

# ЭЛЕКТРО— ТЕХНИКА

*для вузов*



# ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Под редакцией проф. В. Г. ГЕРАСИМОВА

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ,  
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено  
Министерством высшего и среднего  
специального образования СССР  
в качестве учебника  
для студентов неэлектротехнических  
специальностей вузов



Москва «Высшая школа» 1985

ББК 31.2  
Э 45  
УДК 621.3

**Х. Э. Зайдель, В. В. Коген-Далин, В. В. Крымов,  
В. Г. Герасимов, Д. Н. Морозов, В. Г. Сергеев,  
М. С. Цепляева, В. Л. Шатуновский, Я. А. Шнейберг**

**Рецензенты:**

Кафедра электротехники, электроники и вычислительной техники  
Московского института тонкой химической технологии им. М. В. Ло-  
моносова (зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. А. В. Нетушил);  
кафедра общей электротехники Уральского политехнического института  
имени С. М. Кирова (зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. М. Г. Резин)

Э 45

**Электротехника: Учебник для неэлектротехнич. спец.  
вузов/Зайдель Х. Э., Коген-Далин В. В., Крымов В. В.  
и др.; Под ред. В. Г. Герасимова.— 3-е изд., перераб.  
и доп.— М.: Высш. шк., 1985.— 480 с., ил.**

В пер.: 1 р. 20 к.

В книге рассмотрены электрические и магнитные цепи, электромагнитные  
устройства, электрические измерения и приборы, электрические машины и  
электропривод.

По сравнению со 2-м изданием (1976) коренным образом переработан  
материал по электрическим и магнитным цепям; расширены главы «Электроиз-  
мерительные приборы», «Основы электропривода»; введена новая глава «Основ-  
ные физические явления в электрических машинах»; усилена прикладная на-  
правленность всех глав.

9 2302010000—452  
001 (01)—85 128—85

**ББК 31.2  
6П2.1**

© Издательство «Высшая школа», 1976  
© Издательство «Высшая школа», 1985, с изменениями

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

ящий учебник является дальнейшим обобщением многолетней методической и преподавательской работы коллектива кафедры общей электротехники Московского энергетического института и результатом критического анализа материала предыдущего издания учебного пособия «Электротехника с учетом замечаний и пожеланий, высказанных читателями. Авторы стремились использовать и развить также те методические основы, которые были разработаны под руководством основателя кафедры проф. В. С. Пантюшина (1906—1977) при активном участии доц. М. Ю. Анвельта (1919—1977).

Основное внимание авторы стремились уделять логичности и стройности изложения материала, по возможности теснее увязывая его с практическими приложениями. Материал раздела электрических цепей, особенно нелинейных, тесно увязан с электроникой. В нем значительно сокращены вопросы, связанные с анализом сложных цепей. Сокращен объем глав, относящихся к магнитным цепям и трансформаторам, больше внимания уделено практическому использованию магнитных цепей и обоснованию основных эксплуатационных свойств трансформатора. В разделе «Электроизмерительные приборы и электрические измерения» более подробно рассмотрены современные методы измерений и измерительные приборы. В разделе «Электрические машины» введена новая глава «Основные физические явления в электрических машинах», на базе которой раскрывается принцип действия электрических машин. Существенно расширен раздел «Электропривод». В нем освещены вопросы механики приводов, выбора двигателей и принципы автоматизированного управления электроприводом.

Авторы стремились раскрыть мировоззренческие вопросы преподавания электротехники. В ряде глав рассмотрены этапы развития электротехники, сделана попытка вскрыть типичные противоречия этого процесса, показать его диалектический характер.

Книга написана в соответствии с новой программой электротехнических дисциплин для неэлектротехнических специальностей.

Авторы благодарят рецензентов — коллективы кафедр электротехники, электроники и вычислительной техники Московского института тонкой химической технологии, общей электротехники Уральского политехнического института — преподавателей кафедры общей электротехники МЭИ, а также кафедр других вузов страны за высказанные пожелания, направленные на улучшение содержания книги.

Авторы с благодарностью примут все критические замечания и пожелания, которые просят направлять по адресу: 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14, издательство «Высшая школа».

*Авторы*

Жизнь современного общества невозможно представить без применения электрической энергии. Все, что необходимо для удовлетворения материальных и духовных потребностей человека: жилище, одежда, пища, промышленные товары, средства транспорта, получение и передача информации — осуществляется с помощью электроэнергии.

Развитие электротехники — области науки и техники, использующей электрические и магнитные явления для практических целей, — наглядно отражает характерные противоречия научно-технического прогресса, тесную взаимосвязь научно-технических проблем с социальными, экономическими и экологическими проблемами. Поэтому изучение электротехники играет важную роль в формировании научного марксистско-ленинского мировоззрения студентов.

Успехи современной электротехники явились результатом огромных творческих усилий ученых и инженеров разных стран в исследовании электрических и магнитных явлений с целью их практического применения. Значительный вклад в развитие электротехники был сделан русскими учеными и инженерами.

История электротехники определяется почти двумя столетиями своего развития. После изобретения первого электрохимического источника электрической энергии (1800) началось изучение свойств электрического тока, были установлены основные законы электрических цепей, созданы разнообразные конструкции электрических машин и приборов, электрические и магнитные явления стали использовать для практических целей. Однако до 70-х годов XIX в. широкое применение электрической энергии было невозможно из-за отсутствия надежных и экономичных генераторов.

Развитие промышленного производства, рост городов и торговли вызвали необходимость создания более совершенных источников света. Электрическое освещение явилось первым массовым энергетическим применением электрической энергии, оно способствовало интенсификации развития электротехнической промышленности. В 70—80-х годах XIX в. электротехника превращается в самостоятельную отрасль науки и техники, начинается становление электроэнергетики. Но дальнейшее расширение практических применений электрической энергии требовало изыскания более экономичных и эффективных способов ее производства и распределения, а также создания простых и надежных электродвигателей, удовлетворяющих требованиям промышленного электропривода.

Комплексное решение указанных научно-технических проблем оказалось возможным лишь на базе многофазных, в частности трехфазных, систем, разработанных в самом начале 90-х годов XIX в. и положивших начало становлению электрификации — нового современного этапа развития электротехники\*. Электрическая энергия

---

\* Более подробно развитие отдельных направлений электротехники рассмотрено в соответствующих главах.

начинает все шире использоваться в промышленности, сельском хозяйстве, на транспорте и в быту.

Электрификация определяет степень развития производительных сил, темпы научно-технического прогресса, интенсификацию общественного производства.

С развитием электрификации тесно связаны также важнейшие социально-экономические изменения в обществе. К. Маркс и Ф. Энгельс впервые указали на революционизирующую роль электричества в развитии производительных сил. Развивая учение К. Маркса и Ф. Энгельса, В. И. Ленин научно обосновал роль электрификации в восстановлении и развитии народного хозяйства и создании социалистической экономики нашей страны. Ленинский план электрификации России — ГОЭЛРО, названный В. И. Лениным второй программой партии, обеспечил превращение Советского государства в мощную индустриальную державу.

В развитии электрификации важная роль принадлежит советской молодежи, комсомолу. Выступая на III съезде комсомола в 1920 г., В. И. Ленин подчеркивал необходимость овладения не только знаниями об электричестве, но и умением технически приложить его и к промышленности, и к земледелию, ко всем отраслям народного хозяйства. С первых дней Советской власти наша молодежь активно участвует в строительстве электростанций, претворении в жизнь ленинского плана электрификации.

В отсталой дореволюционной России электротехника развивалась довольно медленно. За годы Советской власти наша страна превратилась в мощную индустриальную державу. Электротехника и электроэнергетика стали ведущими отраслями народного хозяйства.

Отечественная электротехническая промышленность выпускает разнообразную продукцию, соответствующую высоким мировым стандартам: изготовлены крупнейший в мире турбогенератор мощностью 1200 МВт и гидрогенераторы мощностью до 800 МВт, трансформаторы мощностью свыше 1 млн. кВА на напряжения 750 и 1250 кВ, выпускаются асинхронные и синхронные двигатели мощностью от 100 до 5000 кВт. В одиннадцатой пятилетке начало сооружаться уникальное электрооборудование для строящихся линий электропередачи постоянного тока напряжением 1150 кВ. Внедрение новейших типов силовой полупроводниковой техники вызвало важные качественные сдвиги в развитии электроэнергетики.

В последние годы развитие электротехники и электроэнергетики осуществляется в соответствии с Основными направлениями экономического и социального развития СССР на 1981—1985 годы и на период до 1990 года, одобренными XXVI съездом КПСС.

К концу десятой пятилетки общая мощность всех электростанций страны достигла 267 млн. кВт, а выработка электроэнергии — 1295 млрд. кВт·ч. В одиннадцатой пятилетке будут построены новые электростанции общей мощностью около 70 млн. кВт, в том числе АЭС мощностью 21,3 млн. кВт, ГЭС мощностью 17,2 млн. кВт и ТЭС мощностью более 30 млн. кВт. СССР уже около полувека занимает первое место в мире по темпам развития теплофикации, что обусловлено

социалистической системой народного хозяйства. В одиннадцатой пятилетке будут сооружаться мощные АЭС для теплоснабжения крупных городов.

Характерной особенностью развития советской электроэнергетики является концентрация и централизация производства и распределения электроэнергии. Созданная в СССР Единая энергетическая система не имеет себе равных по охвату гигантской территории, составляющей 10 млн. км<sup>2</sup>. Мощность всех электростанций ЕЭС СССР в 1980 г. составила 223 млн. кВт, а выработка электроэнергии — более 1150 млрд. кВт·ч, т. е. более 80% всей выработанной электроэнергии в стране. В 1985 г. электростанции СССР будут вырабатывать 1555 млрд. кВт·ч, что на 20% превысит уровень 1980 г.

Политбюро ЦК КПСС была рассмотрена и одобрена энергетическая программа СССР на длительную перспективу, предусматривающая обеспечение решения основной стратегической задачи долгосрочного экономического развития страны — перестройки экономики с целью ее скорейшего перевода на интенсивный и энергосберегающий путь развития. Программа направлена на улучшение структуры энергобаланса страны, ускоренное развитие атомной энергетики, поиск новых источников энергии; программой предусматривается создание надежной системы энергосбережения и ресурсосбережения.

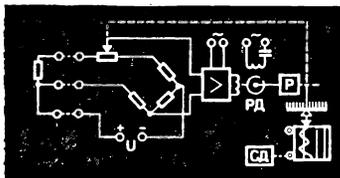
В соответствии с решениями XXVI съезда КПСС Госкомитетом по науке и технике совместно с Госпланом СССР и Академией наук СССР разработано на ближайшее десятилетие 170 крупнейших государственных научно-технических программ, часть которых предусматривает широкий круг исследований и разработок в области энергетики и электротехники. Реализация этих программ только в одиннадцатой пятилетке позволит наряду с созданием новых технических средств, технологических процессов и материалов сберечь более 50 млн. т условного топлива и 14 млрд. кВт·ч электроэнергии.

В решениях XXVI съезда КПСС и последующих Пленумов ЦК КПСС подчеркивается, что в современных условиях, как никогда ранее, ученые и инженеры в процессе своей творческой деятельности должны добиваться максимального коренного народнохозяйственного эффекта, проявляя социалистическую предприимчивость и инициативу. Об этом должен помнить и студент, который в ближайшие годы готовится стать в ряды молодых советских специалистов.

Одним из важнейших направлений современного научно-технического прогресса является возможность развития на основе электрификации комплексной механизации и автоматизации производства, включающей внедрение новейших систем машин, оборудования и приборов с применением микропроцессорных средств и микроЭВМ и создание на этой базе автоматизированных предприятий и технологических комплексов.

Все эти проблемы невозможно решить без глубокого знания электротехники. Владение основами электротехнических знаний позволит будущему инженеру наиболее эффективно применять разнообразные электротехнические устройства и приборы в различных отраслях народного хозяйства.

# Электрические цепи



## ГЛАВА 1

### ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### § 1.1. Становление и начальное развитие электротехники

Как отмечалось во «Введении», первая половина XIX в. характеризуется становлением и начальным развитием электротехники.

Открытие электрического тока и изучение его свойств относится к началу XIX в., когда А. Вольта был создан первый электрохимический источник постоянного тока — вольтов столб (1799). В первой четверти XIX в. благодаря многочисленным исследованиям ученых разных стран, среди которых особое место занимают труды выдающегося русского электротехника академика В. В. Петрова, были открыты и в значительной степени изучены химические, тепловые и световые действия тока. Исключительно важное значение имело открытие и исследование магнитных действий тока (Эрстед, Ампер, Био и Савар и др.). А. М. Ампер в 1825—1827 гг. опубликовал результаты своих работ, которые привели к разработке основ электродинамики; им же впервые был предложен термин «электрический ток». К этому времени относится установление Г. С. Омом (1827) закона электрической цепи, носящего его имя.

Открытие явления электромагнитной индукции (М. Фарадей, Д. Генри, 1831) и закона Ленца (1832) положило начало разработке разнообразных конструкций электрических машин и электроизмерительных приборов. Важную роль для анализа электрических цепей имело установление законов Кирхгофа (1845—1847) и доказательство теоремы об эквивалентном активном двухполюснике (1853).

Широкое практическое применение электрической энергии в первой половине XIX в. было невозможно из-за отсутствия надежного и экономичного генератора. В это время наиболее распространенными источниками постоянного электрического тока являлись гальванические батареи, которые были громоздкими, а их э. д. с. вследствие явления поляризации с течением времени заметно уменьшались. Что касается неэнергетических применений, не требующих значи-

тельных затрат электроэнергии, таких, как телеграфия, электрическое взрывание мин, дистанционное управление, то именно они положили начало практическому использованию электрической энергии постоянного тока.

Первым электротехническим устройством, получившим заметное распространение, был электромагнитный телеграф, разработанный русским электротехником П. Л. Шиллингом в 1828—1832 гг. По мере развития электромагнитной телеграфии совершенствовались источники питания, электроизоляционная техника, создавались разнообразные приборы и приспособления, методы электрических измерений, различные автоматические электротехнические устройства.

Таким образом, расширение неэнергетических применений электрической энергии постоянного тока сыграло значительную роль в стаповлении и развитии электротехники. В рассматриваемый период разрабатываются автоматические устройства для контроля некоторых производственных процессов, регистрации малых промежутков времени, создается ряд схем дистанционного управления.

В 30—70-х годах XIX в. были разработаны разнообразные конструкции двигателей постоянного тока, и некоторые из них получили практическое применение, когда это было экономически оправданным. Исследования процессов и опыт эксплуатации более совершенных двигателей постоянного тока, имеющих хорошие рабочие характеристики, также способствовали становлению электротехники, в частности электромеханики.

Электрическое освещение было первым массовым применением электрической энергии. Развитие электрического освещения, как и любой другой важной отрасли техники, было исторически обусловлено. Вполне естественно было стремление ученых и инженеров использовать для освещения известные ранее явления электрической дуги и накаливания тонких проволок электрическим током. Еще в 1802 г. выдающийся русский ученый-электротехник В. В. Петров, открывший явление электрической дуги, впервые указал на возможность использования ее для освещения, подчеркнув, что ярким пламенем дуги «темный покой довольно ярко освещен быть может».

В 50—70-х годах XIX в. было разработано несколько конструкций дуговых электрических ламп, снабженных специальными автоматическими регуляторами для регулирования расстояния между электродами (по мере их сгорания). Были разработаны регуляторы, обмотки реле которых включались либо последовательно, либо параллельно с дугой; позднее были предложены дифференциальные регуляторы (с последовательно-параллельным включением обмоток). Наиболее совершенным дифференциальным регулятором был электромашиный регулятор известного русского электротехника В. Н. Чиколева. Обмотки этого регулятора служили обмотками возбуждения электрического двигателя. Но наиболее простой и экономичной оказалась электрическая свеча П. Н. Яблочкова (см. гл. 2).

Наряду с электрическим освещением получает все большее распространение еще одна область энергетического применения электроэнергии — промышленная электрохимия. Развитие электрохимии свя-

зано с изобретением Б. С. Якоби гальванопластики и гальваностегии (1838), получившими широкое применение в полиграфии, строительной технике и других отраслях. Начинается сооружение крупных гальванотехнических промышленных предприятий, которые нуждались в большом количестве электрической энергии.

В 70-х годах XIX в. начали сооружаться электрические «домовые» или блок-станции, обслуживающие отдельные крупные объекты — фабрики, заводы, здания общественного пользования. В 1882 г. была построена первая центральная электростанция (Нью-Йорк). В России первые электростанции постоянного тока общественного пользования были построены в Петербурге (1883) и в Москве (1888). В качестве стандартного напряжения в установках постоянного тока было принято 110 В, что обеспечивало горение двух последовательно включенных дуговых ламп. Однако радиус электроснабжения, определяемый допустимыми потерями напряжения в сети, был ограничен, поэтому первые электрические станции строились вблизи центральных районов больших городов (например, Московская электростанция была сооружена в Георгиевском переулке около здания дворянского собрания — ныне Дом Союзов).

По мере расширения числа потребителей электроэнергии все более обострились противоречия, связанные с применением постоянного тока. Электростанции, расположенные в центре города, было затруднительно снабжать топливом и водой и, кроме того, стоимость земельных участков для их сооружения была чрезвычайно высока. Было совершенно очевидно, что экономически целесообразным является сооружение электростанций в местах дешевого получения топлива близ угольных месторождений или полноводных рек.

Теоретические исследования — Д. А. Лачинов (1880) и М. Депре (1882) — показали, что экономичность передачи электроэнергии на значительные расстояния возрастает при повышении напряжения. Но технические возможности того времени не позволяли еще изготовлять генераторы высокого напряжения. Главная же трудность заключалась в невозможности трансформации постоянного тока. Поэтому ученые и инженеры все больше начинают исследовать возможности использования переменного тока для целей электроснабжения.

Однако дальнейшее развитие электроэнергетики и электротехники показало, что в ряде отраслей промышленного производства применение энергии постоянного тока более целесообразно. К ним относятся электротехнологические установки, в частности электрохимические. Хорошие рабочие характеристики двигателей постоянного тока обеспечили им широкое применение на транспорте и в специализированном электроприводе. Во многих областях техники используются источники постоянного напряжения различной мощности. По мере роста напряжения и протяженности линий электропередачи была установлена экономическая целесообразность и надежность электропередачи высокого напряжения на постоянном токе. Впервые на это указал М. О. Доливо-Добровольский в своем докладе «О границах применения переменных токов для передачи энергии на боль-

шие расстояния» (1918). Жизнь подтвердила прозорливость этого поистине гениального инженера. В СССР первая мощная линия электропередачи постоянного тока напряжением 800 кВ Волжская ГЭС — Донбасс (длиной 473 км) была введена в действие в 1961 г. Как отмечалось во «Введении», в одиннадцатой пятилетке будут сооружены линии электропередачи постоянного тока напряжением 1500 кВ протяженностью около 2500 км.

## § 1.2. Области применения электротехнических устройств постоянного тока

Как известно, электрическая энергия является основным видом энергии, с помощью которой осуществляется механическая работа, нагрев, освещение, химическое преобразование одних веществ в другие. Многие отрасли промышленности связаны с технологическим производством веществ, материалов и изделий, использующим электрохимические процессы, основой которых часто является постоянный ток. К таким процессам относится электролиз. Электролиз широко применяется в гальванотехнике, которая делится на гальванопластику — получение легко отделяющихся точных металлических копий различных объектов и гальваностегию — нанесение металлических покрытий из одних металлов на изделия из других металлов.

Постоянный ток широко используется на транспорте (электропоезда, трамваи, троллейбусы, рудничный транспорт), так как электродвигатели постоянного тока обладают хорошими возможностями для плавного регулирования частоты вращения ротора в широком диапазоне, что необходимо для транспортных средств, особенно для городского транспорта. В настоящее время на электрифицированных железных дорогах используется постоянное напряжение 750—1650 В, для трамваев — 550 В. Указанные преимущества двигателей постоянного тока обеспечивают их применение в подъемно-транспортных машинах, приводе прокатных станов. Постоянный ток используется также для освещения в шахтах, летательных аппаратах и в некоторых других случаях. Источники постоянного напряжения широко применяются для питания устройств автоматики, промышленной электроники и вычислительной техники.

Электрическая энергия постоянного тока может быть получена путем преобразования различных видов энергии: химической (гальванические элементы и аккумуляторы), механической (электромашинные генераторы постоянного тока), тепловой (термоэлектрогенераторы), лучистой, например световой (кремниевые фотодиоды, солнечные батареи). На рис. 1.1, *a* — *г* показаны различные источники постоянного тока (их условные графические обозначения). Кроме перечисленных источников постоянного тока могут служить выпрямители-преобразователи переменного напряжения в постоянное.

Электрическая энергия постоянного тока может преобразовываться в другие виды энергии: механическую (электрические двигатели по-

стоянного тока), химическую (установки электролиза, зарядки аккумуляторов), тепловую (электрические печи, нагреватели), световую (лампы накаливания, газоразрядные лампы, светодиоды и др.). На рис. 1.2, *a* — *г* приведены примеры преобразователей электрической

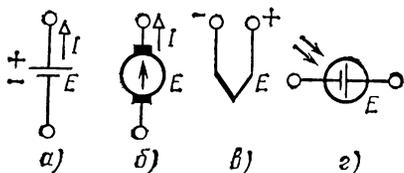


Рис. 1.1. Обозначения источников электрической энергии постоянного тока на схемах:

*a* — гальванических элементов и аккумуляторов; *б* — генераторов постоянного тока; *в* — термопар; *г* — солнечных фотоэлементов

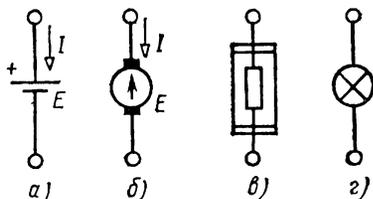


Рис. 1.2. Обозначения приемников электрической энергии на схемах: *a* — аккумуляторов при зарядке; *б* — двигателей постоянного тока; *в* — электрических печей; *г* — ламп накаливания

энергии в другие виды энергии (их условные графические обозначения).

Электротехнические устройства, производящие электрическую энергию, называются генерирующими устройствами или источниками электрической энергии, а устройства, потребляющие ее, — приемниками или потребителями электрической энергии.

### § 1.3. Электрическая цепь и ее элементы

Энергетические процессы, происходящие в электротехнических устройствах, как правило, очень сложны, они связаны с созданием электромагнитных полей или изменением величин, характеризующих эти

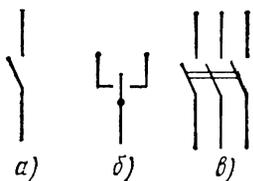


Рис. 1.3. Обозначения коммутационных устройств на схемах:

*a* — однополюсного выключателя; *б* — переключателя; *в* — трехфазного рубильника

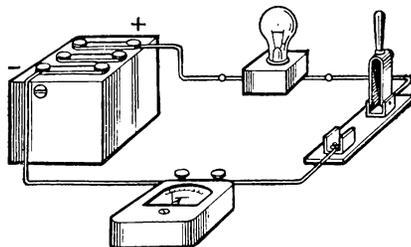


Рис. 1.4. Простейшая электрическая цепь постоянного тока

поля. Для их описания требуется привлечение векторных электрических и магнитных величин, характеризующих электромагнитные поля: напряженности электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей, магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , плотности электрического тока  $\mathbf{J}$  и др. В последующих главах книги будут рассмотрены электромагнитные процессы ряда электротехнических устройств: электрических машин, аппаратов и приборов. Без такого рассмотрения нельзя понять принцип работы

этих устройств. Однако во многих случаях основные характеристики электротехнических устройств могут быть получены и описаны с помощью известных из курса физики интегральных понятий (скалярных величин): тока, электродвижущей силы (э. д. с.), напряжения. При таком описании совокупность электротехнических устройств рассматривают как электрическую цепь, состоящую из источников и приемников электрической энергии, характеризуемых э. д. с.  $E$ ,

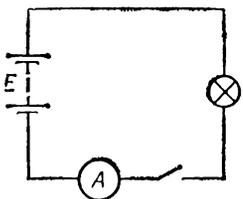


Рис. 1.5. Схема электрической цепи, изображенной на рис. 1.4

значения некоторых типов коммутационных элементов электрической цепи. Кроме этих элементов в электрическую цепь могут включаться электрические приборы для измерения тока, напряжения, мощности. На рис. 1.4 показана простейшая электрическая цепь постоянного тока, состоящая из аккумуляторной батареи (источник), электрической лампы накаливания (приемник), выключателя, амперметра и соединительных проводов. Пользуясь стандартными условными графическими обозначениями элементов цепи, можно изобразить схему электрической цепи, представленную на рис. 1.5.

током  $I$ , напряжением  $U$  и электрическим сопротивлением постоянному току  $R$  (для электротехнических устройств постоянного тока). Источники и приемники электрической энергии, являющиеся основными элементами электрической цепи, соединяют проводами для обеспечения замкнутого пути для электрического тока. Для включения и отключения электротехнических устройств применяют коммутационную аппаратуру (выключатели, рубильники, тумблеры). На рис. 1.3,  $a$  —  $b$  показаны условные обозначения

#### § 1.4. Схемы замещения электрических цепей

Основными характеристиками элементов электрических цепей являются зависимости их напряжения от тока. Такие зависимости называют в о л т - а м п е р н ы м и х а р а к т е р и с т и к а м и (в. а. х.).

Элементы электрической цепи делятся на активные и пассивные. Все источники электрической энергии являются активными элементами, они характеризуются определенным значением э. д. с. Приемники электрической энергии могут быть как пассивными, так и активными.

П а с с и в н ы м и называют приемники, в которых не возникает э. д. с. Вольт-амперные характеристики пассивных элементов проходят через начало координат — в отсутствие напряжения ток этих элементов равен нулю. Пассивные элементы характеризуются электрическим сопротивлением, которое у некоторых приемников зависит от приложенного напряжения, а у других не зависит. В первом случае приемники имеют нелинейные в. а. х. (рис. 1.6,  $a$ ), поэтому их называют н е л и н е й н ы м и э л е м е н т а м и (выпрямительные диоды, стабилитроны и др.). Анализ электрических цепей с нелинейными элементами будет дан в гл. 5. В этой главе рассматриваются

линейные элементы электрической цепи, вольт-амперные характеристики которых имеют вид, показанный на рис. 1.6, б. Сопротивление линейных элементов не зависит от напряжения. Строго говоря, таких приемников на практике не существует, так как при изменении напряжения изменяется ток, а следовательно, температура приемника, поэтому с изменением температуры будет изменяться и сопротивление проводника. Однако во многих случаях эти изменения сопротивления в заданном диапазоне изменения тока столь незначительны, что их можно не учитывать. К таким приемникам относят резисторы, реостаты и некоторые другие электротехнические устройства, работающие в определенных условиях. Пассивный приемник, у которого сопротивление принимается неизменным, называют п а с с и в н ы м л и н е й н ы м э л е м е н т о м э л е к т р и ч е с к о й ц е п и. Зависимость напряжения от тока в таком элементе определяется законом Ома:  $U=RI$ , где  $R$  — сопротивление элемента.

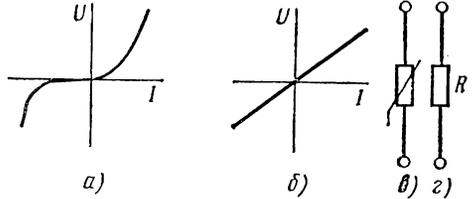


Рис. 1.6. Нелинейная (а) и линейная (б) вольт-амперные характеристики приемников, условные обозначения нелинейного (в) и линейного (г) резистивных элементов

При анализе электрических цепей очень часто интересуются лишь значениями токов, напряжений и мощностей, т. е. электрическим состоянием цепи. В этих случаях нет необходимости учитывать конкретное устройство пассивного приемника, важно знать лишь его параметр — сопротивление  $R$ . При таком анализе электрическую цепь заменяют схемой замещения, элементы которой соответствуют элементам цепи. При этом пассивный приемник заменяется резистивным элементом с изменяющимся сопротивлением (нелинейный элемент) или обладающим постоянным сопротивлением  $R$ , равным сопротивлению приемника (линейный элемент). Условные графические обозначения нелинейного и линейного резистивных элементов приведены соответственно на рис. 1.6, в, г.

Вольт-амперные характеристики источников электрической энергии, которые часто называют внешними характеристиками, также могут быть нелинейными и линейными (рис. 1.7, а, б). У большинства источников электрической энергии напряжение на их зажимах с ростом тока уменьшается за счет падения напряжения

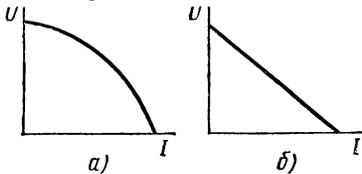


Рис. 1.7. Нелинейная (а) и линейная (б) внешние характеристики источников электрической энергии

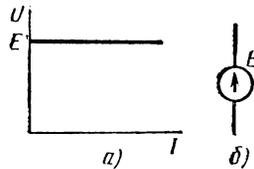


Рис. 1.8. Вольт-амперная характеристика (а) и условное обозначение (б) идеального источника  $\mathcal{E}$ . д. с.

к а м и, также могут быть нелинейными и линейными (рис. 1.7, а, б). У большинства источников электрической энергии напряжение на их зажимах с ростом тока уменьшается за счет падения напряжения

на внутреннем сопротивлении  $R_{вт}$ . Однако у некоторых из них внутреннее сопротивление настолько мало, что при определенных изменениях тока напряжение практически остается неизменным, равным напряжению холостого хода  $U_x$ , которое, в свою очередь, равно э. д. с.  $E$ . Таким источникам электрической энергии на схемах замещения соответствуют идеальные источники э. д. с. В. а. х. идеального источника э. д. с. приведена на рис. 1.8, а, а его условное графическое обозначение — на рис. 1.8, б. Поскольку напряжение источника в этом случае является неизменным ( $U=E$ ), на схемах замещения вместо источника э. д. с. часто показывают зажимы, к которым приложено напряжение  $U$ .

Внешняя характеристика реального источника электрической энергии (см. рис. 1.7) математически может быть описана уравнением

$$U = E - R_{вт} I. \quad (1.1)$$

Если считать постоянными э. д. с.  $E$  и внутреннее сопротивление  $R_{вт}$ , то этому уравнению соответствует схема замещения источника электрической энергии, состоящая из последовательно соединенных идеальных элементов: резистивного элемента с сопротивлением  $R_{вт}$  и источника э. д. с.  $E$  (рис. 1.9, а).

Если к рассматриваемому источнику электрической энергии подключен пассивный приемник с линейной в. а. х., например нагрузочный резистор с сопротивлением  $R_n$ , то такую электрическую цепь

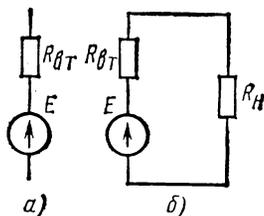


Рис. 1.9. Источник э. д. с. с внутренним сопротивлением (а) и схема замещения цепи, состоящей из последовательно соединенных источника электрической энергии и пассивного приемника (б)

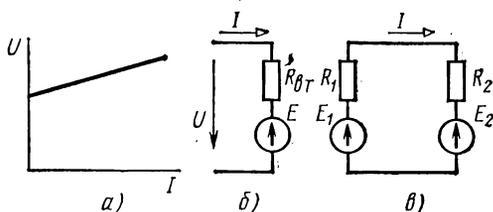


Рис. 1.10. Вольт-амперная характеристика (а) и схема замещения (б) активного приемника; схема замещения цепи, состоящей из последовательно соединенных источника электрической энергии и активного приемника (в)

можно представить в виде схемы замещения, состоящей из последовательно соединенных идеального источника э. д. с.  $E$  и двух резистивных элементов с сопротивлениями  $R_{вт}$  и  $R_n$  (рис. 1.9, б).

Помимо пассивных в электротехнике часто применяют активные приемники, к которым относятся электрические двигатели, аккумуляторы в процессе их зарядки и др. При работе таких приемников в них возникают противо-э.д.с. Приложенное к приемнику напряжение уравновешивает противо-э. д. с. и падение напряжения на внутреннем сопротивлении  $R_{вт}$ . В. а. х. активного приемника изображена

на рис. 1.10, а и может быть математически описана уравнением

$$U = E + R_{\text{вт}} I. \quad (1.2)$$

Этому уравнению соответствует схема замещения, приведенная на рис. 1.10, б. Схема замещения цепи, состоящей из последовательно соединенных источника электрической энергии и активного приемника, изображена на рис. 1.10, в. Поскольку схемы замещения соответствуют математическому описанию реальных электрических цепей с определенными свойствами, их иногда называют математическими моделями электрических цепей.

Применяя схемы замещения реальных электрических цепей, пользуются научными абстракциями, которые, как известно из курса марксистско-ленинской философии, позволяют, отвлекаясь от конкретных свойств объектов, выделить наиболее важные для раскрытия сущности какого-либо процесса или явления. Схемы замещения отображают свойства электрической цепи при определенных условиях. Одной и той же электрической цепи может соответствовать несколько различных схем замещения.

В схемах замещения электрических цепей используют универсальные обозначения источников и приемников электрической энергии независимо от вида энергии, преобразуемой в электрическую в источниках электрической энергии, и от вида энергии, в которую преобразуется электрическая энергия в приемниках. Следовательно, вместо многочисленных условных графических обозначений источников и приемников электрической энергии (см. рис. 1.1 и 1.2) в схемах замещения применяют единые обозначения источников э. д. с. и линейных резистивных элементов (см. рис. 1.8, б и 1.6, в, г). Резистивный элемент в схеме замещения учитывает любой элемент электрической цепи, в котором происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в другой вид энергии.

Рассмотренные схемы замещения электрических цепей, состоящие из источников э. д. с. и резистивных элементов, не являются единственными. Действительно, внешняя характеристика источника электрической энергии, нагруженного на пассивный приемник с сопротивлением  $R_{\text{вт}}$ , характеризуется не только наибольшим напряжением  $U_x = E$ , но и наибольшим током, который возникает в цепи в режиме короткого замыкания, т. е. при  $R_{\text{вт}} = 0$ . При этом ток в цепи, называемый током короткого замыкания, ограничивается лишь внутренним сопротивлением источника:

$$I_{\text{к}} = E/R_{\text{вт}}. \quad (1.3)$$

Если внутреннее сопротивление  $R_{\text{вт}}$  источника электрической энергии много больше сопротивления пассивного приемника (нагрузочного резистора)  $R_{\text{н}}$ , т. е.  $R_{\text{вт}} \gg R_{\text{н}}$ , то ток источника при изменении  $R_{\text{н}}$  остается практически неизменным. Такой источник характеризуется внешней характеристикой, приведенной на рис. 1.11, а. Источник электрической энергии с неизменным значением тока называется идеальным источником тока, его внутреннее сопротивление считается бесконечно большим. Условное графическое обо-

значение идеального источника тока приведено на рис. 1.11, б. Если внутреннее сопротивление  $R_{вт}$  источника электрической энергии соизмеримо с сопротивлением нагрузочного резистора  $R_{н}$ , то схема замещения такого источника может быть составлена из идеального источника тока  $J$  и резистивного элемента с сопротивлением  $R_{вт}$ .

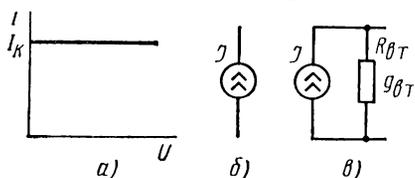


Рис. 1.11. Внешняя характеристика (а), условное обозначение идеального источника тока (б) и схема источника тока с внутренней проводимостью  $g_{вт}$  (в)

Для получения схемы замещения преобразуем уравнение (1.1) для источника электрической энергии, разделив все его члены на  $R_{вт}$ :

$$U/R_{вт} = E/R_{вт} - I \quad (1.4)$$

или

$$I = I_k - U/R_{вт} = I_k - g_{вт}U,$$

где  $g_{вт}$  — электрическая проводимость источника.

Уравнению (1.4) соответствует схема замещения рис. 1.11, в, состоящая из параллельно соединенных идеального источника тока  $J = I_k$  и резистивного элемента с сопротивлением  $R_{вт}$  или проводимостью  $g_{вт}$ .

Необходимо отметить, что обе схемы замещения реальных источников электрической энергии (см. рис. 1.9, а и 1.11, в) являются эквивалентными (они имеют одну и ту же вольт-амперную характеристику) с точки зрения токов, напряжений и мощностей во внешних участках электрической цепи. Мощности же внутри источников э. д. с. и токов в общем случае не равны, они равны лишь в случае равенства внутреннего сопротивления источника и сопротивления нагрузочного устройства, т. е. при  $R_{вт} = R_{н}$ .

Пользуясь такими идеализированными представлениями, как «источник тока» и «источник э. д. с.», мы основываемся на указаниях В. И. Ленина о раздвоении единого с целью его познания и вскрытия причинно-следственных связей между различными явлениями. Так, при использовании понятия «источник тока» ток рассматривается как причина, а напряжение как следствие, а во втором случае — наоборот.

Для однозначности описания процессов, происходящих в каком-либо элементе цепи, необходимо знать не только значения его тока и напряжения, но также их направления в каждом элементе. Стрелки, поставленные на схемах замещения, указывают положительные направления э. д. с., напряжений и токов, т. е. такие направления, для которых значения обозначенных величины положительны. Из физики известно, что за положительное направление тока принято направление движения положительных зарядов, за положительное направление э. д. с. — направление действия сторонних сил на положительный заряд, за положительное направление напряжения — направление убывания потенциала. Так как положительные заряды внутри источника движутся в направлении сторонних сил, а в приемнике — в направлении убывания потенциала, то положительные направления тока и э. д. с. источника тока и напряжения приемника совпадают.

Положительное направление напряжения на внешних зажимах источника противоположно положительному направлению тока источника.

### § 1.5. Топологические понятия теории электрических цепей

При анализе работы многих электротехнических устройств приходится иметь дело со сложными электрическими цепями, схемы замещения которых содержат как активные, так и пассивные элементы. Основными топологическими понятиями теории электрических цепей являются ветвь, узел, контур, двухполюсник, четырехполюсник, граф схемы электрической цепи, дерево и связь графа схемы.

Ветвь называют участок электрической цепи с одним и тем же током. Ветвь может состоять из одного пассивного или активного

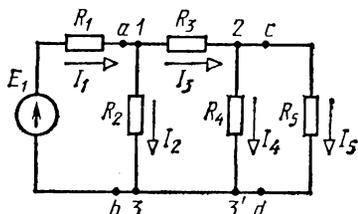


Рис. 1.12. Схема замещения разветвленной электрической цепи с одним источником электрической энергии

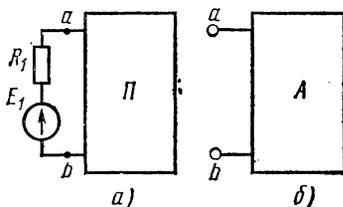


Рис. 1.13. Пассивный (а) и активный (б) двухполюсники

элемента, а также может представлять собой последовательное соединение нескольких элементов. На рис. 1.12 в качестве примера приведена схема замещения разветвленной электрической цепи с пятью ветвями.

Узлом называют место соединения трех и более ветвей. Различают понятия геометрического и потенциального узлов. Так, на схеме рис. 1.12 имеется четыре геометрических и три потенциальных узла. Геометрические узлы  $z$  и  $z'$ , имеющие одинаковые потенциалы, могут быть объединены в один потенциальный узел.

Контуром называют замкнутый путь, проходящий через несколько ветвей и узлов разветвленной электрической цепи, например контур  $1 - R_3 - 2 - R_4 - 3' - 3 - E_1 - R_1$  на рис. 1.12.

Двухполюсником называют часть электрической цепи с двумя выделенными зажимами — полюсами. Например, часть цепи с зажимами  $a$  и  $b$  (рис. 1.12) может быть представлена двухполюсником, который изображают в виде прямоугольника с буквой  $\Pi$

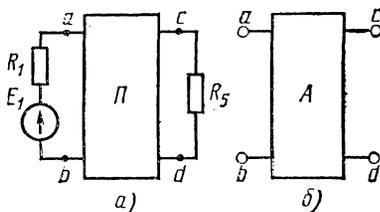


Рис. 1.14. Пассивный (а) и активный (б) четырехполюсники

(рис. 1.13, *a*). Буква  $\Pi$  означает пассивный двухполюсник, в котором отсутствуют активные элементы. Если двухполюсник содержит активные элементы, то его называют активным (рис. 1.13, *б*).

Четырехполюсником называют часть электрической цепи, имеющую две пары зажимов, которые могут быть входными ( $a$  и  $b$  на рис. 1.12) или выходными ( $c$  и  $d$  на рис. 1.12). Так же, как и двухполюсники, четырехполюсники могут быть пассивными (рис. 1.14, *a*) и активными (рис. 1.14, *б*). Четырехполюсник является частным случаем многополюсника, под которым понимают часть электрической цепи, имеющую более двух выделенных зажимов.

В ряде случаев при анализе электрических цепей бывает удобно, отвлекаясь от физической сущности элементов цепи, изобразить ее схему в виде графа, в котором ветви представлены отрезками (ветвями графа), а узлы — точками (узлами графа).

Таким образом, граф имеет такое же количество ветвей, узлов и контуров, как и исходная электрическая цепь. На рис. 1.15 приведен граф схемы цепи, изображенной на рис. 1.12. Этот граф имеет пять ветвей и три узла (1, 2 и 3).

Важным топологическим понятием является дерево графа, под которым понимают любую совокупность ветвей графа, соединяющих все узлы графа без образо-

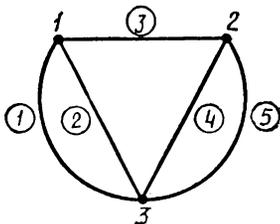


Рис. 1.15. Граф схемы электрической цепи, приведенной на рис. 1.12

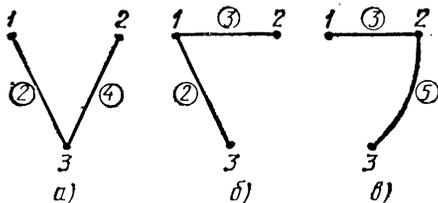


Рис. 1.16. Деревья графа, приведенного на рис. 1.15

вания контуров. Для заданного графа можно построить несколько деревьев, например для графа рис. 1.15 — деревья, изображенные на рис. 1.16, *a—в*. Нетрудно показать, что количество ветвей дерева всегда на единицу меньше количества узлов данного графа. Для любого дерева графа всякая новая ветвь, добавленная к нему, образует замкнутый контур (иначе эта ветвь принадлежала бы к числу ветвей дерева). Ветвь графа, не принадлежащую дереву графа, называют ветвью графа.

### § 1.6. Применение законов Кирхгофа для описания электрического состояния цепей постоянного тока

Основными законами, используемыми для анализа и расчета электрических цепей, являются первый и второй законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа является следствием закона сохранения заряда, согласно которому в любом узле заряд одного знака не может ни накапливаться, ни убывать. Согласно первому закону Кирхгофа алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I = 0. \quad (1.5)$$

При этом токи, направленные от узла, следует брать со знаком плюс, а токи, направленные к узлу, — со знаком минус.

Второй закон Кирхгофа является следствием закона сохранения энергии, в силу которого изменение потенциала в замкнутом контуре равно нулю. Изменение потенциала между двумя точками участка цепи характеризуется разностью потенциалов, которую можно измерить вольтметром. В электротехнике разность потенциалов между двумя любыми точками цепи принято называть напряжением. Поэтому согласно второму закону Кирхгофа алгебраическая сумма напряжений всех участков замкнутого контура равна нулю:

$$\sum U = 0. \quad (1.6)$$

Применительно к схемам замещения с источниками э.д.с. второй закон Кирхгофа можно формулировать таким образом: алгебраическая сумма напряжений на резистивных элементах замкнутого контура равна алгебраической сумме э.д.с., входящих в этот контур!

$$\sum RI = \sum E. \quad (1.6a)$$

При составлении уравнений (1.6) и (1.6a) слагаемые берут со знаком плюс в случае, когда направление обхода контура совпадает с направлением соответственно напряжения, тока или э.д.с., в противном случае слагаемые берут со знаком минус.

Анализ и расчет любой электрической цепи можно провести на основании применения первого и второго законов Кирхгофа. Рас-

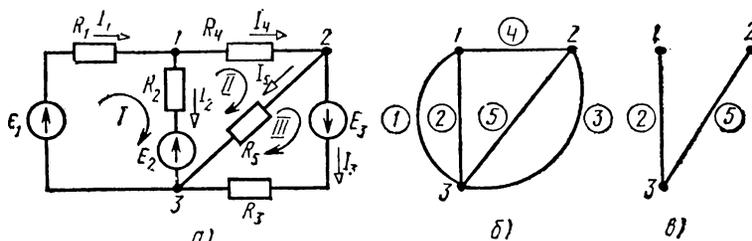


Рис. 1.17. Схема замещения электрической цепи с несколькими источниками э. д. с, (а), граф схемы цепи (б) и дерево графа (в)

смотрим применение законов Кирхгофа для определения токов ветвей цепи (рис. 1.17, а), если сопротивления и э.д.с. всех элементов известны.

Рекомендуется следующий порядок составления уравнений по законам Кирхгофа: определяют число ветвей, узлов и независимых контуров, устанавливают число независимых уравнений по первому закону Кирхгофа, остальные уравнения составляют по второму закону Кирхгофа.

Для определения неизвестных токов в ветвях необходимо составить уравнения по первому и второму законам Кирхгофа, количество которых должно быть равно количеству неизвестных токов. По первому закону Кирхгофа можно составить  $y-1$  независимых уравнений, где  $y$  — количество узлов цепи. Использовать все  $y$  уравнений невозможно, так как одно из них обязательно будет зависимым. Это

связано с тем, что токи ветвей войдут в уравнения, составленные для всех  $y$  узлов, дважды, причем с разными знаками, поскольку один и тот же ток направлен от одного узла (имеет знак плюс в уравнении) к другому узлу (имеет знак минус). При сложении всех уравнений левая и правая части будут равны нулю, а это означает, что одно из уравнений можно получить суммированием  $y-1$  уравнений и заменой знаков всех токов на противоположные. Таким образом,  $y$ -е уравнение всегда будет зависимым и поэтому использовать его для определения токов нельзя.

Количество уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, равно количеству ветвей любого дерева графа рассматриваемой цепи, так как количество ветвей дерева, как было указано в § 1.5, равно  $y-1$ .

Схема электрической цепи рис. 1.17, *a* имеет пять ветвей и три узла, поэтому по первому закону Кирхгофа для нее можно составить два независимых уравнения, например:

для узла *I*

$$-I_1 + I_2 + I_4 = 0, \quad (1.7)$$

для узла *2*

$$I_3 - I_4 + I_5 = 0. \quad (1.7a)$$

Граф рассматриваемой схемы цепи приведен на рис. 1.17, *б*. Любое дерево этого графа имеет  $y-1=2$  ветви, например дерево на рис. 1.17, *в*.

Количество уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа, должно быть равно количеству независимых контуров. Независимым называют контур, в который входит хотя бы одна новая ветвь.

Очевидно, что каждая связь графа образует новый (независимый) контур, поэтому количество независимых контуров равно количеству связей графа, т. е.  $c = n - (y-1)$ , где  $n$  — общее количество ветвей цепи. Граф схемы цепи рис. 1.17, *б* имеет  $n=5$  ветвей и  $c=3$  связи.

Для схемы цепи рис. 1.17, *a* надо составить три уравнения по второму закону Кирхгофа для трех независимых контуров. Примем направление обхода контуров по часовой стрелке. Тогда

для контура *I*

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 - E_2, \quad (1.8)$$

для контура *II*

$$-R_2 I_2 + R_4 I_4 + R_5 I_5 = E_2, \quad (1.8a)$$

для контура *III*

$$R_3 I_3 - R_5 I_5 = E_3. \quad (1.8б)$$

При составлении уравнений (1.8) — (1.8б) со знаком плюс записаны те слагаемые, в которых ток и э.д.с. имеют направления, совпадающие с направлением обхода контура.

Решая систему уравнений (1.7), (1.8), можно определить все пять неизвестных токов. Если в результате решения этих уравнений полу-

чатся отрицательные значения токов, то это означает, что истинные направления токов в ветвях цепи противоположны тем направлениям, для которых составлялись уравнения (1.7), (1.8).

Правильность расчета токов в ветвях электрической цепи может быть проверена с помощью уравнения баланса мощностей источников и приемников электрической энергии:

$$\sum EI = \sum RI^2, \quad (1.9)$$

в котором правая часть характеризует мощность пассивных приемников электрической энергии, а левая — мощность активных элементов цепи. При составлении уравнения баланса мощностей следует иметь в виду, что в левой его части со знаком плюс записываются те слагаемые, для которых направления э.д.с. и тока совпадают. Если же направления э.д.с. и тока противоположны, то соответствующие слагаемые записываются со знаком минус в левой части уравнения или со знаком плюс в правой его части, что соответствует мощности активного приемника электрической энергии.

### § 1.7. Основные принципы и свойства линейных электрических цепей

В основе анализа электрических цепей постоянного тока лежат несколько общих принципов, отражающих основные свойства линейных электрических цепей. Важнейшие из них используются в методах расчета и анализа электрических цепей. Эти методы описаны в последующих параграфах данной главы, а здесь рассмотрены основные свойства линейных электрических цепей и сформулированы принципы суперпозиции, компенсации и взаимности.

Основными свойствами линейных электрических цепей являются линейные соотношения между электрическими величинами (токами и напряжениями). Можно показать [12], что в любой электрической цепи, состоящей из линейных активных и пассивных элементов, при изменении одной из величин (э.д.с., напряжения, тока или сопротивления) ток любой ветви  $m$  линейно зависит от тока  $I_n$  или напряжения  $U_n$  другой ветви  $n$ :

$$I_m = a + bI_n, \quad (1.10)$$

$$I_m = c + dU_n. \quad (1.10a)$$

Аналогичные соотношения можно записать и для напряжения на любом элементе какой-либо ветви при изменении тока или напряжения другой ветви.

*Принцип суперпозиции (наложения) является одним из важнейших физических принципов, отражающих основное свойство линейных систем — независимость действия возбуждающих сил.* Этот принцип используется при рассмотрении явлений, возникающих под воздействием нескольких причин. В соответствии с этим принципом сложные явления подразделяются на более простые, в которых каждая причина действует независимо от других, а результаты воздействий, накладываясь один на другой, образуют суммарный эффект. При

анализе сложных электрических цепей принцип суперпозиции используется для того, чтобы воздействие нескольких источников электрической энергии на данный элемент цепи можно было рассматривать как результат воздействия на этот элемент каждого из источников в отдельности. Принцип суперпозиции применяется также для того, чтобы результат воздействия одной э.д.с. сложной формы можно было заменить воздействием составляющих э.д.с. более простых форм.

Принцип независимости действия возбуждающих сил относится к любой л и н е й н о й системе (механической, гидравлической, электрической), описываемой аналогичными системами алгебраических уравнений. На это впервые указал В. И. Ленин в своем труде «Материализм и эмпириокритицизм» (1909), где он писал: «Единство природы обнаруживается в поразительной аналогичности дифференциальных уравнений, относящихся к различным областям явлений» \*.

*Принцип компенсации заключается в том, что любой пассивный участок электрической цепи (ветвь или ее часть) с известным напряжением может быть заменен источником э.д.с. с тем же напряжением, а любая ветвь электрической цепи с известным током — источником тока того же значения.* Такие замены являются эквивалентными с точки зрения режима (значений токов и напряжений) остальной части электрической цепи. Принцип компенсации в ряде случаев облегчает расчет и анализ электрических цепей.

*Принцип взаимности, применимый для электрических цепей с одним источником электрической энергии, заключается в том, что если э.д.с.  $E$  ветви  $m$  цепи вызывает ток  $I_k$  в ветви  $k$ , то эта же э.д.с.  $E$ , действуя в ветви  $k$ , вызовет в ветви  $m$  ток  $I_m$ , равный току  $I_k$ .* Поясним этот принцип на примере схемы рис. 1.12. Э.д.с.  $E_1$  первой ветви создает в пятой ветви ток  $I_5$ . Если источник э.д.с. перенести из первой ветви в пятую, то ток  $I_1$  первой ветви будет равен току  $I_5$ , который возникал от источника э.д.с.  $E_1$ , находившегося в первой ветви. Этот принцип основан на свойстве обратимости линейных пассивных четырехполюсников (см. гл. 2), заключающемся в равенстве взаимных сопротивлений четырехполюсника, определяющих токи входной и выходной ветвей:

$$R_{15} = E_1/I_5 = R_{51} = E_5/I_1.$$

Кроме рассмотренных принципов и свойств линейные электрические цепи обладают свойством однозначности электрического состояния всех элементов.

### **§ 1.8. Эквивалентные преобразования пассивных участков электрических цепей**

В зависимости от назначения электрической цепи ее элементы (источники, приемники, вспомогательные элементы) могут соединяться различным образом. Существуют четыре основных вида соединений элементов: последовательное, параллельное, треугольником и звездой.

Последовательным называют соединение, при котором ток в каждом элементе один и тот же. При последовательном соединении  $n$  пассивных элементов цепи схема замещения с  $n$  резистивными элементами (рис. 1.18, а) может быть заменена эквивалентной схемой с одним резистивным элементом (рис. 1.18, б). Для этих схем по второму закону Кирхгофа можно написать уравнения

$$U_1 + U_2 + \dots + U_n = U \quad (1.11)$$

или

$$R_1 I + R_2 I + \dots + R_n I = R_{\text{эк}} I, \quad (1.11a)$$

из которых следует, что

$$R_{\text{эк}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (1.12)$$

и

$$I = U/R_{\text{эк}}. \quad (1.12a)$$

Последовательное соединение приемников используют обычно только в случае, когда напряжения, на которые они рассчитаны, меньше напряжения источника электрической энергии.

Недостатком последовательного соединения приемников является то, что напряжения на каждом из них зависит от сопротивлений других приемников. Поскольку напряжение источника равно сумме напряжений на последовательно включенных элементах цепи, последовательное соединение элементов применяют часто в качестве делителей напряжения и для регулирования напряжений на приемнике. Так, при использовании двигателей постоянного тока последовательно с цепью якоря включают реостаты для ограничения пускового тока (пусковые реостаты) и регулирования частоты вращения (регулирующие реостаты).

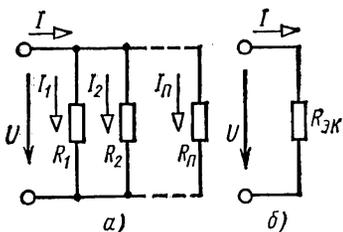


Рис. 1.19. Схема замещения цепи с параллельным соединением пассивных элементов (а) и ее эквивалентная схема (б)

Параллельным называют соединение, при котором все участки цепи присоединяются к одной паре узлов, т. е. находятся под воздействием одного и того же напряжения. На рис. 1.19, а показана схема с  $n$  пассивными ветвями, присоединенными к одним и тем же узлам, разность потенциалов между которыми равна напряжению  $U$  источника. Поэтому ток в каждой ветви определяется этим напряже-

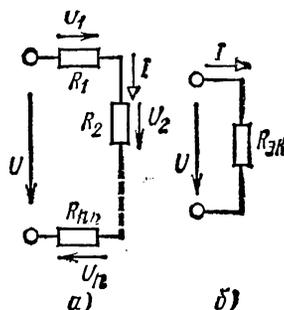


Рис. 1.18. Схема замещения цепи с последовательным соединением пассивных элементов (а) и ее эквивалентная схема (б)

но с цепью якоря включают реостаты для ограничения пускового тока (пусковые реостаты) и регулирования частоты вращения (регулирующие реостаты).

В практике электрических измерений из последовательно соединенных резисторов образуют измерительные магазины сопротивлений, последовательным включением добавочных резисторов к измерителю напряжения добиваются расширения пределов измерения напряжения и т. п.

нием и сопротивлением либо проводимостью соответствующей ветви:

$$I_1 = U/R_1 = g_1 U, \quad I_2 = U/R_2 = g_2 U, \quad \dots, \quad I_n = U/R_n = g_n U. \quad (1.13)$$

Схема замещения с  $n$  параллельно включенными резистивными элементами может быть заменена эквивалентной схемой с одним резистивным элементом (рис. 1.19, б). Условия эквивалентности будут соблюдены, если ток эквивалентной схемы будет равен току  $I$  в неразветвленной части цепи, т. е.

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n. \quad (1.14)$$

Подставляя в это уравнение значения токов из (1.14), получим выражение

$$U/R_{\text{эк}} = U/R_1 + U/R_2 + \dots + U/R_n, \quad (1.15)$$

из которого можно получить формулу для эквивалентного сопротивления

$$1/R_{\text{эк}} = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n = \sum_{i=1}^n 1/R_i \quad (1.16)$$

или для эквивалентной проводимости

$$g_{\text{эк}} = g_1 + g_2 + \dots + g_n = \sum_{i=1}^n g_i. \quad (1.17)$$

Так как наибольшей проводимостью обладает ветвь с наименьшим сопротивлением, то эквивалентная проводимость не может быть меньше проводимости ветви с наименьшим сопротивлением. Эквивалентное сопротивление параллельно соединенных элементов обратно пропорционально ее эквивалентной проводимости  $R_{\text{эк}} = 1/g_{\text{эк}}$ , поэтому оно всегда меньше наименьшего из сопротивлений ветвей.

При подключении нового приемника параллельно другим параллельно включенным приемникам общая проводимость их увеличивается, а эквивалентное сопротивление уменьшается. Если параллельно соединены  $n$  ветвей с одинаковыми сопротивлениями  $R$ , то их эквивалентное сопротивление будет в  $n$  раз меньше сопротивления каждой ветви, т. е.  $R_{\text{эк}} = R/n$ .

При параллельном соединении двух пассивных элементов с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  эквивалентная проводимость

$$g_{\text{эк}} = 1/R_{\text{эк}} = 1/R_1 + 1/R_2 = (R_1 + R_2)/R_1 R_2, \quad (1.18)$$

а эквивалентное сопротивление

$$R_{\text{эк}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2). \quad (1.18a)$$

Токи двух ветвей при их параллельном соединении равны:

$$\begin{aligned} I_1 &= U/R_1 = R_{\text{эк}} I / R_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I, \\ I_2 &= U/R_2 = R_{\text{эк}} I / R_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I. \end{aligned} \quad (1.19)$$

При расчете цепей удобно пользоваться последней частью выражения (1.19), когда ток в одной из ветвей определяется по известному току  $I$  в неразветвленной части цепи.

Параллельное соединение обеспечивает одинаковое напряжение на всех включенных приемниках, что является важным преимуществом, благодаря которому это соединение нашло широкое применение. Как правило, все приемники электрической энергии подключают параллельно к источнику, например к электрической сети.

Параллельное соединение можно рассматривать и как делитель тока, что, в частности, нашло применение в виде шунтов, подключаемых к измерительным приборам.

В некоторых сложных электрических цепях встречаются соединения элементов, которые нельзя отнести ни к последовательному, ни к параллельному. Типичным примером подобной сложной цепи

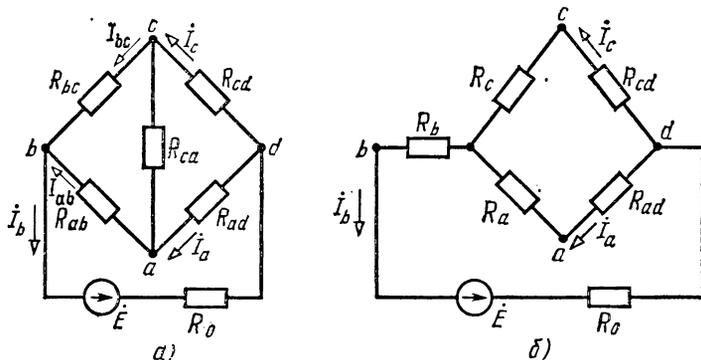


Рис. 1.20. Схема замещения мостовой цепи (а) и ее эквивалентная схема (б)

является мостовая цепь (рис. 1.20, а). В этом случае часть цепи образует треугольник, вершинами которого являются три узла (например,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ), а сторонами — три ветви с сопротивлениями  $R_{ab}$ ,  $R_{bc}$ ,  $R_{ca}$ , включенные между этими узлами. Расчет такой цепи удобно проводить, используя эквивалентную замену трех ветвей, соединенных треугольником, тремя ветвями, соединенными трехлучевой звездой. При замене соединенных треугольником ветвей с сопротивлениями  $R_{ab}$ ,  $R_{bc}$ ,  $R_{ca}$  (рис. 1.20, а) ветвями с сопротивлениями  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  (рис. 1.20, б), соединенными звездой, мостовая цепь преобразуется в цепь с последовательным и параллельным соединением элементов.

Для определения сопротивлений  $R_a$ ,  $R_b$  и  $R_c$  ветвей, соединенных звездой, необходимо найти соотношения, связывающие их с сопротивлениями ветвей, соединенных треугольником. С этой целью воспользуемся общим условием эквивалентности, по которому напряжения и токи в ветвях, не подвергнутых преобразованию, должны оставаться без изменения в любых режимах, в том числе при размыкании ветвей, присоединенных к узлам  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

При отсоединении ветви с сопротивлением  $R_{ad}$  от узла  $a$  токи  $I_b$ ,  $I_c$ , а также напряжение  $U_{bc}$  в схеме рис. 1.20, а равны соответственно токам  $I_b$ ,  $I_c$  и напряжению  $U_{bc}$  в схеме рис. 1.20, б. Это означает, что сопротивления между точками  $b$  и  $c$  для

обеих схем одинаковы, т. е.

$$(R_{ab} + R_{ca}) R_{bc} / (R_{ab} + R_{ca} + R_{bc}) = R_b + R_c. \quad (1.20)$$

При отсоединении ветви  $R_{ca}$  от узла  $c$  сопротивления между точками  $a$  и  $b$  для обеих схем по условию эквивалентности должны быть также одинаковы:

$$(R_{bc} + R_{ca}) R_{ab} / (R_{bc} + R_{ca} + R_{ab}) = R_a + R_b. \quad (1.21)$$

Аналогично можно получить равенство сопротивлений между точками  $a$  и  $c$  для схем рис. 1.20,  $a$ ,  $b$ :

$$(R_{ab} + R_{bc}) R_{ca} / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}) = R_a + R_c. \quad (1.22)$$

Решая полученную систему из трех уравнений относительно сопротивлений ветвей, соединенных звездой (рис. 1.20,  $b$ ), получим

$$R_a = R_{ab} R_{ca} / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}), \quad (1.23)$$

$$R_b = R_{bc} R_{ab} / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}), \quad (1.24)$$

$$R_c = R_{ca} R_{bc} / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}). \quad (1.25)$$

В ряде случаев схему соединения ветвей звездой целесообразно преобразовывать в схему соединения ветвей треугольником. При эквивалентной замене ветвей, соединенных трехлучевой звездой, ветвями, соединенными треугольником, сопротивления ветвей треугольника можно определить, зная сопротивления ветвей звезды.

Формулы для определения  $R_{ab}$ ,  $R_{bc}$ ,  $R_{ca}$  можно получить из системы уравнений (1.23) — (1.25). Для этого можно перемножить попарно (1.23) на (1.24), (1.24) на (1.25), (1.25) на (1.23) и сложить эти произведения, после чего получим

$$R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a = R_{ab} R_{bc} R_{ca} / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}). \quad (1.26)$$

Разделив это уравнение поочередно на (1.25), (1.24) и (1.23), найдем соответствующие формулы:

$$R_{ab} = R_a + R_b + R_a R_b / R_c, \quad (1.27)$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + R_b R_c / R_a, \quad (1.28)$$

$$R_{ca} = R_c + R_a + R_c R_a / R_b. \quad (1.29)$$

Нетрудно видеть, что в случае замены трех одинаковых ветвей, соединенных треугольником, тремя ветвями, соединенными звездой, сопротивления новых ветвей будут в три раза меньше сопротивлений прежних ветвей, т. е.

$$R_a = R_b = R_c = R_{ab}/3 = R_{bc}/3 = R_{ca}/3. \quad (1.30)$$

### § 1.9. Анализ электрических цепей постоянного тока с одним источником электрической энергии

С помощью законов Кирхгофа можно рассчитать любую электрическую цепь, в том числе цепь постоянного тока с одним источником электрической энергии. Однако в этом случае нет необходимости составлять систему уравнений по законам Кирхгофа и решать ее. Для определения токов и напряжений каждого элемента цепи с одним источником электрической энергии можно использовать метод эквивалентных преобразований на основе полученных в § 1.8 соотношений. Сущность метода эквивалентных преобразований легко можно понять на примере какой-либо цепи с одним источником электрической энергии. Пусть в цепи, схема которой приведена на рис. 1.12, необходимо определить токи во всех пяти ветвях, если известны сопро-

тивления всех элементов цепи и э.д.с. источника электрической энергии.

Для решения такой задачи отдельные участки электрической цепи с последовательно или параллельно соединенными элементами заменяют одним эквивалентным элементом. Постепенным преобразованием участков схему электрической цепи упрощают и приводят к простейшей схеме цепи, состоящей из последовательно соединенных источника электрической энергии и одного эквивалентного пассивного элемента. Для цепи рис. 1.12 вначале находят эквивалентное сопротивление участка, состоящего из двух параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $R_4$  и  $R_5$ :

$$R_{45} = R_4 R_5 / (R_4 + R_5). \quad (1.31)$$

Затем находят эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов  $a$  и  $b$ , т. е. входное сопротивление двухполюсника (см. рис. 1.13,  $a$ ):

$$R_{ab} = \frac{R_2 (R_3 + R_{45})}{R_2 + R_3 + R_{45}}. \quad (1.32)$$

Таким образом, исходная разветвленная цепь рис. 1.12 сведена к простейшей цепи рис. 1.13,  $a$ , для которой нетрудно определить ток в ветви источника э. д. с.  $E_1$  с сопротивлением  $R_1$ :

$$I_1 = E_1 / (R_1 + R_{ab}). \quad (1.33)$$

Зная ток  $I_1$ , находят напряжение на зажимах  $ab$  двухполюсника  $U_{ab} = R_{ab} I_1$  и токи в ветвях  $I_2, I_3$ :

$$I_2 = U_{ab} / R_2, \quad I_3 = U_{ab} / (R_3 + R_{45}). \quad (1.34)$$

Наконец, по известному току  $I_3$  определяют токи  $I_4$  и  $I_5$ :

$$I_4 = \frac{R_5}{R_4 + R_5} I_3, \quad I_5 = \frac{R_4}{R_4 + R_5} I_3. \quad (1.35)$$

Если заданы сопротивления всех ветвей цепи рис. 1.12 и э. д. с. источника  $E$ , то для нахождения токов ветвей можно воспользоваться методом подобия (методом пропорциональных величин). Для этого произвольно задаются током  $I_4$  или  $I_5$ . Пусть, например, задан ток  $I'_5 = 1$  А, по которому можно найти  $U'_{cd} = R_5 I'_5$ , а затем  $I'_4 = U'_{cd} / R_4$ . Зная  $I'_4$  и  $I'_5$ , определяют ток  $I'_3 = I'_4 + I'_5$  по первому закону Кирхгофа. После этого рассчитывают напряжение  $U'_{ab} = R_3 I'_3 + U'_{cd}$ . Ток  $I'_2$  находят по формуле (1.34):  $I'_2 = U'_{ab} / R_2$ . По значениям токов  $I'_2$  и  $I'_3$  определяют ток  $I'_1 = I'_2 + I'_3$ , после чего нетрудно найти э. д. с.  $E' = U'_{ab} + R_1 I'_1$ . Пользуясь свойством пропорциональности токов и напряжений для линейных цепей и находя коэффициент подобия, равный отношению э. д. с.  $E$ , заданной в условиях задачи, к найденному значению  $E'$  ( $k = E/E'$ ), умножают все токи, соответствующие  $I'_5 = 1$  А, на коэффициент подобия и получают истинные значения токов в ветвях цепи, соответствующие заданному значению э. д. с.

Рассмотренные методы эквивалентных преобразований и пропорциональных величин очень удобны для анализа электрического состояния электрических цепей с одним источником электрической энергии.

**Пример 1.1.** Рассмотрим возможность такого анализа на примере схемы цепи рис. 1.12. Пусть  $R_1, R_2$  — сопротивления делителя напряжения для питания через линию связи с сопротивлением  $R_3$  двух датчиков с сопротивлениями  $R_4, R_5$ . Требуется выяснить, как изменится ток источника  $I_1$  и напряжение на датчиках при увеличении длины линии связи. Ясно, что при этом увеличится сопротивление  $R_3$ . Из формулы (1.32) видно, что при увеличении  $R_3$  возрастает  $R_{ab}$ . Для того чтобы убедиться в этом, достаточно разделить числитель и знаменатель выражения (1.32) на  $R_3 + R_4$ . Увеличение сопротивления  $R_{ab}$  приводит к уменьшению тока  $I_1$ , как следует из (1.33). Из формулы (1.34) вытекает, что ток  $I_3$  с ростом сопротивления  $R_3$  уменьшится; уменьшатся также токи  $I_4, I_5$  датчиков, что видно из формул (1.35), а следовательно, и напряжения на датчиках.

**Пример 1.2.** Определим, при каком значении сопротивления  $R_{cd}$  мостовой цепи рис. 1.20,  $a$  ток в диагональной ветви  $R_{ca}$  будет равен нулю, если  $R_{ab} = 20$  Ом,  $R_{bc} = 30$  Ом и  $R_{ad} = 40$  Ом.

Если ток в ветви  $R_{ca}$  равен нулю, то потенциалы узлов  $a$  и  $c$  будут одинаковы. Это значит, что падения напряжений в ветвях  $R_{ab}, R_{bc}$ , а также в ветвях  $R_{ad}, R_{cd}$  будут одинаковыми. На основании этого можно составить уравнения:

$$R_{ab}I_{ab} = R_{bc}I_{bc} \quad \text{и} \quad R_{ad}I_a = R_{cd}I_c.$$

При отсутствии тока в диагональной ветви  $I_{ab} = I_a$  и  $I_{bc} = I_c$ . При этом условии деление первого уравнения на второе даст такое соотношение между сопротивлениями плеч моста:

$$R_{ab}/R_{ad} = R_{bc}/R_{cd} \quad \text{или} \quad R_{ab}R_{cd} = R_{bc}R_{ad}.$$

Эти соотношения называют условиями равновесия мостовой цепи. В рассматриваемом примере мост будет уравновешен, т. е. ток в диагональной ветви будет равен нулю при  $R_{cd} = R_{bc}R_{ad}/R_{ab} = 60$  Ом.

## § 1.10. Метод контурных токов

В электротехнике и промышленной электронике часто находят применение сложные электрические цепи с несколькими активными и пассивными элементами. Если такая цепь содержит довольно много узлов и контуров, то расчет цепи на основе применения первого и второго законов Кирхгофа будет связан с решением большого количества уравнений. Вводя понятие о контурных токах, можно свести уравнения, составленные по законам Кирхгофа, к системе уравнений, составленных лишь для независимых контуров, т. е. исключить уравнения, составляемые по первому закону Кирхгофа. Благодаря этому удается снизить порядок системы уравнений. Под контурными токами понимают условные (расчетные) токи, замыкающиеся в соответствующих контурах. Рассмотрим схему цепи (см. рис. 1.17,  $a$ ), имеющую три независимых контура  $I, II, III$ . Будем считать, что в каждом контуре имеется свой контурный ток  $I_1, I_2$  и  $I_3$ . Пусть направление этих токов будет одинаково — по часовой стрелке. Составляя контурные токи с токами ветвей, можно показать, что значения контурных токов совпадают со значениями действительных токов только во внешних ветвях:

$$I_1 = I_1, \quad I_3 = I_{III}, \quad I_4 = I_{II}. \quad (1.36)$$

Токи смежных ветвей равны разности контурных токов соседних контуров:

$$I_2 = I_1 - I_{II}, \quad I_5 = I_{II} - I_{III}. \quad (1.37)$$

Таким образом, по известным контурным токам легко можно найти действительные токи всех ветвей.

Для определения контурных токов цепи рис. 1.17, *a* необходимо составить для трех контуров уравнения:

$$\begin{aligned}(R_1 + R_2) I_1 - R_2 I_{II} &= E_1 - E_2, \\ -R_2 I_1 + (R_2 + R_4 + R_5) I_{II} - R_5 I_{III} &= E_2, \\ -R_5 I_{II} + (R_3 + R_5) I_{III} &= E_3\end{aligned}\quad (1.38)$$

или в общем случае

$$\begin{aligned}R_{11} I_1 - R_{12} I_{II} - R_{13} I_{III} &= E_1, \\ -R_{21} I_1 + R_{22} I_{II} - R_{23} I_{III} &= E_{II}, \\ -R_{31} I_1 - R_{32} I_{II} + R_{33} I_{III} &= E_{III},\end{aligned}\quad (1.38a)$$

где  $R_{11}$ ,  $R_{22}$ ,  $R_{33}$  — контурные сопротивления, а  $E_1$ ,  $E_{II}$ ,  $E_{III}$  — контурные э. д. с. Решая эту систему уравнений, можно найти контурные токи, а по ним искомые токи ветвей:  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  и  $I_5$ .

Уравнения (1.38a) для контурных токов можно записать в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{II} \\ I_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_{II} \\ E_{III} \end{bmatrix}\quad (1.39)$$

или

$$[R] [I] = [E].\quad (1.39a)$$

Здесь  $[R]$  — квадратная матрица коэффициентов при неизвестных контурных токах;  $[I]$  — матрица-столбец неизвестных контурных токов;  $[E]$  — матрица-столбец известных контурных э. д. с.  $E_1 = E_1 - E_2$ ,  $E_{II} = E_2$  и  $E_{III} = E_3$ .

Диагональные элементы  $R_{11}$ ,  $R_{22}$  и  $R_{33}$  матрицы  $[R]$ , называемые контурными сопротивлениями или собственными сопротивлениями контуров, равны сумме сопротивлений всех элементов, входящих в контур. Остальные элементы матрицы  $[R]$  равны сопротивлениям общих ветвей смежных контуров и имеют знак минус. Если какие-либо контуры не имеют общих ветвей, то соответствующие элементы матрицы равны нулю. Так, для цепи рис. 1.17, *a*

$$\begin{aligned}R_{11} &= R_1 + R_2, & R_{22} &= R_2 + R_4 + R_5, & R_{33} &= R_3 + R_5, & R_{12} &= R_{21} = R_2, \\ R_{23} &= R_{32} = R_5, & R_{13} &= R_{31} = 0.\end{aligned}$$

Решением уравнения (1.39a) будет

$$[I] = [R]^{-1} [E],\quad (1.39b)$$

где  $[R]^{-1}$  — матрица, обратная матрице коэффициентов  $[R]$ .

Матричная форма записи системы уравнений широко распространена при расчетах на ЭВМ сложных электрических цепей, применяемых на электрическом транспорте, в системах электроснабжения, в радиоэлектронике и других областях использования электротехнических и электронных устройств, с которыми приходится иметь дело электро- и радиоинженеру. При этом следует иметь в виду, что в матричной форме можно записать и систему уравнений, составленных по первому и второму законам Кирхгофа.

### § 1.11. Использование принципа суперпозиции для анализа электрических цепей постоянного тока

Применяя принцип суперпозиции (см. § 1.7), можно найти ток любой ветви или напряжение любого участка электрической цепи как алгебраическую сумму частичных токов или напряжений, вызываемых отдельным действием источников э.д.с. и тока. С помощью принципа суперпозиции (наложения) расчет сложной цепи с несколькими источниками э.д.с. и тока можно свести к расчету нескольких цепей с одним источником.

Рассмотрим схему электрической цепи (см. рис. 1.17, а), в которой имеется три источника э.д.с. Для определения токов в такой цепи вначале полагают, что в ней действует только источник э.д.с.  $E_1$ . При этом сопротивления всех элементов считают неизменными. Определение частичных токов  $I'_1, I'_2, I'_3, I'_4, I'_5$  отдельных ветвей от действия источника э.д.с.  $E_1$  сводят к расчету цепи, схема которой приведена на рис. 1.21, а. Далее проводят расчет частичных токов

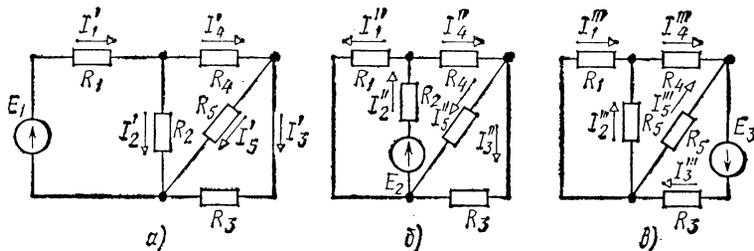


Рис. 1.21. Схема замещения для определения частичных токов в схеме рис. 1.17, а от действия источников э. д. с.  $E_1$  (а),  $E_2$  (б) и  $E_3$  (в)

$I''_1, I''_2, I''_3, I''_4, I''_5$  от действия источника э.д.с.  $E_2$  в соответствии со схемой рис. 1.21, б и частичных токов  $I'''_1, I'''_2, I'''_3, I'''_4, I'''_5$  от действия источника э.д.с.  $E_3$  по схеме рис. 1.21, в. Алгебраическое суммирование частичных токов с учетом их направлений на схемах рис. 1.21 дает значения действительных токов ветвей:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I'_1 - I''_1 + I'''_1, \\
 I_2 &= I'_2 - I''_2 - I'''_2, \\
 I_3 &= I'_3 + I''_3 + I'''_3, \\
 I_4 &= I'_4 + I''_4 + I'''_4, \\
 I_5 &= I'_5 + I''_5 - I'''_5.
 \end{aligned}
 \tag{1.40}$$

Как видно из приведенного рассмотрения, метод расчета электрических цепей с использованием принципа суперпозиции является довольно громоздким и поэтому применяется редко. Он целесообразен тогда, когда электрическое состояние цепи определено для каких-либо источников э.д.с. и токов и требуется проанализировать электрическое состояние цепи при изменении э.д.с. или тока одного из источников. В этом случае нет необходимости вновь рассчитывать значения токов и напряжений от действия всех источников, а достаточно определить лишь частичные токи и напряжения от действия дополнительной э.д.с.  $\Delta E = E' - E$  или дополнительного тока  $\Delta J = J' - J$  источника, а также токи и напряжения от действия нового источника как алгебраическую сумму прежних и частичных токов и напряжений.

**Пример 1.3.** В схеме замещения электрической цепи (рис. 1.22, а) при заданных значениях  $E=12$  В и  $J=1,5$  А известны токи всех ветвей:  $I_1=1,75$  А,  $I_2=1,25$  А;  $I_3=0,5$  А и  $I_4=2$  А. Требуется проанализировать электрическое состояние цепи при увеличении и уменьшении э. д. с.  $E$  в два раза, т. е. при новых значениях э. д. с.

$E' = 24$  В и  $E'' = 6$  В. Для этого определим частичные токи в ветвях от действия двух новых источников э. д. с.  $\Delta E' = 12$  В и  $\Delta E'' = -6$  В в схеме замещения, показанной на рис. 1.22, б. В схеме замещения отсутствует ветвь с источником тока, так как внутреннее сопротивление источника тока, как известно, бесконечно велико. Для схемы рис. 1.22, б при заданных значениях сопротивлений резистивных элементов

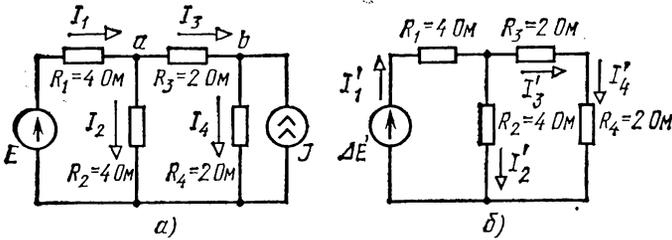


Рис. 1.22. Схема замещения исходной электрической цепи (а) и эквивалентная схема для определения частичных токов при изменении э. д. с.  $E$  (б)

частичные токи от действия э. д. с.  $\Delta E' = 12$  В равны:  $\Delta I'_1 = 2$  А,  $\Delta I'_2 = 1$  А,  $\Delta I'_3 = \Delta I'_4 = 1$  А. Именно такие приращения получают токи в ветвях цепи рис. 1.22, а при увеличении в два раза э. д. с.  $E$ . После увеличения э. д. с. токи примут значения:  $I'_1 = I_1 + \Delta E'_1 = 3,75$  А,  $I'_2 = I_2 + \Delta I'_2 = 2,25$  А,  $I'_3 = I_3 + \Delta I'_3 = 1,5$  А,  $I'_4 = I_4 + \Delta I'_4 = 3$  А. От действия э. д. с.  $\Delta E'' = -6$  В частичные токи будут иметь значения:  $\Delta I''_1 = -1$  А,  $\Delta I''_2 = \Delta I''_3 = \Delta I''_4 = -0,5$  А, а новые значения токов в ветвях при уменьшении э. д. с.  $E$  в два раза составят:  $I''_1 = 0,75$  А,  $I''_2 = 0,75$  А,  $I''_3 = 0$ ,  $I''_4 = 1,5$  А. Следует обратить внимание на то, что ток  $I''_3 = 0$ . Это произошло вследствие того, что потенциалы точек  $a$  и  $b$  в схеме рис. 1.22, а при новом значении э. д. с.  $E'' = 6$  В оказались равными:

$$\varphi''_a = R_2 I''_2 = \varphi''_b = R_4 I''_4 = 3 \text{ В.}$$

В заключение подчеркнем, что метод суперпозиции не применим для расчета мощностей элементов цепи, так как их значения пропорциональны квадратам токов.

## § 1.12. Метод междуузлового напряжения

В реальных электрических цепях постоянного тока очень часто несколько источников и приемников электрической энергии включаются параллельно. Схема замещения такой цепи, содержащей активные и пассивные ветви, соединенные параллельно, имеет только два узла, например узлы  $A$  и  $B$  в схеме рис. 1.23, а. Для определения токов во всех ветвях достаточно найти напряжение между двумя узлами. Формулу для этого напряжения можно получить, используя принцип суперпозиции.

Частичное напряжение  $U_{AB}^{(J)}$  от действия источника тока  $J$  (рис. 1.23, б) можно определить исходя из того, что ток  $J$  равен сумме токов всех ветвей:

$$J = \sum_{i=1}^n g_i U_{AB}^{(J)}. \quad (1.41)$$

Отсюда

$$U_{AB}^{(J)} = J \left/ \sum_{i=1}^n g_i \right. \quad (1.42)$$

где  $g_i$  — проводимость всех  $n$  ветвей в схеме рис. 1.23, б, кроме ветви с источником тока.

Схема для определения частичного напряжения  $U_{AB}^{(E_1)}$  от действия источника э.д.с.  $E_1$  приведена на рис. 1.23, в. Если заменить

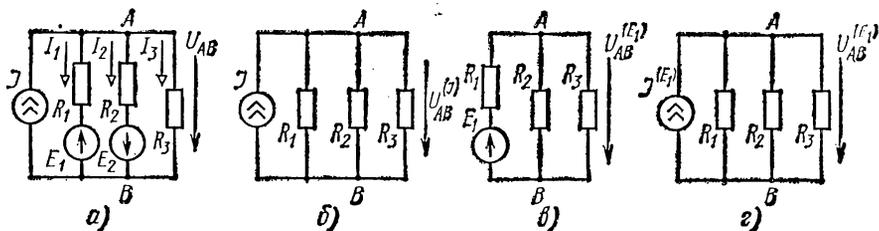


Рис. 1.23. Схема замещения цепи с параллельным соединением нескольких ветвей (а) и эквивалентные схемы для определения частичных междуузловых напряжений от действия источника тока  $J$  (б), источника э.д.с.  $E_1$  (в) и источника тока  $J^{(E_1)} = g_1 E_1$  (г)

источник э.д.с.  $E_1$  эквивалентным источником тока (рис. 1.23, г)  $J^{(E_1)} = E_1/R_1 = g_1 E_1$ , то частичное междуузловое напряжение, обусловленное э.д.с.  $E_1$ ,

$$U_{AB}^{(E_1)} = J^{(E_1)} \left/ \sum_{i=1}^n g_i = g_1 E_1 \right/ \sum_{i=1}^n g_i \quad (1.43)$$

Частичное напряжение  $U_{AB}^{(E_2)}$  от действия источника э.д.с.  $E_2$  определяют аналогично:

$$U_{AB}^{(E_2)} = -g_2 E_2 \left/ \sum_{i=1}^n g_i \right. \quad (1.43a)$$

где  $g_2 = 1/R_2$ .

Из сравнения формул (1.42) и (1.43) нетрудно видеть, что их знаменатели одинаковы. Таким образом,

$$U_{AB} = \frac{g_1 E_1 - g_2 E_2 + J}{g_1 + g_2 + g_3} \quad (1.44)$$

Если схема содержит  $k$  источников тока и  $m$  источников э.д.с., то напряжение  $U_{AB}$  между узлами равно алгебраической сумме всех частичных напряжений  $U_{AB}^{(J)}$  и  $U_{AB}^{(E)}$ , т. е.

$$U_{AB} = \frac{\sum_1^m gE + \sum_1^k J}{\sum_1^n g} \quad (1.44a)$$

Произведения  $gE$  и  $J$  берут со знаком плюс, когда направления  $E$  и  $J$  противоположны выбранному условно-положитель-

ному направлению напряжения  $U_{AB}$ , и со знаком минус, когда эти направления совпадают.

Зная междуузловое напряжение  $U_{AB}$ , легко найти токи как в пассивных, так и в активных ветвях (см. рис. 1.23,а):

$$\begin{aligned} I_1 &= (U_{AB} - E_1)/R_1, \\ I_2 &= (U_{AB} + E_2)/R_2, \\ I_3 &= U_{AB}/R_3. \end{aligned} \quad (1.45)$$

**Пример 1.4.** Пусть в схеме рис. 1.23, а  $J=0$ ,  $E_1=E_2$ , а  $R_1=R_2$ . Определить напряжение  $U_{AB}$  при этих условиях. Формула (1.44) для рассматриваемого случая будет иметь вид

$$U_{AB} = (g_1 E_1 - g_2 E_2) / (g_1 + g_2 + g_3). \quad (1.44б)$$

Поскольку  $E_1=E_2$  и  $g_1=1/R_1=g_2=1/R_2$ , междуузловое напряжение  $U_{AB}=0$ . Это объясняется тем, что частичные напряжения, создаваемые в ветви сопротивлением  $R_3$  двумя одинаковыми источниками электрической энергии, равны по значению и противоположны по направлению.

**Пример 1.5.** Пусть в той же схеме рис. 1.23, а  $J=0$  и  $R_1=0$ . Определить, чему равно напряжение  $U_{AB}$ .

Анализируя формулу (1.44а), видим, что для  $R_1=0$  подстановка  $g_1=1/R_1=\infty$  приведет к неопределенности типа  $\infty/\infty$ . Ее можно раскрыть, поделить числитель и знаменатель выражения (1.44а) на  $g_1$ , в результате чего получим  $U_{AB}=E_1$ . Этот же результат можно получить исходя из физических соображений: при  $R_1=0$  напряжение на зажимах этой ветви для любого значения тока будет равно э. д. с.  $E_1$ .

### § 1.13. Метод эквивалентного активного двухполюсника

Очень часто при анализе сложных электрических цепей интересуются электрическим состоянием лишь одной ветви, причем параметры элементов этой ветви могут изменяться. В этом случае нет необходимости производить расчет всей цепи каким-либо из рассмотренных методов, а целесообразнее воспользоваться методом эквивалентного активного двухполюсника. Этот метод основан на том, что всю остальную часть цепи, кроме рассматриваемой ветви, независимо от количества активных и пассивных элементов можно заменить одним активным элементом (источником э.д.с. или тока) и одним резистивным элементом. Обоснованием данного метода является теорема об эквивалентном активном двухполюснике, которую можно сформулировать таким образом: *любой многоэлементный активный двухполюсник, к которому присоединена пассивная или активная ветвь, может быть заменен эквивалентным двухэлементным двухполюсником с параметрами  $E_{ак}$  и  $R_{ак}$  или  $J_{ак}$  и  $g_{ак}$ ; режим работы ветви, присоединенной к двухполюснику, при этом не изменится.*

Докажем эту теорему. Пусть сложная электрическая цепь постоянного тока имеет несколько активных и пассивных ветвей. Выделим из этой цепи ветвь с сопротивлением  $R$ , режимом которой мы интересуемся, а остальную часть цепи представим в виде активного двухполюсника (рис. 1.24, а). Разомкнем ветвь с сопротивлением  $R$  (рис. 1.24, б), при этом между точками  $A$  и  $A'$  появится напряжение, равное напряжению холостого хода  $U_x$  между точками  $A$  и  $B$ . Если между точками  $A$  и  $A'$  включить источник э.д.с.  $E'$ , значение которой равно

$U_x$ , а направление соответствует рис. 1.24, в, то разность потенциалов между точками  $A$  и  $A'$  не изменится и ток в ветви с сопротивлением  $R$  останется равным нулю. Включим последовательно с источником э.д.с.  $E'$  источник э.д.с.  $E''$ , значение которой равно  $E'$ , но включены они противоположно (рис. 1.24, з). Схема рис. 1.24, з эквивалентна исходной схеме рис. 1.24, а. Для определения тока в

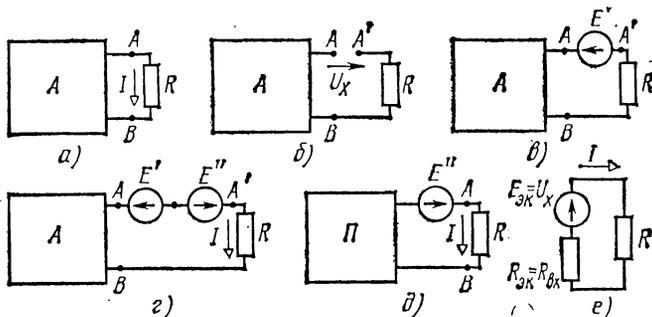


Рис. 1.24. К доказательству теоремы об эквивалентном активном двухполюснике

ветви с сопротивлением  $R$  применим к схеме рис. 1.24, з принцип суперпозиции. Найдем этот ток как сумму двух частных токов: от действия источника э.д.с.  $E''$  и от суммарного действия источника э.д.с.  $E'$  и всех источников активного двухполюсника. Но ранее было показано, что второй частный ток равен нулю, поэтому ток в ветви с сопротивлением  $R$  определяется действием лишь источника э.д.с.  $E''$  при замене активного двухполюсника пассивным (рис. 1.24, д).

Таким образом, любой активный двухполюсник можно заменить эквивалентным двухэлементным двухполюсником (в частном случае эквивалентным генератором) с источником э.д.с.  $E_{эк} = U_x$  и резистивным элементом с сопротивлением  $R_{эк}$ , равным входному сопротивлению пассивного двухполюсника  $R_{вх}$  (рис. 1.24, е). Из последней схемы видно, что ток в ветви с сопротивлением  $R$  можно определить по формуле

$$I = E_{эк} / (R_{эк} + R) = U_x / (R_{вх} + R), \quad (1.46)$$

Рис. 1.25. Схема замещения цепи, состоящей из активного двухполюсника и подключенного к нему активного приемника

которая и отражает сущность рассмотренного метода эквивалентного активного двухполюсника.

Нетрудно показать, что активный двухполюсник можно заменить также источником тока  $J_{эк}$  с внутренней проводимостью  $g_{эк}$ . В случае, когда к активному двухполюснику подключена не пассивная, а активная ветвь с сопротивлением  $R$  и источником э.д.с.  $E$  (рис. 1.25, а), ток в этой ветви следует определять по формуле

$$I = (E_{эк} - E) / (R_{вх} + R). \quad (1.46a)$$

В случае  $E > E_{\text{ЭК}}$  активный двухполюсник будет работать в режиме активного приемника.

Метод эквивалентного активного двухполюсника имеет огромные преимущества по сравнению с другими методами анализа сложных электрических цепей в случае, когда необходимо провести не общий, а частичный анализ электрической цепи, связанный с определением значений тока в одной ветви при различных значениях ее сопротивления и э.д.с.

**Пример 1.6.** В мостовой цепи (рис. 1.26, а), предназначенной для контроля температуры с помощью измерительного прибора с сопротивлением  $R_{\text{И}}$ , необходимо проанализировать зависимость тока ветви с датчиком от сопротивления датчика  $R_{\text{Д}}$

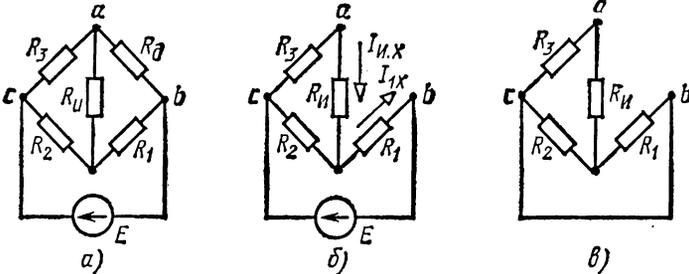


Рис. 1.26. Схема мостовой цепи (а), схемы для определения э. д. с. (б) и внутреннего сопротивления (в) эквивалентного генератора

зависящего от контролируемого параметра, т. е. от температуры. В этом случае целесообразно воспользоваться методом эквивалентного активного двухполюсника (эквивалентного генератора). С этой целью активный двухполюсник, содержащий всю мостовую цепь, кроме ветви с датчиком (рис. 1.26, б), следует заменить источником э. д. с.  $E_{\text{ЭК}} = U_{ab \text{ х}}$  и резистивным элементом с сопротивлением  $R_{ab \text{ вх}}$ . Напряжение  $U_{ab \text{ х}}$  можно найти, разомкнув (отключив) ветвь с датчиком (рис. 1.26, в):  $U_{ab \text{ х}} = R_1 I_{1\text{х}} + R_{\text{И}} I_{\text{И, х}}$ .

Необходимые токи в ветвях цепи в режиме холостого хода соответственно равны:

$$I_{1\text{х}} = \frac{E}{R_1 + R_2 (R_3 + R_{\text{И}}) / (R_2 + R_3 + R_{\text{И}})} \quad \text{и} \quad I_{\text{И, х}} = I_{1\text{х}} \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_{\text{И}}}.$$

Входное сопротивление относительно точек а и б можно найти, исключив источник э.д.с.  $E_{\text{И}}$  и соединив точки б и с (рис. 1.26, в):

$$R_{ab \text{ вх}} = \frac{[R_1 R_2 (R_1 + R_2) + R_{\text{И}}] R_3}{R_1 R_2 / (R_1 + R_2) + R_{\text{И}} + R_3}.$$

Определив  $U_{ab \text{ х}}$  и  $R_{ab \text{ вх}}$ , легко проанализировать зависимость  $I_{\text{Д}}(R_{\text{Д}})$ :

$$I_{\text{Д}} = U_{ab \text{ х}} / (R_{ab \text{ вх}} + R_{\text{Д}}).$$

### § 1.14. Режимы работы активных двухполюсников

Любую сложную электрическую цепь с несколькими активными элементами всегда можно представить в виде активного двухполюсника, соединенного с пассивным двухполюсником (рис. 1.27). Активный двухполюсник обычно характеризует совокупность источников электрической энергии, а пассивный — совокупность пассивных приемников. В соответствии с теоремой об активном двухполюснике многоэлементный двухполюсник можно заменить двухэлементным активным

двухполюсником (эквивалентным генератором). Пассивный двухполюсник можно представить одним резистивным элементом.

Работа активного двухполюсника, подключенного к пассивному двухполюснику, характеризуется режимами холостого хода, короткого замыкания, согласованным и номинальным режимами.

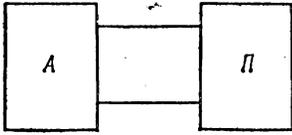


Рис. 1.27. Пассивный двухполюсник, подключенный к активному двухполюснику

Режим холостого хода отсутствует отсутствию тока в приемнике и осуществляется отключением пассивного двухполюсника от активного. Напряжение холостого хода активного двухполюсника  $U_x$  равно э.д.с.  $E_{эк}$  эквивалентного генератора.

Режим короткого замыкания активного двухполюсника возникает тогда, когда сопротивление приемника равно нулю. При этом напряжение на зажимах активного двухполюсника также равно нулю, т. е.  $U_k=0$ . Ток в режиме короткого замыкания достигает максимального значения, он ограничен лишь внутренним сопротивлением  $R_{вт}$  эквивалентного генератора:

$$I_k = E_{эк} / R_{вт}. \quad (1.47)$$

Обычно режим короткого замыкания в цепи является аварийным, так как возникающие при этом токи во много раз превышают номинальные значения, на которые рассчитаны элементы цепи.

Согласованный режим работы активного и пассивного двухполюсников соответствует максимальной активной мощности пассивного двухполюсника.

В электрических цепях постоянного тока согласованный режим работы активного и пассивного двухполюсников имеет место в случае, когда внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению пассивного двухполюсника, т. е. при условии  $R_{вт} = R_{п}$  (рис. 1.28). В этом можно убедиться, записав выражения для тока и мощности эквивалентного приемника с сопротивлением  $R_{п}$ :

$$I = E_{эк} / (R_{вт} + R_{п}), \quad (1.48)$$

$$P_{п} = R_{п} I^2 = R_{п} E_{эк}^2 / (R_{вт} + R_{п})^2. \quad (1.49)$$

В режиме холостого хода эта мощность равна нулю, поскольку  $I=0$ , а в режиме короткого замыкания мощность  $P_{п}$  также равна нулю, так как  $R_{п}=0$ . Таким образом, ясно, что при изменении  $R_{п}$  от 0 до  $\infty$  функция  $P_{п}(R_{п})$  имеет экстремум (максимум). Для определения условия, при котором мощность  $P_{п}$  достигает максимального значения, необходимо взять первую производную функции  $P_{п}(R_{п})$  по  $R_{п}$  и приравнять ее нулю:

$$\frac{dP_{п}}{dR_{п}} = \frac{E_{эк}^2 [(R_{вт} + R_{п})^2 - 2R_{п}(R_{вт} + R_{п})]}{(R_{вт} + R_{п})^4} = 0. \quad (1.50)$$

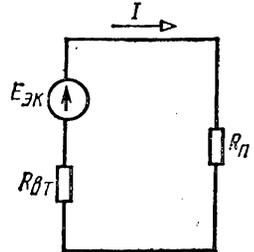


Рис. 1.28. Схема замещения цепи, состоящей из активного и пассивного двухполюсников

Нетрудно видеть, что решением уравнения (1.50) является равенство  $R_{вт} = R_{п}$ . При этом мощность эквивалентного приемника  $P_{п} = E_{э\kappa}^2 / 4R_{п}$  равна половине мощности источника э.д.с.:  $P_{п} = E_{э\kappa} I = E_{э\kappa}^2 / (R_{вт} + R_{п}) = E_{э\kappa}^2 / 2R_{вт}$ . Это означает, что половина энергии источника э.д.с.  $E$  преобразуется в теплоту внутри активного двухполюсника за счет внутреннего сопротивления  $R_{вт}$ .

Эффективность передачи энергии, как известно, оценивается коэффициентом полезного действия (к.п.д.). Для схемы замещения, изображенной на рис. 1.28, к.п.д. определяется отношением мощностей приемника и источника э.д.с.:

$$\eta = \frac{P_{п}}{P_{и}} = \frac{R_{п}}{R_{вт} + R_{п}} = \frac{R_{п}/R_{вт}}{1 + R_{п}/R_{вт}}. \quad (1.51)$$

Из графика функции  $\eta (R_{п}/R_{вт})$ , приведенного на рис. 1.29, видно, что к.п.д. возрастает с увеличением сопротивления приемника. В согласованном режиме ( $R_{п}/R_{вт} = 1$ ) к.п.д. достигает только 50%. На рис. 1.29 приведены также графики зависимостей мощностей приемника  $P_{п}$  и источника э.д.с.  $P_{и}$  от отношения  $R_{п}/R_{вт}$ .

Номинальный режим активных и пассивных двухполюсников соответствует режиму работы источников и приемников электрической энергии при тех значениях токов и напряжений, на которые они рассчитаны заводами-изготовителями. Номинальные значения токов, напряжений и мощностей указываются в каталогах и паспортах для всех источников и приемников электрической энергии. Соблюдение номинальных режимов обеспечивает эффективное и экономичное производство и потребление электрической энергии и гарантирует срок службы электротехнических устройств, указываемый заводом-изготовителем. Чаще всего номинальный режим работы активного и пассивного двухполюсников соответствует случаю, когда сопротивление эквивалентного приемника много больше внутреннего сопротивления эквивалентного генератора. При этом к.п.д. электрической цепи близок к единице, что очень важно для силовых (мощных) электротехнических устройств и установок. Для некоторых маломощных электротехнических устройств, используемых в радиотехнике, электронике и автоматике, важным является достижение максимально возможной мощности приемника. В этих случаях стремятся обеспечить согласованный режим работы источников и приемников электрической энергии, который является для них номинальным режимом. Иногда встречаются случаи, например в контрольно-измерительной технике, когда в приемнике стремятся получить максимально возможный ток, значение которого практически не зависит от сопротивления приемника. При этом номинальный режим близок к режиму короткого замыкания, который обеспечивается при выпол-

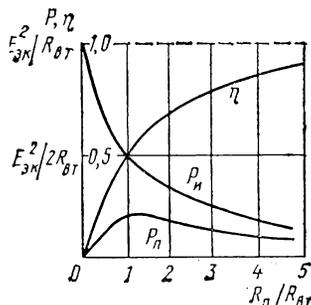


Рис. 1.29. Графики зависимостей мощностей источника  $P_{и}$ , приемника  $P_{п}$  и к.п.д.  $\eta$  от отношения  $R_{п}/R_{вт}$

нении условия  $R_{вт} \gg R_{п}$ . Очень часто приемниками электрической энергии являются активные элементы, например электрические двигатели и аккумуляторы при зарядке, схемы замещения которых помимо пассивных элементов содержат источники э.д.с. или тока. При этом электрическую цепь можно представить в виде двух активных двухполюсников, соединенных между собой (рис. 1.30). Каждый

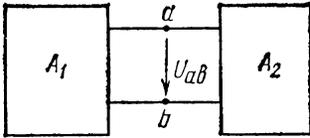


Рис. 1.30. Активный двухполюсник  $A_1$ , подключенный к другому активному двухполюснику  $A_2$

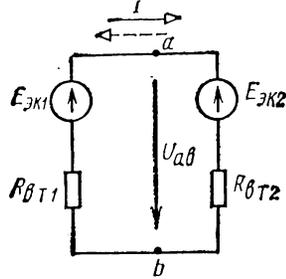


Рис. 1.31. Схема замещения двух активных двухполюсников

из двух многоэлементных активных двухполюсников может быть представлен схемой замещения, состоящей из последовательно соединенных источников э.д.с. и резистивных элементов с сопротивлениями  $R_{вт1}$  и  $R_{вт2}$  (рис. 1.31). Очевидно, один из активных двухполюсников в данном случае является источником, а другой — приемником электрической энергии.

Если ток  $I$  в этой цепи направлен от источника э. д. с.  $E_{эк1}$  к источнику э. д. с.  $E_{эк2}$ , то напряжение  $U_{ab}$  на зажимах каждого из активных двухполюсников определяется одним из двух уравнений:

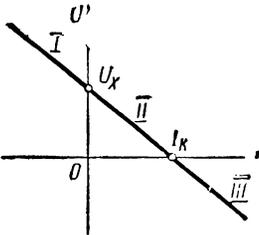


Рис. 1.32. Обобщенная вольт-амперная характеристика активного двухполюсника

$$U_{ab} = E_{эк1} - R_{вт1} I, \tag{1.52}$$

$$U_{ab} = E_{эк2} + R_{вт2} I. \tag{1.52a}$$

Первое уравнение представляет собой аналитическое выражение линейной внешней характеристики источника электрической энергии (участок II на рис. 1.32) с характерными точками  $U_x = E_{эк1}$  в режиме холостого хода (при отключении второго активного двухполюсника) и  $I_k = E_{эк1} / R_{вт1}$  в режиме короткого замыкания (при соединении точек  $a$  и  $b$ ). Второе уравнение описывает вольт-амперную характеристику активного приемника, в режиме которого работает второй активный двухполюсник. Из уравнений (1.52) и (1.52a) видно, что напряжение  $U_{ab}$  активного двухполюсника, работающего в режиме источника электрической энергии,

меньше э. д. с.  $E_{эк1}$ , по в то же время больше э. д. с.  $E_{эк2}$  активного двухполюсника, работающего в режиме приемника. На основании уравнений (1.52) и (1.52a) можно составить баланс мощностей двух активных двухполюсников. Для этого умножим эти уравнения на ток  $I$  и приравняем их друг другу. В результате получим

$$E_{эк1} I - R_{вт1} I^2 = E_{эк2} I + R_{вт2} I^2 \tag{1.53}$$

или

$$E_{эк1} I = E_{эк2} I + R_{вт1} I^2 + R_{вт2} I^2. \tag{1.53a}$$

Из уравнения (1.53а) следует, что мощность первого источника э. д. с.  $R_{\text{вт}1} I = E_{\text{э}к1} I$  равна сумме мощностей пассивных элементов обоих двухполюсников и мощности источника э. д. с. второго двухполюсника, работающего в режиме приемника. Это означает, что первый источник вырабатывает электрическую энергию, которая частично превращается в тепловую энергию в пассивных элементах, а частично — в другой вид энергии, например в механическую энергию в электрических двигателях, химическую — в аккумуляторах и т. п.

Значение тока  $I$  в схеме замещения рис. 1.31 определяется выражением

$$I = (E_{\text{э}к1} - E_{\text{э}к2}) / (R_{\text{вт}1} + R_{\text{вт}2}). \quad (1.54)$$

Из этого выражения видно, что при условии  $E_{\text{э}к2} > E_{\text{э}к1}$  ток  $I$  становится отрицательным, т. е. его направление оказывается противоположным: он будет направлен от источника э. д. с.  $E_{\text{э}к2}$  к источнику э. д. с.  $E_{\text{э}к1}$  (пунктирная стрелка на рис. 1.31). При этом второй активный двухполюсник работает в режиме источника электрической энергии, а первый — в режиме приемника. Таким образом, увеличивая э. д. с.  $E_{\text{э}к2}$ , можно перевести работу первого двухполюсника в режим активного приемника. Вольт-амперная характеристика первого активного двухполюсника в этом случае будет определяться выражением

$$U_{ab} = E_{\text{э}к1} + R_{\text{вт}1} I, \quad (1.526)$$

что соответствует участку  $I$  обобщенной вольт-амперной характеристики активного двухполюсника (рис. 1.32). Если изменить направление э. д. с. второго источника, то э. д. с. источников  $E_{\text{э}к1}$  и  $E_{\text{э}к2}$  эквивалентных двухэлементных активных двухполюсников будут иметь одинаковые направления (рис. 1.33) и выражение для напряжения  $U_{ab}$  примет вид

$$U_{ab} = E_{\text{э}к1} - R_{\text{вт}1} I = -E_{\text{э}к2} + R_{\text{вт}2} I. \quad (1.55)$$

Если  $E_{\text{э}к1} > R_{\text{вт}1} I$ , а следовательно,  $E_{\text{э}к1} I > R_{\text{вт}1} I^2$ , то первый активный двухполюсник работает в режиме источника электрической энергии, так как мощность

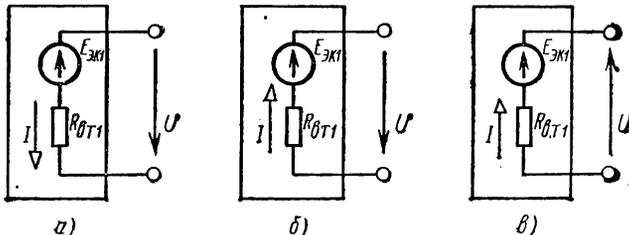


Рис. 1.34. Схемы замещения активного двухполюсника, соответствующие участкам  $I$  (а),  $II$  (б) и  $III$  (в) обобщенной в. а. х. (см. рис. 1.32)

его источника э. д. с.  $P_{\text{вт}1} = E_{\text{э}к1} I$  больше мощности пассивного элемента, а второй активный двухполюсник — в режиме приемника, поскольку  $R_{\text{вт}2} I^2 > E_{\text{э}к2} I$ . При  $E_{\text{э}к1} < R_{\text{вт}1} I$  напряжение  $U_{ab}$  становится отрицательным, мощность пассивного элемента первого эквивалентного активного двухполюсника становится больше мощности  $P_{\text{вт}1} = E_{\text{э}к1} I$  и первый двухполюсник начинает работать в режиме приемника. Этот режим работы активного двухполюсника характеризуется участком  $III$  обобщенной вольт-амперной характеристики (рис. 1.32). Данному режиму соответствует большой ток, определяемый выражением

$$I = (E_{\text{э}к1} + E_{\text{э}к2}) / (R_{\text{вт}1} + R_{\text{вт}2}). \quad (1.56)$$

Такой режим иногда используют в цепях с фотопреобразователями для получения наибольшего тока индикатора. Для силовых электротехнических устройств он недопустим, так как соответствует режиму «двойного» короткого замыкания двух активных двухполюсников, причем для одного из них ток может быть больше тока короткого замыкания этого двухполюсника.

Таким образом, возможны следующие режимы работы активных двухполюсников, соответствующие трем участкам обобщенной вольт-амперной характеристики (см. рис. 1.32): участку *I* обобщенной в. а. х. активного двухполюсника  $A_1$  соответствует его работа в режиме приемника (рис. 1.34, *a*), когда направление тока совпадает с направлением напряжения и противоположно направлению э. д. с.; участку *II* — его работа в режиме источника электрической энергии (рис. 1.34, *b*), когда направление тока совпадает с направлением э. д. с. и противоположно направлению напряжения; участку *III* — также работа в режиме приемника (рис. 1.34, *в*). В этом случае направления тока, э. д. с. и напряжения совпадают. Таким образом, как видно из рис. 1.34, в цепях постоянного тока режим приемника характеризуется совпадением направлений тока и напряжения активного двухполюсника, а режим источника электрической энергии — противоположным направлением напряжения и тока.

### Контрольные вопросы

1. Имеются ли преимущества передачи электрической энергии на постоянном токе по сравнению с передачей ее на переменном токе?
2. Каковы области применения электротехнических устройств постоянного тока?
3. В чем отличие электрической цепи и ее схемы замещения?
4. Что такое двухполюсник и четырехполюсник?
5. Какое количество уравнений составляют по первому и второму законам Кирхгофа для определения токов в ветвях электрической цепи?
6. Для каких четырехполюсников применим принцип взаимности?
7. Приведите примеры последовательного и параллельного соединений элементов в электротехнических устройствах.
8. Можно ли по одному заданному току и известным сопротивлениям ветвей определить значение э. д. с. единственного источника электрической энергии в цепях с различным соединением элементов?
9. В чем преимущество метода контурных токов по сравнению с другими методами расчета электрических цепей?
10. Когда целесообразно применять метод суперпозиции (наложения) для расчета электрических цепей?
11. Чему будет равно напряжение  $U_{AB}$  в схеме рис. 1.23, *a*, если  $R_2=0$ ?
12. Как определить методом эквивалентного активного двухполюсника ток в ветви с сопротивлением  $R_d$  (см. рис. 1.26, *a*), если в эту ветвь включен источник электрической энергии с э. д. с.  $E'$ ?
13. Каковы преимущества согласованного режима работы активного и пассивного двухполюсников по сравнению с другими режимами?

## ГЛАВА 2

### ОДНОФАЗНЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

#### § 2.1. Внедрение переменного тока в практику

Переменный ток долгое время не находил практического применения. Это объясняется тем, что первые электрические генераторы вырабатывали постоянный ток, который вполне удовлетворял техническим процессам промышленной электрохимии, а двигатели постоянного тока, используемые на отдельных предприятиях, имели хорошие рабочие характеристики.

Однако, как отмечалось в гл. 1, по мере развития промышленного производства постоянный ток все менее удовлетворял возрастающим требованиям экономичного энергоснабжения.

Внедрению переменного электрического тока в значительной мере способствовало развитие электрического освещения, особенно изобретение в 1876 г. русским электротехником П. Н. Яблочковым простого и надежного источника света «электрической свечи» — дуговой лампы без регулятора. В отличие от предшествующих сложных конструкций дуговых ламп постоянного тока в «электрической свече» угли одинакового диаметра, разделенные тонким изолирующим слоем, располагались параллельно друг другу, и их высота уменьшалась по мере сгорания, подобно свече.

Изобретение «электрической свечи» способствовало не только более интенсивному развитию освещения, но и электротехники в целом. Прежде всего «электрическая свеча» устойчиво горела при включении в цепь переменного тока, в чем П. Н. Яблочков видел ее существенное преимущество перед предшествующими установками. Он убедительно показал, что на базе переменного тока можно эффективно осуществить «дробление» электрической энергии посредством индукционных катушек — первых трансформаторов с разомкнутым магнитопроводом, во вторичную обмотку которых включалась «электрическая свеча». В предложенной Яблочковым системе «дробления» электрической энергии получила оформление электрическая сеть переменного тока с ее основными элементами: первичный двигатель — генератор — линия передачи — трансформатор — приемник.

В связи с расширением области применения «свечи» значительно возрос спрос на генераторы переменного тока, выпуск которых увеличился в десятки раз. Даже мощность электрических машин обозначалась по числу подключаемых «электрических свечей» (например, «шестисвечный генератор»).

Дальнейшее развитие электрического освещения послужило толчком к разработке более совершенных конструкций трансформаторов. Практика показала несовершенство трансформаторов с разомкнутым магнитопроводом, и в результате многочисленных исследований и экспериментов ученых и инженеров разных стран к середине 80-х годов были разработаны промышленные типы однофазных трансформаторов с замкнутым шихтованным магнитопроводом (первый патент на такие трансформаторы был получен венгерскими инженерами М. Дери, О. Блати и К. Циперновским).

«Электрическая свеча» сыграла важную роль и в решении такой магистральной электротехнической проблемы, как централизация производства и распределение электрической энергии.

В 1879 г. П. Н. Яблочков выступил с предложением производить электроэнергию на крупных «электрических заводах» и распределять ее подобно тому, как доставляются потребителю газ и вода. В наше время можно по достоинству оценить это прозорливое предвидение прогрессивного направления развития электротехники.

Начинается строительство электростанций переменного тока. Первая такая электростанция была построена в 1884 г. в Лондоне. В Рос-

сии первая центральная электростанция переменного тока вступила в строй в 1887 г. в Одессе. В XIX в. крупнейшей в России электростанцией переменного тока была станция на Васильевском острове в Петербурге (1894) мощностью 800 кВт.

Применение электрической энергии переменного тока напряжением 2000 В позволило увеличить радиус электроснабжения при потере 3% напряжения (вместо 17—20% на постоянном токе) и значительно удешевить электрическую сеть за счет использования проводов сечением 58 мм<sup>2</sup> (вместо 400—600 мм<sup>2</sup> в сетях постоянного тока). Внедрение переменного тока отражает характерную для капиталистического производства конкурентную борьбу за прибыли между фирмами и промышленными компаниями, владевшими электротехническими предприятиями. Многие промышленники, изготовлявшие машины, аппараты и оборудование для установок постоянного тока, всячески стремились «скомпрометировать» переменный ток, распространяя с помощью продажной прессы различные небывлицы, в том числе будто бы этот род тока более опасен для жизни человека. Так, введение смертной казни на электрическом стуле в 1889 г. в США было делом рук крупнейших американских фирм, пытавшихся сохранить господство постоянного тока.

Против применения переменного тока выступали и некоторые видные электротехники, не сумевшие вначале увидеть будущее в этом новом направлении развития электротехники. Например, Эдисон называл переменный ток вздором, не имеющим будущего. В связи с этим еще большего уважения заслуживают деятели электротехники конца прошлого века, в частности М. О. Доливо-Добровольский, предвосхитившие современные пути развития электротехники.

В настоящее время централизованное производство и распределение электрической энергии осуществляется на переменном токе. Переменный ток занял господствующее положение в промышленном приводе и электрическом освещении, в сельском хозяйстве и на транспорте, в технике связи и электротермии, а также в быту.

## § 2.2. Основные понятия

Переменными называют э.д.с., токи и напряжения, изменяющиеся с течением времени. Они могут изменяться только по значению (рис. 2.1, *а*, *б*) или только по направлению (рис. 2.1, *в*), а также по значению и направлению (рис. 2.1, *г*, *д*). В электроэнергетике наибольшее применение получил переменный ток, изменяющийся во времени по синусоидальному закону\*.

Рассмотрим основные определения, используемые при анализе цепей синусоидального тока.

Переменные электрические величины являются функциями времени, их значения в любой момент времени  $t$  называют **м г н о в е н ы м и** и обозначают строчными буквами. Например, выражение

---

\* Устройство и принцип действия генераторов синусоидального переменного тока рассматриваются в гл. 16.

мгновенного значения синусоидального тока определяется тригонометрической функцией  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ , единственной переменной в правой части которой является время  $t$ . График мгновенных значений тока  $i(t)$  показан на рис. 2.2. Амплитуда  $I_m$  равна максимальному значению тока. Аргумент синуса ( $\omega t + \psi_i$ ), измеряемый в радианах, определяет фазный угол синусоидальной функции тока в любой момент времени  $t$  и называется фазой, а величина  $\psi_i$ , равная фазному углу в момент начала отсчета времени ( $t=0$ ), — начальной фазой. Величина  $\omega$  определяет число радианов, на которое изменяется фаза колебаний за секунду, и называется угловой частотой.

Синусоидальные э.д.с., ток и напряжение являются периодическими функциями времени. Через промежуток времени  $T$ , называемый периодом (рис. 2.2), фаза колебаний изменяется на угол  $2\pi$ , и цикл колебаний повторяется снова:  $i(t) = i(t+T)$ , следовательно, период и угловая частота связаны соотношением  $\omega T = 2\pi$ . Длительность периода принято измерять в секундах. Величину, обратную периоду, называют частотой и обозначают  $f$ . Частота определяется количеством периодов в секунду:  $f = 1/T$  и измеряется в герцах (Гц). Очевидно, что

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f. \quad (2.1)$$

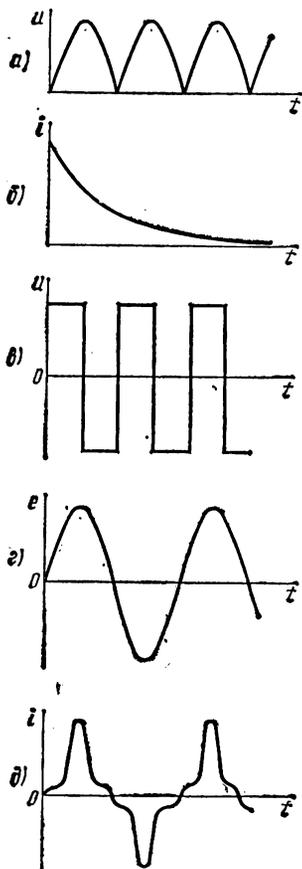


Рис. 2.1. Различные формы кривых переменных электрических величин

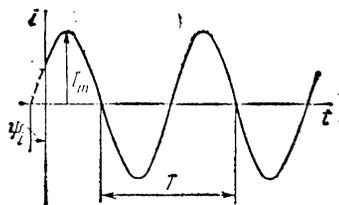


Рис. 2.2. График мгновенных значений синусоидального тока

Диапазон частот, используемых в технике, чрезвычайно широк. Производство и распределение энергии в энергосистемах СССР и странах Европы осуществляется на частоте 50 Гц. Частоте 50 Гц, которую называют промышленной, соответствует период  $T=0,02$  с и угловая частота  $\omega=314$  рад/с, или 314 1/с. В США, Канаде и Японии энергоснабжение осуществляется на частоте 60 Гц. Выбор значений частоты в энергосистемах определен тем, что при более низких частотах становятся заметными для глаза «мигания» ламп накаливания, а на более высоких частотах ухудшаются условия передачи энергии

на дальние расстояния за счет влияния емкостей и индуктивностей линий электропередачи. С ростом частоты уменьшаются габариты и масса электрооборудования, поэтому в авиации широко используют частоту 400 Гц. Для электрического нагрева применяют высокие частоты и частоты СВЧ-диапазона. Частоту ниже промышленной используют, например, для перемешивания жидкого металла, постоянный ток также можно считать периодической функцией времени с бесконечно большим периодом и частотой, равной нулю.

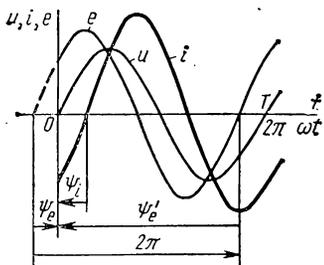


Рис. 2.3. Графики мгновенных значений Э. д. с., напряжения и тока

Все сказанное относительно тока справедливо также для синусоидально изменяющихся напряжений  $u(t)$  и Э. д. с.  $e(t)$ . На рис. 2.3 представлены графики мгновенных значений тока, напряжения и Э. д. с., которые можно рассматривать как функции времени или пропорциональной ему величины — фазового угла  $\omega t$ . Фазы колебаний у синусоид на рис. 2.3 различны. В момент начала отсчета

времени ( $t=0$ ) напряжение проходит нулевую фазу \*, т. е. начальная фаза напряжения равна нулю ( $\psi_u=0$ ). Начало синусоиды тока сдвинуто вправо от начала отсчета, т. е. нулевая фаза тока наступает спустя некоторое время после начала отсчета. Значение начальной фазы тока  $\psi_i$  отсчитывают от начала синусоиды тока до начала отсчета времени. Как видно из рис. 2.3, при сдвиге начала синусоиды вправо от начала координат начальная фаза отрицательна ( $\psi_i < 0$ ). Начало синусоиды Э. д. с. на рис. 2.3 сдвинуто влево от начала отсчета времени, при этом начальная фаза положительна ( $\psi_e > 0$ ) \*\*.

При совместном рассмотрении нескольких синусоидальных электрических величин одной частоты обычно интересуются разностью их фазовых углов, называемой углом сдвига фаз. Угол сдвига фаз двух синусоидальных функций определяют как разность их начальных фаз. Если синусоиды имеют одинаковые начальные фазы, то говорят о совпадении по фазе, если разность фаз равна  $\pm\pi$ , то говорят, что синусоиды противоположны по фазе. Фазовые соотношения имеют очень важное значение при анализе электрических цепей переменного тока. Угол сдвига фаз между током и напряжением участка цепи принято обозначать буквой  $\varphi$  и определять вычитанием начальной фазы тока из начальной фазы напряжения:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i. \quad (2.2)$$

Угол  $\varphi$  — величина алгебраическая. Если  $\psi_u > \psi_i$ , то  $\varphi > 0$ , при этом говорят, что напряжение опережает ток по фазе или ток отстает

\* Нулевая фаза или начало синусоиды соответствует нулевому значению функции при переходе ее от отрицательного значения к положительному.

\*\* Начальную фазу любой синусоиды на рис. 2.3, например  $e(t)$ , можно отсчитывать как от начала синусоиды, расположенного слева ( $\psi_e > 0$ ), так и от начала синусоиды, расположенного справа от начала координат ( $\psi_e' < 0$ ). В электротехнике, как правило, начальную фазу выбирают из условия  $|\varphi| \leq \pi$ .

по фазе от напряжения. В случае  $\psi_u < \psi_i$ ,  $\varphi < 0$ , т. е. напряжение отстает по фазе от тока или ток опережает напряжение.

**Пример 2.1.** Записать в тригонометрической форме выражения для мгновенных значений тока и напряжения, графики которых приведены на рис. 2.4, и определить для них угол сдвига фаз.

**Решение.** Амплитуда тока  $I_m = 5$  А, начальная фаза тока  $\psi_i = 0$ . Амплитуда напряжения  $U_m = 20$  В, начальная фаза напряжения  $\psi_u = -\pi/3$ . Период синусоид  $T = 0,01$  с, следовательно,  $\omega = 2\pi/T = 628$  рад/с;  $f = 100$  Гц. Итак,  $i = 5 \sin 628 t$ ,  $u = 20 \times \sin(628 t - \pi/3)$ ; угол сдвига фаз  $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\pi/3$ , ток опережает напряжение на угол  $\pi/3$ .

В электротехнике значения начальной фазы и угла сдвига фаз принято выражать как в радианах, так и в градусах, поэтому ответ можно записать и в другом виде:  $u = 20 \times \sin(628 t - 60^\circ)$  В,  $\varphi = -60^\circ$ .

В практике применения переменных токов широко пользуются понятием действующего значения электрической величины. Действующим называют среднее квадратичное значение переменной электрической величины за период. Действующий ток обозначают той же буквой, что и соответствующее амплитудное значение, но без индекса  $m$ :

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (2.3)$$

Как известно из курса физики, тепловое и электромеханическое действия тока пропорциональны квадрату его мгновенного значения, поэтому именно действующий ток  $I$  может служить количественной мерой их оценки за период.

Установим связь между амплитудой и действующим значением для синусоидальных величин. Если  $i = I_m \sin \omega t$ , то

$$\int_0^T i^2 dt = I_m^2 \int_0^T \sin^2 \omega t dt = I_m^2 \int_0^T [(1 - \cos 2\omega t)/2] dt = I_m^2 T/2,$$

следовательно, в соответствии с определением (2.3)

$$I = I_m / \sqrt{2}. \quad (2.4)$$

Для действующих значений синусоидально изменяющихся напряжения, э.д.с. и магнитного потока справедливы аналогичные выражения:

$$U = U_m / \sqrt{2}, \quad E = E_m / \sqrt{2}, \quad \Phi = \Phi_m / \sqrt{2}.$$

Если говорят о значениях переменного напряжения, э.д.с. или тока, то, как правило, подразумевают их действующие значения.

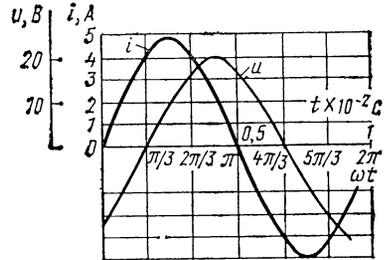


Рис. 2.4. Графики мгновенных значений тока и напряжения

Диапазон напряжений и токов, используемых в электротехнике, очень широк. В одиннадцатой пятилетке войдут в строй линии электропередачи напряжением 1150 кВ, в то время как в устройствах электроники напряжения сигналов могут составлять доли микровольта. Номинальное значение тока современной электроплавильной печи может составлять тысячи килоампер, в то же время отечественная промышленность выпускает микроамперметры для измерений в цепях переменного тока с верхним пределом диапазона измерений, равным всего лишь десяткам миллиампер. Обычно приборы для измерения переменных токов и напряжений градуируют в действующих значениях.

### § 2.3. Особенности электромагнитных процессов в цепях переменного тока

Электромагнитные явления в цепях переменного тока оказываются значительно более сложными, чем в цепях постоянного тока. В цепях переменного тока, так же как и в цепях постоянного тока, происходят необратимые преобразования электрической энергии в другие виды, однако этот процесс сопровождается сложными явлениями, происходящими в переменном электромагнитном поле.

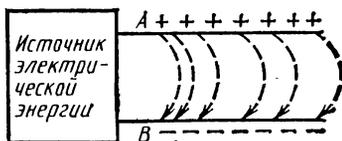


Рис. 2.5. Проводники, разделенные диэлектриком, подключенные к источнику электрической энергии

Начнем с анализа явлений, происходящих в электрическом поле, и рассмотрим, например, два проводника, разделенных диэлектриком (рис. 2.5), между которыми с помощью внешнего источника э.д.с. создана разность потенциалов, изменяющаяся во времени, т. е. существует переменное напряжение  $u(t)$ . Из курса физики известно, что на проводниках будет накапливаться заряд  $Q$ , а в окружающем их пространстве будет существовать электрическое поле, под действием которого осуществляется поляризация диэлектрика, разделяющего проводники. Связь между напряжением и зарядом определяется кулон-вольтной характеристикой, которая для линейных сред (диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = \text{const}$ ) линейна (см. рис. 2.6). Коэффициентом пропорциональности между зарядом и напряжением является электрическая емкость  $C$  проводников:

$$Q = Cu, \quad (2.5)$$

Заряд в формуле (2.5) измеряется в кулонах [Кл], а электрическая емкость — в фарадах [Ф].

Энергия  $W_э$ , запасаемая в электрическом поле, пропорциональна заряду и напряжению:

$$W_э = Qu/2 \quad \text{или} \quad W_э = Cu^2/2. \quad (2.5a)$$

С повышением напряжения энергия электрического поля возрастает, при снижении напряжения — уменьшается, преобразуясь в

устройствах электрической цепи в другие виды энергии или возвращаясь к источнику питания. Этот процесс сопровождается возникновением тока

$$i = dQ/dt = Cdu/dt. \quad (2.56)$$

Рассмотрим на простом примере (см. рис. 2.5), как необходимость учета явлений, происходящих в электрическом поле, изменяющемся во времени, усложняет анализ цепи переменного тока по сравнению с цепью постоянного тока.

Цепь рис. 2.5 находится в режиме холостого хода, т. е. приемник электрической энергии не подключен. Будем считать, что электрическая проводимость среды, окружающей проводники, равна нулю, т. е. среда не содержит свободных носителей заряда, которые могли бы участвовать в создании тока проводимости. Тогда в случае источника постоянного напряжения цепь рис. 2.5 незамкнута и, следовательно, ток в ней отсутствует. В случае источника переменного напряжения задача становится другой. Поскольку проводники обладают определенной емкостью  $C$ , наличие напряжения источника  $u$  приводит к появлению на проводах заряда  $Q = Cu$  (на рис. 2.5 условно показано распределение заряда для моментов времени, когда потенциал точки  $A$  выше потенциала точки  $B$ ). Под действием электрического поля, созданного зарядами (на рис. 2.5 пунктиром показаны

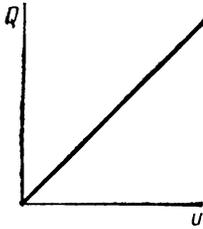


Рис. 2.6. Кулон-вольтная характеристика

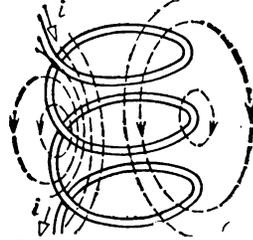


Рис. 2.7. Магнитное поле катушки

несколько силовых линий вектора напряженности электрического поля  $E$ ), будет осуществляться поляризация диэлектрика. Напряжение изменяется во времени, поэтому заряды на проводниках и поляризация диэлектрика будут также изменяться, при этом в диэлектрике возникнет ток смещения  $i = Cdu/dt$ , а в источнике — равный ему ток проводимости, т. е. и в отсутствие приемника источник нагружен током, значение которого определяется емкостью соединительных проводов.

Теперь перейдем к анализу явлений, происходящих в магнитном поле, и рассмотрим, например, катушку с током  $i$ , изменяющимся во времени (рис. 2.7). Из курса физики известно, что изменяющийся электрический ток создает в окружающем его пространстве переменное магнитное поле, которое в свою очередь индуцирует в катушке э.д.с. самоиндукции  $e_L$ . На рис. 2.7 пунктиром показаны несколько силовых линий вектора магнитной индукции  $B$ .

Значение э.д.с. самоиндукции  $e_L$  определяется скоростью изменения потокосцепления катушки с магнитным полем:

$$e_L = -d\Psi_L/dt. \quad (2.6)$$

Потокосцепление самоиндукции  $\Psi_L$  определяется формулой

$$\Psi_L = \sum_1^w \Phi_k, \quad (2.7)$$

где  $w$  — число витков, образующих катушку (в рассматриваемом случае  $w=3$ );  $\Phi_k$  — магнитный поток, равный потоку вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$  через поверхность  $S_k$ , ограниченную контуром  $k$ -го витка:

$$\Phi_k = \int_{S_k} \mathbf{B} dS. \quad (2.8)$$

Если каждый из витков катушки пронизывается одним и тем же магнитным потоком  $\Phi$ , то формула для потокосцепления самоиндукции упрощается и принимает вид

$$\Psi_L = w\Phi. \quad (2.9)$$

Потокосцепление  $\Psi_L$  и магнитный поток  $\Phi$  измеряются в веберах [Вб]. Связь между потокосцеплением и током витка определяется вебер-амперной характеристикой. На рис. 2.8 показана вебер-амперная характеристика катушки с током для случая, когда окружающая среда не содержит ферромагнитного вещества. Свойства электрических цепей, содержащих элементы с нелинейными вебер-амперными характеристиками, будут рассмотрены в гл. 8. В настоящей главе анализируются свойства цепей только для линейных сред, при этом вебер-амперные характеристики всех элементов цепи линейны, а связь между потокосцеплением и током определяется индуктивностью  $L$ , значение которой не зависит от тока:

$$\Psi_L = Li. \quad (2.9a)$$

Индуктивность измеряется в генри (Гн). В соответствии с (2.6)

$$e_L = -d\Psi_L/dt = (-d\Psi_L/di) (di/dt) = -L di/dt. \quad (2.10)$$

Энергия  $W_m$  магнитного поля пропорциональна току и потокосцеплению:

$$W_m = \Psi_L i / 2 \quad \text{или} \quad W_m = Li^2 / 2. \quad (2.11)$$

С увеличением тока энергия, запасаемая в магнитном поле, возрастает, а при уменьшении тока — убывает, переходя в устройствах электрической цепи в другие виды энергии или возвращаясь к источнику питания.

Из рассмотрения явлений, происходящих в электрических и магнитных полях, следует, что скорость поступления энергии, т. е. мгновенная мощность  $p$  электротехнических устройств переменного тока в течение периода не остается постоянной и может изменяться не только по значению, но и по знаку. В моменты времени, когда энергия электромагнитного поля возрастает, электротехническое устройство потребляет электрическую энергию и его мгновенная мощность положительна, при высвобождении энергии, запасенной в поле, мгновенная мощность устройства может быть и отрицательной. При анализе цепей переменного тока необходимо учитывать наличие как токов смещения, так и э. д. с. самоиндукции.

#### § 2.4. Идеальные элементы цепи переменного тока. Схемы замещения

Анализ цепей синусоидального тока значительно сложнее, чем цепей постоянного тока, так как на любом участке цепи переменного тока осуществляются необратимые процессы преобразования электрической энергии и одновременно проявляются действия изменяющегося электромагнитного поля, т. е. присутствуют токи смещения и э. д. с. самоиндукции. Поэтому при решении большинства электротехнических задач вводят допущения, которые существенно упрощают анализ цепи переменного тока и в то же время позволяют получать результаты, удовлетворяющие практику.

Рассмотрим, например, процессы, происходящие в обыкновенной лампе накаливания, включенной в сеть переменного тока. Безусловно, что между отдельными витками нити накаливания существует электрическая емкость, нить обладает также определенной индуктивностью. Однако на промышленной частоте токи смещения, существующие в диэлектрике между витками нити, значительно меньше тока проводимости в металлической нити, поэтому ими можно пренебречь, считая межвитковую емкость нити равной нулю. Э. д. с. самоиндукции, возникающая в нити накаливания на промышленной частоте, составляет доли процента от напряжения, приложенного к лампе, поэтому ею можно также пренебречь, полагая, что индуктивность нити накаливания равна нулю. При такой идеализации ( $C=0$ ,  $L=0$ ) лампа характеризуется только необратимыми процессами преобразования электрической энергии в тепловую и лучистую. В этом случае при анализе электрической цепи лампу называют идеальным резистивным элементом цепи с сопротивлением  $R$  или сокращенно  $R$ -элементом. Параметр резистивного элемента  $R$  определяет в соответствии с законом Ома связь мгновенных значений тока и напряжения:

$$u = Ri, \quad (2.12)$$

а также мгновенную мощность элемента при заданном мгновенном значении тока:

$$p = ui = Ri^2. \quad (2.13)$$

Сопротивление резистивного элемента  $R$  в цепи переменного тока принято называть **активным\*** сопротивлением.

Далее будет показано (см. рис. 2.35), что сопротивление  $R$  резистивного элемента цепи зависит от частоты тока — активное сопротивление  $R$  всегда больше сопротивления резистивного элемента в цепи постоянного тока.

В этой главе будут рассмотрены только линейные цепи переменного тока, поэтому будем считать, что активное сопротивление  $R$ -элемента не зависит от тока, т. е. его

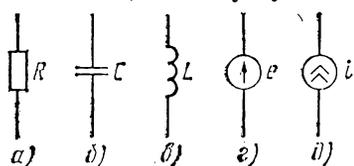


Рис. 2.9. Обозначение на схемах замещения идеальных элементов: резистивного (а), емкостного (б), индуктивного (в), источника  $\mathcal{E}$ , д. с. (г), источника тока (д)

вольт-амперная характеристика линейна.

К идеальным резистивным элементам могут быть отнесены реостаты, большинство электронагревательных устройств; в устройствах электроники широко используют резисторы, которые специально конструируют таким образом, чтобы их емкость и индуктивность были минимально возможными. Обозначение  $R$ -элемента на схемах замещения показано на рис. 2.9, а.

Примером другого идеального элемента электрической цепи переменного тока может служить конденсатор. Магнитным полем токов смещения конденсатора можно пренебречь вплоть до очень высоких частот. Электрическая энергия, теряемая в конденсаторе на нагрев совершенного диэлектрика, также пренебрежимо мала, поэтому энергетические процессы практически определяются только явлениями, происходящими в электрическом поле. При таких допущениях конденсатор называют идеальным емкостным элементом цепи переменного тока или  $C$ -элементом. Параметром идеального емкостного элемента является его электрическая емкость  $C$ . Условное графическое изображение  $C$ -элемента на схемах замещения показано на рис. 2.9, б.

Еще одним примером идеального элемента является индуктивная катушка. На промышленной частоте токи смещения между витками катушки несоизмеримо меньше тока проводимости в ней, т. е. межвитковой емкостью катушки можно пренебречь, аналогично тому, как это делалось при рассмотрении лампы накаливания. Электрическая энергия, выделяемая в катушке за счет нагрева провода обмотки, как правило, невелика и во многих практических случаях ею можно также пренебречь. При принятых допущениях индуктивную катушку называют идеальным индуктивным элементом цепи или  $L$ -элементом. Параметром идеального индуктивного элемента является его индуктивность  $L$ , а энергетические процессы в нем определяются только явлениями, происходящими в магнитном поле. Условное графическое изображение  $L$ -элемента на схемах замещения показано на рис. 2.9, в.

\* Следует обратить внимание на то, что резистивный элемент цепи — это пассивный элемент. Следовательно, активное сопротивление является параметром пассивного элемента цепи.

Введенные в рассмотрение  $R$ -,  $C$ - и  $L$ -элементы позволяют создавать расчетные схемы замещения, т. е. математические модели любых реальных электротехнических устройств. Так, схема замещения конденсатора с несовершенным диэлектриком в случае, когда нагревом диэлектрика пренебречь нельзя, должна содержать помимо емкостного резистивный элемент, учитывающий нагрев диэлектрика.

Следует обратить внимание на то, что схема замещения любого конденсатора обязательно содержит емкостный элемент, но неправильно обратное утверждение, что присутствие емкостного элемента в схеме замещения цепи непременно свидетельствует о наличии в электрической цепи конденсатора. Так, например, схемы замещения электронных устройств содержат емкостные элементы, учитывающие межэлектродные емкости транзисторов, а также емкости между монтажными проводами. Иными словами,  $C$ -элемент схемы замещения отражает наличие в рассматриваемой цепи явлений, происходящих в электрическом поле, связанных с поляризацией диэлектрика и возникновением токов смещения, которые характерны не только для конденсатора. Точно так же с помощью резистивного  $R$ -элемента на схемах замещения учитывают не только необратимые преобразования электрической энергии в тепловую, но и другие виды необратимых преобразований, т. е. на тех участках электрической цепи, схема замещения которых содержит  $R$ -элемент, совершается работа. Например, с помощью  $R$ -элемента в схеме замещения электрического двигателя учитывают необратимые преобразования электрической энергии в механическую. Наличие в схеме замещения  $L$ -элемента свидетельствует о том, что на рассматриваемом участке электрической цепи необходимо учитывать энергетические процессы, происходящие в магнитном поле.

Анализируя электрические цепи, будем полагать, что электрическое и магнитное поля сосредоточены только на тех участках цепи, схемы замещения которых содержат соответственно  $C$ - и  $L$ -элементы.

Каждый из рассмотренных трех идеальных элементов электрической цепи является пассивным, так как ток и напряжение этих элементов отличаются от нуля только в случае, если они подключаются к источникам электрической энергии.

При анализе цепей переменного тока, так же как и цепей постоянного тока, пользуются понятием идеальных источников. Источник называется идеальным источником э. д. с., если можно считать, что амплитуда, частота и начальная фаза напряжения на его зажимах не зависят от тока. Условное изображение такого источника на схеме замещения показано на рис. 2.9, *г*. Источник называется идеальным источником тока, если можно считать, что амплитуда, частота и начальная фаза его тока не зависят от напряжения на зажимах. Условное изображение такого источника на схеме замещения показано на рис. 2.9, *д*.

Примером идеального источника может служить энергосистема или промышленная сеть переменного тока. Принято считать, что амплитуда, частота и начальная фаза напряжения промышленной сети практически не зависят от тока. Тогда схема замещения электрической цепи, в которой к промышленной сети подключен, например,

$R$ -элемент, будет иметь вид, показанный на рис. 2.10, *а*. При начертании схем с идеальными источниками э. д. с. в цепях переменного тока, так же как и в цепях постоянного тока, схему рис. 2.10, *а* допускается представлять в виде схемы рис. 2.10, *б*, т. е. не изображать идеальный источник, а только указывать с помощью стрелки напряжение на его зажимах.

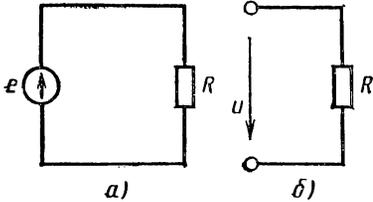


Рис. 2.10. Схема замещения цепи, содержащей  $R$ -элемент, подключенный к промышленной сети

Введенные в рассмотрение идеальные элементы представляют собой научные абстракции, имеющие исключительно большое практическое значение. С помощью таких абстракций создаются схемы замещения, т. е. математические модели, позволяющие решать многие электротехнические

инженерные задачи. Однако нужно помнить, что любая схема замещения электрической цепи имеет определенные пределы применимости. Так, например, на повышенных частотах может оказаться необходимым учитывать межвитковую емкость индуктивной катушки, которую на частоте 50 Гц было допустимо считать идеальной. Создание схемы замещения — серьезная инженерная задача, которую всегда решают с учетом конкретных условий.

### § 2.5. Изображение синусоидальных функций времени радиус-векторами в декартовой плоскости координат

Электрическое состояние цепей переменного тока, так же как и цепей постоянного тока, описывается уравнениями Кирхгофа. Однако при анализе цепей синусоидального тока математический аппарат становится более громоздким, так как все уравнения содержат электриче-

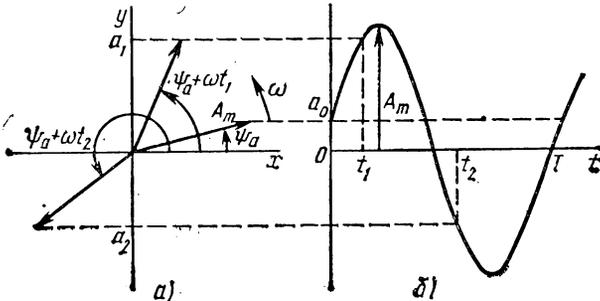


Рис. 2.11. Вращающийся радиус-вектор (*а*) и соответствующая ему синусоидальная функция времени (*б*)

ские величины, изменяющиеся по гармоническому закону. Для упрощения решения уравнений с гармоническими функциями в электротехнике широко используют графические методы, знакомство с которыми начнем с рассмотрения рис. 2.11, известного из тригонометрии. На рис. 2.11, *а* представлен радиус-вектор, длина которого равна  $A_m$ ,

вращающийся в декартовой плоскости координат  $xy$  против часовой стрелки с равномерной частотой  $\omega$  и поворачивающийся за время одного оборота  $T$  на угол  $2\pi$ , т. е.  $\omega T = 2\pi$ . Положение радиус-вектора относительно оси  $x$  в момент начала отсчета времени  $t=0$  определяется углом  $\psi_a$ . За отрезок времени  $t_1$  радиус-вектор повернется на угол  $\omega t_1$  и его положение относительно оси  $x$  определится углом  $\psi_1 = \psi_a + \omega t_1$ . За время  $t_2$  радиус-вектор переместится на угол  $\omega t_2$  и займет положение, определяемое углом  $\psi_2 = \psi_a + \omega t_2$ , и т. д. В соответствии с определением синуса проекция вращающегося радиуса-вектора на ось  $y$  определится выражением  $a = A_m \sin(\omega t + \psi_a)$ , где  $A_m$  — длина радиуса-вектора;  $a$  — его проекция на ось  $y$  в момент времени  $t$ . Очевидно, при  $t=0$   $a = a_0 = A_m \sin \psi_a$  (отрезок  $Oa_0$ ) и т. д.

На рис. 2.11, б построена синусоида, мгновенные значения которой для любого момента времени  $t$  найдены как соответствующие проекции вращающегося радиус-вектора на ось  $y$ .

На основании построенный рис. 2.11 можно утверждать, что любому равномерно вращающемуся радиусу-вектору однозначно соответствует некоторая синусоидальная функция. И, наоборот, любая синусоидальная функция времени может быть условно изображена однозначно соответствующим ей вращающимся радиусом-вектором, длина которого равна амплитудному значению синусоиды, а начальное положение относительно оси  $x$  определяется начальной фазой синусоиды.

Посмотрим, как условный «графический» образ синусоидальной функции — вращающийся радиус-вектор — может быть использован при расчетах цепей переменного тока. Определим, например, ток  $i = i_1 + i_2$ , если  $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$  и  $i_2 = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_2)$ .

Как известно, сумма двух синусоид одинаковой частоты  $\omega$  представляет собой также синусоиду частотой  $\omega$ , т. е.  $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$ , и, следовательно, задача сводится к нахождению амплитуды  $I_m$  и начальной фазы  $\psi$  суммарного тока  $i$ . Искомые параметры  $I_m$  и  $\psi$  можно найти, воспользовавшись известными тригонометрическими преобразованиями. Однако такое решение получается громоздким даже в рассматриваемом случае, когда суммируются только две функции, в то время как задачи электротехники в общем случае требуют суммирования нескольких синусоидальных величин. Проведем решение задачи с помощью радиус-векторов  $I_{1m}$  и  $I_{2m}$ , вращающихся с частотой  $\omega$ , положения которых для момента времени  $t=0$  показаны на рис. 2.12, и осуществим геометрическое суммирование этих радиусов-векторов по правилу параллелограмма. Результирующий радиус-вектор  $I_m$  будет также вращаться с частотой  $\omega$  и, следовательно, являться, в свою очередь, изображением некоторой синусоидальной функции времени. Как известно, проекция суммарного радиуса-вектора на ось  $y$  равна сумме проекций на эту ось слагаемых радиусов-векторов, следовательно, суммарный радиус-вектор на рис. 2.12 является изображением

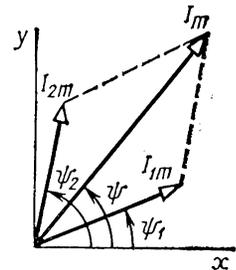


Рис. 2.12. Суммирование синусоидальных функций с помощью вращающихся радиус-векторов

синусоидального тока  $i$ , для которого справедливо соотношение  $i = i_1 + i_2$ , т. е. геометрическим изображением искомого тока. Измерив длину суммарного радиуса-вектора и зная выбранный масштаб, можно определить амплитуду тока  $I_m$ , непосредственно по чертежу определяется и начальная фаза  $\psi$ .

Рассмотренная совокупность радиусов-векторов, изображающих синусоидальные функции времени, называется векторной диаграммой.

Векторная диаграмма рис. 2.12 позволила путем простейших геометрических построений провести суммирование двух синусоидальных функций. Очевидно, рассмотренный графический метод можно распространить на случай суммирования и вычитания любого числа синусоидальных функций одинаковой частоты.

Следует обратить внимание на то, что в рассмотренном графическом методе вся необходимая информация о синусоидальных функциях времени получена с помощью неподвижных радиусов-векторов, зафиксированных в положении, соответствующем началу отсчета времени  $t=0$ . Поэтому можно считать, что графическим изображением синусоидальной электрической величины может служить и неподвижный радиус-вектор, длина которого в выбранном масштабе равна амплитудному значению электрической величины, а угол относительно оси  $x$  равен ее начальной фазе.

Расчеты с использованием изображающих векторов просты и наглядны, однако обладают существенным недостатком, присущим всем графическим методам, — ограниченной точностью.

## § 2.6. Комплексные изображения синусоидальных функций времени

Комплексные изображения позволяют совместить простоту и наглядность векторных диаграмм с возможностью проведения точных аналитических расчетов.

Для введения комплексных изображений перенесем радиус-вектор, изображающий синусоидальную функцию времени в декартовой плоскости, на плоскость комплексных чисел (рис. 2.13), для чего совместим ось  $x$  с осью действительных чисел  $Re$ , а ось  $y$  — с осью мнимых чисел  $Im$  \*. При замене координат сохранились все условия изображения, о которых было сказано в § 2.5, — изображающий вектор  $\dot{A}$  на комплексной плоскости расположен относительно оси действительных чисел под углом  $\psi_a$ , равным начальной фазе синусоидальной функции, длина вектора в выбранном масштабе равна ее амплитудному значению. Векторы на комплексной плоскости обозначают соответствующими прописными буквами с точкой. Перенос изображающего вектора на комплексную плоскость дает возможность выразить его и

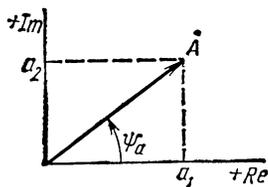


Рис. 2.13. Изображающий вектор на комплексной плоскости

\* Сокращенные обозначения  $Re$  и  $Im$  от франц. Reel (действительный) и Imaginaire (мнимый).

аналитически. Как известно, любому вектору  $\dot{A}$ , расположенному на комплексной плоскости, однозначно соответствует комплексное число, которое может быть записано в трех формах — алгебраической, тригонометрической и показательной. Для записи комплексного числа  $\dot{A}$  в алгебраической форме следует воспользоваться проекциями вектора  $\dot{A}$  на оси действительных и мнимых чисел (рис. 2.13):  $\dot{A} = a_1 + ja_2^*$ , при записи в тригонометрической форме проекции вектора выражают через его длину  $A$  и угол  $\psi_a$ :  $\dot{A} = A \cos \psi_a + jA \sin \psi_a = A (\cos \psi_a + j \sin \psi_a)$ . Показательная форма записи имеет вид  $\dot{A} = Ae^{j\psi_a}$ , где  $e$  — основание натурального логарифма. Все три формы записи в соответствии с формулой Эйлера равнозначны:  $\dot{A} = a_1 + ja_2 = A (\cos \psi_a + j \sin \psi_a) = Ae^{j\psi_a}$ . Выбор той или иной формы в каждом конкретном случае диктуется удобством осуществления нужной математической операции с комплексными числами: при суммировании удобна алгебраическая форма, при умножении и делении — показательная.

Напомним некоторые определения и правила действия с комплексными числами, известные из математики и часто используемые при анализе цепей синусоидального тока.

Переход от одной формы записи к другой очевиден из рис. 2.13:  $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ ,  $\psi_a = \operatorname{arctg} a_2/a_1$ ,  $a_1 = A \cos \psi_a$ ,  $a_2 = A \sin \psi_a$ . Напомним, что  $a_1$  — действительная, а  $a_2$  — мнимая части комплексного числа;  $A$  — модуль комплексного числа, а  $\psi_a$  — его аргумент. Комплексное число  $\dot{A}$  называют действительным, если  $a_2 = 0$ , при этом аргумент комплексного числа равен нулю или  $\pi$ , а вектор  $\dot{A}$  располагается на комплексной плоскости вдоль ( $a_1 > 0$ ,  $\psi_a = 0$ ) или противоположно ( $a_1 < 0$ ,  $\psi_a = \pi$ ) оси действительных чисел. Комплексное число называют мнимым, если  $a_1 = 0$ ; аргумент мнимого числа может принимать значения  $\pm \pi/2$ . На комплексной плоскости мнимое число изображают вектором, совпадающим с осью мнимых чисел ( $\psi_a = \pi/2$ ) или противоположным оси мнимых чисел ( $\psi_a = -\pi/2$ ).

Запишем в трех формах выражения для единичных действительных и мнимых комплексных чисел (случай  $A = 1$ ):

$$e^{j0} = \cos 0 + j \sin 0 = 1,$$

$$e^{j\pi} = \cos \pi + j \sin \pi = -1,$$

$$e^{j\pi/2} = \cos \pi/2 + j \sin \pi/2 = +j,$$

$$e^{-j\pi/2} = \cos (-\pi/2) + j \sin (-\pi/2) = -j.$$

Суммирование комплексных чисел осуществляют суммированием их действительных и мнимых составляющих, т. е. в алгебраической форме записи. Если  $\dot{A} = a_1 + ja_2$ ,  $\dot{B} = b_1 + jb_2$  и  $\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$ , то  $\dot{C} = c_1 + jc_2$ , где  $c_1 = a_1 + b_1$  и  $c_2 = a_2 + b_2$ .

При умножении комплексных чисел их модули перемножают, а аргументы суммируют, следовательно, умножение удобно проводить

\* Символом  $j = \sqrt{-1}$  обозначена мнимая единица; отличие от обозначения, принятого в математике, объясняется тем, что в электротехнике буква  $i$  используется для обозначения мгновенного тока.

в показательной форме записи. Если  $\dot{A} = Ae^{j\psi_a}$ ,  $\dot{B} = Be^{j\psi_b}$  и  $\dot{C} = \dot{A}\dot{B}$ , то  $\dot{C} = Ce^{j\psi_c}$ , где  $C = AB$  и  $\psi_c = \psi_a + \psi_b$ .

При делении комплексных чисел их модули делят, а аргументы вычитают, т. е. если  $\dot{C} = \dot{A}/\dot{B}$ , то  $\dot{C} = Ce^{j\psi_c}$ , где  $C = A/B$  и  $\psi_c = \psi_a - \psi_b$ .

Комплексные числа  $\dot{A}$  и  $\dot{A}^*$  называют сопряженными, если их модули равны, а аргументы равны и противоположны по знаку:  $\dot{A} = Ae^{j\psi_a}$ ,  $\dot{A}^* = Ae^{-j\psi_a}$ .

Опираясь на перечисленные правила, нетрудно доказать справедливость следующих соотношений:

$$jj = -1, \quad j(-j) = +1, \quad 1/j = -j, \quad 1/(-j) = +j.$$

Итак, любую синусоидальную функцию можно однозначно изобразить вектором на комплексной плоскости, который в свою очередь может быть выражен соответствующим ему комплексным числом. Очевидно, это комплексное число является также некоторым условным изображением исходной синусоидальной функции времени\*. Правила определения комплексных изображений очень просты — модуль комплексного числа, изображающего синусоидальную функцию времени, равен ее амплитуде, а аргумент — начальной фазе.

Следует обратить внимание на то, что комплексные изображения несут информацию только о двух параметрах синусоиды — амплитуде и начальной фазе, не отражая ее третьего параметра — угловую частоту  $\omega$ . Это объясняется тем, что аппарат комплексных изображений применим для анализа цепи, в которой действуют источники одной известной угловой частоты  $\omega$ ; если значение частоты не указано, то предполагается, что это промышленная частота, т. е.  $\omega = 314$  рад/с.

Условимся изображающие векторы на комплексной плоскости и соответствующие им комплексные числа обозначать той же буквой, что и амплитуду изображаемой синусоиды с точкой наверху. Кроме того, комплексному числу будем присваивать размерность той электрической величины, которую он изображает. Для удобства записи аргумент комплексных чисел можно выражать как в радианах, так и в градусах.

**Пример 2.2.** Найти комплексное изображение напряжения  $u = 10 \sin(\omega t + \pi/4)$  В.

**Решение.** По заданному выражению удобно записать комплексное изображение напряжения в показательной форме  $\dot{U}_m = 10 e^{j\pi/4} = 10 e^{j45^\circ}$ , от которого легко перейти к другим формам записи:

$$\dot{U}_m = 10 (\cos \pi/4 + j \sin \pi/4) \text{ или } \dot{U}_m = (7,05 + j7,05) \text{ В.}$$

Комплексное число, найденное в ответе примера 2.2, называют комплексной амплитудой, так как его модуль равен амплитуде изображаемой синусоиды.

Помимо комплексных амплитуд  $\dot{I}_m$ ,  $\dot{U}_m$  или  $\dot{E}_m$  широко пользуются также понятиями комплексного действующего

\* Изображающее комплексное число — это условный символ синусоиды, поэтому метод расчета с помощью комплексных чисел, иногда называют символическим.

тока  $\dot{I}$ , напряжения  $\dot{U}$  и э. д. с.  $\dot{E}$ . Модуль комплексного действующего значения равен действующему значению, а аргумент — начальной фазе изображаемой синусоиды. Очевидны следующие соотношения:

$$i = \dot{I}_m / \sqrt{2}, \quad \dot{U} = \dot{U}_m / \sqrt{2}, \quad \dot{E} = \dot{E}_m / \sqrt{2}.$$

Комплексные действующие электрические величины принято сокращенно называть «комплексный ток», «комплексное напряжение» и т. д.

**Пример 2.3.** Записать выражение для мгновенного значения тока, если комплексный ток  $I = (6 - j8)$  А.

**Решение.** Для решения задачи преобразуем запись комплексного числа в показательную форму  $I = Ie^{j\psi_i}$ . Модуль комплексного числа  $I = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$  А, амплитудное значение синусоиды  $I_m = \sqrt{2} I = 14,1$  А.

Для определения аргумента изобразим предварительно вектор на комплексной плоскости (рис. 2.14), отсчет угла  $\psi_i$  ведется от оси  $+1$ . Направление отсчета против часовой стрелки считается за положительное, а по часовой стрелке — за отрицательное. Таким образом, при отсчете угла  $\psi_i$  по часовой стрелке  $\psi_i = -53^\circ$ , при отсчете угла против часовой стрелки  $\psi_i = +307^\circ$ . Оба ответа равнозначны:  $i = 10e^{-j53^\circ} = 10e^{j307^\circ}$  А. Будем считать, что частота  $\omega$  равна промышленной, тогда  $i = 14,1 \sin(314t + 307^\circ)$  А =  $14,1 \sin(314t - 53^\circ)$  А.

Введение комплексных изображений позволяет суммировать и вычитать синусоидальные функции времени как с помощью геометрических построений на комплексной плоскости, аналогично тому, как было показано в § 2.5, так и аналитически, осуществляя сложение или вычитание соответствующих комплексных чисел. При этом решение получается не только простым, но и точным.

**Пример 2.4.** Определить напряжение  $u = u_1 + u_2$ , если  $u_1 = 100 \sin(\omega t + \pi/3)$  В,  $u_2 = 50 \sin(\omega t + \pi/6)$  В.

**Решение.** Найдем комплексные амплитуды заданных синусоид:  $\dot{U}_{1m} = 100 e^{j\pi/3}$  В,  $\dot{U}_{2m} = 50 e^{j\pi/6}$ . Комплексная амплитуда искомой синусоиды  $\dot{U}_m = \dot{U}_{1m} + \dot{U}_{2m}$ . Операцию суммирования удобно проводить в алгебраической форме:

$$\dot{U}_{1m} = 100 (\cos \pi/3 + j \sin \pi/3) = (50 + j86,6) \text{ В},$$

$$\dot{U}_{2m} = 50 (\cos \pi/6 + j \sin \pi/6) = (43,3 + j25) \text{ В}.$$

Следовательно,  $\dot{U}_m = \dot{U}_{1m} + \dot{U}_{2m} \approx (93,3 + j112)$  В.

Для записи синусоиды напряжения  $u$  переведем комплекс  $\dot{U}_m$  из алгебраической формы записи в показательную:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u} = \sqrt{93,3^2 + 112^2} e^{j \arctg 112/93,3} = 145 e^{j50^\circ 6'} \text{ В}.$$

Следовательно,  $u = 145 \sin(\omega t + 50^\circ 6')$  В.

Векторная диаграмма для рассматриваемой задачи приведена на рис. 2.15.

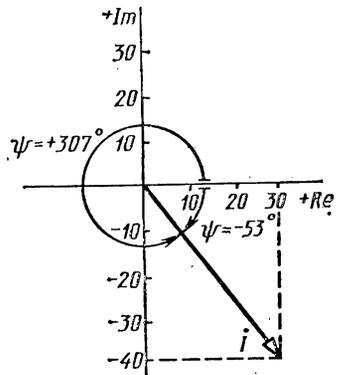


Рис. 2.14. Вектор на комплексной плоскости

Анализируя цепи переменного тока, можно убедиться в том, что при совместном рассмотрении нескольких синусоидальных электрических величин большой интерес представляет сопоставление этих величин по амплитуде и фазе. В самом лаконичном виде такое сопоставление можно сделать с помощью комплексных чисел. Пусть, например, синусоидальные напряжения  $u_1$  и  $u_2$  имеют одинаковые амплитуды, а начальная фаза  $\psi_{u_1}$  больше  $\psi_{u_2}$  на угол  $\pi/2$ , т. е. напряжение  $u_1$  опережает напряжение  $u_2$  на угол  $\pi/2$ . В комплексной форме приведенная информация о напряжениях  $u_1$  и  $u_2$  может быть выражена одним соотношением

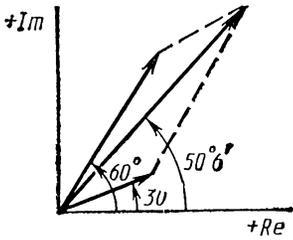


Рис. 2.15. Векторная диаграмма

Пусть, например, синусоидальные напряжения  $u_1$  и  $u_2$  имеют одинаковые амплитуды, а начальная фаза  $\psi_{u_1}$  больше  $\psi_{u_2}$  на угол  $\pi/2$ , т. е. напряжение  $u_1$  опережает напряжение  $u_2$  на угол  $\pi/2$ . В комплексной форме приведенная информация о напряжениях  $u_1$  и  $u_2$  может быть выражена одним соотношением

$$\dot{U}_1 = j\dot{U}_2.$$

Особенный интерес представляет сопоставление по амплитуде и фазе тока и напряжения одного и того же элемента цепи. Это сопоставление проводят также с помощью комплексных чисел.

Отношение комплексной амплитуды напряжения к комплексной амплитуде тока называется комплексным сопротивлением:

$$\underline{Z} = \dot{U}_m / \dot{I}_m. \quad (2.14)$$

Комплексное число  $\underline{Z}$  дает информацию как о соотношении амплитуд  $U_m$  и  $I_m$ , так и о сдвиге фаз между напряжением и током. Действительно,

$$\begin{aligned} \dot{U}_m / \dot{I}_m &= U_m e^{j\psi_u} / I_m e^{j\psi_i} = \\ &= U_m / I_m e^{j(\psi_u - \psi_i)} = U_m / I_m e^{j\varphi} = \underline{Z} = Z e^{j\varphi}, \end{aligned}$$

где  $Z$  — модуль, а  $\varphi$  — аргумент комплексного сопротивления.

Модуль комплексного сопротивления, называемый **п о л н ы м с о п р о т и в л е н и е м**, равен отношению амплитуды напряжения к амплитуде тока, а аргумент комплексного сопротивления — разности начальных фаз напряжения и тока:  $Z = U_m / I_m$ ,  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ .

Комплексное сопротивление можно выразить также через действующие комплексные напряжение и ток:

$$\underline{Z} = \dot{U}_m / \dot{I}_m = \dot{U} / \dot{I}. \quad (2.15)$$

Отметим, что обозначение комплексного сопротивления отличается от обозначения комплексов тока и напряжения — вместо точки над буквой символ комплексного сопротивления имеет черту снизу. Это различие объясняется тем, что сам комплекс  $\underline{Z}$  не служит изображением синусоидальной функции, а является комплексным числом, с помощью которого сопоставляются комплексные изображения напряжения и тока.

Соотношения

$$\dot{U}_m = \underline{Z} \dot{I}_m \quad \text{и} \quad \dot{U} = \underline{Z} \dot{I}, \quad (2.16)$$

аналогичные по форме записи закону Ома для цепи постоянного тока, называют законом Ома в комплексной форме соответственно для амплитудных и действующих значений.

И последнее замечание: фазовые соотношения (фазовые сдвиги между синусоидальными электрическими величинами) не зависят от выбора момента начала отсчета времени, т. е. от абсолютных значений начальных фаз, поэтому при построении векторных диаграмм любой один изображающий вектор можно совмещать, например, с осью действительных чисел, а все остальные векторы наносить на диаграмму, строго выдерживая углы сдвига фаз между изображаемыми синусоидальными величинами. Более того, при построении векторных диаграмм можно даже не указывать направления осей комплексной плоскости.

### § 2.7. Электрическая цепь с $R$ -элементом

Определим ток  $R$ -элемента, схема замещения которого показана на рис. 2.16, *а*, если он подключен к источнику синусоидального напряжения  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ .

Для записи уравнения электрического состояния цепи синусоидального тока предварительно необходимо, так же как и в цепях постоянного тока, выбрать положительные направления тока и напряжения. Тот факт, что ток и напряжение в цепях синусоидального тока в течение периода изменяют свое направление на противоположное, не лишает смысла наличия стрелок положительных направлений: истинное направление тока (напряжения) совпадает со стрелкой в моменты времени, когда  $i > 0$  ( $u > 0$ ), и противоположно стрелке, если  $i < 0$  ( $u < 0$ ). На участках электрической цепи, содержащих пассивные элементы, положительные направления тока и напряжения, так же как и в цепях постоянного тока, выбирают совпадающими.

Мгновенные значения тока и напряжения  $R$ -элемента, стрелки положительных направлений которых показаны на рис. 2.16, *а*, связаны законом Ома:  $u = Ri$  (2.12). Следовательно, при заданном синусоидальном напряжении источника ток в резистивном элементе будет также синусоидальным:

$$i = u/R = U_m/R \sin(\omega t + \psi_u) = I_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (2.17)$$

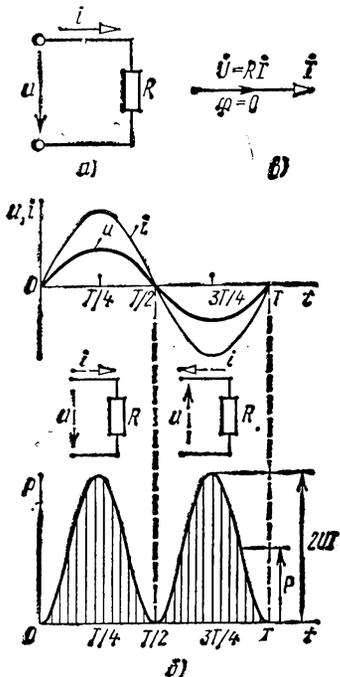


Рис. 2.16. Схема (а), графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности (б), векторная диаграмма (в) цепи с  $R$ -элементом

Из (2.17) очевидно, что ток и напряжение в рассматриваемом случае имеют одинаковую частоту и совпадают по фазе, а соотношение между амплитудными значениями определяются законом Ома:

$$U_m = RI_m; \quad (2.18)$$

$$\psi_i = \psi_u \quad \text{и} \quad \varphi = \psi_u - \psi_i = 0. \quad (2.19)$$

Графики мгновенных значений напряжения и тока для случая  $\psi_u = 0$  показаны на рис. 2.16, б. Поделив правую и левую части (2.18) на  $\sqrt{2}$ , можно записать уравнение по закону Ома для действующих значений напряжения и тока:

$$U = RI. \quad (2.20)$$

Соотношение между напряжением и током  $R$ -элемента можно записать и в комплексной форме. Если  $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$  и  $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ , то комплексное сопротивление  $\underline{Z} = \dot{U}_m / \dot{I}_m$ , или:  $Z = U_m / I_m e^{j(\psi_u - \psi_i)} = Re^{j0}$ , т. е.  $\underline{Z} = R$ , следовательно,

$$\dot{U}_m = R \dot{I}_m \quad \text{и} \quad \dot{U} = RI. \quad (2.21)$$

Комплексное сопротивление резистивного элемента является положительным действительным числом, равным активному сопротивлению  $R$ .

Соотношения (2.21) называют законом Ома соответственно для комплексных амплитуд и комплексных действующих значений напряжения и тока.

На рис. 2.16, в построена векторная диаграмма цепи рис. 2.16, а — вектор тока в  $R$ -элементе совпадает по фазе с вектором напряжения.

Рассмотрим энергетические процессы в цепи с  $R$ -элементом. Работу, совершаемую в электрической цепи, будем характеризовать скоростью поступления энергии, т. е. мощностью  $p$ . График изменения мгновенной мощности для цепи с  $R$ -элементом показан на рис. 2.16, б, там же пунктирными стрелками показаны истинные направления  $u$  и  $i$  в течение периода. В любой момент времени истинные направления тока и напряжения совпадают и, следовательно, мгновенная мощность положительна, т. е.  $R$ -элемент потребляет электрическую энергию от источника и необратимо преобразует ее в другие виды энергии. Скорость поступления энергии в течение периода не остается постоянной:

$$p = ui = U_m \sin \omega t I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t = UI (1 - \cos 2\omega t). \quad (2.22)$$

Мощность колеблется с угловой частотой  $2\omega$  в пределах от 0 до  $2UI$ . Энергетический процесс принято характеризовать средним значением мощности за период, которое называют активной мощностью и обозначают буквой  $P$ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI (1 - \cos 2\omega t) dt = UI. \quad (2.23)$$

С учетом (2.20) полученное выражение преобразуется к виду

$$P = UI = RI^2.$$

Активная мощность характеризует работу, совершаемую в электрической цепи за период, т. е. определяет электрическую энергию  $W$ , необратимо преобразовавшуюся в другие виды энергии:

$$W = \int_0^T p dt = PT = RI^2T. \quad (2.24)$$

На рис. 2.16, б этой работе соответствует заштрихованная площадь, ограниченная кривой  $p(t)$  и осью абсцисс. Единицей активной мощности является ватт [Вт].

Из (2.24) видно, что ток с действующим значением  $I$  по совершаемой им работе эквивалентен постоянному току, имеющему то же значение  $I$ .

### § 2.8. Электрическая цепь с $L$ -элементом

Рассмотрим соотношения между током и напряжением, справедливые для  $L$ -элемента, схема замещения которого и положительные направления электрических величин представлены на рис. 2.17, а. Предположим, что индуктивный элемент подключен к источнику синусоидального тока, т. е.  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . При изменяющемся токе потокосцепление самоиндукции  $\Psi$  будет также переменным:  $\Psi = Li = LI_m \sin(\omega t + \psi_i)$  или  $\Psi = \Psi_m \sin(\omega t + \psi_\Psi)$ , где  $\Psi_m = LI_m$ ,  $\psi_\Psi = \psi_i$ , следовательно, при синусоидальном изменении тока потокосцепление самоиндукции также изменяется по закону синуса, при этом синусоиды тока и потокосцепления совпадают по фазе. Изменяющееся потокосцепление наводит в катушке э. д. с. самоиндукции

$$e_L = -d\Psi/dt = -L di/dt = -L\omega I_m \cos(\omega t + \psi_i),$$

или

$$e_L = E_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i - \pi/2),$$

где  $E_{Lm} = L\omega I_m$ .

При синусоидальном изменении тока э. д. с. самоиндукции также синусоидальна, причем э. д. с. отстает по фазе от тока на четверть периода. Графики мгновенных значений  $i$ ,  $\Psi$  и  $e_L$  для случая  $\psi_i = 0$

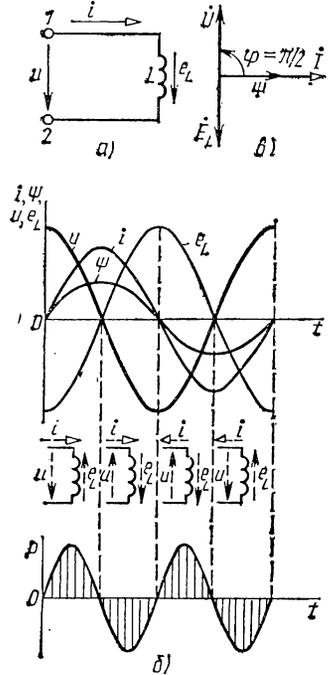


Рис. 2.17. Схема (а), графики мгновенных значений тока, потокосцепления, напряжения, э. д. с. самоиндукции и мощности (б), векторная диаграмма (в) цепи с  $L$ -элементом

изображены на рис. 2.17, б, там же пунктирными стрелками показаны истинные направления тока и э. д. с. в течение периода. Следует обратить внимание на то, что положительные направления  $i$  и  $e_L$  на схеме рис. 2.17, а выбраны совпадающими, а истинное направление  $e_L$  (пунктирные стрелки на рис. 2.17, б) в соответствии с принципом Ленца таково, что в любой момент времени э. д. с. противодействует изменениям тока, т. е. направлена против тока, когда он нарастает по модулю, и совпадает с током по направлению, если ток убывает.

Э. д. с. самоиндукции определяет разность потенциалов на зажимах  $L$ -элемента (рис. 2.17, а)  $V_2 = V_1 + e_L$  или  $V_2 - V_1 = e_L$ . Тогда для напряжения на индуктивном элементе  $u$ , положительное направление которого совпадает с током (рис. 2.17, а), можно записать  $u = V_1 - V_2 = -e_L = L di/dt$ . Следовательно,

$$u = L di/dt = L\omega I_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2) = U_m \sin(\omega t + \psi_u). \quad (2.25)$$

График  $u(t)$  показан на рис. 2.17, б.

Из (2.25) следует, что при синусоидальном токе напряжение на индуктивном элементе также синусоидально: напряжение и ток изменяются с одинаковой частотой; напряжение опережает ток на четверть периода  $\psi_u = \psi_i + \pi/2$ , угол сдвига фаз  $\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi/2$ .

Амплитудные значения тока и напряжения связаны соотношением  $U_m = L\omega I_m$ . Величину  $L\omega$ , имеющую размерность Ом, обозначают  $X_L$  и называют индуктивным сопротивлением. Тогда

$$U_m = X_L I_m. \quad (2.26)$$

Выражение (2.26) называют законом Ома для амплитудных значений тока и напряжения индуктивного элемента. Очевидно, закон Ома можно записать и для действующих значений:

$$U = X_L I. \quad (2.27)$$

Перейдем к комплексной форме записи закона Ома.

Если  $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u} = X_L I_m e^{j(\psi_i + \pi/2)}$  и  $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ , то  $\underline{Z} = \dot{U}_m / \dot{I}_m = X_L e^{j\pi/2} = jX_L$ . Следовательно,

$$\dot{U}_m = jX_L \dot{I}_m \quad \text{и} \quad \dot{U} = jX_L \dot{I}. \quad (2.28)$$

Комплексное сопротивление индуктивного элемента является положительным мнимым числом, модуль которого равен  $X_L$ . Векторная диаграмма для индуктивного элемента построена на рис. 2.17, в — вектор напряжения на индуктивном элементе опережает вектор тока на угол  $\pi/2$ . Векторы напряжения и э. д. с. находятся в противофазе, вектор потокосцепления совпадает по фазе с током.

Перейдем к анализу энергетических процессов в цепи с  $L$ -элементом. Мгновенная мощность индуктивного элемента

$$\begin{aligned} p &= ui = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \pi/2) = \\ &= UI [\cos(-\pi/2) - \cos(2\omega t + \pi/2)] = UI \sin 2\omega t. \end{aligned}$$

График мгновенной мощности показан на рис. 2.17, б. В первую четверть периода направления  $u$  и  $i$  совпадают и  $p > 0$ , т. е. индуктив-

ный элемент потребляет электрическую энергию от источника. Потребляемая энергия запасается в магнитном поле, энергия  $W_m = Li_2/2$  которого в рассматриваемом интервале времени увеличивается, так как ток  $i$  нарастает. В момент времени  $t = T/4$  ток достигает максимального значения и энергия, запасенная в магнитном поле, также максимальна. Эта энергия пропорциональна заштрихованной площади, ограниченной на рис. 2.17, *б* первой положительной полуволной синусоиды мощности и осью абсцисс. Во вторую четверть периода направления  $u$  и  $i$  противоположны и  $p < 0$ , т. е. индуктивный элемент является источником и высвобождает энергию, запасенную в магнитном поле. Действительно, в этом промежутке времени ток уменьшается по модулю и, следовательно, энергия, запасенная в магнитном поле, также уменьшается. К моменту времени  $t = T/2$ , когда ток примет нулевое значение, весь запас энергии будет возвращен источнику и  $W_m = 0$ . Далее процесс повторяется при отрицательных значениях тока.

Активная мощность  $P$ , характеризующая необратимые преобразования энергии и определяемая средним значением мгновенной мощности за период, для индуктивного элемента равна нулю:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t \, dt = 0.$$

Таким образом, в цепи с идеальным индуктивным элементом не совершается работа, а происходит только периодический обмен энергией между источником и магнитным полем. Интенсивность этого обмена принято характеризовать наибольшим значением скорости поступления энергии в магнитном поле, т. е. амплитудным значением мгновенной мощности, которое называют **р е а к т и в н о й м о щ н о с т ь ю** и обозначают  $Q_L$ :

$$Q_L = UI = X_L I^2. \quad (2.29)$$

Очевидно, что реактивная мощность имеет размерность ватт, однако единице реактивной мощности присвоено название **вольт-ампер реактивный**, сокращенно **вар**. Такое наименование позволяет говорить сокращенно «мощность, равная столько-то вар», не добавляя слова «реактивная».

## § 2.9. Электрическая цепь с *C*-элементом

Найдем соотношения между током и напряжением *C*-элемента, схема замещения которого и положительные направления электрических величин представлены на рис. 2.18, *а*. Предположим, что *C*-элемент подключен к источнику синусоидального напряжения, т. е.  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ . Изменяющаяся разность потенциалов будет вызывать перераспределение заряда  $Q = Cu$  и, следовательно, в цепи возникнет ток

$$i = dQ/dt = Cdu/dt = C\omega U_m \cos(\omega t + \psi_u)$$

или

$$i = C\omega U_m \sin(\omega t + \psi_u + \pi/2) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i), \quad (2.30)$$

где  $I_m = C\omega U_m$ .

Графики мгновенных значений  $u$  и  $i$  для случая  $\psi_u = 0$  изображены на рис. 2.18, б; пунктирными стрелками показаны истинные направления тока и напряжения в течение периода.

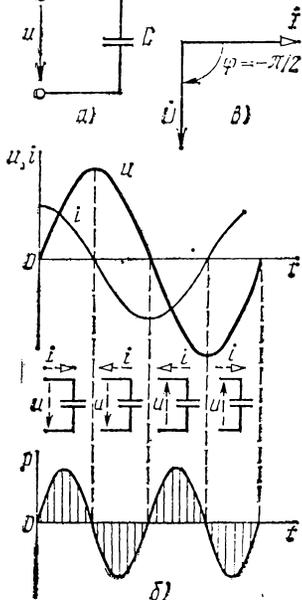


Рис. 2.18. Схема (а), графики мгновенных значений тока, напряжения и мощности (б), векторная диаграмма (в) цепи с С-элементом

Из (2.30) следует, что при синусоидальном напряжении ток емкостного элемента также синусоидален; напряжение и ток изменяются с одинаковой частотой; ток опережает напряжение на четверть периода  $\psi_i = \psi_u + \pi/2$ , угол сдвига фаз  $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\pi/2$ ; амплитудные значения тока и напряжения связаны соотношением  $I_m = C\omega U_m$ .

Величину  $1/C\omega$ , имеющую размерность Ом, обозначают  $X_C$  и называют емкостным сопротивлением. Тогда

$$U_m = X_C I_m. \quad (2.31)$$

Выражение (2.31) называют законом Ома для амплитудных значений тока и напряжения емкостного элемента. Очевидно, закон Ома можно записать и для действующих значений:

$$U = X_C I. \quad (2.32)$$

Перейдем к записи закона Ома в комплексной форме. Если  $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$  и  $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i} = I_m e^{j(\psi_u + \pi/2)}$ , то  $Z = \dot{U}_m / \dot{I}_m = X_C e^{-j\pi/2} = -j1/\omega C$ . Следовательно,

$$\dot{U}_m = -jX_C \dot{I}_m \quad \text{и} \quad \dot{U} = -jX_C \dot{I}. \quad (2.33)$$

Комплексное сопротивление емкостного элемента является отрицательным мнимым числом, модуль которого равен  $X_C$ . Векторная диаграмма для емкостного элемента построена на рис. 2.18, в — вектор тока в емкостном элементе опережает вектор напряжения на угол  $\pi/2$ .

Перейдем к анализу энергетических процессов в цепи с С-элементом. Мгновенная мощность емкостного элемента

$$\begin{aligned} p &= ui = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \pi/2) = \\ &= UI [\cos(-\pi/2) - \cos(2\omega t + \pi/2)] = UI \sin 2\omega t. \end{aligned}$$

График мгновенной мощности приведен на рис. 2.18, б. В первую четверть периода направления напряжения и тока совпадают,  $p > 0$ , т. е. емкостный элемент потребляет энергию от источника. Потребляе-

мая энергия запасается в электрическом поле, энергия  $W_a = Cu^2/2$  которого в рассматриваемом интервале времени увеличивается, так как напряжение  $u$  нарастает. В момент времени  $t=T/4$  напряжение достигает максимального значения и энергия, запасенная в электрическом поле, также максимальна. Эта энергия пропорциональна заштрихованной площади, ограниченной на рис. 2.18, б первой положительной полуволной мощности и осью абсцисс. Во вторую четверть периода истинные направления  $u$  и  $i$  противоположны,  $p < 0$ , т. е. емкостный элемент является источником и отдает энергию, запасенную в электрическом поле. Действительно, в этом промежутке времени напряжение уменьшается по модулю и, следовательно, энергия, запасенная в электрическом поле, также уменьшается. К моменту времени  $t=T/2$ , когда напряжение примет нулевое значение, весь запас энергии будет возвращен источнику и  $W_a = 0$ . Далее процесс повторяется при отрицательных значениях напряжения.

Активная мощность, характеризующая необратимые процессы преобразования энергии и определяемая средним значением мгновенной мощности за период, для емкостного элемента равна нулю:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t \, dt = 0.$$

Таким образом, в цепи с идеальным емкостным элементом не совершается работа, а происходит только периодический обмен энергией между источником и электрическим полем. Интенсивность этого обмена принято характеризовать наибольшим значением скорости поступления энергии в электрическое поле, т. е. амплитудным значением мгновенной мощности, которое называют **реактивной мощностью** и обозначают  $Q_C$ :

$$Q_C = UI = X_C I^2. \quad (2.34)$$

Реактивная мощность емкостного элемента, так же как и реактивная мощность индуктивного элемента, измеряется в вольт-амперах реактивных.

## § 2.10. Электрическая цепь с идеальными источниками

В общем случае источник э. д. с. или тока может быть подключен как к пассивному, так и к активному двухполюснику. Очевидно, идеальный источник, например источник э. д. с., подключенный к пассивному двухполюснику (рис. 2.19), является генератором электрической энергии. При этом, как и в цепях постоянного тока, положительное направление тока источника целесообразно принимать совпадающим с положительным направлением э. д. с., а положительное направление напряжения — противоположным направлению э. д. с. (см. стрелки положительных направлений электрических величин на рис. 2.19). В соответствии с принятыми положительными направлениями э. д. с. и напряжения для источника электрической энергии рис. 2.19 можно

записать  $u=e$ , при этом мгновенная мощность источника определится выражением  $p=ei=ui$ .

Работа, совершаемая за период, т. е. электрическая энергия  $W$ , вырабатываемая источником, равна

$$W = \int_0^T p dt = PT,$$

где  $P$  — среднее значение мощности источника за период, т. е. его активная мощность;

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T ui dt.$$

Амплитуда и фаза тока источника электрической энергии будет определяться параметрами приемника.

Рассмотрим, например, случай, когда ток  $i$  источника отстает по фазе от напряжения  $u$ , т. е. угол  $\varphi > 0$ , и обратимся к векторной диа-

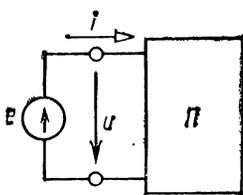


Рис. 2.19. Источник э. д. с., подключенный к пассивному двухполюснику

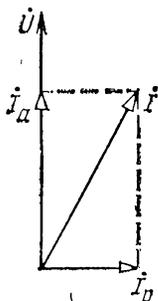


Рис. 2.20. Векторная диаграмма источника э. д. с.

грамме рис. 2.20. На векторной диаграмме осуществлено разложение вектора тока  $\dot{I}$  на две взаимно перпендикулярные составляющие  $\dot{I}_a$  и  $\dot{I}_p$ . Составляющую  $\dot{I}_a$ , совпадающую по фазе с напряжением  $\dot{U}$ , называют активной составляющей тока или активным током, а составляющую  $\dot{I}_p$ , сдвинутую относительно напряжения на угол  $\pi/2$ , — реактивной составляющей тока или реактивным током. Из построений рис. 2.20 очевидно, что

$$\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_p \quad (2.35)$$

и, следовательно,

$$i = i_a + i_p,$$

где  $i_a$  и  $i_p$  — соответственно мгновенные значения активной и реактивной составляющих тока.

При этом для активной мощности источника можно записать

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T u (i_a + i_p) \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T ui_a \, dt + \frac{1}{T} \int_0^T ui_p \, dt. \quad (2.36)$$

Второе слагаемое в (2.36) равно нулю, так как его подынтегральное выражение содержит произведение двух синусоидальных величин, сдвинутых по фазе на угол, равный  $\pi/2$  (см. § 2.8). Подынтегральное выражение первого слагаемого содержит произведение двух синусоидальных величин, совпадающих по фазе, поэтому с учетом (2.22) и (2.23) выражение (2.36) можно переписать в виде

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T ui_a \, dt = UI_a. \quad (2.37)$$

Соотношение (2.37) остается справедливым при любом сдвиге фаз между током и напряжением источника.

Итак, *активная мощность источника электрической энергии, а следовательно, совершаемая им работа определяется активной составляющей тока.*

При подключении источника э.д.с. к активному двухполюснику в цепях переменного тока, так же как и в цепях постоянного тока, возможны два режима работы:

- 1) источник э.д.с. работает в качестве генератора электрической энергии;
- 2) источник э.д.с. работает в качестве приемника электрической энергии.

Положительные направления электрических величин при работе идеального источника э.д.с. в режиме генератора электрической энергии показаны на рис. 2.21, а; очевидно, они должны соответствовать рис. 2.19, при этом остается справедливым также соотношение (2.37).

Положительные направления электрических величин при работе идеального источника э.д.с. в режиме приемника электрической энергии показаны на рис. 2.21, б. В этом случае положительные направления тока и э.д.с., как и в цепях постоянного тока, приняты навстречу друг другу. Можно показать, что и в режиме приемника активная мощность источника э.д.с. определяется активной составляющей тока, т. е. остаются справедливыми векторная диаграмма рис. 2.20 и соотношение (2.37). Однако теперь эта мощность определяет электрическую энергию, потребляемую источником э.д.с. Примером устройства, в схеме замещения которого источник э.д.с. работает в ре-

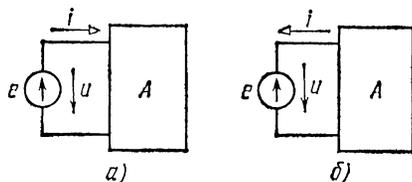


Рис. 2.21. Положительные направления электрических величин источника э. д. с., подключенного к активному двухполюснику, для режимов генератора (а) и приемника (б) электрической энергии

жиме потребления электрической энергии, может служить синхронный двигатель, рассматриваемый в гл. 16. В синхронном двигателе осуществляется преобразование электрической энергии в механическую.

### § 2.11. Уравнения электрического состояния цепей синусоидального тока

Электрическое состояние цепей синусоидального тока, так же как и цепей постоянного тока, описывается с помощью уравнений, составленных в соответствии с законами Кирхгофа. Согласно первому закону Кирхгофа алгебраическая сумма мгновенных значений токов ветвей, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum i = 0. \quad (2.38)$$

Правила знаков при составлении уравнений (2.38) остаются теми же, что и в цепях постоянного тока: токи, положительные направления которых направлены от узла, следует брать со знаком плюс, а токи, положительные направления которых направлены к узлу, — со знаком минус.

Уравнение (2.38) можно записать и в комплексной форме:

$$\sum \dot{i} = 0. \quad (2.39)$$

В идеализированных электрических цепях магнитное поле считается сосредоточенным только на участках цепи, содержащих индуктивные элементы. При обходе замкнутого контура цепи всегда можно выбрать путь, лежащий вне переменного магнитного поля, а участок, содержащий индуктивный элемент, характеризовать разностью потенциалов, т. е. напряжением на его зажимах, при этом изменение потенциала в любом замкнутом контуре цепи синусоидального тока равно нулю. Поэтому, согласно второму закону Кирхгофа, алгебраическая сумма мгновенных значений напряжений всех участков контура равна нулю:

$$\sum u = 0. \quad (2.40)$$

Уравнение по второму закону Кирхгофа можно записать также в комплексной форме:

$$\sum \dot{U} = 0. \quad (2.41)$$

Применительно к схемам замещения с источниками э.д.с. второй закон Кирхгофа можно формулировать таким образом: алгебраическая сумма комплексных напряжений на  $R$ -,  $L$ - и  $C$ -элементах замкнутого контура равна алгебраической сумме сторонних э.д.с., входящих в этот контур:

$$\sum \underline{Z}\dot{I} = \sum \dot{E}. \quad (2.42)$$

Правила знаков при составлении уравнений (2.40), (2.41) и (2.42) остаются теми же, что и в цепях постоянного тока: слагаемые берут со

знаком плюс в случае, когда направление обхода совпадает со стрелкой положительного направления соответственно напряжения, тока или э.д.с.

### § 2.12. Последовательное соединение элементов в цепи синусоидального тока

Определим, как связаны между собой ток  $i$  и напряжение  $u$  в электрической цепи, схема замещения которой и положительные направления электрических величин показаны на рис. 2.22. Предположим, что цепь с последовательным соединением элементов, обладающих параметрами  $R$ ,  $L$  и  $C$ , подключена к источнику тока  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  и нужно определить напряжение на ее входе.

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений напряжений:

$$u = u_R + u_L + u_C. \quad (2.43)$$

При синусоидальном токе напряжение на каждом из элементов рассматриваемой цепи синусоидально, следовательно, синусоидальным будет и напряжение на ее входе. Поэтому уравнение (2.43), записанное для синусоидальных величин, можно переписать в комплексной форме, заменив сумму синусоид суммой их комплексных изображений:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C. \quad (2.44)$$

Выразим слагаемые правой части уравнения (2.44) через комплексный ток  $\dot{I}$ , воспользовавшись записью закона Ома в комплексной форме для каждого из элементов цепи:

$$\dot{U}_R = R\dot{I}, \quad \dot{U}_L = jL\omega\dot{I} = jX_L\dot{I}, \quad \dot{U}_C = -j1/C\omega\dot{I} = -jX_C\dot{I},$$

и перепишем (2.44) в виде

$$\dot{U} = R\dot{I} + jX_L\dot{I} + (-jX_C)\dot{I} = (R + jX_L - jX_C)\dot{I},$$

или

$$\dot{U} = \underline{Z}\dot{I}. \quad (2.45)$$

Соотношение (2.45) является записью закона Ома рассматриваемой цепи в комплексной форме, а комплекс  $\underline{Z}$  — эквивалентным комплексным сопротивлением цепи:

$$\underline{Z} = \dot{U}/\dot{I} = R + jX_L - jX_C.$$

Таким образом, при последовательном соединении элементов цепи эквивалентное комплексное сопротивление цепи равно сумме комплексных сопротивлений всех последовательно включенных элементов, т. е.

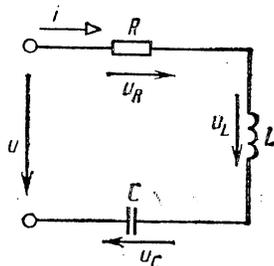


Рис. 2.22. Схема цепи с последовательным соединением элементов

правило определения эквивалентного комплексного сопротивления последовательной цепи совпадает с аналогичным правилом для цепи постоянного тока. Очевидно, полученный результат справедлив для цепи с последовательным включением любого числа элементов.

Перепишем выражение для  $\underline{Z}$ , сгруппировав члены, содержащие  $j$ :  $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + jX$ .

Коэффициент при мнимой части комплексного сопротивления называют реактивным сопротивлением и обозначают буквой  $X$  без индекса:

$$X = X_L - X_C. \quad (2.46)$$

Следует обратить внимание на то, что индуктивное  $X_L$  и емкостное  $X_C$  сопротивления являются арифметическими величинами, зависящими только от параметров элементов и угловой частоты:  $X_L = L\omega$ ,  $X_C = 1/C\omega$ , реактивное же сопротивление  $X$  — величина алгебраическая и его знак зависит от соотношения между индуктивными и емкостными сопротивлениями.

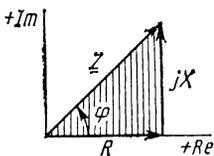


Рис. 2.23. Треугольник сопротивлений

Рассмотрим соотношение, связывающее полное сопротивление  $Z$  с активным  $R$  и реактивным  $X$  сопротивлениями. На рис. 2.23 сделаны построения, соответствующие комплексному выражению  $\underline{Z} = R + jX$ . Заштрихованный прямоугольный треугольник принято называть треугольником сопротивлений. Из треугольника сопротивлений очевидны соотношения

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (2.47)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = X/R, \quad \cos \varphi = R/Z, \quad \sin \varphi = X/Z, \quad (2.48)$$

$$R = Z \cos \varphi, \quad X = Z \sin \varphi. \quad (2.49)$$

Для определения амплитуды и начальной фазы напряжения запишем выражение комплексного сопротивления цепи в показательной форме:

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = \sqrt{R^2 + X^2} e^{j \operatorname{arctg} X/R}.$$

Модуль эквивалентного комплексного сопротивления

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2},$$

а аргумент  $\varphi = \operatorname{arctg} X/R$ . Если  $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$  и  $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ , то в соответствии с законом Ома в комплексной форме имеем  $\dot{U}_m = \underline{Z} \dot{I}_m$  или  $U_m e^{j\psi_u} = Z e^{j\varphi} I_m e^{j\psi_i}$ , следовательно,

$$U_m = Z I_m = \sqrt{R^2 + X^2} I_m, \quad (2.50)$$

$$\psi_u = \psi_i + \varphi = \psi_i + \operatorname{arctg} X/R. \quad (2.51)$$

Соотношение (2.50) выражает закон Ома для амплитудных значений тока и напряжения, т. е. позволяет определить амплитуду напряжения при заданных параметрах цепи и амплитуде тока. Очевидно,

закон Ома можно записать и для действующих значений тока и напряжения:

$$U = ZI = \sqrt{R^2 + X^2}I. \quad (2.52)$$

Проанализируем выражение (2.51), определяющее фазовые соотношения между напряжением и током.

Если параметры цепи рис. 2.22 подобраны таким образом, что справедливо неравенство  $L\omega > 1/C\omega$ , то в соответствии с (2.46) реактивное сопротивление положительно ( $X > 0$ ), при этом угол  $\varphi$  также больше нуля и напряжение опережает ток на угол  $\varphi = \arctg X/R$ . В этом случае принято говорить, что цепь рис. 2.22 имеет индуктивный характер. На рис. 2.24, а представлена векторная диаграмма цепи для

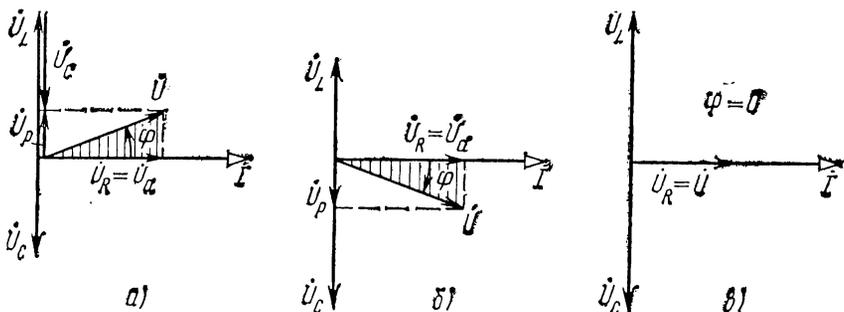


Рис. 2.24. Векторные диаграммы цепи с последовательным соединением элементов

рассматриваемого случая в предположении  $\psi_i = 0$ . Построение векторной диаграммы последовательной цепи удобно начинать с вектора тока  $I$ , который является одним и тем же для всех элементов цепи; векторы напряжений  $U_R$ ,  $U_L$  и  $U_C$  ориентированы по отношению к вектору тока в соответствии с фазовыми соотношениями для идеальных элементов, а вектор напряжения  $U$  найден в соответствии с уравнением (2.44). При построении векторной диаграммы рис. 2.24, а учтено, что неравенству  $X_L > X_C$  соответствует условие  $U_L > U_C$ . Если для цепи рис. 2.22 справедливо неравенство  $L\omega < 1/C\omega$ , то реактивное сопротивление отрицательно ( $X < 0$ ), следовательно, угол  $\varphi$  также отрицателен и напряжение отстает от тока. В этом случае принято говорить, что цепь рис. 2.22 имеет емкостный характер. При построении векторной диаграммы рис. 2.24, б, соответствующей цепи рис. 2.22 при условии  $X_L < X_C$ , учтено, что  $U_L < U_C$ . И наконец, возможен третий случай, когда индуктивное и емкостное сопротивления равны, т. е. реактивное сопротивление цепи  $X = 0$  и сдвиг фаз между током и напряжением отсутствует ( $\varphi = 0$ ). Режим, при котором в цепи с последовательным соединением индуктивного и емкостного элементов напряжение на входе совпадает по фазе с током, называют резонансом напряжений. Условием резонанса напряжений является равенство

$$X_L = X_C \quad \text{или} \quad L\omega = 1/C\omega. \quad (2.53)$$

В режиме резонанса напряжений мнимая часть комплексного сопротивления цепи равна нулю, т. е. комплексное сопротивление является действительным числом.

Векторная диаграмма для резонанса напряжений представлена на рис. 2.24, в, при построении диаграммы учтено, что условию  $X_L = X_C$  соответствует равенство  $U_L = U_C$ . В резонансном режиме вектор напряжения параллелен вектору тока, а напряжение на резистивном элементе равно напряжению на входе цепи.

Анализируя векторные диаграммы и аналитические соотношения для цепей синусоидального тока, полученные в этом параграфе, нужно обратить особое внимание на большую роль фазовых соотношений. Так, например, именно потому, что напряжения на  $L$ - и  $C$ -элементах находятся в противофазе  $\psi_{u_C} = \psi_{u_L} + \pi$ , в цепи переменного тока с последовательным соединением элементов *могут создаваться условия, невозможные для цепей постоянного тока, когда напряжения на отдельных участках цепи значительно превышают напряжение на входе* (рис. 2.24).

Суммирование напряжений в цепях синусоидального тока следует проводить с учетом фазовых соотношений, т. е. сдвигов по фазе, что практически осуществляется с помощью комплексных чисел или графических построений на векторных диаграммах.

**Пример 2.5.** Напряжение на зажимах индуктивной катушки  $u = 60 \sin(\omega t + 30^\circ)$  В, заданы также  $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$  и параметры схемы замещения катушки  $R = 4,8 \text{ Ом}$ ,  $L = 35 \text{ мГн}$  (рис. 2.25). Найти выражение для мгновенного значения тока  $i$ .

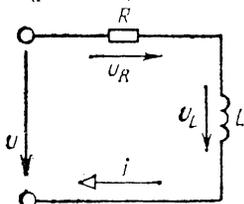


Рис. 2.25. Схема замещения индуктивной катушки

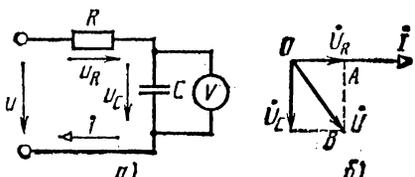


Рис. 2.26. Схема замещения (а) и векторная диаграмма (б) цепи с последовательным соединением  $R$ - и  $C$ -элементов

**Решение.** Определим вначале индуктивное сопротивление катушки  $X_L = L\omega = 35 \cdot 10^{-3} \cdot 314 = 11 \text{ Ом}$ . Комплексное сопротивление цепи  $Z = R + jX_L = (4,8 + j 11) \text{ Ом}$  или  $Z = 12 e^{j 67^\circ} \text{ Ом}$ . Комплексная амплитуда напряжения  $\dot{U}_m = 60 e^{j 30^\circ} \text{ В}$ . Тогда в соответствии с законом Ома  $\dot{I}_m = \dot{U}_m / Z = 5 e^{-j 37^\circ} \text{ А}$ , следовательно, амплитуда тока  $I_m = 5 \text{ А}$ , а начальная фаза  $\psi_i = -37^\circ$ .

*Ответ:*  $i = 5 \sin(\omega t - 37^\circ) \text{ А}$ .

**Пример 2.6.** Определить напряжение  $U$  в цепи с последовательным соединением идеальных резистора и конденсатора (рис. 2.26, а), если  $R = 14 \text{ Ом}$ ,  $X_C = 17 \text{ Ом}$ , а вольтметр, подключенный к зажимам конденсатора, показал напряжение  $U_C = 170 \text{ В}$ .

**Решение.** Для решения задачи построим предварительно векторную диаграмму цепи в общем виде (рис. 2.26, б). Расположим произвольно на комплексной плоскости вектор тока  $I$  (направление осей  $\text{Re}$  и  $\text{Im}$  можно не указывать, так как в задаче нет никакой информации о значениях начальных фаз). При любом направлении вектора тока  $\dot{I}$  вектор напряжения на резистивном элементе  $\dot{U}_R$  будет параллелен вектору тока, а вектор напряжения на емкостном элементе  $\dot{U}_C$  — сдвинут относительно тока на угол  $\pi/2$  в сторону отставания. Согласно второму закону Кирхгофа,

$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C$ , следовательно, напряжение  $U$  на входе цепи можно найти как гипотенузу прямоугольного треугольника  $OAB$ :  $U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$ . Для подсчета значения  $U$  определим предварительно ток  $I$  и напряжение на резисторе  $U_R$ :  $I = U_C / X_C = 10$  А,  $U_R = RI = 140$  В, следовательно,  $U = \sqrt{140^2 + 170^2} = 220$  В. Как известно, электроизмерительные приборы градуируют в действующих значениях, следовательно, в условиях задачи задано действующее значение напряжения на конденсаторе и в ответе получено действующее значение напряжения на входе цепи.

Заканчивая рассмотрение последовательного соединения элементов в цепи синусоидального тока, введем еще два понятия, которые широко используют при анализе цепей. Проекцию вектора напряжения на направление вектора тока называют активной составляющей напряжения и обозначают  $\dot{U}_a$ . Проекцию вектора напряжения на направление, перпендикулярное вектору тока, называют реактивной составляющей напряжения и обозначают  $\dot{U}_p$ . Из векторных диаграмм рис. 2.24 очевидно, что

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_a + \dot{U}_p, & U_a &= U \cos \varphi, \\ U_p &= U \sin \varphi. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Заштрихованные треугольники на рис. 2.24 принято называть треугольниками напряжений.

### § 2.13. Параллельное соединение элементов в цепи синусоидального тока

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из двух параллельных ветвей, схема замещения которой и положительные направления электрических величин приведены на рис. 2.27. Предположим, что цепь присоединена к источнику напряжения  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , и определим ток неразветвленного участка цепи, если параметры  $R_1$ ,  $L$ ,  $R_2$  и  $C$  заданы. Запишем для узла  $a$  уравнение по первому закону Кирхгофа:  $i = i_1 + i_2$ . При синусоидальном напряжении источника токи  $i_1$  и  $i_2$  ветвей будут также синусоидальными, следовательно, синусоидальным будет и ток  $i$ , поэтому уравнение по первому закону Кирхгофа для мгновенных значений тока можно заменить уравнением для комплексных изображений:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2. \quad (2.55)$$

Выразим слагаемые уравнения (2.55) через напряжение, воспользовавшись законом Ома в комплексной форме:  $\dot{I}_1 = \dot{U} / \underline{Z}_1$  и  $\dot{I}_2 = \dot{U} / \underline{Z}_2$ , где  $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L$  и  $\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C$ . Тогда

$$\dot{I} = \dot{U} / \underline{Z}_1 + \dot{U} / \underline{Z}_2 = (1 / \underline{Z}_1 + 1 / \underline{Z}_2) \dot{U}. \quad (2.56)$$

Величину, обратную комплексному сопротивлению, называют комплексной проводимостью и обозначают  $\underline{Y}$ . Дейст-

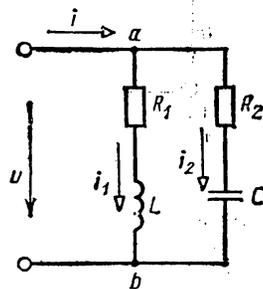


Рис. 2.27. Схема цепи с двумя параллельными ветвями

вительную часть комплексной проводимости называют активной проводимостью и обозначают  $g$ , мнимую часть называют реактивной проводимостью и обозначают  $b$ :

$$\underline{Y} = 1/\underline{Z} = g + jb. \quad (2.57)$$

Перепишем (2.56) с учетом того, что  $1/\underline{Z}_1 = \underline{Y}_1$  и  $1/\underline{Z}_2 = \underline{Y}_2$ :

$$\dot{I} = (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2) \dot{U} = \underline{Y} \dot{U},$$

где  $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$  — эквивалентная проводимость цепи;

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2. \quad (2.58)$$

Эквивалентную комплексную проводимость определяют по правилу, аналогичному правилу для цепей постоянного тока — *при параллельном соединении ветвей эквивалентная комплексная проводимость равна сумме комплексных проводимостей ветвей.*

Нетрудно убедиться в том, что это правило справедливо для любого числа параллельно включенных ветвей. Покажем, что формула, связывающая эквивалентное комплексное сопротивление параллельной цепи  $\underline{Z}$  с комплексными сопротивлениями ветвей  $\underline{Z}_1$  и  $\underline{Z}_2$ , будет также аналогична по форме соответствующей формуле для цепей постоянного тока. Перепишем (2.58), выразив комплексы проводимостей через комплексы сопротивлений:

$$1/\underline{Z} = 1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2 \text{ или } \underline{Z} = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2). \quad (2.59)$$

Соотношение (2.59) при известных значениях параметров  $R_1$ ,  $L$ ,  $R_2$  и  $C$  позволяет определить комплексный ток  $\dot{I} = \dot{U}/\underline{Z}$  и, следовательно, найти амплитуду и начальную фазу тока неразветвленного участка цепи.

Анализ фазовых соотношений между током  $i$  и напряжением  $u$  проведем с помощью векторных диаграмм, воспользовавшись понятиями активной  $I_a$  и реактивной  $I_p$  составляющих тока (см. § 2.10).

Как известно [см. (2.35)],  $\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_p$ , в то же время составляющие тока можно выразить через напряжение и проводимости:

$$\dot{I} = \underline{Y} \dot{U} = (g + jb) \dot{U} = g \dot{U} + jb \dot{U}.$$

Нетрудно видеть, что первое слагаемое в полученном выражении изобразится на комплексной плоскости вектором, параллельным вектору напряжения  $\dot{U}$ , а второе — вектором, перпендикулярным вектору напряжения. Следовательно, в соответствии с определением для активной и реактивной составляющих тока можно записать

$$\dot{I}_a = g \dot{U} \text{ и } \dot{I}_p = jb \dot{U},$$

при этом для модулей справедливы соотношения

$$I_a = gU \text{ и } I_p = bU. \quad (2.60)$$

Обратимся к векторной диаграмме цепи рис. 2.27, изображенной на рис. 2.28, а. Рассмотрение диаграммы удобно начинать с вектора

напряжения  $U$ , который является одним и тем же для обеих параллельных ветвей. Ток первой ветви, содержащей индуктивный элемент, отстает по фазе от напряжения на угол  $\varphi_1 = \arctg X_L/R_1$ , соответственно этому расположен на диаграмме изображающий вектор  $\dot{I}_1$ . Ток второй ветви  $\dot{I}_2$ , содержащей емкостный элемент, на некоторый угол  $\varphi_2 = \arctg X_C/R_2$  опережает по фазе напряжение. Вектор тока неразветвленного участка  $\dot{I}$  найден по первому закону Кирхгофа (2.55). Из простых геометрических построений на рис. 2.28, а очевидно, что

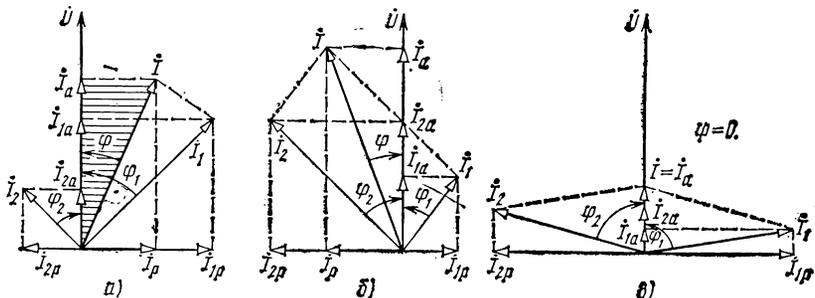


Рис. 2.28. Векторные диаграммы цепи с двумя параллельными ветвями

модули активной  $I_a$  и реактивной  $I_p$  составляющих тока неразветвленного участка цепи связаны с соответствующими составляющими токов ветвей соотношениями  $I_a = I_{1a} + I_{2a}$  и  $I_p = I_{1p} - I_{2p}$ . Активные составляющие токов  $I_{1a}$ ,  $I_{2a}$  находятся в фазе, а реактивные  $I_{1p}$ ,  $I_{2p}$  — в противофазе.

Векторная диаграмма рис. 2.28, а иллюстрирует случай, когда  $I_{1p} > I_{2p}$ , поэтому вектор тока неразветвленного участка цепи  $\dot{I}$  отстает по фазе от вектора напряжения на некоторый угол  $\varphi$ , при этом говорят, что цепь рис. 2.27 носит индуктивный характер. Векторная диаграмма рис. 2.28, б показывает, что цепь рис. 2.27 может носить и емкостный характер, т. е. ток неразветвленного участка цепи может опережать по фазе напряжение, если  $I_{1p} < I_{2p}$ . И наконец, возможен случай, когда между током неразветвленного участка цепи рис. 2.27 и напряжением нет сдвига по фазе (рис. 2.28, в).

Режим, при котором в цепи, содержащей параллельные ветви с индуктивным и емкостным элементами, ток неразветвленного участка цепи совпадает по фазе с напряжением ( $\varphi = 0$ ), называют **резоансом токов**. Очевидно, резонансу токов соответствует равенство модулей реактивных составляющих токов ветвей:

$$I_{1p} = I_{2p} \quad \text{или} \quad I_{pL} = I_{pC}. \quad (2.61)$$

В соответствии с (2.60)  $I_{1p} = I_{pL} = b_1 U = b_L U$  и  $I_{2p} = I_{pC} = b_2 U = b_C U$ , поэтому условия резонанса можно записать в виде

$$b_L = b_C, \quad (2.62)$$

т. е. в режиме резонанса токов равны модули реактивных проводимостей ветвей, содержащих индуктивные и емкостные элементы. Выра-

этим условия резонанса токов через параметры цепи  $R_1, L, R_2, C$ , для чего рассмотрим предварительно векторную диаграмму рис. 2.28, а и запишем соотношения, связывающие модуль тока с модулями его активной и реактивной составляющих. Из треугольников тока (см., например, заштрихованный прямоугольный треугольник на рис. 2.28, а) очевидно, что

$$I_p = I \sin \varphi \text{ и } I_a = I \cos \varphi. \quad (2.63)$$

Следовательно, соотношение (2.61) можно переписать в виде  $I_1 \sin \varphi_1 = I_2 \sin \varphi_2$ . По закону Ома,

$$I_1 = U / \sqrt{R_1^2 + X_L^2} \text{ и } I_2 = U / \sqrt{R_2^2 + X_C^2},$$

кроме того, в соответствии с (2.48)

$$\sin \varphi_1 = X_L / \sqrt{R_1^2 + X_L^2} \text{ и } \sin \varphi_2 = X_C / \sqrt{R_2^2 + X_C^2},$$

поэтому  $I_{pL} = b_L U = I_1 \sin \varphi_1 = U X_L / (R_1^2 + X_L^2)$  и  $I_{pC} = b_C U = I_2 \sin \varphi_2 = U X_C / (R_2^2 + X_C^2)$ . Тогда  $b_L = X_L / (R_1^2 + X_L^2)$  и  $b_C = X_C / (R_2^2 + X_C^2)$ , а условие резонанса токов (2.62) имеет вид  $X_L / (R_1^2 + X_L^2) = X_C / (R_2^2 + X_C^2)$  или с учетом (2.47)

$$X_L / Z_1^2 = X_C / Z_2^2. \quad (2.64)$$

Следует обратить внимание на то, что условия резонанса токов определяются значениями не только реактивных, но и активных сопротивлений ветвей.

Соотношение (2.64) позволяет записать неравенства, соответствующие индуктивному  $X_L / Z_1^2 > X_C / Z_2^2$  ( $b_1 > b_2$ ) или емкостному  $X_L / Z_1^2 < X_C / Z_2^2$  ( $b_1 < b_2$ ) характеру цепи рис. 2.27.

В рассмотренной цепи фазовые соотношения могут приводить к условиям, невозможным для цепей постоянного тока. Так, например, ток неразветвленного участка может быть значительно меньше токов ветвей (рис. 2.28, в). Это объясняется тем, что реактивные составляющие токов ветвей  $I_{1p}$  и  $I_{2p}$  находятся в противофазе.

Суммирование токов в цепях синусоидального тока следует проводить с учетом фазовых соотношений, т. е. сдвигов по фазе, что осуществляется с помощью комплексных чисел или геометрических построений на комплексной плоскости.

**Пример 2.7.** Определить ток  $i$  неразветвленного участка цепи, схема замещения которой дана на рис. 2.29, если  $u = 22 \sqrt{2} \sin(942t + 30^\circ)$  В,  $R = 11$  Ом,  $L = 11,7$  мГн,  $C = 96,6$  мкФ,  $\omega = 314$  с<sup>-1</sup>.

**Решение.** Подсчитаем эквивалентное комплексное сопротивление цепи:  $X_L = L\omega = 11$  Ом,  $X_C = 1/C\omega = 11$  Ом.  $Z = Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2) = (11 + j11)(-j11) / (11 + j11 - j11) = 11 - j11 = 11 \sqrt{2} e^{-j45^\circ}$  Ом.

Комплексное изображение напряжения  $\dot{U}_m = 22 \sqrt{2} e^{j30^\circ}$ , по закону Ома в комплексной форме  $\dot{I}_m = \dot{U}_m / Z = 2e^{j75^\circ}$ .

**Ответ:**  $i = 2 \sin(942t + 75^\circ)$  А.

**Пример 2.8.** Определить ток  $I$  неразветвленного участка цепи с параллельным включением резистора и идеальной индуктивной катушки (рис. 2.30, а), если  $R = 8$  Ом,  $L = 19,1$  мГн,  $\omega = 314$  с<sup>-1</sup> и показание амперметра равно 4 А.

Решение. Подсчитаем сопротивление индуктивной катушки:  $X_L = L\omega = 6$  Ом. Амперметр показывает действующее значение тока  $I_2$ , следовательно, с помощью закона Ома для действующих значений можно определить напряжение источника  $U = X_L I_2 = 24$  В. Действующее значение тока резистора определяется также по

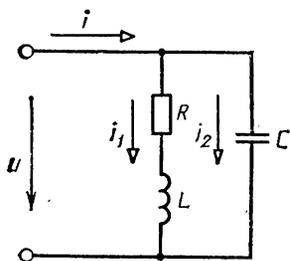


Рис. 2.29. Схема замещения цепи с параллельным соединением ветвей

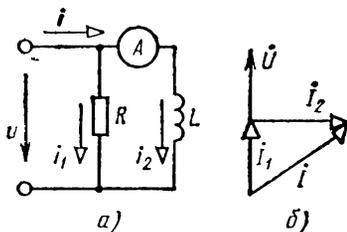


Рис. 2.30. Схема замещения (а) и векторная диаграмма (б) цепи с параллельным соединением ветвей

закону Ома:  $I_1 = U/R = 3$  А. Ток неразветвленного участка найдем по векторной диаграмме рис. 2.30, б.

В рассматриваемом случае вектор тока  $i_1$  совпадает с направлением вектора напряжения, а вектор тока  $i_2$  отстает от вектора напряжения на угол  $\pi/2$ , следовательно, ток  $i = i_1 + i_2$  является гипотенузой прямоугольного треугольника, т. е.  $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  А.

Ответ:  $I = 5$  А.

### § 2.14. Разветвленные цепи с одним источником питания

Рассмотрим цепь со смешанным соединением элементов, схема замещения которой представлена на рис. 2.31, а. Расчет токов при заданном напряжении целесообразно проводить с помощью комплексных чисел теми же методами, что и для цепей постоянного тока — методом эквивалентных преобразований или методом подобия.

Воспользуемся первым методом. Если все параметры элементов известны, то эквивалентное комплексное сопротивление цепи можно определить аналогично тому, как это делалось для цепей постоянного тока. Действительно, параллельные ветви

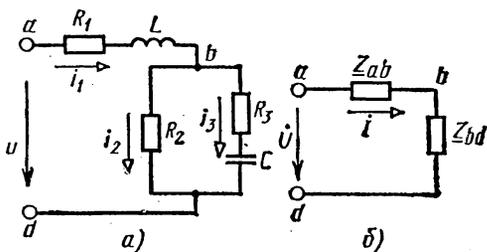


Рис. 2.31. Схема разветвленной цепи (а) и схема замещения цепи с последовательным соединением элементов (б)

можно заменить одной эквивалентной ветвью с сопротивлением  $Z_{bd}$  (рис. 2.31, б), при этом  $Z_{bd} = R_2(R_3 - jX_C)/(R_2 + R_3 - jX_C)$ . Участки  $ab$  и  $bd$  соединены последовательно, поэтому эквивалентное комплексное сопротивление цепи  $Z = Z_{ab} + Z_{bd}$ , где  $Z_{ab} = R_1 + jX_L$ .

Перейдем к определению токов:  $\dot{I}_1 = \dot{U}/\underline{Z}_1$ ,  $\dot{U}_{bd} = \dot{U} - \underline{Z}_1 \dot{I}_1$ , тогда  $\dot{I}_2 = \dot{U}_{bd}/\underline{Z}_2$  и  $\dot{I}_3 = \dot{U}_{bd}/\underline{Z}_3$ .

Все соотношения, полученные в § 1.9 для цепей постоянного тока, остаются справедливыми и для цепей синусоидального тока при условии их записи в комплексной форме.

В качестве другого примера разветвленной цепи переменного тока рассмотрим схему равновесного моста (рис. 2.32). Так как мост уравновешен, то ток в измерительной «диагонали» (в ветви  $bd$ ) равен нулю ( $I_5=0$ ) и тогда  $\dot{I}_1=\dot{I}_2=\dot{I}'$ , а  $\dot{I}_3=\dot{I}_4=\dot{I}''$ . В уравновешенном месте электрические потенциалы точек  $b$  и  $d$  равны, поэтому

$$\underline{Z}_1 \dot{I}' = \underline{Z}_3 \dot{I}'', \quad (2.65)$$

$$\underline{Z}_2 \dot{I}' = \underline{Z}_4 \dot{I}''. \quad (2.66)$$

Разделив почленно (2.65) на (2.66), получим условие равновесия моста:

$$\underline{Z}_1/\underline{Z}_2 = \underline{Z}_3/\underline{Z}_4, \quad \underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3. \quad (2.67)$$

По форме записи комплексное соотношение (2.67) аналогично условию равновесия моста постоянного тока, однако мост переменного тока имеет свои особенности. Подставим в (2.67) выражения комплексных сопротивлений плеч моста в показательной форме:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= Z_1 e^{j\varphi_1}, \quad \underline{Z}_2 = Z_2 e^{j\varphi_2}, \quad \underline{Z}_3 = Z_3 e^{j\varphi_3}, \quad \underline{Z}_4 = Z_4 e^{j\varphi_4}, \\ \underline{Z}_1 \underline{Z}_4 e^{j(\varphi_1 + \varphi_4)} &= \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)}. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Комплексные выражения в левой и правой частях соотношения (2.68) будут равны при выполнении равенства для их модулей и аргументов, следовательно, условия равновесия моста переменного тока будут иметь вид

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \quad (2.69)$$

и

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3. \quad (2.70)$$

Таким образом, равновесие моста переменного тока требует выполнения определенных соотношений как для модулей (2.69), так и для аргументов (2.70) комплексных сопротивлений элементов, включенных в плечи моста.

## § 2.15. Частотные свойства цепей синусоидального тока

Исследование частотных свойств цепей начнем с рассмотрения цепи рис. 2.33,  $a$ , подключенной к источнику синусоидального напряжения  $u = U_m \sin \omega t$ , амплитуда  $U_m$  которого неизменна, а угловая частота  $\omega$

может плавно изменяться от нуля до бесконечности. С ростом частоты сопротивление  $L$ -элемента  $X_L = L\omega$  будет возрастать, а сопротивление  $C$ -элемента  $X_C = 1/\omega C$  — уменьшаться. Зависимости  $X_L(\omega)$  и  $X_C(\omega)$  показаны на рис. 2.34, а. Здесь же приведена зависимость от частоты реактивного сопротивления цепи  $X = X_L - X_C$ . На некоторой частоте  $\omega_p$ , которую называют резонансной, выполняется условие  $L\omega_p = 1/C\omega_p$ , при этом реактивное сопротивление  $X$  равно нулю и в цепи существует режим резонанса напряжений. На резонансной частоте полное сопротивление цепи равно активному сопротивлению (схема рис. 2.33, б):

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2} = R.$$

В диапазоне частот  $0 < \omega < \omega_p$  существует неравенство  $X_L < X_C$ , реактивное сопротивление отрицательно, цепь рис. 2.33, а имеет емкостный характер и ее схема замещения соответствует рис. 2.33, в. И наконец, при частотах, больших резонансной,  $X_L > X_C$ , рассматриваемая цепь имеет индуктивный характер и ее схема замещения имеет вид 2.33, г. Изменение реактивного сопротивления приводит к тому,

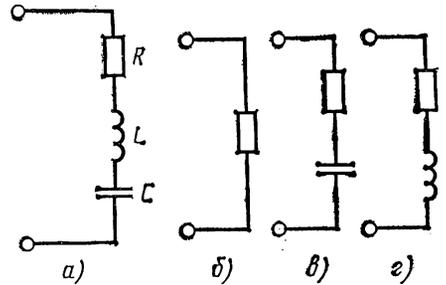


Рис. 2.33. Схема электрической цепи (а) и ее схемы замещения для различных частот (б, в, г)

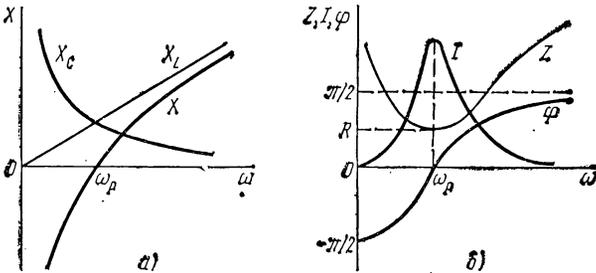


Рис. 2.34. Зависимости индуктивного, емкостного и реактивного сопротивлений от частоты (а) и частотные характеристики цепи рис. 2.33 (б)

что с изменением частоты изменяются полное сопротивление цепи  $Z$ , действующее значение тока  $I$  и угол сдвига фаз  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ . На рис. 2.34, б показан примерный вид кривых  $Z(\omega)$ ,  $I(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$ , которые называют частотными характеристиками.

Частотные характеристики рис. 2.34, б свидетельствуют о том, что последовательный  $R$ - $L$ - $C$ -контур обладает определенными избирательными свойствами по частоте: при частоте, стремящейся к нулю, сопротивление контура стремится к бесконечности, т. е. если к зажимам рассматриваемой цепи будет подведено постоянное напряжение, то постоянного тока в цепи не будет. В то же время на частотах, близких к резонансной, сопротивление контура минимально, а в случае

$R=0$  контур имеет нулевое сопротивление на резонансной частоте, при этом принято говорить, что контур закорочен на резонансной частоте.

Частотные избирательные свойства электрических цепей широко используют в электротехнике и электронике, в гл. 5 будут рассмотрены примеры электрических фильтров, принцип действия которых основан на их частотных характеристиках.

И наконец, отметим, что частота влияет не только на реактивное, но и на активное сопротивление цепи. Активное сопротивление любого

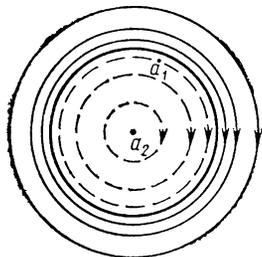


Рис. 2.35. Магнитное поле проводника с током

устройства увеличивается с ростом частоты за счет явления поверхностного эффекта, проявляющегося в том, что плотность тока у поверхности проводника всегда больше, чем во внутренних участках его сечения. Неравномерность распределения плотности тока по сечению проводника объясняется явлением электромагнитной индукции.

Рассмотрим проводник с током (рис. 2.35), возбуждающий магнитное поле, линии магнитной индукции  $\mathbf{B}$  которого показаны внутри проводника пунктирными, а вне проводника — сплошными линиями. Представим

мысленно, что проводник — это совокупность проводящих нитей, параллельных его оси, и выделим две нити, одна из которых расположена вблизи поверхности проводника (точка  $a_1$ ), а другая — его центральной части (точка  $a_2$ ). Вокруг нити, расположенной в центре проводника, замыкаются все силовые линии магнитного поля, в то время как нить, расположенная у поверхности, охвачена лишь магнитными линиями, проходящими вне проводника. Очевидно, чем ближе к поверхности расположена нить, тем меньше число магнитных линий с ней сцеплено. При изменяющемся токе магнитный поток будет также переменным, поэтому в нитях индуцируются э.д.с. и можно говорить об индуктивном сопротивлении каждой нити. Значение э.д.с., индуцированной в нити, а следовательно, и ее индуктивное сопротивление пропорциональны количеству магнитных линий, сцепленных с нитью, поэтому нить, расположенная в центре, будет иметь максимальное сопротивление, а нить у поверхности — минимальное. В соответствии с этим плотность тока в центре проводника будет минимальной, а у поверхности — максимальной, ток вытесняется на поверхность проводника.

На постоянном токе магнитное поле неизменно во времени, явление электромагнитной индукции отсутствует и плотность тока по сечению проводника одинакова. Вытеснение тока на поверхность проводника равнозначно уменьшению его полезного сечения, т. е. увеличению активного сопротивления. Поэтому активное сопротивление проводника всегда больше его сопротивления на постоянном токе, эта разница зависит от частоты тока, формы и материала проводника. Так, в алюминиевых и медных проводах диаметром до 1 см на частоте 50 Гц разница между активным сопротивлением и сопротивлением

постоянному току составляет несколько процентов, т. е. в этом случае с явлением поверхностного эффекта можно не считаться. В то же время в главе «Асинхронные машины» будет рассмотрена специальная обмотка, активное сопротивление которой на частоте 50 Гц в несколько раз превышает ее сопротивление постоянному току (см. § 15.8).

На высоких частотах поверхностный эффект проявляет себя настолько значительно, что ток во внутренних участках сечения проводника практически отсутствует, поэтому в технике высоких частот используют полые провода.

Явление поверхностного эффекта широко используется в технике, именно это явление позволяет, например, осуществлять высокочастотную поверхностную закалку изделий и др.

### § 2.16. Мощность цепи синусоидального тока

Исследование энергетических процессов в цепях синусоидального тока начнем с рассмотрения мощности реальной индуктивной катушки, в которой процесс создания магнитного поля сопровождается нагревом обмотки. Последовательная схема замещения и векторная диаграмма катушки, подключенной к сети, изображены на рис. 2.36.

Предположим, что начальная фаза тока равна нулю, т. е.  $i = I_m \sin \omega t$ , тогда начальная фаза напряжения сети  $\psi_u = \psi_i + \varphi = \varphi$ , следовательно,  $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ . Мгновенное значение мощности

$$p = ui = U_m I_m \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t = \\ = U_m I_m [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]/2$$

или

$$p = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]. \quad (2.71)$$

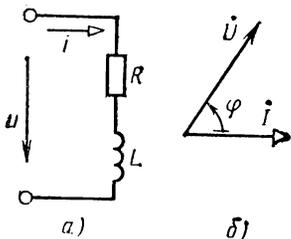


Рис. 2.36. Схема замещения (а) и векторная диаграмма (б) индуктивной катушки

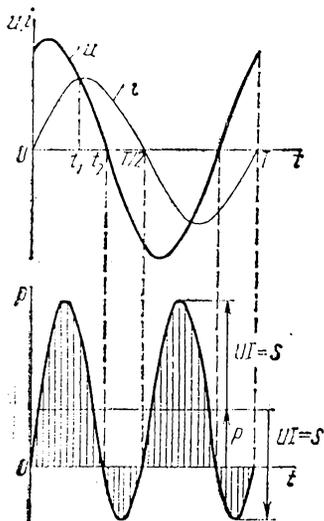


Рис. 2.37. Графики мгновенных значений напряжения тока и мощности индуктивной катушки

Прокомментируем энергетические процессы, происходящие в индуктивной катушке, с помощью графиков рис. 2.37.

В интервале времени  $0 < t < t_1$ , когда мгновенные значения напряжения и тока имеют одинаковые знаки, мощность положительна и катушка потребляет энергию от источника. При этом часть энергии, потребляемой от источника, запасается в магнитном поле катушки,

энергия  $W_m = Li^2/2$  которого возрастает, так как в рассматриваемом интервале времени возрастает ток  $i$ . Кроме того, энергия, потребляемая от источника, затрачивается на нагрев проводов, т. е. преобразуется в теплоту  $W_T$ . Направление потоков энергии для рассматриваемого интервала времени показано на рис. 2.38, *a*.

В интервале времени  $t_1 < t < t_2$  мощность остается положительной, т. е. энергия от источника по-прежнему поступает в катушку. Однако энергия, запасенная в магнитном поле в рассматриваемом интервале

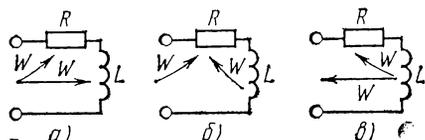


Рис. 2.38. Направления потоков энергии индуктивной катушки в различные интервалы времени

времени, уменьшается, поскольку ток убывает. При этом энергия, высвобождаемая из магнитного поля, и энергия сети расходуются на нагрев катушки (рис. 2.38, *б*).

В интервале времени  $t_2 < t < T/2$  ток и напряжение имеют разные знаки и мощность отрицательна. Это означает, что энергия поступает от катушки в сеть. Действительно, в этом интервале ток продолжает убывать с возрастающей производной, т. е. осуществляется интенсивное высвобождение энергии, запасенной в магнитном поле, эта энергия частично возвращается к источнику, а частично затрачивается на нагрев обмотки (рис. 2.38, *в*).

Были рассмотрены энергетические процессы в интервале времени, соответствующем половине периода тока ( $0 \leq t \leq T/2$ ), при этом закончился полный цикл колебаний энергии, так как мгновенная мощность изменяется с частотой  $2\omega$  (2.71) и, следовательно, ее период в два раза меньше периода тока. При  $t > T/2$  ток в катушке начнет опять увеличиваться по модулю, т. е. начнется накопление энергии в магнитном поле, и процесс повторится при обратном направлении тока.

Кривая  $p(t)$  несимметрична относительно оси времени, катушка потребляет от сети энергии больше, чем возвращает (ср. заштрихованную площадь сверху и снизу от оси  $t$  на рис. 2.37), т. е. в цепи совершается работа и среднее значение мгновенной мощности за период отлично от нуля:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{UI}{T} \int_0^T [\cos \varphi - \cos (2\omega t + \varphi)] dt. \quad (2.72)$$

Определенный интеграл от второго слагаемого в подынтегральном выражении (2.72) равен нулю, поэтому для активной мощности  $P$  можно записать

$$P = UI \cos \varphi. \quad (2.73)$$

Работа, совершаемая в цепи рис. 2.36, *a*, т. е. энергия, необратимо потребляемая от источника, расходуется на нагрев обмотки и определяется  $R$ -элементом, поэтому соотношение (2.73) можно получить и не прибегая к интегрированию выражения для мгновенной мощности.

Как известно,  $P = RI^2$  (2.24), в то же время  $RI = U_R = U_a$ , т. е.

$$P = U_a I, \quad (2.74)$$

в свою очередь  $U_a = U \cos \varphi$  (2.54), поэтому выражение (2.74) преобразуется к виду (2.73):

$$P = UI \cos \varphi.$$

Реактивная мощность катушки, которая, по определению, равна максимальной скорости поступления энергии в магнитное поле (2.29), может быть также выражена через напряжение на входе цепи, ток и угол сдвига фаз. По закону Ома,  $X_L I = U_L$ , при этом для цепи рис. 2.36  $U_L = U_p = U \sin \varphi$  (2.54), следовательно,

$$Q_L = X_L I^2 = U_p I = UI \sin \varphi. \quad (2.75)$$

Активную и реактивную мощности можно выразить также через активную и реактивную составляющие тока соответственно. Как известно,  $I = I_a / \cos \varphi$  и  $I = I_p / \sin \varphi$  (2.63), следовательно, выражения (2.74) и (2.75) можно переписать в виде

$$P = UI \cos \varphi = UI_a, \quad (2.76)$$

$$Q = UI \sin \varphi = UI_p. \quad (2.77)$$

Помимо понятий активной и реактивной мощностей в электротехнике широко используют понятие *полной мощности*, которую обозначают буквой  $S$  и определяют из соотношения

$$S = UI. \quad (2.78)$$

Единице полной мощности присвоено название вольт-ампер, сокращенно В·А.

Из сравнения выражений (2.73) и (2.78) следует, что полная мощность определяет наибольшее значение активной мощности, которое может быть получено при заданных значениях напряжения и тока. Действительно, если сдвиг по фазе между напряжением и током отсутствует, то  $\cos \varphi = 1$  и  $P = P_{\max} = UI = S$ .

Отношение активной мощности к полной называют *коэффициентом мощности* и обозначают  $\lambda$ . Очевидно, коэффициент мощности численно равен косинусу угла сдвига фаз между током и напряжением:

$$\lambda = P/S = \cos \varphi. \quad (2.79)$$

Покажем, что активную, реактивную и полную мощности можно определить, пользуясь комплексными изображениями напряжения и тока. Рассмотрим комплексное соотношение  $\underline{S} = \underline{\dot{U}} \dot{I}^*$ , где  $\underline{\dot{U}}$  — комплекс напряжения, а  $\dot{I}^*$  — сопряженный комплекс тока. Так как  $\underline{\dot{U}} = U e^{i\psi_u}$ , а  $\dot{I}^* = I e^{-i\psi_i}$ , имеем

$$\underline{S} = \underline{\dot{U}} \dot{I}^* = UI e^{i(\psi_u - \psi_i)} = UI e^{i\varphi} = S e^{i\varphi}.$$

Мы получили, что модуль комплексного числа  $\underline{S}$  равен полной мощности. Запишем выражение для комплекса полной мощности  $\underline{S}$  в тригонометрической форме:  $\underline{S} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi$ , следовательно,

действительная часть комплекса  $\underline{S}$  равна активной мощности, а коэффициент при мнимой части равен реактивной мощности, т. е.

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = Se^{i\varphi} = P + jQ. \quad (2.80)$$

Следует обратить внимание на то, что комплексная мощность не является изображением синусоиды, поэтому над ее символом не ставят

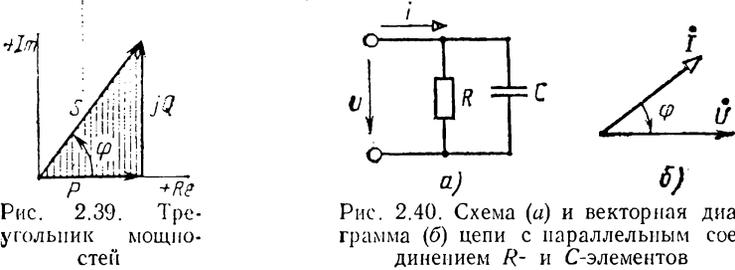


Рис. 2.39. Треугольник мощностей

Рис. 2.40. Схема (а) и векторная диаграмма (б) цепи с параллельным соединением R- и C-элементов

точку. Символ комплексной мощности, так же как символ комплексного сопротивления, подчеркивают. На рис. 2.39 сделаны построения, соответствующие комплексному выражению (2.80). Заштрихованный прямоугольный треугольник принято называть **треугольником мощностей**. Из него очевидны соотношения между P, Q и S:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad P = S \cos \varphi, \quad Q = S \sin \varphi. \quad (2.81)$$

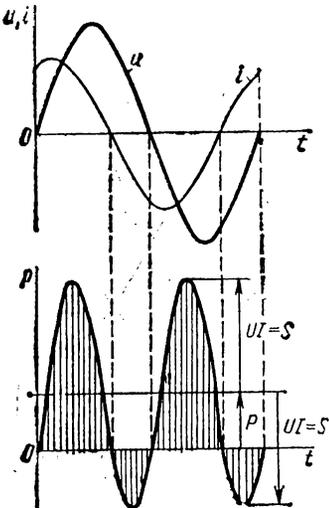


Рис. 2.41. Графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности цепи, содержащей R- и C-элементы

Перейдем к исследованию энергетических процессов в случае, когда энергия может запасаться в электрическом поле, и рассмотрим схему рис. 2.40, а с параллельным включением резистивного и емкостного элементов. Будем считать, что начальная фаза напряжения равна нулю:  $u = U_m \sin \omega t$ , ток в данной цепи опережает напряжение на угол  $\varphi$ , т. е.  $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$  (векторная диаграмма рис. 2.40, б); при этом выражение мгновенной мощности будет иметь вид, аналогичный (2.71):

$$p = ui = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)].$$

Графики  $u(t)$ ,  $i(t)$  и  $p(t)$  приведены на рис. 2.41. При анализе этих графиков нужно помнить, что энергия электрического поля определяется значением напряжения  $W_e = Cu^2/2$ , т. е. энергия запасается в электрическом поле, если напряжение увеличивается по модулю,

и высвобождается, если напряжение уменьшается. Энергетические преобразования в  $RC$ -цепи характеризуются обменом энергией между источником и электрическим полем, который сопровождается выделением энергии в резистивном элементе. Распределение потоков энергии иллюстрируется схемами рис. 2.42. Нетрудно видеть, что энергетиче-

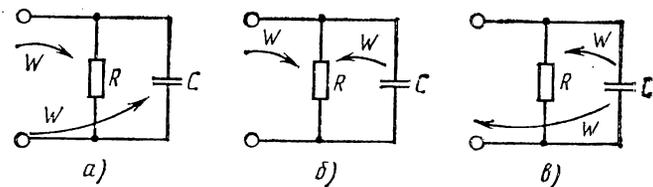


Рис. 2.42. Направления потоков энергии в цепи, содержащей  $R$ - и  $C$ -элементы, в различные интервалы времени

ские процессы в  $RL$ - и  $RC$ -цепях аналогичны и, следовательно, выражения для активной, реактивной, полной и комплексной мощностей совпадают. Нужно только иметь в виду то обстоятельство, что активная и полная мощности являются арифметическими величинами, в то время как реактивная мощность — величина алгебраическая. При наличии в цепи индуктивных элементов реактивная мощность положительна, так как  $\varphi > 0$  и  $Q_L = UI \sin \varphi > 0$ , при наличии емкостных элементов реактивная мощность отрицательна, поскольку  $\varphi < 0$  и  $Q_C = -UI \sin \varphi < 0$ .

В электрических цепях, содержащих индуктивные и емкостные элементы, может происходить обмен энергиями между магнитным и

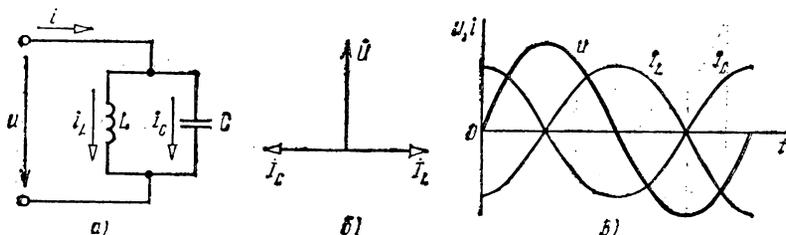


Рис. 2.43. Схема (а), векторная диаграмма (б) и графики мгновенных значений напряжения и токов (в) идеального параллельного  $LC$ -контура

электрическим полями. Так, например, только анализ этих обменных процессов помогает понять, почему в схеме цепи рис. 2.43, а, векторная диаграмма которой представлена на рис. 2.43, б, при условии  $L\omega = 1/C\omega$  ток  $i$  в неразветвленной части отсутствует, а токи ветвей отличны от нуля. Графики мгновенных значений  $u_C(t)$ ,  $i_C(t)$  и  $i_L(t)$ , представленные на рис. 2.43, в, показывают, что запасание энергии в магнитном поле сопровождается высвобождением энергии из электрического поля и наоборот. При условии  $L\omega = 1/C\omega$  интенсивность этих процессов одинакова. Цепь, схема замещения которой приведена на рис. 2.43, а, не содержит элементов, обладающих активным сопротивлением, поэтому обменные процессы не сопровождаются потерями

энергии, т. е. в установившемся режиме энергия от источника не потребляется и его ток равен нулю.

Для цепи синусоидального тока, так же как и для цепи постоянного тока, можно составить баланс мощностей. Из закона сохранения энергии очевидно, что для любого момента времени сумма мгновенных мощностей всех приемников энергии равна мгновенной мощности источника. Из этого непосредственно следует, что арифметическая сумма средних (активных) мощностей приемников  $P_{\text{п}}$  равна средней (активной) мощности источника  $P_{\text{и}}$ :

$$P_{\text{и}} = \sum P_{\text{п}}. \quad (2.82)$$

Можно доказать [12], что существует и баланс реактивных мощностей (вывод не приводится из-за его громоздкости):

$$Q_{\text{и}} = \sum Q_{\text{п}}, \quad (2.83)$$

где  $Q_{\text{и}}$  — реактивная мощность источника;  $\sum Q_{\text{п}}$  — алгебраическая сумма реактивных мощностей всех приемников.

В выражении (2.83) реактивную мощность берут со знаком плюс в случае, если ток отстает по фазе от напряжения, и со знаком минус при опережающем токе.

Из (2.82), (2.83) следует, что баланс мощностей можно записать и в комплексной форме:

$$\underline{S}_{\text{и}} = \sum \underline{S}_{\text{п}} \quad (2.84)$$

или

$$\dot{U}_{\text{и}} \dot{I}_{\text{и}}^* = \sum \dot{U}_{\text{п}} \dot{I}_{\text{п}}^*, \quad (2.85)$$

где  $\underline{S}_{\text{и}} = \dot{U}_{\text{и}} \dot{I}_{\text{и}}^*$  — комплексная мощность источника;  $\sum \underline{S}_{\text{п}} = \sum \dot{U}_{\text{п}} \dot{I}_{\text{п}}^*$  — сумма комплексных мощностей всех приемников.

Обратим внимание на то, что нельзя записать выражение баланса для модулей комплексных мощностей, т. е. для полных мощностей  $S$ .

## § 2.17. Техничко-экономическое значение повышения коэффициента мощности

Знакомство с проблемой повышения коэффициента мощности начнем с рассмотрения схемы цепи рис. 2.44, где изображен генератор электрической энергии  $G$ , к которому подключен один из самых распространенных приемников электрической энергии — асинхронный двигатель  $M$ .

Обсудим вначале некоторые характеристики генератора. Заводом-изготовителем предусматривается, что ток генератора по условиям нагрева его обмотки не должен превышать некоторое номинальное значение  $I_{\text{ном}}$ , которое указывается в паспорте. Там же указано и номинальное напряжение  $U_{\text{ном}}$ , превышение которого недопустимо по условиям целостности изоляции. Номинальные значения тока и напряжения однозначно определяют предельно допустимую полную мощность генератора, которую называют номинальной мощностью  $S_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} I_{\text{ном}}$ .

Очевидно, что генератор энергетически выгодно эксплуатировать так, чтобы совершаемая им работа, т. е. вырабатываемая электроэнергия, была максимальной. В свою очередь, работа, совершаемая в электрической цепи, определяется активной мощностью  $P$ , следовательно, нужно стремиться обеспечивать такой режим работы генератора, при котором активная мощность максимальна. Как известно [см. (2.79)], отношение активной мощности к полной определяется коэффициентом мощности, который численно равен косинусу угла сдвига фаз между током и напряжением:  $\lambda = \cos \varphi = P/S$ .

При заданном значении полной мощности генератора  $S_{\text{ном}}$  активная мощность генератора была бы максимальна в случае, если бы коэффициент мощности был равен единице:  $P = P_{\text{max}} = S_{\text{ном}} \cos \varphi = S_{\text{ном}}$ .

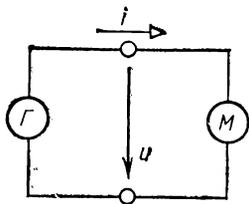


Рис. 2.44. Схема подключения асинхронного двигателя к генератору электрической энергии

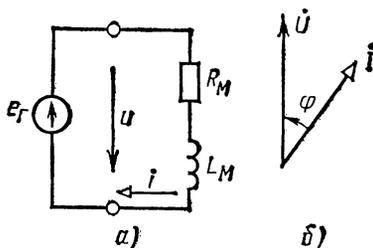


Рис. 2.45. Схема замещения (а) и векторная диаграмма (б) цепи рис. 2.44

В режиме максимальной активной мощности ток и напряжение генератора совпадают по фазе, при этом реактивная мощность равна нулю:  $Q = UI \sin \varphi = 0$  и, следовательно, генератор осуществляет только необратимые преобразования энергии и не участвует в колебательных процессах обмена энергией с электромагнитным полем приемников.

Анализ цепи рис. 2.44 будем проводить в предположении, что внутреннее сопротивление генератора пренебрежимо мало, будем считать также пренебрежимо малым сопротивление проводов, соединяющих двигатель и генератор. При принятых допущениях схема замещения рассматриваемой цепи имеет вид, представленный на рис. 2.45, а, где  $R_{\text{м}}$  и  $L_{\text{м}}$  — параметры простейшей схемы замещения двигателя. Принцип действия асинхронного двигателя (см. гл. 15) основан на силовом взаимодействии магнитного поля и проводника с током, т. е. преобразование электрической энергии в механическую осуществляется посредством магнитного поля, поэтому в схеме замещения двигателя обязательно присутствие индуктивного элемента  $L_{\text{м}}$ . Присутствие в схеме замещения  $R$ -элемента указывает на то, что в двигателе происходят необратимые процессы преобразования электрической энергии в механическую, т. е. совершается работа.

Из схемы замещения рис. 2.45, а следует, что  $i = \dot{U} / (R_{\text{м}} + jX_{\text{м}})$ , т. е. угол сдвига фаз  $\varphi$  между током  $i$  и напряжением  $u$  генератора,

а следовательно, коэффициент мощности генератора определяются соотношением параметров двигателя:  $\cos \varphi = R_M / \sqrt{R_M^2 + X_M^2}$ . Векторная диаграмма цепи рис. 2.45, а дана на рис. 2.45, б. В схеме рис. 2.44 должен обязательно происходить обмен энергией между генератором и магнитным полем двигателя, т. е. реактивная мощность в цепи, содержащей двигатель, принципиально не может быть равна

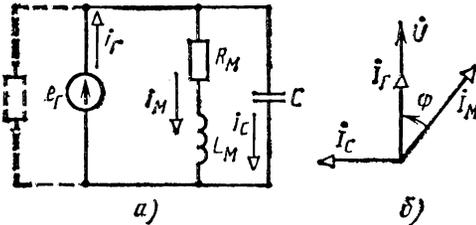


Рис. 2.46. Схема цепи с повышенным коэффициентом мощности (а) и ее векторная диаграмма (б)

нулю, поэтому генератор в цепи рис. 2.44 всегда работает в условиях, когда  $P < S_{\text{ном}}$ . Как же в таких условиях решается проблема повышения коэффициента мощности?

Рассмотрим схему, показанную на рис. 2.46, а сплошными линиями, на которой параллельно двигателю включен емкостный элемент, например конденсатор. Подключение  $C$ -элемента никак не ска-

зывается на работе двигателя: напряжение на зажимах двигателя не изменилось и, следовательно, остались неизменными его ток, активная и реактивная мощности. Однако условия работы генератора в схемах рис. 2.45, а и 2.46, а существенно отличаются, так как в схеме рис. 2.46, а ток генератора  $i_G$  уже не равен току двигателя  $i_M$ , а определяется из соотношения  $i_G = i_M + i_C$ , где  $i_C$  — ток емкостного элемента. Векторная диаграмма цепи рис. 2.46, а показана на рис. 2.46, б. При соответствующем подборе емкости конденсатора в схеме рис. 2.46, а можно добиться резонансного режима, т. е. обеспечить работу генератора при максимальном значении коэффициента мощности, при этом двигатель будет обмениваться энергией, запасаемой в его магнитном поле, не с генератором, а с емкостным элементом.

Какие же энергетические преимущества имеет схема рис. 2.46, а перед схемой рис. 2.45, а?

Во-первых, при неизменной работе, совершаемой двигателем, уменьшается ток генератора. Это означает, что в схеме рис. 2.46, а может быть установлен генератор меньшей номинальной мощности, или если установленные мощности генераторов в обеих схемах одинаковые, то в схеме рис. 2.46, а генератор будет работать при токе, меньшем номинального, и, следовательно, к нему можно подключить дополнительно другие потребители электрической энергии (см. пунктирные линии на рис. 2.46, а).

Во-вторых, подключение емкостного элемента снижает ток также в линии электропередачи, соединяющей электрический двигатель с генератором, что позволяет уменьшать сечение соединительных проводов, т. е. экономить электропроводящие материалы. Очевидно, рассмотренный способ повышения коэффициента мощности требует дополнительных затрат на установку конденсатора. Технико-экономические расчеты показывают, что в энергетических системах наиболее целесообразно осуществлять установку конденсаторов, емкость кото-

рых рассчитывают из условия, чтобы коэффициент мощности повышался до значений, несколько меньших единицы.

В энергетических системах для повышения коэффициента мощности используют также синхронные двигатели, схемы замещения которых при определенных условиях содержат емкостные элементы. Нужно иметь в виду, что значение коэффициента мощности в энергосистемах зависит еще и от того, насколько грамотно эксплуатируются электро-технические установки. Например (см. гл. 15), коэффициент мощности асинхронного двигателя резко снижается, если двигатель работает в режиме холостого хода или недогружен до номинальной мощности, и т. д.

### § 2.18. Разветвленные цепи с несколькими источниками питания

Расчет разветвленных цепей синусоидального тока с несколькими источниками, как и расчет аналогичных цепей постоянного тока, основывается на применении законов Кирхгофа.

В качестве примера рассмотрим цепь, схема замещения которой приведена на рис. 2.47. На схеме замещения показаны положительные направления токов и э. д. с. Будем считать заданными выражения для мгновенных значений синусоидальных э.д.с. и тока идеального источника  $i(t)$ , а также параметры  $R$ ,  $L$  и  $C$  всех участков цепи. Нужно определить токи в ветвях цепи.

Цепь рис. 2.47 содержит три ветви с неизвестными токами  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_3$ . Для определения токов  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_3$  необходимо составить систему из трех уравнений. Цепь имеет два узла, поэтому по первому закону Кирхгофа можно составить одно уравнение

$$i_1 + i_2 + i_3 - i = 0.$$

Два других уравнения следует составить по второму закону Кирхгофа для двух независимых контуров (см. пунктирные линии на схеме рис. 2.47):

$$u_{R_1} + u_L - u_C = e_1 - e_2,$$

$$u_C - u_{R_3} = e_2.$$

Если э.д.с.  $e_1$ ,  $e_2$  и ток идеального источника  $i(t)$  являются синусоидальными функциями времени одинаковой угловой частоты, то уравнения Кирхгофа для мгновенных значений можно переписать в комплексной форме, выразив предварительно по закону Ома напряжения участков через соответствующие токи:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 - \dot{i} = 0, \\ (R_1 + jX_L)\dot{I}_1 - (-jX_C)\dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2, \\ (-jX_C)\dot{I}_2 - R_3\dot{I}_3 = \dot{E}_2. \end{cases} \quad (2.86)$$

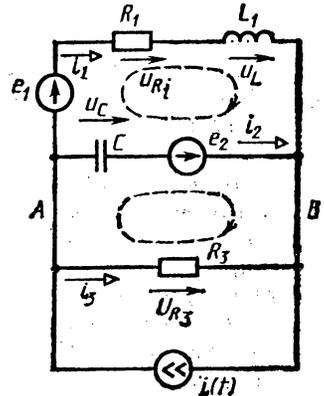


Рис. 2.47. Схема замещения разветвленной цепи

Решение системы уравнений (2.86) позволяет определить комплексные токи и перейти затем к соответствующим выражениям для мгновенных значений.

В цепях постоянного тока использовались различные расчетные методы, основанные на уравнениях Кирхгофа, упрощающие анализ цепей — метод суперпозиции, метод междуузлового напряжения, метод эквивалентного активного двухполюсника и др., которые остаются справедливыми и для цепей синусоидального тока. При этом расчетные формулы отличаются от аналогичных формул для цепей постоянного тока тем, что постоянные э.д.с.  $E$ , напряжения  $U$  и токи  $I$  заменяются комплексными значениями  $\dot{E}$ ,  $\dot{U}$ ,  $\dot{I}$ , а сопротивления  $R$  и проводимости  $g$  — комплексными сопротивлениями  $\underline{Z}$  и проводимостями  $\underline{Y}$ . Так, токи в цепи рис. 2.47, имеющей два узла, можно определить и не решая системы уравнений, а используя формулу напряжения между узлами:

$$\dot{U}_{AB} = (-\dot{E}_1 \underline{Y}_1 - \dot{E}_2 \underline{Y}_2 + \dot{J}) / (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3),$$

где

$$\underline{Y}_1 = 1/(R_1 + jX_L), \quad \underline{Y}_2 = 1/(-jX_C), \\ \underline{Y}_3 = 1/R_3.$$

Тогда

$$\dot{I}_1 = (\dot{U}_{AB} + \dot{E}_1) / (R_1 + jX_L), \\ \dot{I}_2 = (\dot{U}_{AB} + \dot{E}_2) / (-jX_C), \\ \dot{I}_3 = \dot{U}_{AB} / R_3.$$

## § 2.19. Графический анализ электрических цепей с помощью топографических и круговых диаграмм

Топографической называется векторная диаграмма напряжений, построенная по определенным правилам.

При построении топографической диаграммы определяют комплексные значения потенциалов всех точек цепи относительно одной точки, потенциал которой условно принимают равным нулю, и осуществляют перенос найденных значений потенциалов на комплексную плоскость. При этом каждой точке цепи будет определенным образом соответствовать своя точка на комплексной плоскости, а точке нулевого потенциала — начало координат.

Построим, например, качественную топографическую диаграмму для цепи рис. 2.48, а, предположив, что параметры цепи связаны соотношением  $R = X_L = X_C/2$  и начальная фаза тока равна нулю. При нахождении комплексных потенциалов будем ориентироваться на векторную диаграмму цепи (рис. 2.48, б), на ней изображены векторы комплексного тока  $\dot{I}$  и комплексных напряжений  $\dot{U}_R$ ,  $\dot{U}_L$  и  $\dot{U}_C$ , модули которых в соответствии с условием задачи связаны соотношением  $U_R = U_L = U_C/2$ . Примем за точку нулевого потенциала точку  $D$ , при этом  $V_D = 0$  и на топографической диаграмме (рис. 2.48, в) эта точка

расположится в начале координат. Для определения потенциалов трех остальных точек цепи обойдем контур цепи в направлении, противоположном положительному направлению тока, или, как принято говорить, против тока. При таком обходе контура комплексный

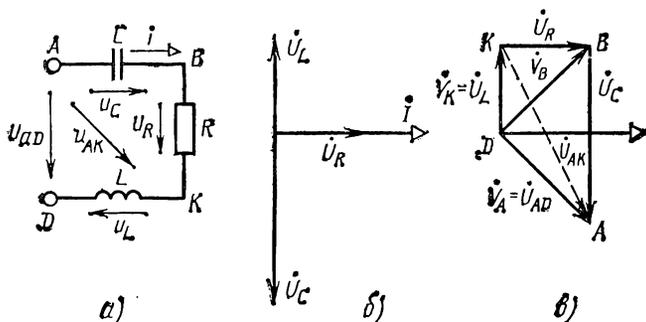


Рис. 2.48. Схема (а), векторная (б) и топографическая (в) диаграммы электрической цепи

потенциал каждой последующей точки будет определяться как сумма комплексного потенциала предыдущей точки и комплексного напряжения на элементе, включенном между ними.

Напряженне на индуктивном элементе равно разности потенциалов точек  $K$  и  $D$ , т. е.  $\dot{U}_L = \dot{V}_K - \dot{V}_D$  или  $\dot{V}_K = \dot{V}_D + \dot{U}_L$ . Так как  $\dot{V}_D = 0$ , имеем  $\dot{V}_K = \dot{U}_L$ . Отложим комплекс  $\dot{U}_L$  на топографической диаграмме и обозначим точку, соответствующую концу этого вектора, буквой  $K$ , так как она определяет на комплексной плоскости потенциал этой точки. Аналогично  $\dot{U}_R = \dot{V}_B - \dot{V}_K$ , т. е.  $\dot{V}_B = \dot{V}_K + \dot{U}_R$ . Прибавим на рис. 2.48, в к комплексу  $\dot{V}_K$  напряжение  $\dot{U}_R$  и полученную точку обозначим буквой  $B$ . Наконец,  $\dot{U}_C = \dot{V}_A - \dot{V}_B$ , т. е.  $\dot{V}_A = \dot{V}_B + \dot{U}_C$ . Теперь на комплексной плоскости показаны положения всех точек исследуемой цепи, при этом комплексный потенциал любой точки определяется радиус-вектором, соединяющим начало координат с этой точкой.

Можно было бы построить топографическую диаграмму цепи рис. 2.48, а, приняв за точку нулевого потенциала любую другую точку цепи. Однако в этом случае при определении потенциалов точек цепи пришлось бы не только суммировать, но и вычитать напряжения, что менее желательно. Поэтому точку нулевого потенциала и обход контура цепи стремятся выбрать так, чтобы движение по контуру осуществлялось против тока и определение потенциалов сводилось к суммированию напряжений.

Топографическая диаграмма позволяет графически с помощью простейших геометрических построений определить комплексное напряжение на любом участке цепи — комплексное напряжение между двумя точками цепи определяется вектором, соединяющим эти точки на топографической диаграмме. Так, например, напряжению  $\dot{U}_{AK} =$

$=\dot{V}_A - \dot{V}_K$  соответствует пунктирная прямая на рис. 2.48, в. В соответствии с правилами векторного анализа стрелка напряжения  $\dot{U}_{AK}$  на топографической диаграмме обращена от точки, потенциал которой является вычитаемым, к точке, потенциал которой является уменьшаемым. Обратим внимание, что при этом стрелка положительного направления напряжения между двумя точками на схеме и стрелка комплексного напряжения между соответствующими точками на топографической диаграмме направлены по отношению к этим точкам противоположно. Так, на схеме цепи рис. 2.48, а стрелка  $u_{AK}$  направлена от точки А к точке К, в то время как на диаграмме рис. 2.48, в стрелка комплексного напряжения  $\dot{U}_{AK}$  имеет направление от точки К к точке А.

**Пример 2.9.** Построить топографическую диаграмму для схемы рис. 2.49, а и с ее помощью найти напряжение  $u_{BK}$ , если  $R_1 = R_2 = L\omega = 1/C\omega = 10$  Ом, напряжение на входе  $u = 141 \sin \omega t$  В.

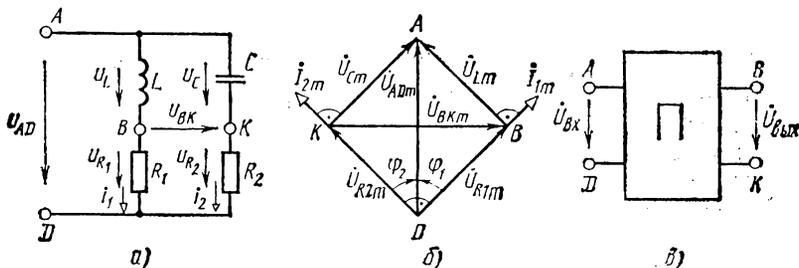


Рис. 2.49. Схема замещения (а), топографическая диаграмма (б) и упрощенное изображение (в) фазосдвигающей цепи

**Решение.** Определим вначале комплексные напряжения и токи:

$$\dot{U}_m = 141 \text{ В}, \quad Z_1 = R_1 + jL\omega = (10 + j10) = 14,1 e^{j45^\circ} \text{ Ом},$$

$$Z_2 = R_2 - j1/C\omega = 10 - j10 = 14,1 e^{-j45^\circ} \text{ Ом},$$

$$\dot{I}_{1m} = \dot{U}_m / Z_1 = 10 e^{-j45^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_{2m} = \dot{U}_m / Z_2 = 10 e^{j45^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{U}_{R1m} = R_1 \dot{I}_{1m} = 100 e^{-j45^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}_{Lm} = jL\omega \dot{I}_{1m} = 100 e^{j45^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}_{R2m} = R_2 \dot{I}_{2m} = 100 e^{j45^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}_{Cm} = -j(1/C\omega) \dot{I}_{2m} = 100 e^{-j45^\circ} \text{ В}.$$

При построении диаграммы предположим, что  $\dot{V}_D = 0$ , тогда для левой ветви можно записать  $\dot{V}_{Bm} = \dot{U}_{R1m} = 100 e^{-j45^\circ}$  В,  $\dot{V}_{Am} = \dot{V}_{Bm} + \dot{U}_{Lm} = 100 e^{-j45^\circ} + 100 e^{j45^\circ}$  или  $\dot{V}_{Am} = 100 [\cos(-45^\circ) + j \sin(-45^\circ)] + 100 [\cos(45^\circ) + j \sin(45^\circ)] = 141$  В. Полученный результат может служить подтверждением правильности расчетов, так как потенциал точки А получился равным входному напряжению, что и следовало ожидать:  $\dot{V}_{Am} = \dot{U}_{ADm} = \dot{U}_m = 141$  В.

Для правой ветви имеем  $\dot{V}_{Km} = \dot{U}_{R2m} = 100 e^{j45^\circ}$  В  $\dot{V}_{Am} = \dot{V}_{Km} + \dot{U}_{Cm} = 100 (e^{j45^\circ} + e^{-j45^\circ}) = 141$  В.

Топографическая диаграмма построена на рис. 2.49, б. Комплексное изображение искомого напряжения  $\dot{U}_{BKm}$  является диагональю квадрата  $ABDK$ , второй диагональю которого служит комплексное входное напряжение  $\dot{U}_m$ , следовательно,

$U_{BKm} = 141e^{-i\pi/2}$  В и  $u_{BK} = 141 \sin(\omega t - \pi/2)$  В. Электрическую цепь, схема замещения которой представлена на рис. 2.49, а, называют фазосдвигающей цепью, при этом ее рассматривают как четырехполюсник (рис. 2.49, в), выходное напряжение  $u_{вых}$  которой равно по амплитуде входному напряжению  $u_{вх}$ , но сдвинуто по фазе на угол  $\pi/2$ .

Векторные диаграммы широко используют также для графического анализа электрического состояния цепи при изменении одного из ее параметров  $R$ ,  $L$  или  $C$ . При плавном изменении одного из параметров цепи так же плавно будут изменяться модуль и аргумент комплексных токов и напряжений. Если положения комплексного тока  $\dot{I}$  (напряжения  $\dot{U}$  или потенциала  $\dot{V}$ ), соответствующие всем возможным значениям изменяющегося параметра, фиксировать на комплексной плоскости, то конец вектора тока  $\dot{I}$  (или  $\dot{U}$  или  $\dot{V}$ ) будет перемещаться по некоторой линии, расположенной на комплексной плоскости, которую в математике принято называть годографом вектора.

Приведем примеры построения годографов для простейших цепей. Рассмотрим схему цепи рис. 2.50, а при условии, что активное сопротивление неизменно ( $R = \text{const}$ ), а индуктивность изменяется в пределах  $0 \leq L \leq \infty$ , цепь подключена к источнику синусоидального напряжения с фиксированным значением амплитуды, частоты и начальной фазы. Построим топографическую диаграмму этой цепи в предположении, что потенциал точки  $D$  равен нулю ( $\dot{V}_D = 0$ ). Потенциал точки  $B$  равен напряжению на резистивном элементе  $\dot{V}_B = \dot{U}_R$ , а потенциал точки  $A$  определится суммой напряжений на резистивном и индуктивном элементах  $\dot{V}_A = \dot{U}_R + \dot{U}_L$ , в свою очередь,  $\dot{U}_R = Ri$  и  $\dot{U}_L = jX_L I$ , следовательно,

$$\dot{V}_B = Ri \quad \text{и} \quad \dot{V}_A = Ri + jL\omega i. \quad (2.87)$$

На рис. 2.50, б сплошными линиями показано построение топографической диаграммы для некоторого фиксированного значения переменного параметра  $L'$ . Вектор тока  $i'$  отстает от вектора напряжения на угол  $\varphi' = \arctg L' \omega / R$ , комплексные потенциалы точек  $B'$  и  $A'$  определены в соответствии с (2.87). Очевидно, треугольник  $AB'D$  на топографической диаграмме рис. 2.50, б является прямоугольным, а точка  $B'$  — его вершиной.

Проанализируем, как будет влиять изменение параметра  $L$  на вид топографической диаграммы рис. 2.50, б. Поскольку напряжение на входе цепи не изменяется, положение точек  $A$  и  $D$  на топографической диаграмме будет оставаться неизменным. Угол сдвига фаз между на-

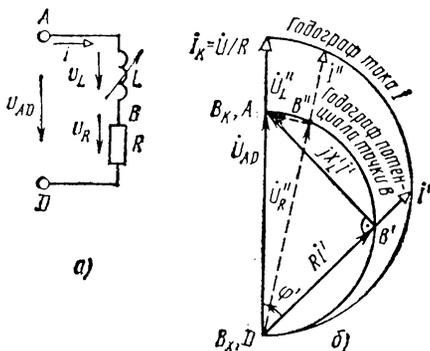


Рис. 2.50. Схема замещения (а) и круговые диаграммы (б) цепи с переменным параметром  $L$

пряжением  $\dot{U}$  и током  $\dot{I}$  определяется соотношением параметров  $R$  и  $L$ . Следовательно, изменение  $L$  приведет к изменению направления вектора тока  $\dot{I}$ , а значит, и положения точки  $B$ .

На рис. 2.50, б пунктирными линиями показаны построения, соответствующие случаю  $L'' > L'$  (ток  $\dot{I}''$  и точка  $B''$ ) — при любом значении переменного параметра  $L$  точка  $B$  является вершиной прямоугольного треугольника, гипотенузой которого служит отрезок  $AD$ . Следовательно, годографом векторного потенциала точки  $B$  является полуокружность с диаметром  $AD$ . В режиме короткого замыкания переменного параметра ( $L=0$ ) вектор  $\dot{I}_k$ , будет совпадать с направлением напряжения на входе  $\dot{I}_k = \dot{U}/R$ , при этом  $\dot{U}_{Rk} = R\dot{I}_k = \dot{U}$ ,  $\dot{U}_{Lk} = 0$ , а положение точки  $B_k$  на топографической диаграмме совпадает с точкой  $A$ . В режиме холостого хода ( $L=\infty$ ) ток равен нулю ( $\dot{I}_x=0$ ), при этом  $\dot{U}_{Rx} = R\dot{I}_x = 0$ , а точка  $B$  совпадает с точкой  $D$ .

На рис. 2.50, б изображен и годограф тока  $\dot{I}$ . При любом значении переменного параметра вектор тока  $\dot{I}$  совпадает по направлению с отрезком  $BD$  ( $\dot{U}_R = R\dot{I}$ ), длина вектора тока пропорциональна длине отрезка  $\overline{BD}$  ( $U_R = RI$ ). Так как точка  $B$  перемещается по полуокружности, то годографом вектора тока будет также некоторая полуокружность, диаметром которой является вектор тока короткого замыкания  $\dot{I}_k$ . Доказательство того, что годографом вектора тока является полуокружность с диаметром, равным  $\dot{I}_k$ , можно провести и аналитически, с помощью уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для цепи рис. 2.50, а:

$$\dot{U} = R\dot{I} + jX_L\dot{I}. \quad (2.88)$$

Разделив обе части уравнения (2.88) на  $R$ , получим

$$\dot{U}/R = \dot{I} + j(X_L/R)\dot{I}$$

или

$$\dot{I}_k = \dot{I} + j(X_L/R)\dot{I}. \quad (2.89)$$

Из (2.89) следует, что при любом значении переменного параметра неизменный по значению и фазе ток  $\dot{I}_k$  равен сумме двух взаимно перпендикулярных векторов  $\dot{I}$  и  $j(X_L/R)\dot{I}$ . Из простых геометрических представлений очевидно, что при этом годографом тока  $\dot{I}$  будет полуокружность с диаметром, равным  $\dot{I}_k$ .

Годографы, построенные на рис. 2.50, б, принято называть круговыми диаграммами.

Используя теорию функций комплексного переменного, можно доказать в общем виде [4], что при изменении любого из параметров линейной цепи синусоидального тока годографами токов, напряжений и потенциалов цепи будут являться окружности.

Рассмотрим простой графический прием, позволяющий с помощью круговых диаграмм определить графически ток  $\dot{I}$ , потенциал  $\dot{V}_B$  и напряжения  $\dot{U}_L$  и  $\dot{U}_R$  схемы рис. 2.50, а для любого произвольного зна-

чения переменного параметра  $L$ , при заданных значениях сопротивления  $R$  и напряжения  $U$ .

Зададимся произвольно масштабами для тока и напряжения —  $m_U$  и  $m_I$  и построим в выбранных масштабах векторы напряжения  $\dot{U}_{AD}$ , тока короткого замыкания  $\dot{I}_K = \dot{U}/R$  (рис. 2.51) и годографы тока  $\dot{I}$  и потенциала точки  $B$ . Зададимся также произвольно масштабом сопротивления  $m_Z$  и отложим в направлении вектора напряжения  $\dot{U}$  отрезок  $\overline{DN}$ , длина которого в выбранном масштабе равна сопротивлению  $R$ .

В точке  $N$  восставим перпендикуляр к направлению вектора напряжения и назовем полученную прямую линией переменного параметра. Рассмотрим, как с помощью линии переменного параметра графически определится ток и напряжение в схеме рис. 2.50, а при любом выбранном значении переменного параметра  $L'$ . Отложим на линии переменного параметра отрезок  $\overline{NM}$ , равный в масштабе сопротивлений выбранному значению индуктивного сопротивления  $X'_L = L'\omega$ , и рассмотрим полученный прямоугольный треугольник  $DNM$ . Угол при вершине  $D$  будет равен углу сдвига фаз тока и напряжения цепи рис. 2.50, а при выбранном значении индуктивности  $L'$ , так как для него выполняется условие (2.48)  $\operatorname{tg} \varphi' = X'_L/R$ . Очевидно, при этом пересечение прямой  $DM$  с окружностью тока (точка  $F$ ) определит вектор тока  $\dot{I}'$ , а с окружностью напряжений — векторы  $\dot{U}_R$  и  $\dot{U}_L$ . Измерив длины отрезков  $\overline{DF}$ ,  $\overline{DB}$  и  $\overline{BA}$  и зная масштабы  $m_U$  и  $m_I$ , можно определить значения  $I'$ ,  $U'_R$  и  $U'_L$  для выбранного значения  $L'$ .

Сформулируем некоторые общие правила построения круговых диаграмм тока для простейших неразветвленных цепей.

Если переменным параметром является индуктивность или емкость, то диаметр окружности тока совпадает с направлением вектора напряжения, а ось переменного параметра направлена перпендикулярно ему. В случае  $L$ -элемента полуокружность тока расположена справа, а в случае  $C$ -элемента — слева от вектора напряжения.

Если переменным параметром является активное сопротивление  $R$ , то диаметр окружности тока расположен перпендикулярно вектору напряжения в сторону опережения, когда неизменный параметр —  $C$ -элемент, и в сторону отставания, когда неизменный параметр  $L$ -элемент. Линия переменного параметра  $R$  располагается параллельно вектору напряжения, слева от него — в случае  $C$ -элемента и справа — в случае  $L$ -элемента.

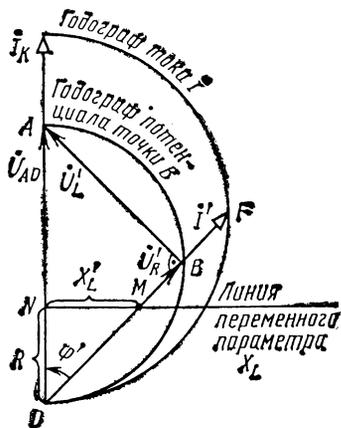


Рис. 2.51. Круговые диаграммы цепи с постоянным активным сопротивлением и изменяющейся индуктивностью

Во избежание ошибок при построении круговых диаграмм не следует забывать, что между напряжением и током пассивного участка цепи не может быть сдвига фаз, большего  $90^\circ$ . Как известно, для  $RL$ -цепи вектор тока отстает по фазе, а для  $RC$ -цепи опережает по фазе напряжение, кроме того, сдвиг фаз между током и напряжением увеличивается с ростом отношения  $X/R$ , так как  $\varphi = \arctg X/R$ . Построив диаграмму, следует проверить, выполняются ли эти правила.

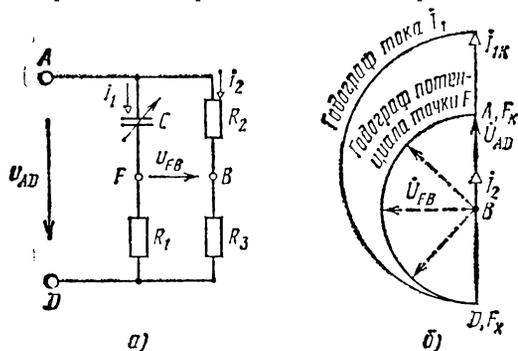


Рис. 2.52. Схема замещения (а) и круговые диаграммы (б) цепи с переменным параметром  $C$

С помощью круговых диаграмм можно анализировать также разветвленные цепи. Ниже приведен пример анализа цепи, содержащей две ветви с переменным параметром в одной из них.

**Пример 2.10.** С помощью круговой диаграммы проанализировать зависимость амплитуды и начальной фазы выходного напряжения  $u_{FB}$ , четырехполюсника рис. 2.52, а от параметра  $C$ , если  $0 \leq C \leq \infty$ , сопротивления всех резисторов схемы равны  $R_1 = R_2 = R_3 = R$ , а входное напряжение  $u_{AD} = U_m \sin \omega t$ .

**Решение.** Топографическая диаграмма схемы цепи рис. 2.52, а представлена на рис. 2.52, б. Токи  $I_{1K}$  и  $I_2$  совпадают по фазе с напряжением  $\dot{U}$ :  $I_{1K} = \dot{U}/R_1$ ,  $I_2 = \dot{U}/(R_1 + R_2) = \dot{U}/2R$ . Точка  $B$  расположена на направлении вектора напряжения  $\dot{U}$ :  $\dot{V}_B = \dot{V}_D + \dot{U}_{R_3} = \dot{V}_D + R_3 I_2 = \dot{V}_D + \dot{U}/2$ . Комплексный потенциал точки  $F$  изменяется при изменении емкости  $C$ :  $\dot{V}_F = \dot{V}_D + \dot{U}_{R_1} = \dot{V}_D + R I_1$ . На рис. 2.52, б изображены круговые диаграммы тока  $I_1$  и потенциала точки  $F$ . Искомое напряжение  $\dot{U}_{FB}$  определяется разностью потенциалов точек  $F$  и  $B$ , следовательно,  $\dot{U}_{FB} = \dot{V}_F - \dot{V}_B$ , на диаграмме рис. 2.52, б несколько положений вектора  $\dot{U}_{FB}$  показано пунктирными линиями. Из рис. 2.52, б следует, что при изменении емкости  $C$  от 0 до  $\infty$  модуль комплексного выходного напряжения остается постоянным  $U_{вых} = U_{вх}/2$ , а фаза плавно изменяется в пределах от 0 до  $180^\circ$ . При  $C=0$  ( $X_C = \infty$ ) потенциал точки  $F_x$  равен потенциалу точки  $D$  и выходное напряжение находится в противофазе с входным, при  $C = \infty$  ( $X_C = 0$ ) положение точки  $F_k$  на диаграмме совпадает с точкой  $A$ , при этом выходное и входное напряжения четырехполюсника совпадают по фазе.

Схему рис. 2.51, а называют фазовращателем напряжения, так как напряжение на его выходе имеет постоянную амплитуду, а начальную фазу этого напряжения можно плавно регулировать в широких пределах.

## § 2.20. Понятия о четырехполюсниках

В электротехнике часто ставится задача определения тока и напряжения одной ветви в зависимости от тока и напряжения другой. С этой целью обе ветви выделяют из схемы электрической цепи, а оставшуюся часть цепи, имеющую две пары зажимов (рис. 2.53), называют четырехполюсником (см. § 1.5). В виде четырехполюсников удобно рассматривать линии передачи электрической энергии, электрические фильтры, трансформаторы, транзисторы, электронные усилители и др.

Четырехполюсники, так же как и двухполюсники, могут быть линейными или нелинейными, активными или пассивными (см. § 1.5). Рассмотрим основные свойства пассивных, линейных четырехполюсников.

Одну пару зажимов четырехполюсника, к которой подключают источник энергии, называют входной, а другую, к которой подключают приемник, — выходной. Отношение напряжения на выходе четырехполюсника к напряжению на его входе  $\dot{U}_2/\dot{U}_1$  называют коэффициентом передачи напряжения и обозначают  $\dot{K}_U$ , отношение тока на выходе к току на входе  $I_2/I_1$  — коэффициентом передачи тока  $\dot{K}_I$ .

Основная задача анализа четырехполюсника заключается в том, чтобы аналитически связать между собой напряжения и токи на его входе  $\dot{U}_1, \dot{I}_1$  и выходе  $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ . Для линейных четырехполюсников эти величины связаны между собой системой, состоящей из двух линейных уравнений.

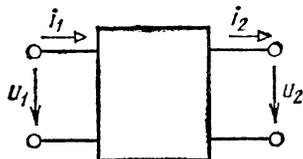


Рис. 2.53. Условное графическое изображение четырехполюсника

В зависимости от постановки задачи в уравнениях четырехполюсника в качестве независимых переменных могут быть выбраны различные сочетания двух величин. Так, например, при анализе схем электроники наибольшее применение нашла система линейных уравнений четырехполюсника, в которой в качестве независимых переменных выбраны ток  $\dot{I}_1$  и напряжение  $\dot{U}_2$ , при этом система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{h}_{11}\dot{I}_1 + \underline{h}_{12}\dot{U}_2, \\ \dot{I}_2 = \underline{h}_{21}\dot{I}_1 + \underline{h}_{22}\dot{U}_2. \end{cases} \quad (2.90)$$

В соответствии с принятым обозначением постоянных коэффициентов уравнения (2.90) называют уравнениями четырехполюсника в  $h$ -параметрах. При записи уравнений в  $h$ -параметрах положительное направление тока  $\dot{I}_2$  принято выбирать противоположным направлению, указанному на рис. 2.53.

Комплексные коэффициенты  $\underline{h}_{11}, \underline{h}_{12}, \underline{h}_{21}$  и  $\underline{h}_{22}$  могут быть определены расчетным или экспериментальным путем по двум любым режимам четырехполюсника. Для простоты в качестве этих режимов используют режим короткого замыкания на выходе ( $\dot{U}_2=0$ ) и режим холостого хода на входе четырехполюсника ( $\dot{I}_1=0$ ):

$\underline{h}_{11} = (\dot{U}_1/\dot{I}_1)_{\dot{U}_2=0}$  — входное сопротивление при замкнутых выходных зажимах;

$\underline{h}_{12} = (\dot{U}_1/\dot{U}_2)_{\dot{I}_1=0}$  — величина, обратная коэффициенту передачи напряжения при разомкнутых входных зажимах, называемая коэффициентом обратной связи по напряжению;

$\underline{h}_{21} = (\dot{I}_2/\dot{I}_1)_{\dot{U}_2=0}$  — коэффициент передачи тока при замкнутых выходных зажимах;

$\underline{h}_{22} = (\dot{I}_2 / \dot{U}_1)_{i_1=0}$  — выходная проводимость (при разомкнутых входных зажимах).

На рис. 2.54 представлена схема замещения четырехполюсника, составленная на основе уравнений, записанных в  $h$ -параметрах. В схеме замещения со стороны входных зажимов последовательно включены

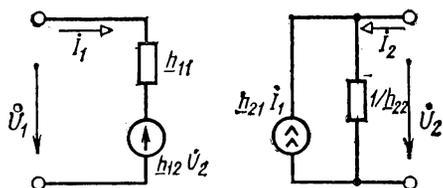


Рис. 2.54. Схема замещения четырехполюсника в  $h$ -параметрах

комплексное сопротивление, равное  $\underline{h}_{11}$ , и зависимый источник напряжений  $\underline{h}_{12} \dot{U}_2$ , управляемый напряжением  $\dot{U}_2$ . Со стороны выходных зажимов параллельно включены комплексное сопротивление, равное  $1/\underline{h}_{22}$ , и зависимый источник тока  $\underline{h}_{21} \dot{I}_1$ ,

управляемый током  $\dot{I}_1$ . Схема замещения в  $h$ -параметрах используется в гл. 5 при рассмотрении транзисторного усилителя напряжения.

Помимо уравнений в  $h$ -параметрах для четырехполюсника можно составить еще пять других систем, выбирая пять иных сочетаний двух независимых величин. Рассмотрим в качестве второго примера систему уравнений, в которой в качестве независимых переменных выбраны токи  $I_1$  и  $I_2$ :

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{Z}_{11} \dot{I}_1 + \underline{Z}_{12} \dot{I}_2, \\ \dot{U}_2 = \underline{Z}_{21} \dot{I}_1 + \underline{Z}_{22} \dot{I}_2. \end{cases} \quad (2.91)$$

Уравнения (2.91) называют системой уравнений четырехполюсника в  $Z$ -параметрах.

Комплексные коэффициенты  $\underline{Z}_{11}$ ,  $\underline{Z}_{12}$ ,  $\underline{Z}_{21}$  и  $\underline{Z}_{22}$  определяют расчетным или экспериментальным путем по режимам холостого хода на первичных и вторичных зажимах четырехполюсника:

$\underline{Z}_{11} = (\dot{U}_1 / \dot{I}_1)_{i_2=0}$  — входное сопротивление при разомкнутых выходных зажимах;

$\underline{Z}_{12} = (\dot{U}_1 / \dot{I}_2)_{i_1=0}$  — передаточное сопротивление при разомкнутых входных зажимах;

$\underline{Z}_{21} = (\dot{U}_2 / \dot{I}_1)_{i_2=0}$  — передаточное сопротивление при разомкнутых выходных зажимах;

$\underline{Z}_{22} = (\dot{U}_2 / \dot{I}_2)_{i_1=0}$  — выходное сопротивление при разомкнутых входных зажимах.

В случае обратимых четырехполюсников передаточные сопротивления  $\underline{Z}_{12}$  и  $\underline{Z}_{21}$  равны между собой:  $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = \underline{Z}$ , система уравнений (2.91) характеризуется только тремя независимыми коэффициентами  $\underline{Z}_{11}$ ,  $\underline{Z}_{22}$  и  $\underline{Z}$ . При этом обратимый четырехполюсник может быть представлен простейшей схемой замещения, содержащей три комплекс-

ных сопротивлений. На рис. 2.55 представлены две возможные эквивалентные трехэлементные схемы замещения обратимого двухполюсника: Т-образная (рис. 2.55, а) и П-образная (рис. 2.55, б). Сопротивления Т-образной и П-образной схем замещения легко выразить через  $Z$ -параметры четырехполюсника. Из анализа схемы рис. 2.55, а видно, что при разомкнутых вторичных зажимах ( $I_2=0$ ) напряжения и ток связаны соотношениями

$$\dot{U}_1 = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) \dot{I}_1 \quad \text{и} \quad \dot{U}_2 = \underline{Z}_3 \dot{I}_1. \quad (2.92)$$

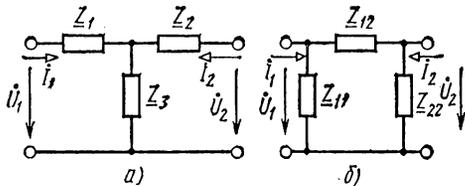


Рис. 2.55. Т-образная (а) и П-образная (б) схемы замещения четырехполюсника

В то же время при  $\dot{I}_2=0$  из уравнений (2.91) следует  $\dot{U}_1 = \underline{Z}_{11} \dot{I}_1$  и  $\dot{U}_2 = \underline{Z}_{21} \dot{I}_1$ , поэтому окончательно имеем

$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_{21} \quad \text{и} \quad \underline{Z}_1 = \underline{Z}_{11} - \underline{Z}_{21}. \quad (2.93)$$

При разомкнутых первичных зажимах ( $I_1=0$ ) для схемы рис. 2.55, а справедливо соотношение

$$\dot{U}_2 = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) \dot{I}_2. \quad (2.94)$$

В то же время при  $\dot{I}_1=0$  из уравнений (2.91) следует  $\dot{U}_2 = \underline{Z}_{22} \dot{I}_2$ , поэтому можно записать

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_3 \quad \text{или} \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{21}. \quad (2.95)$$

Соотношения (2.93) и (2.95) выражают сопротивления Т-образной схемы замещения четырехполюсника через  $Z$ -параметры. Аналогично можно выразить сопротивления П-образной схемы замещения через  $Z$ -параметры, анализируя соотношения между напряжениями и токами в схеме рис. 2.55, б для режима холостого хода на входе и выходе. Кроме того, выражения для сопротивлений П-образной схемы, представляющей соединение треугольником, можно получить из соотношений (2.93) и (2.95), используя формулы перехода от звезды к эквивалентному треугольнику.

Выбор независимых переменных, а следовательно, той или иной системы уравнений четырехполюсника и вида эквивалентной схемы замещения определяется условиями решаемой задачи и способами соединения четырехполюсников в электрических цепях.

## § 2.21. Электрические цепи со взаимной индуктивностью

На рис. 2.56 изображены две индуктивные катушки, расположенные достаточно близко друг от друга, поэтому если одна из них, например катушка 1, подключена к источнику электрической энергии и ее ток  $i_1$  отличен от нуля, то силовые линии магнитного поля, созданного этим током (пунктирные линии на рис. 2.56), будут сцеплены с обеими

катушками. При этом говорят, что катушки имеют магнитную связь, которую характеризуют взаимной индуктивностью  $M$ . Взаимная индуктивность  $M$  имеет размерность генри (Гн) и определяет значение потокосцепления второй катушки с магнитным полем, созданным током первой катушки,  $\Psi_{2M} = Mi_1$ , аналогично тому, как индуктивность  $L$

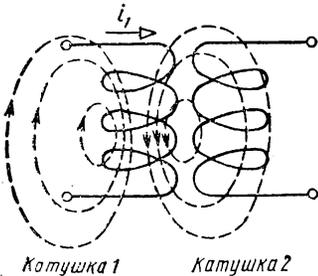


Рис. 2.56. Индуктивные катушки с магнитной связью

определяет значение потокосцепления самоиндукции  $\Psi_{1L} = L_1 i_1$  \*.

Если ток  $i_1$  изменяется во времени, то потокосцепления катушек будут также переменными, при этом в первой катушке индуцируется э. д. с. самоиндукции  $e_{1L} = -d\Psi_{1L}/dt = -L_1 di_1/dt$ , а во второй — э. д. с. взаимной индукции  $e_{2M} = -d\Psi_{2M}/dt = -M di_1/dt$ . Если  $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i_1})$ , то  $e_{2M} = -M\omega I_{1m} \cos(\omega t + \psi_{i_1})$  или  $e_{2M} = E_{2Mm} \sin(\omega t + \psi_{e_{2M}})$ , где  $E_{2Mm} = M\omega I_{1m}$ ,  $\psi_{e_{2M}} = (\psi_{i_1} - \pi/2)$ , т. е. при синусоидальном токе э. д. с. взаимной индукции — также синусоидальная функция. Э. д. с. взаимной индукции отстает от тока по фазе на угол  $\pi/2$ , действующие значения э. д. с. и тока связаны соотношением

$$E_{2M} = M\omega I_1.$$

Величину  $M\omega$ , имеющую размерность Ом, называют сопротивлением взаимной индукции и обозначают  $X_M$ :

$$X_M = M\omega. \quad (2.96)$$

Соотношение между э. д. с. взаимной индукции  $e_{2M}$  и током  $i_1$  можно записать и в комплексной форме:

$$\dot{E}_{2M} = -jX_M \dot{I}_1. \quad (2.97)$$

Если к источнику электрической энергии подключена не первая, а вторая катушка, то потокосцепление обеих катушек будет определяться магнитным полем, созданным током  $i_2$ , при этом  $\Psi_{2L} = L_2 i_2$ ,  $\Psi_{1M} = Mi_2$ , а  $e_{2L} = -L_2 di_2/dt$ ,  $e_{1M} = -M di_2/dt$  или  $E_{1M} = -jM\omega \dot{I}_2 = -jX_M \dot{I}_2$ .

В общем случае отличными от нуля могут быть токи обеих катушек, а результирующее потокосцепление каждой из катушек  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  определяется как потокосцеплением самоиндукции, так и потокосцеплением взаимной индукции. При этом возможны два случая.

Если потокосцепление взаимной индукции суммируется с потокосцеплением самоиндукции, т. е.  $\Psi_1 = \Psi_{1L} + \Psi_{1M}$ ,  $\Psi_2 = \Psi_{2L} + \Psi_{2M}$  и соответственно результирующая э. д. с. каждой из катушек определяется выражениями  $e_1 = -d\Psi_1/dt = e_{1L} + e_{1M}$ ,  $e_2 = -d\Psi_2/dt = e_{2L} + e_{2M}$ , то такое включение катушек называют согласным.

\* Очевидно, что при удалении катушек друг от друга потокосцепление взаимной индукции будет уменьшаться и может стать пренебрежимо малым, при этом говорят об отсутствии магнитной связи, т. е. полагают  $M=0$ .

Если для потокосцепления и э. д. с. справедливы соотношения  $\Psi_1 = \Psi_{1L} - \Psi_{1M}$ ,  $\Psi_2 = \Psi_{2L} - \Psi_{2M}$  и  $e_1 = e_{1L} - e_{1M}$ ,  $e_2 = e_{2L} - e_{2M}$ , то включения катушек называют встречным.

Рассмотрим согласное и встречное включения на примере двух соосных катушек (рис. 2.57). Намотка катушек на рис. 2.57, а проведена одинаково (если проследить за намоткой катушек сверху вниз, то можно увидеть, что для обеих катушек она осуществлена по часовой стрелке), а намотка катушек на рис. 2.57, б осуществлена по-разному. Будем считать, что катушки рис. 2.57 соединены последовательно и

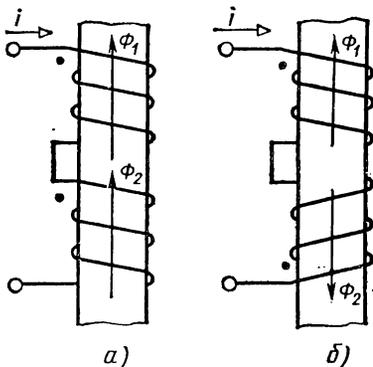


Рис. 2.57. Индуктивные катушки с магнитной связью при согласном (а) и встречном (б) включении

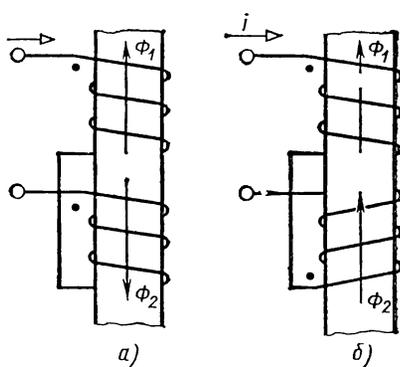


Рис. 2.58. Индуктивные катушки с магнитной связью при встречном (а) и согласном (б) включении

подключены к внешнему источнику э. д. с., положительные направления токов показаны на рисунке стрелками. Ориентируясь на положительные направления токов и направления намотки катушек и воспользовавшись правилом буравчика, можно определить направления магнитных потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , создаваемых каждой из катушек. Нетрудно видеть, что катушки рис. 2.57, а включены согласно, а катушки рис. 2.57, б — встречно. При этом неправильно было бы считать, что способ намотки катушек предопределил способ их включения: на рис. 2.58, а показаны катушки с одинаковой намоткой, включенные встречно, а на рис. 2.58, б — катушки с разной намоткой, включенные согласно.

Выводы магнитосвязанных элементов принято маркировать, при этом вводят понятие о д и о и м е н н ы х выводах (зажимов), которые помечают точками. Одноименные зажимы определяют таким образом.

При согласном включении токи в катушках должны быть одинаково ориентированы относительно одноименных зажимов. Например, в катушках, показанных на рис. 2.57, а, одноименными можно считать верхние выводы и пометить их точками. Действительно, токи в первой и второй катушках рис. 2.57, а, включенных согласно, направлены от зажимов, помеченных точками, т. е. одинаково ориентированы относительно одноименных зажимов\*.

\* Нетрудно убедиться в том, что у катушек, представленных на рис. 2.57, а, можно было бы пометить точками не два верхних, а два нижних зажима, которые также являются одноименными.

При встречном включении токи в катушках оказываются ориентированы по-разному относительно одноименных зажимов. Например, на рис. 2.57, б ток первой катушки направлен от одноименного зажима, помеченного точкой, а ток второй катушки — в сторону одноименного зажима.

С помощью точек осуществлена разметка одноименных зажимов и на катушках, представленных на рис. 2.58.

Схемы замещения для электрических цепей рис. 2.57 и 2.58 приведены на рис. 2.59. Наличие магнитной связи между индуктивными

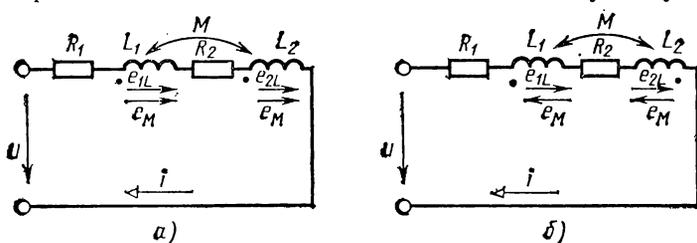


Рис. 2.59. Схема замещения цепи, содержащей элементы с магнитной связью при согласном (а) и встречном (б) включении

элементами  $L_1$  и  $L_2$  показано дугой с двумя стрелками, около которой поставлена буква  $M$ . Активные сопротивления катушек учтены с помощью элементов  $R_1$  и  $R_2$ .

Ток  $i$  на схеме рис. 2.59, а одинаково ориентирован относительно одноименных зажимов элементов, т. е. схема рис. 2.59, а — это схема замещения для цепей с согласным включением, показанных на рис. 2.57, а и 2.58, б. Нетрудно убедиться, что на рис. 2.59, б изображена схема замещения для встречного включения, т. е. для цепей рис. 2.57, б и 2.58, а.

Рассмотрим на примере схем рис. 2.59, как при расчете цепей учитывается наличие магнитной связи. Вначале обсудим выбор положительных направлений стрелок индуцируемых э. д. с. Стрелка положительного направления э. д. с. самоиндукции  $e_L$  любого индуктивного элемента совпадает по направлению со стрелкой тока этого элемента (см. § 2.8). Стрелки положительного направления э. д. с. взаимной индукции  $e_M$  на схемах рис. 2.59 проставлены с учетом того, что они должны совпадать по направлению со стрелками э. д. с. самоиндукции при согласном включении элементов ( $\Psi = \Psi_L + \Psi_M$ ,  $e = e_L + e_M$ ) и быть противоположны им при встречном включении ( $\Psi = \Psi_L - \Psi_M$ ,  $e = e_L - e_M$ ).

Запишем уравнение электрического состояния цепи с согласным включением катушек (рис. 2.59, а):

$$\begin{aligned} \dot{U} &= R_1 \dot{I} + jL_1 \omega \dot{I} + jM \omega \dot{I} + R_2 \dot{I} + jL_2 \omega \dot{I} + jM \omega \dot{I} = \\ &= (R_1 + R_2) \dot{I} + j\omega (L_1 + L_2 + 2M) \dot{I}. \end{aligned} \quad (2.98)$$

Для встречного включения (рис. 2.59, б) уравнение имеет вид

$$\dot{U} = (R_1 + R_2) \dot{I} + j\omega (L_1 + L_2 - 2M) \dot{I}. \quad (2.99)$$

Уравнения (2.98) и (2.99) позволяют рассчитать токи в цепи с последовательным соединением магнитосвязанных элементов. Из (2.98) и (2.99) следует, что при переходе от согласного включения к встречному эквивалентная индуктивность цепи изменяется на  $4M$ .

Если к зажимам одной из двух катушек с магнитной связью подключить источник электрической энергии, а к другой — приемник с сопротивлением  $Z_{\Pi}$ , то полученная цепь, схема замещения которой показана на рис. 2.60, образует воздушный трансформатор. В воздушном трансформаторе энергия из первичной цепи, подключенной к внешнему источнику энергии, передается во вторичную цепь посредством магнитного поля. Если в первичной цепи под действием напряжения источника  $u$  возникнет ток  $i$ , то во вторичной цепи за счет магнитной связи катушек индуцируется э. д. с., которую можно назвать генераторной, так как именно под ее воздействием возникают напряжение  $u_2$  и ток  $i_2$  нагрузки.

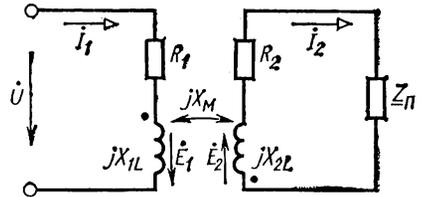


Рис. 2.60. Схема замещения цепи с воздушным трансформатором

Уравнения электрического состояния трансформатора имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= R_1 \dot{I}_1 + (-\dot{E}_1), \\ \dot{E}_2 &= R_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2. \end{aligned} \quad (2.100)$$

Схема рис. 2.60 соответствует согласному включению катушек, поэтому  $\dot{E}_1 = \dot{E}_{1L} + \dot{E}_M = -jX_{1L}\dot{I}_1 - jX_M\dot{I}_2$  и  $\dot{E}_2 = \dot{E}_{2L} + \dot{E}_M = -jX_{2L}\dot{I}_2 - jX_M\dot{I}_1$ , кроме того,  $\dot{U}_2 = Z_{\Pi}\dot{I}_2$ , следовательно, систему (2.100) можно переписать в виде

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + jX_{1L}\dot{I}_1 + jX_M\dot{I}_2, \\ -jX_{2L}\dot{I}_2 - jX_M\dot{I}_1 = R_2 \dot{I}_2 + Z_{\Pi}\dot{I}_2. \end{cases} \quad (2.101)$$

Полученная система уравнений позволяет определить токи первичной и вторичной обмоток трансформатора при заданных параметрах обмоток трансформатора, приемника энергии и напряжения источника.

Воздушные трансформаторы применяют в устройствах электроники для электрической изоляции одной цепи от другой (первичной от вторичной) или для согласования по мощности. Для усиления магнитной связи между обмотками катушки воздушного трансформатора располагают одну внутри другой. В гл. 10 будут рассмотрены трансформаторы, в которых для усиления магнитной связи первичную и вторичную обмотки располагают на общем магнитопроводе, выполненном из ферромагнитного материала.

#### Контрольные вопросы

1. Какими величинами определяется синусоидально изменяющаяся функция?
2. Дайте определение действующего значения синусоидально изменяющейся величины. Запишите соотношение между амплитудным и действующим значениями.

3. Какие физические процессы, происходящие в электрических цепях, отображают на схемах замещения  $R$ -,  $L$ - и  $C$ -элементы?
4. Какие преимущества дает представление синусоидальных электрических величин комплексными числами? Каковы правила введения комплексных чисел, изображающих электрические величины?
5. Можно ли на схеме электрической цепи переменного тока проставить полярность напряжения (или направление тока) для фиксированного момента времени, если задано аналитическое выражение для напряжения (тока), но не указаны стрелки положительных направлений электрических величин?
6. Каковы углы сдвига фаз между напряжениями  $R$ -,  $L$ - и  $C$ -элементов, включенных последовательно?
7. Каковы углы сдвига фаз между токами  $R$ -,  $L$ - и  $C$ -элементов, включенных параллельно?
8. Докажите, что в цепи синусоидального тока с последовательным включением нескольких элементов возможны условия, при которых напряжение на каком-либо из элементов будет превышать напряжение на входе цепи.
9. Докажите, что в цепи с параллельным включением элементов возможны условия, при которых ток какой-либо ветви будет превышать ток неразветвленного участка.
10. Что характеризует мгновенная мощность цепи? Докажите, что мгновенная мощность может принимать как положительные, так и отрицательные значения.
11. Какие энергетические процессы характеризуют активная и реактивная мощности?
12. Почему и как стремятся повысить коэффициент мощности в электрических цепях?
13. Можно ли индуктивную катушку, предназначенную для работы в цепи переменного тока, включить в цепь постоянного тока, сохранив при этом значение подведенного к ней напряжения равным номинальному?
14. Как изменится ток в конденсаторе, если при неизменном действующем значении напряжения на его обкладках будет изменяться угловая частота?
15. Можно ли при расчете разветвленных цепей синусоидального тока воспользоваться расчетными методами, применяемыми в цепях постоянного тока (метод сворачивания, метод междуузлового напряжения, метод активного двухполюсника), без комплексных чисел?
16. Что называют топографической диаграммой электрической цепи? Расскажите о правилах построения топографических диаграмм на примере диаграммы фазосдвигающей цепи.
17. Дайте определение круговой диаграммы. Приведите пример круговой диаграммы тока для случая последовательного соединения двух элементов.
18. Что называют фазовращателем напряжения?
19. Что в электрической цепи называют четырехполюсником? Запишите систему уравнений четырехполюсника и расскажите, как можно определить ее коэффициенты.
20. Какие свойства электрической цепи характеризует взаимная индуктивность  $M$ ? Изобразите схемы замещения двух индуктивно связанных катушек при последовательном встречном и последовательном согласном их включении и запишите уравнение электрического состояния этих цепей.

## ГЛАВА 3

### ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

#### § 3.1. Исторические предпосылки к разработке трехфазных цепей

Трехфазная цепь является частным случаем многофазных систем электрических цепей, представляющих собой совокупность электрических цепей, в которых действуют синусоидальные э. д. с. одинаковой частоты, отличающиеся по фазе одна от другой и создаваемые общим

источником энергии. Каждую из частей многофазной системы, характеризующуюся одинаковым током, принято называть фазой. Таким образом, понятие «фаза» имеет в электротехнике два значения: первое — аргумент синусоидально изменяющейся величины, второе — часть многофазной системы электрических цепей. Цепи в зависимости от количества фаз называют двухфазными, трехфазными, шестифазными и т. п.

Трехфазные цепи — наиболее распространенные в современной электроэнергетике. Это объясняется рядом их преимуществ по сравнению как с однофазными, так и с другими многофазными цепями (экономичность передачи энергии, возможность сравнительно простого получения кругового вращающегося магнитного поля, а также двух различных эксплуатационных напряжений в одной установке — фазного и линейного).

Разработка трехфазных цепей так же как и многих других важнейших научно-технических проблем, была исторически обусловлена. Необходимость в их разработке вызывалась требованиями развивающегося промышленного производства, а возможность решения этой проблемы была обусловлена успехами в области изучения электрических и магнитных явлений и опытом практического использования разнообразных электротехнических устройств.

Вся история развития трехфазных цепей — наглядная иллюстрация постоянно возникающих противоречий и изыскания путей для их разрешения.

Как было показано в гл. 2, в 80-х годах XIX в. проблема централизованного производства и распределения электроэнергии переросла в комплексную; необходимо было одновременно разрешить две сложнейшие научно-технические задачи: экономичность передачи энергии на дальние расстояния и создание надежного электродвигателя, удовлетворявшего требованиям промышленного электропривода. Это решение было найдено на основе многофазных, в частности трехфазных, систем.

Важнейшей предпосылкой разработки многофазных систем явилось открытие явления вращающегося магнитного поля (Г. Феррарис и Н. Тесла, 1888). Первые электрические двигатели были двухфазными, но они имели плохие рабочие характеристики.

Наиболее рациональной оказалась трехфазная система, имевшая ряд преимуществ как перед однофазными цепями переменного тока, так и перед другими многофазными системами.

В разработку трехфазных систем большой вклад сделали ученые и инженеры разных стран: серб — Н. Тесла, русский — М. О. Доливо-Добровольский, немец — Ф. Хазельвандер, француз — М. Депре, американец — Ч. Бредли. И в этом убедительно проявилась одна из характерных закономерностей развития техники — историческая обусловленность наиболее важных технико-экономических проблем и интернациональный характер их решений. Наибольшая заслуга среди них принадлежит выдающемуся русскому электротехнику М. О. Доливо-Добровольскому, сумевшему придать своим работам практический характер, создавшему трехфазные асинхронные двигатели, транс-

форматоры, разработавшему четырехпроводную и трехпроводную цепи и поэтому по праву считающемуся основоположником трехфазных систем.

Убедительной демонстрацией преимуществ трехфазных цепей была знаменитая Лауфен-Франкфуртская электропередача (1891 г., длина 170 км, напряжение  $U=15$  кВ, к. п. д.  $\eta=75\%$ ), сооруженная при активном участии М. О. Доливо-Добровольского. С этого времени начинается бурное развитие электрификации.

Подвляющее большинство дальних и сверхдальних линий электропередачи в нашей стране осуществляется на переменном напряжении 110—750 кВ. В одиннадцатой пятилетке будет сооружена уникальная электропередача напряжением 1150 кВ. И в развитии современной техники передачи электроэнергии на большие расстояния непрерывно возникают сложные противоречия, которые разрешаются благодаря новейшим достижениям науки и техники. Так, например, фундаментальные исследования советских ученых (А. А. Горев, П. С. Жданов) позволили разработать эффективные методы повышения устойчивости параллельной работы генераторов электростанций при увеличении дальности линий электропередачи переменного тока.

В последние 10—15 лет началось интенсивное создание межсистемных связей линиями постоянного тока высокого напряжения. Интересно отметить, что еще в 1918 г., когда трехфазные системы уже получили всеобщее признание, М. О. Доливо-Добровольский показал, что при значительных протяженностях линий передач высокого напряжения перспективным может быть применение линий постоянного тока с преобразовательными подстанциями.

Первая действующая линия электропередачи постоянного тока в нашей стране Волгоград — Донбасс напряжением 800 кВ была введена в эксплуатацию в 1962 г. В одиннадцатой пятилетке будет сооружена мощная линия передачи постоянного тока напряжением 1500 кВ.

Однако наряду с технико-экономическими преимуществами электропередачи постоянного тока обладают пока и существенными недостатками, обусловленными применением дорогостоящих выпрямителей и инверторов, а также затруднительностью промежуточного отбора энергии. В связи с этим в последние годы проводятся разнообразные теоретические и экспериментальные исследования с целью разработки более эффективных методов передачи огромных мощностей на сверхдальние расстояния. Но все эти трудности и противоречия нужно рассматривать не столько как препятствия на пути развития, сколько как источник движения, как условия дальнейшего научно-технического прогресса.

### **§ 3.2. Элементы трехфазных цепей. Способы изображения симметричной системы э. д. с.**

Трехфазная цепь состоит из трех типов элементов: источника электрической энергии (трехфазного генератора или трансформатора), линии передачи и приемников.

На электрических станциях трехфазная система э. д. с. образуется на зажимах трехфазного синхронного генератора, принцип действия и конструкция которого подробно рассмотрены в гл. 16.

Модель трехфазного генератора схематически изображена на рис. 3.1. Обмотка генератора расположена на статоре и состоит из трех фаз, каждая из которых изображена двумя витками; оси витков фаз сдвинуты относительно друг друга на один и тот же угол  $2\pi/3$ , т. е. на  $120^\circ$ . Начала фаз обозначены буквами  $A, B$  и  $C$ , а концы —  $X, Y, Z$ . Ротор представляет собой электромагнит, возбуждаемый постоянным током. Его можно выполнять явнополюсным и неявнополюсным. На рис. 3.1 изображен неявнополюсный ротор. При вращении ротора турбиной создаваемое им магнитное поле возбуждает в неподвижных обмотках статора электродвижущие силы, имеющие одинаковые амплитуды и сдвинутые по фазе относительно друг друга на угол  $2\pi/3$ .

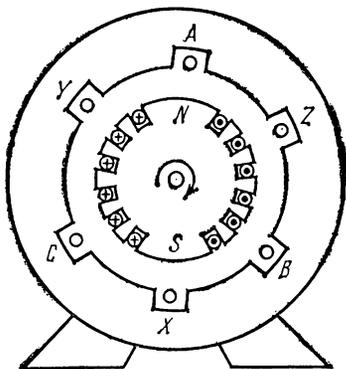


Рис. 3.1. Условное изображение модели трехфазного генератора

Такая система э. д. с. называется с и м м е т р и ч н о й.

На схемах замещения фазы трехфазного генератора или вторичной обмотки трехфазного трансформатора изображают двумя способами (рис. 3.2, а, б). Если э. д. с. одной фазы (например, фазы  $A$ ) принять

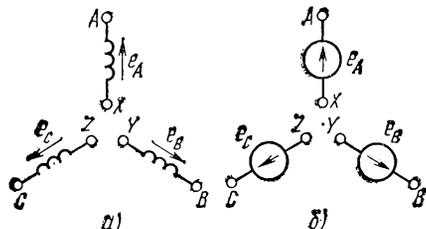


Рис. 3.2. Условные изображения обмоток статора трехфазных генераторов и трансформаторов

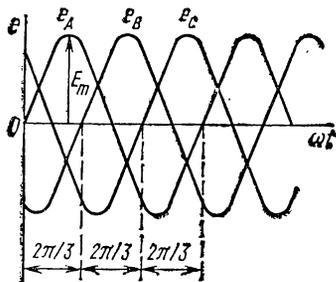


Рис. 3.3. Графики мгновенных значений трехфазной симметричной системы э. д. с.

за исходную и считать ее начальную фазу равной нулю, то выражения мгновенных значений э. д. с. можно записать в виде

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t, \\ e_B &= E_m \sin (\omega t - 2\pi/3), \\ e_C &= E_m \sin (\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin (\omega t + 2\pi/3). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Графики мгновенных значений трехфазной симметричной системы э. д. с. показаны на рис. 3.3. Комплексные действующие э. д. с. будут

иметь соответственно выражения:

$$\begin{aligned}\dot{E}_A &= E, \\ \dot{E}_B &= E e^{-j \frac{2\pi}{3}} \\ \dot{E}_C &= E e^{-j \frac{4\pi}{3}} = E e^{j \frac{2\pi}{3}}.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Векторная диаграмма трехфазной симметричной системы э. д. с. показана на рис. 3.4, а. Из диаграммы следует, что в любой момент времени

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0.$$

Из графика мгновенных значений также очевидно, что

$$e_A + e_B + e_C = 0.\tag{3.3}$$

Приведенные уравнения характеризуют важное свойство трехфазной симметричной системы. Систему э. д. с., изображенную на рис.

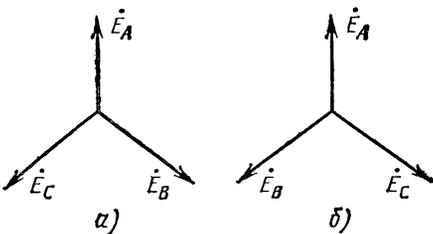


Рис. 3.4. Векторные диаграммы трехфазной симметричной системы э. д. с.

3.4, а, называют системой прямой последовательности фаз; в этом случае э. д. с. фазы *B* отстает от э. д. с. фазы *A* на угол  $2\pi/3$ , а э. д. с. фазы *C* — на такой же угол от э. д. с. фазы *B*. Если изменить направление вращения ротора, то последовательность фаз изменится на обратную (рис. 3.4, б). Как будет показано в гл. 15, от последовательности (порядка чередования) фаз зависи-

т направление вращения трехфазных асинхронных двигателей.

Последовательность фаз может быть определена специальным прибором — фазоуказателем, а на распределительных устройствах шины, относящиеся к разным фазам, имеют различную расцветку. В нашей стране приняты цвета: желтый — для фазы *A*, зеленый — для фазы *B*, красный — для фазы *C*.

### § 3.3. Способы соединения фаз трехфазного источника питания. Фазные и линейные напряжения

В период зарождения трехфазных систем имелись попытки использовать не связанную систему, в которой фазы обмотки генератора не были электрически соединены между собой и каждая фаза соединялась со своим приемником двумя проводами. Такие системы не получили применения вследствие их неэкономичности: для соединения генератора с приемником требовалось шесть проводов (рис. 3.5). Поэтому вполне естественными были стремления ученых и инженеров сократить число проводов трехфазной установки. Логическим путем было объединение трех обратных проводов в один — так возникла связанная система, соединенная звездой (рис. 3.6, а), в которой концы

фаз  $X, Y, Z$  соединяются в один общий узел  $N$ , называемый не й т р а л ь ю или н е й т р а л ь н о й т о ч к о й генератора (либо трансформатора). Провода, соединяющие начала фаз обмоток генератора (трансформатора) и приемника, называют л и н е й н ы м и, а провод, соединяющий нейтральные точки генератора и приемника, — нейтральным.

При соединении фаз обмотки трехфазного генератора треугольником объединяются в одну точку начала и концы соответствующих фаз:  $X$  и  $B, Y$  и  $C, Z$  и  $A$  (рис. 3.6, б).

Отметим, что обмотки фаз генератора предпочитают соединять звездой, так как в случае нарушения симметрии э. д. с. в обмотке, соединенной треугольником, уже при холостом ходе возникнут токи, которые вызовут нагревание обмоток и соответствующее увеличение потерь энергии. Что касается вторичных обмоток трансформаторов, то их можно соединить и звездой, и треугольником.

Как отмечалось, важной особенностью трехфазных цепей является наличие двух напряжений — фазного и линейного. Ф а з н ы м н а

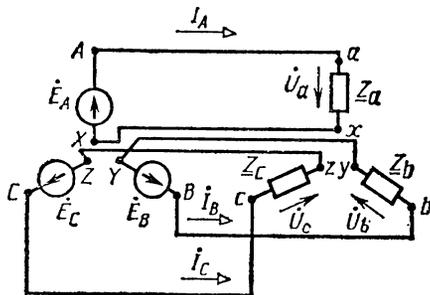


Рис. 3.5. Схема несвязанной шестипроводной трехфазной цепи

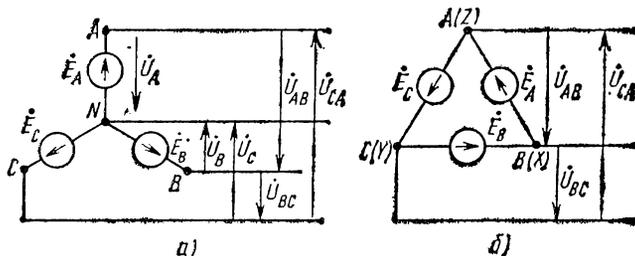


Рис. 3.6. Схема соединения фаз источника звездой (а) и треугольником (б)

зывают напряжение между началом и концом каждой фазы, а л и н е й н ы м — между началами двух фаз. За положительное направление фазных напряжений принимают направления от начала к концу фаз обмоток. Соотношения между линейными и фазными напряжениями трехфазного источника электрической энергии определяют из уравнений, составленных (для схемы рис. 3.6, а) по второму закону Кирхгофа, связывающих эти два напряжения:

$$u_{AB} + u_B - u_A = 0, \quad u_{BC} + u_C - u_B = 0, \quad u_{CA} + u_A - u_C = 0 \quad (3.4)$$

или

$$u_{AB} = u_A - u_B, \quad u_{BC} = u_B - u_C, \quad u_{CA} = u_C - u_A. \quad (3.5)$$

Соответствующие комплексные действующие напряжения равны

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \quad (3.6)$$

Из векторной диаграммы напряжений, построенной в соответствии с этими уравнениями (рис. 3.7), можно определить как количественные, так и фазовые соотношения между фазными и линейными напряжениями симметричной системы. Векторы линейных напряжений  $\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{BC}$ ,  $\dot{U}_{CA}$ \* сдвинуты относительно друг друга на угол  $2\pi/3$  и опережают соответственно векторы фазных напряжений  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$  на угол  $2\pi/6$  ( $30^\circ$ ), а значение каждого из линейных напряжений в  $\sqrt{3}$  раз больше фазного, так как  $U_{л}/2 = U_{ф} \cos 30^\circ$  (рис. 3.7), т. е.

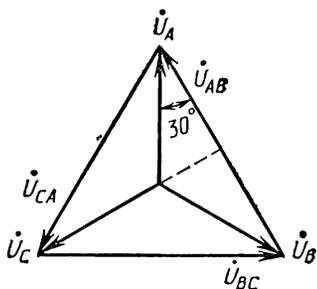


Рис. 3.7. Топографическая диаграмма напряжений трехфазного источника при соединении его фаз звездой

$$U_{л} = \sqrt{3} U_{ф}. \quad (3.7)$$

Предусмотренные ГОСТом линейные и фазные напряжения для цепей низкого напряжения связаны между собой соотношениями:

$$U_{л} = 660 \text{ В}; \quad U_{ф} = 380 \text{ В};$$

$$U_{л} = 380 \text{ В}; \quad U_{ф} = 220 \text{ В};$$

$$U_{л} = 220 \text{ В}, \quad U_{ф} = 127 \text{ В}.$$

### § 3.4. Классификация и способы включения приемников в трехфазную цепь

Приемники, включаемые в трехфазную цепь, могут быть либо однофазными, либо трехфазными. К однофазным приемникам относятся электрические лампы накаливания и другие осветительные приборы, различные бытовые приборы, однофазные двигатели и т. д. К трехфазным приемникам относятся трехфазные асинхронные двигатели и индукционные печи. Обычно комплексные сопротивления фаз трехфазных приемников равны между собой:  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = Z e^{j\varphi}$ . Такие приемники называют с и м м е т р и ч н ы м и. Если это условие не выполняется, то приемники называют н е с и м м е т р и ч н ы м и. При этом, если  $Z_a = Z_b = Z_c$ , то трехфазный приемник называют р а в н о м е р н ы м, если  $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c$ , то о д н о р о д н ы м. Три однофазных приемника, включенных в трехфазную цепь, в зависимости от соотношения их сопротивлений могут быть эквивалентны как симметрич-

\* Следует различать направление стрелок на схеме, указывающих условно-положительные направления линейных напряжений, и направление векторов на векторной диаграмме. Так, очевидно, вектор  $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$  должен быть направлен к точке  $A$ .

ным, так и несимметричным трехфазным приемником. Начала и концы фаз приемников обозначают соответственно  $a - x$ ,  $b - y$ ,  $c - z$ .

Подобно фазам генераторов и трансформаторов фазы трехфазных приемников, а также однофазные приемники могут соединяться звездой либо треугольником. Способ соединения фаз обмоток источника электрической энергии не предопределяет способ включения приемников.

На рис. 3.8 показаны схема включения однофазных и трехфазных приемников (а) и схема замещения этой цепи. Как правило, электрические осветительные приборы, являясь в трехфазных цепях типичными несимметричными приемниками, включаются либо звездой в четырехпроводную цепь (см. рис. 3.13), либо треугольником в трехпроводную цепь (см. рис. 3.18).

В качестве примера симметричных приемников на рис. 3.8 изображен асинхронный двигатель, обмотки которого соединены звездой

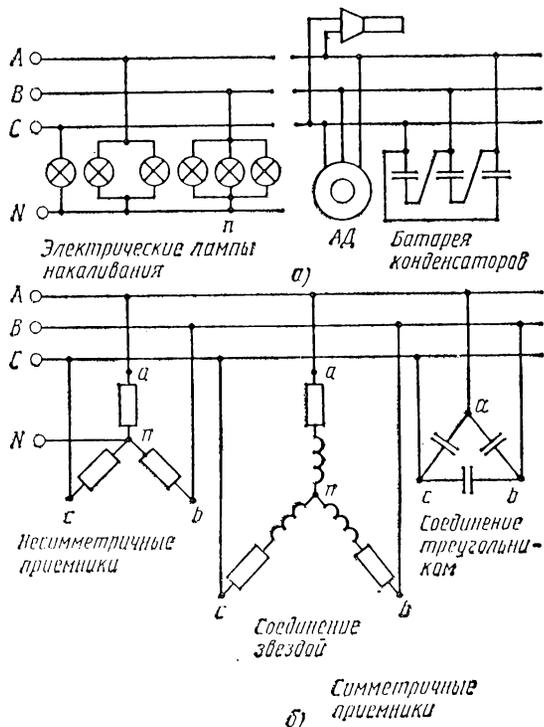


Рис. 3.8. Схема включения (а) и схема замещения (б) однофазных и трехфазных приемников

(на схеме замещения он представлен резистивными и индуктивными элементами), и батарея конденсаторов, соединенная треугольником.

### § 3.5. Соединение элементов трехфазной цепи звездой

В СССР в соответствии с ПУЭ (правила устройства электроустановок) в установках с напряжением до 1000 В наибольшее распространение для питания силовых и осветительных приемников (с напряжением до 380 В) получили трехфазные четырехпроводные сети с глухозаземленной нейтралью (нейтральная точка генератора или трансформатора присоединена к заземляющему устройству). Кроме того, применяются трехпроводные сети с изолированной нейтралью, у которых нейтральная точка генератора или трансформатора не присоединена к заземляющему устройству (или соединена с ним через аппараты, имеющие большое сопротивление). Выбор режима работы нейтрали определяется комплексом требований: экономичности, надежности электро-

снабжения и электробезопасности. Как правило, при повышенных требованиях электробезопасности рекомендуется применять установки с изолированной нейтралью.

Рассмотрим схему замещения четырехпроводной цепи, в которой фазы генератора и приемника соединены звездой (рис. 3.9). Обычно

сопротивления проводов значительно меньше сопротивлений приемников, поэтому при расчете таких цепей (если не требуется большая точность) сопротивления проводов можно не учитывать. Тогда фазные напряжения приемника  $\dot{U}_a, \dot{U}_b$  и  $\dot{U}_c$  будут равны соответственно фазным напряжениям источника электрической энергии (генератора или вторичной обмотки трансформатора), т. е.  $\dot{U}_a = \dot{U}_A; \dot{U}_b = \dot{U}_B; \dot{U}_c = \dot{U}_C$ . Если полные комплексные сопротивления фаз приемника равны  $\underline{Z}_a, \underline{Z}_b$  и  $\underline{Z}_c$ , то токи в каждой фазе можно определить по формулам

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a, \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b, \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c. \quad (3.8)$$

В соответствии с первым законом Кирхгофа ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Если приемники симметричны, то токи в фазах будут численно равны и сдвинуты по фазе по отношению к соответствующим фазным

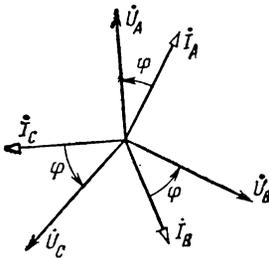


Рис. 3.10. Векторная диаграмма напряжений и токов симметричного приемника, соединенного звездой

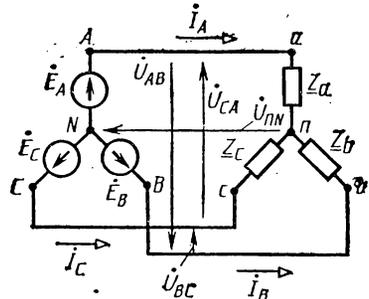


Рис. 3.11. Схема трехпроводной трехфазной цепи при соединении фаз приемника звездой

напряжениям на один и тот же угол. Построив векторную диаграмму токов для симметричного приемника (рис. 3.10), легко установить, что геометрическая сумма трех векторов тока равна нулю:  $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ . Следовательно, в случае симметричного приемника ток в нейтральном проводе  $I_N = 0$ , поэтому необходимость в нейтральном проводе отпадает.

Трехфазные цепи при соединении фаз приемника звездой без нейтрального провода называют **трехпроводными** (рис. 3.11). В такую трехпроводную цепь можно включать **только симметричные** приемники, например трехфазные электродвигатели, электрические печи. Так как в трехпроводной цепи с симметричным приемником потенциалы нейтральных точек генератора и приемника равны между собой ( $\varphi_N = \varphi_n$ ), то и соотношение между фазными и линейными напряжениями приемника также равно  $\sqrt{3}$ , т. е.  $U_\phi = U_\Delta/\sqrt{3}$ , а токи в фазах определяются по тем же формулам, что и для четырехпроводной цепи. В случае симметричного приемника достаточно определить ток только в одной из его фаз. Сдвиг фаз между током и соответствующим напряжением  $\varphi = \text{arctg } X/R$ .

В инженерной практике симметричные трехфазные цепи часто изображают **однoliniейными** (рис. 3.12), так как каждая фаза в них состоит из одинаковых элементов.

В четырехпроводные цепи обычно включают однофазные несимметричные приемники (например, электрические лампы или бытовые

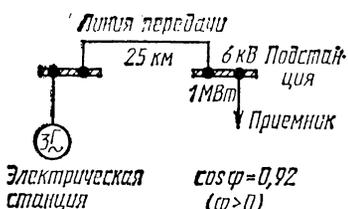


Рис. 3.12. Схема однолинейной трехфазной симметричной цепи

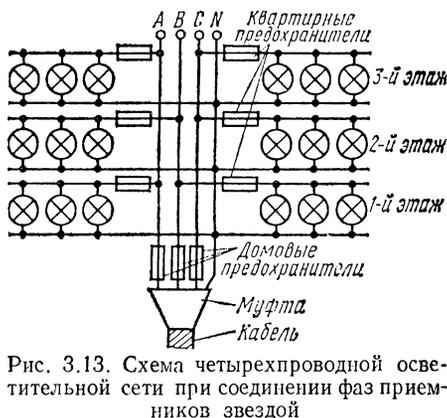


Рис. 3.13. Схема четырехпроводной осветительной сети при соединении фаз приемников звездой

приборы), причем каждый из них включают между зажимами одной из фаз и нейтральным проводом (рис. 3.13). Поэтому благодаря нейтральному проводу напряжения на каждой фазе приемника будут равны соответствующим напряжениям генератора (или трансформатора). Следовательно, *нейтральный провод обеспечивает сохранение симметрии фазных напряжений несимметричного приемника*. Но, очевидно, токи в фазах будут разными, поскольку комплексные сопротивления фаз не равны между собой:  $I_a = \dot{U}_a/\underline{Z}_a$ ,  $I_b = \dot{U}_b/\underline{Z}_b$ ,  $I_c = \dot{U}_c/\underline{Z}_c$ .

Важным *преимуществом четырехпроводной цепи является то, что при изменении режима работы одной из фаз режимы других фаз не изменяются*, так как постоянство напряжений на фазах обеспечивается нейтральным проводом. На рис. 3.13 показана схема четырехпроводной осветительной сети жилого дома.

Но для несимметричного приемника векторы токов уже не представляют собой симметричную систему и поэтому ток в нейтральном

проводе не будет равен нулю ( $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ ). Значение и фаза тока  $\dot{I}_N$  зависят не только от характера сопротивлений фаз приемника, но и от схемы их включения, например, если конденсатор и индуктивную катушку, включенные соответственно в фазы  $c$  и  $b$ , поменять местами, то ток в нейтральном проводе изменится в несколько раз.

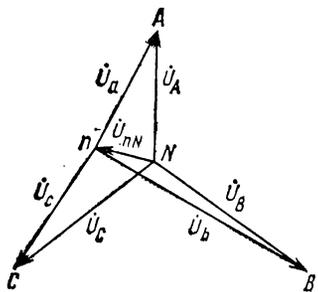


Рис. 3.14. Топографическая диаграмма напряжений при учете напряжения между нейтральными

Если по каким-либо причинам несимметричные приемники, соединенные звездой, окажутся включенными в трехпроводную сеть (см. рис. 3.11), то между нейтральными точками приемника и источника электроэнергии возникнет напряжение  $\dot{U}_{nN}$ , называемое напряжением между нейтральными.

Из схемы рис. 3.11 видно, что она представляет собой схему с двумя узлами  $n$  и  $N$ , поэтому для определения напряжения  $\dot{U}_{nN}$  можно воспользоваться известной формулой междуузлового напряжения (см. § 1.11):

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_a \dot{U}_A + \underline{Y}_b \dot{U}_B + \underline{Y}_c \dot{U}_C}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}, \quad (3.9)$$

где  $\underline{Y}_a$ ,  $\underline{Y}_b$  и  $\underline{Y}_c$  — комплексные проводимости фаз приемника.

Очевидно, что теперь напряжения на фазах приемника будут отличаться друг от друга. Из второго закона Кирхгофа следует, что

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}, \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}, \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}. \quad (3.10)$$

Следовательно, зная  $\dot{U}_{nN}$  и фазные напряжения генератора, можно определить фазные напряжения приемника, а по ним — и фазные токи:  $\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a = \underline{Y}_a \dot{U}_a$  и т. д. Векторы фазных напряжений можно определить графически, построив топографическую диаграмму фазных напряжений источника питания и  $\dot{U}_{nN}$  (рис. 3.14).

В четырехпроводной цепи напряжение между нейтральными может возникнуть в случае обрыва нейтрального провода и тогда на некоторых фазах приемника напряжения могут значительно превысить номинальные. Именно поэтому в нейтральный провод не включают ни плавкие предохранители, ни выключатели.

### § 3.6. Соединение элементов трехфазной цепи треугольником

В связи с тем что значительная часть приемников, включаемых в трехфазные цепи, бывают несимметричными, очень важно на практике (в частности, в схемах с осветительными приборами) обеспечить не зависимость режима работы отдельных фаз. Кроме четырехпроводной цепи подобными свойствами обладают и трехпроводные цепи при

соединении фаз приемника треугольником. Такое соединение получится, если три фазы приемника с фазными комплексными сопротивлениями  $\underline{Z}_{ab}$ ,  $\underline{Z}_{bc}$ ,  $\underline{Z}_{ca}$  включить между линейными проводами (рис. 3.15). При этом фазные напряжения приемника равны соответствующим линейным напряжениям источника питания — генератора или вторичной обмотки трансформатора, т. е.  $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC}$ ,  $\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA}$ .

Токи в фазах приемника в этом случае определяются по формулам

$$I_{ab} = \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab}, \quad I_{bc} = \dot{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc}, \quad I_{ca} = \dot{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca}. \quad (3.11)$$

В отличие от соединения звездой при соединении треугольником фазные токи не равны линейным. Линейные токи можно определить

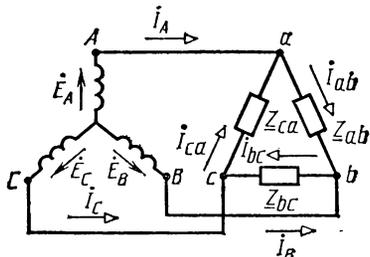


Рис. 3.15. Схема трехпроводной трехфазной цепи при соединении фаз приемника треугольником

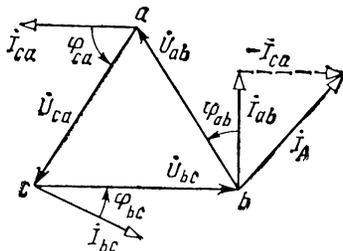


Рис. 3.16. Топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов трехпроводной трехфазной цепи при соединении фаз приемника треугольником

по фазным, составив уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов  $a$ ,  $b$  и  $c$  (рис. 3.15):

$$I_A = I_{ab} - I_{ca}, \quad I_B = I_{bc} - I_{ab}, \quad I_C = I_{ca} - I_{bc}. \quad (3.12)$$

С помощью этих уравнений можно определить линейные токи графически, воспользовавшись векторной диаграммой фазных токов (рис. 3.16). Если приемник симметричный ( $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_{bc}$ ), то векторы фазных токов образуют симметричную систему: значения фазных токов и сдвиги фаз между токами и соответствующими фазными напряжениями будут одинаковы.

Из векторной диаграммы рис. 3.17 следует, что в случае симметричных приемников

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}}. \quad (3.13)$$

Для симметричных приемников достаточно определить ток в одной фазе и, пользуясь формулой (3.13), найти линейный ток. Сдвиг фаз между токами  $I_{\text{ф}}$  и  $I_{\text{л}}$  легко определить графически (см., например, определение линейного тока  $I_A$  на векторной диаграмме рис. 3.16). Следует обратить внимание на то, что в трехпроводной цепи независимо от характера приемников геометрическая сумма линейных токов равна нулю:  $I_A + I_B + I_C = 0$ .

В качестве примера включения несимметричных однофазных приемников треугольником показана схема трехпроводной осветительной сети (рис. 3.18). Симметричные трехфазные приемники, в частности электродвигатели, можно включать в трехпроводную цепь треугольником либо звездой в зависимости от напряжения сети. Многие типы электродвигателей имеют шесть выводов и на их паспортном щитке указывают два напряжения — одно при включении обмотки двигателя звездой,

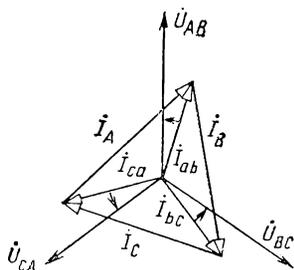


Рис. 3.17. Векторная диаграмма напряжений и токов симметричного приемника, соединенного треугольником

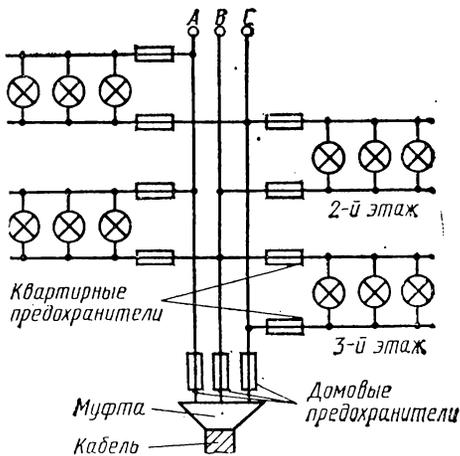


Рис. 3.18. Схема трехпроводной осветительной сети при соединении фаз приемников треугольником

дой, другое — треугольником. Например, если на щитке указано  $\frac{\Delta}{Y}$  380/220, то это означает, что фазное напряжение двигателя равно 220 В и его обмотки можно соединить звездой, если  $U_{сети} = 380$  В, или треугольником, если  $U_{сети} = 220$  В. Это значительно расширяет область применения таких симметричных приемников.

### § 3.7. Примеры несимметричных режимов в трехфазных цепях

Будущие инженеры неэлектротехнических специальностей должны уметь анализировать некоторые несимметричные режимы в трехфазных цепях, возникающие, в частности, при обрывах или коротких замыканиях линейных либо фазных проводов. Рассмотрим на примере симметричного приемника, соединенного звездой (см. рис. 3.11), обрыв и короткое замыкание фазы *a*, обратив внимание на методику построения топографических диаграмм.

**Пример 3.1.** Напряжение источника питания  $U_{л} = 220$  В. Комплексные сопротивления фаз приемника  $Z = (3 + j4) \text{ Ом} = 5 e^{j53^{\circ}10'}$ . Определить напряжения и токи в фазах.

**Решение.** При обрыве фазы *a* (рис. 3.19) фазы *b* и *c* окажутся соединенными последовательно и будут подключены к линейному напряжению  $\dot{U}_{BC}$ . Очевидно, при этом фазные напряжения уменьшатся в  $\sqrt{3}/2$  раз. Построим векторную диаграмму для этого случая (рис. 3.20, *a*). Прежде всего изобразим векторы токов  $\dot{I}_b$  и  $\dot{I}_c$  в соответствии с указанными на схеме рис. 3.19 их положительными направлениями. Учитывая, что приемник активно-индуктивный, вектор тока  $\dot{I}_b$  будет отставать от вектора напряжения  $\dot{U}_{BC}$  на угол  $53^{\circ}10'$ , а вектор тока  $\dot{I}_c$  — отставать на тот же угол от вектора  $\dot{U}_{CB}$ . Затем, обходя схему от точки *C*, построим векторы напряжений на

резистивном и индуктивном элементах, а их сумма будет равна вектору фазного напряжения  $\dot{U}_c$ . Аналогично строят вектор фазного напряжения  $\dot{U}_b$ .

Из диаграммы следует, что нейтральная точка приемника сместится на середину вектора  $\dot{U}_{BC}$ , а векторы фазных напряжений будут равны по модулю и противоположны по направлению, т. е.  $U_b = U_c = 220/2 = 110$  В и токи в фазах:  $I_a = 0$ ,  $I_b = I_c = 22$  А.

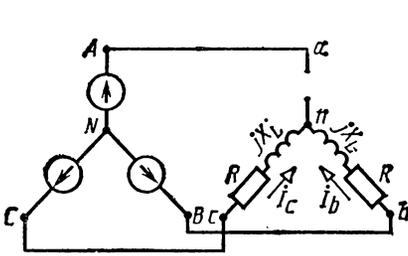


Рис. 3.19. Схема симметричного трехфазного приемника в случае обрыва фазы  $a$

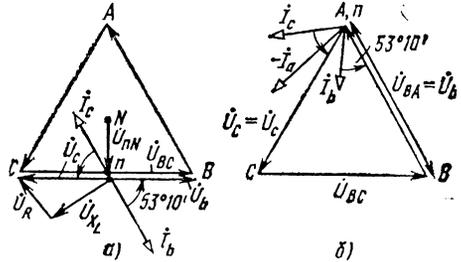


Рис. 3.20. Топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов при обрыве (а) и коротком замыкании (б) фазы  $a$  симметричного приемника

При коротком замыкании фазы  $a$  нейтральная точка  $n$  приемника сместится в точку  $A$  (рис. 3.20, б). Поэтому фазные напряжения  $U_b$  и  $U_c$  возрастут в  $\sqrt{3}$  раз по сравнению с номинальным режимом (приемник симметричный) и станут равными линейным напряжениям, т. е.  $U_b = U_c = U_{\Delta} = 220$  В, а  $U_a = 0$ . Токи в фазах соответственно будут равны:  $I_b = I_c = U_{\Delta}/Z_{\phi} = 220/5 = 44$  А. Вектор тока  $\dot{I}_c$  будет отставать от вектора напряжения  $\dot{U}_c$  на угол  $53^{\circ}10'$ , а вектор тока  $\dot{I}_b$  — отставать на тот же угол от вектора напряжения  $\dot{U}_b$ . Ток  $\dot{I}_a$  можно определить из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла  $n$ :  $\dot{I}_a = -\dot{I}_b - \dot{I}_c$ ,  $I_a \approx 76$  А.

### § 3.8. Мощность трехфазных цепей

Мгновенная мощность трехфазного источника электрической энергии равна сумме мгновенных мощностей каждой из фаз:

$$p = p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C. \quad (3.14)$$

Среднее за период значение мощности, т. е. активная мощность генератора, равно сумме активных мощностей отдельных фаз:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C. \quad (3.15)$$

Активная мощность приемников трехфазной цепи равна сумме активных мощностей отдельных фаз:

$$P = P_a + P_b + P_c. \quad (3.16)$$

Реактивная мощность соответственно равна алгебраической сумме реактивных мощностей отдельных фаз:

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c. \quad (3.16a)$$

Полная мощность

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (3.16б)$$

Активная мощность симметричного трехфазного приемника

$$P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos \varphi_{\phi}.$$

Аналогично выражается и реактивная мощность:

$$Q = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \sin \varphi_{\phi}.$$

Так как за номинальные величины обычно принимают линейные напряжения и токи, то мощности удобней выражать через линейные величины  $U_{\text{л}}$  и  $I_{\text{л}}$ .

При соединении фаз приемника звездой  $U_{\phi} = U_{\text{л}}/\sqrt{3}$ ,  $I_{\phi} = I_{\text{л}}$ , при соединении треугольником  $U_{\phi} = U_{\text{л}}$ ,  $I_{\phi} = I_{\text{л}}/\sqrt{3}$ . Поэтому не в а в и с и м о \* от схемы соединения фаз симметричного приемника его активная мощность  $P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos \varphi_{\phi}$ , где  $U_{\text{л}}$  и  $I_{\text{л}}$  — линейные напряжение и ток;  $\cos \varphi_{\phi}$  — фазный. Обычно индексы «л» и «ф» не указывают и формула принимает вид

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi. \quad (3.17)$$

Соответственно реактивная мощность

$$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi \quad (3.17a)$$

и полная мощность

$$S = \sqrt{3}UI. \quad (3.17б)$$

### § 3.9. Коэффициент мощности симметричных трехфазных приемников и способы его повышения

В гл. 2 было дано определение коэффициента мощности и показана возможность его повышения.

Как указывалось, значительную часть приемников электрической энергии составляют трехфазные асинхронные двигатели, обслуживающие силовые промышленные установки (компрессоры, насосы, вентиляторы) и производственные механизмы (в основном станки), установки электрического освещения, электрические печи, а также преобразовательные агрегаты, служащие для питания приемников постоянного тока. Все эти приемники, кроме установок электрического освещения, как правило, являются симметричными.

Большая часть промышленных приемников потребляет из сети помимо активной и реактивную энергию. Основными потребителями реактивной энергии являются асинхронные двигатели и трансформаторы, потребляющие соответственно 60—65% и 20—25% общего количества реактивной энергии.

При загрузке линий передач и трансформаторов значительными потоками реактивной энергии возникают дополнительные потери на нагрев, потери напряжения (особенно в сетях районного значения), уменьшается пропускная способность линий электропередачи и транс-

\* Однако было бы грубой ошибкой полагать, что если фазы одного и того же симметричного приемника соединить звездой или треугольником, то его мощность будет одинакова,

форматоров, возникает необходимость увеличения площадей сечений проводов воздушных и кабельных линий, а также мощности или количества трансформаторов. Поэтому в современных системах электроснабжения стремятся частично разгрузить линии электропередачи и трансформаторы от реактивной энергии, приближая в соответствии с технико-экономическими возможностями источники реактивной энергии к местам ее потребления. Это приводит к увеличению коэффициента мощности установок.

Повышение коэффициента мощности имеет огромное технико-экономическое значение: так, его повышение на 0,01 только в Московской энергосистеме дает ежегодно экономию нескольких миллионов киловатт-часов.

Повышение коэффициента мощности промышленных предприятий должно осуществляться прежде всего естественным путем, главным образом за счет упорядочения энергетического режима оборудования, рационального использования установленных мощностей асинхронных двигателей и трансформаторов, замены мало загруженных двигателей двигателями меньших мощностей, ограничения режимов холостого хода трансформаторов и двигателей и др. В случае необходимости прибегают к искусственным мерам повышения коэффициента мощности с помощью компенсирующих устройств (источников реактивной энергии) — синхронных компенсаторов — мощных синхронных двигателей и статических конденсаторов.

Коэффициент мощности трехфазных приемников

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}}, \quad (3.18)$$

где  $Q_C$  — реактивная мощность компенсирующих устройств.

Чем больше реактивная энергия, вырабатываемая компенсирующими устройствами, установленными вблизи от приемников, тем выше коэффициент мощности.

Выбор компенсирующих устройств осуществляют на основе технико-экономических расчетов. Применение синхронных компенсаторов в маломощных установках нецелесообразно, поэтому на промышленных предприятиях при мощности компенсирующего устройства меньше 5 МВАр ( $U=6$  кВ) и 10 МВАр ( $U=10$  кВ) экономически целесообразна установка конденсаторных батарей.

Реактивная мощность конденсаторов в одном элементе составляет 4—10 кВАр: из двух элементов собирают батареи требуемой мощности, соединяют их треугольником и включают в трехфазную сеть (рис. 3.21). Установки конденсаторов делятся на три вида: индивидуальные, групповые и централизованные (в последних мощность конденсаторов используется более эффективно).

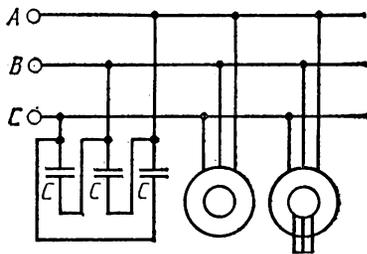


Рис. 3.21. Схема включения батарей конденсаторов для улучшения коэффициента мощности трехфазной установки

В соответствии с новыми указаниями по компенсации реактивной мощности в распределительных сетях каждому предприятию нормируется не коэффициент мощности (как несколько лет назад), а непосредственное экономически обоснованное значение реактивной энергии, которое предприятию разрешается потреблять из сети. В соответствии со специальными договорами предприятиям устанавливается оптимальный  $\text{tg}\varphi$ , определяемый по показаниям счетчиков реактивной и активной энергии ( $\text{tg}\varphi = Q_{\text{ср}}/P_{\text{ср}}$ ). Если предприятие работает с  $\text{tg}\varphi$ , близким к оптимальному, оно получает скидку на оплату за электроэнергию (что дает общую экономию средств), если  $\text{tg}\varphi$  отличается от оптимального, то устанавливается надбавка к тарифу (до 30%).

### **§ 3.10. Техника безопасности при эксплуатации трехфазных цепей**

При эксплуатации трехфазных цепей должны быть обеспечены соответствующие меры безопасности, исключающие возможность поражения человека электрическим током. Для этого токоведущие части электротехнических установок должны быть надежно изолированы и снабжены специальными защитными устройствами, а персонал, обслуживающий такие установки, должен быть обучен безопасным методам работы и хорошо знать правила техники безопасности.

Защитные устройства предотвращают опасность поражения током при повреждении изоляции или прикосновении к металлическим частям электрических машин и аппаратов, которые в нормальных условиях не находятся под напряжением.

Как показывает статистика, подавляющее большинство электротравм происходит в случае прикосновения к токоведущим частям, находящимся под напряжением. В трехфазных сетях низкого напряжения (до 1000 В) значение тока, поражающего человека, зависит от того, заземлена или изолирована нейтральная точка источника электрической энергии, а также от активной и реактивной (емкостной) проводимостей, существующих между проводами и землей.

Опасность поражения током зависит от его значения, продолжительности действия и ряда других факторов. Токи промышленной частоты порядка 0,01—0,015 А опасны для жизни, а токи, превышающие 0,08 А, — смертельны.

Человек может оказаться под напряжением при одновременном прикосновении к двум фазам трехфазной цепи, прикосновении к одной фазе трехфазной цепи или к заземленным токоведущим частям, оказавшимся под напряжением. Кроме того, в случае нахождения человека вблизи опор высоковольтных ЛЭП или трансформаторных подстанций, а также различных электроустановок при неисправности средств защиты между ногами человека может возникнуть разность потенциалов на поверхности с разными потенциалами (шаговое напряжение). Можно доказать, например, что если человек прикасается к одному из проводов трехпроводной цепи с изолированной нейтралью, то чем хуже качество изоляции и больше емкость между проводами и землей, тем больше ток, поражающий человека. В аварийной

ситуации (например, при коротком замыкании на землю одной из фаз) человек, прикоснувшийся к исправной фазе, попадает под линейное напряжение, что опасно для жизни.

Для снижения напряжения прикосновения к металлическим частям электрооборудования, оказавшимся во время аварии под напряжением (например, при пробое изоляции на корпус электродвигателя), применяют защитное заземление корпусов электроустановок. Человек, соприкасающийся с металлической частью установки, оказывается подключенным к электрической цепи параллельно заземлению, что приводит к значительному снижению тока в теле человека.

В четырехпроводных сетях напряжением до 1000 В, работающих с заземленной нейтралью, применяют защитное заземление. Металлические части электроустановок всегда соединены с заземленным нейтральным проводом сети. В случае пробоя на корпус (повреждение изоляции обмоток двигателя или аппарата) фазный и нейтральный провод оказываются замкнутыми накоротко, возникающий при этом значительный ток вызывает перегорание плавких предохранителей или срабатывание защитного реле и поврежденная установка отключается от сети.

В сетях напряжением 380/220 В рекомендуется использовать защитное отключение, обеспечивающее с помощью универсальной системы защиты быстрое автоматическое отключение электроустановки (независимо от того, заземлена она или нет), оказавшейся в результате аварии под напряжением. Согласно ПУЭ защитное отключение рекомендуется применять в трехфазных сетях как с изолированной, так и с глухозаземленной нейтралью.

### Контрольные вопросы

1. Чем была вызвана необходимость разработки трехфазных цепей и почему они получили широкое практическое применение?
2. Каковы способы изображения симметричной системы э. д. с. трехфазного генератора? Укажите соотношения между фазными и линейными напряжениями.
3. В чем преимущества четырехпроводной трехфазной цепи?
4. Какова роль нейтрального провода? Почему в нейтральный провод не включают предохранители?
5. Что такое напряжение между нейтралью? Как его определяют?
6. В каких случаях применяют трехпроводные цепи?
7. В чем преимущества приемников, соединенных треугольником? Как определяют фазные и линейные токи?
8. Как определяют напряжения и токи в трехфазном симметричном приемнике при обрыве и коротком замыкании одной из фаз?
9. Как выражаются мгновенная, активная, реактивная и полная мощности трехфазных приемников (симметричных и несимметричных)?
10. Как изменится активная мощность симметричного трехфазного приемника при переключении его фаз с треугольника на звезду?
11. Каковы способы повышения коэффициента мощности симметричных трехфазных приемников?
12. Какие меры безопасности исключают поражение человека электрическим током при эксплуатации трехфазных цепей?

## § 4.1. Основные понятия. Законы коммутации

В предыдущих главах рассматривались стационарные (установившиеся) режимы работы электрических цепей, при которых в результате относительно длительного действия источников электрической энергии устанавливаются постоянные или синусоидальные токи. Однако в ряде случаев необходимо исследовать неустоявшиеся процессы, возникающие в электрических цепях вследствие коммутации, т. е. подключения или отключения источников энергии или элементов цепи, а также в результате скачкообразного изменения параметров  $R$ ,  $L$  и  $C$  элементов цепи.

Электромагнитные процессы, возникающие в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима к другому, называют **п е р е х о д н ы м и**.

Переходные процессы могут происходить во многих электротехнических устройствах не только в начале или в конце их работы, когда включается или выключается источник питания, но и при возникновении аварийных ситуаций, когда происходит обрыв или короткое замыкание части электрической цепи.

Во время переходного процесса токи или напряжения некоторых элементов цепи могут во много раз превышать номинальные значения, на которые рассчитаны эти элементы. Для предотвращения выхода из строя элементов во многих случаях используют аппаратуру, автоматически защищающую электрическую цепь от перенапряжений и чрезмерного увеличения токов. При эксплуатации электротехнических устройств и выборе аппаратуры защиты необходимо знание максимальных значений токов и напряжений, возникающих в переходный режим, и время, за которое они достигают этих значений.

В ряде электротехнических устройств и особенно часто в устройствах промышленной электроники переходные процессы являются основными процессами их работы. Так, переходные процессы, связанные с зарядкой и разрядкой конденсаторов, лежат в основе работы некоторых типов электронных генераторов. Переходные процессы возникают в цепях, содержащих индуктивные катушки и конденсаторы. Это связано с тем, что данные элементы обладают способностью накапливать и отдавать энергию соответственно магнитного и электрического полей. Возникновение переходных процессов объясняется тем, что индуктивные катушки и конденсаторы являются инерционными элементами, т. е. изменение энергии электрического или магнитного поля в них не может происходить мгновенно.

Расчет напряжений и токов на участках исследуемой электрической цепи во время переходного процесса производят, пользуясь дифференциальными уравнениями, составленными в соответствии с законами Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений. Они

характеризуют электрическое состояние цепи в любом режиме, в том числе и в неустановившемся.

Для электрических цепей с линейными элементами, имеющими постоянные параметры  $R$ ,  $L$  и  $C$ , эти уравнения представляют собой линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Решение дифференциальных уравнений, как известно, можно осуществлять различными методами.

При непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений общий интеграл линейных дифференциальных уравнений со свободным членом (правой частью) получается в результате суммирования частного решения данного неоднородного уравнения и общего решения его при равенстве нулю правой части, т. е. однородного уравнения.

Ч а с т н о е р е ш е н и е дифференциального уравнения находят для установившегося режима, когда переходный процесс закончен. При этом токи и напряжения на участках цепи определяются параметрами источника энергии и элементов электрической цепи. Токи и напряжения определяют одним из рассмотренных ранее методов расчета цепей постоянного или синусоидального тока. Токи и напряжения, которые получаются в результате частного решения для установившегося режима, называют у с т а н о в и в ш и м и с я ( $i_y$ ,  $u_y$ ).

О б щ е е р е ш е н и е дифференциального уравнения без правой части соответствует режиму цепи при отсутствии внешнего источника энергии, т. е. так называемому свободному режиму. Токи и напряжения, получаемые в результате общего решения однородного дифференциального уравнения, определяются лишь параметрами элементов цепи и называются с в о б о д н ы м и ( $i_{св}$ ,  $u_{св}$ ).

Суммы установившихся и свободных токов и напряжений определяют переходные токи и напряжения, т. е. их значения во время переходного процесса:

$$i_{пер} = i_y + i_{св}, \quad u_{пер} = u_y + u_{св}. \quad (4.1)$$

Общие решения дифференциальных уравнений содержат постоянные, которые определяют с помощью начальных условий, вытекающих из двух законов коммутации.

Согласно первому закону коммутации ток в ветви с индуктивным элементом не может изменяться скачком. В первый момент переходный ток сохраняет значение, которое он имел в момент, предшествовавший коммутации.

Согласно второму закону коммутации, напряжение на емкостном элементе не может изменяться скачком. Значение этого напряжения в момент, предшествовавший коммутации, сохраняется и в первый момент после коммутации. Предполагается, что коммутация осуществляется мгновенно.

Допущение скачка тока в ветви с индуктивным элементом или напряжения на емкостном элементе привело бы к заключению о неизбежности скачкообразного изменения энергии магнитного и электрического полей:

$$W_m = Li^2/2, \quad W_e = Cu^2/2. \quad (4.2)$$

Но скачкообразное изменение этих энергий возможно лишь при бесконечно больших мощностях, так как  $p_m = dW_m/dt$ ,  $p_a = dW_a/dt$ . Поскольку электрических цепей бесконечно большой мощности нет, скачкообразное изменение энергий магнитного и электрического полей невозможно. Это свидетельствует о том, что первый и второй законы коммутации соблюдаются во всех электрических цепях.

#### § 4.2. Зарядка и разрядка конденсатора через резистор

Рассмотрим электрическую цепь, в которой к источнику постоянного напряжения  $U$  подключается конденсатор емкостью  $C$ , последовательно соединенный с резистором сопротивлением  $R$  (рис. 4.1). Будем считать, что до включения источника напряжение на конденсаторе было равно нулю, следовательно, энергия его электрического поля также равна нулю. После замыкания выключателя  $B$  в цепи возникает ток, и конденсатор заряжается до тех пор, пока напряжение на нем не достигнет напряжения источника  $U$ . Для этой цепи в соответствии со вторым законом Кирхгофа уравнение электрического состояния имеет вид

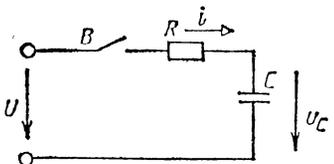


Рис. 4.1. Схема цепи зарядки конденсатора через резистор

Используя известное соотношение, связывающее ток и напряжение на конденсаторе  $i = C du_C/dt$ , уравнение (4.3) можно представить в виде

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U. \quad (4.3)$$

Используя известное соотношение, связывающее ток и напряжение на конденсаторе  $i = C du_C/dt$ , уравнение (4.3) можно представить в виде

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U. \quad (4.3a)$$

Как было указано, установившееся напряжение  $u_{Cy}$  следует найти при  $t \rightarrow \infty$ , когда напряжение на конденсаторе перестает изменяться ( $du_C/dt = 0$ ) и согласно (4.3a)  $u_{Cy} = U$ .

Выражение для свободного напряжения  $u_{Cсв}$  определяется решением однородного дифференциального уравнения

$$RC \frac{du_{Cсв}}{dt} + u_{Cсв} = 0 \quad (4.4)$$

или

$$\frac{du_{Cсв}}{dt} + \frac{1}{RC} u_{Cсв} = 0. \quad (4.4a)$$

Решение этого уравнения, как известно из математики, имеет вид

$$u_{Cсв} = Ae^{pt}. \quad (4.5)$$

Значение  $p$  находят из решения характеристического уравнения

$$p + (1/RC) = 0. \quad (4.6)$$

Корень этого уравнения  $p = -1/RC$ .

Таким образом, выражение для  $u_{Cсв}$  можно записать в виде

$$u_{Cсв} = Ae^{-t/RC} = Ae^{-t/\tau}. \quad (4.7)$$

Величину  $\tau = RC$  называют постоянной времени, так как она имеет размерность времени и характеризует длительность протекания переходного процесса. Постоянная времени определяет время, в течение которого  $u_{C\text{св}}$ , затухая, уменьшается в 2 раза по сравнению с начальным значением  $u_{C\text{св}}(0) = A$ . Чем больше  $\tau$ , тем дольше продолжается переходный процесс. Таким образом, постоянная времени является мерой инерции электрической цепи при протекании переходных процессов.

Переходный процесс можно считать практически законченным через  $t = 4\tau$ , так как к этому времени напряжение  $u_{C\text{св}}$  снижается до 2% от своего первоначального значения и напряжение на конденсаторе становится практически равным  $u_{C\text{у}}$ .

С учетом найденных выражений  $u_{C\text{у}}$  и  $u_{C\text{св}}$  переходное напряжение на конденсаторе

$$u_{C\text{пер}} = u_{C\text{у}} + u_{C\text{св}} = U + Ae^{-t/\tau}. \quad (4.8)$$

Для определения постоянной интегрирования  $A$  воспользуемся вторым законом коммутации. В момент, предшествующий коммутации, конденсатор не был заряжен и напряжение на нем было равно нулю. Следовательно, в первый момент времени после замыкания выключателя при  $t=0$  напряжение  $u_C(0)$ , сохраняясь неизменным, будет также равно нулю. Подставляя это начальное условие в уравнение (4.8), найдем, что  $U + A = 0$ , т. е.  $A = -U$ . Следовательно,

$$u_{C\text{пер}} = U - Ue^{-t/\tau} = U(1 - e^{-t/\tau}). \quad (4.9)$$

Ток в цепи во время переходного процесса

$$i_{C\text{пер}} = C \frac{du_{C\text{пер}}}{dt} = CU \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{U}{R} e^{-t/\tau}. \quad (4.10)$$

График изменения напряжения и тока при зарядке конденсатора показан на рис. 4.2. Переходный ток конденсатора зависит от сопротивления резистора  $R$ . В первый момент времени после коммутации ( $t=0+$ ) ток ограничивается только сопротивлением, т. е.

$$i(0+) = U/R, \quad (4.11)$$

а напряжение на резисторе равно напряжению источника  $U$ .

На рис. 4.2 пунктиром показаны кривые  $u_{C\text{у}}$  и  $u_{C\text{св}}$ , а также касательная к кривой изменения тока  $i_{\text{пер}}$ . Подкасательная численно равна постоянной времени  $\tau$  и дает представление о длительности протекания переходного процесса.

По мере увеличения напряжения на конденсаторе ток в цепи уменьшается. Ток в рассматриваемой цепи может изменяться скачком, поскольку она не содержит элемента, обладающего индуктивностью. Это необходимо учитывать в случаях, когда к источнику напряжения под-

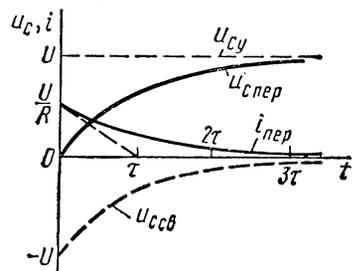


Рис. 4.2. График изменения напряжения и тока при зарядке конденсатора

ключается цепь, содержащая конденсатор. Если активное сопротивление цепи невелико, то ток в момент включения источника напряжения может быть очень большим, значительно превышающим номинальное значение.

При подключении к источнику напряжения нагрузочного устройства с помощью кабеля следует иметь в виду, что из-за наличия распределенной емкости и малого сопротивления проводов кабеля в момент включения ток в цепи источника напряжения может достигать очень большого значения.

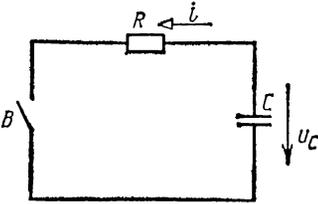


Рис. 4.3. Схема цепи разрядки конденсатора

При разрядке конденсатора емкостью  $C$ , заряженного до напряжения  $u_C = U_0$ , на резистор сопротивлением  $R$  (рис. 4.3) установившееся напряжение на конденсаторе  $u_{Cy} = 0$  и напряжение  $u_C$  равно свободному напряжению  $u_{Cсв}$ . Ток при разрядке конденсатора (рис. 4.3) не совпадает по направлению с напряжением  $u_C$ , поэтому

$$i = -C \frac{du_C}{dt}. \quad (4.12)$$

В этом случае уравнение электрического состояния цепи рис. 4.3 с учетом выбранных направлений тока  $i$  и напряжения  $u_C$  имеет вид

$$u_C - Ri = 0. \quad (4.13)$$

Подставляя значение тока  $i$  из (4.12), получим

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0. \quad (4.13a)$$

Решение этого уравнения аналогично полученному ранее выражению для  $u_{Cсв}$  (4.7):

$$u_{Cпер} = u_{Cсв} = Ae^{-t/RC}. \quad (4.14)$$

Поскольку  $u_C(0+) = U_0$ , постоянная интегрирования  $A = U_0$ , поэтому переходное напряжение на конденсаторе при его разрядке определяется выражением

$$u_{Cпер} = U_0 e^{-t/RG}, \quad (4.15)$$

а переходный ток

$$i_{пер} = -C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_0}{R} e^{-t/RG}. \quad (4.16)$$

При разрядке конденсатора запасенная в нем энергия электрического поля преобразуется в теплоту, выделяющуюся в резисторе сопротивлением  $R$ . Длительность переходного процесса при разрядке конденсатора, так же как и при его зарядке, определяется постоянной времени  $\tau = RC$ .

Процессы зарядки и разрядки конденсатора, называемые релаксационными процессами, широко используют в специальных генераторах периодического несинусоидального напряжения. Эти так называемые релаксационные генераторы часто применяют

для получения линейно изменяющегося напряжения пилообразной формы, необходимого для работы осциллографов и некоторых других устройств. Принцип работы этих генераторов основан на периодически повторяющихся процессах зарядки и разрядки конденсатора, причем зарядка конденсатора емкостью  $C$  осуществляется через резистор с большим сопротивлением  $R$ , а разрядка — через управляющий элемент с малым сопротивлением.

Схема простейшего генератора линейно изменяющегося напряжения приведена на рис. 4.4. В нем в качестве управляющего элемента УЭ используется полупроводниковый прибор — биполярный транзистор, работающий в ключевом режиме. Такой транзистор обладает свойством, заключающимся в том, что в запертом состоянии его сопротивление велико, а в режиме насыщения — мало.

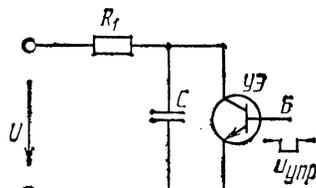


Рис. 4.4. Схема генератора линейно изменяющегося напряжения

Работа генератора происходит таким образом. После включения источника напряжения  $U$  конденсатор  $C$  заряжается через резистор  $R_1$ , и напряжение  $U_C$  возрастает по экспоненциальному закону с постоянной времени  $\tau_1 = R_1 C$ . В это время транзистор не оказывает влияния на зарядку конденсатора, так как его сопротивление много больше  $R_1$ . Это обеспечивается подачей отрицательного управляющего напряжения  $u_{упр}$  в цепь базы. Когда напряжение на конденсаторе достигает некоторого значения  $U_{max}$ , что соответствует окончанию импульсного напряжения  $u_{упр}$ , конденсатор начинает быстро разряжаться через транзистор. Напряжение  $u_C$  при этом убывает с постоянной времени  $\tau_2 = R_2 C$ , где  $R_2$  — сопротивление транзистора в режиме насыщения. Поскольку резистор выбирают таким образом, что его сопротивление  $R_1 \gg R_2$ , время разрядки  $t_{разр}$  (рис. 4.5) намного меньше времени зарядки  $t_{зар}$  конденсатора. При

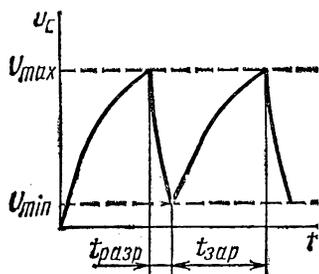


Рис. 4.5. График линейно изменяющегося напряжения

уменьшении напряжения на конденсаторе до очень малого  $U_{min}$  на вход транзистора вновь поступает отрицательный импульс  $u_{упр}$ . После этого вновь начинается зарядка конденсатора до напряжения  $u_C = U_{max}$ , а затем его разрядка до напряжения  $u_C = U_{min}$  (рис. 4.5). Генераторы линейно изменяющегося напряжения используют для получения развертки электронного луча по экрану электронного осциллографа.

Если к цепи, состоящей из последовательно соединенных конденсатора и резистора (рис. 4.6,а), подключен источник э. д. с.  $e_{вх}$ , имеющей форму импульса (рис. 4.6,б), то выходное напряжение  $u_{вых} = u_C$  можно рассчитать, дважды рассмотрев переходные процессы в этой цепи. В момент начала импульса начинается зарядка конденсатора че-

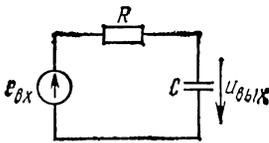
рез резистор. Зная длительность импульса  $T_n$  и значение  $E_{вх}$ , можно рассчитать по формуле (4.9) напряжение на конденсаторе в момент окончания импульса, т. е. при  $t = T_n$ :

$$U_{\text{вых макс}} = E_{\text{вх}} (1 - e^{-T_n/RC}).$$

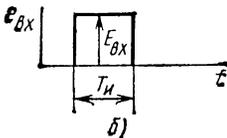
После этого следует рассмотреть процесс разрядки на резистор конденсатора, заряженного до напряжения  $U_{\text{вых макс}}$ . Этот процесс будет сопровождаться уменьшением выходного напряжения до нуля (рис. 4.6, в) в соответствии с формулой (4.15):

$$u_{\text{вых}} = u_{\text{с пер}} = U_{\text{вых макс}} e^{-t/RC}.$$

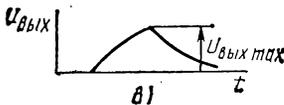
Если в цепи рис. 4.6, а поменять местами резистор и конденсатор и выходное напряжение снимать с резистора (рис. 4.7, а), то



а)

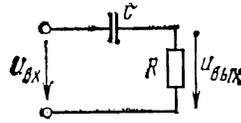


б)

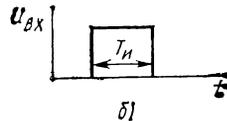


в)

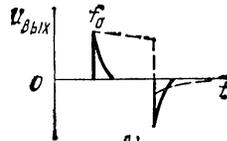
Рис. 4.6. Схема цепи (а), форма э. д. с.  $E_{\text{вх}}$  (б) и выходного напряжения  $u_{\text{вых}}$  на конденсаторе (в)



а)



б)



в)

Рис. 4.7. Схема цепи (а); форма входного напряжения  $u_{\text{вх}}$  (б) и выходного напряжения  $u_{\text{вых}} = Ri$  (в)

при подаче на вход цепи прямоугольного импульса напряжения  $u_{\text{вх}}$  (рис. 4.7, б) выходное напряжение  $u_{\text{вых}} = Ri$  будет иметь различную форму в зависимости от соотношения между длительностью импульса  $T_n$  и постоянной времени  $\tau = RC$ . В момент прихода импульса ток в цепи скачком возрастает до значения  $U_{\text{вх}}/R$ , а выходное напряжение равно входному, так как напряжение на конденсаторе в момент времени  $t_0$  равно нулю. При  $\tau \ll T_n$  ток, а следовательно, и  $u_{\text{вых}} = Ri$  быстро уменьшаются до нуля (рис. 4.7, в). За это же время конденсатор зарядится до напряжения  $u_C = u_{\text{вх}}$ . В момент окончания импульса конденсатор  $C$  начнет разряжаться на резистор  $R$ . Ток скачком возрастет до значения  $U_{\text{вх}}/R$ , однако его направление будет противоположным по сравнению с направлением, соответствующим началу импульса. Выходное напряжение также изменит знак и быстро уменьшится до нуля. Таким образом, при  $\tau \ll T_n$

выходное напряжение будет представлять собой два коротких импульса различной полярности.

При  $\tau \gg T_{и}$  форма выходного напряжения мало отличается от прямоугольного импульса  $u_{вх}$  (см. пунктирную кривую на рис. 4.7,е). Это объясняется тем, что за время  $T_{и}$  конденсатор зарядится до очень малого значения, а напряжение на резисторе  $u_{ввых} = Ri$ , скачком увеличившись до  $U_{вх}$  в момент прихода импульса, уменьшится лишь на незначительную величину. В момент окончания импульса напряжение на резисторе уменьшится на  $U_{вх}$ , так как напряжение на конденсаторе не может измениться скачком. После окончания импульса конденсатор будет разряжаться на резистор, создавая небольшой ток. Падение напряжения на резисторе от этого тока создаст небольшое и уменьшающееся по экспоненте выходное напряжение  $u_{ввых}$ .

### § 4.3. Подключение индуктивной катушки к источнику постоянного напряжения

В электротехнической практике часто приходится иметь дело с переходными процессами в цепях, состоящих из элементов, обладающих параметрами  $R$  и  $L$ . Эти процессы происходят, например, при подключении к источнику постоянного напряжения электромагнитов, реле, электрических машин постоянного тока и других электромагнитных устройств.

Рассмотрим переходный процесс в индуктивной катушке, имеющей индуктивность  $L$  и сопротивление  $R$ , после подключения ее к источнику постоянного напряжения  $U$  (рис. 4.8). После коммутации ток в цепи будет увеличиваться от нуля до предельного значения, равного установившемуся постоянному току  $i_{у} = I = U/R$ . Энергия магнитного поля  $W_{м}$  катушки при этом также возрастет, и переходный процесс в рассматриваемой цепи будет связан с накоплением энергии  $W_{м} = Li^2/2$ .

Уравнение электрического состояния цепи рис. 4.8 после замыкания выключателя  $B$  имеет вид

$$L \frac{di_{пер}}{dt} + Ri_{пер} = U. \quad (4.17)$$

Для свободного тока справедливо уравнение

$$\frac{di_{св}}{dt} + \frac{R}{L} i_{св} = 0 \quad (4.18)$$

с общим решением вида

$$i_{св} = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-t/\tau}, \quad (4.19)$$

где  $\tau = L/R$  — постоянная времени.

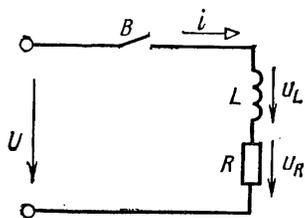


Рис. 4.8. Подключение индуктивной катушки к источнику постоянного напряжения

Переходный ток в цепи определяется суммой установившейся и свободной составляющих:

$$i_{\text{пер}} = i_y + i_{\text{св}} = U/R + Ae^{-t/\tau}. \quad (4.20)$$

Для определения постоянной интегрирования  $A$  воспользуемся первым законом коммутации. До замыкания выключателя ток в индуктивной катушке был равен нулю, следовательно, в первый момент после замыкания выключателя ток будет также равен нулю:

$$i(0+) = U/R + A = 0. \quad (4.21)$$

Отсюда  $A = -U/R$ , поэтому выражение (4.20) можно представить в виде

$$i_{\text{пер}} = \frac{U}{R} (1 - e^{-t/\tau}), \quad (4.22)$$

т. е. ток в цепи нарастает до установившегося значения  $U/R$  по экспоненциальному закону с постоянной времени  $\tau = L/R$ . Чем меньше сопротивление  $R$ , тем больше предельное значение тока в цепи и тем больше энергия, которая будет накоплена в магнитном поле катушки. В цепи с большей индуктивностью также будет больше энергия магнитного поля катушки  $W_M = Li^2/2$ . В цепи с меньшим сопротивлением

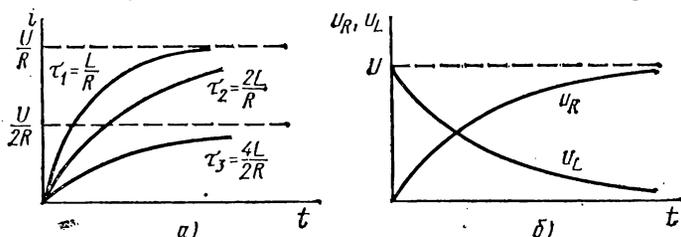


Рис. 4.9. График изменения тока (а) и напряжений  $u_R, u_L$  (б) при подключении индуктивной катушки к источнику постоянного напряжения

$R$  и большей индуктивностью  $L$  время накопления энергии в этом поле будет больше, что соответствует большему значению постоянной времени  $\tau = L/R$ .

На рис. 4.9, а изображены кривые изменения переходного тока в рассматриваемой цепи при различных значениях  $R$  и  $L$ .

При подключении к источнику постоянного напряжения  $U$  индуктивной катушки, схема замещения которой состоит из последовательно соединенных резистивного и индуктивного элементов (см. рис. 4.8), напряжения на этих элементах изменяются следующим образом. Напряжение на резистивном элементе с сопротивлением  $R$  пропорционально току:

$$u_R = Ri = U (1 - e^{-t/\tau}). \quad (4.23)$$

Напряжение на индуктивном элементе с индуктивностью  $L$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{U}{R} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} = U e^{-t/\tau}. \quad (4.24)$$

График изменения напряжения на резистивном и индуктивном элементах приведен на рис. 4.9, б. В первый момент времени после подключения источника напряжение на индуктивном элементе скачком возрастает до значения  $u_L = U$ , после чего по экспоненциальному закону уменьшается до нуля.

#### § 4.4. Отключение индуктивной катушки от источника постоянного напряжения

Рассмотрим электрическую цепь, приведенную на рис. 4.10. До переключения переключателя  $\Pi$  ток в индуктивной катушке с индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $R_k$  определяется напряжением на зажимах цепи и сопротивлением индуктивной катушки. В случае источника постоянного напряжения  $U$  этот ток равен

$$I_0 = U/R_k. \quad (4.25)$$

После переключения переключателя  $\Pi$  ток в индуктивной катушке в первый момент времени остается неизменным. Он замыкается через резистор  $R_1$ , поэтому ток в нем в момент коммутации изменяется скачком и становится равным  $I_0$ .

После коммутации электрическое состояние цепи, состоящей из индуктивной катушки и резистора  $R_1$ , описывается уравнением

$$L \frac{di_{\text{пер}}}{dt} + (R_k + R_1) i_{\text{пер}} = 0. \quad (4.26)$$

Отсутствие правой части в этом уравнении означает, что переходный ток равен свободному, а установившийся — нулю. Решением уравнения (4.26) является выражение

$$i_{\text{пер}} = i_{\text{св}} = Ae^{-t/\tau} = Ae^{-\frac{R_k + R_1}{L}t}. \quad (4.27)$$

Поскольку до коммутации  $i(0-) = I_0$ , то  $A = I_0$  и выражение для переходного тока имеет вид

$$i_{\text{пер}} = I_0 e^{-\frac{R_k + R_1}{L}t}. \quad (4.28)$$

Если резистор имеет большее сопротивление, чем индуктивная катушка, то напряжение на нем в начальный момент после коммутации будет больше приложенного напряжения. Так, если  $R_1 = nR_k$ , то напряжение на резисторе

$$U_{R_1}(0+) = R_1 I_0 = nU_0. \quad (4.29)$$

Это обстоятельство следует иметь в виду при размыкании цепей, содержащих элементы, обладающие индуктивностью, так как при этом

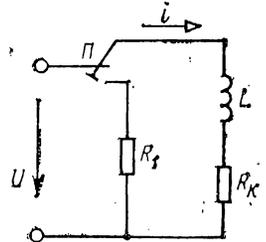


Рис. 4.10. Отключение индуктивной катушки от источника постоянного напряжения

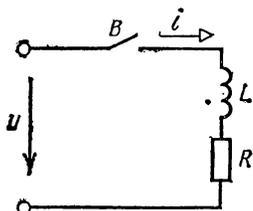
могут возникнуть перенапряжения, которые могут вывести из строя аппаратуру, не рассчитанную на такие напряжения.

При отсутствии в цепи резистора  $R_1$ , включенного параллельно индуктивной катушке, отключение ее от источника напряжения может сопровождаться возникновением дуги между контактами, разрывающими цепь. Появление дуги в этом случае объясняется следующим образом. После образования изоляционного промежутка между контактами ток в катушке не может скачком снизиться до нуля в соответствии с первым законом коммутации. Однако уменьшение тока в катушке вызывает наведение э. д. с. самоиндукции и повышение напряжения в ее витках. При этом энергия магнитного поля преобразуется в энергию электрического поля. Быстрый рост напряжения на катушке сопровождается соответствующим повышением напряжения на контактах, пока не произойдет электрический пробой изоляционного промежутка и не возникнет дуга, замыкающая катушку на источник напряжения. Если не принять специальных мер, то наличие дуги может привести к расплавлению контактов. Для устранения дуги контакты коммутирующего аппарата дополняют дугогасящим устройством, которое обеспечивает повышение давления в дуге и усиление ее охлаждения. При росте давления ухудшаются условия ионизации изоляционного промежутка из-за уменьшения скорости образования ионов, а при охлаждении дуги увеличивается скорость рекомбинации ионов. Обычно дуга гасится за десятые доли секунды.

#### § 4.5. Подключение индуктивной катушки к источнику синусоидального напряжения

Пусть индуктивная катушка с индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $R$  (рис. 4.11) подключается к источнику синусоидального напряжения

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u). \quad (4.30)$$



Дифференциальное уравнение для рассматриваемой цепи имеет вид

$$L \frac{di_{\text{неп}}}{dt} + Ri_{\text{неп}} = u. \quad (4.31)$$

Установившийся ток

$$i_y = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi), \quad (4.32)$$

Рис. 4.11. Подключение индуктивной катушки к источнику синусоидального напряжения

где

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}, \quad \varphi = \arctg \frac{L\omega}{R}.$$

Уравнение для свободного тока  $i_{\text{св}}$

$$L \frac{di_{\text{св}}}{dt} + Ri_{\text{св}} = 0 \quad (4.31a)$$

и его общее решение

$$i_{\text{св}} = Ae^{-\frac{R}{L}t} \quad (4.32a)$$

сохраняют тот же вид, что и для цепи с источником постоянного напряжения (см. § 4.3).

Переходный ток в цепи

$$i_{\text{пер}} = i_y + i_{\text{св}} = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A e^{-\frac{R}{L} t}. \quad (4.33)$$

Постоянную интегрирования определяют из условия

$$i_{\text{пер}}(0+) = i_y(0+) + i_{\text{св}}(0+) = 0,$$

т. е.

$$0 = I_m \sin(\psi_u - \varphi) + A.$$

Отсюда

$$A = -I_m \sin(\psi_u - \varphi),$$

$$i_{\text{св}} = -I_m \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{R}{L} t} \quad (4.34)$$

и

$$i_{\text{пер}} = i_y + i_{\text{св}} = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - I_m \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{R}{L} t}. \quad (4.35)$$

На рис. 4.12 приведены графики зависимости от времени напряжения источника  $u$ , установившегося  $i_y$ , свободного  $i_{\text{св}}$  и переходного  $i_{\text{пер}}$  токов, построенные согласно выражениям (4.30), (4.32), (4.34) и (4.35). Из анализа этих зависимостей видно, что начальное значение свободного тока зависит от момента включения, т. е. от начальной фазы напряжения источника  $\psi_u$ . Если  $\psi_u - \varphi = 0$ , то согласно (4.34)  $i_{\text{св}} = 0$ , следовательно, коммутация не повлечет за собой переходного процесса. Сразу же после включения переходный ток будет равен установившемуся току:

$$i_{\text{пер}} = i_y = I_m \sin \omega t.$$

При  $\psi_u - \varphi \neq 0$  будет иметь место переходный режим, при котором в определенную часть периода установившийся и свободный токи имеют одинаковые знаки (рис. 4.12). В результате этого переходный ток в эту часть периода оказывается больше установившегося. Нетрудно видеть, что разница между  $i_{\text{пер}}$  и  $i_y$  зависит от начального значения и скорости затухания тока  $i_{\text{св}}$ . Начальное значение свободного тока будет максимально и равно  $I_m$  при условии  $\psi_i = \psi_u - \varphi = 90^\circ$ . Если постоянная времени  $\tau = L/R$  значительно больше периода напряжения источника, то свободный ток за половину периода установившегося тока не успеет существенно уменьшиться. Поэтому при неблагоприятных условиях коммутации ( $\psi_i = 90^\circ$ ) и большой постоянной времени максимальное значение переходного тока может почти в два раза превысить амплитуду установившегося тока  $I_m$ .

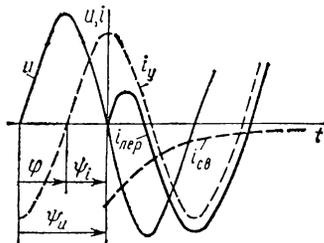


Рис. 4.12. Графики изменения напряжения и тока в цепи при подключении индуктивной катушки к источнику синусоидального напряжения.

## § 4.6. Переходные процессы в цепи с последовательным соединением резистора, индуктивной катушки и конденсатора

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из трех последовательно соединенных элементов с параметрами  $L$ ,  $R$  и  $C$ , при подключении источника постоянной э.д.с.  $E$  (рис. 4.13). Для этой цепи в переходный период уравнение электрического состояния можно записать в виде

$$L \frac{di_{\text{пер}}}{dt} + Ri_{\text{пер}} + \frac{1}{C} \int i_{\text{пер}} dt = E. \quad (4.36)$$

Для удобства анализа преобразуем полученное уравнение для тока в дифференциальное уравнение второго порядка для напряжения на конденсаторе  $u_C$ , используя выражение для тока

$$i = C \frac{du_C}{dt};$$

$$LC \frac{d^2 u_{C \text{ пер}}}{dt^2} + RC \frac{du_{C \text{ пер}}}{dt} + u_{C \text{ пер}} = E. \quad (4.36a)$$

Переходное напряжение  $u_{C \text{ пер}}$  может быть получено как сумма установившегося напряжения  $u_{C \text{ у}}$ , являющегося частным решением уравнения (4.36a) при  $t \rightarrow \infty$ , и свободного напряжения  $u_{C \text{ св}}$ , являющегося общим решением однородного уравнения

$$LC \frac{d^2 u_{C \text{ св}}}{dt^2} + RC \frac{du_{C \text{ св}}}{dt} + u_{C \text{ св}} = 0. \quad (4.37)$$

Частное решение уравнения (4.36a) при  $du_C/dt=0$  (теоретически при  $t \rightarrow \infty$ ) равно э.д.с.  $E$ , поэтому установившееся напряжение  $u_{C \text{ у}}=E$ , а установившийся ток  $i_{\text{у}}=0$ .

Для нахождения свободного напряжения на конденсаторе  $u_{C \text{ св}}$  однородное уравнение (4.37) перепишем в виде

$$\frac{d^2 u_{C \text{ св}}}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_{C \text{ св}}}{dt} + \frac{1}{LC} u_{C \text{ св}} = 0, \quad (4.38)$$

решением которого является выражение

$$u_{C \text{ св}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \quad (4.39)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — постоянные интегрирования;  $p_1$  и  $p_2$  — корни характеристического уравнения, соответствующего уравнению (4.38):

$$p^2 + \frac{R}{L} p + \frac{1}{LC} = 0. \quad (4.40)$$

Таким образом, напряжение на конденсаторе во время переходного процесса, происходящего в цепи рис. 4.13, определяется выраже-

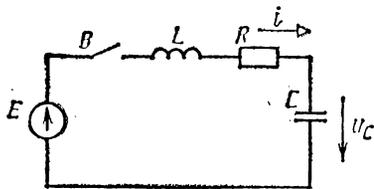


Рис. 4.13. Подключение цепи с последовательно соединенными резистором, индуктивной катушкой и конденсатором к источнику постоянной э.д.с.

нием

$$u_{C \text{ пер}} = u_{C \text{ y}} + u_{C \text{ св}} = E + A_1 e^{\rho_1 t} + A_2 e^{\rho_2 t}. \quad (4.41)$$

Переходный ток в этой цепи равен свободному, так как  $i_y = 0$ :

$$i_{\text{пер}} = i_{\text{св}} = C \frac{du_{C \text{ св}}}{dt} = C (A_1 \rho_1 e^{\rho_1 t} + A_2 \rho_2 e^{\rho_2 t}). \quad (4.42)$$

Постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  определяют исходя из значений напряжений  $u_C$  и тока  $i$  в момент коммутации ( $t=0$ ). Поскольку в соответствии с законами коммутации ток] в цепи рис. 4.13 и напряжения на конденсаторе не могут измениться скачком, уравнения для нахождения постоянных интегрирования будут иметь вид

$$u_C(0+) = E + A_1 + A_2 = U_0, \quad (4.43)$$

если конденсатор до включения выключателя  $B$  (рис. 4.13) был заряжен до напряжения  $u_C = U_0$ , и

$$i(0+) = C(\rho_1 A_1 + \rho_2 A_2) = 0. \quad (4.44)$$

Решая совместно уравнения (4.43) и (4.44), можно найти постоянные интегрирования:

$$A_1 = -\frac{\rho_2(U_0 - E)}{\rho_1 - \rho_2} \quad \text{и} \quad A_2 = \frac{\rho_1(U_0 - E)}{\rho_1 - \rho_2}. \quad (4.45)$$

Если начальное напряжение на конденсаторе (до коммутации) было равно нулю ( $U_0 = 0$ ), то постоянные интегрирования будут определяться выражениями

$$A_1 = \frac{\rho_2 E}{\rho_1 - \rho_2} \quad \text{и} \quad A_2 = -\frac{\rho_1 E}{\rho_1 - \rho_2}. \quad (4.45a)$$

Однородные уравнения (4.37) и (4.38) описывают также электрическое состояние цепи разрядки конденсатора, заряженного предварительно до напряжения  $U_0$ , на индуктивную катушку (рис. 4.14), так как в этом случае установившееся напряжение на конденсаторе  $u_{C \text{ y}} = 0$ , а переходное напряжение равно свободному:

$$u_{C \text{ пер}} = u_{C \text{ св}} = A_1 e^{\rho_1 t} + A_2 e^{\rho_2 t}. \quad (4.46)$$

При разрядке конденсатора на индуктивную катушку (рис. 4.14) переходный ток определяется выражением (4.42):

$$i_{\text{пер}} = i_{\text{св}} = C (A_1 \rho_1 e^{\rho_1 t} + A_2 \rho_2 e^{\rho_2 t}).$$

Постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  при этом будут определяться уравнениями

$$U_C(0+) = A_1 + A_2 = U_0, \quad (4.47)$$

$$i(0+) = C(\rho_1 A_1 + \rho_2 A_2) = 0. \quad (4.48)$$

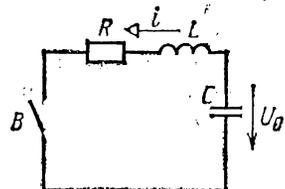


Рис. 4.14. Схема цепи разрядки конденсатора на индуктивную катушку

Решая совместно уравнения (4.47) и (4.48) находим постоянные интегрирования

$$A_1 = -\frac{p_2 U_0}{p_1 - p_2} \quad \text{и} \quad A_2 = \frac{p_1 U_0}{p_1 - p_2}. \quad (4.49)$$

Значения  $p_1$  и  $p_2$  в выражениях (4.41), (4.42) и (4.45) для  $U_{C \text{ пер}}$ ,  $i_{\text{пер}}$ ,  $A_1$  и  $A_2$ , относящихся к схеме рис. 4.13, а также в выражениях (4.46), (4.42) и (4.49), относящихся к схеме рис. 4.14, находят как корни характеристического уравнения (4.40). Эти корни имеют следующие значения:

$$p_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad \text{и} \quad p_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}. \quad (4.50)$$

В зависимости от соотношения параметров  $R$ ,  $L$  и  $C$  элементов схем рис. 4.13 и 4.14 возможны три типа переходных процессов в соответствующих цепях.

1. Если  $R/2L < 1/\sqrt{LC}$ , т. е. сопротивление  $R$  в цепи относительно мало, то корни характеристического уравнения  $p_1$  и  $p_2$  являются сопряженно комплексными:

$$p_{1, 2} = -\alpha \pm j\beta, \quad (4.51)$$

где

$$\alpha = R/2L \quad \text{и} \quad \beta = \sqrt{1/LC - \alpha^2}.$$

Подставляя в (4.39) значения  $p_1$  и  $p_2$  и производя преобразования, связанные с заменой полусумм и полуразностей экспонент от мнимого аргумента  $j\beta$  через тригонометрические функции, получим

$$u_{C \text{ св}} = (A_1 + A_2) \frac{1}{\beta \sqrt{LC}} \cos(\beta t - \gamma) e^{-\alpha t}, \quad (4.52)$$

где  $\gamma = \text{arctg } \alpha/\beta$ .

Выражение (4.52) описывает затухающие колебания с угловой частотой  $\beta$  и коэффициентом затухания  $\alpha$ . Выражение для переходного тока может быть получено из (4.52) на основании соотношения  $i = C \frac{du_C}{dt}$ :

$$i_{\text{пер}} = \frac{U_0}{\beta L} \sin \beta t e^{-\alpha t}. \quad (4.53)$$

На рис. 4.15 приведены кривые изменения напряжения и тока для колебательного переходного процесса в цепи рис. 4.14. Пунктиром показаны экспоненты, характеризующие убывание амплитуд напряжения  $u_{C \text{ пер}}$  и тока  $i_{\text{пер}}$  при разрядке конденсатора на индуктивную катушку.

2. Если  $R/2L > 1/\sqrt{LC}$ , т. е. сопротивление  $R$  в цепи относительно велико, то корни  $p_1$  и  $p_2$  являются вещественными, но разными по значению. График изменения  $u_{C \text{ пер}}$  и  $i_{\text{пер}}$  при разрядке конденсатора на индуктивную катушку в этом случае показан на рис. 4.16, из которого видно, что переходный процесс имеет аperiодический характер.

3. Если  $R/2L = 1/\sqrt{LC}$ , то корни характеристического уравнения (4.40) одинаковы и вещественны ( $p_{1,2} = -\alpha$ ). Это соответствует предельному случаю аperiodического переходного процесса в рассматриваемой электрической цепи. Малейшее уменьшение значения  $R/L$  приводит к колебательному характеру переходного процесса.

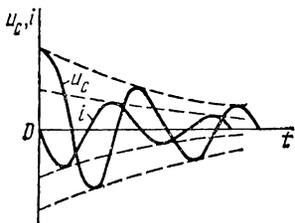


Рис. 4.15. График изменения тока  $i$  и напряжения  $u_C$  при колебательном процессе разрядки конденсатора

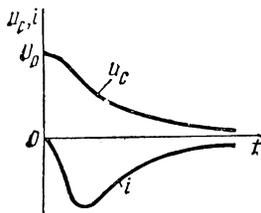


Рис. 4.16. График изменения тока  $i$  и напряжения  $u_C$  при аperiodическом процессе разрядки конденсатора

### Контрольные вопросы

1. Существуют ли электрические цепи, подключение которых к источнику постоянного напряжения создает в этом источнике установившееся значение тока сразу после коммутации без переходного процесса?
2. В чем заключается смысл первого и второго законов коммутации?
3. Как изменятся графики зависимости от времени (см. рис. 4.2) переходного напряжения и тока в цепи рис. 4.1, если сопротивление резистора уменьшить в два раза, а емкость конденсатора увеличить в два раза?
4. Каков физический смысл постоянной времени?
5. Какова будет форма напряжения на конденсаторе цепи рис. 4.6, а, если э. д. с.  $e_{вх}$  имеет форму прямоугольного импульса, а  $\tau \ll T_{и}$ ?
6. Как изменятся графики зависимости от времени  $i$ ,  $u_R$ ,  $u_L$  в цепи рис. 4.8, если в ней последовательно с индуктивной катушкой включен резистор с сопротивлением, равным активному сопротивлению катушки?
7. Чему будет равно напряжение на резисторе  $R_1$  (см. рис. 4.10) в первый момент после переключения переключателя  $\Pi$ , если  $R_1 = 100 R_K$ , а напряжение  $U = 10$  В?
8. Чем объясняется появление дуги между контактами выключателя при его размыкании?
9. Как будет изменяться напряжение на конденсаторе в цепи рис. 4.13, если соотношение параметров ее элементов соответствует неравенству  $R/2L < 1/\sqrt{LC}$ ?

## ГЛАВА 5

### НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

#### § 5.1. Основные понятия

Электрическую цепь называют *нелинейной*, если она содержит элементы, параметры  $R$ ,  $L$  или  $C$  которых зависят от значений или направлений тока и напряжения. В свою очередь элементы, параметры  $R$ ,  $L$  или  $C$  которых зависят от тока или напряжения, называют

и е л и н е й н ы м и. Вольт-амперные, вебер-амперные и кулон-вольтовые характеристики этих элементов являются нелинейными. Строго говоря, все электрические цепи являются нелинейными хотя бы потому, что с изменением тока изменяется температура проводников, а следовательно, и их сопротивление. Однако расчет нелинейных цепей отличается значительными сложностями, поэтому во многих практических случаях, когда в рабочем диапазоне изменения напряжений и токов характеристики элементов близки к линейным, непостоянством параметров пренебрегают, т. е. делают допущение о линейности цепи. Такое допущение позволяет получать результаты с точностью, достаточной для инженерных решений, применяя все методы анализа и расчета линейных цепей, рассмотренные в предыдущих главах. Вместе с тем принцип действия многих электротехнических устройств

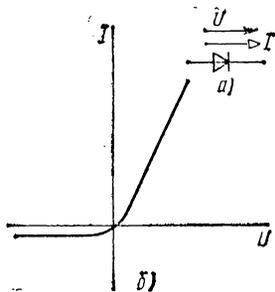


Рис. 5.1. Условное графическое обозначение на схемах (а) и вольт-амперная характеристика (б) выпрямительного диода

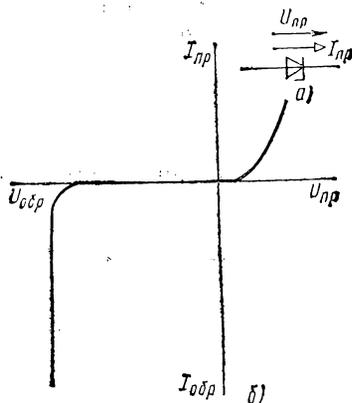


Рис. 5.2. Условное графическое обозначение на схемах (а) и вольт-амперная характеристика (б) полупроводникового стабилитрона

основывается именно на свойствах нелинейных цепей. Так, например, резкая зависимость сопротивления выпрямительных диодов (рис. 5.1) от полярности приложенного напряжения используется для преобразования переменного напряжения в постоянное. В стабилизаторах напряжения применяются стабилитроны — приборы, напряжение на которых в некотором диапазоне изменения тока остается практически неизменным. Вольт-амперная характеристика полупроводникового стабилитрона и его условное графическое обозначение на схемах приведены на рис. 5.2. На рис. 5.3 показана вебер-амперная характеристика индуктивной катушки с ферромагнитным магнитопроводом. Из рис. 5.3 видно, что индуктивность  $L = \Psi/i$  такой катушки зависит от тока. На рис. 5.4 показана кулон-вольтовая характеристика вариконда — конденсатора, в котором в качестве диэлектрика использован сегнето-диэлектрический материал. Емкость такого конденсатора зависит от напряжения. На рис. 5.5, а — в приведены условные графические обозначения нелинейных резистивного, индуктивного и емкостного элементов на схемах замещения.

Характеристики нелинейных элементов, определяемые экспериментально, дают необходимую информацию о свойствах элемента. Вместе с тем при анализе и расчете нелинейных цепей используют и некоторые числовые параметры, например статическое и динамическое

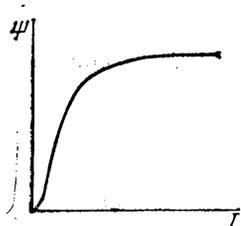


Рис. 5.3. Вебер-амперная характеристика нелинейного элемента

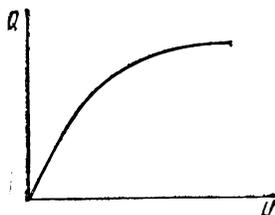


Рис. 5.4. Кулоп-вольтная характеристика нелинейного элемента

кое сопротивление нелинейного элемента. Статическим сопротивлением  $R_{ст}$  нелинейного элемента в заданной точке  $a$  его характеристики называют отношение напряжения на элементе к току в нем:

$$R_{ст} = U/I. \tag{5.1}$$

Статическое сопротивление можно определить графически как тангенс угла между прямой, проведенной из начала координат через рас-

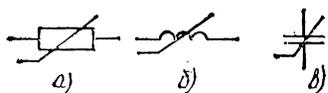


Рис. 5.5. Условные графические обозначения нелинейных резистивного (а), индуктивного (б) и емкостного (в) элементов на схемах замещения

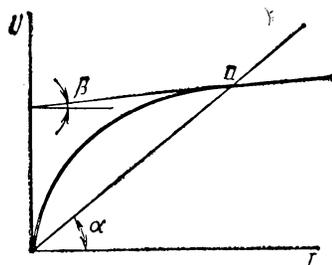


Рис. 5.6. Определение статического и дифференциального сопротивлений нелинейного элемента

сматриваемую точку  $a$  вольт-амперной характеристики (рис. 5.6), и осью абсцисс:

$$R_{ст} = U/I = (m_U/m_I) \operatorname{tg} \alpha, \tag{5.1a}$$

где  $m_U$  и  $m_I$  — соответственно масштабы осей напряжения и тока (рис. 5.6).

Дифференциальным сопротивлением  $R_{диф}$  нелинейного элемента в заданной точке  $a$  его характеристики называют отношение бесконечно малого приращения напряжения к соответствующему прира-

щению тока:

$$R_{\text{диф}} = dU/dI. \quad (5.2)$$

Дифференциальное сопротивление можно определить графически как тангенс угла между касательной в рассматриваемой точке  $a$  вольт-амперной характеристики (рис. 5.6) и осью абсцисс:

$$R_{\text{диф}} = dU/dI = (m_U/m_I) \operatorname{tg} \beta. \quad (5.2a)$$

Очевидно, статическое и дифференциальное сопротивления нелинейного элемента зависят от тока и напряжения.

**Пример 5.1.** Определить значения статического и дифференциального сопротивлений нелинейного элемента для точки  $a$  его вольт-амперной характеристики, представленной на рис. 5.7.

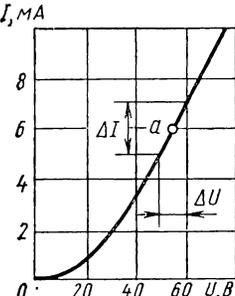


Рис. 5.7. Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента

Решение. Статическое сопротивление в точке  $a$   $R_{\text{ст}} = U/I = 54/(6 \cdot 10^{-3}) = 9$  кОм. Точка  $a$  расположена на прямолинейном участке вольт-амперной характеристики, для которого дифференциальное сопротивление  $R_{\text{диф}} = dU/dI$  может быть найдено как отношение конечных приращений напряжения и тока:  $R_{\text{диф}} = \Delta U/\Delta I$ ; например, при  $\Delta U = 10$  В  $\Delta I = 2$  мА, следовательно,  $R_{\text{диф}} = 10/(2 \cdot 10^{-3}) = 5$  кОм.

Большое применение в технике получили так называемые управляемые нелинейные элементы. Вольт-амперная характеристика управляемого нелинейного элемента изменяется в зависимости от значения управляющего параметра, поэтому управляемый нелинейный элемент характеризуется семейством вольт-амперных характе-

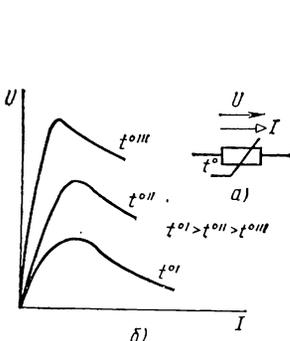


Рис. 5.8. Условное графическое обозначение на схемах (а) и семейство в. а. х. термистора (б)

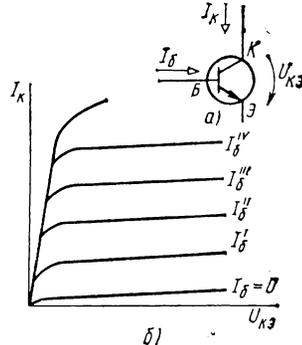


Рис. 5.9. Условное графическое обозначение на схемах (а) и семейство выходных в. а. х. (б) биполярного транзистора

ристик. На рис. 5.8 показано, например, семейство вольт-амперных характеристик (в.а.х.) термистора — термоэлектрического полупроводникового прибора. Управляющим параметром для термистора является температура окружающей среды  $t^{\circ}$ .

Особенно широкое распространение управляемые нелинейные элементы получили в устройствах промышленной электроники. На рис. 5.9, *а* показано условное графическое обозначение широко применяемого полупроводникового прибора — биполярного транзистора типа *n-p-n*. Сопротивление транзистора между коллектором (*K*) и эмиттером (*Э*) зависит от тока базы (*Б*). На рис. 5.9, *б* представлено семейство выходных вольт-амперных характеристик транзистора  $I_{\kappa}$  ( $U_{\kappa\text{Э}}$ ) при различных значениях управляющего тока базы  $I_{\text{Б}}$ .

Электрические цепи с нелинейными емкостными элементами встречаются сравнительно редко, свойства цепей с нелинейными индуктивными элементами рассматриваются в гл. 8. Настоящая глава посвящена цепям с нелинейными резистивными элементами.

## § 5.2. Нелинейные цепи постоянного тока

Электрическое состояние нелинейной цепи постоянного тока, так же как и линейной цепи постоянного тока, описывается системой алгебраических уравнений, составленных по первому и второму законам Кирхгофа. Правила составления системы уравнений Кирхгофа одинаковы для линейной и нелинейной цепей. Однако электрическое состояние нелинейной цепи описывается системой нелинейных алгебраических уравнений. Как известно, общих аналитических методов решения нелинейных уравнений не существует, поэтому в общем случае решение таких задач осуществляется численными методами математики с использованием современных вычислительных машин. Однако при анализе и расчете простейших нелинейных цепей постоянного тока применяются графоаналитические методы, примеры которых рассмотрены ниже.

**Метод эквивалентных преобразований.** Метод эквивалентных преобразований был рассмотрен в разделе линейных цепей постоянного тока (см. § 1.8) и основывался на замене нескольких элементов одним

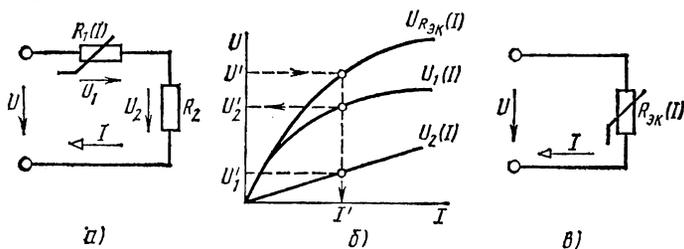


Рис. 5.10. Последовательное соединение линейного и нелинейного элементов:

*а* — схема соединения; *б* — в. а. х.; *в* — эквивалентная схема

эквивалентным. Аналогичные эквивалентные преобразования могут быть осуществлены и в нелинейной цепи. Рассмотрим, например, схему цепи рис. 5.10, *а*, содержащей последовательно включенные нелинейный резистор  $R_1$  и линейный резистор, вольт-амперные характеристики  $U_1(I)$  и  $U_2(I)$  которых приведены на рис. 5.10, *б*. Требуется

определить значение тока  $I$  в цепи рис. 5.10; а при заданном значении напряжения  $U$ . Решить поставленную задачу, применив непосредственно закон Ома, не представляется возможным, так как сопротивление нелинейного резистора зависит от тока. Задача может быть решена, если два элемента цепи рис. 5.10, а заменить одним эквивалентным, т. е. «свернуть» схему рис. 5.10, а, преобразовав ее к виду схемы рис. 5.10, в. Вольт-амперная характеристика эквивалентного нелинейного элемента  $U_{R_{\text{эк}}}(I)$  может быть получена графическим путем. Для любого значения тока  $I$  напряжение на эквивалентном элементе в схеме рис. 5.10, в и напряжение на входных зажимах в исходной схеме

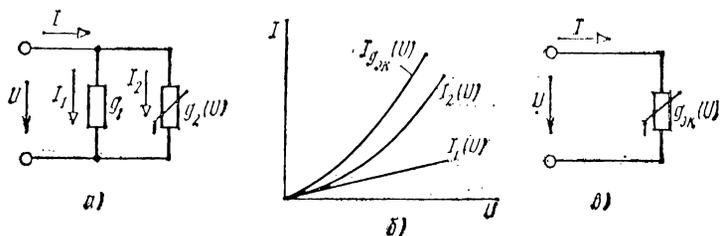


Рис. 5.11. Параллельное соединение линейного и нелинейного элементов:

а — схема соединения; б — в. а. х.; в — эквивалентная схема

должны быть равны, следовательно, вольт-амперная характеристика эквивалентного элемента может быть построена путем суммирования ординат вольт-амперных характеристик элементов  $R_1$  и  $R_2$  в соответствии со вторым законом Кирхгофа:  $U_{R_{\text{эк}}}(I) = U_1(I) + U_2(I)$ ; графическая интерпретация этого уравнения приведена на рис. 5.10, б.

Вольт-амперная характеристика эквивалентного элемента  $U_{R_{\text{эк}}}(I)$  позволяет определить ток  $I'$  цепи для любого заданного значения напряжения  $U'$ , после чего определяют соответствующие ему значения напряжений  $U'_1$  и  $U'_2$  (рис. 5.10, в). Очевидно, рассмотренный метод можно распространить на случай любого количества последовательно включенных линейных и нелинейных элементов.

В случае параллельного соединения двух элементов (рис. 5.11, а) характеристика эквивалентного элемента (рис. 5.11, в) определяется суммированием вольт-амперных характеристик элементов  $g_1$  и  $g_2$  для всех значений напряжений в соответствии с первым законом Кирхгофа:  $I_{g_{\text{эк}}}(U) = I_1(U) + I_2(U)$ ; графическая интерпретация этого уравнения приведена на рис. 5.11, б.

В случае смешанного соединения нелинейных элементов характеристику эквивалентного элемента строят при поочередном выполнении рассмотренных построений.

**Метод пересечения характеристик.** Ток и напряжение на участках цепи с последовательным соединением линейного и нелинейного элементов (рис. 5.12, а) могут быть определены путем эквивалентного преобразования схемы, рассмотренного выше. Однако этот метод оказывается очень громоздким в случае, если нелинейный элемент цепи

рис. 5.12, а является управляемым или ставится задача анализа режима цепи при изменении сопротивления линейного резистора  $R$ , так как в этих условиях метод эквивалентных преобразований требует многократного построения результирующей вольт-амперной характеристики эквивалентного элемента.

В методе пересечения характеристик реализуется графическое решение нелинейного уравнения, определяющего электрическое состояние цепи рис. 5.12, а и записанного на основании второго закона Кирхгофа:

$$U_2(I) = E - R_1 I. \quad (5.3)$$

Графическое решение уравнения (5.3) показано на рис. 5.12, б. Прямая  $NM$  соответствует линейному уравнению  $U_2 = E - R_1 I$  и является

внешней характеристикой линейного двухполюсника. Она построена по двум точкам, соответствующим режиму холостого хода и короткого замыкания двухполюсника (координаты точки  $M$ :  $I=0$ ,  $U_2=E$ , координаты точки  $N$ :  $U_2=0$ ,  $I=I_K=E/R_1$ ). Нелинейная зависимость  $U_2(I)$  является вольт-амперной характеристикой нелинейного элемента. Решение уравнения (5.3) будет определяться точкой пересечения прямой  $NM$  с вольт-амперной характеристикой нелинейного элемента, т. е. точкой  $a$ , для которой напряжение на нелинейном элементе  $U_2(I)$  удовлетворяет этому уравнению. Перпендикуляры, опу-

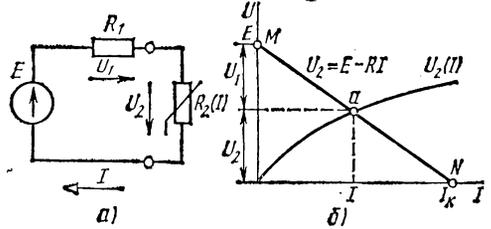


Рис. 5.12. Схема нелинейной цепи (а) и графическое решение уравнения (5.3) (б)

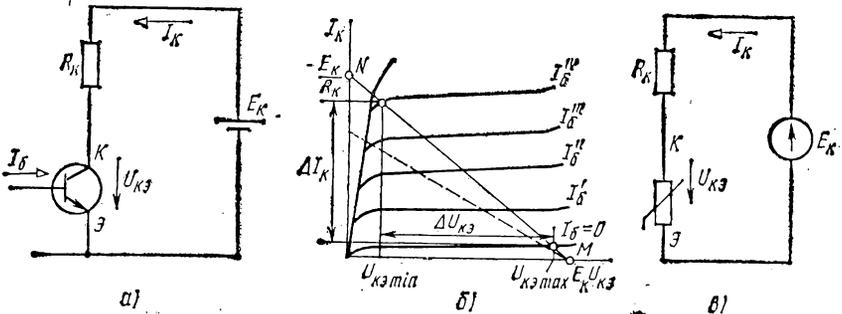


Рис. 5.13. Коллекторная цепь транзисторного усилителя (а), графический анализ ее электрического состояния (б) и схема замещения (в)

щенные из точки пересечения  $a$  на оси координат, определяют рабочий режим цепи, т. е. значения напряжений  $U_1$  и  $U_2$  на отдельных элементах цепи и тока  $I$ .

Убедимся в эффективности применения метода пересечения характеристик для анализа цепей с управляемыми нелинейными элементами и рассмотрим, например, цепь рис. 5.13, а. На этом рисунке изображена коллекторная цепь транзисторного усилителя, в которой последовательно включены источник электрической энергии  $E_k$  (батарея галь-

ванических элементов), линейный резистор  $R_k$  и управляемый нелинейный элемент — биполярный транзистор типа  $n-p-n$ , семейство вольт-амперных характеристик  $I_k(U_k)$  которого для нескольких значений тока базы  $I_b$  представлено на рис. 5.13, б. Схема замещения коллекторной цепи рис. 5.13, а изображена на рис. 5.13, в. На схеме рис. 5.13, в аккумуляторная батарея из гальванических элементов представлена идеальным источником э.д.с., а транзистор — нелинейным резистивным элементом. Нетрудно видеть, что схема замещения коллекторной цепи транзисторного усилителя (рис. 5.13, в) аналогична схеме рис. 5.12, а, следовательно, электрическое состояние такой цепи может быть определено методом пересечения характеристик. Простым графическим построением (см. прямую  $NM$  на рис. 5.13, б, построенную

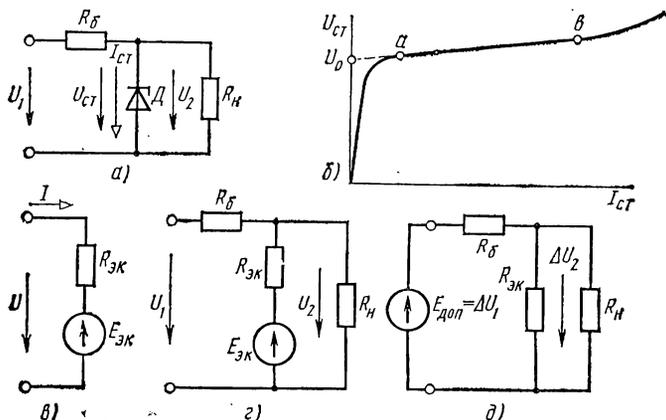


Рис. 5.14. Схема стабилизатора напряжения (а), в. а. х. стабилизатора (б), схема эквивалентного активного линейного двухполюсника (в), эквивалентная линейная схема замещения стабилизатора напряжения (г), схема для определения приращения напряжения на нагрузочном резисторе (д)

по точкам  $I_k=0$ ,  $U_{кэ}=E_k$  и  $U_{кэ}=0$ ,  $I_k=E_k/R_k$  определяют ток  $I_k$  и напряжение на транзисторе  $U_{кэ}$  при любом заданном значении тока базы  $I_b$  или диапазон изменения напряжения  $\Delta U_{кэ}=U_{кэ \max} - U_{кэ \min}$  и соответствующее ему приращение тока  $\Delta I_k$  при заданном диапазоне изменения тока базы  $0 < I_b < I_b^V$ .

Метод пересечения характеристик позволяет, например, получить ответ на вопрос, как повлияет увеличение сопротивления линейного резистора  $R_k$  (см. пунктирную прямую на рис. 5.13, б) на режим работы коллекторной цепи.

**Метод линеаризации.** С помощью метода линеаризации можно осуществить замещение нелинейного элемента эквивалентной линейной схемой, которая справедлива для некоторого диапазона изменения тока и напряжения.

Познакомимся с этим методом, анализируя работу схемы параметрического стабилизатора напряжения (рис. 5.14, а), в котором в качестве нелинейного элемента используется полупроводниковый стаби-

литрон. Примерный вид в.а.х. стабилитрона приведен на рис. 5.14, б. Параметры элементов стабилизатора подобраны таким образом, что в определенном заданном интервале изменения входного напряжения  $U_1 \pm \Delta U_1$  рабочая точка в.а.х. стабилитрона перемещается в пределах линейного участка  $ab$ , который называется участком стабилизации, при этом напряжение на нагрузочном резисторе  $U_2$  (рис. 5.14, а) будет оставаться почти неизменным. Качество работы стабилизатора напряжения оценивают с помощью коэффициента стабилизации  $k_{ст}$ , показывающего, во сколько раз относительно приращение напряжения на нагрузочном резисторе меньше вызвавшего его относительного приращения напряжения на входе схемы:

$$k_{ст} = (\Delta U_1 / U_1) : (\Delta U_2 / U_2). \quad (5.4)$$

Для определения аналитической связи между коэффициентом стабилизации, а также сопротивлениями резистора  $R_6$ , называемого балластным, и нагрузочного резистора  $R_H$  осуществим линеаризацию нелинейной цепи, т. е. заменим нелинейный элемент, работающий в пределах линейного участка вольт-амперной характеристики  $ab$  (рис. 5.14, б), эквивалентной линейной схемой.

Зависимость между напряжением и током стабилитрона на участке стабилизации определяется уравнением прямой

$$U = U_0 + R_{диф} I, \quad (5.5)$$

где  $U_0$  — напряжение, определяемое точкой пересечения прямой  $ab$  (рис. 5.14, б) с осью ординат;  $R_{диф}$  — дифференциальное сопротивление стабилитрона на участке стабилизации.

Докажем, что нелинейный элемент — стабилитрон — может быть замещен эквивалентным активным линейным двухполюсником, схема которого приведена на рис. 5.14, в. Запишем уравнение электрического состояния линейного двухполюсника (рис. 5.14, в):

$$U = E_{эк} + R_{эк} I \quad (5.6)$$

и сравним его с уравнением (5.5). Уравнения (5.5) и (5.6) тождественны при условиях

$$E_{эк} = U_0 \text{ и } R_{эк} = R_{диф}. \quad (5.7)$$

Следовательно, двухполюсник рис. 5.14, в при выполнении условий (5.7) является эквивалентной линейной схемой замещения стабилитрона для участка стабилизации. Таким образом, анализ нелинейной цепи рис. 5.14, а можно проводить с помощью эквивалентной линейной схемы замещения рис. 5.14, г.

В свою очередь для линейной схемы рис. 5.14, г справедлив принцип суперпозиции, согласно которому связь между приращениями напряжений  $\Delta U_1$  и  $\Delta U_2$  можно определять по схеме рис. 5.14, д. В этой схеме изменение напряжения  $U_1$  на величину  $\Delta U_1$  учтено как включение дополнительной э.д.с.  $E_{доп} = \Delta U_1$ . Приращение напряжения на нагрузочном резисторе  $\Delta U_2$  в схеме рис. 5.14, д определяется

формулой

$$\Delta U_2 = \frac{\Delta U_1 R_{\text{эк}} R_{\text{н}} / (R_{\text{эк}} + R_{\text{н}})}{R_6 + R_{\text{эк}} R_{\text{н}} / (R_{\text{эк}} + R_{\text{н}})}. \quad (5.8)$$

Дифференциальное сопротивление стабилитрона  $D$  на участке стабилизации мало, поэтому можно принять, что  $R_{\text{н}} \gg R_{\text{эк}}$ ,  $R_6 \gg R_{\text{эк}}$ , и соотношение (5.8) переписать в виде

$$\Delta U_2 = \Delta U_1 R_{\text{эк}} / R_6. \quad (5.9)$$

Подставляя (5.9) в (5.4) и учитывая, что  $R_{\text{эк}} = R_{\text{диф}}$ , получим выражение для коэффициента стабилизации:

$$k_{\text{ст}} = U_2 R_6 / U_1 R_{\text{диф}}. \quad (5.10)$$

Рис. 5.15. Многоэлементный двухполюсник (а) и его упрощенная эквивалентная схема (б)

Коэффициент стабилизации пропорционален сопротивлению балластного резистора и обратно пропорционален дифференциальному сопротивлению стабилитрона на участке стабилизации.

**Применение метода эквивалентного активного двухполюсника.** Анализ и расчет разветвленной электрической цепи, содержащей один нелинейный элемент, может быть значительно упрощен при использовании метода эквивалентного активного двухполюсника. Рассмотрим, например, цепь рис. 5.15, а. Многоэлементный линейный двухполюсник, к выходным зажимам  $AB$  которого подключен нелинейный резистор, может быть по известным правилам (см. § 1.13) эквивалентно заменен линейным двухполюсником рис. 5.15, б. Напряжение  $U_{AB}$  и ток  $I_{AB}$  в схеме рис. 5.15, б могут быть найдены, например, методом пересечения характеристик. Зная  $U_{AB}$  и  $I_{AB}$ , можно определить токи остальных ветвей цепи рис. 5.15, а: ток  $I_1$  определится из уравнения, составленного согласно второму закону Кирхгофа для внешнего контура:  $E = R_1 I_1 + R_3 I_{AB} + U_{AB}$ , а ток  $I_2$  — из уравнения, записанного в соответствии с первым законом Кирхгофа:  $I_2 = I_{AB} - I_1$ .

### § 5.3. Нелинейные цепи переменного тока

При анализе электрических цепей переменного тока различают инерционные и безынерционные нелинейные элементы.

Инерционность нелинейных элементов характеризует их способность изменять свои параметры во времени. Примером инерционного нелинейного элемента может служить лампа накаливания. Если время, необходимое для нагрева нити накаливания до установившейся температуры, значительно больше периода переменного тока, то температура нити, а следовательно, ее сопротивление в установившемся режиме останутся неизменными в течение периода, т. е. сопротивление инерционного элемента не зависит от мгновенных значений тока и напряжения. Нелинейность инерционного элемента проявляется только зависимостью его сопротивления от действующих значений

тока и напряжения — большим действующим значениям тока соответствует большая температура нагрева нити, а значит, и большее сопротивление.

Если схема замещения цепи переменного тока содержит только инерционные нелинейные и линейные резистивные элементы, то расчет такой цепи для действующих значений можно производить любым из методов для нелинейных цепей постоянного тока. Форма кривой тока инерционного нелинейного элемента всегда повторяет форму кривой приложенного напряжения, так как инерционный элемент является линейным по отношению к мгновенным значениям тока и напряжения.

Безынерционные нелинейные элементы являются нелинейными по отношению как к действующим, так и к мгновенным значениям тока и напряжения. К безынерционным нелинейным элементам относятся полупроводниковые и электронные приборы, катушки с ферромагнитными магнитопроводами и некоторые другие.

Графики мгновенных значений тока и напряжения безынерционных элементов отличаются по форме друг от друга, поэтому в цепях с безынерционными элементами, подключенных, например, к источникам синусоидального напряжения, возникают несинусоидальные токи. В общем случае расчет нелинейных цепей переменного тока, содержащих безынерционные элементы, отличается значительными сложностями и является предметом изучения специальных разделов курса «Теоретические основы электротехники» [9, 12]. Здесь рассматриваются лишь отдельные примеры электротехнических устройств переменного тока, принцип действия которых основан на зависимости параметров безынерционных элементов от мгновенных значений токов и напряжений.

**Выпрямители переменного тока.** На рис. 5.16, а изображена схема электрической цепи выпрямительного устройства, осуществляющего преобразование переменного напряжения в напряжение одной полярности. Эта цепь содержит источник переменной синусоидальной э.д.с.  $e$ , нагрузочный резистор  $R_H$  и нелинейный элемент — выпрямительный диод  $D$ , часто называемый вентилем. Вольт-амперная характеристика диода для мгновенных значений приведена на рис. 5.16, б. Из характеристики диода видна резкая зависимость его сопротивления от полярности приложенного напряжения. При анализе цепи рис. 5.16, а будем идеализировать характеристику диода, считая его сопротивление равным нулю при одной полярности приложенного напряжения (проводящий полупериод — диод открыт)

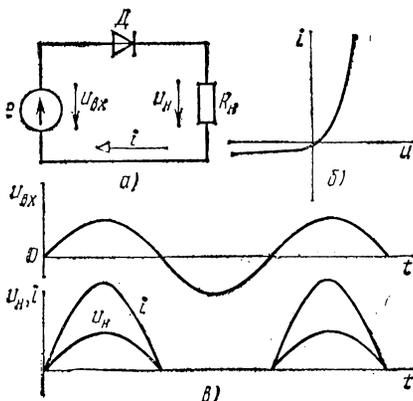


Рис. 5.16. Схема электрической цепи выпрямительного устройства (а), в. а. х. выпрямительного диода (б), графики мгновенных значений тока и напряжения (в).

и бесконечно большим — при другой (непроводящий полупериод — диод закрыт).

Вследствие односторонней электрической проводимости диода при синусоидальном приложенном напряжении  $u_{вх}(t)$  ток  $i(t)$  в цепи выпрямителя будет существовать только в течение половины каждого периода (рис. 5.16, в). Пульсирующий ток  $i(t)$  создает в нагрузочном резисторе пульсирующее напряжение  $u_{н}(t)$ , которое называют выпрямленным. Выпрямленное напряжение в отличие от приложенного переменного напряжения не изменяет своего направления. Рассмотренная цепь называется однополупериодным выпрямителем.

Основным недостатком однополупериодного выпрямителя является отсутствие тока и напряжения на нагрузочном резисторе в течение половины периода. Этот недостаток устраняется в двухполупериодном

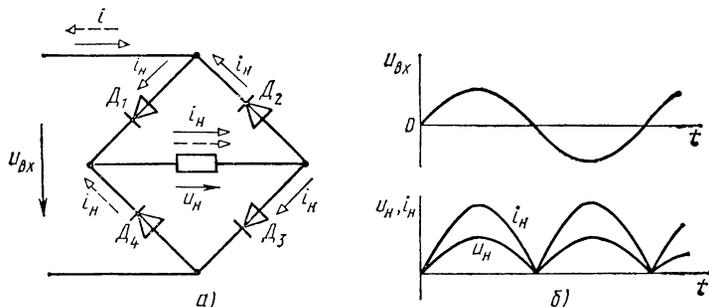


Рис. 5.17. Схема мостового выпрямителя (а), графики мгновенных значений тока и напряжения (б)

выпрямителе, одна из возможных схем которого (схема мостового выпрямителя) показана на рис. 5.17, а. Мостовой выпрямитель содержит две пары диодов (вентилей), каждая из которых открывается поочередно. В полупериод, соответствующий положительному значению напряжения источника, диоды  $D_1$  и  $D_3$  включены в проводящем направлении и обеспечивают ток в нагрузочном резисторе, направление которого на рис. 5.17, а показано сплошными стрелками. В этот полупериод ток в диодах  $D_2$  и  $D_4$  отсутствует. В другой полупериод, соответствующий отрицательному значению напряжения источника, в проводящем направлении будут включены диоды  $D_2$  и  $D_4$ , при этом ток в нагрузочном резисторе  $R_n$  не изменит своего направления (пунктирная стрелка на рис. 5.17, а). Графики мгновенных значений приложенного напряжения  $u_{вх}(t)$ , а также тока и напряжения на нагрузочном резисторе приведены на рис. 5.17, б.

**Пример 5.2.** Определить действующее напряжение источника питания  $U_{пх}$  на входе двухполупериодного выпрямителя, если сопротивление нагрузочного резистора  $R_n = 10$  кОм, а максимальное значение тока в нем  $i_{\max} = 1,5$  мА. Диоды считать идеальными.

**Решение.** Максимальное значение напряжения на нагрузочном резисторе  $U_{R \max} = R_n i_{\max} = 10 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} = 15$  В. Так как вентили можно считать идеальными, то мгновенное значение напряжения на входе  $u_{вх}$  в любой момент вре-

мени равно мгновенному значению напряжения на резисторе  $u_R$ , в частности  $U_{вх\max} = U_{R\max} = 15$  В. Действующее напряжение на входе выпрямителя  $U_{вх} = U_{вх\max} / \sqrt{2} = 15 / \sqrt{2} \approx 10,7$  В.

### Преобразователи синусоидального напряжения в трапецеидальное.

Для получения периодического несинусоидального напряжения трапецеидальной формы используют диодный ограничитель, схема которого показана на рис. 5.18, а.

Этот четырехполосник состоит из линейного резистора  $R_6$ , называемого балластным, и нелинейного элемента — двустороннего стабилитрона, в а. х. которого изображена на рис. 5.18, б. Анализируя работу цепи рис. 5.18, а, будем идеализировать вольт-амперную характеристику стабилитрона и считать, во-первых, что при любой полярности напряжения на стабилитроне, пока выполняется условие  $|u| \leq U_0$ , сопротивление стабилитрона бесконечно велико, а ток равен нулю. При  $|u| = U_0$  начинается так называемый эффект лавинного увеличения тока, статическое сопротивление стабилитрона  $R_{ст}$  резко уменьшается и в некотором диапазоне изменения тока напряжение на нем изменяется очень незначительно\*. С учетом этого введем второе допущение и будем считать, что в некотором диапазоне токов напряжение на стабилитроне остается неизменным и равным  $U_0$ .

Ко входу четырехполосника рис. 5.18, а подключается источник синусоидального напряжения  $u_{вх}$  (пунктирная линия на рис. 5.18, в). В положительный полупериод приложенного напряжения выходное напряжение  $u_{вых}$  (сплошная линия на рис. 5.18, в) вначале возрастает в соответствии с ростом  $u_{вх}$ . Это объясняется следующим. При  $0 < u_{вх} < U_0$  сопротивление стабилитрона бесконечно велико и ток в нем, а следовательно, и ток в резисторе  $R_6$  отсутствует, при этом  $u_{вых} = u_{вх}$ . При дальнейшем увеличении напряжения  $u_{вх}$  ( $t > t_1$ ) начинается лавинообразное нарастание тока стабилитрона, при этом  $u_{вых} = U_0 = \text{const}$ , а мгновенное значение тока в резисторе  $R_6$  и стабилитроне будет определяться выражением  $i = (U_{вх} - U_0) / R_6$ . Значение  $R_6$  должно быть выбрано из условия, чтобы максимальный ток стабилитрона  $i_{\max} =$

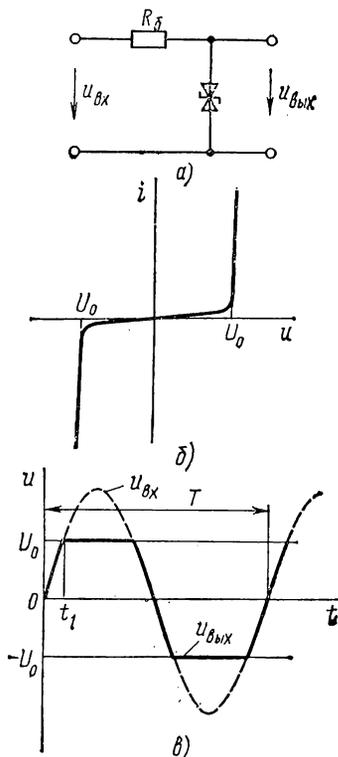


Рис. 5.18. Схема двустороннего ограничителя напряжения (а), в а. х. двустороннего стабилитрона (б), графики мгновенных значений напряжений (в)

\* Если ток стабилитрона превысит некоторое допустимое значение, то произойдет разогрев и разрушение прибора.

$= (U_{вхm} - U_0) / R_0$  не превышал значения, допустимого по условиям нагрева прибора. В дальнейшем в процессе уменьшения входного напряжения, когда напряжение на стабилитроне вновь станет меньше  $U_0$ , ток в стабилитроне и резисторе  $R_0$  опять будет равен нулю, а выходное напряжение будет равно входному (рис. 5.18, в). Во вторую половину периода процесс повторится при обратной полярности напряжений и тока. Если выполняется неравенство  $t_1 \ll T$ , где  $T$  — период входного напряжения, то форма выходного напряжения в цепи рис. 5.18, а близка к трапецеидальной.

Электрическую цепь, схема которой приведена на рис. 5.18, а, называют двусторонним ограничителем напряжения, так как ни при каких значениях входного напряжения  $u_{вх}$  напряжение на выходе ограничителя не превысит значения  $U_0$ .

#### § 5.4. Нелинейные цепи при одновременном воздействии источников постоянного и переменного напряжений

В устройствах промышленной электроники часто используют нелинейные электрические цепи, в которых одновременно действуют как источники постоянного, так и источники переменного напряжения.

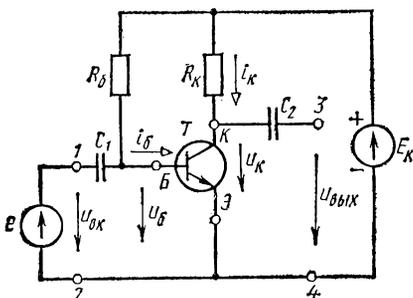


Рис. 5.19. Схема усилителя напряжения

Методику анализа таких цепей рассмотрим на примере транзисторного усилителя напряжения, схема которого представлена на рис. 5.19. Схема усилителя содержит источник постоянного напряжения  $E_k = \text{const}$ . Кроме того, к зажимам 1 и 2, которые называются входными, подключается источник усиливаемого переменного напряжения  $e$ . Предположим, что напряжение источника усиливаемого сигнала, которое называется входным напряжением усилителя, изменяется по

синусоидальному закону  $u_{вх} = U_{вхm} \sin \omega t$ . Можно показать, что при определенных условиях на выходных зажимах усилителя 3 и 4, к которым подключается приемник электрической энергии, будет возникать напряжение  $u_{вых}$ , также изменяющееся по синусоидальному закону. При этом амплитудное значение выходного напряжения  $U_{выхm}$  будет значительно больше амплитудного значения входного напряжения  $U_{вхm}$ . Отношение этих амплитудных значений называют коэффициентом усиления усилителя  $K = U_{выхm} / U_{вхm}$ . Усилитель содержит два линейных резистора  $R_0$  и  $R_k$ , два линейных конденсатора  $C_1$  и  $C_2$ , а также полупроводниковый транзистор  $T$  типа  $n-p-n$ . При анализе работы усилителя будем считать, что свойства транзистора определяются вольт-амперными характеристиками, представленными на рис. 5.20. На рис. 5.20, а изображена входная характеристика транзистора, которая определяет зависимость тока базы  $i_b$  от напряжения между базой и эмиттером  $u_b$ . На рис. 5.20, б изображены выходные

характеристики транзистора. Транзистор является управляемым нелинейным элементом — каждому значению тока базы соответствует своя выходная характеристика. На рис. 5.20, б изображены пять характеристик из семейства выходных характеристик транзистора, т. е.

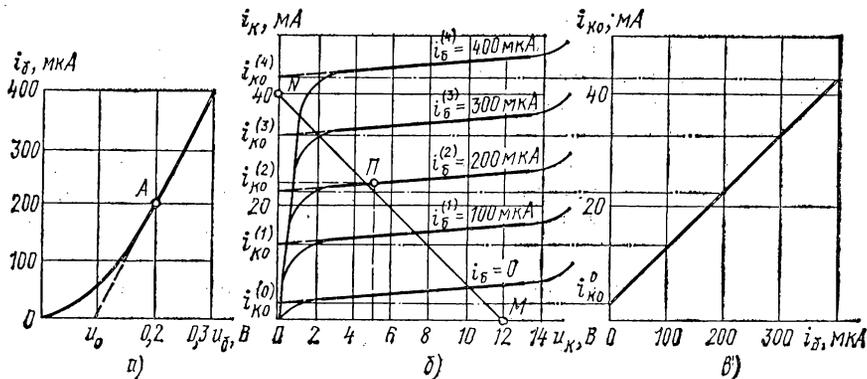


Рис. 5.20. Входная (а), выходные (б) вольт-амперные характеристики транзистора и зависимость  $i_{k0}(i_b)$  (в)

зависимости тока коллектора  $i_k$  от напряжения между коллектором и эмиттером  $u_k$  для пяти фиксированных значений тока базы.

При расчете усилителя значения э.д.с. источника  $E_k$  и сопротивлений резисторов  $R_6$ ,  $R_k$  выбирают такими, чтобы при заданной амплитуде входного напряжения  $U_{вхm}$  электрическое состояние транзистора определялось точками, расположенными на прямолинейных участках его вольт-амперных характеристик, которые выделены на рис. 5.20 жирными линиями. При этом принято говорить, что транзистор в усилителе рис. 5.19 работает в линейном режиме.

Воспользуемся методом линеаризации и составим эквивалентную линейную схему транзистора, работающего в линейном режиме. Рассмотрим вначале входную характеристику (рис. 5.20, а). Аналитическая зависимость тока базы  $i_6$  от напряжения  $u_6$  на рабочем участке входной характеристики выражается уравнением прямой

$$i_6 = (u_6 - u_0)/R_{вх}, \quad (5.11)$$

где  $u_0$  — напряжение, определяемое точкой пересечения прямой (пунктирная линия на рис. 5.20, а) с осью абсцисс, а  $R_{вх}$  — дифференциальное сопротивление, определяемое на рабочем участке входной характеристики и называемое входным сопротивлением транзистора. В рас-

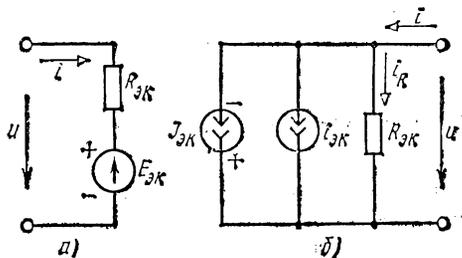


Рис. 5.21. Схемы активных линейных двух-полюсников с источником напряжения (а) и источником тока (б)

смаатриваемом случае  $R_{вх}=500 \text{ Ом}$ ,  $u_0=0,1 \text{ В}$ . Докажем, что нелинейный элемент — транзистор, работающий в линейном режиме, может быть со стороны его входных зажимов (база — эмиттер) эквивалентно замещен активным линейным двухполюсником, схема которого приведена на рис. 5.21, а. Для этого запишем уравнение электрического состояния двухполюсника рис. 5.21, а:

$$E_{эк} = u - R_{эк}i \quad \text{или} \quad i = (u - E_{эк})/R_{эк} \quad (5.12)$$

и сравним его с уравнением (5.11). Уравнения (5.11) и (5.12) тождественны при выполнении условий

$$E_{эк} = u_0 \quad \text{и} \quad R_{эк} = R_{вх}, \quad (5.13)$$

следовательно, при выполнении условий (5.13) двухполюсник рис. 5.21, а является эквивалентной схемой замещения транзистора со стороны его входных зажимов.

Перейдем к рассмотрению семейства выходных характеристик транзистора (см. рис. 5.20, б). Аналитическое выражение для рабочего участка любой характеристики рис. 5.20, б имеет вид

$$i_k = i_{k0} + u_k/R_{вых}, \quad (5.14)$$

где  $i_{k0}$  — ток, определяемый для каждой из характеристик соответствующей точкой пересечения прямой (пунктирные линии на рис. 5.20, б) с осью ординат (см. точки  $i_{k0}^p$ ,  $i_{k0}^i$  и т. д.), а  $R_{вых}$  — дифференциальное сопротивление на рабочих участках выходных характеристик.

Все выходные характеристики транзистора на рабочих участках практически параллельны друг другу, поэтому значение  $R_{вых}$  для всех характеристик одинаково, это сопротивление принято называть выходным сопротивлением транзистора. В рассматриваемом случае  $R_{вых} \approx 5 \text{ кОм}$ .

Ток  $i_{k0}$  для каждой характеристики из семейства выходных характеристик транзистора имеет свое значение, т. е. является функцией тока базы  $i_б$ . Зависимость тока  $i_{k0}$  от тока базы  $i_б$  показана на рис. 5.20, в, построение этой характеристики можно проследить с помощью штрихпунктирных линий. Зависимость  $i_{k0}(i_б)$  линейна и может быть выражена аналитически:

$$i_{k0} = i_{k0}^{(0)} + \beta i_б. \quad (5.15)$$

Величину  $\beta$  называют коэффициентом передачи тока и определяют как отношение приращений токов:  $\beta = \Delta i_{k0} / \Delta i_б$ . В рассматриваемом случае  $\beta = 100$ . С учетом (5.15) соотношение (5.14) может быть переписано в виде

$$i_k = i_{k0}^{(0)} + \beta i_б + u_k/R_{вых}. \quad (5.16)$$

Формула (5.16) является аналитическим выражением семейства выходных характеристик транзистора, работающего в линейном режиме. Докажем, что нелинейный элемент — транзистор, работающий в линейном режиме, может быть со стороны его выходных зажимов эквивалентно замещен активным линейным двухполюсником, схема которого приведена на рис. 5.21, б. В схеме рис. 5.21, б параллельно

включены три элемента — два источника тока  $J_{\text{эк}}$  и  $i_{\text{эк}}$  и линейный резистор  $R_{\text{эк}}$ . Запишем уравнение, составленное в соответствии с первым законом Кирхгофа для схемы рис. 5.21, б:

$$i = J_{\text{эк}} + i_{\text{эк}} + i_R$$

или

$$i = J_{\text{эк}} + i_{\text{эк}} + u/R_{\text{эк}}. \tag{5.17}$$

Уравнение (5.17) тождественно уравнению (5.16) при выполнении условий

$$J_{\text{эк}} = i_{\text{к0}}^{(0)}, \quad i_{\text{эк}} = \beta i_{\text{б}}, \quad R_{\text{эк}} = R_{\text{вых}}.$$

Следовательно, двухполюсник рис. 5.21, б можно считать эквивалентной схемой замещения транзистора, работающего в линейном режиме, со стороны его выходных зажимов.

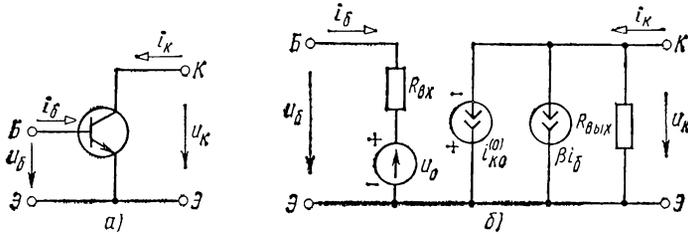


Рис. 5.22. Полупроводниковый транзистор (а) и его схема замещения (б)

На рис. 5.22, а представлена схема транзистора, рассматриваемого как четырехполюсник, а на рис. 5.22, б — его эквивалентная линейная схема замещения. Источник тока  $\beta i_{\text{б}}$  в схеме рис. 5.22, б принято называть **з а в и с и м ы м** **и с т о ч н и к о м** **т о к а**, так как значение тока этого источника зависит от тока другой ветви — тока базы, при этом можно сказать, что зависимый источник «управляется» током базы.

В схемах замещения электронных устройств находят также применение зависимые источники тока, «управляемые» напряжением, и зависимые источники э. д. с., «управляемые» как током, так и напряжением. Например, схема замещения полевого транзистора [(рис. 5.23, б), условное графическое обозначение которого показано на рис. 5.23, а, содержит зависимый источник тока  $Su$ , «управляемый» напряжением. Коэффициент  $S$ , имеющий размерность  $A/B$ , называют крутизной стока-затворной характеристики. Входное сопротивление полевого транзистора считают равным бесконечности.

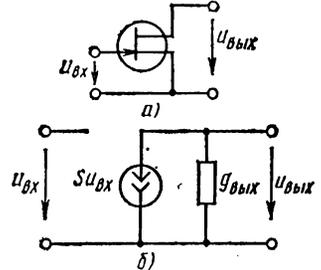


Рис. 5.23. Условное графическое обозначение (а) и схема замещения (б) полевого транзистора

Линейная схема замещения транзистора (см. рис. 5.22, б) позволяет в свою очередь создать линейную схему замещения транзисторного усилителя напряжения (см. рис. 5.19), которая представлена на рис. 5.24, а. Для линейной цепи рис. 5.24, а справедлив принцип су-

перпозиции, поэтому расчет переменных составляющих токов и напряжений усилителя напряжения можно проводить с помощью схемы замещения рис. 5.24, б, которую называют схемой замещения усилителя по переменной составляющей. В схеме рис. 5.24, б учитывается действие только одного источника — источника переменного напря-

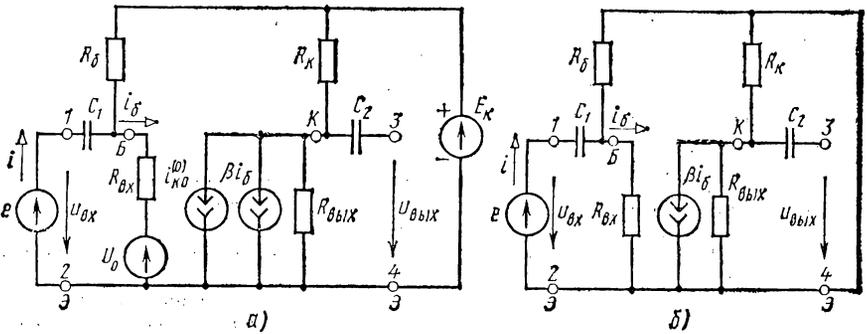


Рис. 5.24. Схема замещения усилителя напряжения (а) и его схема замещения по переменной составляющей (б)

жения  $u_{вх}$ . При переходе от схемы рис. 5.24, а к схеме рис. 5.24, б внутренние сопротивления идеальных источников постоянного напряжения  $E_k$  и  $u_0$  приняты равными нулю, а внутреннее сопротивление идеального источника постоянного тока  $i_{k0}$  — равным бесконечности. Нетрудно убедиться, что схема замещения транзистора по переменной составляющей будет иметь вид, представленный на рис. 5.25.

Схему замещения по переменной составляющей (рис. 5.25) для транзистора, работающего в линейном режиме, можно было бы получить, записав систему линейных уравнений четырехполюсника рис. 5.22, а в  $h$ -параметрах (см. § 2.20):

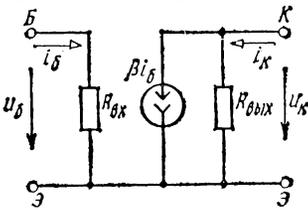


Рис. 5.25. Схема замещения транзистора по переменной составляющей

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= h_{11}i_b + h_{12}u_k, \\ i_k &= h_{21}i_b + h_{22}u_k. \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

Схема рис. 5.25 удовлетворяет системе уравнений (5.18) при соблюдении условий

$$h_{11} = R_{вх}, \quad h_{12} = 0, \quad h_{21} = \beta, \quad h_{22} = 1/R_{вых}.$$

**Пример 5.3.** Амплитуда напряжения на входе усилителя  $U_{вх м} = 10$  мВ (схема рис. 5.19). Определить амплитуду напряжения на выходе усилителя  $U_{вых м}$  и коэффициент усиления усилителя  $K$ , если частота усиливаемого сигнала  $f = 10$  кГц,  $R_k = 300$  Ом,  $\beta = 100$ ,  $C_1 = C_2 = C = 1,0$  мкФ. Характеристики транзистора приведены на рис. 5.20. При решении задачи учесть: значения э. д. с.  $E_k = 12$  В и сопротивления резистора  $R_б = 60$  кОм выбраны такими, что в отсутствие входного сигнала (режима покоя) электрическое состояние транзистора определяется точками А и П, расположенными в середине линейных участков характеристик транзистора (см. рис. 5.20).

**Решение.** При подаче входного напряжения с амплитудой, равной 10 мВ, электрическое состояние транзистора будет определяться точками, которые расположены на его вольт-амперных характеристиках вблизи режима покоя, следовательно

но, усилитель будет работать в линейном режиме и расчет по переменной составляющей можно осуществить по схеме замещения рис. 5.24, б.

Преобразуем схему рис. 5.24, б к схеме вида рис. 5.26 и определим вначале значения всех сопротивлений этой схемы. Входное сопротивление транзистора для линейного режима работы  $R_{вх} = 500 \text{ Ом}$ , выходное сопротивление  $R_{вых} = 5 \text{ кОм}$ , сопротивления конденсаторов  $X_{C_1} = X_{C_2} = X_C = 1/\omega C = 1/10^{-6} \cdot 6,28 \cdot 10^4 \approx 16 \text{ Ом}$ .

Расчет схемы рис. 5.26 начнем с определения значения тока источника усиливаемого сигнала:

$$I_m = E_m / [R_6 R_{вх} / (R_6 + R_{вх}) - jX_C]$$

Для сопротивлений  $R_6$  и  $R_{вх}$  справедливо неравенство  $R_6 \gg R_{вх}$ ; кроме того,  $X_C \ll R_{вх}$ , поэтому ток источника сигнала практически равен току базы и может быть определен из соотношения  $I_m \approx I_6$ ,  $I_m \approx E_m / R_{вх} = (10 \cdot 10^{-3}) / 500 = 20 \text{ мкА}$ . Амплитуда тока независимого источника  $\beta I_6 = 100 \cdot 20 \times 10^{-6} = 2 \text{ мА}$ .

В задаче рассматривается усилитель напряжения, работающий в режиме холостого хода, — к точкам 3 и 4 не подключен приемник электрической энергии, следовательно, ток в конденсаторе  $C_2$  отсутствует и  $u_{вых} = u_K$ .

Амплитуда напряжения на выходе  $U_{вых м} = U_{К м} = \beta I_6 R_{вых} R_K / (R_{вых} + R_K)$ . С учетом неравенства  $R_{вых} \gg R_K$  можно записать  $U_{К м} = \beta I_6 R_K = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 300 = 0,6 \text{ В}$ .

Амплитуда напряжения на выходе усилителя  $U_{вых м}$  значительно превышает амплитуду входного напряжения, коэффициент усиления  $K = U_{вых м} / U_{вх м} = 0,6 / (10 \cdot 10^{-3}) = 60$ .

Следует обратить внимание на то, что при принятых положительных направлениях напряжений (см. направление стрелок напряжения на схемах рис. 5.19, 5.24, 5.25 и 5.26) синусоиды входного и выходного напряжений находятся в противофазе. Для схемы рис. 5.26 можно записать

$$u_{вых} = u_K = -\beta i_6 R_{вых} R_K / (R_{вых} + R_K)$$

или

$$\dot{U}_{вых} = -\beta \dot{I}_6 R_{вых} R_K / (R_{вых} + R_K). \quad (5.19)$$

При частоте усиливаемого сигнала ( $f = 10 \text{ кГц}$ ) сопротивление конденсатора  $C_2$  пренебрежимо мало, поэтому ток  $I_6$  практически совпадает по фазе с входным напряжением  $\dot{U}_{вх}$ . Следовательно, в соответствии с (5.19) входное и выходное напряжения усилителя находятся в противофазе.

Ответ:  $U_{вых м} = 0,6 \text{ В}$ ,  $K = 60$ ,

### Контрольные вопросы

1. Какие электрические цепи называют нелинейными?
2. Как определяют статическое и дифференциальное сопротивления нелинейного элемента?
3. Справедливы ли законы Кирхгофа для нелинейных электрических цепей?
4. Как осуществляется замена пассивного двухполюсника, содержащего линейные и нелинейные резисторы, эквивалентным нелинейным элементом?
5. В чем заключается сущность метода пересечений характеристик?
6. Какие ограничения имеет расчет нелинейных цепей методом линеаризации?
7. Применим ли метод эквивалентного двухполюсника для нелинейных цепей?
8. Чем отличаются свойства инерционных нелинейных элементов от безынерционных?
9. Как нелинейные свойства диодов используются в выпрямительных устройствах?
10. Какой режим работы транзистора называется линейным? Изобразите линейную схему замещения транзистора.

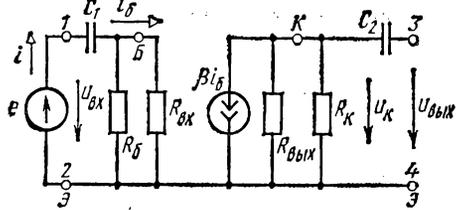


Рис. 5.26. Схема замещения усилителя напряжения по переменной составляющей

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ  
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

§ 6.1. Причины возникновения переменных  
несинусоидальных токов в электрических цепях

В предыдущих главах (за исключением гл. 5) рассматривались электрические цепи, в которых под воздействием источников питания возникают постоянные или синусоидальные токи. Строго говоря, источников с абсолютно постоянной или синусоидальной э.д.с. не существует. Электрохимические, термоэлектрические и электромашинные источники постоянной э.д.с. в силу ряда причин создают на своих зажимах медленно изменяющиеся (рис. 6.1, а) или пульсирующие (рис. 6.1, б) напряжения.

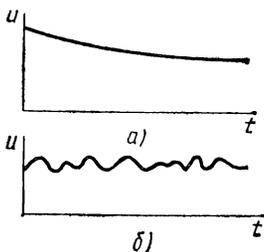


Рис. 6.1. График медленно изменяющегося (а) и пульсирующего (б) напряжений

У электромашинных источников переменного напряжения — синхронных генераторов (см. гл. 16) — форма кривой э.д.с., хотя и незначительно, но отличается от синусоидальной.

При анализе электрических цепей в предыдущих главах пульсации постоянного напряжения и отклонения переменного напряжения от синусоидального считались малыми и не учитывались. В случаях, когда эти отклонения существенны, анализ электрических цепей следует производить иначе. В этой главе рассмотрены вопросы, связанные с анализом электрических цепей несинусоидального тока.

Первой причиной возникновения несинусоидальных токов является несовершенство источников постоянной и синусоидальной э.д.с., в которых вследствие циклически повторяющихся факторов создаются периодические несинусоидальные напряжения.

Второй причиной появления несинусоидальных токов является подключение к электрической цепи генераторов несинусоидальных напряжений специальной формы. Одним из самых распространенных на практике генераторов такого типа является релаксационный генератор пилообразного напряжения, рассмотренный в гл. 4. За счет повторяющихся процессов зарядки и разрядки конденсатора на его зажимах возникает периодическое несинусоидальное напряжение почти треугольной формы. В промышленной электронике широко применяется другой тип релаксационного генератора — мультивибратор, в котором также происходят процессы зарядки и разрядки конденсаторов. Благодаря использованию транзисторов в этих генераторах удается получать периодические несинусоидальные напряжения в виде повторяющихся импульсов прямоугольной формы. Существуют и другие генераторы несинусоидальных напряжений, форма которых отличается от прямоугольной и треугольной, широко применяемые в устройствах им-

пульсной техники. Все эти источники напряжений создают в электрических цепях периодические несинусоидальные токи, форма которых может отличаться от формы приложенного напряжения.

Третьей причиной возникновения периодических несинусоидальных токов являются нелинейные элементы, содержащиеся в электрической цепи, подключенной к источнику синусоидального напряжения. Наиболее распространенными нелинейными цепями, создающими несинусоидальные токи и напряжения, являются выпрямители, рассмотренные в гл. 5.

## § 6.2. Способы представления периодических несинусоидальных электрических величин

Первым способом (наиболее наглядным) представления периодических несинусоидальных электрических величин являются графики зависимости их мгновенных значений от времени. На рис. 5.16, *в* и 5.17, *б* изображены графики тока и напряжения на нагрузочном резисторе соответственно однополупериодного и двухполупериодного выпрямителей. На рис. 5.18, *в* изображен график выходного напряжения диодного ограничителя, которое имеет трапециoidalную форму. График пилообразного напряжения, получаемого при зарядке и разрядке конденсатора (см. § 4.2), был приведен на рис. 4.5. Графики мгновенных значений величин можно наблюдать на экране осциллографа.

Вторым способом представления периодических несинусоидальных электрических величин является аналитическое разложение периодических функций в ряд Фурье. Как известно из курса математики, любую периодическую функцию, удовлетворяющую условиям Дирихле\*, можно разложить в тригонометрический ряд Фурье. Например, периодическая несинусоидальная э.д.с. в общем случае может быть представлена следующим рядом:

$$e(t) = E_0 + E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + E_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots \\ \dots + E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots = E_0 + e_1 + e_2 + \dots + e_k + \dots, \quad (6.1)$$

где  $E_0$  — постоянная составляющая;  $e_1 = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$  — первая (основная) гармоническая составляющая, имеющая период  $T = 2\pi/\omega$ , равный периоду данной несинусоидальной э. д. с.;  $e_2 = E_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2)$ ,  $\dots$ ,  $e_k = E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$  — высшие гармонические составляющие;  $E_{1m}$ ,  $E_{2m}$ ,  $\dots$ ,  $E_{km}$  — амплитуды гармонических составляющих, а  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\dots$ ,  $\psi_k$  — их начальные фазы.

Гармонические составляющие для краткости часто называют гармониками.

Определение коэффициентов ряда Фурье является задачей гармонического анализа; для несинусоидальных напряжений, наиболее

---

\* Электрические величины всегда удовлетворяют условиям Дирихле, так как имеют на всяком конечном интервале времени конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов.

часто встречающихся в электротехнике, разложения в ряд можно найти в справочниках по математике и электротехнике [26].

Амплитуда гармонических составляющих, как правило, резко уменьшается с ростом номера гармоники, поэтому при анализе электрических цепей несинусоидального тока ограничиваются учетом только нескольких первых членов ряда.

В качестве примера рассмотрим разложение в ряд Фурье некоторых несинусоидальных напряжений, наиболее часто встречающихся в электротехнике.

Напряжение на нагрузочном резисторе однополупериодного выпрямителя (см. рис. 5.16, *в*) может быть представлено рядом Фурье

$$u = \frac{U_m}{\pi} \left( 1 + \frac{\pi}{2} \cos \omega t + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \dots \right). \quad (6.2)$$

Как видно из (6.2), ряд Фурье для напряжения на нагрузочном резисторе при однополупериодном выпрямлении не содержит нечетных высших гармоник.

Ряд Фурье для напряжения на нагрузочном резисторе двухполупериодного выпрямителя (см. рис. 5.17, *б*) имеет вид

$$u = \frac{2U_m}{\pi} \left( 1 + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \dots \right). \quad (6.2a)$$

Сопоставляя (6.2) с (6.2a), видим, что при двухполупериодном выпрямлении постоянная составляющая напряжения в два раза больше, чем при однополупериодном, при одинаковом амплитудном значении выпрямляемого напряжения. В то же время переменная состав-

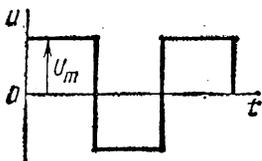


Рис. 6.2. График напряжения прямоугольной формы

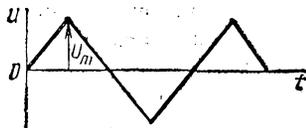


Рис. 6.3. График напряжения треугольной формы

ляющая выпрямленного напряжения при двухполупериодном выпрямлении значительно меньше, чем при однополупериодном.

Содержание переменной составляющей характеризуется коэффициентом пульсации  $q$ , который определяется отношением амплитуды наибольшей гармоники к постоянной составляющей. При однополупериодном выпрямлении

$$q = \frac{U_{1m}}{U_0} = \frac{0,5U_m}{U_m/\pi} = \frac{\pi}{2}.$$

При двухполупериодном выпрямлении

$$q = \frac{U_{2m}}{U_0} = \frac{4U_m/3\pi}{2U_m/\pi} = \frac{2}{3}.$$

Для напряжения прямоугольной формы (рис. 6.2) ряд Фурье записывается в виде

$$u = \frac{4U_m}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right), \quad (6.3)$$

а для напряжения треугольной симметричной формы (рис. 6.3)

$$u = \frac{8U_m}{\pi^2} \left( \sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \frac{1}{49} \sin 7\omega t + \dots \right). \quad (6.4)$$

В приведенных примерах начальные фазы основной и высших гармоник равны нулю, однако очень часто начальные фазы не равняются нулю.

Амплитуды и начальные фазы гармоник определяют спектральный состав несинусоидальной кривой, который может быть представлен в виде диаграмм амплитудно-частотного (рис. 6.4) и фазо-частотного (рис. 6.5) спектров. На диаграмме

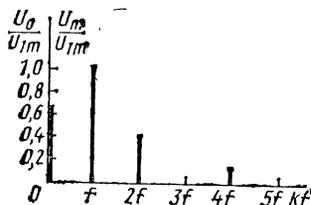


Рис. 6.4. Диаграмма амплитудно-частотного спектра

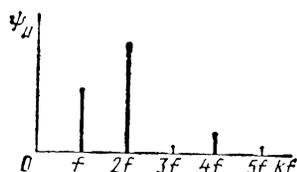


Рис. 6.5. Диаграмма фазо-частотного спектра

амплитудно-частотного спектра (рис. 6.4) отложены относительные значения постоянной составляющей, амплитуды основной и высших гармоник. Эта диаграмма наглядно показывает «удельный вес» каждой из гармоник. Иногда этой диаграммы оказывается достаточно для характеристики несинусоидальной величины, так как для некоторых устройств существенным является лишь спектральный состав по амплитудам.

Однако в большинстве случаев важное значение имеет форма кривой электрической величины, которая очень сильно зависит от соотношения начальных фаз гармоник, т. е. от вида диаграмм фазо-частотного спектра (рис. 6.5). Таким образом, амплитуды и начальные фазы гармоник определяют спектральный состав периодической несинусоидальной электрической величины.

### § 6.3. Параметры периодических несинусоидальных электрических величин

**Действующие значения несинусоидальных электрических величин.** При анализе электрических цепей с несинусоидальными напряжениями и токами, так же как и при анализе цепей синусоидального тока, часто имеют дело с действующими напряжениями и токами. При измерениях электрических величин действующие напряжения и токи

непосредственно показывают измерительные приборы электромагнитной, электродинамической и электростатической систем.

Пусть несинусоидальное напряжение выражается рядом

$$u = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots \\ \dots + U_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots + U_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n). \quad (6.5)$$

Действующее напряжение определяется соотношением

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt \quad \text{или} \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}. \quad (6.6)$$

После интегрирования (6.5) выражение (6.6) приобретает вид

$$U^2 = U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2 \quad (6.7)$$

и

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2}. \quad (6.8)$$

Таким образом, действующее напряжение равно корню квадратному из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих напряжений всех гармонических составляющих.

Действующее напряжение каждой гармоники

$$U_k = U_{km} / \sqrt{2}.$$

Аналогичное выражение имеет действующий периодический ток

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_n^2}, \quad (6.9)$$

где

$$I_k = I_{km} / \sqrt{2}.$$

**Средние значения несинусоидальных электрических величин.** Различают три средних значения электрических величин: среднее арифметическое, среднее по модулю и среднее максимальное за половину периода.

Среднее арифметическое значение несинусоидального напряжения равно его постоянной составляющей

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt = U_0. \quad (6.10)$$

Среднее по модулю значение равно среднему арифметическому значению несинусоидального напряжения или больше его:

$$U_{\text{ср. мод}} = \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt \geq U_{\text{ср}}. \quad (6.11)$$

Среднее максимальное за половину периода значение этого напряжения

$$U_{\text{ср max}} = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1 + T/2} u dt. \quad (6.12)$$

Поскольку среднее за половину периода зависит от выбранного интервала и в частном случае может равняться нулю, интервал  $t_1 \div t_1 + T/2$  выбирают так, чтобы интеграл был максимальным.

Нетрудно показать, что среднее максимальное за половину периода и среднее по модулю значения синусоидального напряжения равны:

$$U_{\text{ср. max}} = U_{\text{ср. мод}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} U_m \sin \omega t \, dt = \frac{2}{\pi} U_m.$$

Аналогичные выражения могут быть записаны для средних значений э.д.с. и тока.

Среднее значение мощности элементов электрической цепи при несинусоидальных напряжении и токе определяют как среднее арифметическое из произведения мгновенных значений тока и напряжения:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt. \quad (6.13)$$

Подставляя в это выражение ряды, определяющие несинусоидальные напряжение  $u$  и ток  $i$ , получим

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_n I_n \cos \varphi_n. \quad (6.14)$$

Следовательно, *среднее значение мощности электрической цепи при несинусоидальных напряжении и токе равно сумме средних значений мощностей от постоянных составляющих и каждой гармонике тока и напряжения.* Полученная таким образом мощность представляет собой активную мощность электрической цепи.

Полная мощность электрической цепи при несинусоидальных напряжениях и токах равна произведению действующего напряжения и тока:  $S = UI$ .

Отношение активной мощности к полной, так же как и в электрических цепях синусоидального тока, называется коэффициентом мощности:

$$\lambda = P/S. \quad (6.15)$$

По аналогии с цепями синусоидального тока часто коэффициент мощности принимают равным  $\cos \varphi_{\text{ак}}$ . Угол  $\varphi_{\text{ак}}$  в этом случае рассматривают как угол сдвига фаз между эквивалентными синусоидальными напряжением и током. Условием эквивалентности синусоидальных и несинусоидальных токов и напряжений является неизменность коэффициента мощности и действующих напряжений и токов при переходе от несинусоидальных к эквивалентным синусоидальным величинам.

**Коэффициенты амплитуды, формы, искажения.** Для характеристики формы периодических кривых используют коэффициенты амплитуды, формы, искажения.

Коэффициент амплитуды равен отношению максимального значения электрической величины, например напряжения, к действующему напряжению:

$$K_a = U_{\text{max}}/U. \quad (6.16)$$

Для синусоидальных напряжений, э.д.с. и токов коэффициент амплитуды

$$K_a = \sqrt{2} \approx 1,41. \quad (6.17)$$

Коэффициент формы равен отношению действующего напряжения к его среднему по модулю или среднему максимальному за половину периода значению:

$$K_f = U/U_{\text{ср. мод}} \quad \text{или} \quad K_f = U/U_{\text{ср макс}}. \quad (6.18)$$

Для синусоидальных величин

$$K_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11.$$

Коэффициент искажения равен отношению действующего напряжения основной гармоники к действующему напряжению:

$$K_n = U_1/U. \quad (6.19)$$

Конструирование промышленных генераторов электрической энергии осуществляют таким образом, чтобы максимально приблизить форму кривой э.д.с. к синусоидальной, а значение коэффициента искажений к единице; по ГОСТ 13109—77 «Нормы качества электроэнергии» предельное значение коэффициента искажения напряжения сети равно 0,995, поэтому анализ систем энергоснабжения проводят в предположении синусоидальности напряжений.

#### § 6.4. Анализ линейных электрических цепей несинусоидального тока

Возможность разложения периодических несинусоидальных электрических величин в ряд Фурье позволяет свести расчет электрических цепей с линейными элементами при воздействии несинусоидальных

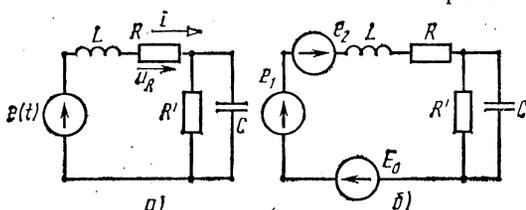


Рис. 6.6. Схема цепи с источником несинусоидальной э. д. с. (а) и схема замещения с последовательным соединением трех источников э. д. с. (б)

э.д.с. к расчету цепей с постоянными и синусоидальными токами. Мгновенные значения искомого тока и напряжений определяют на основе принципа суперпозиции путем суммирования найденных в результате расчета постоянных и гармонических составляющих тока или напряжения.

Если на входе какой-либо цепи (рис. 6.6, а) включен источник несинусоидальной э.д.с.

$$e(t) = E_0 + E_{1m} \sin \omega t + E_{2m} \sin 2\omega t = E_0 + e_1 + e_2, \quad (6.20)$$

то режим цепи не изменится, если источник  $e(t)$  заменить тремя источниками э.д.с.  $E_0$ ,  $e_1$  и  $e_2$ , соединенными последовательно (рис. 6.6, б).

При неизменных параметрах  $R$ ,  $L$  и  $C$  можно применить принцип суперпозиции и вычислить токи и напряжения на участках цепи от независимого действия каждой из э.д.с. в соответствии со схемами, приведенными на рис. 6.7. В схеме рис. 6.7, а напряжение и ток от постоянной составляющей э.д.с.  $E_0$  определяют так же, как при расчете

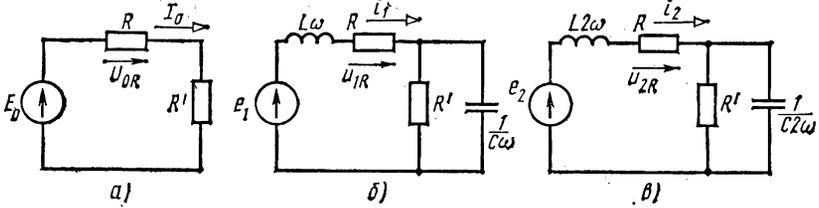


Рис. 6.7. Схемы замещения цепи рис. 6.6 для постоянной составляющей (а), первой (б) и второй (в) гармоник э. д. с. источника

цепей постоянного тока. Токи и напряжения в схемах рис. 6.7, б, в от действия каждой гармоники э.д.с. определяют, как при расчете цепей синусоидального тока.

Для определения мгновенных значений токов и напряжений нужно алгебраически суммировать найденные при расчетах цепей рис. 6.7, а—в постоянные и все гармонические составляющие. Так, для рассматриваемой цепи ток  $i$  в резисторе с сопротивлением  $R$  и напряжение  $u_R$  соответственно равны

$$i = I_0 + i_1 + i_2, \tag{6.21}$$

$$u_R = U_{0R} + u_{1R} + u_{2R}. \tag{6.22}$$

Постоянные составляющие тока и напряжения на указанном резисторе, очевидно, определяются выражениями

$$I_0 = E_0 / (R' + R) \quad \text{и} \quad U_{0R} = E_0 R / (R' + R).$$

При расчете гармонических составляющих необходимо иметь в виду, что сопротивления индуктивных и емкостных элементов зависят от частоты, т. е. от порядкового номера гармоники:

$$X_{kL} = Lk\omega \quad \text{и} \quad X_{kC} = 1 / (Ck\omega).$$

Графики зависимости сопротивлений этих элементов от частоты, т. е. их частотные характеристики, приведены на рис. 6.8.

Расчет гармонических составляющих токов и напряжений можно производить с помощью комплексных чисел.

Комплексные сопротивления рассматриваемой цепи записываются в виде:

для первой гармоники

$$Z_1 = R + jL\omega + \frac{R' / jC\omega}{R' - j/C\omega} = Z_1 e^{j\varphi_1}, \tag{6.23}$$

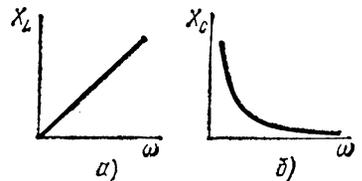


Рис. 6.8. Частотные характеристики индуктивного (а) и емкостного (б) элементов

для второй гармоники

$$\underline{Z}_2 = R + jL2\omega + \frac{R' / jC2\omega}{R' - j/C2\omega} = Z_2 e^{j\varphi_2}. \quad (6.23a)$$

Комплексные амплитуды первой и второй гармоник тока в резисторе  $R$  определяются выражениями

$$\dot{I}_{1m} = \dot{E}_{1m} / \underline{Z}_1 = I_{1m} e^{-j\varphi_1}, \quad (6.24)$$

$$\dot{I}_{2m} = \dot{E}_{2m} / \underline{Z}_2 = I_{2m} e^{-j\varphi_2}. \quad (6.24a)$$

В соответствии с (6.21) искомый ток в резисторе  $R$

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t - \varphi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t - \varphi_2). \quad (6.25)$$

Остальные токи в рассматриваемой цепи и напряжения на ее элементах определяют аналогично.

Действующие напряжения и токи элементов электрической цепи при воздействии сложных гармонических величин определяют по формулам (6.8), (6.9).

**Пример 6.1.** Найти токи в ветвях электрической цепи, схема которой приведена на рис. 6.9, если ток источника  $J(t) = (J_0 + J_{1m} \sin \omega t + J_{2m} \sin 2\omega t = 0,2 + 0,28 \sin 314t + 0,14 \sin 628t)$  А,  $R_1 = R_2 = 6$  Ом,  $L = 25,5$  мГн и  $C = 400$  мкФ.

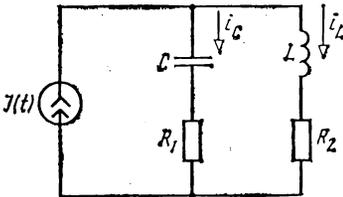


Рис. 6.9. Схема замещения цепи с источником несинусоидального тока

**Решение.** Постоянная составляющая тока в первой ветви равна нулю ( $I_{0C} = 0$ ) из-за наличия в ней конденсатора, а во второй ветви — постоянной составляющей тока источника, т. е.  $I_{0L} = J_0 = 0,2$  А.

Для первой гармоники тока комплексные сопротивления ветвей соответственно равны

$$\underline{Z}_{1C} = R_1 - j/C\omega = (6 - j8) \text{ Ом} \quad \text{и} \quad \underline{Z}_{1L} = R_2 + jL\omega = (6 + j8) \text{ Ом}.$$

Поэтому действующие токи в ветвях:

$$\begin{aligned} i_{1C} &= \frac{j_{1m} (R_2 + jL\omega)}{\sqrt{2} (R_1 - j/C\omega + R_2 + jL\omega)} = \frac{0,28 (6 + j8)}{\sqrt{2} \cdot 12} \\ &= 0,1 + j0,133 = 0,166 e^{j53^\circ 10'}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_{1L} &= \frac{j_{1m} (R_1 - j/C\omega)}{\sqrt{2} (R_1 - j/C\omega + R_2 + jL\omega)} = \frac{0,28 (6 - j8)}{\sqrt{2} \cdot 12} \\ &= 0,1 - j0,133 = 0,166 e^{-j53^\circ 10'}. \end{aligned}$$

Для второй гармоники тока комплексные сопротивления ветвей равны:

$$\underline{Z}_{2C} = (6 - j4) \text{ Ом} \quad \text{и} \quad \underline{Z}_{2L} = (6 + j16) \text{ Ом},$$

а токи в ветвях

$$\begin{aligned} i_{2C} &= \frac{j_{2m} (R_2 + jL2\omega)}{\sqrt{2} (R_1 - j/C2\omega + R_2 + jL2\omega)} = \frac{0,14 (6 + j16)}{\sqrt{2} (12 + j12)} \\ &= \frac{0,14 \cdot 17 e^{j69,5^\circ}}{\sqrt{2} \cdot 17 e^{j45^\circ}} = 0,1 e^{j24,5^\circ}, \end{aligned}$$

$$i_{2L} = \frac{j_{2m} (R_1 - j/C2\omega)}{\sqrt{2} (R_1 - j/C2\omega + R_2 + jL2\omega)} = \frac{0,14 (6 - j4)}{\sqrt{2} \cdot 17 e^{j45^\circ}} = 0,042 e^{-j78,5^\circ}.$$

Действующие токи в ветвях

$$I_C = \sqrt{0,166^2 + 0,1^2} = 0,194 \text{ А}, \quad I_L = \sqrt{0,2^2 + 0,166^2 + 0,042^2} = 0,263 \text{ А}.$$

Выражение (6.25) показывает, что форма кривой тока отличается от формы кривой э. д. с. (6.20), так как соотношение между амплитудами гармоник и постоянной составляющей тока иное, чем для э. д. с. Кроме того, начальные фазы гармоник тока отличаются от начальных фаз гармоник э. д. с.

Напряжение на резистивном элементе пропорционально току, поэтому форма кривой напряжения  $u_R$  аналогична форме кривой тока на этом элементе. Напряжения на индуктивном и емкостном элементах отличаются по форме от несинусоидального тока этих элементов.

Пусть ток при последовательном соединении резистивного, индуктивного и емкостного элементов (рис. 6.10) имеет кроме основной высшие гармонические составляющие. Сопротивление индуктивного элемента для  $k$ -й гармоники  $X_{kL} = Lk\omega$ . Поэтому отношение амплитуд высших гармоник напряжения на индуктивном элементе к амплитуде основной гармоники этого напряжения больше отношения соответствующих амплитуд гармоник тока к амплитуде его основной гармоники. Это различие тем больше, чем выше порядок гармоники:

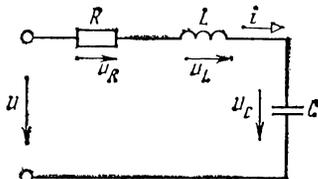


Рис. 6.10. Схема замещения цепи с последовательно соединенными резистивным, индуктивным и емкостным элементами

$$\frac{U_{kLm}}{U_{1Lm}} = \frac{Lk\omega I_{km}}{L\omega I_{1m}} = k \frac{I_{km}}{I_{1m}}. \quad (6.26)$$

Из (6.26) следует, что кривая напряжения на индуктивном элементе больше отличается от синусоиды, чем кривая тока, т. е. «удельный вес» высших гармоник в ней больше.

Сопротивление емкостного элемента для  $k$ -й гармоники

$$X_{kC} = 1/Ck\omega.$$

Поэтому отношение амплитуды  $k$ -й гармоники напряжения на емкостном элементе к амплитуде основной гармоники этого напряжения в  $k$  раз меньше отношения амплитуд соответствующих гармоник тока:

$$\frac{U_{kCm}}{U_{1Cm}} = \frac{I_{km}}{Ck\omega} \frac{C\omega}{I_{1m}} = \frac{1}{k} \frac{I_{km}}{I_{1m}}. \quad (6.27)$$

Следовательно, кривая напряжения на емкостном элементе меньше искажена, чем кривая тока.

Приведенные соотношения можно наглядно проиллюстрировать с помощью спектральных диаграмм. Пусть амплитудно-частотный спектр тока цепи рис. 6.10 характеризуется диаграммой, приведенной на рис. 6.11, а, т. е. ток содержит кроме основной вторую и третью гармоники.

Напряжение на индуктивном элементе имеет амплитудно-частотный спектр (рис. 6.11, б), характеризующийся тем, что относительные значения амплитуд второй и третьей гармоник этого напряжения соответственно в два и три раза больше относительных значений амплитуд второй и третьей гармоник тока.

Диаграмма амплитудно-частотного спектра напряжения на емкостном элементе (рис. 6.11, в) показывает, что «удельный вес» высших гармоник в напряжении  $u_c$  значительно меньше, чем в токе.

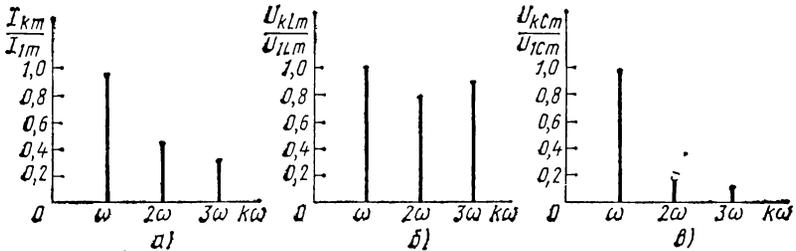


Рис. 6.11. Диаграммы амплитудно-частотного спектра тока (а), напряжений на индуктивном (б) и емкостном (в) элементах схемы замещения цепи рис. 6.10

Зависимость сопротивлений индуктивного и емкостного элементов от частоты позволяет использовать их в частотно-зависимых  $RL$ - и  $RC$ -цепях различного назначения: сглаживающих и резонансных фильтрах, избирательных  $RC$ -цепях, дифференцирующих и интегрирующих цепях.

### § 6.5. Электрические фильтры

**Сглаживающие фильтры.** При выпрямлении переменного тока как в однополупериодном, так и в двухполупериодном выпрямителе напряжение на нагрузочном резисторе помимо постоянной составляющей

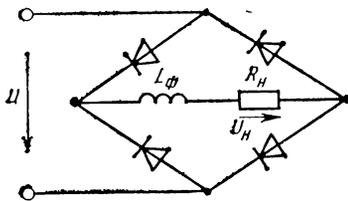


Рис. 6.12. Схема мостового выпрямителя с индуктивным фильтром

содержит гармонические составляющие значительной амплитуды. Для снижения пульсаций выпрямленного напряжения, т. е. уменьшения переменной составляющей, используют сглаживающие фильтры, являющиеся частотно-зависимыми двухполюсниками или четырехполюсниками. Простейшим является индуктивный сглаживающий фильтр, представляющий собой индуктивную катушку,

которая включается последовательно с нагрузочным резистором выпрямителя (рис. 6.12). Активное сопротивление индуктивной катушки выбирают существенно меньше сопротивления  $R_H$  нагрузочного резистора выпрямителя, так что постоянная составляющая тока от включения индуктивной катушки почти не уменьшается.

Индуктивность  $L_\phi$  катушки выбирают таким образом, чтобы индуктивное сопротивление для основной гармоники  $L_\phi \omega \gg R_n$ . При таком условии переменная составляющая тока через нагрузочный резистор  $R_n$  значительно меньше, чем в отсутствие фильтра. В результате пульсации напряжения на нагрузочном резисторе  $R_n$  при наличии фильтра снижаются в несколько раз. Степень снижения этих пульсаций характеризуется коэффициентом сглаживания, равным отношению коэффициентов пульсаций на входе и выходе фильтра:

$$S = q_{вх}/q_{вых}. \quad (6.28)$$

Более широкое применение по сравнению с индуктивными фильтрами получили емкостные фильтры. В этом случае параллельно нагрузочному резистору выпрямителя подключается конденсатор, емкостное сопротивление которого для основной гармоники должно быть много меньше сопротивления нагрузочного резистора. Благодаря этому переменная составляющая напряжения на нагрузочном резисторе значительно уменьшается и коэффициент пульсаций выпрямленного напряжения становится существенно меньше.

Более эффективное сглаживание выпрямленного напряжения можно получить путем использования сложных фильтров, например Г-образных LC-фильтров (рис. 6.13). В этих фильтрах индуктивная катушка уменьшает переменную составляющую тока, а конденсатор, уменьшая эквивалентное сопротивление цепи нагрузки  $Z_{ab}$ , снижает еще больше гармонические составляющие напряжения на нагрузочном резисторе. Коэффициент сглаживания таких фильтров может быть очень высоким.

**Резонансные фильтры.** Если периодическое несинусоидальное напряжение подведено к цепи с последовательно соединенными резистивным, индуктивным и емкостным элементами, то в цепи возможен резонанс напряжений для некоторой  $k$ -й гармоники. Действительно, для  $k$ -й гармоники может оказаться справедливым соотношение

$$Lk\omega = 1/Ck\omega. \quad (6.29)$$

Тогда действующий ток этой гармоники

$$I_k = U_k / \sqrt{R^2 + (Lk\omega - 1/Ck\omega)^2} = U_k / R. \quad (6.30)$$

Следовательно, в цепи имеет место резонанс напряжений для  $k$ -й гармоники, которая в зависимости от сопротивления будет более или менее резко выражена в кривой тока.

При параллельном соединении ветвей с индуктивной катушкой и конденсатором (рис. 6.14, а) возможен резонанс токов для некоторой  $k$ -й гармоники. Это произойдет при условии

$$b_{1k} = b_{2k}, \quad (6.31)$$

т. е. при равенстве реактивных проводимостей первой и второй ветвей для  $k$ -й гармоники.

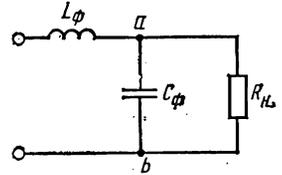


Рис. 6.13. Схема Г-образного LC-фильтра

В этом случае  $k$ -я гармоника тока  $i$  в неразветвленной части цепи совпадает по фазе с  $k$ -й гармоникой напряжения между точками  $a$  и  $b$  (рис. 6.14, б):

$$I_k = I_{1ak} + I_{2ak}.$$

Если сопротивления ветвей считать чисто реактивными, т. е. если можно принять  $g_1 = g_2 = 0$ , то при резонансе токов для  $k$ -й гармоники

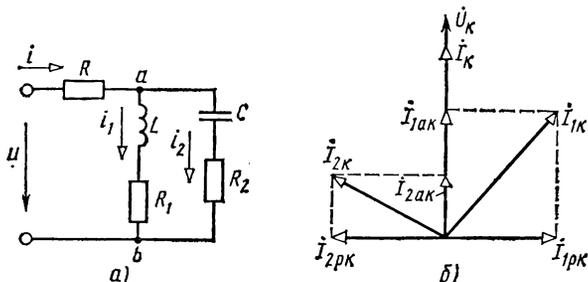


Рис. 6.14. Схема цепи с параллельным соединением ветвей с индуктивной катушкой и конденсатором (а) и векторная диаграмма токов и напряжения этой цепи (б)

в токе неразветвленной части цепи  $k$ -я гармоника будет отсутствовать. В этом идеализированном случае  $k$ -я гармоника напряжения будет полностью выделяться на участке  $ab$ , так как эквивалентное сопротивление параллельных ветвей для  $k$ -й гармоники бесконечно велико.

Резонансы напряжений и токов для отдельных гармоник используют в резонансных электрических фильтрах, которые влияют на форму кривой тока в нагрузочном устройстве.

Пусть на нагрузочном резисторе  $R_H$  должна быть резко выражена  $k$ -я гармоника напряжения. Этого можно достигнуть включением последовательно с резистором индуктивной катушки и конденсатора

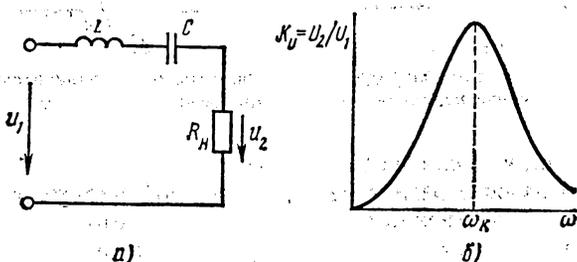


Рис. 6.15. Схема простейшего резонансного фильтра (а) и зависимость коэффициента передачи напряжения фильтра от частоты (б)

(рис. 6.15, а), настроенных в резонанс для  $k$ -й гармоники. Если индуктивная катушка на резонансной частоте имеет большую добротность  $Q = Lk\omega/R$ , то участок  $LC$  будет представлять более или менее значительное сопротивление для всех гармоник тока, кроме  $k$ -й. В результате  $k$ -я гармоника тока, а следовательно, и  $k$ -я гармоника напряжения

на резисторе  $R_H$  будет значительно больше всех остальных гармоник, а постоянная составляющая напряжения на нагрузочном резисторе будет отсутствовать. Зависимость коэффициента передачи напряжения  $K_U$  от частоты показана на рис. 6.15, б.

Данный фильтр можно дополнить параллельным резонансным контуром  $L_0C_0$ , настроенным в резонанс для  $k$ -й гармоники (рис. 6.16).

Спротивление контура  $L_0C_0$  для  $k$ -й гармоники будем считать бесконечно большим. Для остальных гармоник общее сопротивление разветвления уменьшается при включении этого контура, отчего снижается соответствующее напряжение на разветвлении. Практически с помощью фильтров, изображенных на рис. 6.16, можно выделить напряжение определенной полосы частот, вследствие чего такие фильтры называются **полосовыми**.

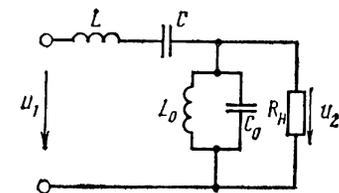


Рис. 6.16. Схема полосового фильтра

Если требуется исключить или существенно уменьшить  $k$ -ю гармонику в напряжении на нагрузочном резисторе  $R_H$ , то резонансные фильтры включают так, как показано на рис. 6.17, а. Такие фильтры называются **заградительными**. Фильтр, состоящий из параллельно соединенных индуктивной катушки и конденсатора, настроенных в резонанс для  $k$ -й гармоники, представляет собой **фильтр-пробку**.

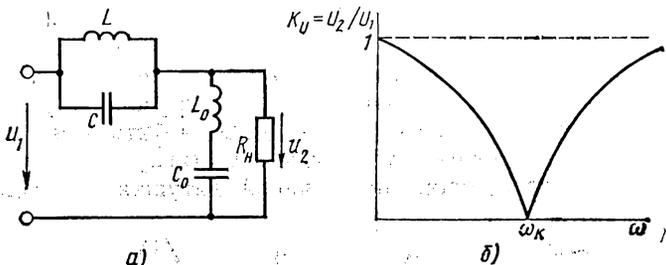


Рис. 6.17. Схема заградительного фильтра (а) и зависимость коэффициента передачи напряжения фильтра от частоты (б)

для  $k$ -й гармоники. Если из-за активной проводимости  $k$ -я гармоника тока не равна нулю в резисторе  $R_H$ , то второй фильтр, состоящий из последовательно соединенных и настроенных в резонанс индуктивного  $L_0$  и емкостного  $C_0$  элементов, шунтирует нагрузочный резистор на  $k$ -й гармонике. В результате на нагрузочном резисторе практически не будет выделяться напряжение  $k$ -й гармоники. Зависимость коэффициента передачи напряжения  $K_U$  от частоты показана на рис. 6.17, б.

### § 6.6. Избирательные, дифференцирующие и интегрирующие RC-цепи

**Избирательные RC-цепи.** Полосовые и заградительные электрические фильтры могут быть получены не только с помощью последовательных и параллельных резонансных контуров. Аналогичные частот-

но-зависимые цепи могут быть созданы при использовании только резистивных и емкостных элементов.

Примером полосового электрического  $RC$ -фильтра может служить четырехполюсник, схема которого приведена на рис. 6.18, *а* и получила название моста Вина; зависимость коэффициента передачи напряжения от частоты (амплитудно-частотная характеристика) моста

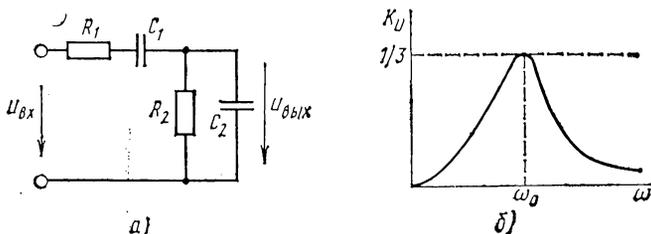


Рис. 6.18. Схема моста Вина (*а*) и его амплитудно-частотная характеристика (*б*)

Вина показана на рис. 6.18, *б*. На низких частотах выходное напряжение фильтра стремится к нулю из-за наличия конденсатора  $C_1$ , на высоких частотах выходные зажимы шунтируются конденсатором  $C_2$ . Из-за громоздкости здесь не приводятся выражения, анализ которых показывает, что при условиях  $R_1=R_2=R$  и  $C_1=C_2=C$  коэффициент передачи напряжения моста Вина  $K_U=U_{\text{вых}}/U_{\text{вх}}$  достигает максимального значения, равного  $1/3$  на частоте  $\omega_0=1/RC$ , называемой квазирезонансной.

Примером заградительного электрического фильтра, состоящего из резисторов и конденсаторов, является двойной  $T$ -образный

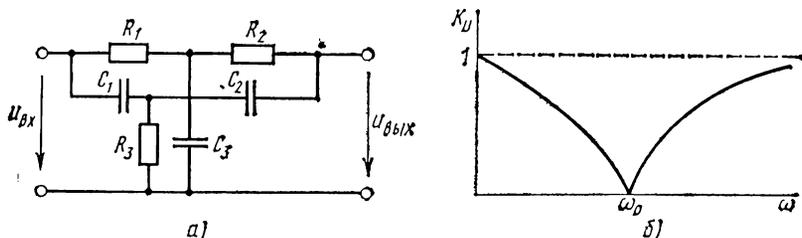


Рис. 6.19. Схема двойного  $T$ -образного моста (*а*) и его амплитудно-частотная характеристика (*б*)

ный мост (рис. 6.19, *а*), широко применяемый в различных электротехнических и электронных устройствах. Расчет выходного напряжения двойного  $T$ -образного моста приводит к очень сложным выражениям, поэтому здесь они опускаются. Анализ этих выражений показывает, что если принять  $R_1=R_2=R$ ,  $R_3=R/2$  и  $C_1=C_2=C$ ,  $C_3=2C$ , то на квазирезонансной частоте  $\omega_0=1/RC$  выходное напряжение будет равно нулю.

Из схемы двойного  $T$ -образного моста видно, что на низких частотах ( $\omega \rightarrow 0$ ) выходное напряжение практически равно входному, так

как оно полностью передается на выход моста через резисторы  $R_1$  и  $R_2$  при условии  $Z_n \gg R_1 + R_2$ . На высоких частотах сопротивления конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  малы, поэтому выходное напряжение также практически равно входному. Зависимость коэффициента передачи напряжения двойного Т-образного моста от частоты приведена на рис. 6.19, б.

**Дифференцирующие и интегрирующие RC-цепи.** Простейшая электрическая цепь, состоящая из последовательно соединенных конденсатора емкостью  $C$  и резистора сопротивлением  $R$  (рис. 6.20), при определенных условиях может создавать на выходе несинусоидальное напряжение, существенно отличающееся от несинусоидального входного напряжения. В частности, при определенных соотношениях параметров  $R$  и  $C$  выходное напряжение может быть пропорционально производной по времени от входного напряжения.

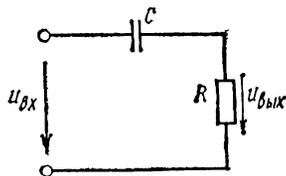


Рис. 6.20. Схема дифференцирующей RC-цепи

Действительно, уравнение электрического состояния рассматриваемой цепи, как известно, имеет вид

$$u_C + Ri = u_{вх} \quad (6.32)$$

или

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = u_{вх}.$$

Если выбрать постоянную времени  $\tau = RC$  цепи значительно меньше периода несинусоидального входного напряжения  $u_{вх}$ , то  $u_{вых} = Ri = RC \frac{du_C}{dt}$  будет значительно меньше напряжения на конденсаторе  $u_C$ , поэтому можно принять, что  $u_C \approx u_{вх}$ . При этом условии ток в цепи

$$i = C \frac{du_C}{dt} \approx C \frac{du_{вх}}{dt}, \quad (6.33)$$

**а** выходное напряжение

$$u_{вых} = Ri \approx RC \frac{du_{вх}}{dt}. \quad (6.34)$$

Степень точности, с которой выполняется это равенство, зависит от соотношения параметров дифференцирующей цепи. При этом следует иметь в виду, что чем точнее RC-цепь производит дифференцирование, тем меньше получается напряжение на выходе цепи.

Если в цепи рис. 6.20 поменять местами резистор и конденсатор, то полученная цепь (рис. 6.21) при определенном соотношении параметров будет интегрирующей. Для выполнения равенства

$$u_{вых} \approx k \int u_{вх} dt$$

параметры цепи необходимо выбрать такими, чтобы постоянная времени  $\tau=RC$  была много больше периода входного напряжения. При этом основное падение напряжения будет на резисторе  $R$ , а выходное напряжение окажется малым. Поэтому  $Ri \approx u_{вх}$  или  $i \approx u_{вх}/R$ , следовательно,

$$u_{вых} = \frac{1}{C} \int i dt \approx \frac{1}{RC} \int u_{вх} dt. \quad (6.35)$$

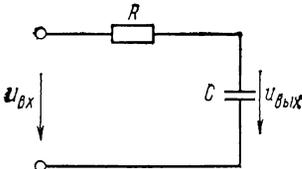


Рис. 6.21. Схема интегрирующей RC-цепи

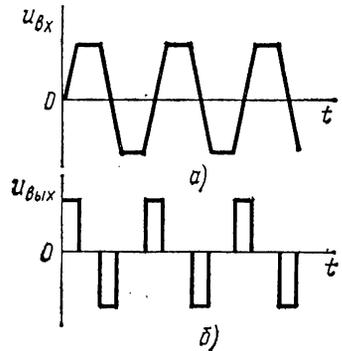


Рис. 6.22. График напряжения трапецидальной формы (а) и импульсы чередующейся полярности (б)

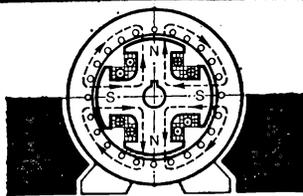
Таким образом, при достаточно большом значении произведения  $RC$  выходное напряжение цепи рис. 6.21 почти пропорционально интегралу от входного напряжения.

Дифференцирующие и интегрирующие цепи широко применяют в импульсной технике для преобразования одной формы импульсов в другую. В частности, используя дифференцирующую цепь, можно преобразовать напряжение трапецидальной формы (рис. 6.22, а) в импульсы чередующейся полярности (рис. 6.22, б), необходимые для запуска некоторых электронных устройств.

### Контрольные вопросы

1. Каковы причины возникновения несинусоидальных токов в электрических цепях?
2. Во сколько раз коэффициент пульсаций у выходного напряжения двухполупериодного выпрямителя меньше, чем у выходного напряжения однополупериодного выпрямителя?
3. Чему равен коэффициент амплитуды и коэффициент формы напряжения прямоугольной формы (см. рис. 6.2)?
4. Как изменяются сопротивления последовательного и параллельного резонансных контуров при изменении частоты?
5. Почему конденсатор, подключенный параллельно нагрузочному резистору выпрямителя, уменьшает пульсации выпрямленного напряжения?
6. Как показать, что коэффициент передачи моста Вина на квазирезонансной частоте равен  $1/3$ ?
7. Почему с увеличением постоянной времени погрешность дифференцирования с помощью дифференцирующей RC-цепи возрастает, а погрешность интегрирования интегрирующей RC-цепи уменьшается?

# Магнитные цепи и электромагнитные аппараты



## ГЛАВА 7

### МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ПОТОКА

#### § 7.1. Общие понятия об электромагнитных устройствах

Источники и приемники электрической энергии, рассмотренные в предыдущих главах как некие обобщенные основные элементы электрических цепей, представляют собой в общем случае сложные электромагнитные устройства, разнообразные по назначению, принципу действия и конструкции. Их работа основана на использовании магнитного поля.

Как известно из курса физики [20], явления, связанные с магнитным полем, могут быть описаны с помощью ряда таких физических величин, как магнитная индукция, магнитный поток, намагниченность, напряженность магнитного поля, магнитная проницаемость и др.

**Магнитная индукция  $\mathbf{B}$**  является основной характеристикой магнитного поля. Вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  определяют по силе  $\mathbf{F}$ , испытываемой зарядом  $Q$ , движущимся в магнитном поле со скоростью  $\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{F} = Q[\mathbf{v}\mathbf{B}].$$

**Магнитный поток  $\Phi$**  есть поток вектора магнитной индукции через площадь  $S$ :

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S},$$

где  $d\mathbf{S}$  — элемент поверхности  $S$ .

При однородном магнитном поле ( $B = \text{const}$ ) и перпендикулярном направлении линий поля к площадке

$$\Phi = BS.$$

**Намагниченность  $\mathbf{M}$**  есть магнитный момент единицы объема вещества:

$$\mathbf{M} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\sum \mathbf{m}}{V}.$$

Здесь  $\mathbf{m}$  — вектор магнитного момента элементарного контура тока (см. приложение 1);  $\mathbf{m} = i\mathbf{S}$ , где  $i$  — ток контура;  $\mathbf{S}$  — векторное представление площадки, ограниченной контуром тока.

Напряженность магнитного поля  $\mathbf{H}$  связана с намагниченностью соотношением

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{4\pi} \text{grad} \int \frac{\mathbf{MR}_0}{R_0^3},$$

где  $\mathbf{R}_0$  — радиус-вектор, направленный от точки расположения элементарного контура тока к точке наблюдения [20].

Величины  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{H}$  связаны друг с другом зависимостью

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}),$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

Для магнитного поля в ферромагнитной среде связь между магнитной индукцией  $\mathbf{B}$  и напряженностью поля  $\mathbf{H}$  нелинейная:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, \quad (7.1)$$

где  $\mu_r$  — относительная магнитная проницаемость, являющаяся функцией  $\mathbf{H}$ .

В СИ единицей магнитной индукции является тесла (Тл), магнитного потока — вебер (Вб), при этом  $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$ ; намагниченность и напряженность магнитного поля измеряются в амперах на метр (А/м), магнитная постоянная  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ .

Как известно, о наличии магнитного поля судят по воздействию, которое оно оказывает на помещенные в него тела. Различают индукционное и электро механическое (силовое) действия магнитного поля.

Индукционное действие магнитного поля состоит в том, что при перемещении проводника в постоянном магнитном поле в нем наводится электродвижущая сила (э.д.с.). Если магнитное поле переменное, то даже в неподвижном проводнике, помещенном в это поле, наводится э.д.с. На индукционном действии магнитного поля основана работа таких электромагнитных устройств, как трансформаторы (см. гл. 10), электрические генераторы (см. гл. 14), электроизмерительные приборы (см. гл. 11), электроизмерительные преобразователи (см. гл. 12) и др.

Электро механическое, или силовое, действие магнитного поля заключается в том, что помещенные в поле проводник с током или ферромагнитное тело испытывают действие силы со стороны этого поля. На силовом действии магнитного поля основана работа электрических двигателей (см. гл. 14), электромагнитных тяговых устройств, электромагнитных муфт, реле, электроизмерительных приборов и др.

Магнитное поле, необходимое для работы электромагнитного устройства, создается в его магнитной системе с помощью возбуждителя (катушки с током или постоянного магнита) и локализуется в заданном объеме за счет применения магнитопровода, выполненного из ферромагнитного материала.

Широкое использование ферромагнитных материалов во всех электромагнитных устройствах связано с тем, что магнитная прони-

цаемость этих материалов во много раз выше магнитной проницаемости воздуха, что позволяет усилить магнитное поле в заданном (рабочем) объеме. Кроме того, вследствие преломления магнитных силовых линий на границе раздела ферромагнитной и воздушной сред в этом объеме можно создать нужную топографию магнитного поля.

Далее приведены примеры нескольких электромагнитных устройств, в которых постоянное магнитное поле создается катушкой с постоянным током или постоянным магнитом. На рис. 7.1 представлена в упрощенном виде магнитная система электрической машины постоянного тока. На неподвижной части машины 1, называемой статором, размещены обмотки возбуждения 2, создающие постоянные магнитные потоки  $\Phi$ , магнитные линии которых замыкаются через статор, полюсные наконечники 3, воздушный зазор 4 и подвиж-

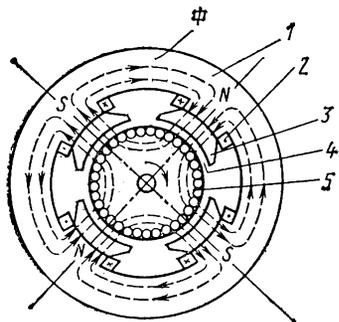


Рис. 7.1. Магнитная система машины постоянного тока

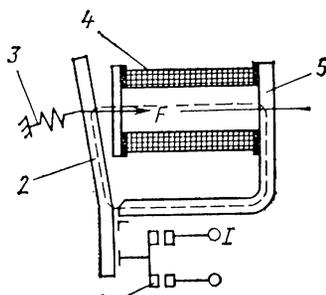


Рис. 7.2. Устройство электромагнитного реле

ную часть машины 5, называемую ротором. При вращении ротора от постороннего двигателя в витках его обмотки наводится э.д.с., так как неподвижное относительно статора магнитное поле является переменным для витков обмотки ротора. На этом принципе основана работа генераторов постоянного тока. Воздушный зазор в этом устройстве является неизбежным, он отделяет ротор от статора. Размеры зазора определяются механическими факторами; допусками при изготовлении, вибрацией и т. п. Обычно длина зазора составляет от десятых долей до единиц миллиметра.

В электромагнитных реле (рис. 7.2) зазор между подвижной и неподвижной частями магнитопровода зависит от требуемой электрической прочности промежутка между контактами. В этом аппарате магнитный поток  $\Phi$ , возбуждаемый обмоткой 4, создает усилие  $F$ , которое преодолевает действие пружины 3 и притягивает якорь 2 к ярму 5. При этом происходит размыкание контактов 1 в цепи тока  $I$ , и она прерывается. Следовательно, в данном устройстве используется электромеханическое действие магнитного поля. При этом усилие  $F$  пропорционально квадрату магнитной индукции  $B$  в воздушном зазоре. Электромагнитные реле широко применяют в цепях управления и регулирования электроприводов и других устройств.

В магнитопроводе электроизмерительного прибора (рис. 7.3) размеры зазора диктуются толщиной рамки, поворачивающейся в этом зазоре. В магнитоэлектрическом измерительном механизме, представленном на рис. 7.3, магнитный поток  $\Phi$  создается внутрирамочным постоянным магнитом 1 и замыкается через полюсные наконечники 2, воздушный зазор 3 и кольцевой магнитопровод 4.

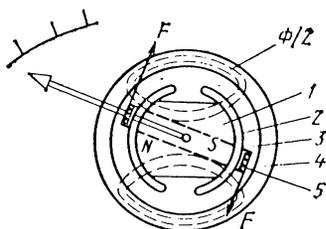


Рис. 7.3. Устройство магнитоэлектрического измерительного прибора

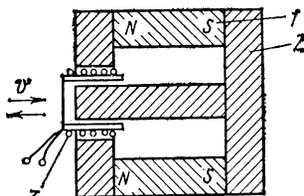


Рис. 7.4. Устройство индуктивного преобразователя перемещений

Под действием тока  $I$  в рамке 5, представляющей собой обмотку, нанесенную на алюминиевый каркас и расположенную в магнитном поле, создается сила  $F$ , действующая на активные стороны рамки, вследствие этого возникает вращающий момент, поворачивающий рамку и укрепленную на ней стрелку. Воздушный зазор в этом устройстве составляет десятые доли миллиметра, т. е. магнитопровод почти замкнутый, благодаря чему в зоне нахождения рамки создается сильное магнитное поле, повышающее чувствительность прибора. Кроме того, наличие кольцевого магнитопровода и скругленных полюсных наконечников способствует тому, что поле в зазоре радиальное. Благодаря этому достигается равномерность шкалы прибора, что повышает точность и удобство отсчета. Аналогично создается сильное радиальное магнитное поле и в ферродинамических приборах (см. гл. 11).

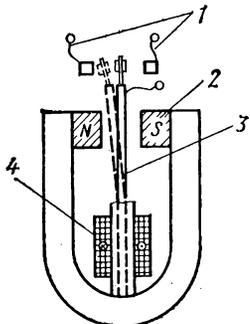


Рис. 7.5. Устройство поляризованного реле

На рис. 7.4 показано устройство индукционного преобразователя, применяемого в измерителе скорости линейных перемещений  $v$ . Магнитная система преобразователя состоит из цилиндрического постоянного магнита 1 и деталей магнитопровода 2. В кольцевом зазоре этой системы создается постоянное радиальное магнитное поле. Измерительная катушка 3, связанная механически с перемещаемым объектом измерения, может перемещаться в зазоре, пересекая силовые линии магнитного поля. При этом на концах обмотки наводится э.д.с., пропорциональная скорости перемещения.

В рассмотренных устройствах магнитные потоки создаются либо одним возбудителем (рис. 7.2, 7.3 и 7.4), либо несколькими однотипны-

ми возбудителями (рис. 7.1). Однако есть и более сложные устройства с разного вида возбудителями. К ним относятся дроссели с подмагничиванием, магнитные усилители, поляризованные реле и др. В качестве примера на рис. 7.5 приведено устройство поляризованного реле, работающего в цепях постоянного тока. В этом аппарате имеются два возбудителя постоянного магнитного потока — обмотка 4 с током и постоянный магнит 2. Создаваемые ими магнитные потоки могут быть направлены согласно или встречно в воздушном зазоре, в котором помещен якорь 3. Этот якорь притягивается в ту или иную сторону в зависимости от полярности тока в катушке. Соответственно этому происходит замыкание правого или левого контакта 1. Таким образом, это устройство тоже основано на электро-механическом действии поля. Ток в катушке такого реле называется управляющим током, так как он создает поле, дополнительное к основному сильному полю постоянного магнита, и управляет направлением движения якоря и замыканием контактов 1.

## § 7.2. Характеристики ферромагнитных материалов в стационарных магнитных полях

Свойства ферромагнитных материалов, находящихся под воздействием постоянного (стационарного) поля, принято описывать зависимостью магнитной индукции  $B$  от напряженности магнитного поля  $H$ . Эта зависимость устанавливается опытным путем с помощью специальных кольцевых образцов (рис. 7.6) и прецизионных магнитных установок.

Если материал образца предварительно размагнитить, а затем медленно увеличивать ток в обмотке, подключенной к источнику

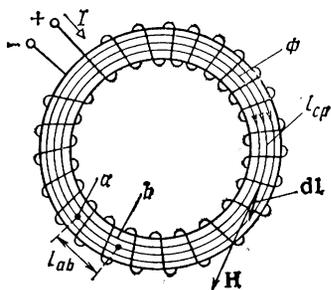


Рис. 7.6. Кольцевой магнитопровод с равномерной намагничивающей обмоткой

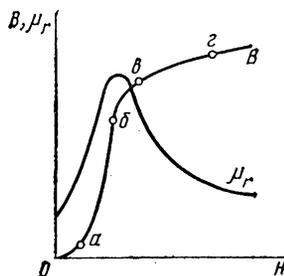


Рис. 7.7. Кривые первоначального намагничивания и магнитной проницаемости

постоянного напряжения, то напряженность магнитного поля  $H$  и магнитная индукция  $B$  будут возрастать от нулевых значений по кривой, называемой кривой первоначального намагничивания (рис. 7.7). Эту кривую, имеющую нелинейный характер, можно разбить на участки:  $Oa$  — начальная область намагничивания,  $ab$  — область интенсивного намагничивания,  $бв$  — участок перегиба кривой, который называют коленом кривой, и  $вz$  — участок

насыщения материала, для которого намагниченность насыщения  $M_s = \text{const}$  (ГОСТ 19880—74).

Отношение магнитной индукции  $B$  к напряженности магнитного поля  $H$  называют абсолютной магнитной проницаемостью:

$$\mu_a = B/H. \quad (7.2)$$

Она равна произведению относительной магнитной проницаемости  $\mu_r$  и магнитной постоянной  $\mu_0$ , т. е.  $\mu_a = \mu_r \mu_0$ . Поэтому относительная магнитная проницаемость материала

$$\mu_r = \mu_a / \mu_0 = B / \mu_0 H. \quad (7.3)$$

Относительная магнитная проницаемость ферромагнитного материала  $\mu_r$  является величиной непостоянной, зависящей от напряженности магнитного поля; она больше единицы ( $\mu_r > 1$ ) и для многих материалов составляет тысячи и десятки тысяч. Относительная магнитная проницаемость  $\mu_r$  показывает, во сколько раз магнитная проницаемость  $\mu_a$  данного материала больше магнитной проницаемости вакуума, которая равна магнитной постоянной. На рис. 7.7 показана также зависимость  $\mu_r(H)$ .

Из курса физики известно, что намагничивание ферромагнитных материалов сопровождается явлением гистерезиса, т. е. отставанием изменения индукции  $B$  от изменения напряженности поля  $H$ .

Это явление обусловлено в основном внутренним трением между границами областей самопроизвольного намагничивания и сопровождается потерями энергии.

Если сначала намагнитить материал, т. е. увеличить напряженность магнитного поля  $H$ , а затем уменьшить ее значение до нуля и далее, изменив направление  $H$ , снова увеличить напряженность с последующим уменьшением до нуля и т. д., то в результате такого циклического медленного перемагничивания получим зависимость  $B(H)$  в виде замкнутого цикла, называемого петлей гистерезиса.

Рис. 7.8. Семейство петель магнитного гистерезиса

При разных максимальных значениях напряженности внешнего магнитного поля  $H$  получится семейство петель гистерезиса (рис. 7.8). Если при намагничивании материал был доведен до насыщения, то полученная петля называется предельной петлей гистерезиса. Она характеризуется тем, что при дальнейшем увеличении напряженности магнитного поля форма петли не изменяется. Две точки предельной петли — остаточная индукция  $B_r$  и коэрцитивная сила  $H_c$  — являются паспортными характеристиками материала. Петля гистерезиса получается при очень медленном перемагничивании материала и называется статической петлей. Кривая, проведенная через вершины всех петель гистерезиса, называется основной

кривой намагничивания, она практически совпадает с кривой первоначального намагничивания.

Площадь петли гистерезиса, равная  $\oint HdB$ , пропорциональна энергии, выделяющейся в единице объема ферромагнитного вещества за один цикл перемагничивания.

В электротехнических устройствах применяют различные ферромагнитные материалы. Они делятся на магнитомягкие и магнитотвердые. Магнитомягкие материалы, обладающие свойством легко перемагничиваться, используют в основном для изготовления магнитопроводов магнитных систем, а магнитотвердые материалы, обладающие свойством задерживать остаточную намагниченность, — для изготовления постоянных магнитов.

К магнитомягким материалам относятся материалы с узкой петлей гистерезиса ( $H_c$  менее 4 кА/м), важнейшими из них являются: технически чистое железо (низкоуглеродистая электротехническая сталь), листовая электротехническая сталь (железосилицистая сталь), железоникелевые сплавы (пермаллой) и магнитомягкие ферриты. Сюда же относятся литая сталь, магнитодиэлектрики, конструкционные стали и др.

Низкоуглеродистая электротехническая сталь (технически чистое железо) содержит углерода менее 0,04%, кремния менее 0,3% и отличается низким удельным электрическим

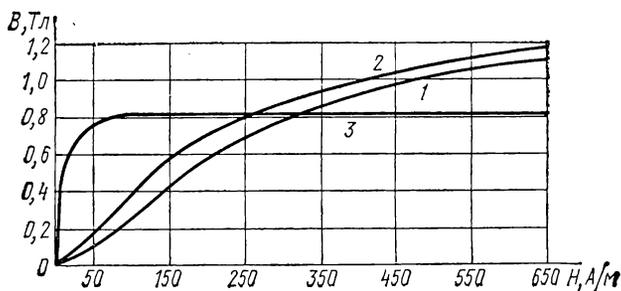


Рис. 7.9. Кривые намагничивания:

1 — стали 10895 (Э12); 2 — стали 1512 (Э42); 3 — пермаллой

сопротивлением. На рис. 7.9 приведена основная кривая намагничивания (кривая 1) низкоуглеродистой электротехнической стали марки 10895 (Э12). Эта сталь используется в устройствах, работающих на постоянном токе и на низкой частоте.

Листовая электротехническая сталь (железосилицистая сталь) является наиболее распространенным ферромагнитным материалом. Ее изготавливают в виде тонких листов в основном толщиной 0,35—0,5 мм и применяют в устройствах, работающих на переменном токе. На рис. 7.9 приведена кривая намагничивания стали марки 1512 (Э42) — кривая 2. Подробнее характеристики этой стали описаны в гл. 8.

Пермаллои представляют собой сплав железа и никеля с добавлением хрома, молибдена, меди и других элементов. Относительная магнитная проницаемость пермаллоев в сотни и тысячи раз выше, магнитная индукция насыщения в 1,5—2 раза меньше, коэрцитивная сила в 10—50 раз меньше, чем у электротехнических сталей (рис. 7.9, кривая 3). Пермаллои применяют в основном в малогабаритных устройствах, таких, как реле, в качестве магнитных экранов и др. Кроме того, находят применение также магнитомягкие ферриты и пермендюр [26].

При проектировании того или иного электромагнитного устройства, сравнивая кривые намагничивания, выбирают материал, который более целесообразно использовать при заданных технических условиях (габариты, ток в обмотке и др.).

К магнитотвердым материалам, применяемым для изготовления постоянных магнитов, относятся магнитотвердые сплавы, получаемые на основе сплавов железа, никеля, алюминия, кобальта (литые и металлокерамические магниты) и магнитотвердые ферриты.

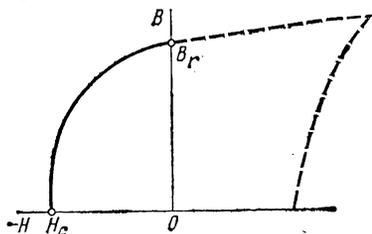


Рис. 7.10. Кривые размагничивания магнитотвердого материала

Магнитотвердый сплав, изготовленный в виде бруса, стержня или магнита подковообразной либо роогообразной формы, намагничивается в замкнутой магнитной цепи специального устройства, создающего сильное магнитное поле. После выключения намагничивающего тока этот материал сохраняет свою намагниченность. На рис. 7.10 показаны характерные для магнитотвердых материалов части петли гистерезиса, описывающие свойства постоянных магнитов в замкнутой цепи. Эти кривые называют кривыми размагничивания (или спинками гистерезисных петель), они располагаются во втором квадранте ( $B > 0, H < 0$ ).

Кривые размагничивания характеризуются тремя важными точками: остаточной индукцией  $B_r$ , коэрцитивной силой  $H_c$  и координатами точки наибольшей энергии  $B_d H_d = (BH)_{\max}$ . Энергетический параметр  $(BH)_{\max}$  характеризует значение наибольшей удельной энергии, которую магнит может создать в рабочем зазоре, граничащем с его полюсами.

Значительную часть постоянных магнитов получают из магнитотвердых материалов, изготавливаемых на основе сплавов железа, никеля, алюминия и кобальта (АЛЪНИКО) в виде литых магнитов (марки ЮНД и ЮНДК). Эти материалы отличаются

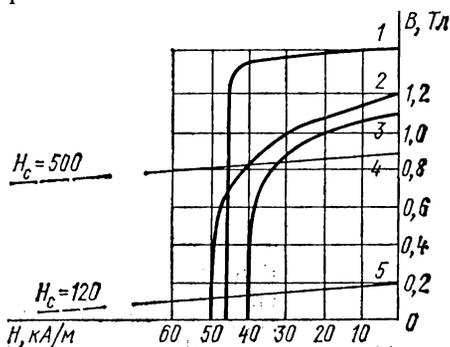


Рис. 7.11. Кривые размагничивания:

1 — литой сплав ЮН13ДК25А; 2 — литой сплав ЮН14ДК24; 3 — металлокерамический материал ММК-8; 4 — редкоземельный сплав КСП37А; 5 — бариевый феррит 6БИ240

высокой твердостью и обрабатываются только шлифовкой или электроискровым методом, но обладают хорошими магнитными свойствами. Литые магниты используют в виде крупных магнитов всех назначений, например в роторах тахогенераторов, статорах исполнительных двигателей, магнитных муфтах, измерительных приборах и поляризованных реле.

Для радиоэлектронной и другой аппаратуры применяют специальные сплавы с использованием редкоземельных элементов в соединении с кобальтом (марки КС и КСП). Эти материалы обладают рекордно высокой коэрцитивной силой и высокой магнитной энергией, позволяют осуществлять предельную миниатюризацию магнитных систем и поэтому являются весьма перспективными.

Широкое применение находят также магниты, получаемые методами порошковой металлургии, в первую очередь металлокерамические сплавы (марки ММК). По магнитным свойствам они уступают литым магнитам и имеют более высокую стоимость, но зато не требуют дополнительной механической обработки. Их используют для изготовления мелких магнитов.

Магнитотвердые ферриты (марки БИ, БА, СА, КА и др.) в отличие от магнитомягких изготавливают с использованием оксидов бария, кобальта и стронция. Магниты из этих материалов используют в электронных приборах, микрогенераторах и др.

На рис. 7.11 приведены для сравнения кривые размагничивания некоторых магнитотвердых материалов [18].

### § 7.3. Магнитные системы и магнитные цепи

Намагничивающая катушка (или постоянный магнит) создают магнитное поле как в магнитопроводе, так и в окружающем пространстве, вследствие чего это поле в реальных электромагнитных устройствах является трехмерным и достаточно сложным. Полный анализ и точный расчет магнитных систем этих устройств представляет большие трудности и требует достаточного опыта и математических навыков.

Как правило, вначале при проектировании магнитной системы осуществляют упрощенный прикидочный расчет, что позволяет выяснить примерные размеры и формы будущей магнитной системы. Далее, опираясь на полученные данные, проводят более точные анализы и расчеты с применением специальных методов.

В некоторых практических случаях задачу упрощают, вводя ряд допущений, и описывают магнитную систему аналитическими формулами. Анализ задачи по аналитическим формулам, если они достаточно точно отражают картину магнитного поля, позволяет делать не только количественные, но и качественные выводы о поведении системы при изменении отдельных ее параметров, сравнительно просто сопоставлять различные варианты систем и определять по заданным критериям оптимальные параметры. Эти аналитические формулы удобно применять для анализа простых магнитных систем.

В большинстве практических случаев магнитные системы и топография магнитного поля в них оказываются довольно сложными и их трудно описать простыми аналитическими выражениями. Для точного расчета таких систем широко применяют численные методы расчета топографии поля внутри системы, опираясь на уравнения Максвелла.

Для статического магнитного поля система дифференциальных уравнений Максвелла имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{J}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \\ \mathbf{B} &= \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

где  $\mathbf{J}$  — вектор плотности электрического тока;  $\mathbf{H}$  — вектор напряженности магнитного поля;  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции;  $\mathbf{M}$  — вектор намагниченности ферромагнетика.

Используя эти уравнения и граничные условия (равенство нормальных составляющих индукции и тангенциальных составляющих напряженности поля) на границах областей, получают задачу, имеющую единственное решение. Способы решения задачи могут быть разные.

Наиболее точными и универсальными оказываются прямые методы численного анализа полей. В этом случае систему дифференциальных уравнений заменяют системой алгебраических уравнений и, задаваясь конкретными граничными условиями, а также используя ЭВМ, рассчитывают топографию поля магнитной системы. Как правило, эти методы оказываются сложными, однако они позволяют получить достаточно точное решение для сравнительно сложных магнитных систем, что невозможно сделать простыми аналитическими методами. Используя теорию планирования эксперимента или методы нелинейного программирования, производят при необходимости поиск оптимальных параметров наилучшей магнитной системы.

Существуют промежуточные, упрощенные методы расчета, в которых принимают некоторые допущения, например объемные катушки с током заменяют плоским «настилом» (слоем) тока и др.

Наиболее употребительными численными методами являются метод интегральных уравнений (метод вторичных источников) и расчет дифференциальных уравнений методом сеток (этот метод широко распространен в практике проектирования магнитных систем). При использовании этих методов [12] исследуемую область системы разбивают на ряд более мелких областей и чем дискретнее будет это деление, тем точнее расчет поля. В связи с этим существенно возрастает порядок системы уравнений (в методе сеток он доходит до 2000—4000), и анализ системы возможно проводить только с помощью ЭВМ. Применение ЭВМ в сочетании с разработкой универсальных численных алгоритмов расчета полей открывает широкие возможности для систем автоматизации проектирования (САПР) электромагнитных устройств.

Кроме численных методов магнитные системы рассчитывают методом электрического моделирования. Этот метод обладает меньшей точностью и требует наличия специальной установки, он менее универсален, но зато более нагляден, так как позволяет сразу наблюдать всю картину поля. Его применяют для исследования двухмерных полей.

Для расчета магнитных полей используют также комбинированный метод, при котором составляют систему нелинейных уравнений для нелинейной среды и по методу сеток составляют уравнения для воздушной среды. На границе раздела сред производят «сшивание» областей. Этот метод значительно сокращает длительность и трудоемкость расчета.

**Пример 7.1.** Произвести расчет магнитной системы, представленной на рис. 7.12, методом сеток со шшиванием и решений для смежных областей [15].

**Решение.** Расчет производим на основе системы уравнений:

$$\nabla \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{H} = -\nabla \varphi \quad \text{и} \quad \mathbf{B} = f(\mathbf{H}),$$

По определению,

$$\nabla \mathbf{B} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\int_{S_j} \mathbf{B} d\mathbf{S}}{\Delta V_j}. \quad (7.5)$$

Переходя к конечным значениям, получаем уравнение

$$\frac{1}{\Delta V_j} \int_{S_j} \mathbf{B} d\mathbf{S} \approx \frac{1}{\Delta V_j} \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_i \Delta S_i = 0. \quad (7.6)$$

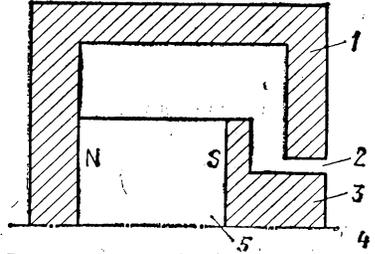


Рис. 7.12. Магнитная система динамического громкоговорителя: 1 — внешний стакан; 2 — рабочий зазор; 3 — полюсный наконечник; 4 — ось симметрии; 5 — постоянный магнит

Отсюда для среды с магнитотвердым материалом получаем фундаментальное уравнение для узлов сетки двухполюсников, замещающих объемы дискретизированного пространства:

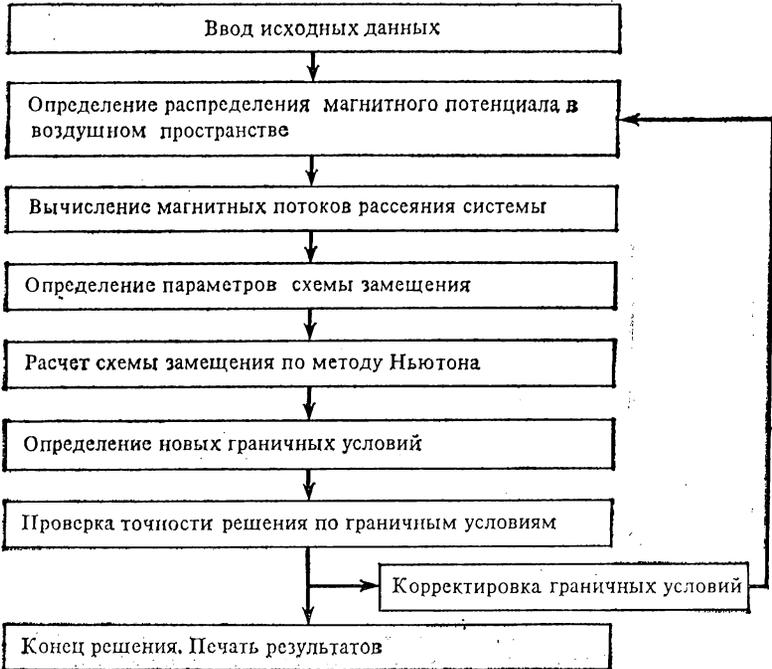
$$\sum_{i=1}^m \Phi_{\alpha, i}(U_{\alpha, i}) + \sum_{i=m}^n \Phi_{\beta, i}(U_{\beta, i}) = 0, \quad (7.7)$$

где  $\Phi_i(U_i) = B_i |(\varphi_i - \varphi_0) / \Delta l_i| \Delta S_i$  — уравнение вебер-амперной характеристики элементарных объемов;  $\alpha$  и  $\beta$  — линии текстуры магнитотвердого материала [4].

Для немагнитной области

$$\Phi_i(U_i) = U_i \Delta l_i / \mu_0 \Delta S_i = U_i / R_i. \quad (7.7a)$$

Алгоритм решения задачи методом «сшивания» областей имеет следующие этапы:



При упрощенных инженерных поверочных анализах магнитной системы устройства расчет производят без учета трехмерности и сложности магнитного поля.

Поскольку благодаря особым свойствам ферромагнитных материалов, из которых изготавливают магнитопроводы, основная часть линий магнитного поля катушки сосредоточивается в магнитопроводе и рабочем зазоре, отвлекаясь от реального распределения магнитной индукции в системе, магнитный поток считают сосредоточенным исключительно в магнитопроводе и рабочем зазоре.

Более того, магнитную индукцию и напряженность магнитного поля считают равномерно распределенными по объему магнитопровода и зазора, т. е. используют усредненные значения магнитной индукции и напряженности магнитного поля.

В этом случае принято говорить не о магнитной системе, а о магнитной цепи, понимая под ней совокупность ферромагнитных тел и сред, по которым замыкается главный (рабочий) магнитный поток системы и электромагнитные процессы в которой могут быть описаны с помощью понятий магнитодвижущей силы (м. д. с.), магнитного потока и разности магнитных потенциалов (см. § 7.4).

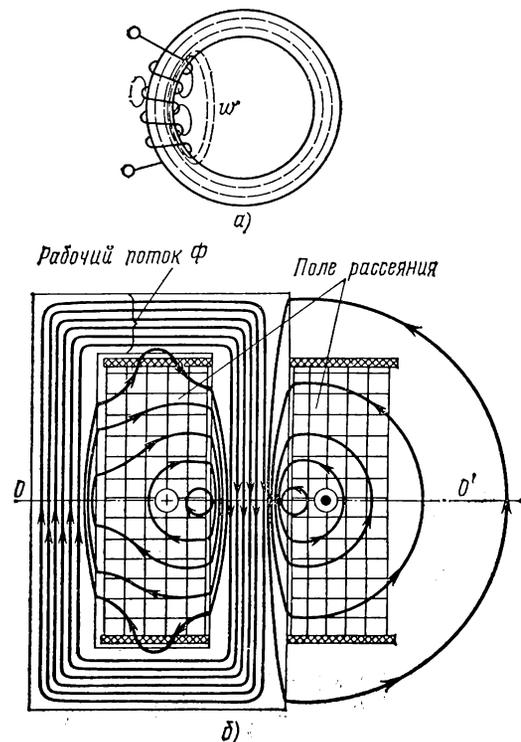


Рис. 7.13. Магнитные цепи с замкнутым кольцевым (а) и прямоугольным (б) магнитопроводами и сосредоточенной намагничивающей обмоткой

При такой замене реальную картину магнитного поля устройства изображают упрощенным распределением магнитных линий в магнитной цепи: магнитный поток считают образованным параллельными магнитными линиями, равномерно распределенными по сечению магнитопровода. Это значительно облегчает анализ магнитных систем и позволяет производить их расчет с достаточной для практики точностью.

Рассмотрим типы магнитных цепей. Магнитные цепи делятся на однородные и неоднородные, неразветвленные и разветвленные. В однородной магнитной цепи рис. 7.6, образованной замкнутым кольцевым магнитопроводом с равномерной намагничивающей

обмоткой, каждый кольцевой замкнутый контур совпадает с одной из магнитных линий. Каждый виток обмотки создает линии магнитной индукции, которые, замыкаясь по магнитопроводу, сливаются в общий магнитный поток. В этой цепи магнитные линии проходят в одной

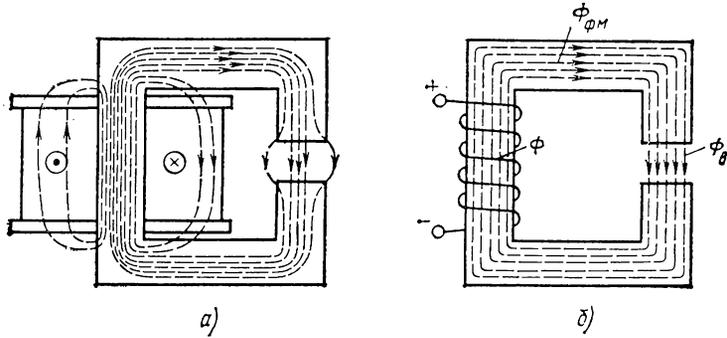


Рис. 7.14. Магнитная цепь с незамкнутым прямоугольным магнитопроводом и сосредоточенной намагничивающей обмоткой:  
*a* — реальная картина магнитного поля; *б* — идеализированная магнитная цепь

среде и напряженность магнитного поля вдоль линий не изменяется. Подобные магнитные цепи называются однородными. Рассеяние при таком магнитопроводе минимально, в этом случае картина магнитного поля близка к реальной. Поэтому указанные кольцевые магнитопроводы используют в качестве стандартизованных образцов, применяемых для определения магнитных характеристик материалов.

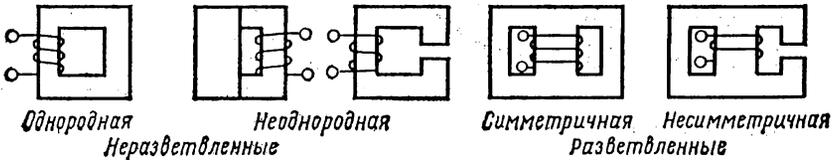


Рис. 7.15. Эскизы типов магнитных цепей

Однако в практике чаще встречаются устройства не с равномерно распределенной обмоткой, а с обмоткой, сосредоточенной в одном месте кольцевого или прямоугольного магнитопровода (рис. 7.13, *a*, *б*). В этих случаях часть магнитных линий замыкается не только по магнитопроводу, но и в окружающем пространстве, образуя линии рассеяния магнитного поля. Как было сказано, для удобства расчета магнитных цепей реальную картину заменяют идеализированной.

На рис. 7.14 представлена магнитная цепь с незамкнутым прямоугольным магнитопроводом и сосредоточенной намагничивающей обмоткой: на рис. 7.14, *a* показана реальная картина распределения магнитных линий, сопровождаемая рассеянием и выпучиванием магнитных линий, в воздушном зазоре, на рис. 7.14, *б* — идеализирован-

ная магнитная цепь, в которой считается, что весь магнитный поток  $\Phi$ , созданный обмоткой с током, проходит только по магнитопроводу и является равномерным и постоянным в магнитопроводе ( $\Phi_{\text{фм}}$ ) и воздушном зазоре ( $\Phi_{\text{в}}$ ), т. е. принимается  $\Phi_{\text{фм}} = \Phi_{\text{в}} = \Phi$  и  $S_{\text{фм}} = S_{\text{в}} = S$ , откуда получается, что магнитная индукция в любой точке тоже является одинаковой:  $B_{\text{фм}} = B_{\text{в}} = B$ . Однако напряженность магнитного поля в ферромагнитном материале и воздушном зазоре различная, поэтому такую магнитную цепь называют *неоднородной*. Анализ неоднородных магнитных цепей рассмотрен в § 7.4.

Кроме магнитных цепей с одним магнитным потоком, называемых *неразветвленными*, встречаются устройства, магнитные цепи которых содержат разветвляющиеся участки, по которым замыкаются разные магнитные потоки. Из рассмотренных устройств к ним относятся электрическая машина (см. рис. 7.1) и поляризованное реле (см. рис. 7.5). Такие магнитные цепи называют *разветвленными*. На рис. 7.15 приведены эскизы различных типов магнитных цепей.

#### § 7.4. Анализ неразветвленных магнитных цепей

Неразветвленные магнитные цепи присущи большому числу различных устройств (см. § 7.1), при этом встречаются устройства как с замкнутым магнитопроводом, так и с магнитопроводами, имеющими воздушный зазор. Но в обоих случаях, как было принято (см. § 7.3), будем считать, что магнитный поток в таких неразветвленных цепях в любом сечении магнитопровода один и тот же ( $\Phi = \text{const}$ ).

Из курса физики известна теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля, согласно которой *циркуляция вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  по некоторому контуру равна алгебраической сумме макроскопических токов, охватываемых этим контуром*.

Если макроскопические токи  $I_{\text{к}}$  проходят по проводам, охватываемым контуром длиной  $l$ , то

$$\oint_l \mathbf{H} \, d\mathbf{l} = \sum I_{\text{к}}. \quad (7.8)$$

В магнитопроводе простейшей магнитной цепи рис. 7.6 направление векторов  $\mathbf{H}$  и  $d\mathbf{l}$  при обходе цепи по контуру интегрирования совпадают, поэтому векторное произведение  $\mathbf{H}d\mathbf{l}$  может быть заменено произведением величин  $H$  и  $dl$ :  $\mathbf{H}d\mathbf{l} = Hdl$ . Вследствие однородности поля в такой магнитной цепи напряженность поля является величиной постоянной, т. е.  $H = \text{const}$  по всей длине замкнутого контура. Под суммой макроскопических токов для рассматриваемой цепи следует понимать произведение количества витков обмотки и тока в ней, т. е.

$\sum_k I_{\text{к}} = \omega I$ . Тогда выражение (7.8) преобразуется в формулу

$$\oint_l H \, dl = \omega I. \quad (7.9)$$

Данная формула в электротехнике представляет собой выражение закона полного тока для простейшей однородной магнитной цепи. Под полным током понимают произведение  $\omega I = F$ . Величина  $F$  называется магнитодвижущей силой обмотки (м.д.с.). Если принять напряженность поля соответствующей ее значению по средней линии магнитопровода  $l_{\text{ср}} = 2\pi r_{\text{ср}}$ , то получим простое выражение закона полного тока

$$H l_{\text{ср}} = F, \quad (7.10)$$

т. е. произведение напряженности магнитного поля и длины средней магнитной линии равно м.д.с. обмотки.

При анализе магнитных цепей вводят также понятие разности магнитных потенциалов между двумя точками магнитной цепи, например между точками  $a$  и  $b$  цепи рис. 7.6:  $\Phi_{\text{м}a} - \Phi_{\text{м}b}$ , которая приравняется магнитному напряжению  $U_{\text{м}ab}$ , равному произведению напряженности магнитного поля и соответствующей ей длины участка цепи:

$$U_{\text{м}ab} = H l_{ab}.$$

Окончательно для магнитной цепи с однородным ферромагнитным магнитопроводом получаем расчетную формулу закона полного тока:

$$H_{\text{фм}} l_{\text{ср}} = \omega I. \quad (7.11)$$

Если известна м.д.с. обмотки  $F = \omega I$ , то из (7.11) можно определить напряженность магнитного поля  $H_{\text{фм}}$  в магнитопроводе и, зная материал, из которого он изготовлен, по кривой намагничивания найти магнитную индукцию  $B_{\text{фм}}$  и магнитный поток  $\Phi_{\text{фм}} = B_{\text{фм}} S_{\text{фм}}$ . Иногда в практике может встретиться обратный случай: нужно определить м.д.с. обмотки, которая обеспечила бы заданное значение магнитного потока в магнитопроводе. Тогда задачу решают в обратном порядке: по  $\Phi_{\text{фм}}$  определяют  $B_{\text{фм}} = \Phi_{\text{фм}} / S_{\text{фм}}$ , далее по кривой намагничивания материала магнитопровода находят  $H_{\text{фм}}$  и по ней  $F = \omega I = H_{\text{фм}} l_{\text{ср}}$ .

Несколько сложнее оказывается анализ неоднородной магнитной цепи, содержащей неоднородные магнитные участки, в частности немагнитный (воздушный) зазор (например, магнитопровод рис. 7.14, б). В этом случае закон полного тока записывается в виде

$$\sum H_i l_i = \omega I, \quad (7.12)$$

где  $i$  — номер однородного участка, входящего в магнитную цепь.

Для магнитной цепи рис. 7.14, б, содержащей два неоднородных участка  $l_{\text{фм}}$  и  $l_{\text{в}}$ , закон полного тока можно записать в виде

$$H_{\text{фм}} l_{\text{фм}} + H_{\text{в}} l_{\text{в}} = \omega I \quad (7.13)$$

или

$$U_{\text{м} \text{фм}} + U_{\text{мв}} = \omega I, \quad (7.14)$$

где  $H_{\text{фм}}$  и  $H_{\text{в}}$  — соответственно напряженности поля в ферромагнетике и воздухе;  $l_{\text{фм}}$  — длина магнитной линии в ферромагнетике;  $l_{\text{в}}$  — длина воздушного зазора;  $U_{\text{м} \text{фм}}$  — магнитное напряжение на участке ферромагнетика;  $U_{\text{мв}}$  — магнитное напряжение на зазоре (между полюсами ферромагнетика).

Из выражения (7.14) видно, что в неоднородной магнитной цепи сумма магнитных напряжений на участках цепи равна м.д.с. обмотки (или алгебраической сумме м.д.с. обмоток, если их несколько). Выражение (7.14) аналогично второму закону Кирхгофа для электрической цепи.

Отметим, что воздушные зазоры в незамкнутых магнитопроводах создают особое распределение магнитных напряжений. Часто на участке небольшого (доли миллиметра) зазора магнитное напряжение  $U_{\text{мв}}$  больше, чем на остальных ферромагнитных участках магнитопровода длиной в десятки сантиметров. Это объясняется разницей в магнитных проницаемостях магнитомягкого материала и воздуха. В этих случаях для анализа магнитной цепи принимают упрощенное выражение  $H_{\text{в}} l_{\text{в}} \approx \omega I$ . Это относится особенно к устройствам, содержащим достаточно большие воздушные зазоры. В общем случае используется выражение (7.13).

Для анализа магнитных цепей используют также вебер-амперную характеристику  $\Phi(U_{\text{м}})$ , выражающую графически зависимость между магнитным потоком и магнитным напряжением участка или магнитной цепи в целом. Магнитный

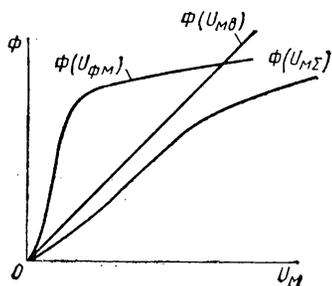


Рис. 7.16. Вебер-амперные характеристики участков магнитной цепи с незамкнутым магнитопроводом и цепи в целом

поток при этом определяется магнитной индукцией  $B$  и площадью поперечного сечения магнитопровода  $S$  ( $\Phi = BS$ ), а магнитное напряжение  $U_{\text{м}}$  — напряженностью магнитного поля  $H$  и длиной участков цепи  $l$ . Отметим, что если кривая намагничивания  $B(H)$  является характеристикой материала, то вебер-амперная характеристика  $\Phi(U_{\text{м}})$  — это характеристика определенной магнитной цепи.

На рис. 7.16 показаны зависимости  $\Phi(U_{\text{м}})$  магнитной цепи рис. 7.14, б для отдельных участков и цепи в целом. Наличие воздушного зазора делает характеристику  $\Phi(U_{\text{м}\Sigma})$  цепи более полой по

сравнению с характеристикой ферромагнитного участка, и для создания того же магнитного потока требуется значительно большая м.д.с. или большее напряжение  $U_{\text{м}}$ . Кривые рис. 7.16 могут быть получены из кривой намагничивания материала  $B_{\text{фм}}(H_{\text{фм}})$ . При этом вебер-амперная характеристика  $\Phi_{\text{в}}(U_{\text{мв}})$  для воздушного зазора является прямой линией и поэтому ее строят по одной точке,

$$\text{выбранной произвольно: } \Phi = B_{\text{в}} S_{\text{в}} \text{ и } U_{\text{мв}} = H_{\text{в}} l_{\text{в}} = \frac{B_{\text{в}}}{\mu_0} l_{\text{в}} = 8 \cdot 10^5 B_{\text{в}} l_{\text{в}}.$$

Выражение (7.14), аналогичное выражению второго закона Кирхгофа, а также нелинейные вебер-амперные характеристики магнитной цепи приводят к мысли об аналогии магнитной цепи и нелинейной электрической цепи постоянного тока. Если продолжить эту аналогию, то напрашивается также сравнение выражений  $I = JS$  и  $\Phi = BS$ , где  $J$  — плотность тока и  $B$  — магнитная индукция (плотность магнитного потока).

Аналогию с первым законом Кирхгофа для электрических и магнитных цепей получаем на основании известной из курса физики

теоремы Гаусса, согласно которой поток вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$  через любую замкнутую поверхность равен нулю. Математически это описывается выражением

$$\Phi = \oint_S \mathbf{B} \, dS. \quad (7.15)$$

Все это приводит к выводу о возможности использования схем замещения магнитных цепей постоянного магнитного потока в виде графического изображения элементов магнитной цепи, подобных элементам электрической цепи. На основании приведенных уравнений и сопоставления соответствующих магнитных и электрических величин можно составить следующую таблицу сравнений.

Магнитная цепь	Электрическая цепь
$F = \omega I$ — м. д. с.	$E$ — э. д. с.
$\Phi$ — магнитный поток	$I$ — электрический ток
$R_m$ — магнитное сопротивление *	$R$ — электрическое сопротивление
$U_m = Hl = R_m \Phi$ — магнитное напряжение	$U = RI$ — электрическое напряжение
$\sum \Phi_i = 0$ — первый закон Кирхгофа	$\sum I_i = 0$ — первый закон Кирхгофа
$\sum U_{mi} = \sum F_k$ — второй закон Кирхгофа	$\sum U = \sum E_k$ — второй закон Кирхгофа

Продолжая аналогию между магнитной и электрической цепями, можно получить также выражение закона Ома для магнитной цепи. Так, для ферромагнитного участка цепи рис. 7.14, б

$$\begin{aligned} \Phi &= B_{\text{фм}} S_{\text{фм}} = H_{\text{фм}} \mu_0 \mu_r S_{\text{фм}} = \frac{(\omega I)_{\text{фм}} \mu_0 \mu_r S_{\text{фм}}}{l_{\text{фм}}} = \\ &= \frac{(\omega I)_{\text{фм}}}{l_{\text{фм}} / (\mu_0 \mu_r S_{\text{фм}})} = \frac{F_{\text{фм}}}{R_{m \text{ фм}}}, \end{aligned} \quad (7.16)$$

где  $F_{\text{фм}}$ ,  $R_{m \text{ фм}} = l_{\text{фм}} / (\mu_0 \mu_r S_{\text{фм}})$  — соответственно магнитодвижущая сила и магнитное сопротивление ферромагнитного участка цепи.

Аналогично для воздушного зазора

$$\Phi = F_{\text{в}} / R_{m \text{ в}}, \quad (7.17)$$

где  $F_{\text{в}}$  — магнитодвижущая сила немагнитного участка цепи (зазора);  $R_{m \text{ в}} = l_{\text{в}} / (\mu_0 S_{\text{в}})$  — магнитное сопротивление воздушного зазора.

В соответствии с полученным сопоставлением и выражениями (7.15), (7.16) на рис. 7.17 приведены схема замещения (а) магнитной цепи рис. 7.14, б и аналогичная ей электрическая схема замещения (б) магнитной цепи рис. 7.14, а. Применяя закон полного тока для рас-

\* См. далее.

сматриваемой цепи, на основании выражений (7.15) и (7.16) нетрудно получить

$$F = H_{\text{фм}} l_{\text{фм}} + H_{\text{в}} l_{\text{в}} = F_{\text{фм}} + F_{\text{в}} = \Phi R_{\text{м фм}} + \Phi R_{\text{м в}},$$

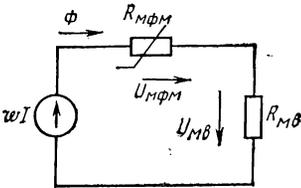
откуда

$$\Phi = \frac{F}{R_{\text{м фм}} + R_{\text{м в}}} = \frac{F}{\sum R_{\text{ми}}}. \quad (7.18)$$

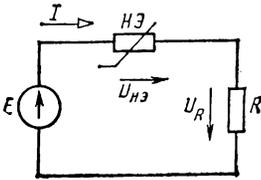
Согласно этому выражению *магнитное сопротивление всей цепи равно сумме магнитных сопротивлений ее последовательно соединенных участков.*

Величины, обратные магнитным сопротивлениям, называют магнитными проводимостями. Соответственно получаем: для ферромагнитного участка  $\Lambda_{\text{м фм}} = 1/R_{\text{м фм}}$  и для зазора  $\Lambda_{\text{м в}} = 1/R_{\text{м в}}$ .

Из выражений магнитных сопротивлений и закона Ома видно, каково влияние высокой магнитной проницаемости ферромагнитных участков на магнитное напряжение  $U_{\text{м}}$  или м.д.с.  $F$ . Магнитное сопротивление уменьшается с увеличением относительной магнитной проницаемости  $\mu_r$ , поэтому для получения больших магнитных потоков



а)



б)

Рис. 7.17. Расчетная схема замещения (а) и аналогичная электрическая схема замещения магнитной цепи рис. 7.14, б (б)

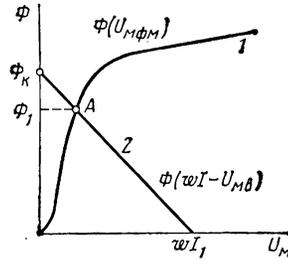


Рис. 7.18. Графический метод нахождения магнитного потока в магнитной цепи рис. 7.14, б по заданной м. д. с.

при заданной м.д.с. магнитопровод должен быть выполнен из магнитомягкого материала с высокой магнитной проницаемостью.

В соответствии со схемами замещения рис. 7.17 анализ неоднородной магнитной цепи можно провести методом пересечения характеристик (см. гл. 1), т. е. графически. Из выражения второго закона Кирхгофа для цепи рис. 7.17, а  $\omega I = U_{\text{м фм}} + U_{\text{м в}}$ , где  $U_{\text{м фм}}$  и  $U_{\text{м в}}$  — магнитные напряжения участков. Магнитное напряжение воздушного зазора

$$U_{\text{м в}} = \omega I - U_{\text{м фм}}. \quad (7.19)$$

Решение этого нелинейного уравнения осуществляют графически (рис. 7.18) путем построения двух вебер-амперных характеристик

$\Phi(U_{M\Phi M})$  — кривая 1 и  $\Phi(\omega I - U_{MB})$  — кривая 2. Их точка пересечения  $A$  позволяет определить значение магнитного потока  $\Phi_1$  для данной цепи. Прямую 2, так же как и для электрических цепей, строят по двум точкам:  $U_{M\kappa} = \omega I_1$  и  $\Phi_{\kappa} = \omega I_1 / R_{MB}$ . Поскольку наличие воздушного зазора увеличивает магнитное сопротивление магнитной цепи,

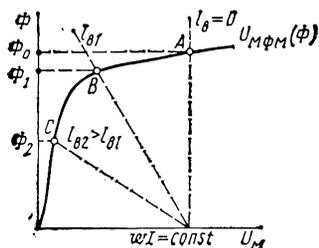


Рис. 7.19. Магнитные характеристики, определяющие влияние длины воздушного зазора на значения магнитного потока в магнитной цепи с постоянной м. д. с.

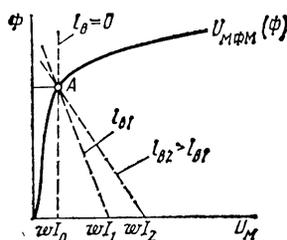


Рис. 7.20. Магнитные характеристики, определяющие влияние длины воздушного зазора на значения м. д. с. в магнитной цепи с неизменным магнитным потоком

можно сказать, что значение длины воздушного зазора во многих устройствах определяет качество магнитной цепи: чем меньше воздушный зазор, тем меньше м.д.с., которую необходимо создать для обеспечения заданного магнитного потока, т. е. тем экономичнее устройство (см. главы об электрических машинах).

С помощью вебер-амперных характеристик удобно вести анализ магнитной цепи: они позволяют выявить влияние длины воздушного зазора, материала и других факторов на режим работы магнитной цепи.

Влияние воздушного зазора проследим на примере магнитной цепи рис. 7.14, б. Как влияет изменение длины воздушного зазора  $l_B$  на значения магнитного потока  $\Phi$  и м.д.с.  $F$ ? Схема замещения рис. 7.17, а позволяет провести такой анализ методом пересечения характеристик. На рис. 7.19 выполнено построение для нахождения значений магнитного потока  $\Phi$  при заданном значении  $F = \text{const}$  и различных значениях длины зазора  $l_B$ . Из построения видно, что при постоянстве намагничивающего тока в обмотке ( $F = \omega I = \text{const}$ ) с увеличением воздушного зазора магнитный поток уменьшается.

При этом, если ордината рабочей точки  $A$  лежит за коленом кривой  $\Phi(U_{M\Phi M})$ , то увеличение зазора незначительно уменьшает магнитный поток. Если же рабочая точка  $C$  лежит до колена на восходящем участке вебер-амперной характеристики  $\Phi(U_{M\Phi M})$ , то увеличение  $l_B$  значительно уменьшает магнитный поток ( $\Phi_2 \ll \Phi_0$ ).

На рис. 7.20 показано построение, которое выполнено для выявления влияния изменения длины воздушного зазора  $l_B$  на значения

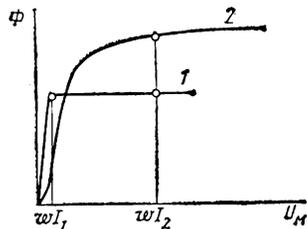


Рис. 7.21. Вебер-амперные характеристики электротехнической стали (2) и пермаллоя (1)

м.д.с.  $F$  (или тока  $I$ ) при необходимости сохранения постоянства магнитного потока  $\Phi = \text{const}$ . Из рисунка видно, что при постоянстве магнитного потока ( $\Phi = \text{const}$ ) с увеличением воздушного зазора ток в обмотке должен быть увеличен.

Влияние материала магнитопровода на значения магнитного потока  $\Phi$  и тока  $I$  в обмотке легко проследить, если сравнить, например, две вебер-амперные характеристики, полученные для магнитных цепей с замкнутым магнитопроводом одинаковых габаритов с одинаковыми обмотками (рис. 7.21). Эти характеристики позволяют произвести оптимальный выбор материала: если устройство работает в слабых магнитных полях ( $\omega I_1$ ), то больший магнитный поток можно получить, используя пермаллой (кривая 1); если же устройство предназначено для работы в сильных магнитных полях ( $\omega I_2$ ), то следует применить электротехническую сталь (кривая 2).

**Пример 7.2.** Определить значение тока  $I$  в намагничивающей обмотке цепи рис. 7.14, б. Дано:  $\Phi_B = 6 \cdot 10^{-4}$  Вб,  $S = 6 \text{ см}^2$ ,  $l_{\text{фм}} = 75 \text{ см}$ ,  $l_B = 0,5 \text{ мм}$ ,  $\omega = 200$ .

Кривая намагничивания задана таблицей:

$B$	Тл	0	0,5	0,7	1,0	1,2
$H$	А/м	0	120	200	450	1000

Рассеянием и выпучиванием магнитных линий пренебречь.

**Решение.** Магнитная индукция в магнитопроводе и зазоре

$$B = \Phi_B / S = 1 \text{ Тл.}$$

Напряженность магнитного поля в магнитопроводе согласно кривой намагничивания  $H_{\text{фм}} = 450 \text{ А/м}$ ; напряженность магнитного поля в зазоре  $H_B =$

$$= \frac{B}{\mu_0} = \frac{B (\text{Тл})}{4\pi \cdot 10^{-7} (\text{Гн/м})} = 8 \cdot 10^5 \text{ В(А/м)}. \text{ Ток в обмотке } I = \frac{H_{\text{фм}} l_{\text{фм}} + H_B l_B}{\omega} =$$

$$= \frac{450 \cdot 75 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}}{200} = 3,69 \text{ А.}$$

В практике может встретиться и обратная задача нахождения магнитного потока  $\Phi$  по заданной м. д. с., ее решение рассмотрено в [7].

## § 7.5. Анализ разветвленных магнитных цепей

Разветвленные магнитные цепи характеризуются наличием нескольких различных магнитных потоков. Они могут быть симметричными и несимметричными.

На рис. 7.22, а приведен пример наиболее простой симметричной разветвленной магнитной цепи с одной намагничивающей обмоткой. Магнитопровод выполнен из одного материала и конструктивно симметричен относительно оси обмотки, расположенной на среднем стержне. Магнитный поток этого стержня разветвляется на два равных магнитных потока в боковых стержнях:  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi/2$ . Данную магнитную цепь можно разбить на две и представить в виде двух одинаковых неразветвленных цепей, проводя анализ для одной

из них. Тогда согласно закону полного тока можно записать, например, для правой половины

$$H_1 l_1 + Hl = \omega I, \quad (7.20)$$

где  $H_1$  — напряженность магнитного поля на участке длиной  $l_1$  и площадью поперечного сечения  $S_1$ ;  $H$  — напряженность магнитного поля на участке  $l$  и площадью поперечного сечения  $S/2$ .

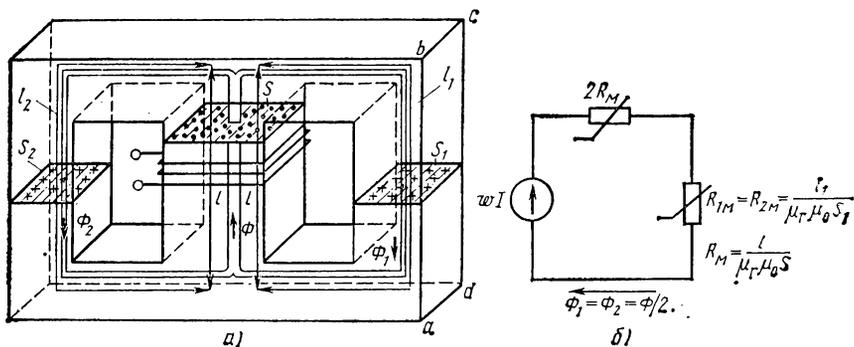


Рис. 7.22. Разветвленная симметричная магнитная цепь с одним источником м. д. с.

Расчетная схема замещения для рассматриваемой части цепи приведена на рис. 7.22, б. Анализ проводят методами, рассмотренными в § 7.4.

Разветвленной магнитной цепью является также цепь электрической машины (см. рис. 7.1), но она содержит не одну, а несколько намагничивающих обмоток. Поскольку и в этом случае имеется симметричная магнитная цепь, ее тоже можно представить состоящей из ряда неразветвленных цепей. Так получается одна неразветвленная магнитная цепь (рис. 7.23), которая характеризуется магнитным потоком  $\Phi$  (на рис. 7.23 показана средняя магнитная линия), проходящим через статор ( $l_{cr}$ ), половину одного из полюсов ( $l_n$ ), воздушный зазор ( $l_n$ ), ротор ( $l_p$ ) и снова через зазор и половину другого полюса в статор. В этом случае полный ток, пронизывающий поверхность, опирающуюся на контур рассмотренной средней магнитной линии, определяется токами проводов двух обмоток, т. е. он равен произведению тока и количества витков обмотки (каждый виток состоит из двух проводов).

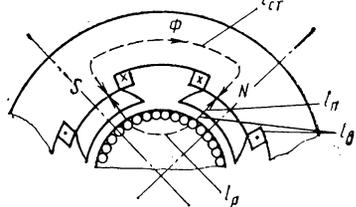


Рис. 7.23. Разветвленная магнитная цепь электрической машины

Таким образом, для магнитной цепи рис. 7.23 получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} H_{\text{ст}}l_{\text{ст}} + 2H_{\text{п}}l_{\text{п}} + 2H_{\text{в}}l_{\text{в}} + H_{\text{р}}l_{\text{р}} &= \omega I, \\ \Phi = B_{\text{ст}}S_{\text{ст}} = B_{\text{п}}S_{\text{п}} = B_{\text{в}}S_{\text{в}} = B_{\text{р}}S_{\text{р}}, \\ B_{\text{ст}} &= f(H_{\text{ст}}), \quad B_{\text{п}} = f_1(H_{\text{п}}), \quad B_{\text{в}} = \mu_0 H_{\text{в}}, \quad B_{\text{р}} = f_2(H_{\text{р}}), \end{aligned} \quad (7.21)$$

где  $H_{\text{ст}}$ ,  $H_{\text{п}}$ ,  $H_{\text{в}}$ ,  $H_{\text{р}}$  — соответственно напряженности магнитного поля в статоре, полюсе, зазоре и роторе;  $l_{\text{ст}}$ ,  $l_{\text{п}}$ ,  $l_{\text{в}}$ ,  $l_{\text{р}}$  — соответствующие длины магнитной линии по статору, полюсу, зазору и ротору;  $B_{\text{ст}}$ ,  $B_{\text{п}}$ ,  $B_{\text{в}}$ ,  $B_{\text{р}}$  — соответственно магнитная индукция в статоре,

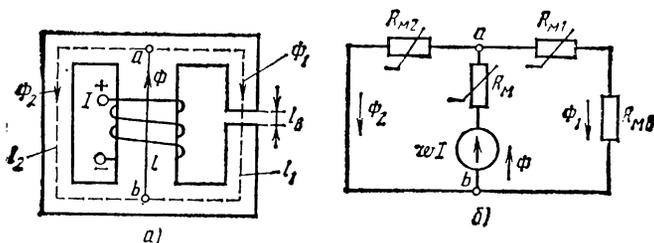


Рис. 7.24. Разветвленная несимметричная магнитная цепь с одним источником м. д. с.

полюсе, зазоре и роторе;  $S_{\text{ст}}$ ,  $S_{\text{п}}$ ,  $S_{\text{в}}$ ,  $S_{\text{р}}$  — соответственно площади поперечных сечений статора, части полюса, части зазора и ротора;  $\Phi$  — магнитный поток, одинаковый вдоль всей длины средней магнитной линии.

Несимметричную разветвленную магнитную цепь анализируют на основании выражений первого и второго законов Кирхгофа для магнитной цепи, полученных, как было отмечено в § 7.3, на основании теоремы Гаусса (7.15) и закона полного тока (7.12).

На рис. 7.24, а приведен пример магнитной цепи, в которой несимметрия вызвана наличием воздушного зазора  $l_{\text{в}}$  в одном из боковых стержней. Магнитное сопротивление правой половины магнитопровода больше, чем магнитное сопротивление его левой половины, поэтому данная цепь несимметричная (рис. 24, б).

Магнитное состояние цепи описывается системой уравнений, составляемых так же, как и для электрических цепей (см. гл. 1).

Цепь содержит два узла (две точки разветвления магнитных потоков) и два независимых контура. Поэтому нужно составить одно уравнение по первому закону Кирхгофа и два уравнения по второму закону Кирхгофа. Согласно выражению первого закона Кирхгофа для магнитной цепи, составленному на основании (7.15), получим

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = 0. \quad (7.22)$$

Таким образом, алгебраическая сумма разветвляющихся магнитных потоков в цепи равна нулю.

Для каждого из замкнутых контуров цепи, образованных средним и одним из крайних стержней, можно составить уравнения по закону

полного тока, которые, как было сказано, можно назвать уравнениями второго закона Кирхгофа для магнитной цепи:

$$\begin{aligned} Hl + H_1 l_1 + H_B l_B &= \omega I, \\ H_1 l_1 + H_B l_B - H_2 l_2 &= 0 \end{aligned} \quad (7.23)$$

или

$$\begin{aligned} U_M + U_{M1} + U_{MB} &= F, \\ U_{M1} + U_{MB} - U_{M2} &= 0. \end{aligned} \quad (7.24)$$

Следовательно, алгебраическая сумма магнитных напряжений в замкнутом контуре равна алгебраической сумме м. д. с., действующих в этом контуре.

Таким образом, для магнитной цепи рис. 7.24, а получаем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} BS - B_1 S_1 - B_2 S_2 + 0 &= 0, \\ H(B)l + H_1(B_1)l_1 + 0 + H_B(B_B)l_B &= \omega I, \\ 0 + H_1(B_1)l_1 - H_2(B_2)l_2 + H_B(B_B)l_B &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7.25)$$

Ее решают относительно трех неизвестных, например значений магнитной индукции  $B$ ,  $B_1$  и  $B_2$  при заданных габаритах, характеристиках материала и магнитодвижущей силе. Решение системы уравнений (7.25) может быть выполнено графоаналитическим методом [15].

## § 7.6. Магнитные цепи с постоянными магнитами

В качестве постоянных магнитов служат ферромагнитные тела, обладающие значительной остаточной индукцией. Их изготавливают из магнитотвердых материалов (см. § 7.2).

Постоянные магниты, как правило, снабжают магнитной арматурой, формирующей поле магнита в соответствии с назначением устройства или защищающей его от воздействия внешнего поля. Основными элементами магнитной арматуры являются полусные наконечники и кольцевой магнитопровод (см. рис. 7.3). К магнитной арматуре относятся также магнитный экран и термомагнитный шунт [10].

Постоянные магниты широко применяют в приборостроении, электромашиностроении, радиоэлектронике, производстве средств связи и многих других отраслях.

В магнитной цепи с постоянным магнитом магнитный поток создается за счет остаточной намагниченности  $M_{ост}$  магнитотвердого материала. При этом любой постоянный магнит представляет собой источник магнитного поля с распределенными параметрами. Поэтому строгий расчет возможен здесь только по уравнениям теории электромагнитного поля (см. § 7.3). Но так же, как и в цепях с электромагнитами, для приближенного анализа применяют упрощенные методы. Ниже кратко приводятся общие положения такого анализа.

Анализ магнитных цепей с постоянными магнитами проводят на основании закона полного тока и магнитной характеристики материала постоянного магнита — кривой размагничивания.

Кривую размагничивания магнитотвердого материала определяют как часть предельной петли гистерезиса во втором квадранте, ограниченной остаточной индукцией  $B_r$  и коэрцитивной силой  $H_c$  (см. рис. 7.10). Образцы в виде цилиндров или параллелепипедов испытывают в электромагнитах закрытой конструкции, выполненных из магнитомягкого материала. Образец помещают между полюсами электромагнита, создающего изменяющееся постоянное магнитное поле.

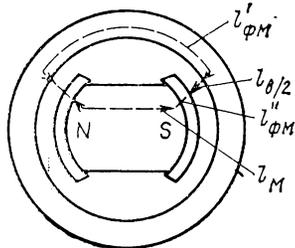


Рис. 7.25. Упрощенная картина магнитной цепи магнитоэлектрического измерительного прибора с внутрирамочным магнитом

Таким образом, кривая размагничивания характеризует свойства постоянного магнита в замкнутой магнитной цепи.

Далее рассмотрен анализ магнитной цепи с постоянным магнитом на примере магнитоэлектрического прибора с внутрирамочным магнитом (см. рис. 7.3). Данная магнитная цепь является разветвленной и симметричной. Магнитный поток  $\Phi$ , созданный постоянным магнитом 1, проходит полюсный наконечник 2, воздушный зазор 3 и разветвляется на два одинаковых магнитных потока, замыкающихся на другой полюс магнита через кольцевой магнитопровод 4. На рис. 7.25

представлена упрощенная картина магнитной системы прибора.

Обходя контур по средней магнитной линии (одной половины магнитной цепи), можем составить уравнение

$$H_M l_M + H_B l_B + H_{\Phi M} l_{\Phi M} = 0. \quad (7.26)$$

Магнитное сопротивление участков в кольцевом магнитопроводе и полюсных наконечниках вследствие высокой магнитной проницаемости его материала можно считать очень малым. Тогда, пренебрегая магнитным напряжением в катушке (на участках  $l'_{\Phi M} + l''_{\Phi M} = l_{\Phi M}$ ), получаем уравнение

$$H_M l_M + H_B l_B = 0. \quad (7.27)$$

Здесь  $H_M$  и  $H_B$  — соответственно напряженность магнитного поля в постоянном магните и зазоре;  $l_M$  и  $l_B$  — длина магнитной линии в магните и общая длина двух зазоров.

Принимая, как и ранее, что в идеализированной магнитной цепи нет рассеяния и выпучивания магнитных линий (см. § 7.3), в рассматриваемой магнитной цепи будем иметь постоянный магнитный поток  $\Phi = B_M S_M = B_B S_B$ . Приняв  $S_M = S_B = S$ , т. е. что площадь поперечного сечения магнита  $S_M$  равна площади поперечного сечения зазора, получим, что магнитные индукции в магните  $B_M$  и магнитная индукция в зазоре  $B_B$  равны, т. е.  $B_M = B_B = B$  (при этом принимаем, что магнитная индукция постоянного магнита вдоль всей его длины одинакова).

Проведем преобразование. Из выражения (7.27) получим

$$H_B = - \frac{l_M}{l_B} H_M.$$

Тогда магнитная индукция в воздушном зазоре  $B_B = \mu_0 H_B = B_M$ , откуда магнитная индукция в магните

$$B_M = -\mu_0 \frac{l_M}{l_B} H_M. \quad (7.28)$$

Уравнение (7.28) выражает прямую, проходящую через начало координат во втором квадранте кривой  $B_M(H_M)$ .

На рис. 7.26 выполнено построение, позволяющее определить рабочую точку постоянного магнита, включенного в магнитную цепь с зазором. Здесь кривая 1 является кривой размагничивания материала постоянного магнита, прямая 2 представляет собой характеристику воздушного зазора  $B_B = \mu_0 H_B$ , пересчитанную по уравнению (7.28). Точка пересечения A кривой 1 и прямой 2 показывает, чему равна индукция постоянного магнита  $B_M$  при наличии данного воздушного зазора  $l_B$ . При этом пренебрегаем падением магнитного напряжения как в арматуре, так и в самом магните и считаем, что индукция на полюсах магнита равна индукции в его нейтрали. Наклон прямой 2 определяется соотношением между длиной магнита  $l_M$  и длиной зазора  $l_B$ , т. е.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l_M}{l_B} \mu_0 \frac{m_H}{m_B},$$

где  $m_B$  и  $m_H$  — масштабы по осям координат.

Как видно из построения, для второго квадранта  $B_M < B_r$ , где  $B_r$  — значение остаточной индукции магнита, находящегося в замкнутой магнитной цепи.

Энергия в единице объема магнитного поля, как известно, равна  $BH/2$ . Поэтому энергию магнитного поля в зазоре можно выразить соотношением

$$W_B = \frac{B_B H_B}{2} S_B l_B.$$

Подставляя значения  $B_B = B_M$ ,  $S_B = S_M$  и  $H_B l_B = H_M l_M$  (знак минус опускаем), получаем

$$W_B = H_M l_M S_M B_M / 2,$$

или

$$W_B = \frac{H_M B_M}{2} V_M, \quad (7.29)$$

где  $V_M = S_M l_M$  — объем постоянного магнита.

Согласно выражению (7.29) энергия магнитного поля в воздушном зазоре равна энергии, сосредоточенной внутри объема  $V_M$  постоянного магнита.

На рис. 7.27 справа, в первом квадранте показаны кривые 3 и 4 изменения удельной магнитной энергии для материалов, характери-

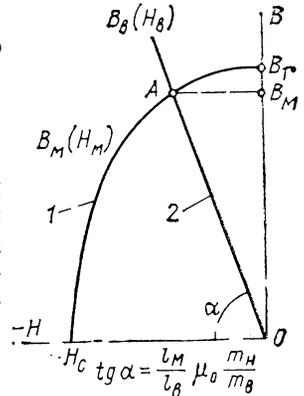


Рис. 7.26. Определение магнитного потока в зазоре постоянного магнита

зующихся кривыми 1 и 2. Энергоемкость магнитотвердого материала, т. е. значение его максимальной энергии  $W_m = (BH)_{\max}/2$ , является одним из важнейших критериев оптимальности магнитной системы с постоянным магнитом, так как чем больше магнитная энергия, приходящаяся на единицу объема вещества, тем меньше объем магнита и рассеяние его потока. Выбрав рабочую точку цепи с постоянным магнитом, характеризуемым кривой 1, соответствующую  $(BH)_{\max}$ , можно получить магнит с минимальной массой для создания определенного магнитного поля. При расчете магнитной цепи играют роль также стоимость материала постоянного магнита, содержание в нем дефицитных компонентов, температурная стабильность и другие факторы.

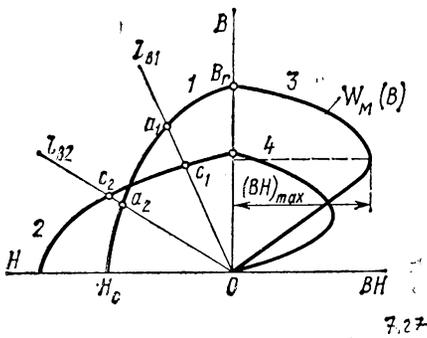


Рис. 7.27. Кривые размагничивания и удельной энергии постоянного магнита:

1 и 3 — литого сплава типа ЮНДК; 2 и 4 — металлокерамического материала типа ММК

материала, обеспечивающего наибольшую магнитную индукцию при заданном воздушном зазоре  $l_b$ . На рис. 7.27 показаны две кривые размагничивания: 1 — для материала марки ЮНДК (литой сплав) и 2 — для материала марки ММК (металлокерамика). Из приведенного построения видно, что при наличии зазора  $l_{b1} < l_{b2}$  выгоднее использовать ЮНДК ( $B_{a1} > B_{c1}$ ), а при большем зазоре ( $l_{b2}$ ) — ММК ( $B_{c2} > B_{a2}$ ).

Таким образом, при подборе постоянного магнита приходится учитывать несколько факторов и выбирать оптимальный вариант.

При расчете магнитных систем с большим немагнитным зазором допущение об однородности магнитного поля в зазоре и в постоянном магните может привести к грубым ошибкам. Поэтому в этих случаях используют другие методы, точнее учитывающие распределение магнитного поля в системе (см. § 7.3).

### Контрольные вопросы

1. Какие материалы относят к магнетоязким и магнитотвердым? Где их применяют?
2. Что называется первоначальной кривой намагничивания?
3. Назовите основные магнитные характеристики ферромагнитных материалов.
4. В чем заключается назначение ферромагнитных материалов в электротехнических устройствах?
5. Дайте определение магнитной цепи, назовите ее основные составляющие.
6. Чем отличается идеализированная магнитная цепь от реальной магнитной системы?
7. Напишите выражения закона полного тока для однородной и неоднородной неразветвленной магнитной цепи,
8. Сформулируйте закон Ома и законы Кирхгофа для магнитной цепи.
9. Начертите в общем виде вебер-амперную характеристику магнитной цепи. Как она связана с кривой намагничивания материала магнитопровода?
10. Как влияет изменение значения воздушного зазора на режим работы магнитной цепи при постоянстве м. д. с. или магнитного потока?
11. Что понимают под энергоемкостью постоянного магнита?

§ 8.1. Особенности электромагнитных процессов в магнитных цепях переменного потока

При рассмотрении особенностей электромагнитных процессов целесообразно идеализировать элементы магнитной цепи. Пренебрежем, как это делалось в гл. 7, магнитным полем вне магнитопровода — полем рассеяния. Потокосцепление обмотки, создаваемое этим полем, на два порядка меньше рабочего потокосцепления, образованного потоком в магнитопроводе. Это позволяет исключить из уравнения электрического состояния обмотки э. д. с., создаваемую изменяющимся полем рассеяния. Пренебрежем также сопротивлением обмотки: падение напряжения на этом сопротивлении много меньше э.д.с.  $e$ , индуктированной рабочим потоком  $\Phi$  в магнитопроводе. Тогда получается, что переменное напряжение  $u$  на обмотке уравновешивается только э.д.с. (рис. 8.1):

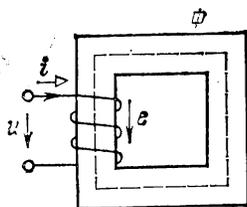


Рис. 8.1. Идеализированная магнитная цепь

$$u = - e, \tag{8.1}$$

где

$$e = - \omega \frac{d\Phi}{dt}.$$

Магнитную цепь рис. 8.1, у которой электрическое состояние обмотки описывается уравнением (8.1), будем называть идеализированной.

Согласно уравнению (8.1), закон изменения переменного потока

$$\Phi(t) = \frac{1}{\omega} \int u(t) dt + K^* \tag{8.2}$$

полностью определяется напряжением на обмотке и не зависит от параметров магнитной цепи. Такова первая особенность электромагнитных процессов в магнитной цепи переменного потока.

Это не означает, что напряжение непосредственно создает магнитное поле. Поле может создаваться только токами, но при анализе электромагнитных процессов удобно использовать уравнение (8.2), определяя затем ток обмотки как функцию потока. Вспомним, что в гл. 2 приводилось уравнение, непосредственно связывающее напряжение на индуктивном элементе и ток в нем:

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\Psi}{di} \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt}. \tag{8.3}$$

\* Постоянная интегрирования  $K=0$  при отсутствии постоянного потока в магнитопроводе.

Постоянный коэффициент  $L$  характеризовал линейную связь между потокоцеплением индуктивного элемента и его током:

$$L = \frac{d\Psi}{di} = \frac{\Psi}{i} = \text{const.}$$

Для обмотки с рабочим потоком  $\Phi$  в магнитопроводе уравнение (8.3) оказывается нелинейным, что легко доказать. Для простейшей магнитной цепи рис. 8.1. можно записать уравнения

$$\Psi(t) = w\Phi(t) = wSB(t). \quad (8.4)$$

$$i(t) = H(t)l/w. \quad (8.5)$$

В уравнениях (8.4) и (8.5) учтена идеализация поля в магнитопроводе, как и в магнитных цепях с постоянным потоком. Согласно этим уравнениям, потокоцепление  $\Psi$  пропорционально магнитной индукции  $B$ , а ток — напряженности поля  $H$ .

Переменные  $B(t)$  и  $H(t)$  связаны между собой параметрической зависимостью, которую можно выразить кривой намагничивания. При периодическом изменении напряжения  $u(t)$  поток  $\Phi(t)$  и магнитная индукция  $B(t) = \Phi/S$  испытывают циклические изменения. При таком изменении связь между  $B$  и  $H$  выражается динамической петлей перемагничивания (рис. 8.2). Очевидно, зависимость  $B(H)$  является нелинейной, соответственно нелинейна зависимость  $\Psi(i)$ . Производная  $d\Psi/di$  непрерывно изменяется на этой кривой, следовательно,  $L = d\Psi/di = L(i) = \text{var}$ .

Рис. 8.2. Динамическая петля перемагничивания

Индуктивность обмотки магнитопровода непостоянна и зависит от тока в электрической цепи. Это вторая особенность электромагнитных процессов в индуктивной катушке с магнитопроводом.

Напряжение на обмотке и ток в ней связаны нелинейным уравнением

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\Psi}{di} \frac{di}{dt} = L(i) \frac{di}{dt}. \quad (8.6)$$

Таким образом, уравнения для электрических цепей, содержащих обмотку с магнитопроводом, нелинейны.

При синусоидальном напряжении на обмотке ток оказывается не синусоидальным, что подтверждается нелинейным уравнением (8.6). Такова третья особенность электромагнитных процессов в обмотке с магнитопроводом. Поэтому для расчетов невозможно использовать векторные диаграммы и комплексные величины.

Изменение магнитного поля вызывает нагрев магнитопровода из-за гистерезиса и вихревых токов. Следовательно, в магнитопроводе возникают потери электроэнергии, которые называют магнитными потерями. В магнитопроводе с постоянным потоком магнитных потерь

пет. Это четвертая особенность электромагнитных процессов в магнитной цепи переменного тока.

При анализе электромагнитных процессов в магнитных цепях часто не учитывают магнитные потери, так как они не оказывают существенного влияния на ток в обмотке и поток в магнитопроводе. Однако при энергетической оценке электротехнического устройства или при расчете его теплового режима магнитные потери обязательно учитывают, так как они могут быть даже больше электрических потерь в обмотках.

## § 8.2. Магнитные потери

При циклическом перемагничивании ферромагнитного материала магнитная индукция отстает по фазе от напряженности магнитного поля. Из курса физики известно, что зависимость  $B(H)$  называют в этом случае петлей гистерезиса. Площадь петли гистерезиса характеризует потери энергии  $W_m$  в единице объема ферромагнитного материала за период изменения напряженности магнитного поля в этом материале. Мощность потерь в магнитопроводе  $\Delta P_{\text{маг}}$  пропорциональна величине  $W_m$ , частоте перемагничивания  $f$  и объему ферромагнитного материала  $V_m$ :

$$\Delta P_{\text{маг}} = f W_m V_m. \quad (8.7)$$

Магнитные потери складываются из двух составляющих: потерь от гистерезиса и потерь от вихревых токов.

Потери от гистерезиса существуют при любом, даже очень медленном перемагничивании. Для уменьшения их стремятся получить возможно более правильную кристаллографическую структуру путем уменьшения примесей и снижения механических напряжений. Косвенной характеристикой потерь от гистерезиса является коэрцитивная сила  $H_c$  — величина, пропорциональная ширине петли гистерезиса при  $B=0$  (рис. 8.2). Для электротехнических сталей  $H_c \approx 3 \cdot 10^{-3}$  А/м, для пермаллоев  $H_c \approx 0,1 \cdot 10^{-3}$  А/м.

Помимо потерь от гистерезиса в магнитопроводе возникают потери от вихревых токов. Эти потери связаны с образованием вихревого электрического поля в области с переменным магнитным полем. Если эта область занята проводящим магнитным материалом, то в ней возникают вихревые токи. Интенсивность вихревых токов зависит от частоты изменения и интенсивности магнитного поля, а также от электропроводности материала. Для уменьшения удельной электрической проводимости в электротехнические стали вводят присадки кремния.

Значительного уменьшения потерь от вихревых токов удается достигнуть, выполняя магнитопровод из листового материала толщиной 0,05—0,5 мм. Чем выше частота перемагничивания, тем тоньше должны быть листы. При частоте 50 Гц применяют листы толщиной 0,35 или 0,5 мм. Поверхность листов покрывают изолирующим лаком. Для пояснения причины значительного уменьшения потерь в листовом магнитопроводе сопоставим внешние контуры вихревых токов в сплошном и расслоенном магнитопроводах (рис. 8.3). При толщине листов,

в  $n$  раз меньшей толщины  $a$  сплошного магнитопровода, магнитный поток, сцепленный с контуром тока  $i_{\text{вих}}$ , и э.д.с. в контуре уменьшаются в  $n$  раз. При  $n \gg 1$  средняя по контуру напряженность электрического поля снижается в  $n/2$  раз. Соответственно уменьшается в  $n/2$  раз плотность вихревого тока. Мощность потерь в единице объема магнитопровода пропорциональна квадрату плотности тока. Например, если магнитопровод с  $a=35$  мм выполнить из листовой стали толщиной 0,35 мм, то  $n=100$ , а потери снизятся в  $(100/2)^2=2,5 \cdot 10^3$  раз. Здесь

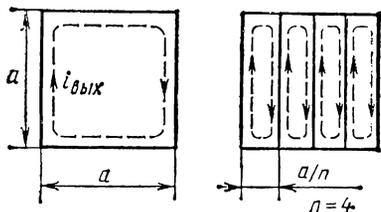


Рис. 8.3. Вихревые токи в сплошном и расслоенном магнитопроводах

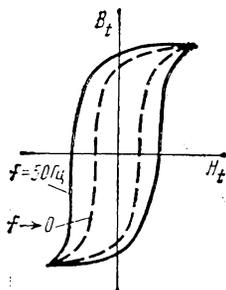


Рис. 8.4. Петли перемагничивания при  $f \rightarrow 0$  и  $f=50$  Гц

сделана грубая оценка потерь, точный расчет на основе теории электромагнитного поля показывает, что уменьшение потерь будет в 100 раз.

Согласно закону Ленца, вихревые токи стремятся затормозить изменение потока и магнитной индукции в магнитопроводе. В результате вихревые токи как бы усиливают явление гистерезиса, и петля перемагничивания расширяется. Чем больше частота перемагничивания, тем шире петля (рис. 8.4).

### § 8.3. Вольт-амперные характеристики и индуктивное сопротивление обмотки при синусоидальном напряжении

При объяснении вольт-амперных характеристик удобно воспользоваться введенной ранее идеализацией магнитной системы и сохранить уравнения (8.1), (8.3). Идеализацию можно расширить, заменив реальные петли перемагничивания рис. 8.5, *а* однозначной зависимостью  $B_t(H_t)$ , показанной на рис. 8.5, *б*. Кривая рис. 8.5, *б* образуется слиянием прямых и обратных ветвей петель перемагничивания рис. 8.5, *а*. Такая идеализация магнитных характеристик позволяет пренебречь влиянием гистерезиса и вихревых токов в магнитном материале на форму кривой  $i(t)$  тока в обмотке магнитопровода. При синусоидальном напряжении  $u=U_m \sin \omega t$  магнитная индукция в магнитопроводе

$$B(t) = \frac{\Phi(t)}{S} = \frac{1}{\omega S} \int u dt$$

будет изменяться также по гармоническому закону:

$$B(t) = -\frac{U_m}{\omega \omega S} \cos \omega t.$$

Амплитуда магнитной индукции

$$B_m = \frac{U_m}{\omega \omega S} \quad (8.8)$$

пропорциональна амплитуде напряжения  $U_m$ . Задавшись рядом значений  $B_m$ , можно построить кривые  $i(t)$  изменения тока в обмотке.

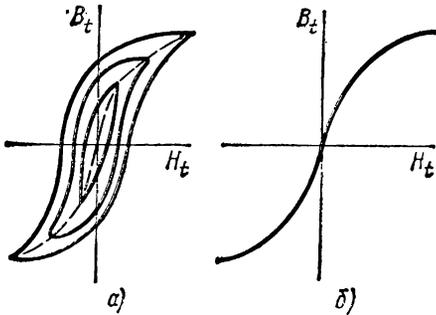


Рис. 8.5. Реальные петли перемагничивания (а) и идеализированная кривая перемагничивания (б)

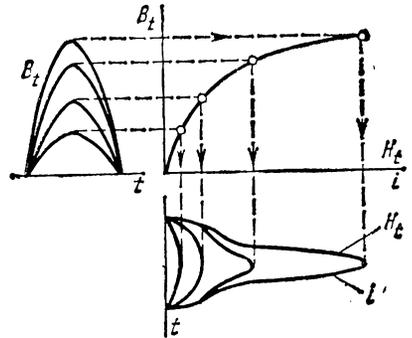


Рис. 8.6. Построение кривых напряженности магнитного поля  $H_t$  и тока  $i$  при синусоидальном напряжении на обмотке магнитопровода

Для этого используем кривую рис. 8.5, б и соотношение  $i(t) = H(t)l/\omega$ . Такое построение выполнено на рис. 8.6 для положительного полупериода магнитной индукции. По мере увеличения  $B_m$  форма тока все более отличается от синусоиды. Ток резко увеличивается при насыщении материала магнитопровода. Связь максимальных значений  $B_m$  и  $I_m$  определяется точками, лежащими на идеализированной кривой  $B_t(H_t)$  рис. 8.5, б. Подобной кривой характеризуется также связь  $U_m$  и  $I_m$  (рис. 8.7, а). Зависимость максимального значения тока  $I_m$  от амплитуды  $U_m$  синусоидального напряжения на обмотке нелинейна (рис. 8.7, б). Эту зависимость можно назвать вольт-амперной характеристикой по максимальным значениям. От амплитуды напряжения перейдем к действующему значению  $U = U_m/\sqrt{2}$ . Для несинусоидального тока можно также перейти от максимального к действующему значению. Для этого воспользуемся формулой (6.9)

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2}.$$

В гл. 5 было также показано, что у кривых  $i(t)$  вида рис. 8.6 коэффициент амплитуды  $k_a = I_m/I$  больше  $\sqrt{2}$ . Этот коэффициент можно представить в виде  $\xi\sqrt{2}$ ,

т. е.

$$I = \frac{I_m}{k_a} = \frac{1}{\xi \sqrt{2}} I_m, \quad (8.9)$$

где  $\xi \geq 1$ .

На рис. 8.8 изображены зависимости  $I_m(U_m)$  и  $I(U)$ . Обычно характеристику  $I(U)$  называют *вольт-амперной*; ее получают экспери-

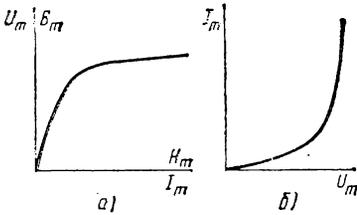


Рис. 8.7. Зависимости  $\Phi_m(H_m)$  для магнитопровода (а) и  $I_m(U_m)$  для обмотки (б)

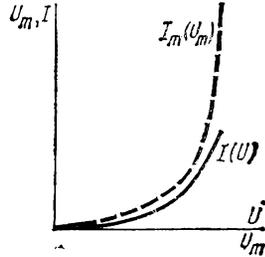


Рис. 8.8. Вольт-амперные характеристики обмотки магнитопровода

ментально, используя амперметр и вольтметр электромагнитной системы, измеряющие действующие значения периодических токов и напряжений (см. § 11.3).

Анализ цепей, содержащих обмотки с магнитопроводом, можно существенно упростить, заменив реальный несинусоидальный ток эквивалентным синусоидальным током с равным действующим значением. Тогда э.д.с. самоиндукции  $E$  в обмотке можно представить падением напряжения на индуктивном сопротивлении  $X$ , как это делалось в § 2.8:

$$-\dot{E} = jX\dot{I}. \quad (8.10)$$

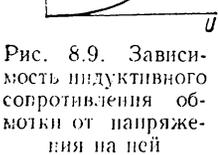


Рис. 8.9. Зависимость индуктивного сопротивления обмотки от напряжения на ней

В уравнении (8.10) комплексный ток  $\dot{I}$  предполагается синусоидальным. Согласно уравнению (8.1), э.д.с. в идеализированной обмотке полностью уравновешивает приложенное к ней напряжение:

$$\dot{U} = -\dot{E}. \quad (8.1a)$$

Подставляя (8.10) в (8.1a), получим знакомое по гл. 2 уравнение

$$\dot{U} = -\dot{E} = jX\dot{I}. \quad (8.11)$$

Отсюда эквивалентное индуктивное сопротивление обмотки при эквивалентном синусоидальном токе

$$X = U/I. \quad (8.12)$$

Вольт-амперная характеристика обмотки нелинейна, ток  $I$  растет быстрее напряжения  $U$  и *сопротивление  $X$  монотонно уменьшается по мере роста  $U$*  (рис. 8.9). Следовательно, обмотка с магнитопроводом

является нелинейным элементом. При изменении  $U$  в (8.11) следует подставлять новое значение  $X$ , найденное по кривой  $X(U)$ .

Теперь в уравнении (8.5) перейдем от мгновенных к действующим значениям тока  $I$  и напряженности магнитного поля  $H_{\sim}$ :

$$I = H_{\sim} l / \omega. \quad (8.13)$$

При испытании ферромагнитных материалов, измеряя  $U$  и  $I$ , с помощью уравнений (8.13), (8.8) можно получить зависимость  $B_m(H_{\sim})$ , которая называется *магнитной характеристикой материала в переменном поле*. Эти характеристики, подобные вольт-амперным характеристикам обмотки на образцах ферромагнитных материалов, приводятся в электротехническом справочнике [26]. По ним можно рассчитать вольт-амперную характеристику обмотки, если заданы конструктивные параметры магнитной системы.

### § 8.4. Влияние немагнитного зазора в магнитопроводе при синусоидальном потоке

Закон полного тока должен выполняться при переменном токе в обмотке для любого момента времени. Поэтому для простейшего магнитопровода с зазором рис. 8.10 справедливо уравнение

$$l_M H_M(t) + l_3 H_3(t) = \omega i(t). \quad (8.14)$$

Используя действующие значения тока  $I$  и напряженности поля в зазоре  $H_{3\sim}$  и в магнитном материале  $H_{M\sim}$ , можно перейти от уравнения (8.14) к уравнению

$$l_M H_{M\sim} + l_3 H_{3\sim} = \omega I. \quad (8.14a)$$

М.д.с. обмотки  $\omega I$  равна сумме магнитных напряжений на ферромагнитных участках и на зазоре.

В гл. 7 было показано, что магнитное напряжение на зазоре  $l_3 H_3$  можно представить как произведение магнитного сопротивления  $R_3 = l_3 / \mu_0 S_3$  и потока  $\Phi$ :  $l_3 H_3 = R_3 \Phi$ . При переменном синусоидальном потоке  $l_3 H_{3\sim} = R_3 \Phi$ , где  $\Phi$  — действующее значение потока. Отсюда

$$l_M H_{M\sim} + R_3 \Phi = \omega I. \quad (8.15)$$

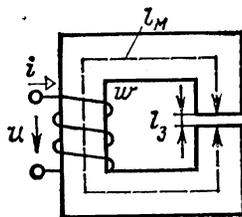


Рис. 8.10. Идеализированный магнитопровод с немагнитным зазором

Используя уравнения (8.15) и (8.8), построим семейство вольт-амперных характеристик обмотки с магнитопроводом, имеющим немагнитный зазор. Задавшись рядом действующих значений напряжения на обмотке, находим сначала действующие значения потока в магнитопроводе  $\Phi = U / \omega$  и магнитной индукции  $B_{M\sim} = \Phi / S_M$ . Затем по индукции  $B_{M\sim}$  находим соответствующую напряженность магнитного поля в магнитопроводе  $H_{M\sim}$ , используя характеристику  $B_{m,m}(H_{m\sim})$  из справочника. Уравнение (8.15) позволяет найти значение тока  $I$  в обмотке при фиксированном значении зазора  $l_3$ . Чем больше дли-

на зазора, тем больше его магнитное сопротивление  $R_3$  и ток обмотки  $I$ . На рис. 8.11,а построено семейство характеристик  $I(U)$  при различных значениях  $l_3$ . При неизменном значении  $U$  ток обмотки тем больше, чем больше зазор. Кривая зависимости  $I(l_3)$  для одного значения  $U$  приведена на рис. 8.11,б. Характеристики  $I(U)$  становятся все более пологими по мере увеличения  $l_3$ , причем в определенном диапазоне токов линейность характеристик увеличивается.

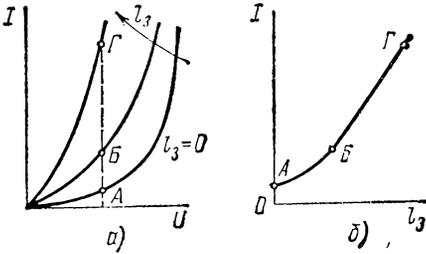


Рис. 8.11. Вольт-амперные характеристики обмотки при различных немагнитных зазорах (а) и зависимость тока в обмотке от длины зазора (б)

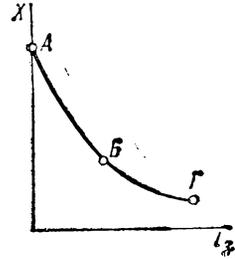


Рис. 8.12. Зависимость индуктивного сопротивления обмотки от длины зазора

А теперь выведем формулу индуктивного сопротивления обмотки с магнитопроводом, имеющим немагнитный зазор  $l_3$ .

Как было показано в гл. 7, уже при небольших зазорах порядка десятых долей миллиметра  $l_3 H_3 \gg l_m H_m$ . Поэтому  $R_3 \Phi \approx \omega I$ , а  $I \approx \approx R_3 \Phi / \omega$ . Поток определяется напряжением на обмотке:  $\Phi = U / \omega R_3$ . Отсюда

$$I \approx \frac{U}{\omega R_3} \quad (8.16)$$

Ток в обмотке пропорционален магнитному сопротивлению  $R_3$  и зазору  $l_3$ .

Согласно (8.12)

$$X = \frac{U}{I} = \frac{\omega R_3}{R_3} \quad (8.17)$$

Но магнитное сопротивление зазора  $R_3 = l_3 / \mu_0 S_3$ . Отсюда

$$X = \frac{\omega^2 \mu_0 S_3}{l_3} \quad (8.17a)$$

Формула (8.17) показывает, что индуктивное сопротивление обмотки обратно пропорционально магнитному сопротивлению зазора и, следовательно, длине зазора. Зависимость  $X(l_3)$  построена на рис. 8.12.

В большинстве электротехнических устройств стремятся уменьшить воздушный зазор до минимально возможной величины, чтобы снизить ток, необходимый для образования заданного потока в магнитной цепи.

Магнитопровод с изменяющимся воздушным зазором позволяет создать индуктивную катушку с регулируемым индуктивным сопротивлением. Такую катушку, называемую дросселем, используют, например, в сварочных аппаратах для регулирования тока дуги.

### § 8.5. Полное уравнение электрического состояния и схема замещения обмотки при синусоидальном потоке

В некоторых электротехнических устройствах обмотка или часть ее удалены от магнитопровода. При этом э.д.с.  $e_{рас}$  от поля рассеяния может оказывать заметное влияние на ток в обмотке и ее приходится учитывать в уравнении электрического состояния.

При глубоком насыщении магнитопровода ток в обмотке значительно возрастает и падение напряжения на сопротивлении обмотки  $R_{об}$  становится сравнимым с э.д.с. от рабочего потока в магнитопровode. Таким образом, полное уравнение электрического состояния обмотки должно иметь вид

$$u = -e - e_{рас} + R_{об}i, \quad (8.18)$$

где

$$e = -\omega \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{и} \quad e_{рас} = -\frac{d\Psi_{рас}}{dt}.$$

При анализе многих электромагнитных устройств с переменным магнитным полем принято заменять несинусоидальный ток в обмотке эквивалентным синусоидальным током, имеющим то же действующее значение. Это позволяет использовать при анализе векторные диаграммы и уравнения электрического состояния в комплексной форме. В частности, уравнение (8.18) можно записать в виде

$$\dot{U} = -\dot{E} - \dot{E}_{рас} + R_{об}\dot{I}. \quad (8.19)$$

Э.д.с. рассеяния заменим падением напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния  $X_{рас}$ :  $\dot{E}_{рас} = -jX_{рас}\dot{I}$ . Уравнение (8.19) получает вид

$$\dot{U} = -\dot{E} + jX_{рас}\dot{I} + R_{об}\dot{I}. \quad (8.20)$$

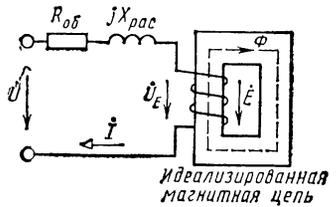


Рис. 8.13. Эквивалентная схема обмотки с магнитопроводом

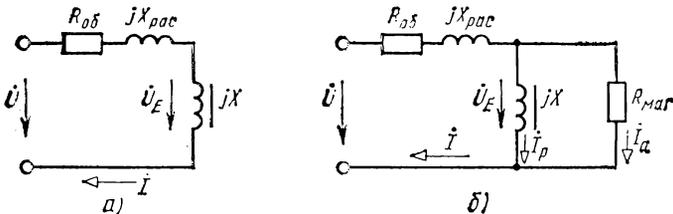


Рис. 8.14. Схема замещения обмотки с магнитопроводом без магнитных потерь (а) и с магнитными потерями (б)

Этому уравнению соответствует эквивалентная схема рис. 8.13 цепи, в которой идеализированная магнитная система с обмоткой (см. рис. 8.1) дополнена резистивным элементом  $R_{об}$  и индуктивным элементом  $X_{рас}$ . Заменяем, как и раньше, э. д. с.  $\dot{E}$  падением напряжения  $\dot{U}_E$  на индуктивном сопротивлении  $X$ :  $-\dot{E} = \dot{U}_E = jX\dot{I}$ . Отсюда

$$\dot{U} = R_{об}\dot{I} + jX_{рас}\dot{I} + \dot{U}_E = R_{об}\dot{I} + j(X_{рас} + X)\dot{I}. \quad (8.19a)$$

Этому уравнению соответствует схема замещения рис. 8.14, а.

В реальном магнитопроводе имеются магнитные потери энергии и для полного отображения электромагнитных процессов схему замещения рис. 8.14, а следует дополнить резистивным элементом  $R_{маг}$ . Мощность потерь в этом элементе должна быть равна мощности магнитных потерь. Если элемент  $R_{маг}$  включить на напряжение  $U_E$ , то значение  $R_{маг}$  определится формулой  $R_{маг} = U_E^2 / \Delta P_{маг} \approx U^2 / \Delta P_{маг}$ . Теперь уравнение (8.19а) следует дополнить, получив систему уравнений

$$\begin{aligned} \dot{U} &= R_{об}\dot{I} + jX_{рас}\dot{I} + \dot{U}_E, \\ \dot{I} &= \dot{I}_p + \dot{I}_a = \frac{\dot{U}_E}{jX} + \frac{\dot{U}_E}{R_{маг}}. \end{aligned} \quad (8.21)$$

Схема замещения рис. 8.14, б обмотки с магнитопроводом отличается от схемы замещения индуктивной катушки в немагнитной среде:

- элементом  $R_{маг}$ , учитывающим магнитные потери и зависящим от приложенного к катушке напряжения;
- элементом  $X$ , учитывающим э.д.с. от потока в магнитопроводе и зависящим от приложенного к катушке напряжения. Векторная диаграмма рис. 8.15 иллюстрирует уравнения (8.21).

## § 8.6. Стабилизатор переменного напряжения

Вольт-амперная характеристика  $I(U)$  (см. рис. 8.8) удобна для определения тока по заданному синусоидальному напряжению на обмотке магнитной системы. Этой же характеристикой пользуются при расчете цепей, содержащих несколько элементов, в том числе обмотку с магнитопроводом. В качестве примера рассмотрим электрическую схему простейшего стабилизатора напряжения промышленной частоты (рис. 8.16). С помощью такого стабилизатора можно ослабить колебания действующего сетевого напряжения  $U$  в 5—10 раз.

В стабилизаторе используется участок насыщения за коленом вольт-амперной характеристики дросселя  $Dp_2$ . На этом участке изменение тока почти не вызывает изменения напряжения. Последова-

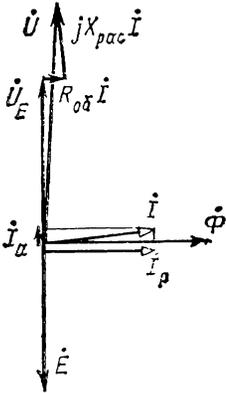


Рис. 8.15. Векторная диаграмма обмотки магнитопровода

тельно с дросселем  $Dp_2$ , работающим в режиме насыщения, включают дроссель  $Dp_1$  с линейной вольт-амперной характеристикой  $I(U_1)$ . На рис. 8.17 построены вольт-амперные характеристики дросселей.

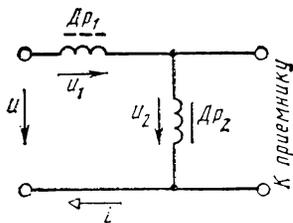


Рис. 8.16. Электрическая схема ферромагнитного стабилизатора переменного напряжения

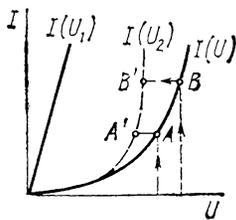


Рис. 8.17. Построение вольт-амперной характеристики ферромагнитного стабилизатора напряжения

Результирующая характеристика  $I(U)$  проведена на основе алгебраического уравнения  $U=U_1+U_2$ , справедливого для идеализированных дросселей ( $R=0, X_{рас}=0$ ).

Изменение напряжения в сети в пределах участка  $AB$  вызывает незначительные колебания напряжения  $U_{пр}=U_2$  на приемнике в пределах участка  $A'B'$ .

Недостатком рассмотренной схемы является значительный ток в цепи, и габариты линейного дросселя оказываются недопустимо большими. Для уменьшения тока стабилизатора параллельно дросселю  $Dp_2$  включают конденсатор, ток которого компенсирует ток дросселя (рис. 8.18). Вольт-амперные характеристики цепи можно построить на основе уравнений

$$I = I_2 - I_c, \quad U = U_1 + U_2.$$

Векторы токов в дросселе и в конденсаторе коллинеарны, но направлены в противоположные стороны. Поэтому  $I = |I_2 - I_c|$ .

Построение вольт-амперных характеристик ведут в два этапа: сначала определяют вольт-амперную характеристику параллельных ветвей  $I(U_2)$ , а затем — результирующую (входную) характеристику  $I(U)$  всей цепи. Эти построения выполнены на рис. 8.19, а, б. Равенство нулю разности токов  $I_2$  и  $I_c$  соответствует режиму резонанса токов. Поэтому стабилизатор рис. 8.18 часто называют феррорезонансным. Участок  $OC$  соответствует режиму перекомпенсации индуктивного тока дросселя  $Dp_2$  ( $I_c > I_2$ ). При насыщении магнитопровода дросселя  $Dp_2$  резко возрастает индуктивный ток  $I_2$  и наступает режим недокомпенсации. Для получения эффекта стабилизации напряжения нужно обеспечить режим недокомпенсации, когда  $I_2 > I_c$  и  $U = U_1 + U_2$ .

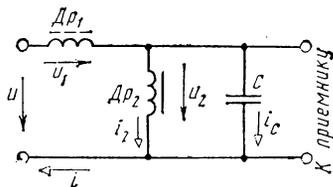


Рис. 8.18. Электрическая схема феррорезонансного стабилизатора напряжения

Включение конденсатора как бы спрямляет вольт-амперную характеристику  $I(U_2)$ , что позволяет сместить участок  $A'B'$  в область меньших токов.

Рассмотренный графический метод расчета нелинейной цепи переменного тока не всегда обеспечивает достаточную точность, так как он основан на замене несинусоидального тока в нелинейном элементе эквивалентным синусоидальным током. В цепи рис. 8.18 несинусоидальный ток обмотки дросселя  $Dp_2$  вызывает несинусоидальное падение напряжения на дросселе  $Dp_1$  и, следовательно, несинусоидальные

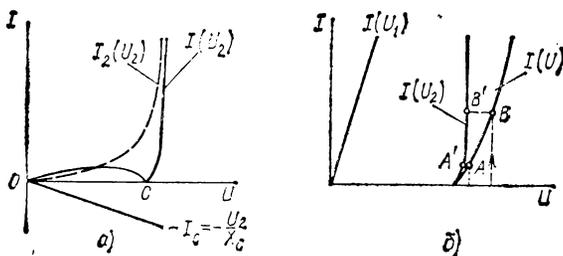


Рис. 8.19. Построение вольт-амперных характеристик феррорезонансного стабилизатора напряжения

напряжение и ток в конденсаторе. При более строгом решении задачи уравнения Кирхгофа следует записывать для мгновенных токов и напряжений, а магнитные свойства материала магнитопровода нелинейного дросселя  $Dp_2$  описывать петлей перемагничивания для мгновенных значений  $B_{2t}(H_{2t})$ . Для схемы рис. 8.18 получается система уравнений

$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} + u_2, \quad i_2 = C \frac{du_2}{dt},$$

$$u_2 = \frac{d\Psi_2}{dt} = \omega_2 S_2 \frac{dB_2}{dt}; \quad B_{2t} = f(H_{2t}),$$

$$i_1 = i_2 + i_C; \quad H_{2t} = \frac{\omega_2 i_2}{l_2}.$$

В этих уравнениях индексы 1 и 2 относятся к дросселям  $Dp_1$  и  $Dp_2$ . Решение системы, которая нелинейна из-за нелинейности функции  $B_{2t} = f(H_{2t})$ , возможно только приближенными численными методами с помощью ЭВМ [15].

## § 8.7. Технические характеристики магнитных материалов в переменных полях

Для усиления переменных магнитных полей используют магнитомягкие материалы, которые отличаются низкой коэрцитивной силой и сравнительно малыми магнитными потерями (десятые доли или единицы ватт на 1 кг) при циклическом перемагничивании.

Электротехнические стали применяют для изготовления магнитопроводов электрических устройств. Эти стали от-

личаются от машиностроительных сталей легирующей присадкой кремния (от 0,8 до 5%), который резко увеличивает удельное электрическое сопротивление и уменьшает коэрцитивную силу. Благодаря этому

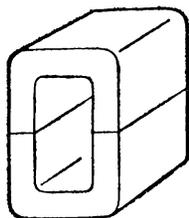


Рис. 8.20. Витой (разрезной) ленточный магнитопровод из холоднокатаной стали

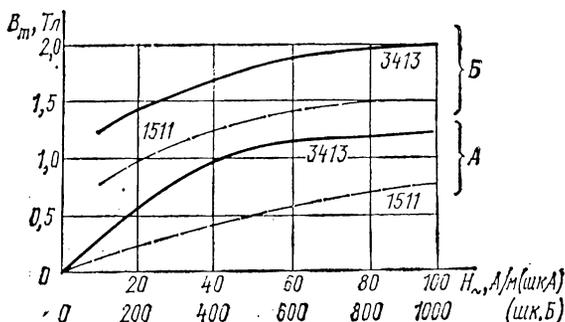


Рис. 8.21. Магнитные характеристики электротехнических сталей в переменном поле

снижаются магнитные потери. Вместе с тем кремний ухудшает механические свойства железа, повышая его твердость и хрупкость. Поэтому электротехническую сталь выпускают только в виде листов или лент толщиной 0,5—0,05 мм, из которых штампуют заготовки нужного

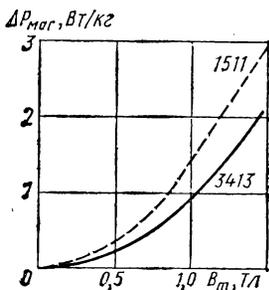


Рис. 8.22. Зависимость удельных магнитных потерь в электротехнических сталях от амплитуды магнитной индукции

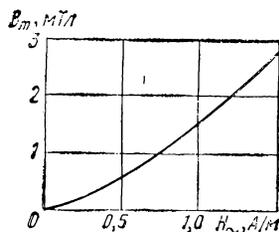


Рис. 8.23. Магнитная характеристика стали 1561 в слабом переменном поле

профиля. Чем сложнее профиль, тем меньше должно быть содержание кремния. Для электрических машин применяют стали в соответствии с ГОСТ 11036—75, содержащие от 0,8 до 1,8% кремния. Для трансформаторов используют стали по ГОСТ 21427—75 с присадкой кремния от 2,8 до 5%. Трансформаторные стали горячей прокатки имеют марки с индексом 1. Индексы 2 и 3 имеют холоднокатаные стали. В результате холодной прокатки существенно улучшаются магнитные свойства: уменьшаются удельные магнитные потери, возрастает маг-

питная проницаемость на линейном участке, увеличивается индукция насыщения. При сильном обжатиі возникает деформация кристаллографической решетки (магнитная текстура), в результате чего магнитные свойства стали становятся неоднородными при различном направлении напряженности внешнего поля. Такие материалы называют анизотропными. При намагничивании под углом 60—90° к прокатке индукция в листе уменьшается почти вдвое, а магнитные потери возрастают в 2—3 раза. Поэтому из холоднокатаных анизотропных сталей стараются делать витые

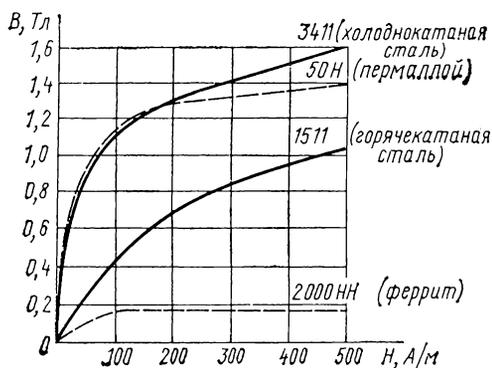


Рис. 8.24. Сопоставление кривых начального намагничивания ферромагнитных материалов

ми рис. 8.22. Специальный сорт стали марки 1561 предназначен для работы в слабых магнитных полях. Магнитная характеристика этой стали изображена на рис. 8.23.

Пермаллои применяют для усиления слабых переменных магнитных полей. Коэрцитивная сила этих сплавов в десятки раз меньше, чем у сталей, но удельное электрическое сопротивление того же порядка. Поэтому пермаллои эффективны при сравнительно низкой частоте (звукового диапазона). Следует подчеркнуть, что высокие магнитные свойства пермаллоя проявляются только после специального отжига готового изделия. В противном случае характеристики пермаллоя оказываются хуже, чем у стали. В переменных полях обычно используют пермаллой марки 50Н.

Ферриты представляют собой интерметаллические соединения окислов железа, никеля, цинка, марганца и других элементов. Удельное электрическое сопротивление ферритов на семь порядков больше, чем у металлов, но петля гистерезиса значительно шире, чем у пермаллоев. Поэтому из феррита изготавливают магнитопроводы трансформаторов, дросселей, антенн, работающих при радиочастотах или в импульсном режиме. Применять при низкой частоте феррит невыгодно: магнитопровод будет иметь большие габариты и будет сильнее нагреваться, чем магнитопровод из пермаллоя. На рис. 8.24 сопоставлены кривые начального намагничивания феррита, пермаллоя и электротехнических сталей, показывающие диапазоны напряженности поля, в которых рационально применять перечисленные материалы.

## Контрольные вопросы

1. Почему индуктивность обмотки магнитопровода зависит от тока в обмотке?
2. Почему напряжение на обмотке магнитопровода не пропорционально скорости изменения тока?
3. От чего зависит временной закон изменения потока в магнитопровode?
4. Почему нагревается магнитопровод с периодически изменяющимся потоком? Каков порядок мощности потерь в магнитопровode (на единицу массы)?
5. Изобразите вольт-амперную характеристику обмотки магнитопровода и поясните ее ход,
6. Почему обмотка магнитопровода является нелинейным элементом электрической цепи?
7. Как и почему влияет немагнитный зазор в магнитопровode на вольт-амперную характеристику и на индуктивное сопротивление обмотки?
8. Запишите полное уравнение электрического состояния обмотки магнитопровода и поясните физический смысл его членов,
9. Изобразите схему замещения обмотки магнитопровода и поясните физический смысл ее элементов. Чем отличается эта схема от схемы замещения индуктивной катушки в немагнитной среде?
10. Чем отличаются магнитные характеристики электротехнических сталей и пермаллоя?
11. Как можно уменьшить магнитные потери в магнитопровode?

## ГЛАВА 9

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ

#### § 9.1. Назначение и классификация электрических аппаратов

На всех этапах производства, передачи, распределения и потребления электрической энергии практически во всех отраслях народного хозяйства важную роль играют электрические аппараты.

Электрические аппараты (контакторы, пускатели, реле, электромагниты) входят в состав автоматических, полуавтоматических и ручных систем управления электроэнергетическими установками, электроприводами, устройствами электрического освещения, электротехнологическими установками и т. д. Их применяют для управления пуском, регулирования частоты вращения и осуществления электрического торможения электродвигателей. С помощью электрических аппаратов производится регулирование токов и напряжений генераторов. Они осуществляют функции контроля и защиты установок, потребляющих электроэнергию.

Таким образом, использование электромеханических устройств позволяет управлять по заданной программе работой электрических и неэлектрических объектов, а также защищать эти объекты от нежелательных режимов — перегрузок, перенапряжений, недопустимо больших токов и т. д.

Многие электрические аппараты предназначены для выполнения какой-либо одной функции в системе управления или защиты, однако имеются и многофункциональные аппараты.

Работа электромеханических устройств в системах автоматики осно-

ываается на ряде физических явлений: взаимодействии ферромагнитных тел в магнитном поле, силовом взаимодействии проводника с током и магнитного поля, возникновении э.д.с. в катушках и вихревых токов в массивных телах из электропроводящего материала при появлении переменного магнитного поля, тепловом действии электрического тока и др.

*Основными частями электрических аппаратов являются: электрические контакты (неподвижные и подвижные, главные и вспомогательные), механический или электромагнитный привод контактной группы (приведение в соприкосновение и прижатие подвижных и неподвижных контактов), рукоятки (кнопки) управления и рабочие обмотки.*

Электрический аппарат срабатывает, т. е. осуществляет замыкание и размыкание контактов или соединение подвижной и неподвижной частей электромагнитного механизма под воздействием:

1) обслуживающего персонала, нажимающего на рукоятки (кнопки) управления; в этом случае аппарат называют ручным или полуавтоматическим;

2) электрических величин, характеризующих работу контролируемого (управляемого) объекта, изменяющих ток или напряжение на рабочих обмотках; в этом случае аппарат называют автоматическим.

В зависимости от функций, которые должен обеспечить аппарат, к нему могут предъявляться различные требования, но главными требованиями являются надежность и точность работы: надежность соединения контактов, малое электрическое сопротивление в месте соединения контактов, точность зависимости момента срабатывания от значения управляющего тока или напряжения.

По назначению различают следующие электрические аппараты:

1) коммутационные (разъединители, выключатели, переключатели);

2) защитные, основным назначением которых является защита электрических цепей от недопустимо больших токов, перенапряжений, снижения напряжения и т. д. (предохранители, реле защиты);

3) пускорегулирующие, предназначенные для управления электроприводами и другими промышленными потребителями электроэнергии (контакторы, пускатели, реле управления);

4) контролируемые и регулируемые, предназначенные для контроля и поддержания в заданном диапазоне основных параметров процесса (датчики и реле);

5) электромагниты (силовые), служащие для удерживания или перемещения объектов в производственном либо управленческом процессе.

В данной главе рассматриваются электрические аппараты (реле, пускатели, контакторы и электромагниты) и некоторые схемы управления и регулирования, использующие электромеханические устройства.

Прежде всего рассмотрим особенности работы электрических контактов и работу электромагнитного механизма — привода контактной группы электрических аппаратов.

## § 9.2. Электрические контакты

**Типы электрических контактов.** Соединение двух (или более) токоведущих элементов электрической цепи называют электрическим контактом. Для создания замкнутой электрической цепи обычно необходимо осуществить несколько контактов. Различают неподвижные и

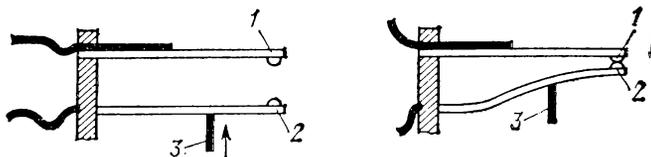


Рис. 9.1. Устройство рычажного контакта:  
1 — неподвижный элемент; 2 — подвижный элемент; 3 — шток

подвижные контакты. При наличии неподвижных контактов токоведущие элементы электрической цепи в процессе работы не перемещаются относительно друг друга, а плотно и надежно соединены между собой. В случае подвижных контактов элементы цепи в процессе работы соединяются между собой (замыкаются) и остаются плотно и надежно скрепленными либо разъединяются (размыкаются) с помощью электромеханического или механического устройства (привода).

В качестве примера подвижного контакта на рис. 9.1 показано устройство рычажного контакта. Неподвижный элемент 1 и подвижный элемент 2 соединяются под действием перемещения штока 3.

Другим примером подвижного контакта может служить шарнирный контакт (рис. 9.2), где неподвижный элемент 1 и подвижный элемент 2 соединяются между собой при воздействии внешней силы на рычаг 3. Подвижный элемент 2 поворачивается относительно оси 4.

Разновидностью подвижных контактов являются скользящие контакты, у которых один элемент (обычно угольная щетка) перемещается (скользит) относительно других (например, медных пластин), как в щеточно-коллекторном устройстве электрических машин постоянного тока.

К подвижным контактам относятся также магнитоуправляемые герметизированные контакты (герконы). Простейший геркон (рис. 9.3) представляет собой миниатюрную запаянную стеклянную колбу 1, в которую впаяны две плоские контактные пружины 2 из магнитомягкой стали.

Если геркон поместить в магнитное поле, созданное обмоткой 3 или постоянным магнитом, то пружины намагнитятся и притянутся друг к другу. Произойдет замыкание контактов и, следовательно, замыкание электрической цепи. После исчезновения магнитного поля контакты вновь разомкнутся за счет силы упругости пружин. Контактные поверхности пружин покрывают тонким слоем металла с очень малым удельным электрическим сопротивлением (серебро, зо-

лото, платина). Колбу геркона заполняют инертным газом или вакуумируют. Герконы позволяют производить коммутации в цепях при значениях тока 0,5—1 А. Малая масса элементов геркона определяет высокое быстродействие этих контактов — время срабатывания составляет 0,5—1,0 мс.

Важным свойством герконов является их высокая износостойчивость. Некоторые виды герконов позволяют производить до двух

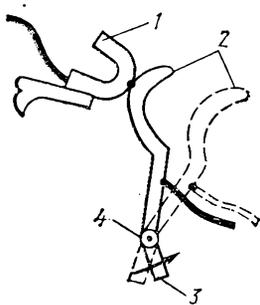


Рис. 9.2. Устройство шарнирного контакта:  
1 — неподвижный элемент; 2 — подвижный элемент; 3 — рычаг; 4 — ось

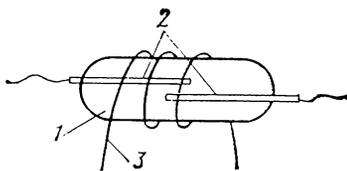


Рис. 9.3. Устройство магнитоуправляемого герметизированного контакта (геркона):  
1 — колба; 2 — контактные пружины; 3 — обмотка

тысяч переключений в секунду и допускают сотни миллионов срабатываний.

Разновидностью герконов являются магнитоуправляемые герметические силовые контакты — герсикконы. Они позволяют производить коммутации в цепях при значениях тока 60, 100, 180 А и напряжения 220—440 В.

**Электрическое сопротивление контактов.** Важной характеристикой, определяющей работу контактов, является их электрическое сопротивление. Оно определяется в основном переходным сопротивлением, зависящим от площади контактирования. Для уменьшения переходного сопротивления стремятся увеличивать силу прижатия контактов. Наличие тока в цепи контактов вызывает их нагрев, который пропорционален переходному сопротивлению. По мере нагревания контактов переходное сопротивление возрастает, что приводит к еще большему нагреву. Допустимые рабочие температуры контактов лежат в пределах 100—120°C. Следовательно, по мере увеличения номинального тока коммутирующего аппарата переходное сопротивление контактов должно быть уменьшено, т. е. необходимо повысить контактное нажатие. Кроме того, с ростом коммутируемого тока нужно увеличивать поверхность охлаждения, т. е. размеры контактирующих поверхностей.

Токоведущие элементы контактов изготавливают из материалов с малым удельным электрическим сопротивлением (медь, серебро, металло-керамические композиции).

**Электрическая дуга и искрение на контактах.** Размыкание электрической цепи при значительных токах и напряжениях, как правило, сопровождается электрическим разрядом между расходящимися контактами. При расхождении контактов резко возрастает переходное сопротивление контакта и плотность тока в последней площадке контактирования. Контакты разогреваются до расплавления и образуется контактный перешеек из расплавленного металла, который при дальнейшем расхождении контактов рвется, и происходит испарение металла контактов. Воздушный промежуток между контактами ионизируется и становится проводящим, в нем под действием высокого напряжения, возникающего вследствие законов коммутации (см. § 4.4), появляется электрическая дуга.

Электрическая дуга способствует разрушению контактов и снижает быстродействие коммутационного аппарата, так как ток в цепи спадает до нуля не мгновенно. Воспрепятствовать появлению дуги можно увеличением сопротивления цепи, в которой происходит размыкание контактов, увеличением расстояния между контактами либо применением специальных мер дугогашения.

Произведение предельных значений напряжения и тока в цепи, при которых электрическая дуга не возникает при минимальном расстоянии между контактами, называется разрывной или коммутируемой мощностью контактов. По мере повышения напряжения в цепи предельный коммутируемый ток приходится ограничивать. Коммутируемая мощность зависит также от  $\tau = L/R$  — постоянной времени цепи: чем больше  $\tau$ , тем меньшую мощность могут коммутировать контакты. В цепях переменного тока электрическая дуга гаснет в момент, когда мгновенное значение тока равно нулю. Дуга может вновь появиться в следующий полупериод, если напряжение на контактах возрастает быстрее, чем восстанавливается электрическая прочность промежутка между контактами. Однако во всех случаях дуга в цепи переменного тока менее устойчива, а разрывная мощность контактов в несколько раз выше, чем в цепи постоянного тока. На контактах маломощных электрических аппаратов электрическая дуга появляется редко, но часто наблюдается и с к р е н и е — пробой изоляцион-

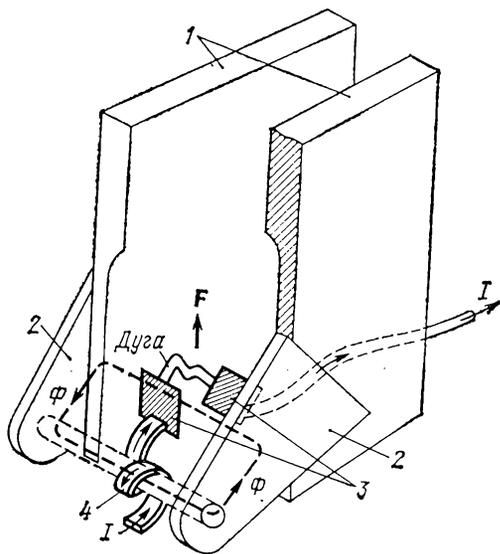


Рис. 9.4. Устройство камеры дугогашения с узкой щелью:

1 — стенки камеры; 2 — ферромагнитные концевники; 3 — главные контакты; 4 — катушка

ного промежутка, образованного при быстром размыкании контактов в слаботочных цепях. Это особенно опасно в чувствительных и быстродействующих аппаратах (реле), в которых расстояние между контактами очень мало. Искрение сокращает срок службы контактов, может привести к ложным срабатываниям. Для уменьшения искрения на контактах применяют специальные устройства искрогашения.

**Устройство дуго- и искрогашения.** Наиболее эффективным способом гашения электрической дуги является ее охлаждение за счет перемещения в воздухе, соприкосновения с изоляционными стенками специальных камер, которые отбирают теплоту дуги.

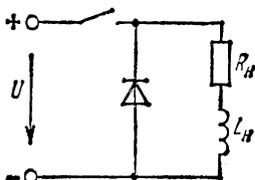


Рис. 9.5. Включение диода для уменьшения искрения

В современных аппаратах широкое распространение получили дугогасительные камеры с узкой щелью и магнитным дутьем.

Дугу можно рассматривать как проводник с током; если его поместить в магнитное поле, то возникнет сила, которая вызовет перемещение дуги. При своем движении дуга обдувается воздухом; попадая в узкую щель между двумя изоляционными пластинами, она деформируется и вследствие повышения давления в щели камеры гаснет (рис. 9.4).

Щелевая камера образована двумя стенками  $1$ , выполненными из изоляционного материала. Зазор между стенками очень мал. Катушка  $4$ , включенная последовательно с главными контактами  $3$ , возбуждает магнитный поток  $\Phi$ , который направляется ферромагнитными наконечниками  $2$  в пространство между контактами. В результате взаимодействия дуги и магнитного поля появляется сила  $F$ , вытесняющая дугу к пластинам  $1$ .

Эта конструкция дугогасительной камеры применяется и на переменном токе, так как с изменением направления тока изменяется направление потока  $\Phi$ , а направление силы  $F$  остается неизменным.

Для уменьшения искрения на маломощных контактах постоянного тока применяют включение диода параллельно нагрузочному устройству (рис. 9.5). При этом цепь после коммутации (после отключения источника) замыкается через диод (см. § 4.4), таким образом уменьшается энергия искрообразования.

### § 9.3. Работа электромагнитных механизмов постоянного тока

Для приведения в действие многих аппаратов применяются электромагнитные механизмы (рис. 9.6), состоящие из неподвижной (ярма  $1$ ) и подвижной (якоря  $2$ ) частей магнитопровода, намагничивающих катушек  $3$ , удерживающих или противодействующих пружин  $4$ . На рис. 9.6 показаны линии магнитного поля. В электромагнитном механизме осуществляется преобразование электрической энергии источника питания обмотки возбуждения магнитного поля в механическую энергию перемещения якоря под действием электромагнитных сил. Появление тока в обмотках (в намагничивающих катушках) приводит

к намагничиванию ферромагнитных частей магнитопровода. Образовавшиеся магнитные полюсы на якоре и на ярме взаимодействуют и вызывают притяжение якоря к ярму.

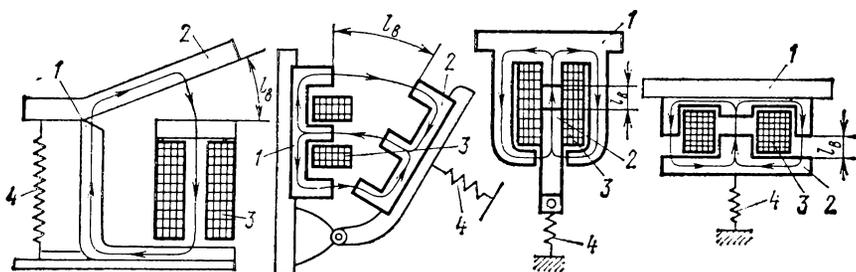


Рис. 9.6. Устройство электромагнитных механизмов:  
1 — ярмо; 2 — якорь; 3 — катушка; 4 — пружина

Уравнение электромагнитного состояния индуктивной катушки (рис. 9.7) при подключении ее к источнику постоянного тока, как известно (см. § 4.3), имеет вид

$$u_R - U = e_L$$

или

$$Ri - U = - \frac{d\Psi}{dt}. \quad (9.1)$$

Умножив это уравнение на  $idt$  и проинтегрировав за время перемагничивания, получим выражение баланса энергии:

$$\int_0^t Ui dt = \int_0^{\Psi} i d\Psi + \int_0^t Ri^2 dt$$

или

$$W_{\text{э}} = W_{\text{м}} + W_{\text{п}}, \quad (9.2)$$

где  $W_{\text{э}}$  — электрическая энергия, затраченная источником в процессе перемагничивания;  $W_{\text{м}}$  — энергия возбужденного магнитного поля;  $W_{\text{п}}$  — электрическая энергия, затраченная источником на нагрев провода катушки за время перемагничивания (потери энергии).

Если учесть, что зависимость  $\Psi(i)$  (рис. 9.8) является в общем случае нелинейной функцией, зависящей от размеров и конфигурации магнитопровода и воздушного зазора  $l_{\text{в}}$ , а также от свойств материала магнитопровода, то полную энергию, накопленную в магнитном поле электромагнитного устройства при возбуждении в его намагничивающей обмотке тока  $i$ , можно выразить в виде

$$W_{\text{м}} = \int_0^{\Psi} id\Psi, \quad (9.3)$$

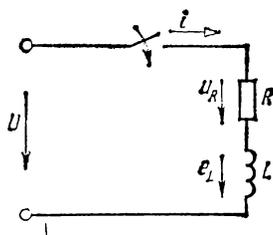


Рис. 9.7. Схема замещения индуктивной катушки

где  $i$  — ток в катушке;  $\Psi = \omega\Phi$  — потокосцепление;  $\omega$  — число витков катушки;  $\Phi$  — магнитный поток в магнитопроводе и воздушном зазоре  $l_B$  при данной магнитодвижущей силе  $\omega I$ .

Эту энергию можно изобразить в виде заштрихованной площади на рис. 9.8.

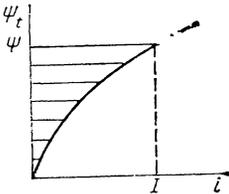


Рис. 9.8. Вебер-амперная характеристика

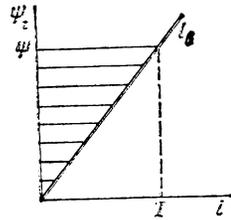


Рис. 9.9. Упрощенная вебер-амперная характеристика

Если пренебречь магнитным сопротивлением магнитопровода, то зависимость  $\Psi(i)$  при наличии воздушного зазора  $l_B$  будет изображаться прямой линией (рис. 9.9), тогда можно записать

$$W_M = \int_0^{\Psi} i d\Psi = \frac{\Psi I}{2}. \quad (9.4)$$

Учитывая, что  $\Psi = \omega\Phi = \omega B_l S_B$ , а  $\omega I = H_B l_B$ , где  $S_B$  — площадь, а  $l_B$  — длина воздушного зазора, получим выражение

$$W_M = \frac{\Psi I}{2} = \frac{B_l H_B}{2} S_B l_B = W_{M0} V_B. \quad (9.5)$$

Здесь  $B_l$  — магнитная индукция в воздушном зазоре;  $H_B$  — напряженность магнитного поля в воздушном зазоре;  $W_{M0}$  — удельная энергия магнитного поля в воздушном зазоре;  $V_B$  — объем воздушного зазора.

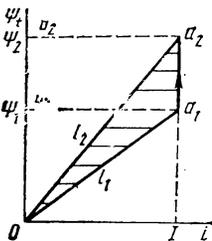


Рис. 9.10. Изменение вебер-амперной характеристики при изменении зазора

Будем считать, что при срабатывании электромагнитного механизма происходит уменьшение воздушного зазора  $\Delta l_B$  при неизменном токе в обмотке возбуждения. При перемещении якоря производится работа

$$\Delta A = W_{M1} - W_{M2} = F \Delta l_B, \quad (9.6)$$

где  $W_{M1}$  — энергия, запасенная в магнитном поле электромагнитного механизма по окончании процесса перемагничивания при некотором значении длины воздушного зазора  $l_B$  (площадь  $Oa_1b_1$  на рис. 9.10);  $W_{M2}$  — энергия магнитного поля электромагнитного механизма по окончании перемещения якоря на величину  $dl_B$  в направлении уменьшения воздушного зазора (площадь  $Oa_2b_2$  на рис. 9.10).

Очевидно, при сделанных допущениях с уменьшением зазора магнитный поток в магнитопроводе возрастает (так как  $\omega I = \text{const}$ ). Таким образом, если учесть, что

(рис. 9.10)

$$W_{м1} = \frac{\Psi_1 I}{2} = \frac{\omega B_1 S_1 I}{2} = \frac{B_1 S_1 H_1 l_1}{2}$$

и при новом положении якоря

$$W_{м2} = \frac{\Psi_2 I}{2} = \frac{\omega B_2 S_1 I}{2} = \frac{B_2 S_1 H_2 l_2}{2},$$

и приняв  $s_1 = S_B$  (средняя площадь поперечного сечения воздушного зазора), найдем

$$\Delta A = S_B \left( \frac{B_1 H_1}{2} l_1 - \frac{B_2 H_2}{2} l_2 \right). \quad (9.7)$$

Учитывая, что  $B = \mu_0 H$  (для магнитного поля в воздушном зазоре), получим

$$\Delta A = S_B \left( \frac{B_1^2}{2\mu_0} l_1 - \frac{B_2^2}{2\mu_0} l_2 \right). \quad (9.7a)$$

Эта элементарная механическая работа может быть представлена как произведение электромагнитной силы  $F$  на элементарное перемещение якоря в направлении изменения воздушного зазора, т. е.

$$F = \Delta A / \Delta l_B. \quad (9.8)$$

Из опыта известно, что сила направлена в сторону уменьшения зазора (якорь притягивается к ярму). Примем, что перемещение якоря на малую величину  $\Delta l_B$  не приводит к изменению магнитного потока  $\Phi$  в магнитопроводе и в воздушном зазоре, т. е. в (9.7a)  $B_1 = B_2 = B$ . Тогда значение электромагнитной силы

$$F = S_B \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 s_B}, \quad (9.9)$$

где  $B$  — значение магнитной индукции в воздушном зазоре длиной  $l_B$  и сечением  $s_B$ .

Очевидно, значение силы, действующей на якорь, изменяется с изменением длины зазора  $l_B$ : известно (см. § 7.4), что чем меньше  $l_B$ , тем больше  $B_B$  и, следовательно, тем больше сила  $F$  притяжения к ярму.

Зависимость  $F(l_B)$  называют тяговой характеристикой электромагнитного механизма.

Если  $B_B$  выразить в тесла (Тл), площадь поперечного сечения  $s_B$  зазора в м<sup>2</sup> и учесть, что  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м, то сила тяги в килограммах определится по формуле

$$F \approx 4,08 B_B^2 s_B \cdot 10^{-4}.$$

Тяговая характеристика электромагнитного механизма имеет вид гиперболической зависимости (рис. 9.11). Крутизна этой характеристики зависит от формы и размеров воздушного зазора, конфигурации магнитного поля в зазоре и значения магнитодвижущей силы  $\omega I$ .

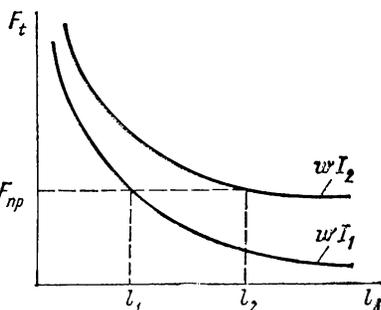


Рис. 9.11. Тяговые характеристики электромагнитного механизма

По тяговой характеристике можно определить длину  $l_{в}$ , при которой сила  $F$  притяжения якоря электромагнитного механизма к ярму превышает силу  $F_{пр}$  противодействующей пружины, удерживающей якорь в начальном положении. Очевидно, при большей м.д.с.  $\omega I_2$  механизм срабатывает и при большем зазоре (из рис. 9.11 видно, что  $l_2 > l_1$ ). По этой же характеристике можно найти силу  $F$  притяжения якоря к ярму при любом значении  $l_{в}$ . Еще раз подчеркнем, что при уменьшении длины зазора  $l_{в}$  сила  $F$  возрастает.

#### § 9.4. Работа электромагнитных механизмов переменного тока

Обращаясь к описанию работы индуктивной катушки на ферромагнитном магнитопроводе с воздушным зазором (см. § 8.5), отметим, что в электромагнитных механизмах переменного тока амплитуда магнитного потока  $\Phi_m$  почти не зависит от воздушного зазора  $l_{в}$ . Это утверждение тем строже, чем меньше потери энергии в обмотке. При этом следует помнить, что действующий ток в обмотке зависит от зазора. При включении электромагнитного механизма (пока значение  $l_{в}$  велико) ток  $I_{пуск}$  в катушке имеет большее значение, чем после срабатывания, когда зазор уменьшается почти до нуля. Поэтому задержка движения якоря недопустима, так как  $I_{пуск} \gg I_{ном}$ .

Важно также помнить, что ток  $i$  в катушке электромагнитного механизма, подключенной к источнику переменного синусоидального напряжения, отстает по фазе от напряжения  $\dot{U}$  почти на  $90^\circ$ , т. е. для возбуждения магнитного поля необходима реактивная (индуктивная) мощность  $Q = UI \sin \varphi$ .

Если магнитный поток в магнитопроводе и воздушном зазоре изменяется по синусоидальному закону  $\Phi(t) = \Phi_m \sin \omega t$ , то мгновенное значение силы, притягивающей якорь к ярму, выразится в виде соотношения

$$F(t) = \frac{\Phi_m^2 \sin^2 \omega t}{2\mu_0 s_B} \quad (9.10)$$

или

$$F(t) = \frac{\Phi_m^2}{4\mu_0 s_B} - \frac{\Phi_m^2}{4\mu_0 s_B} \cos(2\omega t). \quad (9.10a)$$

Следовательно, тяговая сила содержит переменную и постоянную составляющие. Переменная составляющая имеет частоту, вдвое большую частоты питающего напряжения, и амплитуду, равную постоянной составляющей или среднему за период значению тяговой силы.

Таким образом, на якорь действует переменная сила, среднее значение которой

$$F_{ср} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_m^2}{2\mu_0 s_B}. \quad (9.11)$$

Пульсация силы  $F(t)$  отрицательно сказывается на работе электромагнитных механизмов переменного тока, вызывая вибрацию якоря (шум, дребезг).

В однофазных электромагнитных механизмах (электромагнитах) для устранения пульсации силы на якоре размещают короткозамкнутый виток провода (рис. 9.12). Переменный (синусоидальный) магнитный поток  $\Phi(t)$  наводит в короткозамкнутом витке э.д.с.  $e_k$ . Э.д.с.  $E_k$  сдвинута относительно магнитного потока  $\dot{\Phi}_m$  на  $90^\circ$  (рис. 9.13).

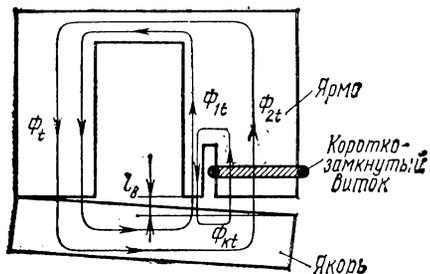


Рис. 9.12. Схема применения короткозамкнутого витка провода в однофазных электромагнитах

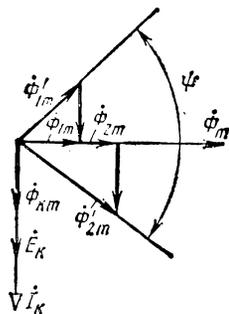


Рис. 9.13. Векторная диаграмма магнитных потоков

Под действием э.д.с.  $e_k$  возникает ток  $i_k$ , положительное направление которого совпадает с направлением э.д.с.  $e_k$ . На рис. 9.13 ток  $i_k$  принят совпадающим с вектором  $E_k$ . Магнитодвижущая сила  $\omega_k i_k$  возбуждает магнитный поток  $\dot{\Phi}_{km}$ , который практически совпадает с током  $i_k$ .

Суммарные магнитные потоки  $\dot{\Phi}_{2t} + \dot{\Phi}_{kt}$  и  $\dot{\Phi}_{1t} - \dot{\Phi}_{kt}$  (см. рис. 9.12) можно представить в виде комплексных амплитуд:

$$\dot{\Phi}'_{1m} = \dot{\Phi}_{1m} - \dot{\Phi}_{km}, \quad \dot{\Phi}'_{2m} = \dot{\Phi}_{2m} + \dot{\Phi}_{km}$$

и соответствующих изображающих векторов на диаграмме рис. 9.13. Из диаграммы рис. 9.13 следует, что результирующие магнитные потоки  $\dot{\Phi}'_{1m}$  и  $\dot{\Phi}'_{2m}$  оказываются сдвинутыми по фазе на угол  $\psi$ . При этом на якорь, очевидно, начинают действовать две пульсирующие силы  $F$ , переменные составляющие которых сдвинуты по времени. В итоге постоянная составляющая результирующей силы возрастает, а пульсация уменьшается.

На рис. 9.14 приведены для сравнения экспериментально полученные тяговые характеристики электромагнитных механизмов постоянного (кривая 1) и переменного (кривая 2) токов. Из сравнения этих характеристик видно, что тяговое усилие  $F$  в электромагнитах переменного тока при изменении  $l_n$  в широких пределах изменяется меньше, чем в электромагнитах постоянного тока.

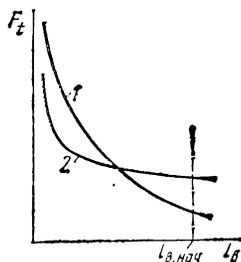


Рис. 9.14. Тяговые характеристики электромагнитов:

1 — постоянного тока;  
2 — переменного тока

## § 9.5. Электрические реле

**Основные понятия.** Реле — устройство, в котором при достижении определенного значения входной величины выходная величина изменяется скачком — выходные контакты либо замыкаются — в управляемой цепи появляется ток (напряжение), либо размыкаются. Реле

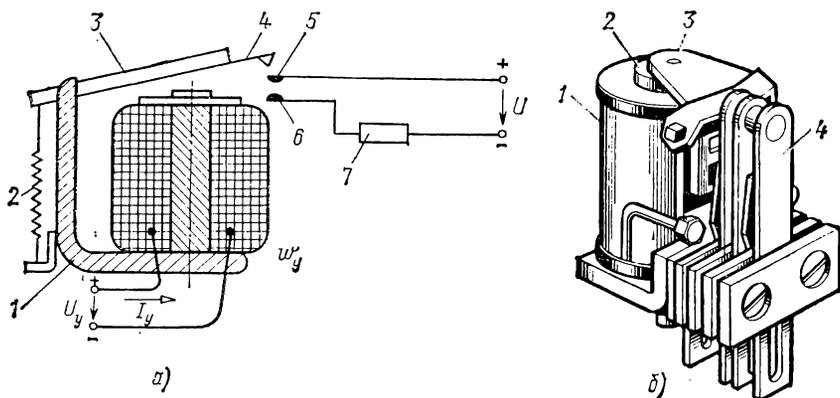


Рис. 9.15. Устройство (а) и внешний вид (б) электромагнитного реле клапанного типа

применяют в цепях управления с током менее 1 А. Входной величиной реле могут быть механические, тепловые, электрические и другие внешние воздействия.

Широкое распространение получили электрические реле (электромагнитные, магнитоэлектрические, электродинамические, индукционные), которые реагируют на изменения тока (напряжения) в обмотке управления (намагничивающей обмотке). На рис. 9.15, а показано устройство простейшего электромагнитного реле клапанного типа: при определенной м.д.с. в цепи управления  $[w_y I_y]$  возникающая электромагнитная сила  $F$  притяжения якоря 3 к ярму 1 превышает силу противодействующей пружины 2. Реле срабатывает; воздушный зазор уменьшается, клапан 4 нажимает на подвижный контакт 5 и прижимает его с силой  $F$ , зависящей от значения воздушного зазора в конце хода якоря, к неподвижному контакту 6. Управляемая цепь (цепь управления) замыкается, исполнительный элемент 7 производит требуемое действие. Контакты реле в исходном положении могут быть как разомкнуты, так и замкнуты, в последнем случае при срабатывании реле они размыкаются — действие каких-либо устройств прекращается. Первоначально открытые (замыкающие) контакты изображают на схемах, как показано на рис. 9.16, а, первоначально закрытые (размыкающие) контакты имеют условное обозначение, показанное на рис. 9.16, б.

Многие электромагнитные реле имеют несколько контактных пар, тогда их используют для управления несколькими электрическими цепями.

Электрические реле выполняют множество функций, связанных с контролем режимов работы важных элементов электрической цепи — генераторов, трансформаторов, линий передач, различных приемников.

При нарушении нормального режима того или иного элемента соответствующее реле приводит в действие аппаратуру, которая либо восстанавливает нормальный режим работы, либо отключает поврежденный участок. Такие реле — реле защиты — могут «наблюдать» за током в цепи (токовая защита), напряжением на отдельных участках (защита по напряжению), изменением мощности (реле мощности), изменением частоты тока и т. д.

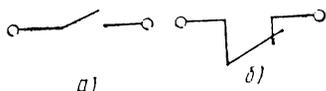


Рис. 9.16. Условное графическое обозначение контактов:

а — замыкающие; б — размыкающие

В зависимости от значения или направления входной величины, приводящей к срабатыванию реле, различают реле: максимальные, минимальные, направленного действия, дифференциальные и др.

В зависимости от времени срабатывания — отрезка времени от момента появления управляющего воздействия до момента замыкания контактов реле — различают реле быстродействующие ( $t_{ср} < 0,05$  с), нормальные ( $t_{ср} = 0,05 \div 0,25$  с) и с выдержкой времени (реле времени).

Если реле «реагирует» только на значение входной величины (тока) и «не реагирует» на направление этой величины, то его называют нейтральным. Реле, «чувствующие» полярность (направление) входной величины (напряжения, тока), называются полярными.

По способу воздействия исполнительного элемента реле на управляемую величину различают реле прямого действия, в которых исполнительный элемент (у электромеханических реле исполнительным элементом является подвижная контактная система) непосредственно воздействует на цепь управления, и реле косвенного действия, в которых исполнительный элемент воздействует на контролируемую цепь через другие аппараты.

По способу включения воспринимающего элемента различают первичные, вторичные и промежуточные реле.

Воспринимающим элементом электромагнитных реле является электромагнит, преобразующий управляющий ток (напряжение) в перемещение якоря относительно ярма. Воспринимающими элементами других электрических реле могут быть магнитоэлектрический механизм, индукционная система, электродинамический механизм и т. д.

Воспринимающий элемент первичных реле включается непосредственно в контролируемые цепи. У вторичных реле воспринимающий элемент включается в контролируемые цепи через измерительные трансформаторы. Промежуточные реле работают в цепях исполнительных элементов других реле и предназначаются для усиления и преобразования сигналов первичных или вторичных реле.

**Реле защиты.** Рассмотрим устройство и принцип действия электромагнитных реле токовой защиты — реле максимального тока.

Электромагнитные реле, получившие очень широкое распространение, по конструктивному исполнению воспринимающего элемента бывают клапанного типа и с поворотным якорем.

Реле клапанного типа (см. рис. 9.15, б) широко применяют в качестве реле максимального тока. Обозначения на рис. 9.15, б: 1 — катушка возбуждения; 2 — ярмо; 3 — клапан (якорь); 4 — контактная

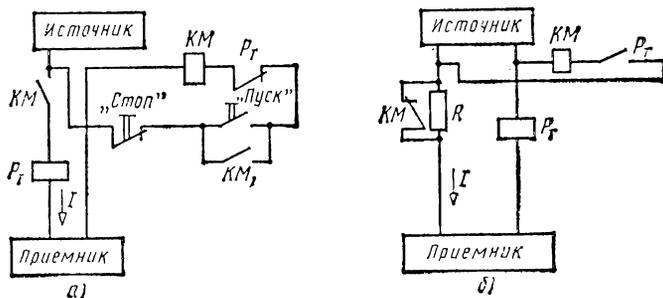


Рис. 9.17. Схемы включения реле максимального тока

группа. Катушка возбуждения реле тока  $P_T$  включается последовательно в контролируемую цепь (рис. 9.17). При токах  $I$  в этой цепи, превышающих допустимые значения, сила притяжения якоря к ярму преодолевает сопротивление пружины и приводит к размыканию или замыканию контактов  $P_T$  в цепи управления другого аппарата (рис. 9.17, а, б) — аппарата  $KM$ .

Размыкание контактов  $P_T$  в цепи аппарата (реле)  $KM$  (рис. 9.17, а) приводит к размыканию контактов  $KM$  в контролируемой цепи питания приемника, т. е. цепь тока  $I$  разрывается (одновременно размыкаются контакты  $KM_1$ , шунтировавшие кнопку «Пуск»). Исчезновение тока  $I$  в цепи возбуждения реле тока  $P_T$  приводит вновь к замыканию его контактов  $P_T$  (контакты этого реле при отсутствии тока в его обмотке всегда замкнуты), но теперь цепь возбуждения реле  $KM$  разо-

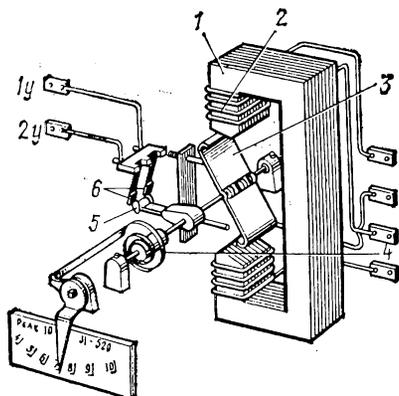


Рис. 9.18. Устройство реле с поворотным якорем:

1 — электромагнит; 2 — обмотка; 3 — якорь; 4 — пружина; 5, 6 — контакты

мкнута, так как кнопка «Пуск» не включена и разомкнуты контакты  $KM_1$ . Для включения цепи питания приемника следует вновь нажать кнопку «Пуск», реле  $KM$  сработает и замкнет свои контакты  $KM_1$ . Кнопку «Пуск» после этого можно отпустить, так как цепь возбужде-

ния реле  $KМ$  продолжает быть замкнутой через шунтирующие кнопки «Пуск» контакты  $KМ_1$ .

Срабатывание реле  $P_T$  на схеме рис. 9.17, б приводит к замыканию первоначально разомкнутых контактов  $P_T$  в цепи реле  $KМ$ . Реле  $KМ$  срабатывает и размыкает свои первоначально замкнутые контакты  $KМ$ , шунтировавшие резистор  $R$  в цепи питания приемника. При этом последовательно с приемником включается резистор с сопротивлением  $R$  и тем самым значение тока в цепи ограничивается. Когда ток снизится до нормального значения, реле  $P_T$  «отпустит» свои контакты  $P_T$ , реле  $KМ$  отключится и резистор  $R$  будет вновь шунтирован контактами  $KМ$ .

В качестве токовых реле применяют также реле с поворотным якорем (рис. 9.18), где между полюсами электромагнита  $I$  помещен

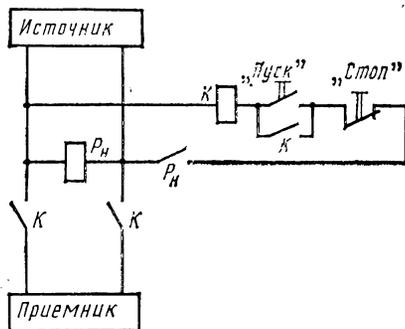


Рис. 9.19. Схема включения реле минимального напряжения

якорь  $З$  из магнитомягкого материала. В отсутствие тока в обмотке возбуждения  $2$  пружина  $4$  удерживает якорь в таком положении, что контакты  $5$  и  $6$  разомкнуты, т. е. цепь управления ( $1y-2y$ ) разомкнута. Когда ток в обмотке возбуждения электромагнита достигнет значения, при котором сила, стремящаяся повернуть якорь к ярму, превысит силу противодействия пружины, якорь повернется, контакты  $5$  и  $6$  замкнутся, в управляемой цепи произойдет желаемое изменение режима. Вращение поводка, связанного с пружиной, вызывает изменение силы противодействия пружины  $4$  и, следовательно, настройку реле на требуемый ток срабатывания. Значения токов срабатывания указывают на шкале. Это же реле может быть использовано для контроля значения напряжения на каком-либо элементе. В этом случае его обмотка возбуждения, очевидно, должна иметь значительно большее количество витков из провода меньшего диаметра по сравнению с обмоткой тока.

Защиту приемника от недопустимого снижения напряжения на нем можно осуществить с помощью реле минимального напряжения, включенного по схеме рис. 9.19.

Если напряжение источника соответствует требуемому напряжению, то реле  $P_n$  срабатывает и его первоначально разомкнутые контакты  $P_n$  замыкаются (позиции  $5$  и  $6$  на рис. 9.18). Нажав кнопку «Пуск», замыкают цепь возбуждения реле  $K$  и посредством его контактов  $K$  приемник подключается к источнику.

Если напряжение источника уменьшается ниже допустимого предела (что определяется настройкой реле  $P_n$ ), то сила противодействия пружины  $4$  (см. рис. 9.18) преодолевает силу притяжения якоря  $З$  к ярму  $1$  и контакты  $5, 6$  размыкаются. Цепь тока возбуждения реле  $K$  (рис. 9.19) разрывается, и приемник отключается от источника.

Для любого реле характерным является не только в р е м я с р а

батывания, но и время отпущания — промежуток времени с момента разрыва цепи тока управления до момента замыкания (или замыкания) контактов реле.

В схемах управления и защиты часто требуется, чтобы работа аппаратуры, машин начиналась через некоторое время после подачи

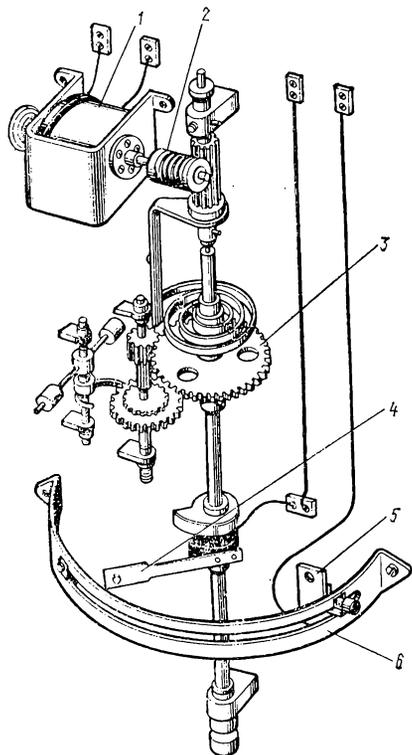


Рис. 9.20. Устройство реле времени с часовым механизмом:

1 — электромагнит; 2 — червячная передача; 3 — часовой механизм; 4 — подвижный контакт; 5 — неподвижный контакт; 6 — плата закрепления неподвижного контакта

управляющего воздействия. Для этого используют реле времени, в которых искусственно удлиняется время срабатывания или время отпущания. Эта выдержка времени может создаваться с помощью часового механизма или электромагнитными методами. В реле времени с часовым механизмом (рис. 9.20) якорь электромагнита 1 соединен с червячной передачей 2, которая преобразует линейное перемещение якоря (при срабатывании электромагнита) в закручивание пружины часового механизма 3. Вращающий момент пружины через часовой механизм заставляет равномерно передвигаться подвижный контакт 4 вплоть до замыкания его с неподвижным контактом 5. Требуемая выдержка времени устанавливается местоположением контакта 5.

В качестве примера рассмотрим схему включения реле времени для создания некоторой задержки включения приемника после подачи управления нажатием кнопки «Пуск» (рис. 9.21). После включения источника (выключатель *AC*) электромагнит реле времени *PB* (1 на рис. 9.20) втягивает якорь и «взводит» часовой механизм. Реле *P* и *K*

(рис. 9.21) обесточены. После нажатия кнопки «Пуск» срабатывает реле *P* и размыкает свои первоначально замкнутые контакты *P*. Реле времени начинает работать (якорь не удерживается электромагнитом, пружина часового механизма начинает поворачивать контакт 4, см. рис. 9.20), и через время  $\Delta t$  замыкаются первоначально разомкнутые контакты *PB* в цепи реле *K* (контакты 4 и 5 на рис. 9.20). Срабатывание реле *K* приводит к замыканию его контактов и подключению приемника к источнику. В реле времени с электромагнитным замедлением выдержка времени обеспечивается за счет уменьшения скорости убывания (или возрастания) магнитного потока в магнитной цепи реле. В таких реле (рис. 9.22, а) на магнитопроводе 1 раз-

мещается дополнительная короткозамкнутая обмотка (медная гильза) 2. Изменение магнитного потока  $\Phi_{pt}$ , вызванное изменением тока в обмотке возбуждения 3, наводит э. д. с. в медной гильзе 2. При этом в медной гильзе возникает ток, возбуждающий магнитный поток  $\Phi_{kt}$ , изменение которого имеет знак, противоположный изменению магнитного потока  $\Phi_{pt}$ .

Таким образом, при наличии короткозамкнутой обмотки магнитный поток в магнитопроводе будет возрастать и спадать с большей постоянной времени, т. е. по пунктирной кривой на рис. 9.22, б.

Очевидно, время срабатывания и время отпущания реле увеличится ( $\Delta t_2 > \Delta t_1$ ).

Для защиты электротехнических устройств от токов перегрузки, когда длительная эксплуатация устройства в таком режиме может

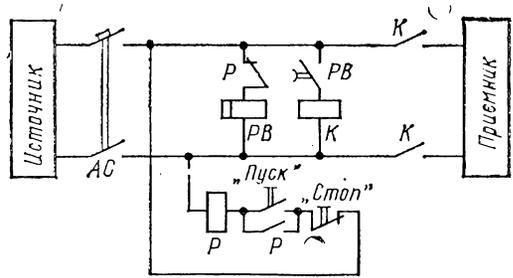


Рис. 9.21. Схема включения реле времени

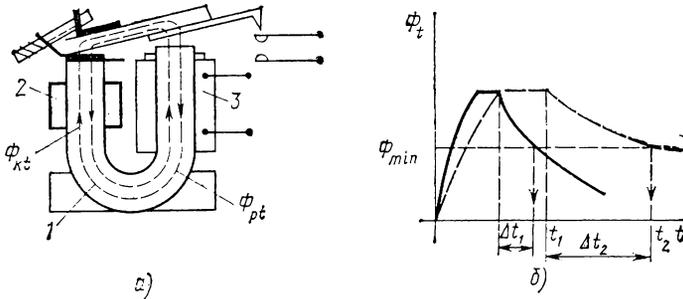


Рис. 9.22. Устройство реле времени с электромагнитным замедлением (а); изменение магнитного потока во времени (б): 1 — магнитопровод; 2 — короткозамкнутая обмотка; 3 — обмотка возбуждения

вызвать выход его из строя за счет недопустимого перегрева, применяя тепловые реле.

Тепловое реле (рис. 9.23, а) состоит из биметаллической пластины 2, которая находится в тепловом поле нагревателя 1, включенного последовательно с контролируемым объектом (приемником), и контактов 4. Если контролируемый ток больше допустимого, то через некоторое время биметаллическая пластина 2 под действием избыточной теплоты нагревателя 1 изогнется, так как ее нижний слой расширяется (удлиняется) больше, чем верхний. Пластина 2 освобождает защелку 3, которая под действием пружины поворачивается, и контакты 4 размыкаются. Схема включения теплового реле представлена, например, на рис. 9.23, б, где видно, что при срабатывании теплового

реле его контакты разрывают цепь питания реле;  $K$  и отключают приемник от источника. После охлаждения биметаллической пластины реле механическим путем возвращается в исходное положение.

**Реле управления и автоматики.** Электромеханические реле управления представляют собой слаботочные аппараты, предназначенные

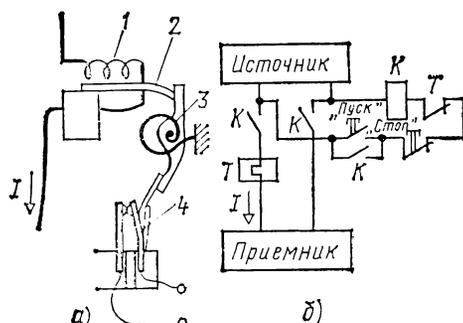


Рис. 9.23. Устройство (а) и схема включения (б) теплового реле:

1 — нагреватель; 2 — биметаллическая пластина; 3 — пружина; 4 — контакты

для выполнения логических и измерительных функций в системах управления. Для характеристики работы реле вводят ряд коэффициентов. Если рассматривать реле в качестве нелинейного элемента, связь входной  $I_{вх}$  и выходной  $I_{вых}$  величин которых изображена на рис. 9.24, то можно ввести коэффициент возврата  $K_v$  как отношение входной величины  $I_{п}$ , при которой реле срабатывает, к значению этой же величины  $I_{отп}$ , при которой реле отпускает:

$$K_v = I_{п} / I_{отп} > 1. \quad (9.12)$$

Этот коэффициент зависит от соотношения тяговой характеристики  $F_1(I_v)$  реле (рис. 9.25) и характеристики  $F_{пр}(I_v)$  противодействующей пружины.

В начале процесса срабатывания реле при  $I_{вх} = I_{п}$  зазор максимален ( $l_{в.нач}$ ) и сила притяжения  $F_1$  якоря к ярму чуть больше

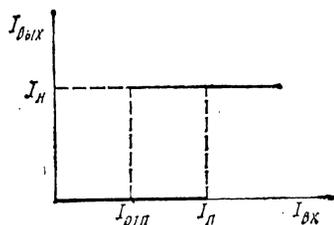


Рис. 9.24. Зависимость вход — выход реле

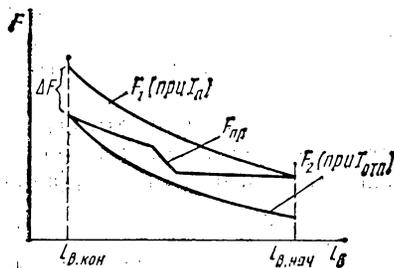


Рис. 9.25. Тяговая характеристика реле

силы сжатия  $F_{пр}$  противодействующей пружины. В конце процесса срабатывания реле зазор минимален ( $l_{в.кон}$ ) и сила  $F_1$  притяжения якоря к ярму при том же токе  $I_{п}$  уже больше силы  $F_{пр}$ , что необходимо для надежного замыкания контактов реле. Отключение реле произойдет при токе  $I_{вх}$ , равном току  $I_{отп} < I_{п}$ , т. е. когда сила  $F = F_2$  станет меньше силы  $F_{пр}$ . Чем меньше величина  $\Delta F = F_1 - F_2$  (рис. 9.25), тем, очевидно, выше коэффициент возврата,

меньше разница в значениях тока срабатывания  $I_n$  и тока отпущения  $I_{отп}$ . Обеспечить высокий коэффициент возврата можно только у реле с малым ходом якоря, при уменьшении трения в механизме,

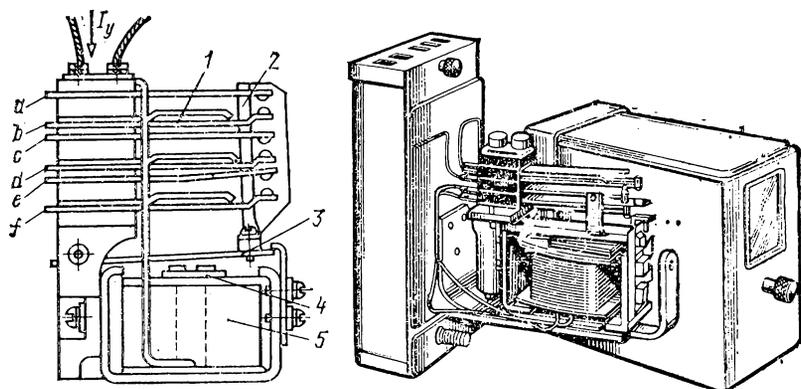


Рис. 9.26. Устройство и внешний вид промежуточного реле клапанного типа:

1 — контактная система; 2 — траверсы; 3 — якорь; 4 — ярмо; 5 — обмотка возбуждения

использования ферромагнитных материалов с узкой петлей гистерезиса. Для повышения надежности срабатывания реле нужно обеспечить выполнение условия  $I_{вх} > I_n$ . Необходимое превышение тока  $I_{вх. зап}$  над значением  $I_n$  называют коэффициентом запаса:

$$K_z = I_{вх. зап} / I_n. \quad (9.13)$$

Важным параметром реле является чувствительность, т. е. мощность  $P_y$  в цепи управления, при которой срабатывает реле. У высокочувствительных реле  $P_y \leq 10$  мВт, реле нормальной чувствительности срабатывают при  $P_y = 1 \div 5$  Вт, реле низкой чувствительности — при  $P_y = 10 \div 20$  Вт.

Мощность в цепи, которую коммутируют контакты реле  $P_k$ , значительно превышает мощность цепи управления. Отношение этих мощностей называют коэффициентом усиления (управления) реле:

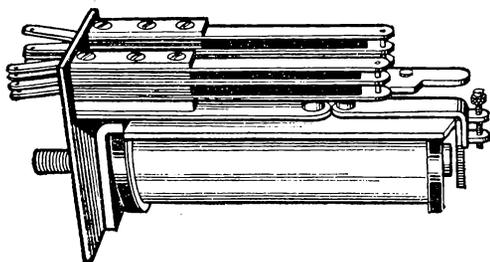
$$K_y = P_k / P_y. \quad (9.14)$$

Значение  $K_y$  у высокочувствительных реле достигает нескольких тысяч.

По значению мощности  $P_k$  реле подразделяют на сильноточные ( $P_k > 500$  Вт), нормальной мощности или промежуточные ( $P_k \leq 150$  Вт в цепях постоянного тока и  $P_k \leq 500$  В·А в цепях переменного тока) и слаботочные реле систем автоматики, управления, связи ( $P_k \leq 50$  Вт в цепях постоянного тока и  $P_k < 120$  В·А в цепи переменного тока).

Конструкции промежуточных реле довольно многообразны. Применяются реле клапанного типа (рис. 9.26), предназначенные для работы в цепях постоянного и переменного токов. На рис. 9.26 видна контактная система 1, содержащая несколько пар контактов, комму-

тирующих цепи  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$ . Магнитная цепь реле имеет центральный сердечник (ядро) 4, обмотку возбуждения 5, включаемую в цепь управляющего сигнала  $I_y$ , и якорь 3, который при своем движении к ядру 4



посредством траверсы 2 замыкает контактные группы  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$ . Если это реле предназначено для работы в цепях переменного тока, то магнитопровод выполняют шихтованным.

В конструкции слаботоочных реле стремятся уменьшить габаритные размеры, но одновременно повысить разрываемую мощность ( $P_k$ ) и быстродействие.

Рис. 9.27. Внешний вид слаботоочного реле

Современные слаботоочные реле способны производить 200—300 млн. срабатываний за срок службы. Одна из конструкций слаботоочных реле показана на рис. 9.27.

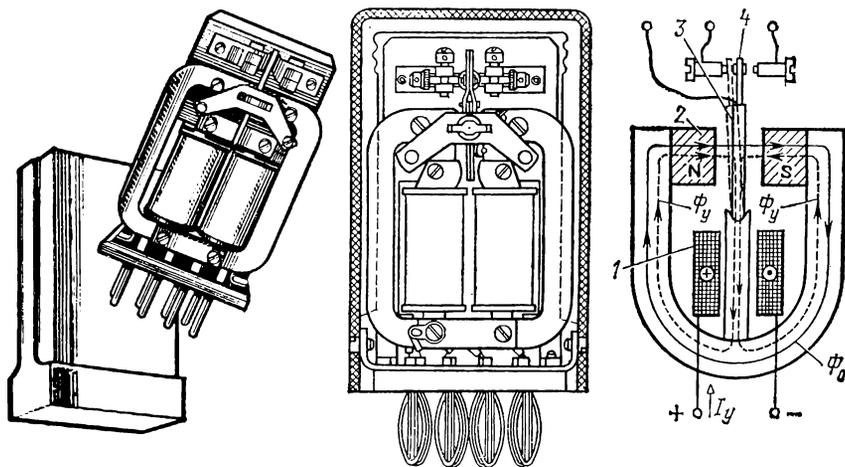


Рис. 9.28. Устройство и внешний вид поляризованного реле:

1 — катушка электромагнита; 2 — постоянный магнит; 3 — якорь; 4 — контакты

Все рассмотренные реле относятся к типу нейтральных, т. е. не реагирующих на полярность электрического сигнала в цепи управления — они срабатывают при любом направлении тока в обмотке возбуждения. В случаях, когда требуется, чтобы реле срабатывало при определенном направлении тока, применяют поляризованные реле.

В поляризованном реле в магнитную цепь включается постоянный магнит 2 (рис. 9.28). Этот магнит создает основной магнитный поток  $\Phi_0$ , и если якорь 3 реле занимает среднее положение в зазоре магнитной системы, то на него действуют две равные по значению и противоположные по направлению силы притяжения к полюсам постоянного

магнита. Положение якоря неустойчиво, и для удержания его в среднем положении якорь укрепляют на плоской пружине, упругость которой создает устойчивость. Если в катушке электромагнита  $I$  появляется ток  $I_y$ , то возбуждается дополнительный магнитный поток  $\Phi_y$  того или иного направления в зависимости от направления магнитодвижущей силы  $\omega_y I_y$ .

Таким образом, изменяются результирующие магнитные потоки в зазорах между якорем и полюсами  $N-S$  постоянного магнита (рис. 9.28): в одном из этих зазоров магнитный поток увеличивается, в другом — уменьшается. Сила притяжения якоря пропорциональна квадрату магнитного потока, и, следовательно, якорь, преодолевая сопротивление пружины, притягивается к тому или другому полюсу постоянного магнита — реле срабатывает — контакты  $4$  замыкают одну либо другую цепь в зависимости от направления тока управления.

Поляризованные реле являются достаточно быстродействующими (время срабатывания достигает тысячных долей секунды), чувствительными ( $P_y = 0,01 \div 5$  мВт), позволяют коммутировать токи  $0,2-1$  А при напряжении до 24 В. Высокое быстродействие дает возможность использовать их для коммутации с частотой включений  $100-200$  Гц.

Тенденция к уменьшению габаритных размеров электромагнитных устройств обусловила появление миниатюрных герметических электромагнитных реле, соизмеримых по размерам с полупроводниковыми элементами. Широкое распространение получают герконовые реле, обладающие высоким быстродействием, надежностью и очень большим сроком службы.

Особый класс аппаратов с герконами составляют реле с электромагнитной памятью (рис. 9.29). Геркон  $1$  помещен в магнитное поле магнитотвердого феррита  $4$  с наконечниками  $2$ . Импульс тока в катушке  $3$  приводит к срабатыванию реле — контакты  $1$  замыкаются, оставаясь замкнутыми и после окончания импульса тока управления за счет намагничивания ферритового сердечника. Для отпущения реле необходимо подать импульс тока обратного направления. Значение этого обратного тока должно быть таким, чтобы ферритовый сердечник размагнитился, но не перемагнитился, иначе контакты снова замкнутся.

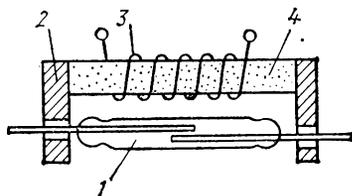


Рис. 9.29. Устройство реле с электромагнитной памятью:  
1 — геркон; 2 — наконечники; 3 — катушка; 4 — магнитотвердый феррит

## § 9.6. Контактные, магнитные пускатели, автоматические выключатели

Контакты — электрические аппараты, предназначенные для включения и отключения силовых цепей (цепей питания электродвигателей и других мощных потребителей электроэнергии) с помощью элект-

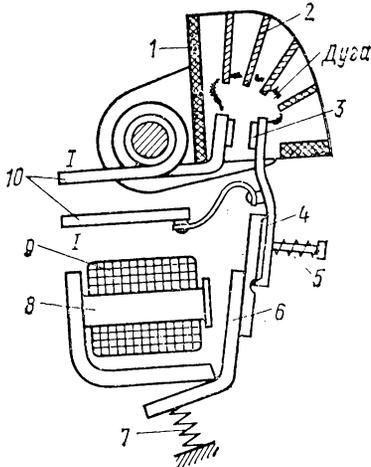


Рис. 9.30. Устройство контактора постоянного тока:

1, 3 — главные контакты; 2 — дугогасительная камера; 4 — рычаг; 5, 7 — пружины; 6 — якорь; 8 — ярмо; 9 — обмотка; 10 — токоподводы

ромагнитов. Конструктивно контакторы сходны с сильноточными реле, но отличаются наличием мощных контактов и дугогасительных устройств. Различают контакторы постоянного и переменного токов. Устройство контактора постоянного тока показано на рис. 9.30. Главные контакты 1 и 3 замыкаются под действием пружины 5 в случае перемещения якоря 6 с рычагом 4 к ярму 8 при появлении тока возбуждения в обмотке 9. Размыкание контактов происходит под воздействием пружины 7. Для увеличения силы притяжения якоря к ярму предусмотрен полюсный наконечник на сердечнике 8. Для интенсивного гашения дуги при размыкании контактов применяется дугогасительная камера с решеткой из медных пластин 2, улучшающих теплоотвод от дуги и, следовательно, условия дугогашения.

Помимо силовых контактов в контакторах предусматриваются дополнительные, вспомогательные, блокировочные контакты.

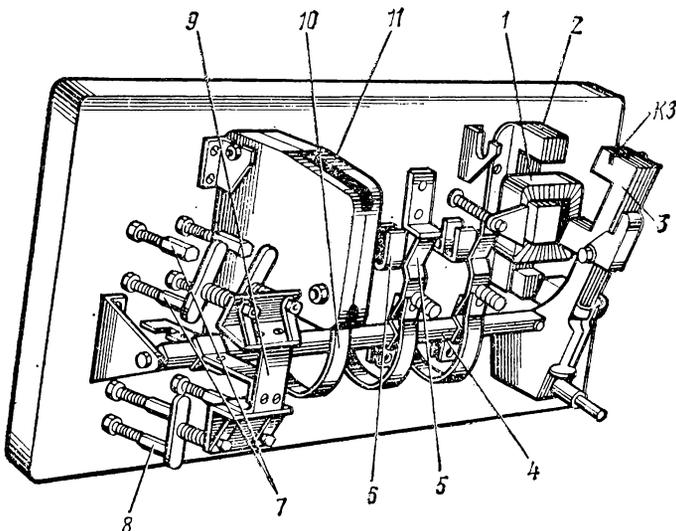


Рис. 9.31. Устройство трехполюсного контактора переменного тока для коммутации трехфазной цепи:

1 — катушка; 2 — ярмо; 3 — якорь; 4 — вал; 5 — 9 — контакты; 10 — токоподводы; 11 — дугогасительная камера

Работу контактора переменного тока поясним на примере рассмотрения рис. 9.31. При включении катушки 1 в цепь управления возникает магнитный поток в магнитопроводе, состоящем из шихтованных ярма 2 и якоря 3. На якоре расположен короткозамкнутый

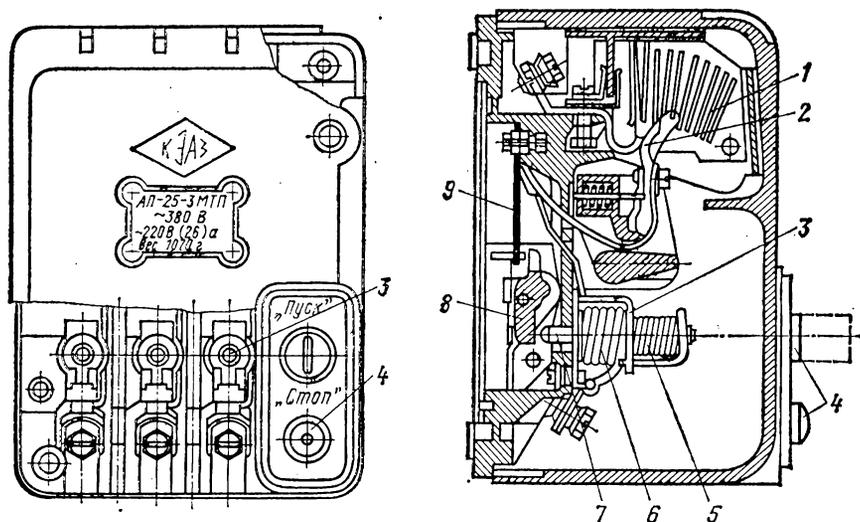


Рис. 9.32. Устройство автоматического выключателя типа АП-25:

1 — дугогасительная камера; 2 — контактная система; 3 — электромагнитный расцепитель; 4 — кнопки ручного управления; 5 — возвратная пружина; 6 — катушка электромагнита; 7 — якорь электромагнита; 8 — механизм расцепления контактов; 9 — биметаллическая пластина теплового реле

виток (для устранения вибрации магнитной системы). Контактная группа — главные контакты 5, 6, вспомогательные контакты 7—9 — приводится в действие якорем 3, с которым она соединена валом 4.

На рис. 9.31 изображен трехполюсный контактор для коммутации в трехфазной цепи. Здесь показана только одна дугогасительная камера 11, чтобы было видно расположение силовых контактов 5, 6.

Электромагнитные контакторы переменного тока широко используют в магнитных пускателях — устройствах для дистанционного управления (включить — выключить) и автоматической защиты от перегрузок асинхронных электродвигателей.

Для автоматического размыкания цепей постоянного и переменного токов при нарушении нормального режима работы (при случайных коротких замыканиях в цепи, длительном превышении нагрузки выше номинальной или уменьшении напряжения ниже нормы), а также для включения и отключения тех же цепей при нормальных условиях служат автоматические выключатели (например, автоматы типов АП-25, АП-50, АЗ-100) (рис. 9.32). Автоматы представляют собой сочетание теплового реле, контактора, дугогасительного устройства и механизма расцепления контактов.

На рис. 9.32 можно выделить основные элементы трехфазного автомата типа АП-25 — дугогасительную камеру 1, контактную

систему 2, электромагнитный расцепитель 3, кнопки ручного включения и отключения 4, возвратную пружину 5, катушку электромагнита 6, якорь электромагнита 7, механизм расцепления контактов 8, биметаллическую пластину теплового реле 9.

Основным узлом автомата является механизм расцепления контактов — система шарнирно связанных рычагов, который может приводиться в действие тепловым реле либо электромагнитом. Включение

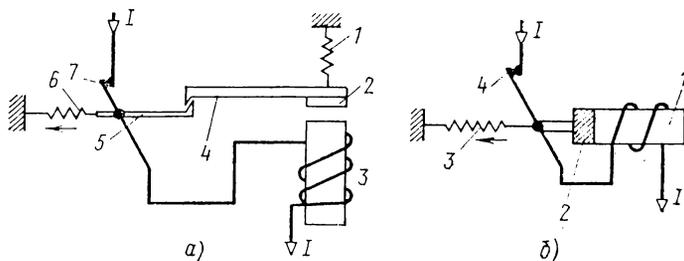


Рис. 9.33. Кинематические схемы механизма расцепления автомата максимального тока (а) и минимального тока (б):

а — 1, 6 — пружины; 2 — якорь; 3 — электромагнит; 4 — защелка; 5 — рычаг; 7 — контакты; б — 1 — электромагнит; 2 — якорь; 3 — пружина; 4 — контакты

и выключение небольших автоматов производится вручную или дистанционно с помощью реле. Мощные автоматы требуют для включения и отключения больших усилий, которые производят мощные электромагниты, управляемые дистанционно.

Работу механизма расцепления автомата максимального тока можно пояснить кинематической схемой рис. 9.33, а. Если ток в цепи превысит заданное максимально допустимое значение, то электромагнит 3 притянет якорь 2, преодолевая сопротивление пружины 1. Защелка 4 освободит рычаг 5, который под действием пружины 6 разорвет контакты 7.

Кинематическая схема механизма расцепления автомата минимального тока (рис. 9.33, б) показывает, что при некотором минимально допустимом значении тока  $I$  электромагнит 1 уже не может удерживать якорь 2. Под действием силы  $F$  противодействующей пружины 3 якорь передвигается в направлении стрелки и контакты 4 автомата размыкаются.

В заключение отметим, что все необходимые данные о токах, напряжениях, мощностях, времени срабатывания и других параметрах электрических аппаратов можно найти в электротехнических справочниках.

#### Контрольные вопросы

1. Какие устройства называют электрическими аппаратами?
2. Как и для чего используют электрические аппараты?
3. Каковы основные части электрических аппаратов?
4. Что такое электрический контакт?

5. Как работают и для чего служат устройства дуго- и искрогашения в электрических аппаратах?
6. Как работает электромагнитный механизм постоянного тока?
7. Как работает электромагнитный механизм переменного тока?
8. В чем особенности работы электрических реле? Какие типы реле вы знаете?
9. Как работают реле защиты?
10. Как используются контакторы, магнитные пускатели, автоматические выключатели?

## ГЛАВА 10

### ТРАНСФОРМАТОРЫ

#### § 10.1. Устройство, принцип действия и назначение трансформаторов

**Электромагнитная схема.** Трансформатором называют статическое электромагнитное устройство, предназначенное для преобразования посредством магнитного поля электрической энергии переменного тока одного напряжения в электрическую энергию переменного тока другого напряжения при неизменной частоте. Условное графическое обозначение и электромагнитная схема трансформатора изображены на рис. 10.1, а, б.

На замкнутом магнитопроводе расположены две обмотки. К одной обмотке с числом витков  $w_1$ , которая носит название первичной, подводится электрическая энергия от источника питания *Ист*; от другой — вторичной обмотки с числом витков  $w_2$  — энергия отводится к приемнику *Пр*. Все величины, относящиеся к этим обмоткам (токи, э. д. с. и т. д.), называются первичными или вторичными и имеют соответствующие индексы 1 и 2.

Под действием подведенного переменного напряжения  $u_1$  в первичной обмотке возникает ток  $i_1$  и возбуждается изменяющийся магнитный поток. Этот поток индуцирует э. д. с.  $e_1$  и  $e_2$  в обмотках трансформатора. Э. д. с.  $e_1$  уравнивает основную часть напряжения источника  $u_1$ , э. д. с.  $e_2$  создает напряжение  $u_2$  на выходных зажимах трансформатора. При замыкании вторичной цепи возникает ток  $i_2$ , который образует собственный магнитный поток, накладывающийся на поток первичной обмотки. В результате создается общий поток  $\Phi$ , сцепленный с витками обеих обмоток трансформатора и определяющий в них результирующие э. д. с.  $e_1$  и  $e_2$ . На схеме рис. 10.1 показаны условно-положительные направления всех физических величин, характеризующих электромагнитные процессы в трансформаторе. Стрелки напряжения  $u_1$  и тока  $i_1$  представляют первичную обмотку как приемник энергии. Положительное направление потока  $\Phi$  связано с током  $i_1$

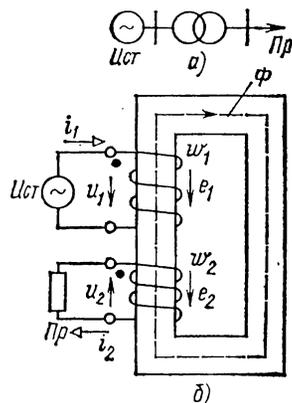


Рис. 10.1. Условное графическое обозначение (а) и электромагнитная схема (б) трансформатора

правилом правого винта. То же правило определяет положительные направления потока  $\Phi$ , э. д. с.  $e_1$  и  $e_2$ . Стрелки  $e_2$  и  $i_2$  вторичной обмотки соответствуют направлениям э. д. с. и тока источника электрической энергии. Стрелка напряжения  $u_2$  на зажимах вторичной обмотки, равного напряжению на приемнике, должна совпасть по направлению со стрелкой тока  $i_2$ . Только учитывая условно-положительные направления электрических величин, можно правильно записать уравнения электрического состояния трансформатора.

Помимо основного (рабочего) потока в магнитопроводе токи обмоток создают в окружающем пространстве магнитное поле рассеяния. Рассматривая принцип действия трансформатора, можно пренебречь этим полем, как это было сделано в гл. 9. Одновременно будем пренебрегать активными сопротивлениями обмоток. Трансформатор, для которого приняты эти условия, называют *идеальным*.

**Трансформация напряжения.** Уравнения электрического состояния обмоток идеализированного трансформатора имеют вид

$$u_1 = -e_1, \quad u_2 = e_2, \quad (10.1)$$

где

$$e_1 = -\omega_1 d\Phi/dt; \quad e_2 = -\omega_2 d\Phi/dt. \quad (10.2)$$

Подставляя (10.2) в (10.1), получим

$$u_1 = \omega_1 d\Phi/dt; \quad u_2 = -\omega_2 d\Phi/dt.$$

Отношение напряжений и э. д. с.

$$\frac{e_1(t)}{e_2(t)} = \frac{-u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = n \quad (10.3)$$

называют коэффициентом трансформации.

Уравнение (10.3) показывает, что форма кривых напряжений  $u_2(t)$  и  $u_1(t)$  одинакова. В трансформаторе происходит «масштабное» преобразование переменного напряжения в  $n$  раз. При синусоидальном первичном напряжении вторичное напряжение также синусоидально; отношение комплексных напряжений

$$\dot{U}_{1m}/\dot{U}_{2m} = -\dot{U}_1/\dot{U}_2 = n. \quad (10.3a)$$

Действующие значения напряжений связаны соотношением

$$U_2 = U_1/n. \quad (10.3b)$$

Поток в магнитопроводе определяется напряжением  $u_1$ , приложенным к первичной обмотке:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\omega_1} \int u_1(t) dt. \quad (10.4)$$

При синусоидальном напряжении  $u_1(t) = U_m \sin \omega t$

$$\Phi_m = \frac{U_{1m}}{\omega_1 \omega}. \quad (10.4a)$$

**Трансформация токов.** В трансформаторе происходит преобразование не только переменных напряжений, но и токов. Для составления уравнения, связывающего токи  $i_1$  и  $i_2$  первичной и вторичной обмоток трансформатора, воспользуемся законом полного тока. Для электромагнитной схемы рис. 10.1 можно записать следующее уравнение магнитного состояния:

$$H_m l_m = \omega_1 i_1 + \omega_2 i_2,$$

где  $l_m$  — длина средней линии магнитопровода.

В современных трансформаторах применяют электротехническую холоднокатаную сталь, в которой магнитная индукция 1,7 Тл достигается уже при напряженности поля  $4 \cdot 10^3$  А/м (см. рис. 8.21). Поэтому амплитуда магнитного напряжения  $H_m m l_m$  на несколько порядков меньше амплитуд м.д.с.  $\omega_1 I_{1m}$  и  $\omega_2 I_{2m}$  обмоток трансформатора при его нагрузке. Это позволяет сделать еще один шаг в идеализации трансформатора, когда рассматривается его принцип действия. Примем, что

$$\omega_1 i_1 + \omega_2 i_2 \approx 0. \quad (10.5)$$

Отсюда

$$-\frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{n}. \quad (10.6)$$

Уравнение (10.5) показывает, что кривые изменения токов  $i_2(t)$  и  $i_1(t)$  подобны. Действительное (а не условно-положительное) направление тока  $i_2(t)$  противоположно направлению тока  $i_1(t)$  относительно одноименных выводов обмоток  $\omega_2$  и  $\omega_1$ . Поэтому м.д.с. первичной и вторичной обмоток действуют встречно и уравновешивают друг друга.

При синусоидальных токах

$$-\dot{I}_1/\dot{I}_2 = 1/n, \quad (10.6a)$$

$$I_1 = I_2/n. \quad (10.6b)$$

Перемножая правые и левые части уравнений (10.3) и (10.6), получим

$$\frac{u_1 i_1}{u_2 i_2} = \frac{p_1}{p_2} = 1 \quad \text{или} \quad p_1 = p_2.$$

В идеализированном трансформаторе электрическая энергия передается полностью из первичной обмотки во вторичную и далее в приемник, хотя обмотки имеют только магнитную связь и отделены друг от друга электрической изоляцией.

**Свойство саморегулирования тока  $i_1$  при изменении нагрузки (тока  $i_2$ ).** При увеличении тока  $i_2$  (активно-индуктивная нагрузка) м.д.с. вторичной обмотки  $\omega_2 i_2$  также увеличивается. Эта м.д.с. стремится ослабить поток  $\Phi$  [см. рис. 10.1 и уравнение (10.5)]. Уменьшение потока  $\Phi$  приводит к уменьшению э.д.с.  $e_1$ , нарушению электрического равновесия  $e_1 = -u_1$  и росту тока  $i_1$  в первичной обмотке. Равенство  $e_1 = -u_1$  восстанавливается, когда рост м.д.с.  $\omega_1 i_1$  компенсирует рост м.д.с.  $\omega_2 i_2$ , т. е. при увеличении тока  $i_1$ .

*Изменение нагрузки трансформатора, т. е. тока  $i_2$ , приводит к соответствующему изменению тока  $i_1$ , так что выполняется закон сохранения энергии и обеспечивается баланс мгновенных мощностей:*

$$P_1 = P_2 \text{ или } u_1 i_1 = u_2 i_2.$$

**Применение трансформаторов.** Трансформаторы играют важную роль в электроэнергетических системах. Они осуществляют трансформацию токов и напряжений, обеспечивая экономичную передачу и распределение энергии. На гидро- и теплостанциях электрическая энергия вырабатывается генераторами с номинальным напряжением от 6,3 до 38,5 кВ. Электроэнергия передается потребителям по линиям электропередачи (ЛЭП) при напряжении 500, 750 или 1050 кВ. При этом достигается увеличение пропускной способности ЛЭП, уменьшение токов и потеря мощности в ее проводах. Номинальное напряжение большинства потребителей электроэнергии выбирают равным 220, 380 или 660 В. Мощные электродвигатели работают при напряжении 6 и 10 кВ. Ввод электроэнергии в города и на промышленные предприятия осуществляется ЛЭП с напряжением 220, 110 и 35 кВ. Поэтому снижение напряжения осуществляется в несколько ступеней.

Таким образом, возникает необходимость создания разветвленной системы повысительных и понизительных подстанций с множеством трансформаторов. Суммарная мощность всех трансформаторов, установленных на подстанциях, обычно в 6—7 раз больше суммарной мощности потребителей.

Трансформаторы в системах распределения электроэнергии называют с и л о в ы м и. Они имеют номинальную мощность от 10 кВ·А до 1 млн. кВ·А.

В устройствах промышленной электроники применяют силовые трансформаторы малой мощности (1—1000 В·А) с несколькими вторичными обмотками, предназначенными для питания изолированных друг от друга цепей. Кроме того, в этих устройствах используют специальные импульсные и высокочастотные трансформаторы.

Свойство трансформации напряжений и токов используется также в измерительных трансформаторах. Включая амперметры или вольтметры во вторичную цепь измерительных трансформаторов, можно обезопасить обслуживающий персонал, так как эти цепи имеют небольшие напряжения и хорошее заземление.

При сварочных работах, при пользовании ручным электроинструментом с помощью трансформаторов можно снизить напряжение до безопасного и технического оправданного уровня, что широко применяют на практике. Во всех случаях используют *важнейшее свойство трансформаторов — возможность передачи энергии при отсутствии электрической связи между обмотками.*

В большинстве случаев приходится иметь дело с силовыми трансформаторами, у которых токи и напряжения практически синусоидальны. Поэтому в последующих параграфах будут рассматриваться электромагнитные процессы в таких трансформаторах.

## § 10.2. Уравнения электрического состояния первичной и вторичной обмоток

Реальное магнитное поле трансформатора (рис. 10.2) несколько отличается от идеализированного. На рис. 10.2 показаны действительные направления мгновенных токов обмоток и несколько магнитных линий поля трансформатора, у которого первичная и вторичная обмотки расположены концентрически на среднем стержне магнитопровода. Рабочий поток  $\Phi$  замыкается по боковым стержням. Такую конструкцию имеют большинство однофазных трансформаторов. Часть магнитных линий сцеплена только с первичной или только со вторичной обмоткой. Эти линии определяют дополнительные потокоцепления обмоток  $\Psi_{1\text{рас}}$  и  $\Psi_{2\text{рас}}$ , которые называют потокоцеплениями рассеяния  $\Psi_{1\text{рас}}$  и  $\Psi_{2\text{рас}}$ . Изменения потокоцеплений  $\Psi_{1\text{рас}}$  и  $\Psi_{2\text{рас}}$  вызывают э.д.с.

$$\begin{aligned} e_{1\text{рас}} &= -d\Psi_{1\text{рас}}/dt, & e_{2\text{рас}} &= \\ &= -d\Psi_{2\text{рас}}/dt. \end{aligned} \quad (10.7)$$

Как и во всякой индуктивной катушке, при синусоидальном изменении магнитного поля э.д.с. рассеяния можно заменить падением напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния. Тогда для комплексных величин получаем выражения

$$\dot{E}_{1\text{рас}} = -jX_{1\text{рас}}\dot{I}_1, \quad \dot{E}_{2\text{рас}} = -jX_{2\text{рас}}\dot{I}_2.$$

Магнитные линии поля рассеяния частично проходят вне магнитопровода, по немагнитной среде, и сопротивления рассеяния  $X_{1\text{рас}}$  и  $X_{2\text{рас}}$  можно считать постоянными [см. формулу (8.17)].

При изучении эксплуатационных свойств трансформаторов следует также принимать во внимание активные сопротивления обмоток трансформатора  $R_1$  и  $R_2$ . С учетом этих обстоятельств полные уравнения электрического состояния обмоток трансформатора имеют вид

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + jX_{1\text{рас}}\dot{I}_1 + R_1\dot{I}_1, \quad (10.8)$$

$$\dot{E}_2 = \dot{U}_2 + jX_{2\text{рас}}\dot{I}_2 + R_2\dot{I}_2, \quad (10.9)$$

где  $\dot{E}_1 = -j\omega\dot{\Phi}$  и  $\dot{E}_2 = -j\omega\dot{\Phi}$  — э. д. с., возбуждаемые рабочим потоком  $\dot{\Phi}$ ;  $\dot{U}_2 = \underline{Z}_{\text{пр}}\dot{I}_2$  — напряжение на вторичной обмотке, равное падению напряжения на сопротивлении приемника  $\underline{Z}_{\text{пр}}$ .

Записанной системе уравнений соответствует эквивалентная схема рис. 10.3, в которой первичный и вторичный контуры магнитно связаны потоком  $\Phi$  в магнитопроводе. В этой схеме идеализированный трансформатор с э.д.с.  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}_2$  в обмотках как бы дополняется индук-

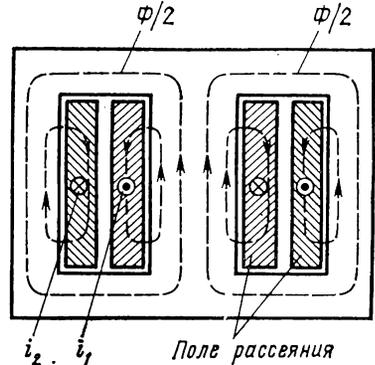


Рис. 10.2. Магнитное поле трансформатора

тивными сопротивлениями рассеяния и активными сопротивлениями обмоток. Действующие напряжения на зажимах идеализированного трансформатора  $U_{1ид}$  и  $U_{2ид}$  связаны, как и э.д.с., коэффициентом трансформации:  $U_{2ид} = U_{1ид}/n$ .

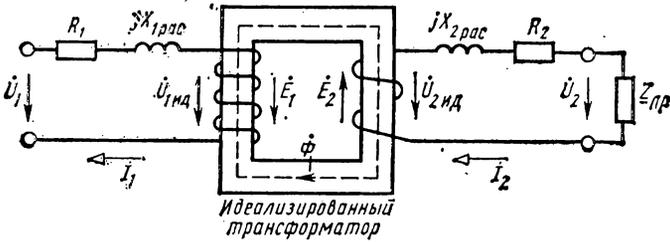


Рис. 10.3. Эквивалентная схема трансформатора

При расчете электроэнергетических сетей с различными номинальными напряжениями на участках, разделенных трансформаторами, трансформаторы представляют эквивалентными электрическими схемами.

В этих схемах магнитная связь между обмотками замещена электрической, а все сопротивления вторичной цепи пересчитаны и «приведены» к напряжению первичной обмотки.

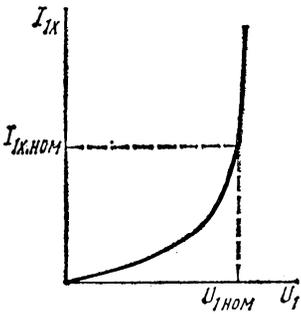


Рис. 10.4. Характеристика холостого хода трансформатора

При отсутствии нагрузки ( $Z_{нр} \rightarrow \infty$ ) ток вторичной обмотки равен нулю. В этом режиме — режиме холостого хода трансформатора — поток в магнитопроводе создается током первичной обмотки. Зависимость тока холостого тока  $I_{1х}$  от напряжения на первичной обмотке  $U_1$  называют характеристикой холостого хода (рис. 10.4).

Она имеет такой же вид, как и вольт-амперная характеристика любой другой индуктивной катушки с магнитопроводом (см. рис. 8.9). По мере насыщения магнитопровода ток  $I_{1х}$  быстро нарастает. Поэтому при проектировании трансформаторов амплитуду магнитной индукции  $B_m$  выбирают не более 1,6—1,7 Тл.

При подключении приемника появляется ток  $I_2$  и изменяется ток  $I_1$ . Несмотря на изменения м.д.с.  $\omega_1 I_1$  и  $\omega_2 I_2$  первичной и вторичной обмоток, амплитуда потока  $\Phi_m$  в магнитопроводе остается практически неизменной. Для обоснования этого положения вернемся к уравнениям (10.8) и (10.4). Э.д.с.  $E_1$  незначительно отличается от напряжения  $U_1$ , так как трансформатор стремятся проектировать со свойствами, по возможности близкими к идеализированному. Таким образом, и у реальных силовых трансформаторов

$$U_{1m} \approx E_{1m} = \omega_1 \Phi_m.$$

При постоянном значении действующего напряжения  $U_1 = \text{const}$  сохраняется постоянная амплитуда потока  $\Phi_m$  в магнитопроводе. Поэтому м.д.с. первичной обмотки трансформатора при холостом ходе  $\omega_1 \dot{I}_{1x}$  должна быть равна сумме м.д.с. обеих обмоток при нагрузке:

$$\omega_1 \dot{I}_{1x} = \omega_1 \dot{I}_1 + \omega_2 \dot{I}_2. \quad (10.10)$$

Преобразуем это уравнение:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1x} - \dot{I}_2 \omega_2 / \omega_1.$$

Обозначив  $-\dot{I}_2 \omega_2 / \omega_1 = \dot{I}_{12}$ , получим

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1x} + \dot{I}_{12}. \quad (10.10a)$$

Составляющая тока первичной обмотки  $\dot{I}_{1x}$ , создающая магнитный поток в трансформаторе при холостом ходе, постоянна. Составляющая  $\dot{I}_{12}$ , компенсирующая магнитное действие тока вторичной обмотки, зависит от нагрузки трансформатора.

Векторная диаграмма рис. 10.5 иллюстрирует уравнения (10.8), (10.9) и (10.10a) при работе трансформатора с коэффициентом трансформации  $n=1,5$  и активно-индуктивной нагрузкой. Заметим, что падения напряжения на сопротивлениях  $R_1, R_2, X_{1pac}, X_{2pac}$  на векторной диаграмме преувеличены, так как при точном сохранении масштаба векторы этих напряжений были бы почти незаметны. Преувеличен также вектор тока  $\dot{I}_{1x}$ .

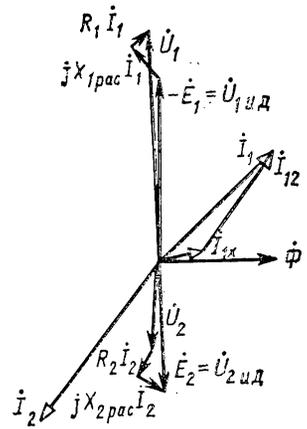


Рис. 10.5. Векторная диаграмма трансформатора

### § 10.3. Энергетические диаграммы. Нагревание и охлаждение трансформатора

Передача энергии из первичной обмотки трансформатора во вторичную происходит посредством переменного магнитного поля в магнитопроводе. Интенсивность необратимой передачи энергии характеризуется электромагнитной мощностью

$$P_{эм} = E_1 I_1 \cos \kappa,$$

где  $\kappa$  — сдвиг фаз между э.д.с. и током.

Величину  $P_{эм}$  можно рассматривать как активную мощность, передаваемую идеализированным трансформатором в эквивалентной схеме рис. 10.3. Периодическое изменение магнитного поля в магнитопроводе сопровождается магнитными потерями, мощность этих потерь зависит от частоты и амплитуды магнитной индукции в магнитопроводе, а также от материала последнего. При постоянном действующем напряжении  $U_1$  на первичной обмотке магнитные потери постоянны и не зависят от нагрузки. В обмотках трансформатора также возникают тепловые потери  $\Delta P_{a1} = R_1 I_1^2$  и  $\Delta R_{a2} = R_2 I_2^2$ , которые пропорцио-

нальны квадратам токов в обмотках, т. е. квадрату коэффициента нагрузки

$$\beta = S/S_{\text{ном}},$$

где  $S_{\text{ном}}$  — номинальная полная мощность трансформатора.

Активная мощность  $P_1$  первичной обмотки трансформатора превышает активную мощность  $P_2$  вторичной обмотки. Разность  $(P_1 - P_2)$  равна мощности потерь в обмотках  $\Delta P_a$  и магнитопроводе  $\Delta P_m$ , что показано на энергетической диаграмме рис. 10.6, а. Реактивная мощность  $Q_2$ , передаваемая в приемник, также отличается от реактивной

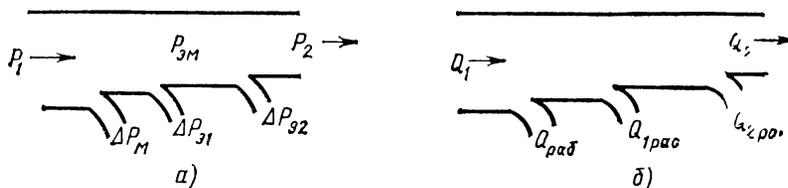


Рис. 10.6. Диаграммы активных (а) и реактивных (б) мощностей трансформатора

мощности  $Q_1$  первичной обмотки. Дело в том, что реактивная мощность связана с образованием рабочего поля в магнитопроводе ( $Q_{\text{раб}}$ ), а также полей рассеяния ( $Q_{1\text{рас}}$  и  $Q_{2\text{рас}}$ ). Максимальная скорость обмена энергией между источником питания и переменным рабочим полем в магнитопроводе и полями рассеяния характеризуется соответствующими реактивными мощностями. Баланс реактивных мощностей в трансформаторе отображен на диаграмме рис. 10.6, б.

Коэффициент передачи полной мощности

$$K_S = \frac{S_2}{S_1} = \frac{S_2}{S_2 + \sqrt{(\Delta P_m + \Delta P_a)^2 + (Q_{\text{раб}} + Q_{\text{рас}})^2}} = \frac{\beta S_{2\text{ ном}}}{\beta S_{2\text{ ном}} + \sqrt{(\Delta P_m + \Delta P_a)^2 + (Q_{\text{раб}} + Q_{\text{рас}})^2}}.$$

При номинальной нагрузке силовых трансформаторов  $K_{S_{\text{ном}}} = 0,95 \div 0,995$  (в зависимости от номинальной мощности трансформатора). При уменьшении коэффициента нагрузки  $\beta$  значение  $K_{S_{\text{ном}}}$  падает. Если трансформатор передает в приемники только активную мощность, то можно говорить о его коэффициенте полезного действия  $\eta = P_2/P_1$ . При отсутствии нагрузки ( $S_2 = 0$ )  $K_{S_{\text{ном}}}$  и  $\eta$  равны нулю, так как сохраняются неизменными реактивная мощность  $Q_{\text{раб}}$  и потери в магнитопроводе  $\Delta P_m$ . Несмотря на высокий коэффициент передачи, абсолютное значение тепловых потерь в мощных трансформаторах может быть значительным. Например, у трансформатора мощностью  $S_{\text{ном}} = 2500 \text{ кВ} \cdot \text{А}$   $\Delta P_m = 6,5 \text{ кВт}$  и  $\Delta P_a = 22 \text{ кВт}$  (при полной нагрузке).

В трансформаторе образуются тепловые потоки, направленные от внутренних частей к внешней поверхности, от которой теплота отводится непосредственно в окружающую среду. Температура пе-

регрева внешней поверхности трансформатора относительно окружающей среды определяется допустимой температурой нагрева изоляции обмоток. Обычная лаковая и хлопчатобумажная изоляция проводов и каркаса обмоток рассчитана на верхний предел температуры, равный 100—130°C. Превышение ее на несколько десятков градусов во много раз сокращает срок службы изоляции. При высокой температуре органические вещества, входящие в состав изоляции,

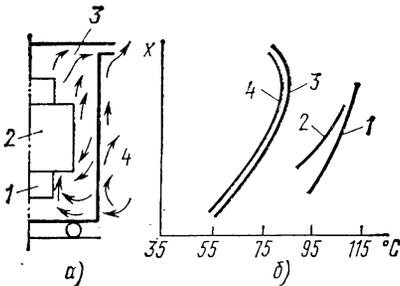


Рис. 10.7. Схема охлаждения (а) и кривые распределения температуры на поверхности частей трансформатора (б): 1 — магнитопровод; 2 — обмотка; 3 — масло; 4 — бак

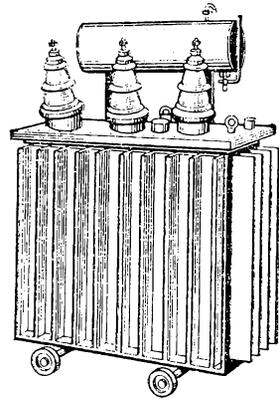


Рис. 10.8. Трансформатор с ребристым баком

теряют механическую и электрическую прочность, вследствие чего возникает электрический пробой изоляции и короткое замыкание витков обмоток. Поэтому конструкция трансформатора должна обеспечивать достаточное охлаждение всех его частей.

С ростом номинальной мощности трансформаторов возрастают потери в обмотках и магнитопроводе из-за увеличения их объема, однако естественная поверхность охлаждения расширяется в меньшей степени. Поэтому приходится снижать потери в обмотках путем уменьшения плотности тока в проводах, т. е. увеличивать площадь поперечного сечения провода. Уже при мощности в несколько тысяч вольт-ампер эта мера становится недостаточной, и магнитопровод с обмотками погружают в бак, заполненный минеральным (трансформаторным) маслом. В баке устанавливается конвекционный процесс передачи теплоты маслом от внутренних сильно нагретых частей к стенкам; с другой стороны, стенки охлаждаются естественной циркуляцией воздуха. Конвекционные потоки изображены условно стрелками на рис. 10.7. На этом рисунке приведены также кривые, характеризующие температуру отдельных частей трансформатора, причем температура воздуха согласно ГОСТу принята равной 35°C. При мощности

порядка 100 кВ·А и выше к баку приваривают ребра охлаждения (рис. 10.8) или устанавливают ряды трубчатых охладителей, по которым циркулирует охлаждаемое масло (см. рис. 10.20).

### § 10.4. Внешняя характеристика трансформатора

Вместе с промышленной сетью, к которой подключена первичная обмотка, трансформатор является источником питания для приемников, подключенных ко вторичной обмотке. Поэтому трансфор-

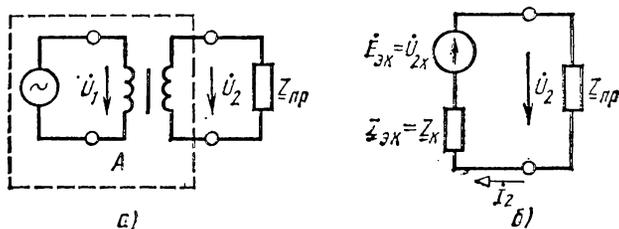


Рис. 10.9. Трансформатор как активный двухполюсник (а) и его схема замещения (б)

матор можно рассматривать как активный двухполюсник А относительно выводов вторичной обмотки (рис. 10.9, а). Важнейшая характеристика активного двухполюсника — *внешняя вольт-амперная характеристика, представляющая собой зависимость напряжения  $U_2$  на выходе от тока  $I_2$  при  $U_1 = \text{const}$ .*

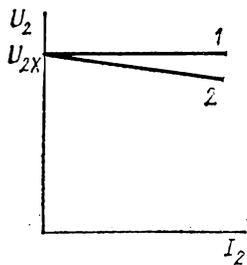


Рис. 10.10. Внешние характеристики идеализированного (1) и реального (2) трансформаторов

У идеализированного трансформатора  $U_2 = U_1/n = \text{const}$ , т. е. напряжение  $U_2$  не зависит от нагрузки. Поэтому его внешняя характеристика идет параллельно оси  $I_2$ , напряжение  $U_2$  равно напряжению холостого хода  $U_{2х}$  (рис. 10.10).

У реального трансформатора существуют э. д. с. от полей рассеяния и падения напряжений на активных сопротивлениях обмоток (см. схему рис. 10.3). При обычной активно-индуктивной нагрузке напряжение  $U_2$  уменьшается с ростом тока  $I_2$ , и внешняя характеристика имеет вид наклонной прямой (рис. 10.10). Чем больше сопротивления  $R_1$  и  $X_{1рас}$ ,  $R_2$  и  $X_{2рас}$  (см. рис. 10.3), тем больше отличаются напряжения  $U_{1нд}$  от  $U_1$  и  $U_2$  от  $U_{2нд}$ . Изменение вторичного напряжения  $\Delta U_2 = U_{2х} - U_2$ .

У силовых трансформаторов при номинальном токе  $I_{2ном}$  отношение  $\Delta U_2/U_{2х}$  имеет порядок 5—10%. Трансформаторы проектируют так, чтобы напряжение холостого хода  $U_{2х}$  было на 5% больше номинального напряжения его приемников. Кроме того, предусмотрена

возможность изменения числа витков одной из обмоток, т. е. величины

$$n = \omega_1/\omega_2 = U_{1\text{нд}}/U_{2\text{нд}} \approx U_1/U_{2\text{х}}.$$

В трансформаторах, работающих при постоянном значении первичного напряжения  $U_1$ , изменяют число витков  $\omega_2$ ; в сетях с колебаниями напряжения  $U_1$  предпочитают изменять  $\omega_1$ . Изменение числа витков производят встроенным переключателем с ручным приводом, выведенным наружу. Выпускаются также трансформаторы с автоматическим регулированием числа витков под нагрузкой. При временной недогрузке трансформатора уменьшают  $U_{2\text{х}}$ . При питании приемника через длинную линию значение  $U_{2\text{х}}$  увеличивают, чтобы скомпенсировать падение напряжения в линии.

У сварочных трансформаторов, которыми комплектуют сварочные агрегаты, внешняя характеристика должна быть крутопадающей: напряжение возникновения дуги должно быть много больше напряжения горения. Увеличения  $\Delta U_2/U_{2\text{х}}$  достигают с помощью сопротивлений  $X_{1\text{рас}}$  и  $X_{2\text{рас}}$ , размещая первичную и вторичную обмотки на различных стержнях магнитопровода.

Для расчета изменения вторичного напряжения  $\Delta U_2$  удобно расмагнитивать трансформатор как двухполюсник и использовать метод эквивалентного генератора. Э. д. с. эквивалентного генератора равна напряжению  $U_{2\text{х}}$  холостого хода:

$$\dot{E}_{\text{эк}} = \dot{U}_{2\text{х}} = -\dot{U}_{1\text{ном}}/n. \quad (10.11)$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора можно определить, как у обычного источника питания, по данным режимов холостого хода и короткого замыкания вторичной обмотки трансформатора:

$$\underline{Z}_{\text{эк}} = \frac{\dot{U}_{2\text{х}}}{i_{2\text{к}}} = -\frac{\dot{U}_{1\text{ном}}}{ni_{2\text{к}}}. \quad (10.11a)$$

Однако измерения в режиме короткого замыкания невозможны из-за перегрева обмоток трансформатора. Поэтому опыт короткого замыкания проводят при пониженном напряжении  $U_1$  так, чтобы ток вторичной обмотки был равен номинальному току  $I_{2\text{ном}}$ . Такую величину  $U_1$  принято называть напряжением короткого замыкания и обозначать  $U_{1\text{к}}$ . Величина  $\underline{Z}_{\text{эк}}$  названа в теории трансформатора сопротивлением короткого замыкания, ее обозначают  $\underline{Z}_{\text{к}}$ . Модуль сопротивления

$$Z_{\text{эк}} = Z_{\text{к}} = \frac{U_{1\text{к}}}{nI_{2\text{ном}}}. \quad (10.12)$$

Аргумент комплексного сопротивления  $\underline{Z}_{\text{к}} = Z_{\text{к}} e^{i\varphi_{\text{к}}}$  определяют по активной мощности  $P_{\text{к}}$  потерь в режиме короткого замыкания:

$$\cos \varphi_{\text{к}} = P_{\text{к}}/(U_{1\text{к}}I_{1\text{к}}).$$

Заметим, что опыты холостого хода и короткого замыкания проводят на заводе-изготовителе при испытании трансформатора. Величины  $P_{\text{к}}$  и  $U_{1\text{к}}$  вносят в паспорт трансформатора, причем  $U_{1\text{к}}$

выражают в процентах от  $U_{1ном}$ . Величину  $U_{1к}/U_{1ном} = U_{к*} \%$  называют относительным напряжением короткого замыкания. Согласно схеме замещения рис. 10.9, б

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_{эк} - \underline{Z}_{эк} \dot{I}_2 = \dot{U}_{2х} - \underline{Z}_к \dot{I}_2. \quad (10.13)$$

Векторная диаграмма рис. 10.11 соответствует этому уравнению при активно-индуктивной нагрузке. Модуль  $Z_к I_2$  значительно меньше

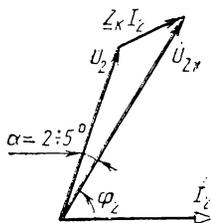


Рис. 10.11. Векторная диаграмма трансформатора — активного двухполусника

$U_{2х}$ , и угол  $\alpha$  между векторами  $U_{2х}$  и  $U_2$  не превышает  $5^\circ$ . Относительное изменение вторичного напряжения

$$\Delta U_{2*} = \Delta U_2 / U_{2х} = (U_{2х} - U_2) / U_{2х} \approx Z_к I_2 / U_{2х}$$

зависит от коэффициента нагрузки  $\beta = S / S_{ном} = I_2 / I_{2ном}$ :

$$\Delta U_{2*} = \beta \frac{Z_к I_{2ном}}{U_{2х}}$$

Произведение  $Z_к I_{2ном}$  согласно (10.12) равно  $U_{1к}/n$ , а  $U_{2х} = U_1/n$ . Тогда

$$\Delta U_{2*} \approx \beta \frac{U_{1к}}{U_{1ном}} = \beta U_{к*}. \quad (10.14)$$

*Изменение вторичного напряжения пропорционально коэффициенту нагрузки. При номинальной нагрузке  $\Delta U_{2*} = U_{к*}$ .*

## § 10.5. Трехфазные трансформаторы

Трансформирование энергии в трехфазной цепи можно осуществлять тремя однофазными трансформаторами или специальным трехфазным трансформатором. В большинстве случаев применяют трехфазные трансформаторы, так как они дешевле и имеют меньшие габариты, чем группа однофазных. Только при передаче энергии большой мощности используют однофазные трансформаторы. Это объясняется главным образом условиями технологического процесса изготовления мощных трансформаторов на заводе и возможностью их перевозки.

Обмотки и магнитопровод трехфазного трансформатора изображены на рис. 10.12. На каждый стержень магнитопровода надевают обмотки высшего и низшего напряжений одной фазы. У трансформатора, изображенного на рис. 10.12, снято верхнее ядро, удалены обе обмотки крайнего правого стержня и обмотка высшего напряжения со среднего стержня.

Векторная диаграмма трехфазного трансформатора в режиме холостого хода приведена на рис. 10.13. Фазные напряжения питающей сети и фазные э. д. с. сдвинуты на угол  $120^\circ$ . Векторы магнитных потоков в трех стержнях образуют симметричную звезду, и сумма их равна нулю. Поэтому силовой трансформатор не имеет четвертого замыкающего стержня (так же, как нет нейтрального провода у трехфазных линий передачи электроэнергии). Переход от трех однофазных транс-

форматоров к одному трехфазному с плоским магнитопроводом иллюстрирует рис. 10.14. Обмотки трехфазных трансформаторов могут соединяться звездой и треугольником с учетом разметки выводов всех фаз обмоток, выполненной на заводе (рис. 10.15, а).

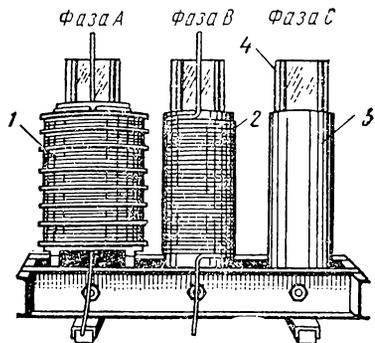


Рис. 10.12. Основные элементы конструкции силового трехфазного трансформатора:

1 — обмотка высшего напряжения ВН фазы А; 2 — обмотка низшего напряжения НН фазы В; 3 — изолирующий цилиндр; 4 — стержень фазы С магнитопровода

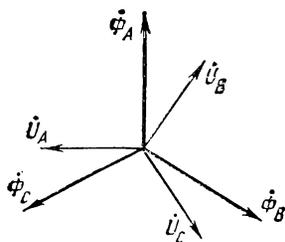


Рис. 10.13. Векторная диаграмма фазных магнитных потоков трехфазного трансформатора

У некоторых трансформаторов нейтральные точки обмоток ВН или НН, соединенных звездой, выводят на крышу бака; такое соединение обозначают  $\Upsilon / Y$  или  $Y / \Upsilon$ . В зависимости от схемы соединения

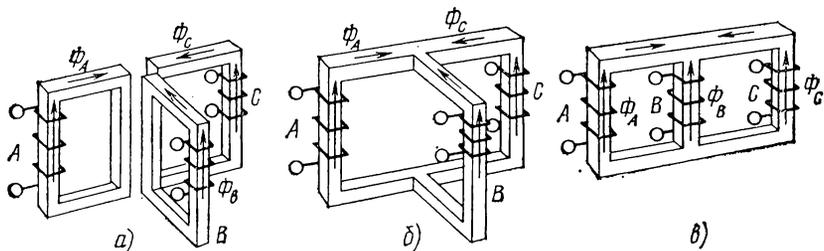


Рис. 10.14. Схема образования плоского трехстержневого магнитопровода трехфазного трансформатора:

а — магнитопроводы трех однофазных трансформаторов; б — пространственный трехстержневой магнитопровод; в — плоский магнитопровод

( $Y/Y-0$  или  $Y/\Delta-11$ ) линейные напряжения на выходных зажимах вторичной обмотки трехфазного трансформатора могут совпадать по фазе с одноименными линейными напряжениями первичной обмотки или быть сдвинуты по фазе на  $30^\circ$ . На рис. 10.15, б построены топографические векторные диаграммы, поясняющие это положение. Заметим, что одноименными называют напряжения, векторы которых

имеют одинаковый буквенный индекс. При построении этих диаграмм учитывалось, что векторы одноименных фазных напряжений первичной и вторичной обмоток совпадают по направлению: они создаются общими фазными потоками в стержнях магнитопровода.

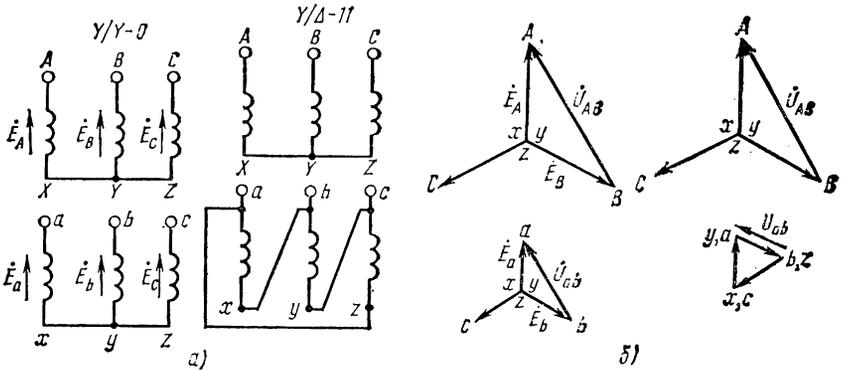


Рис. 10.15. Типовые схемы соединения обмоток (а) и векторные диаграммы (б) трехфазных силовых трансформаторов

Только при правильном соединении первичной обмотки сумма фазных магнитных потоков в трехстержневом магнитопроводе трансформатора будет равна нулю (см. рис. 10.13). В противном случае

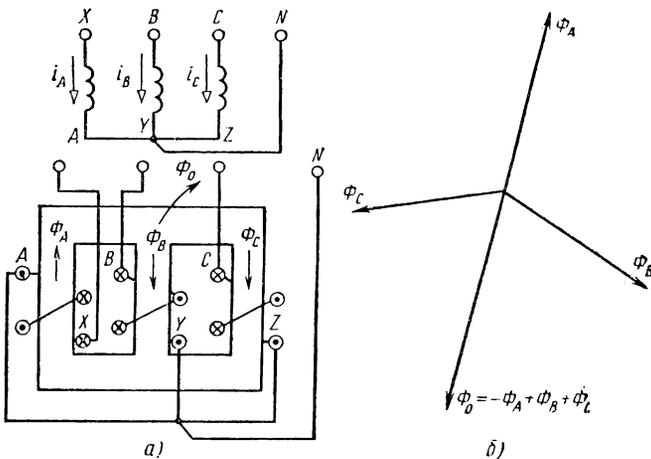


Рис. 10.16. Неправильное соединение обмоток трехфазного трансформатора (а) и векторная диаграмма потоков (б)

результрующий магнитный поток трех фаз будет замыкаться по воздуху и по баку, т. е. по пути с большим магнитным сопротивлением. При постоянном действующем напряжении питающей сети фазные потоки сохраняются почти неизменными и рост магнитного сопротив-

ления сопровождается резким увеличением намагничивающих токов. В качестве примера рассмотрим результат неправильного соединения первичной обмотки звездой (рис. 10.16, а). На рис. 10.16, а показаны условно-положительные направления токов первичной обмотки и потоков в стержнях магнитопровода. Напомним, что положительные направления токов и соответствующих потоков связаны правилом правогохода винта. Векторная сумма фазных потоков ( $\Phi_0 = -\Phi_A + \Phi_B + \Phi_C$ ) не равна нулю, что следует из векторной диаграммы рис. 10.16, б. В результате линии магнитного поля вытесняются из магнитопровода и замыкаются по баку, образуя поток  $\Phi_0$ .

Вторичная обмотка трехфазного трансформатора соединяется по известным правилам, обеспечивающим получение симметричной системы линейных напряжений. При симметричной нагрузке электромагнитные процессы в каждой фазе трехфазного трансформатора одинаковы. Поэтому полученные ранее формулы для однофазного трансформатора могут быть применены и к трехфазным трансформаторам. Однако в последнем случае в формулы необходимо подставлять фазные токи, напряжения и мощности.

### § 10.6. Технические (паспортные) данные трансформатора

К паспортным данным трансформатора относятся следующие величины: 1) номинальное первичное напряжение  $U_{1ном}$ ; 2) напряжение холостого хода вторичной обмотки  $U_{2х}$ ; 3) номинальная полная мощность  $S_{ном}$ ; 4) напряжение короткого замыкания  $U_{к*}$  %, выраженное в процентах; 5) мощность потерь в опытах холостого хода  $P_x$  и короткого замыкания  $P_k$ ; 6) ток первичной обмотки при холостом ходе трансформатора  $I_{1х*}$  %, выраженный в процентах от номинального тока; 7) габариты и масса трансформатора.

Номинальное первичное напряжение указывает предельно допустимое действующее напряжение источника питания. Превышение этого напряжения приводит к непропорционально быстрому росту тока (см. рис. 10.4), что вызывает дополнительный нагрев первичной обмотки. В паспорте дается напряжение на вторичной обмотке при холостом ходе, что позволяет вычислить коэффициент трансформации  $n = U_1 / U_{2х}$ . Кроме того, значение  $U_{2х}$  определяет класс напряжения (номинальное напряжение) приемников энергии, которые могут быть подключены к трансформатору.

Значения тока  $I_{1х*}$  % и активной мощности  $P_x$  при холостом ходе определяются качеством магнитопровода и гарантируются заводом-изготовителем. Величина  $P_x = \Delta P_m$  характеризует потери в магнитопроводе, которые сохраняются теми же, как в режиме холостого хода, так и при нагрузке. Значение  $I_{1х*}$  % может составлять доли или единицы процента у трансформаторов большой мощности (тысячи киловольтампер) или десятки процентов у трансформаторов малой мощности (десятки вольтампер).

Значение  $P_k = \Delta P_p$  определяет мощность потерь в обмотках трансформатора при номинальных токах в обмотках (при этих токах

выполняют опыт короткого замыкания). При токах, больших номинальных, изоляция обмоток перегревается, что сокращает срок службы трансформатора.

Номинальная мощность не только характеризует габариты трансформатора, но и позволяет определить его допустимую нагрузку. Номинальные токи трансформатора можно рассчитать с достаточной точностью из соотношения  $S_{ном} = mU_{1ф. ном}I_{1ф. ном} = mU_{2ф. ном}I_{2ф. ном}$  ( $m$  — число фаз трансформатора). По параметру  $U_{к*} \%$  можно определить изменение вторичного напряжения трансформатора при нагрузке (см. § 10.9). Кроме того, величина  $U_{к*}$  позволяет определить токи в обмотках трансформатора при коротком замыкании на зажимах вторичной обмотки. Согласно определению,  $U_{к*} = U_{1к}/U_{1ном}$ , где  $U_{1к}$  — пониженное первичное напряжение, при котором токи в обмотках достигают номинальных значений ( $U_{1к}/n = Z_k I_{2ном}$ ). При номинальном напряжении  $U_{1ном} = U_{1к}/U_{к*}$  ток короткого замыкания будет в  $1/U_{к*}$  раз больше номинального тока  $I_{2ном}$ . По этим токам выбирают аппараты защиты трансформатора, обеспечивающие его отключение от места короткого замыкания.

Указанные в паспорте габариты и масса трансформатора необходимы для выбора способа его транспортировки и монтажа.

### § 10.7. Параллельная работа трансформатора

При увеличении мощности приемников обычно устанавливают дополнительный трансформатор и включают его параллельно с ранее работавшими. Несколько трансформаторов на подстанции обеспечивают более экономичную и надежную работу системы распределения электроэнергии. При аварийном выходе из строя или отключении

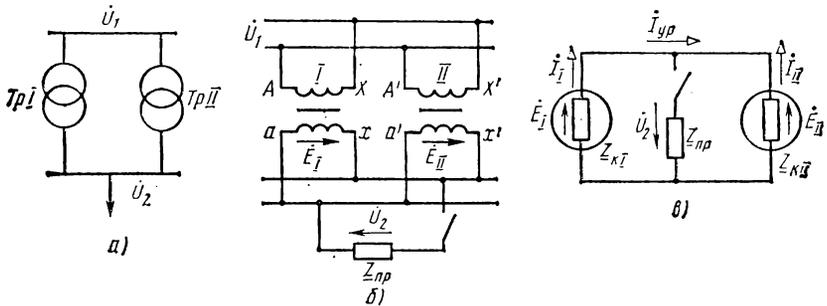


Рис. 10.17. Мнемоническая (а) и электрическая (б) схемы включения двух трансформаторов на параллельную работу; в — схема замещения

для ремонта одного трансформатора оставшиеся будут нести нагрузку наиболее ответственных приемников. При спаде нагрузки целесообразно отключать некоторые трансформаторы с тем, чтобы оставшиеся были загружены до номинальной мощности, что улучшает к. п. д. установки.

Рассмотрим вначале условия совместной работы двух однофазных трансформаторов. Схема включения и схема замещения этих трансформаторов приведены на рис. 10.17. На рис. 10.17, а трансформаторы обозначены так, как это принято на мнемонических схемах электрических подстанций. На рис. 10.17, б представлена элект-

рическая схема соединения обмоток трансформатора с питающей сетью большой мощности (шины  $U_1$ ) и приемником  $Z_{\text{пр}}$  (шины  $U_2$ ).

Относительно зажимов приемника трансформаторы можно рассматривать как активные двухполюсники и в соответствии с методом эквивалентного генератора заменить эквивалентными источниками питания (рис. 10.17, в). Нормальная работа трансформаторов возможна лишь при условии  $\dot{E}_{\text{э}1} = \dot{E}_{\text{э}11}$ . В противном случае даже без нагрузки в обмотках трансформаторов возникнет большой уравнивающий ток  $I_{\text{ур}}$ , ограничиваемый только сопротивлениями короткого замыкания  $Z_{\text{к}1}$  и  $Z_{\text{к}11}$ .

Уравнивающий ток

$$I_{\text{ур}} = (\dot{E}_{\text{э}1} - \dot{E}_{\text{э}11}) / (Z_{\text{к}1} + Z_{\text{к}11}).$$

Для выполнения условия  $\dot{E}_{\text{э}1} = \dot{E}_{\text{э}11}$  трансформаторы должны иметь одинаковые коэффициенты трансформации. Если трансформаторы имеют специальные переключатели числа витков обмоток, то эти переключатели должны находиться в одинаковом положении. По ГОСТу допускается различие коэффициентов трансформации не более чем на 0.5%. Внутренние сопротивления источников равны сопротивлениям короткого замыкания трансформаторов.

Выясним вопрос о распределении нагрузки между параллельно работающими трансформаторами. Согласно схеме рис. 10,17, в напряжение на шинах приемников

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{E}_1 / Z_{\text{к}1} + \dot{E}_{11} / Z_{\text{к}11}}{1 / Z_{\text{к}1} + 1 / Z_{\text{к}11} + 1 / Z_{\text{пр}}}.$$

Токи в ветвях источников э. д. с.

$$I_1 = (\dot{E}_1 - \dot{U}_2) / Z_{\text{к}1}, \quad I_{11} = (\dot{E}_{11} - \dot{U}_2) / Z_{\text{к}11}.$$

При выполнении условия  $\dot{E}_1 = \dot{E}_{11}$  получаем пропорцию

$$I_1 / I_{11} = Z_{\text{к}11} / Z_{\text{к}1}.$$

У трансформаторов одинакового номинального напряжения и близкой мощности отношения  $X_{\text{к}1} / R_{\text{к}1}$  и  $X_{\text{к}11} / R_{\text{к}11}$  равны, т. е.  $Z_{11} / Z_1 = Z_{11} / Z_1$ . Тогда можно принять, что

$$I_1 / I_{11} = Z_{\text{к}11} / Z_{\text{к}1}.$$

Подставив вместо  $Z_{\text{к}1}$  и  $Z_{\text{к}11}$  их выражения через паспортные данные трансформатора, находим

$$Z_{\text{к}1} = U_{\text{к}1}^2 / S_{\text{ном}1},$$

$$Z_{\text{к}11} = U_{\text{к}11}^2 / S_{\text{ном}11}.$$

Следовательно,

$$I_1 / I_{11} = (U_{\text{к}11} / U_{\text{к}1}) (S_{\text{ном}1} / S_{\text{ном}11}).$$

При равенстве напряжений короткого замыкания трансформаторы нагружаются пропорционально номинальным мощностям. При полной нагрузке одного трансформатора второй также будет нести полную нагрузку. В противном случае, когда  $U_{\text{к}1} \neq U_{\text{к}11}$ , окажется невозможным нагрузить оба трансформатора до номинальной мощности. Практически допускается различие между модулями напряжений короткого замыкания не более чем в 1,1 раза.

Для трехфазных трансформаторов условие  $\dot{E}_{\text{э}1} = \dot{E}_{\text{э}11}$  накладывает дополнительные требования на выбор схемы соединения обмоток: *схемы соединения первичной и вторичной обмоток должны быть соответственно одинаковыми*. Например, недопустимо, чтобы у одного трансформатора была схема соединения обмоток  $Y/\Delta-11$ , а у другого  $Y/Y-0$ .

## § 10.8. Конструкция силовых трансформаторов

Большинство трансформаторов выполняют на магнитопроводах, которые собирают из изолированных лаком листов электротехнической стали. Сборку магнитопровода проводят так, чтобы воздуш-

ные зазоры были сведены к минимуму; при заданном значении рабочего магнитного потока ток холостого хода  $I_{1x*}$  будет тем меньше, чем меньше сопротивление магнитной цепи. Поэтому листы собирают таким образом, чтобы воздушные зазоры между ними (стыки) перекрывались в следующем слое (рис. 10.18, а). Изготовленные этим способом

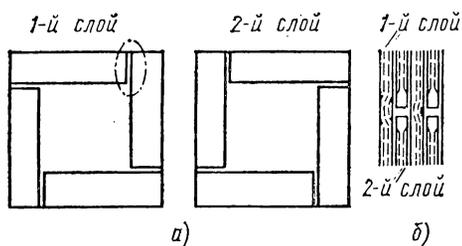


Рис. 10.18. Схема сборки шихтованного магнитопровода

магнитопроводы называют шихтованными. Хотя зазоры перекрываются листами соседних слоев, в местах стыков образуется слой с высоким магнитным сопротивлением. Это происходит вследствие того, что в листах, смежных с зазором (рис. 10.18, б), магнитные линии сгущаются и магнитная индукция возрастает до 2,0—2,5 Тл. При такой индукции относительная магнитная проницаемость падает до нескольких единиц. В расчетной практике этот слой заменяют эквивалентным воздушным зазором, магнитное сопротивление которого равно сопротивлению стыка. Измерения на готовых сердечниках

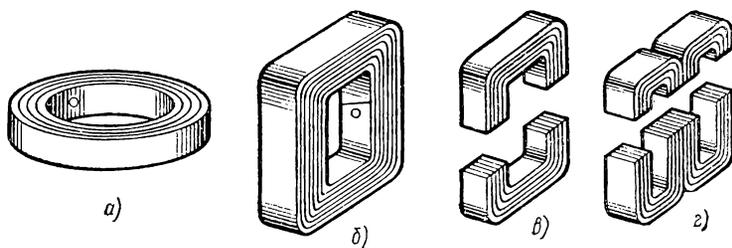


Рис. 10.19. Конструкция ленточных магнитопроводов из холоднокатаной стали

показывают, что даже при хорошей сборке эквивалентный зазор имеет размер порядка долей миллиметра.

В последние годы отечественная промышленность выпускает в возрастающем количестве холоднокатаную электротехническую сталь. Конструкция трансформаторов с магнитопроводами из холоднокатаной стали имеет существенные особенности. Магнитопроводы изготовляют из лент этой стали, нарезанных вдоль проката. Ленты можно свивать в кольцо прямоугольного сечения (рис. 10.19, а, б), после чего производят отжиг без доступа воздуха с целью снять механические напряжения в материале. Такой отжиг существенно повышает магнитную проницаемость и тем самым способствует уменьшению тока холостого хода трансформатора. После навивки кольцо разрезают (рис. 10.19, в, г), что позволяет изготавливать обмотки отдельно и затем собирать трансформатор из готовых частей.

Внешний вид мощного трехфазного трансформатора показан на рис. 10.20. В трансформаторе применена трубчатая система охлаждения 6. Бак трансформатора заполнен минеральным маслом, которое служит для отвода теплоты от нагревающихся обмоток и магнитопровода. Одновременно масло является дополнительной электрической изоляцией между обмотками и заземленными частями трансформатора.

В трансформаторе должна быть предусмотрена возможность изменения объема масла, вызываемого колебаниями температуры его

нагрева при различных нагрузках. Если объем масла невелик (трансформаторы мощностью меньше 100 кВ·А), то между крышкой бака и маслом создается воздушная подушка. В мощных трансформаторах (рис. 10.20) маслом заполняется весь бак, но последний снабжается расширителем 2 — стальной бочкой, объем которой составляет около 10% объема масла; на торцовой части расширителя установлен указатель уровня масла 1. В случае образования дополнительного источника теплоты (при коротких замыканиях витков обмотки) масло разлагается и генерируемый газ быстро повышает давление в баке, вследствие чего бак может деформироваться или даже разорваться. Поэтому на баке устанавливается выхлопная труба 3 с предохранительной тонкой мембраной, которая при необходимости обеспечивает свободный

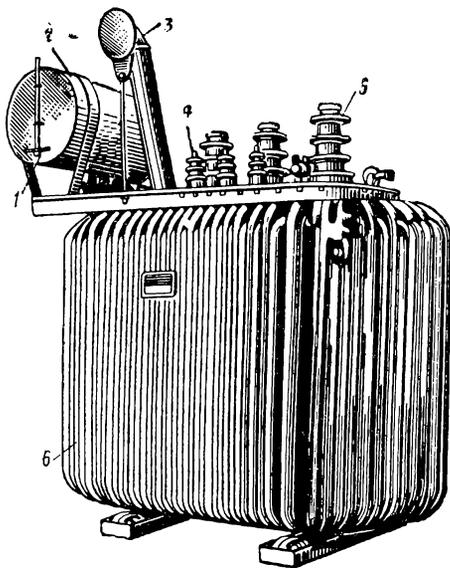


Рис. 10.20. Внешний вид трехфазного силового трансформатора:

1 — указатель уровня масла; 2 — расширитель; 3 — выхлопная труба; 4 — вводы обмотки НН; 5 — вводы обмотки ВН; 6 — трубчатый охладитель

выход газов. Масляные трансформаторы взрыво- и пожароопасны. На открытых подстанциях их приходится устанавливать вдали от помещений, где находится обслуживающий персонал. При установке внутри зданий такие трансформаторы помещают в специальные бетонированные ячейки. Концы обмоток трансформатора выводят из стального бака через фарфоровые проходные изоляторы 4 и 5. Поскольку трансформаторы высокого напряжения устанавливают на открытых подстанциях, наружная часть вводов имеет ребра, предохраняющие значительную часть поверхности от увлажнения и увеличивающие длину пути для поверхностного электрического разряда. Внутреннюю часть вводов на напряжение 220 кВ и более заполняют маслом, а между токоведущим стержнем и фарфоровой крышкой устанавливают картонные цилиндры — экраны, увеличивающие электрическую прочность изоляции. Нейтраль обмотки, изолированную от земли при

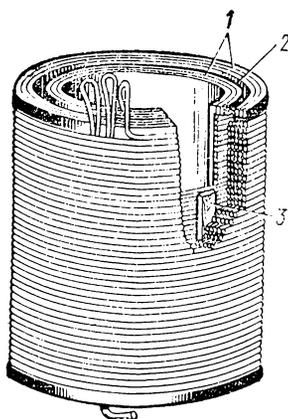


Рис. 10.21. Многослойная цилиндрическая обмотка:  
 1 — канал для охлаждающего масла; 2 — изолирующие кольца; 3 — разделительная планка

эксплуатации, выводят на крышку бака через изолятор. Магнитопровод стягивают болтами и шпильками, изолированными шайбами и трубками из бакелитового картона. Пакеты листов стали разделяют каналами, что увеличивает поверхность охлаждения. Первичные и вторичные обмотки каждой фазы трансформатора изолируют друг от друга и от стержня магнитопровода жесткими цилиндрами, изготовленными из бумаги с последующей пропиткой бакелитовым лаком; их используют также в качестве каркаса для обмотки. Для улучшения отвода теплоты между обмотками имеются каналы, ширина которых фиксируется планками, зажатыми картонными цилиндрами (рис. 10.21) Изоляцию обмоток от ядра трансформатора выполняют из картонных колец и шайб, набор которых обеспечивает нужную электрическую прочность конструкции.

Технические данные силовых трансформаторов регламентированы ГОСТ 18619—73 (трехфазные трансформаторы с естественным воздушным охлаждением на напряжение до 660 В) и ГОСТ 12022—76 (трехфазные трансформаторы с масляным охлаждением на напряжение до 35 кВ).

### § 10.9. Особенности силовых трансформаторов малой мощности

В настоящее время магнитопроводы трансформаторов малой мощности изготовляют из лент холоднокатаной стали (см. рис. 10.19), благодаря чему удается значительно снизить ток холостого хода. Тем не менее ток  $I_{1x}$  достигает 50—70%  $I_{1ном}$ , т. е. составляет основную часть тока первичной обмотки. Это связано с тем, что реактивная мощность, необходимая для перемагничивания магнитопровода, и электромагнитная мощность трансформатора не пропорциональны друг другу.

В маломощных трансформаторах низкого напряжения (до 1000 В) изоляционные прокладки между обмотками не превышают 1 мм, благодаря чему магнитным полем рассеяния трансформатора можно пренебречь. Поэтому сопротивление короткого замыкания  $Z_k = R_k$ . Для уменьшения изменения вторичного напряжения достаточно выбрать оптимальный провод большего диаметра.

С уменьшением мощности трансформатора его поверхность охлаждения растет быстрее потерь энергии в магнитопроводе и в обмотках. Поэтому плотность тока в проводах обмотки может достигать 10 А/мм<sup>2</sup>, что в 2—3 раза больше, чем у трансформаторов электроэнергетических систем. Обмотки трансформатора выполняют эмалированным проводом с тонким лаковым покрытием, которое может быть повреждено при неаккуратной намотке. Поэтому причиной выхода из

стройка трансформатора чаще всего оказываются короткие замыкания между витками. При таком замыкании резко возрастает ток в короткозамкнутых витках. Этот ток приблизительно можно оценить по формуле (10.6а):  $I_k \approx I_1 (\omega_1 / \omega_k)$ , где  $\omega_k$  — число замкнувших витков. Если  $\omega_k = 1$ , то  $I_k = \omega_1 I_1$ ; при большом количестве витков первичной обмотки ток  $I_k \gg I_1$  вызывает перегрев замкнутых витков и, следовательно, всего трансформатора.

## § 10.10. Измерительные трансформаторы

Измерительные трансформаторы применяют для расширения пределов измерения измерительных приборов переменного тока. Кроме того, они позволяют полностью изолировать эти приборы от цепи высокого напряжения, в которой производится измерение. Первичную обмотку

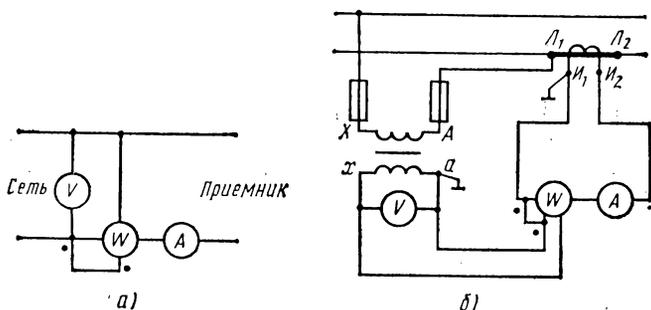


Рис. 10.22. Включение измерительных приборов в однофазную цепь:

а — непосредственно; б — через измерительные трансформаторы

измерительных трансформаторов включают в сеть, а ко вторичной обмотке подключают измерительные приборы. В сетях высокого напряжения один зажим вторичных обмоток и стальные кожухи измерительных трансформаторов заземляют. Это делает безопасным прикосновение обслуживающего персонала к приборам, включенным во вторичную цепь, так как даже при пробое изоляции между обмотками исключается возможность возникновения на приборах высоких потенциалов относительно земли.

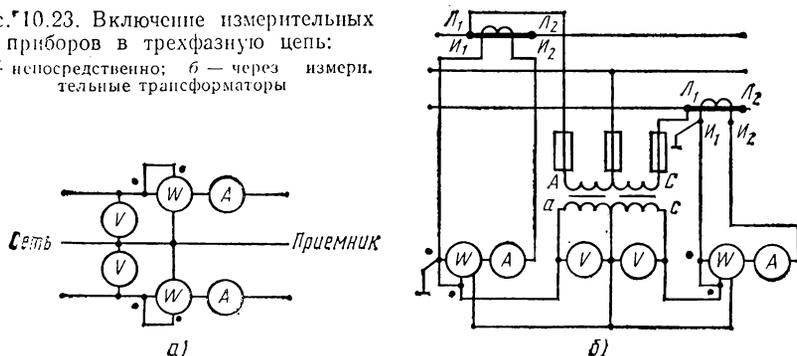
Измерительные трансформаторы подразделяют на трансформаторы напряжения и трансформаторы тока.

Трансформаторы напряжения используют для включения вольтметров, частотомеров и параллельных цепей измерительных приборов — ваттметров, счетчиков, фазометров и т. д. Трансформаторы тока применяют для включения амперметров и последовательных цепей других измерительных приборов. На рис. 10.22 и 10.23 представлены схемы включения вольтметра, амперметра и ваттметра в однофазную и трехфазную цепи непосредственно и через измерительные трансформаторы.

Зажимы измерительных трансформаторов маркируют. Маркировка зажимов трансформатора напряжения аналогична маркировке силовых трансформаторов (см. рис. 10.15). Маркировка зажимов трансформаторов тока иная. Зажимы первичной обмотки, включаемой последовательно в линию, обозначают буквами  $L_1$  и  $L_2$ , а соответствующие им зажимы вторичной обмотки — буквами  $I_1$  и  $I_2$ . Маркировка зажимов

Рис. 10.23. Включение измерительных приборов в трехфазную цепь:

*a* — непосредственно; *b* — через измерительные трансформаторы



измерительных трансформаторов дает возможность правильно включать «полярные» приборы. Так, например, порядок включения измерительных приборов на схеме рис. 10.22, *b* вытекает из схемы рис. 10.22, *a*, на схеме рис. 10.23, *b* — из схемы рис. 10.23, *a*.

Измерительные приборы, работающие в комплекте с определенными измерительными трансформаторами, градуируют непосредственно в единицах первичных величин. В этом случае на шкале амперметра делают надпись «С тр. тока  $I_1/I_2$ », а на шкале вольтметра — «С тр. напр.  $U_1/U_2$ », на шкале трехфазного счетчика —  $3 \times U_1/U_2 \times I_1/I_2$ . Показания обычных измерительных приборов, включенных через трансформаторы тока и напряжения, следует умножить на номинальные коэффициенты трансформации  $K_I = I_{1ном}/I_{2ном}$  и  $K_U = U_{1ном}/U_{2ном}$ . Величины  $I_{1ном}$ ,  $I_{2ном}$ ,  $U_{1ном}$ ,  $U_{2ном}$  указывают на щитке (в паспорте) трансформатора. Измеряемое напряжение не должно превышать  $U_{1ном}$ , а измеряемый ток —  $I_{1ном}$ . Для того чтобы можно было пользоваться измерительными приборами со стандартными пределами измерения, значения  $I_{2ном}$  и  $U_{2ном}$  стандартизованы.

Однако отношение токов и напряжений первичной и вторичной обмоток может оставаться постоянным только у идеального трансформатора. Как было показано в § 10.1, только при  $R_1 = R_2 = 0$ ,  $X_{1рас} = X_{2рас} = 0$ ,  $I_{1к} = 0$

$$I_1/I_2 = 1/K_I = \text{const}, \quad U_1/U_2 = K_U = \text{const}.$$

У реальных трансформаторов эти условия полностью не могут быть выполнены, и вычисленные по показаниям измерительных приборов значения напряжений  $K_U U_2$  или токов  $K_I I_2$  отличаются от действительных значений  $U_1$  или  $I_1$ .

Погрешности измерения первичных величин, вносимые трансформаторами, нормируются ГОСТами. В ГОСТах указываются для каждого класса точности не только наибольшая погрешность трансформации, но и максимальная угловая погрешность, характеризующая угол сдвига фаз между токами (напряжениями) первичной и вторичной обмоток. Угловая погрешность имеет существенное значение при использовании трансформаторов для измерения мощности,  $\cos \varphi$  и в ряде других случаев. Погрешности трансформаторов напряжения обусловлены падениями напряжений в обмотках. Поэтому трансформаторы напряжения работают в режиме, близком к холостому ходу. Номинальная мощность трансформатора напряжения в несколько десятков раз меньше его мощности, рассчитываемой из условий допустимого нагрева. Номинальной мощностью трансформатора напряжения называют мощность, при которой его погрешности не превышают значений, нормированных для данного класса точности. Эту мощность в вольт-амперах обычно указывают на щитке трансформатора.

Отличительной особенностью работы трансформатора тока является последовательное соединение его первичной обмотки с потребителями энергии: значение первичного тока  $I_1$  определяется только током потребителя (сопротивление первичной обмотки трансформатора тока мало по сравнению с сопротивлением потребителя).

Для уменьшения погрешностей ток холостого хода  $I_{ix}$  должен быть мал по сравнению с  $I_{1ном}$ . Уменьшение тока, т. е. улучшение класса точности, осуществляется уменьшением магнитного сопротивления магнитопровода: его изготавливают без стыков из лучших сплавов (типа пермаллой).

В номинальном режиме напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора тока составляет несколько вольт ввиду малости сопротивлений последовательных цепей измерительных приборов. Этот режим близок к короткому замыканию:  $w_1 I_1 \approx w_2 I_2$ . Если разомкнуть вторичную обмотку трансформатора, то прекратится размагничивающее действие ее тока. Поток в магнитопроводе резко возрастает и ограничивается только насыщением его материала. Так как потери в магнитопроводе пропорциональны квадрату магнитной индукции, то возможен чрезмерный нагрев трансформатора тока и, следовательно, выход его из строя. Кроме того, большой магнитный поток возбуждает во вторичной цепи большую э. д. с., пиковое значение которой может достигать опасного для жизни предела. Поэтому контактные соединения во вторичной цепи необходимо выполнять надежно, так, чтобы цепь не могла быть разорвана.

## § 10.11. Автотрансформаторы

Автотрансформатор отличается от трансформатора тем, что его обмотка низшего напряжения является частью обмотки высшего напряжения. Поэтому цепи первичной и вторичной обмоток имеют не только магнитную, но и электрическую связь. Принципиальная электрическая схема понижающего автотрансформатора изображена на рис. 10.24.

Для автотрансформатора справедливо соотношение (10.3а), так как процесс образования э. д. с. в его обмотке ничем не отличается от рассмотренного ранее:

$$U_1/U_{2x} \approx E_1/E_2 = \omega_1/\omega_2.$$

При включении приемника во вторичной цепи возникает ток. Закон полного тока для действующих значений записывается в виде

$$\dot{H}_M I_M = (\omega_1 - \omega_2) \dot{I}_1 + \omega_2 \dot{I}_{12},$$

где  $\dot{I}_1$  — ток на участке  $A-a$  обмотки, имеющем  $\omega_1 - \omega_2$  витков;  $\dot{I}_{12}$  — ток на участке  $a-x$  обмотки, имеющем  $\omega_2$  витков.

Как и у трансформатора, величиной  $\dot{H}_M I_M$  можно пренебречь и принять  $(\omega_1 - \omega_2) \dot{I}_1 + \omega_2 \dot{I}_{12} = 0$ .

Отсюда

$$I_{12} = (\omega_1/\omega_2 - 1) I_1.$$

Ток  $I_{12}$  в общей части обмотки  $a-x$  может оказаться существенно меньше тока в первичной цепи автотрансформатора, если число витков  $\omega_1$  близко к  $\omega_2$ . Следовательно, площадь поперечного сечения провода, из которого выполняется эта часть обмотки, может быть значительно меньше площади сечения провода остальной части витков. Чем ближе коэффициент трансформации к единице, тем меньше ток  $I_{12}$  и тем меньше объем меди проводов, образующих витки  $\omega_2$ . В автотрансформаторах как бы отсутствует вторичная обмотка, так как ее витки «совмещены» с витками первичной обмотки на участке  $a-x$ . В результате уменьшается общий объем меди обмоток и площадь окна магнитопровода, в котором они должны быть размещены. Это позволяет уменьшить габариты и массу магнитопровода.

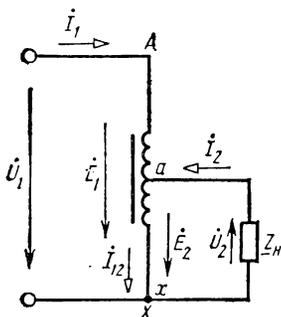


Рис. 10.24. Электрическая схема автотрансформатора

Таким образом, масса и объем обмоток и магнитопровода, система охлаждения у автотрансформатора с отношением  $\omega_1/\omega_2 \rightarrow 1$  значительно меньше, чем у трансформатора той же номинальной мощности. Чем ближе коэффициент  $n$  к единице, тем эффективнее замена трансформатора; практически применение автотрансформатора целесообразно при  $n \leq 2$ .

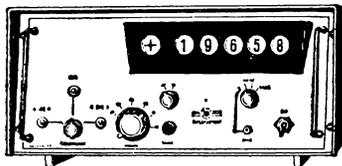
В настоящее время мощные трансформаторы изготовляют для подстанций, связывающих электроэнергетические системы с различными номинальными напряжениями (110 и 220 кВ, 154 и 220 кВ и т.д.). Автотрансформаторы применяют также в качестве аппаратов, понижающих напряжение на зажимах мощных синхронных и асинхронных двигателей при их пуске. В электротермии их часто используют для ступенчатого регулирования напряжения на нагревательных элементах печей.

В лабораториях широкое применение находят автотрансформаторы низкого напряжения номинальной мощностью 0,5; 1; 2; 5; 7,5 кВ·А, имеющие плавную регулировку выходного напряжения (ЛАТР).

### Контрольные вопросы

1. При каких условиях отношение мгновенных или действующих токов и напряжений в первичной и вторичной обмотках трансформатора равно  $\omega_1/\omega_2$ ?
2. Какие потери энергии возникают в нагруженном трансформаторе? Как отводится теплота от трансформатора?
3. От чего зависит изменение вторичного напряжения при нагрузке трансформатора? Как его рассчитать?
4. Как рассчитать аварийные токи в обмотках трансформатора при коротком замыкании вторичных зажимов?
5. Насколько изменятся токи в обмотках трансформатора при коротком замыкании одного витка вторичной обмотки ( $\omega_1=100$ ,  $\omega_2=10$ )?
6. Почему выводы обмоток трехфазного трансформатора должны быть размечены?
7. Чем различаются магнитопроводы трансформаторов, выполненные из холоднокатаной и горячекатаной сталей?
8. Каково назначение масла в баке мощного силового трансформатора?
9. Как выбрать измерительный трансформатор тока и напряжения?

# Электроизмерительные приборы и электрические измерения



## ГЛАВА 11

### ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

#### § 11.1. Состояние и перспективы развития электроизмерительной техники

Измерительная техника, в том числе техника электрических измерений, играет решающую роль в научно-техническом прогрессе. Она используется практически во всех областях народного хозяйства. Уровень ее развития во многом определяет совершенство технологических процессов, качество изделий и достижения в научных исследованиях. В электроизмерительные устройства все глубже проникают новейшие достижения электротехники, электроники, автоматики и вычислительной техники. Это способствует повышению быстродействия, чувствительности, точности и других свойств электроизмерительных приборов, требования к которым непрерывно возрастают.

Электрические методы применяются для измерения большинства электрических и неэлектрических величин. Большую роль играют измерения таких электрических величин, как ток, напряжение, мощность. Эти измерения особенно важны в системах распределения электроэнергии, на электростанциях, в автоматических системах управления производством и т. д.

В промышленности технологические процессы осуществляются с применением большого количества электродвигателей, сварочных аппаратов, электропечей и т. д. Для контроля за работой этого оборудования применяют большое количество электроизмерительных приборов. Кроме того, электроизмерительные приборы и устройства широко используют в промышленности непосредственно для контроля и управления производственными процессами. Это стало возможным и необходимым вследствие того, что электрические методы измерений позволяют производить измерения на объектах, находящихся в экстремальных условиях (высокие и низкие температуры, давления, агрессивные среды), измерять крайне малые или очень высокие скорости протекания процессов, величины в широком диапазоне значений, исследовать объекты, удаленные на большие расстояния и др. При этом измерению подвергаются различные механические, тепловые, оптические и другие неэлектрические величины, такие, как перемещение,

давление, механическое напряжение, скорости потоков, температура, освещенность и др. Путем преобразования в электрические величины с помощью первичных преобразователей они могут быть измерены электрическими методами.

Велико значение электроизмерительной техники в научных исследованиях. Развитие электроизмерительной техники позволяет проводить сложные физические эксперименты, приводит к новым научным открытиям. В настоящее время без высококачественных электроизмерительных приборов и устройств невозможно проведение научных исследований на современном уровне, разработка и внедрение электронных вычислительных машин, систем автоматического контроля и управления.

Слова Д. И. Менделеева о том, что наука начинается с тех пор, как начинают измерять, и что точная наука немислима без меры, подтверждаются всей историей развития техники электрических измерений.

Зарождение электрических измерений относится к середине XVIII в., когда в 1745 г. акад. Г. В. Рихманом, соратником М. В. Ломоносова, был создан первый в мире электроизмерительный прибор, названный автором «измерителем электрической силы». Это был электромметр, который использовался при изучении атмосферного электричества и позволял измерять разность потенциалов.

Однако дальнейшее развитие электроизмерения получили лишь значительно позже, оно было связано с переходом от качественных наблюдений электрических и магнитных явлений к установлению количественных закономерностей. Лишь во второй половине XIX в. остро встал вопрос о разработке приборов для измерений электрического тока, напряжения и сопротивления. К этому времени были созданы и начали находить практическое применение генераторы электрической энергии, и отсутствие измерительных приборов сдерживало дальнейшее развитие зарождающейся электротехники. Так, например, первые эксперименты с электрическим током позволили обнаружить нагрев проводника (Петров, Дэве), но недостаточная точность измерений не позволила найти точные количественные зависимости. Это могли сделать только позднее Джоуль и Ленц (1841).

Выдающиеся ученые А. М. Ампер, Б. С. Якоби, М. О. Доливо-Добровольский, Н. Тесла, А. Г. Столетов и другие, известные в истории развития электротехники своими крупными исследованиями и открытиями, сыграли также большую роль в создании первых практических конструкций электроизмерительных приборов. Многие из принципов, положенных в основу действия этих приборов, сохранились до наших дней. Принцип действия первых электроизмерительных приборов был основан на отклонении магнитной стрелки электрическим током. На основе этого явления австрийским физиком И. Х. Швейггером в 1820 г. был создан индикатор тока — «мультипликатор». Однако практическое применение этого прибора затруднялось тем, что магнитное поле Земли вносило искажения в показания. Это натолкнуло Ампера (1821) на мысль об укреплении на оси не одной, а двух противоположно намагниченных стрелок. Так возникла астатическая система, применяв-

шаяся до последнего времени в электромагнитных и электродинамических приборах. Лишь недавно в связи с разработкой технологии качественных магнитных экранов производство астатических (более дорогих) приборов в нашей стране значительно сокращено.

В 30-х годах XIX в. были разработаны гальванометры — более точные и чувствительные приборы для измерения тока (Б. С. Якоби, 1839) — и баллистические гальванометры для измерения магнитного потока (Э. Х. Ленц, 1832). В 50-е годы были разработаны применяемые до сих пор точнейшие методы измерений — компенсационный (И. Поггендорф, 1841) и мостовой (Ч. Уинстон, 1843), позднее — баллистический (А. Г. Столетов, 1878). В соответствии с требованиями научных исследований, а также практического использования и распределения электрической энергии в 40—60-х годах были разработаны первые конструкции реостатов (Б. С. Якоби), реохордов (И. Поггендорф) и магазинов сопротивлений.

Во второй половине XIX в. и в начале XX в. выдающийся русский электротехник М. О. Доливо-Добровольский разработал конструкции электромагнитных амперметров и вольтметров, индукционного измерительного механизма, ферродинамического измерительного механизма.

Накопление большого количества новых фактов и закономерностей неизбежно привело далее к необходимости введения единых систем электрических единиц и мер. Ведь к 1880 г. на практике использовалось 15 различных единиц электрического сопротивления, 8 единиц э.д.с., 5 единиц электрического тока. Это затрудняло общение между учеными и исследователями разных стран и школ, сравнение полученных результатов расчетов и экспериментов.

В 1893 г. на Чикагском электротехническом конгрессе были утверждены международные электрические единицы и эталоны. Много сделали в отношении стандартизации и метрологии Б. С. Якоби и Д. И. Менделеев. По инициативе Д. И. Менделеева впервые в Петербурге при Главной палате мер и весов было организовано отделение для проверки электроизмерительных приборов.

Однако в условиях дореволюционной России при общем низком уровне развития техники достижения отечественных ученых наталкивались на непреодолимые препятствия. Так, например, известно, что разработанные М. О. Доливо-Добровольским конструкции приборов получили первое применение не на родине, а за рубежом.

Таким образом, социальные условия в России тормозили дальнейшее развитие электроизмерительной техники. Только в годы Советской власти стало возможным ее широкое развитие. В 30—40-х годах XX в. были созданы крупнейшие электроприборостроительные заводы в Ленинграде, Харькове, Москве, Киеве и Краснодаре. В период с 1948 по 1967 г. объем продукции приборостроения возрос по сравнению с довоенным в 200 раз.

В последующие пятилетки приборостроительная промышленность развивалась опережающими темпами. Это стало возможным в результате проведения больших исследовательских работ по развитию теории электрических измерений, разработки новых методов измерений, вне-

дения последних достижений технологии, изготовления магнитных, изоляционных и других материалов, автоматики, вычислительной техники и микроэлектроники.

Новые требования, предъявляемые к средствам электроизмерительной техники, обуславливают совершенствование классических типов электроизмерительных приборов и создание новых.

Часто электроизмерительные приборы выполняют функции не только измерения, но также сигнализации, контроля и управления. Такое расширение функций средств измерения вызывает увеличение их номенклатуры, возрастание метрологических требований к электроизмерительным приборам, совершенствование стандартов и эталонов. Разрабатывается и выпускается агрегатированный комплекс средств электроизмерительной техники (АСЭТ), входящий в государственную систему приборов (ГСП). Дальнейшее развитие получают цифровые измерительные приборы, отличающиеся высокой точностью, помехоустойчивостью, быстродействием и удобством отсчета. Здесь ярко выражено сочетание последних достижений теории электрических измерений с современной микроэлектронной элементной базой. Разрабатываются измерительные следящие системы, обеспечивающие возможность осуществления массовых измерений и получения потоков измерительной информации, обработки результатов измерений на электронных вычислительных машинах.

## **§ 11.2. Основные понятия. Виды и методы измерений**

Основными преимуществами электрических методов измерения являются: высокая чувствительность; высокая точность; малое потребление энергии от объекта измерения; возможность измерения однократных и быстропротекающих процессов; возможность измерения на больших расстояниях; возможность подачи результатов измерений на ЭВМ и автоматизации процесса измерения.

Количество подлежащих измерению механических, тепловых и других неэлектрических величин, интересующих науку и производство, во много раз больше количества всех возможных электрических и магнитных величин. Измерение неэлектрических величин электрическими методами достигло сейчас высокого уровня развития и образуют крупную и разветвленную область современной техники, обеспечивающей возможность проведения любого необходимого измерения. Без измерения нельзя составить представление об окружающем мире и происходящих в нем процессах, нельзя дальше развивать технику и науку. Отсюда вытекает определение процесса измерения.

**Измерение** — познавательный процесс, заключающийся в сравнении путем эксперимента измеряемой физической величины с некоторым ее значением, принятым за единицу. Поэтому измерением называют нахождение значений физических величин опытным путем с помощью специальных технических средств [29].

**Средствами электрических измерений на-**

зывают технические средства, используемые при электрических измерениях и имеющие нормированные метрологические характеристики. К средствам электрических измерений относятся меры, электроизмерительные приборы, измерительные преобразователи, электроизмерительные установки и измерительные информационные системы.

**М е р о й** называют средство измерения, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного значения. К основным мерам электрических величин относятся меры Э. д. с., меры электрического сопротивления, меры индуктивности и взаимной индуктивности, меры электрической емкости и др.

В зависимости от степени точности и области применения меры подразделяют на эталоны, образцовые и рабочие меры. Эталоны обеспечивают воспроизведение и хранение единицы физической величины для передачи ее размера другим средствам измерения. Образцовые меры служат для поверки и градуировки рабочих мер и измерительных приборов. Рабочие меры используют для поверки измерительных приборов, а также для измерения в научных организациях и на промышленных предприятиях.

**Э л е к т р о и з м е р и т е л ь н ы м и п р и б о р а м и** называют средства электрических измерений, предназначенные для выработки сигналов измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем. К ним относятся, например, амперметр, вольтметр, ваттметр, счетчик.

**И з м е р и т е л ь н ы м и п р е о б р а з о в а т е л я м и** называют средства электрических измерений, предназначенные для выработки сигнала электрической информации в форме, удобной для передачи, дальнейшего преобразования, обработки и хранения, но не поддающейся непосредственному восприятию наблюдателем. Их подразделяют на преобразователи электрических величин в электрические (шунты, делители напряжения, измерительные трансформаторы и т. д.) и на преобразователи неэлектрических величин в электрические — первичные преобразователи (терморезисторы, термопары, тензорезисторы, емкостные и индуктивные преобразователи и т. д.).

**Э л е к т р о и з м е р и т е л ь н а я у с т а н о в к а** представляет собой совокупность функционально объединенных средств измерений (мер, измерительных приборов, измерительных преобразователей) и вспомогательных устройств, предназначенную для выработки сигналов измерительной информации в форме, удобной для непосредственного восприятия наблюдателем, и расположенную в одном месте.

**И з м е р и т е л ь н а я и н ф о р м а ц и о н н а я с и с т е м а** — совокупность средств измерений и вспомогательных устройств, соединенных каналами связи, предназначенная для выработки сигналов измерительной информации от ряда источников в форме, удобной для обработки, передачи и использования в автоматических системах управления.

В зависимости от способа получения результата измерения подразделяют на два вида: прямые и косвенные.

**П р я м ы м и** называют измерения, при которых искомое значение физической величины определяют непосредственно по показанию при-

бора (измерение тока амперметром, электроэнергии счетчиком, напряжения вольтметром и др.).

Косвенными называют измерения, при которых искомое значение физической величины находят на основании известной функциональной зависимости между этой величиной и величинами, полученными в результате прямых измерений. Примером может служить определение электрического сопротивления по показаниям амперметра и вольтметра.

В зависимости от совокупности приемов использования принципов и средств измерений все методы делятся на методы непосредственной оценки и методы сравнения.

Под методом непосредственной оценки понимают метод, при котором значение измеряемой величины определяют непосредственно по показанию отсчетного устройства измерительного прибора прямого действия (значение тока — по показанию амперметра, значение напряжения — по показанию вольтметра и др.).

Методом сравнения называют метод, при котором измеряемая величина в специальной измерительной цепи сравнивается с величиной, воспроизводимой мерой. Методы сравнения подразделяют на нулевой, дифференциальный и замещения.

Нулевой метод — метод сравнения измеряемой величины с мерой, в котором результирующий эффект воздействия сравниваемых величин на прибор сравнения доводят до нуля.

Дифференциальный метод — метод сравнения, в котором на измерительный прибор воздействует разность измеряемой величины и величины, воспроизводимой мерой (например, измерение электрического сопротивления с помощью неуравновешенного моста).

Метод замещения — метод сравнения с мерой, в котором измеряемую величину замещают в измерительной установке известной величиной, воспроизводимой мерой. При этом путем изменения известной величины добиваются такого же показания прибора, которое было при действии измеряемой величины (например, сравнение сопротивления резистора с сопротивлением образцовой катушки, включаемыми попеременно в одно и то же плечо моста).

### **§ 11.3. Погрешности измерений. Обработка и представление результатов измерений**

**Погрешности средств измерений.** Каждое средство измерения, в том числе и электроизмерительный прибор, характеризуется тем, что обозначенные на нем значения физических величин отличаются от их истинных значений. Разность между этими значениями называется погрешностью средств измерений. Погрешность характеризует точность средства измерения, отражающую близость действительного значения физической величины к обозначенной в паспорте или на шкале прибора.

Погрешности средств измерений классифицируют по способу выражения, характеру проявления, зависимости от текущего значе-

ния измеряемой величины, режиму изменения во времени измеряемой величины и условиям возникновения (рис. 11.1).

По способу выражения погрешности средств измерений подразделяют на абсолютные, относительные и приведенные.

Абсолютная погрешность  $\Delta$  — разность между показанием прибора  $A$  и действительным значением измеряемой величины  $A_d$ :

$$\Delta = A - A_d. \quad (11.1)$$

Относительная погрешность  $\delta$  — отношение абсолютной погрешности  $\Delta$  к значению измеряемой величины  $A$ . Обычно относительную

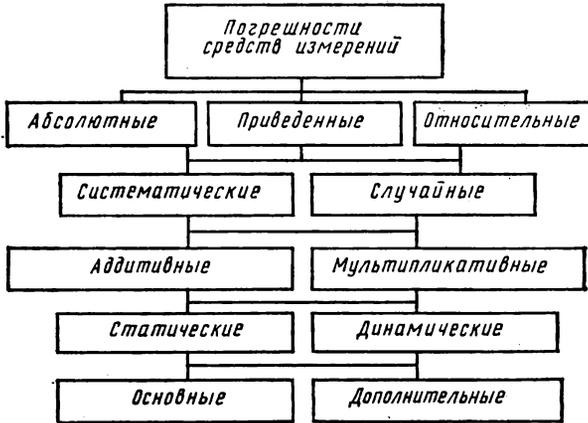


Рис. 11.1. Классификация погрешностей средств измерений

погрешность, так же как и приведенную, выражают в процентах:

$$\delta = \pm (\Delta \cdot 100) / A. \quad (11.2)$$

Приведенная погрешность  $\gamma$  (в процентах) — отношение абсолютной погрешности  $\Delta$  к нормирующему значению  $A_N$ :

$$\gamma = \pm (\Delta \cdot 100) / A_N. \quad (11.3)$$

Нормирующее значение принимают равным:

- а) верхнему пределу рабочей части шкалы для приборов, у которых нулевая отметка находится на краю шкалы или вне ее;
- б) арифметической сумме конечных значений диапазона измерений, если нулевая отметка находится внутри шкалы;
- в) номинальному значению прибора, если последний предназначен для измерения величин, имеющих номинальные значения;
- г) длине всей шкалы для приборов с логарифмической или гиперболической шкалой.

По характеру проявления погрешности средств измерения подразделяют на систематические и случайные.

Систематическая погрешность — погрешность, остающаяся постоянной или изменяющаяся по определенному закону. Ее значение всегда можно учесть введением соответствующих поправок.

Случайная погрешность — погрешность, изменяющаяся не по определенному закону, как централизованная случайная величина. Случайные погрешности нельзя исключить опытным путем.

По зависимости от текущего значения измеряемой величины погрешности средств измерения делятся на аддитивные и мультипликативные.

Аддитивные погрешности не зависят от значения измеряемой величины в пределах диапазона измерения. Источниками их могут быть напряжение смещения в усилителях постоянного тока, шумы элементов схемы, внешние наводки и утечки в схемах, термо-э.д.с. и др.

Мультипликативные погрешности пропорциональны текущему значению измеряемой величины. Источниками их являются нестабильность коэффициента передачи отдельных функциональных узлов средств измерения.

По зависимости от режима изменения во времени измеряемой величины различают статические и динамические погрешности средств измерения.

Статические погрешности возникают при измерении постоянной во времени измеряемой величины (измерение постоянного напряжения, частоты стабильного генератора и т.д.).

Динамические погрешности возникают при измерении изменяющихся во времени величин. Причина их появления заключается в инерционности средств измерения, а значение определяется характером изменения измеряемой величины.

По зависимости от условий возникновения различают основные и дополнительные погрешности средств измерения.

Основная погрешность — погрешность средств измерения, находящихся в нормальных условиях эксплуатации, под которыми понимают нормируемые стандартами температуру внешней среды, влажность, атмосферное давление, напряжение и частоту питания, внешние электрические и магнитные поля и др.

Дополнительная погрешность — погрешность средств измерения, возникающая при отклонении одной или более влияющих величин от нормального значения.

Обобщенной характеристикой средств измерения, отражающей уровень их точности, является класс точности, определяемый пределами допускаемых основной и дополнительной погрешностей. Следует иметь в виду, что класс точности не является непосредственным показателем точности измерения, выполненного с помощью данного средства.

Для электроизмерительных приборов, класс точности которых выражен одним числом \*, основная приведенная погрешность в рабочем диапазоне шкалы, выраженная в процентах, не превышает значения, соответствующего классу точности. Основная абсолютная и от-

---

\* ГОСТ 8.401—81 устанавливает следующие классы точности: для приборов — 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0 (допускается применять классы точности 0,3); для вспомогательных частей — 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0 [20].

носительная погрешности в этом случае представляются в виде

$$\Delta = \pm \gamma A_N / 100; \quad (11.4)$$

$$\delta = \pm \gamma \frac{A_N}{A}. \quad (11.5)$$

Для приборов, класс точности которых выражается дробью, относительную погрешность определяют по формуле

$$\delta = \pm \left[ c + d \left( \frac{A_k}{A} - 1 \right) \right], \quad (11.6)$$

где  $c$  и  $d$  — постоянные числа;  $c/d$  — класс точности;  $A_k$  — конечное значение диапазона измерения.

К ним относятся цифровые приборы, мосты и потенциометры с ручным и автоматическим уравниванием.

**Погрешности измерения.** Измерение любой физической величины сопровождается погрешностями измерения — отклонениями результата измерения от истинного значения измеряемой величины.

Численно погрешности измерения выражаются, так же как и погрешности средств измерения, абсолютными  $\Delta A$  и относительными  $\delta_A$  величинами:

$$\Delta A = A_x - A, \quad \delta_A = \frac{\Delta A}{A} 100,$$

где  $A$  — действительное значение измеряемой величины;  $A_x$  — результат измерения.

Погрешности измерения возникают вследствие несовершенства метода измерения, ограниченной точности средств измерений, индивидуальных особенностей экспериментатора.

В первом случае погрешности измерения называют **методическими**. Они являются следствием недостаточной разработанности теории явлений, положенных в основу метода измерения, неточности соотношений, используемых для нахождения измеряемой величины, влияния на режим работы объекта подключаемых средств измерения и др.

Во втором случае погрешности измерения называют **инструментальными**, т. е. погрешностями средств измерения.

В третьем случае погрешности измерения называют **субъективными**. Связаны они, как правило, с особенностями органов чувств экспериментатора, его тренированностью и опытом.

Любая из перечисленных погрешностей измерения содержит систематическую и случайную, аддитивную и мультипликативную составляющие.

Обработка результатов измерений, проводимая после измерений, имеет целью дать оценку истинному значению измеряемой величины и определить степень достоверности этой оценки.

Наиболее достоверным значением измеряемой величины  $A$  при наличии только случайных погрешностей и многократном измерении ее является среднеарифметическое, определяемое как

$$A_{cp} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}, \quad (11.7)$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — результаты отдельных измерений;  $n$  — число измерений.

Оценить точность измерения при этом можно, зная закон распределения случайных погрешностей.

Закон нормального распределения случайных погрешностей, наиболее распространенный в практике измерений, математически описывается выражением

$$P(\Delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\Delta^2/2\sigma^2}, \quad (11.8)$$

где  $P(\Delta)$  — плотность вероятности случайной абсолютной погрешности  $\Delta$ ;  $\sigma = \sqrt{(\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_n^2)/(n-1)}$  — среднеквадратическое отклонение;  $\rho_i = (a_i - A_{cp})$  — случайное отклонение результата наблюдения от среднеарифметического.

Величина  $\sigma$  характеризует степень рассеяния результата измерения вокруг среднеарифметического, величину  $\sigma^2$  называют дисперсией. Поскольку среднеарифметическое  $A_{cp}$  обладает некоторой случайной погрешностью, вводят понятие среднеквадратической погрешности среднеарифметического значения:

$$\sigma_{A_{cp}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_n^2}{n(n-1)}}, \quad (11.9)$$

характеризующее погрешность результата измерения. Из данного выражения видно, что увеличение количества повторных измерений приводит к уменьшению среднеквадратической погрешности  $\sigma_{A_{cp}}$  результата измерений. Величина  $\sigma_{A_{cp}}$  позволяет дать количественную оценку степени достоверности результата измерения.

При известном законе распределения случайных погрешностей определяют вероятность  $P$  появления погрешности, не выходящей за некоторые границы. Эти границы определяют интервал, называемый доверительным интервалом, а вероятность, характеризующую его, называют доверительной вероятностью.

Учитывая, что количество измерений  $n$  ограничено, следует пользоваться поправочными коэффициентами Стьюдента  $t_n$  [25].

Окончательный результат измерения записывают в виде

$$A = A_{cp} \pm t_n \sigma_{A_{cp}}. \quad (11.10)$$

**Пример.** Искомое напряжение было измерено восемь раз, при этом получены результаты: 9,72 В; 9,81 В; 9,83 В; 9,79 В; 9,82 В; 9,79 В; 9,75 В; 9,78 В. Как правильно записать результат измерения?

Решение. Среднеарифметическое значение  $U_{cp}$  находят так:

$$U_{cp} = \frac{9,72 + 9,81 + 9,83 + 9,79 + 9,82 + 9,79 + 9,75 + 9,78}{8} = 9,79 \text{ В.}$$

Погрешности отдельных измерений равны  $\rho_1 = -0,07$  В;  $\rho_2 = 0,02$  В;  $\rho_3 = 0,04$  В;  $\rho_4 = 0,03$  В;  $\rho_5 = 0$ ;  $\rho_6 = 0,03$  В;  $\rho_7 = 0$ ;  $\rho_8 = -0,01$  В.

Среднеквадратическую погрешность результата измерения определяют по формуле

$$\sigma_{A_{cp}} = \sqrt{\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_8^2}{8 \cdot 7}} = 0,02 \text{ В.}$$

При доверительной вероятности  $P=0,99$  и количестве измерений  $n=8$  коэффициент Стьюдента  $t_n=3,5$ ,

Результат измерения записывают в виде

$$U = 9,79 \pm 3,5 \cdot 0,02 = (9,79 \pm 0,07) \text{ В.}$$

Часто приходится иметь дело с такими случаями, когда присутствуют и случайная среднеквадратическая  $\sigma_{A_{\text{ср}}}$ , и систематическая  $\delta_{\text{сист}}$  погрешности. Если одна из них в несколько раз больше другой, то указывают только большую погрешность. При соизмеримости систематической и случайной составляющих дать строгое определение суммарной погрешности очень трудно. На практике пользуются понятием верхней границы суммарной погрешности  $\Sigma$ , определяемой выражением

$$\Sigma = \delta_{\text{сист}} + 2\sigma_{A_{\text{ср}}}.$$

При этом можно утверждать, что результаты измерений будут отличаться от истинного значения не более чем на  $\Sigma$ .

При косвенных измерениях, когда искомая величина является функцией полученных прямыми измерениями величин, общие правила вычисления среднеквадратической погрешности определяют с помощью дифференциального исчисления.

Погрешность измерения величины  $A$ , являющейся функцией переменных  $B, C, D, \dots$ , представляют в виде

$$\sigma_{A_{\text{ср}}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial B} \sigma_{B_{\text{ср}}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C} \sigma_{C_{\text{ср}}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial D} \sigma_{D_{\text{ср}}}\right)^2 + \dots} \quad (11.11)$$

Так, если  $A=BC$ , то среднеквадратическая погрешность

$$\sigma_{A_{\text{ср}}} = \sqrt{(B\sigma_{C_{\text{ср}}})^2 + (C\sigma_{B_{\text{ср}}})^2}.$$

Погрешность частного  $A=B/C$  вычисляют по формуле

$$\sigma_{A_{\text{ср}}} = \sqrt{\frac{\sigma_{B_{\text{ср}}}^2}{C^2} + \left(\frac{B}{C^2}\right) \sigma_{C_{\text{ср}}}^2}.$$

#### § 11.4. Электромеханические приборы и измерительные преобразователи

Электромеханические показывающие приборы (амперметры, вольтметры, ваттметры и др.) составляют большую группу электроизмерительных приборов. В любом электромеханическом приборе имеются подвижная и неподвижная части. На обеих либо на одной из них расположены обмотки и соответствующие зажимы, через которые к прибору подводится ток или напряжение. Последние создают механические силы, действующие на подвижную часть и вызывающие ее перемещение (чаще угловое). По перемещению указателя (стрелки, светового луча и др.) судят о значении измеряемой величины.

Совокупность деталей, образующих подвижную и неподвижную части прибора, называют **измерительным механизмом (ИМ)**.

ИМ можно рассматривать как преобразователь электрической величины в механическое перемещение, отсюда общее название этих частей приборов — измерительные преобразователи, а приборов в целом — электромеханические приборы.

Наиболее распространены измерительные механизмы, в которых силы, вызывающие перемещение подвижной части, возникают под воздействием магнитного поля, созданного постоянным магнитом или током, на электрический ток. Вращающий момент  $M_{вр}$ , действующий на подвижную часть, является функцией измеряемой величины  $X$  (тока или напряжения). Кроме того, на подвижную часть действует противодействующий момент  $M_{пр}$ , создаваемый с помощью растяжек (на которых укрепляется подвижная часть) или спиральных пружин при их закручивании:

$$M_{пр} = k\alpha, \quad (11.12)$$

где  $k$  — удельный противодействующий момент растяжки или пружинки;  $\alpha$  — угол поворота подвижной части.

Установившееся отклонение подвижной части и укрепленного на ней указателя характеризуется равенством вращающего и противодействующего моментов:

$$M_{вр} = M_{пр}. \quad (11.13)$$

Для того чтобы подвижная часть быстрее останавливалась, многие механизмы снабжают успокоителями, создающими момент успокоения, пропорциональный скорости изменения угла поворота подвижной части:

$$M_{усп} = P d\alpha/dt, \quad (11.14)$$

где  $P$  — коэффициент успокоения.

Успокоители подразделяют на воздушные, жидкостные и магнитоиндукционные (см. рис. 11.8 и 11.9).

Часто в электромеханических приборах измеряемую величину подвергают предварительному преобразованию. Например, в вольтметре измеряемое напряжение преобразуется в ток соответствующей катушки прибора. Это преобразование осуществляют с помощью электрической цепи, состоящей из обмотки ИМ и включенного последовательно с ней добавочного резистора. Такую цепь называют **измерительной цепью (ИЦ)** прибора. В данном случае она выступает как преобразователь одной электрической величины — напряжения — в другую электрическую величину — ток. Измерительные цепи приборов могут включать в себя и другие преобразователи.

Обозначая измеряемую величину  $X$ , промежуточную электрическую величину  $Y$  и угол перемещения подвижной части ИМ  $\alpha$ , можно составить структурную схему электромеханического прибора (рис. 11.2). Преобразование  $Y(X)$  осуществляется в измерительной цепи прибора, а преобразование  $\alpha(Y)$  в его измерительном механизме.

Приборы, в которых измеряемая величина последовательно преобразуется в ряд других физических величин и в конце концов в числовое значение, отсчитываемое с помощью указателя, называют приборами прямого преобразования или приборами прямого действия.

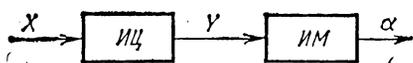


Рис. 11.2. Структурная схема электро-механического прибора

В зависимости от физических явлений, положенных в основу создания вращающего момента, различают следующие измерительные механизмы:

- а) магнитоэлектрические, основанные на воздействии магнитного поля постоянного магнита на ток в обмотке подвижной катушки;
- б) электромагнитные, основанные на воздействии магнитного поля тока в обмотке на пластины из магнитомягкого ферромагнитного материала, намагничиваемые этим полем;

в) электродинамические, основанные на воздействии магнитного поля тока одной катушки на ток в другой катушке; электродинамические механизмы, в которых магнитное поле усиливается магнитопроводом, называют ферродинамическими;

г) индукционные, основанные на воздействии переменных магнитных полей, пронизывающих подвижный диск механизма, на вихревые токи, возникающие в диске;

д) электростатические, основанные на взаимодействии двух или нескольких электрически заряженных пластин.

Рассмотрим устройство и принцип действия названных измерительных механизмов и приборов на их основе.

Приведенные на рисунках конструкции измерительных механизмов упрощены и предназначены для того, чтобы дать общее представление об их устройстве.

**Магнитоэлектрический** механизм содержит постоянный магнит и катушку с током. Наиболее распространенной является конструкция, представленная на рис. 11.3 и 11.4, а, в которой рамка с током подвижна и охватывает неподвижный магнит. Кроме такой конструкции с внутрирамочным магнитом применяют также магнитные системы с внешним магнитом (рис. 11.4, б) и с подвижным магнитом (рис. 11.4, в)

Рассмотрим работу магнитоэлектрического измерительного механизма на примере конструкции с внутрирамочным магнитом. Его магнитная система состоит из постоянного магнита 3 и замкнутого кольца 2 из магнитомягкого ферромагнитного материала. В рабочем зазоре между ними образуется радиальное магнитное поле. Подвижная катушка 1, выполненная из тонкого изолированного провода, намотанного на алюминиевый каркас, помещена в рабочем зазоре и укреплена на растяжках (или на осях). Она может свободно поворачиваться вокруг своей оси. Концы обмотки электрически соединены с растяжками (или при-

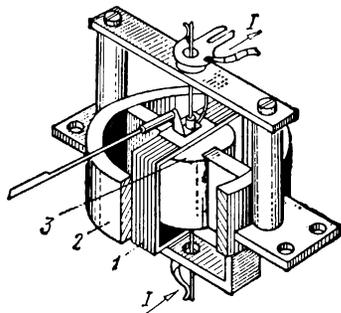


Рис. 11.3. Устройство магнитоэлектрического прибора

жинками), по которым ток поступает в катушку. При наличии в обмотке постоянного тока  $I$  на активную сторону витков  $\omega$  обмотки длиной  $l$ , находящуюся в равномерном магнитном поле зазора с магнитной

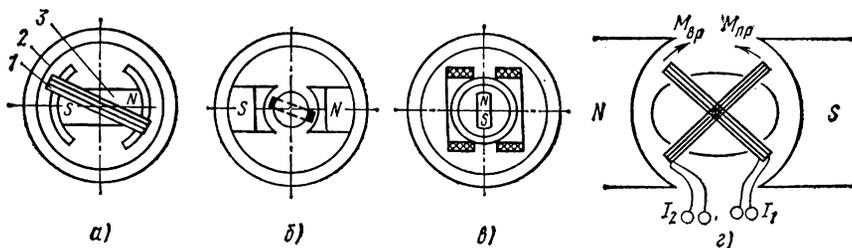


Рис. 11.4. Конструкции магнитоэлектрических измерительных механизмов:  $a$  — с внутрирамочным магнитом;  $b$  — с внешним магнитом;  $c$  — с подвижным магнитом;  $d$  — логометрический

индукцией  $B_0$ , действует сила  $F$ , которая, согласно закону Ампера, равна

$$F = B_0 l I \omega.$$

Под действием пары таких сил, действующих на обе активные стороны обмотки, создается вращающий момент

$$M_{вп} = 2Fb/2,$$

где  $b$  — ширина катушки.

Подставляя выражение для  $F$ , получаем

$$M_{вп} = B_0 l b \omega I = B_0 S \omega I = \Psi_0 I. \quad (11.15)$$

Здесь  $S$  — площадь обмотки, равная произведению длины  $l$  на ширину  $b$ ;  $\Psi_0 = B_0 S \omega$  — постоянная прибора, равная максимальному потоко-сцеплению катушки.

Из выражения (11.15) видно, что вращающий момент пропорционален току. Под действием  $M_{вп}$  подвижная часть механизма вместе с указателем поворачивается на некоторый угол  $\alpha$ , который с учетом (11.12) и (11.13) пропорционален току  $I$ :

$$\alpha = S_I I, \quad (11.16)$$

где  $S_I = \Psi_0/k$  — чувствительность ИМ по току, величина постоянная, не зависящая от тока.

Магнитоэлектрические приборы, в которых используются магнитоэлектрические механизмы, применяют для измерения постоянных токов и напряжений, а также в качестве измерителей сопротивления (см. § 12.3) и гальванометров.

В простейших измерителях тока обмотку ИМ включают непосредственно в цепь измеряемого тока (рис. 11.5,  $a$ ); так устроены миллиамперметры, приборы, предназначенные для измерения малых токов до 30—50 мА. Для измерения больших токов применяют амперметры, в которых магнитоэлектрический ИМ

включается в сочетании с шунтом (рис. 11.5, б). Шунтом называют резистор малого сопротивления, подключаемый параллельно к ИМ. Шунт служит для расширения предела измерения прибора по току. Сопротивление шунта подбирают из соотношения

$$R_{ш} = R_{и}/(n-1), \quad (11.17)$$

где  $R_{и}$  — сопротивление обмотки ИМ;  $n = I/I_{и}$  — коэффициент шунтирования;  $I$  — измеряемый ток;  $I_{и}$  — допустимый ток обмотки.

В простейшем измерителе напряжения — милливольтметре — все измеряемое напряжение прикладывается непосредственно к зажимам измерительного механизма.

В вольтметре для расширения пределов измерения по напряжению последовательно с измерительным механизмом подключают резистор большого сопротивления, называемый добавочным резистором (рис. 11.5, в).

Сопротивление добавочного резистора определяют из соотношения

$$R_n = R_{и}(m-1), \quad (11.18)$$

где  $R_{и}$  — сопротивление обмотки ИМ;  $m = U/U_{мв}$  — масштабный коэффициент;  $U$  — измеряемое напряжение;  $U_{мв}$  — допустимое напряжение на обмотке ИМ.

Шунты и добавочные резисторы являются простейшими измерительными преобразователями.

Магнитоэлектрические амперметры и вольтметры характеризуются высокой точностью (высший класс точности

Рис. 11.5. Электрические цепи магнитоэлектрических измерителей тока и напряжения:

а — микро- и миллиамперметр; б — амперметр; в — вольтметр

0,1), равномерностью шкалы, сравнительно малым собственным потреблением энергии.

К недостаткам этих приборов относятся непригодность к работе в цепях переменного тока (ввиду инерционности подвижной части ИМ), чувствительность к перегрузкам и зависимость показаний (для амперметров) от температуры окружающей среды.

Магнитоэлектрические механизмы специальной конструкции широко применяют в гальванометрах — приборах, отличающихся высокой чувствительностью ( $10^{12}$ — $10^{14}$  дел/А) и используемых в мостовых и компенсационных цепях в качестве нулевых индикаторов (см. гл. 12). Кроме того, на базе магнитоэлектрического измерительного механизма построены узкопрофильные приборы типа АСК, выполняющие функции сигнализации и контроля. Их широко используют в качестве щитовых приборов на щитах электростанций. Благодаря малой высоте корпуса они позволяют разместить на ограниченной площади значительно большее количество приборов по сравнению с приборами нормальных габаритов.

Во всех рассмотренных магнитоэлектрических механизмах противодействующий момент  $M_{пр}$  создавался механическим путем за

счет закручивания спиральных пружинок или растяжек. Однако есть устройства, в которых механический противодействующий момент отсутствует. Такие приборы получили название логометров.

Устройство магнитоэлектрического логометра показано на рис. 11.4, *з*. Логометром называют прибор, угол отклонения стрелки которого зависит от отношения двух токов. Измерительный механизм магнитоэлектрического логометра конструктивно отличается от рассмотренных магнитоэлектрических ИМ тремя особенностями: 1) наличием двух жестко скрепленных между собой подвижных рамок; 2) отсутствием устройства для создания противодействующего момента (пружинок); 3) неравномерностью магнитного поля, создаваемого постоянным магнитом в воздушном зазоре. Токи  $I_1$  и  $I_2$  в рамках подаются по безмоментным проводникам. В рамках создаются противоположно направленные моменты: один из моментов поворачивает рамку в направлении увеличения угла отклонения  $\alpha$ , назовем его вращающим моментом  $M_{вр} = C_1 I_1 B_1(\alpha)$ ; другой момент, направленный в обратную сторону, назовем противодействующим моментом  $M_{пр} = C_2 I_2 B_2(\alpha)$ . Таким образом, в логометре противодействующий момент создается не механическим, а электрическим путем,

При равновесии этих моментов  $M_{вр} = M_{пр}$  или  $C_1 I_1 B_1(\alpha) = C_2 I_2 B_2(\alpha)$ . Отношение токов  $I_1/I_2 = C_3 B_2(\alpha)/B_1(\alpha)$  или

$$\alpha = f(I_1/I_2). \quad (11.19)$$

Угол поворота подвижной части логометра пропорционален отношению токов в катушках.

Магнитоэлектрические логометры широко используют при измерении сопротивлений в омметрах и измерительных мостах (см. § 12.3).

Магнитоэлектрические ИМ рассмотренных конструкций применяют также в стрелочных приборах переменного тока. Но поскольку эти механизмы могут работать только на постоянном токе, для измерений в цепях переменного тока промышленной частоты и более высоких частот их используют в сочетании с различными преобразователями переменного тока в постоянный. Это позволяет получить приборы переменного тока, обладающие достаточной чувствительностью для измерения малых токов и напряжений на частоте 50 Гц и выше. К ним относятся выпрямительные, термоэлектрические и электронные приборы.

Выпрямительные приборы (рис. 11.6) образованы сочетанием магнитоэлектрического ИМ и выпрямительного устройства, состоящего из двух (рис. 11.6, *а*) или более полупроводниковых диодов. Они преобразуют переменный ток в пульсирующий. Подвижная часть ИМ обладает, как отмечалось, инерцией и поэтому реагирует на среднее значение пульсирующего тока.

В случае измерения синусоидального тока и двухполупериодного выпрямителя (рис. 11.6, *б*) на подвижную часть ИМ действует вращающий момент

$$M_{вр. ср} = \Psi_0 I_{ср} = \frac{2}{\pi} \Psi_0 I_m = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \Psi_0 I,$$

где  $I$  — действующее значение синусоидального тока.

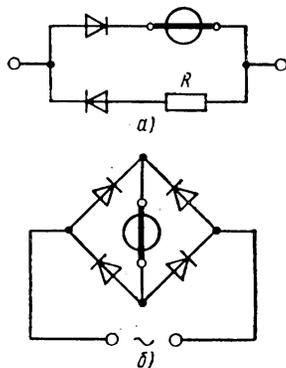


Рис. 11.6. Схемы однополупериодного (*а*) и двухполупериодного (*б*) выпрямительных приборов

Шкалу выпрямительного прибора градуируют в действующих значениях синусоидального тока  $I$  (или синусоидального напряжения  $U$ ) и уравнение шкалы имеет вид

$$\alpha = S_I \frac{1}{k_\Phi} I, \quad (11.20)$$

где  $k_\Phi = I/I_{cp} = 1,11$  — коэффициент формы синусоиды.

Действующие значения несинусоидальных токов и напряжений этими приборами измерить нельзя. Можно измерить средние значения, но при этом показание прибора  $A_{пр}$  нужно разделить на 1,11:

$$I_{cp} = A_{пр}/1,11 \quad \text{и} \quad U_{cp} = A_{пр}/1,11. \quad (11.21)$$

Выпрямительные приборы часто выполняют в виде комбинированных многопредельных приборов: в одном приборе сочетаются амперметр и вольтметр, каждый на несколько пределов измерения.

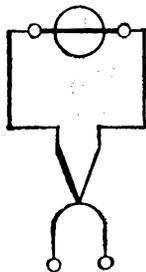


Рис. 11.7. Схема термоэлектрического прибора

Преимуществами выпрямительных приборов являются высокая чувствительность (наименьшие пределы измерения 0,25—0,3 мА и 0,3 В), малое собственное потребление энергии, широкий частотный диапазон (10—20 кГц). К недостаткам следует отнести неравномерность шкалы в начале (до 15% от предела измерения), невысокую точность (высший класс точности 1,0), непригодность для измерений в цепях несинусоидального тока.

Термоэлектрические приборы (рис. 11.7) представляют собой сочетание магнитоэлектрического механизма и одного или нескольких термопреобразователей. На рис. 11.7 показана схема прибора с одним термопреобразователем: в нем измерительный механизм подключен к холодным концам термопары, рабочие концы которой (горячий спай) подсоединены к нагревателю, включаемому в цепь измеряемого тока.

Термо-э. д. с., образующаяся на холодных концах термопары, пропорциональна квадрату действующего значения тока, нагревающего проволоку нагревателя. Шкала термоэлектрического прибора проградуирована непосредственно в действующих значениях тока или напряжения.

Термоэлектрические приборы используют в качестве амперметров и вольтметров в широком частотном диапазоне (от 10 Гц до 100 МГц). Преимуществами термоэлектрических приборов являются независимость показаний от формы кривой тока или напряжения, пригодность для измерений постоянных и переменных токов. К основным недостаткам относятся небольшой срок службы, большое собственное потребление энергии и малая перегрузочная способность.

Электронные приборы рассмотрены в § 11.6.

Электромагнитный механизм (рис. 11.8, а) состоит из неподвижной катушки 1 и укрепленной на оси подвижной пластины 2 из магнитомягкого материала. При подаче в катушку постоянного тока  $I$  созда-

ется магнитное поле, которое намагничивает пластину, стремящуюся втянуться внутрь катушки. Возникающий вращающий момент пропорционален квадрату тока:

$$M_{вр} \approx CI^2.$$

При подаче в катушку синусоидального тока  $i = I_m \sin \omega t$  возникает вращающий момент, мгновенное значение которого пропорцио-

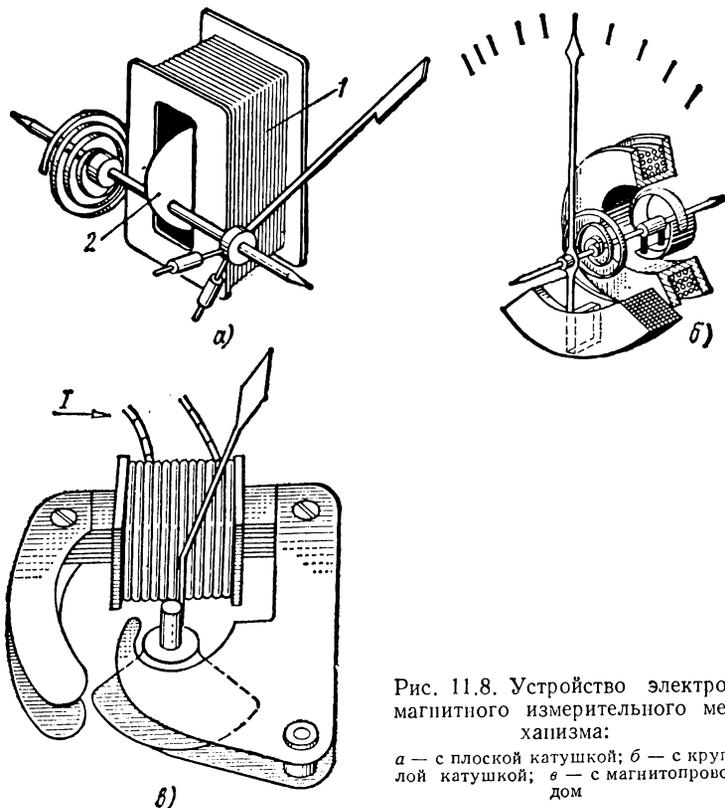


Рис. 11.8. Устройство электромагнитного измерительного механизма:

*a* — с плоской катушкой; *б* — с круглой катушкой; *в* — с магнитопроводом

нально квадрату мгновенного значения тока:

$$M_{врt} \approx Ci^2.$$

Подвижная часть механизма обладает инерцией и поэтому реагирует на среднее значение момента  $M_{вр}$ :

$$M_{вр} \approx \frac{1}{T} \int_0^T Ci^2 dt \approx CI^2. \quad (11.22)$$

Вращающий момент механизма в цепи переменного тока пропорционален квадрату действующего значения тока:  $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int i^2 dt}$ . Угол отклонения подвижной части и указателя  $\alpha$ , укрепленного на

оси, также пропорционален квадрату тока:

$$\alpha \approx C_2 I^2. \quad (11.23)$$

Квадратичная шкала неудобна, поэтому ее стараются сделать более равномерной, подбирая соответствующую форму ферромагнитной пластины. При этом удается получить шкалу, которая неравномерна только в начальной части.

Кроме рассмотренного механизма с плоской катушкой применяют механизмы с круглой катушкой (рис. 11.8, б) и с магнитопроводом

(рис. 11.8, в). Последний усиливает магнитное поле катушки и устраняет влияние внешних магнитных полей.

Электромагнитные приборы, в которых используются электромагнитные механизмы, применяют для измерений в цепях постоянного и переменного токов в качестве амперметров и вольтметров, а также фарадметров и фазометров (в последних двух случаях ИМ более сложный).

Амперметры изготовляют однопредельными и многопредельными путем секционирования катушки. Вольтметры обычно выполняют на несколько пределов измерения с использованием ряда добавочных резисторов.

Электромагнитные приборы являются одними из самых распространенных щитовых приборов для измерений в цепях переменного тока: они просты по устройству и надежны, ввиду отсутствия токоподвижных частей сравнительно хорошо переносят перегрузки. К недостаткам этих приборов следует отнести сравнительно невысокую точность, большое собственное потребление энергии (амперметры до 5 Вт, вольтметры 1,5—12 Вт), ограниченный частотный диапазон, влияние на показания внешних магнитных полей.

Щитовые амперметры выпускаются классов 1,0; 1,5; 2,5 на токи до 300 А прямого включения (со встроенными трансформаторами тока) и до 15 кА с наружными трансформаторами тока (см. § 10.9). Щитовые вольтметры тех же классов выпускаются на напряжения до 600 В прямого включения и до 450 кВ с трансформаторами напряжения (см. § 10.9).

**Электродинамический механизм** (рис. 11.9) состоит из двух катушек: неподвижной 1 и подвижной 2. Катушка 2 укреплена на растяжках (или на осях) и может поворачиваться вокруг оси внутри двух секций неподвижной катушки. При наличии в катушках постоянных токов  $I_1$  и  $I_2$  возникают электромагнитные силы взаимодействия, стремящиеся повернуть катушку 2 соосно с катушкой 1. Возникает вра-

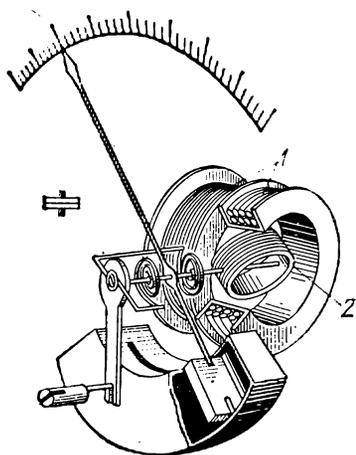


Рис. 11.9. Устройство электродинамического измерительного механизма

щающий момент

$$M_{вр} = kI_1 I_2. \quad (11.24)$$

При синусоидальных токах  $i_1 = I_{1m} \sin \omega t$  и  $i_2 = I_{2m} \sin (\omega t - \delta)$  мгновенное значение вращающего момента выражается формулой

$$M_{вр}(t) = kI_{1m} I_{2m} \sin \omega t \sin (\omega t - \delta). \quad (11.25)$$

Средний вращающий момент, на который реагирует подвижная часть прибора,

$$\begin{aligned} M_{вр. ср} &= \frac{1}{T} \int_0^T kI_{1m} I_{2m} \sin \omega t \sin (\omega t - \delta) dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T kI_{1m} I_{2m} \frac{1}{2} [\cos \delta - \cos (2\omega t - \delta)] dt, \end{aligned}$$

или

$$M_{вр. ср} = kI_1 I_2 \cos \delta. \quad (11.26)$$

Вращающий момент электродинамического ИМ пропорционален произведению действующих значений токов в катушках и косинусу-

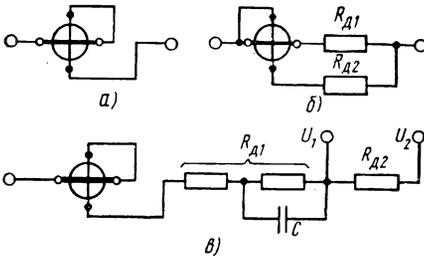


Рис. 11.10. Электрические цепи электродинамических измерителей тока и напряжения:

*a* — амперметр на малые токи; *б* — амперметр на большие токи; *в* — вольтметр

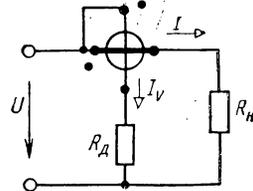


Рис. 11.11. Схема включения электродинамического ваттметра

су угла сдвига фаз между ними. Угол отклонения подвижной части и указателя

$$\alpha = kI_1 I_2 \cos \delta. \quad (11.27)$$

Электродинамические приборы, в которых используются описанные механизмы, применяют в цепях постоянного и переменного токов в качестве амперметров и вольтметров. Кроме того, как это вытекает из уравнения шкалы (11.27), их можно использовать в качестве ваттметров.

Электродинамические амперметры обычно выполняют на два предела измерения, что достигается различным включением катушек: на малые токи по схеме рис. 11.10, *a* и на большие токи по схеме рис. 11.10, *б*.

Электродинамические вольтметры имеют несколько пределов измерения, что достигается включением ряда добавочных резисторов (рис. 11.10, в). В измерительных механизмах этих приборов путем подбора начального угла  $\alpha = \alpha_0$  удается избежать квадратичности шкалы, она получается приблизительно равномерной, за исключением начальной части.

Электродинамические ваттметры служат для измерения мощности в цепях постоянного и переменного токов. При использовании ваттметра в цепи постоянного тока (рис. 11.11) неподвижная катушка включается в цепь тока  $I$ , а подвижная катушка с последовательно соединенным добавочным резистором  $R_d$  — параллельно нагрузочному устройству с сопротивлением  $R_n$ . В параллельной цепи ваттметра образуется ток  $I_V = U/R_V$ , где  $R_V$  — сопротивление этой цепи:  $R_V = R_{нV} + R_d$ ;  $R_{нV}$  — сопротивление обмотки напряжения прибора. Тогда на основании выражения (11.24), положив  $I_1 = I$  и  $I_2 = I_V$ , получим

$$\alpha = k_1 I I_V = k_1 I \frac{U}{R_V},$$

или

$$\alpha = CUI = CP. \quad (11.28)$$

Угол отклонения указателя пропорционален мощности нагрузочного устройства  $R_n$  (рис. 11.11).

При включении ваттметра в цепь переменного тока согласно (11.24) мгновенное значение вращающего момента

$$M_{вп}(t) = kI_m \sin(\omega t - \varphi) I_{mV} \sin \omega t = kui = kp,$$

где  $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$  — ток приемника, имеющего, например, активно-индуктивный характер;  $i_V = I_{mV} \sin \omega t = U_m/Z_V \sin \omega t = U_m/R_V \sin \omega t = u/R_V$  — ток в цепи подвижной обмотки прибора, полное сопротивление которой равно активному сопротивлению  $Z_V \approx R_V$  (это достигается за счет включения в цепь обмотки добавочного резистора  $R_d$  большого сопротивления и конденсатора емкостью  $C$ , компенсирующего индуктивность многовитковой подвижной обмотки ваттметра);  $p$  — мгновенная мощность.

Подвижная часть прибора реагирует на средний вращающий момент

$$M_{вп. ср} = \frac{1}{T} \int_0^T M_{вп}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T kp dt = kUI \cos \varphi = kP. \quad (11.29)$$

Угол отклонения указателя

$$\alpha = k_1 P, \quad (11.30)$$

т.е. он пропорционален активной мощности приемника.

Электродинамические ваттметры выполняют обычно двухпредельными по току и многопредельными по напряжению. Цену деления ваттметра определяют по формуле

$$C_W = U_N I_N / \alpha_{\max}, \quad (11.31)$$

где  $U_N$  и  $I_N$  — нормирующие значения напряжения и тока (пределы измерения);  $\alpha_{\max}$  — полное число делений шкалы.

Измеренную ваттметром активную мощность вычисляют по выражению

$$P = C_W \alpha, \quad (11.32)$$

где  $\alpha$  — отсчитанное по шкале число делений.

В отличие от амперметров и вольтметров в ваттметрах направление отклонения указателя зависит от относительного направления токов в обеих обмотках. Поэтому зажимы последовательной и параллельной обмоток имеют разметку: зажимы, которые должны быть подключены в источнику питания, называют генераторными и обозначают звездочкой (\*) или точкой (·).

Электродинамические приборы отличаются высокой точностью (лабораторные приборы классов точности 0,1; 0,2; 0,5), независимостью показаний от формы кривой тока или напряжения, пригодностью использования в цепях постоянного и переменного токов. В качестве щитовых однопредельных приборов электродинамические приборы почти не используются. К недостаткам этих приборов следует отнести сравнительно невысокую чувствительность, большое собственное потребление энергии (0,5—15 Вт), влияние внешних магнитных полей и ограниченный частотный диапазон.

Электродинамические приборы являются одними из самых точных приборов переменного тока и широко применяются в лабораторной практике. Расширение пределов измерения достигается включением их через измерительные трансформаторы.

**Ферродинамический механизм** (рис. 11.12) отличается от электродинамического более сильным магнитным полем, получаемым благодаря наличию магнитной системы, состоящей из магнитопровода 3 и неподвижного цилиндра 4. Неподвижная катушка 1 создает магнитное поле в зазоре, в котором может поворачиваться подвижная катушка 2. В этом механизме создается более сильный вращающий момент, чем в электродинамическом, за счет наличия магнитопровода.

**Ферродинамические приборы** — амперметры, вольтметры и ваттметры — включаются в измерительные цепи по тем же схемам, что и электродинамические приборы. Они отличаются меньшей восприимчивостью к внешним магнитным полям, большей чувствительностью и меньшим собственным потреблением энергии. К недостаткам ферродинамических приборов относятся сравнительно низкая точность и ограниченный частотный диапазон.

Ферродинамические приборы применяют в основном в цепях переменного тока в качестве щитовых и переносных приборов, а также самопишущих приборов.

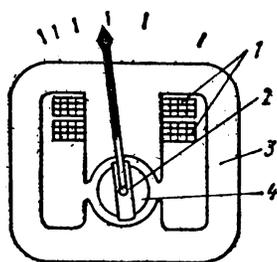


Рис. 11.12. Устройство ферродинамического измерительного механизма

**Индукционный механизм** (рис. 11.13) состоит из двух неподвижных магнитопроводов  $\mathcal{E}_u$  и  $\mathcal{E}_i$  с обмотками и подвижного алюминиевого диска  $D$ , укрепленного на оси. Магнитные потоки

$$\Phi_u(t) = k_1 i_u = k_1 I_{mu} \sin \omega t \quad \text{и} \quad \Phi_i(t) = k_2 i = k_2 I_m \sin(\omega t - \psi),$$

создаваемые синусоидальными токами  $i_u$ ,  $i$  и пронизывающие диск, смещены в пространстве. При этих условиях в диске образуется стоячая волна магнитного поля, одна из составляющих которой создает

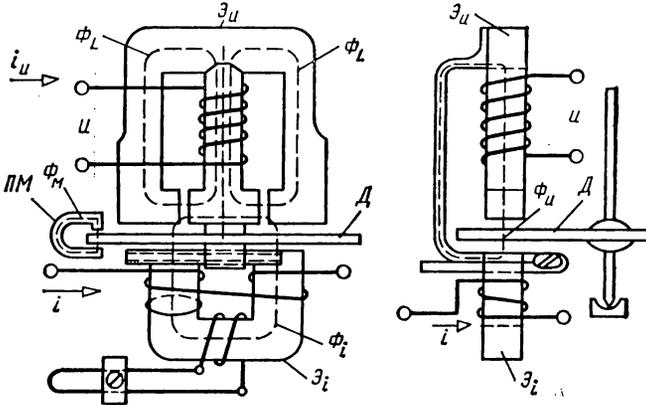


Рис. 11.13. Устройство индукционного измерительного механизма

бегающее магнитное поле, под влиянием которого диск приходит во вращение.

Средний вращающий момент

$$M_{\text{вр. ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T k i_u i \, dt = k_3 \omega I_u I \sin \psi. \quad (11.33)$$

Вращающий момент относительно оси диска пропорционален частоте, произведению действующих значений токов и косинусу угла сдвига фаз между токами  $I$ ,  $I_u$ . Магнитный поток  $\Phi_L$  не пронизывает диск и служит для получения необходимого сдвига фаз напряжения  $U$  и магнитного потока  $\Phi_u$  [1].

Тормозной момент  $M_T$  создается с помощью постоянного магнита ПМ, который охватывает край диска. При вращении диск пересекает магнитные линии и в силу закона Ленца в нем наводятся вихревые токи, стремящиеся препятствовать движению диска. Тормозной момент пропорционален скорости вращения диска:

$$M_T = k_r \frac{d\alpha}{dt}.$$

При равенстве вращающего и тормозного моментов диск вращается равномерно с угловой скоростью

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{k_3}{k_T} I_u I \sin \psi.$$

Индукционные приборы используют главным образом в качестве однофазных и трехфазных счетчиков энергии переменного тока.

На рис. 11.14 приведена схема включения однофазного индукционного счетчика. В этом случае к обмотке магнитопровода  $\mathcal{E}_u$  подводится напряжение  $U = 4,44 f \omega_1 \Phi_{mu}$ , а ток в обмотке магнитопровода  $\mathcal{E}_i$  равен току нагрузки  $I$ . Тогда, согласно уравнению (11.32), при условии  $\sin \psi = \cos \varphi$  (где  $\varphi$  — сдвиг фаз между напряжением и током) вращающий момент счетчика

$$M_{вр} = k_4 UI \cos \varphi = k_4 P, \quad (11.34)$$

Вращающий момент прибора пропорционален активной мощности приемника. При вращении диска с равномерной угловой скоростью вращающий момент  $M_{вр}$  равен тормозному моменту  $M_T$ , т.е.  $M_{вр} = M_T$  или

$$k_4 P = k_T \frac{d\alpha}{dt}, \quad (11.35)$$

откуда  $k_4 P dt = k_T d\alpha$ .

Интегрируя левую часть этого равенства в пределах времени от  $t_1$  до  $t_2$ , получим энергию

$$A = \int_{t_1}^{t_2} P dt = Pt,$$

учитываемую счетчиком за время  $t$ .

Интеграл правой части равен изменению угла поворота диска за это же время  $t$ . Число оборотов диска  $n = \frac{\Delta\alpha}{2\pi}$ , где  $\Delta\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha$ . Тогда

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} k_T d\alpha = k_T 2\pi n = Cn.$$

Таким образом, получаем, что число оборотов диска счетчика за определенный промежуток времени пропорционально активной энергии:

$$A = Cn. \quad (11.36)$$

Счетный механизм (не показан на рис. 11.13), связанный червячной передачей с осью диска, учитывает потребленную приемником энергию.

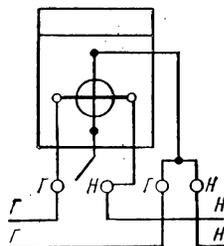


Рис. 11.14. Схема включения однофазного индукционного счетчика

Индукционные счетчики выпускаются однофазными и трехфазными. Расширение пределов измерения достигается путем включения счетчика в цепь через измерительные трансформаторы. В § 12.2 описана электрическая схема включения трехфазного трехпроводного счетчика активной энергии.

Для учета реактивной энергии используют специальные индукционные счетчики, имеющие некоторые изменения в устройстве обмоток или в схеме включения. Индукционные счетчики нечувствительны к внешним магнитным полям и выдерживают значительные перегрузки. По точности счетчики делятся на классы 1,0; 2,0; 2,5 (счетчики активной энергии) и 2,0; 3,0 (счетчики реактивной энергии). Для счетчиков класс точности определяется не по приведенной, а по относительной погрешности (ГОСТ 6570—75).

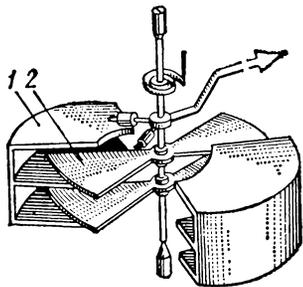


Рис. 11.15. Устройство электростатического измерительного механизма

Промышленностью выпускаются однофазные счетчики электроэнергии на токи 5, 10 А и напряжения 127, 220 В, трехфазные счетчики активной и реактивной энергии на токи до 50 А и напряжения 127, 220, 380 В для непосредственного включения и до 2000 А, 35 000 В для включения через измерительные трансформаторы.

**Электростатический механизм** (рис. 11.15) состоит из двух (и более) металлических изолированных пластин, выполняющих роль электродов. На неподвижные пластины 1 подается потенциал одного знака, а

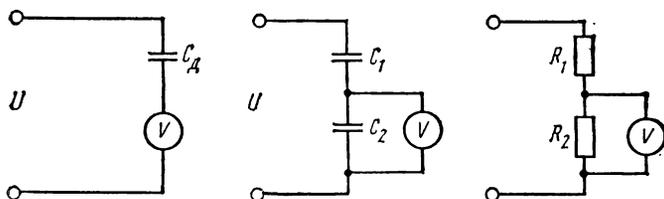


Рис. 11.16. Схемы расширения пределов измерения электростатических вольтметров

на подвижные пластины 2 — потенциал другого знака. Подвижная пластина вместе с указателем укреплена на оси и под действием сил электрического поля между пластинами поворачивается. При постоянном напряжении  $U$  между пластинами вращающий момент пропорционален зарядам  $Q = CU$  на пластинах:

$$M_{вп} = kQ^2 = kC^2U^2.$$

При синусоидальном напряжении  $u = U_m \sin \omega t$  подвижная часть механизма реагирует на средний вращающий момент

$$M_{\text{вр. ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T kC^2 u^2 dt = k_2 U^2, \quad (11.37)$$

где  $U$  — действующее напряжение.

Электростатические приборы, в которых используется электростатический механизм, применяют исключительно в качестве вольтметров постоянного и переменного напряжений.

Из выражения (11.37) следует, что угол отклонения указателя электростатического прибора пропорционален квадрату напряжения, т.е. шкала прибора должна быть квадратичной. Однако подбором формы и размеров электродов получают практически равномерную шкалу (в пределах 10—100%  $U_N$ ).

Электростатические вольтметры отличаются малым потреблением энергии, широким частотным диапазоном (от 20 Гц до 10 МГц), нечувствительностью к внешним магнитным полям и колебаниям температуры, их показания не зависят от формы кривой напряжения. К недостаткам этих приборов следует отнести сравнительно низкую чувствительность: без измерительных усилителей их нижний предел измерения составляет 10 В. Кроме того, они требуют электростатического экранирования, так как на их показания оказывают влияние внешние электрические поля.

Для расширения пределов измерения электростатических вольтметров используют емкостные и резистивные делители напряжения (рис. 11.16), что позволяет измерять напряжения до 300 кВ.

В табл. 11.1 приведены основные характеристики электроизмерительных приборов прямого действия, наивысший класс точности, диапазон измеряемых величин на постоянном и (или) переменном токе, частотный диапазон, метод расширения пределов измерения. В таблице приведены характеристики измерителей тока и напряжения, в качестве которых использованы рассмотренные измерительные приборы. На рис. 11.17 показана шкала прибора со всеми принятыми обозначениями.

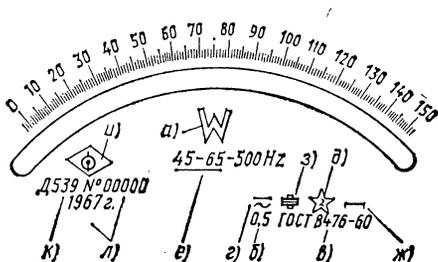
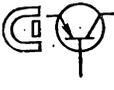


Рис. 11.17. Условные обозначения на шкале электроизмерительного прибора: а — измеряемая единица; б — класс точности; в — стандарт; г — род тока; д — испытательное напряжение изоляции от корпуса; е — нормальная и расширенная области частот; ж — используемое положение прибора; з — принцип действия прибора; и — марка завода-изготовителя; к — тип прибора; л — год выпуска и номер прибора

## Характеристики измерителей напряжения и тока

Тип прибора	Наивысший класс точности	Измеряемая величина				Условное обозначение	Примечания
		Напряжение		Ток			
		диапазон В	частота	диапазон А	частота		
Магнитоэлектрический	0,1	$10^{-4}$ — $10^5$ (ДР)	Постоянный ток	$10^{-6}$ — $10^5$ (Ш)	Постоянный ток		ДР — добавочный резистор
Электродинамический	0,1	$0,5 \cdot 10^{-2}$ — $10^5$ (ДР) $0,5 \cdot 10^{-2}$ — $10^5$ (ДР, ТН)	Постоянный ток 40 Гц—5 кГц	$10^{-3}$ — $10^2$ $10^{-3}$ — $4 \cdot 10^4$ (ГТ)	Постоянный ток 40 Гц—10 кГц		ТН — трансформатор напряжения, ГТ — трансформатор тока
Ферродинамический	0,5	$0,5 \cdot 10^{-2}$ — $10^5$ (ДР, ТН)	40 Гц—1 кГц	$10^{-3}$ — $10^2$	—		
Электромагнитный	0,2	$0,5$ — $0,8 \cdot 10^5$ $0,5$ — $4,5 \cdot 10^5$ (ТН, ДР)	Постоянный ток 40—1000 Гц	$10^{-2}$ — $0,8 \cdot 10^5$ $10^{-3}$ — $1,5 \cdot 10^3$ (ГТ)	Постоянный ток 40—1500 Гц		
Выпрямительный	1,5	$10^{-2}$ — $10^3$ (ДР)	20 Гц—10 кГц	$10^{-1}$ —1 (Ш)	20 Гц—10 кГц		Ш — шунт
Электронный	2,5	$10^{-2}$ — $0,5 \cdot 10^3$ $10^{-4}$ — $0,5 \cdot 10^3$	Постоянный ток 40 Гц—100 МГц	—	—		

## § 11.5. Регистрирующие приборы прямого преобразования

Подлежащие измерению электрические величины могут изменяться во времени различным образом. В одном случае речь идет об измерении электрических величин, изменяющих свое значение и направление аperiodически или периодически с различными скоростями или частотой. В другом случае речь идет об измерении действующих токов, напряжений и других величин, которые могут быть непостоянными. В обоих случаях измерения выполняют с помощью приборов, входящих в группу регистрирующих электроизмерительных приборов, включающую в себя самопишущие приборы прямого и косвенного преобразования (самописцы), быстродействующие самопишущие приборы и осциллографы.

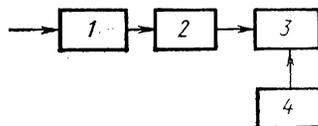


Рис. 11.18. Структурная схема самопишущего прибора прямого преобразования

Самопишущие приборы прямого преобразования (ГОСТ 9999—62) представляют собой сочетание измерительного механизма 1 с записывающим устройством 2 и диаграммной лентой 3, приводимой в движение с постоянной скоростью двигателем 4 (рис. 11.18). Для измерений и записи в цепях постоянного тока применяют магнитоэлектрический измерительный механизм. Для записи изменяющихся во времени действующих значений токов и напряжений, частоты, мощности и коэффициента мощности в цепях переменного тока, а также для записи переходных процессов и мгновенных значений токов, напряжений и мощности при частоте не выше 1—2 Гц применяют ферродинамический измерительный механизм или магнитоэлектрический измерительный механизм в сочетании с выпрямителем.

В зависимости от числа регистрируемых величин эти приборы выполняют одно- или многоканальными. Регистрация осуществляется путем непрерывной либо точечной записи с помощью чернильного перьевого (или другого) устройства и диаграммной бумаги в прямоугольных (ленточная диаграмма) или в полярных (дисковая диаграмма) координатах.

На рис. 11.19 показано устройство записывающего механизма самопишущего прибора с точечной записью на бумажной ленте. Стрелка 1, укрепленная на оси механизма, расположена над красящей лентой 3. Под красящей лентой проходит бумажная лента 4. Через определенные промежутки времени (регулируется кулачком) дужка 2 опускается и прижимает стрелку к красящей ленте, а последнюю — к бумаге. На бумажной ленте остается точечный след. В приборах с непрерывной записью конец стрелки в виде пера с чернилами выписывает сплошную кривую.

Отечественная промышленность выпускает щитовые и переносные самопишущие приборы классов точности 1,5 и 2,5 в виде амперметров, вольтметров и других приборов.

Самопишущие приборы в силу своей инерционности пригодны для

длительных наблюдений и регистрации лишь медленно изменяющихся величин. Самопишущие приборы косвенного преобразования, представляющие собой автоматические мосты и потенциометры, описаны в § 12.1 и 12.3.

Быстродействующие самопишущие приборы — БСП (ГОСТ 19875 — 74) позволяют

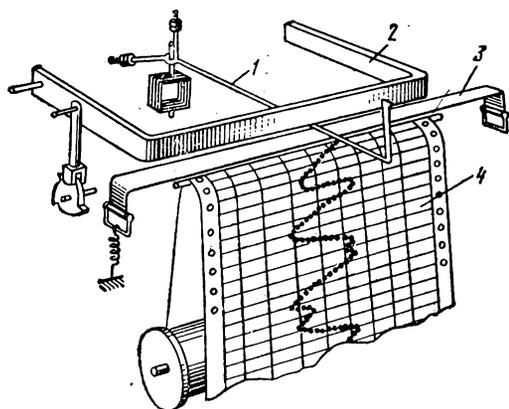


Рис. 11.19. Устройство самопишущего прибора

исследовать различные динамические режимы. Они измеряют и регистрируют мгновенные значения токов и напряжений в частотном диапазоне до 50 Гц, а со специальными схемами коррекции — до 100—150 Гц. Конструкция их измерительных механизмов отличается от обычных чрезвычайной сложностью, кроме того, здесь используются специальные усилители мощности, что позволяет увеличить чувствительность, например, для вольтметров до 1 мм/мкВ. Регистрация в этих приборах,

как правило, чернильная перьевая. БСП бывают одно- и многоканального исполнения в нескольких модификациях [21].

Для измерений мгновенных значений токов и напряжений в частотном диапазоне от нуля до сотен мегагерц применяют осциллографы. Они подразделяются на светолучевые (с частотным диапазоном 0—15 кГц) и электронно-лучевые (с частотным диапазоном от нуля до сотен мегагерц).

Светолучевой осциллограф (СЛО) состоит из таких основных блоков: блока осциллографических гальванометров, оптической системы, устройства для визуального наблюдения, фотоприставки, лентопротяжного механизма и отметчика времени.

Осциллографический гальванометр (вibrator) является основным элементом СЛО. Он представляет собой малоинерционный миниатюрный магнитоэлектрический механизм (рис. 11.20). Многовитковая рамка 4 закреплена в узком воздушном зазоре между полюсами постоянного магнита 3 с помощью двух металлических растяжек 1 и пружинки 5. Растяжки служат также для создания противодействующего момента. Их концы подводятся к зажимам 6, через которые ток подается в рамку. На растяжках укреплено зеркальце 2, на которое падает световой луч для регистрации поворота рамки. Использование этого измерителя ограничивает верхний частотный диапазон СЛО (15 кГц).

Оптическая система СЛО представлена на рис. 11.21, а. Измеряемый ток  $i$  подается в рамку осциллографического гальванометра  $ОГ$ . Под действием поля постоянного магнита рамка вместе с укрепленным

на ее растяжках зеркальцем 3, поворачивается. Луч света от лампы Л, проходя через линзу ЛИ и отражаясь от призмы П, попадает на зеркальце. Часть отраженного луча через призму П<sub>1</sub> попадает на зеркальный барабан ЗБ, с поверхностей которого отражается на матовое стекло МС, что обеспечивает визуальное наблюдение кривой тока. Другая

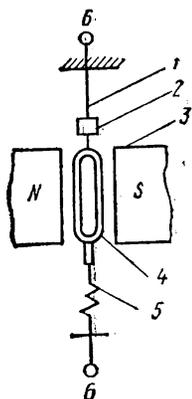


Рис. 11.20

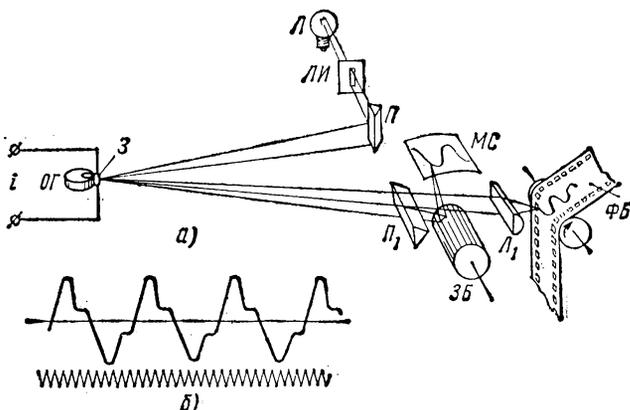


Рис. 11.21

Рис. 11.20, Устройство рамочного осциллографического гальванометра: 1 — растяжка; 2 — зеркальце; 3 — постоянный магнит; 4 — подвижная измерительная рамка; 5 — пружинка; 6 — зажим

Рис. 11.21, Устройство светолучевого осциллографа (а) и осциллограмма (б)

часть луча, отражаясь от зеркальца ОГ, через цилиндрическую линзу Л<sub>1</sub> попадает на барабан с фотобумагой ФБ и обеспечивает фоторегистрацию кривой тока.

Сфотографированная запись кривой (рис. 11.21, б) называется осциллограммой. Зная чувствительность гальванометра, выраженную в мм/А, измеряют ординаты кривой на осциллограмме и определяют значение измеряемого тока для любого момента времени.

Масштаб по оси абсцисс на осциллограмме определяют с помощью отметчика времени. Он выписывает под осциллограммой (см. рис. 11.21, б) синусоиду определенной частоты (обычно 500 Гц). Нулевая линия на осциллограмме выписывается обесточенным гальванометром, на зеркальце которого тоже направляется луч света.

Набор гальванометров, приданный к осциллографу, обычно содержит несколько гальванометров (6, 8, 12 и более) различной чувствительности и различной частоты собственных колебаний.

СЛО применяют для измерений и записи мгновенных значений токов и напряжений. Для расширения пределов измерения осциллографические гальванометры включают в цепи, подобно амперметрам и вольтметрам, с помощью шунтов и добавочных резисторов. Преимуществами СЛО является возможность одновременного наблюдения и записи нескольких процессов (до 50), а также записи неперидо-

ческих и однократных процессов. К недостаткам СЛО относятся ограниченный частотный диапазон (до 15 кГц), сложность подготовки к работе и громоздкость.

СЛО используют при научных исследованиях, для регистрации технологических процессов в различных отраслях народного хозяйства, медицине и др.

Электронно-лучевой осциллограф (ЭЛО) является универсальным регистрирующим прибором широкого назначения. С его помощью можно наблюдать и документально фиксировать непрерывные, импульсные, непериодические, случайные и мгновенные одиночные электрические сигналы. Широко применяют ЭЛО

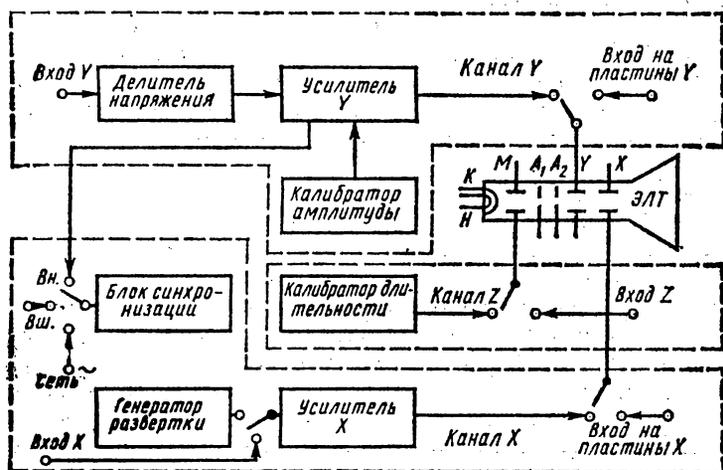


Рис. 11.22. Структурная схема электронно-лучевого осциллографа

для измерения напряжения, частоты, фазового сдвига, временных интервалов, сопротивления и других физических величин, предварительно преобразованных в электрические.

Несмотря на большое разнообразие типов ЭЛО структурные схемы их можно свести к одной (рис. 11.22). В общем случае ЭЛО состоит из электронно-лучевой трубки (ЭЛТ) и трех электрических каналов  $Y$ ,  $X$ ,  $Z$ . По каналу  $Y$  поступает исследуемое напряжение  $u_Y$ , вызывающее вертикальное отклонение луча в ЭЛТ, по каналу  $X$  — напряжение  $u_X$ , вызывающее горизонтальное отклонение луча. Одновременное воздействие  $u_Y$  и  $u_X$  дает на ЭЛТ осциллограмму, отображающую зависимость  $u_Y(u_X)$ . По каналу  $Z$  подают напряжение для управления яркостью луча.

Электронно-лучевая трубка представляет собой стеклянный баллон с высоким вакуумом, внутри которого расположены: электронная пушка, состоящая из нити накала  $H$ , катода  $K$ , модулятора  $M$ ,

фокусирующего  $A_1$  и ускоряющего  $A_2$  анодов, две пары взаимно перпендикулярных отклоняющих пластин  $Y$  и  $X$ . На тыльную широкую часть баллона нанесен слой люминофора, образующий экран трубки. Последний способен светиться при попадании на него электронов.

Канал вертикального отклонения  $Y$  предназначен для передачи исследуемого электрического сигнала на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ. В канал входят: делитель напряжения, усилитель и калибратор амплитуды как вспомогательное устройство.

Делитель напряжения позволяет расширить пределы измеряемых входных напряжений и обеспечить необходимое входное сопротивление ЭЛО. Усилитель осуществляет преобразование измеряемого сигнала до значения, достаточного для отклонения луча по вертикали на весь экран. Калибратор амплитуды используется для калибровки коэффициента усиления усилителя вертикального отклонения и представляет собой генератор прямоугольных импульсов определенного значения и частоты следования. Обычно значение калиброванного сигнала составляет 0,1 и 1 В, следующих с частотой 1 или 2 Гц.

Канал горизонтального отклонения  $X$  предназначен для формирования линейно изменяющегося напряжения, вызывающего отклонения луча ЭЛТ по горизонтали. Он включает в себя генератор развертки, усилитель и блок синхронизации.

Генератор развертки служит для формирования пилообразного напряжения, обеспечивающего постоянную скорость горизонтального перемещения луча. Усилитель обеспечивает значение пилообразного напряжения, достаточное для отклонения луча по горизонтали на весь экран. Блок синхронизации предназначен для принудительного генерирования генератором развертки напряжения с частотой, равной или кратной частоте исследуемого сигнала. Только в этом случае может быть получено неподвижное изображение исследуемого сигнала. Управление блоком синхронизации может осуществляться от сети, исследуемым сигналом (внутренняя синхронизация *Вн.*) и от внешнего источника сигналов (внешняя синхронизация *Вн.*).

Канал управления яркостью луча  $Z$  предназначен для формирования и подачи прямоугольных импульсов напряжения в цепь модулятора. Этот канал служит в основном в качестве калибратора длительности для определения времени действия исследуемых периодических и аperiodических электрических сигналов, т. е. для расшифровки осциллограммы по горизонтальной оси.

С помощью канала  $Z$  яркость луча можно отрегулировать так, чтобы при отрицательных значениях прямоугольных импульсов свечения на экране ЭЛТ не было. При этом получается штриховое изображение осциллограммы. Расстояние между началами светлых штрихов пропорционально периоду калиброванного сигнала. Так, если частота калиброванного сигнала составляет 2 кГц, то расстояние между штрихами соответствует 0,5 мс.

Для обеспечения точности измерения временных интервалов необходима стабильность частоты следования импульсов в цепь мо-

дулятора, что достигается использованием генераторов с кварцевой стабилизацией.

Конкретные примеры использования ЭЛО в качестве измерительного прибора достаточно полно рассмотрены в [25].

### § 11.6. Электронные аналоговые и цифровые вольтметры

Электронные вольтметры представляют собой сочетание электронного преобразователя и магнитоэлектрического измерительного прибора. В отличие от электромеханических приборов электронные вольтметры обладают большим входным сопротивлением и высокой чувствительностью [16].

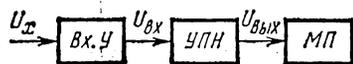


Рис. 11.23. Структурная схема электронного вольтметра постоянного напряжения

Различают вольтметры постоянного и переменного напряжений. Структурная схема электронного вольтметра постоянного напряжения представлена на рис. 11.23, где  $V_x.U$  — входное устройство

в виде высокоомного резистивного делителя напряжения,  $UПН$  — усилитель постоянного напряжения,  $МП$  — магнитоэлектрический измерительный прибор.

Входное устройство обеспечивает высокое входное сопротивление и значения измеряемого напряжения, необходимые для дальнейшего преобразования.  $UПН$  служит для увеличения чувствительности вольтметра и усиления мощности измеряемого сигнала с целью приведения в действие магнитоэлектрического измерительного механизма. Требования к  $UПН$  — обеспечение высокой линейности и стабильности амплитудной характеристики;  $U_{вых}(U_{вх})$ , малый дрейф нуля.

Линейность и стабильность амплитудной характеристики достигаются правильным выбором режима работы активных элементов (электронных ламп, транзисторов) усилителя напряжения и введением отрицательной обратной связи с выхода  $UПН$  на его вход.

Уменьшение дрейфа нуля обеспечивается построением  $UПН$  по мостовой балансной схеме и с преобразованием измеряемого постоянного сигнала в переменный, который усиливается до необходимого значения усилителем переменного напряжения, а затем выпрямляется и измеряется магнитоэлектрическим прибором.

Современные электронные вольтметры постоянного напряжения имеют входное сопротивление порядка единиц и десятков мегаом, диапазон измерений от десятых долей до сотен вольт, погрешность измерения 1—6%.

Отличительной особенностью электронных вольтметров переменного напряжения является наличие преобразователя  $Pr$  переменного напряжения в постоянное. В зависимости от того, какое значение переменного напряжения требуется измерить (среднее, действующее, амплитудное), различают соответственно преобразователи среднего, действующего и амплитудного значений.

В преобразователях действующего значения показания *МП* пропорциональны действующему значению измеряемого напряжения. Преобразователи выполняют на элементах с квадратичной вольт-амперной характеристикой и на диодных ячейках, реализующих

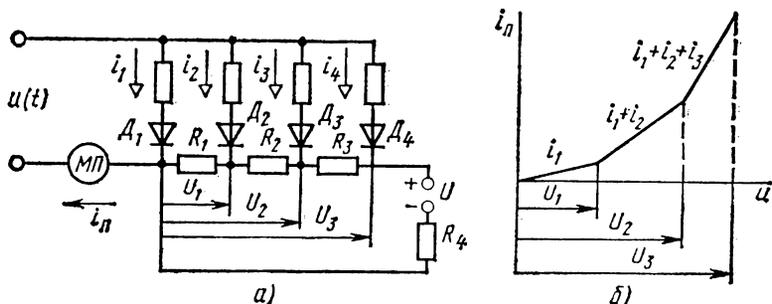


Рис. 11.24. Преобразователь действующего значения:  
а — схема; б — квадратичная характеристика

квадратичную зависимость тока через магнитоэлектрический прибор  $i_n$  от приложенного напряжения  $u(t)$  (рис. 11.24, а). Постоянное напряжение  $U$  создает на резисторах  $R_1, R_2, R_3, \dots$  напряжения смещения  $U_1, U_2, U_3, \dots$ . Если измеряемое напряжение не превышает

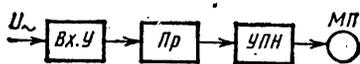


Рис. 11.25. Структурная схема электронного вольтметра переменного напряжения с усилителем постоянного напряжения

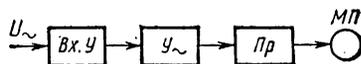


Рис. 11.26. Структурная схема электронного вольтметра переменного напряжения с усилителем переменного напряжения

$U_1$ , то открыт только диод  $D_1$  и ток через *МП* равен току  $i_1$  (рис. 11.24, б). Если  $U_{\max} > U_1$ , то ток через *МП* равен сумме токов  $i_1 + i_2$  и т. д. Путем подбора резисторов  $R_1, R_2, R_3$  и т. д. можно осуществить кусочно-линейную аппроксимацию квадратичной характеристики  $i_n(u)$  преобразователя. Таким образом получают среднеквадратичное или действующее значение измеряемого напряжения независимо от его формы.

Электронные вольтметры переменного напряжения выполняют по двум схемам. Вольтметр, состоящий из входного устройства *Вх.У*, преобразователя *Пр* переменного напряжения в постоянное, усилителя постоянного напряжения *УПН* и магнитоэлектрического измерительного прибора *МП* (рис. 11.25), обладает малой чувствительностью, но широким частотным диапазоном. Вольтметр, выполненный по схеме рис. 11.26, наоборот, обладает более высокой чувствительностью, но сравнительно узким частотным диапазоном.

Цифровые вольтметры работают по принципу преобразования измеряемого напряжения в электрический код, отобра-

жаемый в цифровой форме. В общем случае цифровой вольтметр содержит входное устройство Вх.У, аналого-цифровой преобразователь АЦП и цифровое отсчетное устройство ЦОУ (рис. 11.27).

Входное устройство предназначено для создания большого входного сопротивления, изменения пределов измерения и определения полярности входного сигнала. Аналого-цифровой преобразователь преобразует аналоговую величину в дискретный сигнал в виде электрического кода, пропорционального измеряемой величине. Результат измерения регистрируется на цифровом табло цифрового отсчетного устройства.

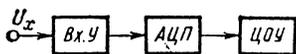


Рис. 11.27. Структурная схема цифрового вольтметра

Преимуществами цифровых вольтметров являются: малые погрешности измерения (0,1—0,01%) в широком диапазоне измеряемых напряжений (1 мкВ — 1000 В); высокое быстродействие (до 500 измерений в 1 с); выдача результатов измерений в цифровом виде и

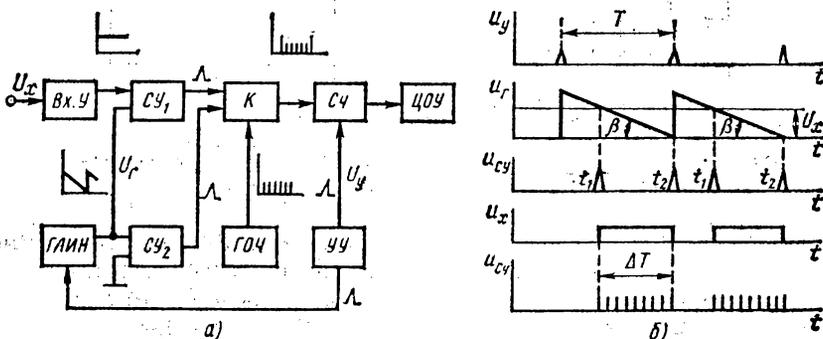


Рис. 11.28. Цифровой вольтметр с время-импульсным преобразованием: а — структурная схема; б — временная диаграмма

возможность документальной регистрации их с помощью цифрорепечатающих устройств; возможность ввода измерительной информации в электронно-вычислительные машины и информационно-измерительные системы. К недостаткам относятся сложность схем и конструкции, высокая стоимость, меньшая надежность. Эти недостатки можно отнести к разряду временных, поскольку в настоящее время они устраняются в связи с быстрым развитием микроэлектроники.

Основные метрологические характеристики цифровых приборов определяются преобразованием непрерывной измеряемой величины в код, так как дальнейшая передача и преобразования кода практически не вносят погрешности [22].

Наибольшее распространение нашли приборы с время-импульсным, частотно-импульсным преобразованием и с двухтактным интегрированием.

Структурная схема цифрового вольтметра с время-импульсным преобразованием представлена на рис. 11.28, а. Измеряемое напря-

жение  $U_x$  преобразуется в интервал времени  $\Delta T$ , длительность которого определяется числом заполняющих импульсов генератора образцовой частоты  $ГОЧ$ . Вольтметр содержит: входное устройство  $Вх.У$ , обеспечивающее высокое входное сопротивление и значения измеряемых сигналов, необходимые для дальнейшего преобразования; управляющее устройство  $УУ$ , обеспечивающее запуск генератора линейно изменяющегося напряжения  $ГЛИН$  и обнуление счетчика  $Сч$ ; сравнивающие устройства  $СУ_1$  и  $СУ_2$ , вырабатывающие сигналы

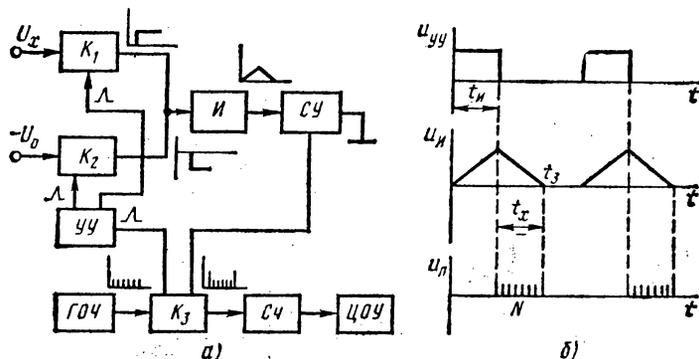


Рис. 11.29. Цифровой вольтметр с двухтактным интегрированием: а — структурная схема; б — временная диаграмма

при равенстве  $U_x$  и линейно падающего напряжения  $U_t$ , а также при равенстве  $U_x$  нулю; ключ  $K$ , пропускающий импульсы частоты  $f_{гоч} = 1/T_{гоч}$  на время  $\Delta T$  с  $ГОЧ$  на счетчик импульсов  $Сч$ , цифровое отсчетное устройство  $ЦОУ$ , фиксирующее результат измерения. Работа цифрового вольтметра поясняется временными диаграммами, представленными на рис. 11.28, б. Из рисунка видно, что  $\Delta T = NT_{гоч} = N/f_{гоч}$ , где  $N$  — число импульсов, прошедших в счетчик за время  $\Delta T$ , а  $U_x = \Delta T \text{tg } \beta$ . Множитель  $\text{tg } \beta$  численно равен скорости  $v$  изменения линейно падающего напряжения. Подставляя  $\Delta T$  и  $v$  в выражение для  $U$ , получим

$$U_x = \frac{N}{f_{гоч}} v = kN. \quad (11.38)$$

Таким образом, показания  $ЦОУ$  будут пропорциональны значению измеряемого напряжения  $U_x$ .

Наиболее высокими метрологическими показателями обладают цифровые вольтметры с двухтактным интегрированием (рис. 11.29). Измерение напряжения  $U_x$  осуществляется следующим образом. В исходном состоянии ключи  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$  разомкнуты. В начальный момент времени устройство управления  $УУ$  замыкает ключ  $K_1$  и на вход интегратора  $И$  поступает измеряемое напряжение  $U_x$ . Через интервал времени  $t_{и}$ , когда напряжение на выходе интегратора

$$u_{и} = k \int_0^{t_{и}} U_x dt,$$

устройство управления размыкает ключ  $K_1$  и замыкает

ключи  $K_2, K_3$ . Ко входу интегратора будет приложено напряжение  $U_0$ , противоположное по знаку  $U_x$ , а на счетчик  $Cч$  начнут поступать импульсы от генератора образцовой частоты  $ГОЧ$ . В момент времени  $t_x$ , когда  $u_{и}=0$ , сравнивающее устройство  $СУ$  размыкает ключ  $K_3$  и прекращает доступ импульсов на счетчик  $Cч$ . Время  $t_x$  поступления импульсов на счетчик  $Cч$  определяют из соотношения

$$u_{и} = k \int_0^{t_{и}} U_x dt = k \int_0^{t_x} U_0 dt = kt_x U_0,$$

где

$$t_x = \frac{\int_0^{t_{и}} U_x dt}{U_0} = \frac{t_{и}}{U_0} U_x.$$

Количество импульсов, зафиксированных цифровым отсчетным устройством  $ЦОУ$  за время  $t_x$ ,

$$N = \frac{t_x}{T_0} = \frac{t_{и}}{T_0 U_0} U_x, \quad (11.39)$$

т. е. оно пропорционально измеряемому напряжению  $U_x$ .

Двухтактные цифровые вольтметры нашли широкое применение благодаря повышенной устойчивости к помехам  $u_{п}$  переменного тока частоты  $f_{п} = n/t_{и}$ , где  $n$  — целое число. Это объясняется равенством нулю интеграла  $\int_0^{t_{и}} u_{п} dt$ . В практических схемах вольтметров интервал  $t_{и}$  выбирают с учетом действия наиболее весомых помех частотами 50 и 100 Гц. Погрешность выпускаемых приборов находится на уровне 0,005%.

### Контрольные вопросы

1. Чем отличаются измерения методами непосредственной оценки и сравнения?
2. В чем заключается различие понятий «погрешность средств измерения» и «погрешность измерения»?
3. В чем разница между точностью и чувствительностью прибора?
4. Сравните и объясните частотные характеристики электромеханических приборов различных систем.
5. Сравните приборы различных систем по точности и чувствительности.
6. Назовите основные узлы электронно-лучевого осциллографа и их функциональное назначение.
7. Объясните принцип действия простейшего электронного вольтметра. В чем состоят особенности электронных вольтметров по сравнению с электромеханическими?
8. В чем заключается различие в построении электронных приборов для измерения средних, действующих и амплитудных значений измеряемых величин?
9. Каковы особенности принципа действия цифровых измерительных приборов по сравнению с аналоговыми?
10. Как расширяют пределы измерения измерителей тока и напряжения в цепях постоянного и переменного токов?
11. Каковы правила включения электродинамического ваттметра в цепь при измерении активной мощности?
12. Каковы основные свойства и области применения светолучевых осциллографов?

§ 12.1. Измерение тока и напряжения

Для измерения тока в каком-либо элементе цепи (рис. 12.1, а) последовательно с ним включают измеритель тока — амперметр (рис. 12.1, б).

При измерении малых постоянных токов (менее  $10^{-3}$  А) используют прямые и косвенные методы измерения. В первом случае

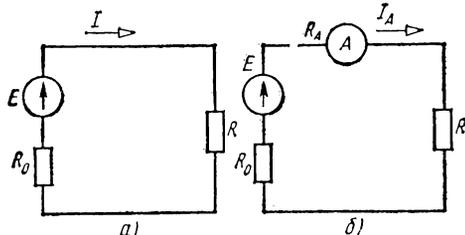


Рис. 12. 1. Измерение тока в цепи амперметром

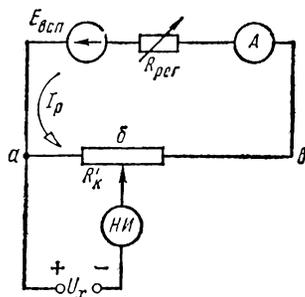


Рис. 12.2. Косвенное измерение тока компенсационным методом

ток измеряют стрелочными магнитоэлектрическими приборами, для увеличения чувствительности которых обычно применяют усилители постоянного тока.

Более точным является косвенное измерение тока, при котором в измеряемую цепь включают образцовый резистор с сопротивлением  $R_0$  и на нем измеряют падение напряжения компенсационным методом. На рис. 12.2 показана принципиальная схема измерения неизвестного напряжения  $U_x$  компенсационным методом. В верхнем контуре под действием э. д. с. вспомогательного источника питания  $E_{всп}$  создается рабочий ток  $I_p$ . Его значение регулируется резистором  $R_{рег}$  и измеряется амперметром  $A$ . В нижнем контуре измеряемое неизвестное напряжение  $U_x$  уравновешивается падением напряжения на компенсирующем резисторе  $R'_к$  путем изменения положения движка  $б$ . При компенсации, когда  $U_x = R'_к I_p$ , ток в нулевом индикаторе  $НИ$  становится равным нулю, что соответствует бесконечно большому входному сопротивлению измерительного устройства.

Компенсационная измерительная цепь работает без отбора энергии от объекта измерения. Зная  $R'_к$  и  $I_p$ , можно определить  $U_x$ .

Устройства, реализующие компенсационный метод измерения, называют потенциометрами. В последних рабочий ток устанавливается не по амперметру, а компенсационным методом с использованием нормального элемента, э. д. с.  $E_{нз}$  которого известна с высокой степенью точности (рис. 12.3). Регулировкой сопротивления резистора

$R_{рег}$  добиваются отсутствия тока в нулевом индикаторе  $НИ$  (положение переключателя  $1$ ). В этом случае справедливо равенство

$$R_N I_p = E_{нз}, \quad (12.1)$$

где  $R_N$  — сопротивление образцового резистора.

Поскольку э.д.с. нормального элемента и сопротивление  $R_N$  известны с высокой точностью, значение тока  $I_p = E_{нз}/R_N$  также известно с высокой точностью.

При положении  $2$  переключателя измеряемое напряжение  $U_x$  сравнивается с компенсирующим напряжением  $U_k$ , создаваемым током  $I_p$  в компенсирующем резисторе  $R'_k$ . При отсутствии тока в  $НИ$  напряжение  $U_x$  уравновешено напряжением  $U_k$ , т. е.

$$U_x = U_k = R'_k I_p = \frac{R'_k}{R_N} E_{нз}. \quad (12.2)$$

Из данного выражения видно, что точность измерения  $U_x$ , при таком методе измерений определяется точностью величины  $U_k$ , точностью его сравнения с  $U_x$ , т. е. чувствительностью  $НИ$ , неизменностью рабочего тока  $I_p$  — стабильностью  $E_{всп}$ . В свою очередь, точность  $U_k$  зависит от точности изготовления резисторов  $R_k$ . Последние в современных потенциометрах выполняют в виде высоко-

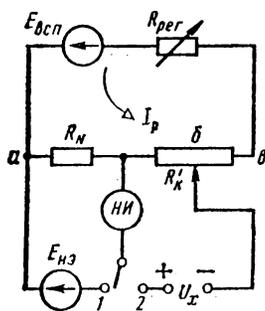


Рис. 12.3. Принципиальная схема потенциометра

стабильных многодекадных магазинов сопротивления. Выпускаемые промышленностью потенциометры имеют классы точности: 0,0005; 0,001; 0,002; 0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5. Максимальное напряжение, измеряемое потенциометром непосредственно, составляет 2,12111 В.

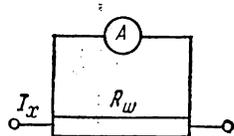


Рис. 12.4. Измерение больших постоянных токов с использованием шунта

Постоянные токи порядка  $10^{-3}$ — $10^2$  А измеряют также прямыми и косвенными методами. При прямых измерениях используют миллиамперметры и амперметры магнитоэлектрической, электромагнитной и электродинамической систем, а также электронные аналоговые и цифровые приборы. При косвенных измерениях ток определяют по измеряемому падению напряжения на образцовом резисторе с помощью потенциометров постоянного тока и цифровых вольтметров.

Измерение больших постоянных токов (свыше 10 А) обычно осуществляют амперметрами магнитоэлектрической системы с использованием шунтов (рис. 12.4).

При измерении переменных токов необходимо помнить, какое значение тока измеряется конкретным прибором: действующее, амплитудное или среднее. Это вызвано тем, что все приборы, как правило, градуируют в действующих значениях синусоидального тока, а подвижные части измерительных механизмов различных систем реагируют на значения величин, отличные от действующих.

Переменные токи до 100 мкА обычно измеряют цифровыми микроамперметрами, токи свыше 100 мкА — выпрямительными микроамперметрами. Для измерения переменных токов в диапазоне 10 мА — 100 А используют электромагнитные, электродинамические и выпрямительные приборы, работающие в частотном диапазоне до десятков килогерц, и термоэлектрические приборы в диапазоне частот до сотен мегагерц. Измерение больших переменных токов осуществляют теми же приборами, но с использованием измерительных трансформаторов тока (рис. 12.5).

Переменные токи измеряют и косвенным путем. В этом случае образцовый резистор включают последовательно в измерительную цепь, а падение напряжения на нем измеряют с помощью вольтметров. Точность измерения при этом возрастает, но по отношению к точности измерения на постоянном токе она ниже.

При прямом и косвенном измерениях тока включение в измеряемую цепь измерителя с внутренним сопротивлением  $R_A$  изменяет режим работы исследуемой цепи. На рис. 12.1 показаны схемы цепи

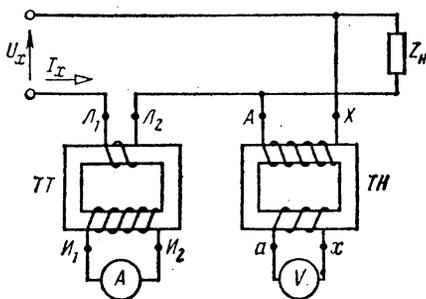


Рис. 12.5. Измерение больших переменных токов и напряжений с использованием измерительных трансформаторов тока (ТТ) и напряжения (ТН)

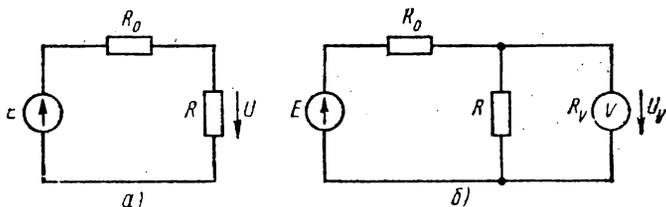


Рис. 12.6. Измерение напряжения вольтметром

до и после включения амперметра. Ток  $I$  после включения измерителя становится равным  $I_A$ . Относительное измерение тока в этом случае характеризуют погрешностью метода измерения или методической погрешностью измерения тока:

$$\delta_I = -1/(1 + R_{вх\ A}/R_A), \quad (12.3)$$

т. е. включение амперметра уменьшает измеряемый ток на значение, зависящее от отношения  $R_{вх\ A}/R_A$ .

Для измерения э.д.с. и напряжения  $U$  на каком-либо участке электрической цепи (рис. 12.6, а) измеритель напряжения включают параллельно этому участку (рис. 12.6, б).

При измерении малых постоянных напряжений (порядка  $10^{-7}$ — $10^{-8}$  В) используют магнитоэлектрические гальвано-

метры. Более точные результаты при измерении напряжений в диапазоне 1—1000 мкВ получают с помощью потенциометров постоянного тока и цифровых микровольтметров.

Значения постоянных напряжений от десятков милливольт до сотен вольт измеряют приборами магнитоэлектрической, электродинамической, электромагнитной систем, электронными аналоговыми и цифровыми вольтметрами, потенциометрами постоянного тока с использованием добавочных резисторов и делителей напряжения. Для измерения постоянных напряжений до нескольких киловольт применяют в основном электростатические вольтметры, а также приборы других систем с делителями напряжения.

Малые переменные напряжения (до единиц вольт) измеряют с помощью приборов выпрямительной системы, аналоговыми электронными вольтметрами. Более высокую точность получают при измерении напряжений потенциометрами переменного тока, цифровыми вольтметрами.

Для измерения переменных напряжений от единиц до сотен вольт в диапазоне частот до десятков килогерц используют приборы электромагнитной, электродинамической и выпрямительной систем, потенциометры переменного тока. В диапазоне частот до десятков мегагерц измерение напряжений производят приборами электростатической и термоэлектрической систем, цифровыми вольтметрами.

Для измерения больших переменных напряжений используют те же приборы, но с применением измерительных трансформаторов напряжения (см. рис. 12.5). Измерительные трансформаторы кроме преобразования переменного напряжения изолируют вторичную цепь от первичной, находящейся под высоким напряжением.

При подключении измерителя напряжения к участку электрической цепи с сопротивлением  $R$  (рис. 12.6) изменяется режим ее работы. Напряжение на данном участке становится равным  $U_V$ . Относительное изменение напряжения характеризуют погрешностью метода измерения или методической погрешностью измерения напряжения:

$$\delta_V = - \frac{1}{1 + R_V/R_{BXV}}, \quad (12.4)$$

т. е. включение вольтметра уменьшает измеряемое напряжение на значение, зависящее от отношения  $R_V/R_{BXV}$ . Отметим, что измерение напряжения потенциометром не имеет методической погрешности измерения напряжения.

В настоящее время широкое распространение получили автоматические потенциометры, использующие компенсационный метод измерения и широко применяемые для измерения неэлектрических величин, предварительно преобразованных в напряжение.

На рис. 12.7 приведена схема автоматического потенциометра постоянного тока. Компенсирующие резисторы этого прибора выполнены по мостовой схеме. Процесс измерения

осуществляется в два приема. При положении  $K$  переключателя  $\Pi$  происходит установка рабочего тока. Напряжение небаланса  $\Delta U = E_{нз} - R_N I_{p2}$  поступает на вход усилителя  $У$ . С выхода усилителя сигнал подается на обмотку управления  $OU$  реверсивного двигателя  $РД$ , который

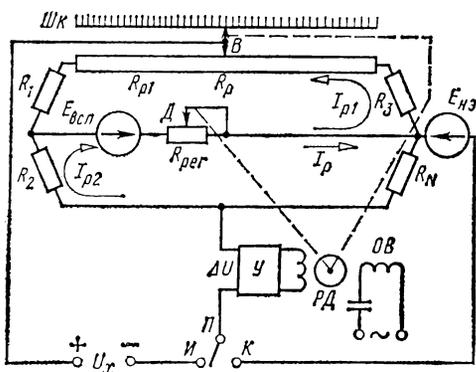


Рис. 12.7. Схема автоматического потенциометра

изменяет положение движка  $D$  реостата  $R_{рег}$  (рис. 12.7). Прибор автоматически доводит значение  $\Delta U$  до нуля. При этом в измерительной цепи устанавливаются определенные рабочие токи  $I_p, I_{p1}, I_{p2}$ . При положении  $И$  переключателя  $\Pi$  происходит уравнивание измеряемого напряжения  $U_x$  компенсирующим напряжением  $U_k = (R_{p1} + R_1) I_{p1} - R_2 I_{p2}$  путем воздействия напряжения небаланса  $\Delta U$  на реверсивный двигатель  $РД$ , механически связанный с движком  $B$  потенциометра, положение которого изменяет сопротивление компенсирующего резистора  $R_{p1}$ .

Современные автоматические потенциометры снабжают стабилизированными источниками питания.

Рассмотренную схему измерительной цепи широко используют в серийно выпускаемых приборах типа КСП4 и др. [19].

## § 12.2. Измерение мощности и энергии в электрических цепях

Измерение мощности осуществляют с помощью прямого и косвенного методов. При прямом методе используют ваттметры, при косвенном — амперметры и вольтметры.

**Измерение мощности в цепях постоянного тока.** В цепях постоянного тока мощность измеряют методом амперметра — вольтметра. Измерив амперметром ток  $I$  и вольтметром напряжение  $U$  (см. схемы для измерения сопротивлений, § 12.4, рис. 12.18), вычисляют мощность приемника

$$P = UI. \quad (12.5)$$

Для уменьшения погрешности из-за влияния внутренних сопротивлений приборов схему рис. 12.18, *а* следует использовать при малых значениях сопротивления  $R$ , а схему рис. 12.18, *б* — при больших  $R$ .

**Пример.** Определим методическую погрешность измерения мощности приемника с сопротивлением  $R=1$  Ом, если в схеме рис. 12.18, *а* приборы показали  $I_A=1,005$  А,  $U_V=1$  В. Внутреннее сопротивление вольтметра  $R_V=200$  Ом. Сопротивление амперметра в этой схеме на погрешность не влияет.

**Решение.** Измеренная мощность  $P_{\text{изм}} = U_V I_A = 1,005$  Вт. Фактическая мощность  $P = U_x I_x = U_V (I_A - I_V) = U_V (I_A - U_V / R_V) = U_V I_A - U_V^2 / R_V$ , или погрешность  $\Delta P = U_V^2 / R_V = 1/200 = 0,005$  Вт.

Погрешность измерения в процентах

$$\Delta P\% = \frac{\Delta P}{P} 100 = 0,5\%.$$

Фактическая мощность приемника  $P = P_{\text{изм}} - \Delta P = 1$  Вт.

Измерение мощности ваттметром в цепях постоянного тока производят редко.

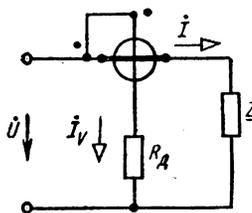
**Измерение мощности в однофазных цепях синусоидального тока.** Полную мощность приемника измеряют, как правило, методом амперметра — вольтметра:

$$S = UI, \quad (12.6)$$

где  $U$  и  $I$  — действующие напряжение и ток.

Активную  $P = UI \cos \varphi$  и реактивную  $Q = UI \sin \varphi$  мощности приемников измеряют с помощью ваттметров и варметров. В качестве ваттметров применяют электродинамические и ферродинамические приборы, в качестве варметров — электродинамические приборы.

Рис. 12.8. Схема включения ваттметра для измерения активной мощности в однофазной цепи



Измерение активной мощности в однофазных цепях производят ваттметром по схеме рис. 12.8. Токовую обмотку включают в цепь последовательно с приемником  $Z$ , т. е. в цепь тока  $I$ , а обмотку напряжения — параллельно приемнику  $Z$  на напряжение  $U$ . Устройство электродинамического ваттметра и выражение угла отклонения его указателя приведены в § 11.4. Согласно выражению (11.27), угол отклонения указателя пропорционален активной мощности:

$$\alpha = k_1 UI \cos \varphi = kP. \quad (12.7)$$

Измеренную ваттметром активную мощность вычисляют из выражения (11.32):

$$P = C_w \alpha, \quad (12.8)$$

где  $C_w$  — цена деления шкалы ваттметра [см. (11.30)].

Измерение реактивной мощности в однофазных цепях проводят с помощью реактивных ваттметров, называемых варметрами. В этих приборах схемным путем создается искусственный сдвиг фаз на  $90^\circ$  между напряжением  $U$  на приемнике и током в обмотке напряжения прибора  $I_V$  (рис. 12.9). На рис. 12.10 показаны электрическая схема и векторная диаграмма варметра. Из схемы рис. 12.10, а видно, что последовательно с параллельной обмоткой  $R_{wV}$  прибора и добавочным резистором  $R$  включена индуктивная катушка с сопротивлением  $X_L$ , а параллельно к этой обмотке (зажимы  $a$  и  $b$ ) подключен резистор с сопротивлением  $R_1$ . Тогда ток  $I_V = I_2 - I_1$  при соответствующем подборе параметров

$x_L \ll (R_{wV} + R) = R_V$  оказывается сдвинутым по фазе относительно напряжения  $\dot{U}$  ровно на  $90^\circ$ , что видно на рис. 12.10, б. В результате вращающий момент получается пропорциональным  $\sin \varphi$  (где

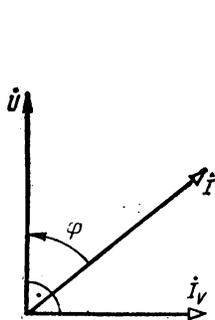


Рис. 12.9. Векторная диаграмма цепи ваттметра при активно-индуктивном приемнике

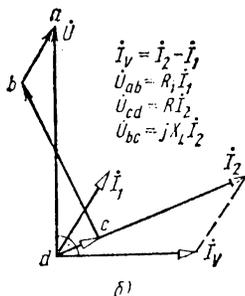
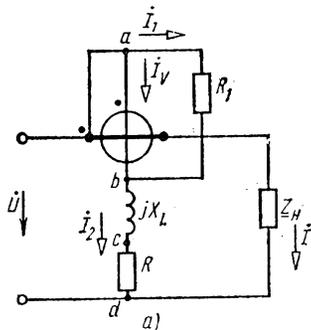


Рис. 12.10. Измерение реактивной мощности в однофазной цепи:

а — схема ваттметра; б — векторная диаграмма

$\varphi$  — угол сдвига фаз между напряжением и током приемника, рис. 12.9):

$$M_{вр} = C I I_V \cos(\widehat{I I_V}) = C I \frac{U}{R_V} \cos(90^\circ - \varphi) = C_1 U I \sin \varphi,$$

т. е. вращающий момент пропорционален реактивной мощности  $Q = UI \sin \varphi$ :

$$M_{вр} = C_1 Q. \quad (12.9)$$

Угол отклонения стрелки ваттметра (на основании равенства  $M_{вр} = M_{пр}$ )

$$\alpha = C_2 Q \quad (12.10)$$

пропорционален реактивной мощности.

Измерение мощности в трехфазных цепях синусоидального тока. Полная мощность при симметричном приемнике может быть измерена методом амперметра — вольтметра и вычислена по формуле

$$S = \sqrt{3} UI, \quad (12.11)$$

где  $U$  и  $I$  — действующие линейные напряжение и ток.

При несимметричном приемнике полная мощность

$$|S| = |S_1 + S_2 + S_3|, \quad (12.12)$$

где  $S_1, S_2, S_3$  — комплексные мощности фаз приемника.

Измерения активной и реактивной мощностей в трехфазных цепях производят с помощью трех, двух или одного ваттметров, используя различные схемы их включения.

При измерении активной мощности в четырехпроводной цепи включают три ваттметра (рис. 12.11). Активную мощность приемника определяют по сумме показаний трех ваттметров:

$$P = P_1 + P_2 + P_3. \quad (12.13)$$

При симметричном приемнике активную мощность приемника определяют с помощью одного ваттметра, измеряя активную мощность одной фазы  $P_\phi$  по схеме рис. 12.12.

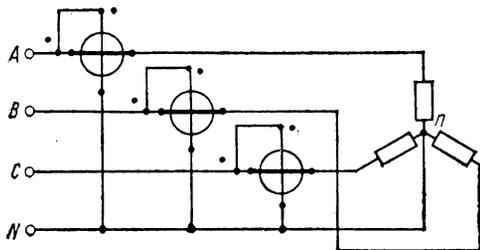


Рис. 12.11. Измерение активной мощности в четырехпроводной трехфазной цепи тремя ваттметрами

Активная мощность всего трехфазного приемника равна при этом утроенному показанию ваттметра:  $P = 3P_\phi$ . На рис. 12.12, а, б показано включение прибора непосредственно в одну из фаз приемника. В случае, если нейтральная точка приемника недоступна или зажимы фаз приемника, включенного треугольником, не выведены,

применяют схему рис. 12.12, в, называемую схемой с искусственной нейтральной точкой. В этой схеме дополнительно в две фазы включают резисторы с сопротивлением  $R = R_V$ .

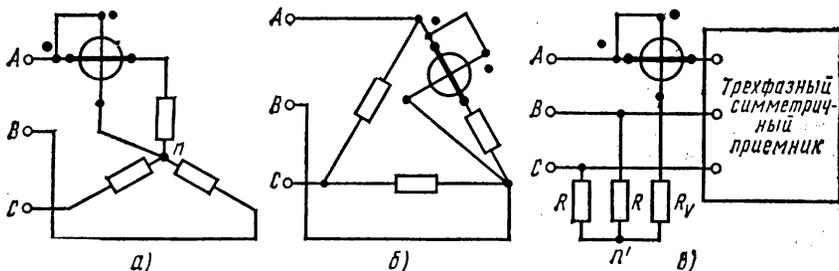


Рис. 12.12. Измерение активной мощности одним ваттметром при симметричном приемнике для различных схем включения:

а — включение звездой с доступной нейтральной точкой; б — включение треугольником; в — включение в цепь с замкнутым треугольником или звездой с недоступной нейтральной точкой

Измерение активной мощности симметричного приемника в трехфазной цепи одним ваттметром применяют только при полной гарантии симметричности трехфазной системы.

Использование двух ваттметров широко применяют для измерения активной мощности симметричного или несимметричного приемника. Этот метод пригоден только для трехпроводных трехфазных цепей. Показания двух ваттметров при определенной схеме их включения позволяют определить активную мощность трехфазного приемника, включенного в цепь с симметрич-

ным напряжением источника питания. На рис. 12.13, а показана одна из возможных схем включения ваттметров: здесь токовые катушки включены в линейные провода с токами  $I_A$  и  $I_C$ , а катушки напряжения — соответственно на линейные напряжения  $U_{AB}$  и  $U_{CB}$ .

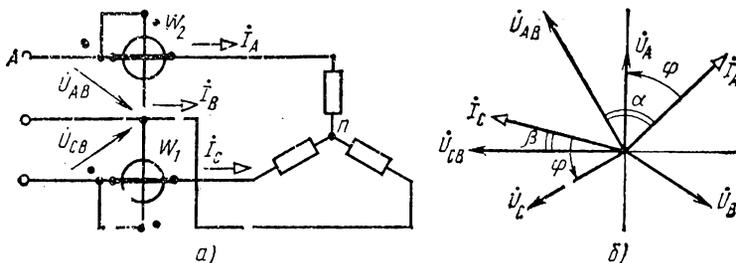


Рис. 12.13. Измерение активной мощности в трехпроводной цепи двумя ваттметрами:

а — схема включения прибора; б — векторная диаграмма

Докажем, что ваттметры в схеме рис. 12.13, а измеряют активную мощность трехфазного приемника. Мгновенная мощность трех фаз приемника соответствует выражению  $p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c$ . Заменяя значение тока  $i_b$  через два других тока  $i_b = -i_a - i_c$ , получаем  $p = u_a i_a + u_b (-i_a - i_c) + u_c i_c = (u_a - u_b) i_a + (u_c - u_b) i_c$ , или для линейных токов и напряжений источника ( $u_{cb} = u_{CB}$ ,  $i_a = I_A$  и  $i_c = I_C$ ),  $p = u_{AB} I_A + u_{CB} I_C$ .

Среднюю, т. е. активную, мощность, выраженную через действующие напряжения и токи, определяют из выражения

$$P = U_{AB} I_A \cos(\widehat{U_{AB} I_A}) + U_{CB} I_C \cos(\widehat{U_{CB} I_C}). \quad (12.14)$$

Ввиду того что косинусы углов в полученной формуле могут быть как положительными, так и отрицательными, в общем случае активная мощность приемника, измеренная по методу двух ваттметров, равна алгебраической сумме показаний.

На рис. 12.13, б приведена векторная диаграмма токов и напряжений для схемы рис. 12.13, а при симметричном активно-индуктивном приемнике, включенном звездой. Здесь  $\alpha$  — угол между векторами  $\dot{U}_{AB}$  и  $\dot{I}_A$ , а  $\beta$  — угол между векторами  $\dot{U}_{CB}$  и  $\dot{I}_C$ . При симметричном приемнике, как видно из векторной диаграммы, сумма показаний ваттметров равна

$$P = UI \cos \alpha + UI \cos \beta = UI \cos(\varphi + 30^\circ) + UI \cos(\varphi - 30^\circ), \quad (12.15)$$

или

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi, \quad (12.16)$$

где  $\varphi$  — сдвиг фаз между напряжением  $U_\phi$  и током  $I_\phi$ .

Возможны и другие схемы включения приборов для измерения активной мощности трехфазной цепи с помощью двух ваттметров (рис. 12.14, а, б).

Для измерения активной мощности в трехфазных трехпроводных цепях промышленных установок и на электростанциях широкое применение находят двухэлементные трехфазные электродинамические и ферродинамические ваттметры, которые содержат в одном кор-

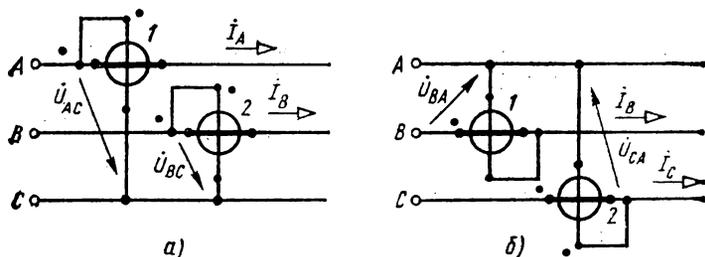


Рис. 12.14. Варианты схем включения двух ваттметров при измерении активной мощности в трехпроводной цепи

пусе два измерительных механизма и общую подвижную часть. Катушки обоих механизмов соединены между собой по схемам, соответствующим рассмотренному методу двух ваттметров. Показание двухэлементного ваттметра равно активной мощности трехфазного приемника.

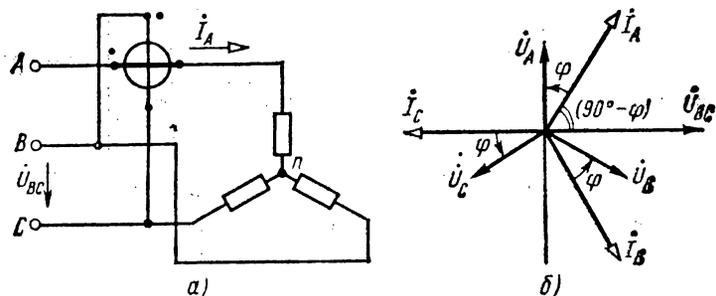


Рис. 12.15. Измерение реактивной мощности в трехпроводной цепи при симметричном приемнике:

а — схема включения; б — векторная диаграмма

Измерение реактивной мощности симметричного приемника, включенного в трехпроводную трехфазную цепь, можно произвести одним ваттметром, включив его по схеме рис. 12.15, а. Эта схема отличается от схемы рис. 12.12, а, применяемой для измерения активной мощности. Так, если токовая обмотка ваттметра включена в линейный провод с током  $I_A$ , то обмотка напряжения подключается к двум остальным проводам, т. е. на напряжение  $U_{BC}$  (на «чужое напряжение»).

Как видно из векторной диаграммы рис. 12.15, б, показание ваттметра при такой схеме включения будет соответствовать выражению  $X_W = U_{BC} I_A \cos(\widehat{U_{BC} I_A}) = UI \cos(90^\circ - \varphi) = UI \sin \varphi$ . Чтобы

определить реактивную мощность трехфазного приемника, равную  $Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi$ , достаточно показание ваттметра умножить на  $\sqrt{3}$ :

$$Q = \sqrt{3}X_W, \quad (12.17)$$

где  $X_W$  — показание ваттметра.

При симметричном трехфазном приемнике, включенном в трехпроводную цепь звездой или треугольником, реактивная мощность может быть определена с помощью измерительных схем рис. 12.13 и 12.14. Однако если активная мощность приемника равна алгебраической сумме показаний ваттметров, то реактивная мощность пропорциональна алгебраической разности показаний двух ваттметров:

$$UI \cos(\varphi + 30^\circ) - UI \cos(\varphi - 30^\circ) = UI \sin \varphi = Q/\sqrt{3}.$$

Следовательно, реактивная мощность трехфазного приемника равна разности показаний ваттметров схем рис. 12.13 и 12.14, умноженной на  $\sqrt{3}$ :

$$Q = \sqrt{3}(X_{W_1} - X_{W_2}), \quad (12.18)$$

где  $X_{W_1}$ ,  $X_{W_2}$  — показания соответственно первого и второго ваттметров.

При несимметричном приемнике реактивную мощность измеряют методом двух или трех ваттметров, включаемых в специальные схемы.

**Включение ваттметра.** Несмотря на простоту, вопрос о включении ваттметра часто вызывает затруднение на практике. Важно понять, что если ваттметр предназначен, например, для измерения активной мощности, которая от источника энергии

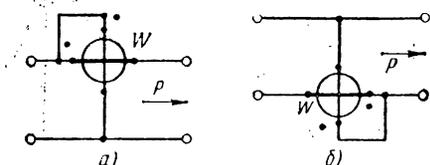


Рис. 12.16. К объяснению правил включения ваттметра

поступает в приемник, то включение ваттметра должно соответствовать этому направлению передачи энергии (рис. 12.16, а, б).

Как включить ваттметр в цепь переменного тока? Ведь здесь нет никаких помечек о положительных направлениях тока или напряжения. Следует учесть, что условно-положительные направления напряжения и тока соответствуют направлению передачи электрической энергии к потребителю. Потребление электрической энергии соответствует положительным показаниям ваттметра, когда соединены вместе начала токовой обмотки и обмотки напряжения, обозначенные значком \* (или ·).

Активную энергию в цепях переменного тока измеряют индукционными счетчиками, включаемыми в цепи по тем же схемам, что и ваттметры. В гл. 11 (см. рис. 11.14) приведена схема включения однофазного индукционного счетчика активной энергии с указанием расположенных выходных зажимов и обмоток согласно ГОСТ 6570—75.

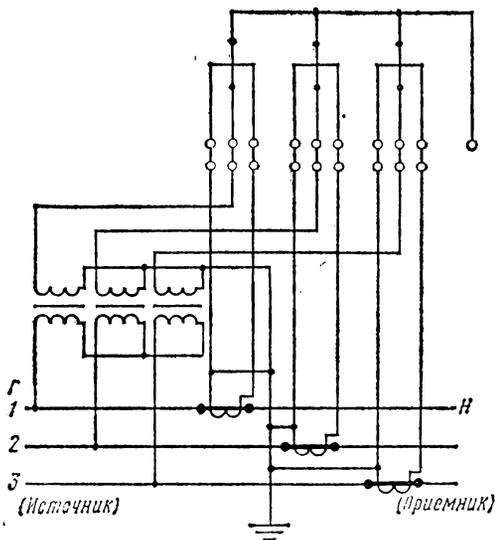


Рис. 12.17. Схема включения трехфазного индукционного счетчика

трехпроводного трехэлементного трансформаторного счетчика активной энергии (ГОСТ 6570—75), где зажимы  $\Gamma$  присоединяются к источнику питания, а зажимы  $H$  — к фазам приемника.

Реактивную энергию измеряют специальными индукционными счетчиками реактивной энергии.

### § 12.3. Измерение параметров элементов электрических цепей

Как известно, параметрами электрических цепей являются: сопротивление  $R$ , емкость  $C$ , индуктивность  $L$ , взаимная индуктивность  $M$  и др. Для измерения значений этих величин используют разнообразные методы прямого и косвенного измерения.

**Измерение электрического сопротивления постоянному току.** Электрические сопротивления электротехнических устройств (катушек, резисторов и др.) постоянному току можно условно разделить на малые (до 1 Ом), средние (1—10<sup>5</sup> Ом) и большие (свыше 10<sup>5</sup> Ом). Для измерения малых сопротивлений применяют метод амперметра — вольтметра и двойные мосты постоянного тока. Наиболее часто в практике встречаются устройства, обладающие средними сопротивлениями, для измерения которых применяют метод амперметра — вольтметра, омметры, одинарные мосты (неавтоматические с ручным уравниванием и автоматические) и различные компенсационные методы. Для измерения больших сопротивлений используют мегаомметры и тераомметры.

Метод амперметра—вольтметра (рис. 12.18) является наиболее простым косвенным методом измерения малых и средних

Как показано в § 11.3, активная энергия, учтенная счетчиком,

$$A = Cn, \quad (12.19)$$

где  $C$  — постоянная счетчика, равная активной энергии, приходящейся на один оборот диска, она выражается в ватт-секундах или гектоватт-часах;  $n$  — число оборотов диска.

Для измерения активной энергии в системах энергоснабжения широкое применение находят двух- и трехэлементные счетчики, включенные через измерительные трансформаторы тока и напряжения. На рис. 12.17 в качестве примера приведена схема включения трехфазного

сопротивлений  $R$ . Схему рис. 12.18, *а* рекомендуется применять при измерении малых сопротивлений, так как в этом случае ток  $I_A \approx I_R$  ввиду того, что вольтметр, как правило, обладает большим сопротивлением и ток  $I_V \ll I_R$ . Схему рис. 12.18, *б* лучше применять при измерении средних сопротивлений, так как в этом

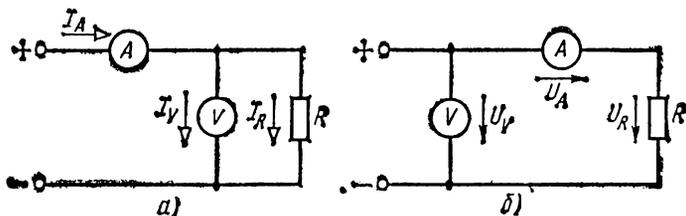


Рис. 12.18. Схемы измерения сопротивлений методом амперметра — вольтметра:

*а* — малых сопротивлений; *б* — средних сопротивлений

случае напряжение  $U_V \approx U_R$  ввиду того, что амперметр обладает малым сопротивлением и напряжение  $U_A \ll U_R$ . Измеренное сопротивление  $R_{изм}$  определяют по показаниям вольтметра  $U_V$  и амперметра  $I_A$  для обеих схем из соотношения

$$R_{изм} = U_V / I_A. \quad (12.20)$$

Однако вследствие влияния внутренних сопротивлений приборов измерение методом амперметра — вольтметра сопряжено с методической погрешностью: сопротивление  $R_{изм}$ , вычисленное из (12.20), будет отличаться от его фактического значения  $R_x$ .

При точных измерениях необходимо знать внутренние сопротивления приборов и вносить соответствующие поправки в результат измерения. Погрешность не превысит 1%, если для схемы рис. 12.18, *а* выбрать вольтметр с сопротивлением  $R_V > 100R_x$  и для схемы рис. 12.18, *б* амперметр с сопротивлением  $R_A < 100R_x$ .

**Пример.** Записать формулы для  $R_x$  и погрешностей измерения  $\delta_R$  для схем рис. 12.18.

От в е т. Для схемы рис. 12.18, *а*  $R_x = U_x / I_x = U / (I_A - I_V) = (U / I_A) / (1 - I_V / I_A) = R_{изм} / (1 - I_V / I_A)$ ;  $I_A = U / R_{изм}$ ;  $I_V = U / R_V$ , отсюда  $R_x = R_{изм} / (1 - R_{изм} / R_V)$ . Относительная погрешность измерения  $\delta_R = (R_{изм} - R_x) / R_x = -R_{изм} / (R_V + R_{изм}) = -R_{изм} / R_V$ .

Для схемы рис. 12.18, *б*  $R_{изм} = U_V / I_A = (U_A + U_x) / I_A = R_A + R_x$ , откуда  $R_x = R_{изм} - R_A$ . Относительная погрешность измерения  $\delta_R = (R_{изм} - R_x) / R_x = R_A / (R_{изм} - R_A) \approx R_A / R_{изм}$ .

О м м е т р представляет собой прибор, предназначенный для прямого измерения сопротивления. На рис. 12.19, *а* приведена схема одного из типов омметров. Он состоит из магнитоэлектрического измерительного механизма, шкала которого проградуирована в омах ( $\Omega$ ), источника питания с напряжением  $U$ , добавочного резистора  $R_d$  и имеет выходные зажимы  $AB$ , к которым присоединяют объект с измеряемым сопротивлением  $R_x$ . Ток в цепи измерителя  $I = U / (R_1 + R_{II} + R_x)$ , где  $R_1$ ,  $R_{II}$ ,  $R_x$  — сопротивления добавочного резистора,

измерителя и измеряемого объекта соответственно. Угол отклонения стрелки

$$\alpha = S_I I = S_I U \frac{1}{R_d + R_n + R_x}, \quad (12.21)$$

где  $S_I$  — чувствительность измерителя по току.

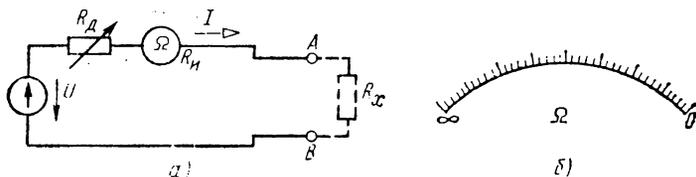


Рис. 12.19. Измерение электрического сопротивления омметром: а — схема прибора с последовательной цепью; б — шкала

При разомкнутых зажимах  $AB$  ( $R_x = \infty$ ) угол отклонения  $\alpha = 0$ , при замкнутых зажимах  $AB$  ( $R_x = 0$ ) угол отклонения  $\alpha$  максимальный, поэтому шкала у данного омметра обратная — нулевая отметка расположена не слева, как обычно, а справа (рис. 12.19, б).

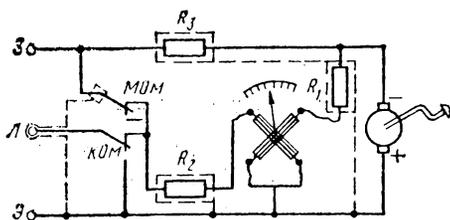


Рис. 12.20. Схема измерительной цепи мегаомметра

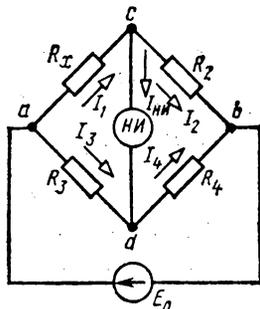


Рис. 12.21. Схема одинарного уравновешенного моста постоянного тока

Омметры удобны в практике, но имеют большую погрешность (класс точности 2,5) из-за неравномерности шкалы и нестабильности напряжения источника питания (батарея гальванических элементов). Для устранения последнего недостатка в омметрах используют логотрический измерительный механизм (см. § 11.4). В качестве примера ниже рассмотрен такой омметр, используемый для измерения больших сопротивлений.

Мегаомметр (рис. 12.20) представляет собой омметр, предназначенный для измерения больших сопротивлений (до  $10^9$  Ом). Он состоит из логотрического измерительного механизма и небольшого генератора постоянного напряжения 500 и 1000 В, приводимого в действие рукой. Для устранения утечек тока отдельные элементы прибора экранированы, экраны присоединены к специальному за-

жиму  $\mathcal{E}$  (экран). Для измерения сопротивлений, превышающих  $10^8$  Ом, используют электронные приборы, называемые тераомметрами.

Рассмотрим мостовой метод измерения. Измерительное устройство, выполненное по мостовой схеме (рис. 12.21) и позволяющее измерять электрические сопротивления методом сравнения, называют измерительным мостом. Разновидностями мостов постоянного тока являются одинарные (четырёхплечие) и двойные (шестиплечие) мосты, как уравновешенные, так и неуравновешенные. Мосты выполняются с ручным и автоматическим уравновешиванием. Наиболее широкое применение имеют одинарные уравновешенные мосты.

На рис. 12.21 представлена электрическая схема одинарного моста постоянного тока, содержащая четыре плеча и две диагонали. В одно плечо моста включается объект с измеряемым сопротивлением  $R_x$ , а три других плеча образованы резисторами с сопротивлениями  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$ . В одну диагональ моста (между узлами  $a$  и  $b$ ) включается источник питания с э.д.с.  $E_0$ , а в другую (узлы  $c$  и  $d$ ) — нулевой индикатор  $НИ$ , играющий в цепи моста роль указателя равновесия моста. Когда потенциалы точек  $c$  и  $d$  моста равны между собой, ток в нулевом индикаторе  $I_{НИ}=0$ . Мост в этом режиме находится в состоянии равновесия, т. е. признаком равновесия моста является нулевое отклонение указателя  $НИ$ . При этом справедливы соотношения  $I_1=I_2$ ,  $I_3=I_4$ ,  $R_x I_1=R_3 I_3$  и  $R_2 I_2=R_4 I_4$ . Разделив почленно два последних уравнения друг на друга и учтя равенства токов, получим

$$R_x/R_2 = R_3/R_4,$$

откуда получаем уравнение равновесия моста:

$$R_x R_4 = R_2 R_3. \quad (12.22)$$

*Произведения сопротивлений элементов, включенных в противоположные плечи уравновешенного моста, равны друг другу.*

Добившись равновесия моста путем регулирования сопротивлений резисторов в плечах, записывают их значения и вычисляют искомое значение сопротивления  $R_x$ :

$$R_x = R_2 R_3 / R_4. \quad (12.23)$$

Плечо  $R_2$  называют плечом сравнения, а плечи  $R_3$  и  $R_4$  — плечами отношения.

Одинарный мост служит для измерений только средних сопротивлений, малые и большие сопротивления измерять им не рекомендуется. Нижний предел (единицы ом) измерения моста ограничен влиянием сопротивлений соединительных проводов и переходных контактов, которые неизбежно включаются в плечо  $ac$  последовательно с измеряемым объектом  $R_x$ . Верхний предел ( $10^8$  Ом) измерения моста ограничен шунтирующим действием токов утечки.

**Пример.** Определить погрешность измерения малого сопротивления  $R_x=0,1$  Ом одинарным мостом (рис. 12.21), если сопротивление одного соединительного провода  $R_{пр}=0,01$  Ом, переходным сопротивлением контактов можно пренебречь.

Ответ. Суммарное сопротивление плеча  $ac$   $R_{ac} = R_x + 2R_{np} = 0,1 + 0,02 = 0,12$  Ом. Относительная погрешность измерения

$$\gamma_R\% = \frac{2R_{np}}{R_x} 100 = \frac{0,02}{0,1} 100 = 20\%,$$

что является недопустимым.

Для измерения малых сопротивлений служат двойные мосты, а для измерения сопротивлений в диапазоне  $10^9$ — $10^{16}$  Ом — специальные мосты [17].

Наряду с рассмотренным уравновешенным мостом в измерительной практике используют также не уравновешенные мосты, которые получили широкое применение при контроле различных электрических и неэлектрических величин.

Неуравновешенным называют мост, в котором процесс уравновешивания не доводится до конца и на диагонали  $cd$  моста остается небольшое напряжение  $U_{cd}$ .

В режиме холостого хода моста (при разомкнутых зажимах  $cd$ )

$$\begin{aligned} U_{cdx} &= R_3 I_{3x} - R_x I_{1x} = R_3 \frac{E}{R_3 + R_4} - R_x \frac{E}{R_x + R_2} = \\ &= E \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_x}{R_x + R_2} \right) \end{aligned}$$

или

$$U_{cdx} = E \left( \frac{1}{1 + R_4/R_3} - \frac{1}{1 + R_2/R_x} \right). \quad (12.24)$$

На основании последнего уравнения построен график зависимости  $U_{cdx}$  от  $R_x$  (рис. 12.22), из которого видно, что вблизи положения равновесия зависимость  $U_{cdx}(R_x)$  имеет почти линейный характер:

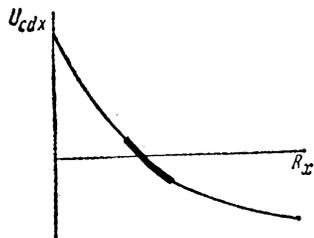


Рис. 12.22. График зависимости выходного напряжения неуравновешенного моста от значения измеряемого сопротивления

$$U_{cdx(0)} = kR_x. \quad (12.25)$$

По показаниям выходного прибора, включенного в диагональ  $cd$ , судят о значении измеряемого сопротивления  $R_x$  или функционально связанной с ним неэлектрической величины.

Неуравновешенные мосты позволяют ускорить процесс измерения, однако они отличаются меньшей точностью по сравнению с уравновешенными мостами. В качестве выходного прибора в них часто используют логометр, с тем чтобы результаты измерения не зависели от нестабильности источника питания.

Кроме мостов с ручным уравновешиванием в измерениях применяют основанные на том же принципе автоматические аналоговые или цифровые мосты. Они позволяют непрерывно следить за изменениями измеряемого параметра и даже осуществлять его регулирование.

На рис. 12.23 в качестве примера приведена принципиальная схема аналогового автоматического моста для измерения температуры. Мост содержит четыре плеча. В первое плечо  $ac$  включен чувствительный элемент  $R_t$  (терморезистор) первичного преобразователя температуры. С изменением температуры значение сопротивления  $R_t$  изменяется. Это сопротивление измеряют мостом и по нему судят о температуре. Терморезистор  $R_t$  помещен в исследуемую среду, удаленную на известное расстояние от моста. Последовательно с  $R_t$  в это же плечо включены провод линии с сопротивлением  $R_n$  и часть

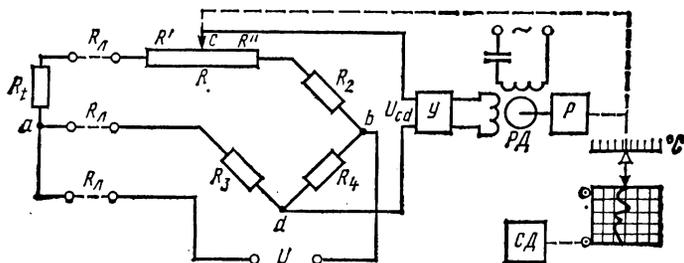


Рис. 12.23. Схема автоматического моста

резистора  $R$  моста с сопротивлением  $R'$ . Плечо  $cb$  содержит резистор  $R_2$  и часть резистора  $R$  с сопротивлением  $R''$ , плечо  $ad$  — резистор  $R_3$  и провод линии с сопротивлением  $R_n$ , плечо  $db$  — резистор  $R_4$ . От узла  $a$  третий провод линии с сопротивлением  $R_n$  подводится к источнику питания моста. Такое трехпроводное включение удаленного объекта позволяет значительно снизить влияние сопротивлений  $R_n$  длинных проводов линии.

Автоматизация процесса уравнивания моста обеспечивается механической следящей системой, которая включает в себя нулевой усилитель  $У$ , реверсивный двигатель  $РД$  и редуктор  $Р$ , воздействующий на движок  $С$  резистора  $R$  через механическую связь (показана пунктиром). При  $U_{cd} \neq 0$  двигатель  $РД$  перемещает через редуктор  $Р$  движок  $С$  и одновременно указатель выходного прибора. В качестве последнего обычно используют самописцы (см. § 11.5).

Следящая система будет обрабатывать процесс уравнивания моста до тех пор, пока  $U_{cd}$  не станет равным нулю. С изменением температуры в измеряемой среде произойдет изменение сопротивления терморезистора  $R_t$ , мост будет выведен из состояния равновесия, что вызовет появление напряжения небаланса моста  $U_{cd}$ , и следящая система вступит в действие.

Наряду с аналоговыми автоматическими мостами все большее применение находят цифровые автоматические мосты.

Компенсационный метод измерения позволяет измерять малые и средние сопротивления с наивысшей точностью. На рис. 12.24 приведена схема измерительной цепи, включающая потенциометр постоянного тока (см. § 12.1), переключатель на две позиции, образцовый резистор  $R_0$ , источник питания  $E$  и объект с из-

меряемым сопротивлением  $R_x$ . Проводя измерения при двух положениях переключателя и одном и том же значении тока в элементах  $R_0$  и  $R_x$  ( $I = \text{const}$ ), определяют  $U_{п1} = R_x I$  и  $U_{п2} = R_0 I$ . Искомое значение сопротивления вычисляют из выражения

$$R_x = R_0 \frac{U_{п1}}{U_{п2}}. \quad (12.26)$$

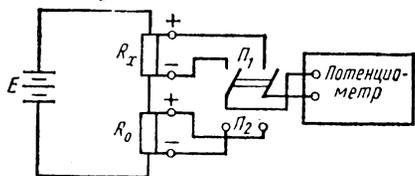


Рис. 12.24. Измерение сопротивления потенциометром

### Измерение индуктивности, взаимной индуктивности и емкости.

Для измерения индуктивности  $L$ , взаимной индуктивности  $M$  и емкости  $C$  применяют приборы непосредственной оценки и приборы сравнения.

Индуктивность  $L$  катушки как пассивного двухполюсника определяют косвенным методом с помощью амперметра, вольтметра и ваттметра или резонансным методом. При более точных измерениях пользуются мостовым методом. Взаимную индуктивность  $M$  проще всего определить индукционным методом, ее можно измерить с помощью моста. Емкость  $C$  измеряют прибором непосредственной оценки, называемым фарадметром, или мостовым методом.

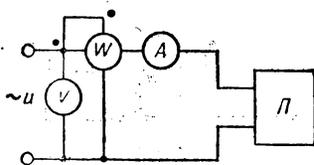


Рис. 12.25. Измерение параметров пассивного двухполюсника в цепи переменного тока амперметром, вольтметром и ваттметром

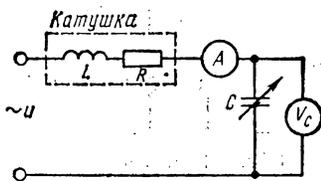


Рис. 12.26. Измерение индуктивности катушки резонансным методом

Рассмотрим некоторые из этих методов, наиболее распространенные на практике: сначала методы непосредственной оценки, а затем методы сравнения.

Метод амперметра — вольтметра — ваттметра (рис. 12.25) является удобным и доступным для практики при определении параметров пассивных двухполюсников переменного тока промышленной частоты.

Результаты измерений действующих тока  $I$ , напряжений  $U$  и активной мощности  $P$  позволяют вычислить полное сопротивление двухполюсника  $Z_x = U/I$ , активное сопротивление  $R_x = P/I^2$ , реактивное сопротивление  $X = \sqrt{Z_x^2 - R_x^2}$ . Если измеряемым объектом является индуктивная катушка, то искомая индуктивность

$$L = X_L / \omega. \quad (12.27)$$

Резонансный метод (рис. 12.26) позволяет измерить индуктивность катушки  $L$  более точно по сравнению с методом амперметра — вольтметра — ваттметра. Изменяя емкость конденсатора  $C$ , добиваются максимального значения тока в цепи, что соответствует режиму резонанса напряжений (см. § 2.11). Тогда искомая индуктивность

$$L = 1/\omega^2 C. \quad (12.28)$$

Частота источника питания  $\omega$  должна быть известна.

По схеме, аналогичной приведенной на рис. 12.26, построен прибор, называемый куметром и предназначенный для определения добротности катушки:

$$Q = X_L/R = U_C/U, \quad (12.29)$$

где  $U_C$  — напряжение на конденсаторе в резонансном режиме;  $U$  — напряжение на входе прибора.

Индукционный метод служит для косвенного измерения взаимной индуктивности  $M$  двух обмоток. Для этого в схеме

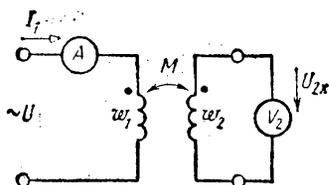


Рис. 12.27. Измерение взаимной индуктивности индукционным методом

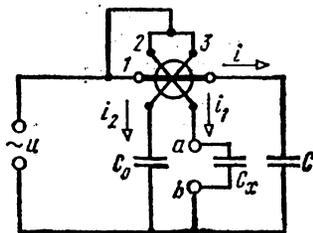


Рис. 12.28. Электродинамический фарадметр

рис. 12.27 измеряют ток  $I_1$  в цепи первичной обмотки  $w_1$ , подключенной к источнику питания, и напряжение  $U_{2x}$  на зажимах разомкнутой вторичной обмотки  $w_2$ . Сопротивление вольтметра должно быть выбрано достаточно большим, чтобы обеспечить режим, близкий к холостому ходу для вторичной обмотки, при котором напряжение  $U_{2x}$ , измеренное вольтметром, было близко к значению э.д.с. взаимной индукции  $E_m$ , наведенной на концах обмотки  $w_2$  магнитным потоком, созданным током  $I_1$ . Взаимная индуктивность определяется выражением

$$M = U_{2x}/\omega I_1, \quad (12.30)$$

где  $\omega$  — частота источника питания.

Фарадметр является прибором прямого действия, позволяющим непосредственно по шкале определить искомое значение емкости  $C_x$ . В этом приборе используется электродинамический логометр.

Электродинамический логометр подобно магнитоэлектрическому логометру (см. ранее об омметрах) содержит двоякую подвижную часть,

отклонение его указателя  $\alpha$  пропорционально отношению токов в двух подвижных катушках:  $\alpha = F(I_1/I_2)$ ,

Измерительный механизм фарадметра (рис. 12.28) содержит неподвижную катушку 1 и две подвижные, жестко скрепленные катушки 2 и 3. В цепь неподвижной катушки включен конденсатор известной емкости  $C$ , а в цепь подвижной катушки 3 — образцовый конденсатор емкости  $C_0$ . К выходным зажимам прибора  $a$  и  $b$ , т. е. в цепь подвижной катушки 2, подключается измеряемый объект с емкостью  $C_x$ . При подключении прибора к источнику питания  $u$  в параллельных ветвях появляются токи  $i_1, i_2$ . Пренебрегая сопротивлениями подвижных катушек, получим, что действующие токи и соответственно отклонение  $\alpha$  подвижной части логометра равны:

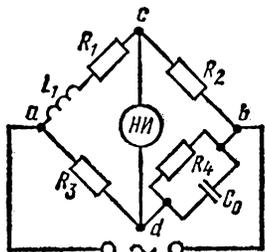


Рис. 12.29. Схема цепи моста для измерения индуктивности

$I_1 = U\omega C_x, I_2 = U\omega C_0$ , а так как  $\alpha = F(I_1/I_2)$ , то

$$\alpha = F(C_x/C_0). \quad (12.31)$$

Шкалу фарадметра градуируют непосредственно в единицах емкости и при  $C_0 = \text{const}$  прибор показывает значение  $C_x$ .

Мостовой метод измерений как метод сравнения широко применяют в цепях переменного тока для точных измерений емкости  $C$ , индуктивности  $L$  и взаимной индуктивности  $M$ .

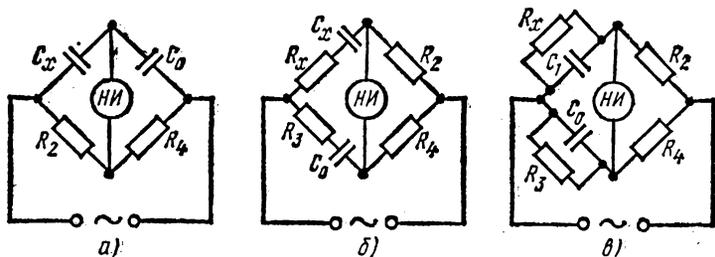


Рис. 12.30. Схемы цепей мостов для измерения емкости конденсатора:

$a$  — без потерь;  $б$  — с малыми потерями;  $в$  — с большими потерями

Мосты переменного тока делятся на одинарные, двойные, Т-образные и трансформаторные. Вывод условия равновесия одинарного моста был рассмотрен в гл. 2. Поэтому здесь остановимся только на конкретных одинарных мостах для измерения индуктивности катушек и емкости конденсаторов.

На рис. 12.29 приведена схема цепи моста, применяемого для определения параметров индуктивной катушки ( $R_1$  и  $L_1$ ). Здесь комплексные сопротивления плеч моста равны:  $\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1, \underline{Z}_2 = R_2, \underline{Z}_3 = R_3$  и  $\underline{Z}_4 = 1/(1/R_4 + j\omega C_0)$ . Подставляя эти значения в общее условие равновесия моста (см. рис. 2.32)

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3, \quad (12.32)$$

а также приравнивая мнимые и вещественные составляющие, получим

$$R_1 = R_2 R_3 / R_4 \quad \text{и} \quad L_1 = C_0 R_2 R_3. \quad (12.33)$$

На рис. 12.30 приведены схемы электрических цепей мостов, применяемых для измерения емкости  $C_x$  конденсатора без потерь (рис. 12.30, а), с малыми потерями (рис. 12.30, б) и с большими потерями (рис. 12.30, в). Подставляя в общее условие равновесия моста (12.32) конкретные значения указанных на схемах параметров элементов плеч, получим расчетное выражение для  $C_x$ , которое одинаково для всех трех схем рис. 12.30:

$$C_x = C_0 R_4 / R_2. \quad (12.34)$$

Кроме определения емкости  $C_x$  конденсатора мосты переменного тока позволяют определить сопротивление  $R_x$  эквивалентной схемы замещения. Так, например, для моста рис. 12.30, б  $R_x = R_2 R_3 / R_4$ .

**Пример.** Как показывает теория мостов переменного тока, не всякое сочетание элементов в плечах моста приводит к его уравниванию.

Из условия равновесия  $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$  можно получить два уравнения, облегчающие выбор включения элементов в плечи моста. Выразим комплексное сопротивление первого плеча в показательной форме:  $Z_1 = Z_1 e^{j\varphi_1}$ . Аналогично выражаем сопротивления остальных плеч, подставляем эти значения в условия равновесия и получаем два уравнения:

$$\begin{aligned} Z_1 Z_4 &= Z_2 Z_3, \\ \varphi_1 + \varphi_4 &= \varphi_2 + \varphi_3. \end{aligned} \quad (12.35)$$

Второе из этих уравнений позволяет правильно выбрать схему цепи моста. Так, для моста рис. 12.30, а можно написать, что  $\varphi_1 = -\pi/2$ ,  $\varphi_4 = 0$ ,  $\varphi_2 = -\pi/2$  и  $\varphi_3 = 0$ . Подставляя во второе уравнение (12.35), видим, что  $-\pi/2 + 0 = -\pi/2 + 0$ , т. е. условие равновесия выполняется.

А можно ли уравновесить мост, если в схеме рис. 12.30, б конденсатор  $C_0$  перенести в плечо с резистором  $R_4$ ?

Тогда  $\varphi_1 < 0$ ,  $\varphi_2 = 0$ ,  $\varphi_3 = 0$ ,  $\varphi_4 < 0$  и, подставляя в (12.35), получим  $\varphi_1 + \varphi_4 < 0 \neq \varphi_2 + \varphi_3$ , т. е. такой мост не может быть уравновешен.

Существуют также специальные мосты для измерения взаимной индуктивности  $M$ , они описаны в специальной литературе, так же как двойные, Т-образные, трансформаторные мосты и потенциометры переменного тока [16].

## § 12.4. Понятие об измерении неэлектрических величин

Ранее были рассмотрены методы и средства измерения электрических величин. В инженерной практике при контроле различных производственных процессов часто приходится иметь дело с измерением неэлектрических величин: механических (сила, давление, скорость и др.), тепловых (температура, теплоемкость и др.), световых (освещенность, световой поток и др.).

Для контроля неэлектрических величин и управления ими в настоящее время широко применяют электрические методы и электроизмерительные приборы. Они позволяют: получать данные с высокой степенью точности и в широком диапазоне изменения значений величин, определять характеристики объектов, находящихся на больших расстояниях и в труднодоступных местах, изучать быстропро-

текающие процессы, запоминать результаты измерения с помощью вычислительных машин или информационных систем и т. д.

Для того чтобы ту или иную неэлектрическую величину измерить, ее нужно предварительно преобразовать в электрический сигнал.

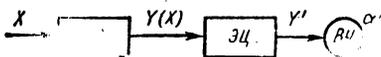


Рис. 12.31. Структурная схема устройства для измерения неэлектрической величины

Такое преобразование осуществляют с помощью датчиков или первичных преобразователей.

На рис. 12.31 показана структурная схема устройства для измерения неэлектрической величины электрическим методом. Здесь ПП —

первичный преобразователь, ЭЦ — электрическая измерительная цепь, ВУ — выходное устройство. Измеряемая неэлектрическая величина  $X$  поступает на вход ПП, на выходе которого появляется электрический сигнал  $Y(X)$ . Далее этот сигнал преобразуется в ЭЦ в другой электрический сигнал  $Y'$ , который воспринимается ВУ, в результате чего на выходе всего устройства получается, например, отклонение указателя  $\alpha(X)$ . Шкала выходного устройства градуирована непосредственно в значениях неэлектрической величины  $X$ .

Первичные преобразователи (ПП), используемые в измерениях, чрезвычайно разнообразны по устройству и принципу действия. Они делятся на генераторные и параметрические.

Генераторные ПП вырабатывают э.д.с. или ток и для их работы, как правило, не требуется дополнительный источник питания. К генераторным ПП относятся термоэлектрические преобразователи (термопары), индукционные, пьезоэлектрические, гальванические преобразователи и ряд других.

Параметрические ПП преобразуют изменение измеряемой неэлектрической величины в изменения того или иного параметра электрической цепи ( $R, L, M, C$ ) и для их работы требуется дополнительный источник питания. К параметрическим ПП относятся: терморезисторы, тензорезисторы, реостатные, индуктивные и емкостные преобразователи и др. Одну и ту же неэлектрическую величину часто можно измерить с помощью различных ПП. В табл. 12.1 приведены данные о возможностях измерения ряда тепловых и механических величин с помощью различных ПП.

Электрические измерительные цепи (ЭЦ) в рассматриваемых устройствах состоят обычно из мостов или измерительных потенциометров. В простейшем случае ЭЦ может отсутствовать, и сигнал  $Y = E(\theta)$  поступает непосредственно на выходной прибор (рис. 12.32).

Выходные устройства (ВУ), используемые при измерениях неэлектрических величин, весьма различны — от стрелочного милливольтметра до самопишущего прибора с записью на диаграммной ленте или ЭВМ. При большом количестве

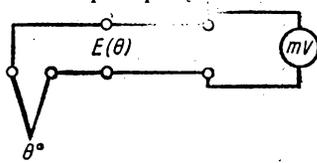


Рис. 12.32. Измерение температуры термоэлектрическим преобразователем и милливольтметром

Использование первичных преобразователей неэлектрических величин

Группа	Тип преобразователя	Измеряемая величина								
		температура	давление	скорость потока	усилия, момент	амплитуда вибрации	напряжение внутреннее	перемещение	уровень жидкости или газа	концентрация газов в растворе
Генераторные	Термоэлектрический	+								
	Индукционный			+		+				+
	Гальванический								+	
	Пьезоэлектрический		+		+	+				+
Параметрические	Тензорезистивный		+		+		+			+
	Индуктивный		+		+			+		+
	Емкостный		+		+			+	+	+
	Терморезистивный	+		+				+	+	
	Реостатный		+		+			+	+	+
	Электролитический							+	+	+
	Пирометрический	+								

одновременно контролируемых величин сигналы со всех ВУ поступают на диспетчерский пункт или в ИИС (см. § 12.5). В качестве выходных используют также многоканальные и многошкальные узкопрофильные приборы типа АСК (см. § 11.4), что позволяет одновременно контролировать 8—12 параметров одного или ряда объектов. Далее в качестве примеров рассмотрены приборы, предназначенные для измерения температуры и перемещений.

**Измерение температуры.** Для измерения температуры наиболее распространенными устройствами являются термоэлектрические тер-

мопары и термометры сопротивления, в которых используются соответственно термоэлектрореобразователи и терморезисторы.

В термоэлектрических преобразователях (термопарах) используются открытые в 1821 г. термоэлектрические явления.

Термоэлектрический преобразователь (термопара) состоит из двух проводов разнородных металлов, спаянных на одном конце. Этот спай помещают в среду с измеряемой температурой, под действием которой между двумя другими (холодными) концами возникает термо-э.д.с.  $E_{\theta}$ , находящаяся в строгой зависимости от температуры. Для длительной эксплуатации в промышленности применяют стандартные термоэлектрические термометры (ГОСТ 3044—74). Вырабатываемая ими э. д. с. в пределах температур до  $100^{\circ}\text{C}$  составляет единицы или несколько десятков милливольт.

Получаемую с помощью термоэлектрического преобразователя термо-э.д.с.  $E_{\theta}$  измеряют в простейшем случае милливольтметром либо более точно — компенсационным методом.

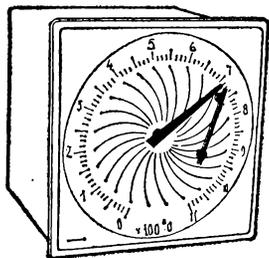


Рис. 12.33. Внешний вид автоматического потенциометра для измерения температуры

На рис. 12.33 показан внешний вид, а на рис. 12.34 — структурная схема автоматического потенциометра типа КСПЗ, широко применяемого для регистрации температуры, измеряемой термоэлектрическим термометром. Это одноточечный прибор с дисковой диаграммой. Пределы допускаемой основной погрешности показаний прибора  $\pm 0,5\%$ , а записи  $\pm 1\%$  нормирующего значения измеряемой температуры.

В автоматическом потенциометре регулирование компенсирующего напряжения  $U_{\kappa}$  и уравнивание измеряемой термо-э.д.с.  $E(\theta)$  осуществляются автоматически с помощью следящей системы.

На рис. 12.7 (см. § 12.1) показана электрическая схема цепи автоматического потенциометра с подробным указанием его компенси-

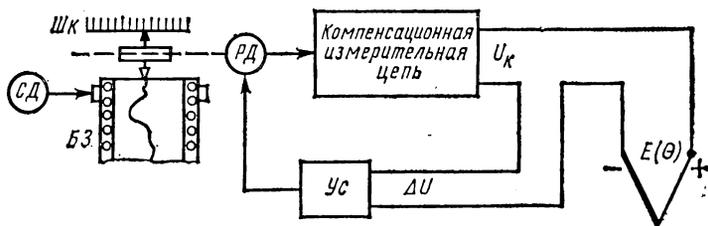


Рис. 12.34. Структурная схема автоматического потенциометра для измерения температуры

рующей измерительной цепи. В данном случае  $E(\theta)$  выступает в роли  $U_x$ .

Если  $U_{\kappa} \neq E(\theta)$ , то на входе усилителя  $Ус$  (рис. 12.34) возникает напряжение небаланса  $\Delta U$ , которое усиливается в  $Ус$  до значения, достаточного для приведения в действие реверсивного двигателя  $РД$ ,

воздействующего на движок реохорда, регулирующего  $U_k$ . Одновременно производится воздействие на каретку с указателем шкалы  $Шк$  и пером, записывающим сигнал на ленту  $БЗ$ , приводимую в движение синхронным двигателем  $СД$ . Следящая система приходит в состояние покоя при равенстве компенсирующего напряжения  $U_k$  и измеряемой термо-э.д.с.  $E(\Theta)$ . Термоэлектрические термометры применяют в различных областях техники для измерения температур до  $+2500^\circ\text{C}$ .

В термометрах со сопротивления используется свойство веществ изменять свое электрическое сопротивление с изменением температуры. Измерительным преобразователем в термометрах сопротивления является терморезистор.

Терморезистор представляет собой устройство, электрическое сопротивление которого сильно зависит от температуры. Применяются проволочные (медные, платиновые) и полупроводниковые терморезисторы.

На рис. 12.23 (см. § 12.3) была показана электрическая схема цепи автоматического моста, используемого для измерения температуры с помощью терморезистора  $R_t$ .

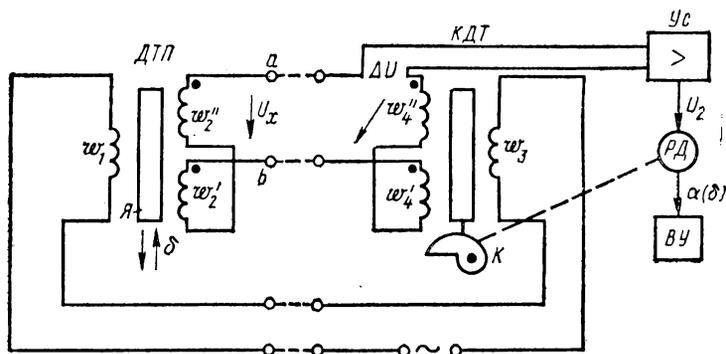


Рис. 12.35. Принципиальная электрическая схема дифференциально-трансформаторного автоматического устройства

Термометры сопротивления применяют для измерения температур в диапазоне от  $-260$  до  $+750^\circ\text{C}$ .

**Измерение перемещений.** Для измерения перемещений применяют измерительные устройства с различными схемами и преобразователями. Ниже рассмотрено одно из таких устройств.

Дифференциально-трансформаторное автоматическое устройство. На рис. 12.35 показана принципиальная электрическая схема измерения перемещения с помощью дифференциально-трансформаторного преобразователя  $ДТП$ , преобразующего линейное перемещение  $\delta$  якоря  $Я$ , происходящее под действием измеряемой величины, в электрическое напряжение между точками  $a$  и  $b$  с дистанционной его передачей. Здесь  $КДТ$  — компенсационный дифференциальный трансформатор;  $U_x$  — сигнал на выходе  $ДТП$ , являющийся функцией перемещения  $\delta$ ;  $U_k$  — ком-

пенсующее напряжение;  $K$  — кулачок;  $РД$  — реверсивный двигатель;  $ВУ$  — выходное устройство;  $Ус$  — усилитель.

В схеме используется компенсационный метод измерения сигнала  $U_x$ . При  $\delta=0$  якорь  $ДТП$  занимает среднее, одинаковое относительно вторичных обмоток  $\omega'_2$  и  $\omega''_2$  положение, и наводимые на их концах э. д. с.  $e'_m$  и  $e''_m$  одинаковые. Так как эти обмотки включены встречно, то при этом выходной сигнал  $U_x=0$ . При перемещении якоря на  $\delta$  наводимые во вторичных обмотках  $\omega'_2$  и  $\omega''_2$  э. д. с. окажутся разными, появится сигнал  $U_x$ . Он передается по проводам к трансформатору  $КДТ$  и сравнивается с  $U_k$ . Если  $U_x \neq U_k$ , то напряжение небаланса  $\Delta U$  приводит в действие следящую систему. На реверсивный двигатель с усилителя  $Ус$  поступает сигнал и  $РД$  приводит в действие указатель  $ВУ$  и кулачок  $K$ , воздействующий на якорь  $КДТ$  и изменяющий значение  $U_k$ . Следящая система приходит в состояние покоя, когда  $U_k=U_x$ . Значение  $U_x$  отсчитывается по  $ВУ$ .

Более подробно об устройстве первичных преобразователей и их использовании можно прочитать в специальной литературе.

## § 12.5. Понятие об измерительных информационных системах

Рост выпуска промышленной продукции, требования строгого контроля ее качества, а также все более расширяющаяся автоматизация технологических процессов при изготовлении различных материалов приводят к необходимости измерения и контроля многих физических величин. Такие массовые измерения невозможны без автоматизации процесса измерений.

В настоящее время измерение, контроль и обработка большого потока измерительной информации осуществляются с помощью измерительных информационных систем (ИИС).

Основными узлами ИИС являются первичные преобразователи, унифицированные преобразователи, коммутирующие устройства, установки и устройства сравнения, выходные регистрирующие устройства.

Первичные преобразователи служат для получения первичной информации об объектах исследования. Унификацию различных по характеру и значению выходных сигналов первичных преобразователей осуществляют унифицированные преобразователи. Они могут выполнять и дополнительные функции: линеаризацию зависимости выходного сигнала от измеряемой величины, обеспечение изменения выходного сигнала от нуля до определенного установившегося значения при изменении измеряемой величины от  $X_1$  до  $X_2$  ( $X_1 \neq 0$ ). Выходными сигналами унифицированных преобразователей, как правило, являются (рис. 12.36) постоянный ток и напряжение; переменный ток с изменяющейся частотой; переменные токи с изменяющимся сдвигом фаз; импульсы с изменяющимся значением; импульсы с изменяющейся длительностью и др.

Значения выходных сигналов унифицированных преобразователей нормируются стандартами Государственной системы приборов (ГСП). Так, например, нормированные значения постоянного тока составляют 0—5 мА и 0—10 мА, постоянного напряжения 0—10 В и т. д.

Коммутирующие устройства предназначены для поочередного подключения преобразователей к блокам передачи и воспроизведения измерительной информации. Основными характеристиками коммутирующих устройств являются: коэффициент передачи, определяемый как отношение сигнала на выходе коммутатора к сигналу на его входе ( $\beta_k = A_{\text{вых}}/A_{\text{вх}}$ ); быстродействие или частота коммутации, определяемое количеством переключений в единицу времени.

Для регистрации отклонений контролируемых величин от установленных используют уставки и устройства сравнения. Уставками задаются номинальные и предельно допустимые значения измеряемых величин. Как правило, эти узлы делают общими для всех контролируемых величин с автоматической перестройкой номинальных значений уставок одновременно с переключением измерительных каналов.

Представление измерительной информации в ИИС может осуществляться: аналоговыми приборами; цифровыми отсчетными устройствами в виде аналоговых зависимостей и графиков, представленных точками, получаемых соответственно с помощью самопишущих приборов и печатающих машин; в виде таблиц цифр, получаемых с помощью печатающих машин; в виде световых и акустических сигналов, свидетельствующих о достижении предельных допустимых значений контролируемых величин. Следует отметить, что представление измерительной информации приборами непосредственного отсчета возможно только при небольшом количестве измерительных каналов, так как возможности оператора следить за изменениями измеряемых величин ограничены.

В современных ИИС с большой информативностью для регистрации параметров измеряемых величин применяют быстродействующие печатающие машины и сигнализирующие средства.

ИИС подразделяются на две группы: измерительные системы и системы автоматического контроля.

Измерительные системы (ИС) предназначены для сбора измерительной информации с последующим представлением ее в удобной для наблюдения и регистрации форме.

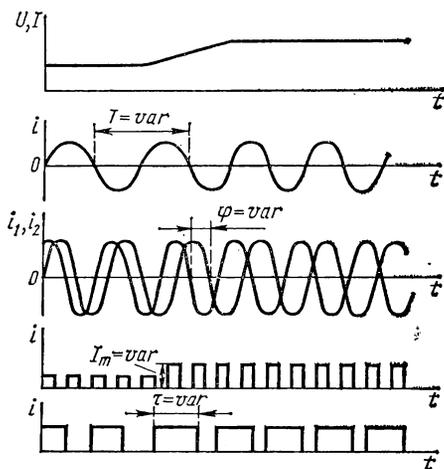


Рис. 12.36. Виды выходных сигналов унифицированных преобразователей

Системы автоматического контроля (САК) служат для получения информации об отклонениях контролируемых величин от установленных нормальных значений.

Примером построения измерительной системы с коммутатором является схема рис. 12.37. Измеряемые величины  $X_1, X_2, \dots, X_n$

через унифицированные преобразователи  $УП_1—УП_n$  поступают на коммутатор  $K$  и далее в блок преобразования сигналов  $БПС$ . Выходные сигналы последнего в форме, удобной для представления и регистрации, поступают в соответствующие блоки представления  $БПИ$  и регистрации  $БРИ$  измерительной информации. Если использовать в качестве  $БПС$  аналого-цифровой преобразователь (АЦП), то информацию можно представить в цифровой форме и регистрировать цифрочечатающей машиной. Режим работы коммутатора (частота переключений) и управление другими блоками в соответствии с заданной оператором  $O$  программой осуществляются устройством управления  $УУ$ . Если пределы изменения величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$  различные, а выходным сигналом  $УП$  является постоянное напряжение, то унифицированные преобразователи строят таким образом, чтобы чувствительность их была одинакова, т. е.

$$\frac{U_1}{X_{1m}} = \frac{U_2}{X_{2m}} = \dots = \frac{U_n}{X_{nm}} = \text{const},$$

где  $U_1, U_2, \dots, U_n$  — предельные значения выходных сигналов  $УП$ ;  $X_{1m}, X_{2m}, \dots, X_{nm}$  — предельные значения входных сигналов  $УП$ .

Описанный способ построения ИС используют обычно при незначительном отличии пределов изменения измеряемых величин в каждом канале.

Существуют ИС без коммутатора с разветвляющим уравниванием измеряемых величин (рис. 12.38). В качестве разветвляющего устройства применяется генератор линейно изменяющегося напряжения  $ГЛИН$ . Амплитуда его сигнала  $U_m$  разбивается на ряд одинаковых участков в соответствии с числом измерительных каналов (рис. 12.39). Подбором напряжений  $U_{c1}, U_{c2}, U_{c3}, \dots$  достигается расположение каждого измеряемого напряжения  $U_1, U_2, U_3, \dots$  в отведенном ему участке (см. рис. 12.38). Сравнивающие устройства  $СУ_0, СУ_2, \dots, СУ_{n-1}$  выдают сигналы на формирующее устройство  $ФУ$  в моменты равенства напряжения  $ГЛИН$  и нижнего уровня напряжения каждого измерительного канала (точки  $a_1, a_2, a_3, \dots$ ). Сравнивающие устройства  $СУ_1, СУ_2, \dots, СУ_n$  выдают сигналы на  $ФУ$  в моменты равенства напряжения  $ГЛИН$  и измеряемых сигналов  $U_1, U_2, U_3, \dots$  (точки  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ ). В результате  $ФУ$  формирует прямоугольные импульсы, длительность которых  $\Delta t_1,$

$\Delta t_2, \Delta t_3, \dots$  пропорциональна сигналам  $U_1, U_2, U_3, \dots$ . Регистрирующее устройство  $РУ$  (в данном случае измеритель интервалов времени) фиксирует значения измеряемых величин. Эти измерительные

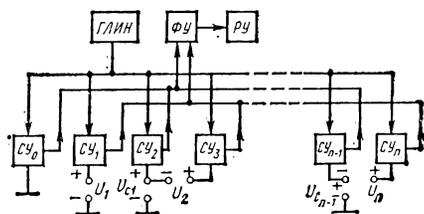


Рис. 12.38. Структурная схема построения измерительной системы с развешивающим уравниванием измеряемых величин

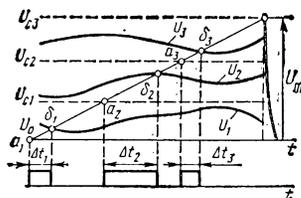


Рис. 12.39. Временные диаграммы измерительной системы рис. 12.38

системы применяют для измерения однородных величин с одинаковыми пределами изменения.

Для наблюдения за технологическими процессами преимущественно применяют системы автоматического контроля, сигнализиру-

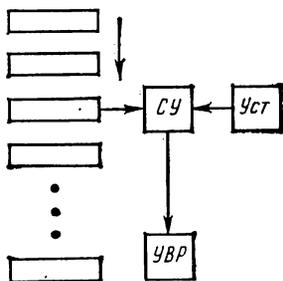


Рис. 12.40. Структурная схема системы автоматического контроля неизменных во времени параметров

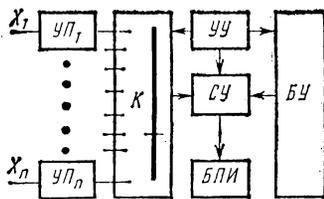


Рис. 12.41. Структурная схема системы автоматического контроля изменяющихся во времени параметров

ющие об отклонениях контролируемых величин от задаваемых номинальных значений. Контролируемые величины могут быть как неизменными во времени (например, сопротивление резисторов), так и изменяющимися параметрами каких-либо объектов (например, температура различных точек тела).

Простейшая схема реализации САК для контроля неизменных во времени параметров однородных изделий представлена на рис. 12.40. Контролируемые детали поочередно поступают в сравнивающее устройство  $СУ$ ; результат сравнения контролируемого параметра и уставки  $Уст$  (например, «больше» — «меньше») выдается устройством выдачи результатов  $УВР$ .

На рис. 12.41 представлена схема реализации САК для контроля изменяющихся во времени параметров объекта. Контролируемые

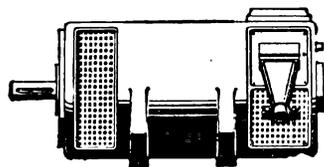
величины  $X_1(t) - X_n(t)$  через унифицированные преобразователи  $УП_1 - УП_n$  и коммутатор  $K$ , управляемый устройством управления  $УУ$ , поступают в сравнивающее устройство  $СУ$ . Здесь сигналы сравниваются с уставками, формируемыми блоком уставок  $БУ$ , а результат сравнения фиксируется блоком представления информации  $БПИ$ . Устройство управления кроме коммутатора управляет работой сравнивающего устройства и блока уставок.

Метрологические характеристики ИИС определяются теми же показателями, что и рассмотренные средства измерения. Дополнительными здесь являются следующие погрешности: от взаимного влияния измерительных каналов; от непостоянства параметров каналов связи; аппроксимации от неточности восстановления непрерывного значения измеряемой величины по дискретным значениям при последовательной передаче измерительной информации.

### Контрольные вопросы

1. Чем обусловлена высокая точность измерения компенсационным методом?
2. Как влияет форма кривой измеряемого напряжения на показания вольтметров различных систем?
3. Как подобрать амперметр (вольтметр) для уменьшения методической погрешности измерения тока (напряжения)?
4. Перечислите способы измерения параметров пассивных двухполюсников в цепях синусоидального тока. Расскажите об одном из них.
5. Как с помощью двух ваттметров измерить в трехфазной трехпроводной цепи активную и реактивную мощности приемника?
6. Как устраняется в омметрах влияние непостоянства напряжения источника питания на точность измерения?
7. В каких известных вам приборах применяют логометрический измерительный механизм?
8. Почему одинарный мост постоянного тока дает погрешность при измерении малых и больших сопротивлений?
9. С какими первичными преобразователями используются автоматические мосты и потенциометры для измерения температуры?
10. В чем заключаются преимущества электрических методов измерения неэлектрических величин?
11. Назовите устройства для измерения перемещений. Расскажите о принципе действия одного из них.

# Электрические машины и электропривод



## ГЛАВА 13

### ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ

#### § 13.1. Электрические машины: от физического прибора к современной серийной конструкции

Электрическая машина, которая по праву считается одним из самых замечательных творений человеческого гения, прошла путь от физического прибора до серийного образца примерно за 50 лет — с 20-х по 70-е годы XIX в.

Первыми электрическими машинами были машины постоянного тока. Вначале стали конструировать электрические двигатели, так как генераторами электрической энергии долгое время — почти более полувека — служили гальванические батареи. А электрический двигатель — простой и компактный — был нужен развивающемуся производству, поскольку паровая машина уже не удовлетворяла требованиям индивидуального привода.

Принцип действия электродвигателя был заложен в оригинальном электромагнитном устройстве М. Фарадея (1821), наглядно демонстрировавшем вращение проводника вокруг магнита и магнита вокруг проводника.

В течение последующих двух десятилетий были созданы разнообразные физические приборы, демонстрирующие возможность превращения электрической энергии в механическую. В одних электромагнит (катушка) поворачивался вокруг оси в поле постоянного магнита, в других осуществлялось качательное движение за счет взаимодействия магнитов. Практического применения, естественно, такие приборы получить не могли, но они указали ученым и инженерам пути к созданию более совершенных электромагнитных устройств.

Следующий этап в развитии электродвигателей характеризуется созданием первого практически пригодного электродвигателя (Б. С. Якоби, 1834—1838).

Подвижный крестообразный электромагнит  $n$  располагался внутри кольца 2, образуемого неподвижными электромагнитами. Так полу-

чили первое конструктивное оформление статор и ротор двигателя (рис. 13.1). Направление тока изменялось только в подвижных электромагнитах, для чего использовался специальный коммутатор. В результате притяжения и отталкивания электромагнитов ротор приходил во вращение.

Интересно отметить, что к этой конструкции Якоби пришел не сразу. В первой конструкции, разработанной в 1834 г., подвижные и неподвижные электромагниты располагались в разных плоскостях. Громоздкость и недостаточная мощность (15 Вт) этого двигателя заставили Якоби заняться его усовершенствованием.

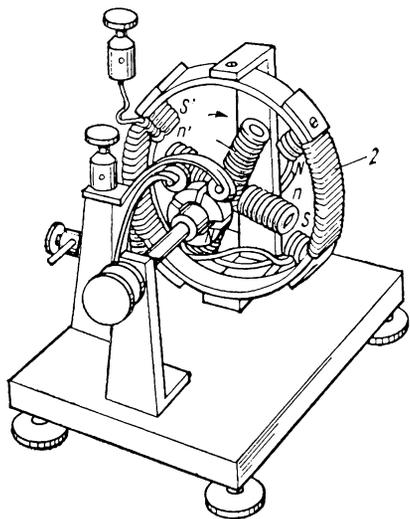


Рис. 13.1. Модель одного элемента электродвигателя Якоби (1838)

Сгруппировав 40 двигателей с крестообразным ротором, Якоби получил электродвигатель мощностью около 600 Вт (1838), который впервые в мировой практике был применен для привода гребных колес катера, ходившего по Неве с 12 пассажирами («электрический бот» Якоби). Источником питания для двигателей служили 320 гальванических элементов. Однако испытания показали, что электрическая энергия обходится слишком дорого, и двигатель был сдан в Адмиралтейство «впредь до востребования». Таким образом, в рассматриваемый период электродвигатель не мог получить широкого применения из-за отсутствия экономичного генератора. Но в отдельных случаях электродвигатель использовали для привода маломощных устройств, когда эксплуатация паровой машины была менее выгодной.

Новое направление в развитии двигателей (с 1860 г.) характеризуется созданием двигателей с кольцевым якорем [3] и практически постоянным (в отличие от пульсирующего в предыдущих конструкциях) моментом на валу. Первую модель такого двигателя построил итальянский физик А. Пачинотти.

Развитие электрических машин наглядно отражает характерную закономерность научно-технического прогресса: если развитие какой-либо отрасли техники тормозится недостаточным уровнем другой отрасли техники или области науки, то развитие последней ускоряется требованиями первой. Поэтому потребность в расширении практических применений электрической энергии стимулировала исследования по созданию более совершенных конструкций генераторов.

Заслуживает внимания и проявление других закономерностей развития техники: новое часто воссоздается в старых конструктивных формах, происходит возврат к старым идеям на новой научно-тех-

нической основе. Так, некоторые конструкции электродвигателей напоминали паровую машину и даже имели маховик (цилиндры с поршнем заменяли соленоиды с втягивающимися и выдвигающимися сердечниками). Возвратно-поступательное движение в начальный период не применялось и его преобразовывали во вращательное. А в

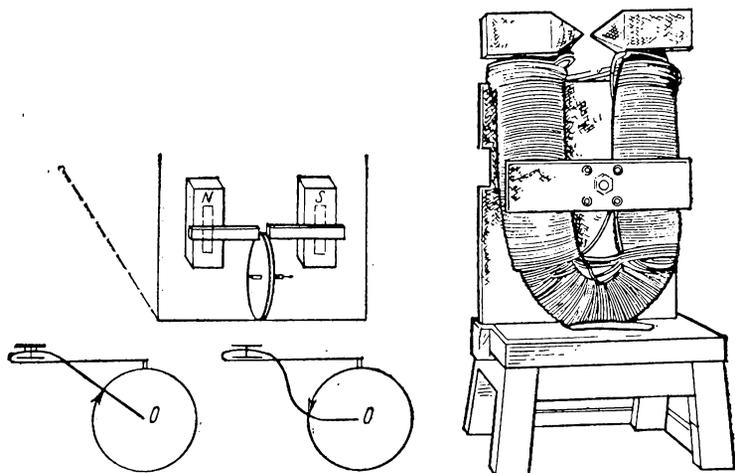


Рис. 13.2. Схема генератора Фарадея (по рисунку Фарадея). Справа — большой электромагнит, которым пользовался Фарадей

современном электроприводе применение получили линейные электродвигатели, обеспечивающие возвратно-поступательное движение многих рабочих механизмов.

В развитии электромашинных генераторов можно выделить три периода:

1830—50 годы — создание магнитоэлектрических генераторов, в которых магнитное поле создавалось постоянными магнитами;

1850—60 годы — разработка генераторов с независимым возбуждением, в которых магнитное поле создавалось электромагнитами, подключавшимися к отдельному источнику;

70-е годы — создание самовозбуждающихся генераторов с кольцевым и барабанным якорями.

Первым магнитоэлектрическим генератором был диск М. Фарадея (1831), созданный им на основе открытого явления электромагнитной индукции (рис. 13.2). Принципиально новый способ возбуждения электродвижущей силы нашел воплощение в разнообразных конструкциях электромашинных генераторов, первым из которых получил применение магнитоэлектрический генератор Б. С. Якоби (1842). Этот генератор использовался в инженерных войсках русской армии для воспламенения минных запалов. В генераторе между двумя подковообразными постоянными магнитами могла с помощью рукоятки вращаться небольшая катушка; с помощью двухпластин-

чатого коллектора \* можно было получать пульсирующее напряжение, близкое к постоянному.

Стремясь получить большую мощность, изобретатели увеличивали либо количество катушек, либо количество магнитов, либо то и другое. Это был один из характерных путей развития технических устройств. Так, например, во Франции для дуговых электрических ламп маяков использовался довольно мощный для того времени генератор фирмы «Альянс», имевший 40 постоянных магнитов и 64 катушки, приводимый во вращение паровым двигателем мощностью 6—10 л. с. (общая масса генератора достигала 4 т). Но слабое магнитное поле магнитоэлектрических генераторов побуждало электротехников изыскивать новые пути, что привело к замене постоянных магнитов электромагнитами, которые получали энергию от отдельного источника (независимое возбуждение). Такие генераторы требовали для питания обмотки возбуждения наличие отдельной машины с постоянными магнитами и поэтому широкого применения не получили. Однако их эксплуатация показала возможность использования остаточного магнитного потока полюсов для возбуждения магнитного поля, что привело в 60-х годах XIX в. к открытию принципа самовозбуждения (см. с. 369) почти одновременно в разных странах — Дании, Венгрии, Германии, Англии. Это также характеризует одну из закономерностей научно-технического прогресса — интернациональный характер важнейших открытий и изобретений. Наибольшую известность получили исследования английских инженеров братьев Варли (1866) и немецкого электротехника В. Сименса (1867).

Важнейшим этапом в развитии генераторов явилось объединение принципа самовозбуждения с конструкцией кольцевого якоря, осуществленное в генераторе З. Грамма (1870). Такие машины были намного компактнее и благодаря более совершенной конструкции коллектора позволяли получать практически постоянный ток. Кроме того, одна и та же машина могла работать как в двигательном, так и в генераторном режимах, убедительно демонстрируя принцип о б р а т и м о с т и, открытый Э. Х. Ленцем еще в 1838 г. Заслуживает внимания, что для снижения потерь от вихревых токов Грамм предложил набирать якорь из отдельных стальных проволок.

Недостатки кольцевого якоря, внутренняя часть витков обмотки которого не использовалась, привели к замене его более совершенным барабанным якорем (Гэфнер — Альтенек, 1873), применяющимся до настоящего времени. Значительному снижению магнитных потерь способствовало изготовление якорей, набранных из тонких листов электротехнической стали (1880). Были разработаны также системы охлаждения машин. Все это заметно повысило их технико-экономические показатели.

В процессе исследования и разработки разнообразных конструкций электрических машин были открыты и описаны явления противо-э.д.с. (Б. С. Якоби, 1840), реакции якоря (Э. Х. Ленц, 1847), начато изучение магнитных свойств магнитомягких материалов (А. Г. Сто-

---

\* Конструкция такого коллектора описана в [3].

летов, 1871), магнитных потерь в стали, сформулирован закон магнитной цепи (Дж. Гонкинсон, 80-е годы).

Исследования процессов преобразования энергии в электрических машинах сыграли важную роль в открытии и формулировании фундаментальнейшего закона природы — закона сохранения и превращения энергии. Так, известный немецкий ученый Г. Гельмгольц в 1847 г. математически обосновал преобразование электрической энергии в двигателе: электрическая энергия источника преобразуется в механическую энергию перемещающейся катушки и в теплоту, выделяемую в проводниках. Учитывая, что в соответствии с законом Ампера электромагнитная сила  $F = IBl$ , Гельмгольц получил выражение э.д.с. самоиндукции, аналогичное выведенному до него немецким физиком Ф. Нейманом (1845).

Математический анализ электромагнитных процессов в машине с самовозбуждением впервые осуществил Д. К. Максвелл (60-е годы).

Как отмечалось в гл. 2, в 70-х годах в связи с развитием электрического освещения возрастает интерес к переменному току и начинают разрабатываться конструкции генераторов переменного тока. В первых машинах вместо коллектора устанавливались два контактных кольца. Несколько оригинальных генераторов переменного тока были разработаны П. Н. Яблочковым для питания электрических свечей. Но практический интерес к однофазным генераторам быстро слабел, так как их можно было использовать лишь для целей освещения, а однофазные двигатели, как указывалось, не применялись, поскольку не удовлетворяли требованиям промышленного электропривода.

Новый этап в развитии электрических машин был связан с открытием явления вращающегося магнитного поля. Еще в 1824 г. французский физик Д. Ф. Араго открыл эффект «магнетизма вращения», на основе которого им был создан физический прибор, представляющий собой прообраз асинхронного двигателя: при вращении постоянного П-образного магнита начинал вращаться и тонкий медный диск, укрепленный против полюсов магнита на отдельном валу. Фарадей, открыв явление электромагнитной индукции, впервые объяснил причину вращения диска, вызванного воздействием магнитного поля на вихревые токи, возбуждаемые этим полем в диске. Но прошло более полувека, прежде чем вращающееся магнитное поле удалось получить не за счет вращения постоянного магнита, а в неподвижном устройстве, напоминающем статор электрической машины. К открытию явления вращающегося магнитного поля почти одновременно (в 1888 г.) пришли итальянский физик Г. Феррарис и югославский электротехник Н. Тесла. Они показали, что если две катушки, расположенные под прямым углом друг к другу, питать двумя синусоидальными токами, сдвинутыми по фазе на угол  $\pi/2$ , то ось симметрии результирующего магнитного поля катушек начинает вращаться в пространстве с равномерной скоростью. Так было получено двухфазное вращающееся магнитное поле, которое было использовано в первых моделях двухфазных асинхронных двигателей. Но нужно было еще найти рациональный способ получения двух переменных токов,

сдвинутых относительно друг друга по фазе на угол  $\pi/2$  или близкий к нему. Феррарис включал для этих целей одну катушку в первичную цепь трансформатора с разомкнутым магнитопроводом, а другую — во вторичную цепь (им было предложено также включать в цепь одной из катушек добавочную индуктивную катушку). В модели двухфазного двигателя Феррариса вращающееся поле вызывало вращение небольшого медного цилиндра.

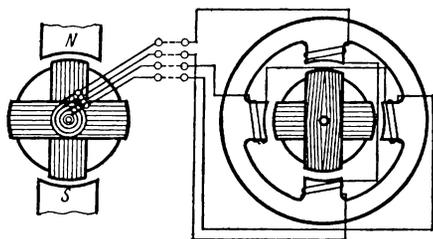


Рис. 13.3. Схема синхронного генератора (слева) и асинхронного двигателя Тесла

для питания двухфазного двигателя, был построен Н. Тесла (рис. 13.3). В магнитном поле вращались две взаимно перпендикулярные катушки, концы обмоток которых выводились на кольца, расположенные на валу генератора (на рисунке для упрощения кольца показаны разного диаметра). В катушках генерировались э.д.с., сдвинутые относительно друг друга по фазе на угол  $\pi/2$ .

На полюсах статора двигателя располагались катушки, подключаемые к зажимам генератора. Ротор имел обмотку в виде двух расположенных под прямым углом друг к другу катушек, замкнутых накоротко. Двигатель Тесла имел плохие рабочие характеристики, главным образом из-за выступающих полюсов с сосредоточенной обмоткой — здесь проявились последствия механического подражания конструктивным особенностям машины постоянного тока. И хотя двухфазные машины Тесла получили некоторое применение (в частности, для обеспечения энергией двухфазных систем была построена Ниагарская гидростанция), недостатки электрических машин этого типа, а также громоздкость и дороговизна четырехпроводной электропередачи не способствовали внедрению двухфазных систем в практику.

Интерес же к двухфазному двигателю Феррариса снизился вследствие того, что изобретатель, проводя теоретические исследования, исходил из ошибочных предпосылок, считая, что двигатель должен работать не при максимальном к.п.д., а при максимальной мощности (и здесь сказались приверженность к технике маломощных цепей постоянного тока). По подсчетам Феррариса к.п.д. двигателя не превышал 50%. Критический анализ выводов Феррариса об экономической непригодности двухфазного двигателя, проведенный М. О. Доливо-Добровольским, позволил ему разработать оригинальную конструкцию трехфазного асинхронного двигателя, сохранившуюся без существенных изменений до нашего времени.

По глубокому убеждению Доливо-Добровольского, обмотка ротора двигателя должна иметь небольшое сопротивление: тогда воз-

никающие в ней токи создадут значительный вращающий момент.

Поразительна инженерная логика выдающегося электротехника: ротор в виде медного цилиндра хорош в электрическом отношении, так как медь — прекрасный проводник, но магнитная проницаемость меди во много раз меньше проницаемости стали. Если же сделать ротор стальным, то магнитное сопротивление уменьшится и магнитный поток статора возрастет, но электрическая проводимость стали малá, поэтому к.п.д. двигателя будет низким.

Выход из этого противоречия — блестящий пример творческого инженерного мышления: в стальном цилиндре по периферии просверливались каналы, в которые закладывались медные стержни, что одновременно снижало и магнитное, и электрическое сопротивления ротора. Так родилось «беличье колесо» (или «беличья клетка») — одно из самых оригинальных конструктивных решений в истории мировой электротехники.

Учитывая недостатки двухфазного двигателя Тесла, Доливо-Добровольский сделал обмотку статора распределенной, чем значительно уменьшил магнитное поле рассеяния. Таким образом, асинхронный двигатель получил современные конструктивные формы, сохраняющиеся почти целое столетие. Испытания двигателя с короткозамкнутым ротором показали его заметные преимущества, но при этом проявился и один из существенных недостатков — большие пусковые токи. В результате исследований Доливо-Добровольский пришел к конструкции двигателя с фазным ротором (см. гл. 15), позволяющей в момент пуска включать в цепь ротора пусковой реостат. Такой тип двигателя также применяется и по настоящее время.

Для питания асинхронного двигателя был нужен трехфазный генератор. Над этой проблемой трудились многие электротехники, однако наиболее перспективный путь избрал Доливо-Добровольский. Он стремился сократить материальные затраты и искал возможность использовать для трехфазного генератора машину постоянного тока. Им было предложено сделать отпайки от трех точек якоря машины постоянного тока, отстоящих друг от друга на  $120^\circ$ , к трем кольцам на валу. Таким образом, он получил связанную трехфазную обмотку, токи в которой были сдвинуты по фазе на угол  $2\pi/3$ . Стремясь упростить конструкцию, Доливо-Добровольский «разрезал» обмотку якоря на три части, сдвинув их оси на  $120^\circ$  и предложив соединение обмоток статора звездой или треугольником.

Конструкция трехфазных генераторов, предложенная Доливо-Добровольским, была положена в основу синхронных трехфазных генераторов и в принципе сохранилась до настоящего времени.

Первый примененный для практических целей синхронный трехфазный генератор (мощностью 230 кВт), приводимый во вращение гидротурбиной, был построен для электропередачи Лауфен — Франкфурт по проекту Ч. Броуна швейцарским заводом в 1891 г.

Важным этапом в развитии электромашиностроения было создание нового типа синхронной машины — турбогенератора, в которой ротор приводился во вращение быстроходной паровой турбиной. Первый турбогенератор был построен английским инженером Ч. А. Пар-

сонсом в 1884 г. (рис. 13.4). В первые годы турбогенераторы имели различные скорости вращения, так как еще не существовало общепринятой стандартной частоты.

В начале XX в. турбогенераторостроение начинает быстро развиваться, увеличивается единичная мощность генераторов, частота

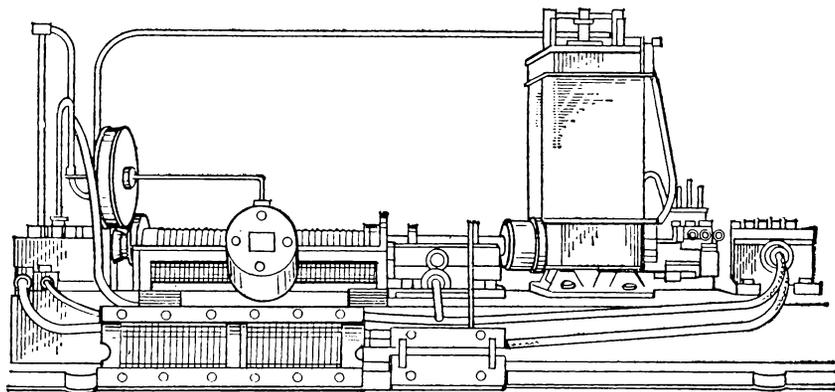


Рис. 13.4. Один из первых турбогенераторов Парсонса. Слева — турбина со снятой крышкой, справа — электрический генератор

вращения достигает 3000 об/мин, разрабатываются все более совершенные системы охлаждения и применяются более высококачественные электротехнические материалы — все это значительно повышает технико-экономические показатели турбогенераторов.

Характерной особенностью развития турбогенераторов является увеличение их единичной мощности, значительно повышающей технико-экономические показатели машины. Так, за последние полвека мощность отечественных турбогенераторов возросла в 2400 раз — от 0,5 МВт в 1924 г. до 1200 МВт в 1975 г., когда для Костромской ГРЭС был построен турбогенератор-исполин, мощность которого почти равна мощности двух Днепрогэсов. При этом существенно снижается удельный расход материала. Если один из крупнейших турбогенераторов довоенного производства (1938) мощностью 100 МВт имел удельный расход металла 2 кг/кВт, то для базовых турбогенераторов одиннадцатой пятилетки мощностью 800 МВт этот показатель снизился более чем в три раза (до 0,6 кг/кВт) (см. кривую на рис. 13.5).

Энергоблоки мощностью 800 МВт расходуют значительно меньше и условного топлива, что дает ежегодно экономию более сотни тысяч тонн условного топлива.

Улучшились технико-экономические показатели асинхронных двигателей. Например, удельный расход материалов для асинхронного двигателя мощностью 3,7 кВт (3000 об/мин) за 40 лет (с 1889 по 1930 г.) снизился с 42 до 11,3 кг/кВт. А в настоящее время этот показатель снизился до 7 кг/кВт.

И в развитии турбогенераторостроения ярко проявляется общая закономерность развития техники — необходимость перехода к использованию новых явлений и законов природы для повышения технико-экономических показателей. Так, на почти столетнем пути непрерывного совершенствования турбогенераторов одной из сложнейших проблем (как, впрочем, и для всех других электрических машин и трансформаторов) был отвод теплоты. Уже при достижении единичной мощности турбогенератора 300 МВт было установлено, что дальнейшее увеличение размеров машины — диаметра и длины ротора — невозможно из-за чрезмерных механических напряжений. Оставался один путь — увеличение плотности тока в обмотках за счет повышения эффективности систем охлаждения. В турбогенераторах мощностью до 100 МВт применялось воздушное охлаждение. В 50-х годах благодаря внедрению водородного охлаждения удалось повысить единичную мощность до 200 МВт.

И снова возникли, казалось бы, непреодолимые трудности. Однако успехи науки и техники позволили найти перспективный путь решения — была разработана водо-водородная система охлаждения, которая позволила повысить единичную мощность турбогенераторов до 500, 800 и даже 1200 МВт. Но исследования показывают, что и эта система при мощностях более 2500 МВт будет уже недостаточно эффективной.

В последнее десятилетие были проведены разнообразные теоретические и экспериментальные исследования с целью использования явления сверхпроводимости, открытого более 70 лет назад. При понижении температуры обмоток турбогенератора до близкой к абсолютному нулю их электрическое сопротивление становится ничтожно малым. Однако на пути реализации этого явления стояли довольно сложные инженерные и технологические проблемы.

Около пяти лет назад ученые Всесоюзного научно-исследовательского института электромеханики совместно с коллективами ряда крупнейших электромашиностроительных и других заводов построили первый криогенный генератор мощностью 1000 кВт, а в 1983 г. начались испытания первого в мире криогенатора мощностью 20 тыс. кВт. Эта машина по габаритам и массе вдвое меньше «обычных» турбогенераторов той же мощности. Расчеты показывают, что при достижении единичной мощности криогенатора 1000 МВт стоимость 1 кВт установленной мощности снизится на 30—40%.

Еще одним важным преимуществом обладают мощные криогенераторы: их можно изготовить на напряжения 110 кВ и более и, таким образом, исключить необходимость сооружения трансформаторных

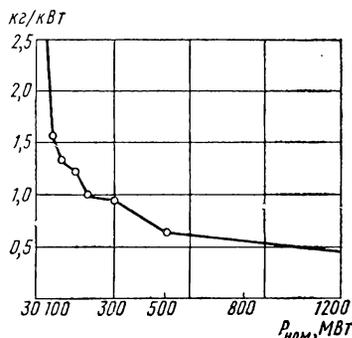


Рис. 13.5. Снижение удельного расхода материала для турбогенераторов

подстанций на многих типах линий электропередачи высокого напряжения.

Весьма сложные проблемы возникают и при разработке новых серий асинхронных двигателей.

В настоящее время асинхронные двигатели — одна из самых распространенных электрических машин. Более 40% всей электроэнергии в мире потребляется асинхронными двигателями. К 2000-му году установленная мощность всех асинхронных двигателей составит около 2 млрд. кВт, в том числе в СССР — около 750 млн. кВт (в настоящее время в СССР — более 250 млн. кВт).

При разработке новых серий асинхронных двигателей широко применяется холоднокатаная сталь, совершенствуются конструктивные формы с целью увеличения долговечности и снижения шума. Повышение к.п.д. двигателя только на 1% позволит на каждый миллион выпущенных двигателей сэкономить более 200 млрд. руб.

Изучая электрические машины, студент должен хорошо понять, что какие бы совершенные конструкции ни были созданы сегодня, они являются лишь ступенью на пути создания еще более мощных и экономичных машин. Вся история развития электрических машин — убедительный пример диалектического разрешения непрерывно возникающих противоречий между стремлением к осуществлению «идеальной» конструкции и невозможностью практической реализации этого.

### § 13.2. Э. д. с. в рабочих обмотках

**Зависимость э. д. с. проводника от магнитной индукции рабочего поля в воздушном зазоре.** Как известно из курса физики [12], при движении проводника в магнитном поле с относительной скоростью  $v_{отн}$  индуцируется электрическое поле, напряженность которого

$$\mathcal{E}_{инд} = [v_{отн} \times \mathbf{B}],$$

где  $\mathbf{B}$  — магнитная индукция в точке измерения  $\mathcal{E}_{инд}$ .

Направление вектора  $\mathcal{E}_{инд}$  определяется правилом векторного произведения или правилом правой руки, известного из курса физики.

Э.д.с. в отрезке проводника  $dl$  определяется формулой

$$de = \mathcal{E}_{инд} dl = [v_{отн} \times \mathbf{B}] dl. \quad (13.1)$$

Естественно, направление э.д.с. совпадает с направлением  $dl$ .

В электрических машинах подвижная часть — цилиндрический ротор — вращается, а неподвижная часть — статор — имеет форму полого цилиндра. Статор и ротор выполняют из ферромагнитных материалов так, что они образуют магнитопровод с необходимым воздушным зазором. Статор прочно закрепляют на фундаменте, а ротор вращается в радиальных опорах — подшипниках. На статоре и роторе размещены обмотки. Одна из них — обмотка возбуждения — служит для создания рабочего магнитного поля (поля возбуждения) машины. В другой, рабочей обмотке, индуцируются э.д.с. и создается рабочий ток.

В качестве примера на рис. 13.6, *а* дан эскиз поперечного разреза синхронной машины, у которой обмотка возбуждения *1* расположена на роторе. Обмотка состоит из четырех катушек, ток  $I_B$  в которых поддерживается внешним источником постоянной э.д.с. Ток создает в машине четырехполюсное магнитное поле, которое показано на рис. 13.6, *а* несколькими магнитными линиями. На статоре закреплены катушки рабочей обмотки, но на рисунке показаны лишь две

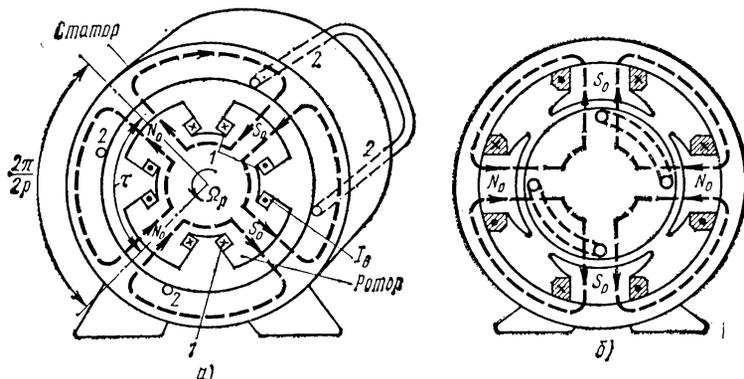


Рис. 13.6. Электромагнитная система синхронной машины (*а*) и машины постоянного тока (*б*)

катушки 2. На рис. 13.6, *б* изображен поперечный разрез машины постоянного тока, у которой обмотка возбуждения находится на статоре, а катушка рабочей обмотки — на роторе. Таким образом, в синхронной машине магнитное поле возбуждения вращается относительно рабочей обмотки, а в машине постоянного тока рабочая обмотка вращается вместе с ротором, но магнитное поле возбуждения неподвижно.

Воздушный зазор машины обычно на несколько порядков меньше ее осевой длины  $l$  (на рис. 13.6 воздушный зазор преувеличен). Поэтому магнитное поле вдоль оси машины можно считать однородным. Части катушки длиной  $l$ , находящиеся в рабочем магнитном поле машины, называют активными. Боковые части катушек у торцов магнитопровода называют лобовыми. На внутренней поверхности статора образуются полюсы чередующейся полярности — участки, на которых магнитные линии входят в поверхность или выходят из нее. Ширина этих участков  $\tau$  носит название п о л ю с н о г о д е л е н и я. Очевидно, количество полюсов статора  $2p$  равно количеству полюсов ротора (буквой  $p$  принято обозначать число пар полюсов). Ширина катушек статорной обмотки равна или несколько меньше полюсного деления.

Магнитные линии поля в воздушном зазоре перпендикулярны поверхности статора и ротора, а активные части  $l$  проводников статора перпендикулярны векторам магнитной индукции  $\mathbf{B}$  в зазоре. Кроме того, вектор линейной скорости  $\mathbf{v}_{отн}$  относительного движения проводников и вектор  $\mathbf{B}$  взаимно перпендикулярны. Это позво-

ляет из общей формулы (13.1) получить простое выражение

$$e = lv_{\text{отн}}B. \quad (13.2)$$

Проводники в пазах магнитно экранированы, что можно объяснить действием поля микротоков на ферромагнитной поверхности паза под влиянием поля возбуждения. Так как поля микротоков неподвижны относительно проводников, то э.д.с. в них наводятся полем возбуждения. Поэтому в формулу (13.2) подставляют значение магнитной индукции  $B_{\delta}$  в воздушном зазоре над проводником, т. е.

$$e = lv_{\text{отн}}B_{\delta}. \quad (13.2a)$$

Другими словами, для определения э.д.с. проводник следует «вынести» в воздушный зазор.

*Э.д.с. в проводнике изменяется во времени по тому же закону, что и магнитная индукция рабочего поля в том месте, где находится «вынесенный» проводник.* Распределение магнитной индукции в зазоре задает распределение мгновенных э.д.с. в проводниках рабочей обмотки.

При синусоидальном распределении  $B_{\delta}$  э.д.с.  $e$  каждого проводника изменяется во времени по синусоидальному закону, а ее действующее значение

$$E = lv_{\text{отн}}B_{\delta-}, \quad (13.3)$$

где  $B_{\delta-}$  — действующее значение магнитной индукции в зазоре при гармоническом законе ее распределения.

**Зависимость э. д. с. катушки от потока полюса рабочего поля.** Полученная выше формула (13.2) удобна для исследования закона распределения э.д.с. по проводникам рабочей обмотки. Однако для расчета э.д.с. в рабочей обмотке машин переменного тока целесообразно использовать другую формулу закона электромагнитной индукции:

$$e_k = - \frac{d\Psi}{dt}, \quad (13.4)$$

где  $e_k$  — э.д.с. в замкнутом контуре  $\mathcal{L}$ ;  $\Psi = \int_S \mathbf{B}d\mathbf{S}$  — потокосцепление контура;  $S$  — поверхность интегрирования, ограниченная контуром  $\mathcal{L}$ .

В курсе физики [12] на простейшем примере была доказана возможность получения формулы (13.2) как частного случая (13.4).

Согласно формуле (13.4), э.д.с. индуцируется при любом изменении потокосцепления контура:

а) при изменении во времени магнитного поля, созданного переменным током другого контура;

б) при относительном движении контура и стационарного магнитного поля, созданного постоянным или переменным током другого контура.

Примером первого варианта проявления электромагнитной индукции может служить трансформатор. В его обмотках индуцируются

синусоидальные э.д.с., так как рабочий поток в магнитопроводе изменяется по гармоническому закону  $\Phi(t) = \Phi_m \sin \omega t$ . Действующая э.д.с. обмотки с числом витков  $\omega$

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \Psi_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \omega \Phi_m, \quad (13.5)$$

если все  $\omega$  витков обмотки пронизываются одинаковым потоком. Величина  $\omega$  характеризует частоту изменения потокосцепления обмотки и, следовательно, частоту э.д.с.

Примером второго варианта могут служить электрические машины. Э.д.с. в них индуцируется вследствие относительного вращения магнитного поля и рабочей обмотки. Машины переменного тока проектируют так, чтобы распределение индукции было близко к гар-

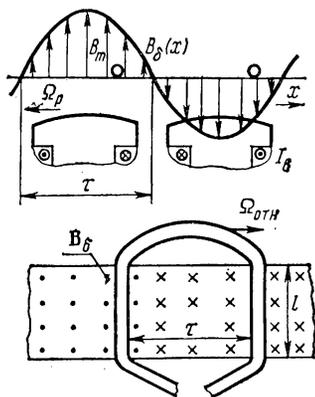


Рис. 13.7. Индуцирование э. д. с. в витке рабочей обмотки

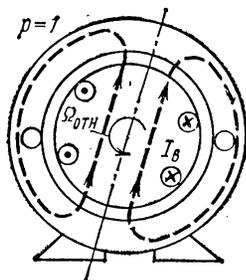


Рис. 13.8. Индуцирование э. д. с. в витке статора двухполюсным магнитным полем возбуждения

моническому. Такое распределение магнитной индукции в зазоре можно рассматривать как волну магнитной индукции, движущуюся по зазору со скоростью  $\Omega_p$  (рис. 13.7). В электродинамике относительную скорость принято определять как скорость движения контура относительно магнитного поля. Следовательно, в машине рис. 13.6, а

$$\Omega_{отн} = \Omega_{ст} - \Omega_p = 0 - \Omega_p = -\Omega_p.$$

Потокосцепление выделенной катушки статора изменяется во времени по синусоидальному закону. Когда максимум волны магнитной индукции совпадает с серединой катушки, на всей площади катушки вектор магнитной индукции имеет одинаковое направление. В этот момент потокосцепление катушки максимально. Амплитуда потокосцепления  $\Psi_m$  равна произведению числа витков катушки  $\omega_k$  на магнитный поток полюса  $\Phi_n$  магнитного поля возбуждения:

$$\Psi_m = \omega_k \Phi_n.$$

Поток полюса  $\Phi_n = \frac{2}{\pi} B_m l \tau$  является постоянной величиной и не зависит от времени  $\left( \frac{2}{\pi} B_m = B_{ср} \right)$ .

В рассматриваемых примерах рис. 13.6 четырехполосной машины частота  $\omega$  изменения потокосцепления и э.д.с. катушки статора в два раза больше частоты вращения ротора, так как направление потока, пронизывающего катушку, изменяется с двойной частотой по отношению к частоте вращения магнитного поля. Следовательно,

$$\omega = 2\Omega_{\text{отн}}$$

При двухполюсном поле (рис. 13.8) частота э.д.с. и угловая скорость ротора равны:

$$\omega = \Omega_{\text{отн}}$$

В общем случае, когда машина имеет  $p$  пар полюсов, угловая частота э.д.с. и угловая скорость  $\Omega_{\text{отн}}$  связаны соотношением

$$\omega = p\Omega_{\text{отн}} \quad (13.6)$$

По аналогии с формулой (13.5) э.д.с. катушки

$$E_{\text{к}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \Psi_m = \frac{1}{\sqrt{2}} p\Omega_{\text{отн}} \omega_{\text{к}} \Phi_{\text{п}} \quad (13.7)$$

Рабочую обмотку обычно выполняют из нескольких катушек, расположенных в различных пазах. При этом э.д.с. катушек сдвинуты по фазе, а э.д.с. обмотки меньше арифметической суммы э.д.с. отдельных катушек.

### § 13.3. Электромагнитный момент

Согласно закону Ампера, на отрезок  $d\mathbf{l}$  контура с постоянным током  $I$ , находящийся во внешнем стационарном магнитном поле в немагнитной среде, действует электромагнитная сила

$$d\mathbf{f} = I [d\mathbf{l} \times \mathbf{B}], \quad (13.8)$$

где  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции в точке измерения  $d\mathbf{f}$ .

Направление силы определяется правилом векторного произведения или правилом левой руки, известным из курса физики. Следует подчеркнуть, что в формуле (13.8) значение  $\mathbf{B}$  определяется током в остальных элементах того же контура или токами в других контурах, но не током отрезка  $d\mathbf{l}$ . Согласно формуле Лоренца, магнитное поле действует непосредственно на движущиеся заряды. Поэтому можно говорить, что  $\mathbf{f}$  — сила, действующая на поток заряженных частиц, т. е. на электрический ток.

В однородном магнитном поле на прямолинейный отрезок длиной  $l$  с постоянным током действует постоянная сила

$$F = BIl, \quad (13.9)$$

когда по всей длине отрезка вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  перпендикулярен направлению тока.

*Сила  $F$  не изменяется во времени, если магнитная индукция и ток остаются неизменными в системе отсчета, связанной с проводником  $l$ .*

Формула (13.9) справедлива также для случая, когда магнитное поле и проводник с током движутся в пространстве с одинаковой скоростью и взаимно неподвижны.

Если бы ток изменялся по периодическому закону, а магнитная индукция внешнего для тока магнитного поля оставалась постоянной, то среднее за период значение электромагнитной силы было бы равно нулю. Аналогичная ситуация была бы при постоянном токе и переменном поле, а также в случае изменения тока и магнитного поля с различной частотой.

Допустим теперь, что прямолинейный проводник с синусоидальным током

$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

находится в пульсирующем с той же частотой поле с магнитной индукцией

$$B(t) = B_m \sin(\omega t + \kappa).$$

Магнитное поле однородно вдоль проводника. Электромагнитная сила, действующая на проводник, периодически изменяется с двойной частотой:

$$\begin{aligned} f(t) &= lB(t)i(t) = lB_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \kappa) = \\ &= \frac{1}{2} lB_m I_m [\cos \kappa - \cos(2\omega t + \kappa)]. \end{aligned}$$

Постоянная (средняя) составляющая электромагнитной силы

$$F_{\text{ср}} = \frac{1}{2} lB_m I_m \cos \kappa = lB_{\sim} I \cos \kappa. \quad (13.10)$$

*Постоянная составляющая электромагнитной силы зависит от временного сдвига по фазе синусоидальных тока и магнитной индукции, а также от действующих значений  $B_{\sim}$  и  $I$ .*

Масса ротора электрических машин настолько велика, что при промышленной частоте 50 Гц за один полупериод изменения силы  $f(t)$  приращение импульса ротора пренебрежимо мало по сравнению с импульсом при установившейся номинальной скорости. Поэтому при анализе установившихся режимов нужно учитывать только постоянную составляющую силы  $f(t)$ .

В электрических машинах переменного тока э.д.с. рабочей обмотки совпадает по фазе с магнитной индукцией поля возбуждения ( $e = lBv_{\text{отн}}$ ). Поэтому угол сдвига фаз между э.д.с. и током в рабочей обмотке равен углу  $\kappa$  сдвига фаз магнитной индукции и тока. Следовательно, в формуле (13.10) произведение  $I \cos \kappa$  определяет значение проекции вектора  $\dot{I}$  на вектор  $\dot{E}$ , т. е. равно активной составляющей тока  $I_a$ .

*Постоянная составляющая электромагнитных сил в машинах переменного тока пропорциональна активной составляющей тока в рабочей обмотке:*

$$F_{\text{ср}} = lB_{\sim} I_a. \quad (13.10a)$$

*Реактивная составляющая тока проводника в переменном магнитном поле создает знакопеременную силу, среднее значение которой равно нулю. Это положение можно пояснить примером, когда ток проводника имеет только реактивную составляющую и угол  $\kappa$  сдвига фаз магнитной индукции и тока равен  $\pi/2$ . Мгновенное значение электромагнитной силы*

$$f(t) = lB_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t - \pi/2) = \frac{1}{2} B_m I_m l \sin 2\omega t.$$

Очень тонкий проводник с небольшой массой совершал бы в этом случае периодические колебания с частотой  $2\omega$ , т. е. 100 Гц. В электрических машинах, имеющих большую массу, движение проводников определяется средним за период значением силы:

$$F_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt,$$

которая в нашем случае равна нулю.

Формулы (13.9) и (13.10) определяют силу, с которой магнитное поле в немагнитной среде действует на ток в проводнике. В электрических машинах проводники рабочей обмотки уложены в пазы статора или ротора и окружены ферромагнитной средой (см. рис. 13.6 и 13.7). Поэтому в указанных формулах нужно уточнить значение магнитной индукции, определяющей силу.

Как известно из курса физики [20], ферромагнитная оболочка почти полностью экранирует внутреннюю полость от внешнего для этой оболочки магнитного поля. Таким образом, магнитная индукция поля возбуждения в месте расположения проводников близка к нулю, а электромагнитные силы, действующие на проводники с током, незначительны.

*В электрических машинах электромагнитный момент создается за счет действия магнитного поля возбуждения на микроток, проходящие по поверхности пазов с рабочими токами.*

В курсе физики использовалось понятие «микроток» для описания явления намагничивания ферромагнетиков. Линейная плотность этих токов на поверхности раздела ферромагнитной и магнитной сред равна тангенциальной составляющей намагниченности ферромагнитной среды у поверхности раздела. Поэтому как формула наведенной э.д.с. (13.2), так и формулы электромагнитной силы (13.9), (13.10) остаются справедливыми при условии, что величина  $B$  характеризует магнитную индукцию в точке воздушного зазора машины над местом расположения проводника с рабочим током:

$$F = lB_{\delta}I, \quad (13.9a)$$

$$F_{\text{ср}} = lB_{\delta} \sim I_a. \quad (13.10b)$$

Формулы (13.9a) и (13.10b) позволяют упростить описание электромагнитных процессов в машинах, продолжая условно называть величины  $F$  и  $F_{\text{ср}}$  силами, действующими на токи  $I$  в проводнике.

Электромагнитный момент, действующий на ротор (диаметром  $D$ ) или статор машины, равен алгебраической сумме моментов сил, которые приложены к  $N$  проводникам их обмоток:

$$M = \sum_{j=1}^N \frac{D}{2} F_j. \quad (13.11)$$

Электрическую машину можно рассматривать как изолированную электромеханическую систему. В подобной системе электромагнитные моменты, действующие на статор и ротор, должны быть численно равны, но направлены в противоположные стороны. Это соответствует принципу равенства нулю суммы электромагнитных сил, действующих в уединенной системе контуров с токами. Простейший пример такой системы — два прямолинейных тока — рассматривался в школьном курсе физики при знакомстве с законом Ампера. Поэтому при анализе природы возникновения электромагнитного момента машины и при расчете его значения в формулу (13.11) можно вводить силы, действующие или на ротор, или на статор.

Например, в машине рис. 13.6 электромагнитные силы, приложенные к ротору, возникают в результате воздействия поля токов статора на постоянный ток в катушках, охватывающих полюсы ротора. Поскольку ток в роторе не изменяется, поле токов статора машины как преобразователя энергии также не должно изменяться в системе координат, связанной с ротором. Другими словами, для направленного преобразования энергии поле токов статора должно быть неподвижно относительно ротора, т. е. вращаться с той же скоростью, что и ротор. Поэтому такие машины называют синхронными. Как будет показано в § 13.5, двух- или трехфазная система синусоидальных токов в катушках статора образует вращающееся магнитное поле.

Поле ротора рассматриваемой машины рис. 13.6 вращается в пространстве и магнитная индукция этого поля в системе координат, связанной со статором, изменяется по гармоническому закону. Следовательно, токи статора должны изменяться по тому же закону и с той же частотой. Только в этом случае в машине будет возникать рабочий электромагнитный момент.

### § 13.4. Преобразование энергии

Общие закономерности процесса преобразования энергии в электрических машинах удобно рассмотреть на простейшем макете машины без магнитопровода, с прямолинейным движением проводника в магнитном поле возбуждения.

В макете электрического двигателя постоянного тока (рис. 13.9,а) рабочий ток  $I$ , созданный источником постоянной э.д.с.  $E_{\text{вн}}$  замыкается по направляющим 1, 2 и по поперечному прутку 3, который может катиться вдоль направляющих. Вся цепь находится в однородном магнитном поле возбуждения, векторы магнитной индукции  $\mathbf{B}$  которого перпендикулярны прутку. Согласно закону Ампера, на ток

в прутке действует электромагнитная сила

$$F = lBI,$$

которая уравнивает внешнюю, противодействующую движению силу  $F_{вш}$ :

$$F = F_{вш}.$$

При этом условии прутки движется с постоянной скоростью  $v$ . За время  $dt$  совершается механическая работа  $Fvdt$ , которая создается в процессе преобразования

электрической энергии источника э.д.с.  $E_{вш}$ . Одновременно часть электрической энергии теряется на теплоту в проводниках контура, имеющих сопротивление  $r$ . Закон сохранения энергии в рассматриваемой системе выражается уравнением

$$E_{вш}I dt = rI^2 dt + Fv dt. \quad (13.12)$$

После подстановки  $F = lBI$  получается

$$E_{вш}I dt = rI^2 dt + lBIv dt.$$

Произведение  $lBv$  выражает формулу э.д.с.  $E$ , индуцированной в движущемся прутке 3 [см. формулу (13.2)]. Отсюда

$$E_{вш}I dt = rI^2 dt + EI dt. \quad (13.13)$$

Из уравнения (13.13) следует уравнение баланса мощности электрической цепи:

$$E_{вш}I = rI^2 + EI, \quad (13.14)$$

где  $E_{вш}I = P_{эл}$  — электрическая мощность источника;  $rI^2 = \Delta P_{эл}$  — потери электрической мощности на теплоту;  $EI = P_{эм}$  — электромагнитная мощность.

Электромагнитная мощность

$$P_{эм} = EI = lBvI = Fv = F_{вш}v \quad (13.15)$$

равна механической мощности, развиваемой двигателем. Следовательно, в двигателе электромагнитная мощность характеризует скорость преобразования электрической энергии в механическую.

В электрическом генераторе аналогичной конструкции (рис. 13.9, б) прутки 3 движется под действием внешней механической силы  $F_{вш}$ . Если прутки перемещаются равномерно со скоростью  $v$ , то в нем индуцируется постоянная э.д.с.  $E = lBv$ . Эта э.д.с. создает постоянный ток  $I$  в контуре 1—3—2, к которому подключен приемник энергии с сопротивлением  $R$ . Уравнение баланса мощности электрической

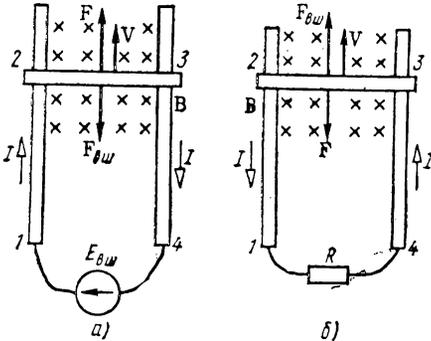


Рис. 13.9. Макеты электрического двигателя (а) и генератора (б) постоянного тока

цепи имеет вид

$$EI = rI^2 + RI^2. \quad (13.16)$$

На ток  $I$  в прутке  $3$  действует электромагнитная сила

$$F = lBI,$$

тормозящая движение прутка. Эта сила уравнивается внешней силой  $F_{\text{вн}}$  первичного двигателя. Баланс мощности в рассматриваемой электромагнитной системе имеет вид

$$F_{\text{вн}}v = rI^2 + RI^2, \quad (13.17)$$

где  $F_{\text{вн}}v = P_{\text{мех}}$  — механическая мощность первичного двигателя;  $rI^2 = \Delta P_{\text{эл}}$  — мощность потерь электрической энергии в контуре  $1-3-2$  на теплоту;  $RI^2 = P_{\text{эл}}$  — электрическая мощность, выделяющаяся в приемнике энергии.

Механическая мощность первичного двигателя

$$F_{\text{вн}}v = Fv = lBIv = EI = P_{\text{эм}} \quad (13.18)$$

равна электромагнитной мощности.

*В генераторе электромагнитная мощность характеризует скорость преобразования механической энергии в электрическую.*

Рассмотрим теперь макет генератора переменного тока. Допустим, что в макете рис. 13.9, б магнитная индукция поля возбуждения изменяется вдоль направляющих по гармоническому закону.

Если к прутку  $3$  (рис. 13.9, б) приложить внешнюю силу, то прутки начнут двигаться и в нем будет индуцироваться синусоидальная э.д.с. При равномерном движении действующее значение этой э.д.с.  $E = lB_{\text{отн}}v$  [см. формулу (13.3)]. Э.д.с.  $E$  создает в цепи ток той же частоты. В результате действия поля возбуждения на ток в движущемся прутке  $3$  возникнет электромагнитная сила, среднее значение которой, согласно (13.10), равно  $lB_{\text{отн}}I_a$ . Электромагнитная мощность

$$P_{\text{эм}} = F_{\text{ср}}v = lB_{\text{отн}}I_a v = EI_a \quad (13.19)$$

равна активной электрической мощности генератора.

Для макета двигателя переменного тока можно получить аналогичное уравнение.

В отличие от рассмотренных макетов магнитное поле возбуждения электрических машин усиливается ферромагнитными материалами магнитопровода, а подвижная часть — ротор — вращается. В магнитопроводе машин возникают магнитные потери  $\Delta P_{\text{маг}}$  при относительном вращении частей магнитопровода и магнитного поля возбуждения (см. § 8.2). Для отвода теплоты, выделяющейся в обмотках и в магнитопроводе, предусмотрена система вентиляции. Работа вентилятора сопряжена с механическими потерями энергии  $\Delta P_{\text{мех}}$ . Все виды потерь при преобразовании энергии отмечены на диаграммах баланса мощности двигателя и генератора (рис. 13.10, а, б).

Коэффициент полезного действия  $\eta$  преобразователя равен отношению мощностей на его выходе и на входе.

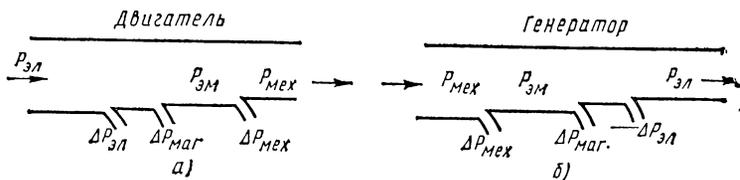


Рис. 13.10. Энергетические диаграммы электрического двигателя (а) и генератора (б)

Для двигателя

$$\eta_{\text{д}} = P_{\text{мех}}/P_{\text{эл}}.$$

Для генератора

$$\eta_{\text{г}} = P_{\text{эл}}/P_{\text{мех}}.$$

У электрических двигателей коэффициент полезного действия значительно выше, чем у тепловых. При номинальной нагрузке к.п.д. достигает 0,7—0,99 в зависимости от мощности машины. Верхний предел относится к машинам переменного тока мощностью 100 МВт и выше.

### § 13.5. Бегущее и вращающееся магнитные поля

**Понятие о движущемся магнитном поле.** Как вы помните из курса физики [13], наиболее наглядное представление магнитного поля дает картина линий магнитной индукции. Касательные к этим линиям указывают направление векторов магнитной индукции, а плотность линий характеризует их значение. Магнитное поле создается электрическими токами проводимости в обмотках (макротоками) и микротоками в ферромагнетике. Движение в пространстве контуров тока (обмоток или намагниченных тел) вызывает соответствующее движение магнитного поля. Если бы можно было видеть магнитные линии, то такое движение глаз воспринимал бы как непрерывное смещение картины поля. Для наблюдателя, движущегося вместе с полем, картина линий поля будет казаться неизменной. В качестве примера рассмотрим вращение поля постоянного магнита в форме подковы относительно неподвижного цилиндра. На рис. 13.11 изображена эта система с торца и показаны лишь полюсы магнита. В произвольной точке  $P$  на поверхности цилиндра (в неподвижной системе координат) магнитная индукция будет непрерывно изменяться. Если точка наблюдения  $Q$  движется вместе с магнитом и неподвижна относительно поля, созданного магнитом, то магнитная индукция в этой точке не изменяется. Следовательно, топография поля кажется неизменной.

В электротехнике известно другое физическое явление, когда можно наблюдать движение магнитного поля, созданного неподвижными контурами с переменными токами. Для получения этого явления необходимо определенным образом расположить обмотки с токами; кроме того, токи в обмотках должны иметь временной сдвиг по фазе.

Наиболее часто применяют двухфазные и трехфазные обмотки. Мгновенное распределение токов в проводниках этих обмоток непрерывно смещается в пространстве (вращается или движется прямолинейно). Соответственно суммарное магнитное поле этих токов будет иметь те же свойства, что и поле движущегося магнита или обмотки с постоянным током.

Движущиеся магнитные поля широко используют в технике. В большинстве электрических машин переменного тока вращающееся поле токов статора заставляет вращаться ротор. Во многих механизмах с линейным движением можно с успехом использовать бегущее вдоль

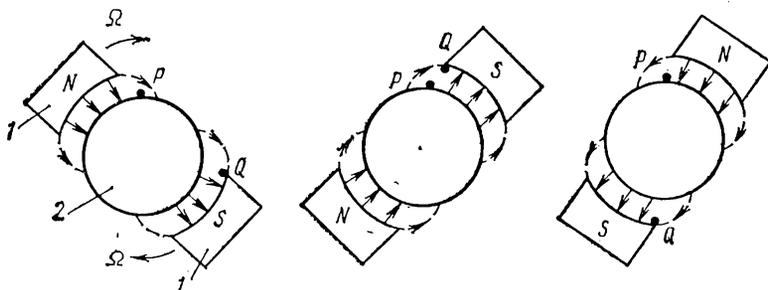


Рис. 13.11. Магнитные линии вращающегося поля при вращении постоянного магнита (1) относительно неподвижного ферромагнитного цилиндра (2)

заданной прямой магнитное поле. Такое поле создают в электромагнитных насосах для электропроводных жидкостей, в частности для жидких металлов, агрессивных сред и т. д. В таких насосах отсутствуют движущиеся части (роторы, поршни). Движение жидкости происходит вследствие воздействия бегущего или вращающегося магнитного поля на вихревые токи, индуцированные этим полем в проводящей жидкости.

Во всех существующих электрических машинах для усиления поля применяют ферромагнитные материалы, так что между статором и ротором остается минимальный воздушный зазор. В теории электрических машин поле в воздушном зазоре играет фундаментальную роль. Известно, что по распределению магнитной индукции в воздушном зазоре можно рассчитать э.д.с. в обмотке, а также электромагнитные силы, действующие на токи в обмотках. Следовательно, при знакомстве с вращающимся магнитным полем нужно сконцентрировать внимание на анализе поля в кольцевом воздушном зазоре между статором и ротором.

**Пульсирующее магнитное поле однофазной обмотки.** Простейшая однофазная обмотка статора в виде четырех последовательно соединенных проводников изображена на рис. 13.12. Эти проводники можно рассматривать как две соединенные последовательно одновитковые катушки. Активные части проводников уложены в пазы статора и соединены лобовыми частями обмотки. Обмотку и ее магнитное поле удобно изображать на развертке машины. Для образования развертки мысленно разрежем машину в радиальной плоскости и развернем ее воз-

душный зазор вдоль прямой (рис. 13.13). При этом кольцевой воздушный зазор между статором и ротором преобразуется в прямолинейный. Допустим, что обмотка подключена к источнику переменного тока  $i(t) = I_m \cos \omega t$  и в момент времени  $t=0$  ток в обмотке имеет указанное на рис. 13.13, а направление. Ток в проводниках образует поле, магнитные линии которого изображены на второй проекции (рис. 13.13, б). Проверьте с помощью правила правогоходавого винта направление магнитных линий. В воздушном зазоре магнитные линии перпендикулярны поверхности статора и ротора, так как эти поверхности являются гра-

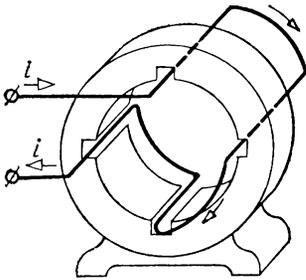


Рис. 13.12. Простейшая одно-фазная обмотка статора

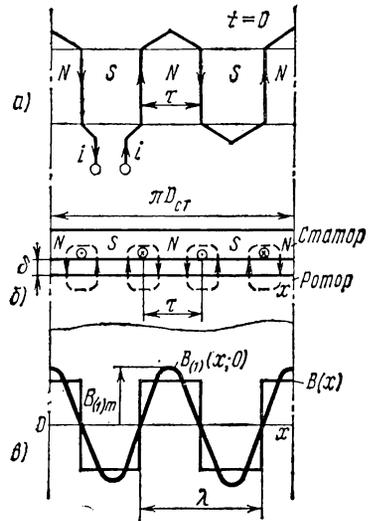


Рис. 13.13. Развертка обмотки рис. 13.12 (а), магнитное поле токов обмотки (б) и распределение магнитной индукции в воздушном зазоре машины (в)

ницами раздела двух сред — ферромагнитной среды и воздуха. На поверхностях статора и ротора образуются чередующиеся северные и южные полюсы. Ширина  $\tau$  каждого полюса равна шагу обмотки — расстоянию между сторонами катушек с противоположным направлением токов (рис. 13.13, б). Ширина полюса  $\tau$ , общее число полюсов  $2p$  и диаметр статорной расточки  $D_{ст}$  связаны соотношением

$$2p\tau = \pi D_{ст}. \quad (13.20)$$

Обмотка на рис. 13.13 выполнена из катушек шириной  $\tau = \pi D_{ст}/4$ , а общее число полюсов ее поля  $2p=4$ .

Пренебрежем магнитным сопротивлением ферромагнитных участков магнитной цепи машины. Тогда закон полного тока для любой магнитной линии приобретет вид

$$2\delta H_\delta = i,$$

где  $H_\delta$  — напряженность магнитного поля в зазоре;  $\delta$  — ширина зазора.

Магнитная индукция в зазоре

$$B_{\delta} = \mu_0 H_{\delta} = \frac{\mu_0 I}{2\delta} . \quad (13.21)$$

Кривая распределения магнитной индукции в зазоре  $B(x)$  вдоль статорной расточки построена на рис. 13.13, в. Представив прямоугольную кривую рядом Фурье и ограничившись первой гармоникой, можно записать аналитическое выражение закона распределения \*:

$$B(x) \approx B_{(1)}(x) = B_{(1)m} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} . \quad (13.22)$$

Для рассматриваемого поля

$$\lambda = \pi D_{ст} / 2 . \quad (13.23)$$

Амплитуда первой гармоники  $B_{(1)m}$  не остается постоянной, она пульсирует вместе с током:

$$B_{(1)m} \approx \frac{\mu_0}{2\delta} I_m \cos \omega t . \quad (13.24)$$

Коэффициент при  $\cos \omega t$  определяет амплитуду магнитной индукции  $B_m$ . Подставляя (13.24) в (13.23), получим удобное для анализа выражение

$$B(t, x) = B_m \cos \omega t \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} . \quad (13.25)$$

На рис. 13.14 изображено распределение магнитной индукции в зазоре четырехполюсной машины для различных моментов времени.

Вспомнив материал раздела курса физики «Колебания и волны» [13], легко обнаружить сходство полученного выражения (13.25) с уравнением стоячей волны. Для стоячей волны характерны неподвижность узлов (точек  $B=0$ ) и непрерывная пульсация по гармоническому закону (рис. 13.14). Длина волны  $\lambda$ , равная расстоянию между точками с одинаковой фазой колебаний, определяется шириной полюсов магнитного поля  $\tau$  и, следовательно, числом полюсов статора:

$$\lambda = 2\tau = \pi D_{ст} / p .$$

Изменяя шаг между проводниками с различным направлением тока, т. е. ширину катушек с током, можно изменить число полюсов поля и число полупериодов стоячей волны магнитной индукции, образующейся в воздушном зазоре магнитной системы. Машина имеет кольцевой воздушный зазор, и стоячая волна как бы смыкается.

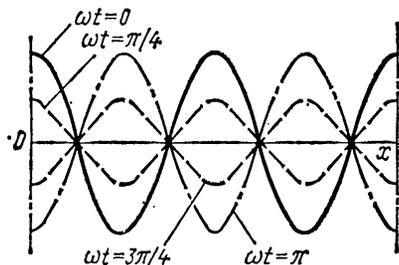


Рис. 13.14. Стоячая волна магнитной индукции в зазоре машины с однофазной обмоткой

\* Здесь и далее индекс  $\delta$  опущен.

**Разложение пульсирующего магнитного поля на два бегущих.** Как известно из курса физики, стоячую волну можно рассматривать как результат наложения прямой и обратной волн, бегущих в противоположных направлениях с одинаковой скоростью. Доказательство этого положения связано с простым тригонометрическим преобразованием вида

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos (\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos (\alpha + \beta).$$

Выполнив такое преобразование для уравнения (13.25), получим

$$\begin{aligned} B(t, x) &= \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t + 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) = \\ &= B_{np}(t, x) + B_{об}(t, x). \end{aligned} \quad (13.26)$$

Скорость бегущей волны характеризуется скоростью  $v$ , движения в пространстве фиксированной фазы этой волны. Для определения скорости нужно найти производную  $dx/dt$  из уравнения  $\left( \omega t \pm 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) = \text{const}$ , характеризующего постоянство фазы колебания:

$$v = \frac{dx}{dt} = \pm \frac{\omega \lambda}{2\pi} = \pm \frac{\omega \tau}{\pi} = \pm f \lambda. \quad (13.27)$$

Знак «+» указывает на то, что направление движения волны совпадает с направлением отсчета положительных значений  $x$ , при  $v = -\omega \tau / \pi$  волна движется в сторону отрицательной полуоси « $-x$ ». Следовательно, первая составляющая выражения (13.27) представляет прямую волну магнитной индукции в зазоре, а вторая — обратную. Линейная скорость движения волны пропорциональна частоте  $\omega$  изменения тока в обмотке и ширине катушек  $\tau$ , определяющей длину бегущей волны  $\lambda$ .

Воздушный зазор машины, в котором движутся волны, имеет форму замкнутого кольца. Поэтому во многих случаях удобнее использовать не линейную, а угловую скорость  $\Omega = \frac{v}{\pi D_{ст}} 2\pi$ . Подставляя сюда выражение линейной скорости (13.27), получим

$$\Omega = \omega / p. \quad (13.28)$$

На практике широко применяют другую величину — частоту вращения  $n$ , выражаемую в оборотах в секунду:

$$n \left( \frac{\text{об}}{\text{с}} \right) = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\omega}{p 2\pi} = \frac{f}{p} \quad (13.29)$$

или в оборотах в минуту

$$n \left( \frac{\text{об}}{\text{мин}} \right) = \frac{60f}{p}. \quad (13.29a)$$

Например, обмотка с шириной катушек  $\tau=0,1$  м при частоте тока  $f=50$  Гц создает магнитное поле, бегущее со скоростью  $v=(2\pi \cdot 50 \times 0,1)/\pi=10$  м/с.

Если катушки уложены на статоре с длиной расточки  $\pi D_{ст}=0,4$  м, то магнитное поле в кольцевом зазоре имеет две пары полюсов ( $p=2$ ) и вращается с угловой скоростью

$$\Omega = \frac{2\pi \cdot 50}{2} = 157 \text{ рад/с.}$$

Частота вращения этого поля

$$n \text{ (об/с)} = \frac{50}{2} = 25 \text{ об/с,}$$

$$n \text{ (об/мин)} = \frac{50 \cdot 60}{2} = 1500 \text{ об/мин.}$$

Возможность замены стоячей волны магнитной индукции в воздушном зазоре двумя бегущими волнами лежит в основе анализа работы любой машины переменного тока. Если каким-либо путем удастся подавить одну из бегущих волн, то останется вторая волна, которая, взаимодействуя с ротором машины, обеспечит его вращение. Возможность подавления одной из волн возникает при использовании многофазных обмоток с соответствующей многофазной системой токов.

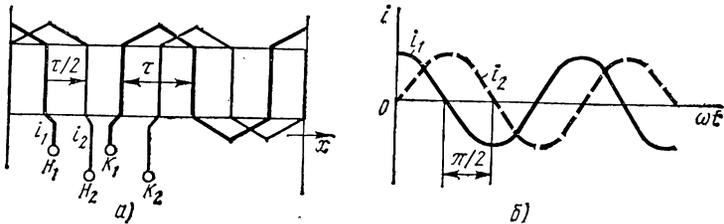


Рис. 13.15. Развертка двухфазной обмотки статора (а) и кривые мгновенных токов в фазах обмотки (б)

**Вращающееся магнитное поле двухфазной обмотки.** Рассмотрим в качестве примера поле простейшей двухфазной обмотки, содержащей в каждой фазе по две одновитковые катушки (рис. 13.15, а). Катушки первой и второй фаз смещены в пространстве на половину полюсного деления  $\tau$  (ширины катушки), т. е. на  $\tau/2$ . Токи в фазах обмотки имеют сдвиг на угол  $\pi/2$  (рис. 13.15, б). Амплитуды токов одинаковы. Стоячие волны магнитной индукции этих фаз описываются уравнениями

$$\begin{aligned} B_1(t, x) &= B_m \cos \omega t \cos \pi \frac{x}{\tau}, \\ B_2(t, x) &= B_m \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( \pi \frac{x}{\tau} - \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \quad (13.30)$$

Разложим обе стоячие волны на бегущие в прямом и обратном направлениях:

$$B_1(t, x) = \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t - \pi \frac{x}{\tau} \right) + \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t + \pi \frac{x}{\tau} \right), \quad (13.31)$$

$$B_2(t, x) = \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t - \pi \frac{x}{\tau} \right) + \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t + \pi \frac{x}{\tau} - \pi \right).$$

Накладываясь, *обратные волны компенсируют друг друга*, так как они находятся в противофазе. *Прямые волны совпадают по фазе, и в воздушном зазоре остается только одна результирующая волна, бегущая в прямом направлении:*

$$B(t, x) = B_1(t, x) + B_2(t, x) = B_m \cos \left( \omega t - \pi \frac{x}{\tau} \right). \quad (13.32)$$

Бегущая по воздушному зазору волна магнитной индукции  $B(t, x)$  условно изображена на рис. 13.16, а, где отрицательные и положительные полупериоды отложены в одну сторону относительно зазора. Движение волны можно отождествить с перемещением полюсов  $N$  и  $S$  по поверхности статорной расточки. На рис. 13.16, б показаны несколько магнитных линий результирующего поля. Такая картина вращения магнитных линий представилась бы «зрителю», способному «видеть» магнитное поле.

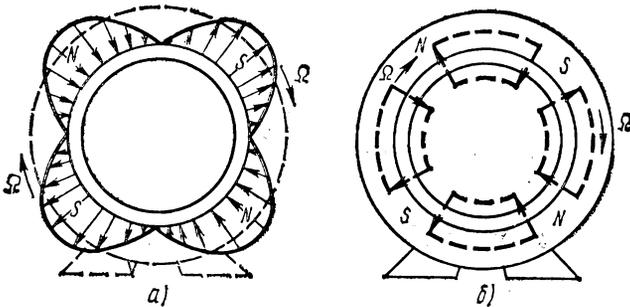


Рис. 13.16. Вращающееся магнитное поле обмотки рис. 13.15: распределение магнитной индукции в зазоре машины (а) и магнитные линии поля (б)

Изменение направления вращения магнитного поля производят путем изменения фазы тока  $i_2$  (или  $i_1$ ) на  $180^\circ$ , т. е. переключением выводов одной фазы обмотки на зажимах источника питания. В уравнении (13.30) для магнитной индукции  $B_2(t, x)$  соответственно изменится знак аргумента:

$$B_2(t, x) = B_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( \pi \frac{x}{\tau} - \frac{\pi}{2} \right)$$

Это приводит к другому фазовому смещению прямых и обратных волн:

$$B_1 = \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t - \pi \frac{x}{\tau} \right) + \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t + \pi \frac{x}{\tau} \right),$$

$$B_2 = \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t - \pi \frac{x}{\tau} + \pi \right) + \frac{1}{2} B_m \cos \left( \omega t + \pi \frac{x}{\tau} \right).$$

Теперь компенсируются прямые волны так, что

$$B = B_1 + B_2 = B_m \cos \left( \omega t + \pi \frac{x}{\tau} \right).$$

Результирующее поле будет вращаться в обратную сторону со скоростью  $v = -\omega\tau/\pi$ .

Таким образом, двухфазной обмоткой можно создать одну результирующую волну магнитной индукции при условии:

- 1) смещения катушек одной фазы относительно катушек другой фазы на расстояние  $\tau/2$ ;
- 2) временно́го сдвига по фазе токов в фазах обмотки на угол  $\pi/2$ ;
- 3) равенства действующих фазных м.д.с.

**Вращающееся магнитное поле трехфазной обмотки.** Трехфазную обмотку выполняют в виде трех групп катушек, смещенных в пространстве на  $2/3\tau$ . На рис. 13.17 изображена торцовая часть машины с простейшей обмоткой, каждая фаза которой состоит из одной катушки. Трехфазную обмотку соединяют звездой или треугольником и подключают к трехфазному источнику э.д.с. так, что токи  $i_A$ ,  $i_B$  и  $i_C$  имеют сдвиг фаз на угол  $2/3\pi$ . Каждая из трех фаз обмотки создает свою стоячую волну индукции.

Результирующее магнитное поле образуется наложением трех прямых и трех обратных волн:

$$B = (B_{Aпр} + B_{Bпр} + B_{Cпр}) + (B_{Aоб} + B_{Bоб} + B_{Cоб}).$$

Математическими преобразованиями, подобными тем, которые сделаны для двухфазной обмотки поля, можно доказать взаимную компенсацию обратных волн. *Прямые волны совпадают по фазе и усиливают друг друга*, так что магнитная индукция результирующего поля

$$B(t, x) = \frac{3}{2} B_m \cos \left( \omega t - \pi \frac{x}{\tau} \right) \quad (13.33)$$

имеет максимальное значение, в 1,5 раза больше амплитуды  $B_m$  магнитной индукции поля одной фазы.

В эффекте вращения магнитного поля трехфазной обмотки можно убедиться, рассматривая эпюры токов в проводниках обмотки и картину результирующего магнитного поля для нескольких моментов вре-

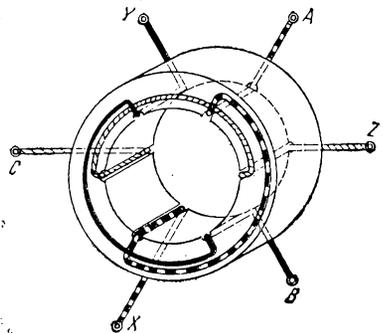


Рис. 13.17. Вид с торца трехфазной обмотки статора, образующей двухполюсное магнитное поле

мени: на максимуме токов в фазах  $i_A = I_m$ ,  $i_B = I_m$  и  $i_C = I_m$  (рис. 13.18, а). На рис. 13.18, б дан разрез машины с трехфазной обмоткой из одновитковых диаметральных катушек шириной  $\tau = \pi D_{ст}/2$ . Поэтому катушки фаз смещены в пространстве на угол  $2/3\pi$ . В момент времени  $t_1$  ток  $i_A$  в катушке  $A-X$  достигает положительного максимума и направлен от зажима  $A$  к зажиму  $X$  (рис. 13.18, б). В то же время токи в двух других катушках отрицательны, т. е. направлены от концов катушек ( $Y$  и  $Z$ ) к началам ( $B$  и  $C$ ). Рассматривая направления всех шести токов, легко обнаружить их симметрию. Ось симметрии системы токов совпадает с осью катушки  $A-X$ , перпендикулярной плоскости катушки. Следовательно, результирующее магнитное поле трех катушек должно иметь такую же симметрию. Две магнитные линии этого поля изображены на рис. 13.18, б. Изучив направления токов в два последующих момента времени  $t_2$  и  $t_3$ , которые соответствуют максимумам токов в катушках  $B-Y$  и  $C-Z$ , легко можно провести магнитные линии результирующего поля катушек (рис. 13.18, в, г). Сопоставление магнитных полей на рис. 13.18, б-г указывает на вращение всей картины токов и магнитного поля по часовой стрелке. Можно сказать, что мгновенные токи «бегут» по поверхности статорной рачточки, «увлекая» за собой магнитное поле. В момент максимума тока в одной из фаз обмотки потокосцепление этой фазы максимально, т. е. векторы тока и потокосцепления на векторной диаграмме каждой фазы должны совпадать.

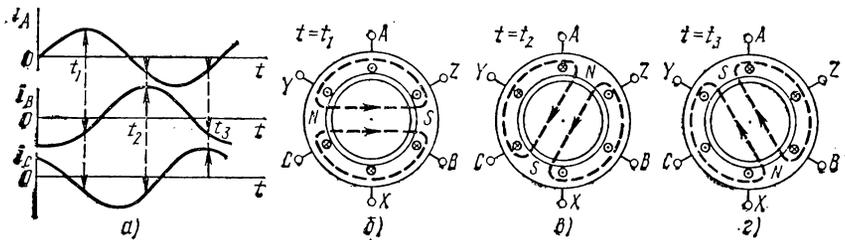


Рис. 13.18. Кривые мгновенных токов в трехфазной обмотке (а) и вращение магнитного поля (б—г)

Условия образования одной волны результирующего поля трех- и двухфазными обмотками аналогичны. Для трехфазных обмоток эти условия сводятся к следующим:

- 1) смещение катушек разных фаз на  $2/3\tau$ ;
- 2) сдвиг токов по фазе на  $2/3\pi$ ;
- 3) равенство действующих фазных м.д.с.

За один период  $T$  поле делает полный оборот, что соответствует выведенной ранее формуле  $\Omega = \omega/p$ : при  $\tau = \pi D_{ст}/2$  число пар полюсов  $p = 1$  и  $\Omega = \omega$ ,  $n(\text{об/с}) = f$ .

Реверсирование поля осуществляется переключением на зажимах источника питания двух выводов трехфазной обмотки (например,  $A$  и  $B$ ). При этом фазы  $A$  и  $B$  обмотки как бы поменяются местами, т. е.

изменится их относительное пространственное смещение. Чередование фаз  $A, B, C$  на статоре будет уже не по часовой, а против часовой стрелки. Соответственно изменится и направление вращения поля.

**Магнитный поток полюса вращающегося поля.** Выведем формулу, связывающую магнитный поток полюса вращающегося магнитного поля  $\Phi_n$  с током  $I_m$  в одной из фаз обмотки, которая создает это поле. Согласно выражению (13.24) амплитуда магнитной индукции поля одной фазы (при  $t=0$ )

$$B_{(1)m} \approx \frac{\mu_0}{2\delta} I_m.$$

Амплитуда волны результирующего поля равна  $\frac{k}{2} B_m$  ( $k=2; 3$  — число фаз обмотки). Среднее значение индукции в пределах одного полюса  $B_{cp}$  связано с амплитудой  $\frac{k}{2} B_{(1)m}$  соотношением

$$B_{cp} = \frac{2}{\pi} \frac{k}{2} B_{(1)m}.$$

Тогда магнитный поток полюса

$$\Phi_n = B_{cp} \tau l = \frac{k}{\pi} \frac{\mu_0 \tau l}{2\delta} I_m.$$

Выражение  $2\delta/\mu_0 \tau l = R_3$  характеризует магнитное сопротивление для магнитного потока  $\Phi_n$ , которое создает воздушный зазор машины. Следовательно,

$$\Phi_n = \frac{k}{\pi} \frac{I_m}{R_3}.$$

Если обмотка имеет не один виток на полюс и фазу (см. рис. 13.12), а  $\omega$  витков, то поток полюса выражается формулой

$$\Phi_n = \frac{k}{\pi} \frac{\omega I_m}{R_3}. \quad (13.34)$$

Выражение (13.34) аналогично полученному ранее выражению (8.16) для потока пульсирующего магнитного поля. Согласно формуле (8.16), ток  $I_m$  в обмотке, создающий вращающееся поле, пропорционален сопротивлению воздушного зазора (чем больше ширина  $\delta$  воздушного зазора, тем больше ток в обмотке).

### Контрольные вопросы

1. Как происходит преобразование электрической энергии источника э. д. с.  $E_{вн}$  в механическую энергию двигателя рис. 13.9, а?
2. Почему нужно увеличить силу  $F_{вн}$  при увеличении тока (уменьшении сопротивления  $R$ ) в генераторе рис. 13.9, б?
3. Что называется электромагнитной мощностью машины?
4. Почему коэффициент полезного действия машины меньше единицы?
5. Чем различаются явления электромагнитной индукции в трансформаторе и в электрической машине? Какова общность этих явлений?
6. Запишите формулы э. д. с. электромагнитной индукции в катушке рабочей обмотки машины. Какие физические величины определяют значение э. д. с.?

7. При каких условиях среднее значение электромагнитных сил, действующих на токи в рабочей обмотке, будет отличным от нуля?

8. Может ли переменное магнитное поле возбуждения машины создавать вращающий момент?

9. Почему среднее значение электромагнитной силы, действующей на переменный ток, пропорционально его активной составляющей?

## ГЛАВА 14

### МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### § 14.1. Области применения машин постоянного тока

Несмотря на преимущественное распространение электроэнергии переменного тока, электрические машины постоянного тока в настоящее время широко применяются в качестве двигателей и несколько меньше — в качестве генераторов. Это объясняется важными преимуществами двигателей постоянного тока перед другими электродвигателями: они допускают плавное регулирование частоты вращения простыми способами и обладают лучшими пусковыми качествами — развивают большой пусковой момент при относительно небольшом токе. Поэтому их широко используют в качестве тяговых двигателей на электротранспорте.

Электродвигатели постоянного тока часто являются исполнительными звеньями систем автоматического регулирования, а специальные генераторы используются как усилители электрических сигналов управления и как тахогенераторы — датчики частоты вращения.

Генераторы низкого напряжения (6—12 В) применяются для питания электролитических ванн (токи до 10 000 А), зарядки аккумуляторных батарей, высококачественной сварки (напряжения 20—70 В).

Машины постоянного тока входят в состав автомобильного, судового и самолетного электрооборудования, дорожно-строительных машин. Диапазон мощностей машин постоянного тока достаточно широк — от единиц ватт (микромашин) до 9000 кВт (крупные двигатели для прокатных станов, гребных винтов кораблей).

Наиболее распространены машины общепромышленного применения серии П, выпускаемые как двигатели или как генераторы на мощности 0,15—200 кВт, частоты вращения 2870—550 об/мин (более мощные машины — тихоходные), напряжения 110—460 В.

При целом ряде преимуществ машины постоянного тока имеют существенный недостаток, связанный с работой так называемого щеточно-коллекторного узла. При определенных неблагоприятных условиях щетки могут искрить (см. § 14.4), что снижает надежность работы и требует надзора и ухода за машиной. Такую машину нельзя использовать во взрывоопасных средах. Коллектор усложняет и удорожает ее конструкцию и эксплуатацию по сравнению с бесколлекторной машиной переменного тока. Например, двигатель постоянного тока мощностью около 3 кВт в 3,5 раза дороже асинхронного. Кроме того, для питания двигателей постоянного тока требуется дополнительное оборудование — генераторы постоянного тока или выпрямители, так как основной вид электроснабжения промышленности — электроэнергия переменного тока.

## § 14.2. Устройство и принцип действия машины постоянного тока

**Электромагнитная схема.** В гл. 13 было отмечено, что в машине постоянного тока создается неподвижное магнитное поле полюсов статора, в котором вращается ротор с расположенными на нем проводниками, образующими рабочую обмотку.

Рассмотрим подробнее схему устройства машины постоянного тока. На рис. 14.1 показана магнитная система двухполюсной машины и картина поля в ней.

Основные полюсы укреплены на внутренней поверхности полового стального цилиндра — станины, являющейся частью магнитопровода. На полюсах находятся катушки, соединенные последовательно и образующие обмотку возбуждения. Магнитное поле создается током возбуждения  $I_B$  в катушках (реже постоянными магнитами). Цепь возбуждения — это вспомогательная цепь машины. Картина магнитного поля изображена на рис. 14.1 магнитными линиями.

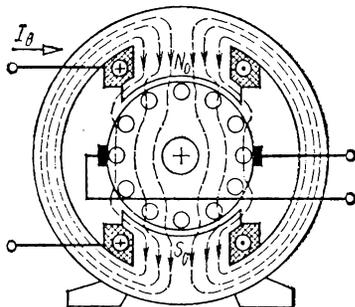


Рис. 14.1. Магнитное поле двухполюсной машины

Магнитная система и поле машины симметричны относительно продольных осей полюсов  $N_0$ — $S_0$ . Линии, проходящие посередине между смежными полюсами, называют поперечными магнитными осями, а их следы на поверхности якоря — геометрическими нейтральными. Ротор с рабочей обмоткой в машинах постоянного тока называют якорем. Для равномерного распределения магнитной индукции в зазоре между полюсами и якорем (см. рис. 14.12) служат полюсные наконечники, как бы охватывающие якорь. Обмотка якоря состоит из уложенных на поверхности (в пазах) ротора «активных» проводников, соединенных в витки (секции, см. рис. 14.9) так, что она всегда представляет собой замкнутый контур. Поскольку обмотка якоря вращается, соединение ее с внешней цепью осуществляется с помощью скользящего контакта с помощью неподвижных электрографитовых щеток. Цепь якоря — это главная цепь машины.

**Получение постоянной э. д. с. якоря.** Рассмотрим получение постоянного напряжения между щетками. Для этого изобразим модель якоря между двумя полюсами машины (рис. 14.2).

Пусть машина используется в качестве генератора и якорь приводится во вращение с постоянной угловой скоростью  $\Omega$  в указанном на рис. 14.2 направлении, а внешняя цепь отключена. В проводниках, лежащих в пазах на поверхности и пересекающих линии нормальной к ней составляющей магнитной индукции  $B$  в зазоре между полюсом и якорем, при вращении якоря наводятся э.д.с.

$$e = Blv,$$

где  $l$  — длина проводника (или якоря);  $v$  — линейная (окружная) скорость проводников.

Эти проводники называют **активными**.

Соединительные проводники на торцевых поверхностях якоря (лобовые части, см. рис. 14.8 и 14.9) не пересекают магнитных линий и в них э.д.с. не наводятся.

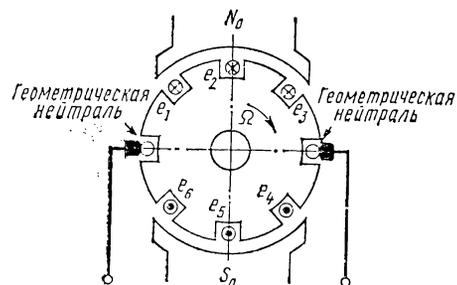


Рис. 14.2. Модель якоря двухполюсной машины

Применив известное правило правой руки для определения направления э.д.с. в активных проводниках, убедимся, что во всех проводниках, движущихся под одноименными полюсами, э. д. с. направлены одинаково (крестики или точки). Под северным и южным полюсами направления э.д.с. противоположны. В проводниках, проходящих геометрические нейтралы, э.д.с. не наводятся, так как

здесь  $B=0$ . Таким образом, при вращении якоря в его проводниках наводятся переменные э.д.с.

Как указывалось, обмотка якоря представляет собой замкнутый контур (это легко видеть на изображении простейшей обмотки якоря — бесконечной спирали на тороиде рис. 14.3, которая применялась в пер-

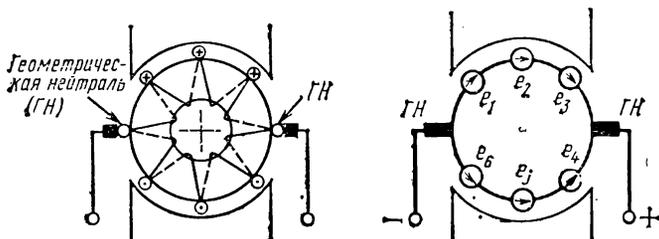


Рис. 14.3. Простейшая замкнутая обмотка якоря и ее схема

вых машинах). Однако ток в контуре не возникает, так как алгебраическая сумма мгновенных значений э.д.с.  $e$  всех последовательно соединенных проводников обмотки равна нулю: обмотка выполняется с равным числом проводников под каждым полюсом, магнитные потоки полюсов одинаковы, полярность полюсов чередуется.

Если установить неподвижные электрографитовые щетки для осуществления скользящего контакта с проводниками, проходящими геометрические нейтралы (см. рис. 14.2), то между щетками всегда будут находиться проводники обмотки с одинаково направленными э.д.с.  $e$ , сумма которых максимальна и постоянна (при сдвиге щеток эта сумма уменьшается).

В действительности щетки касаются не проводников на поверхности якоря, а соединенных с ними соответствующих пластин коллекто-

ра (см. рис. 14.4 и 14.9). Коллектор — цилиндр, набранный из медных пластин, изолированных одна от другой прокладками, и закрепленный на валу. Щетки устанавливают так, чтобы они касались пластин коллектора, соединенных с проводниками, проходящими геометрические нейтралы.

В результате установки щеток и соединения их с внешней цепью обмотка якоря по отношению к его зажимам оказывается разделенной на параллельно соединенные ветви с одинаковыми

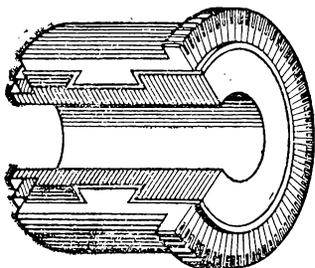


Рис. 14.4. Коллектор (разрез)

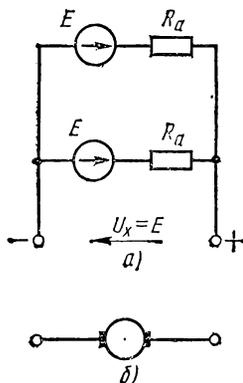


Рис. 14.5. Схема замещения обмотки якоря с двумя параллельными ветвями (а), изображение якоря по ГОСТ (б)

э.д.с.  $E$  и сопротивлениями  $R_a$ . Из схематически изображенной на рис. 14.5, а обмотки якоря видно, что э.д.с. якоря  $E$  равна э.д.с. любой из параллельно соединенных ветвей. Внутреннее сопротивление якоря  $R_a$  — это эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей обмотки. Обычно оно мало (от долей ома у крупных машин до единиц ом у небольших). Если к зажимам якоря генератора присоединить внешнюю электрическую цепь, то э.д.с. якоря создаст в цепи ток якоря (ток нагрузки, рабочий ток). В двигателе ток создается внешним источником и в ястре делится на токи параллельных ветвей. Направление тока во всех проводниках одной параллельной ветви одинаковое, противоположное направлению токов в другой ветви.

Обычно машина постоянного тока выполняется многополюсной (см. рис. 14.6 и 14.7). При этом возрастает число пар щеток и параллельных ветвей якоря.

На электрических схемах якорь машины постоянного тока изображают (ГОСТ 2.756—76) условно в виде окружности с двумя диаметрально расположенными щетками (рис. 14.5, б), а обмотку возбуждения — как индуктивный элемент, см. рис. 14.15.

**Конструкция современной машины постоянного тока.** Выше была рассмотрена двухполюсная модель машины постоянного тока. Современные машины имеют не менее четырех полюсов. На рис. 14.6 показаны основные элементы конструкции четырехполюсной машины, а на рис. 14.7 — разрез ее магнитной системы.

Станина (6 на рис. 14.6) представляет собой полый стальной цилиндр, внутри которого укреплены основные полюсы 5 магнитной системы с катушками обмотки возбуждения. Между основными находятся узкие добавочные полюсы 4 со своими катушками (их назначение рассмотрено в § 14.4).

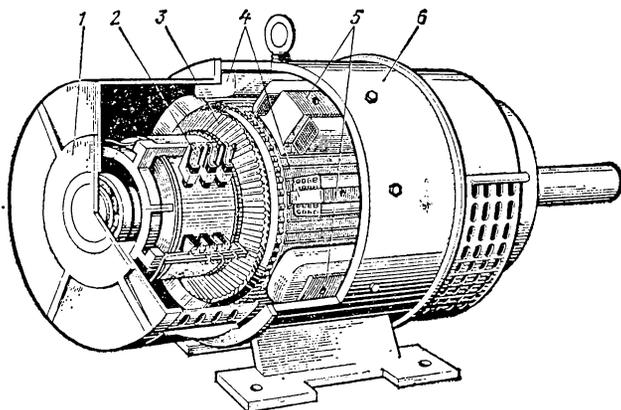


Рис. 14.6. Конструкция четырехполюсной машины постоянного тока (разрез)

Станину машины отливают или свертывают в цилиндр из толстой листовой стали и сваривают по шву. Полюсы отковывают из мягкой стали или набирают из стальных пластин. К торцам станины прикреплены подшипниковые щиты 1 с подшипниками, в которых вращается вал якоря 3. На щите со стороны коллектора установлены щеткодержатели со щетками 2.

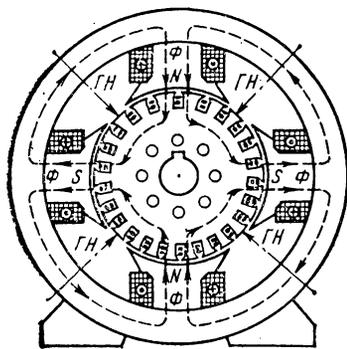


Рис. 14.7. Магнитная система четырехполюсной машины

Якорь представляет собой стальной барабан (рис. 14.8, а, б). Для уменьшения потерь от вихревых токов при перемагничивании его набирают из дисков электротехнической стали толщиной 0,5 мм (рис. 14.8, в). Барабанная обмотка отличается от спиральной обмотки на торонде тем, что все проводники укладываются витками на поверхности барабана и являются активными. При этом стороны витка располагаются под разноименными полюсами так, что э. д. с. в них складывается. На рис. 14.9 схематически показана укладка витков обмотки

в пазы и их соединение с коллекторными пластинами. Проводники (витки) обмотки, заключенные между двумя ближайшими пластинами, образуют секцию обмотки (на рис. 14.9 показаны только две секции). Обмотка имеет несколько десятков секций, столько же и коллекторных пластин.

На корпусе машины имеется коробка с зажимами, куда выведены концы обмотки якоря и обмотки возбуждения. На паспортном щитке указываются номинальные параметры машины: отдаваемая электрическая мощность генератора или механическая мощность двигателя, напряжение, ток, частота вращения, способ возбуждения, к. п. д., масса, номер машины и марка завода-изготовителя.

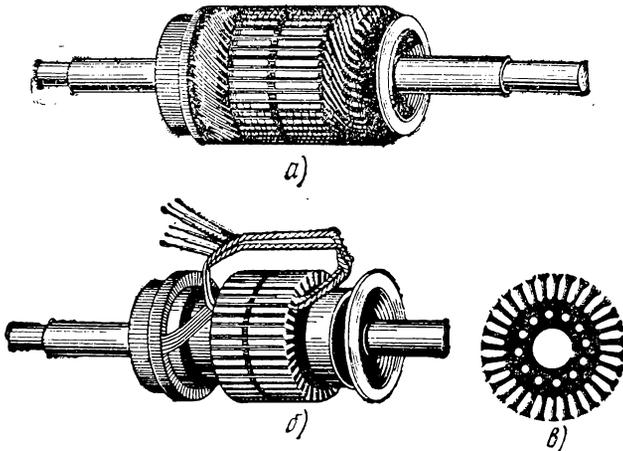


Рис. 14.8. Якорь в сборке (а), несобмотанный барабан якоря с коллектором (б), диск (в)

**Принцип действия генератора.** Пусть якорь машины вращается в магнитном поле с помощью какого-либо приводного двигателя (рис. 14.10, а). Как указывалось, в проводниках вращающегося якоря возникают э. д. с., направление которых можно определить по правилу правой руки.

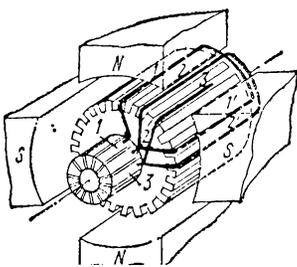


Рис. 14.9. Начало укладки барабанной обмотки в пазы на поверхности якоря четырехполюсной машины

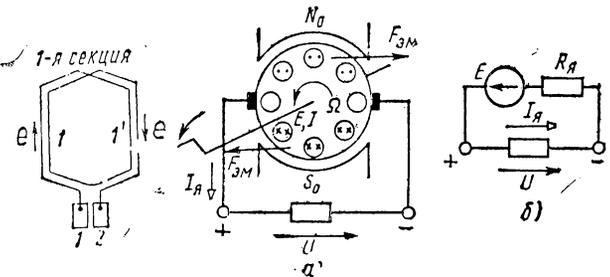


Рис. 14.10. К пояснению принципа действия генератора (а), схема замещения цепи якоря генератора (б)

Если к зажимам якоря подключить приемник, то э. д. с. якоря вызовет в цепи ток. Но с появлением тока в проводниках якоря, находящихся в магнитном поле, возникают электромагнитные силы. Определим их направление на рис. 14.10. Токи в проводниках якоря на-

правлены так же, как и вызвавшие их э. д. с. По правилу левой руки найдем, что электромагнитные силы создают *момент, противодействующий вращению якоря*. Если скорость якоря  $\Omega$  постоянна, то вращающий момент приводного двигателя равен противодействующему электромагнитному моменту генератора:  $M_{вр} = M_{пр} = M$ . Таким образом, для производства электрической энергии необходимо затрачивать механическую энергию.

В соответствии со схемой замещения цепи якоря генератора (рис. 14.10, б) запишем уравнение ее электрического состояния:

$$E = U + R_{я}I_{я}. \quad (14.1)$$

Умножив это выражение на  $I_{я}$ , получим уравнение баланса мощности цепи якоря:

$$EI_{я} = UI_{я} + R_{я}I_{я}^2. \quad (14.2)$$

Мощность приемника  $P = UI_{я}$  и мощность электрических потерь в обмотке якоря  $\Delta P_{эя} = R_{я}I_{я}^2$  составляет *электромагнитную мощность*  $EI_{я} = P_{эм}$ , развиваемую генератором и *равную механической мощности* приводного двигателя:

$$EI_{я} = P_{эм} = M\Omega = P_{мех}. \quad (14.3)$$

**Принцип действия двигателя.** Если подать на зажимы неподвижного якоря машины постоянного тока напряжение от какого-нибудь источника, то оно вызовет ток в цепи якоря (рис. 14.11). Пусть направление токов в якоря будет таким, как на рис. 14.11, а.

Рис. 14.11. К пояснению принципа действия двигателя (а), схема замещения цепи якоря двигателя (б)

Определив направление электромагнитных сил, найдем, что они создают *вращающий момент*. Машина работает в качестве электродвигателя. Если скорость ротора  $\Omega$  постоянна, то вращающий момент равен противодействующему моменту сопротивления механизма на валу:  $M_{вр} = M_{пр} = M$ . Во вращающемся в магнитном поле якоря наводится э. д. с. Определив *направление э. д. с.* в проводниках якоря на рис. 14.11, а, найдем, что оно *противоположно направлению тока*. Ток направлен против э. д. с. Поэтому часто э. д. с. якоря двигателя называют *противо-э. д. с.* Составив схему замещения цепи якоря двигателя (рис. 14.11, б), найдем, что приложенное к зажимам якоря двигателя напряжение равно сумме противо-э. д. с. и падения напряжения на внутреннем сопротивлении якоря:

$$U = E + R_{я}I_{я}. \quad (14.4)$$

Отсюда ток якоря двигателя

$$I_{я} = (U - E) / R_{я}. \quad (14.4a)$$

Уравнение баланса мощности цепи якоря двигателя имеет вид

$$UI_{я} = EI_{я} + R_{я}I_{я}^2. \quad (14.5)$$

Оно показывает, что электрическая мощность  $P_{э} = UI_{я}$ , подводимая к двигателю от внешнего источника, превращается в электромагнитную мощность  $P_{эм} = EI_{я}$  и мощность потерь в обмотке якоря. *Электромагнитная мощность*, как и в генераторе, *равна механической мощности*, развиваемой двигателем:

$$EI_{я} = P_{эм} = M\Omega.$$

### § 14.3. Формулы э. д. с. якоря и электромагнитного момента

В § 14.2 было показано, что э. д. с.  $E$  якоря машины постоянного тока равна сумме мгновенных э. д. с.  $e_j$  проводников одной из параллельных ветвей обмотки якоря. Если общее число проводников якоря равно  $N$ , число параллельных ветвей  $2a$ , то э. д. с. в одной ветви, содержащей  $N/2a$  проводников,

$$E = \sum_{j=1}^{N/2a} e_j = lv \sum_{j=1}^{N/2a} B_j, \quad (14.6)$$

где  $v = \frac{D}{2} \Omega$  — линейная скорость движения проводника;  $D$  — диаметр якоря;  $\Omega$  — угловая скорость якоря.

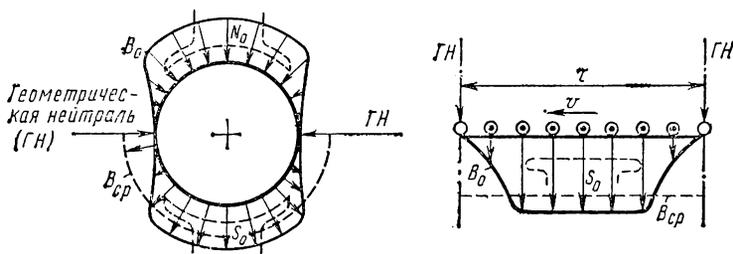


Рис. 14.12. Распределение нормальной к поверхности якоря индукции  $B_0$  вдоль его окружности в двухполюсной машине и на развернутом полюсном делении

На рис. 14.12 показано распределение нормальной к поверхности якоря составляющей магнитной индукции  $B$ . Сумму  $\sum_{j=1}^{N/2a} B_j$  можно выразить через среднее значение магнитной индукции  $B_{ср}$  на полюсном делении  $\tau$ :

$$\sum_{j=1}^{N/2a} B_j = \frac{N}{2a} B_{ср},$$

где  $B_{ср} = \Phi/\tau l$ ;  $\Phi$  — магнитный поток полюса;  $\tau = \pi D/2p$  — полюсное деление.

Подставив выражения  $v$  и  $\sum_{j=1}^{N/2a} B_j$  в (14.6), получим

$$E = \frac{pN}{2\pi a} \Omega \Phi = c \Omega \Phi, \quad (14.7)$$

где  $c = pN/2\pi a$ . Если использовать частоту вращения якоря,  $n = 60\Omega/2\pi$  об/мин, то обозначив  $c_E = pN/60a$ , получим равноценное выражение

$$E = \frac{pN}{60a} n \Phi = c_E n \Phi. \quad (14.7a)$$

Таким образом, э. д. с. якоря пропорциональна частоте его вращения и магнитному потоку полюсов машины.

Электромагнитная сила  $F$ , действующая на проводник с током в магнитном поле, согласно формуле (13.9 а) равна:

$$F = BIl.$$

В поле одного полюса находится  $N/2p$  проводников якоря с одинаковым током параллельной ветви  $I_a = I_{\text{я}}/2a$ . Все силы одинаково направлены по касательным к окружности якоря. Используя те же обозначения, что и при выводе формулы э. д. с.  $E$ , выразим момент сил, действующих на проводники одной ветви:

$$M_1 = \frac{D}{2} \sum_{j=1}^{N/2p} B_j I_a l = \frac{D}{2} l I_a \sum_{j=1}^{N/2p} B_j = \frac{D l I_{\text{я}}}{4a} B_{\text{ср}} \frac{N}{2p} = \frac{N}{4\pi a} \Phi I_{\text{я}}.$$

Общий момент машины (Н·м) в  $2p$  раз больше  $M_1$ :

$$M = \frac{pN}{2\pi a} \Phi I_{\text{я}} = c_M \Phi I_{\text{я}}, \quad (14.8)$$

причем  $c_M = \frac{pN}{2\pi a} = c$ .

Таким образом, *электромагнитный момент машины постоянного тока пропорционален потоку полюсов и току якоря*. Он является *тормозящим в генераторе и вращающим в двигателе*.

#### § 14.4. Искрение щеток на коллекторе

Работа машины постоянного тока может сопровождаться искрением между краями щеток и коллекторными пластинами, когда возникает местный искровой разряд. При интенсивном искрении поверхность коллектора и щеток разрушается, увеличивается переходное сопротивление скользящего контакта и нагрев коллектора. Искрение снижает надежность машины постоянного тока и создает помехи радиоустройствам. Однако искрение не неизбежно. Оно вызывается либо неудовлетворительным состоянием щеточно-коллекторного узла, либо неудовлетворительным процессом коммутации.

Сущность искрения — возникновение искрового разряда при размыкании цепи постоянного тока, обладающей индуктивностью (см.

гл. 4). Прерывание тока вызывает резкое повышение напряжения  $u_L = L di/dt$  в месте размыкания, пробой воздушного слоя с образованием электрической искры.

В случае неудовлетворительного состояния щеточно-коллекторного узла (неровная поверхность коллектора, плохое закрепление щеток, неправильный выбор давления пружины на щетку и т. д.) щетка может оторваться от коллектора, возникающий при этом кратковременный разрыв цепи тока якоря вызывает образование дуги. Однако это крайнее состояние, когда машина уже не должна эксплуатировать-

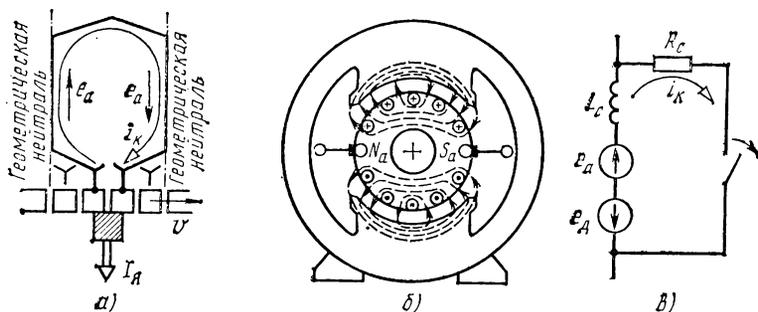


Рис. 14.13. Коммутируемая секция обмотки якоря (а), магнитное поле якоря (б), упрощенная схема замещения контура коммутируемой секции (в)

ся и требует ремонта. Поэтому приходится периодически протачивать и шлифовать поверхность коллектора. Недопустимо вращение якоря в направлении, обратном указанному стрелкой на машине, так как при этом щетки могут неплотно прижиматься к коллектору. Чаще причиной искрения является неудовлетворительная коммутация.

Коммутацией называется процесс переключения секций обмотки якоря из одной параллельной ветви в другую. Этот процесс совершается быстро и непрерывно, причем коммутируемые секции (см. рис. 14.9), проходя геометрические нейтралы, замыкаются щеткой накоротко (рис. 14.13, а), а затем размыкаются. При холостом ходе, когда тока в якоре нет, в коммутируемой секции э. д. с. не наводится, и тока в ней не возникает. При нагрузке ток в проводниках якоря создает магнитное поле якоря (рис. 14.13, б). Магнитная ось  $N_a—S_a$  этого поля проходит через геометрические нейтралы. Коммутируемая секция оказывается в интенсивном магнитном поле  $B_a$  якоря и в ней наводится э. д. с.  $e_a = B_a l v$ .

Каждая секция обладает активным сопротивлением  $R_c$  (включая щетку и сопротивление щетки) и индуктивностью  $L_c$ . Контур коммутируемой секции упрощенно изображен на рис. 14.13, в.

При замыкании щеткой секции э.д.с.  $e_a$  вызывает в ней ток секции  $i_k = e_a / R_c$ , который затем при размыкании прерывается. Обрыв тока, как указывалось, сопровождается искровым разрядом. Он возникает при отрыве каждой последующей пластины коллектора от щетки, что воспринимается наблюдателем как непрерывное искрение с характер-

ным треском. Чем больше ток якоря, скорость движения его проводников и число витков в секции ( $L_c \sim \omega_c^2$ ), тем больше э. д. с.  $e_a$ , ток  $i_k$  и тем сильнее искрение.

Искрение можно значительно ослабить. Для этого в зоне коммутируемых секций нужно скомпенсировать поле якоря (и э. д. с.  $e_a$ ) полем добавочных полюсов. Это узкие полюсы (см. позицию 4 на рис. 14.6), расположенные между основными полюсами на геометрической нейтрали (рис. 14.14). Катушки добавочных полюсов включены в цепь якоря последовательно так, что их магнитный поток направлен навстречу потоку якоря. Все машины постоянного тока мощностью от 1 кВт и выше имеют добавочные полюсы.

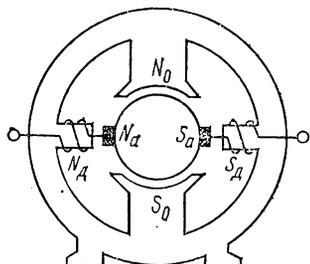


Рис. 14.14. Включение обмотки добавочных полюсов

Однако безыскровая работа машины обеспечивается лишь при условиях, не выходящих за номинальные. При чрезмерных токах якоря (более  $3I_{ном}$ ) добавочные полюсы насыщаются и компенсация поля нарушается. Поэтому большие перегрузки, даже кратковременные, а также значительные превышения скорости могут вызвать искрение, опасное для коллектора.

## § 14.5. Способы возбуждения генераторов

Возбуждение магнитного поля в генераторах производится или током от независимого источника (рис. 14.15, а), постоянными магнитами или от якоря самого генератора — самовозбуждением (рис. 14.15, б—г). В самовозбуждающихся генераторах обмотки возбуждения могут быть

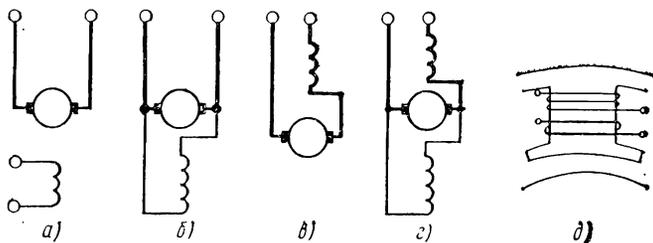


Рис. 14.15. Схемы возбуждения генераторов

включены параллельно якорю (рис. 14.15, б), последовательно с ним (рис. 14.15, в) либо параллельно и последовательно (рис. 14.15, г). В соответствии с этим различают генераторы независимого, параллельного, последовательного и смешанного возбуждения.

Чтобы создать необходимую м. д. с. возбуждения  $\omega_b I_b$  и уменьшить потребление энергии обмоткой при независимом и параллельном возбуждении, уменьшают ток возбуждения  $I_b$ , увеличивая число витков  $w$  обмотки. Обмотка выполняется из сравнительно тонкого провода и

имеет большое сопротивление (сотни ом). Ток возбуждения составляет 1—5% от номинального тока якоря.

Через обмотку последовательного возбуждения проходит полный ток якоря. Число витков катушек возбуждения невелико, их выполняют из проводов большого сечения, сопротивление обмотки незначительно.

В машинах смешанного возбуждения на основных полюсах имеется по две катушки: одна принадлежит параллельной обмотке, другая — последовательной (рис. 14, 15, з, д).

М. д. с. обмоток возбуждения создают магнитные потоки полюсов. Зависимость потока полюса  $\Phi$  от м. д. с. возбуждения или от тока возбуждения определяют на основании закона полного тока или экспериментально и называют магнитной характеристикой машины. Она представляет собой узкую петлю гистерезиса, так как магнитная цепь машины выполнена из магнитомягкого материала. Приближенно ее представляют одной кривой (рис. 14.16). Поскольку при  $\Omega = \text{const}$  э.д.с. якоря пропорциональна потоку полюса:  $E = c\Omega\Phi$ , зависимость  $\Phi(I_B)$  подобна зависимости  $E(I_B)$ , называемой характеристикой холостого хода генератора.

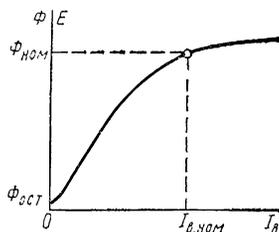


Рис. 14.16. Магнитная характеристика машины  $\Phi(I_B)$  или характеристика холостого хода генератора  $E(I_B)$

Вначале поток  $\Phi$  и э.д.с.  $E$  возрастают почти пропорционально току возбуждения  $I_B$ . С увеличением  $I_B$  кривая  $\Phi(I_B)$  плавно загибается и рост магнитного потока (и э.д.с.) резко замедляется — наступает магнитное насыщение.

Магнитная цепь машины рассчитана так, что ее состояние при  $I_B = I_{B, \text{ном}}$  соответствует точке  $\Phi_{\text{ном}}$  на середине «колена» кривой  $\Phi(I_B)$ .

Магнитные характеристики выпускаемых машин в относительных единицах  $\Phi/\Phi_{\text{ном}} (I_B/I_{B, \text{ном}})$  практически одинаковы.

При отсутствии тока в обмотке возбуждения в якоря наводится небольшая э. д. с. (3—5% от  $E_{\text{ном}}$ ) за счет остаточной намагниченности (гистерезиса) магнитной системы машины. Этот малый остаточный поток  $\Phi_{\text{ост}}$  обеспечивает самовозбуждение генераторов.

Рассмотрим процесс самовозбуждения генератора параллельного возбуждения при холостом ходе.

При вращении якоря с номинальной частотой в слабом магнитном поле ( $\Phi_{\text{ост}}$ ), созданном остаточной намагниченностью, в обмотке якоря наводится небольшая э.д.с. Она создает небольшой ток в цепи возбуждения (приемник отключен), который увеличивает магнитный поток полюсов  $\Phi = \Phi_{\text{ост}} + \Phi_B$  (рис. 14.17, а). Наводимая в якоря э.д.с. возрастает, что приводит к дальнейшему увеличению тока возбуждения, потока и э.д.с. — происходит процесс самовозбуждения. Но с насыщением магнитной цепи рост э.д.с.  $E$  от тока  $I_B$  замедляется. Установившееся значение э.д.с.  $E$  при самовозбуждении можно определить, решив гра-

фически (рис. 14.18 точка  $A$ ) систему из двух уравнений

$$E = f(I_B),$$

$$E = (R_B + R_A) I_B \approx R_B I_B = U.$$

Второе уравнение записано на основании закона Кирхгофа для схемы замещения рис. 14.17, б.

С увеличением  $R_B$  точка  $A$  пересечения прямой  $U = R_B I_B$  с кривой  $E(I_B)$  перемещается к началу этой кривой, э.д.с.  $E$  уменьшается до  $E_{\min}$ . Считают, что при совпадении прямой с почти линейным участ-

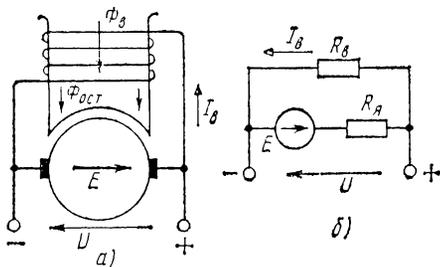


Рис. 14.17. К пояснению самовозбуждения генератора

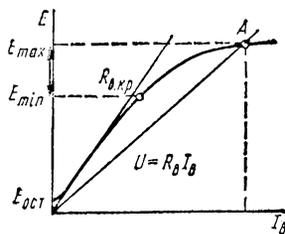


Рис. 14.18. К пояснению влияния сопротивления цепи возбуждения  $R_B$  на значение установившейся э. д. с.  $E$

ком кривой  $E(I_B)$  точка пересечения не определена и э.д.с. снижается до малого значения  $E_{\text{ост}}$ , соответствующего потоку остаточной намагниченности. Сопротивление цепи возбуждения  $R_{B, \text{кр}}$ , при котором прямая  $U = R_{B, \text{кр}} I_B$  совпадает с линейным участком характеристики холостого хода, называют критическим. При этом самовозбуждения не происходит. Очевидно, для самовозбуждения необходимо выполнение определенных условий, прежде всего наличие остаточного потока  $\Phi_{\text{ост}}$ . Во-вторых, подключение обмотки к якору должно быть таким, чтобы направление возбуждаемого и остаточного потоков совпадало. В-третьих, сопротивление цепи возбуждения должно быть меньше критического, а частота вращения якора — номинальной. Процесс самовозбуждения заканчивается через 1—2 с, после чего к генератору подключают приемник.

## § 14.6. Эксплуатационные характеристики генераторов

Практический интерес представляют два основных качества генератора как источника электропитания: степень постоянства напряжения при увеличении тока нагрузки и возможность плавного регулирования этого напряжения. Представление об этих качествах дают две основные характеристики — характеристика холостого хода  $E(I_B)$ , рассмотренная в § 14.5, и внешняя характеристика  $U(I)$ . Рабочие свойства генераторов зависят от способов их возбуждения.

Рассмотрим эксплуатационные особенности генератора независимого возбуждения.

Схема генератора независимого возбуждения приведена на рис. 14.19. Реостат возбуждения здесь включают по схеме потенциометра с выводом средней точки, чтобы изменять не только значение, но и направление тока возбуждения и тем самым изменять направление э.д.с. якоря и полярность напряжения на его зажимах.

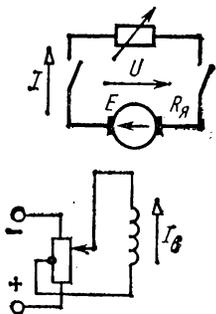


Рис. 14.19. Схема генератора независимого возбуждения

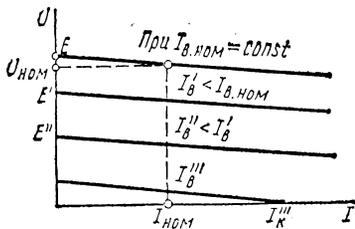


Рис. 14.20. Внешние характеристики генератора независимого возбуждения

Внешнюю характеристику этого генератора снимают при  $I_{в, ном} = \text{const}$ . Она представляет (рис. 14.20) слегка наклонную прямую. Из уравнения (14.1)  $U = E - R_я I$  следует, что напряжение нерегулируемого генератора ( $E = \text{const}$ ) с увеличением тока нагрузки снижается из-за падения напряжения в якоре. Снижение напряжения от холостого хода  $U_x = E$  до номинального  $U_{ном}$  составляет 6—12% от  $U_x$ . При коротком замыкании во внешней цепи якоря ток превышает номинальный в десятки раз:  $U = 0, I_k = E_{ном} / R_я = 10 \div 20 I_{ном}$  (точка  $I_k$  выходит за пределы графика). Такой ток опасен для коллектора, щеток, обмотки. Электрическую машину защищают от токов короткого замыкания быстродействующими реле и контакторами (см. § 9.4, 9.5).

Перегрузка током  $(2-2,5)I_{ном}$  допускается лишь к р а т к о в р е м е н н о (несколько секунд), когда нагрев машины не успевает достичь опасных значений, а искрение неинтенсивно.

Если устанавливать различные значения  $I_{в} = \text{const}$ , например  $I_{в} < I_{в, ном}$ , то и значения э.д.с.  $E$  будут другими. При этом получают семейство внешних характеристик (см. рис. 14.20). Из этого рисунка видно, что генератор независимого возбуждения позволяет плавно регулировать током возбуждения напряжение от нуля до номинального. Такой генератор используют, например, для плавного регулирования частоты и направления вращения двигателей постоянного тока в системах автоматического управления, приводах прокатных станков, экскаваторов, локомотивов и других механизмов.

Постоянство напряжения генератора также поддерживают регулированием тока возбуждения и, следовательно, э.д.с.  $E$ . Это делается с помощью автоматических регуляторов.

Независимое возбуждение имеют также генераторы высокого напряжения, низкого напряжения, но больших токов (для электролиза) и тахогенераторы.

Тахогенератор — микромашина, в которой создается постоянный магнитный поток (с помощью постоянных магнитов). При этом его э.д.с. пропорциональна частоте вращения. Тахогенератор служит для измерения частоты вращения и датчиком скорости в системах автоматического регулирования.

Необходимость в дополнительном источнике питания цепи возбуждения генератора представляет определенное неудобство, особенно при автономной работе. От него свободны генераторы с самовозбуждением.

Генератор параллельного возбуждения (рис. 14.21), как было показано на рис. 14.18, при холостом ходе допускает регулирование э.д.с. лишь в ограниченных пределах от  $E_{\min}$  50—70 до  $E_{\max}$  100—110%  $E_{\text{ном}}$  и без изменения полярности. При попытке изменить полярность напряжения самовозбуждение прекращается.

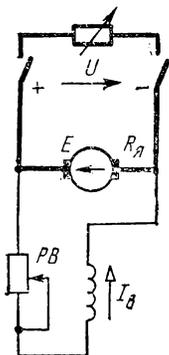


Рис. 14.21. Схема генератора параллельного возбуждения

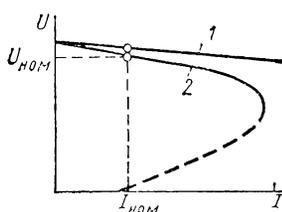


Рис. 14.22. Внешняя характеристика генератора параллельного возбуждения

Внешняя характеристика этого генератора (кривая 2 на рис. 14.22) отличается от характеристики при независимом возбуждении (прямая 1) более резким спадом напряжения с увеличением тока нагрузки. При номинальном токе нагрузки снижение составляет 10—20%. Это следствие непрерывного уменьшения тока возбуждения  $I_B = U/R_B$ , магнитного потока  $\Phi$  и э.д.с.  $E$  при уменьшении напряжения  $U$  на якоре, питающего обмотку возбуждения. При достижении током значений  $2,5—3I_{\text{ном}}$  напряжение падает так быстро, что генератор «размагничивается», «сбрасывая нагрузку».

Внезапное короткое замыкание также опасно, так как ток КЗ создается в течение некоторого времени э.д.с., близкой к номинальному значению.

Для получения неизменного напряжения при увеличении тока нагрузки нужно увеличивать поток возбуждения  $\Phi$ . Это делается автоматически либо регулятором тока возбуждения, либо с помощью добавочной обмотки при смешанном возбуждении машины.

Генератор смешанного возбуждения имеет и параллельную и последовательную обмотки (рис. 14.23). При холо-

стом ходе этот генератор обладает всеми качествами генератора параллельного возбуждения ( $\Phi = \Phi_n$ ). С увеличением тока нагрузки возрастает и магнитный поток  $\Phi(I)$ , создаваемый последовательной обмоткой, увеличиваются результирующие потоки полюсов  $\Phi = \Phi_n + \Phi(I)$ , а вместе с тем — э.д.с. и напряжение на нагрузке. Число витков последовательной обмотки можно выбрать так, чтобы напряжение с ростом нагрузки оставалось практически неизменным (кривая 1 на рис.

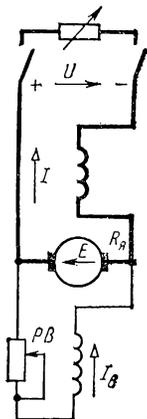


Рис. 14.23. Схема генератора смешанного возбуждения

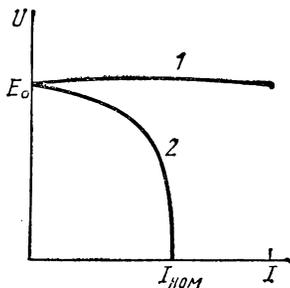


Рис. 14.24. Внешние характеристики генератора смешанного возбуждения

14.24.). Конечно, включение обеих обмоток при этом должно быть с о г л а с н ы м, чтобы их потоки складывались. При встречном включении обмоток напряжение генератора с ростом тока нагрузки резко падает (кривая 2 на рис. 14.24). Такая внешняя характеристика необходима, например, при электродуговой сварке для постоянства тока при колебаниях сопротивления цепи вследствие изменения длины дуги.

Большинство выпускаемых машин имеет смешанное возбуждение.

Генераторы последовательного возбуждения имеют внешнюю характеристику, сходную с характеристикой холостого хода. Их применяют лишь в особых случаях.

### § 14.7. Общие свойства и характеристики электродвигателей постоянного тока

Электродвигатели преобразуют электрическую энергию в механическую энергию вращения. Механическая мощность  $P = M\Omega$  (Вт) определяется развиваемым двигателем моментом  $M$  (Н·м) и угловой скоростью вращения  $\Omega$  с<sup>-1</sup>. Поэтому основной характеристикой двигателя является его *механическая характеристика, зависимость скорости  $\Omega$  или частоты вращения  $n$  от момента на валу  $\Omega(M)$  или  $n(M)$ .*

Вращающий момент двигателя  $M = c\Phi I_a$  определяется током якоря и магнитным потоком полюсов возбуждения и, следовательно, за-

висит от способа возбуждения. Различают двигатели независимого, параллельного, последовательного и смешанного возбуждения. Их обмотки возбуждения выполнены так же, как и у соответствующих генераторов (см. § 14.5). Двигатели рассчитаны на длительную работу при токах, не превышающих номинальные. Многие эксплуатационные особенности двигателей зависят от того, постоянен или изменяется поток возбуждения при работе.

Но электродвигателям присущи также общие свойства и процессы: свойство саморегулирования, процессы пуска и реверса, регулирования частоты вращения.

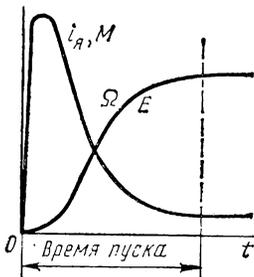


Рис. 14.25. Изменение  $i_{я}$  и  $M(t)$ ,  $\Omega$  и  $E(t)$  при пуске двигателя

**Пусковые характеристики двигателей.** Пуском называют процесс разгона якоря двигателя от неподвижного состояния до установившегося значения скорости. Пуск длится от долей секунды до нескольких десятков секунд. Пусковые качества двигателя характеризуют кратностью (к номинальному) пускового тока и пускового момента. Если не принять специальных мер, то пуск двигателя постоянного тока может сопровождаться недопустимо большим броском тока якоря и резким толчком момента на валу (рис. 14.25). Это объясняется тем, что если во вращающемся якоре ток  $I_{я} = (U - E) / R_{я}$  [см. формулу (14.4 а)], то в момент включения на номинальное напряжение цепи неподвижного якоря в нем не наводится противо-э.д.с. ( $E = 0$  при  $\Omega = 0$ ). Ток включения — начальный пусковой ток — ограничивается только малым внутренним сопротивлением якоря:

$$I_{п} = U_{ном} / R_{я} \approx (10 \div 30) I_{ном}. \quad (14.9)$$

Такой большой ток вызывает опасное искрение на коллекторе (см. § 14.4) и чрезмерно большой пусковой момент  $M_{п} = c\Phi I_{п}$ , создающий рывок или удар на валу, отрицательно воздействующий на передачу и механизм. Для предотвращения этого пуск электродвигателей производят пусковым реостатом с сопротивлением  $R_{п}$ , ограничивающим бросок тока до кратковременно допустимого значения:

$$I_{п. доп} = U_{ном} / (R_{я} + R_{п}) \leq (2 \div 2,5) I_{ном}.$$

Бросок пускового тока длится очень недолго, так как с разгоном якоря возникает противо-э.д.с., уменьшающая ток. При этом пусковой реостат полностью выводят (вручную или автоматически), иначе он будет нагреваться от потерь энергии. Пусковой ток ограничивают также снижением напряжения источника питания.

Двигатели малой мощности (до 1 кВт) пускают без реостатов, так как они имеют сравнительно большое сопротивление якоря.

Среди всех электродвигателей двигатели постоянного тока имеют лучшие пусковые качества. При относительно небольшом пусковом токе ( $2 - 2,5 I_{ном}$ ) они могут создавать достаточно большой пусковой момент ( $2,5 - 4 M_{ном}$ ). Это обеспечивает быстрый разгон приводимых ими механизмов.

**Свойство саморегулирования.** Все электродвигатели обладают свойством автоматически создавать вращающий момент  $M_{вр}$ , равный моменту статического сопротивления на валу  $M_c$ , когда частота вращения устанавливается неизменной.

Электромеханический процесс саморегулирования протекает следующим образом. Пусть двигатель вращался на холостом ходу:  $M_{вр1} = M_{c1}$ ,  $\Omega = \Omega_1$ . Затем произошло увеличение момента сопротивления:  $M_{c2} > M_{вр1} = M_{c1}$ . Тогда в соответствии с известным уравнением механики вращения

$$M_{вр} - M_c = J d\Omega/dt, \quad (14.10)$$

где  $J$  — момент инерции вращающихся масс, появляется отрицательное ускорение  $d\Omega/dt < 0$  и скорость якоря начинает падать. Но вместе со скоростью падает противо-э. д. с.  $E = c\Omega\Phi$ , а ток якоря  $I_я = (U - E)/R_я$  и вращающий момент  $M = c\Phi I_я$  возрастают. Когда вращающий момент станет равным возросшему моменту сопротивления  $M_{вр2} = M_{c2}$ ,  $d\Omega/dt$  станет равным нулю и установится значение  $\Omega_2 < \Omega_1$ . При установившейся скорости  $M_{вр2} = M_{c2} = M = c\Phi I_я$ . Следовательно, в работающем двигателе ток якоря

$$I_я = M/(c\Phi) \quad (14.11)$$

определяется моментом на валу и магнитным потоком возбуждения.

**Изменение направления вращения (реверс).** Направление вращения якоря двигателя можно изменить на обратное, изменив направление вращающего момента. Из формулы момента (14.8) следует, что его знак изменится, если изменить направление тока в якоре или направление магнитных потоков полюсов. Реверс двигателей постоянного тока осуществляют переключением концов обмотки якоря.

Рассмотрим особенности двигателей, зависящие от способа их возбуждения.

### § 14.8. Двигатели параллельного и независимого возбуждения

Схема двигателя параллельного возбуждения приведена на рис. 14.26. В цепи якоря включен пусковой реостат  $PP$ , в цепи возбуждения — реостат для регулирования тока возбуждения ( $PB$ ). Чтобы получить больший пусковой момент, перед пуском устанавливают наибольший магнитный поток, выводя реостат  $PB$ . При отключении двигателя от сети цепь возбуждения, обладающая большой индуктивностью, во избежание образования дуги между контактами не размыкается, а остается замкнутой на цепь якоря. Обмотка возбуждения этого двигателя может быть включена на напряжение другого источника. Независимое возбуждение расширяет возможности регулирования частоты вращения двигателя.

Как указывалось в § 14.7, ток якоря при установившемся вращении определяется противодействующим моментом на валу и потоком полюса (14.11). Потоки полюсов в двигателе при  $I_я = \text{const}$  можно считать постоянными:  $\Phi = \text{const}$ . Следовательно, в двигателях параллельного

и независимого возбуждения ток якоря пропорционален моменту на валу.

Выведем выражение для механической характеристики двигателя  $n(M)$  и выясним возможности регулирования частоты его вращения. Из выражений э.д.с. (14.7 а) и (14.4) найдем, что

$$n = \frac{E}{c_E \Phi} = \frac{U - R_{я} I_{я}}{c_E \Phi} = \frac{U}{c_E \Phi} \left( 1 - \frac{R_{я} I_{я}}{U} \right). \quad (14.12)$$

Заменяв  $I_{я}$  на  $M/(c_M \Phi)$ , получим уравнение механической характеристики:

$$n = \frac{U}{c_E \Phi} \left( 1 - \frac{R_{я} M}{U c_M \Phi} \right) \quad (14.12a)$$

или

$$n = n_0 (1 - M/M_{по}), \quad (14.12б)$$

где

$$n_0 = U/(c_E \Phi) \quad (14.13)$$

— частота вращения при «идеальном» холостом ходе ( $M_{пр} = 0$ );  $M_{по} = c_M \Phi I_{по} = c_M \Phi U/R_{я}$  — начальный пусковой момент при пусковом токе  $I_{п} = U/R_{я}$ .

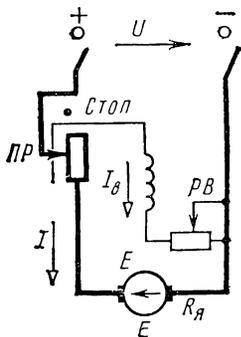


Рис. 14.26. Схема двигателя параллельного возбуждения

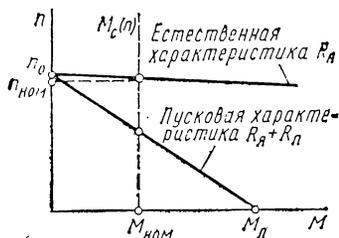


Рис. 14.27. Механические характеристики двигателей параллельного и независимого возбуждения

Таким образом, механическая характеристика двигателя параллельного возбуждения представляет наклонную прямую, проходящую через точку холостого хода  $n_0$  на оси ординат (рис. 14.27) и точку пускового момента на оси абсцисс  $M_{по}$ ,  $n = 0$ . Механическая характеристика двигателя при номинальных  $U = U_{ном}$ ,  $\Phi = \Phi_{ном}$  называется естественной. Поскольку при пуске без реостата ( $R_{п} = 0$ )  $M_{по} \gg M_{п}$ , точка  $M_{по}$  выходит за пределы графика. Естественная характеристика проходит через точки номинального режима  $n_{ном}$ ,  $M_{ном}$ . При  $M = M_{ном}$  снижение частоты вращения пропорционально отношению  $R_{я} I_{яном}/U_{ном}$  и составляет всего 3—7% от  $n_0$ . Естественная механическая характеристика двигателей параллельного и независимого возбуждения является «жесткой».

Значение частоты вращения при холостом ходе  $n_0$  определяют по номинальной частоте  $n_{ном}$  и соответствующим значениям противо-э. д. с.  $E_0$  и  $E_{ном}$  из соотношения  $E_0/E_{ном} = n_0\Phi/n_{ном}\Phi_{ном}$ :

$$n_0 = n_{ном} \frac{U_{ном}}{(U_{ном} - R_{я}I_{ном})k_{\Phi}}, \quad (14.13a)$$

где  $k_{\Phi} = \Phi/\Phi_{ном}$ ,  $E_0 = U_{ном}$ .

При пуске двигателя с пусковым реостатом ( $R_{п} \neq 0$ , см. рис. 14.27) пусковой момент ограничивается до допустимого значения  $M_{п}$ , а разбег происходит по пусковой механической характеристике  $M_{п}-n_0$ . Когда пусковой реостат выводят ( $R_{п} = 0$ ), двигатель переходит на естественную характеристику.

Как указывалось, вследствие свойства саморегулирования частота вращения устанавливается постоянной тогда, когда вращающий момент двигателя равен моменту сопротивления механизма. Значение установившейся частоты вращения легко определить в точке пересечения механической характеристики двигателя (см. рис. 14.27) с механической характеристикой механизма  $M_c$ .

На рис. 14.28 приведены три типичные механические характеристики механизмов в осях  $n(M_c)$ .

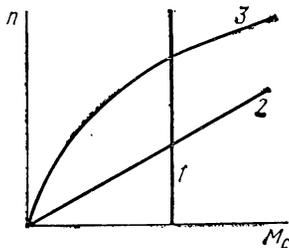


Рис. 14.28. Типичные механические характеристики механизмов (в осях  $n(M_c)$ )

Момент сопротивления подъемников, лебедок, транспортеров с постоянной переносимой массой, а также момент трения щеток о коллектор двигателя практически не зависят от частоты вращения (прямая 1). Момент сопротивления генератора независимого возбуждения, якорь которого замкнут на резистор, а ток возбуждения неизменный, пропорционален частоте вращения (прямая 2 на рис. 14.28). Такой момент создается при динамическом торможении двигателя (см. § 14.11). Вентиляторы, центробежные насосы и компрессоры, гребные винты, центрифуги и другие создают момент сопротивления, пропорциональный примерно квадрату частоты вращения (кривая 3) (подробнее механика электропривода рассматривается в § 17.2).

Регулирование частоты вращения двигателя постоянного тока возможно, как следует из выражения (14.12), тремя способами: 1) реостатным — изменением с помощью реостата  $R_d$  суммарного сопротивления цепи якоря  $R_{\Sigma я} = R_{я} + R_d$ ; 2) полюсным — изменением магнитных потоков полюсов  $\Phi$  с помощью реостата возбуждения, 3) якорным — изменением напряжения, подводимого к якорю двигателя.

*Реостатное регулирование* скорости осуществляют введением реостата в цепь якоря. Механическая характеристика становится круто падающей (см. рис. 14.27, где вместо  $R_{п}$  введено  $R_d$ ). При заданной зависимости  $M_c(n)$  частота вращения падает тем значительнее, чем больше  $R_d$  и  $M_c$ .

Проследим за электромеханическим процессом изменения скоро-

сти. От введения реостата ток якоря и вращающий момент падают, вращение двигателя начинает замедляться. Но при этом уменьшается противо-э.д.с., а ток и момент возрастают. Когда вращающий момент снова сравняется с моментом сопротивления, скорость устанавливается пониженной. При  $M_c = \text{const}$  ток якоря будет прежним. Поэтому потребляемая двигателем электрическая мощность  $P_a = UI$  не изменилась, а механическая мощность  $P_{\text{мех}} = M\Omega$  уменьшилась. К.п.д. двигателя резко уменьшается. Реостатное регулирование в цепи якоря — не экономичное. Его применяют только для двигателей небольшой мощности.

*Полосное регулирование* скорости производится уменьшением магнитного потока. В соответствии с формулой (14.13) частота вращения при холостом ходе обратно пропорциональна магнитному потоку, который определяется током возбуждения. На рис. 14.29 дана зависимость  $\Phi(I_B)$  и  $\Omega_0(I_B)$  при  $U = \text{const}$ , которую называют регулировочной характеристикой в режиме холостого хода двигателя.

При значительном уменьшении тока возбуждения ток якоря и скорость холостого хода резко возрастают, усиливается искрение щеток, возникает опасность механических повреждений якоря. Для предотвращения этого двигатель снабжают автоматической защитой от чрезмерного уменьшения магнитного потока.

Двигатель параллельного возбуждения чувствителен к снижению напряжения сети, так как при этом уменьшается ток возбуждения и магнитный поток, что при постоянном моменте на валу приводит к возрастанию тока якоря.

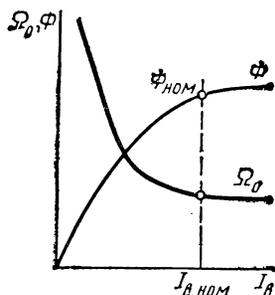


Рис. 14.29. Зависимость потока и скорости при холостом ходе двигателя от тока возбуждения



Рис. 14.30. Механические характеристики двигателя при различных значениях потока возбуждения

Механические характеристики двигателя при различных значениях потока возбуждения показаны на рис. 14.30. Каждому значению магнитного потока соответствуют свои значения  $\Omega_0$  и  $M_{\text{п}}$ . Если момент сопротивления на валу  $M_c(\Omega)$  меньше номинального, то при уменьшении магнитного потока скорость возрастает.

При нагрузке на валу, близкой к номинальной, полюсное регулирование применять нельзя, так как с уменьшением магнитного потока  $\Phi$  ток якоря превышает номинальный.

Полусное регулирование скорости «вверх» применяют широко, так как оно просто, удобно и экономично — ток возбуждения мал:  $I_b = 1-5\%$  от  $I_{ном}$ , габариты реостата возбуждения и мощность потерь в нем невелики. Увеличивать поток выше  $\Phi_{ном}$  практически не удается вследствие магнитного насыщения.

Рассмотрим электромеханический процесс установления нового значения скорости. Вместе с небольшим уменьшением потока уменьшается и противо-э.д.с.  $E$  якоря. Но при этом  $r$   $e$   $z$   $k$   $o$  возрастает ток якоря  $I_a = (U - E) / R_a$  и вращающий момент становится больше противодействующего. Вращение двигателя ускоряется, э.д.с. возрастает, ток и момент падают. При равенстве моментов устанавливается повышенное значение скорости при большем токе якоря.

Якорное регулирование скорости безреостатным изменением напряжения на якоре осуществимо только при независимом возбуждении, так как при параллельном возбуждении одновременно изменялся бы и магнитный поток, что привело бы к изменению тока якоря, но не скорости.

От источника регулируемого напряжения *ИРН* на якорь двигателя независимого возбуждения (рис. 14.31) подается напряжение, которое можно плавно изменять от нуля до номинального и обратно с переменной полярности. Таким источником может быть генератор независимого возбуждения (см. рис. 14.19) или управляемый выпрямитель. В первом случае собирают систему машин  $\Gamma-D$ , в которую, кроме генератора  $\Gamma$  и двигателя  $D$  входит двигатель привода генератора и возбудителя их магнитных систем. Хотя эта система требует установки нескольких машин, без нее неосуществимо регулирование мощных двигателей прокатных станов, шагающих экскаваторов и др.

В качестве регулируемых источников чаще применяют полупроводниковые управляемые выпрямители; тиристорные преобразователи — более компактные и дешевые, чем электрические машины.

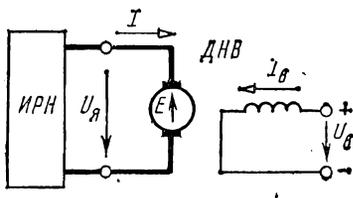


Рис. 14.31. Схема двигателя независимого возбуждения (ДНВ) с якорным управлением

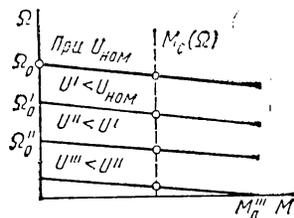


Рис. 14.32. Механические характеристики двигателя при якорном регулировании

При якорном регулировании двигателя пусковой реостат не нужен, так как пуск начинается с малого напряжения. Якорное регулирование широко применяют в системах автоматического управления.

Механические характеристики двигателя при различных значениях напряжения на якоре и  $I_b = \text{const}$  представляются параллельными прямыми (рис. 14.32).

Электромеханический процесс при якорном регулировании проис-

ходит следующим образом. Вследствие уменьшения, например, напряжения на якоре до  $U < U_{ном}$  уменьшаются ток якоря и вращающий момент. Начинается замедление вращения, при котором противо-э.д.с. уменьшается, а ток и вращающий момент возрастают. При равенстве моментов  $M_{вр} = M_c$  замедление прекращается. Если момент  $M_c$  не изменился, то ток якоря будет прежним.

### § 14.9. Двигатели последовательного возбуждения

Схема двигателя последовательного возбуждения приведена на рис. 14.33. В этом двигателе ток якоря и ток возбуждения один и тот же. Ток якоря электродвигателя зависит от нагрузки на валу. Поэтому с

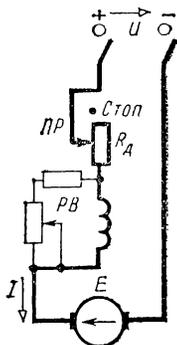


Рис. 14.33. Схема двигателя последовательного возбуждения

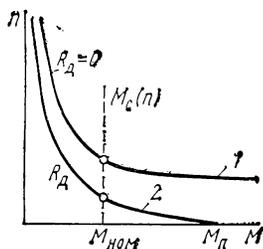


Рис. 14.34. Механические характеристики двигателя последовательного возбуждения

изменением нагрузки в двигателе изменяются магнитные потоки полюсов, а следовательно, скорость, так же как при изменении тока возбуждения в двигателе параллельного возбуждения на холостом ходу (см. рис. 14.29).

Уравнение механической характеристики двигателя последовательного возбуждения можно получить из формулы (14.12).

На линейном участке магнитной характеристики поток полюса пропорционален току:  $\Phi = k_{\Phi} I$ , а момент — квадрату тока:  $M = c_M k_{\Phi} I^2$ . Подставив эти выражения в (14.12), после несложных преобразований получим

$$n = \frac{R_{я+в}}{c_M k_{\Phi}} \left( \sqrt{\frac{M_{по}}{M}} - 1 \right). \quad (14.14)$$

Это уравнение кривой гиперболического типа.

Механическая характеристика двигателя (рис. 14.34) «мягкая». При нагрузках, близких к номинальной, магнитная система двигателя насыщается,  $\Phi \approx \text{const}$  и гипербола переходит в наклонную прямую. Пусковой момент при безреостатном пуске и номинальном напряжении был бы очень велик (на естественной характеристике 1 точка  $M_{по}$  выходит за рамки графика). При пуске с реостатом  $R_{п}$ , ограничивающим

пусковой ток и момент до допустимых значений  $I_n$  и  $M_n$ , пусковая характеристика (кривая 2 на рис. 14.34) несколько опускается.

Пуск двигателя без нагрузки ( $M_c \rightarrow 0$ ) недопустим, так как это приводит к аварии — скорость якоря двигателя превышает допустимую (двигатель идет «вразнос»).

Регулирование частоты вращения двигателей последовательного возбуждения производят также тремя способами.

*Реостатное регулирование* ( $R_n$ ) в цепи рабочего тока дает снижение скорости; оно так же неэкономично, как и во всех электродвигателях.

*Безреостатное ступенчатое изменение напряжения* на тяговых двигателях электротранспорта достигается групповым параллельным или последовательным подключением их к сети (в каждом моторном вагоне несколько двигателей).

*Полюсное регулирование* в двигателе последовательного возбуждения осуществляется шунтированием обмотки возбуждения реостатом  $PB$  (см. рис. 14.33). Уменьшение тока возбуждения приводит к увеличению скорости при небольших нагрузках.

Двигатели последовательного возбуждения особенно широко применяют как тяговые на электротранспорте и в крановых установках. В этих установках при трогании двигателю необходим большой пусковой момент, чтобы преодолеть инерцию неподвижных масс. Кроме того, ток этих двигателей с нагрузкой изменяется в меньшей степени ( $I \sim \sqrt{M}$ ), чем в двигателях параллельного возбуждения.

### § 14.10. Двигатели смешанного возбуждения

Схема двигателя смешанного возбуждения приведена на рис. 14.35. На каждом полюсе такого двигателя имеются по две катушки: одна принадлежит параллельной, другая — последовательной обмотке (см. рис. 14.15, з). Основной обмоткой считается та, которая создает не менее 70% всей м.д.с. В этих двигателях последовательную обмотку включают в цепь тока якоря согласно с параллельной, т. е. так, что создаваемые ими магнитные потоки  $\Phi_1(I)$  и  $\Phi_2 = \text{const}$  оказываются направленными одинаково и складываются:  $\Phi = \Phi_2 + \Phi_1(I)$ . С увеличением нагрузки на валу возрастает ток якоря и поток последовательной обмотки. Результирующий поток и момент увеличиваются, скорость несколько снижается. Механические характеристики двигателей смешанного возбуждения (СВ), независимого возбуждения (НВ) и последовательного возбуждения (ПВ) приведены на рис. 14.36.

Смешанное возбуждение дает двигателю преимущества разных способов возбуждения и «устраняет» недостатки. Так, из рис. 14.36 следует, что такому двигателю со вспомогательной параллельной обмоткой не угрожает «разнос». Эта обмотка обеспечивает перевод двигателя электропоезда в режим торможения с отдачей энергии в сеть (см. § 14.11) при движении поезда по инерции, под уклон.

Двигатели смешанного возбуждения имеют наибольший пусковой момент. Для двигателя смешанного возбуждения применяют чаще всего

полусное и якорное регулирование, при котором обмотку параллельного возбуждения переключают на независимый источник питания.

Двигатели смешанного возбуждения применяют там, где требуется значительный пусковой момент и возможны кратковременные перегрузки и большие ускорения: для компрессоров, прокатных станов, строгальных станков и др.

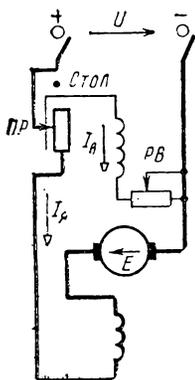


Рис. 14.35. Схема двигателя смешанного возбуждения

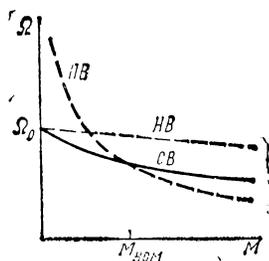


Рис. 14.36. Механические характеристики двигателей последовательного возбуждения *ПВ*, независимого возбуждения *НВ* и смешанного возбуждения *СВ*

### § 14.11. Торможение двигателей постоянного тока

После отключения двигателя от источника электропитания якорь некоторое время продолжает вращаться по инерции, за счет запасенной кинетической энергии. Часто требуется быстро и точно остановить вращаемый двигателем механизм или изменить направление его вращения. Торможение электродвигателей может быть произведено как с помощью механических тормозов, так и электрически, что предпочтительнее.

Для быстрого торможения двигателя его переводят в режим, когда электромагнитный момент становится тормозящим для якоря, т. е. когда момент и скорость направлены встречно. При этом механическая энергия вращения преобразуется в электрическую, рассеиваемую в виде теплоты в резисторах цепи якоря, или передается в сеть.

Различают три вида электрического торможения: динамическое, рекуперативное и противовключением.

Для динамического торможения вращающийся якорь двигателя отключают от сети и замыкают на реостат  $R_{дт}$ . Цепь возбуждения остается включенной в сеть. Получается генератор независимого возбуждения (см. рис. 14.19). Под воздействием э.д.с. ток якоря изменяет направление, и генераторный электромагнитный момент тормозит вращение якоря до остановки. Вместе со снижением скорости уменьшаются э.д.с., ток и момент.

Выражение тормозящего момента получим, подставив в (14.8)  $I = E / (R_{я} + R_{дт})$ ,  $E = c \Omega \Phi$ :  $M = k \Omega$ , где  $k = (c \Phi)^2 / (R_{я} + R_{дт})$ . Это прямая

$D-O$  во втором квадранте, проходящая через точку  $O$  (рис. 14.37). Ее наклон определяется суммарным сопротивлением цепи якоря  $R_{я} + R_{дт}$ . Если двигатель работал, например, преодолевая момент  $M_c$ , соответствующий точке  $C$  характеристики  $1$ , а затем был переключен на динамическое торможение (характеристика  $D-O$ ), то при скорости  $\Omega_c$  на якорь кроме момента сопротивления механизма будет действовать тормозящий электромагнитный момент, что способствует быстрой остановке вращения.

Динамическое торможение отличается простотой, плавностью и надежностью. Его применяют и в двигателях переменного тока.

Рекуперативное торможение (с возвратом энергии в сеть) возникает, когда э.д.с. якоря превысит напряжение сети. При этом

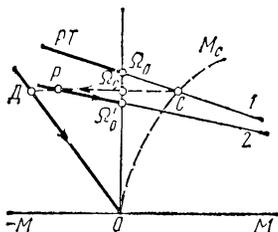


Рис. 14.37. Механические характеристики двигателя в режиме динамического и рекуперативного торможения

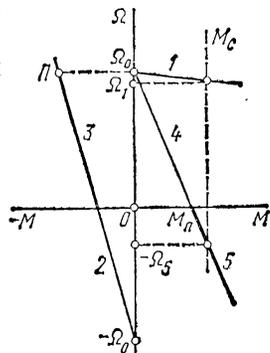


Рис. 14.38. Механические характеристики двигателя в режиме торможения противотоком

ток якоря и момент изменяют направление на обратное. Из выражения (14.12, б) следует, что момент изменит знак, если частота вращения  $n$  якоря превысит частоту «идеального холостого хода»  $n_0$  (прямая  $\Omega_0-PT$  на рис. 14.37). Это условие выполняется, например, в двигателях электропоезда, идущего под уклон или при увеличении тока возбуждения (и э.д.с.). В последнем случае характеристика двигателя будет соответствовать прямой 2 с меньшим значением  $\Omega'_0$  [см. формулу (14.13)]. Переход на нее при скорости  $\Omega_c$  сопровождается действием тормозящего момента  $\Omega_c-P$  и снижением скорости, например, до  $\Omega'_0$  с отдачей энергии в сеть. Рекуперативное торможение не приводит к остановке якоря, а лишь ограничивает скорость.

Торможение двигателя **п р о т и в о в к л ю ч е н и е м** получается тогда, когда обмотки включены для одного направления вращения, а якорь под воздействием внешнего момента или по инерции вращается в другом направлении. Это может быть, например, вследствие переключения тока во вращающемся якорю на обратное направление. С током меняет знак и момент, становясь тормозящим.

При торможении противотоком ток якоря создается напряжением сети и э.д.с. якоря. Энергия, отбираемая из сети, и энергия вращающегося якоря преобразуются в теплоту, нагревающую элементы цепи якоря. Поэтому для ограничения тока обязательно включение реостата с большим добавочным сопротивлением  $R_{д}$ :  $I_{я} = (U + E) / (R_{я} + R_{д})$ .

Пусть двигатель вращается вхолостую со скоростью  $\Omega_0$  на естественной механической характеристике (прямая 1 на рис. 14.38). Переключение якоря (с введением реостата  $R_{д1}$ ) переводит двигатель в точку П на продолжение обратной характеристики 2 (участок 3), так как из-за инерции скорость не изменяется мгновенно. Но теперь на якорь действует тормозящий момент (вначале  $\Omega_0 - П$ ), скорость быстро падает до нуля. Если двигатель не отключить, то он начнет разгон в обратном направлении по характеристике 2.

Торможение противовключением часто применяют для реверсивных приводов, так как это дает выигрыш во времени. Время пуска и торможения определяется (см. § 17.10) интегрированием уравнения моментов (14.10).

Торможение противовключением возникает также в приводе подъемника при «тормозном спуске» груза, когда двигатель включен на подъем, а момент, создаваемый грузом, заставляет его вращаться в сторону спуска. Если в цепь якоря двигателя, поднимающего груз, создающий момент  $M_c = \text{const}$ , ввести большое сопротивление  $R_{д2}$ , то механическая характеристика двигателя резко снизится (прямая 4—5 на рис. 14.38). Скорость уменьшается от  $\Omega_1$  до нуля, а затем, так как  $M_c > M_{п}$ , меняет знак. Якорь медленно вращается в обратную сторону с постоянной скоростью  $-\Omega_2$ , когда тормозящий электромагнитный момент уравновешивает вращающий момент груза:  $M_{эм} = M_c$ .

### § 14.12. Потери энергии и к. п. д. машин постоянного тока

Работа электрической машины сопровождается различного рода потерями энергии в ней, вызывающими нагрев частей машины. В машине постоянного тока электрические потери  $\Delta P_a$  в обмотке якоря составляют

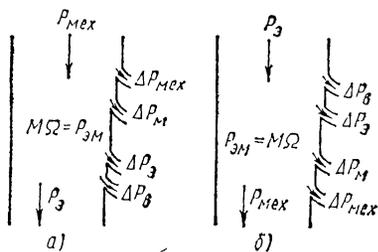


Рис. 14.39. Диаграммы преобразования энергии в машине постоянного тока:

а — в генераторе; б — в двигателе

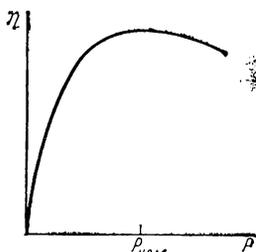


Рис. 14.40. Одна из рабочих характеристик машины ( $\eta(P_2)$ )

примерно 50% всех потерь при номинальном режиме. Электрические потери в обмотках, зависящие от квадрата тока нагрузки, называют переменными.

Другими потерями, считающимися постоянными или почти постоянными, являются:  $\Delta P_{\text{м}}$  — магнитные потери в якоре вследствие его перемагничивания при вращении (1—3% от  $P_{\text{ном}}$ );

$\Delta P_{\text{мех}}$  — механические потери от трения в подшипниках и вентиляционные (менее 1—2% от  $P_{\text{ном}}$ );  $\Delta P_{\text{в}}$  — потери в обмотке возбуждения (0,5—7% от  $P_{\text{ном}}$ ).

Все эти потери практически не зависят от тока нагрузки.

Диаграммы преобразования энергии в машине постоянного тока приведены на рис. 14.39, а, б. Основной энергетический показатель машины — к.п.д.  $\eta$  (отношение отданной мощности к затраченной) изменяется вместе с изменением тока нагрузки.

Принято определять зависимость к.п.д. от отдаваемой мощности (рис. 14.40). Зависимость  $\eta(P)$  является рабочей характеристикой машины. К рабочим характеристикам относят также зависимость тока, момента, частоты вращения и других параметров от отдаваемой мощности.

При холостом ходе, когда машина не отдает энергии, а только потребляет ее, к.п.д. равен нулю. С ростом отдаваемой мощности увеличивается также ток якоря и вызываемые им потери. К.п.д. при этом достаточно высокий. Машина рассчитана так, что наибольший к.п.д. примерно соответствует номинальной мощности (когда переменные потери равны постоянным). При перегрузке переменные потери растут быстро и к.п.д. снижается.

Рабочая характеристика  $\eta(P)$  позволяет определить потери в машине при любой нагрузке и оценить нагрев машины.

Номинальное значение к.п.д. машины зависит от ее номинальной мощности и возрастает с нею (рис. 14.41).

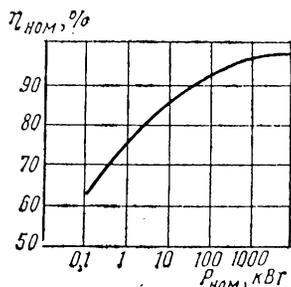


Рис. 14.41. Номинальный к.п.д. машин постоянного тока

### § 14.13. О работе двигателей постоянного тока от сети переменного тока

Для электроинструмента, пылесосов, вентиляторов и других электроустановок требуются двигатели небольшой мощности, но развивающие частоту вращения больше 3000 об/мин — предельной для двигателей переменного тока при частоте 50 Гц. Более высокие скорости могут развивать двигатели постоянного тока.

Электроэнергия распределяется и поступает потребителям в основном как энергия переменного тока. Возникает вопрос, могут ли работать двигатели постоянного тока от сети переменного тока?

В двигателях параллельного и независимого возбуждения индуктивность обмотки возбуждения много больше индуктивности якоря. Поэтому поток возбуждения и ток якоря оказываются сдвинутыми по фазе почти на  $90^\circ$ . Момент двигателя при этом практически равен нулю.

В двигателе последовательного возбуждения при одновременном изменении магнитного потока и тока направление момента не изменяется. Поэтому он может работать на переменном токе, но значительно хуже, чем на постоянном. За счет индуктивности обмоток уменьшают

ся коэффициент мощности двигателя и вращающий момент. Изменение магнитного потока во времени вызвало бы быстрый нагрев массивного магнитопровода — станины и полюсов. Но главное состоит в том, что в коммутируемых секциях якоря кроме э.д.с.  $e_a$  наводится трансформаторная э.д.с.  $E_T = 4,44f\omega_c\Phi_m$ , способствующая искрению под щетками. Безыскровая коммутация с помощью добавочных полюсов может быть обеспечена только при определенной скорости якоря и определенном токе нагрузки. Это не устранимый полностью недостаток.

Для работы на переменном токе выпускают специальные коллекторные двигатели последовательного возбуждения. Их магнитопровод набран из штампованных листов электротехнической стали. Для уменьшения трансформаторной э.д.с. секции обмотки якоря выполнены с малым числом витков. Но при этом увеличено число секций и коллекторных пластин («большой коллектор»).

Благодаря возможности плавного регулирования скорости якоря коллекторные двигатели последовательного возбуждения на переменном токе в ряде стран применяют как тяговые двигатели на железных дорогах, имеющих контактную сеть частотой 50 Гц или пониженной частотой (25 и  $16\frac{2}{3}$  Гц) напряжения питания.

Маломощные (десятки ватт) коллекторные двигатели, рассчитанные для работы от постоянного и переменного напряжений, являются универсальными. Они имеют разные обмотки возбуждения для постоянного напряжения 110 В и переменного напряжения 127 В.

Питание обычных двигателей последовательного возбуждения от сети переменного тока целесообразно осуществлять через выпрямители. Индуктивность двигателя сглаживает пульсации выпрямленного тока. Промышленность выпускает полупроводниковые диоды на достаточно большие токи и напряжения.

### Контрольные вопросы

1. Почему полюсы и станину машины постоянного тока выполняют из толстой листовой стали, а якорь набирают из тонких дисков?
2. Как отразится на значениях э. д. с. якоря и электромагнитного момента сдвиг щеток с геометрических нейтралей?
3. Почему в машинах с добавочными полюсами щетки не искрят при номинальной нагрузке и искрят при больших перегрузках?
4. Чем различаются обмотки возбуждения машин, имеющих разные способы возбуждения?
5. Почему генератор параллельного возбуждения не самовозбуждается при подключенном приемнике?
6. Какой генератор пригоден для глубокого регулирования напряжения?
7. Можно ли (и почему) изменить полярность напряжения генератора параллельного возбуждения, переключив концы обмотки возбуждения?
8. Почему при одинаковых токах якоря напряжение генератора при параллельном возбуждении ниже, чем при независимом?
9. Почему пусковой реостат после пуска двигателя необходимо вывести?
10. В каком из двигателей при одинаковом пусковом токе можно получить наибольший пусковой момент?
11. Каковы способы регулирования скорости двигателей, их оценка и вид механических характеристик при регулировании?
12. Почему полюсное регулирование скорости двигателя нельзя применять при нагрузках, близких к номинальной?

13. Каким способом пускают и регулируют скорость мощных двигателей и двигателей в системах автоматического управления?

14. Можно ли (и почему) реверсировать двигатели параллельного и последовательного возбуждения изменением полярности напряжения источника питания?

15. Как происходит электромеханический процесс изменения скорости двигателя после увеличения сопротивления: а) в цепи якоря, б) в цепи возбуждения (нагрузку на валу принять неизменной)?

16. Какими способами производят торможение двигателей постоянного тока?

## ГЛАВА 15

### АСИНХРОННЫЕ ДВИГАТЕЛИ

#### § 15.1. Устройство и принцип действия асинхронного двигателя

Принцип действия асинхронных двигателей основан на двух явлениях: образовании рабочего вращающегося магнитного поля токами в обмотке статора и воздействии этого поля на токи, индуцированные в короткозамкнутых витках ротора.

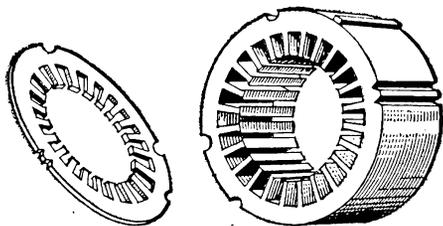


Рис. 15.1. Паket штампованных листов электротехнической стали для статора

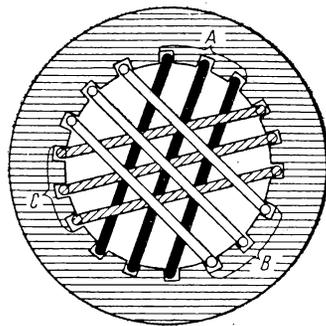


Рис. 15.2. Вид с торца трехфазной обмотки статора с тремя катушками в каждой фазе

В зависимости от способа образования вращающегося магнитного поля различают трехфазные и двухфазные обмотки статора. Статор машины собирают, как и у трансформатора, из штампованных листов электротехнической стали (рис. 15.1). По внутренней кромке листов вырублены пазы, которые создают в статоре каналы для укладки проводников обмотки. Паket листов статора запрессован в корпус-оболочку, который имеет соединительные элементы (лапы, торцовый фланец и т. д.) для крепления к неподвижному жесткому основанию. Обмотку статора выполняют в виде одно- или многовитковых катушек, имеющих, как правило, одинаковые размеры. Каждая фаза статорной обмотки состоит из нескольких последовательно включенных катушек. В качестве примера на рис. 15.2 изображены катушки простейшей трехфазной обмотки, создающей двухполюсное поле; каждая фаза образована тремя катушками, находящимися в соседних пазах. Такая

обмотка статора с несколькими катушками в каждой фазе обеспечивает распределение магнитной индукции, близкое к синусоидальному. Если бы форма торцовых (лобовых) частей катушек была такой, как на рис. 15.2, то ротор машины нельзя было бы вставить в статор. Поэтому лобовые части катушек отгибают и они проходят вдоль торцовой поверхности пакета статорных листов (рис. 15.3).

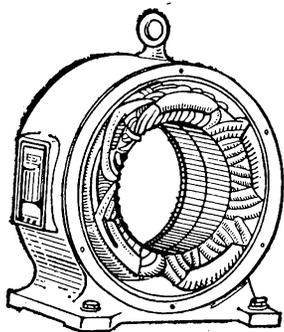


Рис. 15.3. Лобовые части трехфазной обмотки статора

Большинство машин имеет двухслойные статорные обмотки, когда в пазу располагаются в два слоя активные части двух различных катушек.

Ротор асинхронной машины также набирают из штампованных листов электротехнической стали, которые запрессовывают на вал, входящий при сборке машины в боковые подшипниковые щиты. Роторы изготовляют двух типов:

1) с трехфазной обмоткой, соединенной звездой, выводы которой подключены к контактным кольцам (рис. 15.4, а);

2) с короткозамкнутой обмоткой, получившей название «белчье колесо» (рис. 15.5, а), так как ее проводники образуют фигуру, похожую на колесо для белки.

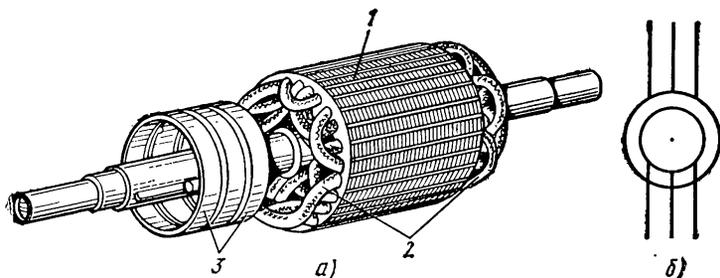


Рис. 15.4. Конструкция (а) и условное графическое обозначение (б) ротора с контактными кольцами (1 — пакет ротора; 2 — обмотка ротора; 3 — контактные кольца)

У двигателя с контактными кольцами к обмотке ротора присоединяют посредством щеток трехфазный реостат с целью улучшения пусковых характеристик машины. После окончания пуска кольца замыкают накоротко. Трехфазную обмотку выполняют из изолированного провода, а кольца изолируют от вала двигателя.

Короткозамкнутую обмотку типа «белчье колесо» изготовляют, заливая в пазы ротора алюминий. Стержни обмотки, имеющие удлиненную форму, замкнуты торцовыми кольцами, которые отливаются одновременно со стержнями. Кроме того, алюминиевая отливка имеет лопасти, обеспечивающие вентиляцию машины.

Условные графические обозначения двигателей на электрических схемах показаны на рис. 15.4, б и 15.5, б. В дальнейшем, рассматривая принцип действия и теорию работы асинхронных двигателей, не будем различать два типа роторов, так как многостержневая обмотка в виде «беличьего колеса» эквивалентна по электрическим свойствам двух- или трехфазной обмотке.

Как было показано в гл. 13, двух- или трехфазной обмоткой статора можно создать одну бегущую волну магнитной индукции, т. е. образовать вращающееся магнитное поле. Согласно формуле (13.28), угловая скорость этого поля зависит от частоты токов статорной обмотки  $\omega$  и числа пар полюсов  $p$ :

$$\Omega_1 = \omega/p. \quad (15.1)$$

Число полюсов задается шириной катушек обмотки статора  $\tau$  [см. формулу (13.20)]:

$$\tau = \pi D_{ст}/2p.$$

По традиции скорость вращения характеризуют частотой вращения и выражают в об/мин. Частота вращения магнитного поля

$$n_1 = \frac{60 \cdot f}{p} \text{ об/мин.} \quad (15.2)$$

Естественно, числа  $p$  образуют натуральный ряд 1, 2, 3, ..., а частоту вращения поля при заданной частоте  $\omega$  можно изменять только дискретно. Например, при промышленной частоте  $f=50$  Гц.

$$n_1 = 3000/p = 3000; 1500; 1000 \dots \text{ об/мин.}$$

В проводниках обмотки ротора вращающееся магнитное поле индуцирует э.д.с., пропорциональные магнитной индукции  $B_\delta$  в воздушном зазоре [см. формулу (13.2)]:

$$e_2 = \omega_{отн} B_\delta.$$

На рис. 15.6 изображена волна магнитной индукции  $B_\delta(x)$  и показаны направления э.д.с.  $e_2$  в проводниках (правило правой руки). Э.д.с. создают токи ротора. Как было выяснено в § 13.3, среднее значение электромагнитной силы пропорционально действующему значению активной составляющей тока [см. формулу (13.10)].

На рис. 15.6 показаны токи ротора  $i_{2a}$ , направление которых совпадает с направлением э.д.с.  $e_2$ . Направления действия электромагнитных сил  $F$  определены по правилу левой руки. Эти силы заставляют ротор вращаться вслед за полем статора.

Направление вращения ротора можно было бы определить на основании закона Ленца, в соответствии с которым силы взаимодействия индуцированных в роторе токов с вращающимся полем стремятся сохранить неизменным потокосцепление проводящих контуров ротора. Это возможно только в случае, когда ротор начнет вращаться в ту же сторону, что и поле. Однако ротор никогда не сможет вращаться с той

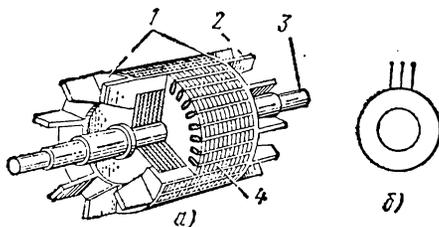


Рис. 15.5. Конструкция (а) и условное графическое обозначение (б) ротора с короткозамкнутой обмоткой (1 — замыкающее кольцо; 2 — вентиляционные лопасти; 3 — вал; 4 — пакет ротора)

же скоростью, что и поле статора, так как при равенстве их скоростей не будет индуцироваться э.д.с. в обмотке ротора и, следовательно, не будет создаваться ток ротора. Обозначив скорость ротора  $\Omega_2$ , запишем кратко *условие образования вращающегося электромагнитного момента*:  $M > 0$ , если  $\Omega_2 < \Omega_1$ .

Таким образом, ротор асинхронного двигателя вращается несинхронно — асинхронно по отношению к полю статора. Относительную скорость ротора, равную разности скоростей  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , называют скоростью скольжения ротора и обозначают  $\Omega_s$ :

$$\Omega_s = \Omega_1 - \Omega_2. \quad (15.3)$$

Относительное значение скорости скольжения

$$s = \frac{\Omega_s}{\Omega_1} = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}, \quad (15.4)$$

называемое скольжением, играет фундаментальную роль в теории асинхронных машин. Величину  $s$  часто выражают в процентах:

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} 100.$$

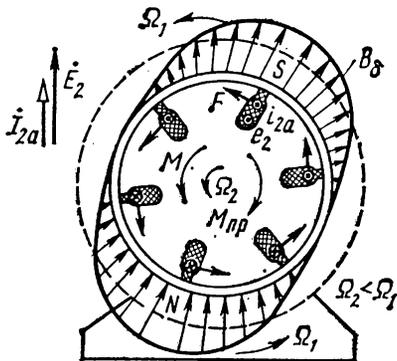


Рис. 15.6. Образование электромагнитного вращающегося момента двигателя

При неподвижном роторе, в первый момент пуска двигателя  $\Omega_2 = 0$ ,  $\Omega_s = \Omega_1$ ,  $s = 1$ .

Асинхронные двигатели проектируют так, что при холостом ходе

$$\Omega_{2x} \approx \Omega_1 \text{ и } s_x = 0,001 \div 0,005,$$

при номинальной нагрузке

$$\Omega_{2ном} \approx 0,95\Omega_1 \text{ и } s_{ном} \approx 0,05. \quad \blacktriangleright$$

## § 15.2. Свойство саморегулирования вращающегося момента в соответствии с нагрузкой на валу

Асинхронные двигатели, как и все электрические машины, обладают свойством саморегулирования. Оно заключается в том, что *при изменении противодействующего момента, создаваемого рабочим механизмом, автоматически изменяется вращающийся момент машины и восстанавливается нарушенное равновесие моментов на валу* (независимо от причины его нарушения).

Как известно, установившийся режим с постоянной скоростью возможен только при равенстве моментов на валу — электромагнитного вращающегося момента  $M$  и противодействующего момента  $M_{пр}$  (суммарного нагрузочного момента и сил трения). Если внезапно увеличится противодействующий момент, то ротор начнет тормозиться. Скорость ротора  $\Omega_2$  будет падать, а скорость его скольжения относительно вращающегося поля  $\Omega_s = \Omega_1 - \Omega_2$  — возрастать. При увеличе-

ний скорости скольжения неизбежно увеличится э.д.с.  $E_2$  и активные составляющие  $I_{2a}$  тока в проводниках ротора. В свою очередь, увеличение тока ротора определяет увеличение электромагнитных сил и момента, действующих на ротор. С ростом вращающего момента отрицательное ускорение ротора будет стремиться к нулю и наступит повторно равновесие моментов: скорость ротора установится на новом, более низком уровне.

Понимание свойства саморегулирования — ключ к пониманию всех характеристик асинхронной машины.

### § 15.3. Уравнения электрического состояния обмоток статора и ротора

Вращающееся рабочее магнитное поле индуцирует в катушках статорной обмотки э.д.с.  $E_k$ . Согласно формуле (13.7)

$$E_k = \frac{1}{\sqrt{2}} p \Omega_1 \omega_k \Phi_n.$$

Э.д.с. фазы обмотки с числом витков  $\omega_1$

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_1 p \Omega_1 \Phi_n. \quad (15.5)$$

Частота  $\omega_1$  этой э.д.с. определяется скоростью поля  $\Omega_1$  и числом пар полюсов [см. формулу (13.6)]:  $\omega_1 = p \Omega_1$ . С другой стороны, скорость поля  $\Omega_1 = \omega / p$ . Следовательно,  $\omega_1 = \omega$ , т. е. частота э.д.с.  $E_1$  равна частоте напряжения источника питания статора  $U$ .

Как и у трансформатора, напряжение  $\dot{U}_1$  уравнивается э. д. с. от рабочего поля  $\dot{E}_1$ , напряжением на активном сопротивлении обмотки  $R_1 \dot{I}_1$  и э. д. с. от поля рассеяния —  $\dot{E}_{pac} = j X_1 \dot{I}_1$ :

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + R_1 \dot{I}_1 + j X_1 \dot{I}_1. \quad (15.6)$$

Поле рассеяния создается вокруг торцовых (лобовых) частей обмотки и вокруг рабочих частей проводников, находящихся в пазах статора (рис. 15.7).

Машины проектируют так, что основная доля приложенного к статорной обмотке напряжения  $U_1$  уравнивается э.д.с.  $E_1$ . Поэтому, как и в трансформаторе, при анализе основных физических процессов можно принять

$$U_1 \approx E_1. \quad (15.7)$$

Ротор скользит относительно магнитного поля, и угловая скорость скольжения  $\Omega_s = \Omega_1 - \Omega_2 = s \Omega_1$ . Соответственно частота индуцирован-

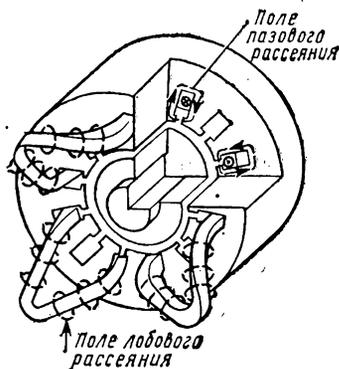


Рис. 15.7. Магнитное поле лобового и пазового рассеяния статорной обмотки

ных в роторе э.д.с.

$$\omega_2 = p\Omega_s = ps\Omega_1 = s\omega. \quad (15.8)$$

Фазная э.д.с. роторной обмотки также зависит от скольжения:

$$E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} p\Omega_s \omega_2 \Phi_{п} = \frac{1}{\sqrt{2}} ps\Omega_1 \omega_2 \Phi_{п}. \quad (15.9)$$

Таким образом, частота и действующее значение э.д.с. ротора пропорциональны скольжению  $s$ . Изучая свойство саморегулирования двигателя (см. § 15.2), мы выяснили, что с ростом нагрузки на валу увеличивается скольжение. Поэтому можно утверждать, что э.д.с.  $E_2$  и частота  $\omega_2$  зависят от нагрузки.

При неподвижном роторе ( $s=1$ ) э.д.с. достигает наибольшего значения

$$E_{2н} = \frac{1}{\sqrt{2}} p\Omega_1 \omega_2 \Phi_{п}, = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \omega_2 \Phi_{п}, \quad (15.10)$$

а частота  $\omega_2 = \omega_1 = \omega$ .

При идеальном холостом ходе ( $s \rightarrow 0$ ) э.д.с.  $E_2 \rightarrow 0$ . В короткозамкнутом роторе э.д.с.  $E_2$  уравновешивается падением напряжения на активном сопротивлении  $R_2$  и на индуктивном сопротивлении рассеяния  $X_2 = \omega_2 L_2$ :

$$\dot{E}_2 = R_2 \dot{I}_2 + jX_2 \dot{I}_2.$$

Модуль тока ротора

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2} = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}}. \quad (15.11)$$

Выразим переменные величины  $E_2$  и  $X_2$  через постоянные величины  $E_{2н}$  и  $X_{2н}$ , соответствующие неподвижному ротору:

$$E_2 = sE_{2н} \text{ и } X_2 = \omega_2 L_2 = s\omega L_2 = sX_{2н}. \quad (15.12)$$

Тогда

$$I_2 = \frac{sE_{2н}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{2н})^2}}.$$

Активная составляющая тока ротора

$$I_{2а} = \frac{E_2}{Z_2} \cos \psi_2 = \frac{E_2}{Z_2} R_2.$$

Учитывая зависимость э.д.с.  $E_2$  и реактивного сопротивления  $X_2$  от скольжения, получим

$$I_{2а} = \frac{sE_{2н}R_2}{R_2^2 + (sX_{2н})^2}. \quad (15.13)$$

При изменении нагрузки на валу двигателя от нуля до номинального значения скольжение возрастает примерно до 0,05. При этом

сохраняется неравенство  $(sX_{2H})^2 \ll R_2^2$  и

$$I_{2a} \approx sE_{2H}/R_2,$$

т. е. активная составляющая тока ротора пропорциональна скольжению (при  $s < 0,05$ ).

#### § 15.4. Магнитное поле машины. Уравнение токов фазы статорной обмотки

В любой момент времени распределение э.д.с. в проводниках ротора полностью соответствует распределению магнитной индукции в воздушном зазоре машины:

$$e_2(x) = lv_{\text{отн}} B_\delta(x).$$

Естественно, что токи  $i_2$  короткозамкнутой обмотки ротора имеют аналогичный закон распределения, хотя эпюры распределения  $e_2$  и  $i_2$  в пространстве могут быть сдвинуты из-за временного сдвига э.д.с.  $e_2$  и токов  $i_2$  по фазе. Таким образом, вместе с вращающимся рабочим полем статора движутся эпюры распределения э.д.с. и токов ротора, а скорости их одинаковы.

Токи ротора создают свое магнитное поле, которое вращается с той же скоростью, что и создающие его токи  $i_2$ . На это обстоятельство было указано в § 13.5 (см. рис. 13.16). Следовательно, скорости полей статора и ротора одинаковы, т. е. эти поля неподвижны относительно друг друга.

Можно аналитически доказать относительную неподвижность этих полей. Поле токов ротора вращается относительно обмотки ротора с угловой скоростью  $\Omega_{22}$ , определяемой формулой (13.28):  $\Omega_{22} = \omega_2/p$ .

Отметим, что число пар полюсов  $p$  полей ротора и статора одинаково, так как катушки ротора с фазной обмоткой имеют ту же ширину  $\tau$ , что и катушки статора. В короткозамкнутых стержнях обмотки ротора типа «беличье колесо» образуются контуры токов  $i_2$ , ширина которых также равна  $\tau$  (ширине полюсов рабочего поля, создающего эти токи).

Ротор вращается в пространстве со скоростью  $\Omega_2$ , и абсолютная скорость поля ротора (относительно статора) равна сумме скоростей

$$\Omega_2 + \Omega_{22} = \Omega_2 + \omega_2/p.$$

Согласно формуле (15.8),  $\omega_2 = s\omega = ps\Omega_1$ . Скорость ротора  $\Omega_2 = (1-s)\Omega_1$ , что следует из формулы (15.4). Подставляя выражения  $\omega_2$  и  $\Omega_2$ , получим

$$\Omega_2 + \Omega_{22} = (1-s)\Omega_1 + \frac{sp\Omega_1}{p} = \Omega_1,$$

т. е. скорости полей ротора и статора одинаковы.

Наложение полей статора и ротора могло бы привести к изменению результирующего поля при нагрузке двигателя. Но этого не происходит при неизменном действующем напряжении  $U$  на статорной обмотке (в питающей сети), так как вместе с токами ротора  $I_2$  изменяются и токи статора  $I_1$ . При  $U_1 = \text{const}$  амплитуда магнитной индукции

результатирующего рабочего поля должна сохраняться практически неизменной, так же как и в силовом трансформаторе. Это следует из выражения

$$\Phi_{\Pi} = \frac{E_{1m}}{\omega \omega_1} \approx \frac{U_{1m}}{\omega \omega_1} = \text{const},$$

доказывающего практическое постоянство потока полюсов результирующего вращающегося поля машины.

В режиме холостого хода при отсутствии нагрузки на валу токи ротора пренебрежимо малы, и вращающееся поле создается токами

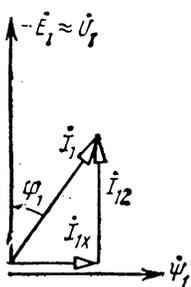


Рис. 15.8. Векторная диаграмма одной фазы обмотки статора

статора  $I_{1x}$ . С ростом нагрузки появляются токи ротора, создающие свое магнитное поле и стремящиеся изменить результирующее поле, а вместе с ним и э.д.с.  $E_1$  в фазах статорной обмотки. Как и у силового трансформатора, небольшое изменение э.д.с.  $E_1$  приводит к такому росту фазных токов  $I_1$ , при котором восстанавливается то же вращающееся поле, что и при холостом ходе. Следовательно, в токе каждой фазы обмотки статора можно выделить две составляющие: составляющая  $I_{1x}$  — ток холостого хода — создает вращающееся магнитное поле при холостом ходе машины. Составляющая  $I_{12}$  изменяется при нагрузке двигателя в соответствии с токами ротора  $I_2$  и компенсирует магнитное действие (м.д.с.) этих токов. При нагрузке машины

$$I_1 = I_{1x} + I_{12}. \quad (15.14)$$

Векторная диаграмма (рис. 15.8) иллюстрирует уравнение (15.14) для одной из фаз статорной обмотки. Э.д.с.  $E_1$ , возникающая вследствие вращения результирующего поля, пропорциональна потокоцеплению  $\Psi_1$ , амплитуда которого  $\Psi_{1m} = \omega_1 \Phi_{\Pi}$ . Ток холостого хода  $I_{1x}$  практически совпадает по фазе с потокоцеплением  $\Psi_1$ , так как в момент максимума фазного тока потокоцепление этой фазы максимально (см. § 13.5). Напряжение  $U_1$  на статорной обмотке практически уравновешивается э.д.с.  $E_1$ .

Ток  $I_{12}$ , возникающий при нагрузке ротора, определяет активную мощность  $P_1$ , которая поступает из сети. Поэтому он является активным током, т. е. совпадает по фазе с напряжением  $U_1$ . Угол  $\varphi_1$  зависит от нагрузки на валу: чем больше нагрузка, тем больше  $\cos \varphi_1$ .

### § 15.5. Энергетические диаграммы

Как отмечалось в § 13.4, в электрическом двигателе происходит преобразование электрической энергии в механическую.

Электрическая мощность  $P_1$ , потребляемая двигателем из сети, частично теряется в двигателе (рис. 15.9). Тепловые потери связаны, во-первых, с перемagnичиванием элементов магнитопровода, относи-

тельно которого вращается рабочее магнитное поле. Статор перемагничивается с частотой  $\omega_1$ , а ротор, скользящий в этом поле, со значительно меньшей частотой  $s\omega_1$ . Поэтому основная часть магнитных потерь  $\Delta P_{\text{маг}}$  сосредоточена в статоре. Эти потери не зависят от нагрузки машины, так как не изменяется интенсивность результирующего поля машины. Ток статорной обмотки вызывает потери  $\Delta P_{\text{эл}}$ , которые зависят от нагрузки. Мощность потерь пропорциональна квадрату действующего тока статора.

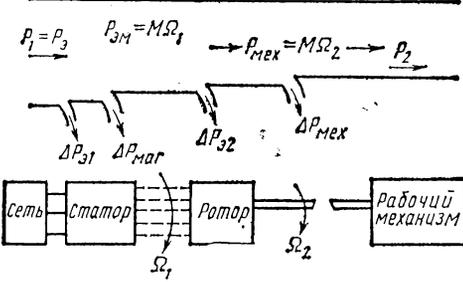


Рис. 15.9. Диаграмма активных мощностей двигателя

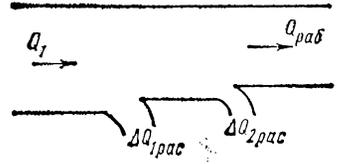


Рис. 15.10. Диаграмма реактивных мощностей двигателя

Электромагнитная мощность  $P_{\text{эм}}$  характеризует скорость преобразования энергии посредством магнитного поля. В асинхронном двигателе электромагнитный момент  $M$  возникает вследствие воздействия рабочего магнитного поля на рабочие токи ротора  $i_{2a}$ . Как было показано в § 15.4, рабочее поле и эпора токов вращаются с одинаковой скоростью  $\Omega_1$ . Следовательно, электромагнитная мощность

$$P_{\text{эм}} = M\Omega_1.$$

Механическая мощность, развиваемая двигателем, определяется электромагнитным моментом  $M$  и скоростью ротора  $\Omega_2$ :

$$P_{\text{мех}} = M\Omega_2.$$

Разность мощностей

$$P_{\text{эм}} - P_{\text{мех}} = M(\Omega_1 - \Omega_2) = sM\Omega_1 = sP_{\text{эм}}$$

зависит от скольжения ротора, т. е. от нагрузки двигателя. Потери мощности  $(P_{\text{эм}} - P_{\text{мех}})$  равны мощности электрических потерь в обмотке ротора

$$\Delta P_{\text{э2}} = P_{\text{эм}} - P_{\text{мех}} = M(\Omega_1 - \Omega_2),$$

что отражено на энергетической диаграмме рис. 15.9 (для активных мощностей).

Полезная механическая мощность на валу

$$P_2 = P_{\text{мех}} - \Delta P_{\text{мех}},$$

где  $\Delta P_{\text{мех}}$  — мощность механических потерь.

Современные двигатели работают с высоким коэффициентом полезного действия:

$$\eta_{\text{ном}} = P_{2\text{ном}}/P_{1\text{ном}} = 0,8 \div 0,96.$$

Чем больше номинальная мощность двигателя, тем больше его к.п.д.

Диаграмма реактивных мощностей для асинхронного двигателя изображена на рис. 15.10. Основная часть реактивной мощности  $Q_1 \approx k_1 U_1 I_{1\text{х}}$ , поступающей из сети, нужна для создания рабочего вращающегося поля ( $Q_{\text{раб}}$ ). Однако часть мощности  $Q_1$  расходуется на поля рассеяния обмотки статора  $\Delta Q_{1\text{рас}} = k_1 X_1 I_1^2$  и ротора  $\Delta Q_{2\text{рас}} = k_2 X_2 I_2^2$ . При постоянном напряжении на статоре интенсивность рабочего поля остается неизменной и не зависит от нагрузки:  $Q_{\text{раб}} = \text{const}$ . Интенсивность полей рассеяния зависит от токов в обмотках, поэтому с ростом нагрузки на валу увеличиваются  $\Delta Q_{1\text{рас}}$  и  $\Delta Q_{2\text{рас}}$ .

### § 15.6. Электромагнитный момент

Знакомясь с принципом действия асинхронного двигателя, можно было понять, что электромагнитный момент создается в результате воздействия вращающегося поля статора на индуцированные токи ротора. Среднее значение силы, действующей на проводники с токами роторной обмотки, определяется известной формулой [см. (13.10а)]

$$F_{\text{ср}} = l B_{\delta\sim} I_{2\text{а}}.$$

В этой формуле учитывается, что частота изменения индукции на поверхности ротора и тока ротора одинакова: ток возникает вследствие наведения э.д.с. этим же переменным полем.

Электромагнитный момент, действующий на ротор с диаметром  $D_2$  и общим числом проводников  $N_2$ , определяется формулой (13.11):

$$M = N_2 \frac{D_2}{2} l B_{\delta\sim} I_{2\text{а}}.$$

Выразим магнитную индукцию  $B_{\delta\sim}$  через поток полюса  $\Phi_{\text{п}}$ . При гармоническом законе распределения индукции в зазоре действующее и среднее значения на полюсном делении  $\tau$  связаны соотношением  $B_{\delta\sim} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\pi}{2} B_{\text{ср}}$ . Величина  $B_{\text{ср}}$  равна потоку полюса рабочего поля  $\Phi_{\text{п}}$ , деленному на площадь полюса  $\tau l$ . Отсюда

$$B_{\delta\sim} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{\Phi_{\text{п}}}{\tau l}.$$

Диаметр ротора  $D_2 = 2p\tau/\pi$ . Подставив выражения  $B_{\delta\sim}$  и  $D_2$ , найдем

$$M = \frac{p N_2}{2\sqrt{2}} \Phi_{\text{п}} I_{2\text{а}} = C \Phi_{\text{п}} I_{2\text{а}}. \quad (15.15)$$

*Электромагнитный момент асинхронной машины пропорционален магнитным потокам полюсов  $p\Phi_{\text{п}}$  и активной составляющей токов*

ротора  $N_2 I_{2a}$ . Используя формулу (15.13) для тока  $I_{2a}$ , получим зависимость момента от скольжения:

$$M = C\Phi_{II} \frac{sE_{2H}R_2^2}{R_2^2 + (sX_{2H})^2}. \quad (15.16)$$

Как и следовало ожидать, момент зависит от скольжения  $s$ . При  $s=0$  и  $s \rightarrow \infty$  момент равен нулю. Следовательно, существует максимальное значение момента  $M_m$ . Для определения точки максимума нужно найти значение  $s=s_{кр}$ , при котором  $dM/ds=0$ . Скольжение  $s_{кр}$  называют критическим, так как оно достигается при противодействующем моменте на валу  $M_{np} \geq M_m$ , после чего двигатель останавливается. Прежде чем искать производную, преобразуем уравнение (15.16), учитывая, что  $E_{2H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \omega_2 \Phi_{II}$ :

$$M = C'\Phi_{II} \frac{R_2 s E_{2H}}{R_2 s X_{2H} \left( \frac{R_2}{sX_{2H}} + \frac{sX_{2H}}{R_2} \right)} = \frac{C'\Phi_{II}^2}{X_{2H}} \frac{1}{\left( \frac{R_2}{sX_{2H}} + \frac{sX_{2H}}{R_2} \right)}. \quad (15.17)$$

Производная  $dM/ds$  будет равна нулю при равенстве нулю производной по  $s$  знаменателя уравнения (15.17):

$$\left( \frac{R_2}{sX_{2H}} + \frac{sX_{2H}}{R_2} \right)' = -\frac{R_2}{s^2 X_{2H}} + \frac{X_{2H}}{R_2} = 0.$$

Отсюда критическое скольжение при максимальном моменте

$$s_{кр} = R_2 / X_{2H}. \quad (15.18)$$

Соответственно максимальный момент

$$M_m = \frac{C'}{2X_{2H}} \Phi_{II}^2. \quad (15.19)$$

Максимальный момент пропорционален квадрату потока  $\Phi_{II}$ , т. е. квадрату напряжения  $U_1$  на двигателе ( $\Phi_{II} = E_m / \omega \omega_1 \approx U_{1m} / \omega \omega_1$ ). Поэтому снижение напряжения в сети неблагоприятно сказывается на работе двигателя.

Уравнение (15.17), показывающее зависимость момента от скольжения, получается достаточно простым:

$$M = \frac{2M_m}{s_{кр}/s + s/s_{кр}}. \quad (15.20)$$

При малых значениях  $s$  зависимость  $M(s)$  близка к линейной (кривая  $I$  на рис. 15.11), при больших — к гиперболической. Машины проектируют так, что  $s_{кр} \approx 0,1$ .

Электромагнитный момент  $M_{II}$  в начале пуска, когда  $s=1$ , называют пусковым:

$$M_{II} = \frac{2M_m}{s_{кр} + 1/s_{кр}} \approx 2M_m s_{кр} = 2M_m \frac{R_2}{X_{2H}}.$$

Величина  $M_{\Pi}$  пропорциональна активному сопротивлению обмотки ротора.

У современных двигателей со стержневой обмоткой в глубоких пазах ротора реальные характеристики  $M(s)$  не вполне точно описываются уравнением (15.20). Это объясняется изменением активного сопротивления  $R_2$  стержней: с ростом скольжения от нуля до единицы значение  $R_2$  увеличивается в несколько раз. В уравнении (15.20) значение  $R_2$  было принято постоянным.

Изменение  $R_2$  связано с вытеснением тока  $I_2$  в верхнюю часть паза при больших частотах  $\omega_2 = s\omega_1$ , т. е. при больших скольжениях. На рис. 15.12, а, б изображены кривые плотности тока  $J$  в стержне при пуске двигателя ( $s=1$ ,  $f_2 = f_1 = 50$  Гц) и при номинальной нагрузке ( $s=0,05$ ,  $f_2 = 0,05 f_1 = 2,5$  Гц). При небольшой частоте  $f_2 \leq 2,5$  Гц ток распределяется по проводнику практически равномерно (рис. 15.12, в). При  $f_2 = 50$  Гц ток вытесняется к поверхности ротора и активное сопротивление проводника резко возрастает. Эффект вытеснения тока связан с действием э.д.с. самоиндукции, создаваемой переменным магнитным полем пазового рассеяния (рис. 15.12, а). На рис. 15.13, а показаны два диаметрально противоположных паза и поле, созданное токами в них. Внутренние слои проводящих стержней (например, А и А') сцеплены со значительно большим потоком, чем внешние слои (С и С'). Поэтому э.д.с. самоиндукции и индуктивные сопротивления рассеяния  $X_{рас}$  во внутренних слоях больше, что приводит к перераспределению тока в стержне, как в параллельных ветвях с различными э.д.с. (рис. 15.13, б).

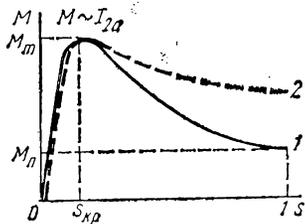


Рис. 15.11. Зависимость электромагнитного момента от скольжения

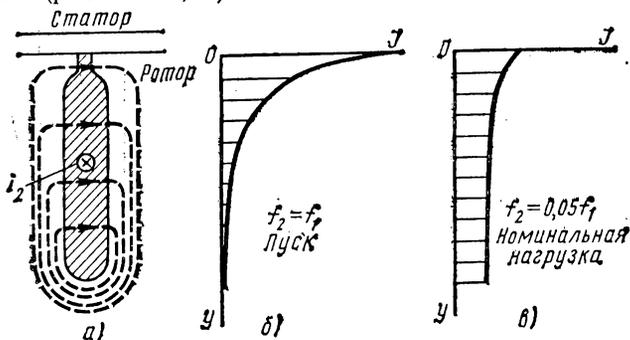


Рис. 15.12. Магнитное поле пазового рассеяния (а), распределение плотности тока  $J$  в стержне обмотки ротора при пуске (б) и при номинальной нагрузке (в)

За счет описанного эффекта в глубоком пазу удается увеличить пусковой момент  $M_{\Pi}$  до 0,6—0,8  $M_m$  (кривая 2 на рис. 15.11), что приводит к увеличению скорости разгона и сокращению времени пуска двигателей.

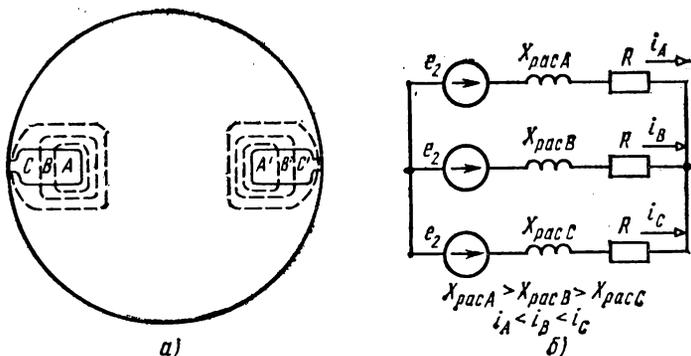


Рис. 15.13. Магнитное поле рассеяния короткозамкнутого витка из двух стержней ротора (а) и схема замещения стержня (б)

### § 15.7. Механические и рабочие характеристики асинхронного двигателя

Механической характеристикой называют зависимость скорости  $\Omega_2$  или частоты вращения  $n_2$  ротора от электромагнитного момента  $M$ . Вспомним, что в установившемся режиме этот момент равен противодействующему моменту  $M_{пр}$  рабочего механизма.

Механическую характеристику  $\Omega_2(M)$  можно построить по кривой  $M(s)$ , используя соотношение  $\Omega_2 = (1-s)\Omega_1$  (рис. 15.14). Устойчивая работа двигателя возможна на участке  $\Omega_{кр} \leq \Omega_2 \leq \Omega_1$  ( $M \leq M_m$ ), где проявляется свойство саморегулирования двигателя. Например, в точке  $P$  (рис. 15.14) пересечения механической характеристики двигателя и характеристики противодействующего момента  $M_{пр}$  рабочего механизма случайное изменение величины  $M_{пр}$  вызовет переходный процесс саморегулирования, описанный в § 15.2.

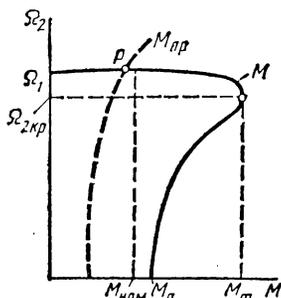


Рис. 15.14. Рабочие точки  $P$  и  $Q$  на участках механической характеристики с устойчивой и неустойчивой работой

Номинальный момент определяет допустимый момент на валу двигателя при длительной неизменной нагрузке. Тепловой режим двигателя нормального исполнения (нагрев обмотки, вентиляция и т. д.) рассчитывают для этой нагрузки. Отношение  $M_m/M_{ном}$ , называемое перегрузочной способностью, обычно выбирают равным 2—2,5 с учетом возможности кратковременных ударных нагрузок при пониженном напряжении в сети.

Рабочие характеристики показывают зависимость эксплуатационных параметров машины от мощности на валу двигателя  $P_2$ ; к этим параметрам относят ток, активную мощность, к.п.д., скорость ротора и коэффициент мощности двигателя.

Рабочие характеристики асинхронного двигателя изображены на рис. 15.15. По осям координат отложены относительные значения тока статора  $I_{1*}$ , скорости ротора  $\Omega_{2*}$  и мощности  $P_{1*}$ , выраженные в долях от номинальных величин  $I_{1ном}$ , скорости поля  $\Omega_1$  и номинальной мощности  $P_{2ном}$ .

В режиме холостого хода, когда  $M \approx 0$ , ток  $I_1 = I_{1х}$ . Значение тока  $I_{1х}$  зависит от магнитного сопротивления магнитопровода и в первую очередь от сопротивления воздушного зазора между статором и ротором [см. формулу (8.16)]. Поэтому зазор делают небольшим — порядка десятых долей миллиметра. Тем не менее ток  $I_{1х} = (0,2 \div 0,5) I_{1ном}$  в зависимости от мощности двигателя, что на порядок больше по сравнению с относительным значением тока  $I_{1х}$  у трансформаторов. Ток  $I_{1х}$  имеет активную составляющую, связанную с потерями в магнитопроводе и в обмотке статора.

По мере роста нагрузки на валу увеличивается ток статора, в основном его активная составляющая. Коэффициент мощности

$\cos \varphi_1 = P_1 / \sqrt{P_1^2 + Q_1^2}$  при холостом ходе определяется мощностью потерь в магнитопроводе:

$$\cos \varphi_{1х} \approx \frac{\Delta P_{\text{маг}}}{\sqrt{\Delta P_{\text{маг}}^2 + Q_{\text{раб}}^2}}$$

Обычно  $\cos \varphi_{1х}$  имеет значение 0,2—0,3, что указывает на недопустимость длительной работы двигателя без нагрузки. При увеличении нагрузки возрастают активные составляющие токов  $I_{1а}$  и  $\cos \varphi_1$ . Но при нагрузках, близких к номинальной, рост  $\cos \varphi_1$  замедляется из-за увеличения реактивной мощности полей рассеяния. При номинальной нагрузке  $\cos \varphi_1 = 0,7 \div 0,85$ .

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_{\text{маг}} + \Delta P_a + \Delta P_{\text{мех}}} \quad (15.21)$$

при отсутствии нагрузки равен нулю, так как в режиме холостого хода сохраняются потери  $\Delta P_{\text{маг}}$ . По мере увеличения мощности  $P_2$  к. п. д. повышается. При больших нагрузках рост  $\eta$  замедляется, затем к.п.д. начинает уменьшаться, так как потери в обмотках пропорциональны квадрату токов, а зависимость токов от мощности  $P_2$  близка к линейной.

Большинство двигателей имеют среднегодовую нагрузку ниже номинальной, так как они работают с переменным моментом на валу. Поэтому двигатели рассчитывают так, чтобы максимум к.п.д. находился в пределах  $(0,7—0,8)P_{2ном}$ .

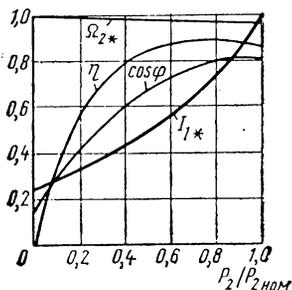


Рис. 15.15. Рабочие характеристики асинхронного двигателя

Скорость двигателя изменяется незначительно: от  $\Omega_{2x} = (0,995 \div \div 0,998)\Omega_1$  до  $\Omega_{2ном} = 0,95 \Omega_1$ .

В паспортную табличку двигателя вносят следующие данные:

1) номинальное линейное напряжение сети  $U_1$ , к которой может быть подключен двигатель (обычно для трехфазных двигателей указывают два напряжения, учитывая

общие возможности переключения обмотки с треугольника на звезду);

2) номинальную механическую мощность на валу  $P_{2ном}$ ;

3) схемы соединения статорной обмотки, соответствующие указанным напряжениям сети;

4) номинальную частоту вращения  $n_{2ном}$ , соответствующую номинальной нагрузке  $P_{2ном}$ ;

5) номинальный к.п.д.;

6) номинальный коэффициент мощности.

Эти данные позволяют выбрать двигатель по статической нагрузке и рассчитать его линию питания.

На рис. 15.16 изображена паспортная табличка, которую прикрепляют к корпусу двигателя.

В каталогах на двигатели указывают также тип двигателя, перегрузочную способность  $M_m/M_{ном}$ , кратность пускового момента  $M_{п}/M_{ном}$ , кратность пускового тока  $I_{1п}/I_{1ном}$ , габаритные и установочные размеры, массу двигателя.

Двигатель асинхронный					
Тип		4A100L6Y3		№ <input type="text"/>	
<input type="text" value="3"/>	~Hz	<input type="text" value="2,2"/>	kW	cosφ	<input type="text" value="0,73"/>
<input type="text" value="950"/>	об/мин	<input type="text" value="Δ/Y"/>		<input type="text" value="220/380"/>	V
				<input type="text" value="3,8/5,6"/>	A
к.п.д.		<input type="text" value="81,0"/>		Режим	<input type="text" value="S1"/>
кл.изол.		<input type="text" value="B"/>		ГОСТ	<input type="text" value="19523-74"/>
				<input type="text" value="39"/>	kg

Рис. 15.16. Паспортная табличка двигателя

### § 15.8. Пуск асинхронного двигателя

**Пуск двигателя с короткозамкнутым ротором.** В начале пуска ротор неподвижен ( $s=1$ ) и э.д.с. в его обмотке  $E_{2s} = sE_{2н}$  достигает наибольшего значения  $E_{2н}$ . Соотношение э.д.с.  $E_2$  в начале пуска и после

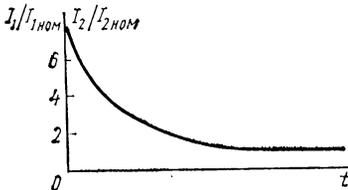


Рис. 15.17. Изменение действующих токов статора и ротора при пуске двигателя

разгона ротора  $E_{2п}/E_2$  равно  $1/s$ . Начальный пусковой ток ротора превышает ток при номинальной нагрузке только в 6—8 раз, так как активное сопротивление  $R_2$  и реактивное сопротивление  $X_2 = sX_{2н}$  ротора также зависят от скольжения. Кратность пускового тока статора  $I_{1п}/I_{1ном} = 5 \div 7$ . По мере разгона ротора токи  $I_2$  и  $I_1$  уменьшаются (рис. 15.17) и устанавливается режим работы, определяемый

статической нагрузкой на валу. В нормальных условиях время пуска двигателя не превышает нескольких секунд (см. § 17.10). При этом не возникает опасности перегрева двигателя или механического повреждения его обмоток под действием электромагнитных сил. Защиту двигателя от перегрузки на валу делают инерционной так, чтобы она

не реагировала на кратковременный всплеск тока  $I_{II}$  во время пуска, когда  $I_{II} \gg I_{ном}$ .

Однако не следует забывать, что двигатели подключены к распределительной сети, питающейся от трансформатора ограниченной мощности. Напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора уменьшается по мере роста нагрузки в сети. При полной нагрузке трансформатора падение напряжения в сети достигает 10—15% от  $U_{ном}$ .

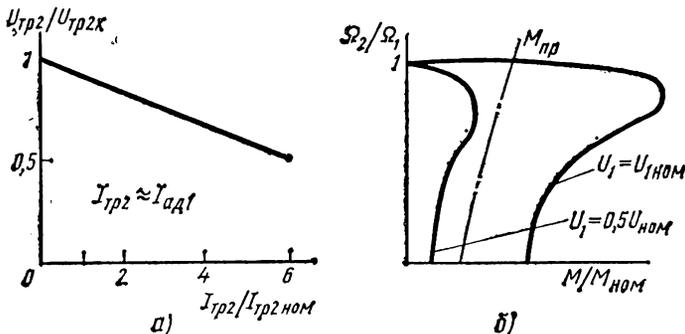


Рис. 15.18. Изменение напряжения на зажимах питающего трансформатора (а) и механическая характеристика (б) при пуске мощного двигателя ( $U_1 = 0,5U_{1ном}$ )

Если мощность одного двигателя много меньше мощности трансформатора, то даже при его пуске напряжение в сети изменится незначительно. Но на ряде предприятий может возникнуть ситуация, когда мощность одного-двух двигателей намного превышает мощность всех остальных двигателей и сравнима с номинальной мощностью трансформатора.

При пуске такого двигателя токи в обмотках трансформатора будут превышать номинальные значения в 5—7 раз, и напряжение на вторичной обмотке трансформатора  $U_{гр2}$  и на двигателе  $U_{ад}$  упадет до 0,6—0,7  $U_{ном}$  (рис. 15.18, а). Электромагнитный момент  $M_{II}$  двигателя может снизиться вдвое и пуск двигателя затянется или окажется невозможным (рис. 15.18, б).

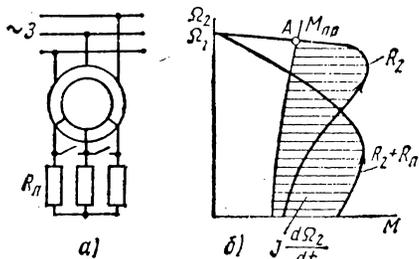


Рис. 15.19. Электрическая схема (а) и механические характеристики (б) двигателя с пусковым реостатом

Если потребляемая двигателем мощность в начале пуска окажется больше номинальной мощности питающего трансформатора, то есть смысл отказаться от машины с короткозамкнутым ротором и использовать двигатель с контактными кольцами, у которого ток ротора можно ограничить подключенным к кольцам пусковым реостатом.

В некоторых случаях, когда пуск двигателя с короткозамкнутым ротором осуществляют без нагрузки, напряжение на статоре понижают

с помощью автотрансформатора или реактора (трехфазной индуктивной катушки), что позволяет уменьшить пусковой ток.

**Пуск двигателя с контактными кольцами.** При описании конструкции асинхронных машин упоминалось о роторах с трехфазной обмоткой, соединенной звездой и подключенной к контактным кольцам. Посредством меднографитовых щеток к кольцам можно подключать пусковой реостат. На рис. 15.19, *а* показана схема включения такого двигателя с одноступенчатым реостатом. Полное сопротивление пускового реостата рассчитывают так, чтобы ток статора был ограничен заданным значением (например,  $I_{1п} = I_{1ном}$ ). Перед пуском двигателя вводят пусковой реостат так, что сопротивление фазы роторной цепи становится равным  $R_2 + R_{п}$ . Соответствующая пусковая механическая характеристика оказывается смещенной относительно характеристики при естественном сопротивлении ротора (рис. 15.19, *б*). При этом ток ротора уменьшается, а пусковой момент возрастает. По мере разгона двигателя токи ротора и статора уменьшаются, и пусковой реостат  $R_{п}$  закорачивают. Рабочая точка переходит на естественную характеристику, соответствующую сопротивлению  $R_2$ . Рабочая точка перемещается по естественной механической характеристике, пока электромагнитный момент двигателя не станет равным противодействующему (точка *А* на рис. 15.19, *б*). Обычно реостат разбивают на 5—10 ступеней, которые автоматически закорачивают по мере разгона ротора. Схема автоматического выведения пускового реостата работает в функции времени или тока ротора (см. § 17.12).

Применение двигателей с контактными кольцами в некоторых случаях оправдано уменьшением времени пуска.

### § 15.9. Регулирование скорости

Регулирование скорости — процесс управления скоростью двигателя при заданном (неизменном) моменте нагрузки. Регулирование может быть ступенчатым или плавным в зависимости от свойств двигателя и принятого способа регулирования.

**Полусное регулирование.** Этот способ основан на изменении числа полюсов вращающегося поля статора. Как показывают формулы  $\Omega_1 = \omega_1/p$ ,  $n_1 = 60 f_1/p$ , скорость поля статора связана с числом его полюсов и определяется конструкцией обмотки. Например, при частоте промышленной сети ( $f = 50$  Гц) двигатели могут иметь следующие частоты вращения поля:  $n_1 = 3000; 1500; 1000; 750; 600; 500; \dots$  об/мин.

Во многих производственных объектах возникает необходимость регулирования скорости во время работы. Очевидно, что изменять ширину катушки в готовой машине невозможно. Иметь две различные обмотки на статоре невыгодно, это увеличивает стоимость и размеры двигателя. Но есть другая возможность: переключая катушки, изменять число полюсов статорного поля. Пример такого переключения двух катушек одной фазы показан на рис. 15.20, *а, б*. В первом случае катушки включены последовательно, во втором — параллельно. В результате изменится направление токов в проводниках, составляющих фазу обмотки, и топография магнитного поля станет иной. При последовательном соединении катушек образуются четыре полюса, при

параллельном — лишь два. Переход от одного соединения к другому приведет к росту частоты вращения поля от 1500 до 3000 об/мин. Двигатели с такими переключающимися обмотками называются многократными.

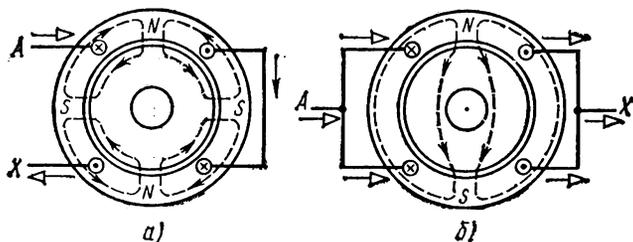


Рис. 15.20. Изменение числа полюсов магнитного поля при включении катушек фазы статорной обмотки последовательно (а) и параллельно (б)

**Частотное регулирование.** В последние годы все большее распространение получает регулирование скорости двигателя посредством изменения частоты напряжения на статорной обмотке. При регулировании частоты скорость можно плавно изменять так, что ее максимальное значение будет в десятки или сотни раз превышать минимальное. Такую возможность дают полупроводниковые тиристорные преобразователи частоты, которые включают между промышленной сетью 50 Гц и двигателем (рис. 15.21).

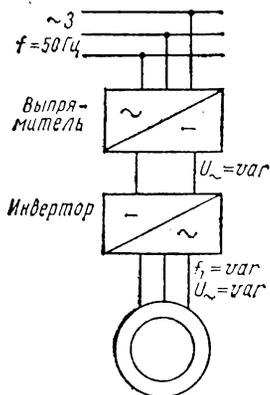


Рис. 15.21. Структурная схема двигателя с частотным регулированием напряжения питания

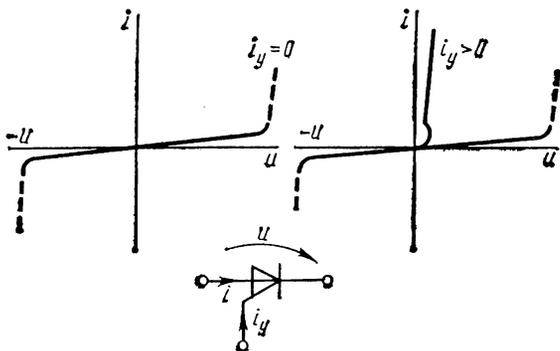


Рис. 15.22. Вольт-амперная характеристика тиристора в закрытом и открытом состояниях

Тиристор представляет собой управляемый электронный ключ с односторонней электропроводностью. При отсутствии тока управления ( $i_y = 0$ ) рабочий ток  $i$  в цепи тиристора практически равен нулю. При подаче на управляющий электрод электрического сигнала (ток управления  $i_y > 0$ ) изменяется скачком его вольт-амперная характеристика (рис. 15.22), сопротивление тиристора уменьшается в сотни

раз и он «закрывает» цепь. Если тиристор включить последовательно с резистивным приемником (рис. 15.23, а), то при переменном напряжении ток в цепи будет иметь форму, показанную на рис. 15.23, б. Сигнал управления можно подавать в различные фазы  $\psi_y$  напряжения источника питания, что приводит к изменению фазы отпирания цепи и в конечном счете к изменению среднего значения выпрямленного напряжения на приемнике  $R$ . На этом принципе основана работа регулируемого выпрямителя напряжения рис. 15.21. Выпрямленное напряжение  $U_+$  затем инвертируется — преобразуется в переменное напряжение  $U_-$  желаемой частоты.

Процесс инвертирования можно понять, рассмотрев схему рис.

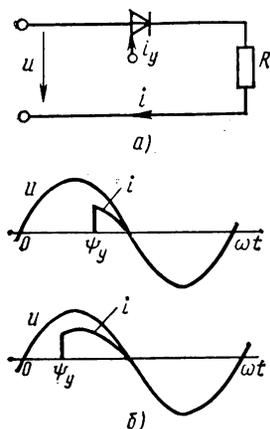


Рис. 15.23. Простейшая схема тиристорного выпрямителя (а), кривые мгновенного тока в приемнике при изменении фазы отпирания тиристора (б)

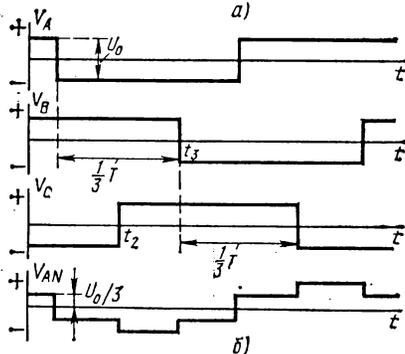
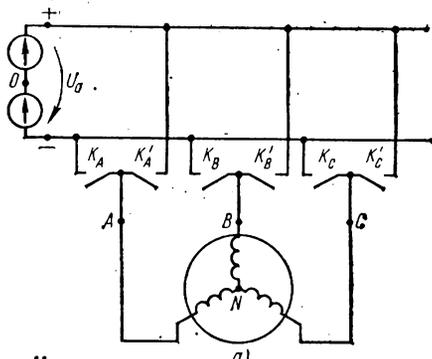


Рис. 15.24. Электрическая схема подключения двигателя к источнику постоянного напряжения через тиристорный инвертор (а), кривые мгновенных потенциалов и напряжений в схеме рис. 15.24, а (б)

15.24, а и кривые рис. 15.24, б. На рис. 15.24, а изображена схема питания двигателя через инвертор, в котором тиристоры представлены в виде управляемых ключей  $K_A, K_B, K_C, K'_A, K'_B, K'_C$ . Эти ключи подсоединяют фазы статорной обмотки  $A, B, C$  к зажимам «+» или «-» источника постоянного напряжения  $U_0$  со средней точкой  $\theta$ . Переключение фаз производят сигналами управления от импульсного генератора с регулируемой частотой. Сигналы управления подают на каждый ключ с желаемой частотой  $f_1$  изменения напряжения на обмотке статора, но с различным временным сдвигом. Ключи одной фазы  $K_A$  и  $K'_A$  и т. д. замыкаются поочередно со сдвигом

в полупериод  $T/2 = 1/2f_1$ . Ключи  $K_A, K_B, K_C$  работают со сдвигом в треть периода, аналогично — ключи  $K_{A'}, K_{B'}, K_{C'}$ . Рассмотрим действие ключей с помощью кривых изменения потенциалов  $V_A, V_B, V_C$  выводов обмотки относительно средней точки  $O$  источника питания (рис. 15.24, б). При замыкании ключей  $K_A, K_B$  или  $K_C$  потенциалы выводов обмотки становятся равными  $+U_0/3$ ; при замыкании ключей  $K_{A'}, K_{B'}$  или  $K_{C'}$  знак потенциалов изменяется на обратный (см. кривые  $V_A, V_B, V_C$ ). При  $t = 0$ , когда замкнуты ключи  $K_A, K_B, K_C$ , фазы  $A$  и  $B$  статорной обмотки включены параллельно, а фаза  $C$  — последовательно с ними. Напряжение  $U_{AN}$  на фазе  $A$  равно  $+U_0/3$ . После размыкания ключа  $K_A$  и замыкания ключа  $K_{A'}$  при  $t = t_1$  знак потенциала  $V_A$  изменяется на обратный, а фаза  $A$  оказывается включенной параллельно с фазой  $C$ . Теперь напряжение  $U_{AN} = -U_0/3$ . Когда происходит переключение фазы (при  $t = t_2$ ), включаются параллельно фазы  $B$  и  $C$ , а напряжение на фазе  $A$  увеличивается до  $-\frac{2}{3}U_0$ . При  $t = t_3$  фаза  $B$  вновь подключается параллельно фазе  $A$ , а напряжение  $U_{AN}$  снижается до  $-U_0/3$ . Аналогично происходят изменения напряжения  $U_{AN}$  при последующих коммутациях. В ступенчатой кривой  $u_{AN}(t)$  можно выделить первую гармонику. Аналогичными кривыми характеризуются фазные напряжения  $u_{BN}$  и  $u_{CN}$ , но они сдвинуты по фазе на треть периода. Таким образом, на обмотке статора получается трехфазная система напряжений, которая обеспечивает создание вращающегося магнитного поля машины. Изменение частоты импульсов, управляющих ключами, вызывает изменение частоты вращения поля машины.

Зачение выпрямленного напряжения, которое подается на инвертор, необходимо регулировать вместе с частотой с тем, чтобы сохранить неизменным максимальный электромагнитный момент двигателя  $M_m$ . Напомним, что величина  $M_m$  пропорциональна квадрату магнитного потока полюса вращающегося поля. В свою очередь, поток определяется частотой и фазным напряжением статора:

$$U_1 \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_1 \omega_1 \Phi_n,$$

т. е.

$$\Phi_n \sim \frac{U_1}{f_1}.$$

Если при регулировании скорости ротора желательно сохранить неизменным максимальный момент, то нужно обеспечить выполнение условия  $U_1/f_1 = \text{const}$ : одновременно с регулированием частоты  $f_1$  должно изменяться действующее значение напряжения  $U_1$ .

Семейство механических характеристик двигателя с частотным регулированием скорости изображено на рис. 15.25.

**Роторное регулирование.** У двигателей большой мощности экономичное регулирование скорости можно осуществить введением в ротор дополнительной э.д.с.  $e_d$ , действующей навстречу индуцированной э.д.с.  $e_2$ . Частота э.д.с.  $e_d$  поддерживается автоматически равной  $f_2$ .

Согласно схеме замещения рис. 15.26 ток ротора

$$i_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{E}_d}{R_2 + jX_2} = \frac{s\dot{E}_{2н} - \dot{E}_d}{R_2 + jsX_{2н}}. \quad (15.22)$$

При неизменном противодействующем моменте на валу и, следовательно, при неизменном токе  $I_2$  увеличение э.д.с.  $E_d$  должно сопровождаться ростом скольжения, что следует из уравнения (15.22). В част-

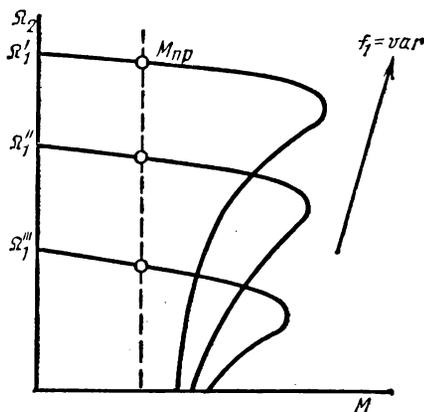


Рис. 15.25. Механические характеристики двигателя с частотным регулированием скорости

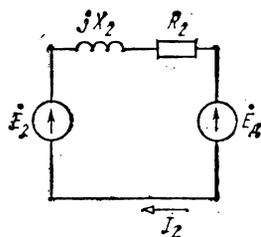


Рис. 15.26. Схема замещения роторной цепи двигателя с роторным регулированием скорости

ности, введение э.д.с.  $E_d$  при холостом ходе машины ( $s \approx 0$ ) приведет к возникновению тока ротора  $i_2 \approx -\dot{E}_d/R_2$ . Этот ток сдвинут по фазе относительно э.д.с.  $e_2$  почти на  $180^\circ$ . Его направление противоположно нормальному для двигателя направлению э.д.с.  $e_2$  и тока  $i_{2а}$  (см. рис. 15.6). Поэтому силы  $f_2$ , действующие на токи ротора, изменят направление на противоположное, а электромагнитный момент станет тормозным. Скорость ротора начнет падать, а скольжение  $s$  расти, пока э.д.с.  $\dot{E}_2 = s\dot{E}_{2н}$  не компенсирует э.д.с.  $\dot{E}_d$ . Двигатель будет продолжать работать при меньшей скорости, хотя внешний противодействующий момент нагрузки на валу  $M_{нр} = 0$ .

Семейство механических характеристик двигателя с переменным параметром  $E_d = \text{var}$  изображено на рис. 15.27.

Активная составляющая тока ротора  $i_{2а}$  направлена против э.д.с.  $e_d$  и активная мощность источника э.д.с.  $e_d$  оказывается отрицательной. Таким образом, снижение скорости ротора после введения э.д.с.  $e_d$  сопровождается передачей части электромагнитной мощности от двигателя к источнику этой э.д.с. Если в качестве источника э.д.с.  $e_d$

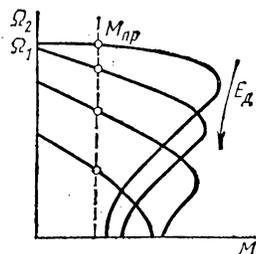


Рис. 15.27. Механические характеристики двигателя с роторным регулированием скорости

использовать регулируемый преобразователь частоты, включенный между питающей сетью 50 Гц и ротором, то часть энергии через ротор будет возвращаться обратно в сеть. Очевидно, что этот способ регулирования позволяет только снижать скорость.

### § 15.10. Работа асинхронной машины в специальных режимах

**Генераторный режим машины, подключенной к сети.** У асинхронного двигателя внешний механический момент  $M_{вн}$  противодействует вращению ротора. Он уравнивается вращающим электромагнитным моментом  $M$  (см. рис. 15.6). Если статор асинхронной машины оставить подключенным к сети, а вал ротора соединить с внешним двигателем (например, турбиной), то при  $\Omega_2 > \Omega_1$  асинхронная машина будет работать в генераторном режиме, отдавая в сеть активную мощность.

Рассмотрим этот режим подробнее. Внешний механический момент  $M_{вн}$ , действующий в направлении вращающегося поля статора, может разогнать ротор до скорости, превышающей скорость поля  $\Omega_1$ . При  $\Omega_2 > \Omega_1$  и  $\Omega_s < 0$  изменяются на противоположные направления э.д.с.  $e_2$  и токов  $i_{2a}$  по сравнению с теми, которые были в двигательном режиме (см. рис. 15.6 и 15.28). При изменении направления токов  $i_{2a}$  изменяется направление действия сил  $F$  и электромагнитного момента  $M$ . Электромагнитный момент становится тормозящим (рис. 15.28).

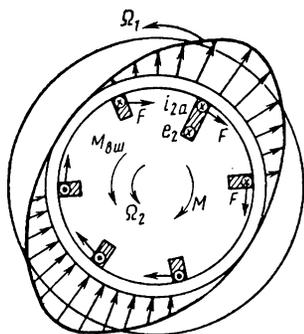


Рис. 15.28. Образование тормозного электромагнитного момента в режиме асинхронного генератора

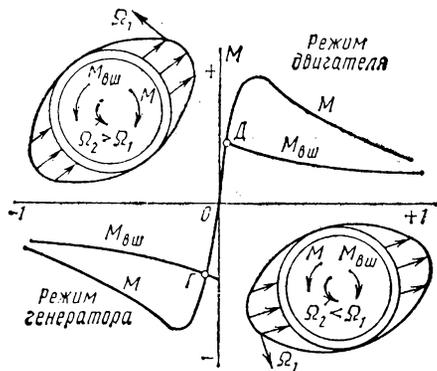


Рис. 15.29. Сопоставление механических характеристик асинхронной машины в режимах двигателя и генератора

К тому же выводу можно прийти, рассматривая уравнение электромагнитного момента (15.20). При  $\Omega_2 > \Omega_1$  скольжение  $s = (\Omega_1 - \Omega_2) / \Omega_1$  станет отрицательным, а электромагнитный момент  $M < 0$ . Изменение знака момента соответствует изменению направления его действия. При  $M = M_{вн}$  установится стационарный режим, характеризующийся точкой  $\Gamma$  на кривой  $M(s)$  рис. 15.29. Соответственно станет отрицательной электромагнитная мощность:  $P_{эм} = M\Omega < 0$ , что означает изменение направления передачи энергии; теперь механическая мощность

внешнего двигателя преобразуется в электрическую энергию. Эта энергия передается асинхронной машиной в промышленную сеть и используется в других приемниках энергии.

В соответствии с изменением направления токов  $i_{2a}$  изменяется на  $180^\circ$  фаза токов  $I_{12}$  по отношению к напряжению  $U_1$  (см. рис. 15.8). Активная составляющая тока  $i_1$  становится отрицательной, а  $P_1 = -3U_1 I_1 \cos \varphi_1 < 0$ . Однако реактивные составляющие токов  $i_{1x}$  сохраняют индуктивный характер, так как вращающееся магнитное поле машины создается этими токами.

Асинхронные генераторы применяют лишь в специальных установках. Асинхронные двигатели переходят в генераторный режим, когда внешний момент развивается механизмом, способным отдавать механическую энергию (лифты, эскалаторы, подъемные краны, турбодетандры и т. д.).

**Режим электромагнитного торможения.** Если во время работы асинхронного двигателя изменить направление вращения поля статора на обратное, то изменится направление действия электромагнитного момента. Теперь уравнение динамического равновесия на валу приобретает вид

$$J \frac{d\Omega_2}{dt} + M_{np} = -M.$$

Ускорение ротора

$$\frac{d\Omega_2}{dt} = \frac{-M - M_{np}}{J}$$

будет отрицательным.

Под действием двух противодействующих моментов ротор быстро затормозится, и при  $\Omega_2 = 0$  двигатель нужно отключить от сети. Такой метод остановки двигателя называют противовключением.

Для уменьшения скорости торможения и для ограничения тока ротора целесообразно включать в цепь ротора добавочное активное сопротивление, что требует применения двигателей с контактными кольцами.

## § 15.11. Однофазные двигатели

Питание двигателей ручного электроинструмента, регистрирующих измерительных приборов, вычислительных машин и т. п. удобнее осуществлять по двухпроводной, а не по трехпроводной линии. В этом случае экономия в расходе материалов на питающий кабель более важна, нежели уменьшение потерь энергии, так как мощность двигателей не превышает нескольких сотен ватт. Ниже будут рассмотрены двигатели с двухфазными статорными обмотками, которые питаются от одной фазы промышленной сети. Такие двигатели называются однофазными.

**Механическая характеристика двигателя с однофазной обмоткой.** Как было показано в § 13.5, однофазная обмотка с синусоидальным

током создает пульсирующее магнитное поле, которое можно разложить на два поля ( $B_{np}$  и  $B_{об}$ ), вращающихся в противоположные стороны (рис. 15.30). Интенсивность обоих магнитных полей одинакова.

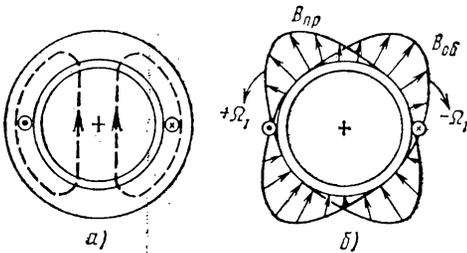


Рис. 15.30. Разложение пульсирующего магнитного поля однофазной обмотки (а) на два вращающихся (б)

Каждое поле индуцирует свои э.д.с. в короткозамкнутой обмотке ротора, и в обмотке возникают токи. Прямое поле воздействует на индуцированные им токи ротора и создается прямой электромагнитный момент  $M_{np}$ . Обратное поле, воздействуя на индуцированные им токи, создает обратный момент  $M_{об}$  (рис. 15.31, а). Моменты  $M_{np}$ ,  $M_{об}$  зависят от скольжения  $s_{np}$ ,  $s_{об}$  ротора относительно вращающихся прямого и обратного полей, и эти зависимости описываются уравнением (15.20). На ротор двигателя действует результирующий момент

$$M = M_{np} - M_{об}.$$

Для графического расчета результирующего момента следует совместить на одной шкале характеристики  $M_{np}(s)$  и  $M_{об}(s)$ . Най-

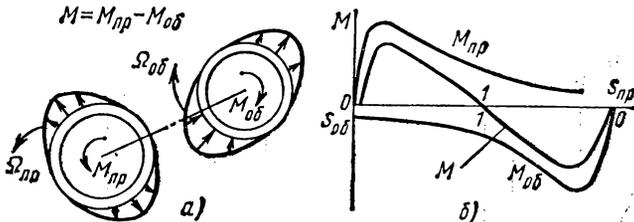


Рис. 15.31. Действие прямого и обратного электромагнитных моментов на вал двигателя (а); построение результирующей зависимости  $M(s)$  двигателя с однофазной обмоткой (б)

дем связь между величинами  $s_{np}$  и  $s_{об}$ :

$$s_{np} = (\Omega_1 - \Omega_2) / \Omega_1; \quad s_{об} = (-\Omega_1 - \Omega_2) / (-\Omega_1).$$

Выражение  $\Omega_2 = (1 - s_{np})\Omega_1$  для скорости ротора подставим в формулу  $s_{об}$ :

$$s_{об} = \frac{-\Omega_1 - (1 - s_{np})\Omega_1}{-\Omega_1} = \frac{-2\Omega_1 + s_{np}\Omega_1}{-\Omega_1} = 2 - s_{np}.$$

Значению  $s_{np} = 0$  соответствует  $s_{об} = 2$ ; при неподвижном роторе скольжения одинаковы  $s_{np} = s_{об} = 1$ ; при  $s_{np} = 2$  скольжение ротора относительно обратного поля  $s_{об} = 0$ . На рис. 15.31, б построены характеристики  $M_{np}(s_{np})$ ,  $M_{об}(s_{об})$  и  $M(s_{np})$ . Перейдем, как и рань-

ше, к механической характеристике  $\Omega_2(M)$ , учитывая по-прежнему связь  $\Omega_2 = (1 - s_{пр})\Omega_1$  (рис. 15.32).

Двигатель с однофазной обмоткой может вращаться в любую сторону, если его разогнать до скорости, близкой к синхронной скорости  $\Omega_1$  или  $-\Omega_1$ . Но на неподвижный ротор действуют два момента, равные по значению и направленные противоположно. Поэтому при  $s=1$  результирующий момент  $M=0$ . Двигатель с однофазной обмоткой не пригоден для работы, так как у него нет пускового момента.

**Конденсаторные двигатели.** Обратное поле можно частично или полностью уничтожить, если на статоре разместить катушки еще одной фазы. В § 13.5 было доказано, что двухфазная обмотка обеспечивает полную компенсацию обратных полей, если катушки фаз сдвинуты на  $\pi/2$ , а токи имеют временной сдвиг фаз на  $\pi/2$ . Кроме того, должны быть равны м.д.с. этих обмоток. Сдвиг фаз токов можно обеспечить, включив конденсатор последовательно с одной из обмоток (рис. 15.33, а). Емкость конденсатора обычно подбирают так, чтобы при номинальной нагрузке на валу сдвиг фаз токов  $i_1$  и  $i_2$  был равен  $\pi/2$  (рис. 15.33, б). При другой нагрузке и при пуске обратное поле уничтожить полностью не удастся и тогда действует ослабленный об-

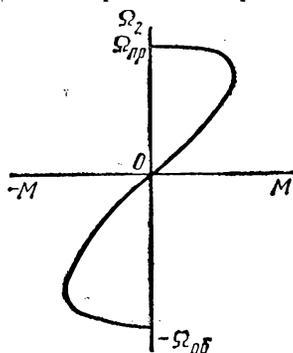


Рис. 15.32. Результирующая механическая характеристика двигателя с однофазной обмоткой

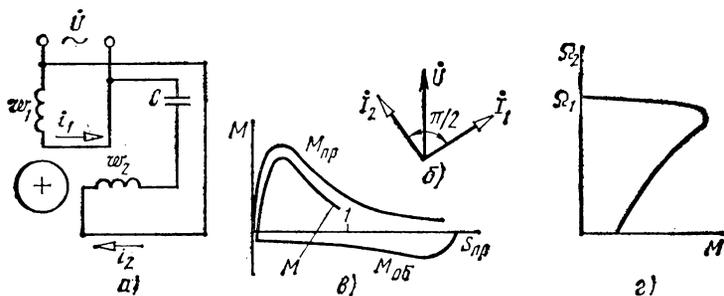


Рис. 15.33. Электрическая схема (а), векторная диаграмма токов (б), механические характеристики (в, г) конденсаторного двигателя

ратный момент  $M_{об}$  (рис. 15.33, в). Механическая характеристика конденсаторного двигателя отличается от характеристики трехфазного двигателя, у которого всегда компенсируются обратные поля, меньшим пусковым моментом (рис. 15.33, г). Иногда для увеличения  $M_{пр}$  на время пуска подключают дополнительный конденсатор  $C'$  (рис. 15.34). Емкости конденсаторов  $C$  и  $C'$  подбирают так, чтобы обеспечить сдвиг фаз токов  $i_1$ ,  $i_2$  на  $\pi/2$  во время пуска и при номинальной нагрузке двигателя во время установившейся частоты вращения.

Для уменьшения стоимости и массы некоторые двигатели проектируют с таким расчетом, чтобы обмотка  $\omega_2$  включалась только во время пуска, при этом обмотка  $\omega_2$  может быть выполнена из более тонкого провода. После разгона с включенными обмотками двух фаз обмотка  $\omega_2$  отключается, двигатель продолжает работать и его рабочая точка находится на верхней ветви механической характеристики (см. рис. 15.32).

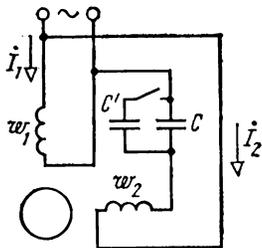


Рис. 15.34. Электрическая схема конденсаторного двигателя с рабочим и пусковым конденсаторами

### Двигатель с экранированными полюсами.

Получить ток  $i_2$ , сдвинутый по фазе относительно тока  $i_1$ , можно без конденсатора и даже не подключая обмотку  $\omega_2$  к сети. Достаточно замкнуть ее накоротко и поместить так, чтобы магнитный поток  $\Phi_1$  обмотки  $\omega_1$  частично пронизывал витки обмотки  $\omega_2$ . Практически обмотку  $\omega_2$  выполняют из двух витков, которые помещают в пазы полюсов магнитопровода с обмоткой  $\omega_1$  (рис. 15.35, а). Созданный потоком  $\Phi_1/2$  ток  $i_2$  создает свой поток  $\Phi_2$  так, что часть воздушного зазора пронизывается потоком  $\Phi_1/2$ , а другая часть — потоком  $\Phi_1'/2 = \Phi_1 + \Phi_2$ . Полюсы  $\Phi_1'/2$  и  $\Phi_1/2$  имеют временной сдвиг фаз (рис. 15.35, б), а оси этих потоков смещены в пространстве. Поэтому прямые волны магнитной индукции, созданные этими потоками, усиливают друг друга, а обратные волны взаимно ослабляются. В результате удастся создать небольшой пусковой момент, обеспечивающий начальное движение ротора в направлении вращения прямого поля.

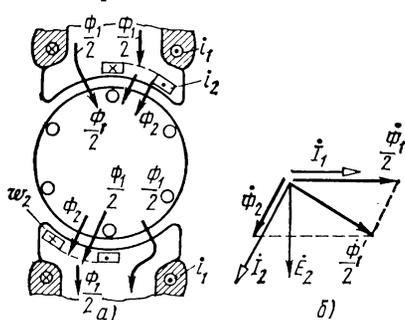


Рис. 15.35. Электромагнитная схема (а) и векторная диаграмма (б) двигателя с экранированными полюсами

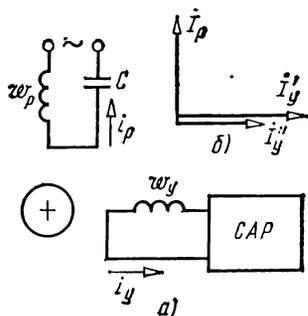


Рис. 15.36. Электрическая схема (а) и векторная диаграмма (б) управляемого двигателя

Преимуществами двигателей с экранированными полюсами являются простота конструкции и низкая стоимость. Их применяют в приводах с малым статическим противодействующим моментом.

**Управляемые двигатели.** Управляемые (исполнительные) двигатели применяют в системах автоматического регулирования технологических процессов и для привода устройств, воздействующих на этот процесс. Скорость двигателя должна плавно изменяться под воз-

действием электрического сигнала управления. При отсутствии такого сигнала двигатель должен останавливаться.

Схема включения двигателя изображена на рис. 15.36, а. Рабочая обмотка  $\omega_p$  подключена к сети, а обмотка управления  $\omega_y$  присоединена к выходу системы автоматического регулирования (САР). Емкость конденсатора в цепи обмотки  $\omega_p$  подобрана так, что токи  $i_p$  и  $i_y$  сдвигаются по фазе на  $\pi/2$  (рис. 15.36, б). Обмотки  $\omega_p$  и  $\omega_y$  смещены на статоре на половину полюсного деления  $\tau/2$ . Ротор управляемых двигателей имеет большое активное сопротивление, так что точка  $s_{кр} = R_2/X_{2н}$  находится за пределами рабочего участка шкалы скольжения  $0 < s < 1$  (см. рис. 15.33, в). Поэтому начальная линейная часть механической характеристики  $M(s)$  оказывается растянутой вплоть до  $s=1$ .

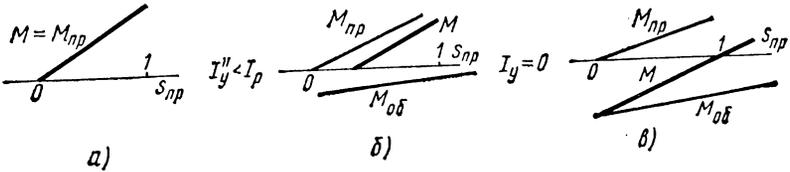


Рис. 15.37. Характеристики  $M(S)$  при различных токах управления

При регулировании тока управления изменяется интенсивность пульсирующего поля управления. При равенстве м.д.с. обмоток  $\omega_p$  и  $\omega_y$  обеспечивается полная компенсация обратных волн магнитной индукции (рис. 15.37, а). По мере уменьшения тока управления усиливается обратное поле, а вместе с ним и обратный момент (рис. 15.37, б). Характеристика результирующего момента  $M(s)$  смещается. При  $I_y=0$  интенсивность прямого и обратного полей одинакова, и пусковой момент  $M_n=0$  (рис. 15.37, в). На рис. 15.38 построено семейство характеристик  $M(s)$  и механических характеристик  $\Omega_2(M)$ . Очевидно, при заданном противодействующем моменте  $M_{np} = \text{const}$  изменением тока управления можно регулировать скорость двигателя. В некото-

рых случаях для уменьшения потерь в статоре и роторе используются конструкции управляемых двигателей с массивным (а) и полым (б) роторами (продольный разрез):

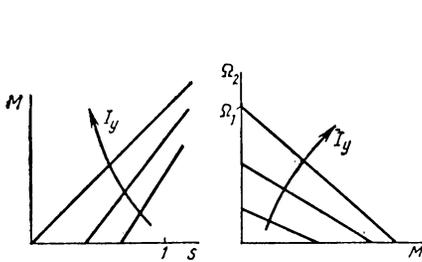


Рис. 15.38. Семейство характеристик  $M(S)$  и механических характеристик управляемого двигателя

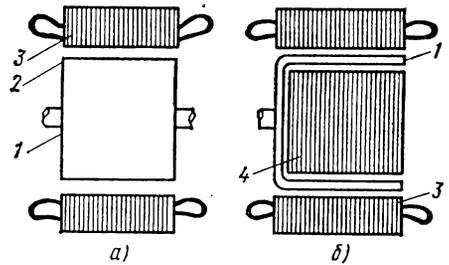


Рис. 15.39. Конструкции управляемых двигателей с массивным (а) и полым (б) роторами (продольный разрез): 1 — ротор; 2 — слой меди; 3 — статор с обмоткой; 4 — второй статор

рых случаях для уменьшения потерь в статоре и роторе используются конструкции управляемых двигателей с массивным (а) и полым (б) роторами (продольный разрез): 1 — ротор; 2 — слой меди; 3 — статор с обмоткой; 4 — второй статор

рых случаях скоростью двигателя управляют путем изменения сдвига фаз токов  $i_p$  и  $i_y$ . Так же, как и в описанном варианте регулирования, при этом происходит изменение интенсивности прямого и обратного полей.

В зависимости от требований быстродействия ротор изготавливают массивным из конструкционной стали, покрытой тонким слоем меди 2 (рис. 15.39, а), или полым, выполненным из тонкого алюминиевого листа (рис. 15.39, б). Во втором случае внутрь ротора вставлен второй статор 4, уменьшающий магнитное сопротивление.

## § 15.12. Линейные двигатели

Линейные двигатели применяют в приводах с линейным перемещением подвижной части исполнительного устройства. Рабочее магнитное поле возбуждается токами трехфазной обмотки, уложенной на прямолинейном статоре 1 (рис. 15.40). На рис. 15.40 показано направление токов

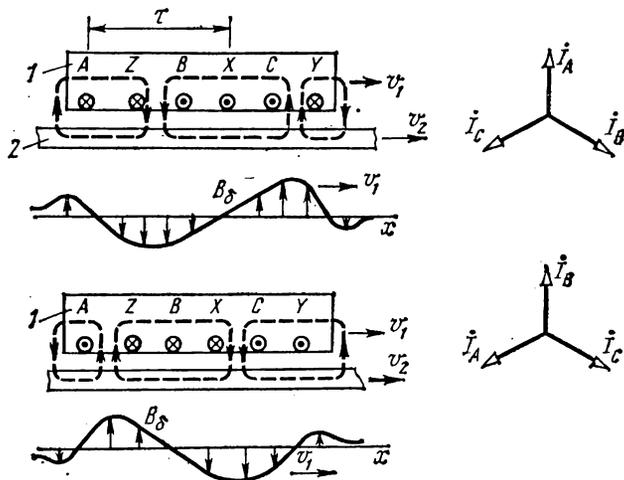


Рис. 15.40. Перемещение магнитного поля линейного двигателя в течение трети периода изменения токов статора

в статорной обмотке и положение волны магнитной индукции  $B_\delta(x)$  результирующего поля в зазоре для двух моментов времени, когда токи в фазах А и В максимальны. Скорость движения волны определяется формулой (13.27):  $v = \omega_1 \tau / \pi$ , где  $\omega_1$  — частота токов статора;  $\tau$  — ширина катушек, определяющая длину волны магнитной индукции  $\lambda = 2\tau$ .

Если подвижная часть 2 изготовлена из электропроводящего материала (в частности, магнитного), то в ней возникают вихревые токи. Взаимодействие бегущего магнитного поля с вихревыми токами создает электромагнитные силы, заставляющие подвижную часть асинхронно следовать за полем. Если подвижная часть выполнена из непроводя-

щего материала, то в нее укладывают короткозамкнутую обмотку. Подвижной частью может быть и электропроводящая жидкость (жидкие металлы, электролиты), которая заполняет канал между двумя статорами с трехфазной обмоткой. Такие электромагнитные устройства называют индукционными или магнитогидродинамическими насосами.

Линейные двигатели устанавливают в подъемно-транспортных машинах и механизмах с поступательным или возвратно-поступательным движением: транспортерах, толкателях, заслонках и т. д.

Для изменения направления движения достаточно изменить чередование фазных токов статорной обмотки, т. е. изменить порядок подключения фаз обмотки к трехфазному источнику питания.

Использование линейных двигателей позволяет исключить кинематические звенья, осуществляющие преобразование вращательного движения ротора асинхронного двигателя нормального исполнения в возвратно-поступательное движение исполнительного механизма.

Недостатком линейного двигателя является искажение магнитного поля у краев статора (рис. 15.40), в результате чего возникают дополнительные электрические и магнитные потери. На сегодняшний день наиболее перспективно применение линейных двигателей как тяговых устройств на электрифицированном транспорте с бесколесными вагонами.

### § 15.13. Асинхронный тахогенератор

Асинхронная машина с двухфазной обмоткой на статоре и полым алюминиевым ротором (рис. 15.41, а) может быть использована для измерения скорости валов механизмов. Такие машины называют асинхронными тахогенераторами.

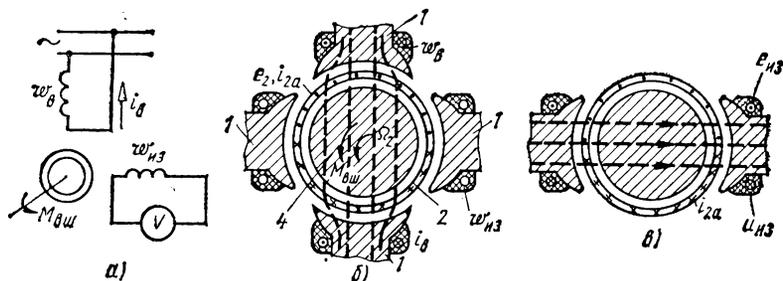


Рис. 15.41. Электрическая схема (а), магнитное поле возбуждения (б) и поле токов ротора (в) асинхронного тахогенератора

Обмотка возбуждения  $w_b$  тахогенератора 1 подключается через стабилизатор напряжения в сеть. Эта обмотка создает пульсирующее магнитное поле, в котором вращается ротор 2 (рис. 15.41, б). В роторе индуцируются э.д.с.  $e_2$ , амплитуда которых пропорциональна его скорости ( $E_{2m} = l v_2 B_{\delta m}$ ). Распределение этих э.д.с. по поверхности ротора соответствует распределению магнитной индукции в воздушном зазоре. На рис. 15.41, а показано направление э.д.с.  $e_2$  и активных

составляющих токов ротора  $I_{2a}$ , найденное по правилу правой руки. Ось симметрии системы токов ротора перпендикулярна оси катушки возбуждения. Поэтому ось симметрии поля этих токов совпадает с осью катушки второй фазы  $w_{из}$ , которая называется измерительной (рис. 15.41, в). Потокосцепление измерительной фазы зависит от силы токов ротора, т. е. от скорости ротора  $\Omega_2$  в поле возбуждения. Если бы ток в обмотке возбуждения был постоянным, то и потокосцепление измерительной обмотки не изменялось бы (при  $\Omega_2 = \text{const}$ ), а э.д.с.  $e_{из}$  в ней была бы равна нулю. При синусоидальном напряжении на обмотке возбуждения  $w_b$  поле возбуждения будет импульсировать с частотой 50 Гц. С той же частотой изменяются токи ротора и э.д.с.  $e_{из}$  в измерительной обмотке  $w_{из}$ . Амплитуда  $E_{изм}$  э.д.с. в измерительной обмотке пропорциональна скорости ротора, и мгновенное значение этой э.д.с. выражается формулой

$$e_{из} = E_{изм} \sin \omega t = C_E \Omega_2 \sin \omega t.$$

Тахогенераторы широко применяют в качестве датчиков скорости в устройствах автоматического регулирования. Вместе с вольтметром их можно использовать для индикации скорости механизма.

### Контрольные вопросы

1. Как образуется вращающий электромагнитный момент? Почему этот момент определяется активными составляющими тока ротора?
2. Как происходит процесс саморегулирования электромагнитного момента при изменении нагрузки на валу, действующего напряжения на обмотке статора, частоты этого напряжения?
3. Запишите уравнение и постройте зависимость  $M(s)$ .
4. Изобразите механическую характеристику и укажите на ней точки для режима холостого хода, номинальной нагрузки, пуска двигателя.
5. Изобразите кривые  $I_2(t)$  и  $I_1(t)$  во время пуска двигателя с короткозамкнутым ротором.
6. В каких случаях применяют двигатели с контактными кольцами?
7. Чем отличаются двигатели с различной скоростью магнитного поля? Запишите ряд этих скоростей при питании двигателей от промышленной сети.
8. Как регулируют скорость трехфазных асинхронных двигателей с помощью полупроводниковых преобразователей?
9. Почему двигатели с однофазной обмоткой не имеют пускового момента?
10. Почему после обрыва одной фазы линии питания трехфазный двигатель продолжает работать?
11. Как устроены конденсаторный двигатель и двигатель с экранированными полюсами? Как образуется в них вращающий пусковой момент?
12. Как осуществляется регулирование скорости двухфазного управляемого двигателя?
13. Укажите преимущества асинхронных двигателей. Для каких рабочих механизмов их применяют в той области техники, которую вы выбрали для своей специализации?
14. Почему асинхронные двигатели не вытеснили полностью двигатели постоянного тока в промышленности и на транспорте?

**§ 16.1. Назначение и области применения синхронных машин**

Синхронные машины, так же как и асинхронные, являются машинами переменного тока. В отличие от асинхронных машин, которые используют главным образом как двигатели, синхронные машины применяют в качестве генераторов и двигателей.

Синхронные генераторы служат основным источником электрической энергии в промышленных сетях энергоснабжения, на транспорте, передвижных электростанциях и т. д. В современных электроэнергетических системах генераторы работают в особом режиме, когда действующее значение и частота напряжения на их зажимах остаются неизменными.

В энергосистему входят сотни генераторов, а также все промышленные, коммунальные и бытовые потребители. Специальная диспетчерская служба энергосистемы следит за тем, чтобы напряжение в отдельных пунктах системы и частота поддерживались неизменными. Кроме того, стабилизация частоты и напряжения осуществляется автоматически с помощью регуляторов, установленных на большинстве генераторов системы. Поэтому относительно зажимов одного генератора электроэнергетическую систему можно рассматривать как активный двухполюсник, содержащий источник э.д.с. и комплексное сопротивление.

Активную и реактивную мощности генераторов регулируют по заранее заданному графику нагрузки. Первичными двигателями этих генераторов служат паровые, газовые и гидравлические турбины. Мощность современных синхронных генераторов на электростанциях достигает 1200 МВт и более. На автономных электроэнергетических установках работают одиночные генераторы значительно меньшей мощности или два-три генератора параллельно. В качестве первичных двигателей в этих случаях чаще всего используют дизели или газовые турбины.

Синхронные двигатели обычно применяют в приводах большой мощности. Мощность их достигает нескольких десятков мегаватт. На тепловых электрических станциях, металлургических заводах, шахтах, холодильниках синхронные двигатели приводят в движение насосы, компрессоры, вентиляторы и другие механизмы, работающие с неизменной скоростью. Синхронные двигатели в отличие от асинхронных могут работать с различной реактивной мощностью — индуктивной или емкостной. Таким образом, эти двигатели позволяют улучшать коэффициент мощности предприятия. Однако стоимость приводов с синхронными двигателями выше, чем с асинхронными.

Специальные синхронные двигатели малой мощности используют в устройствах, где требуется строгое постоянство скорости: электрочасы, автоматические самопишущие приборы, устройства с программным управлением и др.

На крупных подстанциях электроэнергетических систем устанавливают специальные синхронные машины, работающие в режиме холостого хода и отдающие в сеть только реактивную мощность, которая необходима для асинхронных двигателей. Эти машины называют с и н х р о н н ы м и к о м п е н с а т о р а м и.

## § 16.2. Устройство и принцип действия синхронной машины

Статор синхронных машин устроен так же, как и у асинхронных. В пазы пакета из листов электротехнической стали уложены катушки трехфазной (реже двухфазной) обмотки, токи которой создают вращающееся магнитное поле.

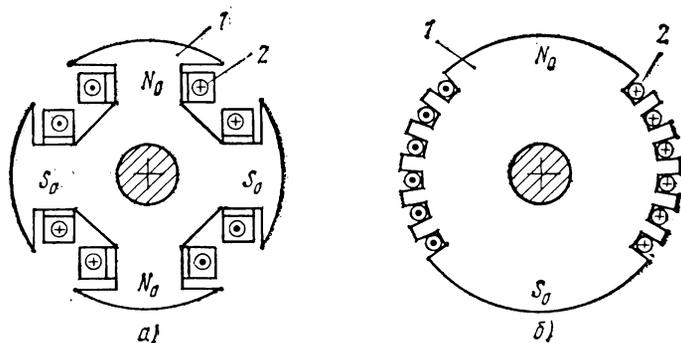


Рис. 16.1. Поперечное сечение явнополюсного (а) и неявнополюсного (б) роторов:

1 — полюс; 2 — обмотка возбуждения

Роторы выполняют явнополюсными (рис. 16.1, а) и неявнополюсными (рис. 16.1, б). Обмотка ротора, которую называют о б м о т к о й в о з б у ж д е н и я, подключена через щетки и контактные кольца к независимому источнику постоянного напряжения (рис. 16.2). Таким источником может быть электромашинный генератор постоянного тока, ротор которого связан с ротором синхронной машины. В последнее время для этой цели широко используют полупроводниковые выпрямители, подключаемые к промышленной сети.

Явнополюсный ротор собирают из отдельных частей — вала, крестовины, полюсов. На полюсы (рис. 16.3, а) надеты катушки (рис. 16.3, б). Такую конструкцию применяют в тихоходных машинах с большим количеством полюсов: генераторах гидростанций, двигателях прокатных устройств и т. д. Катушки обмотки возбуждения неявнополюсных роторов укладывают в пазы, выфрезерованные в сплошной стальной поковке (рис. 16.4). При этом обеспечивается высокая механическая прочность ротора. Неявнополюсные роторы применяют в быстроходных машинах: турбогенераторах, двигателях турбокомпрессоров и т. д. Количество полюсов у этих машин невелико — одна или две пары. Синхронные машины проектируют так, чтобы ко-

личество полюсов магнитного поля ротора и поля обмотки статора было одинаковым.

Прежде чем перейти к рассмотрению принципа действия синхронных машин, необходимо сделать два замечания.

Электрическая машина является преобразователем энергии и скорость преобразования характеризуется электромагнитной мощностью. Как было показано в § 13.4, эта мощность может выражаться

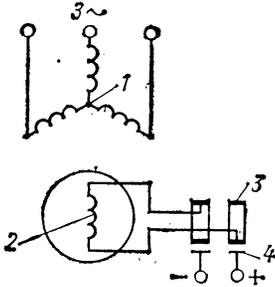


Рис. 16.2. Электромагнитная схема синхронной машины:

1 — обмотка статора; 2 — обмотка ротора; 3 — контактные кольца; 4 — щетки

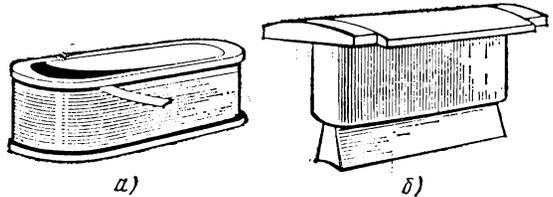


Рис. 16.3. Элементы явнополюсного ротора: а — полюсная катушка обмотки возбуждения; б — полюс

как электрическая или как механическая мощность. В обоих выражениях мощность оказывается пропорциональной активной составляющей тока в проводниках рабочей обмотки. Поэтому при изучении принципа действия любой машины переменного тока следует фиксировать внимание на этой составляющей тока.

При автономной работе синхронного генератора ток в рабочей обмотке непосредственно зависит от сопротивления приемников энергии. При работе генератора в электроэнергетической системе реактивную и активную составляющие тока (нагрузки машины) можно регулировать на электростанции по заданному графику. Но во всех случаях принцип действия машины сохраняется неизменным.

**Генератор.** Ротор генератора приводится во вращение моментом  $M_{п.дв}$  первичного двигателя — паровой, газовой или гидравлической турбины (рис. 16.5, а). Вместе с ротором со скоростью  $\Omega_2$  вращается магнитное поле возбуждения машины, которое создается постоянным током в обмотке возбуждения ротора. Распределение магнитной индукции  $B_0(x)$  в воздушном зазоре синхронных машин стараются сделать синусоидальным, выбирая форму полюсов ротора (в тихоход-

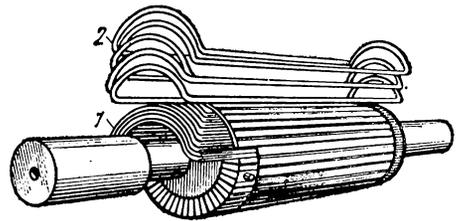


Рис. 16.4. Устройство неявнополюсного ротора:

1 — лобовые части; 2 — катушки, приготовленные для укладки

ных машинах) или размеры катушек возбуждения (в быстроходных машинах). Поэтому магнитное поле возбуждения можно рассматривать как волну магнитной индукции, бегущую по зазору (рис. 16.5, а). Это поле индуцирует э.д.с. в проводниках обмотки статора. Направления э.д.с.  $e_0$ , показанные на рис. 16.5, а, можно определить по правилу правой руки. Допустим, что генератор отдает электрическую энергию и его нагрузка характеризуется определенной активной мощностью.

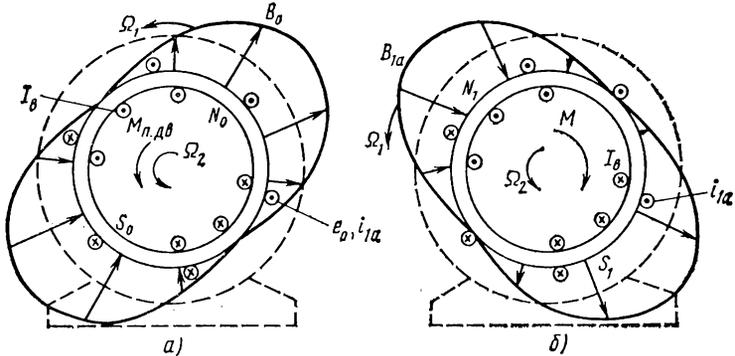


Рис. 16.5. Магнитное поле токов ротора (поле возбуждения) генератора, распределение э. д. с.  $e_0$  и токов  $i_{1a}$  в проводниках статора (а); магнитное поле активных составляющих  $i_{1a}$  токов статора (б)

При этом токи статорной обмотки должны иметь активные составляющие  $i_{1a}$ , совпадающие по фазе с э.д.с.  $e_0$ , что свидетельствует о непрерывном преобразовании механической энергии первичного двигателя в электрическую энергию генератора (см. § 13.4). Токи  $i_{1a}$  в трехфазной обмотке статора создают свое вращающееся магнитное поле, магнитная индукция которого в зазоре представлена волной  $B_{1a}(x)$  на рис. 16.5, б. Направления векторов магнитной индукции на кривой  $B_{1a}(x)$  определены по правилу правоходового винта в соответствии с направлением токов  $i_{1a}$ . Частота  $\omega_1$  э.д.с.  $e_0$  и токов  $i_{1a}$  пропорциональна скорости ротора  $\Omega_2$  и числу пар полюсов его магнитного поля (поля возбуждения машины):

$$\omega_1 = p\Omega_2. \tag{16.1}$$

Подставим выражение  $\omega_1$  в формулу  $\Omega_1 = \omega_1/p$  скорости поля токов статора:

$$\Omega_1 = \frac{p\Omega_2}{p} = \Omega_2. \tag{16.2}$$

*Ротор и его магнитное поле вращаются с той же скоростью, что и магнитное поле токов статора. При наложении полей ротора и статора в машине образуется результирующее магнитное поле. Магнитное поле токов  $i_{1a}$  статора (рис. 16.5, б), неподвижное относительно вращающегося ротора ( $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ )\*, действует на постоянные токи*

\* В дальнейшем индексы 1 и 2 опущены, так как скорости одинаковы.

ротора и создает электромагнитные силы, приложенные к ротору. В каждой зоне с одинаковым направлением векторов магнитной индукции  $B_{1a}$  находятся токи  $I_B$  одинакового направления. В результате создается электромагнитный момент  $M$ , тормозящий движение ротора. Тормозной электромагнитный момент должен быть уравновешен моментом первичного двигателя. Механическая мощность первичного двигателя  $M_{п. дв} \Omega$  равна активной электрической мощности  $kE_0 I_{1a}$  генератора:

$$M_{п. дв} \Omega = P_{эм} = M \Omega = k E_0 I_{1a}. \quad (16.3)$$

Буквой  $k$ , как и в гл. 13, обозначено количество фаз статорной обмотки.

Как было показано в гл. 13, электромагнитный момент  $M$  машины также можно определить как результат воздействия поля ротора на активные составляющие токов статора  $i_{1a}$  (рис. 16.5, а). Этот момент приложен к статору машины.

**Двигатель.** У синхронных двигателей статорная обмотка подключается к промышленной сети частотой 50 Гц. Допустим, что ротор приведен во вращение с той же скоростью  $\Omega$ , что и магнитное поле статора \*. При нагрузке на валу в статорной обмотке возникают активные составляющие тока  $i_{1a}$ , которые имеют направление, противоположное направлению э.д.с.  $e_0$  (рис. 16.6, а и 16.5, а). Как было показа-

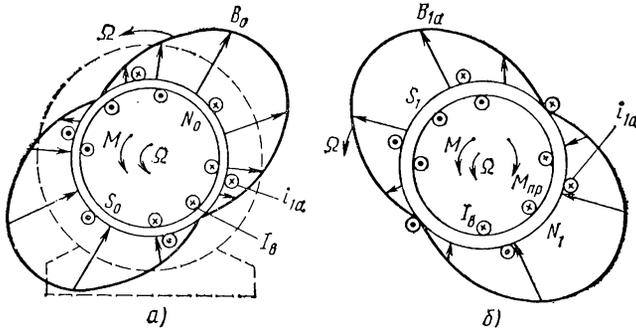


Рис. 16.6. Магнитное поле возбуждения двигателя и распределение токов  $i_{1a}$  в проводниках статора (а), магнитное поле активных составляющих  $i_{1a}$  токов статора (б)

но в § 13.4, при этом машина должна являться приемником электрической энергии, преобразующим эту энергию в механическую. Токи  $i_{1a}$  создают свое вращающееся магнитное поле с магнитной индукцией  $B_{1a}$  в зазоре машины (рис. 16.6, б). В результате воздействия магнитного поля токов  $i_{1a}$ , характеризуемого эпюрой  $B_{1a}(x)$ , на постоянные токи ротора  $I_B$  возникает электромагнитный момент  $M$ , вращающий ротор. Вращающий момент  $M$  уравновешивает противодействующий момент  $M_{пр}$  рабочего механизма.

\* О том, как разгоняется ротор до скорости  $\Omega_1$ , см. в § 16.9 «Пуск синхронного двигателя».

Таким образом, синхронный двигатель развивает механическую мощность

$$P_{\text{мех}} = M\Omega = M_{\text{пр}}\Omega.$$

Эта мощность образуется в машине за счет электрической мощности, потребляемой двигателем из сети

$$kE_0 I_{1a} = P_{\text{эм}} = M\Omega. \quad (16.4)$$

Как в генераторе, так и в двигателе ротор машины вращается синхронно с магнитным полем статора. Поэтому эти машины получили название синхронных. При постоянной частоте напряжения в промышленной сети скорость ротора постоянна.

### § 16.3. Энергетические диаграммы

Магнитное поле возбуждения синхронной машины создается токами ротора  $I_B$  и для поддержания этого тока необходима электрическая мощность  $\Delta P_B = U_B I_B$ . Теплоту, выделяющуюся в обмотке ротора, нужно отводить. В машинах малой и средней мощности ротор охлаждается вентилятором на валу машины. В машинах большой мощности создается система внешней принудительной циркуляции охлаждающей среды (воздуха или водорода). Мощность потерь на возбуждение

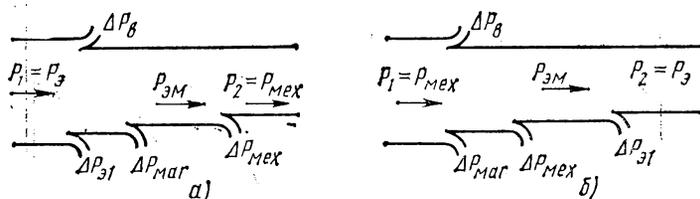


Рис. 16.7. Энергетические диаграммы синхронного двигателя (а) и генератора (б)

обозначена  $\Delta P_B$  на энергетической диаграмме двигателя (рис. 16.7, а). Часть электрической мощности  $P_3$ , подводимой к двигателю из сети, расходуется на потери в обмотке статора  $\Delta P_{31}$ . Магнитные потери  $\Delta P_{\text{маг}}$  возникают только в магнитопроводе статора, относительно которого вращается магнитное поле машины. Отвод теплоты от статора осуществляется такими же способами, что и от ротора. Электромагнитная мощность  $P_{\text{эм}}$  равна механической мощности  $M\Omega$ , развиваемой двигателем. Часть этой мощности  $\Delta P_{\text{мех}}$  расходуется на вентиляцию машины и на трение вращающихся частей. В двигателях большей мощности полезная механическая мощность на валу  $P_{\text{мех}}$  равна  $(0,95 \div 0,98)P_1$ .

В синхронных генераторах механическая мощность  $P_{\text{мех}}$ , создаваемая первичным двигателем, частично расходуется на возбуждение магнитного поля машины (рис. 16.7, б). Этот расход энергии связан с работой возбудителя (генератора постоянного тока), вал которого соединен с валом синхронного генератора. Статор генератора перемещается

вается вращающимся магнитным полем, и магнитные потери в конечном счете можно рассматривать как частичный расход механической энергии, подводимой к генератору. Электромагнитная мощность равна электрической мощности  $P_{э}$ , развиваемой генератором. Часть этой мощности расходуется на привод вентиляторов и насосов в системе охлаждения генератора. Почти все генераторы имеют замкнутую систему охлаждения водородом или водой, протекающей по каналам внутри проводника статора, а иногда и ротора. Коэффициент полезного действия мощных генераторов  $\eta = P_{э}/P_{мех}$  очень велик, достигая 0,99 при мощности порядка 1000 МВт.

### § 16.4. Уравнения электрического состояния, векторные диаграммы и схемы замещения фазы статорной обмотки

Как было выяснено, в статорной обмотке синхронного генератора направления мгновенных э.д.с.  $e_0$  и активных составляющих мгновенных токов  $i_{1a}$  совпадают. Поэтому для генератора целесообразно выбрать одинаковыми условно-положительные направления э.д.с.  $e_0$  и тока  $i_1$  (рис. 16.8, а). В синхронном двигателе направления мгновенных э.д.с.  $e_0$  и тока  $i_{1a}$  противоположны. Поэтому для двигателя условно-положи-

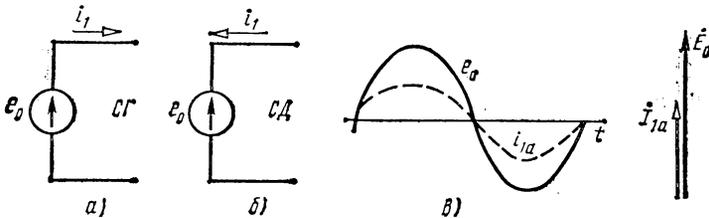


Рис. 16.8. Условно-положительные направления э. д. с.  $e_0$  и тока  $i_1$  синхронных генераторов (а) и двигателя (б), временная и векторная диаграммы э. д. с.  $e_0$  и тока  $i_{1a}$  (в)

тельные направления  $e_0$  и  $i_1$  выбраны противоположными (рис. 16.8, б). При таких условно-положительных направлениях временные и векторные диаграммы величин  $e_0$  и  $i_{1a}$  оказываются одинаковыми для обоих режимов работы синхронной машины (рис. 16.8, в).

Перейдем к рассмотрению векторных диаграмм машины, работающей в режимах двигателя и генератора. Запишем уравнения электрического состояния фазы статорной обмотки, построим соответствующие векторные диаграммы, а затем составим схемы замещения. Это позволит в дальнейшем проанализировать работу машины в различных режимах.

**Двигатель.** Для упрощения векторной диаграммы и без ущерба для анализа основных физических процессов пренебрежем падениями напряжения на активном сопротивлении и на индуктивном сопротивлении рассеяния обмотки статора. Это же было сделано в гл. 15 применительно к асинхронному двигателю.

Прежде чем начать строить векторную диаграмму, определим относительное положение векторов э.д.с.  $\dot{E}_0$  и  $\dot{E}_1$ , которые индуцируются вращающимися полями статора и ротора.

В нагруженном двигателе ток  $\dot{I}_1$  имеет активную составляющую. Реактивную составляющую тока  $\dot{I}_1$  можно регулировать произвольно, о чем будет сказано в § 16.8. Для улучшения режима работы энергосистемы и повышения коэффициента мощности нагрузки предусмат-

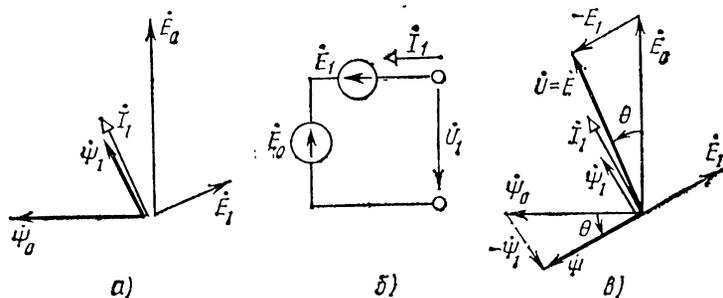


Рис. 16.9. Построение векторной диаграммы синхронного двигателя (а, в) и исходная схема замещения его статорной обмотки (б)

ривают работу синхронных двигателей с емкостной составляющей тока  $\dot{I}_1$ , как показано на рис. 16.9, а. Э.д.с.  $\dot{E}_0$  индуцируется магнитным полем возбуждения, созданным постоянными токами ротора. Согласно формуле (13.7)

$$\dot{E}_0 = -j \frac{1}{\sqrt{2}} p \Omega \dot{\Psi}_{0m} = -j \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_1 \dot{\Psi}_{0m},$$

где  $\Psi_{0m} = \omega_1 \Phi_0$  — потокосцепление фазы обмотки;  $\Phi_0$  — поток одного полюса ротора. Вектор  $\dot{\Psi}_0$  опережает вектор  $\dot{E}_0$  на угол  $\pi/2$  (рис. 16.9, а).

В § 13.5 о вращающемся магнитном поле было показано, что в момент максимума тока  $i_1$  в одной из фаз статорной обмотки потокосцепление  $\Psi_1$  этой фазы максимально (см. рис. 13.18). Следовательно, на диаграмме рис. 16.9, а векторы тока  $\dot{I}_1$  и потокосцепления  $\dot{\Psi}_1$  должны совпадать. Изменяющееся потокосцепление  $\Psi_1$ , созданное магнитным полем статора, индуцирует в обмотке статора э.д.с.

$$\dot{E}_1 = -j \frac{1}{\sqrt{2}} p \Omega \dot{\Psi}_{1m},$$

которая отстает по фазе от потокосцепления на угол  $\pi/2$ . Далее дополним исходную схему рис. 16.8, б графическим обозначением э.д.с.  $\dot{E}_1$ , созданной полем токов статора (рис. 16.9, б). Условно-положительные направления э.д.с.  $\dot{E}_1$  и тока  $\dot{I}_1$  выбраны совпадающими, как и в обычной индуктивной катушке. Основываясь на схеме рис. 16.9, б, можно записать уравнение электрического состояния статорной обмотки

двигателя

$$\dot{U} = \dot{E}_0 - \dot{E}_1, \quad (16.5)$$

в котором учтены условно-положительные направления э.д.с. и напряжения. Используя это уравнение, проведем вектор  $\dot{U}$  (рис. 16.9, в). Результирующая э.д.с. статорной обмотки

$$\dot{E} = \dot{E}_0 - \dot{E}_1 = \dot{U}. \quad (16.6)$$

Можно считать, что эта э.д.с. определяется результирующим потокоцеплением

$$\dot{\Psi} = \dot{\Psi}_0 - \dot{\Psi}_1, \quad (16.7)$$

которое создано полями токов статора и ротора. Уравнения (16.6) и (16.7) также отражены на векторной диаграмме рис. 16.9, в.

Э.д.с.  $\dot{E}$  и потокоцепление  $\dot{\Psi}$  связаны уравнением

$$\dot{E} = -j \frac{1}{\sqrt{2}} p \Omega \dot{\Psi}_m.$$

Согласно диаграмме рис. 16.9, в, вектор потокоцепления  $\dot{\Psi}$  опережает вектор  $\dot{\Psi}_0$  на угол  $\theta$ , который называют углом рассогласования. На тот же угол сдвинуты в пространстве оси полюсов результирующего поля машины  $S-N$  и поля ротора  $N_0-S_0$  (рис. 16.10). Теперь можно рассматривать образование вращающегося электромагнитного момента [двигателя, как результат взаимодействия полюсов двух намагниченных тел — статора и ротора. Ведущий элемент — полюсы статора, ведомый — полюсы ротора.

Заменим э.д.с.  $E_1$  падением напряжения на индуктивном элементе  $X_1$ :

$$\dot{E}_1 = -jX_1 \dot{I}_1.$$

Величина  $X_1$  называется *синхронным сопротивлением*. Тогда уравнение электрического состояния обмотки статора получит вид:

$$\dot{U} = \dot{E}_0 + jX_1 \dot{I}_1. \quad (16.8)$$

Этому уравнению соответствует схема замещения и векторная диаграмма рис. 16.11, а, б. Следует обратить внимание на сдвиг фаз между э.д.с.  $e_0$  и напряжением  $u$ : вектор  $\dot{E}_0$  отстает по фазе от вектора  $\dot{U}$  на угол рассогласования  $\theta$  (рис. 16.11, б), что определяется смещением в пространстве оси симметрии поля ротора относительно оси результирующего поля (см. рис. 16.10).

**Генератор.** Система условно-положительных направлений величин для генератора (рис. 16.12, а) отличается от такой же системы для дви-

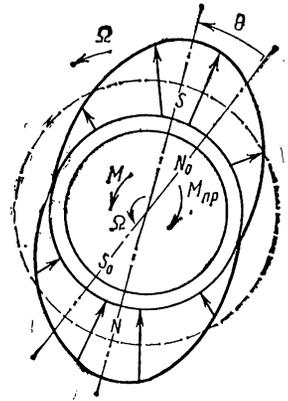


Рис. 16.10. Относительное положение полюсов ротора и статора синхронного двигателя ( $\theta > 0$ )

гателя (см. рис. 16.9, б) направлением тока  $\vec{I}_1$ . Соответственно изменено условно-положительное направление э.д.с.  $\vec{E}_1$ , индуцированной полем статора. Уравнение электрического состояния статорной об-

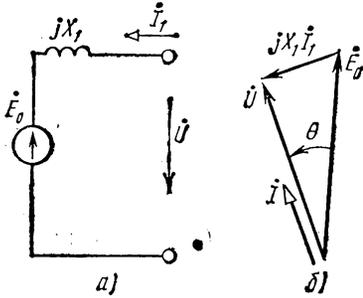


Рис. 16.11. Схема замещения (а) и векторная диаграмма (б) синхронного двигателя

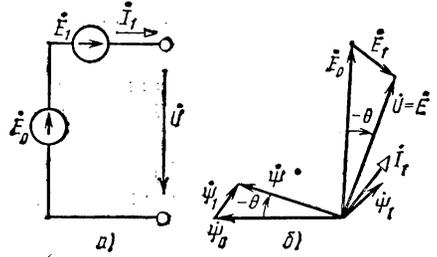


Рис. 16.12. Исходная схема замещения (а) и векторная диаграмма (б) синхронного генератора

мотки синхронного генератора получается иным, чем для двигателя:

$$\vec{U} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 = \vec{E}. \quad (16.9)$$

Результирующее потокоцепление

$$\vec{\Psi} = \vec{\Psi}_0 + \vec{\Psi}_1. \quad (16.10)$$

Построим векторную диаграмму, ориентируясь на уравнения (16.9) и (16.10). Допустим, что вектор тока  $\vec{I}_1$  отстает от вектора э.д.с.  $\vec{E}_0$  (рис. 16.12, б). В таком режиме работают все синхронные генера-

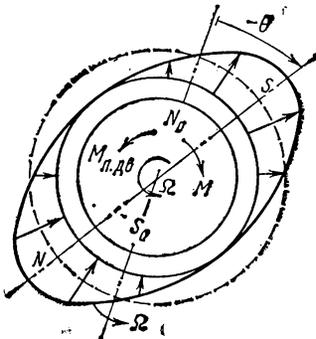


Рис. 16.13. Относительное положение полюсов ротора и статора синхронного генератора

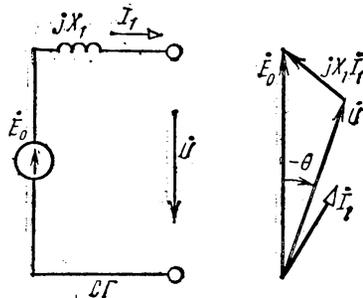


Рис. 16.14. Схема замещения и векторная диаграмма синхронного генератора

торы, так как они должны отдавать в промышленную сеть не только активную, но и реактивную индуктивную мощность. Согласно уравнению (16.9), сумма векторов э.д.с.  $\vec{E}_0$  и  $\vec{E}_1$  определяет положение вектора  $\vec{U} = \vec{E}$ . Вектор результирующего потокоцепления  $\vec{\Psi}$  равен

сумме векторов  $\dot{\Psi}_0$  и  $\dot{\Psi}_1$ . Вектор  $\dot{E}_0$  опережает вектор  $\dot{U}$ , и угол рас-  
 согласования изменяет знак по сравнению с режимом двигателя.  
 В генераторе ось симметрии магнитного поля ротора опережает ось  
 результирующего магнитного поля, и электромагнитный момент  $M$   
 сил взаимодействия полюсов ротора и статора становится тормозящим.  
 Этот момент уравнивается моментом первичного двигателя  $M_{п. д.в}$   
 (рис. 16.13).

Заменив э.д.с.  $\dot{E}_1$  падением напряжения на синхронном сопротив-  
 лении:

$$\dot{E}_1 = -jX_1 \dot{I}_1,$$

получим уравнение электрического состояния статорной обмотки ге-  
 нератора:

$$\dot{U} = \dot{E}_0 - jX_1 \dot{I}_1. \quad (16.11)$$

Этому уравнению соответствуют схема замещения и векторная  
 диаграмма рис. 16.14.

### § 16.5. Формула электромагнитного момента и угловая характеристика

В § 13.3 отмечалось, что электромагнитный момент машины можно  
 определить по силам, действующим на ротор или на статор. Силы,  
 приложенные к статору, возникают в результате воздействия поля  
 $B_0(x)$ , созданного токами ротора, на активные составляющие токов  
 статора  $i_{1a}$ . Среднее значение силы, приложенной к проводнику  
 статора, определяется формулой (13.10 б):

$$F_{cp} = lB_0 I_{1a},$$

где  $B_0$ ,  $I_{1a}$  — действующие значения магнитной индукции поля ро-  
 тора в воздушном зазоре и активной составляющей тока статора соот-  
 ветственно.

Воспользовавшись, как и для асинхронных двигателей, соотноше-  
 нием, связывающим индукцию  $B_0$  и поток  $\Phi_0$  магнитного поля ро-  
 тора, получим аналогичную (15.15) формулу электромагнитного мо-  
 мента:

$$M = \frac{pN_f}{2\sqrt{2}} \Phi_0 I_{1a}, \quad (16.12)$$

где  $N_f$  — число активных проводников, образующих обмотку статора.

Формула (16.12) показывает, что электромагнитный момент про-  
 порционален магнитным потокам полюсов ротора и активным со-  
 ставляющим токов в обмотке статора.

В теории синхронных машин момент традиционно выражают как  
 функцию э.д.с.  $E_0$ . Для получения этой зависимости воспользуемся  
 формулой (13.7):

$$\Phi_0 = \frac{E_0}{1/\sqrt{2} \omega_1 p \Omega}.$$

Подставив это выражение в (16.12), получим

$$M = \frac{N_1/2}{\omega_1} \frac{1}{\Omega} E_0 I_{1a}.$$

Отношение числа витков всей обмотки статора ( $N_1/2$ ) к числу витков  $\omega_1$  одной фазы равно числу фаз ( $k=3$ ). Поэтому

$$M = \frac{3}{\Omega} E_0 I_{1a}. \quad (16.13)$$

Активная составляющая тока статора  $I_{1a}$  синхронной машины является функцией угла рассогласования  $\theta$ , аналогично тому, как в

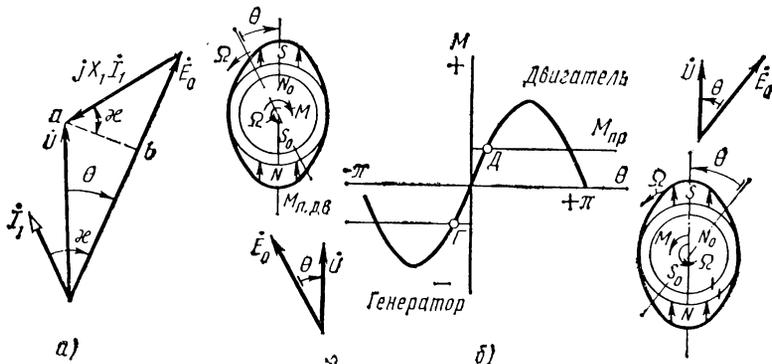


Рис. 16.15. Вспомогательные построения на векторной диаграмме (а) и угловая характеристика (б) синхронной машины

асинхронной машине тока ротора  $I_{2a}$  зависит от скольжения  $s$ . Для получения этой функции вернемся к векторным диаграммам синхрон-

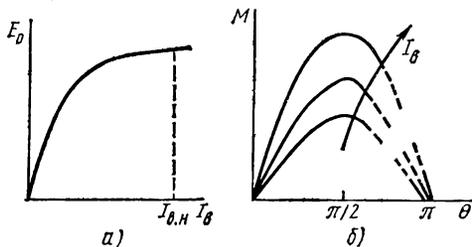


Рис. 16.16. Характеристика холостого хода (а) и семейство угловых характеристик (б) двигателя

ной машины. Одна из них изображена на рис. 16.15, а. Отрезок прямой на диаграмме

$$\overline{ab} = U_1 \sin \theta = X_1 I_1 \cos \kappa.$$

Но  $I_1 \cos \kappa = I_{1a}$ , поэтому

$$I_{1a} = (U_1 / X_1) \sin \theta.$$

Следовательно,

$$M = \frac{3U_1}{\Omega X_1} E_0 \sin \theta = c_M U_1 \Phi_0 \sin \theta. \quad (16.14)$$

Зависимость  $M(\theta)$  называют угловой характеристикой. Она имеет вид синусоиды (рис. 16.15, б) с амплитудой

$$M_m = \frac{3U_1}{\Omega X_1} E_0. \quad (16.15)$$

При  $M > 0$  направления действия электромагнитного момента и вращения ротора совпадают — машина работает в качестве двигателя. При  $M < 0$  эти направления противоположны — машина работает генератором.

Э.д.с.  $E_0$ , созданная магнитным полем ротора, является функцией тока ротора  $I_B$  (рис. 16.16, а). Зависимость  $E_0(I_B)$  называют характеристикой холостого хода, так как ее определяют в опыте холостого хода. По мере увеличения  $E_0$  возрастает амплитуда угловой характеристики (рис. 16.16, б). Но зависимость  $E_0(I_B)$  нелинейна из-за насыщения магнитной цепи. Поэтому безграничный рост  $M_m$  невозможен.

### § 16.6. Саморегулирование электромагнитного момента двигателя при изменении нагрузки на валу

Рассмотрение процесса саморегулирования начнем с состояния равновесия моментов на валу двигателя, когда  $M = M_{np}^A$  и  $\Omega = \text{const}$ . Рабочая точка  $A$  на угловой характеристике рис. 16.17, а определяет значение угла  $\theta^A$ . При внезапном увеличении противодействующего момента до значения  $M_{np}^B$  ротор начнет тормозиться, а угол рассогласования  $\theta$  между полюсами статора и ротора будет возрастать (см. рис. 16.13). На участке  $0 < \theta^A < \pi/2$  рост  $\theta$  приводит к увеличению вращающего момента  $M$  так, что установится новое равновесие в точке  $B$ .

Две векторные диаграммы, соответствующие точкам  $A$  и  $B$ , построены на рис. 16.17, б. При увеличении угла  $\theta$  от  $\theta^A$  до  $\theta^B$  растет активная составляющая тока статора, т. е. активная мощность машины  $P_1 = 3U_1 I_1 \cos \varphi_1$ . При увеличении активных составляющих токов в проводниках статора возрастает вращающий электромагнитный момент.

Значение э.д.с.  $E_0$  остается неизменным, так как ток возбуждения определяется только напряжением источника питания и не зависит от нагрузки машины.

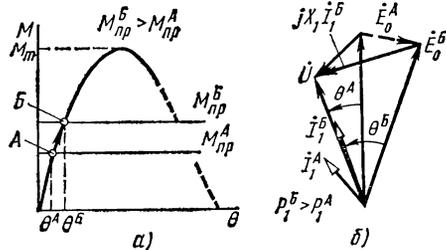


Рис. 16.17. Положение рабочих точек на угловой характеристике (а) и векторные диаграммы (б) при росте нагрузки на валу двигателя

На участке  $\pi/2 < \theta < \pi$  момент  $M > 0$ , но синхронное вращение ротора не может быть устойчивым: любое приращение противодействующего момента вызовет неадекватную реакцию машины: при  $\Delta M_{\text{пр}} > 0$  приращение угла  $\Delta \theta > 0$ , но  $\Delta M < 0$  ( $dM/d\theta < 0$  при  $\pi/2 < \theta < \pi$ ). Следовательно, *устойчивая работа двигателя обеспечивается при  $0 < \theta < \pi/2$ .*

Производная  $dM/d\theta$  характеризует способность машины устойчиво работать в синхронном режиме. Чем больше  $dM/d\theta$ , тем сильнее реагирует машина на изменение угла рассогласования. Значение  $dM/d\theta \approx \text{const}$  в пределах  $0 < \theta < \pi/6$ , поэтому номинальный момент двигателя выбирают таким, чтобы при номинальном токе возбуждения номинальный угол рассогласования  $\theta_{\text{ном}} = 30^\circ$ . При этом угле отношение  $M_m/M_{\text{ном}} = 2$ .

Уменьшение действующего напряжения в сети приводит к уменьшению максимального момента двигателя  $M_m = 3UE_0/\Omega X_1$  и к снижению запаса устойчивости. Но соответствующим регулированием тока возбуждения  $I_v$ , т. е. э.д.с.  $E_0$ , можно восстановить прежнее значение  $M_m$ . Этим синхронный двигатель выгодно отличается от асинхронного.

### § 16.7. Регулирование активной мощности генератора изменением момента первичного двигателя

Анализ процесса регулирования активной мощности начнем с установившегося режима равномерного вращения ротора, когда момент первичного двигателя  $M_{\text{п. дв}}$  уравновешен электромагнитным моментом  $M$  генератора (точка  $\Gamma$  на угловой характеристике рис. 16.18, а).

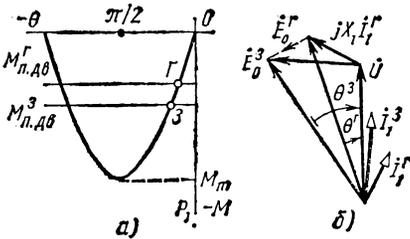


Рис. 16.18. Положение рабочих точек на угловой характеристике (а) и векторные диаграммы (б) при регулировании активной мощности генератора

Согласно уравнению баланса мощности (16.13), электромагнитная мощность генератора

$$P_{\text{эм}} = M\Omega = M_{\text{пр}}\Omega = 3E_0I_{1a}$$

Напомним, что эта мощность характеризует скорость преобразования механической энергии в электрическую. Синхронные генераторы имеют довольно высокий к. п. д. Это позволяет при анализе

процесса регулирования принять, что активная мощность генератора  $P_1 = 3U_1I_1 \cos \phi$  равна электромагнитной мощности, т. е.  $P_1 \approx P_{\text{эм}} = M\Omega = 3E_0I_{1a}$ . Поэтому на вертикальной оси рис. 16.18, а можно откладывать значения  $M$  или  $P_1$ . При увеличении момента первичного двигателя до  $M_{\text{п. дв}}^3$  (например, регулирующим аппаратом турбины) ротор начнет ускоряться, а угол  $\theta$  возрастать. Новое равновесное состояние наступит в точке  $Z$  при большем угле  $\theta = \theta^3$  (рис. 16.18, а). Увеличение угла  $\theta$  приведет к смещению вектора  $\vec{E}_0$  относительно вектора  $\vec{U}$ , как показано на рис. 16.18, б. При этом ток  $I_1$  и его активная составляющая возрастут. Соответственно увеличится активная мощность  $P_1 = 3U_1I_1 \cos \phi_1$ .

Таким образом, анализ уравнения баланса мощности или векторных диаграмм приводит к одинаковому выводу: *активную мощность генератора регулируют моментом первичного двигателя.*

Внезапное снижение напряжения  $U$  на зажимах генератора вызывает уменьшение момента  $M_m$  и опасный рост угла  $\theta$ . Для поддержания устойчивой работы генератора нужно быстро увеличить ток возбуждения  $I_B$ . Синхронные генераторы снабжают автоматическими регуляторами тока возбуждения, обеспечивающими поддержание необходимого значения  $M_m$ . Кроме того, турбины имеют регулятор скорости, который воздействует на устройства, изменяющие подачу рабочей среды (воды или пара) на лопасти турбины. При коротком замыкании на шинах электростанции, когда  $U=0$  и  $M_m=0$ , этот регулятор прекращает доступ рабочей среды в турбину и предотвращает опасный разгон турбины и генератора под воздействием момента турбины.

### § 16.8. Регулирование реактивной мощности синхронных машин

До сих пор внимание фиксировалось на активной составляющей тока, так как обсуждался принцип действия машины или выводилась формула электромагнитного момента. Описание регулирования реактивной мощности, естественно, связано с реактивными составляющими тока статора. На рис. 16.19 показано направление реактивных составляющих тока статора, когда проводники фазы  $A$  обмотки находятся под серединой полюсов  $N_0-S_0$  магнитного поля возбуждения (поля ротора). Э.д.с.  $e_0$  в этих проводниках максимальна, но реактивные составляющие  $i_{1p}$  равны нулю ( $\kappa=\pi/2$ ). Направление тока в двух других фазах определено с помощью векторной диаграммы токов. Ось симметрии токов в фазах обмотки статора и, следовательно, ось симметрии поля статора (эпоуры  $B_{1p}$ ) совпадает с осью поля ротора и проходит посередине полюсов  $N_0-S_0$ . Оба поля вращаются с одинаковой скоростью  $\Omega$ . Как видно из рис. 16.19, м.д.с. обмотки статора направлена навстречу м.д.с. обмотки ротора, токи статора создают свое поле, ослабляющее поле машины. При емкостном характере токов  $i_{1p}$  м.д.с. обмоток статора и ротора действуют согласно, а токи статора усиливают поле машины.

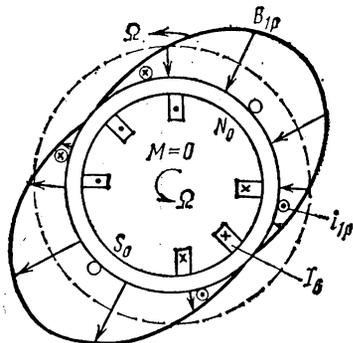


Рис. 16.19. Магнитное поле реактивных составляющих  $i_{1p}$  токов статора

Таким образом, реактивные составляющие токов статора могут усиливать или ослаблять поле машины. Однако реактивные составляющие тока  $i_{1p}$  не создают электромагнитный момент. Для того чтобы убедиться в этом, достаточно рассмотреть рис. 16.19. В зонах каждого из полюсов ротора находятся токи  $i_{1p}$  различного направления, так что суммарный момент сил, приложенных к этим токам, равен нулю.

При постоянном действующем напряжении  $U$  в сети интенсивность результирующего магнитного поля (поток полюсов этого поля  $\Phi$ ) должна оставаться неизменной:

$$\Phi = \frac{E_m}{p\Omega\omega_1} \approx \frac{U_m}{p\Omega\omega_1} = \text{const.}$$

Если  $\Psi_m = \omega\Phi = \text{const.}$ , то сумма потокосцепления  $\dot{\Psi}_0 + \dot{\Psi}_1 = \dot{\Psi}$  остается неизменной, т. е. всякое изменение интенсивности магнитного поля токов ротора сопровождается таким изменением поля токов статора, что интенсивность результирующего магнитного поля сохраняется неизменной. Отсюда следует вывод: регулированием тока ротора можно изменять действующее значение и фазу ( $\pm \pi/2$ ) реактивных составляющих тока статора. Этот вывод подтверждается анализом векторных диаграмм.

Допустим, что машина работает при постоянном электромагнитном моменте  $M$  ( $M_{п.дв}$ ) у генератора и  $M_{пр}$  у двигателя. Согласно формуле (16.14),

$$M = \frac{3U}{\Omega X_1} E_0 \sin \theta = \text{const.}$$

Отсюда

$$E_0 \sin \theta = \text{const.}$$

Полученное соотношение показывает, что при любом токе возбуждения ротора  $I_n$  (любой э.д.с.  $E_0$ ) все проекции вектора  $\dot{E}_0$  на линию, перпендикулярную вектору  $\dot{U}$ , одинаковы (рис. 16.20). Следовательно,

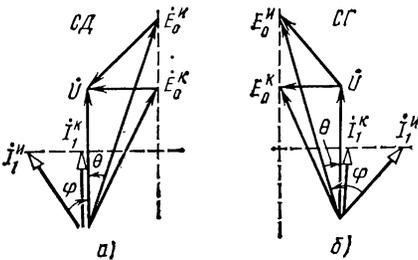


Рис. 16.20. Векторные диаграммы двигателя (а) и генератора (б) при регулировании реактивной мощности

годографом вектора  $\dot{E}$  является прямая, параллельная вектору  $\dot{U}$  и отстоящая от него на  $E_0 \sin \theta$ .

На рис. 16.20, а построены векторные диаграммы двигателя при двух различных токах возбуждения. При большой э.д.с.  $E_0$  (перевозбуждении машины) ток статора  $\dot{I}_1$  опережает напряжение  $\dot{U}$ , так что

$$Q_1 = Q_C = 3UI_1 \sin \varphi_1 < 0,$$

и двигатель работает с емкостным реактивным током. При меньшей э.д.с. реактивная составляющая тока может стать равной нулю ( $\varphi_1 = 0$ ). При э.д.с.  $E_0 < U$  (недовозбуждении) двигатель работает с током статора, имеющим индуктивную составляющую. Реактивная мощность

$$Q_1 = Q_L = 3UI_1 \sin \varphi_1 > 0.$$

Такой режим для двигателя неприемлем, так как уменьшение э.д.с.  $E_0$  связано с ослаблением поля ротора, увеличением угла  $\theta$  и снижением максимального электромагнитного момента (см. рис.

16.16, б). Кроме того, в этом режиме машина работает с индуктивной мощностью, вызывая дополнительные потери в энергосистеме.

Аналогичное построение можно сделать для синхронного генератора (рис. 16.20, б). Изменение направления реактивной составляющей тока

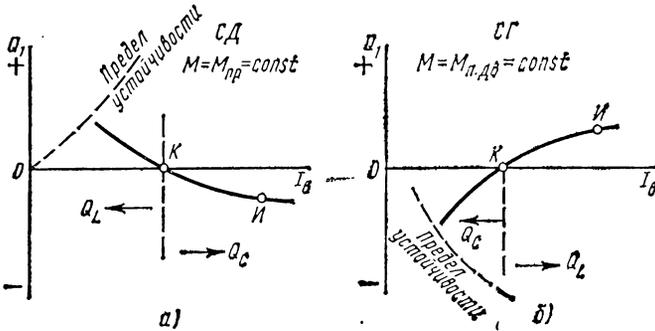


Рис. 16.21. Зависимость реактивной мощности от тока возбуждения для двигателя (а) и генератора (б)

$I_1$  на обратное при тех же значениях э.д.с.  $E_0$ , что и для синхронного двигателя, объясняется различием условно-положительных направлений тока  $i_1$  у двигателя и генератора (см. рис. 16.11 и 16.14).

Используя векторные диаграммы, построим график зависимости реактивной мощности  $Q_i$  и угла  $\varphi_i$  от тока ротора  $I_B$  при  $M = const$  (рис. 16.21). Минимально возможное значение тока возбуждения определяется заданным моментом противодействия на валу. При  $\theta \rightarrow \pi/2$  нарушается устойчивая работа машины.

На схеме замещения генератора условно-положительные направления тока  $i_1$  и напряжения  $u_1$  соответствуют источнику электроэнергии, а на схеме замещения двигателя — приемнику энергии. Поэтому при тех же соотношениях значений  $E_0$  и  $U$  характер реактивной мощности изменяется на обратный (ср. рис. 16.21, а и б).

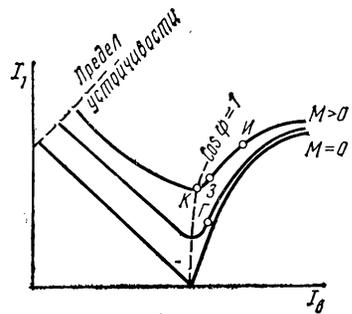


Рис. 16.22. V-образные характеристики

Изменение реактивной составляющей тока  $I_{1p}$ , естественно, сопровождается изменением модуля тока статора  $I_1$ . Когда значение  $I_{1p}$  становится равным нулю, ток  $I_1$  оказывается минимальным. Это положение наглядно иллюстрируется векторными диаграммами рис. 16.20.

Кривые зависимости тока статора  $I_1$  от тока возбуждения ротора  $I_B$  получили название V-образных характеристик, так как они напоминают по форме букву V (рис. 16.22). На этих характеристиках показаны положения рабочих точек  $I$  и  $K$ , соответствующие диаграммам рис. 16.20, а также точек  $\Gamma$  и  $З$ , соответствующие диаграммам

мам рис. 16.18. Возможности изменения тока  $I_1$ , ограничиваются, с одной стороны, пределом устойчивой работы синхронной машины, с другой — насыщением магнитной цепи машины, когда э.д.с.  $E_0$  почти не изменяется с ростом тока возбуждения.

### § 16.9. Пуск синхронного двигателя

Если обмотку возбуждения ротора присоединить к источнику постоянного тока, а статорную обмотку включить в сеть, то ротор не сдвинется с места. Произойдет это потому, что возникшее магнитное поле статора будет вращаться с большой скоростью  $\Omega_1$  относительно неподвижного пока ротора ( $\Omega_2=0$ ). Магнитная индукция статорного поля в точках на поверхности ротора будет изменяться по синусоидальному

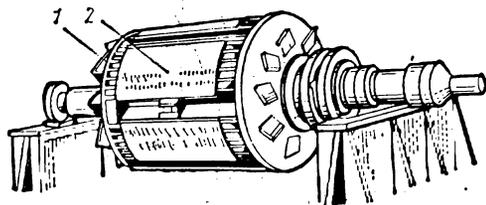


Рис. 16.23. Ротор двигателя с пусковой обмоткой:

1 — стержни «беличье колесо»; 2 — полюсы

закону с частотой  $f_1 = p\Omega_1/2\pi$ . При этом средние значения сил  $F_{ср}$  воздействия магнитного поля статора на неподвижный ротор равны нулю (см. § 13.3).

Для разгона синхронные двигатели снабжают специальной пусковой обмоткой  $I$ , подобной «беличьему колесу» асинхронных двигателей (рис. 16.23). Стержни этой обмотки закладывают в специальные пазы полюсов 2 и соединяют по торцам ротора. Для увеличения пускового момента применяют узкие латунные стержни в глубоком пазу. Кратность пускового момента  $M_{п}/M_{ном} = 0,7 \div 1,0$ . В некоторых случаях для разгона используют специальный асинхронный двигатель. Для двигателей мощностью 3—5 МВт требуется ограничивать пусковые токи. Напряжения на статоре двигателя приходится понижать посредством автотрансформаторов или реакторов, которые после окончания пуска выключают. При таком пуске значение  $M_{п}$  падает пропорционально квадрату напряжения на двигателе. При пуске обмотку возбуждения отключают от источника питания и замыкают на резистор с сопротивлением  $R = (6 \div 10)R_{в}$  ( $R_{в}$  — сопротивление обмотки возбуждения). Под действием асинхронного момента скорость ротора  $\Omega_2$  удастся довести до  $0,95 \Omega_1$ . Затем обмотку возбуждения переключают на источник питания и создают в ней постоянный ток. Возникает синхронный электромагнитный момент. При  $\Omega_2 < \Omega_1$  этот момент периодически изменяет знак, так как угол  $\theta$  непрерывно изменяется [см. формулу (16.14)]. Если за время действия положительного (вращающего) момента скорость ротора увеличится и станет равной  $\Omega_1$ , то возникнут условия стационарного воздействия магнитного поля токов статора на токи ротора. В этих условиях значения  $\theta$  и  $M$  будут неизменными. Машина втянется в синхронизм: ротор и статорное поле начнут вращаться синхронно (рис. 16.24). Во время втягивания в синхронизм приращение кинетической энергии ротора равно  $J(\Omega_1^2/2 -$

—  $\Omega_2^2/2$ ). Следовательно, для синхронизации нужно обеспечить выполнение неравенства

$$\int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} (M - M_{np}) d\theta > J \left( \frac{\Omega_1^2}{2} - \frac{\Omega_2^2}{2} \right),$$

левая часть которого выражает работу за время действия положительного электромагнитного момента, когда рабочая точка находится на устойчивом участке угловой характеристики ( $0 < \theta < \pi/2$ ). Переход рабочей точки двигателя с механической характеристики асинхронного момента  $M_{ac}$  на характеристику синхронного момента  $M_c$  показан на рис. 16.24.

Относительная сложность пуска и необходимость применения дополнительной аппаратуры препятствует широкому распространению синхронных двигателей мощностью менее 100 кВт. К тому же стоимость блока автоматического управления пуском становится сравнима со стоимостью двигателя небольшой мощности.

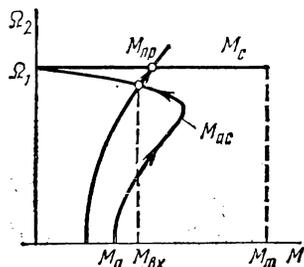


Рис. 16.24. Механические характеристики двигателя ( $M_{ac}$  — асинхронный момент,  $M_c$  — синхронный момент)

### § 16.10. Включение генератора на параллельную работу с системой

До сих пор при рассмотрении работы генератора в системе предполагалось, что операция включения машины уже произведена. Однако периодически машину отключают для профилактических осмотров, ремонта или просто на время уменьшения нагрузки. После этого она должна быть вновь введена в работу.

Включение машины может сопровождаться бросками тока в стартовой цепи и толчками момента на валу, что связано с возникающими переходными процессами. Генератор и турбина являются механической системой, ротор которой при нормальной работе должен вращаться со скоростью, равной скорости поля статора. Следовательно, для устранения переходного механического процесса при включении, связанного с инерцией ротора, необходимо, чтобы *скорость ротора перед включением генератора в сеть была равна синхронной скорости  $\Omega_1$* . Контроль скорости ротора наиболее удобно вести по частоте э.д.с.  $E_0$  генератора в режиме холостого хода:  $f_r = np/60$ . Равенство частот генератора  $f_r$  и сети  $f_c$  указывает на равенство скоростей ротора и поля статора:

$$\Omega_1 = \frac{2\pi f_c}{p} = \frac{2\pi f_r}{p} = \Omega_2.$$

Это равенство достигается регулированием момента турбины, который должен уравновешивать момент силы трения при  $\Omega_1 = \Omega_2$ .

Электрический переходный процесс в статорной цепи генератора отсутствует только в том случае, когда режим до коммутации в точности соответствует режиму после коммутации. До включения машина работает в режиме холостого хода. Следовательно, *необходимо создать такие условия, при которых ток статора и после включения оставался бы равным нулю.*

После включения генератора в сеть ток в статоре будет отсутствовать, если угол рассогласования  $\theta=0$  и  $\dot{E}_0 = \dot{U}$  [см. формулу (16.11)]. Равенство действующих значений э.д.с. генератора и напряжения сети

достигается регулированием тока возбуждения ротора.

Дополнительным условием отсутствия переходного процесса в статорной цепи является равенство потенциалов одноименных контактов выключателя (рис. 16.25, а) в момент их замыкания:

$$V_A = V_{A_1}, \quad V_B = V_{B_1}, \\ V_C = V_{C_1}.$$

Потенциалы контактов характеризуются концами векторов э.д.с. включаемого генератора и э.д.с. эквивалентного генератора системы (рис. 16.25, б). Практически не удается добиться точного равенства

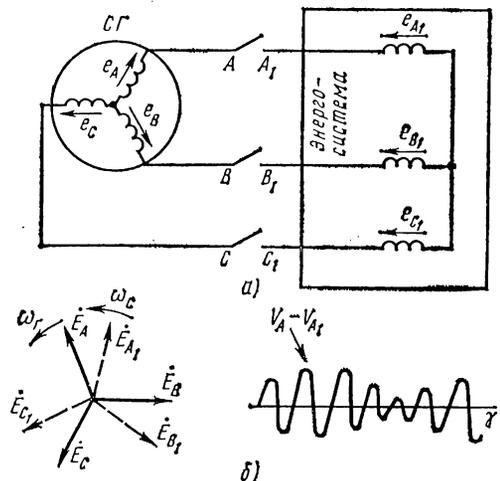


Рис. 16.25. Схема включения генератора на параллельную работу с системой (а), векторная диаграмма э.д.с. и разность потенциалов на зажимах коммутирующего устройства (б)

частот генератора и сети, вследствие чего получается медленное скольжение звезды векторов фазных э.д.с. генератора, вращающихся с частотой  $\omega_r$ , относительно звезды векторов э.д.с. сети, вращающихся с частотой  $\omega_c$ . Мгновенные значения напряжения между контактами выключателя  $u_{AA_1}$ ,  $u_{BB_1}$ ,  $u_{CC_1}$  определяются соответствующими отрезками  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  на векторной диаграмме рис. 16.25, б. Эти отрезки, периодически увеличиваясь и уменьшаясь, становятся равными нулю в момент совпадения одноименных векторов. В этот момент и следует производить включение машины в сеть\*. Момент включения выбирают с помощью специального прибора — синхроскопа (лампового или стрелочного).

\* В последние годы в СССР применяется метод самосинхронизации, при котором пуск генератора осуществляется аналогично пуску синхронного двигателя (см. § 16.9). Отличие состоит лишь в том, что пусковой момент создается турбиной,

## § 16.11. Автономная работа синхронного генератора

Синхронные генераторы автономно работают с приемниками в тех случаях, когда их нельзя или нецелесообразно подключать к электроэнергетической системе. Примерами могут служить строительные площадки, удаленные от промышленных районов, лесозаготовительные пункты, морские и речные суда, летательные аппараты и т. д.

Особенности работы генератора в системе большой мощности определяются постоянством напряжения на зажимах машины и частоты этого напряжения. При этом мощность одного генератора значительно меньше мощности сотен других генераторов, используемых в той же системе. Напряжение на зажимах генератора в автономном режиме

$$\dot{U} = E_0 - j\dot{X}_1 \dot{I}_1$$

зависит от силы тока и характера нагрузки. На рис. 16.26, а построены внешние характеристики генератора при различном коэффициенте мощности нагрузки ( $\Omega_2 = \text{const}$ ). Изменение напряжения

$$\Delta U = \frac{U_x - U}{U_x} 100 = \frac{E_0 - U}{E_0} 100$$

может достигать нескольких десятков процентов, так как внутреннее реактивное сопротивление  $X_1$  синхронной машины много больше активного сопротивления, определяющего величину  $\Delta U$  у машины постоянного тока: Векторные диаграммы рис. 16.26, б иллюстрируют изменение положения рабочих точек 1, 2, 3 на внешней характеристике.

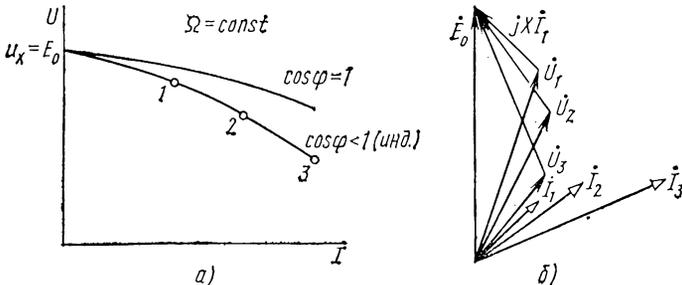


Рис. 16.26. Внешние характеристики (а) и векторные диаграммы (б) генератора при автономной работе

Для стабилизации напряжения  $U$  необходимо регулировать э. д. с.  $E_0$  и, следовательно, ток возбуждения. В большинстве случаев генераторы снабжают автоматическими регуляторами возбуждения, реагирующими на величину  $U$ .

Изменение нагрузки влияет не только на значение напряжения, но и на скорость ротора.

При внезапном увеличении активной составляющей тока статора после подключения дополнительной нагрузки возрастает тормозной электромагнитный момент и ротор машины начинает тормозиться. Если момент первичного двигателя остается неизменным, то и скорость ротора снижается, что вызывает уменьшение э. д. с.  $E_0$ . При этом уменьшается ток статора, в частности его активная составляющая, до тех пор, пока электромагнитный момент не снизится до исходного значения, равного установленному моменту первичного двигателя. Генератор как бы автоматически сбрасывает дополнительную активную нагрузку. В новом режиме значение напряжения на зажимах машины и его частота оказываются меньше, что неблагоприятно отражается на условиях работы нагрузки. Например, асинхронные двигатели начнут вращаться медленнее, а их максимальный момент  $M_m$  спизится.

Нормальная работа обеспечивается регуляторами момента первичного двигателя, которые реагируют на изменение скорости ротора.

## § 16.12. Синхронные двигатели малой мощности

Синхронные микродвигатели отличаются от двигателей нормального исполнения тем, что их роторы не имеют обмоток возбуждения, питаемых постоянным током. При этом исключаются два важнейших недостатка синхронных машин — наличие скользящих контактов и необходимость в источнике постоянного напряжения.

Образование электромагнитного момента синхронного двигателя с постоянными магнитами можно рассматривать как результат взаимодействия вращающегося поля машины с полюсами намагниченного ротора. В двигателях большой мощности ротор намагничивается током обмотки возбуждения. В двигателях малой мощности ротор можно изготовить из магнитотвердого материала с большой коэрцитивной силой ( $H_c > 500$  А/см). Ротор намагничивают только один раз на заводе в сильном импульсном поле, а собственное поле машины не изменяет направление начальной намагниченности.

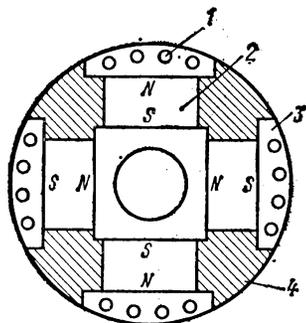


Рис. 16.27. Конструкция ротора двигателя с постоянными магнитами:

1 — стержни пусковой обмотки;  
2 — магниты; 3 — полюсы;  
4 — пластмассовая заливка.

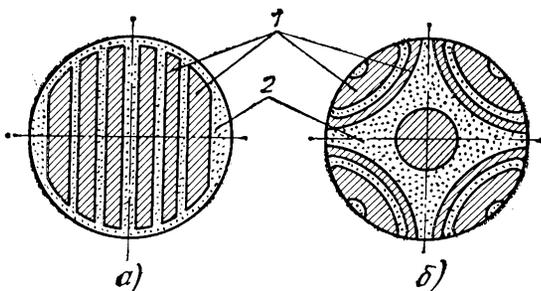


Рис. 16.28. Конструкция двухполюсного (а) и четырехполюсного (б) роторов реактивного двигателя

Таким образом, ротор представляет собой вращающиеся постоянные магниты (рис. 16.27). Свойства и рабочая характеристика такого двигателя практически не отличаются от двигателей с электромагнитным возбуждением. Лишь нельзя регулировать по желанию э.д.с.  $E_0$  и реактивную мощность  $Q_1$ , что не имеет существенного значения для двигателей малой мощности.

Как и у больших двигателей, для разгона используют асинхронный момент, создаваемый индуцированными токами в стержнях 1 пусковой короткозамкнутой обмотки, закрепленной в полюсах 3.

Синхронный момент может быть создан даже при отсутствии собственного поля возбуждения ротора, хотя ротор выполнен из магнитомягкого материала с низкой коэрцитивной силой. Такие синхронные двигатели получили название р е а к т и в н ы х. Ротор этих двигателей отличается тем, что его магнитное сопротивление в радиальных направлениях не одинаково. На рис. 16.28 изображен поперечный раз-

рез роторов реактивных двигателей с одной и двумя парами полюсов. Они выполнены из нескольких пакетов 1 листовой электротехнической стали, залитых алюминием 2 (точки на рис. 16.28). Стальные листы создают направления легкого намагничивания ротора.

Для выяснения природы образования реактивного вращающего момента рассмотрим макет двигателя, в котором стальной ротор имеет форму цилиндра, срезанного по боковой поверхности. Допустим сначала, что двигатель не нагружен моментом сопротивления. После включения статорной обмотки в сеть появляется вращающееся магнитное

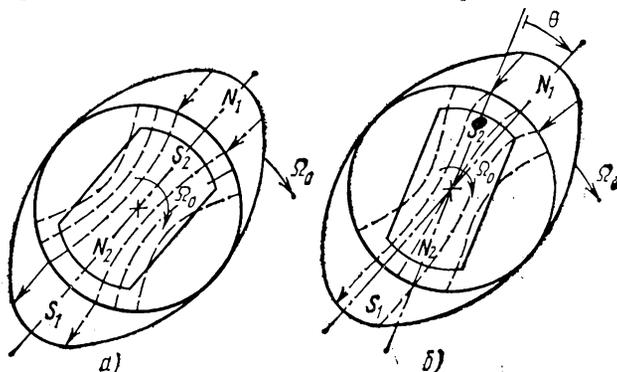


Рис. 16.29. Магнитное поле реактивного двигателя при холостом ходе (а) и при нагрузке (б)

поле, которое индуцирует вихревые токи в алюминиевой заливке ротора. Под действием асинхронного момента скорость ротора постепенно приближается к синхронной. При синхронной скорости ротор неподвижен относительно поля статора, причем его положение строго определено. При отсутствии момента сопротивления под действием сил магнитного поля ротор повернется так, что его ось легкого намагничивания совпадает с осью вращающегося потока двигателя (рис. 16.29, а). Если теперь к ротору приложить момент сопротивления, то он заставит ротор несколько затормозиться, в результате чего появится угол рассогласования  $\theta$  (рис. 16.29, б). Полюсы статора и ротора сместятся и появится электромагнитный момент, который уравнивает момент сопротивления. С увеличением момента нагрузки на валу возрастает угол  $\theta$ , соответственно увеличиваются тангенциальные составляющие сил взаимодействия полюсов ротора и статора, т. е. электромагнитный момент. Максимальный момент зависит от разности магнитных сопротивлений ротора вдоль и поперек оси его полюсов. Сделать эту разность значительной нельзя, так как тогда придется уменьшить толщину пакетов стали и тем самым ослабить магнитный поток машины. Значение потока в конечном счете определяет максимальный момент.

При равных габаритах номинальная мощность реактивного двигателя в два-три раза меньше мощности двигателя с постоянными магнитами. Однако его преимуществами являются простота конструкции и низкая стоимость.

## § 16.13. Шаговые синхронные двигатели

Шаговыми называют двигатели, в которых поворот ротора на фиксированный угол происходит после подачи на статорные обмотки (рис. 16.30, а) управляющих импульсов напряжения прямоугольной формы, которые формируются коммутатором.

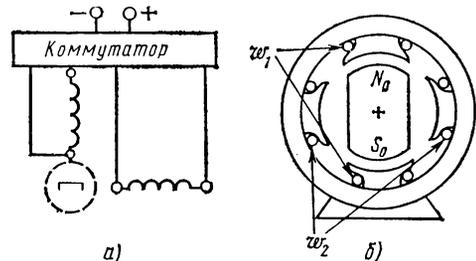


Рис. 16.30. Схема включения (а) и конструкция (б) синхронного шагового двигателя

Статор шаговых двигателей обычно имеет явно выраженные полюсы с катушками возбуждения (рис. 16.30, б). Явнополюсный ротор с постоянными магнитами имеет то же число полюсов, что и на статоре. Положение ротора относительно полюсов статора зависит от токов в катушках возбуждения. Например,

при появлении токов в катушках  $\omega_1$  ротор займет положение, показанное на рис. 16.31, а. При подключении к источнику питания катушек  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (рис. 16.31, б) ось симметрии поля статора повернется

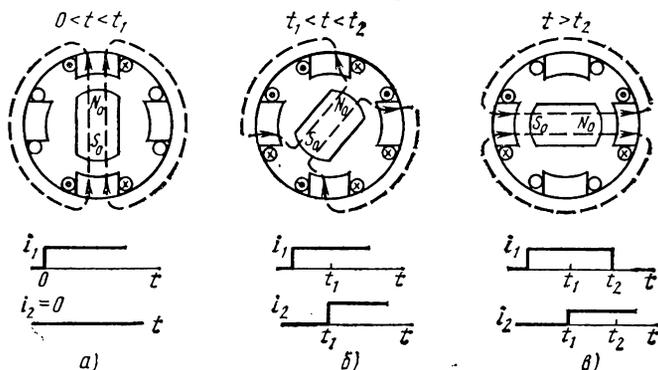


Рис. 16.31. Вращение ротора синхронного шагового двигателя

на  $45^\circ$ . Включение только катушки  $\omega_2$  (рис. 16.31, в) обеспечит поворот еще на  $45^\circ$ . Затем, изменяя направление токов  $i_1$  и  $i_2$  в обмотках  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , можно поворачивать дальше ротор шагами в  $45^\circ$ .

При увеличении количества полюсов  $p$  шаг угла поворота  $\gamma$  уменьшается в  $p$  раз ( $\gamma = 360^\circ/4p$ ).

Шаговые двигатели могут быть и реактивными (см. § 16.12), что упрощает конструкцию машины. Кроме того, шаг поворота ротора можно сделать равным не  $360^\circ/4p$ , а существенно меньше, если полюсы статора

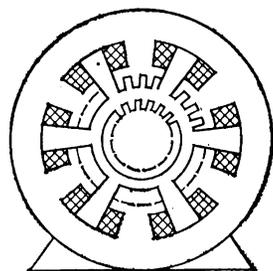


Рис. 16.32. Конструкция редукторного реактивного синхронного двигателя

снабдить зубцами (рис. 16.32). За полный цикл коммутации токов статора ротор будет поворачиваться на угол  $\gamma$ , соответствующий одному зубцовому делению ротора. В каждом устойчивом положении зубцы ротора будут находиться в таком положении относительно зубцов статора, при котором магнитное сопротивление для магнитных потоков возбуждения будет минимальным. Таким образом,  $\gamma = 360^\circ / z_2 m$ , где  $z_2$  — число зубцов ротора, а  $m$  — число сочетаний схем включения токов статора.

### Контрольные вопросы

1. Как образуется вращающий электромагнитный момент у синхронных двигателей?
2. Почему рост активной мощности синхронного генератора сопровождается увеличением тормозящего электромагнитного момента?
3. Покажите угол рассогласования на векторной диаграмме синхронной машины и на эпорах магнитной индукции поля в воздушном зазоре.
4. Что произойдет с синхронным генератором (синхронным двигателем) при внезапном уменьшении тока возбуждения в обмотке ротора? Для ответа пользуйтесь угловыми характеристиками и векторными диаграммами.
5. Как реагирует синхронный двигатель на изменение нагрузки на валу?
6. Как регулируют активную мощность синхронного генератора, работающего в энергосистеме?
7. Опишите порядок пуска синхронного двигателя.
8. Опишите порядок включения генератора на параллельную работу в энергосистеме.
9. Как возникает вращающий момент у реактивного синхронного двигателя?
10. С чем связано название «шаговые двигатели»? В каких механизмах вы применили бы шаговый двигатель?

## ГЛАВА 17

### ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

#### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕХАНИКЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

#### § 17.1. Основные понятия. Задачи электропривода для инженеров-неэлектриков

Электропривод механизмов и машин распространен очень широко. Современный электропривод — это электромеханический комплекс, в который кроме электродвигателей и рабочих машин входят устройства передачи движения от двигателя к машине (редуктор и т. д.), преобразователи электроэнергии и электрическая аппаратура управления пуском, остановом и регулированием работы привода. Аппаратура управления выполняет также функцию автоматической защиты электродвигателя от перегрева при отклонении условий работы от нормальных.

Различают одиночный и многодвигательный электропривод, в котором движение различных механизмов и органов одной рабочей машины осуществляется разными двигателями, входящими в конструкцию данной машины. Примерами многодвигательного электропривода могут служить прокатные станы, экскаваторы, токарно-карусельные станки и др.

Современный электропривод — автоматизированный. Без него немыслимо дальнейшее повышение уровня механизации, электрификации и автоматизации ни в одной отрасли народного хозяйства. Эти вопросы касаются работы инженеров всех технических специальностей.

Но вопросы электропривода как научной дисциплины, и задачи, которые он ставит, различны для инженеров электротехнических и неэлектротехнических специальностей. Если электрикам предстоит проектировать, создавать, совершенствовать, монтировать, налаживать и эксплуатировать сложные системы автоматизированных электроприводов, то неэлектрикам — решать задачи «малой» механизации и автоматизации технологических процессов, связанные с электроприводом насосов, вентиляторов, подъемников, транспортеров, задвижек, станков и многих других производственных механизмов. При этом главной задачей является технически и экономически обоснованный выбор электродвигателя. Она возникает и при модернизациях производственных процессов с целью повышения производительности и экономических показателей, а также в случаях выхода двигателя из строя и необходимости его замены другим. Такие вопросы решают с помощью электриков, но чаще их приходится решать самому неэлектрику — технологу, механику, экономисту и т. д. Решение сводится к анализу работы будущего электропривода, технико-экономическому обоснованию выбора двигателя, системы управления им, расчету пусковых резисторов и составлению заявки на электрооборудование. Для решения подобного круга задач необходимы знания механики электроприводов, понимание принципа выбора электродвигателей по каталогам и основ автоматизации управления современными приводами, умение читать их схемы. Очевидно, вопросы экономики, связанные с повышением производительности механизмов и автоматизации технологических процессов, также нельзя решить без понимания технической сущности этих мероприятий, основ электропривода.

Материал данной главы предназначен помочь будущим инженерам-неэлектрикам решать практические задачи электропривода.

## § 17.2. Основы механики электропривода

Работа системы электропривод — рабочая машина связана с действием различных сил и их моментов. Одни из них приводят систему в движение и называются вращающими  $M_{вп}$ , другие тормозят ее и называются силами или моментами сопротивления  $M_c$ .

Основным уравнением, описывающим характер движения электропривода, является известное из теоретической механики и приведенное в главах об электрических машинах [см. формулу (14.10)] уравнение моментов, действующих на валу электродвигателя:

$$M_{вп} = M_c + J \frac{d\Omega}{dt}. \quad (17.1)$$

Из этого уравнения следует, что электромагнитный момент двигателя уравновешивает момент статического сопротивления механизма

и динамический момент  $Jd\Omega/dt$ , возникающий при изменениях скорости инерционных масс, момент инерции которых равен  $J$ .

В электроприводе двигатель может работать в двигательном и тормозном режимах, развивая на валу соответственно вращающий или тормозящий электромагнитный момент.

Двигательный режим был рассмотрен в главах об электрических машинах, тормозные режимы рассматриваются в § 17.9.

Момент и механическая мощность, развиваемые любой машиной и электродвигателем, связаны известным соотношением (14.3):

$$P = M\Omega, \quad (17.2)$$

где  $P$  и  $M$  — соответственно мощность и момент, Вт и Н·м, а  $\Omega$  — угловая скорость вала двигателя, рад/с.

Обычно в расчетах мощность двигателя выражают в кВт, а вместо угловой скорости  $\Omega = 2\pi n/60 = n/9,55$  пользуются частотой вращения  $n$ , об/мин. Тогда выражение (17.2) принимает вид

$$P = Mn/9550. \quad (17.3)$$

Нормальная безаварийная работа двигателя возможна только тогда, когда его действительный режим не превышает условий номинального режима, для работы в котором электродвигатель построен на заводе. Номинальный режим характеризуется определенными мощностью, напряжением, током, частотой вращения и другими параметрами. Эти величины, называемые номинальными, указывают на щитке и в паспорте, приводят в каталогах на электродвигатели. Номинальный момент двигателя в паспорте обычно не указывают. Его вычисляют по номинальной мощности  $P_{\text{ном}}$  и частоте вращения  $n_{\text{ном}}$  из формулы (17.3):

$$M_{\text{ном}} = 9550 P_{\text{ном}}/n_{\text{ном}}. \quad (17.3a)$$

В главах об электрических машинах (§ 14.7) было показано, что установившаяся скорость электродвигателей (кроме синхронных) зависит от нагрузки на валу, т. е. от момента сопротивления вращаемого механизма. Эти зависимости  $\Omega(M)$  или  $n(M)$  даются механическими характеристиками двигателей.

Рабочие механизмы создают моменты сопротивления, которые обычно зависят от скорости. На рис. 17.1 приведены три типичные зависимости  $M_c(\Omega)$  для некоторых механизмов.

Момент сопротивления вентиляторов, центробежных насосов, компрессоров, центрифуг, гребных винтов и других механизмов пропорционален примерно квадрату частоты вращения (кривая 1). Такие механизмы называют иногда механизмами с «вентиляторным моментом». При пуске «вентиляторный момент» сопротивления мал, поэтому от двигателя не требуется большого момента.

Момент сопротивления генератора постоянного тока, якорь которого замкнут на резистор, а ток возбуждения постоянный, пропорционален частоте вращения (прямая 2 на рис. 17.1). В этот режим двигатель переводят при динамическом торможении (см. § 14.11).

У подъемных кранов, лебедок, поршневых насосов при подъеме воды на постоянную высоту, транспортеров, конвейеров с постоянной передвигаемой массой, строгальных станков и других механизмов момент практически не зависит от частоты вращения (прямая 3 на рис. 17.1). Для пуска и ускорения таких механизмов двигатель должен развивать момент, значительно больший их момента сопротивления.

Сведения о моменте сопротивления механизма или о связи мощности с производительностью механизма обычно приводятся в технической инструкции к нему, справочниках или рассчитываются технологами. Однако не всегда момент сопротивления удобно выражать в функции скорости. В ряде механизмов он зависит от пути движения. Например, в поршневом компрессоре, ножницах для резки металла момент является функцией угла поворота кривошипа (рис. 17.2). Иногда момент изменяется вследствие различных свойств обрабатываемых веществ и закономерность его изменения нельзя выразить ни аналитически, ни графически (камнедробилки, глиномешалки, шаровые мельницы, дефибреры). В этих случаях в расчетах приходится исходить из некоторых средних и пиковых моментов, определяемых экспериментально. Однако достаточно ограничиться рассмотрением трех простейших зависимостей  $M_c(\Omega)$  механизмов, приведенных на рис. 17.1.

Итак, каждый электродвигатель обладает свойством саморегулирования (см. § 14.7) и развивает момент, равный моменту сопротивления механизма. При этом скорость двигателя устанавливается по-

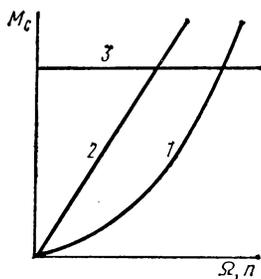


Рис. 17.1. Типичные зависимости  $M_c(\Omega)$  механизмов

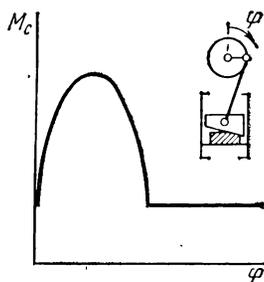


Рис. 17.2. Зависимость  $M_c(\varphi)$  кривошипного механизма

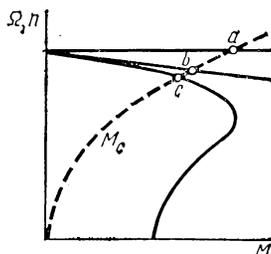


Рис. 17.3. Графическое определение установившейся частоты вращения двигателя с механизмом, момент сопротивления которого задан

стоянной. Ее значение легко определить графически, если зависимость  $M_c(\Omega)$  механизма (например, вентилятора — кривая 1 на рис. 17.1) построить в осях  $\Omega(M_c)$  — см. рис. 14.28 — на графике механической характеристики двигателя  $\Omega(M)$  в одном масштабе. На рис. 17.3 приведены характеристики трех видов двигателей и вентилятора. Точки пересечения характеристик ( $a$ ,  $b$  или  $c$ ) соответствуют установившимся скоростям валов двигателей.

Механическая характеристика двигателя и механизма позволяет определить не только скорость, момент, мощность, но и диапазон регулирования скорости  $D = \Omega_{\max} / \Omega_{\min}$ , если ее нужно регулировать двигателем. Эта характеристика необходима также для определения времени перехода от одной скорости к другой, например при пуске, останове (см. § 17.10), что связано с вопросами производительности, экономии.

Изменение нагрузки, включение и выключение двигателя, введение резисторов, изменение напряжения и т. д. приводят к ускорению или замедлению привода и появлению динамического момента  $\pm J d\Omega/dt$ , который нагружает либо разгружает вал электродвигателя [см. формулу (17.1)]. Чтобы судить о возможных перегрузках двигателя (по моменту и мощности) во времени, нужно знать, как изменяется его момент, мощность во времени, т.е. иметь нагрузочную диаграмму электропривода.

**Построение нагрузочных диаграмм.** Нагрузочными диаграммами называют графические зависимости от времени момента и мощности электропривода (иногда и тока двигателя).

Рассмотрим построение нагрузочной диаграммы электропривода подъемника (рис. 17.4), кинематическая схема которого обеспечивает уравнивание противовесом  $Pr$  момента от каната и кабины  $K$  без груза  $G$ . Двигатель  $Dв$  через редуктор  $Ред$  вращает шкив  $R$ .

Верхняя на рис. 17.4 — диаграмма скорости  $\Omega(t)$  привода, заданная производительностью и механическим оборудованием подъемника для одного цикла подъема. В нее входят времена ускорения  $t_1$ , подъема с постоянной скоростью  $t_2$ , замедления  $t_3$  и паузы  $t_4$  перед циклом опускания кабины.

Следующий график  $M_c(t)$  — это приведенный к валу двигателя суммарный момент статического сопротивления  $M_c$ , создаваемый грузом ( $M_{c1}$ ) и редуктором ( $M_{c2}$ ):  $M_c = M_{c1} + M_{c2}$ . При подъеме и опускании груза  $M_c$  обычно не одинаков.

Приведение статических моментов сопротивления механизмов к валу двигателя (его скорость  $\Omega$ ) производится на основе закона сохранения мощности (энергии) движения:

поступательного (с учетом к.п.д. передачи  $\eta_n$ )

$$M_{c1} \Omega \eta_n = Gv \quad (17.4)$$

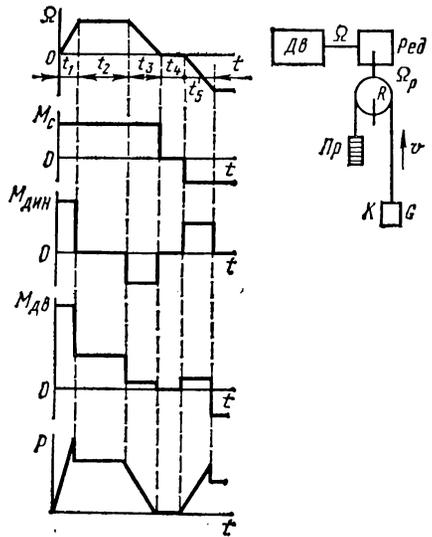


Рис. 17.4. К построению нагрузочной диаграммы электропривода подъемника

и вращательного

$$M_{c2}\Omega\eta_p = M_{cp}\Omega_p, \quad (17.4a)$$

где  $G$ —вес, сила тяжести груза;  $v$ —линейная скорость;  $\eta_p$ —к. п. д. редуктора;  $\Omega_p$ —скорость вала редуктора.

Далее строим график динамических моментов  $M_{дин}(t) = Jd\Omega/dt$  при ускорении и замедлении, где  $J$ —также приведенный к валу двигателя суммарный момент инерции движущихся масс ( $J_{дв}$ —ротора,  $J_p$ —редуктора и шкива,  $J_G$ —груза):  $J = J_{дв} + J_1 + J_2$ . Значение  $J_{дв}$  берут из каталога для двигателя ориентировочной мощности ( $P_{ном} \approx 1,2 \cdot Gv \cdot 10^{-3}$ , кВт) и скорости ротора  $\Omega$ .

Приведение моментов инерции  $J_p$ —вращающихся и  $J_G$ —поступательно движущихся масс производится на основе закона сохранения кинетической энергии:

$$\left. \begin{aligned} 0,5J_1\Omega^2 &= 0,5J_p\Omega_p^2, & J_1 &= J_p(\Omega_p/\Omega)^2, \\ 0,5J_2\Omega^2 &= 0,5Gv^2/g, & J_2 &= \frac{Gv^2}{g\Omega^2}, \end{aligned} \right\} \quad (17.5)$$

где  $G$ —сила тяжести, вес груза, Н; ускорение  $g=9,8$  м/с<sup>2</sup>.

Таким образом,

$$J = J_{дв} + J_p \frac{\Omega_p^2}{\Omega^2} + \frac{Gv^2}{g\Omega^2}.$$

В расчетах электроприводов часто используют не момент инерции  $J$  массы  $m$  с радиусом  $\rho$ , а маховой момент  $GD^2$ , измеряемый в Н·м<sup>2</sup>:

$$J = m\rho^2 = \frac{G}{g} \left( \frac{D}{2} \right)^2 = \frac{GD^2}{4g}, \quad (17.6)$$

где  $D$ —приведенный диаметр инерции, м.

Заметим, что в СИ  $GD^2$  измеряется в Н·м<sup>2</sup>, а вес  $G$ — в Н.

Алгебраическая сумма статического и динамического моментов в каждый момент времени дает момент  $M_{дв}(t)$ , который должен развивать двигатель. Из графика  $M_{дв}(t)$  видно, каким должен быть пусковой и максимальный (перегрузочный) моменты. На рис. 17.4 они оказались одинаковыми.

Диаграмма мощности двигателя  $P(t)$  получена перемножением момента двигателя на его скорость:  $P = M\Omega = f(t)$ . Этот пример показал построение нагрузочных диаграмм электродвигателя, момент и мощность которого изменяются в процессе работы. Нагрузочные диаграммы электроприводов имеют разнообразный вид. По ним определяют номинальную мощность выбираемого двигателя для электропривода и сравнивают его пусковой и максимальный моменты с заданными диаграммой.

## **ВЫБОР ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА**

### **§ 17.3. Задачи выбора электродвигателя**

Производительность механизма, качество выпускаемой им продукции или ход технологического процесса во многом зависят от электродвигателя. Правильный выбор типа двигателя и особенно его номинальной мощности имеют большое народнохозяйственное значение, поскольку определяют первоначальные затраты (капитальные вложения) и стоимость эксплуатационных расходов электропривода.

Отечественная электротехническая промышленность выпускает широкую номенклатуру типов электродвигателей различных диапазонов мощностей; частот вращения, конструктивного исполнения. Сведения о них имеются в специальных каталогах электродвигателей. Например, «01.52.01—81. Электротехника СССР. Двигатели синхронные СДРЗ-14 мощностью 315—800 кВт. Информэлектро, 1981».

В каталогах приводятся номинальные данные о механической мощности двигателя, частоте вращения, напряжении, токе, к. п. д., а также о кратности (по отношению к номинальному) пускового тока, пускового и максимального моментов асинхронных двигателей. Кроме того, приводятся сведения о массо-габаритных и установочных размерах электродвигателя, его конструктивном исполнении.

В задачу выбора электродвигателя входят:

выбор рода тока и номинального напряжения;

выбор номинальной частоты вращения;

выбор конструктивного исполнения;

определение номинальной мощности и выбор соответствующего ей двигателя по каталогу.

В производственных условиях не всегда требуется решать весь комплекс этих вопросов. Часть их бывает задана: род тока, напряжение, частота вращения. Основное значение при этом имеет правильное определение мощности и конструктивного типа двигателя.

Прежде чем решать задачу выбора электродвигателя, необходимо четко представить себе работу механизма, для которого его подбирают: будет ли двигатель с механизмом работать длительно или кратковременно, с постоянной или регулируемой скоростью, будет ли изменяться (и как) момент сопротивления и мощность при работе. Ответы на эти вопросы может дать построение нагрузочных диаграмм (см. § 17.2). Далее решают вопросы выбора в перечисленной последовательности.

**Выбор рода тока и напряжения двигателя.** В основу этого выбора положены экономические соображения. Электродвигатели имеют высокую стоимость, так как являются сложными изделиями, в которых используются ценные электротехнические материалы, рассчитанные на длительный срок службы (20 лет). Поэтому выбор начинают с «примерки» пригодности для привода самых простых и дешевых двигателей — трехфазных асинхронных с КЗ-ротором и до самых сложных и дорогих — двигателей постоянного тока.

Составим примерную последовательность выбора типа электродвигателя в зависимости от его назначения.

Тип двигателя	Назначение
Асинхронный с КЗ-ротором нормального исполнения	Для нерегулируемого привода, не требующего больших пусковых моментов, при $P \leq 100$ кВт
Асинхронный с глубокопазым КЗ-ротором или с двойной клеткой Асинхронный с контактными кольцами	То же, если требуются большие пусковые моменты Частые пуски при больших пусковых моментах и небольших токах, регулирование скорости (реостатное регулирование неэкономичное)
Синхронный	Для нерегулируемого привода в длительном режиме, регулирование $\cos \varphi$ (при $P \geq \geq 100$ кВт СД экономичнее АД)
Постоянного тока	Регулирование скорости в широком диапазоне, обеспечение хороших пусковых качеств, перегрузочной способности

Выбор рода тока электродвигателя определяет и выбор его номинального напряжения, которое обычно берут равным напряжению источника электропитания цеха, завода, стройплощадки (чаще всего это трехфазная сеть с основным напряжением 380/220 В). Повышение или понижение напряжения для двигателей с помощью трансформаторов, применение выпрямителей для двигателей постоянного тока приводит к увеличению затрат на электрооборудование.

**Выбор номинальной скорости двигателя.** Высокая скорость электродвигателя позволяет уменьшить его габаритные размеры, массу и стоимость. Рабочие механизмы, наоборот, чаще требуют пониженных скоростей. Для согласования скоростей двигателя и механизма ставят редуктор, что удорожает электропривод. Вопрос о рациональном соотношении двигатель — редуктор решается конструктором при проектировании механизма и здесь не рассматривается.

**Выбор конструктивного исполнения двигателя.** Конструктивное исполнение современных серий электродвигателей учитывает три фактора: защиту от воздействия окружающей среды, обеспечение охлаждения и способ монтажа.

По способу защиты от воздействия окружающей среды электродвигатели изготавливают в защищенном, закрытом и взрывонепроницаемом исполнениях.

*Защищенные* от попадания мелких предметов и капель двигателя предназначены для работы в сухих непельных помещениях.

*Закрытые* двигатели устанавливают в помещениях с повышенной влажностью, атмосферой, загрязненной пылью с металлическими включениями, парами масла или керосина.

*Взрывозащищенные* двигатели имеют корпус, способный выдержать взрыв газа внутри машины и исключаящий при этом выброс пламени в окружающую среду. Они предназначены для работы во взрывоопасных помещениях (шахтах). На крышке коробки выводов этих двига-

телей отлит рельефный знак РВ — рудничный взрывобезопасный или ВЗГ — взрывобезопасный в газовой среде. Без этих знаков применение двигателей во взрывоопасных условиях запрещено. Нельзя также взамен закрытого двигателя устанавливать защищенный.

По способу охлаждения различают двигатели с естественным охлаждением, самовентилицией внутренней или наружной и посторонним продувом (принудительное).

По способу монтажа имеются двигатели с горизонтальным расположением вала и станиной на лапах, с вертикальным расположением вала и фланцем на нижнем щите и т. д. Выбираемый двигатель должен иметь тот же способ установки, крепления и соединения с механизмом, что и заменяемый.

**Выбор двигателя по мощности.** Завершающим этапом является определение номинальной мощности двигателя и выбор по ней в каталоге подходящего двигателя. Однако номинальную мощность просто определить только при длительной работе с постоянной нагрузкой, которую и принимают за номинальную. В подавляющем большинстве случаев момент, мощность и ток двигателя изменяются во времени. Нагрузочные диаграммы двигателей многих механизмов включают периоды работы и пауз (см., например, рис. 17.4). При подобной переменной нагрузке двигатель должен удовлетворять условиям допустимого нагрева, обладать максимальным моментом, достаточным для преодоления возможных кратковременных перегрузок и при пуске с большой нагрузкой иметь избыточный пусковой момент для обеспечения разгона привода.

Поясним кратко эти условия. Во время работы в двигателе возникают потери энергии, которые превращаются в теплоту и нагревают обмотки и другие части электродвигателя. Допустимый нагрев определяется наименее теплостойким материалом двигателя, которым является изоляция обмоток. Срок ее службы практически определяет срок службы электродвигателя. Следовательно, мощность выбранного электродвигателя должна иметь такое значение, чтобы изоляция двигателя не перегревалась при наиболее тяжелых условиях работы привода.

Максимальный момент, характеризующий перегрузочную способность, а также пусковой момент определяются электромагнитными свойствами двигателя.

Для определения мощности двигателя рассмотрим особенности его нагрева и классификацию режимов электродвигателей по условиям нагрева.

#### § 17.4. Нагревание и охлаждение электродвигателей

Работа электродвигателя сопровождается потерей части энергии (см. § 14.12), которая превращается в теплоту. Мощность потерь

$$\Delta P = P(1/\eta - 1) \quad (17.7)$$

тем больше, чем большую мощность  $P$  развивает двигатель на валу и чем ниже его к.п.д. Следовательно, с ростом нагрузки температура

двигателя (его изоляции) будет возрастать и может достигнуть опасных значений.

По нагревостойкости изоляционные материалы подразделяют на несколько классов. Так, изоляция класса А (пропитанные волокнистые материалы) допускает температуру нагрева до 105°C; класса В (материалы на основе слюды, асбеста и стекловолокна с пропиткой) — до 130°C, а те же материалы с кремнийорганическими связующими пропитками — до 180°C (класс Н).

Указанные рабочие температуры установлены исходя из срока службы электродвигателей 15—20 лет при номинальной нагрузке. При нагрузке 1,25 номинальной срок службы сокращается до 1,5 мес, а при нагрузке 1,5 номинальной двигатель выходит из строя уже через 3 ч!

Температура двигателя зависит не только от его нагрузки, но и от температуры охлаждающей среды. При расчетах ее принимают равной +40°C. Разность между температурами двигателя и охлаждающей среды называют превышением температуры или температурой перегрева и обозначают  $\tau^\circ$ . Например, для широко распространенной изоляции класса А допустимая температура перегрева составляет 65°C.

При расчетах процессов нагревания и охлаждения электродвигателей электрическую машину упрощенно рассматривают как однородное тело, которое равномерно нагревается и излучает теплоту в окружающую среду всей поверхностью. Перед работой двигатель имеет температуру окружающей среды, поэтому вся выделенная в нем теплота идет на повышение температуры двигателя соответственно теплоемкости  $C$ , Вт·с/град. Когда его температура становится выше температуры среды, начинается процесс теплоотдачи в окружающую среду. При постоянной нагрузке через некоторое время температура двигателя достигает установившегося значения, при котором вся теплота, выделяющаяся в двигателе, отдается в окружающую среду. Наступает тепловое равновесие.

Уравнение теплового баланса электродвигателя при постоянной нагрузке имеет вид

$$\Delta P dt = C d\tau + A \tau dt. \quad (17.8)$$

Здесь  $d\tau$  — перегрев, град, соответствующий элементу времени  $dt$ , за который выделяется энергия  $\Delta P dt$ ;  $A$  — теплоотдача при нагревании, Вт/град.

С момента наступления теплового равновесия повышение температуры двигателя прекращается ( $d\tau=0$ ). Установившаяся температура перегрева приобретает значение

$$\tau_{уст} = \Delta P / A. \quad (17.9)$$

Каждой нагрузке двигателя соответствует своя установившаяся температура. Очевидно, двигатель можно нагружать только такой мощностью, при которой установившийся перегрев его изоляции не превышает максимально допустимого значения. Эту мощность и называют номинальной.

Из выражения (17.9) видно, что установившийся перегрев возрастает с уменьшением теплоотдачи  $A$ . Чем лучше охлаждается двигатель при работе, тем ниже установившийся перегрев. Поэтому двигатели снабжают вентиляторами и для увеличения охлаждающей поверхности применяют ребристые корпуса.

Разделим уравнение (17.8) на  $A dt$  и с учетом (17.9) перепишем его в виде

$$T_n \frac{d\tau}{dt} + \tau = \tau_{уст}, \tag{17.10}$$

где  $T_n = C/A$  — постоянная времени нагревания.

Решение этого линейного дифференциального уравнения дает закон изменения температуры двигателя во времени:

$$\tau = \tau_{уст} (1 - e^{-t/T_n}) + \tau_{нач} e^{-t/T_n}. \tag{17.11}$$

Здесь  $\tau_{нач}$  — начальное превышение температуры, с которым двигатель начинает работать.

Если двигатель начинает работу в «холодном» состоянии, то  $\tau_{нач} = 0$  и

$$\tau = \tau_{уст} (1 - e^{-t/T_n}). \tag{17.11a}$$

На рис. 17.5 приведены экспоненциальные кривые нагревания электродвигателя при постоянной нагрузке. Кривые 1 и 2 соответствуют работе двигателя с «холодного» состояния ( $\tau_{нач} = 0$ ) при малой (1) и большой (2) нагрузках, кривая 3 — работе, когда двигатель уже имел начальное превышение температуры  $\tau_{нач} = \tau_{оз}$ . Кривую 3 можно рассматривать как превышение температуры двигателя в случае, если температура окружающей среды повысилась на  $\tau_{оз}$  по сравнению с кривой 2.

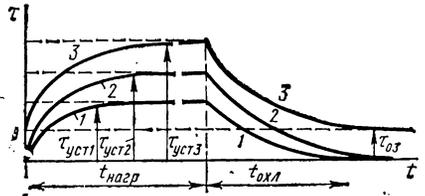


Рис. 17.5. Кривые нагревания и охлаждения электродвигателя

Кривые нагревания и охлаждения являются экспонентами. Установившаяся температура достигается практически за время  $(3 \div 5) T_n$  (погрешность 5 и 0,5% соответственно).

После отключения двигателя от сети выделение теплоты в нем прекращается:  $\Delta P = 0$ ,  $\tau_{уст} = 0$ , и выражение (17.11) для процесса охлаждения принимает вид

$$\tau = \tau_{нач} e^{-t/T_{охл}}, \tag{17.12}$$

где  $T_{охл} = C/A_{охл}$ ;  $A_{охл}$  — теплоотдача при охлаждении.

Кривые охлаждения двигателя приведены на рис. 17.5. Время охлаждения электродвигателя до установившейся температуры или до температуры окружающей среды  $t_{охл} = (3 \div 5) T_{охл}$ . Интенсивность охлаждения двигателя зависит от способа вентиляции и его скорости. В неподвижном двигателе с самовентиляцией условия охлаждения зна-

чительно хуже, чем во вращающемся. Поэтому постоянная охлаждения  $T_{\text{охл}}$  здесь в 2—3 раза больше  $T_{\text{н}}$ . При эксплуатации регулярные продувки и очистка поверхности двигателя от пыли увеличивают теплоотдачу и обеспечивают наиболее полное его использование.

## § 17.5. Номинальные режимы работы электродвигателей

При рассмотрении законов нагревания и охлаждения электродвигателей предполагалось, что нагрузка двигателя продолжительное время неизменна, поэтому неизменен и установившийся предельный перегрев  $\tau_{\text{уст}}$ . В действительности нагрузка двигателя может изменяться различным образом по значению. Кроме того, двигатель может отключаться на некоторое время.

Для учета разнообразных условий работы электродвигателя и правильного определения его мощности рассчитывают и строят нагрузочные диаграммы  $M(t)$ ,  $P(t)$  (см. рис. 17.4) или  $I(t)$ . По виду нагрузочной диаграммы определяют режим работы двигателя. Режимы стандартизованы. Имеются три основных режима: длительный (S1) кратковременный (S2) и повторно-кратковременный (S3). Для каждого из них условия нагревания и охлаждения различны.

**Длительный режим.** Длительным называют режим, в котором температура электродвигателя достигает установившегося значения.

Различают длительный режим с постоянной и с переменной нагрузками. Длительно с постоянной нагрузкой работают вентиляторы, насосы, компрессоры, некоторые транспортеры, текстильные станки. Нагрузочная диаграмма для этого режима приведена на рис. 17.6, а. Там же приведен график перегрева  $\tau(t)$ .

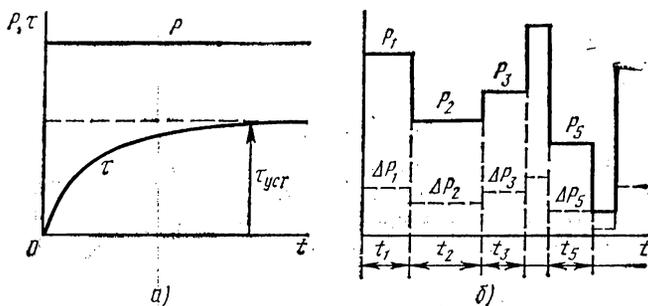


Рис. 17.6. Диаграммы  $P(t)$  и  $\tau(t)$  двигателя в длительном режиме работы с постоянной (а) и с переменной (б) нагрузками

Длительно с переменной нагрузкой (рис. 17.6, б) работают поршневые компрессоры, прокатные станы, токарные, сверлильные, фрезерные станки и др.

На щитке электродвигателя, предназначенного для длительной работы, номинальный режим обозначают сокращенным словом «Длит.» или символом S1.

**Кратковременный режим.** В этом режиме электродвигатель работает ограниченное время, в течение которого температура не достигает установившегося значения. Паузы в работе настолько велики, что двигатель успевает полностью охладиться. Нагрузочная диаграмма и перегрев двигателя в кратковременном режиме показаны на рис. 17.7.

В режиме кратковременной нагрузки работают вспомогательные приводы станков, разводных мостов, шлюзов, задвижек трубо- и газо-

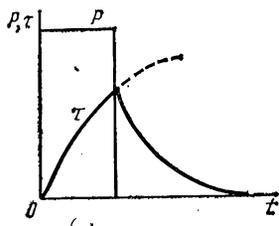


Рис. 17.7. Диаграммы  $P(t)$  и  $\tau(t)$  двигателя в кратковременном режиме работы

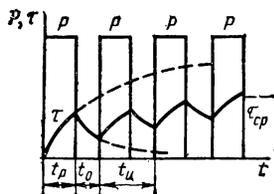


Рис. 17.8. Диаграммы  $P(t)$  и  $\tau(t)$  двигателя в повторно-кратковременном режиме работы

проводов и других механизмов. На щитке электродвигателя кратковременного режима указывается время работы при номинальной мощности: 30, 60 и 90 мин и символ S2. Для универсального применения двигатели кратковременного режима крупными сериями не выпускаются.

**Повторно-кратковременный режим.** В этом режиме регулярно чередуются кратковременные периоды работы с кратковременными периодами пауз, причем в период нагрузки температура двигателя не достигает установившегося значения, а в период паузы (отключения) она не успевает опуститься до уровня температуры охлаждающей среды. Графики такого режима приведены на рис. 17.8. Перегрев электродвигателя изменяется по пилообразной ломаной линии, состоящей из отрезков кривых нагревания и охлаждения. При многократном повторении циклов перегрев колеблется около некоторого среднего значения  $\tau_{cp}$ .

Типичным примером работы в повторно-кратковременном режиме являются электроприводы подъемных кранов, а также электропривод большинства металлорежущих станков.

Электропромышленность выпускает специальные крановые электродвигатели, предназначенные для работы в подъемно-транспортных устройствах. На щитке такого двигателя в графе «режим работы» указывается символ S3 и относительная продолжительность включе-

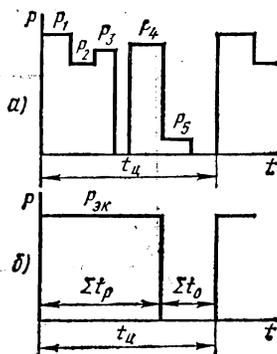


Рис. 17.9. Реальная (а) и идеализированная (б) диаграммы  $P(t)$  двигателя в повторно-кратковременном режиме

ния ПВ % (обозначаемая также  $\epsilon$ ):

$$\text{ПВ \%} = \frac{t_p}{t_p + t_0} 100 = \frac{t_p}{t_{\text{ц}}} 100, \quad (17.13)$$

где  $t_p$  — время работы;  $t_0$  — продолжительность паузы;  $t_{\text{ц}}$  — продолжительность цикла.

Продолжительность цикла повторно-кратковременного режима для крановых электродвигателей по ГОСТу не должна превышать 10 мин.

Значения ПВ стандартизованы и составляют 15, 25, 40 и 60%. Например, если на щитке кранового двигателя указано  $P_{\text{ном}} = 11$  кВт при ПВ 40%, то это означает, что данный двигатель может работать с номинальной нагрузкой 11 кВт в течение 4 мин, а последующие 6 мин он должен быть отключен от сети.

Реальная диаграмма может иметь вид рис. 17.9, а, когда нагрузка, ее длительность и паузы не вполне одинаковы. В этом случае строят эквивалентную (идеализированную) диаграмму рис. 17.9, б, где  $t_{\text{ц}} = \Sigma t_p + \Sigma t_0$ , а  $\text{ПВ} = \Sigma t_p / t_{\text{ц}}$ .

### § 17.6. Расчет мощности и выбор электродвигателя для длительного режима работы

Определение номинальной мощности двигателя для работы в длительном режиме с постоянной нагрузкой (см. рис. 17.6, а) сводится к подсчету мощности  $P_c$  исполнительного механизма, приведенной к валу двигателя (с учетом к.п.д. передач, редукторов и т. д.). По полученной мощности  $P$  в каталогах выбирают двигатель с номинальной мощностью  $P_{\text{ном}} \geq P_c$  (предварительно выбраны род тока, напряжение, частота вращения и конструктивное исполнение двигателя). Номинальная мощность, указанная в каталоге, и является той наибольшей мощностью, на длительную работу с которой без опасности перегрева рассчитан двигатель. Так как нагрузка постоянна, то специальной тепловой проверки не требуется. При тяжелых условиях пуска проверяют, достаточен ли развиваемый двигателем пусковой момент.

Определение номинальной мощности двигателя при длительной переменной нагрузке производят по методу средних потерь или по методу эквивалентных величин (тока, момента, мощности). Эти методы заключаются в тепловой проверке предварительно выбранного двигателя. Предварительно (ориентировочно) двигатель выбирают по средней мощности нагрузки (см. рис. 17.6, б):

$$P_{\text{пр}} = k P_{\text{ср}}, \quad P_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} = \frac{P_1 t_1 + P_2 t_2 + \dots + P_n t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}, \quad (17.14)$$

где  $k = 1,1 \div 1,3$  — коэффициент запаса.

По предварительной мощности  $P_{\text{пр}}$  в каталоге выбирают двигатель с номинальной мощностью  $P_{\text{ном}} \geq P_{\text{пр}}$ , а затем одним из методов проверяют его по нагреву.

*Выбор двигателя по средней мощности неправилен*, потому, что не учитывает квадратичной зависимости переменных потерь от тока. При больших колебаниях нагрузки средняя мощность оказывается заниженной.

Если же при заданном графике переменной нагрузки (см. рис. 17.6, б) выбрать электродвигатель по наибольшей или по наименьшей мощности, то в первом случае она окажется завышенной, а во втором — заниженной. Применение же двигателя завышенной мощности увеличивает капитальные затраты, приводит к снижению к.п.д.,  $\cos \varphi$ . Использование двигателя недостаточной мощности снижает производительность и надежность электропривода, сокращает срок его службы.

Этими обстоятельствами и определяется необходимость в других методах выбора номинальной мощности двигателя при переменной нагрузке — методе средних потерь и методе эквивалентных величин.

**Метод средних потерь.** При постоянной нагрузке на валу ( $P_{ном}$ ) мощность потерь остается неизменной ( $\Delta P_{ном}$ ). При изменяющейся нагрузке изменяется и мощность потерь. Считают, что двигатель нагревается одинаково, если средняя мощность потерь ( $\Delta P_{ср}$ ) за время цикла при переменной нагрузке равна мощности потерь при постоянной номинальной нагрузке:

$$\Delta P_{ср} = \Delta P_{ном} \quad (17.15)$$

(это справедливо, если продолжительность цикла много меньше продолжительности нагревания двигателя).

Таким образом, сначала для предварительно выбранного двигателя по формуле (17.7) определяют номинальные потери  $\Delta P_{ном}$ , а затем потери  $\Delta P_1, \Delta P_2, \dots$  на каждом участке графика нагрузки (см. рис. 17.6, б). Затем находят средние потери по формуле

$$\Delta P_{ср} = \frac{\Delta P_1 t_1 + \Delta P_2 t_2 + \dots + \Delta P_n t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n} \quad (17.16)$$

и проверяют выполнение условия (17.15). Если значение  $\Delta P_{ном}$  более чем на 10% превышает  $\Delta P_{ср}$ , то выбирают другой двигатель и повторяют расчет. Этот метод достаточно точный, применим к выбору двигателей любого типа, но он трудоемок.

**Метод эквивалентных величин** (тока, момента, мощности). Переменные потери в двигателе пропорциональны квадрату тока нагрузки. Изменяющиеся по значению токи нагрузки заменяют эквивалентным неизменяющимся током  $I_{эк}$ , который выделяет в двигателе ту же теплоту, что и изменяющиеся токи. Формулу эквивалентного тока можно получить на основании выражения (17.16):

$$\begin{aligned} I_{эк} &= \sqrt{\frac{I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \dots + I_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}} = \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n I_i^2 t_i}{\sum_{i=1}^n t_i}}. \end{aligned} \quad (17.17)$$

Найденный ток  $I_{\text{эк}}$  сравнивают с током  $I_{\text{ном}}$  предварительно выбранного двигателя. Двигатель выбран правильно, если

$$I_{\text{ном}} \geq I_{\text{эк}}. \quad (17.18)$$

Чаще имеют дело с графиком моментов или мощностей. Если момент двигателя пропорционален току, то формула (17.17) превращается в формулу эквивалентного момента:

$$\begin{aligned} M_{\text{эк}} &= \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + \dots + M_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}} = \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n M_i^2 t_i}{\sum_{i=1}^n t_i}}. \end{aligned} \quad (17.19)$$

Выбор двигателя считается правильным, если номинальный момент предварительно выбранного двигателя

$$M_{\text{ном}} \geq M_{\text{эк}}.$$

Если скорость двигателя при изменении нагрузки изменяется незначительно, то можно определить эквивалентную мощность

$$P_{\text{эк}} = M_{\text{эк}} \Omega$$

или

$$\begin{aligned} P_{\text{эк}} &= \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + \dots + P_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}} = \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n P_i^2 t_i}{\sum_{i=1}^n t_i}}. \end{aligned} \quad (17.20)$$

Условием правильного выбора будет неравенство

$$P_{\text{ном}} \geq P_{\text{эк}}.$$

Методы эквивалентных момента и мощности неприменимы для двигателей последовательного возбуждения, где момент не пропорционален току.

Выбранный двигатель подлежит обязательной проверке по перегрузочной способности и пусковому моменту (если пуск происходит под нагрузкой).

Мгновенная перегрузочная способность  $\lambda_m = M_{\text{max}} / M_{\text{ном}}$  двигателей разных типов имеет следующие значения.

Перегрузочная способность  $\lambda_m$  двигателей

Постоянного тока общего назначения . . . . .	2
Специальные (тяговые) постоянного тока . . . . .	3—4
Асинхронные с контактными кольцами . . . . .	2—2,5

Асинхронные с КЗ-ротором нормального исполнения . . . . .	1,8—3
Асинхронные глубокопазные и с двойной клеткой . . . . .	1,8—2,7
Синхронные . . . . .	2—2,5
Синхронные специальные . . . . .	3—4
Коллекторные переменного тока . . . . .	2—3

Если максимальный момент нагрузки больше, чем двигатель может развить, то выбирают двигатель большей мощности.

**Маховиковый привод.** Для механизмов с ударной нагрузкой (молоты, прессы, штамповочные машины и т. д.) электродвигатель пришлось бы выбирать не по нагреву, а по механической перегрузке, что привело бы к завышению мощности. Но мощность двигателя можно снизить и приблизить к требуемой по нагреву, если «выровнять» нагрузочный график с помощью установки маховика.

В периоды резкого увеличения нагрузки ( $P_1$  на рис. 17.10) часть ее покрывает двигатель, а часть — маховик, отдающий свою кинетическую энергию. Во время сброса нагрузки (до  $P_2$ ) скорость привода возрастает и в маховике снова увеличивается запас энергии. Таким образом, электродвигатель будет развить мощность, меньшую  $P_1$  и большую  $P_2$ : эквивалентная мощность приближается к средней мощности  $P$ . Поэтому применение маховика снижает номинальную мощность двигателя. Но двигатель должен обладать достаточно мягкой механической характеристикой.

При замене электродвигателя с маховиковым приводом следует подбирать двигатель аналогичный заменяемому.

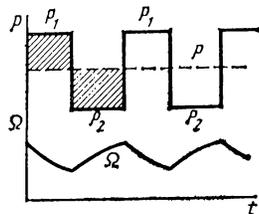


Рис. 17.10. Графики  $P(t)$  и  $\Omega(t)$  маховикового привода

### § 17.7. Расчет мощности и выбор электродвигателя для повторно-кратковременного и кратковременного режимов работы

Как указывалось, повторно-кратковременный режим характеризуется продолжительностью включения ПВ%. Каждому (стандартному) значению ПВ соответствует значение номинальной мощности, с которой в этом режиме двигатель может долго работать, не перегреваясь. Таким образом, при повторно-кратковременной работе электропривода один и тот же двигатель допускает различные нагрузки. Чем больше ПВ, т. е. чем больше длительность рабочего периода, тем меньше должна быть нагрузка двигателя.

Расчет мощности двигателя производят следующим образом. По нагрузочной диаграмме механизма предварительно выбирают двигатель мощностью  $P_{ср}$ . Затем строят его нагрузочную диаграмму  $M(t)$  или  $I(t)$ , по которой двигатель проверяют на допустимый нагрев. Нагрузочные диаграммы механизма и двигателя не совпадают, если время пуска примерно равно длительности работы. По нагрузочной диаграмме определяют действительное значение ПВ [по формуле (17.13)], а по формуле (17.20) или (17.19) (для рабочей части цикла) определяют

$P_{\text{эк}}$  (или  $M_{\text{эк}}$ ). Далее эквивалентную мощность  $P_{\text{эк}}$  (или момент  $M_{\text{эк}}$ ) пересчитывают для ближайшего стандартного значения  $P_{\text{ном}}$  по упрощенным формулам (не учитывающим постоянные потери в двигателе):

$$P = P_{\text{эк}} \sqrt{P_{\text{В}}/P_{\text{Вном}}}, \quad (17.21)$$

$$M = M_{\text{эк}} \sqrt{P_{\text{В}}/P_{\text{Вном}}}, \quad (17.21a)$$

$$I \doteq I_{\text{эк}} \sqrt{P_{\text{В}}/P_{\text{Вном}}}. \quad (17.21б)$$

По каталогу выбирают двигатель с номинальной мощностью  $P_{\text{ном}}$  при  $P_{\text{Вном}}$  так, чтобы  $P_{\text{ном}} \geq P$ . Выбранный двигатель проверяют на перегрузочную способность.

Для кратковременного режима работы электропромышленность выпускает двигатели кранового типа с продолжительностью 15, 30, 60 и 90 мин, для которых указана соответствующая номинальная мощность. Мощность двигателя для кратковременного режима определяют по методу эквивалентных величин с последующим выбором в специальном каталоге.

Для режима кратковременной нагрузки ( $P_{\text{кв}}$ ) могут быть использованы электродвигатели длительного режима ( $P_{\text{ном}}$ ). Их можно кратковременно в течение времени  $t_{\text{кв}}$  перегружать так, чтобы перегрев не превышал допустимый (рис. 17.11). В большинстве случаев в режиме кратковременной нагрузки эти двигатели не могут быть

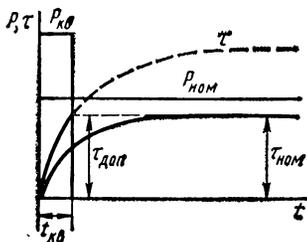


Рис. 17.11. К определению кратковременной и длительной номинальных мощностей двигателя и его нагрева

использованы по нагреву полностью. Поэтому их номинальная мощность определяется условиями механической перегрузки. Например, кратковременная мощность нагрузки  $P=18$  кВт, механическая перегрузка равна двум. Ориентировочная мощность двигателя  $P_{\text{ор}}=P/2=9$  кВт. По каталогу ближайший больший асинхронный двигатель АОП-62-4 имеет параметры:  $P_{\text{ном}}=10$  кВт,  $n=1460$  об/мин,  $\lambda_{\text{м}}=2,5$ ,  $\lambda_{\text{п}}=2$ . Проверим перегрузочную способность двигателя:  $M_{\text{ном}}=9550 P_{\text{ном}}/n_{\text{ном}}=65,3$  Н·м. Максимальный и пусковой моменты с учетом возможного снижения напряжения на 10% составляют:  $M_{\text{max}}=0,9^2 \times 2,5 \cdot 65,3=132$  Н·м,  $M_{\text{п}}=0,9^2 \cdot 2 \cdot 65,3=105$  Н·м. Момент сопротивления нагрузки  $M_{\text{с}}=9550 P/n_{\text{ном}}=118$  Н·м.

Следовательно, по механической перегрузке двигатель был бы пригоден, но его пусковой момент мал и поэтому двигатель не возьмет с места. Следующим большим будет электродвигатель АОП-63-4 на 14 кВт. Его следует проверить только по пусковому моменту.

§ 17.8. Расчет пусковых сопротивлений  
для ускоренного пуска электродвигателей

Пусковые свойства электродвигателей были рассмотрены в главах об электрических машинах. При пуске двигателей постоянного тока необходимо ограничение бросков пусковых токов и моментов, а при пуске асинхронных двигателей — увеличение пускового момента. В обоих случаях это достигается введением реостата в цепь ротора (якоря). Но с разгоном момент двигателя падает, пуск замедляется. Быстрый разгон привода возможен, когда средний пусковой момент значительно превышает момент сопротивления механизма. Для этого уже с начала разгона двигателя пусковой реостат с помощью средств автоматики постепенно выводят. Обычно он состоит из нескольких секций, которые выводят последовательно (ступенями). Каждой ступени соответствует своя реостатная механическая характеристика. Семейство реостатных характеристик, отображающих процесс разгона двигателя, называют пусковой диаграммой (рис. 17.12). Это диаграмма двигателя параллельного или независимого возбуждения, а также асинхронного двигателя с реостатом в цепи ротора, где рабочие участки механических характеристик для упрощения изображены прямыми. Диаграмму строят в относительных единицах:  $\Omega' = \Omega/\Omega_0$ ,  $M' = M/M_{ном}$ .

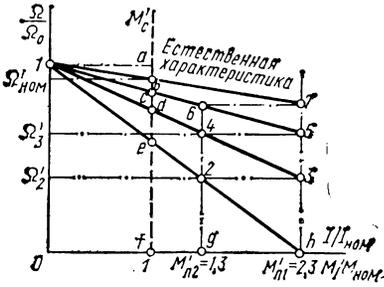


Рис. 17.12. Пусковая диаграмма двигателя параллельного возбуждения

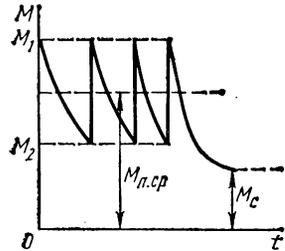


Рис. 17.13. Изменение пускового момента во времени при ступенчатом выведении пусковых резисторов

Определим число ступеней и сопротивление пусковых резисторов для ускоренного пуска привода лебедки ( $M_c = \text{const}$ ). Пусть  $M'_c = 1$ , а пусковой момент (а также ток) может изменяться от  $M'_{п1} = 2,3$  до  $M'_{п2} = 1,3$  номинального.

Проведем естественную механическую характеристику  $1-b-7$ , вертикали через точку  $f$  номинального момента, точки  $g$  и  $h$  моментов  $M'_{п2}$ ,  $M'_{п1}$  и первую реостатную характеристику  $1-e-h$ , обеспечивающую при  $R_{п1}$  допустимый начальный пусковой ток и момент, равный  $2,3$  номинального. Ее пересечение с вертикалью  $M'_{п2} = 1,3$  дает точку  $2$ , соответствующую  $\Omega'_2$ , когда необходимо уменьшить

пусковое сопротивление, чтобы момент вновь возрос до 2,3 номинального. Двигатель переходит на вторую реостатную характеристику (1—d—3) практически при  $\Omega_2'$ , так как вследствие инерции скорость не изменяется мгновенно.

Далее с разгоном двигателя до скорости  $\Omega_3'$  момент (и ток) снова уменьшается до 1,3 номинального, когда выводится следующая ступень, и т. д. до перехода на естественную характеристику 1—7, где устанавливается скорость, соответствующая равенству  $M_{вр} = M_c$ . Если последний переход не попадает в точку 7 естественной характеристики, то нужно изменить значение одного из пусковых моментов и повторить построение.

Таким образом, в процессе разгона двигателя пусковые ток и момент колеблются в заданных пределах от максимума до минимума (рис. 17.13), что увеличивает средний пусковой момент.

Значения сопротивлений пусковых резисторов легко определить по пусковой диаграмме, так как относительное снижение скорости двигателя от холостого хода до номинального момента нагрузки равно относительному падению напряжения на сопротивлениях цепи якоря при номинальном токе [см. формулу (14.12)]:

$$\Delta\Omega/\Omega_0 = R_{я\Sigma} I_{я, ном}^* / U_{ном} = R_{я\Sigma} / R_{ном},$$

где  $U_{ном}/I_{я, ном} = R_{ном}$  — номинальное сопротивление двигателя.

Поэтому  $R_{я} = abR_{ном}$ ,  $R_{п1} = bcR_{ном}$ ,  $R_{п2} = bdR_{ном}$ ,  $R_{п3} = bcR_{ном}$ . Скорость холостого хода определяют по номинальной скорости из соотношения (14.13а):

$$\Omega_0 = \Omega_{ном} \frac{U_{ном}}{U_{ном} - R_{я} I_{я, ном}} \quad (17.22)$$

Внутреннее сопротивление якоря можно определить приближенно, приняв, что электрические потери в якоре при номинальном токе составляют половину всех потерь [см. (17.7)] в двигателе:

$R_{я} I_{я, ном}^2 \approx 0,5 \Delta P_{ном}$ . Поэтому

$$R_{я} \approx 0,5 (1 - \eta_{ном}) R_{ном} \quad (17.23)$$

Аналогично можно определить пусковые сопротивления для асинхронного двигателя с контактными кольцами, а также сопротивления в режиме электрического торможения двигателей.

## § 17.9. Электрическое торможение двигателей

Для быстрой остановки двигателя применяют перевод его в режим, при котором электромагнитный момент становится тормозящим. Способы торможения двигателей постоянного тока были подробно изложены в § 14.11. Рассмотрим их применительно ко всем электродвигателям.

Различают три вида торможения: динамическое, рекуперативное и противовключением.

Для динамического торможения двигателей постоянного тока вращающийся якорь отключают от сети и замыкают на реостат, а цепь возбуждения остается включенной в сеть

(рис. 17.14). Возникающий генераторный электромагнитный момент тормозит вращение якоря, уменьшаясь вместе со снижением его скорости. Механическая характеристика двигателя в режиме динамического торможения соответствует прямой 3 на рис. 17.15 во втором квадранте.

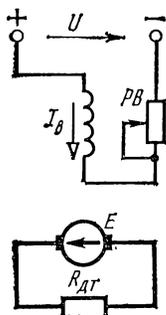


Рис. 17.14. Схема динамического торможения двигателя постоянного тока

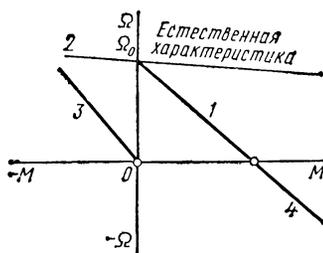


Рис. 17.15. Механические характеристики двигателя постоянного тока в режимах торможения

ранте, проходящей через нуль. Ее наклон определяется сопротивлением реостата  $R_{дг}$ , а также током  $I_{в}$ . Динамическое торможение широко применяется во всех двигателях.

Для динамического торможения асинхронного двигателя его статор отключают от сети переменного тока и присоединяют к источнику постоянного тока (рис. 17.16). При этом у двигателей с кон-

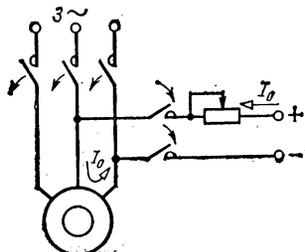


Рис. 17.16. Схема динамического торможения асинхронного двигателя

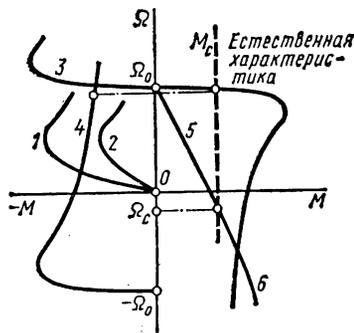


Рис. 17.17. Механические характеристики асинхронного двигателя в режимах торможения

тактными кольцами в обмотку трехфазного ротора включают реостат. Постоянный ток получают с помощью полупроводникового выпрямителя. Постоянный ток в обмотке статора создает неподвижное магнитное поле, в котором вращается ротор. В фазах ротора наводятся э.д.с., создающие переменный ток. Взаимодействие магнитного поля с током ротора создает тормозящий момент, уменьшающийся вместе со ско-

ростью ротора. Механические характеристики режима динамического торможения приведены на рис. 17.17 (кривые 1, 2 при различных значениях тока  $I_0$ ).

Динамическое торможение асинхронных двигателей отличается простотой, плавностью и надежностью. Его используют в приводах подъемников, многих металлорежущих станков и т. д.

Динамическое торможение синхронного двигателя также возникает при переводе его в режим автономного генератора. Для этого статор отключают от сети и замыкают на трехфазный реостат. Ротор, вращающийся по инерции, продолжает получать постоянный ток. Наводимые в фазах статора э.д.с.  $E_0$  (уменьшающейся частоты) создают токи. Генераторный момент тормозит ротор до остановки.

Рекуперативное торможение двигателей постоянного тока (с отдачей энергии в сеть) возникает, если э.д.с. якоря превышает напряжение сети. Тогда ток якоря и момент изменяют направление на обратное. Э.д.с.  $E > U$ , когда скорость якоря больше скорости идеального холостого хода. Это условие создается, например, в двигателях электропоезда, идущего под уклон. Механическая характеристика двигателя в режиме рекуперативного торможения соответствует прямой 2 на рис. 17.15 во втором квадранте, проходящей через точку холостого хода  $\Omega_0$ . Такое торможение ограничивает скорость двигателя до  $\Omega_0$ , а не до остановки.

Рекуперативное торможение асинхронных двигателей происходит, когда ротор вращается быстрее поля токов статора и машина переходит в режим генератора. Такое состояние возникает при спуске груза под воздействием активного момента груза или при переключении обмотки статора на большее число полюсов. Механическая характеристика этого режима соответствует кривой 3 на рис. 17.17.

Рекуперативное торможение синхронных двигателей неосуществимо, так как в режиме генератора с отдачей энергии в сеть скорость ротора не изменяется.

Торможение противоключением также применяют только в двигателях постоянного тока и асинхронных. При противоключении двигатель включен для одного направления вращения, а ротор его вращается в противоположном направлении — по инерции или под воздействием внешнего момента. Электромагнитный момент при этом является тормозящим.

В асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором торможение противоключением достигается изменением чередования фаз статора: вращающееся магнитное поле изменяет направление на обратное и на вращающийся по инерции ротор воздействует тормозящий момент (кривая 4 на рис. 17.17). Скольжение при этом больше единицы, ток двигателя несколько превышает пусковой. Ротор останавливается и если двигатель не отключить, начинается пуск в обратную сторону. Данное торможение применяют для быстрого реверсирования.

Крановые асинхронные двигатели (с контактными кольцами) для подъемников переводят в режим противоключения введением реостата в цепь ротора для «тормозного спуска груза». Если двигатель вклю-

чен на «подъем груза» ( $M_c = \text{const}$ ) и в ротор ввести реостат с большим сопротивлением, то механическая характеристика становится падающей (кривая 5—6 на рис. 17.17), скорость ротора падает до нуля, а затем меняет знак и устанавливается постоянной ( $\Omega_c$ ), когда  $M_{эм} = M_c$ .

Торможение противовключением двигателей постоянного тока осуществляют также переключением тока во вращающемся якоре на обратное направление или при «тормозом спуске груза» (см. § 14.11).

### § 17.10. Определение времени ускорения и замедления электропривода

Время переходных режимов (пуск, торможение, переход от одной скорости к другой) влияет на производительность производственного механизма.

Определение времени переходных режимов основано на интегрировании уравнения движения привода (17.1):

$$dt = \frac{J d\Omega}{M_{вр} - M_c} \cdot \quad (17.24)$$

Время изменения скорости привода от  $\Omega_1$  до  $\Omega_2$

$$t_{1-2} = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \frac{J d\Omega}{M_{вр} - M_c} \cdot \quad (17.25)$$

Для взятия интеграла нужно знать зависимости моментов двигателя и механизма от скорости. В простейшем случае при  $M_{вр} = \text{const}$ ,  $M_c = \text{const}$  и  $J = \text{const}$  получаем

$$t_{1-2} = \frac{J (\Omega_2 - \Omega_1)}{M_{вр} - M_c} \quad (17.26)$$

или

$$t_{1-2} = \frac{GD^2 (n_2 - n_1)}{375 (M_{вр} - M_c)} \cdot \quad (17.26a)$$

Второе выражение получено с учетом (17.6):  $J = GD^2/4g$  и  $\Omega = \pi n/30$ .

**Пример.** Определить время пуска двигателя подъемника ( $M_c = \text{const}$ , см. рис. 17.12) до  $n_{ном} = 960$  об/мин ( $\Omega_{ном} = 100 \text{ с}^{-1}$ ), приняв пусковой момент постоянным (равным среднему моменту  $M_{п.ср}$ , см. рис. 17.13), если  $M_c = M_{ном} = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $M_{п.ср} = 1,8 M_{ном}$ ,  $J = 0,935 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  ( $GD^2 = 36,8 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$ ).

**Решение.** По формуле (17.26) получаем

$$t_{п} = \frac{0,935 \cdot 100}{0,8 \cdot 100} = 1,2 \text{ с}$$

или

$$t_{п} = \frac{36,8 \cdot 960}{375 \cdot 0,8 \cdot 100} = 1,2 \text{ с}.$$

Из выражения (17.25) можно получить время остановки (выбега) электропривода после отключения двигателя ( $M_{вр} = 0$ ) и при  $M_c = \text{const}$ :

$$t_{выб} = \frac{J \Omega}{M_c} = \frac{GD^2 n}{375 M_c} \cdot \quad (17.27)$$

Эта формула позволяет по измеренному времени выбега и известному моменту  $M_c$  (например, при холостом ходе) определить приведенный к валу двигателя момент инерции  $J$  электропривода (или маховой момент  $GD^2$ ).

Однако часто ни момент двигателя, ни момент сопротивления не остаются неизменными. Тогда пользуются приближенными графоаналитическими методами интегрирования уравнения (17.24), например «методом площадей».

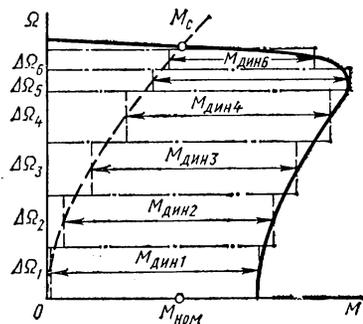


Рис. 17.18. К определению времени переходного процесса «методом площадей»

Пусть нужно определить время пуска вентилятора, приводимого асинхронным двигателем. Начертим на одном графике механическую характеристику двигателя и вентилятора (рис. 17.18). Вместо малых приращений  $d\Omega$  и  $dt$  в уравнение (17.24) подставим конечные интервалы  $\Delta\Omega_i$  (или  $\Delta n_i$ ) и  $\Delta t$ , в пределах которых динамические моменты  $M_{дин i} = M_{вр i} - M_{c i}$  можно считать постоянными (средними). Эти моменты определяем на механической характеристике. Тогда время  $\Delta t_i$  изменения на каждом интервале скорости  $\Delta\Omega_i$  будет равно:

$$\Delta t_i = \frac{J \Delta\Omega_i}{M_{дин i}} = \frac{J \Delta n_i}{9,55 M_{дин i}} = \frac{GD^2 \Delta n_i}{375 M_{дин i}}. \quad (17.266)$$

Общее время пуска суммируется:

$$t_p = \sum_{i=1}^m \Delta t_i.$$

Значения  $\Delta\Omega$  можно выбирать одинаковыми или разными в зависимости от характера изменения момента. Точность конечных результатов тем больше, чем больше число интервалов  $\Delta\Omega$ .

**Пример.** Определить время пуска вентилятора. Двигатель асинхронный типа 4А-72-2,  $P_{ном} = 15$  кВт,  $n_{ном} = 1450$  об/мин,  $GD^2 = 40$  Н·м<sup>2</sup>,  $M_p/M_{ном} = 1,6$ ,  $M_{мах}/M_{ном} = 2,3$ ,  $M_{ном} = 99$  Н·м [по формуле (17.3а)]. Механическая характеристика привода дана на рис. 17.18.

Параметры	Номер интервала					
	1	2	3	4	5	6
$n$	0—300	600	900	1200	1350	1450
$\Delta n_i$	300	300	300	300	150	100
$M_{дин i}/M_{ном}$	1,60	1,60	1,58	1,57	1,40	1,10
$\Delta t_i$	0,20	0,20	0,203	0,197	0,109	0,097
$t$	0,2	0,40	0,603	0,800	0,809	0,906

Решение. Разделим диапазон пуска 0—1450 об/мин на шесть интервалов: четыре по  $\Delta n=300$  об/мин и два по 150 и 100 об/мин. Проведем расчеты по формуле (17.266). Результаты сведем в таблицу. Время пуска приближенно равно 0,9 с.

### § 17.11. Обозначение элементов и изображение схем автоматизированного электропривода

Электрические машины, аппараты и устройства управления ими на схемах изображают условными обозначениями (ГОСТ 2.756—76). Многие стандартные обозначения уже применялись в предыдущих главах. В табл. 17.1 приведены обозначения релейно-контакторных элементов управления электроприводами, которые используются в последующих параграфах данной главы. Изображения контактов и их названия соответствуют «нормальному» состоянию аппаратов, т. е. когда они обесточены. Например, контакт реле размыкающий означает, что при отключенном реле он замкнут, а при срабатывании реле — размыкается. Контакт реле с выдержкой времени изображают с «грибком»  $\overline{\cap} \overline{\cap}$ , обозначающим направление действия силы нажатия —

всегда на выпуклую сторону. Этим определяется вторая функция контакта: выдержка времени при замыкании и размыкании.

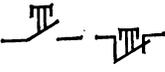
Различают в и д ы с х е м электроприводов: принципиальные, развернутые и монтажные.

Для понимания принципа действия установки чертят е е п р и н ц и п и а л ь н у ю с х е м у, где обмотки, контакты машины или аппарата располагают в одном месте и указывают только главные соединения. Пример — любая из схем рассмотренных ранее электродвигателей.

Для выяснения существа и последовательности работы элементов сложной схемы ее чертят р а з в е р н у т о й (элементной), где отдельные части машины или аппарата изображают в разных местах, чтобы схему можно было удобно читать. Примерами таких схем являются схемы автоматизированного управления электроприводами (см. ниже). Силовые цепи выделяют жирными линиями, цепи управления — тонкими. Каждую из цепей управления чертят в одну линию между зажимами источника питания. Элементы схемы обозначают буквами и цифрами, причем все элементы одного аппарата, например реле  $P2$ , имеют одно и то же буквенное обозначение и отличаются цифровыми индексами.

Н а м о н т а ж н ы х схемах указывают реальное расположение оборудования и соединения элементов проводами. Эти схемы трудно читать, но они удобны при монтаже, ремонте и эксплуатации установки. Монтажные схемы конкретны для каждого частного случая. Здесь не будем их рассматривать. Но полное представление о реальной автоматической системе управления получается при ознакомлении со всеми видами ее схем.

**Обозначения релейно-контактных элементов управления  
электроприводами**

Наименование	Обозначение по ГОСТ 2.756—76
Обмотки контактора, магнитного пускателя или реле	
Тепловое биметаллическое реле	
Контакты контактора, пускателя, контроллера: закрывающий размыкающий	
Контакты реле: закрывающий размыкающий	
Предохранитель	
Кнопки с замыкающим и размыкающим контактами	
Выключатель путевой или конечный с замыкающим контактом	
Выключатель автоматический	
Контакт замыкающий с выдержкой времени при замыкании	
Контакт замыкающий с выдержкой времени при размыкании	
Контакт размыкающий с выдержкой времени при замыкании	
Контакт размыкающий с выдержкой времени при размыкании	

## § 17.12. Принципы автоматизации пуска, защиты и торможения электродвигателей

**Автоматизация управления короткозамкнутым асинхронным двигателем.** Принципы автоматизации управления электродвигателями легче всего уяснить, начав рассмотрение с наиболее простой схемы автоматизации пуска, реверса и защиты короткозамкнутого асинхронного двигателя (рис. 17.19). Аппаратура управления содержит: ре-

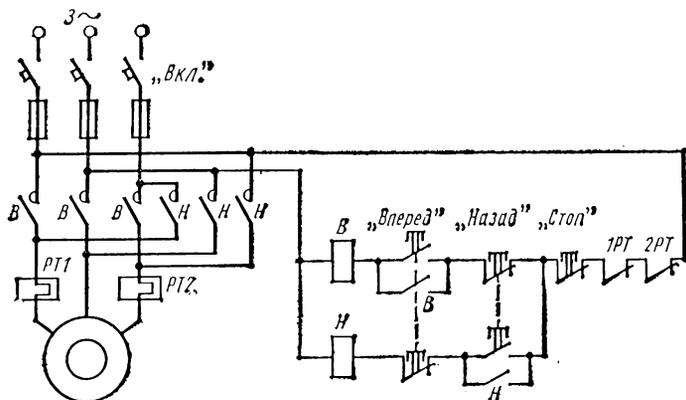


Рис. 17.19. Схема автоматизированного пуска, реверса и защиты короткозамкнутого асинхронного двигателя

версивный магнитный пускатель, кнопочную станцию, тепловые реле, предохранители, выключатель. Питание двигателя и цепи управления — от одной сети.

При включении выключателя «Вкл.» схема готова к работе. Нажатием кнопки, например, «Вперед», включают катушку контактора *В*. Срабатывая, он замыкает свои главные контакты *В* и присоединяет двигатель к сети. Одновременно замыкается его блок-контакт *В*, блокирующий кнопку «Вперед». Для остановки двигателя нажимают кнопку «Стоп». Цепь катушки контактора *В* разрывается, контактор отключается и отсоединяет двигатель от сети. Одновременное нажатие на кнопки «Вперед» и «Назад» исключено за счет механической связи контактов в цепях катушек *В* и *Н*.

Автоматическая защита двигателя от длительных перегрузок осуществляется биметаллическими тепловыми реле *РТ1* и *РТ2*, размыкающие контакты которых включены в цепь питания обмоток контакторов. От кратковременных пусковых токов реле не успевают сработать. При перегрузке реле срабатывают, выключая контактор: двигатель отключается от сети. Возврат контактов после остывания биметаллической пластинки производится вручную, после устранения причины перегрузки. Защита от токов короткого замыкания обеспечивается плавкими предохранителями. Они не срабатывают от пусковых токов. Предусмотрена также «нулевая защита»: при исчезновении

или значительном снижении напряжения сети контактор отключается и отсоединяет двигатель от сети.

В последующих схемах работа аналогичных элементов защиты двигателей не рассматривается.

**Автоматизация реостатного пуска двигателя.** Задача автоматизации реостатного пуска состоит в таком выведении ступеней пускового реостата, при котором наибольшее и наименьшее значения пускового

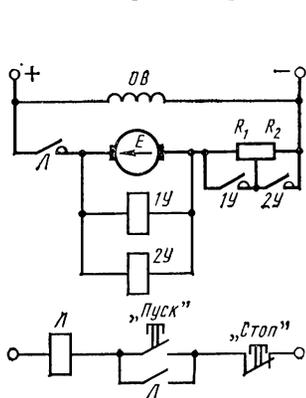


Рис. 17.20. Схема автоматизированного реостатного пуска двигателя постоянного тока в функции скорости

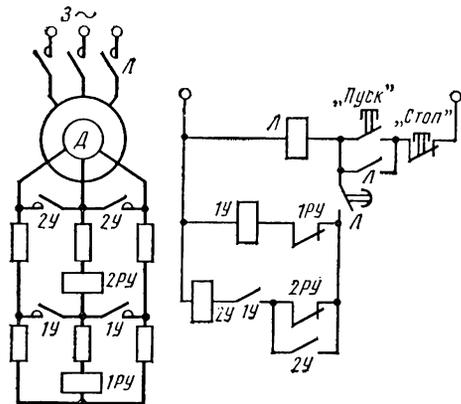


Рис. 17.21. Схема автоматизированного реостатного пуска асинхронного двигателя в функции тока

тока и момента оставалась бы в заданных пределах. Автоматизация реостатного пуска выполняется или в функции тока, или — времени, или — скорости, или — пути.

Рассмотрим некоторые схемы пуска в порядке нарастания их сложности.

**Автоматизация пуска двигателя в функции скорости якоря.** Скорость можно контролировать по э. д.с. в обмотке якоря двигателей постоянного тока или по частоте э.д.с. в обмотке ротора двигателей переменного тока.

На рис. 17.20 приведена схема пуска двигателя параллельного возбуждения в функции скорости. Пусковой реостат имеет две ступени.

Катушки двух контакторов ускорения 1Y и 2Y подключены к зажимам якоря двигателя. Напряжение на катушках пропорционально э.д.с. якоря (с некоторой погрешностью). Контактторы настраиваются на срабатывание при определенных (разных) напряжениях соответственно скоростям якоря. Нажатием кнопки «Пуск» включают линейный контактор Л, подключающий якорь двигателя к сети при полностью введенном пусковом реостате (блок-контакт Л шунтирует кнопку). С разгоном двигателя увеличивается э.д.с. якоря и повышается напряжение на якоре. При определенной скорости срабатывает контактор 1Y и его контакты замыкают первую ступень реостата. При дальнейшем увеличении скорости срабатывает контактор 2Y, замыкающий вторую ступень реостата.

**Автоматизация пуска двигателя в функции тока.** На рис. 17.21 показана схема реостатного пуска асинхронного двигателя с контактными кольцами в функции тока. При нажатии на кнопку «Пуск» контактор  $\mathcal{L}$  срабатывает, подключает обмотку статора к сети, шунтирует кнопку «Пуск» и после некоторой выдержки включает цепи контакторов  $1У$ ,  $2У$ . Пусковой ток в цепи ротора вызывает срабатывание токовых реле ускорения  $1РУ$ ,  $2РУ$ , которые размыкают свои контакты в цепях катушек контакторов  $1У$ ,  $2У$ . По мере разгона ток в роторе уменьшается и при определенном его значении реле  $1РУ$  отпускает свой якорь. Размыкающий контакт  $1РУ$  включает катушку

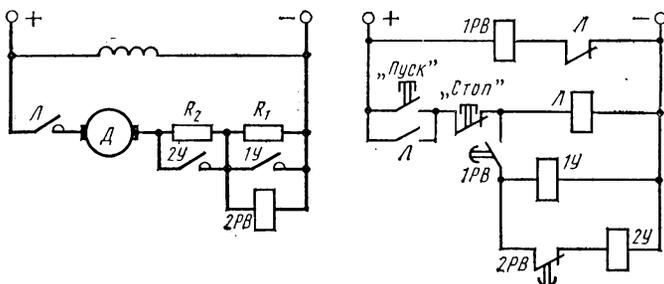


Рис. 17.22. Схема автоматизированного реостатного пуска двигателя постоянного тока в функции времени

контактора ускорения  $1У$ , который своими контактами  $1У$  шунтирует первую ступень пускового реостата вместе с реле  $1РУ$ . После второго броска ток снова начинает уменьшаться. Теперь реле  $2РУ$  отпускает свой якорь, его размыкающий контакт  $2РУ$  включает контактор  $2У$ , который шунтирует вторую ступень реостата. На этом пуск заканчивается. Допустимые значения пускового тока определяются настройкой реле  $1РУ$ ,  $2РУ$  на срабатывание и отпускание своих якорей.

**Автоматизация пуска двигателя в функции времени.** Схема реостатного пуска двигателя постоянного тока в функции времени приведена на рис. 17.22. Выдержка времени для выведения ступеней пускового реостата обеспечивается реле времени  $1РВ$  и  $2РВ$ .

Нажатие кнопки «Пуск» вызывает подключение контактором  $\mathcal{L}$  цепи якоря к сети и отключение реле  $1РВ$ , которое размыкает свой контакт  $1РВ$ , отключая катушки контакторов ускорения  $1У$  и  $2У$ . Возникает пусковой ток, ограниченный сопротивлением реостата  $R_1 + R_2$ . Падение напряжения на резисторе  $R_1$  от пускового тока приводит к срабатыванию реле времени  $2РВ$ , размыкающего свой контакт  $2РВ$ .

С определенной выдержкой времени замыкается контакт  $1РВ$ , включающий контактор ускорения  $1У$ , который замыкает ступень реостата  $R_1$  вместе с реле  $2РВ$ . При отпадании якоря  $2РВ$  его контакт  $2РВ$  с выдержкой времени замыкается, включая контактор ускорения  $2У$ . Контакт  $2У$  замыкает ступень реостата  $R_2$  — двигатель выходит на естественную механическую характеристику.

Могут быть и другие схемы пуска в функции времени.

Пуск двигателя в функции времени применяется наиболее широко по следующим причинам: для различных схем используется однотипная аппаратура; электромагнитные реле времени просты, надежны, легко настраиваются при любом числе пусковых ступеней. При изменении нагрузки время пуска не изменяется.

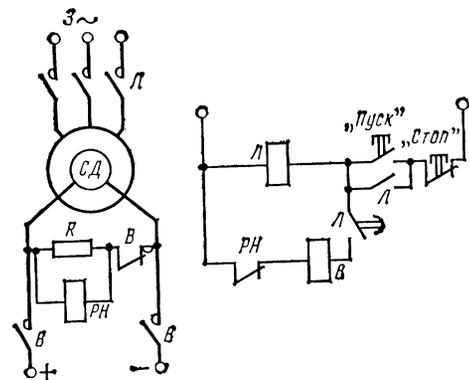


Рис. 17.23. Схема автоматизированного асинхронного пуска синхронного двигателя

Пуск двигателя в функции скорости также отличается простотой, поскольку управление осуществляется без реле. Но обмотки контакторов ускорения должны быть рассчитаны на разные напряжения, т. е. требуется разнотипная аппаратура; кроме того, схема трудно настраивается при большом числе пусковых ступеней. Пуск в функции тока обеспечивает почти постоянный средний пусковой момент. Но схемы с токовыми реле не отличаются надежностью.

Рассмотрим кратко примеры автоматизации пуска синхронного двигателя и динамического торможения двигателя постоянного тока. На рис. 17.23 показана схема асинхронного пуска синхронного двигателя. С нажатием кнопки «Пуск» линейный контактор Л подключает обмотку статора к сети. За счет встроенной в ротор обмотки типа «беличьей клетки» начинается разгон ротора. В обмотке ротора, замкнутой на разрядный резистор, вращающимся полем наводится вначале большая э.д.с., частота которой равна частоте сети. Это приводит к срабатыванию реле напряжения РН (или реле частоты), которое размыкает свой контакт в цепи контактора возбуждения В. В этой же цепи с выдержкой времени замыкается контакт Л (контакт РН уже разомкнут). Когда ротор разгонится до «подсинхронной» скорости (при скольжении  $s \approx 5\%$ ) якорь реле РН отпадает и замкнет контакт РН в цепи контактора В. Он отключит разрядный резистор R и подключит обмотку возбуждения ротора к источнику питания по-

стоянный средний пусковой момент. Но схемы с токовыми реле не отличаются надежностью.

Рассмотрим кратко примеры автоматизации пуска синхронного двигателя и динамического торможения двигателя постоянного тока.

На рис. 17.23 показана схема асинхронного пуска синхронного двигателя. С нажатием кнопки «Пуск» линейный контактор Л подключает обмотку статора к сети. За счет встроенной в ротор обмотки типа «беличьей клетки» начинается разгон ротора. В обмотке ротора, замкнутой на разрядный резистор, вращающимся полем наводится вначале большая э.д.с., частота которой равна частоте сети. Это приводит к срабатыванию реле напряжения РН (или реле частоты), которое размыкает свой контакт в цепи контактора возбуждения В. В этой же цепи с выдержкой времени замыкается контакт Л (контакт РН уже разомкнут). Когда ротор разгонится до «подсинхронной» скорости (при скольжении  $s \approx 5\%$ ) якорь реле РН отпадает и замкнет контакт РН в цепи контактора В. Он отключит разрядный резистор R и подключит обмотку возбуждения ротора к источнику питания по-

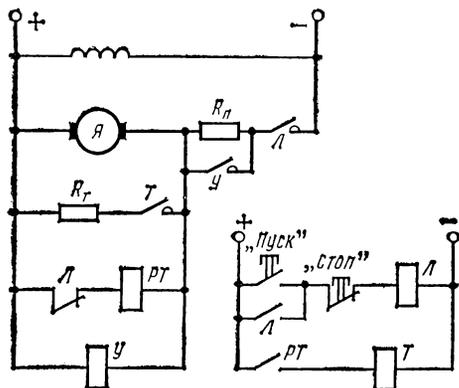


Рис. 17.24. Схема автоматизированного динамического торможения двигателя постоянного тока

стоянного тока. Двигатель втянется в синхронизм и далее будет работать как синхронный.

Автоматизация динамического торможения двигателей может быть выполнена в функции скорости или в функции времени.

Рассмотрим торможение двигателя постоянного тока в функции скорости, контролируемой по э.д.с. (рис. 17.24). Нажатием кнопки «Стоп» обесточивается контактор  $L$ , который размыкает силовой контакт  $L$  в цепи якоря и замыкает блок-контакт  $L$  в цепи реле динамического торможения  $PT$ . При этом оно включает контактор торможения  $T$ , замыкающий якорь на резистор торможения  $R_T$ . Скорость и э.д.с. якоря падают. При небольшой э.д.с. реле  $PT$  и резистор  $R_T$  отключаются. Двигатель останавливается и снова готов к пуску.

### Контрольные вопросы

1. Можно ли установить в шахте вместо взрывозащищенного двигателя закрытый?
2. Почему в качестве крановых двигателей не применяют синхронные двигатели?
3. Двигатель периодически (с циклом 15—18 мин) включается и отключается. К какому режиму работы он относится?
4. Почему кратковременная тепловая перегрузка двигателя может быть допущена, а механическая — нет?
5. Почему время охлаждения двигателя с самовентиляцией больше, чем время его нагревания?
6. Почему неправильно определять номинальную мощность двигателя как среднюю при переменной длительной нагрузке?
7. Почему нужно проверять асинхронный двигатель на перегрузку, если его номинальная мощность определена по эквивалентной мощности?
8. Номинальная мощность двигателя для ПВ 25% равна 10 кВт. С какой мощностью его можно использовать для привода вентилятора?
9. Когда пуск двигателя произойдет быстрее: с моментом  $M_c = kn$  или  $M_c = \text{const}$  (в номинальном режиме моменты одинаковы)?
10. Когда время пуска короче: при одной ступени реостата или при трех (в обоих случаях начальный пусковой ток одинаковый)?
11. Что такое номинальное сопротивление двигателя? Какова в нем доля сопротивления якоря?
12. Почему для защиты короткозамкнутого асинхронного двигателя ставят два типа предохранителей: плавкие и тепловые?
13. В чем сущность автоматизации пуска двигателя по скорости, току, времени?
14. Какие элементы схем управления пуском электропривода реагируют на скорость ротора, ток, время пуска?

## ЛИТЕРАТУРА

---

### Рекомендуемая

1. Борисов Ю. М., Липатов Д. Н. Общая электротехника.— М.: Высшая школа, 1974.
2. Веников В. А., Шнейберг Я. А. Мировоззренческий и воспитательный аспекты преподавания технических дисциплин (на примере электротехники и электроэнергетики).— М.: Высшая школа, 1979.
3. Веселовский О. Н., Шнейберг Я. А. Энергетическая техника и ее развитие.— М.: Высшая школа, 1976.
4. Лабораторные работы по электротехнике / Под ред. В. С. Пантюшина.— М.: Высшая школа, 1977.
5. Основы промышленной электроники / Под ред. В. Г. Герасимова.— М.: Высшая школа, 1978.
6. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Под ред. В. С. Пантюшина.— М.: Высшая школа, 1979.
7. Электротехника / Под ред. В. С. Пантюшина.— М.: Высшая школа, 1976.
8. Электротехника: Программированное учебное пособие/Под ред. В. Г. Герасимова.— М.: Высшая школа, 1983.

### Использованная

9. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники.— М.: Высшая школа, 1978.
10. Брускин Д. Э., Зорохович А. Е., Хвостов В. С. Электрические машины, ч. 1 и 2.— М.: Высшая школа, 1979.
11. Герасимов В. Г. и др. Неразрушающий контроль качества изделий электромагнитными методами.— М.: Энергия, 1978.
12. Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. I, II.— М.: Высшая школа, 1980.
13. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики, т. II.— М.: Высшая школа, 1977.
14. Зевеке Г. В. и др. Основы теории цепей.— М.: Энергия, 1975.
15. Коген-Далин В. В., Комаров Е. В. Расчет и испытание систем с постоянными магнитами.— М.: Энергия, 1977.
16. Мардин В. В., Кривонос А. И. Справочник по электронным измерительным приборам.— М.: Связь, 1978.
17. Куликов А. А. Основы электропривода.— Киев: Вища школа, 1977.
18. Постоянные магниты: Справочник / Под ред. Ю. М. Пятинина.— М.: Энергия, 1980.
19. Преображенский В. П. Теплотехнические измерения и приборы.— М.: Энергия, 1978.
20. Савельев И. В. Курс общей физики, т. 2.— М.: Наука, 1982.
21. Шкабардия М. С., Мартыненко Н. В. Быстродействующие самопишущие приборы.— М.: Энергия, 1974.
22. Шляндин В. М. Цифровые измерительные приборы.— М.: Высшая школа, 1981.
23. Юферов Ф. М. Электрические машины автоматических устройств.— М.: Высшая школа, 1976.
24. Электрические измерения / Под ред. В. Н. Малиновского.— М.: Высшая школа, 1982.
25. Электрические измерения / Под ред. А. В. Фремке и Е. Н. Душина.— Л.: Энергия, 1980.
26. Электротехнический справочник, т. I.— М.: Энергия, 1980.
27. ГОСТ 19880—74. Электротехника. Термины и определения.
28. ГОСТ 8.401—81. Погрешности и классы точности электроизмерительных приборов.
29. ГОСТ 16263—70. Метрология. Термины и определения.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абсолютная погрешность** 268  
**Автомат трехфазный** 235  
**Автоматизация пуска электродвигателя** 467  
**Автоматические выключатели** 235  
**Автоматический мост** 314  
— **потенциометр** 302  
**Аддитивная погрешность** 269  
**Аккумулятор** 11, 12, 14  
**Активная составляющая тока** 66  
**Ампер А. М.** 7  
**Амперметр** 12, 275, 281  
**Амплитуда комплексная** 56  
**Аналоговый измерительный прибор** 294
- Баланс мощностей** 21  
**Био** 7  
**Блати О.** 41  
**Бредли Ч.** 105
- Ваттметр** 281, 282, 304, 309  
**Вебер-амперная характеристика** 48  
**Векторная диаграмма** 54  
**Ветвь электрической цепи** 17  
**Вихревые токи** 201  
**Внешняя характеристика** 13, 370  
**Возбуждение машин постоянного тока** 368, 374  
**Вольта А.** 7  
**Вольтметр** 276, 282, 287, 294  
**Вращающий момент машины** 366  
**Время пуска, останова электропривода** 463  
**Встречное включение** 101, 373
- Гальванический элемент** 7, 11  
**Гальванометр** 276  
**Гальванотехника** 10  
**Генри Д.** 7  
**Геометрическая нейтраль** 359  
**Герконы** 215  
**Гистерезис** 178, 369  
**Горев А.** 106  
**Граф электрической цепи** 18
- Двухфазная система** 105  
**Двухполюсник** 18  
**Действующее значение** 45, 159  
**Делитель напряжения** 23  
**Депре М.** 9, 105  
**Дерево графа цепи** 18  
**Дери М.** 41  
**Диаграмма векторная** 54  
— **круговая** 94  
— **топографическая** 90
- Добавочные полосы** 368  
**Доливо-Добровольский М. О.** 9, 42, 105  
**Дугогасительные камеры** 217
- Емкостный преобразователь** 321  
— **элемент схемы замещения** 50
- Жданов П. С.** 106
- Законы Кирхгофа** 7, 18, 18, 19  
**Закон Ома** 7  
— **полного тока** 187
- Измерение перемещений** 323  
— **температуры** 321  
**Измерительная информационная система** 324  
**Измерительный мост** 313  
**Измерения косвенные** 267  
— **прямые** 266  
**Индуктивность** 48  
— **взаимная** 100  
**Индуктивный элемент схемы замещения** 50  
**Индукционный прибор** 284  
**Искрение под щетками** 366  
**Источник тока ЭДС** 14, 15
- Катушка индуктивная** 50  
**Класс точности прибора** 269  
**Коллектор** 351  
**Кольца контактные** 388, 419  
**Коммутация в машинах постоянного тока** 366  
**Компенсационный метод** 299  
**Конденсаторный двигатель** 411  
**Контакты** 233, 235  
**Козрцигивная сила** 178  
**Козффициент мощности** 83  
**Козффициент полезного действия** 37  
**Кривая намагничивания** 179  
— **размагничивания** 180  
— **перемагничивания** 203
- Лачинов Д. А.** 9  
**Ленц Э. X.** 7  
**Линии магнитные** 185  
**Лобовые части обмотки якоря** 339, 360  
**Логометры** 277, 317
- Магнитная индукция** 11  
— — **остаточная** 180  
— **проводимость** 190  
— **проницаемость** 178

- характеристика машины 369
- цепь 181, 184
- Магнитное сопротивление 189, 190
- напряжение 190
- поле 173
- Магнитомягкие (магнитотвердые) материалы 179
- Магнитный момент 174
- поток 173
- Магнитные потери 201, 291
- полюсы машины 359
- Магнитодвижущая сила 187
- Магнитопровод 174
- Магнитоэлектрический прибор 274, 275
- Мгновенное значение 42
- Мегаомметр 312
- Метод непосредственной оценки 267
- сравнения 267
- Методическая погрешность 270
- Методы расчета магнитных полей 181
- Механизм расцепления автомата 230
- Механическая мощность двигателя 365
- Момент электромагнитный 242, 366
- Мост постоянного тока 313
- Мостовой метод измерений 313
- Мощность активная 60, 117, 118
- комплексная 83
- мгновенная 117, 49
- полная 83, 117, 118
- реактивная 63, 117, 118
- электромагнитная 365
- Мультипликативная погрешность 269
  
- Намагниченность остаточная 359
- Напряжение электрическое 12
- холостого хода 14
- Напряженность магнитного поля 11
- электрического поля 11
- Нейтральный провод 112
- Нелинейная электрическая цепь 12
  
- Обмотка якоря машин 360
- Одинарные мосты 313, 318
- Однолинейная схема 113
- Ом Г. О. 7
- Остаточная индукция 178
- Остаточный магнитный поток 369
- Осциллографы 290, 292
- Отклонение результата измерений среднеквадратичное 271
- Относительная погрешность 268
  
- Параллельные ветви обмотки 361
- Перегрев допустимый 451
- Переходные процессы электрические 122, 436
- — электромеханические 375, 377, 379
- Перегрузочная способность 456
- Петля гистерезиса 201
- Пермаллой 212
  
- Петров В. В. 7, 8
- Поверхностный эффект 80
- Повторно-кратковременный режим 453
- Погрешность динамическая 269
- метода измерений 270
- приведенная 268
- прибора абсолютная 268
- случайная 269
- систематическая 268
- Полосное деление 339
- регулирование 378
- Поляризованное реле 177, 232
- Последовательность фаз 108
- Постоянная времени нагрева 451
- прибора 275
- Потенциальная диаграмма 90
- Потери магнитные 201
- на гистерезис 201
- электрические 346, 385
- Поток полюса магнитный 357
- Потокоцепление взаимной индукции 100
- Правило правой руки и правило левой руки 360, 364
- Предел измерения прибора 268
- Преобразователь измерительный 320
- Преобразование треугольника в звезду
- Прибор измерительный самопишущий 289
- — сравнения 315
- Приведенный момент 445
- Продолжительность включения 454
- Пульсация силы в электромагните 222
- Пусковая диаграмма 459
  
- Разность потенциалов магнитных 184
- — электрических 187
- Разрядка конденсатора 126
- Расчет времени пуска 463
- Расчет пусковых сопротивлений 459
- Реверс 375
- Регулирование частоты вращения двигателей 377
- Режим короткого замыкания 36
- номинальный 37
- согласованный 36
- холостого хода 36
- Режимы источника питания 36
- Резонанс напряжений 71
- токов 75
- Резонансная частота 79
- Резонансный метод измерений 317
- Релаксационный генератор 126
- Реле автоматики и управления 230
- времени 228
- с герконами 233
- защиты 226, 227
- максимального тока 226
- промежуточное 231
- тепловое 229

- Савар 7  
Самовозбуждение генераторов 372  
Саморегулирование двигателей 375  
Связь графа цепи 18  
Сдвиг фаз 44  
Симметричная система э.д.с. 107  
Симметричный приемник 110  
Система Г—Д 379  
Скольжение 390  
Соединение звездой, треугольником 25, 109  
Согласное включение обмоток 100, 373  
Сопротивление активное 50  
— дифференциальное 139  
— емкостное 64  
— индуктивное 62  
— комплексное 58  
— полное 58  
— реактивное 70  
— статическое 139  
Средние потери (метод) 455  
Стабилизатор напряжения 144  
Схема замещения электрической цепи 13  
Счетчик электроэнергии 285, 310
- Тахогенератор 372, 415  
Тензорезистор 323  
Теплоемкость машины 450  
Термопара 11  
Терморезистор 323  
Термоэлектрический прибор 278  
Тесла Н. 105  
Точность измерительного прибора 267  
Трансформаторы напряжения, тока 257  
Треугольник мощностей 84  
— напряжений 73  
— сопротивлений 70  
Трехпроводная цепь 112  
Ток короткого замыкания действующий 45  
— переходный 123  
— несинусоидальный 156  
— свободный 123  
— установившийся 123  
Торможение двигателей 382, 383, 460  
Тяговая характеристика электромагнита 221, 223
- Угол рассогласования полюсов 425  
Угловая характеристика 428  
Узел электрической цепи 17  
Уравнение моментов 375
- теплового баланса 450  
Установившаяся частота вращения 375
- Фаза начальная 44  
Фазовращающие цепи 96  
Фазосдвигающие цепи 93  
Фазоуказатель 108  
Фарадей М. 7  
Фарадметр 317  
Ферродинамический прибор 283  
Феррарис Г. 105  
Фильтр электрический 166
- Хазельвандер Ф. 105  
Характеристика внешняя 371  
— вольт-амперная обмотки 202  
— намагничивания магнитной цепи устройства 188  
— холостого хода трансформатора 242  
— — генератора 369  
— образная 433
- Цена деления шкалы 282  
Цифровые приборы 294  
Циперновский К. 41
- Частота угловая 43  
Четырехполосник 18  
Чиколев В. Н. 8  
Чувствительность реле, прибора 275
- Шиллинг П. М. 8  
Шунт 276, 300
- Э.д.с. индукции 61, 100  
Эквивалентных величин метод 355  
Электрическая дуга 217  
Электродинамический прибор 280  
Электроизмерительная установка 266  
Электромагнитный прибор 278  
Электромагнит подъемный 174  
Электротехническая сталь 179  
Электронно-лучевая трубка 292  
Электронный вольтметр 294  
Электростатический прибор 281  
Энергия поля магнитного 48, 123  
— — электрического 46, 123  
Эрстед Г. Х. 7
- Яблочков П. Н. 9, 41  
Якоби Б. С. 9  
Якорь барабанный 363  
Якорное регулирование 379

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	4
Р а з д е л I. Э л е к т р и ч е с к и е ц е п и	
Глава 1. Линейные электрические цепи постоянного тока ( <i>В. Г. Герасимов, Я. А. Шнейберг</i> ) . . . . .	7
§ 1.1. Становление и начальное развитие электротехники . . . . .	7
§ 1.2. Области применения электротехнических устройств постоянного тока . . . . .	10
§ 1.3. Электрическая цепь и ее элементы . . . . .	11
§ 1.4. Схемы замещения электрических цепей . . . . .	12
§ 1.5. Топологические понятия теории электрических цепей . . . . .	17
§ 1.6. Применение законов Кирхгофа для описания электрического состояния цепей постоянного тока . . . . .	18
§ 1.7. Основные принципы и свойства линейных электрических цепей . . . . .	21
§ 1.8. Эквивалентные преобразования пассивных участков электрических цепей . . . . .	22
§ 1.9. Анализ электрических цепей постоянного тока с одним источником электрической энергии . . . . .	26
§ 1.10. Метод контурных токов . . . . .	28
§ 1.11. Использование принципов суперпозиции для анализа электрических цепей постоянного тока . . . . .	29
§ 1.12. Метод междуузлов напряжения . . . . .	31
§ 1.13. Метод эквивалентного активного двухполюсника . . . . .	33
§ 1.14. Режимы работы активных двухполюсников . . . . .	35
Глава 2. Однофазные цепи синусоидального тока ( <i>М. С. Цепляева, Я. А. Шнейберг</i> ) . . . . .	40
§ 2.1. Внедрение переменного тока в практику . . . . .	40
§ 2.2. Основные понятия . . . . .	42
§ 2.3. Особенности электромагнитных процессов в цепях переменного тока . . . . .	46
§ 2.4. Идеальные элементы цепи переменного тока. Схемы замещения . . . . .	49
§ 2.5. Изображение синусоидальных функций времени радиусами-векторами в декартовой плоскости координат . . . . .	52
§ 2.6. Комплексные изображения синусоидальных функций времени . . . . .	54
§ 2.7. Электрическая цепь с $R$ -элементом . . . . .	59
§ 2.8. Электрическая цепь с $L$ -элементом . . . . .	61
§ 2.9. Электрическая цепь с $C$ -элементом . . . . .	63
§ 2.10. Электрическая цепь с идеальными источниками . . . . .	65
§ 2.11. Уравнения электрического состояния цепей синусоидального тока . . . . .	68
§ 2.12. Последовательное соединение элементов в цепи синусоидального тока . . . . .	69
§ 2.13. Параллельное соединение элементов в цепи синусоидального тока . . . . .	73
§ 2.14. Разветвленные цепи с одним источником питания . . . . .	77
§ 2.15. Частотные свойства цепей синусоидального тока . . . . .	78
§ 2.16. Мощность цепи синусоидального тока . . . . .	81
§ 2.17. Технико-экономическое значение повышения коэффициента мощности . . . . .	86
§ 2.18. Разветвленные цепи с несколькими источниками питания . . . . .	89
§ 2.19. Графический анализ электрических цепей с помощью топографических и круговых диаграмм . . . . .	90
§ 2.20. Понятие о четырехполюсниках . . . . .	96
§ 2.21. Электрические цепи со взаимной индуктивностью . . . . .	99

Глава 3. Трехфазные электрические цепи ( <i>Я. А. Шнейберг</i> ) . . . . .	104
§ 3.1. Исторические предпосылки к разработке трехфазных цепей . . . . .	104
§ 3.2. Элементы трехфазных цепей. Способы изображения симметричной системы Э. Д. С. . . . .	106
§ 3.3. Способы соединения фаз трехфазного источника питания. Фазные и линейные напряжения . . . . .	108
§ 3.4. Классификация и способы включения приемников в трехфазную цепь . . . . .	110
§ 3.5. Соединение элементов трехфазной цепи звездой . . . . .	111
§ 3.6. Соединение элементов трехфазной цепи треугольником . . . . .	114
§ 3.7. Примеры несимметричных режимов в трехфазных цепях . . . . .	116
§ 3.8. Мощность трехфазных цепей . . . . .	117
§ 3.9. Коэффициент мощности симметричных трехфазных приемников и способы его повышения . . . . .	118
§ 3.10. Техника безопасности при эксплуатации трехфазных цепей . . . . .	120
Глава 4. Переходные процессы в линейных электрических цепях ( <i>В. Г. Герасимов</i> ) . . . . .	122
§ 4.1. Основные понятия. Законы коммутации . . . . .	122
§ 4.2. Зарядка и разрядка конденсатора через резистор . . . . .	124
§ 4.3. Подключение индуктивной катушки к источнику постоянного напряжения . . . . .	129
§ 4.4. Отключение индуктивной катушки от источника постоянного напряжения . . . . .	131
§ 4.5. Подключение индуктивной катушки к источнику синусоидального напряжения . . . . .	132
§ 4.6. Переходные процессы в цепи с последовательным соединением резистора, индуктивной катушки и конденсатора . . . . .	134
Глава 5. Нелинейные электрические цепи ( <i>М. С. Цепляева</i> ) . . . . .	137
§ 5.1. Основные понятия . . . . .	137
§ 5.2. Нелинейные цепи постоянного тока . . . . .	141
§ 5.3. Нелинейные цепи переменного тока . . . . .	146
§ 5.4. Нелинейные цепи при одновременном воздействии источников постоянного и переменного напряжений . . . . .	150
Глава 6. Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях ( <i>В. Г. Герасимов</i> ) . . . . .	156
§ 6.1. Причины возникновения переменных несинусоидальных токов в электрических цепях . . . . .	156
§ 6.2. Способы представления периодических несинусоидальных электрических величин . . . . .	157
§ 6.3. Параметры периодических несинусоидальных электрических величин . . . . .	159
§ 6.4. Анализ линейных электрических цепей несинусоидального тока . . . . .	162
§ 6.5. Электрические фильтры . . . . .	166
§ 6.6. Избирательные, дифференцирующие и интегрирующие RC-цепи . . . . .	169
<b>Раздел II. Магнитные цепи и электромагнитные аппараты</b>	
Глава 7. Магнитные цепи постоянного тока ( <i>Х. Э. Зайдель</i> ) . . . . .	173
§ 7.1. Общие понятия об электромагнитных устройствах . . . . .	173
§ 7.2. Характеристики ферромагнитных материалов в стационарных магнитных полях . . . . .	177
§ 7.3. Магнитные системы и магнитные цепи . . . . .	181
§ 7.4. Анализ разветвленных магнитных цепей . . . . .	186
§ 7.5. Анализ разветвленных магнитных цепей . . . . .	192
§ 7.6. Магнитные цепи с постоянными магнитами . . . . .	195

Глава 8. Магнитные цепи переменного потока ( <i>В. В. Коген-Далин</i> ) . . . . .	199
§ 8.1. Особенности электромагнитных процессов в магнитных цепях переменного потока . . . . .	199
§ 8.2. Магнитные потери . . . . .	201
§ 8.3. Вольт-амперные характеристики и индуктивное сопротивление обмотки при синусоидальном напряжении . . . . .	202
§ 8.4. Влияние немагнитного зазора в магнитопроводе при синусоидальном токе . . . . .	205
§ 8.5. Полное уравнение электрического состояния и схема замещения обмотки при синусоидальном токе . . . . .	207
§ 8.6. Стабилизатор переменного напряжения . . . . .	208
§ 8.7. Технические характеристики магнитных материалов в переменных полях . . . . .	210
Глава 9. Электрические аппараты ( <i>В. Л. Шатуновский</i> ) . . . . .	213
§ 9.1. Назначение и классификация электрических аппаратов . . . . .	213
§ 9.2. Электрические контакты . . . . .	215
§ 9.3. Работа электромагнитных механизмов постоянного тока . . . . .	218
§ 9.4. Работа электромагнитных механизмов переменного тока . . . . .	222
§ 9.5. Электрические реле . . . . .	224
§ 9.6. Контактные, магнитные пускатели, автоматические выключатели . . . . .	233
Глава 10. Трансформаторы ( <i>В. В. Коген-Далин</i> ) . . . . .	237
§ 10.1. Устройство, принцип действия и назначение трансформаторов . . . . .	237
§ 10.2. Уравнение электрического состояния первичной и вторичной обмоток . . . . .	241
§ 10.3. Энергетические диаграммы. Нагревание и охлаждение трансформатора . . . . .	243
§ 10.4. Внешняя характеристика трансформатора . . . . .	246
§ 10.5. Трехфазные трансформаторы . . . . .	248
§ 10.6. Технические (паспортные) данные трансформатора . . . . .	251
§ 10.7. Параллельная работа трансформатора . . . . .	252
§ 10.8. Конструкция силовых трансформаторов . . . . .	253
§ 10.9. Особенности силовых трансформаторов малой мощности . . . . .	256
§ 10.10. Измерительные трансформаторы . . . . .	257
§ 10.11. Автотрансформаторы . . . . .	259
<b>Р а з д е л III. Электроизмерительные приборы и электрические измерения</b>	
Глава 11. Электроизмерительные приборы ( <i>Х. Э. Зайдель, В. В. Крымов, В. Г. Сергеев</i> ) . . . . .	262
§ 11.1. Состояние и перспективы развития электроизмерительной техники . . . . .	262
§ 11.2. Основные понятия. Виды и методы измерений . . . . .	265
§ 11.3. Погрешности измерений. Обработка и представление результатов измерений . . . . .	267
§ 11.4. Электромеханические приборы и измерительные преобразователи . . . . .	272
§ 11.5. Регистрирующие приборы прямого преобразования . . . . .	289
§ 11.6. Электронные аналоговые и цифровые вольтметры . . . . .	294
Глава 12. Методы электрических измерений ( <i>Х. Э. Зайдель, В. Г. Сергеев</i> ) . . . . .	299
§ 12.1. Измерение тока и напряжения . . . . .	299
§ 12.2. Измерение мощности и энергии в электрических цепях . . . . .	303
§ 12.3. Измерение параметров элементов электрических цепей . . . . .	810
§ 12.4. Понятие об измерении неэлектрических величин . . . . .	219
§ 12.5. Понятие об измерительных информационных системах . . . . .	324
<b>Р а з д е л IV. Электрические машины и электропривод</b>	
Глава 13. Основные физические явления в электрических машинах ( <i>В. В. Коген-Далин, Я. А. Шнейберг</i> ) . . . . .	329

§ 13.1.	Электрические машины: от физического прибора к современной серийной конструкции . . . . .	329
§ 13.2.	Э. д. с. в рабочих обмотках . . . . .	338
§ 13.3.	Электромагнитный момент . . . . .	342
§ 13.4.	Преобразование энергии . . . . .	345
§ 13.5.	Бегущее и вращающиеся магнитные поля . . . . .	348
Глава 14. Машины постоянного тока ( <i>Д. Н. Морозов</i> ) . . . . .		358
§ 14.1.	Области применения машин постоянного тока . . . . .	358
§ 14.2.	Устройство и принцип действия машины постоянного тока . . . . .	359
§ 14.3.	Формулы э. д. с. якоря и электромагнитного момента . . . . .	365
§ 14.4.	Искрение щеток на коллекторе . . . . .	366
§ 14.5.	Способы возбуждения генераторов . . . . .	368
§ 14.6.	Эксплуатационные характеристики генераторов . . . . .	370
§ 14.7.	Общие свойства и характеристики электродвигателей постоянного тока . . . . .	373
§ 14.8.	Двигатели параллельного и независимого возбуждения . . . . .	375
§ 14.9.	Двигатели последовательного возбуждения . . . . .	380
§ 14.10.	Двигатели смешанного возбуждения . . . . .	381
§ 14.11.	Торможение двигателей постоянного тока . . . . .	382
§ 14.12.	Потери энергии и к. п. д. машины постоянного тока . . . . .	384
§ 14.13.	О работе двигателей постоянного тока от сети переменного тока . . . . .	285
Глава 15. Асинхронные двигатели ( <i>В. В. Коген-Далин</i> ) . . . . .		387
§ 15.1.	Устройство и принцип действия асинхронного двигателя . . . . .	387
§ 15.2.	Свойство саморегулирования вращающего момента в соответствии с нагрузкой на валу . . . . .	390
§ 15.3.	Уравнения электрического состояния обмоток статора и ротора . . . . .	391
§ 15.4.	Магнитное поле машины. Уравнение токов фазы статорной обмотки . . . . .	393
§ 15.5.	Энергетические диаграммы . . . . .	394
§ 15.6.	Электромагнитный момент . . . . .	396
§ 15.7.	Механические и рабочие характеристики асинхронного двигателя . . . . .	399
§ 15.8.	Пуск асинхронного двигателя . . . . .	401
§ 15.9.	Регулирование скорости . . . . .	403
§ 15.10.	Работа асинхронной машины в специальных режимах . . . . .	408
§ 15.11.	Однофазные двигатели . . . . .	409
§ 15.12.	Линейные двигатели . . . . .	414
§ 15.13.	Асинхронный тахогенератор . . . . .	415
Глава 16. Синхронные машины ( <i>В. В. Коген-Далин</i> ) . . . . .		417
§ 16.1.	Назначение и области применения синхронных машин . . . . .	417
§ 16.2.	Устройство и принцип действия синхронной машины . . . . .	418
§ 16.3.	Энергетические диаграммы . . . . .	422
§ 16.4.	Уравнения электрического состояния, векторные диаграммы и схемы замещения фазы статорной обмотки . . . . .	423
§ 16.5.	Формула электромагнитного момента и угловая характеристика . . . . .	427
§ 16.6.	Саморегулирование электромагнитного момента двигателя при изменении нагрузки на валу . . . . .	429
§ 16.7.	Регулирование активной мощности генератора изменением момента первичного двигателя . . . . .	430
§ 16.8.	Регулирование реактивной мощности синхронных машин . . . . .	481
§ 16.9.	Пуск синхронного двигателя . . . . .	434
§ 16.10.	Включение генератора на параллельную работу с системой . . . . .	435
§ 16.11.	Автономная работа синхронного генератора . . . . .	437
§ 16.12.	Синхронные двигатели малой мощности . . . . .	438
§ 16.13.	Шаговые синхронные двигатели . . . . .	440

<b>Глава 17. Основы электропривода (Д. Н. Морозов)</b> . . . . .	<b>441</b>
§ 17.1. Основные понятия. Задачи электропривода для инженеров-не- электриков . . . . .	441
§ 17.2. Основы механики электропривода . . . . .	442
§ 17.3. Задачи выбора электродвигателя . . . . .	447
§ 17.4. Нагревание и охлаждение электродвигателей . . . . .	449
§ 17.5. Номинальные режимы работы электродвигателей . . . . .	452
§ 17.6. Расчет мощности и выбор электродвигателя для длительного ре- жима работы . . . . .	454
§ 17.7. Расчет мощности и выбор электродвигателя для повторно-кратко- временного и кратковременного режимов работы . . . . .	457
§ 17.8. Расчет пусковых сопротивлений для ускоренного пуска электро- двигателей . . . . .	459
§ 17.9. Электрическое торможение двигателей . . . . .	460
§ 17.10. Определение времени ускорения и замедления электропривода	463
§ 17.11. Обозначение элементов и изображение схем автоматизированного электропривода . . . . .	465
§ 17.12. Принципы автоматизации пуска, защиты и торможения электро- двигателей . . . . .	467
Литература . . . . .	472
Предметный указатель . . . . .	473

**Христина Эдуардовна Зайдель, Владимир Викторович Коген-Далин,  
Василий Васильевич Крымов, Виктор Григорьевич Герасимов,  
Дмитрий Николаевич Морозов, Виктор Георгиевич Сергеев,  
Марианна Самуиловна Цепляева, Валерий Леонидович Шатуновский,  
Ян Абрамович Шнейберг**

#### **ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

Зав. редакцией Л. А. Романова. Редактор Т. И. Артемова. Младшие редакторы  
И. А. Исаева, И. А. Титова. Художник В. М. Борюков. Художественный  
редактор Т. В. Панина. Технический редактор Н. В. Яшукова. Корректор  
Р. К. Косинова

ИБ № 4858

Изд. № ЭР-379. Сдано в набор 25.02.85. Подп. в печать 08.10.85. Формат  
60×90/16. Бум. кн.-журн. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая.  
Объем 30 усл. печ. л. 30 усл. кр.-отг. 31,64 уч.-изд. л. Тираж 115 000 экз.  
Заказ № 887. Цена 1 р. 20 к.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени МПО  
«Первая Образцовая типография» имени А. А. Жданова Союзполиграфпрома  
при Государственном комитете СССР по делам издательства, полиграфии и книж-  
ной торговли. 113054, Москва, Валовая, 28

