e-mail: kvantik@mccme.ru
Издается при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)
№ 9 | сентябрь 2013

ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№9
сентябрь
2013

МИКРОСКОПЫ И ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ

ЕСЛИ ПАМЯТЬ ПОДВЕЛА

ГОЛОВОЛОМКИ ИЗ ЛЕГО

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу Роспечати.

Почтовый адрес: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик». Подписной индекс: 84252

Первые два выпуска
АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»
с материалами номеров 2012 года,
а также все остальные
вышедшие номера
можно купить в магазине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»
по адресу: г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11,
http://biblio.mccme.ru
или заказать
по электронной почте:
biblio@mccme.ru

ISSN 2227-7986 09

www.kvantik.com
@ kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

Появилась подписка на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/izdanie/51223**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Екатерина Антоненко, Александр Бердников, Алексей Воропаев, Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Главный художник: Yustas-07
Верстка: Ира Гумерова, Рая Шагеева
Обложка: художник Евгения Константинова
Формат 84х108/16. Издательство МЦНМО

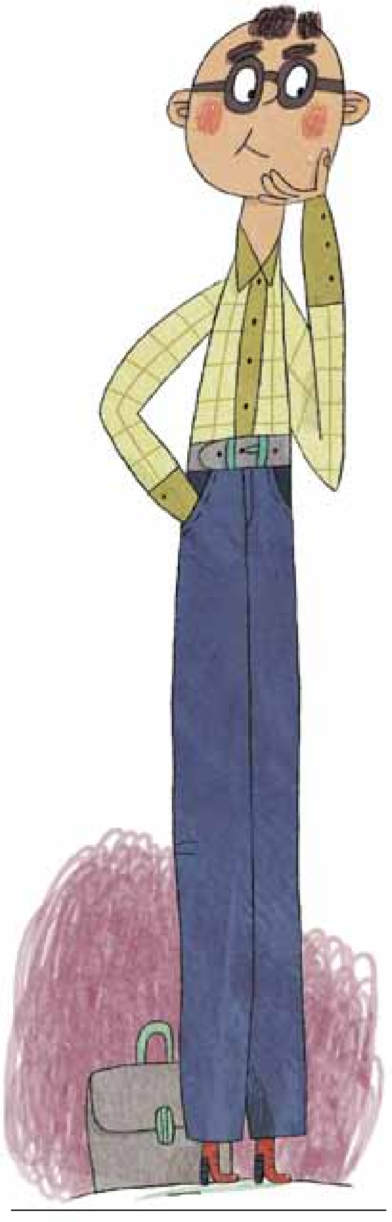
Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 1-й завод 500 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83. e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО "ИПК Парето-Принт", г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

Если ПАМЯТЬ подвела

Игорь Акулич



Лицо шестиклассника Пети выражало одновременно уныние и надежду.

– Коля! – обратился он к старшему брату. – У меня беда. Пропустил я по болезни контрольную. Учительница говорит – придётся всё-таки писать. Но в последний момент пожалела и дала задачу на дом. То есть завтра я должен отдать ей решение в письменном виде. Помоги, а?

– А что, в твоём классе помочь некому?

– Понимаешь, задача-то не из учебника, а из какой-то специальной книги[1]. У нас все как глянули, так руками замахали.

– Ладно, давай условие, – недовольно буркнул Коля.

– Я не записал, а так запомнил, и потому расскажу своими словами. В общем, Ломоносов, когда учился, тратил одну денежку в день на хлеб и квас. Потом все цены возросли м-м-м... *на сколько-то там процентов...*

– На сколько?

– Не помню, – удручённо вздохнул Петя. – Но после этого Ломоносову стало хватать одной денежки только на полхлеба и квас. А потом цены опять выросли...

– И как же они выросли? Тоже не помнишь?

– Э-э-э... ура, вспомнил – на столько же процентов, как и в первый раз!

– Ну, спасибо, обрадовал! Ценная информация.

– Не издевайся, пожалуйста! Я ж не виноват, что забыл. В общем, в конце там спрашивается: хватит ли теперь Ломоносову одной денежки хотя бы на квас?

– Ну ты даёшь! Как же я решу, если ты самое главное не сказал?

– Что делать – память подвела. Пожалуйста, помоги! Ты ведь десятиклассник! – заныл Петя.

– Ладно, не стони. Попытаюсь, – и Коля начал рассуждать вслух. – Начнём как обычно. Пусть до всех подорожаний цены хлеба и кваса в денежках были X и K соответственно, а потом они оба раза возрастали в M раз. Тогда получаем два уравнения:

$$X+K=1, \qquad (1)$$

$$M(0{,}5X+K)=1. \qquad (2)$$

[1] Книга называется «Тысяча и одна задача по математике»; издана в 2010 году издательством «Просвещение»; автор-составитель – А. В. Спивак. Номер задачи – 352. Она же была предложена на одной из Московских математических олимпиад.

Избавимся хотя бы от одного неизвестного. Из уравнения (1) следует, что $X = 1 - K$. Подставив это значение в уравнение (2), получаем:

$$M(0{,}5(1-K)+K)=1,$$

или, после упрощений:

$$M=\frac{2}{1+K}. \qquad (3)$$

Что дальше? Цены поднимались дважды в M раз. Поэтому после двух подорожаний стоимость кваса, очевидно, составила M^2K. Осталось выяснить, будет ли эта величина меньше или равна 1 (и тогда одной денежки на квас Ломоносову хватит) или больше 1 (тогда не хватит). Подставим значение M из уравнения (3) и получим:

$$M^2K=\left(\frac{2}{1+K}\right)^2\cdot K=\frac{4K}{(1+K)^2}.$$

Ну а теперь что? Это выражение больше единицы или меньше? Наверно, для разных K будет по-разному. Проверим навскидку некоторые значения. Так как K – первоначальная цена кваса, то она лежит между 0 и 1. Где там калькулятор... Попробуем для начала $K=0{,}5$. Получаем 0,888... – меньше единицы. А если $K=0{,}2$? Тогда выходит 0,55... – тоже меньше. В другую сторону: $K=0{,}8$ – результат равен 0,987... Опять меньше единицы! Может, для всех K так будет? Скорее всего, да, но как это доказать? О! Придумал! Мы хотим убедиться, что

$$\frac{4K}{(1+K)^2}<1,$$

то есть что $4K<(1+K)^2$. Раскрываем скобки и переносим всё в правую часть:

$$0<1-2K+K^2.$$

Но теперь выражение в правой части – это же $(1-K)^2$, то есть квадрат числа. Причём ненулевого, так как у нас K не равно 1. А квадрат ненулевого числа всегда больше нуля, так что наше неравенство доказано.

– Выходит, квас и после подорожаний будет меньше денежки стоить, да?

– Да, независимо от процента инфляции Ломоносову заведомо хватит одной денежки на квас, – подытожил Коля. – А теперь слушай меня. Аккуратно всё это перепиши и потом скажи учительнице, что ты потерял условие, вспомнить всего не смог и потому

решал задачу в общем виде. Глядишь, за это она тебе лишний плюс поставит!

– Ты меня просто спас, Коля! Вот сейчас перепишу всё начисто – и пятёрка у меня в кармане.

***

После возвращения из школы на следующий день физиономия Пети мало чем отличалась от прежней.

– Опять что-то не так? – встревожился брат.

– Да как тебе сказать... Вроде и так, да не вполне...

– Не тяни кота за хвост! Что там случилось?

– Понимаешь, я перед самым уроком всё-таки вспомнил, что цены каждый раз поднимались ровно на 20 процентов, то есть в 1,2 раза. И по-быстрому подправил решение. Хотел ведь как лучше! А она прочла то, что получилось, и сказала, что решение формально верное, но производит *очень странное впечатление*.

– Ну-ка, показывай, – Коля взял листок бумаги и принялся читать. – Да ты ведь просто моё решение один в один переписал, ни слова не изменив, только везде вместо M поставил 1,2.

– Ну да, а разве это не правильно?

– Да правильно-то правильно. Но раз ты уже M знаешь, гораздо короче можно было решить. Уравнение (3) у тебя в такое превращается:

$$1{,}2=\frac{2}{1+K},$$

и ты из него сразу K находишь, получается $K=2/3$. А значит, квас после второго подорожания стоил $1{,}2^2\cdot 2/3=0{,}96$ – меньше единицы. А ты вместо этого ещё на страницу огород городил – вроде и знаешь, во сколько раз цены возрастали, но как будто этого не видишь. Так что *странное впечатление* – это мягко сказано. За такое решение и к психиатру угодить не грех. В общем, зачла она тебе контрольную или нет?

– Нет, – развёл руками Петя. – Дала мне другую задачу, сказала, что из детской книжки. Там её четвероклассники решали[2]. «Вот, говорит, завтра дашь мне ответ. Но *только ответ,* никаких решений, а то я тут с тобой с ума сойду!» Помоги, а?

– Ладно, давай условие, – обречённо произнес Коля.

– Я не записал, так запомнил. Смотри: 12 топоров и 3 пилы стоят... э-э-э...

---

[2] Книжка называется «Витя Малеев в школе и дома», автор – Н. Носов. Отрывок с подробным решением задачи публиковался в «Квантике», №№ 8 и 9 за 2012 год.

– Опять память подвела?!!!

– Ой, подвела! Но зато дальше помню точно: а 12 топоров и 5 пил стоят 100 рублей! Круглые числа легко запоминаются. Спрашивается, сколько стоит топор и сколько стоит пила?

– С тобой, пожалуй, и я свихнусь. Попробуй реши, если половины данных нет! Хотя... Как ты сказал, для какого класса эта задача?

– Для четвёртого...

– Ну, тогда... всё ясно: топор стоит 5 рублей, а пила... м-м-м... двенадцать на пять, из сотни шестьдесят, сорок делим на пять... пила, получается, стоит 8 рублей. Без гарантии, конечно, но ты сам виноват. Так и скажешь своей учительнице: пять и восемь!

– А как ты определил?

– Да потому что задача для *четвёртого* класса! Там ведь «навороченных» задач не дают. И потому более чем вероятно, что цена и топора, и пилы составляет *целое* число рублей.

– А что это дает?

– Смотри. Так как пил пять штук, то их суммарная цена делится на 5, верно?

– Да...

– А общая стоимость всех топоров и пил равна 100 – то есть тоже делится на 5.

– Конечно.

– Потому и стоимость *только топоров* должна делиться на 5. Но топоров-то 12 штук, и потому цена каждого топора обязана делиться на 5. А что это значит? Наименьшее возможное её значение – 5 рублей. Тогда все 12 топоров стоят $5 \cdot 12 = 60$ рублей, и потому пилы все вместе стоят $100 - 60 = 40$, а одна пила стоит $40 : 5 = 8$ рублей. Вот и ответ!

– Но, может, есть и другие...

– Нет! Ведь следующее возможное значение – 10 рублей, и тогда 12 топоров стоят больше 100 рублей. Так что остановимся на этом решении.

– Но ты говорил, что без гарантии...

– Не беспокойся – с гарантией! Я-то, в отличие от тебя, эту книгу читал. И задачу помню хорошо. А память свою тренируй, а то что-то она у тебя совсем дырявая стала!

Художник Наталья Гаврилова

ПРЕДАНЬЯ СТАРИНЫ

Сергей Дворянинов

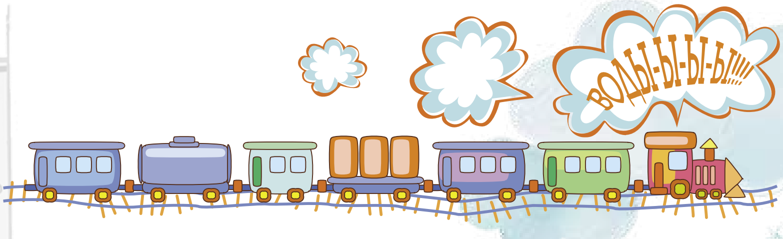
ЗАЧЕМ НУЖНЫ ВОДОНАПОРНЫЕ БАШНИ

Когда вы путешествуете на поезде по железной дороге, то часто видите водонапорные башни, оставшиеся от прежних времён. Их сооружали около паровозных депо, на станциях. В такой башне две основные части. Нижняя – опора. На ней, на высоте 15–25 метров, установлен резервуар для воды – в него воду закачивали из-под земли насосами. А уже из башни заправляли водой паровозные баки.

Ведь тогда в голове поезда были не электровозы и тепловозы, как сейчас, а паровозы. Заправится паровоз в начале рейса углём и водой – и в путь. В топке уголь горит жарким пламенем, в котле вода кипит и превращается в пар. Пар по паропроводу подводится к цилиндрам и толкает поршни, которые вращают паровозные колёса. Даже гудок паровозный и тот от пара работал (сейчас так свистят чайники у нас на плите, когда вода в них закипит). На промежуточных станциях приходилось пополнять запасы угля и воды.

Но почему вода сначала закачивалась в башню, а не сразу в паровозные баки? Так было бы, пожалуй, экономнее. Зачем же строили тогда водонапорные башни? Здесь наши читатели могут прервать чтение и подумать над этим вопросом. Небольшая подсказка – вспомните иносказательное выражение «*в час по чайной ложке*». Оно означает: медленно, потихоньку, еле-еле.

Водонапорная башня около ж/д станции Михнево, Московская обл.
Фото: А. Савин



А теперь посмотрите на фото внизу. Видите, из какой широкой трубы льётся вода для паровоза? Целый поток! Паровозный бак вмещает не одну тонну воды, а наполнить его надо за короткое время стоянки поезда. Вот тут-то и выручала водонапорная башня. Заранее поднятая на высоту, вода под большим давлением быстро перетекала по трубам в бак. А насос, быть может, много часов работал, чтобы воду в башню поднять.

Такие башни нужны не только паровозам. В городах они регулируют напор и расход воды, создают её запас для случаев, когда увеличивается потребление (например, утром, все умываются почти одновременно). О башне надо заботиться – постоянно защищать воду в ней от загрязнения, зимой не допускать замерзания воды в резервуаре.

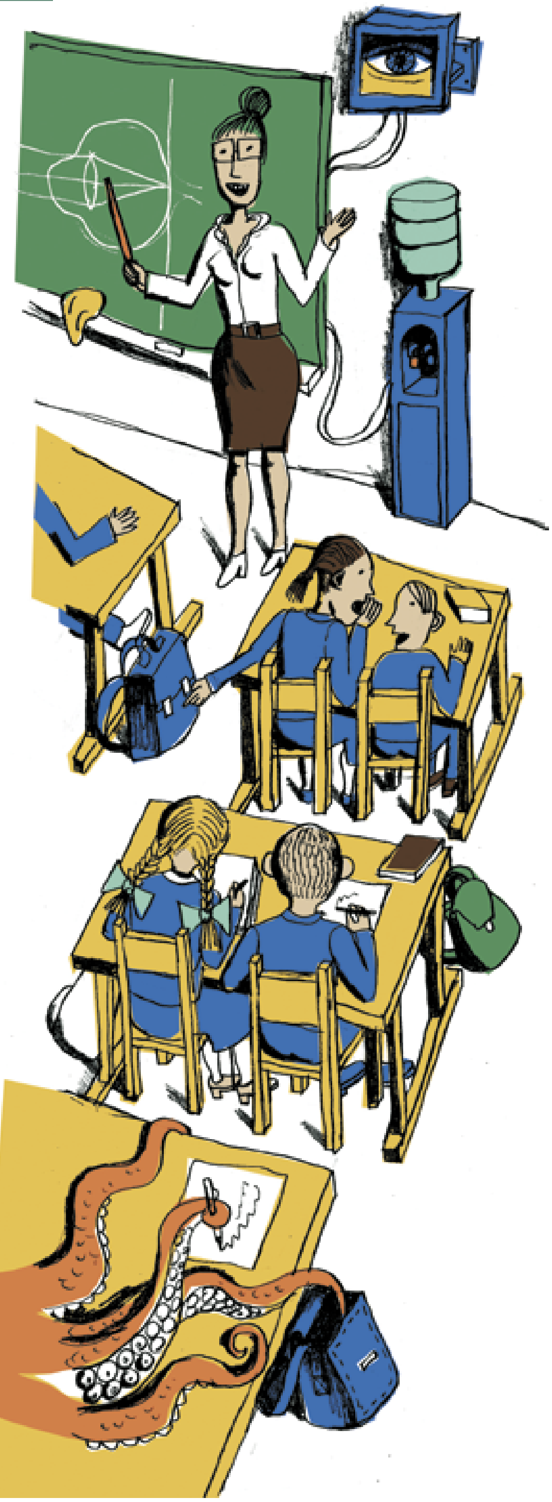
Среди водонапорных башен немало настоящих архитектурных шедевров. К ним относится Водовзводная башня Московского Кремля, что на углу Кремлёвской набережной и Александровского сада. Возведена она в 1488 г. Современное название она носит с 1633 г., когда в ней установили водоподъёмную машину для снабжения Кремля водой из Москвы-реки и построили первый в Москве водопровод. Двести лет назад отступавшие наполеоновские солдаты варварски взорвали башню. Она была восстановлена в 1817-1819 годах.

Водовзводная башня
Московского Кремля

Фото: Антон Акимов

ПОЧЕМУ ОСЬМИНОГ УСТРОЕН РАЗУМНЕЕ ЧЕЛОВЕКА

Юлия Кондратенко



Многие школьники из интуитивных соображений выбирают для списывания отнюдь не самые дальние парты, а места, расположенные немного сбоку от того направления, куда обычно смотрит учитель, пытающийся уследить за всем классом одновременно.

С точки зрения биологии такой выбор места является очень удачным, и вот почему. Вам кажется, что картинка, которую вы видите – абсолютно целая и гладкая. Однако в зрительном поле обоих ваших глаз существует пробел – слепое пятно. Убедиться в его существовании можно с помощью специальной картинки:

Держите журнал вертикально напротив лица. Закройте правый глаз и левым глазом смотрите на крестик, обведённый кружком. Не сводя с него взгляда, приближайте или отдаляйте журнал от лица. При этом следите за левым крестиком, не переводя на него взгляд, и в какой-то момент вы заметите, что он исчезнет. Вы перестанете видеть крестик именно потому, что он попадёт в слепое пятно вашего левого глаза. Как вы убедитесь сами, слепое пятно располагается под углом к направлению вашего взгляда.

Когда мы смотрим обоими глазами, мы не замечаем слепых пятен, потому что кусочек зрительного поля, невидимый для одного глаза, видим для другого. Поэтому дыр в нашем поле зрения нет, но всё же есть области, которые мы видим как бы одним глазом, то есть хуже. Почему наши глаза устроены так странно и откуда берётся слепое пятно?

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно понять, какие элементы необходимы для работы глаза и как они могут быть расположены друг относительно друга. В первую очередь, для работы глаза нужны клетки, воспринимающие свет и посылающие в мозг сигнал о том, что свет на них падает (рис. 1).

Свет воспринимают чувствительные ворсинки такой клетки, а сигнал идёт по длинному отростку, уходящему к мозгу. Сразу уточним, что сейчас речь идёт об общих принципах устройства глаза. У более сложных организмов функции каждой такой чувствительной клетки выполняют сразу несколько клеток – одна воспринимает свет, а другие передают сигнал в мозг.

Для того чтобы определять направление света, нужно, чтобы на чувствительную клетку свет попадал не со всех сторон, а только с какого-то определённого направления. Для этого используются пигментные клетки, непрозрачные для света (рис. 2).

Теперь эта клетка реагирует только на свет, который падает «сверху» рисунка. Она не будет реагировать на свет, который падает «сбоку», и тем самым научится различать направления падающего света.

Другая важная функция пигментных клеток – поглощение «избытка света», попавшего в глаз, но не уловленного чувствительными клетками (рис. 3). Если бы такой «избыточный свет» не поглощался пигментными клетками, а отражался внутри глаза, могло бы создаться ложное ощущение света с той стороны, откуда он на самом деле не приходит (рис. 4).

Таким образом, два типа элементов – чувствительные и пигментные клетки – абсолютно необходимы для работы глаза. У многих живых организмов в глазах присутствуют другие важные составляющие, которые делают глаза более совершенными. Например, хрусталик – это линза, которая может изменять свою кривизну и позволяет фокусировать взгляд на предметах, расположенных на разных расстояниях. Глаз, в котором есть хрусталик, довольно сложно устроен, и пигментные клетки в нём служат не для определения направления света, а для поглощения «избытка света», который мог бы рассеиваться и отражаться, искажая картину.

Мы не будем сейчас рассматривать дополнительные элементы, которые могут сделать глаз лучше, а остановимся только на тех, без которых никак нельзя обойтись, – на чувствительных и пигментных клетках. Давайте подумаем, как их можно объединить в глаз. Наверняка многие из вас сделали бы это примерно так, как показано на рисунке 5.

Клетки находятся в небольшом углублении, их чувствительные ворсинки направлены в ту сторону, откуда падает свет, а длинные отростки направлены от глаза. Отростки можно объединить в зрительный нерв и подсоединить к мозгу. Такое устройство выглядит разумным, и именно так устроен глаз осьминога и других головоногих моллюсков.

Вы будете удивлены, но наши глаза и глаза других позвоночных животных устроены совершенно по-другому.

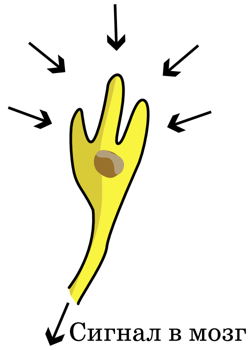


Рис. 1

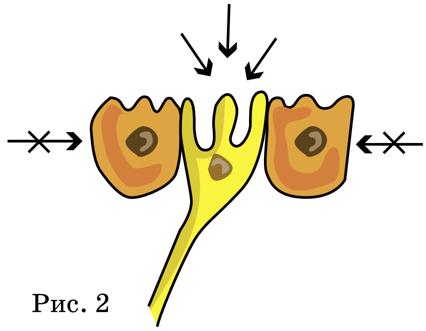


Рис. 2

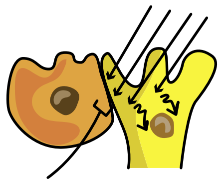


Рис. 3. Пигментная клетка поглощает избыток света, не уловленный чувствительной клеткой.

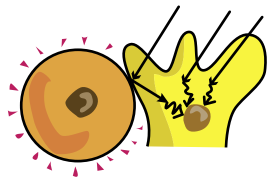


Рис. 4. Если бы не пигментные клетки, свет мог бы отражаться и создавать ложный сигнал с той стороны, где его нет (на рисунке возникает ложный сигнал света слева).

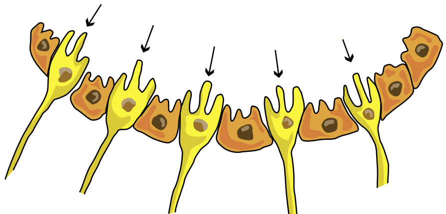


Рис. 5

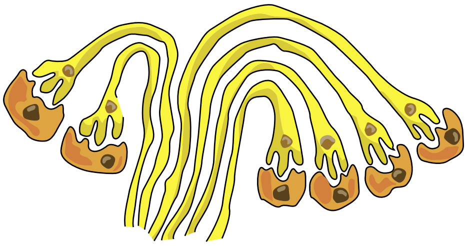


Рис. 6

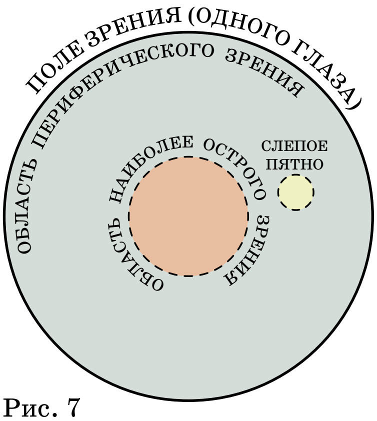


Рис. 7

Чувствительные клетки у нас расположены как бы задом наперёд (схематически это показано на рисунке 6). Отростки чувствительных клеток торчат внутрь глаза!

Очевидный минус такого устройства – это то, что длинные отростки нужно будет как-то уводить из глаза к мозгу. В том месте, где они уходят из глаза в мозг, нельзя расположить светочувствительные клетки. Там с неизбежностью образуется слепое пятно.

Очень трудно придумать разумное объяснение такому странному устройству глаза, и большинство учёных признаёт, что глаза осьминога устроены намного логичнее, чем наши. Из-за подобных примеров часто бывает сложно решить, какое животное более примитивное, а какое – более продвинутое. Так что сейчас вообще не принято рассуждать в таком духе, что человек – это вершина эволюции жизни. Не относитесь высокомерно к братьям нашим меньшим и помните, что они могут быть в чём-то более продвинутыми, чем вы!

Возвращаясь к выбору места для списывания, отметим, что область наиболее острого зрения расположена в центральной части глаза. Края занимает область периферического зрения, в которой мы видим не так отчётливо, но зато лучше реагируем на любое движение. Слепое пятно располагается как раз на границе этих областей (рис. 7) – примерно под углом 15 градусов от центра поля зрения. Поэтому под этим углом учитель видит наименее остро и в то же время хуже улавливает движения.

У позвоночных животных и головоногих моллюсков ещё и по-разному устроены механизмы фокусировки – у позвоночных животных меняется кривизна хрусталика, а у головоногих моллюсков хрусталик передвигается вперёд-назад относительно сетчатки.

Художник Артём Костюкевич

ЧЕЛОВЕК-НЕВИДИМКА ДОЛЖЕН БЫТЬ СЛЕПЫМ

Почему полностью невидимый человек может быть только слепым? Потому, что светочувствительные клетки воспринимают свет благодаря специальному пигменту – родопсину. Этот пигмент поглощает свет и изменяет свои свойства под его воздействием. Из-за изменений свойств молекул родопсина в чувствительных клетках запускаются сложные химические реакции, приводящие в итоге к возникновению сигнала, посылаемого чувствительной клеткой в мозг. Если бы молекулы родопсина были невидимыми, то есть прозрачными для света, то они не поглощали бы свет и не меняли бы свои свойства. Тогда чувствительные клетки не могли бы посылать сигнал в мозг, и невидимый человек не реагировал бы на свет, то есть был бы слепым.

Сергей Дориченко
Максим Прасолов

Игры

Это занятие нашего кружка посвящено играм. Только не компьютерным стрелялкам, не шахматам и даже не футболу или теннису, а играм математическим.

Все игры будут для двоих игроков. Мы выбрали для них имена: Пятачок и Винни-Пух. Так будет легко запомнить, кто ходит первым. Начинает всегда Пятачок – имя у него на букву «П», вот он и первый, а вторым всегда будет Винни-Пух – у него имя на букву «В». Иногда мы их будем называть – первый и второй (если больше нравится, можете называть их Петя и Вася). **Ходят игроки по очереди, а проигравшим считается тот, кто в свою очередь не может сделать ход по правилам.** Для краткости мы не будем повторять это в каждой игре.

Задача-шутка

1. Пятачок и Винни-Пух по очереди ломают шоколадку 6×8 долек. За ход игрок выбирает любой из имеющихся кусков и ломает его по прямой на 2 куска, но так, чтобы не повредить ни одной дольки (ломать надо вдоль углубления). Кто победит?

Играть можно и с настоящей шоколадкой, но лучше нарисовать её на бумаге и проводить «разломы» карандашом. Можно играть вдвоём, или одному, делая ходы и за Пятачка, и за Винни-Пуха. Попробуйте! Сыграв несколько раз, вы обнаружите, что всегда выигрывает... А впрочем, мы это сейчас поймём и без игры.

Что происходит после очередного хода, когда игрок берёт один из кусков и разламывает на две части? Общее число кусков шоколадки увеличивается на 1. Сначала был один кусок, после хода Пятачка кусков станет 2, после хода Винни – 3, после хода Пятачка – 4, после хода Винни – 5, и так далее. Когда же закончится игра? Когда шоколадку разломают на отдельные дольки, их будет 48. Но кто сделает последний разлом? Заметьте – после ходов Пятачка всегда остаётся чётное число кусков (2, 4, 6, ...), а после хода Винни-Пуха – нечётное (3, 5, 7, ...). Значит, 48 кусков получится после хода Пятачка – он и выиграет!

Какая-то неинтересная игра оказалась. В ней первый игрок может играть как попало и всё равно выиграет. Куда лучше игры, в которых надо соображать, придумывать стратегии. Что же, переходим к ним. Кроме развлечения, нас будет интересовать вопрос: кто из игроков – начинающий или его партнёр – может действовать так, чтобы всегда выигрывать, как бы ни играл соперник? Иногда этот вопрос кратко формулируют так: *кто выигрывает при правильной игре?* Или так: у *кого из игроков есть выигрышная стратегия?* Такую стратегию – как выбирать ходы, чтобы всегда выигрывать, – иногда можно явно указать. Прежде чем читать решение, обязательно попробуйте найти стратегию самостоятельно. Вот, например, в такой игре.

Симметрия

2. Пятачок и Винни-Пух по очереди кладут пятаки на круглый стол так, чтобы они не накладывались друг на друга и не вылезали за пределы стола.

Пусть Пятачок первым ходом положит пятак в центр стола. А дальше на каждый ход Винни-Пуха будет класть свой пятак симметрично его пятаку относительно центра стола (как показано на рисунке). Картинка, как лежат пятаки на столе, после ходов Пятачка будет симметричной. Поэтому если Винни-Пух сможет на ней отыскать место для своего пятака, то и Пятачок для своего отыщет симметричное свободное место. Значит, Пятачок выиграет.

Вот ещё пример игры с «симметричной стратегией».

3. У Пятачка и Винни-Пуха есть 2 кучки камней, по 20 штук в каждой. Игрок берёт любое число камней из любой одной кучки (но не из двух кучек сразу).

Наверное, вы уже догадались, что тут выигрывает второй. На каждый ход первого он отвечает «таким же» ходом: берёт столько же камней, но из другой кучки.

4. А если в предыдущей задаче изначально в одной кучке 20 камней, а в другой – 30?

Игра немного хитрее. Выигрывает первый – сначала он берёт из большей кучки 10 камней и сводит задачу к предыдущей. Теперь в кучках камней поровну, но ходит второй игрок. И уже первый игрок может дублировать его ходы.

5. А если изначально даны три кучки по 20 камней?

Вы, конечно, уже догадались: первый должен сначала забрать одну кучку полностью.

6. А если – четыре кучки по 20 камней?

Тут чуть хитрее. На ход первого второй выбирает другую кучку и берёт из неё столько же. И на этих двух кучках продолжает копировать ходы соперника. Если же первый затронет одну из двух оставшихся кучек, то второй и на тех двух кучках ходит симметрично.

Теперь вы наверняка решите задачу, если в ней будет хоть 100 одинаковых кучек.

Но не во всех играх симметричная стратегия приводит к успеху. Иногда бывает не так просто понять, какой же сделать ответный ход после хода противника.

Ответный ход

7. На первой клетке полоски размером 1×25 клеток лежит фишка. Пятачок и Винни-Пух по очереди сдвигают фишку на 1 или 2 клетки вперёд.

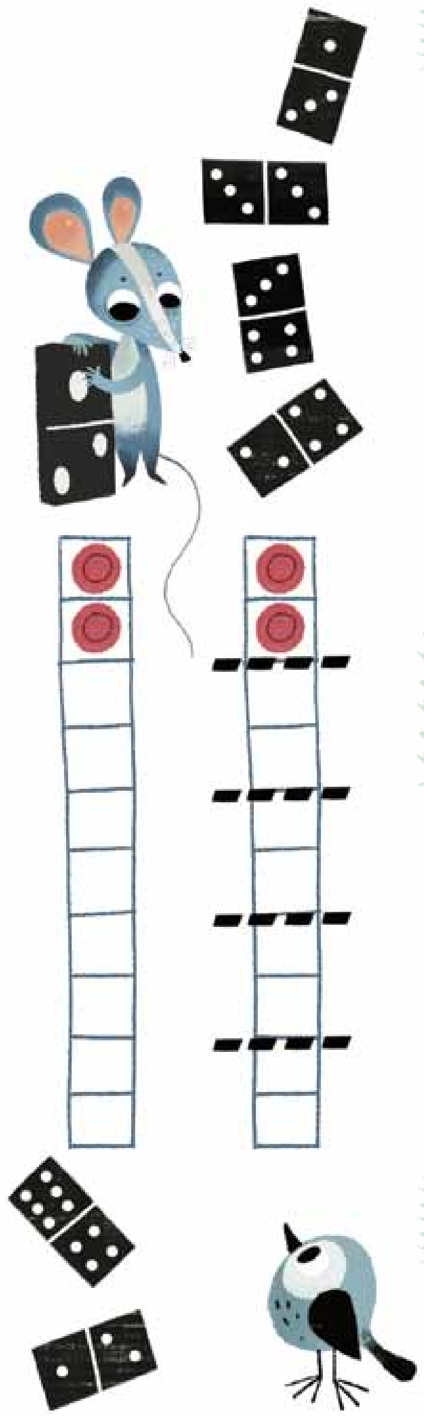
Поиграйте с другом в эту игру. Тут не сразу становится понятно, кто же обладает выигрышной стратегией. Оказывается, Винни-Пух обеспечит себе победу, если будет каждым ходом сдвигать фишку на другое число клеток, чем только что сдвинул Пятачок. Тогда за каждые два хода фишка сдвинется ровно на 3 клетки. И так как $1 + 3 \cdot 8 = 25$, за 8 таких двухходовок Винни-Пух поставит фишку на 25-ю клетку.

А если бы всего было 26 клеток? Тогда хитрый Пятачок первым ходом сдвинул бы фишку на одну клетку вперёд, а дальше получилась бы та же самая игра, что и раньше, с 25 клетками, но первым ходит уже Винни! Значит, обеспечить себе победу может Пятачок.

А если клеток 27, или 50, или 100? Наверно, вы уже легко ответите, кто в каждом из этих случаев

может обеспечить себе победу. Тогда для вас дополнительный вопрос: решите эту же задачу, если тот, кто поставит фишку на последнюю клетку, проигрывает!

8. А если в предыдущей задаче можно сдвигать фишку и на 3 клетки вперёд тоже?



Давайте проанализируем предыдущую игру. В ней один из игроков выигрывал, отвечая на предыдущий ход соперника так, чтобы фишка в итоге сдвигалась на одно и то же число клеток. Можно ли сделать что-то подобное в этой игре? Конечно. Если на ход в 1 клетку отвечать ходом в 3 клетки, а на ход в 2 клетки отвечать ходом в 2 клетки, то за два хода фишка будет сдвигаться ровно на 4 клетки. Тогда в нашей игре второй победит! Ведь $25 = 1 + 4 \cdot 6$, то есть за 6 двухходовок фишка как раз попадёт на последнюю клетку.

А если бы в полоске было, например, 26, 27 или 28 клеток? Тут победил бы первый, сводя начальным ходом эту игру к предыдущей. А при 29 клетках выиграет снова второй.

9. Дан столбик из 10 клеток. В двух самых верхних клетках стоит по фишке. Игрок своим ходом переставляет любую из фишек вниз на любую незанятую клетку (можно перепрыгивать через другую фишку).

В этой игре ответные ходы одновременно очень простые и очень хитрые. Давайте мысленно разделим столбик, как показано на рисунке, на доминошки из двух клеток. Сначала обе фишки стоят в одной доминошке. Второй выиграет, если будет сохранять это свойство: когда первый сделает ход и поневоле переместит одну фишку в другую доминошку, второй должен и другую фишку поставить в ту же доминошку. Тогда у него всегда будет ход, и раньше ходы закончатся у первого.

10. А если в предыдущей задаче дана полоска длиной 11 клеток?

Наверное, вы догадались, что тут выигрывает уже второй. Тогда вам дополнительный вопрос: а кто выигрывает, если фишек три и стоят они изначально в трёх верхних клетках?

Но как же находить ответные ходы в разных играх? И всегда ли это возможно? Мы ещё вернёмся к этому на страницах нашего журнала. И расскажем о других интересных способах найти стратегию. Ведь математических игр очень много. А пока – ещё несколько игр. Попробуйте разобраться в них без подсказки. На всякий случай решения приведены в конце номера. Удачи!

Задачи для самостоятельного решения

Напомним, что проигравшим считается тот, кто не может сделать ход в свою очередь. А узнать надо, кто выигрывает при правильной игре. Для краткости мы не повторяем эти слова. Помните, что иногда полезно бывает рассмотреть частные случаи или упростить задачу (например, решить задачу 14 сначала для полосок 1×4, 1×5, ...).

11. а) Дана белая клетчатая полоска 1×15 клеток. Двое по очереди окрашивают одну или две соседние белые клетки.

б) А если в полоске 20 клеток?

12. В левом нижнем углу шахматной доски 8×8 стоит фишка. За ход можно передвинуть её на любое число полей либо вверх, либо вправо.

13. У ромашки **а)** 12; **б)** 11 лепестков. В свой ход игрок обрывает 1 или 2 рядом растущих лепестка.

14. На крайней правой клетке полоски 1×20 стоит фишка. Два игрока по очереди сдвигают её вправо или влево на любое число клеток, которое ещё не встречалось при предыдущих ходах.

15. Белая ладья преследует чёрного слона на доске размером 3×10 клеток (см. рисунок). Ходят по очереди по обычным правилам, начинают белые. Как играть ладье, чтобы взять слона?

16. На клетчатой доске 7×7 в центре стоит фишка. Двое по очереди передвигают фишку на одну из соседних (по стороне) клеток, если эта клетка ранее ни разу не была занята фишкой.

Художник Ольга Демидова

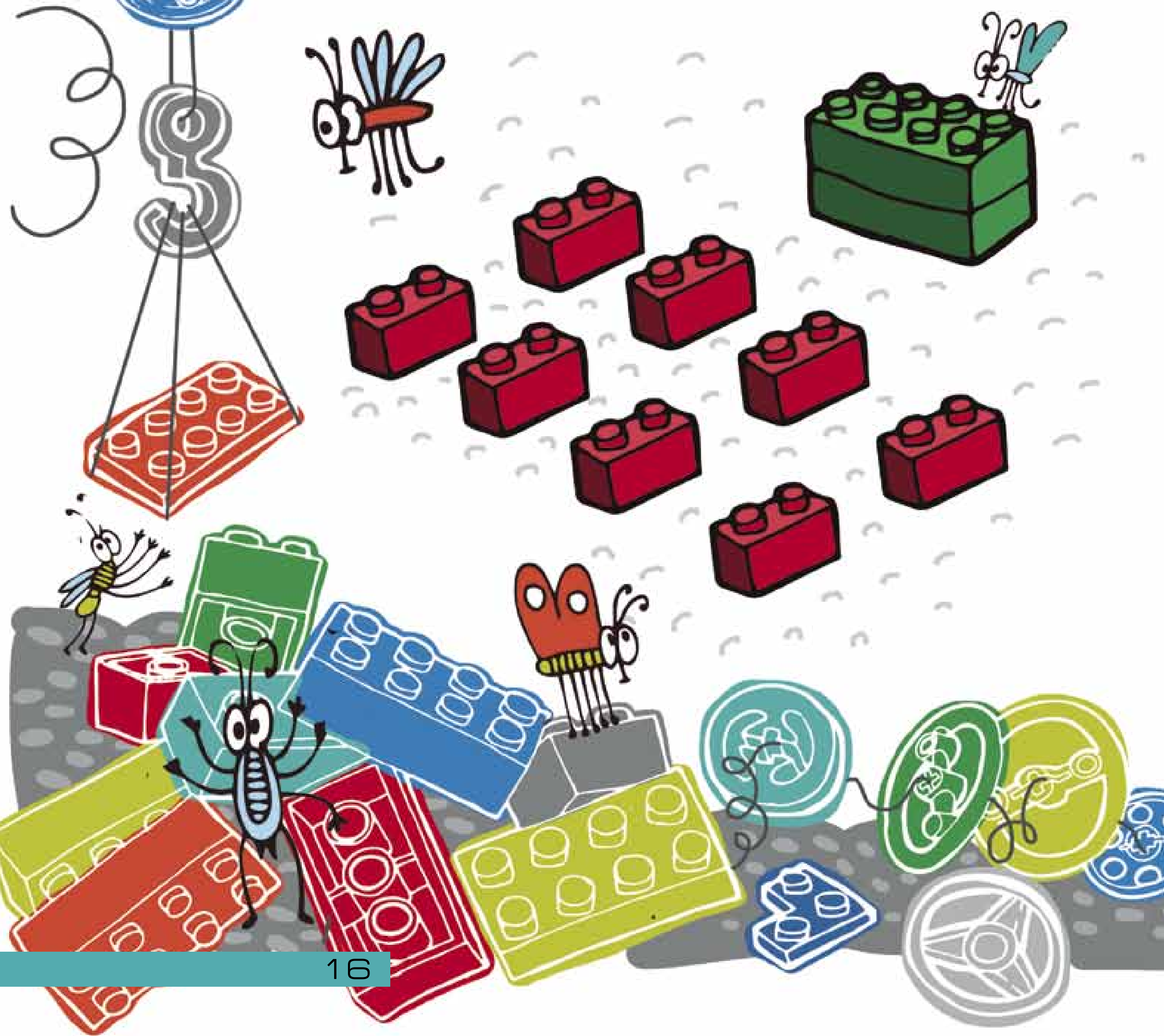
Головоломки из Лего

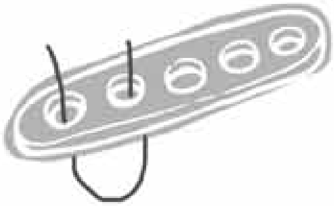
Георгий Жуков

Каждая деталь конструктора состоит из нескольких кубиков со стороной 1. У каждой детали внизу на гранях кубиков есть углубления, а вверху – аналогичные выступы. Поставив один кубик на другой, их можно прочно соединить по выступающей части одного кубика и углублению другого.

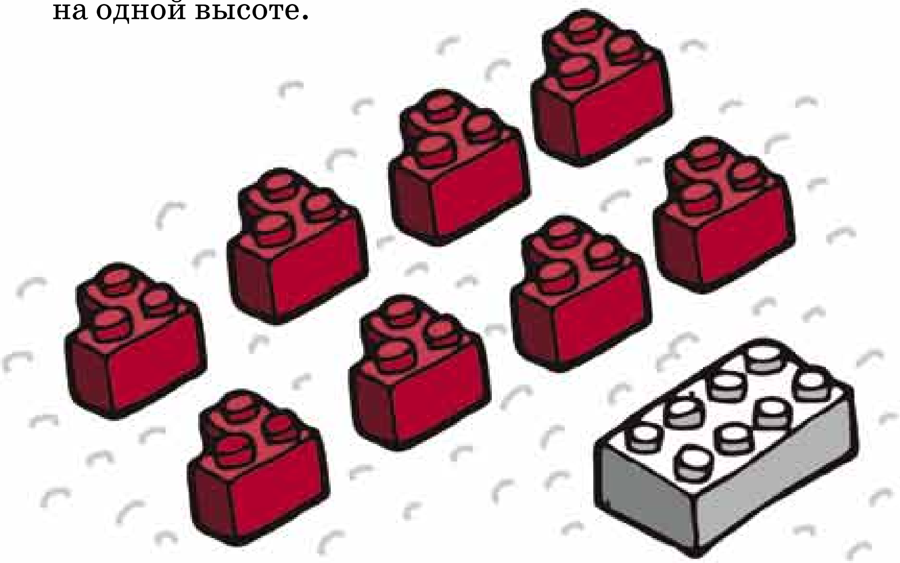
А теперь – несколько головоломок.

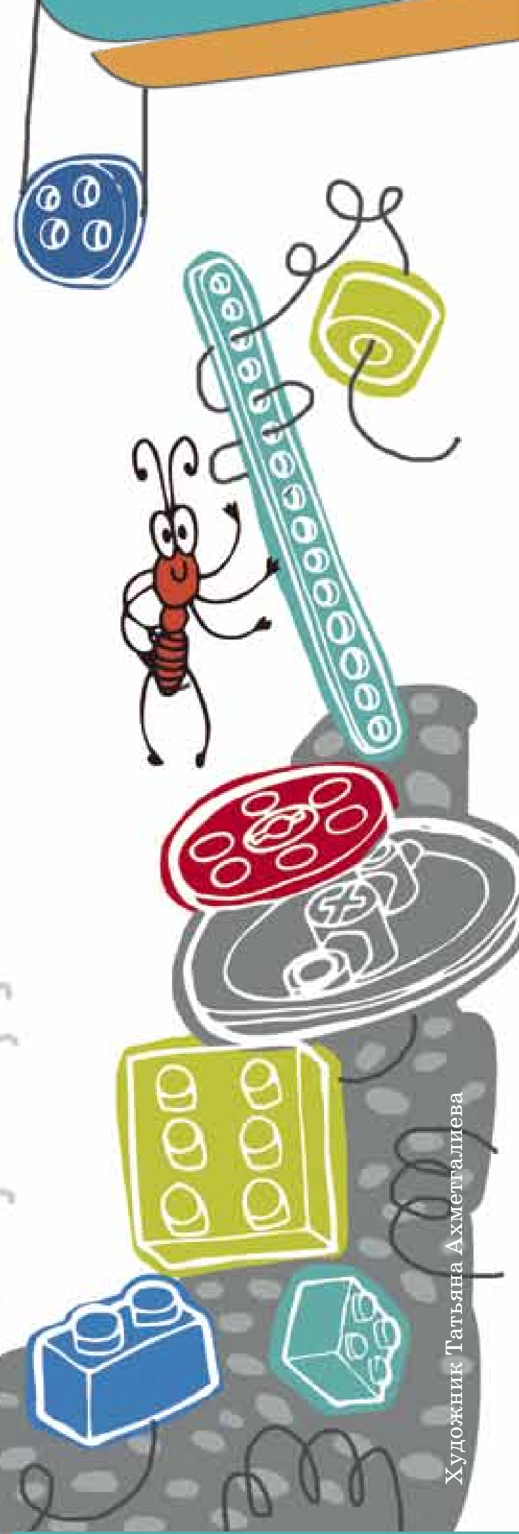
1. Даны 8 красных деталей из двух кубиков. Сложите из них прочную деталь размера $4 \times 2 \times 2$.



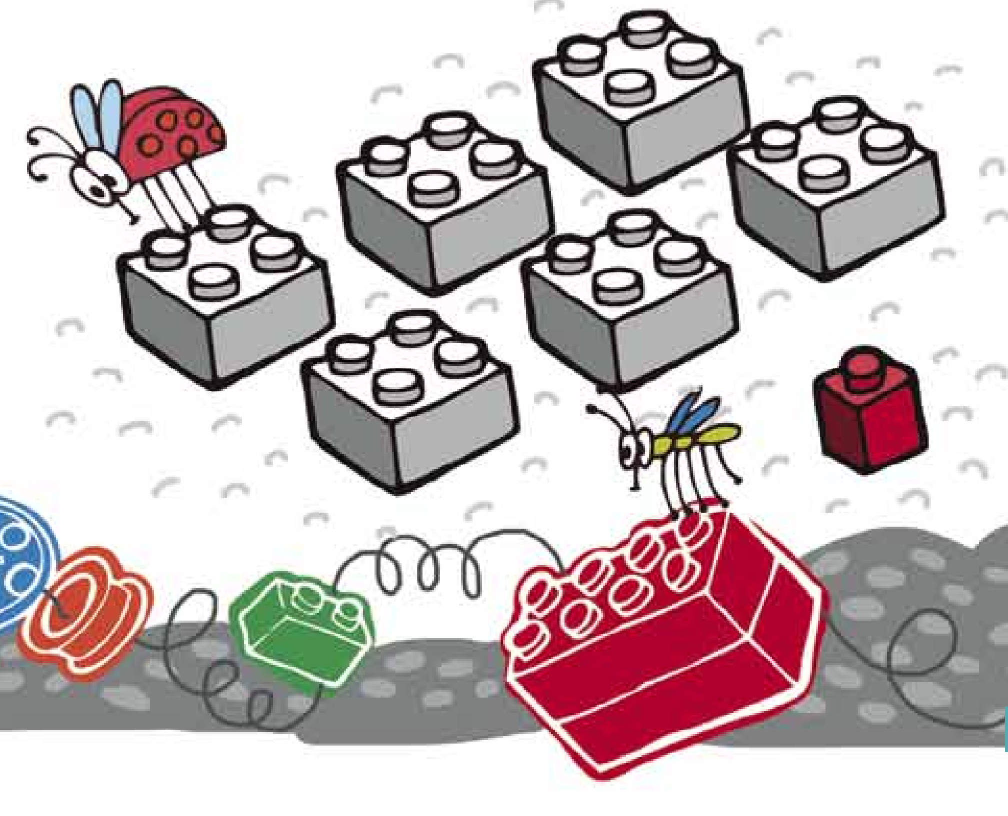


2. Даны 8 красных деталей из трёх кубиков уголком и одна белая деталь из восьми кубиков размера $4 \times 2 \times 1$. Каждую красную деталь прикрепите сверху к белой так, чтобы все красные детали уместились на одной высоте.





3. Даны 6 белых деталей размера $2 \times 2 \times 1$ и один красный кубик со стороной 1. Соберите из этих деталей такую прочную фигуру, чтобы красный кубик не был виден ни с какой стороны.



Художник Татьяна Ахметгалиева

Анастасия Большакова
Александр Белецкий

СКАНИРУЮЩИЙ ЗОНДОВЫЙ МИКРОСКОП

Каждому школьнику знаком оптический микроскоп. Именно с его помощью будущие великие учёные впервые заглядывают в микромир. Но увлекающемуся человеку всегда хочется большего, хочется раздвинуть пределы, недоступные для оптических микроскопов, и из микро- перешагнуть в наномир.

Настоящему учёному в этом помогают электронные и зондовые микроскопы. Некоторые скажут, что у них в школе есть электронный микроскоп, но скорее всего это обычный оптический микроскоп, оснащённый цифровой камерой. В школьной лаборатории можно найти именно его, а никак не электронный микроскоп, который в качестве источника использует пучок электронов и имеет очень внушительные размеры. Выдающиеся представители электронных микроскопов занимают сразу несколько этажей, как, например, микроскоп фирмы JEOL на один мегавольт (рис. 1). На таком оборудовании можно увидеть отдельные атомы! Но излучение электронов может повредить структуру объектов исследования, поэтому для большинства материалов подобный микроскоп не подходит. Да и работать на нём можно, только когда уровень шума в городе достаточно низкий, потому что вибрации от метро, работающих электроприборов и т. д. будут вносить помехи в получаемое изображение.

Так неужели нет прибора, который помог бы школьникам заглянуть в наномир? Такой прибор есть, причём он компактен, не работает с источниками излучения электронов и тоже называется микроскопом, хотя на самом деле им не является. Это сканирующий зондовый микроскоп.

Строго говоря, название «сканирующий зондовый микроскоп» относится к целому семейству приборов. Первым из этого семейства появился сканирующий туннельный микроскоп (СТМ). Его сконструировали сотрудники компании IBM Герд Бинниг и Генрих Рорер в 1981 г., а уже в 1986 г., всего через 5 лет, получили за его создание Нобелевскую премию по физике!

В настоящее время каких только зондовых микроскопов ни существует: магнитно-силовой, электростатический, сканирующий резистивный... Но всех их объединяет общий принцип работы.

Принцип работы

Сканирующий зондовый микроскоп не является микроскопом в привычном смысле этого слова. Он не «увеличивает», а «ощупывает» образец сверхтонкой острой иголкой. Как, например, слепой человек ощупывает окружающие его предметы с помощью своей белой трости, или как патефон скользит по дорожке пластинки своей иголкой. То есть зондовый микроскоп отслеживает профиль, топографию поверхности, строит её трёхмерную модель. Он имеет больше общего с патефоном, чем с обычным микроскопом – оптическим прибором, состоящим из системы линз, осветителя и пр. Конечным «продуктом» работы зондового микроскопа будет не микрофотография, а карта распределения различных регистрируемых параметров: высоты, амплитуды, трения, электрического сопротивления и т. д. Какие параметры регистрируются, зависит от выбранной иголки (зонда, щупа) и применяемого метода.

Как вы догадываетесь, одна из основных частей каждого зондового микроско-

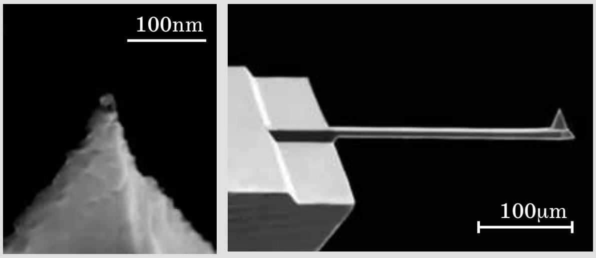


Рис. 2. Слева направо: игла сканирующего зондового микроскопа, игла на кантилевере

Рис. 1. Электронный микроскоп фирмы JEOL

Рис. 3. СЗМ «Фемтоскан-001»

па – это сканирующий зонд, или, попросту говоря, очень острая игла. При контакте зонда и образца на зонд действует сила. Из-за неровностей на поверхности образца эта сила будет меняться при движении зонда.

Зонд располагается на конце кантилевера – упругой балки (рис. 2, 3). Под действием силы кантилевер изгибается. Этот изгиб регистрируется при помощи оптической системы, состоящей из лазера, зеркала и фотодиода, и позволяющей фиксировать даже очень малые изгибы.

На рисунке 4 показана упрощённая схема механической части сканирующего зондового микроскопа. В ней сканирование осуществляется образцом: это значит, что кантилевер остаётся неподвижным, а образец под ним перемещается. Точно передвигать образец, оставляя изгиб кантилевера постоянным, позволяет система обратной связи. Управляется микроскоп специальной компьютерной программой.

ЧТО ТАКОЕ ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ?

«Обратная связь» – не какой-то экзотический научно-технический термин, а весьма полезное реальное явление, с которым все сталкиваются ежедневно. Если в процессе каких-то действий мы можем их подправлять, всё время наблюдая результат, то у нас работает обратная связь. Вот несколько жизненных примеров.

Пример 1. Проверки на дорогах, или Пьянству – бой!

С закрытыми глазами дотроньтесь указательным пальцем до своего носа или постойте на одной ноге. Справиться с этим помогает *отрицательная обратная связь*. Почувствовав, что вас повело в сторону, вы тут же стремитесь в противоположную сторону, исправляя отклонение. Потому такую обратную связь и называют отрицательной. Она часто повышает устойчивость системы.

А вот подвыпивший человек вряд ли выполнит это задание. Обратная

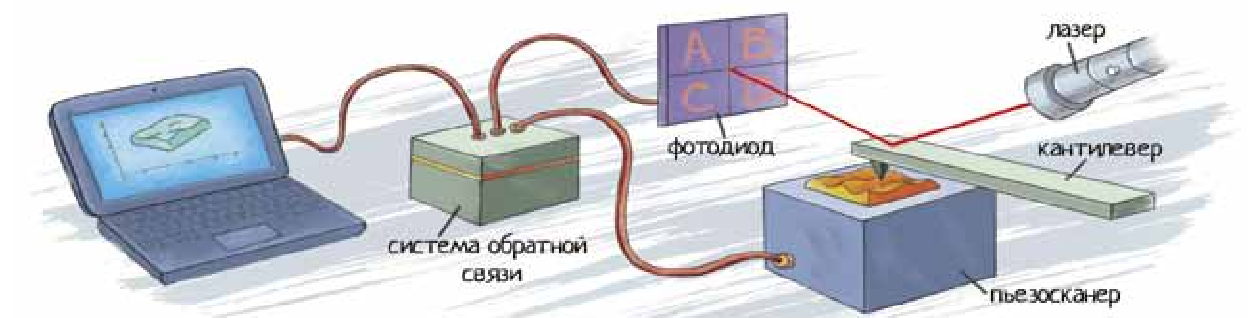


Рис.4. Схема сканирующего зондового микроскопа (масштаб не соблюдён).

связь у него разладилась, и команды мышцам отдаются без оглядки на результат. За рулём это может привести к катастрофе. К счастью, плохо работающая обратная связь у подвыпивших водителей позволяет и легко выявлять их подобными тестами (есть и современные компьютерные способы).

Пример 2. Маленький ребёнок

Человек не рождается с настроенной «обратной связью» и тратит годы на её отладку. Сначала нужно научиться фокусировать взгляд, методом проб и ошибок добиваясь чёткого изображения. Затем заставить ручки и ножки слушаться и делать то, что хочется малышу, а не то, что «хочется» им. Речь развивается тоже с помощью обратной связи.

В этих примерах мы говорили о координации движений, то есть о согласованности в работе различных мышц с органами чувств. Само слово «координация» означает «согласование». Она может нарушаться и в результате болезни (например, инсульта), и тогда её приходится настраивать заново. Есть много способов для развития координации движений: полезно играть на музыкальных инструментах, заниматься лепкой, вязать, собирать пазлы.

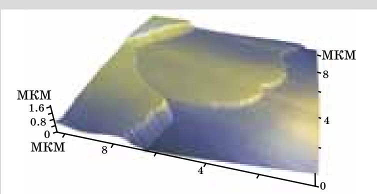
Интересно, что у человека полное развитие координации движений происходит только к 13 – 14 годам.

Пример 3. Магазин

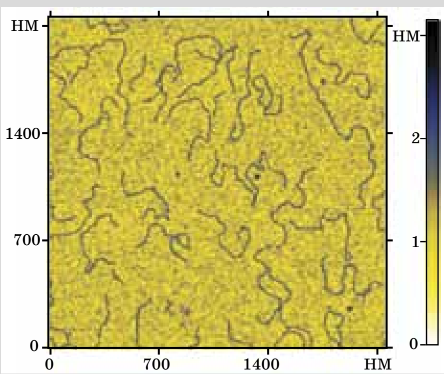
Везде, где от участников требуются согласованные действия, важна обратная связь. Пример – магазин. Чтобы понять, что, когда и почём продавать, нужно знать, что и когда понадобится покупателям и сколько они готовы платить. Например, если какой-то товар быстро разбирают, то надо завозить больше товара, а если он залёживается на полках, то меньше. С помощью такой обратной связи магазин постепенно находит оптимальное количество этого товара для продажи. Похожим образом регулируется цена: чем

Изображения СЗМ объединённой лаборатории зондовой микроскопии в МГУ

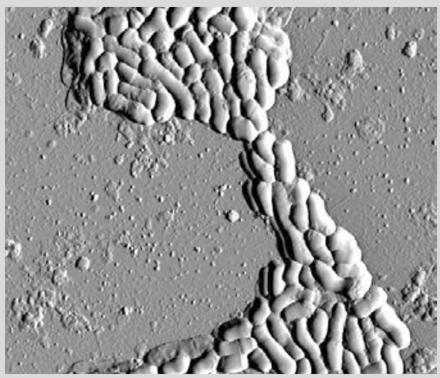
http://www.nanoscopy.net
http://spm.genebee.msu.ru



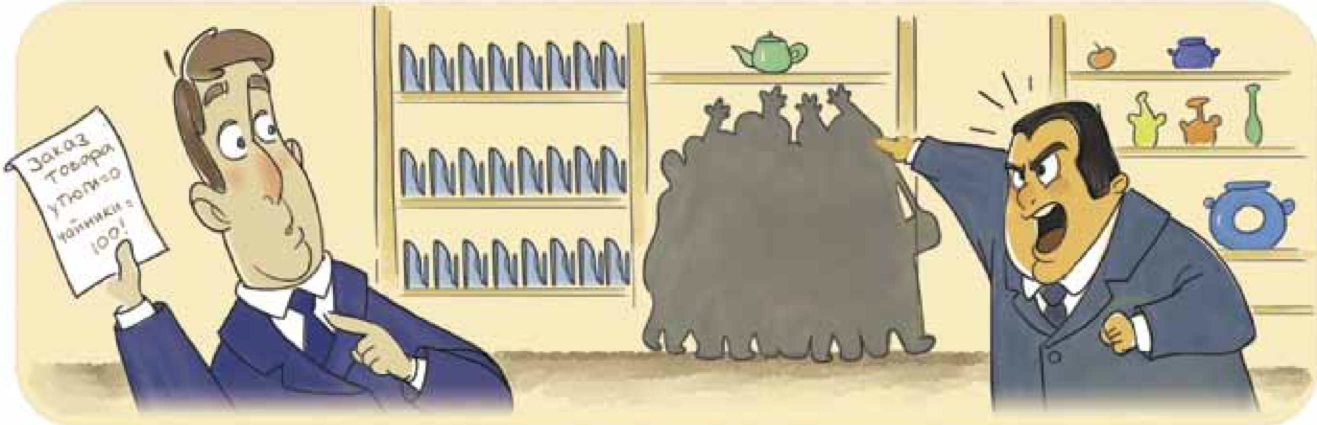
Человеческий волос



Молекулы ДНК



Бактерия Helicobacter pylori на слюде



охотнее покупают продукт, тем больше можно делать цену на него, но чем выше цена, тем меньше будут его покупать.

Пример 4. Микрофон + колонки = ...

Наверное, вы замечали, как иногда микрофоны «фонят»: при этом колонки громко пищат. Так получается из-за положительной обратной связи между микрофоном и колонками. Ведь микрофон «слышит» не только говорящего в него человека, но и результат своей работы – усиленный звук из колонок. Чем громче звучат колонки, тем более громкий звук возвращается в микрофон, заставляя колонки ещё сильнее повышать голос, а тот снова попадает в микрофон, и так далее. Если расположить микрофон близко к колонкам, даже тихие шумы усилятся до оглушительного писка. Здесь обратная связь названа положительной, поскольку увеличение сигнала увеличивает и выдаваемую громкость. Такая обратная связь делает систему неустойчивой.

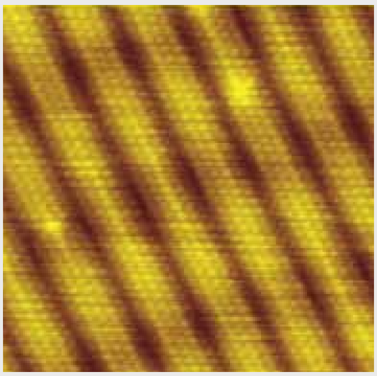
Пример 5. Крылатые ракеты

Крылатая ракета должна лететь по извилистой местности на малой высоте, огибая рельеф. Её можно назвать беспилотным самолётом-бомбой, а вместо пилота у неё – автоматика с отрицательной обратной связью. Едва ракета приблизится к земле, автоматика отруливает в обратную сторону, и наоборот. Благодаря этому ракета стабильно летит низко, но ни во что не врезается.

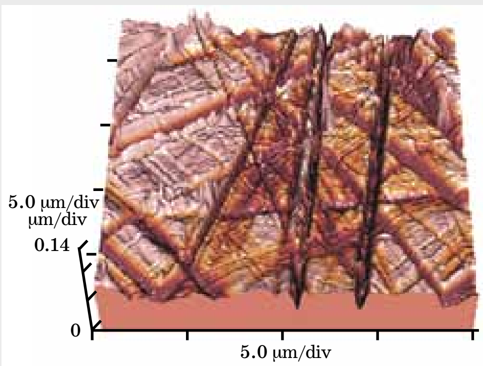
Пример 6. Зондовый микроскоп

Чтобы получить адекватное изображение, игла микроскопа должна располагаться на оптимальном расстоянии от исследуемой поверхности. Отодвинем её слишком далеко – резко снизится точность измерений, пододвинем слишком близко – рискуем испортить образец и саму иглу.

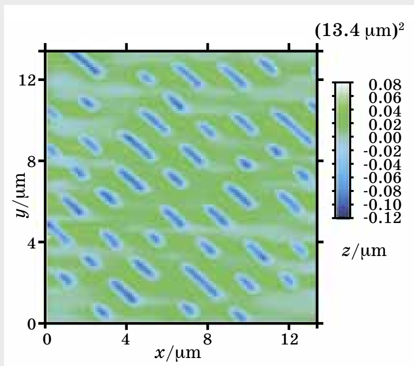
Обратная связь в микроскопе «следит» за тем, чтобы изгиб кантилевера постоянно был такой, будто игла только-только коснулась поверхности.



Монокристалл золота



Поверхность стекла



Запись на компакт-диске

Первое изображение получено на туннельном СЗМ, а два других – на атомно-силовом СЗМ

При малейшем отклонении образец автоматически пододвигается в обратную сторону.

Интересно, что микроскоп, прощупывая рельеф, запоминает в качестве результата не изгиб балки с иглой (он практически не меняется), а усилия мотора, двигающего зонд.

«Такой уж народ эти взрослые, им всегда нужно всё объяснять…»

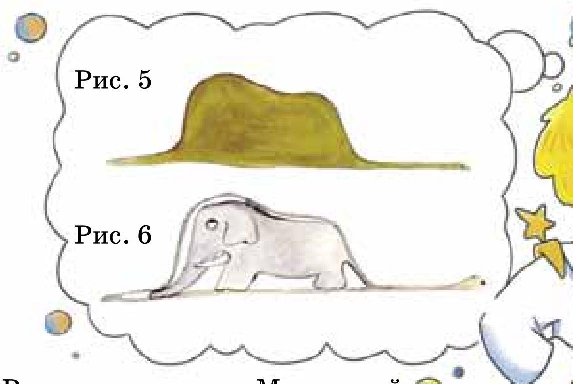
Теперь обратимся к мировой литературе и вспомним сказку «Маленький принц», написанную для детей и взрослых французским лётчиком Антуаном де Сент-Экзюпери. Не случайно все иллюстрации к «Маленькому принцу» выполнил сам автор.

Посмотрите на рисунки 5 и 6. Глядя на рисунок 5, трудно себе представить, что на нём изображена не шляпа, а слон в удаве, но из поясняющего рисунка 6 всё становится понятно.

Сканирующая зондовая микроскопия не может заглянуть внутрь исследуемых образцов, её удел – изучать поверхность. Зондовый микроскоп дал бы изображение, похожее на рисунок 5 (тут в роли образца выступает слон, а в роли микроскопа – удав). Но мы хотим понять, что же там внутри, и как можно точнее проследить исследуемую поверхность.

Что же нужно для этого? Посмотрите на рисунок 7. Глядя на него, многие, кто говорил, что на рисунке 5, изображена шляпа, уже засомневаются: «А шляпа ли это?» – и будут строить новые предположения, делать новые догадки. Но что изменилось? На рисунке 7 удав более плотно прилегает к съеденному им слону. Говоря иначе, лучше прослежена поверхность образца (слона) зондовым микроскопом (удавом), потому что лучше настроена обратная связь.

Кстати, с помощью «Маленького принца» можно познакомиться со многими непонятными и загадочными вещами, например, с таким понятием радиоэлектроники, как «чёрный ящик».



Рисунки из книги «Маленький принц»

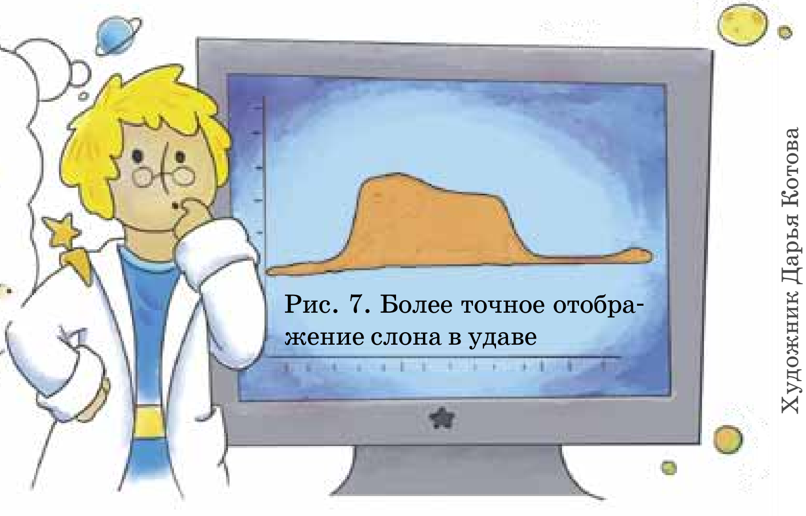
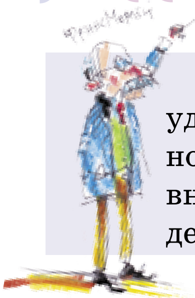


Рис. 7. Более точное отображение слона в удаве

Художник Дарья Котова

Биссектрисы и триссектрисы

Григорий Фельдман



> *Биссектриса – это такая крыса, которая бегает по углам и делит угол пополам.*
>
> *Школьный фольклор*

В каждом треугольнике скрыто множество удивительных фактов. Кажется, достаточно провести несколько замечательных линий, внимательно посмотреть на чертёж – и там будет видна очередная красивая теорема.

Какие бывают замечательные линии? *Биссектриса*, например, – луч, который делит угол на два равных угла (красный луч на рисунке 1 делит красный угол на два равных угла). Оказывается, если провести в треугольнике биссектрисы всех трёх углов, то они пересекутся в одной точке (см. рисунок 2).

У биссектрисы есть близкий родственник. Если на рисунке 1 продлить одну из сторон красного угла, то получится *смежный* с ним угол (зелёный). Теперь можно провести *биссектрису смежного угла* (зелёный луч). Углов, смежных с данным, два; биссектрисы этих двух углов образуют одну прямую.

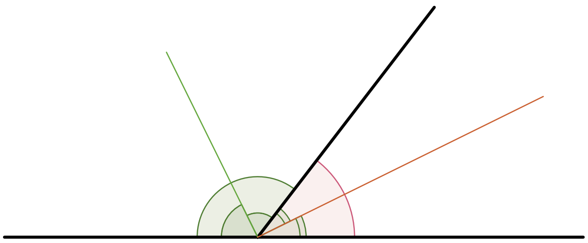


Рис. 1

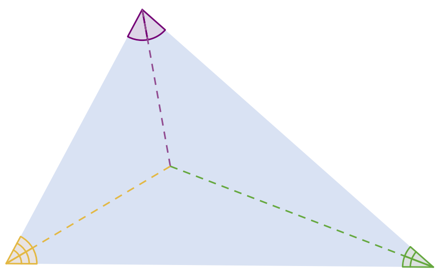
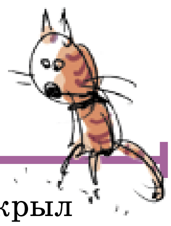
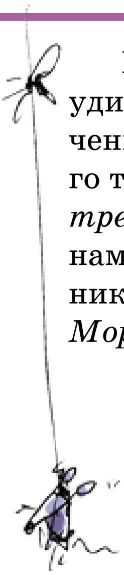


Рис. 2



Другие замечательные линии – это *триссектрисы*. По аналогии с биссектрисами ясно, что это лучи, делящие угол на три равные части (красные лучи на рисунке 3 делят красный угол на три равных угла). Опять же, аналогично биссектрисе внешнего можно рассматривать *триссектрисы внешнего угла* (зелёные лучи на рисунке 3).



В 1904 году Фрэнк Морлей открыл удивительную теорему: точки пересечения триссектрис углов произвольного треугольника образуют *правильный треугольник* – с тремя равными сторонами (см. рисунок 4). Этот треугольник иногда называют *треугольником Морлея*.

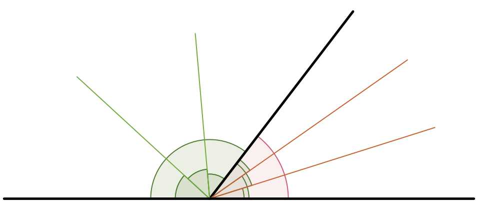


Рис. 3

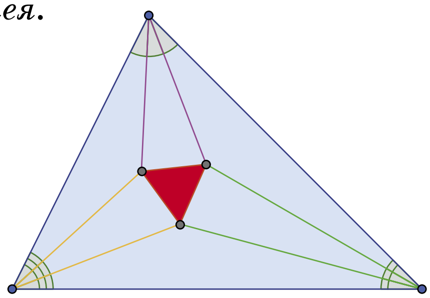


Рис. 4

СМОТРИ!

Давайте проведём в треугольнике все биссектрисы внутренних и внешних углов (см. рисунок 5). Оказывается, образуется четыре точки, через которые проходит по три луча. Одна из этих точек – уже знакомая нам точка пересечения биссектрис. Через каждую из трёх других проходит по две биссектрисы смежных углов и одна биссектриса внутреннего угла.

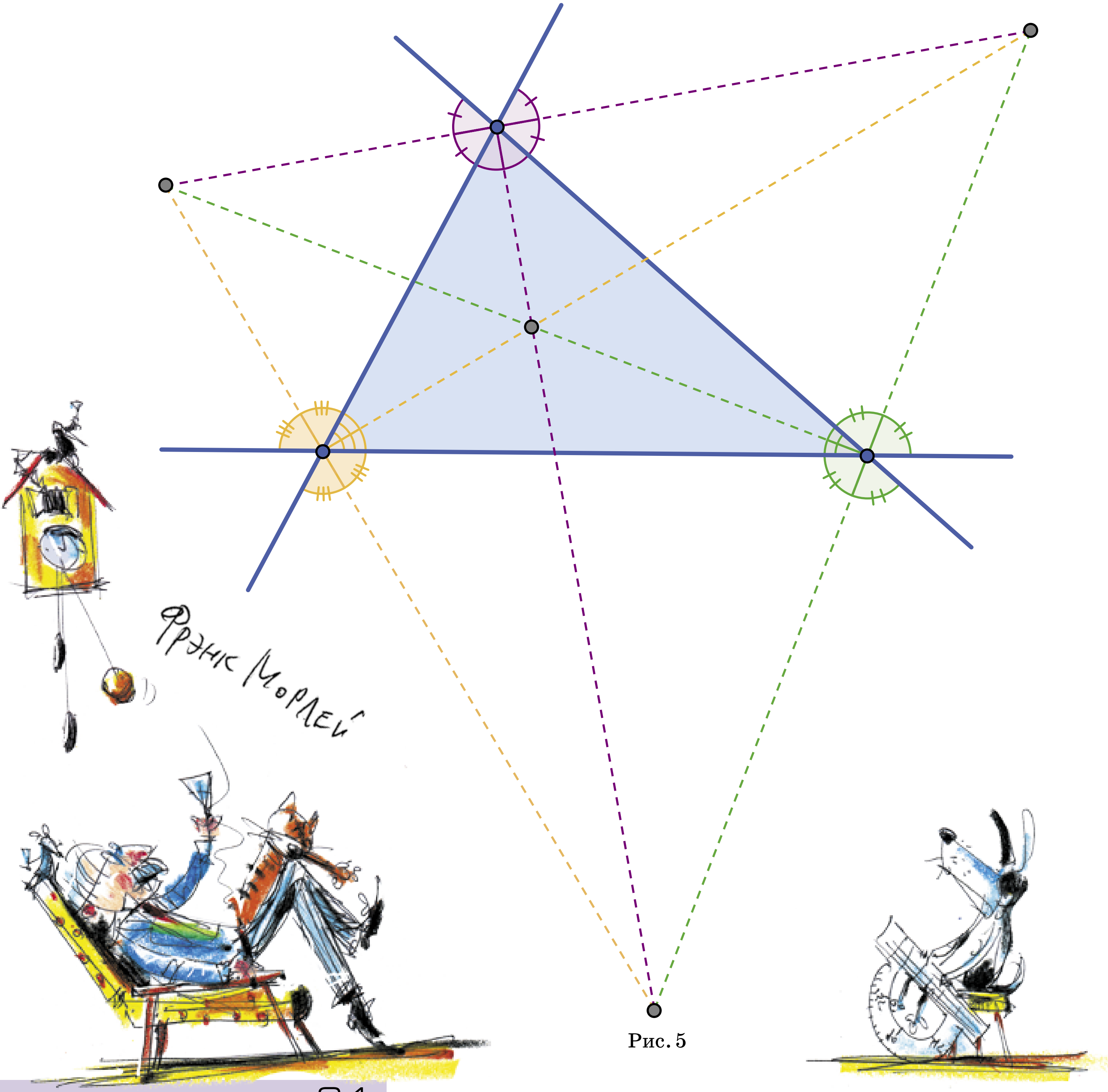


Рис. 5

Если же вдобавок к триссектрисам провести в треугольниках триссектрисы всех смежных углов, то получится ещё несколько точек пересечения. Оказывается, если соединить некоторые из этих точек, то получится красивая картинка из правильных треугольников (см. рисунок 6). Маленький красный треугольничек посередине – это треугольник Морлея. Удивительно, что его стороны параллельны соответствующим сторонам больших правильных треугольников.

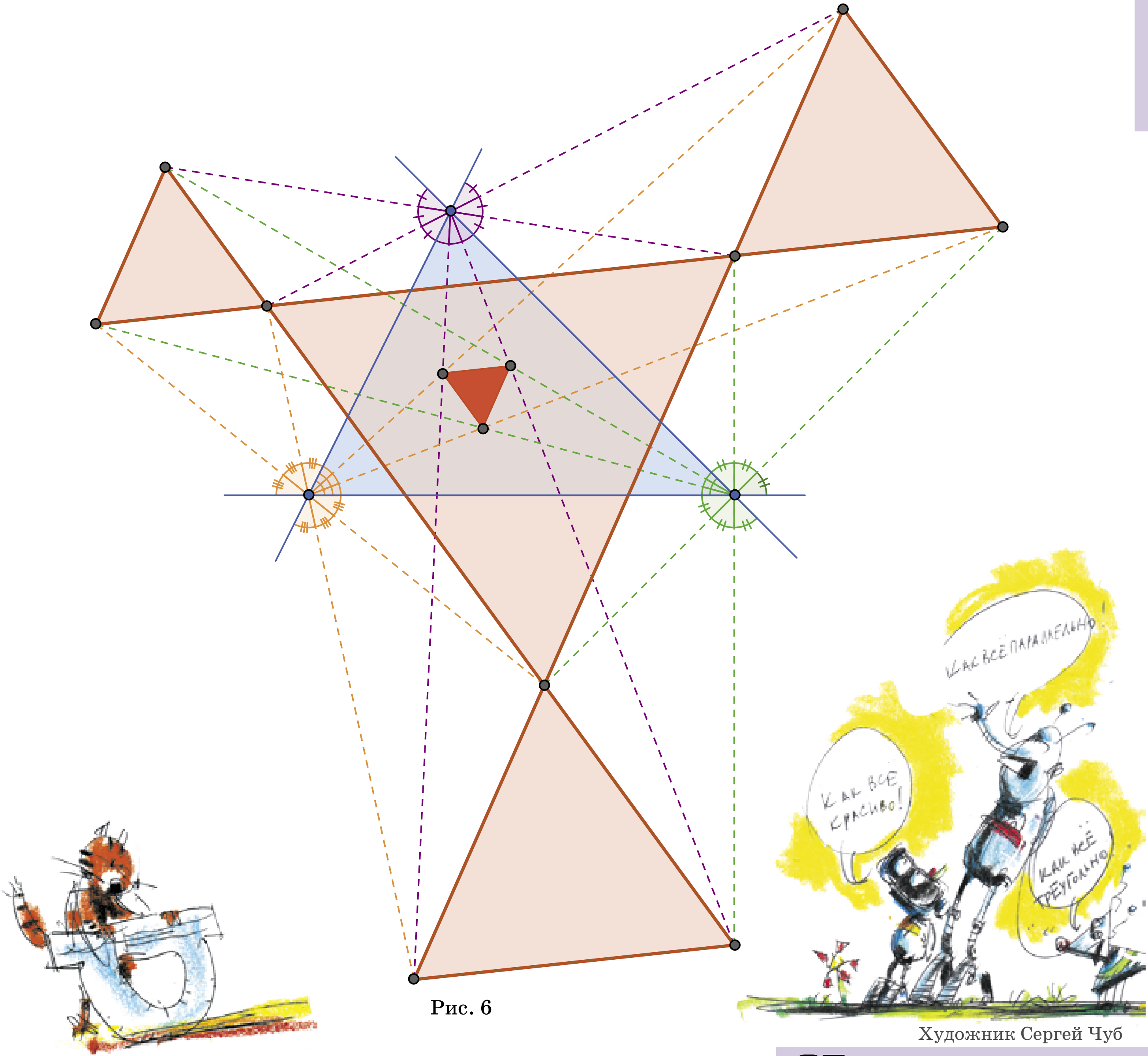


Рис. 6

Художник Сергей Чуб

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

В какую сторону крутится Земля?

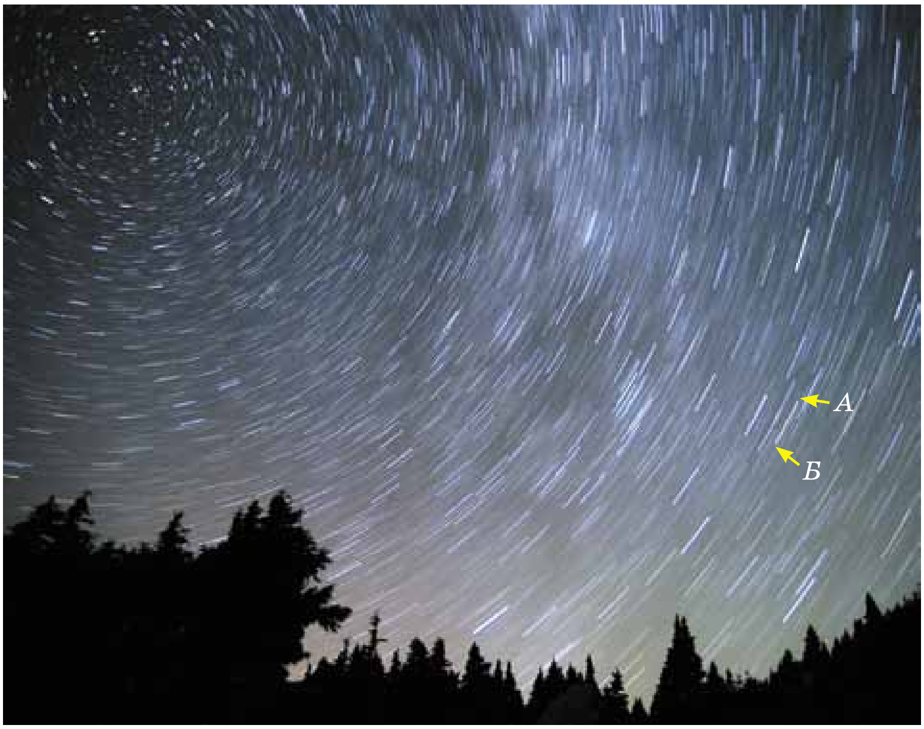
Максим Прасолов

Ответ к задаче-картинке из «Квантика» №8 за 2013 год

Утром солнце восходит, потом катится по небосклону, а вечером заходит за горизонт. Но давайте посмотрим на это совсем по-другому! Представим себе далёкое неподвижное Солнце и Землю, которая подобно человеку, желающему получить равномерный загар со всех сторон, медленно вращается вокруг своей оси, совершая один оборот за 24 часа.

Ось вращения Земли проходит через северный и южный полюсы. Но куда уносит этим вращением земные тела, на восток или на запад? Предположим, что вы встали рано утром и смотрите на рассвет. Вы наблюдаете солнце, конечно же, на востоке. Потом солнце будет подниматься. Это означает, что вращением Земли вас уносит к солнцу, то есть на восток.

На фотографии Земли (вверху страницы) восток находится справа, а запад – слева. Значит, например, Аравийский полуостров на фотографии будет сдвигаться вправо.



Фотография сделана в северном полушарии. Фотограф: Robert Knapp

Итак, чтобы ответить на непростой вопрос, мы воспользовались простым жизненным наблюдением – тем, что солнце восходит на востоке.

А теперь – ещё одна загадка. Если вы хорошо разобрались в том, куда вертится Земля, ответьте на такой вопрос. Перед вами фотография звёздного неба, сделанная с большой выдержкой (фотоаппарат полчаса снимал небо). Где была звезда, когда фотограф начинал съёмку – в положении *А* или *Б*?

! душа требует душа !

Словечки

выпуск 9

Сергей Федин

В прошлую нашу встречу (см. «Квантик» №5, 2013) мы говорили о палиндромах, то есть таких текстах, которые одинаково читаются в обе стороны – как слева направо, так и справа налево. Тогда мы успели познакомиться только с двумя видами палиндромов – слоговыми (читаем в обе стороны по слогам) – например: *Лихачи на всех начихали* (В. Силиванов) – и буквенными (читаем туда и обратно по буквам) – например: *Ем, увы, в уме* (Д. Авалиани).

А бывают ли другие виды палиндромов? Конечно, бывают! Ну, например, *словесные палиндромы* (или *словодромы*) – которые читаются одинаково туда и обратно по словам. Оказывается, есть и такие фразы, а одна из них, самая знаменитая, была даже в первой советской азбуке «Долой неграмотность: Букварь для взрослых», вышедшей в далёком 1919 году. Вот она: МЫ НЕ РАБЫ, РАБЫ НЕ МЫ! Другой пример – в заголовке этой заметки (если поставить ударения, то он выглядит так: *!душá требует дýша!*)

Словесных палиндромов известно много больше, чем, скажем, слоговых. Есть даже стихи-словодромы (один из них написал знаменитый поэт Серебряного века Валерий Брюсов) и, ты не поверишь, целый фантастический рассказ Михаила Пухова «Палиндром в антимир» (1971), точно так же читающийся с конца по словам. Начинается он словами «*Звездолёт пожирает пространство. Ускоряется. Ускоряется. Ускоряется всё время. Темнота. Кругом звёзды Галактики. Земля далеко позади...*», а заканчивается, естественно, так: «*Позади – далеко – Земля, галактики, звёзды. Кругом – темнота. Время всё ускоряется, ускоряется, ускоряется... Пространство пожирает звездолёт*». Интересно, что в самом начале автор рассказа пишет: «Есть гипотеза, что в антимире – если он существует – время течет вспять. Поэтому предлагаемая миниатюра, посвящённая полёту космонавтов в такую область Вселенной, написана палиндромом – она одинаково читается как с начала, так и с конца». И действительно, из-за того, что палиндром всё время возвращает

нас к началу, в прошлое, некоторые считают его словесной машиной времени…

Палиндромы придумывали уже древние греки, а от них увлечением переворачивать слова «заразились» римляне. Именно они стали придумывать суперпалиндромы, или палиндромные квадраты, – их можно читать четырьмя разными способами! Самому известному из них почти две тысячи лет, его считали волшебным и часто писали на стенах храмов для защиты от тёмных сил. Посмотри, читая по строчкам или столбцам, с начала или с конца, получишь одну и ту же латинскую фразу: SATOR AREPO TENET OPERA ROTAS (Сеятель Арепо с трудом держит колёса).

Интересно, что в те давние времена палиндромы часто записывали на чашах (по кругу) – в какую сторону ни повернёшь её, читается одно и то же. Правда, и палиндромы были особыми – круговыми, их ещё называют *круговертнями*. Достаточно одного примера (автор Г.О.П.): ***Браво, повар***!

Ты можешь спросить, а нет ли таких «неправильных» палиндромов, которые в обратную сторону читаются не точно так же, а с другим, может быть, даже обратным смыслом? А то как-то скучно повторять одно и то же…

Есть, есть, оказывается, и такие «несимметричные» палиндромы! Называются они *оборотнями* и встречаются крайне редко. И все-то они какие-то «невоспитанные», с двойным дном. Посмотри на этот внешне безобидный оборотень, придуманный мной уже после тех времен, когда нашей страной управлял не президент, а Генеральный секретарь (сокращенно генсек): ***На Ритке снег***. Вроде бы безобидная фраза, а обратно получается: ***Генсек – тиран!*** Во времена генсека Сталина (он и в самом деле был тираном) за такую шутку можно было лишиться жизни.

А вот ещё удивительный «хулиганский» оборотень Сергея Гайдарова: ***Я ударю дядю, тётю радуя***. При обратном прочтении и смысл переворачивается: ***Я ударю тётю, дядю радуя***!

Но оставим двусмысленные и лукавые оборотни в покое и познакомимся с другими экзотическими видами палиндромов. Вот, например, *вертикальные палиндромы*. Так называются особые, хитро написанные

слова или фразы, которые точно так же читаются не слева направо, как обычные «горизонтальные» палиндромы (слоговые, буквенные или словесные и т. д.), а... вверх ногами! Один из самых коротких (дизайн Сергея Орлова) приведён вверху на полях. Что так повернёшь эту надпись, что этак, получится одно и то же слово «Бог».

Ещё один вертикальный палиндромчик теперь уже на английском. Его придумал и нарисовал Джон Лэнгдон. И так, и сяк получается *astronomy*, то есть *астрономия*.

Если ты читал первый выпуск «слОВЕЧЕК» (см. «Квантик» №3, 2012г.), то, конечно, догадался, что вертикальные палиндромы – частный случай листовертней, переворачивающихся вверх ногами надписей. Хотелось бы ещё о них поговорить, но что-то у меня от этих переворотов голова закружилась. Так что вернёмся на Землю, к обычному способу чтения и к обычным словам и... цифрам.

Да, да, из цифр тоже можно сооружать палиндромы (они так и называются *цифровыми палиндромами*), как это сделал, например, поэт Герман Лукомников.

12345678+87654321=99999999=12345678+87654321

Красивое двойное равенство, ничего не скажешь, но мне как-то ближе буковки. А с ними можно палиндромить сколько душе угодно, что прекрасно доказывает этот «бесконечный палиндром» Витольда Либо.

У рояля «ля-ля-ля... ...ля-ля» ору.

Вставляя внутрь этой «музыкальной» фразы нужное число «ля-ля-ля», ты можешь получить палиндром какой угодно длины, хоть в миллион слов!

Подобно этому бесконечному палиндрому разговор о «бегущих обратно» фразах тоже можно продолжать бесконечно – есть ведь ещё палиндромы звуковые, арочные, палиндромы-биизы, микропалиндромы и бог ещё знает какие. Но, думаю, и рассказанного сегодня вполне достаточно для того, чтобы попробовать придумать свой собственный перевёртыш. А ведь ты попробуешь, не правда ли?

Художник Анастасия Мошина

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 7)

31. *Заяц соревновался с черепахой в беге на 100 м. Когда заяц прибежал к финишу, черепахе оставалось пробежать ещё 90 м. На сколько метров надо отодвинуть назад стартовую линию для зайца, чтобы при новой попытке оба бегуна пришли к финишу одновременно?*

Решение. Пока заяц бежал 100 м, черепаха пробежала 10 м, то есть заяц бежит в 10 раз быстрее. Тогда пока черепаха будет бежать 100 м, заяц пробежит $10 \cdot 100 = 1000$ м, то есть линию надо отодвинуть на 900 м назад.

32. *Один странный мальчик по средам и пятницам говорит только правду, по вторникам всегда лжёт, а в остальные дни может и солгать, и сказать правду. Семь дней подряд мальчика спрашивали, как его зовут. Первые шесть ответов, по порядку, были таковы: Женя, Боря, Вася, Вася, Петя, Боря. А как он ответил на седьмой день?*

Решение. Запишем все семь ответов подряд по кругу (один мы пока не знаем). Среди них есть два одинаковых правдивых ответа, идущие через один – которые мальчик дал в среду и в пятницу. Но среди шести известных нам ответов таких нет. Значит, на седьмой день мальчик ответил правду, и в тот день была среда или пятница. Если это была среда, то в предыдущую пятницу он ответил «Боря», и вчера (во вторник) – тоже ответил «Боря». Этого быть не может – ответы одинаковые, но по средам мальчик говорит правду, а по вторникам лжёт. Получается, что седьмой день – пятница. Тогда в среду (на пятый день) мальчик ответил правду. Значит, он Петя и назовёт это имя на седьмой день.

33. *Как повесить штору на карниз аккуратно? Вначале вешаем на крайние крючки края шторы. Потом, оттягивая штору, находим её середину и вешаем на средний крючок. То же самое проделываем с каждой половиной, и так далее. При каком числе крючков на карнизе удастся повесить штору по такому методу? (Дайте простое описание таких чисел.)*

Ответ: $2^n + 1 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{n \text{ раз}} + 1.$

Решение. Давайте называть число крючков, при котором штору можно повесить по описанному методу, удобным. Пусть на карнизе число крючков удобное. Тогда там есть средний крючок. Он как бы делит штору на две одинаковые шторки: у одной он будет самым правым крючком, а у другой – самым левым. И обе эти шторки тоже можно повесить по нашему методу! Значит, числа крючков в них тоже удобные. Если в шторках по N крючков, то во всей шторе будет $2N-1$ крючков. Запомним эту формулу!

Самое маленькое удобное число – это 3. Следующее получается по формуле $2N-1$ из какого-то меньшего удобного числа. Но меньшее число одно – это 3, значит, следующее будет $2 \cdot 3 - 1 = 5$. Третье удобное число тоже получается по формуле из меньшего – но не из 3 (так выйдет снова 5), а из 5. Получается $2 \cdot 5 - 1 = 9$. Такими же рассуждениями получаем дальнейшие числа: 17, 33, 65,...

Но как бы попроще их описать? Подметим закономерность: $3 = 2 + 1$, $5 = 2^2 + 1$, $9 = 2^3 + 1$, и так далее: каждое следующее число на единицу больше очередной степени двойки. Будет ли эта закономерность сохраняться и дальше? Проверяем по формуле: $17 = 2 \cdot (2^3 + 1) - 1 = 2^4 + 2 - 1 = 2^4 + 1$. Следующее число $33 = 2 \cdot (2^4 + 1) - 1 = 2^5 + 1$, и так далее. Видно, что n-е удобное число равно $2^n + 1$.

34. *Можно ли нарисовать на листе бумаги четыре равных квадрата и две перпендикулярные прямые так, чтобы квадраты не перекрывались (даже не касались) и каждая прямая пересекала каждый квадрат по отрезку?*

Решение. Можно – например, так, как показано на рисунке 1.

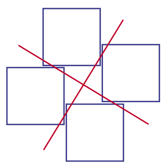


Рис.1

35. *а) В гостиницу на неделю приехал путешественник. У него вместо денег нашлась лишь серебряная цепочка из 7 звеньев. Хозяин требует платить по одному звену в день без задержек, готов давать сдачу ранее полученными кусками цепочки, но вперёд плату не берёт. Путешественник распилил на цепочке всего одно звено так, что ему удалось расплачиваться все 7 дней. Как он это сделал?*

б) В следующий раз у путешественника оказалась цепочка из 23 звеньев. Можно ли распилить всего два звена, чтобы расплачиваться потом ежедневно 23 дня?

Решение. а) Нужно распилить 3-е звено, тогда цепочка распадётся на 3 куска, состоящих из 1, 2 и 4 звеньев. Проверьте, что всё получится.

б) Надо придумать, на какие куски разделить цепочку, чтобы с их помощью можно было набрать любое число звеньев от 1 до 23. Тогда путешественник может просто каждый раз отдавать все свои куски хозяину, а тот выдаст сдачу, вернув лишние куски. Оказывается, достаточно распилить 4-е и 11-е звенья. Тогда цепочка распадётся на 5 кусков: два единичных (распиленных) звена и ещё куски по 3, 6 и 12 звеньев. Проверьте сами, что всё получается.

ИГРЫ

11 а). Выигрывает первый. Своим начальным ходом он закрашивает центральную клетку полоски (8-ю от края). Полоска как бы делится на две равные части. А дальше на любой ход второго в какую-то часть полоски первый отвечает таким же ходом в другую её часть (ходит симметрично).

11 б). Тут годится почти такое же решение, что и в пункте а), только первый своим начальным ходом закрашивает не одну, а две центральные клетки (10-ю и 11-ю от края).

12. Выигрывает второй: после любого хода первого он будет возвращать фишку на диагональ (ведущую из левого нижнего угла доски в правый верхний угол). То есть на любой ход первого по горизонтали второй отвечает таким же ходом по вертикали, и наоборот. (Сравните с задачей 3.)

13. Выигрывает второй, в обоих пунктах. Пусть первый сделал свой начальный ход. Каким бы он ни был, в ромашке появится «дырка» на месте вырванного лепестка (или двух). В результате ромашка превратится как бы в ряд из лепестков, и в этом ряду можно срывать один или два соседних лепестка. Тогда второй смотрит, сколько лепестков в центре «полоски» – один или два, и срывает их. А дальше ходит симметрично первому. (Сравните с задачей 11.)

14. Выигрывает первый. Сначала он сдвигает фишку на 19 клеток влево (в противоположный конец). Остались возможными ходы на 1, 2, ..., 17, 18 клеток. Разобьём их на 9 пар, в каждой сумма равна 19: 1 и 18, 2 и 17, ..., 9 и 10. Пусть первый в ответ на ход второго отвечает парным ходом в ту же сторону. Суммарно фишка сдвинется на 19, то есть снова окажется в конце полоски. Через 9 пар таких ходов-ответов пары закончатся, и второй не сможет сделать ход.

15. Первым ходом ладья отходит влево на соседнюю клетку – в средний столбец. Если слон пойдёт в средний столбец, то ладья его сразу побьёт. Иначе ладья сдвигается вверх так, чтобы между строкой со слоном и строкой с ладьёй оказалась ровно одна свободная строка (рис. 2).

Рис.2

Слон не сможет сдвинуться ни в эту свободную строку, ни в строку или в столбец с ладьей, и вынужден отступить обратно в угол. Тогда ладья сдвигается на две клетки вперёд и запирает слона – куда бы он ни пошёл, следующим ходом ладья его побьёт.

16. Выигрывает второй. Разобьём всю доску, кроме центральной клетки, на доминошки – например, так, как показано на рисунке 3. Каждым ходом первый сдвигает фишку на какую-то клетку какой-то из доминошек. Пусть второй ответным ходом сдвигает фишку на другую клетку этой же доминошки. Тогда у него всегда будет возможность сделать ход, и значит, он выиграет.

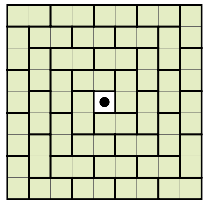


Рис.3

ГОЛОВОЛОМКИ ИЗ ЛЕГО

1. Сложите две фигурки $4\times2\times1$ как на рисунке 4, а потом поставьте одну на другую.

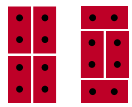


Рис.4

2. Решение – на рисунке 5.

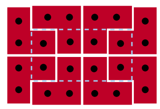


Рис.5

3. Сначала приставьте к красному кубику 4 белых детали с четырёх сторон, чтобы он был виден только снизу и сверху (рис. 6). Потом приставьте по детали сверху и снизу (они показаны на рисунке 6 пунктиром).

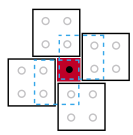


Рис.6

В КАКУЮ СТОРОНУ КРУТИТСЯ ЗЕМЛЯ

Неподвижная звезда на фото – это Полярная звезда, она указывает север. Поэтому восток по правую руку от фотографа. Вращением Земли фотографа уносит на восток. Значит, звёзды на небе крутятся против часовой стрелки вокруг Полярной. Выходит, в начале съёмки звезда, о которой задан вопрос в статье, была в положении Б. Более подробный ответ читайте в следующем номере.

НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 5 октября по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

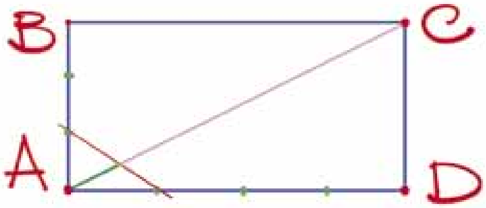
IX ТУР

41. Какая цифра встречается реже всего при записи первых ста натуральных чисел? А какая – чаще всего?

42. У хозяйки было два клетчатых коврика: 6×6 клеток и 8×8 клеток. Она решила сделать из них один коврик 10×10 клеток. Может ли она добиться этого, разрезав каждый коврик не более чем на две части и не повредив ни одной клеточки?

43. Три спортсмена стартовали одновременно из одной точки круговой дорожки. Через некоторое время они вновь одновременно оказались в точке старта. Известно, что за это время самый быстрый спортсмен обгонял самого медленного 23 раза (обгон в момент старта не учитываем). Сколько всего за это время было случаев, когда один из спортсменов обгонял другого? Спортсмены бегут равномерно, с различными скоростями.

44. Дан прямоугольник $ABCD$. Проведена прямая, которая отсекает от стороны AB одну треть, а от стороны AD – одну четверть, считая от вершины A. Какую часть эта прямая отсекает от диагонали AC?



45. а) На столе лежат две кучки по 20 спичек в каждой. Петя и Вася играют в такую игру. Первым ходом Петя перекладывает одну спичку из какой-то кучки в другую, затем Вася тоже перекладывает одну спичку из какой-то кучки в другую. Вторым ходом Петя, а потом Вася, перекладывают уже по две спички, третьим ходом – по три, и так далее. Побеждает тот, после хода которого либо все спички впервые окажутся в одной кучке, либо соперник не сможет сделать свой ход. Придумайте для одного из игроков стратегию – как ему играть, чтобы всегда выигрывать (при любой игре его соперника).

б) Та же задача, но изначально в кучках по 25 спичек.

Художник Леонид Гамарц

Запутавшийся удав

Очень длинный удав Толя глубоко засунул голову в одну нору, а хвост – в другую. Туловище его снаружи запуталось, как на рисунке. Как Толе распутаться, не высовывая до конца ни хвоста, ни головы из нор, если он ползает только брюхом вниз?

Автор: Хасслер Уитни
Художник Ольга Демидова