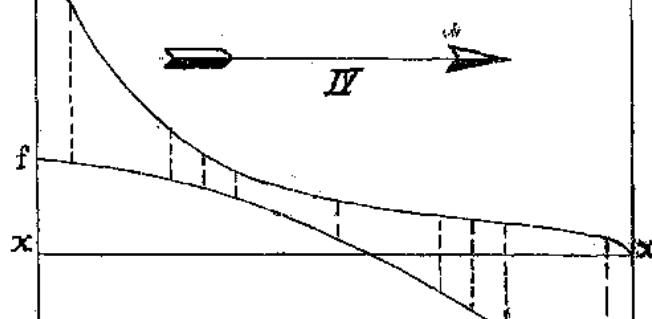
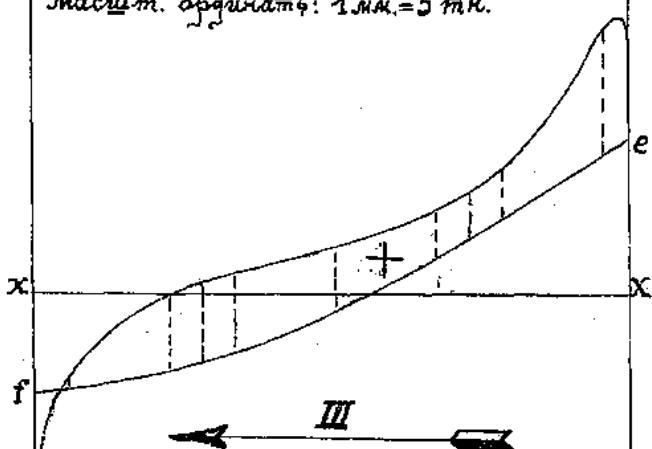
исходить вспышка на задней сторонѣ поршня, а черезъ ходъ поршня на передней, т.е. что все фазы процесса на передней сторонѣ опаздываютъ на одинъ ходъ поршня сравнительно съ задней. Діаграмму свободныхъ давлений здѣсь удобнѣе строить для каждого хода поршня въ отдельности, складывая вверхъ усилия, направленные въ сторону движения поршня. На эту же діаграмму будемъ наносить кривую силы инерціи такъ, чтобы въ началѣ хода поршня ординаты ея вычитались изъ положительныхъ (направленныхъ ввѣрхъ) ординатъ кривой свободныхъ усилий, а въ концѣ хода поршня прибавлялись къ нимъ. При этихъ условіяхъ кривая сила инерціи, какъ и въ двухтактныхъ машинахъ, будетъ служить какъ бы криволинейной осью, отъ которой будутъ отсчитываться ординаты кривой свободныхъ давлений, чтобы получить ту часть послѣднихъ, которая не передается махомику.

На фиг. 22 изображены діаграммы для четырехъ ходовъ поршня. Первому ходу соотвѣтствуетъ восстановленіе премучей смысъ задней стороны поршня, выталкиваніе продуктовъ горѣнія съ передней. Съ обѣихъ сторонъ поршня принимаемъ давление,



масшт. абсцисс: $\frac{1}{15}$ км. в единицу.

масшт. ординаты: 1 мм. = 5 тн.



равнымъ атмосферному, свободная давленія равна нулю и кривая, дающая ихъ, совпадаетъ съ осью хх. Но ординаты нужно отсчитывать отъ кривой силь инерціи еф. Несколько такихъ ординатъ, въ началѣ хода поршня отрицательныхъ, въ концѣ — положительныхъ, нанесены на чертежъ. Второму ходу поршня соответствуетъ съ задней стороны поршня уплотненіе смѣси, съ передней всасываніе, т.е. атмосферное давленіе. На фиг. 21 отрѣзокъ ab представляетъ для этого случая свободное давленіе въ одномъ изъ положеній поршня. Кривая свободныхъ давленій идетъ на фиг. 24 ниже оси хх. Желая учесть вліяніе силь инерціи, ординаты ее считаемъ отъ кривой еф силь инерціи; тогда давленіе дважды меняетъ знакъ на протяженіи хода поршня. Третьему ходу соответствуетъ съ задней стороны поршня, всасываніе и расширение продуктовъ горѣнія, съ передней — уплотненіе гремучей смѣси. Свободные давленія опредѣляются отрѣзками ординатъ cd, ih, lK (фиг. 21), показанными для трехъ положеній поршня. Принимая во вниманіе вліяніе силь инерціи, ординаты кривой свободныхъ давленій отсчитываются отъ кривой еф.

Наконецъ, четвертому ходу съ задней стороны поршня соответствуетъ выталкиваніе продуктовъ горѣнія, съ передней — всасываніе и расширение. Въ некоторомъ положеніи поршня свободное давленіе опредѣляется отрѣзкомъ изъ ординатъ (фиг. 21); дальнѣйшее ясно изъ фиг. 22.

Діаграммами, изображенными на фиг. 22, пользуются для построекъ кривой окружнѣхъ усилій совершенно такъ же, какъ діаграммой свободныхъ давленій (фиг. 16) въ двухтактныхъ машинахъ. Рекомендуется обратить вниманіе на примѣчаніе 1 и 2 на стр. 37.

D. Діаграммы сопротивленій.

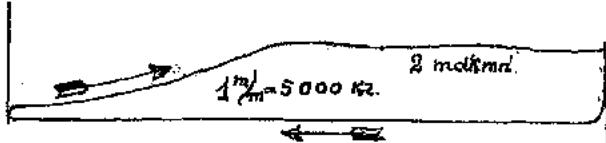
Силы сопротивленій либо бываютъ непосредственно приложены къ главному валу машины, либо передаются на него при помощи какого-либо механизма отъ поршней, преодолѣвающихъ сопротивленіе (например, насосныхъ, воздуховодныхъ и т. п.).

Въ первомъ случаѣ обстоятельства складываются обычно

такимъ образомъ, что моментъ силъ сопротивленія M_d (фиг. 1) при установившемся числѣ оборотовъ машины можетъ, хотя бы приблизительно, считаться постояннымъ. Такъ бываетъ въ случаѣахъ, если машина вращаетъ динамо, для получения тока, центробѣговый насосъ или воздуходувку, когда она работаетъ на фабричный приводъ, или же въ лабораторныхъ условіяхъ, при работе на тормазъ. Во всѣхъ этихъ случаяхъ кривая II на фиг. 1 обращается въ прямую, параллельную оси абсциссъ. Постоянную ординату этой прямой легко определить, какъ высоту прямоугольника, площадь котораго должна равняться площасти, заключенной между кривой M_d , осью абсциссъ и крайними ординатами, а длина основанія равна разстоянію между последними.

Во второмъ случаѣ необходимо иметь диаграммы давлений въ поглощающихъ работу цилиндрахъ, которые

могутъ быть тоже простого или двойного действия.



Фиг. 23.

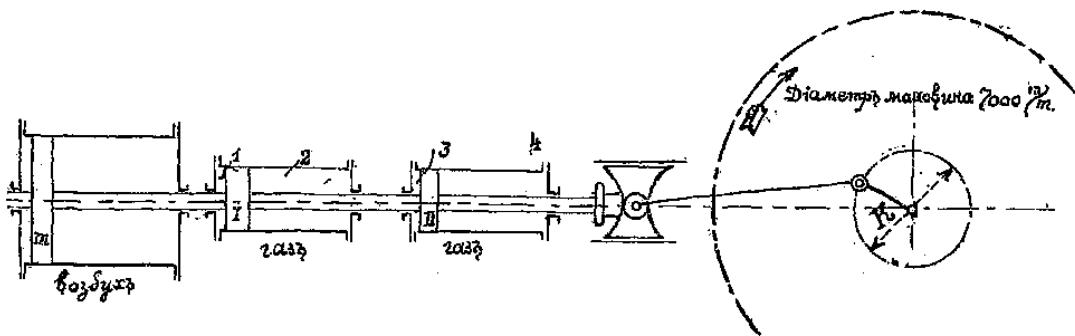
На фиг. 23 изображена диаграмма передней стороны самаго большого воздуходувнаго цилиндра машины, схема которой показана на фиг. 24. Цилиндръ этотъ работает въ два такта, подавая воздухъ въ доменную печь, отходящими газами которой работаютъ два остальныхъ меньшихъ цилиндра, четырехтактныхъ. Цифры 1, 2, 3, 4, обозначаютъ по съдовательность вспышекъ въ нихъ, въ томъ расчетѣ, что на каждый ходъ поршня приходится одна вспышка.

Если разработка всѣхъ диаграммъ поручается одному лицу, то замѣтивъ, что все цилиндры соединены общимъ штокомъ (такъ называемый принципъ прямого дѣйствія), цѣлесобѣзно будетъ сложить для каждого положенія поршней на протяженіи 4-хъ ходовъ давлениія съ задней стороны на все три поршня въ одну диаграмму, которую для ясности можно разбить на подобіе фиг. 22, затѣмъ на ту же диаграмму наести сумму давлений на все три поршня съ передней стороны и эти диаграммы соединить въ одну диаграмму свободныхъ усилий, действующихъ на кривошипъ. Затѣмъ въ обычномъ порядкѣ нается кривая силь инерціи и построится кривая вращающихся

если разработка всѣхъ диаграммъ поручается одному лицу, то замѣтивъ, что все цилиндры соединены общимъ штокомъ (такъ называемый принципъ прямого дѣйствія), цѣлесобѣзно будетъ сложить для каждого положенія поршней на протяженіи 4-хъ ходовъ давлениія съ задней стороны на все три поршня въ одну диаграмму, которую для ясности можно разбить на подобіе фиг. 22, затѣмъ на ту же диаграмму наести сумму давлений на все три поршня съ передней стороны и эти диаграммы соединить въ одну диаграмму свободныхъ усилий, действующихъ на кривошипъ. Затѣмъ въ обычномъ порядкѣ нается кривая силь инерціи и построится кривая вращающихся

моментовъ или окружныхъ усилий. Такъ какъ силы сопротивления уже были учтены въ диаграммѣ свободныхъ усилий, то не получится двухъ кривыхъ M_a и M_c (фиг. 1), а кривая суммарныхъ моментовъ M , которые уже не будутъ теперь изображаться отрывками ординатъ между двумя кривыми, а прямо длиной ординатъ кривой, отсчитывая отъ оси абсциссъ. Но этому площади, соответствующія заштрихованнымъ на фиг. 1, будутъ заключаться между кривой моментовъ M и осью абсциссъ.

Если разработка диаграммъ поручается двумъ лицамъ, то первое складываетъ лишь усилия отъ поршней малыхъ разовыхъ цилиндровъ и строить диаграмму моментовъ движущихъ силъ, не учитывая силы инерціи. Второе лицо, по диаграммамъ давленій въ воздуходувномъ двухтактномъ цилиндрѣ, строить диаграмму свободныхъ сопротивлений, дающую разность усилий, действующихъ за двѣ стороны поршня и учитываетъ силы инерціи въ диаграммѣ сопротивлений, где сиѣ въ началѣ хода поршня прибавляются къ сопротивлению, а въ концѣ вычинаются изъ нихъ. Затѣмъ строится диаграмма моментовъ силъ сопротивлений и обѣ диаграммы соединяются въ одну по фиг. 1. Двухтактная диаграмма моментовъ силъ сопротивлений повторится дважды на протяженіи 4-хъ ходовъ поршня.



Фиг. 24.

Въ построенной тѣмъ или другимъ образомъ диаграммѣ, однаково, соотношеніе (9) никогда не будетъ удовлетворено; сумма положительныхъ площадокъ всегда окажется по абсолютной величинѣ больше суммы отрицательныхъ, такъ какъ не пра-

зято во внимание одно изъ сопротивлений, за диаграммами не упоминаемое, сопротивление отъ тракта. Этого полужесткий избытокъ долженъ въ точности равняться избытку работы газа въ цилидрахъ, между неподвижной воздуходувнымъ цилиндромъ работой за одинъ періодъ, и можетъ быть опредѣленъ заранѣе изъ сопоставленія поршневыхъ діаграммъ. Въ виду сложности определенія кривой силы тренія, работа которыхъ не должна въ хорошо устроенной машинѣ быть велика^{*)}, первѣко считаютъ моментъ сопротивлія есть сила тренія постоянная, опредѣляя его величину на основаніи разности работы силъ движущихъ и работы силъ сопротивлія за періодъ по діаграммамъ, и прибавляя соотвѣтствующую постоянную къ ординатамъ кривой момента силы сопротивлія. Другой приемъ тоже ствененъ есть приемъ, употребляемый для уничтоженія неизвѣдки въ соотношеніи (9), когда она зависитъ отъ неточности чертежа^{**}). Разность работы силъ движущихъ и сопротивлій разбивается на слагаемая, пропорциональная, по абсолютной величинѣ; величинамъ площадокъ, входящихъ въ сопотношеніе (9) и положительныя значенія площадокъ, полученные измѣреніями на чертежѣ, уменьшаются на величину соответствующихъ слагаемыхъ, а отрицательныя значенія площадокъ увеличиваются по абсолютной величинѣ.

Особенно просто выражается поршневая діаграмма сопротивлений въ всѣхъ насосахъ. Теоретическая діаграмма имѣть здѣсь видъ прямоугольника, такъ какъ въ періодъ всасыванія имѣется одно постоянное давленіе, ниже атмосферы то, если насосъ стоитъ выше уровня воды въ питающемъ резервуарѣ, во время нагнетанія — другое постоянное давле-

^{*)} Все же иногда она достигаетъ 20% до 22% всей работы машины.

^{**)} За законную связку можно считать до 4% всей площади діаграммы движущихъ усилий; обычно она бываетъ равна 1% до 2%. Въ случаѣ, когда упомянутое требование неизвѣдки отъ неточности чертежа будетъ выражаться въ макѣ, что разница работы силъ движущихъ и сопротивлений, полученная изъ поршневыхъ діаграммъ будетъ выливаться изъ разности работъ, полученной изъ кривой момента. Этому прослѣду необходимо дѣлать, во избѣженіе ошибокъ въ результатѣ.

віе, зависающее от высоты уровня въ резервуарѣ, куда подается вода. Если, напримѣръ, машина, развивающая 3000 л.с. силь и дѣлающая 60 оборотовъ въ минуту имѣеть два насосныхъ цилиндра двойного дѣйствія, работающихъ на общую сѣть общий ходомъ поршня $H = 360^{\text{мм}}$ и диаметръ насосныхъ цилиндровъ $D_2 = 160^{\text{мм}}$ и $D_1 = 226^{\text{мм}}$ при абсолютномъ давлѣніи всасыванія въ 0,5 атм. и равенствѣ передней и задней сторонъ поршней, то легко построить діаграмму давленій въ атмосферахъ для насосныхъ цилиндровъ. Такъ какъ цилинды работаютъ въ общую сѣть, т.е. давленіе нагнетанія одно и то же, и имѣютъ общий ходъ поршня, то работа распредѣляется между ними пропорціонально плошади поршней, или квадрату ихъ диаметровъ. Но $D_2^2 : D_1^2 = 226^2 : 160^2 = 51100 : 25600$, или приблизительно $D_2^2 : D_1^2 = 2:1$. Работа машины за одинъ ходъ поршка будетъ: $3000 \times 75 : 120 = 1870$ к.л.мт. На долю маленькаго цилиндра придется $1870 : 3 = 623$ к.л.мт. Плошадь поршня цилиндра:

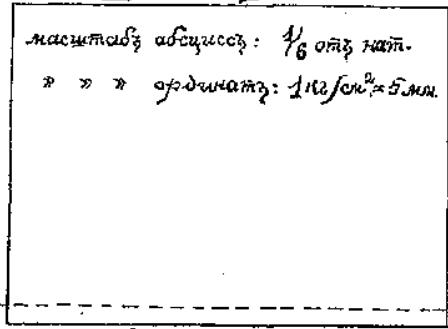
$$F_1 = \frac{\pi \cdot 16^2}{4} = 201 \text{ см}^2.$$

Полное давленіе со всасывающей стороны будетъ: $201 \cdot 0,5$; полное давленіе съ нагнетающей стороны, если оно неизвестное, давленіе въ атмосферахъ, будетъ 201 р. Разность давленій, или такъ называемое свободное давленіе, будетъ: $201(p=0,5)$ кг., а работа за одинъ ходъ: $201(p=0,5) \cdot 0,36$ кг. мт. Слѣдовательно, $201(p=0,5) \cdot 0,36 = 623$, откуда

$$p = \frac{623}{0,36 \cdot 201} + 0,5 = 9,22 \text{ атм.}$$

На фиг. 25 показана діаграмма для правой половины цилиндра, для которой она обходится противъ часовой стрѣлки; та же діаграмма, если ее обойти въ обратномъ направлѣніи дастъ процессъ съ лѣвой стороны поршка.

Такъ же просто строятся поршневыхъ насосныхъ діаграммъ, если для діаграммы подныхъ давленій цилиндръ діаграммъ, исходя изъ соображенія, что при равенствѣ масштабовъ сумма плошадей діаграммъ силь движущихъ, равна суммѣ плошадей діаграммъ силъ сопротивленія. Необходимо лишь знать отношеніе



Фиг. 25.

те.

віе об'ємовъ насосныхъ ци-
линдроў и давленіе, при
которомъ вода поступаетъ
въ насосъ. При этомъ тре-
ніемъ въ машинѣ пренебре-
гается, върхнє зам'яня —
къ его постоянной силой,
дѣйствующей на поршень въ
періодъ нагнетанія, ибо
въ присутствіи тренія
дѣйствительное давленіе
нагнетанія будеть мень-
ше.

IV. ПРИЛОЖЕНИЕ:

ИЗМІРЕНІЕ ПЛОЩАДІЙ ПЛОСКИХЪ ФІГУРЪ, ОГРАНІЧЕНИХЪ ПРИВОЛНІЙНИМЪ КОНТУРОМЪ.

Изъ предыдущаго ясно, какую роль при определеніи мо-
мента инерціи маховика играетъ измѣреніе площадей, ограничен-
ныхъ криволинейнымъ контуромъ. Обычно площади измѣряются съ
помощью особыхъ приборовъ, называемыхъ «планиметрами». При
этотъ величина площади получается, какъ пропорціональная раз-
ности двухъ отсчетовъ въ некоторомъ роликѣ; первый отсчетъ
дѣлается поставивъ штифтъ прибора на какую-либо точку кон-
тура, второй — обойдя штифтомъ по всему контуру до началь-
наго его положенія*).

*) Если бы контуръ образовалъ петли, то въ зависимости
отъ того, приписывается ли площади этикъ плюсъ положительный
или отрицательный знакъ, сльдуетъ при непрерывномъ обходѣ

Другой приборъ, такъ называемый интеграфъ, автоматически чертитъ, если на чертежѣ имеется кривая, уравненіе которой напишемъ въ видѣ $y = f(x)$, другую кривую $Y = F(x)$, ординаты которой удовлетворяютъ соотношенію

$$Y = \int y dx.$$

Если значения $x = x_1$ и $x = x_2$ соответствуютъ ординатамъ $y = y_1$ и $y = y_2$ первой кривой, и Y_1 и Y_2 — второй, то разность $(Y_2 - Y_1)$ двухъ послѣднихъ даетъ величину пло-
щади, заключенной между кривой $y = f(x)$, осью абсциссъ и
ординатами y_1 и y_2 . Такимъ образомъ, построивъ съ помо-
щью интеграфа кривую $Y = F(x)$, сразу можно получить значенія
площадей, заключенныхъ между начальной ординатой y_1 и любой
другой y_2 . При пользованіи планиметромъ приходилось бы каждую
такую площадку планиметрировать отдельно. Интеграфъ осо-
бенно удобенъ при расчетѣ момента инерціи маховика по выше-
сказанному второму способу. Приборъ этотъ къ сожалѣнію очень
дорогъ*).

Будемъ ли мы пользоваться планиметромъ или интеграфомъ,
и въ томъ и въ другомъ случаѣ приходится вести отъ руки инти-
графъ по какой-либо кривой и случайная ошибки, происходящія
отъ нетвердости руки, могутъ быть исключены лишь при полу-
ченіи результата, какъ арифметического средняго большого чи-
сла измѣреній. Вследствіи этого точное опредѣленіе площа-
дей съ помощью этихъ приборовъ будетъ всегда задачей довольно
кропотливой. Если же мы будемъ дѣлать съ помощью указанныхъ
кактупа обходить петли въ толжъ же направлениі какъ и весь ком-
пьютеръ или въ обратномъ: въ случаѣ сомнѣній лучше опредѣлять пло-
щади петель отдельно.

*.) Малая модель интеграфа Абданка Абакамовича стоитъ 450
франковъ, большая — 600 франковъ: первая вѣситъ 8,5кг., вто-
рая — 18 кг.

“ГРАФИЧВСКІЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦІИ МАХОВИКА”.

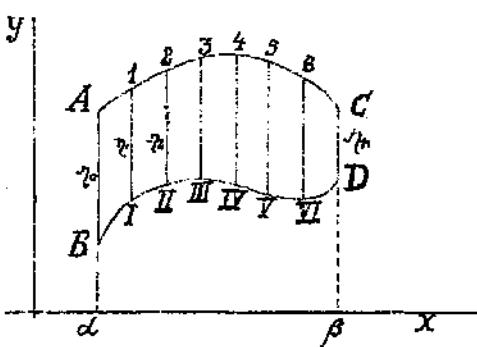
Преп. Л. В. АССУРЬ въ К. О. РЕРИХЪ.

Издатель Студ. Кассы Взаимопомощи при СНБ. Полтава. Издательство.
Типо- — Литографія Н. Трофимова. Можайская 3.

приборовъ измѣрение площадей менѣе точно, обходи кривую лишь по одному или по два раза, то результатъ, пожалуй даже болѣе надежный, можно получить съ помощью прибора весьма просто — волоски бумагки перегнутой пополамъ, чтобы получить прямолинейный край. Пріемъ этотъ основанъ на примененіи, такъ называемыхъ формулы трапецій и формулы Симпсона, вводимыхъ въ курсахъ интегрального исчислениія.

Допустимъ, фиг. 26; что мы имеемъ контуръ, ограниченный двумя отрѣзками АС и ВD кривыхъ и отрѣзками ординатъ АВ и СD; случай площади, ограниченной однимъ прямолинейнымъ контуромъ получится, полагая АВ и СD равными нулю. Равдѣлимъ разстояніе $\alpha\beta$ между крайними отрѣзками ор-

динатъ на n равныхъ частей и въ точкахъ дѣленія возставимъ ординаты, переставляющія наши кривые въ точкахъ 1, 2, 3... ($n-1$); I, II, III... ($N-1$). Отрѣзки ординатъ между кривыми АС и ВD назовемъ последовательно π_0 , π_1 , π_2 ..., π_n . Замѣнимъ теперь мысленно на-



Фиг. 26.

ши кривые ломанными А1 2 3 ... С и В I, II, III... D. Площадь, ограниченная этими ломаными и крайними ординатами π_0 и π_n будетъ отличаться отъ истинной, тѣмъ менѣе, чѣмъ больше будетъ число n дѣленій; предѣлъ ошибки рассматривается въ курсахъ интегрального исчислениія, и на немъ мы здѣсь остановливаться не будемъ. Тогда площадки, заключенная между двумя соседними отрѣзками ординатъ, и двумя прямолинейными отрѣзками ломанной, напримѣръ, 5, 6, VI, V, или 1, 2, II, I, представляютъ изъ себя трапеціи. Называя ихъ последовательно черезъ f_1 , f_2 , f_3 ..., f_n , и $\alpha\beta$: n чреаѣ a , имеемъ:

$$f_1 = a \frac{\pi_0 + \pi_1}{2}; \quad f_2 = a \frac{\pi_1 + \pi_2}{2}; \quad f_3 = a \frac{\pi_2 + \pi_3}{2};$$

$$f_n = a \frac{\pi_{n-1} + \pi_n}{2}$$

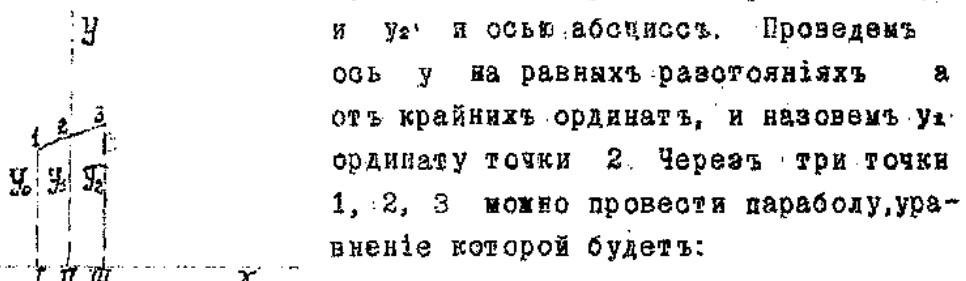
Сумма всѣхъ площадокъ f дастъ всю измѣряемую площадь F . Не трудно замѣтить, какъ по выраженіямъ для площадокъ f , такъ и по чертежу, гдѣ видно, что за исключеніемъ крайнихъ отрѣзковъ Π_0 и Π_n всѣ остальные являются одновременно оторонами двухъ сложныхъ трапеций, что въ суммѣ всей отрѣзки ординатъ, кроме крайнихъ, повторяются дважды и поэтому:

$$F = a \left[\frac{\Pi_0 + \Pi_n}{2} + (\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \dots + \Pi_{n-1}) \right].$$

Если мы съ помощью карандаша и указанной выше полоски бумаги сложимъ отрѣзки среднихъ ординатъ, измѣримъ масштабъ полученнуу сумму, прибавимъ къ ней полу сумму крайнихъ и результатъ помножимъ на $a = \alpha^3 : \pi$, то получимъ приближенное выраженіе для площади F .

Замѣна криволинейныхъ отрѣзковъ прямoliniйными можетъ дать хороший результатъ лишь при большомъ числѣ дѣленій. Поэтому для сокращенія труда или для увеличенія точности пользуются формулой Симпсона. Замѣняющей криволинейный отрѣзки, тоже криволинейными, именно параболами, ближе близко подходящими къ кривой, чѣмъ параллельная сторона трапеций.

Представимъ себѣ площадку, ограниченную отрѣзкомъ 1-3 кривой, двумя крайними ординатами уо и уз и осью абсциссъ. Проведемъ ось у на равныхъ разстояніяхъ а отъ крайнихъ ординатъ, и назовемъ уз ординату точки 2. Черезъ три точки 1, 2, 3 можно провести параболу, уравненіе которой будетъ:



$$y = a x^2 + \beta x + \gamma$$

Фиг. 27. гдѣ коэффициенты α , β и γ опредѣляются изъ условія, чтобы координаты точекъ 1, 2, и 3 удовлетворяли уравненію параболы. Площадь I. 1. 3. III будетъ тогда:

$$f_1 = \int_{x=-a}^{x=a} y dx = \int_{x=-a}^{x=a} (\alpha x^2 + \beta x + \gamma) dx = \frac{2}{3} \alpha a^3 + 2 \gamma a.$$

Коэффициентъ β въ выраженіе площади f_1 не входитъ, и можно

его не определять. Подставивъ въ уравненіе наработы значения координатъ 1, 2 и 3, получимъ:

$$Y_0 = \alpha a^2 + \beta a + y.$$

$$Y_1 = y.$$

$$Y_2 = \alpha a^2 - \beta a + y$$

Второе изъ этихъ соотношеній даетъ намъ значение y ; подставивъ его въ первое, и третье, положеніемъ ихъ наѣдь:

$$\alpha = \frac{Y_0 + Y_2 - 2Y_1}{2a^2}$$

Такимъ образомъ получимъ:

$$f_1 = \frac{a}{3} (Y_0 + Y_2 + 4Y_1).$$

Та же формула остается справедливой и въ томъ случаѣ; если точки I II III расположены по кривой, какъ на фиг. 26. Въ этомъ случаѣ ординаты y замѣняются только отрезками π между кривыми. Примѣтно къ фигурѣ 26 мы поступимъ теперь слѣдующимъ образомъ. Расстояніе $a\beta$ раздѣлимъ на членное число частей $2n^*$), такъ что расстояніе между смежными ординатами $a = a\beta/2n$. Число всѣхъ плашадокъ будетъ n , такъ какъ каждая будетъ ограничена только четными ординатами, а средняя ордината будетъ нечетная. Такимъ образомъ:

$$f_1 = \frac{a}{3} (Y_0 + Y_2 + 4Y_1); f_2 = \frac{a}{3} (Y_2 + Y_4 + 4Y_3);$$

$$f_3 = \frac{a}{3} (Y_4 + Y_6 + 4Y_5); f_n = \frac{a}{3} (Y_{2n-2} + Y_{2n} + 4Y_{2n-1}).$$

Складывая эти выраженія, замѣчаемъ, что четные ординаты, за исключениемъ крайнихъ Y_0 и Y_{2n} размежевываются двумъ сосѣднія плашадки и потому войдутъ по два раза; нечетные находятся въ серединѣ каждой плашадки и потому войдутъ по одному разу. Окончательно получится:

$$F = \frac{a}{3} [Y_0 + Y_{2n} + 2(Y_2 + Y_4 + Y_6 + \dots + Y_{2n-2}) + \\ + 4(Y_1 + Y_3 + Y_5 + \dots + Y_{2n-1})].$$

*) См. Примѣненіе на стр. 58.

Мы замечаемъ, что пользоваться формулой Симсона не сколько не затруднительнѣе, чѣмъ формулой трапециі, при томъ же числѣ ординатъ. Въ первомъ случаѣ складывается вся ординатъ, кроме крайнихъ, здѣсь нужно сложить отдельно четные ординаты, кроме крайнихъ, и отдельно нечетные ординаты. Умноженіе на 2 и на 4 полученныхъ суммъ не представляется какихъ либо существенныхъ осложненій. Во многихъ случаяхъ можно будетъ утверждать, что параболы Симсона ближе подойдутъ къ истинной кривой, чѣмъ кривая, описываемая отъ руки штифтомъ какого-либо прибора.

Примѣненіе. Въ соотношеніе (9) могутъ входить площади разной величины, и иногда оказывается, что некоторая площадь очень мала, сравнительно съ остальными. Не слѣдуетъ въ этихъ случаяхъ отбрасывать ихъ совсѣмъ, допуская что они мало вліяютъ на величину всѣхъ суммъ, но можно учесть ихъ приближенно, принявъ въ формулы Симсона $2n = 2$. Такъ какъ отрывки крайнихъ ординатъ для заштрихованныхъ площадокъ на фиг. 1 равны нулю, то имѣмъ $P_0 + P_2 = 0$, остается линія P_{11} и потому, обозначая разность крайнихъ абсциссъ площадки $2a$ черезъ b , напишемъ:

$$f = \frac{2}{3} b P_{11}.$$

— — — — —

*) При определении площади поризованныхъ фасадовъ можно принять $2n = 10$.

К.Э.РЕРИХЪ

ДРУГОЙ ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА.

ИНВЕРЦИИ МАХОВИКА.

Этотъ методъ основывается на построении діаграммы работы или потенціальной енергії машини, а не діаграммы вращающихъ усилій. Преимущество его заключается въ томъ, что по діаграммѣ работы легко построить діаграмму угловой скости машины, что бываетъ интересно и важно знать, если машина приводить во вращеніе динамо-машину перемѣнного тока.

Пусть коренной валъ машины приводится въ движение кривошипами, углы заклинки которыхъ известны; кроме того даются индикационные діаграммы всѣхъ цилинровъ, всѣхъ поршней и пр. Начергимъ кривошипы отдельно другъ отъ друга въ какомъ-нибудь начальномъ положеніи, напримѣръ, кривошинъ I въ мертвой точкѣ, кривошинъ II и остальные въ тѣхъ положеніяхъ, которые они должны занимать, когда кривошинъ I находится въ мертвой точкѣ. Засечками (или шаблонами) опредѣляемъ соответственныя положенія всѣхъ поршней. Затѣмъ представляемъ себѣ все кривошипы повернувшимися изъ начального положенія на уголъ α , снова находимъ положенія всѣхъ поршней и опредѣляемъ работу, произведенную при этомъ поворотѣ давленіемъ пара на всѣ поршни. Затѣмъ увеличиваемъ еще уголъ поворота α и снова опредѣляемъ работу пара, и такъ до тѣхъ поръ, пока че зерчемся къ исходному положенію всѣхъ кривошиповъ; т.е. пока не исчерпаемъ весь периодъ дѣйствія двигателя. Продолжать вычисление произведенной работы дальше нѣтъ, конечно, смысла, ибо по истеченіи одного периода начинается второй, являющійся точнымъ повтореніемъ первого.

Остановимся подробнее на этой первой задаче вычислений работы, произведенной машиной при повороте на любой угол α . Для этого должны быть известны силы, действующие в машине. Силы давления пара берутся изъ такъ называемой индикаторной диаграммы, въ которой по оси ординатъ отложены давления въ кг., приходящіяся на 1 кв. см. площи поршня, причемъ мы не рестриктируемъ диаграмму такъ, чтобы она изображала разность давлений по обѣимъ сторонамъ поршня.

Для примера расчитаемъ маховое колесо къ паровой машинѣ съ динамическимъ расширениемъ пара. Съ кривошипомъ I, сочлененъ цилиндръ высокаго давления, а съ кривошипомъ II - цилиндръ низкаго давления и воздушный насосъ для откачиванія конденсата, при чмъ поршень воздушного насоса сидитъ на продолженіи штока цилиндра низкаго давления. Индикаторная диаграмма (въ различныхъ масштабахъ) вѣхъ трехъ цилиндровъ, а также основные размѣры машины указаны на чертежѣ 1. Работа производимая машиной и передаваемая станкамъ, равна разности работы силъ движущихъ и работы сопротивлений. Движущей силой въ нашемъ примѣрѣ является давление пара на поршень, если оно совпадаетъ съ направлениемъ движения поршня (участки диаграммы, въ которыхъ давление пара на поршень противоположно направлению его движения, отычены, какъ дающія отрицательную работу). Сопротивленія, преодолѣваемые внутри машины, составляютъ тренія и сопротивленіе воздушного насоса (за исключеніемъ маленькаго участка его диаграммы - подложительная работа). Треніе, поглощающее около 15% работы паровой машины, представляется, собственно говоря, силу переменную, но точное определение измѣненій ея величины настолько кропотливо, что въ расчетѣ махового колеса силу тренія замѣняютъ постояннымъ тангенциальнымъ сопротивлениемъ, привлекающимъ къ полезнымъ сопротивлениямъ. Пусть на чер. 1 окружности радиусовъ r изображаютъ траекторіи двухъ кривошиповъ I и II, которые заклинены подъ угломъ 90° . Окружности раздѣлены на 16 заумерованныхъ частей, при чмъ начальное положеніе обоихъ кривошиповъ носить двойной номеръ 0 и 16. Засечками радиусомъ, равнымъ длины шатуна ($l = 5r$), опредѣляемъ и заумеровываемъ соответственныя положенія поршня.

Величина работы, произведенной какой-нибудь переменной

силой P , действующей по направлению движения точки e при положении, какъ известно, равна $\int_{S_1}^{S_2} P ds$. Въ нашемъ случаѣ величина этого интеграла легко опредѣляется графически, ибо силы у насъ нанесены, какъ ординаты, пути, проходимые точками приложений, какъ абсциссы, такъ что интегралъ равенъ площади участка діаграммы, соответствующаго предѣламъ S_1 и S_2 . Слѣдовательно, первая задача сводится къ вычислению ряда площадокъ. Такъ, для опредѣленія работы движущихъ силь при переходѣ изъ положенія O въ 1 . (черт. 1) надо вычислить площадки, заштрихованныя косо: пусто заштрихованная узенькая исло-
зочка представляетъ себѣ работу каждого квадр. см. Площади первия высокаго давленія, порѣже заштрихованная — никако дав-
ленія; изъ суммы этихъ работъ надо отнять еще работу, израс-
ходованную въ воздушномъ насосѣ при переходѣ его изъ положе-
нія O въ положеніе 1 . Для опредѣленія работы, соответствую-
щей переходу изъ O въ 2 , мы вычислимъ площадки, заштрихованія вертикально, и представляющія работы, произведен-
ные при переходѣ изъ положенія 1 во 2 , и прибавимъ полу-
ченную величину къ ранѣе вычисленной ($0-1$). Само собой ра-
бунѣется складывать и вычитать надо же площадки, а работы, ибо масштабы индикаторныхъ діаграммъ различныхъ цилиндровъ раз-
личные и площади поршней тоже различны. Пусть напримѣръ, площа-
дка ($0-1$) для цилиндра высокаго давленія равна 70 кв.
мм. = f_1 ; надо принять во внимание, что истинный путь $0-1$ въ 5 разъ больше, чѣмъ 1 мм. ординаты равенъ только $\frac{1}{5}$ кг
см, и что истинная площадь поршня 1134 см², т.е. работа, изобра-
жаемая площадью въ f_1 мм² равна $f_1 \cdot 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot 1134 = 1134 \cdot f_1$ кг
мм. = $1,134 \cdot f_1$ кг.м. = $79,4$ кг.м. Работа въ килогр. метр. полу-
чается, слѣдовательно, умноженіемъ площадки f мм² на перево-
дный множитель $1,134$. Если площадка будетъ измѣрена въ см², то переводный множитель будетъ $113,4$. Для вычислениія со-
ответственной площадки діаграммы цилиндра никакаго давленія, примемъ ее за трапецію, получимъ $f_2 = 203$ см²; опять истин-
ный путь въ 5 разъ больше, 1 мм. = $\frac{1}{5} \cdot 10 \cdot \text{кг}/\text{см}^2$ и площадь
поршня = 2376 см², откуда переводный множитель равенъ $1,188$ и искомая работа = 241 кг.м. Наконецъ, для воздушного на-
соса площадка $f_3 = 67$ мм², переводный множитель $0,1508$ и

затраченная работа = 10,1 кг.м. Всего, следовательно, при переходе машины изъ положения 0 въ 1 произведено работы 310,3 кг.м. Эту работу можно было бы отложить какъ ординату въ диаграммѣ работы, черт. 2, взявъ за абсциссу промежуточные равнодistantные точки 0, 1, 2 и т.д., символизирующие положенія криволиніевъ. На участкѣ 1-2 произведена работа $238 + 140 = 360$ кг.м., а вмѣстѣ съ предыдущей величиной 370,3 кг.м. Продолжая поступать такимъ образомъ дальше, составимъ таблицу или диаграмму (черт. 2) работы движущихъ силъ машины за 1 периодъ, изъ которой видно, что за одинъ оборотъ машина производить работу 3648 кг.м. (при $150^{\circ}/\text{мин}$. приблизительно 120 л. силь). Если бы не было сопротивлений, машина не била бы снабжена центробѣжнымъ регуляторомъ, то скорость ее вращенія очень сильно возрасла бы. Центробѣжный регуляторъ или машинистъ не долженъ этого позволить, устанавливая наполненіе машины паромъ такъ, чтобы работа въ теченіе одного оборота движущей силы равнялась работе сопротивленія. Слѣдовательно, въ случаѣ установившагося движения машины сумма работы всѣхъ сопротивлений, какъ полезныхъ, такъ и вредныхъ, должна быть тоже равна 3648 кг.м. за одинъ оборотъ.

Если машина непосредственно приводить въ движение какое-нибудь срудаѣсь перемѣнными сопротивлениемъ, то нужно составить аналогичную таблицу или диаграмму работы сопротивленія, для чего достаточно знать индикаторную диаграмму машины-рудія (например, компрессора). Если машина приводить въ движение цѣлый заводъ, то у всѣхъ станковъ есъ очень перенѣмными сопротивлениями стоятъ особые маховики, чтобы не подвергать передачу дѣйствію перенѣмныхъ силъ и въ такихъ случаяхъ величина сопротивленія, дѣйствующаго на маховикъ патрона машины, считается за постоянную. Точно также сопротивленіе движению источниковъ электрической энергіи - дина-мо-машинъ и альтернаторовъ, - предполагается неизменнымъ въ теченіе первого периода. Обозначая величину момента этого сопротивленія черезъ α , найдемъ ею работу -

$$- \int Q \, da = - Q \alpha,$$

т.е. работа, затрачиваемая на преодолѣніе постоянного сопро-

тивленія, возрастаетъ пропорціонально углу поворота, что на діаграммѣ изобразится прямой линіей, проходящей черезъ точку О. Такъ какъ конечная точка А этой прямой намъ известна (3648 кг.м.), то діаграмма работы сопротивленія въ этомъ случаѣ есть прямая OA.

Изъ діаграммъ мы видимъ, что кривыя работы движущихъ силъ и работы сопротивленій не тождественны; разница между работой движущей силы и сопротивленія, которую мы обозначимъ буквой L и которая достигаетъ максимума въ положеніи З ($L_{\max} = 268$ кг.м.) обусловливаетъ измѣненіе кинетической энергіи машины, что и составляетъ цѣль всего расчета; къ концу періода избытокъ работы поглощается сопротивленіями.

Недостаткомъ построенной на черт. 2 діаграммы всей работы, произведенной движущими силами, и всей работы сопротивленій является мелкость масштаба ($1\text{см.} = 400$ кг.м.), сбусловленою слишкомъ большой величиной всей произведенной въ течение 1-го періода работы = 3648 кг.м. Между тѣмъ, какъ отчасти уже выяснено, цѣлью расчета является определеніе разности между работой движущихъ силъ и сопротивленій. Легко построить діаграмму разности этихъ работъ. Для этого мы находимъ прежде всего работу сопротивленія за $\frac{1}{16}$ оборота (если оборотъ раздѣленъ на 16 равныхъ частей, то за $\frac{1}{16}$ долю оборота) дѣленіемъ всей работы 3648 кг.м. на 16, и получимъ 228 кг.м. Такимъ образомъ при поворотѣ изъ положенія О въ положеніе 1 работа движущихъ силъ = 310,3 кг.м., работа сопротивленій 228 кг.м.; избытокъ работы = 82,3 кг.м. Отложимъ этотъ избытокъ на чертежѣ З въ маоштабѣ. При переходѣ изъ О въ 2 работы движущихъ силъ = 670,3 кг.м., сопротивленій = $= 2 \times 228 = 456$ кг.м.; разность = 214,3 кг.м. Продолжая подобнія вычитанія далѣе, увидимъ, что діаграмма разностей работы движущихъ силъ и сопротивленій можетъ быть построена самостоітельно безъ исполненія черт. 2, если составлена таблица работы, при чёмъ при одинаковыхъ площадяхъ бумаги масштабъ можетъ быть выбранъ значительно крупнѣе; поэтому построение діаграммы разности работъ (черт. 3) слѣдуетъ предпочтеть построенію діаграммы полныхъ работъ (черт. 2).

Что произведетъ отмеченный избытокъ работы? Какъ явѣст-

но иль уравненія живыхъ силъ, онъ ускоритъ движение массы машины, затратится на увеличение кинетической энергіи ея частей, и второй нашей задачей будетъ определеніе кинетической энергіи этихъ частей.

Представимъ себѣ для простоты машину вращающуюся совершенно равномѣрно. Части машины,участвующія въ ея движении, можно раздѣлить на двѣ различныя группы: 1) Части, совершающія непрерывное вращательное движение (маховое колесо, кривошипы, валъ и пр.); кинетическая энергія этихъ частей постоянна при равномѣрномъ вращеніи. 2) Части, совершающія возвратно-перемѣнное движение (поршни, шатуны и пр.); кинетическая энергія этихъ частей величина переменная да же при равномѣрномъ вращеніи, ибо скорость ихъ движенія не прерывно измѣняется.

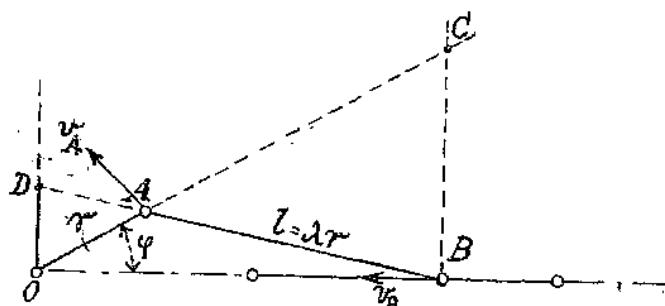
Иль частей машины, относящихся къ первой группѣ, моментъ инерціи махового колеса намъ неизвѣстенъ (его - то и нужно определить); моменты инерціи остальныхъ частей этой группы (вала, кривошиповъ и пр.) настолько незначительны по сравненію съ моментомъ инерціи маховика, что ими можно пренебречь.

Иль частей, относящихся ко второй группѣ наиболѣе значительную величину имѣютъ вѣса поршней. Затѣмъ идутъ шатуны, кинетическую энергию которыхъ можно приближенно принять во вниманіе, представивъ ее себѣ состоящей изъ двухъ слагаемыхъ - постоянной, которой можно пренебречь по сравненію съ энергией маховика, и переменной, которую можно считать изменяющейся по тому же закону, какъ и кинетическая энергія поршня; другими словами, массу шатуна (предполагаемую равномѣрно распределенную по его длине) можно раздѣлить на двѣ эквивалентныя массы, одну изъ которыхъ надо сосредоточить въ цапфѣ крейцкопфа, а другую въ цапфѣ кривошипа. Анализическое изслѣдованіе указываетъ, что въ цапфѣ кривошипа слѣдуетъ сосредоточить $\frac{1}{3}$ вѣса, въ цапфѣ крейцкопфа $\frac{2}{3}$ вѣса шатуна. Такимъ образомъ иль частей, относящихся ко второй группѣ, мы примемъ во вниманіе массу поршня, прибавивъ къ ней $\frac{2}{3}$ массы шатуна: обѣ массы будемъ считать сосредото-

* См. Прил. на слѣд. страницѣ.

чесными въ цапфѣ крейцкопфа В и величину ихъ обозначимъ P_B кгр.

Теперь мы можемъ заняться окончательнымъ решениемъ вто-
рой задачи. Пусть имѣемъ кривошипный механизмъ (Фиг 1). Ско-



Фиг. 1.

рость движенія точ-
ки А цапфы криво-
шипа известна:

$$v_A = r \omega = \frac{r \cdot \text{кп}}{30} \text{ где}$$

r — радиусъ криво-
шипа, ω — его угло-
вая скорость въ се-
кунду, п-число обе-
ротовъ въ минуту.

*) Еще разъ подчеркиваемъ, что это дѣлается лишь какъ первое приближеніе къ истинѣ и желательное упрощеніе. Обыкновен-
но въсю жалуна проочно пренебрегаютъ. Дострѣнность предлага-
емаго здѣсь приближенія довольно грубая, наилѣчшая ей вели-
чина, (какъ легко вывести изъ формулы, приведенныхъ, напримеръ
у Lorenz; Dynamik der Kurbelgetriebe § 10), достичаетъ

$$0,131 \frac{G}{2g} r^2 \omega^2, \text{ т.е. около } 25\% \text{ хинамическ. зн. сосредоточива-}
емой массы цапфы кривошипа. Полное выражение пострѣнности$$

$$\frac{1}{s} \cdot \frac{G}{2g} r^2 \omega^2 \sin \Phi \sin 2\psi (0,5 + 0,02 \cos \Phi),$$

если жалуна въ 5 разъ длинѣе кривошипа.

Проф. Wittenbauer, даётъ слѣдующее точное распределеніе:
жасы жалуна: въ цапфѣ кривошипа — $\frac{2}{3}$ въ центрѣ жалуны (по
серединѣ длины) — $\frac{2}{3}$ и въ цапфѣ крейцкопфа $\frac{1}{3}$ всѣхъ жалунъ, со-
ли распределеніе его жасы равнокрѣнно по длине. Подробности
затѣ Zeitschrift fur Mathematik und Physik Bd. 50 или Zeit-
schrift des Vereines deutsch. Ingeniere 1905, N 12, стр.
471.

Настоящая статья переведена на русскій языкъ и издана
Франціей: В. и А. Ильинъ; Графическое определение
веса жалового колеса! Москва 1908 г.

Для определения скорости цапфы крейцкопфа В, найдемъ мгновенный центр С, вокругъ котораго въ рассматриваемый моментъ вращается шатунъ; онъ лежитъ на пересечениі перпендикуляра ВС къ траекторіи точки В съ продолжениемъ АС кривошипа ОА. Такъ какъ скорости пропорціональны разстояніямъ до оси вращенія, то

$$v_B = v_A \frac{BC}{AC} = v_A \frac{OD}{OA},$$

если точка D лежить на пересечениі линіи, параллельной ВС, съ продолжениемъ шатуна АВ. Величина кинетической энергіи В массы P_B кгр., сосредоточенной въ В, въ рассматриваемъ положеніи механизма будеть опредѣляться формулой

$$E = \frac{P_B}{2g} v_B^2,$$

гдѣ $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$; если скорость v_B избрана въ м/сек. , то Е въ кг.м. Подставимъ вместо v_B выведенное выше соотношеніе, получимъ:

$$E = \frac{P_B}{2g} v_A^2 \left(\frac{OD}{OA} \right)^2$$

Теперь остается построить графически величину Е для всѣхъ 16 положеній механизма, причемъ мы будемъ приближенно считать

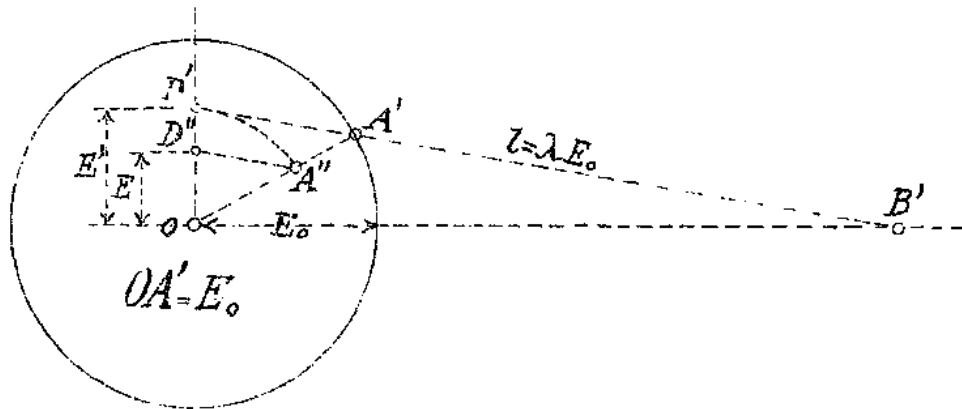
$$v_A = \text{Const.} = \frac{\pi r v}{30}$$

(наибольшая погрѣшность этого допущенія при наибол. коef. неравномѣрности $\delta = 1/50$ менѣе 2% и вліяетъ въ сторону увеличенія высоты маховика. Обозначимъ постоянный множитель буквой E_0 ,

$$E_0 = \frac{P_B}{2g} v_A^2 \text{ кг.м.}$$

и начертимъ окружность радиуса Е0 въ принятомъ масштабѣ работы (400 кг.м. = 1 см. фиг.2; отъ линіи мертвыхъ точекъ ОВ' отложимъ уголъ поворота кривошипа Φ , опредѣлимъ точку А'. Одновременно вообразимъ себѣ кривошинный механизмъ, вычерченный въ такомъ масштабѣ, чтобы радиусъ кри-

всина равнялся $OA' = E_0$ см. и $A'B' = \lambda E_0$ указывало соответственное положение шатуна. Продолживши $A'B'$, получимъ



Фиг. 2.

точку D' , аналогичную точкѣ D ; изъ подобія треугольниковъ ODA (фиг. 1) и $OD'A'$ (фиг. 2, углы \angle равны) найдемъ. $E' = OD' = OD' = E_0 \frac{OD}{OA}$, послѣ этого отложимъ $OA' = OD'$ въ прорѣдь линію $A''D''$ параллельно $A'B'$; изъ подобія найдемъ:

$$E = E' \frac{OD}{OA} = E_0 \left(\frac{OD}{OA} \right)^2,$$

что и требовалось. Такъ какъ отношеніе, стоящее въ скобкахъ, величина отвлеченная, то масштабъ для E тотъ же, что и для E_0 , такъ что величина OD'' можетъ быть прямо перенесена на діаграмму работы.

Какъ опредѣлить сумму вѣсовъ, сосредоточенныхъ въ B , для машины еще не построенной, а только проектируемой? Обычно это дѣлается по грубо приближеннымъ эмпирическимъ формуламъ. Считая вѣсъ шатуна равнымъ приблизительно половинѣ вѣса поступательно движущихся массъ и называя буквой r вѣсъ, приходящійся на 1 кв. см. плошади поршня, получимъ слѣдующія данныя для вычислениія P_B : въ случаѣ паров. машинъ высокаго давленія, если ходъ менѣе 0,7 м., то $r = 0,28$ до 0,36 кг. см.². Если ходъ болѣе 0,7 м., то P_B зависитъ и отъ длины хода поршня, такъ что для его определенія умножаютъ коэффи-

цієнть 0,32 - до 0,5 кг/м.см² на площину поршня въ кв. см. и на длину хода въ м. (данныя Редингера, умноженная на 1/3)

Въ нашемъ примѣрѣ ходъ 0,3 м.; коэффициентъ выбираемъ $r = 0,3 \text{ кг/см}^2$ для кривошипа I, получимъ вѣсъ $P_B = P_I = 0,3 \cdot 1134 \cdot 0,340 \text{ кг.}$, для кривошипа II выбираемъ коэффициентъ 0,36 - (паровой поршень и поршень возд. насоса) и $P_{II} = 0,36 \cdot 2376 = 855 \text{ кг.}$

$$\text{Кинетическая энергия } E_0 = E_I = \frac{340}{19,62} (0,15 \cdot \pi \cdot 5)^2 = 96,2 \text{ кг.}$$

и. для механизма I-го и

$$E_0 = E_{II} = \frac{855}{19,62} 5,55 = 241,7 \text{ кг.м.}$$

для механизма II-го.

Полученные выражения для E_0 настолько малы, что масштабъ 400 кг.м. = 1 см. дастъ слишкомъ маленькия окружности (рад. 2,4 мм. и 6,04 мм.), поэтому мы для первого механизма возьмемъ масштабъ 40 кг.м. = 1 см. и для второго - 80 кг. м. = 1 см. съ тѣмъ, чтобы наносить на діаграмму работу въ 10 и въ 5 разъ меньшія величины, а на діаграмму разности работы: для I механизма вдвое меньшія величины, для II - получаемые отрѣзки. Дальнейшія построения можно было бы произвести на томъ же чертежѣ 1, на которомъ имѣется достаточно места между траекторіями кривошиповъ и крейцкопфовъ и на которомъ уже имѣются точки, опредѣляющія направление шатуна. Однако для ясности сдѣланъ отдельный чертежъ 4, на которомъ зачерчены круги I и II рад. E_I и E_{II} въ масштабѣ 40 кг. м. и 80 кг. м. = 1 см. Верхнія полуокружности раздѣлены каждая на 8 частей; продолжать то же построение для нижніхъ полуокружностей неѣтъ смысла, такъ какъ вслѣдствіе симметріи, очевидно, кин. энергія для положенія 15 равна кин. эн. пол. 1 и т.д., а въ мех. II кин. эн. для положенія 0 равна кин. эн. пол. 8 и т.д. (скорости поршней при этомъ одинаковы и лишь различно направлена). Чтобы выяснить себѣ, какимъ образомъ должна быть нанесена въ діаграммѣ работа кинетическая энергія поршней, напишемъ уравненіе живыхъ силъ для перехода изъ положенія 0 въ I всей машины:

$$I. \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2g} + \sum P \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g} = \int_0^1 (F - Q)ds = L_1$$

Первый членъ $I \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2g}$ представляетъ собой искомое приращение кинетич. энергіи махового колеса, моментъ инерціи ко-
его въ кг.м² относительно оси вращенія обозначенъ буквой I.

Второй членъ представляетъ собой измененіе кинетической энергіи поршней, найденное нами приближенно на предположеніи по-
стоянства угловой скорости ω . Въ правой части стоитъ извест-
ная намъ разность $L_1 = 82,3$ кр.и. работы силъ движущихъ и соп-
ротивлений. Придавъ ур. видъ:

$$I \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2g} = L_1 + \Sigma P \frac{v_0^2}{2g} - S P \frac{v_1^2}{2g},$$

заключаемъ, что приращение кинетич. энергіи маховика равно суммѣ избытка (или недостатка) работы въ положеніяхъ 1 и ки-
нетич. энергіи поршня въ положеніи 0 безъ кин. енер. въ полож. 1. Чтобы графически построить эту величину, лучше всего поступить слѣдующимъ образомъ (фиг. 3): пусть отрезокъ АВ представляетъ собой величину L_1 (или вообще L_i для по-
ложенія $+i$), отложимъ внизъ отрезокъ $K_0 = BC = \Sigma P \frac{v_0^2}{2g}$ въ томъ
же масштабѣ, тогда

$$AC = L_1 + \Sigma P \frac{v_0^2}{2g}.$$

Послѣ этого остается отложить отъ точки С вверхъ отрезокъ $CD = K_1 = \Sigma P \frac{v_1^2}{2g}$, опредѣляемый построениемъ на черт. 4, то-
гда:

$$AD = I \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2g} = H$$

Подобное построеніе надо продѣлать для всѣхъ 16 положеній. Его можно еще упростить, проведя черезъ С линію, парал-
лельную линіи работы сопротивлений. Для этого на черт. 2 и 4 отложимъ внизъ отъ точекъ О и А величину $K_0 = E_{II} = 241,7$
кр.и. соединивъ точки С₀С₁ прямокъ, будемъ откладывать величины кин. енер. поршней К_i вверхъ отъ этой линіи. По-
лучимъ вторую кривую линію, которая въ нашемъ примѣрѣ на
всемъ своемъ протяженіи расположена подъ кривой работы дви-
жущихъ силъ (H все время положительно); это значитъ, что въ принятой нами начальный моментъ О угловая скорость шкив-

ны ω случаю имена наименьшую свою величину ω_0 . Въ другихъ случаяхъ эта кривая можетъ пересѣкать кривую работы движ. силъ, такъ что въ тѣхъ участкахъ, гдѣ кривая кин. энергіи лежитъ выше кривой работы, Н отрицательно и угловая скорость меньше чмъ ω_0 (недостатокъ работы движ. силъ).

Теперь остается найти наибольшій избытокъ H_{\max} и наибольшій недостатокъ H_{\min} работы, т.е. тѣ моменты, въ которые положительные и отрицательные Н имеютъ наибольшія

значенія. Напишемъ для этихъ двухъ моментовъ ур. жив. силъ:

$$I \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_c^2}{2g} = H_{\max}$$

$$I \frac{\omega_c^2 - \omega_{\min}^2}{2g} = |H_{\min}|$$

складывая оба уравненія, получимъ:

$$I \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2g} = H_{\max} + |H_{\min}| = H_m$$

гдѣ H_m — обозначаетъ сумму абсолютныхъ величинъ H_{\max} и H_{\min} . Теперь уже легко найти требуемый моментъ инерціи махового колеса, принявъ во вниманіе, что

$$\frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{\omega_c^2} = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c} \cdot \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{\omega_c} = \delta \frac{\omega_c^2}{\omega_c^2},$$

$$I = \frac{H_m g}{\delta \omega_c^2} = \frac{G R^2}{0,9},$$

гдѣ $\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c}$ требуемый коэффиціентъ неравномѣрности.

"ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦІИ МАХОВИКОВЪ".

Преп. Л. В. АССУРБ и К. Э. РЕРИХЪ.

Издание Студ. Кассы взаимопомощи при СЛБ, Дакиевъ. Иностранецъ.

Типо-литографія Л. Трофимова. Чокайская 3.

д. 5.

оти, $\omega_c = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}$ — средняя угловая скорость машины,

G — вѣсъ обода маховика въ кг., R — его нар.радіусъ въ метр., а $0,9$ — практическій коэффиціентъ, дѣленіемъ на который приближенно принимается во вниманіе масса ручекъ маховика.

Въ нашемъ примѣрѣ $H_{\max} = 870$ кг.м. (въ полож. 4); $H_{\min} =$

$$= 0, \quad \omega_c = \frac{\pi n}{30} = 15,7 \text{ сек}^{-1}; \quad \text{изъ формулы:}$$

$$G = 0,9 \frac{H_{\max}}{\delta R^2 \omega_c^2} = 8,83 \frac{H_{\max}}{\delta R^2 \omega_c^2}$$

найдемъ, если $\delta = 1$ и. и $\delta = 0,01$, $G = 1300$ кгр.

Послѣ этого остается только подобрать подходящей величиной сїченіе обода.

Однако мы еще остановимся на построеніи кривой угловыхъ скоростей. Изъ уравненія

$$\omega_i^2 - \omega_e^2 = \frac{2g H_i}{I} = \frac{2g \cdot 0,9 H_i}{G \cdot R^2}$$

яконо, что на основаніи имѣющихся величинъ H_i легко вычислить ω_i для любого положенія i машины, принявъ приближенно $\omega_e = \omega_c = \frac{\pi n}{30}$; ибо средняя угловая скорость машины не есть величина строго постоянная и точно заданная; она зависитъ отъ положенія муфты регулятора и изменяется въ предѣлахъ до $\pm 4\%$, смотря по нагрузкѣ машины. Необходимо занятьтъ, что вычисленіе должно быть произведено съ чрезвычайной точностью, ибо разница $\omega_{\max} - \omega_{\min}$ не превосходитъ иногда 1% средней угловой скорости.

Для техническихъ потребностей вполнѣ достаточно слѣдующій приближенный графическій методъ построенія кривой угловыхъ скоростей. Извъ предыдущаго уравненія имеемъ:

$$\omega_i = \sqrt{\omega_e^2 + 2g H_i}, \quad \text{гдѣ } x = \frac{8,83}{G R^2} \frac{1}{\text{кг.м.сек}^2}$$

очень маленькая дробь. Раскрывая въ строку корень Ньютона и отбрасывая члены, содержащія x^2 и высшія степени, получимъ:

$$\omega_i = \omega_e + \frac{x}{\omega_e} H_i$$

Откуда получается очень важное следствие: разности ординат кривой работы дают силь и кривой кинет. энергии приблизительно пропорциональны изменениям угловой скорости, так что отложив H_1 от оси абсцисс, получим кривую угловых скоростей машины. Остается только определить масштаб этой кривой. Один сантиметр диаграммы работы = 400 кг. м., можно принять приблизительно $\omega_0 = 15,7 \text{ сек}^{-1}$, следовательно,

$$\omega' = \omega_0 + 1 \text{ см.} = \omega_0 + \frac{8,83,400}{15,7,1300,1} = \omega_0 + 0,178 \frac{1}{\text{сек}},$$

т.е. 1 см. = 0,178 сек⁻¹, а начальная точка кривой угловой скорости лежит на 88,3 см. ниже оси абсцисс диаграммы работы. Отсюда ясна безцельность попыток построить точно кривую скоростей — относительная изменение скоростей слишком незначительна.

Обычно важны не абсолютные, а относительные величины изменений скорости. Их тоже легко определить; для этого вынесем за скобки ω_0 :

$$\omega_{i0} = \omega_0 \left(1 + \frac{\alpha}{\omega_0^2} H_1\right) = \omega_0 \left(1 + \delta \cdot \frac{H_1}{H_0}\right)$$

Кривая остается та же, меняется только масштаб; выгода въ 1 см. эквивалентна при этомъ изменению скорости на

$$\frac{8,83,400}{(15,7)^2 1300} = 0,0138, \text{ долю},$$

или на 1,88%.

По кривой угловыхъ скоростей легко вычертить приближенно и кривую угловыхъ перемещений, представляющую собою чисто иное, какъ интегральную кривую:

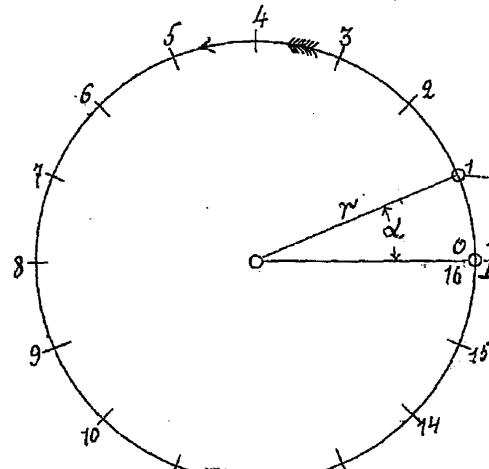
$$\Phi_i = \int_0^i \omega dt,$$

т.е. кривую нарастания площадей, ограниченныхъ диаграммок угловыхъ скоростей.

Радиус кривизны $\frac{1}{5}$ м.

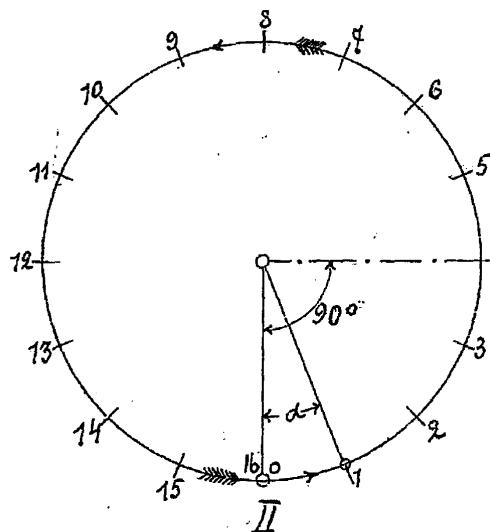
Ход поршня $S = 2r = 30 \text{ см.}$

Индикаторная диаграмма ч-а
высокого давления $D_1 = 38 \text{ см.}$



150 обор/мин.

Чертеж № 1.

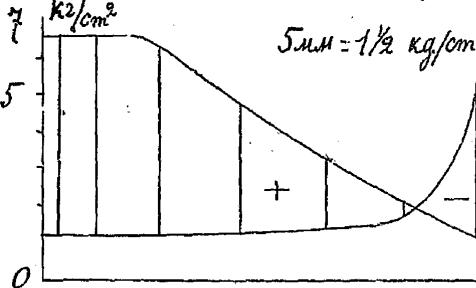


$10 \text{ М.М.} = 1 \text{ кг/см}^2$

Индикат.
диаграм.
цилиндра
нижнего
давления
Диаметр
поршня

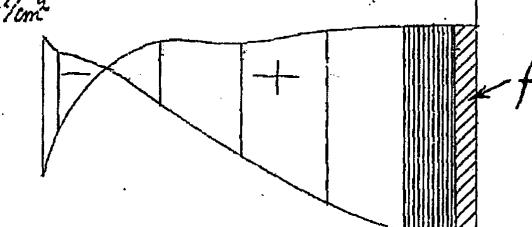
$D_2 = 55 \text{ см.}$

Ход 30 см.



5 М.М. = $1 \frac{1}{2}$ кг/см²

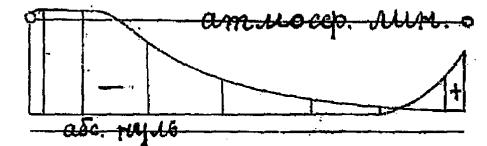
$5 \text{ М.М.} = 1 \text{ кг/см}^2$



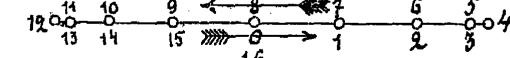
Индик.
диагр. воздуха насоса $D_3 = 24 \text{ см.}$

$15 \text{ М.М.} = 1 \text{ кг/см}^2$

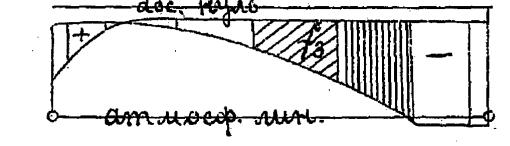
атмосф. мин. =



абс. мин.

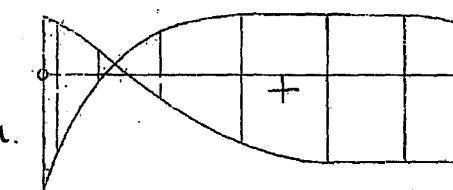


абс. мин.



абс. мин.

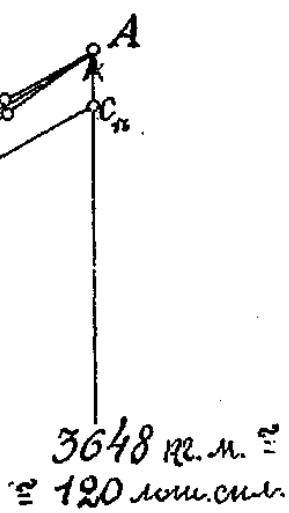
$10 \text{ М.М.} = 1 \text{ кг/см}^2$



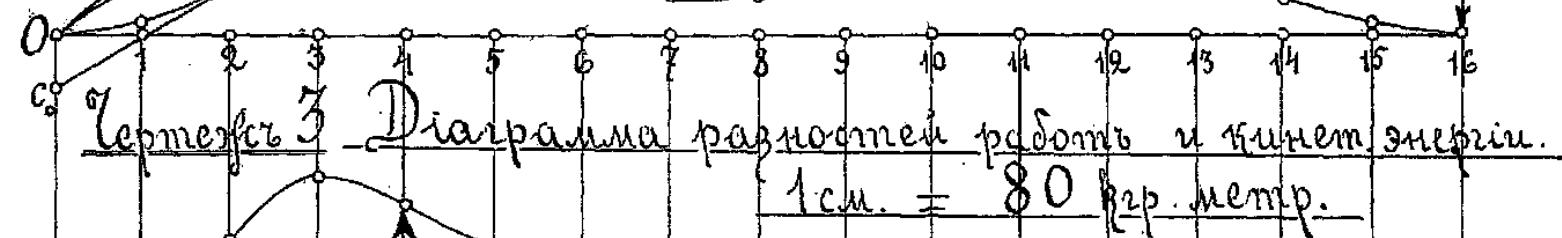
Чертеж №2.

Диаграмма работы и кинетической энергии.

1 см = 400 кг.м.

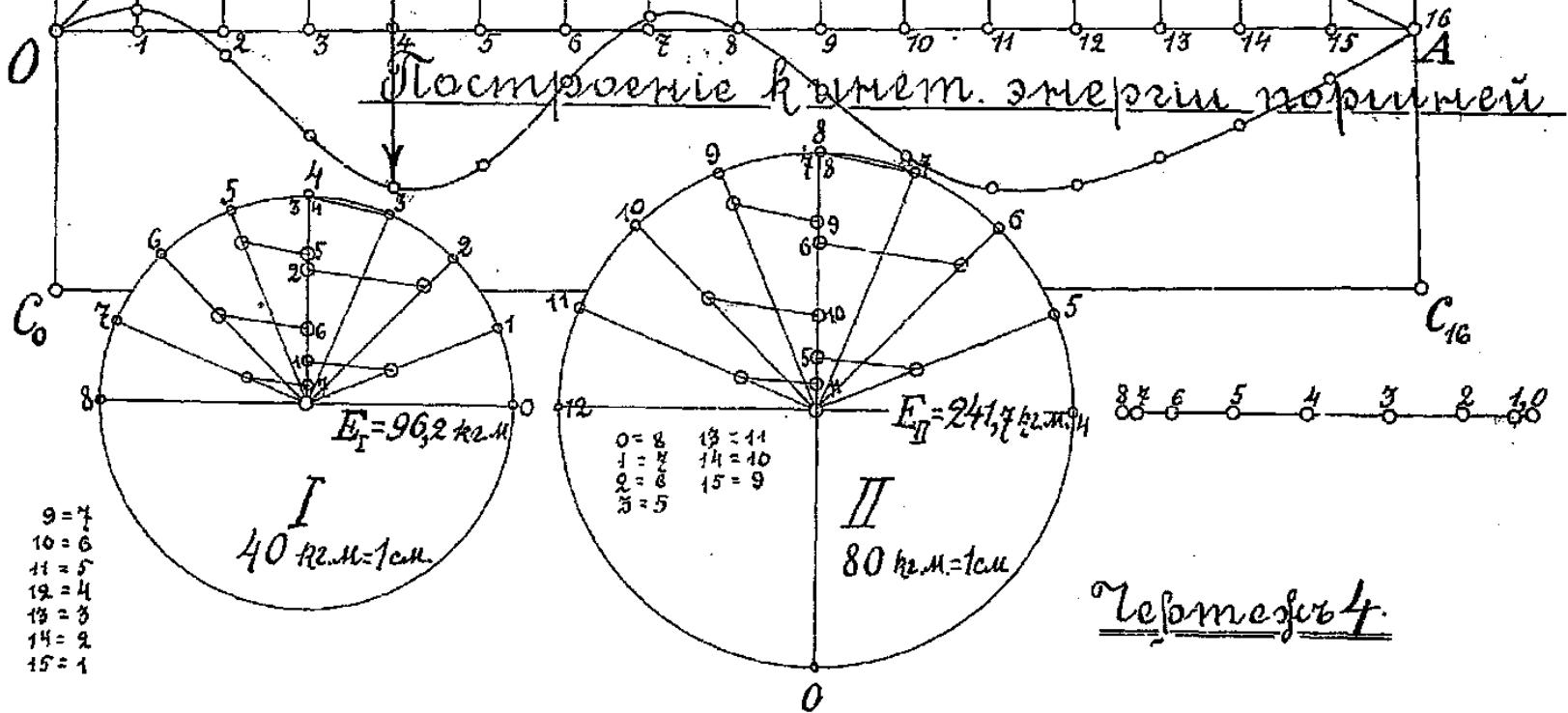


Кривая относительной при скор. Максим. 1 см = 1,53 %
Кривая кинетич. скоростей Максим. 1 см = 0,148 сек.



Чертеж №3 Диаграмма разности работы и кинет. энергии.

1 см. = 80 кг.метр.



$$E_T = 96,2 \text{ кг.м}$$

$$\begin{aligned} 9 &= 4 \\ 10 &= 6 \\ 11 &= 5 \\ 12 &= 4 \\ 13 &= 3 \\ 14 &= 2 \\ 15 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 8 \\ 1 &= 2 \\ 2 &= 6 \\ 3 &= 5 \end{aligned}$$

$$E_K = 241,7 \text{ кг.м}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 8 \\ 1 &= 6 \\ 2 &= 5 \\ 3 &= 4 \\ 4 &= 3 \\ 5 &= 2 \\ 6 &= 1 \end{aligned}$$

Чертеж №4.