Б. ФЕЛЬДБЛЮМ

О САМОМ ВАЖНОМ В МАТЕМАТИКЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
„ДЕТСКАЯ ЛИТЕРАТУРА“

Б. ФЕЛЬДБЛЮМ

О САМОМ ВАЖНОМ В МАТЕМАТИКЕ

Издательство
„Детская литература"
Ленинград 1969

51
Ф-39

Школьная библиотека

Что такое число? Что изучает математика? Зачем нужна математика человеку? Как математика боролась с религией? Это ведь самые важные вопросы. На них и отвечает книга «О самом важном в математике».

—6—3

Глава I

Числовые суеверия и их нелепость

Вы, наверное, встречаете людей, которые пытаются угадать свое «счастье» по номерам трамвайных, автобусных и троллейбусных билетов, которые загадывают по номерам быстро пробегающих машин или по другим числам, сопутствующим им в жизни. Видели вы, вероятно, как, покупая лотерейные билеты, стремятся по каким-то им известным признакам подобрать «счастливые номера». Знаете и то, что есть люди, которые избегают числа тринадцать, считая его несчастливым.

Все это суеверия — вера в особое таинственное значение числа.

Много лет тому назад люди были убеждены, что математика вызвана к жизни духовными, религиозными мотивами. Многие были убеждены, что с помощью числа можно предсказать, предвидеть судьбу отдельного человека и всего общества.

Число 13 называют «чертовой дюжиной», в отличие от подлинной дюжины — 12. В глубокой древности китайцы и некоторые другие древние народы в основу счета клали не десяток, как это делаем мы теперь, а дюжину — 12. Такая система счисления называется двенадцатиричной. В этой системе 12 единиц составляют первый разряд числа. С числом 12 связаны различные верования и суеверия. В древности в Вавилоне, Китае, Риме и других странах число 12 символизировало благополучие. А то, что сверх этого числа — 13, названо «чертовой дюжиной». В буржуазных странах суеверные пассажиры отказываются от билетов на тринадцатые места. Во многих поездах, пароходах, самолетах в этих странах тринадцатые места вовсе отсутствуют или заменяют их другими номерами: 12-а.

Чем же вызвано такое отношение суеверных людей к числу 13? Страх перед «чертовой дюжиной» зародился еще в глубокой древности. Вызван он был тем, что это число связывалось со смертью. У древних евреев число 13 изображалось буквой «м» (по-древнееврейски — «мэм»), с которой начинается слово «смерть».

У древних греков, евреев, арабов и у других древних народов, в том числе и у славян, каждая буква алфавита обозначала определенное число. Для обозначения числа прибегали к соответствующей букве алфавита. Поэтому уже в древнем мире «13» стали называть «чертовой дюжиной» и старались обходить это число.

Впоследствии к этому прибавилась легенда о «прощальной вечери». Согласно евангельской легенде на «прощальной вечери» присутствовали 13 человек, причем тринадцатым был Иуда Искариот. Этот апостол предал Иисуса Христа. С тех пор имя «Иуда» стало синонимом предателя. А легенда эта упрочила уже существовавшее суеверие.

Раз есть «несчастливое», то должно быть и «счастливое» число. Таким «счастливым» считали тогда число семь.

Как известно, месяц равен продолжительности оборота Луны около Земли. Этот промежуток времени исчисляется в 29,53059 суток. Уже в древности было замечено, что эта величина не может быть выражена целым числом. А до необходимой степени точности тогда довести нельзя было. Поэтому ученые приближенно приняли месяц за 28 суток, чтобы нацело разделить их на четыре равные части — недели. Каждый из семи дней недели они посвятили одному из семи божеств. Дни недели они назвали именами богов: Солнце, Луна, Венера, Марс, Меркурий, Юпитер и Сатурн. Названия эти во многих языках, с некоторыми видоизменениями, сохранились. Семидневная неделя прочно вошла в практическую жизнь народов.

«Семь» суеверные люди считали счастливым числом. До сих пор в нашей речи мы употребляем выражения: «счастливый чувствует себя на седьмом небе», «семь раз отмерь, один раз отрежь», «семеро одного не ждут», «за семью замками», «у семи нянек дитя без глазу», «один с сошкой, семеро с ложкой», «за семь верст киселя хлебать», «семь бед — один ответ», «семь пятниц на одной неделе».

В Древнем Вавилоне возникла вера в особое таинственное значение числа, то есть в такое значение, которое признает существование сверхъестественных сил и с помощью числа связывает эти силы с человеком. Последователи математика и философа Пифагора (580—500 годы до нашей эры) — пифагорейцы — считали первое четное — 2 — и первое нечетное число — 3 — мужским и женским началами в природе, а за символ брака они принимали сумму этих чисел — 5. Заметьте, единицу они не относили ни к четным, ни к нечетным числам.

Числа пифагорейцы наделяли сверхъестественной силой. Они рассматривали их как особые знаки, с помощью которых человек предугадывает свое будущее. В числах заложена «божественная сила», утверждали они, именно «числа правят миром». Поэтому они пытались истолковать значение каждого числа. От пифагорейцев и пошло суеверие на числа. Эти суеверия легко были восприняты Древним Востоком и широко им распространялись по всему свету.

Некоторые ученые математики расширили, углу-били этот взгляд на числа. Они были убеждены в правоте пифагорейцев, хотя не могли этого доказать.

В библии, в частности в «Новом завете», — так называется одна часть «святого» писания, — особое место занимает книга «Откровение Иоанна Богослова, или Апокалипсис». В этой книге предсказывается конец света и наступление сначала царства Антихриста (всех враждебных Христу сил), а затем царства небесного на земле.

Автору «Апокалипсиса» — Иоанну Богослову — на острове Патмос явилось якобы видение. Ангел заковал в темнице дракона, дьявола. На тысячи лет заточен дракон. Горе тем, сказано в «Апокалипсисе», кто будет жить ко времени истечения срока заточения. В тяжелых мучениях будут люди погибать. Дракон уничтожит, выйдя из заточения, весь мир, все живое, все существующее на этой земле.

«Апокалипсис» не называет ни год заточения, ни год освобождения дракона. «Кто имеет ум, — сказано в «Апокалипсисе», — тот сочти число зверя, ибо это число человеческое. Число его шестьсот шестьдесят шесть». Под этим числом, сказано в «Апокалипсисе», скрываться будет освободившийся из заточения дракон. Как обнаружить дракона? Как предвидеть, как предсказать его появление? Надо внимательно вчитаться в «святое» писание и правильно его истолковать.

Имя нового вождя, правителя, руководителя народных масс истолковывалось и взамен букв, составляющих его имя, подставлялись числа, соответствующие данному алфавиту, как это принято было у древних народов. Полученное таким образом число «исследовалось», и на его основе предсказывалось будущее. Если в результате подсчета получалось «звериное число», страху не было предела: предсказывалось наступление конца света.

Вот такой тревогой встретили суеверные люди 1000 год. По подсчетам в этом году должен был появиться дракон. Во всех церквах с амвонов священники возвестили, что в 1000 году наступит конец света. Человечество слишком много грешило, и первый день тысячелетия будет днем «страшного суда».

Много горя и страданий принесло людям это «предвидение». Панические настроения породили предчувствия страшного. В результате массовые самоубийства, нервные потрясения, тяжелые заболевания, уничтожение ценностей, созданных человеческим разумом и трудом, полное расшатывание и разрушение нормальной жизни.

Неисчислимы бедствия, которые принесло человечеству это нелепое суеверие. Оно угнетало душу человека, омрачало его жизнь, отравляло его психику, лишало его радостей жизни.

Известный австрийский писатель Стефан Цвейг в своей книге «Америго, Повесть об одной исторической ошибке» так описывает это событие: «Обезумевшие люди в разорванных одеждах с горящими свечами в руках стекаются в огромные процессии. Крестьяне покидают поля, продают и расточают свое имущество. Ведь завтра появятся они — всадники Апокалипсиса — на своих бледных конях; день страшного суда близится. Тысячи и тысячи верующих, преклонив колена, проводят эту последнюю ночь в церквах — они ждут, что их поглотит вечная тьма. Нет, мир не погиб. Бог снова смилостивился над человечеством. Оно может жить дальше...»

Но бедствия и народные страдания ничему не научили человечество; со временем все забылось. Суеверные люди продолжали верить в появление Антихриста, а вместе с ним — и конца мира. Даже ученые-математики верили в это.

В истории математической науки имя Михаила Стифеля (1486—1567) занимает особое место. Его считают одним из создателей алгебры. В 1544 году он сформулировал правило деления на дробь в виде умножения делимого на число обратное делителю, подчеркнув при этом простоту этого приема. Мы до сих пор пользуемся употребляемыми им математическими знаками: плюс, минус, знак корня, скобки. Хотя до него эти знаки мы встречали у Видмана (1489 год).

Михаил Стифель был протестантским священником — пастором, образованным священнослужителем. Он основательно изучил библию, священные писания и существовавшие в то время религиозные книги. Жил он в вечном страхе перед богом. Стифель счел себя обязанным определить время пришествия Антихриста, Долго и упорно он по текстам библии и священных писаний пытался установить: когда же наступит конец мира? И он определил: конец мира должен был, по его подсчетам, наступить 19 октября 1533 года. Многократные проверки, сопоставления различных текстов подтверждали эту дату. Как он вычислил? Каким образом эта дата была им установлена? Мы не знаем. Дело в том, что библия противоречива. Одно и то же писание может быть истолковано по-разному.

Михаил Стифель знал о бедствиях и страданиях, которые числовые суеверия принесли человечеству в 1000 году. Но он был верующим человеком, проникнутым слепой преданностью религии, фанатиком. Он был глубоко убежден, что числа правят миром, что числа предсказывают будущее. Надо только уметь вычислить, правильно и к месту число применить. Стифель еще и еще раз проверил свои выкладки.

Все новые и новые методы, приемы вычислений он применял, менял пути и способы выкладок. И каждый раз неизменно получал все тот же ответ: 19 октября 1533 года.

Как быть? Как можно не сообщить об этом верующим, их семьям, своему приходу! Пусть люди его прихода подготовятся, пусть подготовят своих близких, родных, знакомых. Люди покаются в своих грехах, будут молиться, просить бога о помиловании, о пощаде. Разве можно утаить от людей время приближения их гибели, лишить их последней в жизни возможности искупить молитвой свои грехи?

Страх перед богом, перед сверхъестественными силами природы, перед опасностью вечных мук в аду побудили его широко об этом оповестить свой приход.

С каждым днем приближалась «роковая дата». Жизнь прихода становилась все тяжелее и тяжелее. Бедствия стали массовым явлением. Хлеб с полей не убирался. Скот погибал, о нем не заботились. Хозяйства приходили в упадок. Больных не лечили, за детьми не было присмотра, — все равно всем погибель. Люди прощались с жизнью, молились, исповедовались в грехах, причитали и плакали, прося бога о милости, о прощении грехов, о чуде.

Как и следовало было ожидать, предсказания Стифеля не сбылись. «Научное предвидение» Стифеля оказалось чистейшей выдумкой, и «фатальная» дата прошла без катастрофы. Сам Стифель еле спасся от рассвирепевших людей. Он скрылся от своих прихожан, бежал из своего прихода.

Его долго преследовали, грозили растерзать, требовали возмещения убытков. И наконец усадили своего пастора, и надолго, в вюртембургскую тюрьму. Стифель был освобожден из тюрьмы лишь с помощью основателя протестантской (лютеранской) религии Мартина Лютера (1483—1546).

Со временем люди успокоились. Сан священника Стифель с себя не сложил. Он получил место пастора в другом приходе. Совершенно разуверившись в сверхъестественном значении чисел, Стифель перестал заниматься предсказаниями будущего.

Но и на сей раз бедствия, страдания ничему не научили суеверных. Они не убедили их в нелепости числовых предсказаний. Казалось, что такие потрясения должны были бы предостеречь последующие поколения от этого опасного увлечения. К великому сожалению, ничему они не научили их, даже ученые-математики позднейших времен не сделали серьезных выводов из этих уроков. Не избежал этого и известный математик-шотландец лорд Джон Непер (1550—1617), которому мы обязаны открытием логарифмов.

Непер считал Стифеля серьезным математиком. «В области алгебры труды Стифеля, — говорил он, — заслуживают самой высокой оценки. Иное дело — в области предсказаний с помощью чисел. В этой области Стифель оказался несведущим. Он только запутал, — говорил Непер, — а не раскрыл божественное предвидение священных писаний».

В результате многолетних трудов над «Апокалипсисом», другими религиозными книгами и священными писаниями Джон Непер подготовил книгу, в которой истолковал «божественное предвидение» «Апокалипсиса». Книга его — «Ясное толкование всего откровения святого Иоанна» — наперекор здравому смыслу пытается доказать неизбежность краха всего земного. Конец мира, по Неперу, должен был произойти между 1688 и 1700 годами. Эти выводы Непер сделал на основе сопоставления отдельных мест из «Апокалипсиса» и мистического толкования их числами. Вера в бога, постоянные молитвы и мольбы о помощи могут спасти человека от вечных мук в аду.

Церковь с восторгом приняла и широко распространяла эту книгу. В 1594 году она была издана массовым тиражом, выдержала большое число изданий и переведена на многие языки мира.

Непер утверждал, что, благодаря божественному значению чисел, можно с их помощью предсказать события не только религиозного содержания, но и политической, экономической и хозяйственной жизни людей.

Книга Непера принесла не мало вреда. Она вселила в широкие массы веру в сверхъестественное значение чисел.

Известен, например, такой факт. Один очень богатый помещик шотландец обратился к Неперу с просьбой найти в его владениях место, где его предками зарыт клад. Он передал Неперу сохранившиеся старые записи, на основе которых следовало, пользуясь числами, найти заветное место.

Непер был убежден, что ему удастся найти клад. Он должен был за труд получить треть его. Понятно, клад обнаружен не был.

А что же касается предсказаний о конце мира, то и они, понятно, не сбылись. И на сей раз числа подвели, оказались неспособными предсказать будущее. А Непера спасло лишь то, что он давно умер.

Числовые предвидения, конечно, не оправдывались, нигде и никогда не сбывались, да и сбыться они не могли. Не могут предсказания, основанные на таинственности чисел, сбываться. Такие предсказания нелепы. Они противоречат духу математики, ее назначению, идут вразрез с ее природой, ее сущностью.

Глава II
Почему математика нужна человеку?

Что изучает математика?

В школе на уроках естественных наук: физики, химии, биологии, астрономии, географии — и на уроках гуманитарных наук: истории, литературы, родного и иностранных языков — вы изучаете природу и общество.

На уроках музыки, пения, рисования, черчения, гимнастики вас вводят в мир искусств. Вы овладеваете основами искусств, приобретаете навыки в музыке, живописи, физической культуре и спорте.

На занятиях по основам промышленного и сельскохозяйственного труда, машиноведения, электротехники, работая в мастерских, на производстве, в поле, вы получаете политехнические знания, учитесь работать с инструментами и материалом на станках, машинах, в цеху на заводе, в поле.

Кроме этих дисциплин, этих предметов, на протяжении всех школьных лет вы изучаете математику: арифметику, алгебру, анализ, геометрию и тригонометрию.

К каким же наукам причислить эти дисциплины?

Что составляет предмет их изучения? Многие ученые относят математику к естественным наукам на том основании, что, как и естественные науки, математика изучает окружающий нас мир: предметы и явления природы, общества и человеческого мышления.

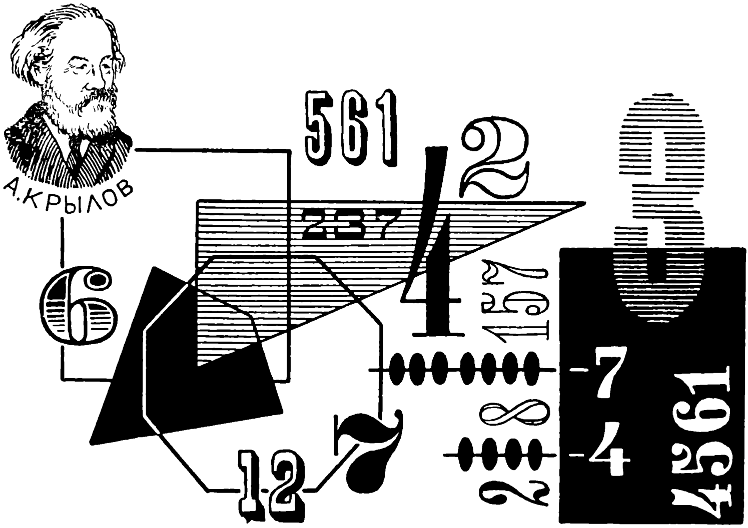
Разница лишь в том, что физика, химия, биология изучают предметы и явления окружающего нас мира со стороны их качества или, как говорят, со стороны их содержания. Математика изучает те же предметы, явления со стороны их количества, пространства и времени, говорят — со стороны их формы.

Поэтому не только физику, химию и биологию, но и математику ученые считают естественной наукой, изучающей окружающий нас материальный мир.

Это верно, однако не полностью соответствует положению математики в ряду других наук. Математика пронизывает все отрасли знания, в том числе и гуманитарные науки.

Без математики сейчас не обходятся экономические, филологические и другие науки. Поэтому некоторые ученые считают математику прослойкой между естественными и гуманитарными науками.

Великий немецкий математик Карл Фридрих Гаусс в свое время назвал математику «царицей всех наук». Признавая за ней гордое, царственное величие, математики к этому эпитету добавляют: «и слугой наук». Ее называют «царицей и слугой всех наук». Так ее называют за благородное служение всем наукам.



Как мы определяем математику и основное ее понятие — число

Количественная сторона предмета и явления обычно выражается числом. С числом человеку приходится часто иметь дело. Вспомните, как часто в школе вы прибегаете к числу, и не только на уроках математики, но и на уроках других предметов. В технике при проектировании, в экономике при планировании, в народном хозяйстве при расчетах, вычислениях и всюду и везде нам нужно число, и без него мы не можем обойтись. В конце концов задачу считают решенной лишь тогда, когда ответ ее доведен до числа.

Вообще, заметьте, что всегда, когда нужно более точно и определенно представить количественную сторону предмета, процесса или явления, человек прибегает к числу. Нет ни одной области человеческого труда, ни одной отрасли человеческих знаний, которые не прибегали бы к числу.

Несмотря на это, мы не можем дать определение понятию числа.

Как же это так? Основное понятие математики — число, обычное, естественное, натуральное, целое, положительное число, не имеет определения? Почему число не имеет определения? А определения, которые приводятся в учебниках арифметики, неверны они, что ли?

Перелистайте учебники по арифметике и поищите в них ответа на вопрос: «что такое число?» В одних учебниках вы найдете такое определение: «число есть результат счета». В других: «каждый из отдельных предметов и явлений называется единицей, число есть совокупность единиц».

Могут ли нас удовлетворить эти «определения»? Разберем их. Начнем с первого «определения»: «число есть результат счета». Естественно задать вопрос: «Если число — результат счета, то что такое счет?» Счет, говорят, «есть называние чисел по порядку: один, два, три, четыре, пять и так далее».

Получается положение, которое в логике, науке о законах мышления, называется ложным кругом: первое понятие определяется через второе, а второе через первое. Число мы определяем как результат счета. Счет определяем как называние чисел.

Представьте себе, что человек, указывая на бригаду рабочих, утверждал бы, что «эти рабочие — ударники коммунистического труда, они комсомольцы». А на вопрос, откуда ему известно, что они ударники коммунистического труда, он ответил бы: «Это доказывается их принадлежностью к комсомолу». Может ли нас удовлетворить это утверждение?.. Понятно, не может. Такое утверждение неверно. А почему неверно? Можно быть комсомольцем и не быть ударником коммунистического труда и, наоборот, можно быть ударником коммунистического труда и не быть комсомольцем.

Точно так же получается и с определением числа как результатом счета. Следовательно, определение числа как результат счета никого не может удовлетворить.

Другое определение: «каждый из отдельных предметов и явлений называется единицею, число есть совокупность единиц» — тоже нас удовлетворить не может, и вот почему. Войдя в класс, вы встретите много школьников. Следуя этому определению, вы должны каждого отдельного школьника принять за единицу, а класс за число, рассматривая класс как совокупность единиц-школьников. Следовательно, слово «школьник» вы должны будете заменить словом «единица», а совокупность школьников — класс — словом «число». Выходит, что если перед вами один школьник, то это «единица», а если класс школьников, то это «число».

Но ведь единица тоже число. А из этого определения следует, что единица не число, а числом будет лишь совокупность единиц. Это — во-первых. Во-вторых, оттого, что вы стали называть предметы иными словами (школьника — единицей, класс школьников — числом), вы не измените сущности предметов счета. Предметы счета остались такими же, как были.

Вы видите, что и это «определение» не может нас удовлетворить. Разве можно на таком противоречии построить определение основного понятия математики — числа? Естественно, нет.

А можем ли мы вообще дать определение числа, отвечающее его истинному назначению? Нет, такого определения мы дать не можем. Число не определяется. Это понятие относится к числу простых, первичных, неопределяемых понятий математики. К числу таких же простых, первичных, неопределяемых понятий относятся: единица, точка, линия, плоскость и другие.

Простые понятия являются теми основами, на которых строятся определения всех математических понятий. Сами же они принимаются за понятия известные, сами собой разумеющиеся, их мы не определяем, а по мере надобности пользуемся описанием их образования. Только что приведенные «определения» числа, собственно, и являются такими описаниями способов образования числа.

Число мы получаем в результате счета, измерения или сравнения двух однородных величин. Сравнивая две однородные величины, мы получаем число, показывающее, во сколько раз или на сколько единиц одна величина больше, меньше другой или какую часть этой другой величины она составляет. Между тем из первого описания: «число есть результат счета», да и из второго: «каждый из отдельных предметов и явлений называется единицею, число есть совокупность единиц» — не следует, что число есть результат сравнения величин.

Математические определения всегда отвечают условиям необходимости и достаточности. Что же это за условия?

Приведем чисто житейский пример. Для того чтобы выиграть по лотерейному билету автомобиль, необходимо иметь лотерейный билет. Но достаточно ли этого? Нет, надо, чтобы номер билета оказался в опубликованной таблице выигрышей. Собственно, при этих двух условиях: необходимости иметь лотерейный билет и достаточности совпадения номера этого билета с номером в соответствующей таблице — можно быть уверенным в выигрыше.

А в математике? Обратимся к уже однажды приведенному определению многоугольника: «многоугольником мы называем часть плоскости, ограниченной замкнутой ломаной линией».

Где же в этом определении условия необходимости и достаточности? Необходимо, чтобы эта геометрическая фигура состояла из части плоскости. Но достаточно ли этого? Нет, недостаточно. Все геометрические фигуры на плоскости представляют из себя ее части. Достаточным условие будет лишь тогда, когда эта часть плоскости будет ограничена замкнутой ломаной линией.

Следовательно, определение раскрывает содержание понятия, устанавливает условия необходимости и достаточности и указывает на общие наиболее существенные признаки данного понятия. Для выполнения арифметического действия вычитания натуральных (целых, положительных) чисел необходимы два числа. Если сложить мы можем два, три, четыре и любое количество чисел, то для действия вычитания необходимо иметь два числа. Условие это необходимо, но недостаточно. Можно иметь два числа, а вычесть из меньшего натурального числа большее нельзя, уменьшаемое число должно быть больше вычитаемого. Но и в этом случае вы не соблюли оба условия — необходимости и достаточности — в их сочетании. В самом деле, вычитание возможно и тогда, когда вычитаемое равно уменьшаемому. Следовательно, для вычитания натуральных чисел необходимо и достаточно иметь два числа, причем уменьшаемое должно быть больше или равно вычитаемому.

Выражение «необходимо и достаточно» часто заменяется выражениями «тогда и только тогда», «в том и только в том случае», «те и только те числа». Вспомним, «на 3 делятся те и только те числа, сумма цифр которых составляет число, делящееся на 3».

Итак, в математическом определении должны быть соблюдены условия необходимости и достаточности. А в описании? Описание не вскрывает полностью сущности понятия и не удовлетворяет условиям необходимости и достаточности.

Вот почему во всех тех понятиях математики, в которых условия необходимости и достаточности не могут быть вскрыты, вводят описание свойств этих понятий. К числу таких понятий относится число.

Как же мы обходимся без определения основного понятия математики — числа? Отсутствие определений многих обычных предметов и явлений не мешает нам пользоваться ими.

Мы прекрасно знаем, что такое огонь. Однако мы не дадим определения этому явлению. В лучшем случае мы опишем явление огня. Это не мешает нам широко и разносторонне пользоваться огнем.

Подобно этому отсутствие определения числа не мешает нам широко пользоваться этим понятием.

Итак, число мы не определяем. А определение самой математики? Математику определяют как науку, изучающую количественные отношения и пространственные формы материального мира. Выходит, что в этом определении математики понятие числа представлено количественным отношением. А где же понятия числа как результат счета, измерения? Случайно ли они не охвачены определением или в этом заключен особый смысл сущности математики?

Попытаемся в этом разобраться.

Выдающийся советский ученый-математик, механик и кораблестроитель, академик Алексей Николаевич Крылов (1863—1945) обратил внимание на то, что в окружающей нас действительности есть много величин, к которым не могут быть приложимы понятия математики. Примерами таких величин он назвал: ум и глупость, красоту и безобразие, храбрость и трусость, находчивость и тупость и им подобные понятия.

Как известно, величина характеризуется тем, что к ней может быть приложено понятие больше, меньше, равно. Выходит, что перечисленные понятия: ум и глупость, красота и безобразие, храбрость и трусость, находчивость и тупость могут быть отнесены к величинам, так как к ним может быть приложено понятие больше, меньше, равно. Мы говорим: большая глупость, малый ум, много храбрости, мало находчивости. Но будут ли они математическими величинами? Нет, не будут.

Математическая величина может быть сосчитана, измерена, сравнима с однородной величиной.

Количественным отношением они не могут быть выражены. Не существует единицы измерения таких величин. Единицу нравственности, так же как и поведения человека, установить нельзя. Следовательно, отношением, а значит и числом, они не могут быть представлены. Не существует единицы измерения человеческой глупости, трусости или тупости. Равно как и нет единицы измерения человеческого ума, храбрости, находчивости.

Были попытки установить единицу измерения норм поведения человека. Знаменитый философ XVII века Барух Спиноза (1632—1677) пытался свести к математическим принципам учение о нравственности человека. Эта попытка не увенчалась успехом по весьма простой причине: нравственность, поведение человека не может измеряться, не может вычисляться.

Что значит измерить величину? Измерить какую-либо величину — это значит сравнить ее с однородной величиной, принятой за единицу измерения. А раз этого сделать нельзя, то и, следовательно, понятия математики неприложимы к таким величинам.

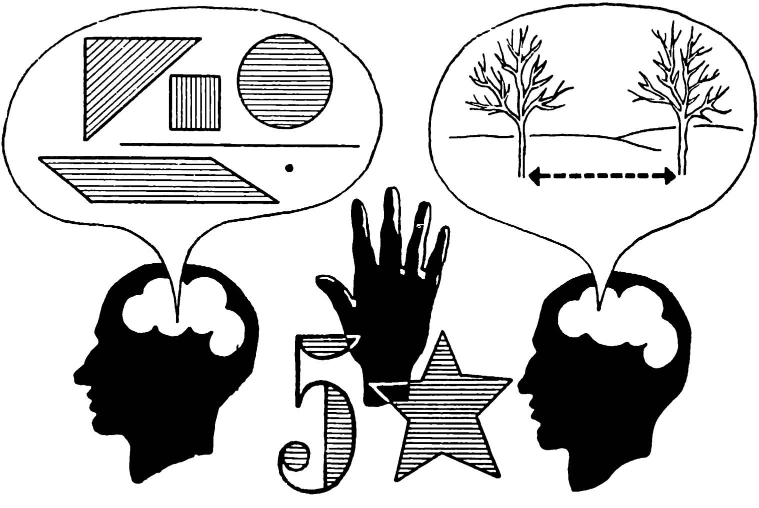
Подобно этому и всякие нематериальные понятия (дух, любовь, ненависть, отчаяние) не могут быть выражены количественным отношением — числом. Количественным отношением могут быть выражены лишь реальные, действительно существующие, материальные величины.

Это свойство числа подметил гениальный английский математик, физик, механик и астроном Исаак Ньютон (1643—1727). В своей «Всеобщей арифметике» он писал: «Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлеченное отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой нами за единицу».

Число как результат отношения значительно глубже и полнее, чем число как результат счета, отражает материальную сущность этого понятия. Поэтому Фридрих Энгельс (1820—1895) определил математику как науку, которая «имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира».

Заметьте — не наукой о числе назвал Ф. Энгельс математику. Он назвал математику наукой о пространственных формах, а число уточнил понятием количественных отношений. Он точно определил, какое понятие числа является основой математики.

В самом деле, количественные отношения возможны только между конкретными, реальными предметами и явлениями, которые могут быть измерены, сосчитаны. Пространственные же формы всегда отражают материальную основу определенных предметов и конкретных явлений. Мысль о материальной основе математики Ф. Энгельс подчеркнул, сказав, что математика всегда изучает «весьма реальный материал».



Две точки зрения на сущность математики

Однако не всегда ученые видели в математике ее материалистическую сущность. В глубокой древности на математику смотрели как на науку, ничего общего не имеющую с реальным, действительно существующим, материальным миром. Значительное большинство ученых не признавали материальных основ математики. Они считали такой взгляд на математику оскорбительным, позорящим эту науку. Математика, считали эти ученые, стоит выше интересов практики, жизни, выше земных забот человека. Да и сам окружающий нас мир, учил древнегреческий ученый Платон (около 427—347 гг. до нашей эры), — это непостоянная, изменчивая тень таинственного, неземного, потустороннего мира идей.

Вслед за Платоном его последователи и многие ученые позднейших времен, вплоть до наших дней, пытаются убедить нас в этом же. Они утверждают, что существует бестелесный, невидимый, вездесущий дух, вечная и неизменная идея. Эта идея правит миром, она является его основой.

Вдумайтесь — и вы согласитесь, что это учение мало чем отличается от религии, от веры в бога. Религия учит, что мир сотворил бог. Эти ученые утверждают, что мир создан идеей. На место бога в этом учении ставится идея. Они связывают возникновение и развитие математики с деятельностью человеческого духа. В голове ученого, говорят они, рождаются мысли, идеи. Эти идеи ученый выражает математическими формулами. Формулы развиваются в математические положения. Из положений вытекают следствия. Из следствий создаются все новые и новые положения, которые чисто логическим путем доказываются.

Ученые, стоящие на позициях этого учения, не считают математику наукой, изучающей пространственные формы и количественные отношения реального мира. Они не признают того, что математика создана потребностями практики, развитием техники, ростом естественных наук. Они отрицают ее служение интересам человека.

Правда, они признают, что практика, техника, наука пользуются выводами математики. Это очевидно, и, следовательно, отрицать этого нельзя. Но эти выводы, утверждают они, созданы вовсе не для нужд практики, не для деятельности человека.

Выводы эти, утверждают они, являются результатом чисто умственной деятельности ученого, творением его духа, так сказать, чистого разума. Ставить выводы математики в связь с материальным миром, полагать, что эти выводы имеют что-либо общее с этим миром, что они отражают количественную сторону его предметов и явлений, — значит, говорят они, опошлять эти великие творения человеческого духа.

Пытаются они доказать верность своих утверждений ссылкой на отвлеченность математики. Каждая наука изучает определенные предметы и явления природы, общества и человеческого мышления. Физика, химия изучают физические и химические свойства предметов, явлений природы. Ботаника, зоология, анатомия, физиология, биология — флору, фауну земного шара, человека, животных и другие биологические объекты. География, физическая, — природные условия, географическую среду; экономическая — размещение производства, условия и особенности их развития в различных странах мира. Астрономия — небесные светила, небесные тела, планеты. История — события, происшедшие в обществе.

Ну, а математика? «С какими предметами и явлениями реально существующего мира, — спрашивают они, — вы имеете дело, когда занимаетесь математикой?» Да ни с какими. В математике вы имеете дело исключительно с отвлеченными понятиями.

Разве из этого не следует, говорят эти ученые, что математика ничего общего не имеет с конкретными предметами и явлениями? Занимается математика отвлеченными понятиями, являясь самой отвлеченной наукой, созданной разумом человека. Разве не ясно, что существует и развивается эта наука независимо от воли человека, тем более от практических его нужд и потребностей?

Вы видите, что существуют два диаметрально противоположных друг другу направления. Одни утверждают, что в основе всех предметов и явлений окружающего нас мира лежит материя. Это направление называется материалистическим.

Другие в основу тех же предметов и явлений окружающего мира кладут идею. Это направление называется идеалистическим.

С древнейших времен ведется непримиримая борьба между этими двумя направлениями.

Материалисты, основываясь на данных науки, не отрицают того, что идеи появляются в голове человека. Мозг человека материален, он состоит из клеток. Каждая клетка материальна, следовательно, и мозг есть часть материи, при этом это самая совершенная и тонкая ее часть. Мысли, идеи появляются в мозгу человека в результате деятельности материальных клеток мозга. Значит, и идеи являются результатом развития этих клеток материи.

Признание материальности мира, его существования вне и независимо от сознания — главное в материализме.

Идеалисты, напротив, считают, что материя сама по себе не существует. Сознание человека создало понятие материи. Вот почему мы кругом воспринимаем материю, созданную нашим сознанием. Вне сознания материя не существует.

Все предметы и явления окружающего нас мира мы познаем, говорят идеалисты, только благодаря нашему сознанию. Мы их воспринимаем только потому, что видим, слышим, ощущаем и осязаем. Сочетание элементов сознания: ощущений формы, цвета, звука, вкуса и запаха — дает нам возможность, считают идеалисты, познать предмет.

Посмотрите, говорят они, сознание человека способно выработать такие понятия, которые постижимы только воображением, понятия предметов и явлений, которых нет в жизни.

Мы говорим об n-угольном многоугольнике, хотя в окружающей нас действительности вы нигде n-угольного многоугольника не встретите.

Вы не встретите также и в природе, говорят идеалисты, ни числа, ни отвлеченных от тел и фигур точки, прямой, плоскости. Их нет в природе, они не существуют вне геометрических тел и фигур. А в математике они существуют, и именно в чистом виде. Вас пытаются уверить, говорят идеалисты, что эти понятия: число, точка, прямая, плоскость — именно сама жизнь, понятия предметов и явлений нашей действительности.

Какая же это действительность? В природе ведь их нет? Почему же они существуют в математике? А потому, утверждают идеалисты, что математика эти, как и другие математические понятия, выдумала, они созданы лишь умом, нашим воображением.

Вы знаете, говорят идеалисты, что математики точку представляют себе без измерений, не имеющую ни длины, ни ширины, ни высоты. Прямую линию, не имеющую ширины и высоты, но обладающую длиной. Плоскость — не имеющую высоты, а лишь длину и ширину. Назовите хоть один предмет в природе, который не имел бы измерений. Вы не назовете, таких предметов нет в окружающем нас мире.

Ребенку и тому известно, говорят идеалисты, что каждый предмет, существующий на свете, имеет три измерения: длину, ширину и высоту. А существуют объекты математики, видите ли, которые не имеют всех трех измерений!

И после этого можно ли говорить о том, что математика изучает предметы и явления действительного мира? Понятно, нет, говорят идеалисты. Выработанные и развитые в мозгу человека идеи математики, ее положения, выводы, заключения, ее метод исследования используются практикой, жизнью. К ним жизнь прибегает лишь потому, говорят идеалисты, что они являются результатом правильного мышления.

Взгляд идеалистов неверен. Он порочен, так как противоречит объективной истине.

В чем же неверность этого взгляда? В чем порочность идеалистических воззрений на математику? Попытаемся ответить на эти вопросы.

В природе — в этом, несомненно, правы идеалисты — нельзя встретить отвлеченное число, геометрическую линию, геометрическую плоскость. Мы действительно не встретим эти понятия самостоятельно существующими в природе, оторванными от реальных предметов. Можно встретить в природе: пять лошадей, туго натянутую нить, отражаемую линией, зеркальную поверхность озера в совершенно тихую погоду, представляющую плоскость.

А ведь вы не надеваете платье вообще, а только определенное платье, костюм, пальто. И это не мешает вам пользоваться понятием «платье». Вы не встретите в природе деревьев вообще, а только определенное дерево: березу, тополь, яблоню. И это никого не смущает. Ни один здравомыслящий человек не выступит с утверждением того, что платья, деревья и другие такие же понятия существуют только в сознании человека, а не на самом деле.

В природе в самом деле нет такого предмета — плоскость, но есть множество предметов, обладающих плоскостью. Отвлекаясь от различия между этими предметами, от их особенных качеств, индивидуальных свойств, люди создали из общего для всех этих предметов геометрическое понятие плоскости. Значение этого понятия огромно. Понятие плоскости отражает пространственные особенности и поверхности зеркала, и поверхности стола, и поверхности воды в озере в тихую погоду, и поверхности школьной доски, и поверхности асфальтированного поля, и многих, многих других самых разнообразных поверхностей, существующих в окружающем нас материальном мире.

Когда вы называете какое-либо число, например пять, то с этим числом вы связываете количественную сторону определенной группы предметов: пять пальцев руки, пятиконечную звезду и т. д. Что общего, одинакового в перечисленной группе предметов? Что объединяет эти различные предметы: пальцы руки, вершины звезды? Количественная их сторона, именно количественно они одинаковы, хотя качественно различны.

Общее, неизменное, что характеризует количественную сторону предмета и явления, выражается числом.

Число характеризует группу предметов независимо от их содержания. Так, число десять представляет из себя десять определенных предметов: десять тетрадей, десять линеек или десять других предметов и явлений.

Итак, все математические понятия, все математические выводы, хотя и носят отвлеченный характер, однако они всегда отражают определенные конкретные явления реального мира. Так учат материалисты.

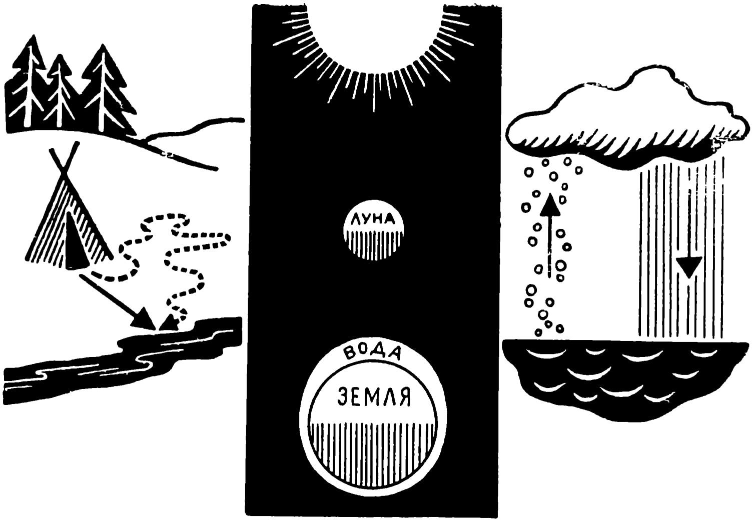
Химик в лаборатории, исследуя действия какого-либо вещества, отвлекается от окружения природы, в котором находится вещество. Он пытается вырвать это вещество из природы, перенести его в лабораторию и изучить его свойства в чистом виде. И каждый из нас отвлекается от конкретного содержания, когда решает задачу.

Вспомните, как, решая геометрические задачи на местности, вы отвлекаетесь от неровностей этой местности, от вещей, на ней находящихся. Поле вы рассматриваете как часть плоскости, а границу — как геометрическую линию. Когда вы на местности измеряете расстояние между двумя предметами, скажем, между двумя деревьями, вы пренебрегаете размерами этих деревьев и, отвлекаясь от их размеров и других свойств и качеств, принимаете эти деревья за точки, определяющие длину нужного вам отрезка.

Отвлечение от конкретных, реальных предметов и явлений и создание на их основе математических понятий происходило не в лаборатории ученого. Этот процесс происходил в самой жизни. Люди считали конкретные предметы и явления на пальцах, камешках, делали зарубки на палках и деревьях. В течение многих веков люди бесчисленное число раз определяли на конкретных предметах и явлениях количественную их сторону.

Понятие числа и геометрической фигуры не само по себе родилось в голове человека. Постоянное повторение одного и того же процесса определения количественной стороны предмета и явления навели человека на мысль создать отвлеченные математические понятия. Человек настолько свыкся с созданными им в результате отвлечения математическими понятиями, что давно уже не вспоминает тот путь, по которому его далекие предки пришли к этим понятиям.

«Десять пальцев, на которых люди учились считать, то есть производить первое арифметическое действие, — говорит Ф. Энгельс, — представляет что угодно, но только не свободное творение рассудка».



В чем смысл отвлеченности математики?

Отвлеченность, или, как ее иначе называют, абстрактность (от латинского слова «абстракцио» — отвлечение), свойственна не только математике.

Каждая наука накапливает фактический материал путем наблюдений и экспериментов. Накопленный в ходе исследования фактический материал научно обрабатывается. Результаты обработки обобщаются, и на их основе наука делает те или иные выводы.

Выводы могут быть в виде научных предположений — гипотез и в виде научных утверждений — теорий. Научные гипотезы, хотя и основаны на фактах, нуждаются в дальнейшей проверке опытом. Научные теории — теоретически обобщенные факты — на практике проверены и всегда, везде, при соблюдении установленных обстоятельств, себя оправдывают.

Как же обобщает наука результаты своих исследований? Чтобы обобщить обработанные результаты наблюдений и экспериментов и сделать из них научные выводы в виде гипотез и теорий, ученый отвлекается от индивидуальных свойств, от конкретной сущности предметов исследования. Он ищет в отдельном предмете и явлении общее свойство, присущее всем и вместе с тем каждому в отдельности объектам своего исследования.

Многие предметы, явления обладают индивидуальными особенностями, свойственными только им. Эти особенности носят иногда и специфичный характер. Для научного обобщения эти особенности не представляют интереса. Привлекаются лишь те черты предмета, явления, которые, являясь общими для всех, в то же время входят в каждый объект исследования. Вот это-то обобщение приводит к созданию отвлеченного понятия.

В глубокой древности, следя за морскими приливами и отливами, наряду с другими особенностями, ученые заметили связь между колебаниями уровня моря и фазами Луны, периодически изменяющимися видами ее. Связь эта заметна была на всех морях и в любое время года. Поэтому и общим в колебаниях уровня всех морей Мирового океана явилась их связь с фазами Луны.

Найденное общее свойство ученые обобщили в виде вывода о том, что приливы и отливы — это периодические колебания уровня моря, вызываемые притяжением Луны.

Но ученые своими глазами не видели, да и видеть они не могли эти связи. Откуда же этот вывод? Вывод этот сделан на основе отвлечения.

Размышляя над отдельными фактами колебаний уровня моря, ученые обобщили эти факты и пришли к выводу, что они находятся в прямой зависимости от притяжения Луны. Больше того, в последующих своих исследованиях, продолжая обобщать факты, ученые уточнили свои выводы.

Они установили, что наибольшие приливы происходят в дни новолуний и полнолуний, когда Луна, Земля и Солнце расположены, примерно, на одной прямой линии. Наименьшие приливы — в дни первой и последней четвертей Луны, когда направления от Земли к Луне и Солнцу образуют прямой угол. Вся эта научная теория, названная в науке теорией приливов, явилась результатом обобщения наблюдений за морем и за небесными телами.

Эта теория полностью оправдывается на практике. Пользуясь ее теоретическими выводами, у нас в СССР регулярно вычисляются и издаются «Таблицы приливов». Эти таблицы содержат данные, относящиеся не только к побережьям морей нашей Родины, но и ко всему Мировому океану.

Итак, человек способен отвлечься от особенных и индивидуальных свойств и выделять то, что является общим для всех наблюдаемых им предметов и явлений. Этой способностью обладают даже дети. Восьмилетние учащиеся самостоятельно выводят и с помощью учителя формулируют переместительный и сочетательный законы сложения и умножения. А эти-то законы и являются обобщенными свойствами этих действий.

Вы не можете, например, непосредственно увидеть своими глазами атом, но тем не менее вы достоверно знаете, что он существует. Откуда у вас эта уверенность? Опять-таки это результат вашей способности отвлечься от конкретного и познать вами сделанный обобщенный вывод.

Нельзя наблюдать скапливание водяных паров в атмосфере. Однако вы глубоко убеждены, что они в атмосфере скапливаются и поэтому происходит выпадение осадков.

Нельзя непосредственно наблюдать движение со скоростью света. Опять-таки благодаря этой же способности отвлечения вы не сомневаетесь в существовании такой скорости движения.

Нельзя нигде в окружающей нас действительности увидеть n-угольную призму. С помощью отвлечения вы и это познаете.

Математика — отвлеченная наука. Все ее понятия, выводы, законы, следствия являются отвлеченными. Характер отвлеченности математика приобрела не сразу.

В глубокой древности, еще на первых ступенях своего развития, математические знания представляли из себя совокупность определенных сведений. Эти сведения вырабатывались практикой. Практика человека, как говорили мы ранее, на протяжении многих веков на основе очень большого числа часто повторяемых опытов и наблюдений создала ряд выводов.

Путь между двумя определенными пунктами люди проходили бесконечное число раз. На основе наблюдения люди пришли к выводу, что самым близким путем явится лишь дорога, проложенная по прямой. Этот практический вывод передавался от поколения в поколение, проверялся много раз и всегда оказывался верным. Всегда и везде люди встречались с тем, что прямая, проведенная на плоскости через две точки, короче ломаной, проведенной через те же точки.

Знание этого, выведенное чисто практическим путем, лишь с течением веков формулировалось и претерпело немало изменений, пока предстало в виде известной нам аксиомы геометрии.

Следует полагать, что первоначальные основы элементарной математики появились одновременно с возникновением понятия о числе и фигуре. Но прошло немало веков, пока понятия эти научно оформились.

Наша нумерация, система счисления, несмотря на ее простоту, выработана людьми не сразу. В течение многих веков люди не могли додуматься до ее создания. А после ее изобретения для ее усовершенствования потребовалось несколько столетий, прежде чем она предстала в знакомом нам виде. Но и после этого прошли столетия, пока эта система счисления получила всеобщее признание.

Принцип позиционного значения цифр и нуль впервые введен математиками Индии в V—VI веках. Кажется, что может быть естественнее и проще этого понятия цифр? Между тем это понятие не зародилось даже у такого гениального математика, как Архимед (287—212 гг. до нашей эры). Архимед занимался вопросами счисления весьма больших чисел.

В своем знаменитом сочинении «Псаммит, или Исчисление песку в пространстве, равном шару неподвижных звезд» Архимед осуждает тех, кто считает, что число песчинок не может быть подсчитано. Гениально он доказал, что задача эта может быть решена. Он показал, что натуральный ряд чисел бесконечен. Однако для конкретной задачи нет надобности прибегать к неограниченности ряда, достаточен небольшой отрезок этого ряда.

На первый взгляд задача исчисления песчинок может казаться никому не нужной, не имеющей никакого прямого отношения ни к жизни, ни к науке. Однако это не так. Решение этой задачи преследовало весьма важную практическую цель: найти практические средства для выражения весьма больших чисел. И эту задачу блестяще решил Архимед.

По его вычислениям число песчинок всего мирового пространства, по представлениям того времени, не более 10^{63}, то есть числа, составленного из единицы с 63 нулями. Архимед утверждал, что существует еще большее число, сколько угодно большее. Таким образом, уже в «Псаммите» Архимед ввел понятие бесконечности ряда натуральных чисел.

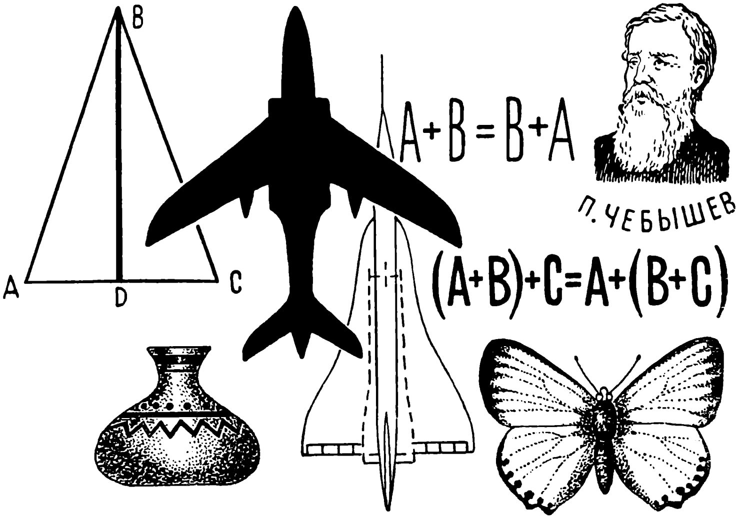
Понятно, Архимед не записывал большие числа. Однако бесспорно, что идея бесконечности натурального ряда чисел принадлежит Архимеду. Бесспорно и то, что человечеству потребовалось много сотен лет для того, чтобы эта идея была воспринята.

Гениальные идеи почти всегда кажутся простыми, ясными, и непонятно, почему они ранее не появились. Но это только кажется, на самом же деле требуется немало усилий ума, гениальности мысли и находчивости, чтобы открыть в математике новый закон или ввести новое понятие.

Для того чтобы построить школу, люди тратят много сил и энергии. Они составляют план здания и проект его архитектурного оформления. Выбирают строительную площадку. Завозят на площадку строительный материал, машины, орудия труда.

Чтобы путем чистого отвлечения построить такую стройную науку, как математика, человечество должно было располагать громадным запасом «строительного материала». Таким «строительным материалом» явились математические представления и понятия. Запас математических представлений и понятий должен был накапливаться веками. И на самом деле, он создавался тысячелетней серьезной и кропотливой работой большого числа исследователей многих поколений.

Отвлеченность дает возможность познать на более глубокой основе закономерности существующего мира.



Когда математические отвлечения становятся конкретными знаниями?

Вся сила математики именно в ее отвлеченности. Вспомните науки, которые вы изучаете, вопросы, над которыми работаете, исследуете. Сравните с математикой содержание и способы изложения каждой из этих наук, и вы убедитесь, что ни одна наука не является столь отвлеченной, как математика. Да и отвлечение в математике несколько иное, чем в других научных дисциплинах. Понятия математики применяются на практике. Выводы математики всегда находят подтверждение в окружающей нас действительности. Каждая отвлеченная математическая теория практически способствует решению конкретных задач.

Выдающийся русский математик Пафнутий Львович Чебышев (1821—1894) писал: «...Всякое соотношение между математическими символами соответствует соотношению между реальными вещами, — математическое рассуждение равнозначно эксперименту безукоризненной точности, повторенному неограниченное число раз, и должно приводить к логически и материально безошибочным выводам».

Короче говоря, математические отвлечения направлены на разрешение конкретных вопросов практической деятельности человека. Каким же образом математические отвлечения способствуют конкретизации человеческой практики?

После того как вы отвлеченную теорию применили к доказательству теоремы, приложили к вычислениям и измерениям, ваши знания этой теории приобрели конкретный характер. Что вертикальные углы на плоскости равны — это отвлеченное знание. Знать это крайне необходимо человеку. Без этих знаний нельзя решить ни одной задачи, где требуется найти размеры вертикальных углов. С помощью этих знаний вы находите определенный, конкретный ответ для каждой отдельной задачи. Знания эти приобретены в результате доказательства теоремы, проверки верности ее на практике, непосредственно измерением углов. Поэтому отвлеченные знания теоремы дали вам возможность получить конкретный и определенный ответ.

Вот выведена формула разности квадратов двух чисел:

$$a^2 - в^2 = (a + в)(a - в).$$

Эта отвлеченная истина становится конкретным знанием после применения этой формулы на практике.

Допустим, понадобилось вам быстро перемножить в уме два числа, скажем, 36 на 24. Заметив на основе этой чисто отвлеченной формулы, что дейстие это может быть представлено как произведение $(30 + 6)$ на $(30-6)$, применим эту формулу, получаем: $30^2-6^2 = 900 - 36$. В результате получаем конкретный ответ — 864.

Обратили ли вы внимание на технику умножения многозначных чисел? Попробуем перемножить, скажем, два целых числа 321 на 43.

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}321\\43\end{array} \\ \hline 963 \\ +1284 \\ \hline 13803 \end{array}$$

Сначала берете 321 по 3 раза (единицы), затем 321 по 4 раза (десятки). Полученные произведения вы складываете. К этому способу умножения вы привыкли, вычисление производите не задумываясь, автоматически. Но этот конкретный результат умножения вы получили на основе применения отвлеченного сочетательного закона умножения:

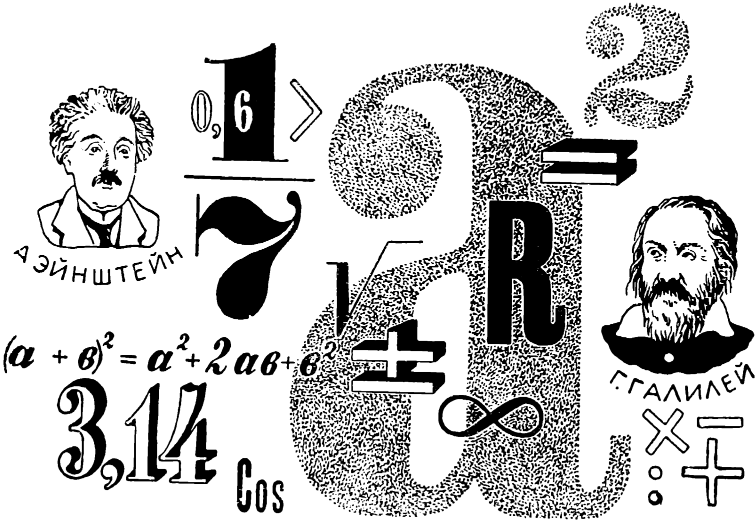
$$(a + в)\, c = ac + вc.$$

На этих примерах очевидна связь в математике отвлеченных понятий с конкретными знаниями.

Отвлеченные математические понятия, правила, законы и выводы имеют исключительно важное значение. На их основе построены все конкретные вычисления, все способы и приемы рационального, упрощенного нахождения искомого числа по известным данным, все измерения, все решения задач и примеров. Только с их помощью удается, решая задачу, доводить ее до конкретного числа.

Многие отвлеченные теории созданы требованиями практических наук; в этих науках они с успехом применяются. С их помощью в этих, да и во многих других отраслях знаний решают весьма важные, имеющие большое значение для человека, конкретные задачи технического или экономического характера. Эти теории относятся к высшей математике.

Элементарная математика также состоит из отвлеченных теорий. Все они созданы с целью облегчить вычислительный и измерительный труд человека и являются математическими обобщениями. Всякая математическая теория уже есть обобщение. Она дает возможность решать большое число различных задач.



О математическом языке и его значении в развитии науки

Значительно способствует обобщению математических понятий язык математики. Вы, вероятно, заметили, что люди одной и той же профессии, когда беседуют о своей работе, говорят на понятном лишь им языке. Их речь изобилует терминами и выражениями, которые в обыденном разговоре не встречаются и широкой публике неизвестны. Такая речь носит название профессиональной речи.

Математика имеет свой язык, но это вовсе иной, не профессиональный язык. Профессиональным языком владеет небольшой узкий круг специалистов, людей одной и той же профессии. Языком же математики широко владеют люди многих профессий, разных специальностей.

На языке математики говорят во всех областях науки, техники и производства, когда речь заходит о количественной стороне и пространственной форме рассматриваемых предметов и явлений. Поэтому овладеть математической речью вынуждены все те, кто пользуются математикой, а это значительное число людей различных профессий и специальностей.

Великий итальянский математик, физик, механик и астроном Галилео Галилей (1564—1642) считал, что овладеть математической речью необходимо каждому образованному человеку. Он писал, что природу «...невозможно понять, если не научиться предварительно ее языку и не узнать те письмена, которыми она написана. Ее язык—язык математики, и эти письмена суть треугольники, окружности и другие геометрические фигуры, без помощи которых невозможно понять в ней по-человечески хотя бы одно слово; без них мы можем только кружиться впустую по темному лабиринту».

Проще эту мысль выразил американский физик-теоретик Гиббс (1839—1903). На вопрос: «Что такое математика?» — он отвечал: «Язык природы».

Математический язык — нелегкий язык, его правильно употребляет лишь тот, кто мыслит математически, кто владеет предметом математики.

Передовые мыслители прошлого придавали серьезное значение овладению языком математики. Д. И. Писарев писал, что «кто приобрел навык обращаться легко и свободно со всевозможными алгебраическими и геометрическими выкладками и кто, кроме того, приобрел умение выражать свои мысли ясным и точным языком, тот смело может взяться за любую отрасль самостоятельных знаний».

Принято считать математический язык общим, международным языком. Это, несомненно, так. Математический язык употребляется всеми народами мира.

Что же собою представляет этот язык? Он состоит из специальных терминов, выражений, определений, символов и знаков, принятых в этой науке.

Материалисты считают, что существующие в действительности количественные отношения и пространственные формы изображаются на языке математики принятыми в этой науке символами и знаками. Иначе говоря, этими символами, знаками, обозначениями записаны формулы, законы, понятия, отражающие количественное отношение и пространственные формы, которые в самом деле существуют в окружающем нас материальном мире.

К математическим символам и знакам вы привыкли. Ну, а если бы не было этих символов и знаков и людям довелось бы пользоваться словесной записью? Какой был бы это тяжелый труд! Что и говорить!

Математические символы и знаки экономят труд. Они устраняют путаницу, неизбежно вносимую словесными записями, значительно облегчают, упрощают и ускоряют процесс вычислений, они стали основой и международным языком математической науки.

Вы говорите: «В произвольно взятый многоугольник окружность не может быть ни вписана, ни описана вокруг него. Всегда можно вписать и описать окружность только в треугольнике».

На языке математики вы радиус r вписанного круга выражаете по сторонам a, $в$, c треугольника следующей формулой:

$$r = \sqrt{\frac{(p-a)\ (p-в)\ (p-c)}{p}}, \text{ где } p = \frac{a+в+c}{2}$$

Радиус R описанного круга на языке математики выражается формулой, имеющей следующую запись:

$$R = \frac{aвc}{4\sqrt{(p-a)\ (p-в)\ (p-c)}}$$

Эти записи вы читаете, понимаете, вы глубоко уверены в их правильности и в их верности вы не сомневаетесь. Вы также уверены в том, что эти зависимости в действительности существуют. А уверены вы в этом потому, что эти зависимости вами выведены и с помощью языка математики осмыслены.

Математическая мысль человека неотделима от языка вообще и математической речи в частности. Математическая мысль человека и его математическая речь неразрывно связаны и друг без друга не существуют. В этом глубоко убеждены материалисты. Все это отрицают идеалисты. Они пытаются доказать существование «чистой математической мысли», самостоятельной, не связанной с языком. Мысль, по их мнению, не обязательно должна облечься в языковую форму.

Вы уже знаете, что идеалисты рассматривают математическую науку как результат развития идей, зародившихся в умах ученых. Символы, знаки и существующие математические обозначения они также считают созданием ума этих же ученых. Создаются же они, по их мнению, для того, чтобы, оперируя уже известными символами, знаками, дать возможность ученому выводить все новые и новые знаки.

Выходит, что идеалисты фактически сводят математику к символам, обозначениям, условностям и знакам, оторванным от действительного, реального мира. Они рассматривают математику как свод этих символов и знаков, являющихся результатом развития идей.

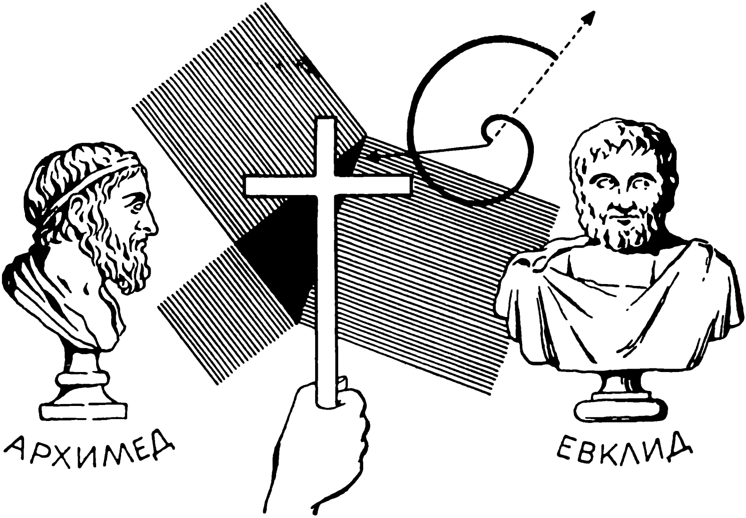
С такой точкой зрения, явно противоречащей истине, непрестанно борются математики, стоящие на позициях материализма. Н. И. Лобачевский утверждал, что «все математические начала, которые думают произвести из самого разума, независимо от вещей мира, останутся бесполезными для математики». А великий ученый Альберт Эйнштейн (1879—1955) очень часто любил повторять: «Ни один ученый не мыслит формулами».

Материалисты считают, что математические знаки, символы и обозначения служат только средством записи формул, законов, правил, понятий, выведенных из количественных отношений и пространственных форм действительного мира, из реальных предметов и явлений материальной действительности, но никак не из идей, появившихся в голове ученого. Борьба между материализмом и идеализмом в математике вызывается интересами развития науки.

Идеализм мешает развитию математики. Он дает искаженное, неправильное представление, так как считает математические понятия и теории чистым продуктом сознания, не имеющим никакого отношения к действительности. Поэтому идеализм объективно служит тормозом в науке. Наука может развиваться, лишь преодолевая сопротивление идеализма.

Идеализм в науке всегда поддерживается церковью. Поэтому борьба науки с религией неизбежна, это борьба за процветание науки.

Даже в самые мрачные годы средневековья, когда всякая мысль о материальности мира преследовалась церковью, люди науки открыто выступали против идеализма в математике и пропагандировали материалистические ее основы. Церковь же всегда выступала против материалистических основ, она выступала против передовой науки, против передовых материалистических взглядов, направленных на прогресс и счастье человечества. Без своего надзора церковь не оставляла и математическую науку. Она всячески мешала развитию материалистических взглядов в математике, но это не всегда ей удавалось.



Глава III
О походах религии против математики

О том, как христианская церковь разгромила Александрийскую библиотеку — центр древнегреческой математической культуры

Как известно, математика широко развивалась в древние времена. В Древней Греции и Египте пышным цветом расцветала математическая наука. Именно тогда были прочно заложены основы математической науки.

Многими серьезными открытиями человечество обязано Александрийской школе — центру научной мысли того времени. Названа эта школа по имени города Александрии — столицы египетского государства Птолемеев.

Александрия была основана Александром Македонским в 332—331 годах до нашей эры. В течение более семи веков, начиная с III века до нашей эры и вплоть до V века нашей эры, Александрия — столица Египта — была самым богатым и многонациональным городом мира. Она была тогда центром торговли и научной мысли. Шумные толпы греков, египтян, сирийцев, евреев наполняли ее улицы. Они вели торговлю, проводили спортивные соревнования, заполняли колизеи, цирки, театры и другие зрелища. Уличные продавцы с глиняными сосудами, корзинами на головах предлагали свой товар. Торговцы зазывали прохожих в свои палатки, лавки. Ревели на привязях ослы. Этот большой, шумный, знойный от палящего южного солнца город знаменит был прославленными своими учеными: философами, поэтами, математиками, историками.

Александрия служила центром математической науки. Она впитала в себя всю греческую и восточную математическую мудрость. В Александрии трудились великие математики: Евклид (III век до н. э.), Эратосфен (III век до н. э.), учился Аполлоний Пергский (III век до н. э.). О жизни Евклида, самого влиятельного математика всех времен, мы не имеем никаких достоверных данных. Мы знаем, что его знаменитые 13 книг «Начал» и ряд других его трудов написаны им в Александрии. «Начала» Евклида более двух тысяч лет были главным и единственным руководством по геометрии. Еще в конце XIX века во многих английских школах обучали детей геометрии по приспособленному для детей изданию «Начал».

И у нас, в Советском Союзе, много лет обучали детей геометрии по учебнику А. П. Киселева. Материал этого учебника по форме и содержанию полностью соответствовал «Началам» Евклида. Доказательства некоторых теорем, например теоремы Пифагора, дословно в этом учебнике заимствованы из «Начал» Евклида.

В Александрии наиболее людной и богатой была Царская улица. Через весь город эта улица вела к дворцу царя Птолемея. Существует предание, по которому царь Птолемей спросил у Евклида: «Есть ли к геометрии путь короче того, который проложен в «Началах»?» На что Евклид с достоинством ответил: «В геометрии нет особенного пути для царей». Намекая на то, что к дворцу можно было проложить Царскую улицу, а к геометрии особого пути для царей не проложить.

В Александрии жил и творил «отец алгебры и арифметики» Диофант Александрийский (конец III века до н. э.).

Величайшим математиком древности был Архимед (287—212 гг. до н. э.). Он жил в Сиракузах, но находился в постоянной переписке с александрийскими учеными и поддерживал с ними тесную связь. Так, например, известно такое письмо Архимеда, адресованное в Александрию, Эратосфену: «Я считаю тебя, — пишет Архимед Эратосфену, — серьезным ученым и выдающимся философом. Поэтому я хочу изложить и объяснить тебе особый способ, полезный для доказательств теорем... Я решил дать письменное изложение этого способа, так как убежден, что оказываю этим немаловажную услугу математике. Я полагаю, что многие из моих современников или последователей, ознакомившись с этим способом, будут в состоянии находить новые теоремы, до которых я еще не додумался».

В Александрии местом сосредоточения ученых служил музей. При нем находилась крупнейшая библиотека того времени — Александрийская библиотека. Уже в первом веке до нашей эры библиотека представляла из себя величественный храм, в котором находилось колоссальное собрание ценнейших книг и рукописей.

Чем же ценны были эти книги и рукописи? Большое число древних рукописей и математических книг составляли в своей совокупности свод математических знаний того времени. Поэтому они представляли большую ценность для науки.

Со всего мира собирала библиотека рукописи и книги; среди них были и произведения восточной мудрости не только в оригиналах, но и в переводах. Во главе библиотеки стояли видные ученые. Одно время библиотеку возглавлял знаменитый Эратосфен.

Библиотека объединяла большое число ученых, они жили и трудились в ней.

В Александрии высоко ценили науку и ученых. Ученые не только занимались исследованиями, но и упорно выверяли книги, переписанные для библиотеки многими писцами, писали к ним объяснения — комментарии.

В те времена о книгопечатании люди ничего не знали, оно было изобретено значительно позже; книги писались от руки. Их переписывали специальные писцы. Книгопечатание было изобретено и получило практическое применение в середине XV века. Большинство рукописей представляли из себя свитки. Это свернутые трубкой или валиком полосы из специально обработанной кожи животных, называемой пергаментом, или из папируса и иного писчего материала. Несколько сотен тысяч пергаментных свитков насчитывала библиотека в эпоху своего расцвета. Они хранились в мраморных нишах. Один только каталог библиотеки составлял сто двадцать библиотечных томов. Этот каталог носил очень пышное название: «Каталог сочинений, просиявших во всех областях знаний».

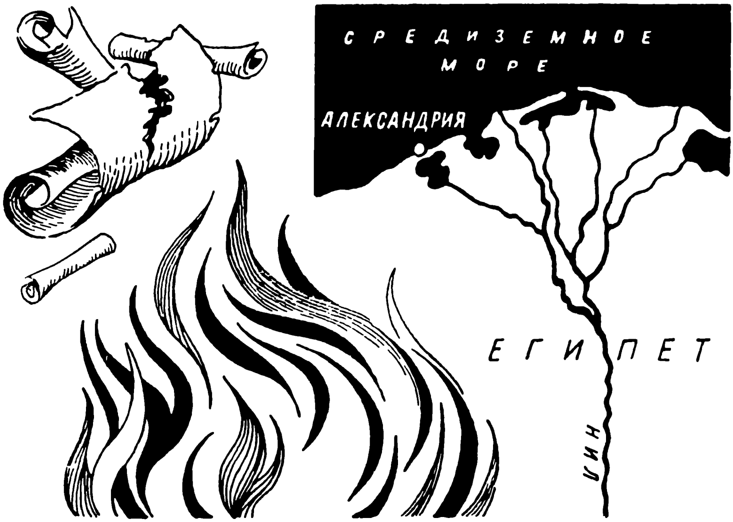
В 47 году, во время взятия Юлием Цезарем Александрии, библиотека горела. От вспыхнувшего пожара удалось спасти одно из главных зданий — храм Серапейон. В этом храме, храме главного божества эллинистического Египта — Сераписа, покровителя Александрии, находился филиал Александрийской библиотеки. Грандиозными усилиями воли и энергии, кропотливым трудом ученых библиотека постепенно восстанавливалась.

Храм Серапейон привлек еще большее число ученых, он стал местом сосредоточения людей науки. В Серапейоне составлялись сборники, переводы, комментарии и толкования к древним рукописям. Приобретались все новые и новые книжные сокровища. Серапейон стал обладателем одного из самых ценнейших собраний научных трудов того времени, так называемой Пергамской библиотеки.

И вот в IV веке церковь зло надругалась над наукой. Храм Серапейон был объявлен центром язычества. «Отцы» христианской церкви во главе с патриархом Феофилом непрестанно призывали христиан разрушить центр язычества. С благословения «отцов» церкви толпа фанатиков-христиан совершила чудовищное преступление. Они полностью разрушили храм Серапейон, а его библиотеку сожгли. Уничтожены были ценнейшие математические рукописи, редчайшие памятники старины, творения многих великих математиков.

То, что составляло красоту и гордость математической науки, безвозвратно погибло. Погибли не только творения из области математики, но много важных работ и из других областей знания.

Чем же был вызван этот поход христианской религии против математики? Только тем, что интересам религии не отвечали материалистические основы математической науки, что они шли вразрез с религиозными воззрениями. А как было бы хорошо, если бы осталась цела эта библиотека и рукописи эти дошли до нас! Во-первых, мы знали бы о древности во много раз больше, чем теперь. Во-вторых, науке не довелось бы сызнова открывать истины, какие были уже однажды открыты древними.



О том, как первая женщина-математик Гипатия была растерзана толпой христиан-фанатиков

В древнегреческой науке самой знаменитой женщиной-математиком была Гипатия (370—415 гг.). В мировой науке она первая женщина-математик. Она преподавала в Александрии философию, геометрию и астрономию.

Дочь знаменитого математика Теона Александрийского, известного своими комментариями к Евклиду и Птолемею, она с увлечением изучала математику, легко и свободно ее излагала своим ученикам. Гипатия пользовалась широкой популярностью. Ее любили за доступное и яркое изложение самых трудных вопросов математики. Она была мудра, скромна и очаровывала людей своей красотой и силой своего разума. Гипатия была любима не только своими учениками; многие христианские епископы склонялись перед ее мудростью, и даже сам правитель города Александрии высоко ее ценил. Ее считали серьезным ученым; она была единственным комментатором Диофанта — греческого математика, труды которого имели большое значение для развития алгебры и теории чисел.

По свидетельству современников в математике она была образованнее отца, а в философии — всех философов того времени. Гипатия изобрела ареометр — прибор, которым определялось положение корабля в открытом море, и планисферу — изображение небесной сферы на плоскости, по которому можно вычислить восход и заход небесных светил. Она создала много интересных трудов, в основном комментарии к существующим рукописям. К великому сожалению, ее труды до нас не дошли.

Гипатия была не только ученым, но и общественным деятелем. Она принимала активное участие в жизни города. Пользуясь влиянием на правителя Александрии, выступала против религиозного фанатизма христиан.

В своих лекциях и выступлениях она высоко ценила науку, призывала развивать ее, утверждала, что лишь науки способны принести счастье человечеству.

Она поражала своей математической логикой, строгостью суждений и страстной любовью к науке. Большие знания, блестящий ораторский талант привлекали на ее лекции толпы народа. Но не все могли попасть в помещение. Толпами люди собирались во дворе, стоя у открытых окон и проходов, стремясь услышать ее правдивое слово.

Не раз «отцы» церкви задумывались над вопросом: как же можно разрешить Гипатии выступать и распространять не религиозные, а научные взгляды на математику и науку? Никак не могли они с этим мириться. В поисках мер борьбы с ней была создана версия о том, что Гипатия излагает мысли и идеи, неугодные богу и противные христианскому вероучению. А излагает она на своих лекциях эти взгляды потому, что она колдунья. По суеверным представлениям, колдунья оказывает влияние на силы природы, на жизнь людей.

Архиепископ Кирилл и другие представители церкви открыто выступали перед толпами фанатиков-христиан, не стесняясь клеветали на Гипатию и поддерживали слух о ее колдовстве. Они призывали верующих: «Поймать колдунью и сжечь ее на костре».

И вот в весенний день 415 года свершилось чудовищное преступление. На одной из улиц Александрии толпа фанатиков-христиан настигла возвращавшуюся с занятий Гипатию. Ее вытащили из экипажа и поволокли в церковь Кесарион. Там они мучили ее: выламывали руки, нещадно били, раковинами сдирали у нее мясо с костей. Останки Гипатии монахи сожгли на костре. Так неугодная Гипатия была злодейски умерщвлена лишь за то, что она не разделяла взгляды на науку «отцов» церкви.

Несколько столетий спустя христианская церковь, поняв всю тяжесть этого преступления, пыталась отмежеваться от убийства Гипатии. Церковь, «открыв» мощи великомученицы Екатерины Александрийской, приписала этой надуманной святой биографию Гипатии. Мощи — это «нетленные» останки «святых», якобы обладающие чудодейственными свойствами. Таким образом церковь попыталась снять с архиепископа Кирилла ответственность за убийство и надругательство над ученым. Иезуит астроном Джовани Рачиоли ее именем назвал кратер на Луне. Кратер этот и сейчас на современной карте Луны находится в квадранте IV, недалеко от экватора.

Религия была и остается злейшим врагом развития математики

Церковь боролась с каждой новой материалистической научной мыслью. Все, что церкви противоречило, что не подтверждало догмы веры, правила религии, объявлялось ересью — учением, противным церкви и религии. Огнем и мечом ересь жестоко искоренялась. Строго следила церковь за тем, чтобы всякая новая математическая идея не развивалась.

Августин учил, что «математика отвращает от бога, «святой» Иероним говорил, что «математика не учит набожности», а «святой» Амвросий писал, что «заниматься астрономией и геометрией — значит оставить путь спасения и избрать путь заблуждения». Разными путями церковь мешала прогрессу математической науки, особенно в средние века.

В 1486 году испанский математик Паоло Вельмес был по решению главного инквизитора Испании Томаса де Торквемада (1420—1498) сожжен на костре только лишь за то, что он открыл способ решения уравнений четвертой степени. И лишь 80 лет спустя итальянский математик Феррари (1522—1565) вновь открыл этот способ решения.

А в день святого Варфоломея, в Варфоломеевскую ночь — с 23 на 24 августа 1572 года, когда католиками в Париже была устроена массовая резня гугенотов, погибло много ученых, и среди них — замечательный французский ученый-математик Пьер Рамус.

В течение почти двенадцати столетий — между началами V и XVII веков — математическая наука ничего существенного в Европе не создала. Даже преподавание математики было запрещено. Только в 1388 году в Париже было разрешено преподавание геометрии Евклида, да и то лишь в ограниченных размерах. После разгрома научного центра Александрии, подавления научной мысли, сожжения бесценных творений человеческого гения, математическая наука долгое время не могла оправиться от нанесенного ей удара, и столетиями она находилась в состоянии полного упадка. Все то, что было открыто гениальными учеными древности и с такой любовью и страстью было собрано, исследовано и обработано, постепенно забывалось и терялось. Даже к знаменитым «Началам» Евклида, открытиям Архимеда, трудам Диофанта никто не обращался, никому они не нужны были.

В истории человечества, утверждал виднейший советский ученый-математик, академик Владимир Андреевич Стеклов (1864—1926), не найти более грандиозного и ужасающего по своим проявлениям бедствия, чем христианство. Методами угроз, проклятий и пыток церковь в средние века старалась подчинить науку своим интересам, но не всегда это ей удавалось.

Известный французский математик Франсуа Виетта (1540—1603), один из создателей алгебры, инквизицией был осужден на смерть. Дело в том, что во время франко-испанской войны он прочел зашифрованное донесение испанского командования и этим помог своему французскому военному командованию.

Ненависть церкви была так велика к видному ученому того времени, что его решили умертвить. Поводом послужил этот эпизод. Виетта был объявлен дьяволом, умеющим читать зашифрованные письма.

Ученого от смерти спасло то, что его не выдали инквизиции.

Во всех тех случаях, когда церковь не могла расправиться с самим ученым, она переносила свой гнев на его близких и родных. Против прославленного математика и астронома Иоганна Кеплера (1571—1630) ополчилась церковь и много лет его преследовала. Кеплер известен как ученый, заложивший основы анализа бесконечно-малых; учение это завершили Лейбниц (1646—1716) и Ньютон (1643—1727). Вместе с Бюрги Кеплер составил таблицу логарифмов.

Развивая гелиоцентрическое учение Коперника, Кеплер открыл три закона движения планет. Против этого открытия выступила церковь. Видите ли, эти законы, по мнению церковников, противоречат учению религии! А то, что это законы природы, что Кеплер лишь открыл и сформулировал то, что существует в объективном мире, в природе, — это, по их мнению, неважно.

От науки церковь требует, чтобы она лишь подтверждала религиозные учения, а не шла против них. Не имея возможности расправиться с самим ученым, церковь обрушилась на его мать Екатерину Кеплер. Ее объявили ведьмой, посадили в тюрьму и долго над ней издевались.

Церковь вынуждена была с течением времени изменить свое отношение к науке. Меняются времена, меняются и нравы церкви.

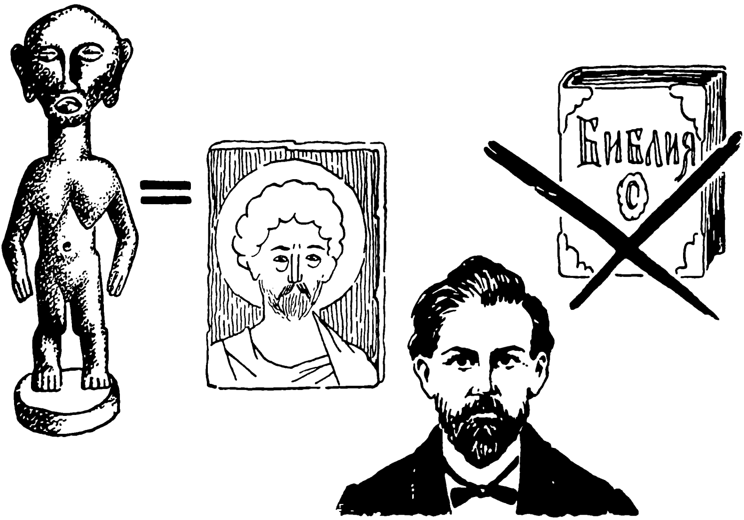
В новое и новейшее время церковь отказывается от преследований науки. Чем же вызвана эта смена отношений к науке? На смену феодальному появилось буржуазное общество, а это общество тогда было заинтересовано в развитии науки. Наука способствовала развитию техники. С помощью науки произошел переворот в промышленности. Резко возросли производительные силы общества. Появились машины, новые усовершенствованные орудия производства, новые приборы и аппараты. Все они широко внедрялись в производство, а при содействии науки и техники совершенствовались производственные процессы. Это приносило господствовавшей буржуазии большие барыши. От барышей буржуазия никогда не отказывалась, а, напротив, во имя барышей готова идти на все, всякими способами она стремится их увеличить. Собственно, это и явилось причиной широкого развития технических наук и, понятно, математики. В этих условиях церковь открыто не может выступить против науки. Выступить в эпоху расцвета буржуазного общества против науки означало бы выступить против интересов господствовавшего класса. А возможно ли это? Понятно, нет. Церковь меняет поэтому свою тактику. Она начинает признавать науку, но какую? Идеалистическую.

Орудием борьбы с материалистической наукой церковь избирает идеализм. Как же это делается? Вот один пример. Английский епископ в Клойне (Ирландия) Джордж Беркли (1685—1753), известный философ-идеалист, в своем «Трактате о началах человеческого знания» (1710 год) обвинил математиков в том, что они ввели понятие бесконечности. Это понятие противоречит церковному учению о начале, становлении и конце мира.

Беркли в одном из своих произведений (1734 год) жалуется на то, что «некоторые математики злоупотребляют своим влиянием, настраивают народ против догматов веры» — установившихся законов, правил, обычаев. Против Холли Эдмунда Галлея (1656—1742), английского астронома, директора Гринвичской обсерватории, Беркли особенно ополчился. Он не мог простить ему материалистических взглядов на математику. Как и все идеалисты, он стремился примирить религию с наукой.

Идеалисты доказывают, что религия и наука являются важнейшими проявлениями «духа» и поэтому должны жить в мире и содействовать друг другу в развитии и процветании.

Идеализм ничего общего не имеет с передовой, прогрессивной наукой. Он также ничего общего не имеет со взглядами передового, прогрессивного класса современности — рабочего класса. Напротив, эти взгляды явно мешают развитию передовой материалистической науки. Идеализм и религия неразрывны, они взаимно дополняют друг друга и оба служат одной общей цели — подольше удержать капитализм, продлить его существование.



Академик-математик А. А. Марков в борьбе с религией

Отвергая идеализм, осуждая всякие попытки примирить науку с религией, подлинная наука широко развивается на единственно верной материалистической основе. Передовые ученые, заботясь о развитии науки, ведут непримиримую борьбу с религией.

Выдающийся русский ученый-математик академик Андрей Андреевич Марков (1856—1922), профессор Петербургского университета, в старое, дореволюционное время открыто выступил против стремления церкви примирить науку с религией.

А. А. Марков известен своими работами в области одной из дисциплин высшей математики — теории вероятностей. Его книги широко известны далеко за пределами нашей родины, он много сделал для последующего развития математики. А. А. Маркову принадлежат также важные работы по теории чисел и математическому анализу.

В своих лекциях и в своем труде «Исчисление вероятностей» он резко критиковал религию, зло высмеял библейские легенды. «... К рассказам о невероятных событиях, которыми полна библия и которые будто бы происходили в давно минувшее время, следует относиться с крайним сомнением, — писал он и продолжал: — ... следует осудить стремление некоторых реакционных ученых направить математические теории на укрепление и усиление религии».

Какое мужество должен был проявить ученый, открыто выступив в дореволюционное время против религии? Да против какой религии? Против православной религии — оплота реакции и царского самодержавия.

Ему грозило много неприятностей. Несмотря на это, 12 февраля 1912 года А. А. Марков обратился в высший орган русской православной церкви — святейший синод — с просьбой отлучить его от церкви.

Он открыто заявил, что является неверующим, ничего общего не имеет с церковью, не признает никакой религии. Больше того, в своем письме святейшему синоду он писал: «Я не усматриваю существенной разницы между иконами и идолами, которые, конечно, не боги и их изображения, и не сочувствую всем религиям, которые подобно православной поддерживаются огнем и мечом и сами служат им».

Неслыханный скандал... Переполошились «князья» церкви... Никак не ожидали они такого сюрприза, да и от кого? От ученого, известного своими трудами. Обычно святейший синод сам отлучает вероотступников-еретиков от церкви. А тут, видите, ученый сам просит его отлучить от церкви, открыто признает себя ее противником. Как поступить, как избежать скадала?

Решено было направить к Маркову представителей церкви. Они должны были его образумить, доказать, что он заблуждается, и предложить ему отказаться от своего решения. Но непримирим был ученый. Он тверд был в своем решении. Решение это он принял после серьезного обдумывания, после здравого анализа отношения церкви к науке.

Перед мысленным взором ученого прошло много картин, которые убедительно показали, что церковь является оплотом мракобесия, извечным врагом науки. В безбожии, подрыве основ самодержавия церковь обвиняла видных русских ученых: замечательного математика, профессора и ректора Харьковского университета Т. Ф. Осиповского (1765—1832), знаменитого математика, академика М. В. Остроградского (1801—1861), прославившего отечественную науку работами по механике и высшей математике, крупнейшего математика, академика Н. И. Лобачевского (1792—1856), создателя неэвклидовой геометрии.

Церковь смертельно боится материализма. Следуя ее учению, ученый должен фальсифицировать науку. Может ли ученый, если он подлинный борец за передовую, прогрессивную науку, фальсифицировать ее? Понятно, нет.

...И вспомнил академик, как вместе с другими передовыми учеными он выступил против введения полицейского режима в высших учебных заведениях. Вместе с ними он требовал отменить царский запрет и восстановить А. М. Горького почетным академиком. Много раз он выступал и настаивал на восстановлении в Московский, Петербургский и другие университеты студентов, исключенных за участие в сходках. Он первым выступил и решительно осудил призыв ко всем профессорам министра просвещения реакционера Шварца наблюдать за политическими настроениями студентов.

Разве только против этих несправедливостей выступал ученый? Еще много больших и малых несправедливостей, от которых страдали русские люди, стали перед его мысленным взором. А разве мог он забыть, как царь надсмеялся над всей Академией наук? В 1902 году Академия наук избрала А. М. Горького почетным академиком. Царь отменил это решение только лишь за то, что Горький находился под надзором полиции. Разве это не надругательство над Академией наук?

Прогрессивные ученые и он вместе с ними боролись против всех этих несправедливостей. А где была церковь? Как она помогала в этой борьбе? Благословила ли она на эту борьбу своих сынов? Помогала ли она им в этой борьбе? Пошла ли она хоть раз вместе с прогрессивными учеными? Нет.

Церковь всегда являлась верным стражем царского самодержавия и его правительства — правительства, которое глушило свободную мысль, выступало против всего, что идет на пользу народу. Веками обманывала церковь народные массы. Всегда осуждала она смелых, непоколебимых борцов за науку. Всегда поддерживала она реакцию и носителей реакционных идей.

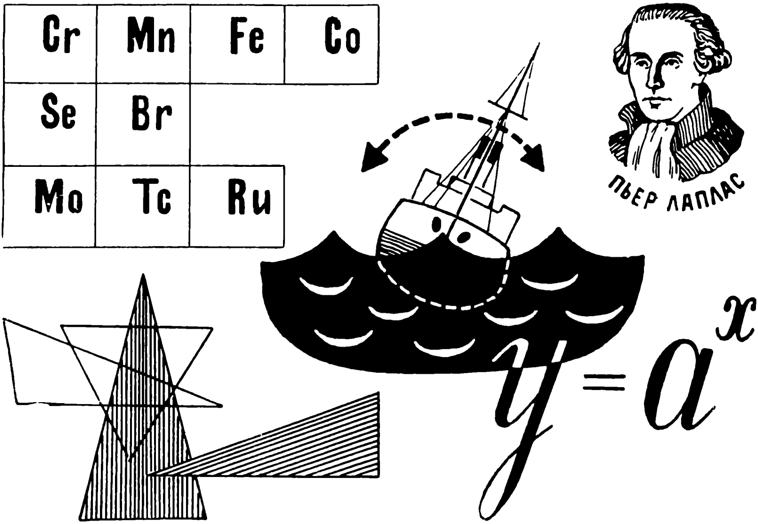
Вот почему на все увещания представителей церкви, на их угрозы, напоминания о последствиях отречения последовал смелый, продуманный отказ вернуться на путь религии. «. . . О практических результатах моего ходатайства об отлучении я не заботился и думать о них не желаю. Сделал так, как считал себя по совести обязанным сделать». Этими словами заключил свои беседы академик Марков с представителями церкви. 8 мая 1912 года он был отлучен от церкви.

Церковь скрыла от верующих не только факт отлучения, но и причины, вызвавшие отлучение его от церкви. Даже обычные принимаемые в таких случаях меры воздействия не были к нему применены.

Чем же вызвана сравнительно мягкая, для тех времен, реакция церкви?

Служители церкви боялись публичного скандала, только этим можно объяснить то, что с амвонов — возвышений в церкви, с которых произносятся проповеди, — не был А. А. Марков подвергнут церковному проклятию — анафеме. «Святейший» синод ограничился лишь тем, что поставил в известность об отлучении от церкви А. А. Маркова петербургского градоначальника, министра народного просвещения, ректора университета и потребовал от них в подходящий момент расправиться с «крамольным» академиком, непримиримым врагом религии.

Большевистская газета «Правда» в номере от 9 мая 1912 года в заметке «Отказ от религии» высоко оценила смелый поступок академика Маркова.



Глава IV
О связи математики с жизнью

Как влияет математика на развитие науки и техники

Из истории науки известно, что во всех странах мира лучшие умы народов, наиболее талантливые ученые самозабвенно и с увлечением занимаются исследованиями в области математики. Всегда и у всех народов мира математика высоко ценится. Каждый народ вносит в мировую сокровищницу математической мысли и свою лепту исследований.

Что же побуждает великие умы народов заниматься исследованиями в области математики? Побуждают, во-первых, требования астрономии, механики, физики и многих других естественных и гуманитарных наук; во-вторых, развитие техники; в-третьих, потребности человеческой практики, его трудовой деятельности: необходимость справедливого дележа земли, меновая, а потом товарная, а затем денежная торговля и другие потребности.

Почему же естественные и другие науки, техника, ремесла, искусства прибегают к помощи математики? А потому, что с ее помощью они глубже вникают в сущность предмета, познают его.

Человек познает природу только в процессе труда. Работая на заводе, он познает на своем опыте и на опыте товарищей по станку, как надо запустить станок, как обрабатывать на нем детали. Пытаясь повысить производительность труда, он совершенствует свой станок, создает дополнительные части к станку.

Вот идет строительство нового дома. Посмотрите, с какой точностью и аккуратностью рабочий кладет кирпичи, как легко и ловко пригоняет их, как смело и уверенно он придает материалу нужную и желаемую форму.

Чем же вызвана уверенность этих рабочих в своем труде? Во-первых, оба они познали свойства материи: детали, которые обрабатываются на станке, кирпич, из которого строят дом. Во-вторых, оба они познали способы и приемы обработки этого материала. В-третьих, оба они познали орудия своего труда, машины, которыми они пользуются.

Люди познают как предмет и явление в целом, так и отдельные его части. Они ищут истину, пытаются понять тайны природы. Они стремятся подчинить себе силы природы, овладеть ими и заставить их служить человеку. С этой целью они стараются познать законы природы.

А может ли человек вообще познать законы природы, общества и, управляя ими, использовать их в своих интересах?

Материалисты отвечают: «Да, может». «Да, — говорят они, — окружающий мир познаваем. Мы знаем законы природы, общества и человеческого мышления, они основаны на данных науки и проверены опытом, практикой».

Но все ли мы знаем? Все ли явления природы, общества и человеческого мышления нами познаны? Конечно, многое еще не познано человеком. Так, до сих пор мы не знаем, есть ли жизнь на других планетах Солнечной системы. Нельзя ни утверждать, ни отрицать наличия на них жизни.

Но значит ли, что это непознаваемо? Понятно, нет. Это будет познано. Непознаваемых предметов, явлений, процессов в мире не бывает. То, что вы теперь не знаете, а в этом вы можете быть уверены, с помощью науки со временем вы узнаете. Так утверждают материалисты.

Диаметрально противоположен взгляд идеалистов. Одни считают, что мир вообще непознаваем. Другие говорят: «Не знаем, может ли мир быть познан человеком?» Третьи признают за человеком способность познания, но не природы, не общества, а некоего «мирового духа», правящего миром, иначе говоря — бога.

Известный немецкий математик Леопольд Кронекер (1823—1891) утверждал: «Бог создал натуральные числа». Значит, бог нам дал возможность познать эти числа. Человек же сам по себе не обладает способностью познать числа.

А. А. Гейтинг в своей книге «Обзор исследований по основаниям математики» писал: «Математические предметы непосредственно постигаются мыслящим духом; следовательно, математическое познание не зависит от опыта». Выходит, что для познания математики опыт не имеет никакого значения.

Как видите, идеалисты придерживаются совершенно противоположных материализму взглядов. На позициях идеализма стоит в наше время все меньше людей, в основном, реакционные ученые капиталистических стран. Знания они считают недостоверными.

Исследуя какое-нибудь явление, ученый прибегает не только к опыту и эксперименту, но и к созданной им на основе ряда фактов гипотезе, научному предположению. Если же ученый отрицает способность человека познать материальный мир, он, не считаясь с опытом, экспериментом, практикой, в своих отвлечениях отрывается от всего земного, жизненного, реального. Такой «ученый» неизбежно отходит от истины. Практика такого ученого не интересует. Не придает он значения и тому, оправдалась ли его теория на практике, или она стала в противоречие с жизнью?

Если человек, как утверждают идеалисты, не может познать окружающий его мир, то кто может его познать? Творец его, создатель этого мира — бог? Этим и опасен идеализм для науки. Он выступает как сторонник и защитник сверхъестественного, как ярый его поборник. Не случайно поэтому на позициях идеализма стоит поповщина и вся реакционная, религиозная часть ученых капиталистических стран.

В социалистических же странах безраздельно господствует в науке материализм. На позициях материализма, не говоря уже о всей советской науке и науке стран социализма, стоит и вся прогрессивная наука капиталистических стран.

Прогрессивные ученые глубоко убеждены в том, что мир познаваем, что познать его способен человек, и не только в результате непосредственного изучения, исследования, но и путем отвлечения от конкретного его содержания.

Очень образно на эту способность человека указал К. Маркс. Маркс считал, что отвлечения в науке выполняют ту же функцию, что и микроскоп и химические реактивы в естественных науках.

Путем отвлечения великий русский ученый Дмитрий Иванович Менделеев (1834—1907) в созданной им периодической системе элементов предсказал существование новых элементов, в то время науке неизвестных. В таблице места этих неоткрытых элементов Менделеев оставил пустыми, незаполненными.

Он настолько ясно мысленно представлял себе каждый из этих еще неизвестных и им невиденных не только в природе, но и в лаборатории элементов, что сумел очень подробно описать каждый из них.

Спустя четыре года французский химик Поль-Эмиль Лекок де Буабодран (1838—1912) открыл новый элемент, названный им галлием. Галлий — химический редкий элемент, хрупкий, твердый и ковкий металл синевато-белого цвета, применяется для изготовления специальных термометров.

Ссылаясь на результаты лабораторных исследований, Буабодран утверждал, что удельный вес галлия

4,7 $\frac{г}{см^3}$. Менделеев это опроверг. Он утверждал, что, следуя его таблице, галлий должен быть примерно в шесть раз тяжелее воды. Буабодран не соглашался.

Так как Менделеев не отказался от своих утверждений, Буабодран вынужден был еще раз лабораторным путем проверить выводы. Исследования показали, что предсказания Менделеева оправдались. Удельный вес галлия — 5,94 $\frac{г}{см^3}$.

Д. И. Менделеев не видел элемента, знал его лишь в результате отвлеченного мысленного представления. Больше того, он не был знаком с лабораторными данными исследования и все же он уличал в ошибке ученого, работающего с этим элементом. Это может себе позволить только человек, глубоко уверенный в своей правоте. Таким человеком был Дмитрий Иванович Менделеев.

Великий русский ученый Климент Аркадьевич Тимирязев (1843—1920) по этому поводу писал: «Дмитрий Иванович Менделеев объявляет ученому миру, что где-то во вселенной, может быть, на нашей планете, а может быть, в иных звездных мирах, должен найтись элемент, которого не видел еще человеческий глаз, и этот элемент находится, и тот, кто его находит при помощи своих чувств, видит его на первый раз хуже, чем видел своим умственным взором Менделеев — это ли не пророчество?»

Да, это пророчество, но пророчество, основанное на глубоком проникновении в существо предмета исследования.

Почему же математика воздействует на все области знания? Количественную сторону предмета и явления, его пространственные формы мы познаем с помощью математического отвлечения.

Математическое отвлечение является общим, точным и убедительным.

С точностью и убедительностью математических утверждений мы встречаемся всегда во всех математических операциях.

Решаем ли мы задачу, доказываем ли теорему, вычисляем или измеряем — мы убеждаемся в правильности, верности и точности наших выводов, результатов, так как они основываются на теоретических положениях математики.

В свою очередь, теоретические основы математики бесспорны, не порождают сомнений, а, напротив, вызывают глубокую уверенность в их истинности.

Короче говоря, с точностью и убедительностью математического отвлечения мы встречаемся каждый раз, когда прибегаем к математическим выкладкам.

А с общностью математического отвлечения? С понятием общности мы уже встречались, когда говорили об отвлеченности математики. Напомним, каждый предмет, каждое явление обладает определенными свойствами. Среди этих свойств существуют общие свойства, присущие всем и в то же время каждому отдельному объекту.

Общими свойствами для разных треугольников на плоскости: разносторонних, равносторонних, равнобедренных, прямоугольных, тупоугольных, остроугольных, по геометрии Евклида, является то, что все они и каждый из них в отдельности имеет, во-первых, три стороны, во-вторых — три угла, в-третьих, что сумма всех внутренних углов равна двум прямым углам, и т. д. Одни и те же свойства, присущие каждому отдельному предмету и явлению, являются общими для всех их. Они-то и составляют общность математического отвлечения.

Посмотрим на окружающие нас предметы и в каждом из них мы узнаем известную нам геометрическую фигуру. Взглянем, как сходятся панели в комнате: они образуют углы. А сколько углов в окружающих нас предметах? Доска для объявлений составляет геометрическую плоскость. А со сколькими предметами, отражающими плоскость, мы встречаемся в жизни? Всякая геометрическая фигура есть форма материального тела. А свойства геометрической фигуры являются общими свойствами для большого числа предметов и явлений. Собственно, общность и лежит в основе каждого математического понятия.

Как же создавались математические понятия? Математические понятия создались следующим образом: из большого числа существующих в природе материальных тел извлекались свойства, являющиеся общими для всех этих тел. Так, например, зеркальная поверхность воды в озере в тихую погоду дала возможность создать понятие плоскости.

В природе мы не найдем материальных тел, имеющих идеальные (совершенные) пространственные формы. Мы не увидим в природе ни одного естественного предмета, имеющего строгую форму шара или абсолютно точную форму параллелепипеда.

Геометрическая фигура является таким отвлечением, которое воссоздает чистую пространственную форму. Эту форму мы можем приложить к любому реальному предмету, соответствующему данной фигуре.

Что же касается числа, то, как мы уже знаем, число тоже отражает общее свойство предметов. Общим для всех существующих предметов и явлений как природы, так и общества является то, что они могут быть сосчитаны, измерены, а однородные сравнены. Следовательно, число является отвлечением общего характера, оно может быть приложено к любым реальным предметам.

Характерные черты математического отвлечения: общность, точность и убедительность — необходимы каждой науке. Каждая область знаний стремится к ним. Для того чтобы достичь общности, точности и убедительности своих выводов, науки пользуются методами математики. Они этого, с помощью математики, в самом деле достигают.

Мы уже знаем, что математика изучает не качественную, а количественную сторону предметов и явлений, их форму связи между собой. Поэтому одна и та же математическая теория может с успехом прилагаться к различным предметам и явлениям.

Математики обычно говорят, что допускается много различных толкований и разъяснений одной и той же математической теории. Так, например, одно и то же уравнение описывает и явление механики, конвекции теплоты (перенос тепла из одной среды в другую), электростатики (взаимодействия неподвижных электрических зарядов) и ряд явлений в других научных дисциплинах.

Одно и то же уравнение выдающегося французского математика, физика, астронома Лапласа (1749—1827) описывает и распределение потенциала силы тяжести (силы, работа которых зависит только от начального и конечного положения точек), стационарное распределение температуры (теплового состояния тела), распределение электрических зарядов и ряда других явлений из различных областей физики и техники.

Одна и та же показательная функция $У = a^x$ приложена и к росту производительности труда, и к увеличению грузоподъемности транспорта, и к изменению дрейфа льда в Арктике, и ко многому другому.

«Казалось бы, — спрашивает академик А. Н. Крылов в своей книге «Прикладная математика и ее значение для техники», — что может быть общего между расчетом движения небесных светил под действием притяжения к солнцу и между собой и качкой корабля на волнении, или между определением так называемых вековых неравенств в движении небесных тел и крутильными колебаниями [1] вала многоцилиндрового двигателя Дизеля, работающего на корабельный винт или на электрогенератор? [2] Между тем, если написать только формулы и уравнения без слов, то нельзя отличить, какой из этих вопросов решается: уравнения одни и те же».

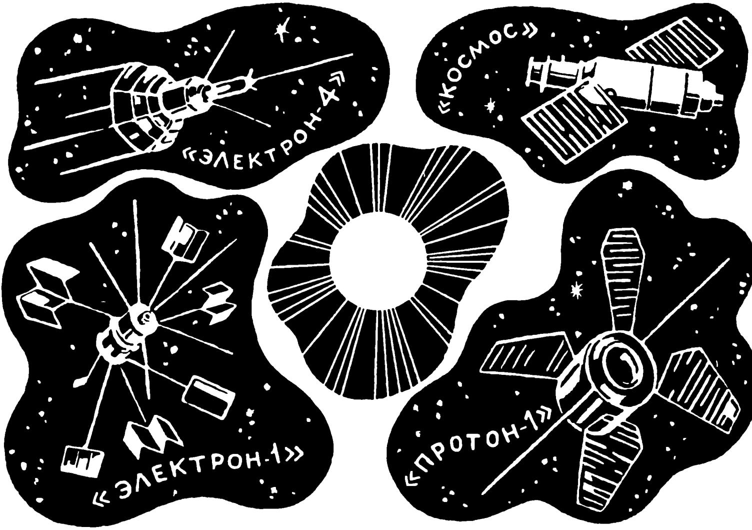
Известно, что Карл Маркс питал особое пристрастие к математике. Он занимался математикой, об этом свидетельствуют его «Математические рукописи». Видный деятель французского и международного рабочего движения, друг и ученик К. Маркса и Ф. Энгельса, муж дочери Маркса Лауры, Поль Лафарг (1842—1911) утверждал, что К. Маркс считал, что «наука тогда достигает совершенства, когда ей удается пользоваться математикой».

Математика стала необходимейшим орудием изучения предметов и явлений природы и общества. Дмитрий Иванович Писарев по этому поводу писал: «Математика есть лучшее и даже единственное возможное введение в изучение природы».

---

[1] Крутильные колебания вала — колебания, повторяющиеся через одинаковые промежутки времени, изменяющие положения и скорости вращающего вала.

[2] Устройство для преобразования различных видов энергии в электрическую.



Математика и космонавтика

Выдающиеся русские прогрессивные мыслители прошлого высоко ценили математическую науку. Особенно высоко отзывался о ней революционный демократ шестидесятых годов прошлого века, выдающийся критик Дмитрий Иванович Писарев (1840—1868). Он писал: «Без геометрии и алгебры невозможно изучение механики; без геометрии, алгебры и механики невозможно изучение астрономии; без изучения геометрии, алгебры, механики и астрономии невозможно изучение физики и физической географии; без физики нельзя взяться за химию; без физики и химии нет возможности приступить к физиологии животных и растений».

Да, математикой широко пользуются в механике, в астрономии, в частности в учении о движении планет, во всех областях физики. Без нее не обходится ни одна наука. В навигационных, штурманских, корабельных, гидрологических, метеорологических, авиационных, артиллерийских, во всех областях инженерных знаний и многих, многих других отраслях техники и практики широко применяется математика. При этом развитию этих наук способствуют не только результаты математических исследований, не только теоретические ее выводы, но и методы, приемы и способы, ею разработанные и ею применяемые.

Замечательные победы советской науки и техники, ее крупные достижения и успехи во многих областях знаний стали возможны потому, что советская математика стала одной из передовых, ведущих наук в нашей стране.

Почему же математика стала передовой, ведущей наукой? Потому что, как говорил Ф. Энгельс, она занимается «весьма реальным материалом», она черпает этот материал из окружающей нас жизни.

Возьмем к примеру космическую науку и технику. В этой области человеческих знаний и труда мамематика стала ведущей силой. Ни одно открытие, ни одно изобретение или исследование, ни один поиск в космосе не обходится без математики. К решению вопросов космической науки и техники прилагаются идеи, методы и приемы, и применяются формулы и выводы математики.

Сверхдальную, межконтинентальную, многоступенчатую баллистическую ракету, ее формы, размеры, подъемную ее силу, тягу, количественные и качественные свойства отдельных ее частей были рассчитаны на основе применения выводов ряда математических дисциплин. При этом учитывалось, что ракета — летающий аппарат тяжелее воздуха, что средняя скорость ее полета в 20 раз выше скорости самолета и в 10 раз больше начальной скорости полета пушечного снаряда.

В расчетах было учтено и назначение, формы и способы применения ракеты. Учитывалось и то, что ракета используется для межпланетных сообщений, как носитель искусственных спутников Земли, как летающий аппарат с управляемыми снарядами, способными доставлять боевой заряд в любую точку земного шара, как средство научных исследований верхних слоев атмосферы, космического пространства и других объектов.

Учтено было и то, что применяются космические ракеты для дальней радиосвязи, навигации, метеорологической службы, разведки, предупреждения о ракетном нападении противника и как средство доставки научных лабораторий и научных станций к месту их назначения.

Для того чтобы запустить ракету в космос, необходимо предварительно определить ее орбиту. Орбиту определяют исключительно с помощью математических вычислений. Эти вычисления учитывают, естественно, и сильное возмущающее влияние, которое оказывает на выводимое тело сжатие Земли и притяжение Солнца, Луны и других планет. Для этого в расчеты вводятся ряд данных, в частности скорость космического корабля, которая в 24 раза выше скорости звука. Скорость звука в воздухе при нулевой температуре и нормальном движении 332 метра в секунду.

В начале 1967 года вокруг Земли, Солнца и Луны вращались 1158 искусственных спутников, из них 274 продолжали посылать на Землю сигналы. Предполагают, что число спутников к 1975 году достигнет 7000.

Все они сконструированы с помощью математики. Больше того, учитывая нужды науки, новые задачи в области исследования и изучения космических просторов, математика, в частности, ее метод, выводы отдельных ее теорий использованы для создания различного типа кораблей. Созданы автоматические лаборатории типа кораблей-спутников, спутников серии «Космос», космических систем «Электрон», тяжелых спутников «Протон», космических кораблей «Союз», «Зонд».

Так, укажем на созданный и запущенный с помощью ракетоносителя аппарат «вертикальный космический зонд». Этот аппарат выведен был на высоту 4400 километров. На его борту находились радиометрическая система для передачи научной информации и аппаратура радиоизмерения траектории. Аппарат этот не предназначен был для полета к планете, а должен был замерить некоторые данные верхних слоев атмосферы Земли, околоземного пространства и отработать другие данные, важные для космической техники. Со всем этим аппарат успешно справился.

Математические расчеты легли в основу создания и отдельных аппаратов, приборов, приспособлений, установленных на автоматических, межпланетных научных станциях и лабораториях. Они-то позволили по-новому ставить и решать важнейшие проблемы науки.

Человеку приходится прогнозировать (предвидеть) погоду не только в пределах своего района и не только для своей деятельности.

Советские самолеты покрывают более десяти тысяч километров пути и связывают весьма отдаленные друг от друга точки земного шара. У нас, в СССР, установились регулярные полеты на Кубу, Монреаль, Нью-Йорк, Токио, в Антарктиду и другие местности и города земного шара. Полеты эти требуют всесторонней информации о состоянии атмосферы в масштабах всей Земли. В таких же масштабах необходимы прогнозы погоды морскому и речному флотам. Между тем атмосфера находится в непрерывном движении.

Все новые и новые сведения, поступающие из космоса, определили пути улучшения предсказаний погоды, направили научную мысль на поиски способов использования спутников Земли для нужд радиосвязи, телевидения, навигации. И в этом опять-таки заслуга математики.

Возьмем, к примеру, метеорологическую науку. В ней появилась даже новая дисциплина — численный прогноз погоды.

Погода — это результат движения воздушных масс во взаимодействии со многими весьма разнообразными факторами. Все эти факторы подчиняются физическим законам, которые можно выразить определенными математическими уравнениями, решение которых дает точный прогноз, доведенный до числа. В общем, это длинная цепь формул, требующих для своего решения безмерно большого числа арифметических действий. Электронно-вычислительная машина может выполнить и довольно быстро эти действия, но данные для машины пока еще готовит человек, а для этого и ему нужно много времени.

Как же поступают? На практике упрощают уравнения: берут данные только наиболее важные и убирают из уравнений малозначительные факторы. Тем самым уравнения становятся короче и решаются они с той или иной степенью приближения. Конечно, это влечет ошибки. Каждое космическое задание требует строгой точности и аккуратности. А это достигается лишь с помощью математики. Приведем пример. На запущенные в космос аппараты воздействуют притяжения Земли, Солнца и других планет. Значит, рассчитывая путь полета станции, надо, помимо основных данных, учесть и воздействия этих сил. Так как все эти силы действуют одновременно, то и возникают трудности расчета. Трудности усложняются еще и тем, что путь полета станции чрезвычайно велик. К Венере, примерно, он составляет более восьмидесяти миллионов километров. Несмотря на такую большую траекторию, необходима самая строжайшая точность расчета, недопустима малейшая ошибка. Самый малейший просчет приведет к большим неприятностям.

Напомним: межпланетная станция двигается со второй космической скоростью — свыше 11 километров в секунду. Ошибка, хотя бы незначительная — 1 метр в секунду — это ведь ничтожная погрешность (она менее одной сотой процента), дает промах более сорока тысяч километров. Вот почему так важна самая высокая точность расчета. Для ее достижения исключительно точно должны быть заданы начальные данные полета, такие, как направление и скорость.

«Венера-3» должна была подойти к поверхности планеты приблизительно в ноль часов московского времени 1 марта 1966 года. Но это время никого не устраивало, так как с территории СССР в это время планета не видна. Следовало перенести, по расчетам, встречу на десять часов по московскому времени.

После тщательного расчета, установления поправок с Земли был включен корректирующий двигатель. Скорость корабля была изменена и доведена до требуемой величины. Станция встретилась с поверхностью Венеры в точно заданное время.

Расскажем, в качестве примера, о том, как была осуществлена мягкая посадка автоматической станции на Луну.

Приближаясь к Луне, автоматическая станция мчалась с бешеной скоростью. Совершенно понятно, что при такой скорости движения говорить о мягкой посадке станции бессмысленно. Мягко опуститься на лунную поверхность может станция лишь при условии доведения ее скорости до нескольких метров в секунду.

При подлете к Луне, за два часа до посадки, началась подготовка к торможению станции. И вот эту задачу блестяще решили корректирующие аппараты.

С помощью реактивных двигателей затормозили движение и довели его до той скорости, которая необходима. И это удалось. Станция мягко опустилась на поверхность Луны. Вряд ли без соответствующих математических расчетов возможно было бы это осуществить. А с помощью математики удалось снизить скорость от величины, вдвое превышающей скорость пушечного снаряда, до нескольких метров в секунду, то есть до скорости быстро мчащегося человека.

Такой же метод был применен и к космической станции «Венера-4».

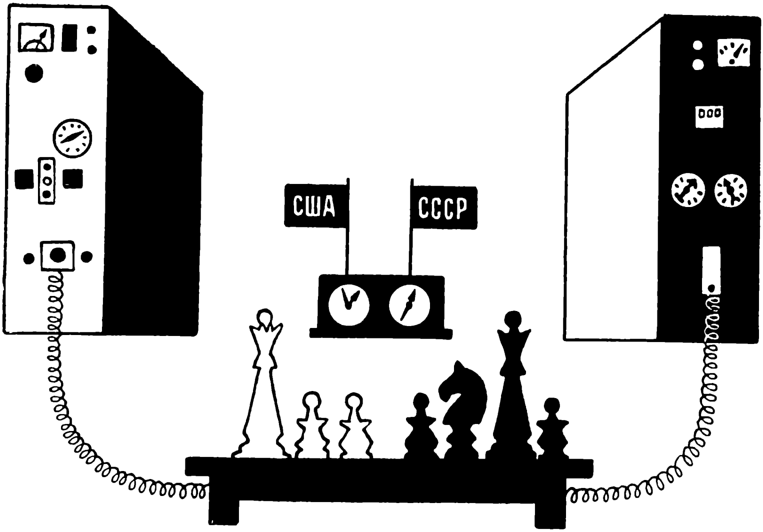
127 суток советская космическая станция «Венера-4» находилась в пути и совершила плавную, мягкую посадку на конечной своей остановке — планете Венера.

С помощью математики была определена наиболее удобная дата запуска станции, выбрана наиболее выгодная ее траектория, а после запуска ее в космос осуществлена коррекция, а затем плавная, мягкая ее посадка на поверхность планеты.

Все полеты подтвердили верность математических методов, приемов, расчетов и результатов вычислений, ранее разработанных для этой цели.

Мировая печать эти достижения назвала «чудом космической техники» и расценивала их как свидетельство «превосходства советской математической школы». В самом деле, система ориентации и управления движением спутников построена на основе точных математических расчетов.

Обнаружение одного спутника другим, сближение с ним, причаливание, выдача тормозного импульса в процессе спуска — все эти этапы, как и вся проблема встречи, стыковки и сборки аппаратов в космосе стали возможны лишь на основе глубокого и широкого применения математики.



Электронные вычислительные машины на службе человеку

Многие задачи науки и техники требуют большого объема вычислений. В короткий срок, вручную их не выполнить. А в более длительный срок нет смысла заняться ими.

Для определения суточного прогноза погоды требуется столько вычислений, на выполнение которых вручную уйдет несколько суток. А какой смысл в этой работе? Кому нужен позавчерашний прогноз погоды? Как быть? Как вовремя выполнить такой объем вычислений?

На помощь приходит электронная быстродействующая счетная машина (БЭСМ). Современная усовершенствованная универсальная быстродействующая электронная машина, установленная в Дубне, под Москвой, в Объединенном институте ядерных исследований, совершает миллион операций в секунду. Эта машина заменяет труд нескольких тысяч вычислителей. Скорость в такой машине очень велика. Так, скажем, траекторию — линию полета артиллерийского снаряда — машина эта вычисляет быстрее скорости самого снаряда.

Прогнозы погоды бывают: краткосрочные (1—2 суток), малой заблаговременности (3—7 суток), долгосрочные (на месяц и более). Для составления прогноза погоды на ближайшие двое суток обычно выполняют 2 700 000 операций различных вычислений. Машина в 1954 году это число операций выполнила за 30 минут. В наши дни машина усовершенствована и эти операции выполняет значительно быстрее.

Электронные машины выполняют не только арифметические вычисления, но и решают логические задачи, задачи управления различными системами, системами автоматического регулирования. Большинство задач и проблем науки, ранее казавшиеся неразрешенными, получили свое разрешение лишь с помощью этих машин. Машины эти способны воспринимать, хранить и перерабатывать информацию и использовать ее для управления и регулирования.

Науку, математически изучающую наиболее выгодные системы управления и связи в машинах и живых организмах, называют кибернетикой.

Одним из основателей кибернетики и электронных вычислительных машин был американский математик Норберт Винер (1894—1964). В своей автобиографической книге «Я — математик» он говорит о том, что долго искал слово, которое лучше всего передало бы название этой отрасли математики. Назвал он ее греческим словом «kybernetis» — «кибернетика», обозначающим: «рулевой», «штурман». В самом деле, эта отрасль математических знаний выполняет роль рулевого, штурмана по связи математики с практикой, с жизнью.

Годом рождения кибернетики считают 1948-й. Тогда вышла в свет книга Норберта Винера «Кибернетика, или управление и связь в живом и машине». Электронные машины являются сущностью этой науки.

Академик С. А. Лебедев в брошюре «Электронные вычислительные машины» рассказывает, что в Институте точной механики и вычислительной техники Академии наук СССР была создана, а затем усовершенствована первая быстродействующая электронная счетная машина (БЭСМ).

На этой первой, еще неусовершенствованной машине за несколько дней для международного астрономического календаря были подсчитаны орбиты движения около семисот малых планет Солнечной системы. При этом были учтены воздействия на них Юпитера и Сатурна. Подсчитаны координаты этих планет. Определено, где каждая из этих планет будет находиться через каждые сорок дней в продолжение всего десятилетия. Такая работа ранее выполнялась большим числом вычислителей и в течение многих месяцев.

В геодезии — науке о съемке и вычислении земель — для составления геодезических карт приходится решать системы уравнений с большим числом неизвестных. Вычислительная машина за время немногим менее 20 часов для геодезических карт решила систему 800 уравнений. Для этого она выполнила около 250 000 000 арифметических действий.

На этой же быстродействующей электронной счетной машине (БЭСМ) были составлены таблицы для определения форм контуров наиболее крутых, неосыпающихся каналов. Подсчет для десяти вариантов различных форм контуров машина выполнила за три часа. Эту задачу раньше пытались, хотя бы для одного варианта, решить вручную. Пятнадцать вычислителей в течение многих месяцев трудились над этой задачей. Но труд их пропал даром. Задачу они не решили, результата не добились.

Академик Н. Федоренко рассказал: «При определении пятилетнего плана развития народного хозяйства Армении вычислительным машинам была поручена весьма ответственная и очень трудоемкая работа — выбор наиболее рационального варианта трудоустройства населения, повышения производительности труда, полного использования капитальных вложений. Машина справилась с этими задачами безукоризненно. Причем расчеты были проведены всего за шестнадцать машинных часов. Тогда как экономисту, даже с помощью автоматического арифмометра, нужно было бы потратить на эту же работу... семьсот двадцать лет».

Машина, разумеется, не заменяет человека. По ее результатам окончательное решение должен принять человек. Но одно дело — принимать решение на основе отдельных, неполных, отрывочных данных, совсем иное — основываясь на систематической, полной, всесторонней, тщательно обработанной машиной информации.

Для принятия окончательного решения можно сравнить и сопоставить различные варианты одной и той же задачи. При этом можно отдать предпочтение более выгодному варианту.

Известен случай, когда для большого предприятия на электронной машине, с целью выбора наиболее выгодного проекта, рассчитано до десяти тысяч вариантов. Благодаря этому удалось выбрать экономически более выгодный проект.

С помощью электронной вычислительной машины определяется наивыгоднейшая механическая конструкция моста, наилучшая форма крыла самолета, сопла реактивного двигателя, лопаток турбин и другие.

Электронные вычислительные машины строят все свои вычисления по двоичной системе. В нашей обычной системе за основание числа берется величина 10. В двоичной системе за основание числа берется величина 2.

Нетрудно понять, что механизировать вычисления, выполняющиеся в двоичной системе счисления, значительно легче, чем обычные вычисления над числами, записанными в десятичной системе счисления. Однако на практике, в обычной жизни мы пользуемся десятичной системой счисления. Тем не менее в тех случаях, когда приходится выполнять много громоздких вычислений, часто бывает выгодно пренебречь этим. Прибегая к помощи машины, выгоднее перевести все исходные данные в двоичную систему, а все окончательные результаты — обратно в десятичную.

Любой процесс в природе и обществе может быть математически описан, составлена математическая модель (упрощенная схема). Собственно, составление модели и является основой современной математической кибернетики. Математически описать предмет или явление можно в виде уравнений. Решение этих уравнений сводится к выполнению в определенной последовательности ряда элементарных арифметических действий: сложения, вычитания, умножения и деления.

Чтобы предусмотреть последовательность, порядок выполнения этих действий, которых бывает очень часто большое число, составляется программа. Программа может быть составлена непосредственно человеком-программистом. Но существует и автоматическое программирование.

При автоматическом программировании программист составляет лишь схему программы и записывает ее символами в сокращенном виде. Вся же остальная работа: ее составление, ввод программы в машину — выполняется самой машиной с помощью специальной программирующей части. Выполнение программы, собственно, и приводит к решению задачи.

Быстродействующие электронные машины делятся на цифровые и аналоговые. Аналоговые машины применяются для решения разнообразных задач методом математической аналогии. Математическая аналогия — это умозаключение, в котором от сходства предметов в одних признаках заключают о сходстве этих предметов в других признаках.

Расскажем о следующем: около двух тысяч лет назад в Центральной Америке, на полуострове Юкатан, там, где теперь расположены республики Гватемала и Гондурас, проживал народ майя. По дошедшим до нас памятникам народ этот обладал высокоразвитой культурой.

В XVI—XVII веках испанские колонизаторы поработили этот народ и полностью уничтожили его культуру. Все книги, рукописи сожжены, другие памятники культуры уничтожены. По некоторым данным 1561 библиотека полностью разорены. Сохранились и стали единственным источником для изучения письменности майя три рукописи, так называемые Дрезденский, Мадридский и Парижский кодексы.

Археологические экспедиции нашего времени нашли алтари, стены зданий, керамику с надписями на них на языке майя. Эти надписи иероглифами не поддавались расшифровке.

Для расшифровки этих памятников культуры народа майя советские математики в 1960 и 1961 годах применили быстродействующую электронную вычислительную машину. Каждый иероглиф, каждый рисунок был переведен на язык математики. Таким образом создан математический текст записей найденных памятников. С помощью электронной вычислительной машины советским математикам удалось расшифровать письменность народа майя.

Математика глубоко проникла и в экономические науки. Социалистическая экономика настоятельно требует, для решения экономических задач промышленности и всего народного хозяйства, разработки экономико-математических методов, основанных на использовании электронных вычислительных машин.

Советские ученые разработали математические методы решения задач планирования и управления народным хозяйством. Эти методы широко применяются в работе вычислительных машин.

Трудно перечислить все отрасли знаний и практики, которые прибегают к услугам вычислительных машин. Систематически услугами быстродействующих вычислительных машин широко пользуется статистика. Статистика — наука, изучающая количественную сторону массовых явлений в природе и обществе.

Обработка и систематизация статистических данных для научных и технических нужд выполняется специальной наукой. Наука эта носит название математической статистики. Эта наука математическими методами систематизирует и обрабатывает данные, составляет таблицы, вычисляет средние показатели. Метод исследований в этой науке назван статистическим. Этот метод применяется в самых различных отраслях знаний.

Американский кибернетик профессор Отто Дж. М. Смит задался целью построить электронную математическую модель капиталистической системы экономики.

Модель профессора Смита была утверждена всеми высокими специалистами, одобрена и признана всеми консультантами США. Движение капиталов, процессы накопления и задержки реализации товаров, взаимосвязь наличия промышленного оборудования и потребностей в его амортизации (износ машин, оборудования, зданий, сооружений), зависимость капиталовложений от национального дохода, стремление к максимальной прибыли и многое другое было учтено.

И вот завертелась, заработала машина. Машина как бы торопила время: явления, занимавшие год, протекали в ней меньше полусекунды.

И что же? Электронная машина показала крайнюю неустойчивость капиталистической системы экономики. Система эта подвержена периодическим колебаниям, совершающимся, примерно, раз в десять лет. Неизбежно повторяющиеся в капиталистическом обществе экономические кризисы выражаются в перепроизводстве товаров. Происходит падение цен, сокращение производства, разрушение производительных сил, усиливается безработица, снижается заработная плата рабочим и служащим, падает жизненный уровень трудящихся.

Наблюдающие за машиной узнали в ее показаниях хорошо знакомые им черты экономических кризисов. Машина подтвердила порочность самих основ капиталистической экономики.

Как прав был английский ученый Томас Гексли! Полемизируя в 1869 году с английским математиком Уильямом Томсоном, он сказал: «Математика, подобно жернову, перемалывает то, что под нее засыпают, и как, засыпав лебеду, вы не получите пшеничной муки, так, исписав целые страницы формулами, вы не получите истины из ложных предпосылок». А предпосылки-то ложные!

В научно-фантастической литературе очень часто мы встречаемся со взглядом на то, что можно создать такую машину, которая способна ощущать и даже мыслить.

Конструкторская мысль математиков направлена на создание таких, пусть на первых порах простейших, но думающих машин. С этой целью разрабатываются программы для электронно-вычислительных машин, которые описывают на математическом языке реальный процесс мышления человека.

Такое программирование получило название эвристического программирования. Эвристическое — от греческого слова «эврика» — нашел что-то новое, неизвестное ранее.

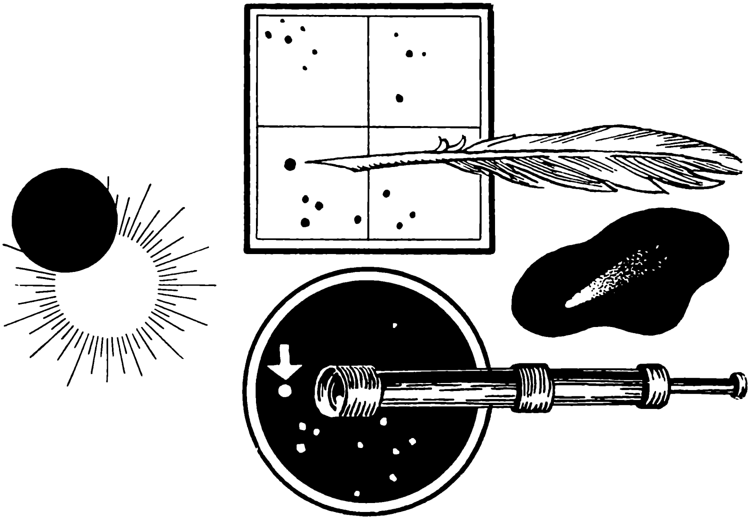
Избрав для своих экспериментов шахматы, математики разработали эвристические программы игры электронно-вычислительных машин. По этим эвристическим программам советские и американские электронно-вычислительные машины соревновались, играя в шахматы. Почти год продолжался этот поединок двух крупнейших в мире математических школ — советской и американской. Со счетом 3 : 1 в пользу СССР он закончился. Из четырех сыгранных партий в двух выиграла советская программа: в одной — на 19-м ходу, во второй — на 41-м. В двух других партиях была зафиксирована ничья.

Впервые в истории шахмат происходил международный матч электронно-вычислительных машин и победила советская программа. Однако это еще не дает права утверждать, что машина может обладать теми же мыслительными способностями, что и человек.

Идея создания такой машины неосуществима. Недаром литература, которая «конструирует» такие машины, носит название фантастической. Ощущение, мышление присущи лишь человеку, но не автомату.

Человек ориентируется в самой сложной обстановке, он познает окружающий его как материальный, так и духовный мир. Он воздействует и преобразует этот мир. Творческие возможности человека неисчерпаемы. Вот почему человек создает величайшие материальные и культурные ценности. Машина создана человеком, его умом, его руками. Машина выполняет то, что ей предлагает человек. Без человека, без его воли, разума машина превращается в груду металла.

Итак, создание электронной вычислительной техники положило начало эпохе машинизации математического труда.



Математические предвидения в астрономии

Современные электронные вычислительные машины оказывают серьезную помощь науке. Поэтому усовершенствованием электронных вычислительных машин заняты многие ученые, инженеры и техники, научно-исследовательские институты в СССР и за рубежом. А было время, когда все вычисления приходилось производить вручную. И даже тогда с помощью математики в астрономии предсказывались весьма важные события.

В 1682 году английский астроном Эдмунд Галлей (1656—1742) обнаружил появившуюся на небе большую яркую комету. Судя по описаниям прошлых лет, он предположил, что именно эта комета и ранее появлялась у Солнца.

Галлей решил исследовать и проверить свое предположение. Он изучил данные прошлых наблюдений, математически проверил их и точными, неоднократно выверенными расчетами установил, что 75 лет тому назад, то есть в 1607 году, а до этого в 1531 году, эта же комета появлялась на небе. Он определил путь ее движения вокруг Солнца.

Пользуясь законом всемирного тяготения, Галлей путем математических вычислений предсказал ее появление на небе в 1758 году. Но предсказаниям Галлея не было придано серьезного значения, никто в них не верил. «Одними математическими вычислениями предсказать появление кометы могут только явные прожектеры и фантазеры», — говорили тогда одни. Другие утверждали, что «только невежды могут верить в то, что математическими выкладками можно определить такие важные события, как появление небесных тел».

Несколько десятилетий спустя французский математик Клеро заинтересовался работами Галлея и решил проверить и, если потребуется, уточнить эти предсказания. Галлея уже не было в живых.

Клеро, в отличие от Галлея, имел возможность свои вычисления строить не только на данных притяжения Солнца, как это делал Галлей, но и привлечь другие данные. К тому времени уже стали известны в астрономии данные притяжения кометы большими планетами Солнечной системы, вблизи которых эта комета пролетает.

Используя и эти данные, Клеро определил, что комета должна появиться у Солнца не в 1758 году, как предсказал Галлей, а в апреле 1759 года. Комета в действительности появилась в мае 1759 года. Клеро допустил ошибку всего лишь в один месяц. Нельзя считать эту погрешность большой для тех времен и существовавших тогда условий и возможностей вычисления.

Представьте себе, какая сила математического отвлечения потребовалась от вычислителя, чтобы более двухсот лет тому назад дать такой приближающийся к истине прогноз. Ведь тогда наука не располагала не только точными измерительными инструментами и приборами, но и научно обоснованными и достаточно проверенными методами математических вычислений.

В дальнейших предсказаниях, основанных на таких же математических выкладках, комета должна была появиться в 1835 году. И действительно, она тогда появилась на небе. На сей раз расхождение между предвычисленным и действительным временем уже составило не месяц, а всего лишь три дня. В последующих предсказаниях погрешность все уменьшалась и сведена до нескольких минут.

Что же из всего этого следует? Можно ли утверждать, что математическими вычислениями можно предсказать в астрономии на много лет вперед явления, которые будут происходить на небе, в частности предвидеть появление на небе комет? А может быть, только появление данной кометы удалось установить с помощью математики?

В 1965 году японские астрономы Икейа и Сэки вычислением предсказали, что 21 октября этого же 1965 года комета, названная впоследствии их именами, приблизится к краю солнечного диска. Со скоростью 618 километров в секунду комета эта будет приближаться к Солнцу. Их предсказания сбылись.

Известны ли и другие открытия с помощью математики? В 1846 году, на основании математических расчетов, была открыта планета Нептун. История открытия этой планеты весьма интересна. Вокруг Солнца обращаются известные теперь в науке девять больших планет: Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун и Плутон.

В то время, сороковые годы прошлого столетия, о Нептуне и Плутоне науке еще ничего не было известно. Полагали, что вокруг Солнца обращаются не девять, а первые семь перечисленных выше планет.

В 1783 году русский академик Андрей Иванович Лексель (1740—1784) изучал движение планеты Уран. В те времена эта планета считалась наиболее отдаленной от Солнца.

А. И. Лексель обнаружил неправильность в движении Урана. По его мнению, причиной являлось притяжение Урана другой планетой. Но какой? За Ураном не следуют планеты, а притяжениями Сатурна нельзя было объяснить эту неправильность движения. Остается предположить, что за Ураном находится науке еще не известная планета. Такое предположение Лексель высказал, основываясь на законе всемирного тяготения.

Это не обычная догадка, а предположение научно обоснованное, так называемая научная гипотеза. Гипотеза — это научное предположение, сделанное на основе ряда фактов. После проверки и подтверждения на практике гипотеза становится научной теорией.

Много лет тому назад, основываясь лишь на своих наблюдениях, А. И. Лексель выдвинул гипотезу, в которой предсказал существование за Ураном в Солнечной системе еще одной планеты, находящейся дальше от Солнца. А ему не поверили.

В то время мало было данных, по которым можно было бы вычислить и определить местонахождение этой планеты. Лексель не дал этих данных. Поэтому никто и не пытался заняться вычислительной работой, а затем и поисками планеты. Выдвинутое А. И. Лекселем предположение так и осталось непроверенным. Между тем жизнь подтвердила верность этого предположения: А. И. Лексель был прав.

Более полувека спустя английский астроном Дж. Адамс и французский астроном и математик Урбен Леверье решили заняться поисками на небе неизвестной планеты. Оба ученых пришли к убеждению, что только с помощью математических вычислений они могут определить на небе эту планету. Теоретически установив местонахождение планеты, можно будет на ее поиски направить на небо телескоп. Поэтому они, разработав методику решения данной конкретно поставленной задачи, независимо друг от друга приступили к ее решению.

Сложны были вычисления, которые пришлось им выполнить, да и нелегкий это был труд, — ведь в те времена в их распоряжении не было не только электронных вычислительных машин, но даже серьезных помощников вычислителей. Каждый из них самостоятельно производил вычисления, но шли они одними и теми же путями.

Первым закончил свою работу английский астроном Дж. Адамс. В сентябре 1845 года он о результатах своих вычислений доложил директору Гринвичской обсерватории Дж. Эри. Но Дж. Эри не придал им серьезного значения. Больше того, он не верил в то, что могут существовать еще новые планеты, поэтому не спешил ознакомиться с результатами вычислений и не собирался организовывать поисков планеты. Так и пропал громадный труд ученого.

В значительно лучшем положении оказался Урбен Леверье. Ему, несомненно, повезло. Свою работу закончил он годом позже Дж. Адамса.

Леверье, как и Дж. Адамс, вычислил орбиты новой планеты и на этой основе открыл ее местонахождение. Он указал, когда и в каких точках неба надо искать эту новую планету. В сентябре 1846 года он сообщил эти данные Берлинской астрономической обсерватории.

Непосредственные наблюдения, организованные обсерваторией, подтвердили присутствие еще одной новой планеты. С помощью телескопа планету довольно легко обнаружил немецкий астроном И. Галле. Эта планета оказалась в 52′ от указанного Леверье места и названа Нептуном.

Плутон же был открыт при следующих обстоятельствах. Американский астроном Персиваль Ловелл (1855—1916) теоретически вычислил в 1915 году и доказал существование девятой планеты Солнечной системы — Плутона.

Изучив отклонения движения Урана и учитывая притяжение всех известных тогда планет, Ловелл рассчитал орбиту неизвестной планеты. Тогда говорили, что это открытие сделано на «кончике пера», не отрываясь от вычислений.

Через 15 лет, следуя указаниям Ловелла, оптическая астрономия обнаружила планету Плутон. Вот яркие примеры того, как с помощью математики были открыты планеты Нептун и Плутон.

Расскажем еще об одном событии. В самом начале года, 1 января 1801 года, итальянский астроном Джузеппе Пиацци обнаружил на небе малую планету. Планета эта была названа Церерой, по имени богини — покровительницы земледелия. Церера приблизилась к Солнцу и быстро скрылась. Попытки Д. Пиацци и других астрономов еще раз увидеть ее не увенчались успехом.

И вот поисками этой планеты занялся великий математик того времени Карл Фридрих Гаусс (1777—1855). Не прибегая к телескопу и привлекая лишь данные первого наблюдения, он, работая в своем кабинете, вычислил орбиту Цереры. С большой точностью Гаусс указал местонахождение на небе этой планеты. Направленные на небо телескопы обнаружили Цереру именно в этом, указанном Гауссом месте, подтвердив тем самым верность его вычислений.

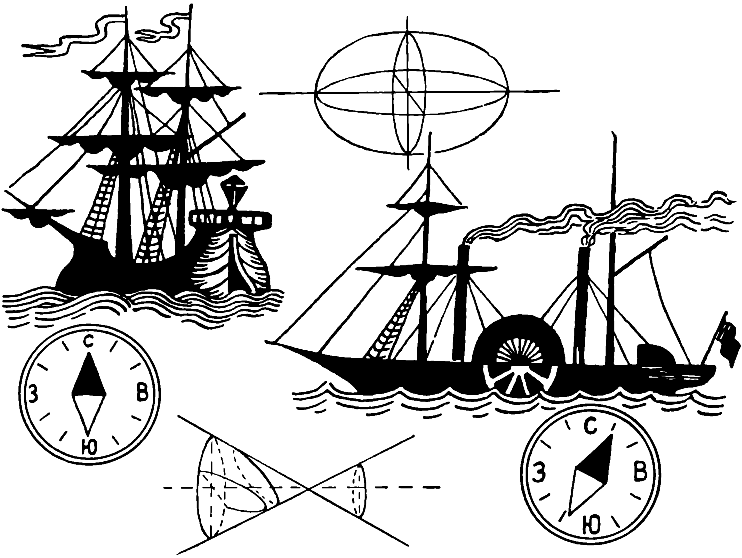
Таким же путем, путем математических вычислений, в 1902 году астроном Г. В. Ольберс открыл малую планету Палладу.

К концу 1967 года науке известно 1735 таких планет с точно определенными своими орбитами. Их называют «малыми планетами», или «астроидами» (звездоподобными). Астрономы занимаются вычислением орбит, составляют таблицы, в которых указывают положение на небе каждой планеты на любой момент времени.

С помощью математики астрономы в наши дни на тысячи лет вперед с точностью до одной секунды предсказывают многие астрономические явления.

С помощью математических вычислений они в свое время предсказали, что полное затмение Солнца должно произойти 15 февраля 1961 года. Это затмение действительно произошло в точно указанное время и в Советском Союзе охватило города: Севастополь, Ростов-на-Дону, Волгоград, Саратов, Куйбышев и Свердловск. В 1982 году состоится четыре солнечных и три лунных затмения. В Москве полное солнечное затмение произойдет в 11 часов утра 16 октября 2126 года.

Нет ни одной проблемы, ни одного более или менее серьезного вопроса в астрономии, который решался бы без помощи математики. Математика стала основным методом научных астрономических исследований. Свои предсказания, почти всегда оправдываемые, астрономы выводят путем математических вычислений движения небесных тел. Между тем сами-то тела находятся на далеком расстоянии и непосредственно недоступны исследователям. Исследователи имеют лишь дело с математическими отвлечениями.



О „забытых“ математических теориях и их пользе человечеству

Математические отвлечения уже в глубокой древности стали основой исследования. Аполлоний Пергский (около 265—175 годов до н. э.) — Аполлоний из города Перги, на юге Малой Азии, один из наиболее выдающихся математиков Древней Греции — около 220 года до нашей эры разработал теорию конических сечений. Конические сечения — учение о геометрических фигурах — эллипсе, параболе, гиперболе.

Конические сечения изучались и до него. Однако Аполлоний Пергский до конца исследовал и разработал понятия эллипса, параболы и гиперболы.

В строительстве и в другой своей деятельности древние греки не употребляли эллипса, параболы и гиперболы. Даже в технике и естественных науках они их избегали. Они предпочитали круг и шар. Поэтому в Древней Греции обходились без знаний конических сечений.

Практика того времени выдвинула первоочередной проблемой изучения счисления и настоятельно требовала от ученых-математиков их усовершенствования. Этим занимался Аполлоний Пергский. В области счисления он создал и оставил нам в наследство несколько важных работ. Но наряду со счислениями он изучал конические сечения.

Более чем за сто лет до него, в 350 году до нашей эры, конические сечения были открыты Менахосмосом. Но и тогда исследования и открытия Менахосмоса никого не интересовали. Они были забыты. Аполлоний Пергский их восстановил, изучил все наследие Менахосмоса и продолжил эти работы.

Зачем он трудился? Кому нужны были его труды? Практических целей это учение не преследовало, никаких выгод автору оно не сулило. Напротив, практика сознательно не признавала конические сечения. Она без этого учения обходилась и его знать не желала, а ученый, зная все это, продолжал упорно и настойчиво трудиться.

Чего же он достиг? Его труды тогда не читались, никто ими не интересовался, никто и не собирался их изучать. А с самим учением, которому автор посвятил много труда, были лишь немногие знакомы. Учение это постепенно стало забываться, к нему никто не обращался. И осталось оно мертвым капиталом лежать на полках ученых библиотек.

И вот в связи с развитием в XVI веке астрономии, исследованиями механики, это почти забытое учение возрождается. Его начинают применять для решения вопросов науки и практики, оно становится необходимым почти для всех технических и многих других наук. Больше того, многие науки без этого учения обходиться не могут.

То никому не нужно было это учение, то без него не обойтись.

Что же возродило это забытое учение? Для выявления свойств планетных орбит два выдающихся ученых — немецкий математик, астроном Иоганн Кеплер (1571—1630) и гениальный английский ученый математик, физик, механик, астроном Исаак Ньютон

(1643—1727) — использовали учение о конических сечениях, созданное Аполлонием Пергским. Создавая новые астрономические теории, они обратились к этому учению. Не внося в него никаких изменений, они положили это учение в основу разработанных ими теорий.

Но не только для нужд астрономии, но и для дальнейшего развития математической науки необходимым стало учение о конических сечениях.

Несколько позже, в 1637 году, великий французский математик и выдающийся философ Ренэ Декарт (1596—1650), а вместе с ним крупнейший ученый математик, автор ряда выдающихся работ по математике, один из создателей теории чисел Пьер Ферма (1601—1665), исходя из основных положений о конических сечениях, создали новую для того времени математическую дисциплину — аналитическую геометрию. Аналитическая геометрия занимается геометрическими исследованиями при помощи методов алгебры и анализа.

Вот тогда-то потребовались знания конических сечений. Около двух тысяч лет математическое учение забыто. В течение столь долгого времени никто его не применял. И вдруг это давно забытое учение возрождается, с его помощью появляются новые научные открытия.

В области астрономии, механики, оптики, создается новая отрасль математики — аналитическая геометрия.

Чем же все это можно объяснить? Неужели нужны были тысячелетия для того, чтобы научная теория получила свое признание? А может быть, это случайное забвение?

Прежде чем ответить на эти вопросы, расскажем еще об одном событии, известном из истории техники.

В области математической теории магнетизма в 1824 году великий французский математик Симеон Дени Пуассон (1781—1840) вывел общие уравнения равновесия компасной стрелки на корабле. До него в расчетах компасной стрелки никто не учитывал возмущающее влияние на компас железа, имеющегося на корабле, в его креплении и вооружении. В этих своих уравнениях ученый впервые ввел эти данные.

Таким образом Пуассон создал уравнения равновесия компасной стрелки корабля. Но ученый не указал, да и не мог он указать, как и каким образом выведенные им уравнения могут быть приложены на практике. Поэтому это чисто теоретическая работа была воспринята моряками как никому не нужный труд. А представителей других наук это вовсе не интересовало. Так и осталась работа непризнанной.

И вот морякам потребовалось срочно решить задачу, для решения которой надо было прибегнуть к уравнениям Пуассона.

В течение одного месяца 1862 года все отправленные из Великобритании корабли гибли в море. У берегов Ирландии один за другим потонули два больших пассажирских парохода.

Главное адмиралтейство Великобритании в тревоге. Нельзя отныне пускать корабли в море?

Началось расследование, изучение, опросы, консультации и советы компетентных людей. Выявлены причины гибели кораблей.

Установлено, что главной причиной гибели кораблей была погрешность в показаниях компаса.

Чем же была вызвана погрешность в показаниях компаса? В те времена корабли были деревянные, на них было мало железа. Влияние железа на компас было ничтожное. Поэтому им можно было пренебречь. Но постепенно железа на корабле стало появляться все больше и больше.

С середины сороковых годов прошлого века начало широко развиваться железное судостроение, появились паровые суда. Железа на этих кораблях становилось очень много, и пренебречь им в показаниях компаса уже нельзя было. Между тем корабли вели по старым руководствам для компасов.

Верные в одних, старых, условиях, когда корабли, в основном, были деревянные и железа было мало, руководства эти оказались гибельными в других, новых условиях, когда корпус корабля стал железным, да и железа на кораблях стало во много раз больше. Тогда уравнения Пуассона пришлись к месту. Они оказались крайне необходимы, без них нельзя было обойтись.

Когда же вспомнили об этих уравнениях? Спустя сорок лет после их создания. Математики привели их к простым преобразованиям, предварительно основательно потрудившись над ними. Из уравнений Пуассона и создано было практическое адмиралтейское руководство по девиации компаса. Девиация компаса — отклонение магнитной оси стрелки компаса от магнитного меридиана, вызванное присутствием вблизи прибора железа или другого ферромагнита (вещества, обладающего сильно выраженными магнитными свойствами).

Этим руководством, вполне доступным образованному моряку, и в наше время пользуются на кораблях.

Приведем еще пример. Геометрию, которую изучают в средней школе, принято называть евклидовой геометрией. Евклидовой геометрией ее называют потому, что в основе ее лежит система аксиом и постулатов (требований), впервые сформулированных Евклидом.

Уже в древности предложения, которые в математике принимаются как очевидные, без доказательства, получили название аксиом. Евклид их называл общими понятиями. Это истины, пояснял Евклид, относящиеся к любым объектам. Они являются «общим достоянием нашего ума». Например, если A равно C и B равно C, то A равно B. Под A, B, C могут быть любые величины. Общих понятий (аксиом) планиметрии у Евклида шесть.

Постулаты же — чисто геометрические аксиомы. Постулатов пять. Постулаты и общие понятия составляют в своей совокупности систему аксиом Евклида.

Как же сформулированы эти постулаты у Евклида?

«I — От каждой точки ко всякой другой точке можно провести прямую линию».

«Нужно потребовать:

II — чтобы каждую ограниченную прямую можно было продолжить неограниченно;

III — чтобы из любого центра можно было описать окружность любым радиусом;

IV — чтобы все прямые углы были равны между собой».

Эти четыре постулата понятны, они принимаются нами как требования очевидные, соответствующие истине, неотделимые от нашего сознания.

Пятый постулат у Евклида гласит:

«V. Если при пересечении двух прямых, лежащих в одной плоскости, третьей сумма внутренних односторонних углов меньше $2d$ (180°), то эти прямые при достаточном продолжении пересекаются, и притом с той стороны, с которой эта сумма меньше $2\ d$».

Этот-то пятый постулат о параллельности не удовлетворил ученых. Математики считали его недостаточно очевидным.

Параллельными называют прямые, лежащие в одной плоскости и не пересекающиеся, как далеко бы мы их ни продолжали.

Приняв пятый постулат за истину, за аксиому, можно доказать, что к прямой через точку, лежащую вне ее, всегда можно провести одну и только одну параллельную прямую.

Но является ли этот пятый постулат о параллельных Евклида аксиомой — истиной, не требующей доказательства? А может быть, он выведен из других аксиом?

В течение двух тысяч лет эти вопросы занимали умы математиков. Великий русский математик Николай Иванович Лобачевский (1792—1856) доказал, что этот постулат действительно является самостоятельным, его нельзя вывести из других постулатов и аксиом. Это привело к тому, что он создал новую геометрию, отличную от евклидовой.

Независимо от Лобачевского, венгерский ученый Янош Бояй (1802—1860) также создал новую геометрию.

Геометрия Лобачевского послужила началом создания и других геометрий. Появились геометрии: Римана, Кэли, Клейна, Гильберта.

В отличие от евклидовой, по предложению величайшего математика мира того времени Карла Фридриха Гаусса, геометрия Лобачевского названа неевклидовой геометрией.

Над геометрией Лобачевского некоторые его современники глумились. Воспитанные на идеях геометрии Евклида, считая положения этой геометрии единственно верными, логически последовательными, некоторые ученые утверждали, что геометрия Лобачевского — это геометрия «для ненормальных». Лобачевский тяжело переживал эти необоснованные критические выпады. Волнения, тревоги не оставляли его.

Гауссу были известны идеи геометрии Лобачевского. Он их полностью разделял. Однако Гаусс не счел нужным открыто выступить. Больше того, он не огородил от нападок и не стал на защиту Н. И. Лобачевского. Между тем он знал, что идеи Лобачевского верны. Почему же, когда началась травля Лобачевского, Гаусс молчал? Ведь он-то знал, что геометрия Лобачевского научно обоснованна, что она истинна? Вот как Гаусс сам объясняет это. В письме к немецкому математику Бесселю он писал: «Я не решусь на это, ибо боюсь крика беотийцев, который поднимется, когда выскажу свои воззрения». Гаусс боялся «крика беотийцев». Жители Беотии считались в Древней Греции самыми тупыми, глупыми и ограниченными людьми.

Геометрия Лобачевского свыше тридцати лет не признавалась, рассматривалась как своеобразная игра ума. Сам Лобачевский ее назвал «воображаемой геометрией».

Тридцать лет трудился над новой геометрией Лобачевский без поддержки, без внимания к себе. Много неосновательных нападок, порой невежественных, зло высмеивавших его труд, он должен был отражать, а иногда переносить молча. Одним словом, при жизни ученого его геометрия была не признана, считалась ненужной работой.

Но никому не нужная геометрия Лобачевского, его многолетний труд лишь после смерти ее автора практически стала науке необходима.

Неевклидовой геометрией пользуются, и без нее не обойтись ни в современной астрономии, ни в космонавтике, ни в физике, ни в других науках, особенно в исследованиях движения тел.

Заблуждением было бы думать, что с широким применением неевклидовой геометрии надобность в геометрии Евклида отпала. Геометрия Евклида сохраняет свое значение и в наши дни. Она применяется в практической жизни, в строительстве, технике.

Не только в области «чистой» математики, но и в математической логике появились непризнанные теории.

В середине XIX века появилась работа по математической логике ирландского математика Джорджа Буля (1815—1864). Об этой работе тогда говорили:

«Это игра в символы, она лишена всякого смысла», «Никакого практического значения эта работа не имеет». Эта работа не была тогда признана.

И вот спустя много лет эта «лишенная всякого смысла», «не имеющая практического значения» работа способствовала созданию электронных быстродействующих вычислительных машин.

Как же это получается? Мы утверждаем, что математика отражает окружающий нас мир, что она тесно связана с жизнью, а вместе с тем существуют математические теории, ничего общего не имеющие в течение многих лет с практикой человеческой деятельности.

Нам известно, что «точка зрения жизни, практики — должна быть первой и основной точкой зрения теории познания», — учит В. И. Ленин. Как же это согласуется с этим ленинским требованием?

Математика, как вы в этом убедились, изучает количественную сторону материального мира и, как говорил Ф. Энгельс, она изучает «весьма реальный материал».

Но изучение этого «весьма реального материала» она проводит путем абстракций. В своих отвлечениях математика отрывается от материального источника. При этом даже теряет связь с этим источником и как бы противопоставляется ему.

На этой ступени развития математика начинает действовать самостоятельно и, как следствие из своих положений, выводит все новые и новые отвлеченные теории. Эти новые теории, явившиеся естественным развитием отвлеченности, только кажутся оторванными от основы. На самом же деле они возвращаются в материальный мир, из которого были отвлечены, и верой и правдой служат этому миру.

Вспомните, как многие теории довольно долго оставались отвлеченными теориями. В течение многих лет казалось, что эти теории ничего общего не имеют с материальным миром. Но это только казалось. А на самом деле они необходимы были этому миру. Эти теории влияли и на математическую науку, продолжали ее развивать и способствовали всестороннему (и на более высокой основе) исследованию прикладных наук. От некоторых таких теорий практика стремилась отделаться, как от назойливых предложений, мешающих ее развитию. Новые математические теории казались надуманными, никому ненужными, обреченными на гибель и постепенное забвение. На самом деле они в своей основе, своей сущностью были связаны с практической деятельностью человека. Теории эти как бы предсказывали и прокладывали дальнейший путь развитию науки.

Пришло время, в одних случаях близкое, в других довольно далекое, исчисляемое тысячами лет, и к этим математическим теориям люди прибегли за помощью. Эти математические теории стали маяками, указывающими пути и методы решения новых или требующих нового решения старых вопросов практики и техники. Без них не могли уже обойтись многие науки, не могли решаться практические задачи, выдвигаемые жизнью в новых условиях. Заметьте, что ни одна математическая теория, если она в самом деле представляла из себя естественное развитие науки, не находилась в противоречии с реальной действительностью.

Правда, не всегда людям удается установить прямую связь математической теории с практикой. Вы не всегда сумеете указать, где в жизни изученная вами теорема геометрии или алгебраическое правило может и должно быть применено. Вы не всегда найдете для конструируемого или выполняемого вами рабочего объекта необходимую математическую формулу. Не всегда вы укажете, куда именно можно приложить ту или иную известную вам теорему.

Большинство теорем, изучаемых в школе, применяются при решении задач, но сами-то задачи не всегда вызваны потребностями практики. Но допустите, что вы нашли связь между математической теорией и определенной практической отраслью знаний. На языке математики эта связь будет выражена либо сформулированным математическим предложением, либо определенным уравнением. Но ведь это математическое предложение или выведенное вами уравнение приложимо не к одному, а ко многим случаям. При этом приложимо не только к ничего общего не имеющим между собой вопросам, но и к весьма отдаленным, даже диаметрально противоположным. Что же вам дает эта найденная связь? Можете ли вы после этого утверждать, что лишь в данной практической области математическая теория приложима и больше нигде она не будет иметь приложений? Понятно, нет.

Академик А. Н. Крылов в своей книге «Прикладная математика и ее значение для техники» писал: «Инженер должен владеть общими математическими методами, приложимыми к решению множества задач, тогда только он сможет решать действительно новые вопросы для своей специальности».

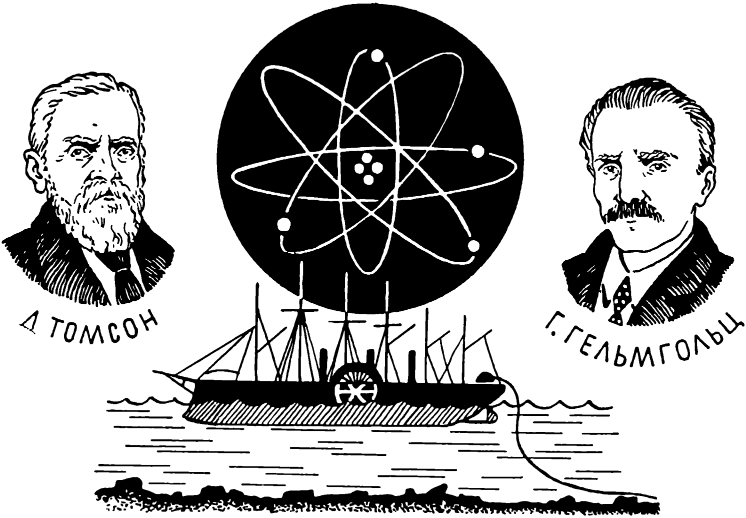
Нет сомнения, что образованный специалист любой отрасли труда только тогда достигнет совершенства в своей специальности, когда к решению всякой задачи он подойдет методами математики.

В самом деле, посмотрите, как далека от математики биология! Однако и она прибегает к математике, когда разрешает практические вопросы.

Современная биологическая наука пользуется математическим аппаратом для описания количественных закономерностей. Статистические обследования и математическая обработка этих результатов способствуют новым открытиям. Мы в наши дни знаем, в какой зависимости от кормления животных находится удой коров, настриг шерсти, заболеваемость их и смертность.

Многие годы люди не знали, чем объяснить то, что размеры некоторых животных к северу возрастают, а к югу, наоборот, уменьшаются. С помощью математики исследователи в этой области биологии разрешили и эту проблему, — они нашли зависимость особенностей организмов от климата, растительности и других факторов.

Известно, что основоположник весьма важной биологической дисциплины — генетики — науки, изучающей главным образом вопросы наследственности и изменчивости, Грегор Мендель (1822—1884) широко пользовался математикой, особенно при обработке результатов своих экспериментов. Многие ученые считают, что современная генетика своим развитием обязана прежде всего математике.



Научные открытия на основе выводов математики

Именно потому, что законы, выводы, правила, определения, положения математики отвлечены от материального мира, они с успехом служат этому миру: отлично применяются в действительности, на практике. Найденный с помощью отвлечения математический вывод служит способом познания количественной стороны и формы предметов и явлений. Только практика является мерилом оценки истинности математических отвлечений.

В математике под истиной понимают соответствие теории действительности практике. Вы доказали, что «если сумма цифр числа делится без остатка на 3, то и число делится на 3». В истинности этого математического отвлечения вы каждый раз на практике убеждаетесь. Следовательно, это утверждение верно. Но ведь может случиться, что отвлеченная теория на практике не подтверждается. Значит, такая теория не верна, хотя бы она и была доказана. Одно лишь доказательство не может служить мерилом верности математического утверждения.

Можно иногда «доказать» верность таких положений, которые на практике никак себя не оправдывают. Значит, в рассуждениях, в умозаключении допущена логическая ошибка. По правилам древних египтян площадь равнобедренного треугольника измерялась произведением основания на половину боковой стороны. Это правило древние египтяне установили на основе доказательства его. Около двух тысяч лет люди пользовались ими. Люди измеряли по этому правилу земельные участки, решали задачи, принимали результаты за достоверные, хотя и допускали неточности. Когда же опыт, человеческая практика указали на допущенную ошибку, правило это было отброшено и заменено иным, истинным правилом.

Только с точки зрения практики можно раскрыть содержание математических отвлечений, объяснить их происхождение и развитие. Но это не значит, что каждая математическая теория может сразу же после доказательства найти себе применение на практике.

О математических теориях, которые долгое время не имели приложений на практике, мы ранее говорили.

В 20-х годах XV столетия известный узбекский (самаркандский) ученый-математик Джемшид Гиясэддин ал-Каши (XIV—XV века) открыл десятичные дроби. До него, в середине XIV века, французский математик Э. Бонфис пытался их разработать. Ал-Каши в своих книгах «Об измерении окружности» и «Ключ арифметики» обстоятельно излагает теорию десятичных дробей и приводит ряд примеров действий с десятичными дробями.

Ал-Каши десятичную дробь записывает в строчку и целую от дробной части он отделяет либо чертой вертикальной, либо записывает различными чернилами. Обычно черными чернилами — целую часть числа, а дробную — красными, либо заключает ту и другую часть числа в прямоугольники, либо надписывает над каждой цифрой разряд. Около трех столетий это открытие не было применено на практике.

Лишь в конце XVI века десятичные дроби заново открыты выдающимся математиком Симоном Стевиным (1548—1620). Стевин широко пропагандировал десятичные дроби. Кстати, благодаря его трудам в Европе начали применять десятичные дроби. Стевин был первым математиком, стремившимся ввести десятичную систему мер веса, денежных единиц и даже углов. И только с введением метрической системы мер, спустя 200 лет, идея Стевина была осуществлена, и то лишь в области мер.

Мы рассказали только о незначительной части математических идей, теорий, не признанных в свое время.

Своим появлением эти идеи, теории, как мы уже говорили, предупреждали мир о необходимости пересмотра старых и создания новых открытий для удовлетворения нужд человечества. Можно утверждать, что все новые открытия в естественных и технических науках появились лишь в результате приложений на практике новых выводов математики или возрождения старых, давно «забытых» математических теорий. Они как бы предвидели заранее пути развития науки и техники.

Приведем пример. Система абсолютных мер (система сантиметр, грамм, секунда) открыта великим Гауссом. Это открытие должно было принести пользу человечеству. Появилась возможность независимо от наблюдателя и прибора измерять явления магнетизма и электричества. Между тем открытие это в те времена, тридцатые годы прошлого века, осталось незамеченным, никого оно не интересовало. В наши дни электроизмерительные приборы очень нужны человеку и приносят ему большую пользу.

Гаусс решил также вопрос о строении различных проекций. Разработанный им метод принес человечеству большую пользу. С помощью этого метода создано в картографии большое число различных географических карт.

Но этот же метод, разработанный для географических карт, оказался необходимым для решения вопросов движения жидкости при обтекании тела или движении воздуха при обтекании крыла самолета.

Как вы видите, математика на много лет опережает технику. С помощью математики человек разрешает многие весьма сложные вопросы техники.

Расскажем еще о таком событии. В 1857 году впервые между Европой и Америкой был проложен подводный кабель. Когда работа по прокладке этого кабеля подходила к концу, на большой глубине он оборвался. Все попытки ликвидировать обрыв не увенчались успехом. Кабель не действовал, сигналы Морзе не принимались. Эти сигналы изобретены американским физиком Самюэлем Морзе (1791—1872), принимаются на самозаписывающем электромагнитном телеграфном аппарате. Казалось, что огромный труд инженеров, техников и рабочих пропал даром.

А какой это был труд! Неимоверно тяжелый, гигантский труд. Все приходилось делать впервые. Ни опыта, ни знаний у строителей не было. Ведь впервые через океан прокладывали телеграфный кабель! Все работы выполнялись вручную, об их механизации тогда, в середине XIX века, и не помышляли. Пытались и так и этак заставить работать кабель. А кабель не работал.

Обратились к выдающемуся английскому физику-математику Уильяму Томсону — лорду Кельвину (1824—1907). У. Томсон восстановил в памяти все математические теории, которые пригодились бы ему для решения данной задачи. Он остановился на одной из теорий — теории теплопроводности, созданной выдающимся французским математиком Жанном Батистом Жозефом Фурье (1768—1830). Он проверил все уравнения этой теории и решил применить эти уравнения. Теория теплопроводности была создана Фурье в 1808 году, шестьдесят лет тому назад. Теплопроводность — один из видов теплопередачи.

Внимание Томсона привлекла также и работа английского математика, автора в высшей степени важных работ в области математической физики Джорджа Грина (1793—1841), выполненная ученым в 1828 году.

И вот, применив уравнения Фурье (1808) и Грина (1828), Уильям Томсон в 1858 году решил задачу. Он разработал практические мероприятия, которые без большой затраты труда и сил заставили действовать кабель. Кабель заработал, сигналы Морзе передавались ясно, четко, выразительно и достаточно громко. Кстати, этот известный ученый У. Томсон (лорд Кельвин) высказал следующую мысль. «Если, — говорил он, — вы можете измерить то, о чем говорите, и выразить это в числах, вы знаете что-то о нем; но если вы не можете выразить его в числах, ваши знания будут скудными и несовершенными; это могут быть начатки знания, но вы едва ли в вашем мышлении достигнете таким образом уровня науки в каком бы то ни было вопросе».

Вот еще один яркий пример того, как с помощью давно открытых математических теорий решена была важная практическая проблема. Выдающийся английский физик Джемс Кларк Максвелл (1831—1879) выразил математическими уравнениями законы электромагнитных колебаний. Чисто математическим путем он из этих уравнений вывел и доказал, что электромагнитные волны распространяются со скоростью света. Максвелл утверждал, что в природе существуют не только короткие, но и длинные электромагнитные волны. Предвидения Максвелла оправдались. 25 лет спустя были открыты радиоволны.

В наши дни серьезное внимание современная физика уделяет элементарным частицам. Основные из них: электрон, протон, нейтрон.

Но знаете ли вы, что все эти элементарные частицы предварительно предсказаны наукой, а затем лишь открыты? Первая элементарная частица — электрон— открыт был английским физиком Джозефом Джоном Томсоном (1856—1940). А предсказан он значительно раньше, в 1874 году, ирландским физиком Дж. Стони, а затем, в 1881 году, немецким математиком, физиком Гельмгольцем (1821—1894).

Существует учение о движении микрочастиц — электронов, протонов, нейтронов и других. Это учение формулирует законы изменения частиц в различных условиях. В этом учении дается объяснение многим явлениям атомной и ядерной физики. Учение это является разделом физики. Оно носит название квантовой механики.

Многие открытия квантовой механики, главные ее законы предсказаны на основе теоретических предвидений, вытекающих из математических теорий, идей, методов. Именно благодаря этим теоретическим предвидениям, ученые занялись экспериментальными проверками их исследований. В результате сделано много открытий и сформулировано много важных законов.

А только ли в квантовой механике с помощью математики выдвигались все новые и новые теоретические предвидения, которые впоследствии экспериментальным путем подтверждались? Нет.

В области кинетической теории газов, предварительно чисто теоретически, вычислена зависимость от температуры постоянное трение газа, абсолютное и относительное значение постоянной диффузии и теплопроводности. И на основе этого сделан ряд важных и ценных открытий.

Итак, новому достижению, новому открытию в физике, астрономии, химии, биологии и других естественных и технических науках предшествует создание новых или возрождение старых, иногда давно «забытых» математических теорий.

Академик С. Л. Соболев писал: «Математика всегда и везде оказывалась впереди и подчас, подвергаясь насмешкам и упрекам в ее оторванности от жизни, отвлеченности, сухости и т. п., прокладывала новые пути человеческому знанию».

Поэтому в наши дни наука высоко ценит математические работы, которые носят чисто теоретический характер.

Очень часто одна и та же математическая идея разрабатывается разными учеными и их школами. Не зная об этом, ученые идут различными путями к решению проблемы. Несмотря на это, они приходят к одним и тем же результатам.

В своей книге «Я — математик» Норберт Винер рассказывает о том, что свою законченную работу по теории потенциала он направил во Французскую академию наук. Как впоследствии выяснилось, в тот же день Французская академия наук получила законченную работу по этой же теме математика Булигана.

Одновременно вскрыты были два конверта, присланные Винером и Булиганом. Обе работы оказались выполненными по одной и той же теме. Не только идеи, но и методы, и пути исследований полностью совпали. Совпали также и результаты исследований. Обе эти работы оказались одинаковыми. Сообщения об этих работах Французская академия наук опубликовала. Рядом в одном и том же номере журнала были помещены обе статьи вместе с коротким предисловием редакции, относящимся к ним обеим.

Математика опережает естественные науки и технику. А бывали ли случаи обратного порядка, когда практика, техника опережала математику? Истории науки и техники известны и факты обратного порядка, когда практика, техника опережала математику.

В таких случаях техника, практика выдвигала перед математикой задачи и настойчиво требовала их решения. Это, собственно, и приводило к созданию все новых и новых математических теорий. Пока теории эти математикой не созданы, технике приходится довольствоваться эмпирическим — опытным решением вопросов.

Видный польский ученый-физик академик Польской академии наук Леопольд Инфельд рассказывает о следующем: «В Институт прикладной математики в Торонто (Канада) к ее директору, видному ученому-математику профессору Сингу во время Великой Отечественной войны обратился бывший командующий канадской армии генерал Макс Наутон. Генерал Макс Наутон командовал канадской армией в годы первой империалистической войны, а в то время состоял руководителем Национального совета по научным исследованиям в Оттаве.

Генерал вручил Сингу старые заметки, записи времен первой мировой войны, содержащие ряд вычислений, касающихся действий артиллерии. Он просил проанализировать эти данные и, если удастся, сделать математические выводы.

В течение некоторого времени институт трудился над этими материалами. В результате удалось создать некую математическую теорию по баллистике — науке о движении снарядов в воздухе.

В институте были уверены, что эта теория никому не нужна, что ее «выкинули в корзину». Однако Макс Наутон спустя некоторое время поблагодарил ученых за труд, высоко отозвался о созданной теории и сказал, что эта теория «высоко ценится в Советской Армии и что во время Великой Отечественной войны она оказала ей большую помощь».

Вы видите, что и такое запоздалое математическое обобщение практического опыта оказало услугу человечеству.

XV Международный конгресс математиков, съезд представителей математической мысли разных стран мира, происходил в августе 1966 года в Москве. В работах этого конгресса приняли участие свыше пяти тысяч ученых-математиков из более чем шестидесяти стран.

Интересно, что в Первом конгрессе математиков, который происходил в 1897 году в Цюрихе (Швейцария), приняли участие всего 25 ученых-математиков.

В пятнадцати секциях Московского конгресса заслушано и обсуждено было более шестидесяти докладов и около двух тысяч научных сообщений. В докладах были подведены итоги и намечены перспективы дальнейшего развития исследований по основным теоретическим и прикладным направлениям современной математики.

В Москве в шестидесятых годах нашего века происходило немало международных конгрессов, симпозиумов и семинаров ученых по различным наукам. Однако математический конгресс резко отличался от всех этих конгрессов.

На всех таких международных собраниях ученых доклады, научные сообщения переводятся на иностранные языки. На этом конгрессе, конгрессе математиков, официальными языками считались английский, французский, немецкий и русский. Однако очень часто на конгрессе вместо слов применялись формулы и чертежи. Язык символов, математических знаков, формул и уравнений объединил математиков разных народов и стран мира.

Язык математики в наше время очень сложен. Тем не менее он был понятен и близок участникам конгресса. На языке математики ученые разных стран объединили свои усилия на решение наиболее важных вопросов математики.

Среди делегатов конгресса были ученые, которые являются гордостью математической науки.

В тридцатых годах нашего столетия во Франции появилась первая книга «Элементы математики» тогда еще неизвестного ученого Н. Бурбаки. В дни, когда пишутся эти строки, миру известны уже тридцать томов трудов этого выдающегося автора. Книги его переведены на многие языки, вышли и у нас в Советском Союзе на русском и других языках народов нашей страны. Книги эти написаны в своеобразном стиле. Автор ставит своей задачей обобщить современные достижения математической науки. Он несомненно достигает этого. Сделанный обзор поражает своей полнотой, глубиной и, главное, широтой охвата материала. Все разделы математики представлены в этой работе.

Но кто такой автор — Н. Бурбаки? Создать такую обширную работу вряд ли может человек за такое сравнительно короткое время? Как бы даровит, как бы талантлив он ни был, просто невозможно выполнить такой большой объем работы одному человеку.

Кто же он, автор этой работы? Во Франции была опубликована биография Н. Бурбаки. Газеты поместили его «портреты». Конгресс съезда, в частности его оргкомитет, получил анкету Бурбаки Николя, профессора математики.

Между тем выяснилось, что Н. Бурбаки псевдоним. Это вымышленное имя и фамилия, под которыми выступает в данном случае группа выдающихся французских математиков. Что объединяет эту группу ученых-математиков? Почему они решили охранять тайну своего авторства? Все это неизвестно.

Наряду со старыми выдающимися, всему миру известными учеными в работе конгресса приняло участие большое число молодых талантливых и высоко одаренных математиков. Их сообщения, выступления и информации дают нам основание утверждать, что новыми молодыми творческими силами обогащается самая древняя наука — математика.

Какой же вывод в заключение всего сказанного можно сделать?

Самым важным в математике следует считать:

во-первых, материалистическую сущность этой науки.

«Мы всегда должны помнить, — напоминает в своей книге «Краткий очерк истории математики», Д. Я. Стройк, — что математические понятия не произвольные творения ума, а отражение реального, объективного мира пусть часто в весьма абстрактном виде».

Во-вторых, то, что математика способствует новым открытиям и изобретениям, помогает выводить новые закономерности, создает новые благоприятные условия развития отдельных наук и всегда направляет их на научный и технический прогресс.

В-третьих, что новые математические идеи, теории приводят к открытию в природе и обществе качественно новых явлений, связей, о существовании которых люди не помышляли.

Поэтому в Директивах XXIII съезда Коммунистической партии Советского Союза по пятилетнему плану развития народного хозяйства СССР на 1966—1970 годы предусматривается о п е р е ж а ю щ е е (разрядка автора) развитие математики.

Газета «Правда» в передовой статье «Науке — брать новые высоты» писала: «Без математических методов сегодня невозможен прогресс естественных и технических наук, прогресс народного хозяйства, его экономики, управления производством. Глубокие теоретические и прикладные исследования, обеспечивающие действенное применение математических методов в различных отраслях науки, — одна из коренных задач наших математиков».

Несомненно, это самое важное в математической науке. На протяжении всей книги вы имели возможность убедиться в этом.

Глава V
Страницы из биографий математиков

Математические способности людей, подобно музыкальным, проявляются очень рано. Уже в детские годы математически одаренные люди поражают своей догадливостью, живостью воображения, умением находить особые способы, приемы решения задач.

Существующие во многих городах нашей страны специальные средние математические школы и призваны развивать математические задатки одаренных детей.

Блез Паскаль

Блез Паскаль (1623—1662), прозванный «чудо-математиком», известен своими крупными открытиями.

Он сформулировал принципы полной математической индукции, создал способ для образования коэффициента бинома с помощью «арифметического треугольника» (треугольник Паскаля), заложил основы теории вероятностей, открыл общий признак делимости чисел, предложил оригинальный метод решения задач на вычисление площадей и объемов и многое другое, в том числе и в области физики, в частности — гидростатики.

Отец его Этьен Паскаль любил математику. В доме у них в Париже часто собирались ученые и вели разговоры на математические темы.

Совсем маленький Блез любил прислушиваться к этим разговорам. А затем он приставал к взрослым с вопросами.

На них он от отца получал полные и достаточно разъясняющие ответы, но математические — оставались без ответа. Мальчик был слаб здоровьем, и отец решил не загружать его мозг математическими знаниями.

Поэтому он полностью изолировал сына от всего того, что связано с математикой. Он запер на замок все книги по математике, при сыне избегал вести разговоры на математические темы, предупредил об этом всех близких и знакомых.

Но помогло ли все это?

Не имея под руками ни книг, ни пособий, ни учителей и наставников, мальчик сам начал изобретать и создавать свою геометрию.

Мальчик чертил геометрические фигуры, придумал свойства этих фигур, каждому из них дал названия, доказал верность надуманных свойств, создал ряд определений, которые пытался по-своему сформулировать.

Короче говоря, мальчик создал стройную геометрию, оригинальную по содержанию и весьма своеобразную по форме.

Правда, весьма далекую от истины, но зато строго логичную по построению. Блезу Паскалю было тогда двенадцать лет.

Когда отец случайно обнаружил это, ему стало ясно, что у мальчика незаурядные способности. Он вынужден был изменить свое решение. Мальчика начали учить математике.

Исаак Ньютон

Такой выдающийся ученый, непревзойденный математик, как Исаак Ньютон (1643—1727), лишь в семнадцать лет впервые проявил творческий интерес к математике. И это не мешало ему, прожив до глубокой старости, создать столько важных трудов, сколько до него не создал ни один математик в мире.

На могильном памятнике Исаака Ньютона в английском национальном пантеоне в Вестминстерском аббатстве, месте погребения всех великих людей, надпись на латинском языке гласит: «...пусть смертные радуются тому, что в их среде жило такое украшение рода человеческого». Так высоко оценило человечество величайшие заслуги Ньютона в науке.

Алексис Клод Клеро

О знаменитом французском математике Алексисе Клоде Клеро (1713—1765) рассказывают, что уже в двенадцать лет он поражал своей ученостью. В этом возрасте он закончил серьезное исследование алгебраических кривых четвертого порядка. Эта работа была напечатана в сборнике Берлинской академии наук.

В шестнадцать лет его уже считали знаменитым математиком. Он опубликовал тогда основательное исследование о некоторых свойствах так называемых линий двоякой кривизны.

А в восемнадцать лет он был избран академиком Парижской академии наук.

Жан Лерон д'Аламбер

Рано начал заниматься математикой и великий математик-энциклопедист XVIII века Жан Лерон д'Аламбер (1717—1783). Энциклопедистом его назвали потому, что вместе с другим ученым — Дидро — он составил 20 томов «Энциклопедии наук, искусств и ремесел». Разделы, относящиеся к математике и физике, и вводная статья «Очерк происхождения и развития науки» в этой энциклопедии написаны им. Энциклопедия представляла из себя свод знаний того времени не только в областях математики и физики, но и многих других наук.

Д'Аламбера считают основоположником математической физики, теории функции комплексного переменного, автором целого ряда научных открытий в области математики и механики.

В книге Луи Фигье «Светила науки от древности до наших дней» о начале математического образования д'Аламбера сказано: «Без учителей, почти без книг и даже не имея друга, с которым мог бы посоветоваться насчет затруднявших его вещей, он ходил по общественным библиотекам; он получал кое-какие сведения при быстром чтении в библиотеке и, возвратясь домой, сам отыскивал доказательства и решения; обыкновенно это удавалось ему; он придумывал таким образом важные теоремы, которые казались ему новыми, и затем был опечален, найдя их в книгах, ему дотоле неизвестных, хотя испытывал при этом чувство удовлетворения».

Андре-Мари Ампер

Еще ребенком Андре-Мари Ампер (1775—1836) проявлял удивительные способности к счету. Близкие и родные всегда поражались его способности производить с помощью нескольких турецких бобов или кремней большие вычисления.

Ребенок еще не умел читать и писать, но мог быстро и точно производить вычисления. Этой игрой он занимался с большим увлечением, она доставляла ему громадное удовольствие.

Как-то мальчик тяжело заболел. Боясь, что умственное напряжение может вредно отразиться на его здоровье, мать на время спрятала камни. Но войдя однажды в детскую, была поражена. Объектом счета служили сухари, которые он должен был съесть.

Андре-Мари Ампер стал выдающимся математиком и физиком. Он был одним из создателей современной электродинамики — отдела физики, изучающего свойства движущихся электрических зарядов, явлений, связанных с электрическим током. Его именем в физике, в частности в учении об электричестве, названы ряд правил, гипотез, приборов и единиц для измерения силы электрического тока.

С самого раннего детства Андре-Мари любил науку, мог ею заниматься без устали, до самозабвения. В четырнадцать лет он с большим увлечением изучил первые двадцать томов Энциклопедии. Основное издание Энциклопедии состояло из 28 томов.

Михаил Васильевич Остроградский

Известный русский математик Михаил Васильевич Остроградский (1801—1861) в школе не проявлял никакого интереса к математике. Правда, о нем рассказывали, что в дошкольные годы он увлекался измерениями. Все, что попадало под руку, он измерял, взвешивал, определял на глаз размеры, расстояния.

Но это было в дошкольные годы, а в школе — посредственный ученик, никакой любознательности, никакого интереса к математике. Даже будучи студентом математического отделения Харьковского университета, он первые полтора года не проявлял интереса к науке.

В результате занятий с преподавателем университета А. Ф. Павловским в нем пробудилась любовь к математике и проявился талант выдающегося математика.

Его труды, особенно в области математического анализа, теоретической механики, математической физики, работы по теории чисел, теории вероятности, алгебре, выдвинули его в число выдающихся математиков прошлого века.

Николай Николаевич Лузин

Посредственным учеником по математике в школе был виднейший ученый-математик Николай Николаевич Лузин (1883—1950). В школе его считали неспособным, плохо успевающим учеником. Учителя утверждали, что математика ему не дается. А став взрослым, Н. Н. Лузин — один из знаменитых ученых-математиков первой половины нашего века.

Исследования Лузина, его лекции по математике и вся его научная деятельность значительно продвинули вперед математическую науку.

Академик Б. В. Гнеденко пишет: «Лузин был неисчерпаемым источником свежих математических идей в такой области, как теория множеств и теория функций. И это соединялось у него с блестящим лекционным талантом, с умением увлечь молодежь, зажечь ее идеей научного подъема и привить ей веру в собственные силы. Немудрено, что все это поколение было безгранично увлечено и лекциями и беседами Лузина».

И вот представьте себе: будущий выдающийся математик, гордость математической науки в школе не успевал по математике и числился отстающим учеником.

Как все это понять? Как объяснить вдруг появившееся творческое вдохновение? В те времена в Томской губернской гимназии, в которой учился Лузин, как и во многих гимназиях старой царской России, основным методом обучения математики была зубрежка. Формальные методы обучения требовали от гимназистов заучить наизусть, зазубрить готовый учебный математический материал. Лузину это было не по душе. Он не умел зубрить, оно вызывало у него отвращение, и поэтому он не учил и уверял всех, что математика ему не дается.

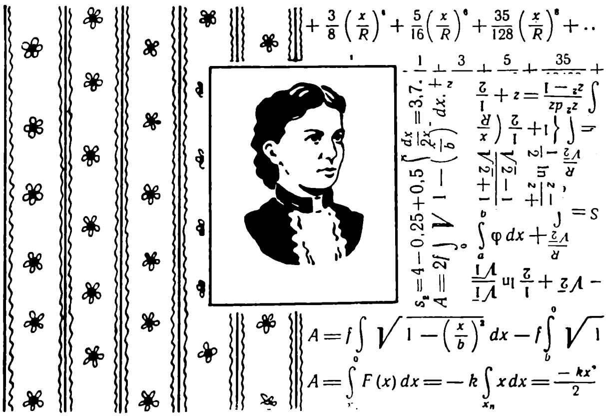
Родители вынуждены были прибегнуть к помощи репетитора. Репетитор по-иному построил свои занятия с мальчиком. Он потребовал от Лузина не заучивания на память, не зубрежки материала, а самостоятельных, вполне осмысленных и осознанных доказательств, пользуясь учебником для того, чтобы оттуда взять лишь условие задачи, теоремы. Лишь в крайнем случае он разрешал Лузину прибегать к учебнику, и то лишь как к руководству для самостоятельной работы.

И вот этот метод — метод самостоятельного изучения материала — вызвал небывалый интерес, искреннее, до самозабвения увлечение математикой.

Те же учителя, которые вначале считали Лузина бездарным, неспособным учеником, после этого резко изменили свое мнение. О нем заговорили как о даровитом, талантливом ученике.

Софья Ковалевская

Уже в трехлетнем возрасте Соню Корвин-Крюковскую родные, близкие и знакомые считали вдумчивым ребенком.



В семье было трое детей: сестра Анюта — на шесть лет старше Сони, и брат Федя — на три года моложе. Соня всегда весела, жизнерадостна, она была не избалована и не капризна. Ей казалось, что мать ее не любит, а если и любит, то значительно меньше, чем Аню и Федю. Это ее очень тяготило.

Несмотря на это, она была живой, бойкой, энергичной и деятельной девочкой. Желая все знать, обо всем иметь свое собственное мнение, она приставала с вопросами ко всем взрослым. «Все сама, все сама»,— твердила она постоянно, пытаясь все делать самостоятельно, избегая помощи взрослых.

Обычно дети в этом возрасте не способны высказать свою собственную мысль. Они повторяют слова и мысли взрослых. А Соня уже в три года высказывала «свое мнение». Вот почему поражали взрослых речь и поступки трехлетней Сони.

За столом во время обеда строго следили за тем, чтобы дети съедали полностью тарелку супа. В те времена считали, что суп необходим растущему детскому организму. Но дети не любили супа, оставляли, с капризами и плачем уходили из-за стола.

Однажды отец предупредил детей, что каждого отказывающегося от супа или не доевшего его до конца он накажет: все время обеда он будет стоять в углу.

В следующий обед Сони не было за столом. «Куда делась девочка?» Няня ее привела в столовую, усадила за стол, а сама отошла. Девочки не стало. Соню обнаружили в углу за высоким диваном.

«Что ты там делаешь?» — спросил отец. «Я решила, чем есть этот гадкий суп, лучше постоять в углу, пока вы все пообедаете. Я сама так решила и сама стала в угол».

Нужно сказать, что, став уже взрослой, она в течение всей своей жизни была верна этому детскому «я сама». Никогда она слепо не подчинялась чужой воле, не жила чужими мыслями, чужими идеями, а сама старалась во всем разобраться, до всего дойти своим умом.

В семье довольно часто и подолгу гостил дядя Сони, Петр Васильевич Крюковский. Артиллерист в прошлом, Петр Васильевич любил заниматься математикой.

Девочке, не умеющей еще читать, писать, не знающей, что такое число, фигура, этот чудак рассказывал о квадратуре круга, об асимптотах, о бесконечности.

Объяснив девочке на ряде примеров, что такое задача и ответив на бесконечное множество ее вопросов, почему и зачем решают задачи, дядя даже пытался объяснить племяннице пути решения некоторых задач. Он рассказал ей о квадратуре круга.

Проблема квадратуры круга — одна из «трех знаменитых задач древности», которые были предметом исследования математиков многих веков.

Проблема квадратуры круга занимала Петра Васильевича, и о ней он рассказывал маленькой Соне. Что поняла девочка из этих рассказов, трудно сказать. Вероятнее всего, она ничего не поняла, да и понять не могла. Однако она внимательно, как зачарованная, сидела и вслушивалась в речь Петра Васильевича.

Новые интересные, приятно звучащие слова появились в ее речи. Тихонько про себя она их повторяла, стараясь запомнить, заучить, навсегда сохранить в своей памяти. Употребляя эти слова, она о многих понятия не имела. Очень часто невпопад и не к месту их применяла.

Петр Васильевич разобрал с Соней много случаев решения с помощью циркуля и линейки задачи о квадратуре круга. Многие решения, которые известны были еще древним математикам и не доведены были до удовлетворительного решения, были рассмотрены, проанализированы. И все это с «участием» Сони.

С помощью циркуля и линейки ему удалось преобразовать криволинейную фигуру в прямолинейную. Затем оказалось, что и это решение не ново, что эти так называемые гиппократовые луночки уже в древности были известны.

Он пытался еще и еще раз, идя различными путями и втягивая во все свои рассуждения Соню, решить с помощью циркуля и линейки эту задачу. Откидывая одни, как несостоятельные, и ухватившись за другие доводы, казавшиеся истинными, он пытался решить эту неразрешимую задачу.

В течение тысячелетий много известных и малоизвестных математиков, любителей математики брались за разрешение этой задачи. Но все их труды заканчивались неудачей. Много лет тому назад, а точнее — в 1775 году, Парижская академия наук, а вслед за ней академии и научные центры других стран отказались от рассмотрения работ, посвященных квадратуре круга.

В библиотеке у Крюковских было достаточно литературы, в том числе книг и журналов, в которых подробно разбирается и освещается этот вопрос. Однако все эти «доказательства» были недостаточно обоснованы. С ними нельзя было согласиться.

Правда, Петр Васильевич не обладал специальными математическими знаниями, математическая его культура была невысока. Это не мешало ему видеть противоречивость этих «доказательств». Естественно, он не мог с ними согласиться. Но даже в этом случае разумно ли посвящать в эту проблему ребенка? Понятно, нет. Тем более, что не только квадратурой круга он забивал голову ребенка.

Девочка, которая не имеет понятия о прямой, кривой, касательной, не знает, что такое бесконечная линия, выслушивала его рассказы об асимптоте.

Соня запомнила, легко и быстро отвечала, что «асимптота есть касательная к кривой в бесконечно удаленной точке». И этим она бравировала перед взрослыми. Понятно, что в эти слова не вкладывалось ни знания, ни понимания.

В детскую голову Петр Васильевич вводил разные математические понятия. Он чертил кривые на поверхности, у которых соприкасающаяся плоскость в каждой точке кривой совпадает с касательной плоскостью к поверхности в этой точке.

Асимптота... асимптота... Это слово в устах Сони звучало изящно, красиво, им можно покорять многих. И Соня запоминала, заучивала, повторяла это слово.

Но не только о квадратуре круга, асимптоте рассказывал Соне Петр Васильевич. Чертя оси координат, он рассказывал о гиперболе и ее определении в декартовых координатах.

Он и о бесконечности умудрился объяснить маленькой Соне. Но мог ли он сам, никогда не обучавшийся математике, правильно ввести понятие бесконечности? Фридрих Энгельс писал о бесконечности: «Вечность во времени, бесконечность в пространстве, — как это ясно с первого же взгляда и соответствует прямому смыслу этих слов, — состоит в том, что они не имеют конца ни в какую сторону — ни вперед, ни назад, ни вправо, ни влево».

Пояснять это ребенку смешно, это в лучшем случае напрасная трата труда и времени.

Все его рассказы, смысл которых, разумеется, Соня не могла понять, привели к тому, что в памяти Сони осели лишь отдельные слова, выражения, формулы. Они, несомненно, действовали на впечатлительную девочку, внушая ей уважение к математике, как к «науке высшей и таинственной, открывающей перед посвященными в ней новый чудесный мир, недоступный простым смертным». Так в своих «Воспоминаниях детства» писала Софья Васильевна.

В 1858 году Крюковские из Калуги переехали в деревню Палибино, тогда Витебской губернии. В Палибине отремонтировали дом, заново обставили квартиру, оклеили комнаты обоями.

На одну стену детской обоев не хватило. Выписать их из Петербурга на одну лишь стену нельзя было. На чердаке дома обнаружены были листы литографированных лекций по высшей математике выдающегося русского математика Остроградского (1801—1861). Целые курсы лекций по высшей математике в свое время приобретены были отцом Сони — Василием Васильевичем Корвин-Крюковским. Отец Сони был помещиком, генерал-лейтенантом артиллерии в отставке, в прошлом учеником знаменитого математика М. В. Остроградского.

Решили этими листами оклеить и стену детской. Задумали и сделали.

Странные знаки, непонятные, расположенные в строго определенном порядке, неизменно привлекали внимание Сони. Но что это за знаки? О чем они говорят?

Девочке шел восьмой год. Ей уж очень хотелось знать «все, что касается этих странных значков». Кроме музыки и языков, ее ничему не учили. Учителя, естественно, не могли ей в этом помочь. Старшие, к которым она обращалась, отделывались ответом: «Это формулы». А что такое формула, так никто не объяснил.

Верная своему «все сама», Соня решила разобраться во всем самостоятельно. Девочка часами простаивала перед «обоями», пытаясь вникнуть в смысл написанного, найти порядок в том, как формулы расположены, установить зависимость между ними и раскрыть их значение. Она обратила внимание на то, что одни и те же знаки попадались снова и снова. Соня давала им свои названия. В эти названия девочка вкладывала свои понятия, стараясь с их помощью составить отдельные фразы. Затем от отдельных фраз перешла она к предложениям, стараясь и их по-своему прочесть. И наконец, пыталась прочитать полные страницы, соединить их как по смыслу, так и по логическому следованию в одно целое. Понятно, она вкладывала свое, только ей одной понятное содержание, весьма далекое от истины.

Ежедневное разглядывание этих формул, своеобразная расшифровка их привели к тому, что в памяти Сони они прочно запечатлелись, навсегда засели.

Как и рассказы о квадратуре круга, асимптотах, бесконечности, так и формулы высшей математики оставили прочный след в памяти Сони.

Когда Соне исполнилось восемь лет, ее начали обучать дома. Первым ее учителем был Иосиф Игнатьевич Малевич, очень опытный и образованный педагог.

Прошли годы. Пятнадцатилетняя Соня начинает заниматься высшей математикой. Она впервые из уст своего преподавателя Александра Николаевича Страннолюбского услышала о пределе, о производной. И о чудо! Каким все оказалось знакомым и близким. Соня после первого объяснения легко и свободно оперирует этими понятиями.

Преподаватель удивлен. Откуда знания этого нового материала? «Точно вы наперед знали», — вспоминает Соня замечание преподавателя. И в самом деле, она припомнила все, что видела в свое время на стенке детской.

И живо перед ее взором стояли листы Остроградского. И самое понятие предела показалось ей давно знакомым.

София Васильевна Ковалевская (1850—1891) впоследствии стала выдающимся математиком. Она — первая русская женщина ученая-математик. Многим она обогатила математическую науку, способствовала значительному росту этой науки. Она выполнила много серьезных исследований в области высшей математики. Все ее исследования носят чисто теоретический характер, но получили свои приложения на практике.

Тяга к математике была очень велика, труды С. В. Ковалевской и их вклад в русскую и мировую математическую науку были огромны. Она дала полное решение задачи о вращении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. Решение этой задачи, которая явилась основательным вкладом в науку, показало незаурядные ее способности. Эта работа высоко оценена. Парижская академия наук в 1888 году за эту работу присудила ей премию.

Величайшие математики мира того времени признали ее выдающимся ученым. София Васильевна не кончала ни университета, ни другого высшего учебного заведения, а знания приобретала самостоятельным трудом.

Почему же София Васильевна не обучалась в университете? В Петербургский, да и в другие университеты России женщин не принимали. Доступ в высшие учебные заведения для женщин был закрыт. Чтобы иметь возможность заняться наукой, София Васильевна должна была оставить родину и уехать за границу. А это возможно было для девушки лишь с разрешения отца, а для замужней женщины — с согласия мужа.

Так как отец не разрешил бы ей выехать за границу, София Васильевна вступила в фиктивный брак с выдающимся русским ученым-палеонтологом Владимиром Онуфриевичем Ковалевским и с его согласия выехала за границу.

В Гейдельберге (Германия) она посещала лекции известных немецких математиков. Но и в Берлинском университете ей отказано было в приеме, опять-таки как женщине. И в Германии в высшие учебные заведения женщин не принимали.

Это не останавливало Софию Васильевну, она продолжала самостоятельно заниматься исследованиями в области математики. Ее труды по математике высоко оценены были Геттингенским университетом (Германия). Университет этот заочно присудил ей ученую степень доктора философии с высшей похвалой. Софии Васильевне тогда было 24 года. В 24 года она уже выдающийся математик, серьезный исследователь.

Все ее попытки вернуться на родину в Россию и там заняться научной и преподавательской работой не увенчались успехом. Ни в университеты, ни в высшие женские курсы тогда не допускались к преподаванию женщины.

София Васильевна уехала в Париж, и там, по этой же причине, отказали ей в предоставлении места профессора. Лишь Стокгольмский университет (Швеция) пригласил ее сперва на должность приват-доцента, а затем профессора математики университета.

По предложению группы русских академиков за заслуги перед математической наукой София Васильевна была избрана членом-корреспондентом Петербургской академии наук. Но даже и это избрание не дало возможности осуществить свою мечту. А мечтала и страстно желала София Васильевна заняться научной работой у себя на родине. Работать на родине, в России, так и не довелось. Категорически ей было отказано и не дозволено преподавать математику в высшей школе России.

Царский министр просвещения отклонил все просьбы Софии Васильевны. Он и друзьям Софии Васильевны отказал в предоставлении ей должности профессора университета. При этом он заметил, что София Васильевна «успеет состариться прежде, чем женщины будут допускаться к университету». Так и осталась она до конца своей жизни профессором Стокгольмского университета.

Сестра ее, Анна Васильевна, вместе со своим мужем жила в Париже и принимала участие в Парижской коммуне. Софья Васильевна им помогала.

В осажденном Париже София Васильевна выполняла отдельные поручения Коммуны, ухаживала за ранеными коммунарами. Вместе с Владимиром Онуфриевичем она освободила из тюрьмы мужа сестры Анны — Ш. В. Жаклара, деятеля Парижской коммуны.

София Васильевна страстно любила свою родину. Она желала ее видеть цветущей страной, где «человеку дышится легко и свободно и где женщина, рядом с мужчиной, ведет народ к расцвету его творческих сил».

Возвращаясь из Франции в Швецию, София Васильевна простудилась и заболела воспалением легких. 10 февраля 1891 года в полном расцвете творческих сил она умерла.

Смерть Софии Васильевны потрясла весь ученый мир, математиков всей планеты. Со всех сторон мира шли скорбные телеграммы, письма, венки.

Один из друзей Софии Васильевны над свежей могилой следующими словами выразил скорбь ученых России. Он сказал: «Софья Васильевна! Благодаря вашим знаниям, вашему таланту и вашему характеру вы всегда были и будете славой нашей родины. Недаром оплакивает вас вся ученая и литературная Россия. Со всех концов обширной империи, из Гельсингфорса и Тифлиса, из Харькова и Саратова присылают венки на вашу могилу... Вам не суждено было работать в родной стране. Но, работая по необходимости вдали от Родины, вы остались верной и преданной союзницей юной России, России мирной, справедливой и свободной, той России, которой принадлежит будущее».

Вся жизнь и весь труд Софии Васильевны — научный подвиг, подвиг во имя Родины. Этот подвиг получил мировое признание. Тем тяжелее сознавать, что истинная патриотка, настоящая дочь России, прославившая свою Родину в науке, София Васильевна Ковалевская умерла на чужбине, вдали от Родины, в Стокгольме.

Карл Фридрих Гаусс

Карлу еще не было семи лет, когда он поступил в школу. Немецкая народная школа конца XVIII и начала XIX века была школой муштры, школой зубрежки. Дети особенно ощущали на себе методы обучения и воспитания. Зубрежка была единственным методом обучения, а плетка — единственным способом воспитания детей. Розги беспрестанно гуляли по спинам провинившихся учеников.

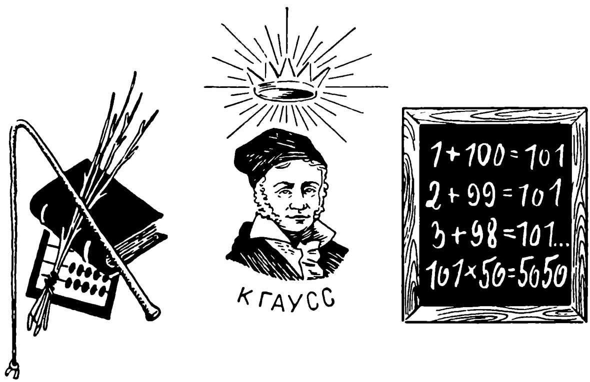
Уже в первом классе Карл резко выделялся из среды своих товарищей. Он был способным, трудолюбивым мальчиком. На уроках арифметики он первым всегда быстро, правильно и точно решал задачи.

В классе был заведен такой порядок: ученики, выполнившие задания, клали свои аспидные доски с решениями на средину учительского стола. В школах в те времена употреблялись доски из шифера, так называемые аспидные доски. Грифелем писали на ней ученики. Каждый ученик имел свою доску. Когда все доски были собраны, учитель забирал их с собой и проверял.

На одном из уроков арифметики ученикам была предложена задача: «найти сумму натурального ряда чисел от единицы до ста».

Не успел учитель объяснить условия задачи и разъяснить требования к ее решению, как доска Карла оказалась уже на учительском столе.

Увидев это, учитель усмехнулся. Он решил, что не миновать Карлу плетки, и от души пожалел его. Карл был самым маленьким, худым, истощенным мальчиком. Бюттнеру, так звали учителя, было очень



жаль этого слабенького ребенка. Да и Карл не вызывал к себе неприязни. Напротив, он был ему мил и приятен. Но что делать? Таков уж порядок в этой школе.

Много труда стоило Бюттнеру удержать себя от того, чтобы не пожурить мальчика. Ему даже хотелось вернуть мальчику доску и предложить еще раз проверить свое решение. «Не мог ведь мальчик, — думал Бюттнер, — мгновенно найти сумму ста чисел?!» Между тем ученики в классе продолжали трудиться. Скрипели грифели. Упорно и серьезно решалась в классе задача.

Один Карл сидел без работы. Он уверен был в правильном решении задачи, и его не смущал укоряющий взгляд учителя. Он чувствовал себя победителем.

Когда же Бюттнер приступил к проверке, его изумлению не было предела. Он увидел, что маленький Карл не только правильно, но просто и весьма остроумно решил задачу.

Карл рассуждал следующим образом: натуральный ряд чисел от 1 до 100: 1, 2, 3... 100. Напишем первые три, четыре числа от начала—1, 2, 3, 4 и дальше поставим точки. Затем продолжим тремя, четырьмя числами от конца: 97, 98, 99, 100. Получим такой ряд чисел: 1, 2, 3, 4... 97, 98, 99, 100. Не так ли?

На первых местах от начала и конца этого ряда стоят числа: 1 и 100, их сумма равно 101. На вторых местах от начала и конца ряда стоят числа 2 и 99, их сумма равна 101. На третьих местах: 3 и 98, их сумма 101. На четвертых: 4 и 97, их сумма 101.

Каждая пара таких чисел дает в сумме 101. Таких пар чисел будет пятьдесят. А так как каждая пара чисел составляет в сумме 101, то 50 пар составит: $101 \times 50 = 5050$. Следовательно, сумма чисел первой сотни натурального ряда чисел (от 1 до 100) равна 5050. Можно ли предложить более умный способ решения этой задачи? В основу этого способа маленький Карл положил обобщенный отвлеченный метод им созданного вычисления.

Многие товарищи Карла не решили задачу, — они на себе испытали плетку Бюттнера. Но Карл торжествовал.

Бюттнер был убежден, что у мальчика большие способности. Он понимал, что сам он не годится Карлу в учителя. Он пытался найти ему более знающего учителя. К мальчику он начал относиться бережно, более предупредительно и с особым вниманием. Продолжая занятия с маленьким Гауссом, учитель каждый раз убеждался в огромном даровании мальчика.

Родители Карла были бедными людьми. Отец его был водопроводчиком, а точнее — фонтанных дел мастером в городе Брауншвейге (Германия). В садах богатых людей он строил и пускал фонтаны. Когда не было у него работы по специальности, он принимал заказы на выполнение всяких строительных работ. Для этого он нанимал рабочих различных профессий.

Рассчитываясь с ними за выполненные работы, отец Гаусса очень часто допускал ошибки. Ошибки в расчетах количества произведенной работы, ее стоимости, суммы выплаты. Все эти ошибки обнаруживал маленький Карл. Лежа в своей кроватке и прислушиваясь к разговору взрослых, он в уме вычислял и всегда исправлял отца. Еще крошкой, ему не было трех лет, не умея читать и писать, он проявлял удивительные способности к счету.

Впоследствии Гаусс о себе говорил: «Я научился считать раньше, чем говорить».

Средств для обучения сына у отца Карла не было. В те времена родители платили за обучение своих детей. Бюттнер нашел богатых людей, которые согласились помочь Карлу. Они оценили необыкновенные способности Карла и приняли на себя все расходы по его образованию. Юный Карл учился в Геттингенском (Германия) университете, а в Хельмштедте ему за выдающиеся работы присудили степень доктора наук.

Сорок восемь лет беспрерывно он состоял директором астрономической обсерватории и профессором университета. Он был выдающимся ученым, непревзойденным и редчайшим вычислителем. Легко и изящно он вычислял в уме; по собственному его признанию, он испытывал большое удовольствие в наиболее трудных устных вычислениях. Гаусс для каждого числа в пределах первых двух тысяч мог указать его свойства. Люди, знавшие Гаусса, всегда поражались тому, как быстро и точно он устно вычислял даже очень большие числа.

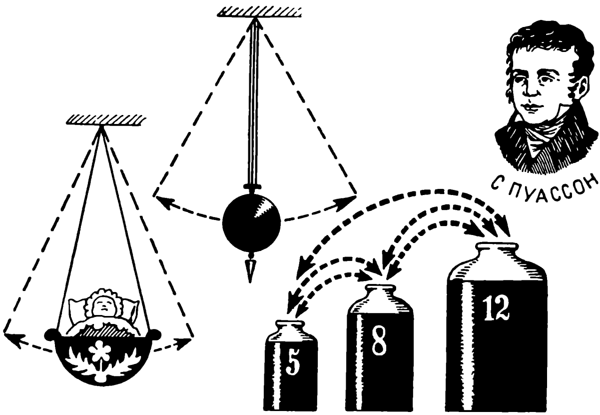
Но не только выдающимся вычислителем был Карл Фридрих Гаусс (1777—1855). Он был крупнейшим математиком века, автором весьма многих важных, фундаментальных работ по математике, геодезии, астрономии, физике, в частности — магнетизму. Он первым дал строгое доказательство так называемой «основной теоремы алгебры», теоремы о том, что каждое алгебраическое уравнение с вещественными коэффициентами имеет по крайней мере один корень и, следовательно, столько корней, сколько единиц в показателе его степени. Он создал ряд важных работ по теории чисел и выполнил много исследований по высшей математике.

Все теоретические работы Гаусса отличались глубокой, непосредственной связью с практикой, с жизнью. Они оказали существенное влияние на дальнейшем развитии математической науки.

В продолжение первой половины прошлого, XIX, века математика выше Гаусса мир не знал. Его называли «королем математики», «колоссом», «титаном математической мысли».

Симеон Пуассон

Великий французский математик, краса и гордость математической мысли того времени, Симеон Дени Пуассон по счастливой случайности стал ученым-математиком.



Он родился слабым ребенком. Мать не могла сама его кормить грудью. Она отдала его знакомой крестьянке-кормилице. Как-то отец приехал навестить сына и увидел следующее: ребенок качался в подвешенной корзине. Кормилица вколотила в стену гвоздь и на нем подвесила корзину с ребенком.

Впоследствии, уже будучи признанным ученым, он любил шутить по этому поводу. В своей шутке он упомянул о своей приверженности к качаниям маятника. Дело в том, что у Пуассона есть работа по исследованию маятника. Он говорил: «Качаясь из стороны в сторону, мне на роду написано: исследование движения маятника».

Родители мечтали для него о карьере служащего в канцелярии. Затем в семье очень часто поговаривали о том, что было бы не плохо сделать из него цирюльника. Цирюльники занимались парикмахерским делом и по предписанию врача пускали больным кровь.

Однако судьбу его решили, как он об этом впоследствии рассказывал, трудные задачи.

В Париже издавался «Журнал политехнической школы». В этом журнале, который получали Пуассоны, приводилось большое число элементарных задач повышенной трудности, особенно на сообразительность. Едва научившись читать, Пуассон, просматривая журнал, решал эти задачи.

Как-то маленький Пуассон встретился со своим товарищем. Мальчик познакомил Пуассона с очень трудными задачами, которые задавались детям в школе. Из всех задач Пуассону понравилась следующая: «Некто имел сосуд, содержащий двенадцать пинт вина, и хочет подарить своему другу половину этого количества, но у него нет сосуда вместимостью в шесть пинт. Зато у его друга нашлись два сосуда; один вместимостью в восемь пинт, другой в пять пинт. Спрашивается, каким образом в сосуд вместимостью в восемь пинт влить шесть пинт вина?» Пинта—старинная французская мера жидкости, около 0,9 литра. В Англии и США пинта равна около 0,5 литра.

Эта задача, собственно, и решила судьбу Пуассона, так, по крайней мере, признал он сам. Думая над этой задачей, а потом решив ее путем рассуждений, Пуассон пришел к твердому убеждению заняться математикой. И он не ошибся. Его дальнейшая деятельность это подтвердила. Он стал выдающимся ученым, виднейшим представителем математической науки.

Как же решил эту задачу мальчик Пуассон, нигде не учившийся, никогда в своей жизни не занимавшийся математикой? А ведь эта задача была первой в его жизни! Решал он ее по соображению. Вот как он рассуждал: «У нас три сосуда: первый вместимостью в 12 пинт, второй — в 8 пинт, третий — в 5 пинт. Только с помощью этих сосудов, не имея ничего больше под руками, надо отлить во второй сосуд 6 пинт вина. Очевидно, для этого придется выполнить ряд переливаний». Тогда:

Сосуды	I	II	III	
Вместимость	12	8	5	
До переливания	12	0	0	Перельем во II сосуд 8 пинт, а остальные 4 пинты вольем в III сосуд, тогда:
после первого переливания	0	8	4	Перельем из III сосуда в 1 — 4 пинт и в освободившийся III сосуд вольем из II 5 пинт, тогда:
после второго переливания	4	3	5	Перельем из III сосуда в 1 — 5 пинт, тогда:
после третьего переливания	9	3	0	Перельем из II сосуда в III — 3 пинты, тогда:
после четвертого переливания	9	0	3	Перельем из I сосуда во II — 8 пинт.
после пятого переливания	1	8	3	Перельем из II сосуда в III до полного наполнения этого III сосуда — 2 пинты.
после шестого переливания	1	6	5	

Во втором сосуде окажется 6 пинт вина. Задача решена.

Эта задача может быть решена и иным способом переливания:

Сосуды	I	II	III	
Вместимость	12	8	5	
До переливания	12	0	0	Перельем из 1 сосуда в III — до полного его наполнения — 5 пинт, тогда:
после первого переливания	7	0	5	Перельем из 1 сосуда во II 7 пинт, тогда:
после второго переливания	0	7	5	Перельем из III сосуда во II, до полного его наполнения — 1 пинту.
после третьего переливания	0	8	4	Перельем из II сосуда в 1 — 8 пинт, тогда:
после четвертого переливания	8	0	4	Перельем из III сосуда во II — все 4 пинты, а в освободившийся III сосуд вольем до полного его наполнения из 1 сосуда 5 пинт, тогда:
после пятого переливания	3	4	5	Перельем из III сосуда во II — до полного наполнения — 4 пинты, тогда:
после шестого переливания	3	8	1	Перельем со II сосуда в 1 — 8 пинт, тогда:
после седьмого переливания	11	0	1	Перельем из III сосуда во II — 1 пинту, тогда:
после восьмого переливания	11	1	0	Перельем из 1 сосуда в III — 5 пинт, тогда:
после девятого переливания	6	1	5	Перельем из III сосуда во II — 5 пинт, тогда:
после десятого переливания	6	6	0	

В этом случае 6 пинт вина окажется в первом сосуде после девятого переливания. А после десятого переливания в первом и во втором сосуде окажется по 6 пинт.

Как же можно не восхищаться таким решением задачи! Ведь мальчик Пуассон не знал и не изучал математику, а задачу решил и дал верный ответ. При этом он решил самым коротким способом: шестью переливаниями. В историю математики эта задача вошла под названием «задачи Пуассона».

Пуассон любил математику, занимался ею с увлечением. Будучи уже известным ученым, он любил часто повторять: «В жизни нет ничего лучшего, как изучать и преподавать математику».

Его учитель Бильи высоко ценил способности мальчика. Так как ученик превзошел своего учителя в знаниях математики, Бильи повел с ним занятия таким образом, что Пуассону довелось самостоятельно изучать подобранную литературу.

Между учителем и учеником установились дружеские отношения, которые длились в течение всей жизни. Рассказывали, что почти на всех публичных лекциях и выступлениях Пуассона обязательно присутствовал древний, сгорбленный старичок, учитель Пуассона — Бильи. С большим вниманием он слушал своего ученика. Он гордился им и всех заверял и все твердил, что ему, «старому Бильи, принадлежит честь открытия высокого таланта Пуассона».

Пуассон Симон Дени (1781—1840) был не только выдающимся французским математиком, но и известным механиком и физиком. Член Парижской академии наук, профессор Парижского университета и политехнической школы, почетный член Петербургской академии наук и научных учреждений и организаций других стран, Пуассон был всемирно признан как ученый.

Многочисленные работы его посвящены различным проблемам математики, теоретической и небесной механике, математической физике. В математической науке он оставил заметный след: скобки Пуассона в теории дифференциальных уравнений, постоянная Пуассона в теории упругости, интеграл Пуассона и уравнение Пуассона в теории потенциала. Его работы способствовали дальнейшему развитию баллистики, теории упругости, гидромеханики. Двухтомный его труд «Трактат механики» (первое издание вышло в 1811 году) в продолжение многих лет считался лучшим учебником по аналитической механике.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I

Числовые суеверия и их нелепость 3

Глава II

Почему математика нужна человеку? 11

Глава III

О походах религии против математики 40

Глава IV

О связи математики с жизнью 56

Глава V

Страницы из биографий математиков 104

ДОРОГИЕ ЧИТАТЕЛИ!

Ваши отзывы о содержании и художественном оформлении книги присылайте по адресу: Ленинград, Д-187, набережная Кутузова, 6. Дом детской книги издательства «Детская литература».
Укажите свой точный адрес и возраст.

Для средней школы

Фельдблюм Бенциан Абрамович

О САМОМ ВАЖНОМ В МАТЕМАТИКЕ

Ответственный редактор Г. П. Гроденский.
Художественный редактор Г. А. Курочкина.
Технический редактор Т. С. Филиппова.
Корректоры Г. М. Шукан и Н. П. Васильева.
Подписано к набору 15/IV 1969 г. Подписано к печати 18/VII 1969 г. Формат $84\times108^1/_{32}$. Бум. № 2. Печ. л. 4. Усл. п. л. 6,72. Уч.-изд. л. 6,088. Тираж 50 000 экз. ТП 1969 № 553. М-40276. Ленинградское отделение ордена Трудового Красного Знамени издательства «Детская литература» Комитета по печати при Совете Министров РСФСР. Ленинград, Д-187, наб. Кутузова, 6. Фабрика «Детская книга» № 2 Росглавполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров РСФСР. Ленинград, 2-я Советская, 7. Заказ № 565. Цена 28 коп.

28 коп