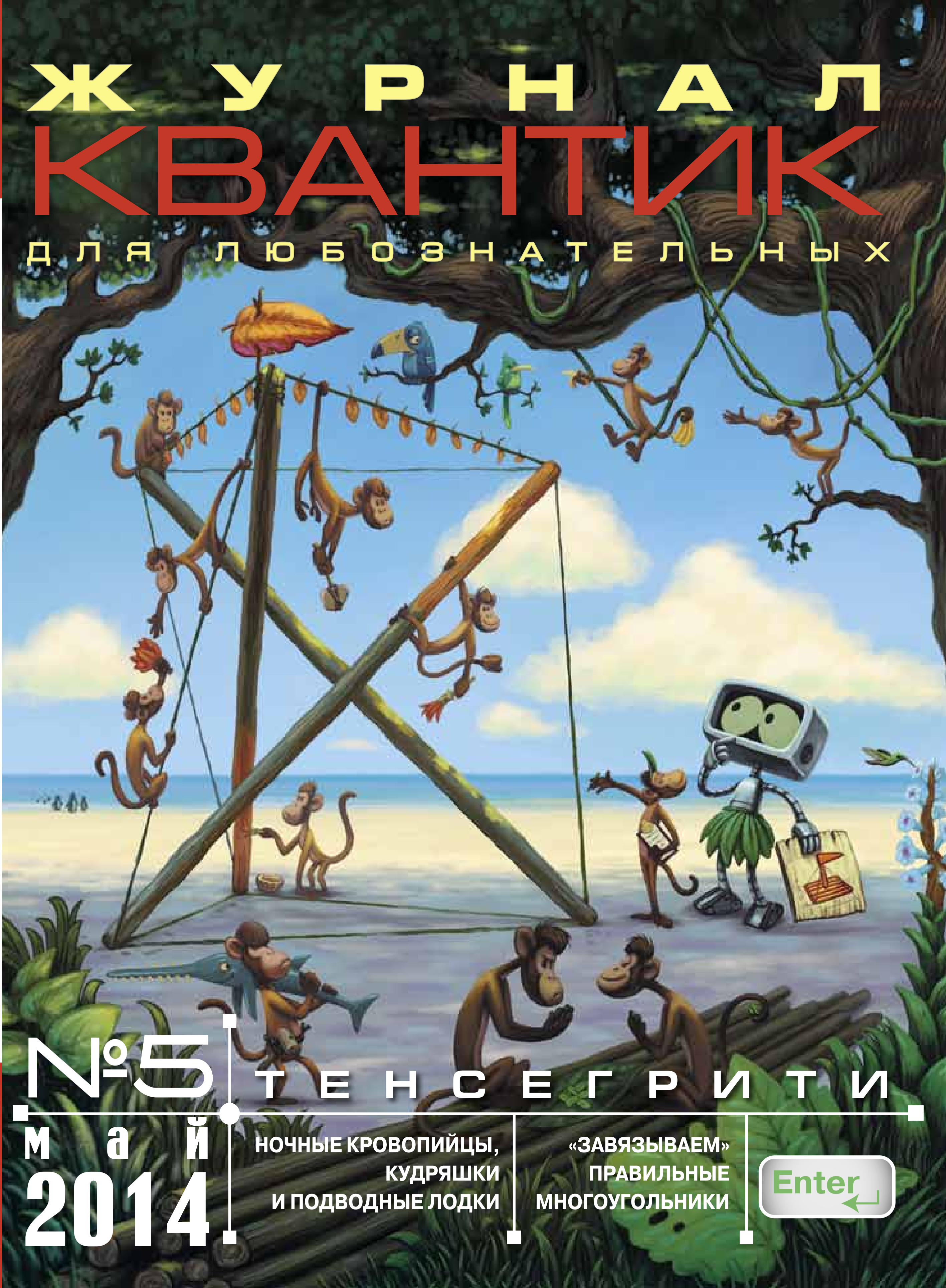
ЖУРНАЛ

КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ



№5

ТЕНСЕГРИТИ

май 2014

НОЧНЫЕ КРОВОПИЙЦЫ, КУДРЯШКИ И ПОДВОДНЫЕ ЛОДКИ

«ЗАВЯЗЫВАЕМ» ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Enter

№ 5| май 2014

Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)

e-mail: kvantik@mccme.ru

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу Роспечати.

Почтовый адрес: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик». Подписной индекс: 84252

Первые три выпуска
АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»
с материалами номеров 2012 года и первого полугодия 2013 года, а также все остальные вышедшие номера можно купить в магазине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»
по адресу: г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11,
http://biblio.mccme.ru
или заказать
по электронной почте:
biblio@mccme.ru

ISSN 2227-7986
9 772227 798145 05

www.kvantik.com
@ kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

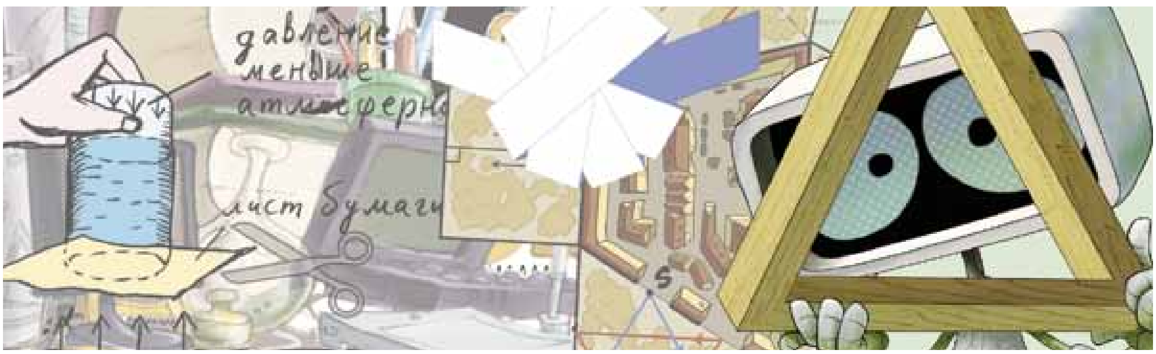
Появилась подписка на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Екатерина Антоненко, Александр Бердников, Алексей Воропаев, Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Главный художник: Yustas-07
Верстка: Ира Гумерова, Рая Шагеева
Обложка: художник Евгений Паненко
Формат 84х108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 3000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83. e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ



Новые приключения Буратино

Когда Буратино был совсем маленьким, на прогулки его водил папа Карло. Но вот Буратино подрос и стал ходить в начальную школу. А у старого Карло как раз появилось много заказов на изготовление деревянной мебели, работы прибавилось, а свободного времени соответственно убавилось. Вот тогда стал Буратино просить отпустить его погулять одного.

– Папа Карло, наш городок со всех четырёх сторон окружают такие прекрасные леса, рощи и парки, похожие на леса! Там так чудесно! Позволь мне туда отправиться! А чтоб не заблудиться, я возьму с собой компас!

– Что ж, – отвечал его отец, – ты у меня не маленький, но я тебе дам не компас, а GPS-навигатор. Вот завтра для начала побывай в Квадратном лесу, а навигатор я настрою так, чтоб он тебе показывал направление, перпендикулярное сторонам этого леса.

И вот Буратино после школы отправился в Квадратный лес.

– Ну, как прогулка? – спросил его папа Карло. Понравилась?

– Да, конечно, только я один и тот же путь от края до края прошёл дважды, туда и обратно (рис.1). Вышел из стартовой точки S и в неё же и возвратился. Можно выбрать более интересный маршрут?

– Можно. Отправляйся завтра в Четырёхугольный лес. А навигатор будет показывать тебе направления вдоль диагоналей этого четырёхугольника.

Вышел Буратино из городских ворот, тут же оказался на опушке леса и включил навигатор. Дошёл до одной стороны четырёхугольника, потом до другой и так далее, всё время двигаясь параллельно диагоналям четырёхугольника. И что удивительно, он оказался вновь в начале своего пути – в стартовой точке S!

– Папа Карло, – рассказывал Буратино вечером, – мне сегодня повезло: я начал своё путешествие в замечательной точке, которая совпала с конечной точкой моего пути!

– Что ж тут необыкновенного? Если начать путь в любой точке на стороне и двигаться параллельно диагоналям четырёхугольника, то ты всегда вернёшься в начальную точку.

– Ладно, завтра проверю это утверждение, выйду из другой точки. Посмотрим, вернусь ли я в начало.

– Даже если вернёшься, то ты лишь подтвердишь мои слова, но утверждение не докажешь. И вообще, сколько бы ни было примеров, подтверждающих утверждение, они ничего не доказывают.

Потом ещё несколько дней Буратино гулял по Четырёхугольному лесу, начинал свой путь в разных точках, но всегда при этом возвращался в точку старта.

Задача 1. Проверьте утверждение папы Карло для своего четырёхугольника и попробуйте доказать его.

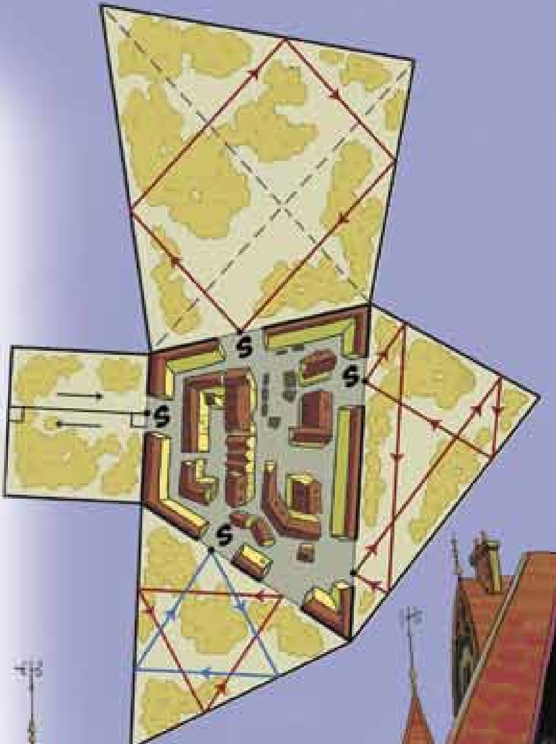


Рис.1

Через неделю Буратино отправился в Треугольный лес. Название понятное: лес имел форму треугольника.

– Папа Карло, настрой навигатор так, чтобы я снова возвращался в начальную точку своего пути. Я привык к таким путешествиям, да и в песне поётся: *но так приятно возвращаться под крышу дома своего!* – попросил Буратино.

– Хорошо, завтра навигатор поведёт тебя параллельно сторонам Треугольного леса.

Снова Буратино пришёл на опушку леса и отправился в путь. После двух поворотов он снова оказался у городской стены, но не там, где он начинал свой путь.

– Наверное, навигатор сбился, – предположил Буратино. – Бывает, что и техника подводит. Что ж, проверю, пройду-ка я по лесу ещё разок.

Его новый маршрут состоял из трёх новых отрезков, параллельных сторонам треугольника (см. рис.1). Но тут уже в конце пути его финишная точка совпала со стартовой!

– Нет, навигатор исправен. Как и обещал папа Карло, двигаясь параллельно сторонам треугольника, я всегда вернусь в начало пути. Только путь мой состоит теперь из шести отрезков! – сделал вывод Буратино.

– Ты прав, – подтвердил вечером за ужином папа Карло. – Твоё путешествие можно назвать математическим экспериментом. Эксперимент привёл тебя к некоторой гипотезе. А теперь докажи, что эта гипотеза верна.

Задача 2. Докажите, что, двигаясь из произвольной точки на стороне треугольника параллельно его сторонам, мы после прохождения шести отрезков обязательно вернёмся в исходную точку.

– Однако, – продолжал папа Карло, – на опушке треугольного леса есть такая точка, что, начав путь в этой точке, ты вернёшься в неё, пройдя *только три* прямолинейных отрезка.

– Что ж, завтра я попробую такую точку подобрать-угадать!

– Не спеши, – возразил папа Карло. – На отрезке бесконечно много точек. Все их испытать-проверить невозможно. Ты ведь уже изучил азы геометрии? Возьми бумагу, карандаш и найди эту точку!

Буратино так и сделал.

Задача 3. Найдите на стороне треугольника точку, из которой выходит замкнутая трёхзвенная ломаная с вершинами на сторонах и звеньями, параллельными сторонам треугольника.

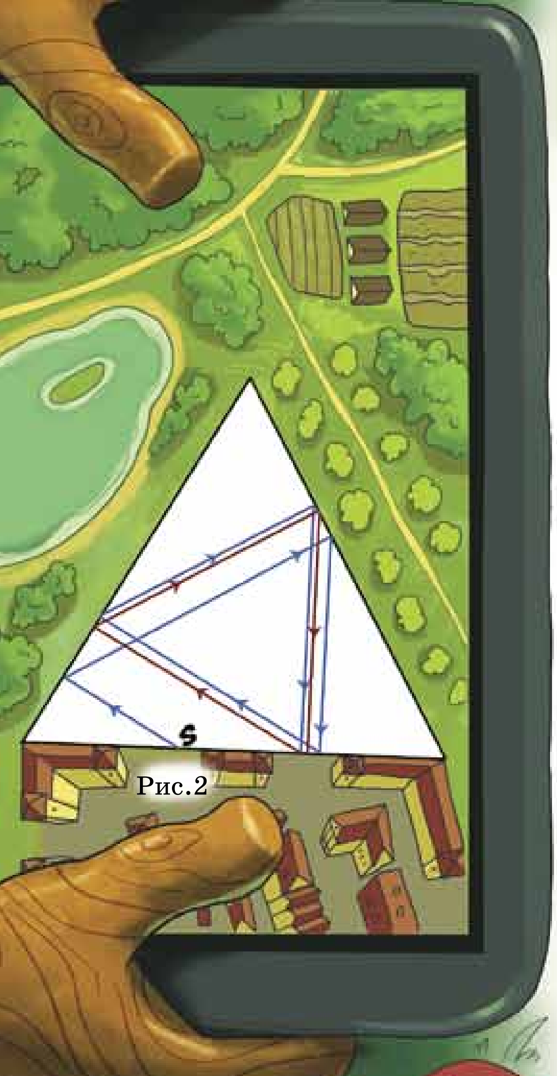


Рис.2

Прошло ещё несколько дней, и отправился Буратино в Правильнотреугольный лес. Лес этот имел форму правильного, другими словами, равностороннего треугольника. Теперь навигатор указывал направление, перпендикулярное стороне треугольника.

– И я снова вернусь в исходную точку? – спросил утром Буратино.

– Да, но только для специальной начальной точки, – отвечал папа Карло. – На опушке леса таких точек ровно две. Они делят опушку на три равные части. Из одной ты должен двигаться по часовой стрелке, а из другой – против. Пройдя три прямолинейных отрезка, ты непременно вернёшься в начало пути.

Буратино так и сделал (см. рис. 1 на предыдущей странице). Он прошёлся и по одной трёхзвенной ломаной (красного цвета), и по другой (синего цвета).

А однажды он решил выяснить, каким окажется путь вдоль перпендикуляров для произвольной начальной точки. И вот, положив в свой школьный ранец кусок пирога и фляжку с водой, – вдруг путь окажется длинным? – он отправился в дорогу.

Вначале ничего интересного не было. Пройдя три отрезка (на рис. 2 они показаны синим цветом), он снова оказался на опушке леса у городской стены. Тут он, не останавливаясь, вновь продолжил движение, следуя указаниям навигатора. Теперь он прошел ещё три синих отрезка. Следующие три отрезка его пути –

красного цвета. Каждый раз, попадая на опушку, он на песке отмечал точку, в которой он оказывался. И вот, неутомимо двигаясь вдоль ломаной линии по перпендикулярам к сторонам треугольника, Буратино заметил, что путь его пролегал по уже виденным им местам! А отметки, которые он делал на опушке, оказывались всё ближе и ближе к стартовой точке его треугольного пути, показанного на рисунке 1. В конце концов он утомился и вернулся домой.

– Папа Карло, а что бы получилось, если б я продолжал и продолжал свой путь по перпендикулярам к сторонам правильного треугольника? – спросил Буратино, после того как рассказал о своих наблюдениях. – Я бы попал на замкнутую треугольную траекторию? Сколько бы я сделал кругов по лесу?

– Ответ такой, мой юный путешественник и любитель геометрии, – начал папа Карло. – Если говорить теоретически, то на треугольную траекторию попасть невозможно. Твой путь состоял бы из бесконечного количества звеньев. Но чем дольше ты бы шёл, тем ближе бы три последовательных звена твоего пути располагались около сторон треугольника, который ты проходил, двигаясь из специальной точки на опушке. Соответственно, на опушке леса ты оказывался бы все ближе и ближе к специальной стартовой точке, делящей длину опушки в отношении 1:2.

– Очень интересно! – воскликнул Буратино. – А я могу доказать это строго математически?

– Попробуй! Для этого требуется знание геометрической прогрессии. Так что пока доказательство того, что я тебе сказал, можно отложить. А провести математический эксперимент на бумаге – совсем несложно.

Задача 4. Начертите на бумаге несколько прямолинейных звеньев возможного пути Буратино вдоль перпендикуляров к сторонам правильного треугольника и убедитесь, что они действительно приближаются к одному из треугольных маршрутов на рисунке 1.

На этом мы закончим нашу историю о прогулках Буратино по окрестным лесам. Потом в своей жизни он совершит ещё много разных увлекательных путешествий, в которых ему всегда будет помогать геометрия. Но о них мы расскажем в следующий раз.

Художник Анна Горлач

Константин Богданов

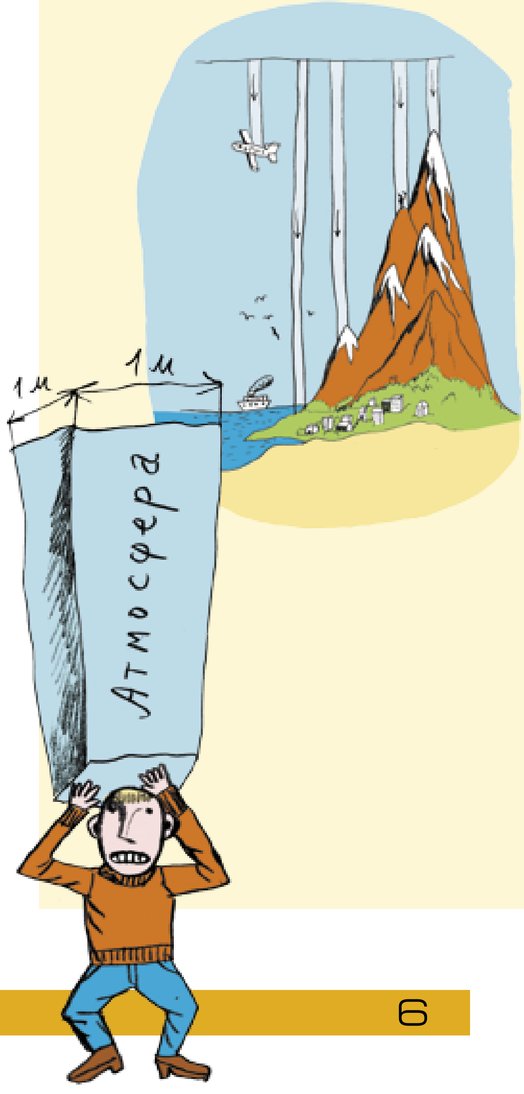
Блез Паскаль
1623 – 1662

Чтобы объяснить опыты, описанные в «Квантике» № 4, нам надо сначала узнать, что такое одна из стихий Эмпедокла – воздух. Всем известно, что без воздуха человек жить не может – нашему организму необходим кислород, содержащийся в воздухе. Обнаружить присутствие воздуха можно довольно легко. Для этого достаточно взять в руки лист бумаги – взмахнув им, как веером, мы сразу почувствуем на лице дуновения движущегося воздуха.

Толщина слоя воздуха над поверхностью Земли – около 100 километров. Эту воздушную оболочку Земли называют *атмосферой*. И хотя воздух почти в 1000 раз легче воды, атмосфера давит на все участки поверхности нашего тела с довольно заметной силой – на каждый квадратный сантиметр действует сила, равная весу килограммовой гири. Это давление и называют *атмосферным*.

Толщина атмосферы над горами меньше, чем над морем, и поэтому воздух высоко в горах не так сильно сжат, а значит, и атмосферное давление воздуха в горах меньше. Например, на вершине Эльбруса атмосферное давление в два раза меньше, чем в Сочи.

Атмосферное давление изменяется не только при подъёме в горы, но и при изменении температуры и влажности воздуха. И если в Москве атмосферное давление становится ниже, чем в Туле, то более сжатый воздух из Тулы начинает двигаться в сторону Москвы, то есть дует южный ветер. Поэтому измерение атмосферного давления помогает делать прогноз погоды.

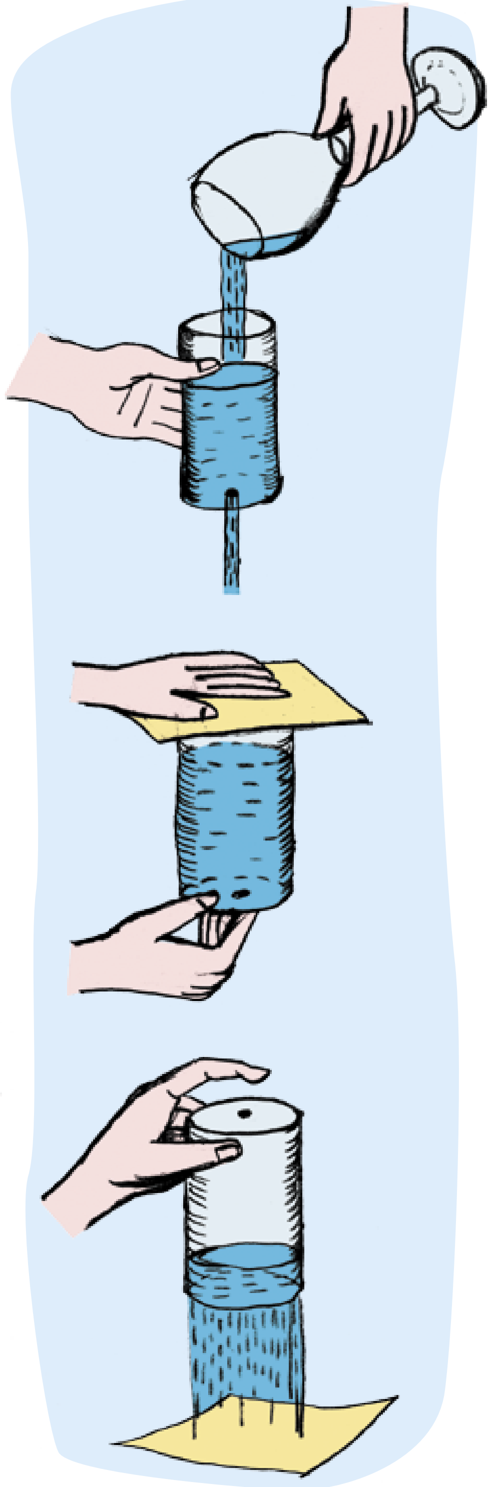


Знаменитый французский учёный Блез Паскаль первым доказал существование атмосферного давления и продемонстрировал его уменьшение при подъёме в гору. Кроме того, Паскаль сконструировал первую механическую вычислительную машину, которую сейчас называют арифмометром. Именем Паскаля названа единица измерения давления (1 Паскаль = 1 Н/м^2) и один из языков программирования.

ОБЪЯСНЕНИЕ ОПЫТОВ ИЗ «КВАНТИКА» №4

ОБЪЯСНЕНИЕ ОПЫТА 1.

«ЛЮБИТ ЛИ ЛИСТ БУМАГИ БОКАЛ С ВОДОЙ?»

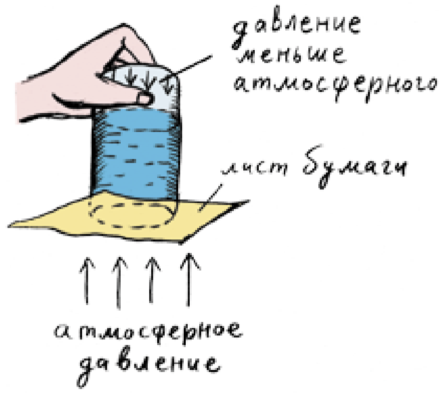


Когда мы переворачиваем бокал с водой, накрытый листом бумаги, обычно из него успевает вылиться несколько капель, а иногда и струйка воды. Кроме того, лист чуть-чуть выгибается вниз под тяжестью воды. Всё это приводит к тому, что воздуху в перевёрнутом бокале достаётся больше места, чем было раньше. Поэтому в перевёрнутом бокале давление воздуха над водой, то есть под дном бокала, меньше атмосферного (см. рисунок внизу).

В результате снизу на лист бумаги действует бóльшая сила, чем сверху, и он как бы прилипает к перевёрнутому стакану.

Чтобы убедиться в правильности этого объяснения, проведём аналогичный опыт, но со стаканом, в дне которого сделана маленькая дырочка. Нальём в стакан воды. Затем закроем указательным пальцем дырочку, положим на стакан лист бумаги и перевернём их вместе. Как и в предыдущем опыте, лист бумаги удерживается стаканом, но стоит нам приподнять указательный палец и уравнять давление воздуха в стакане с атмосферным, как сразу же вода выливается из стакана.

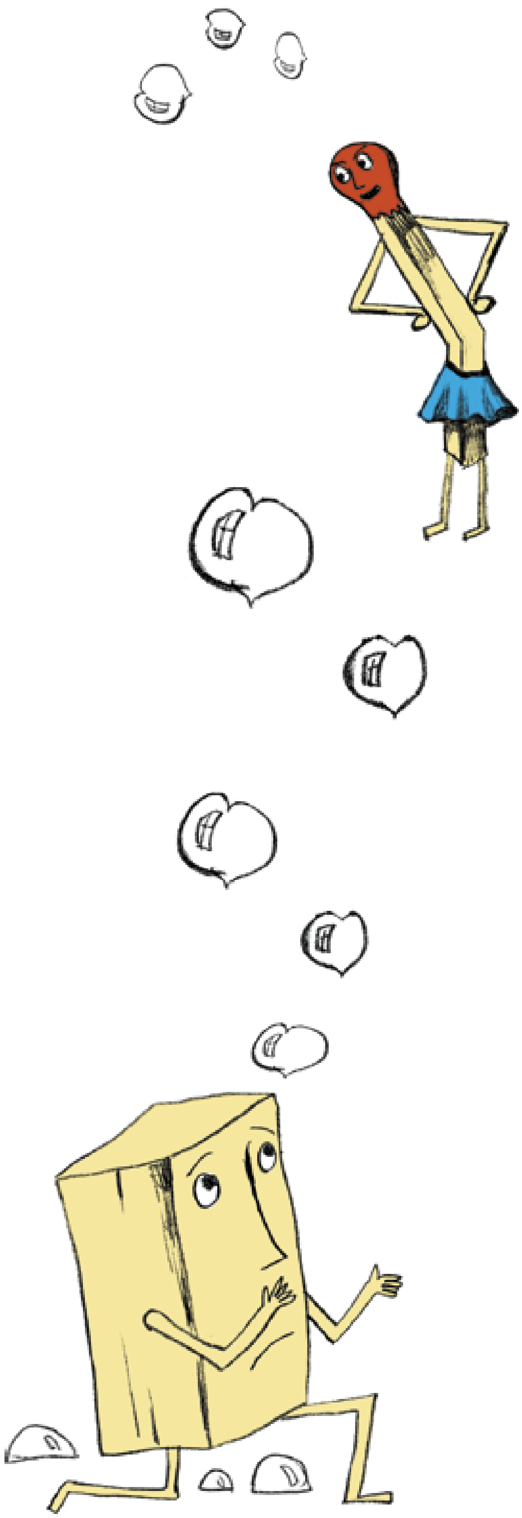
Таким образом, мы доказали, что причиной прилипания листа к бокалу с водой является меньшее давление воздуха внутри него. Другими словами, одна из стихий Эмпедокла (воздух) менее плотная внутри бокала, чем снаружи, а любовь здесь ни причём.



Видео этого эксперимента можно найти на сайте **http://kvantik.com/**

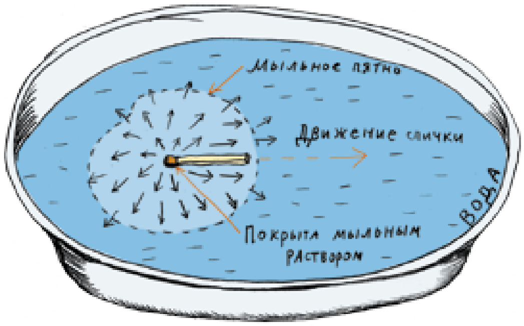
ОБЪЯСНЕНИЕ ОПЫТА 2.

«ПОЧЕМУ СПИЧКА НЕНАВИДИТ МЫЛО?»



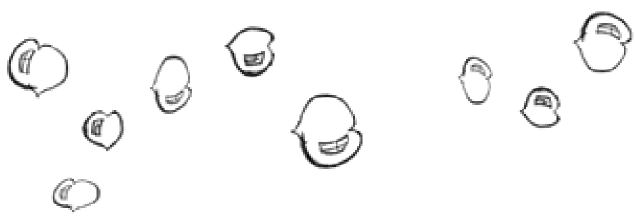
Молекулы жидкостей и твёрдых предметов притягиваются друг к другу. Иначе все жидкости и твёрдые тела рассыпались бы на отдельные молекулы и превратились бы в газ.

Молекулы воды очень сильно притягиваются между собой, а молекулы мыльного раствора – гораздо меньше. Поэтому, когда на поверхности воды оказывается капелька мыльного раствора, мыльным молекулам не удаётся проникнуть между молекулами воды, и они расползаются по всей поверхности воды и образуют тонкую плёнку.



На верхнем рисунке схематически показана спичка, головка которой покрыта мыльным раствором, а пунктиром обведено мыльное пятно вокруг неё. Сразу после погружения головки спички в воду мыльные молекулы устремляются во все стороны, пытаясь увеличить площадь мыльного пятна. Вдоль спички эти молекулы двигаются слева направо, увлекая с собой спичку. Следовательно, увеличение мыльного пятна на поверхности воды является причиной движения спички. Ненависть, о которой говорил Эмпедокл, мы обнаружить не смогли.

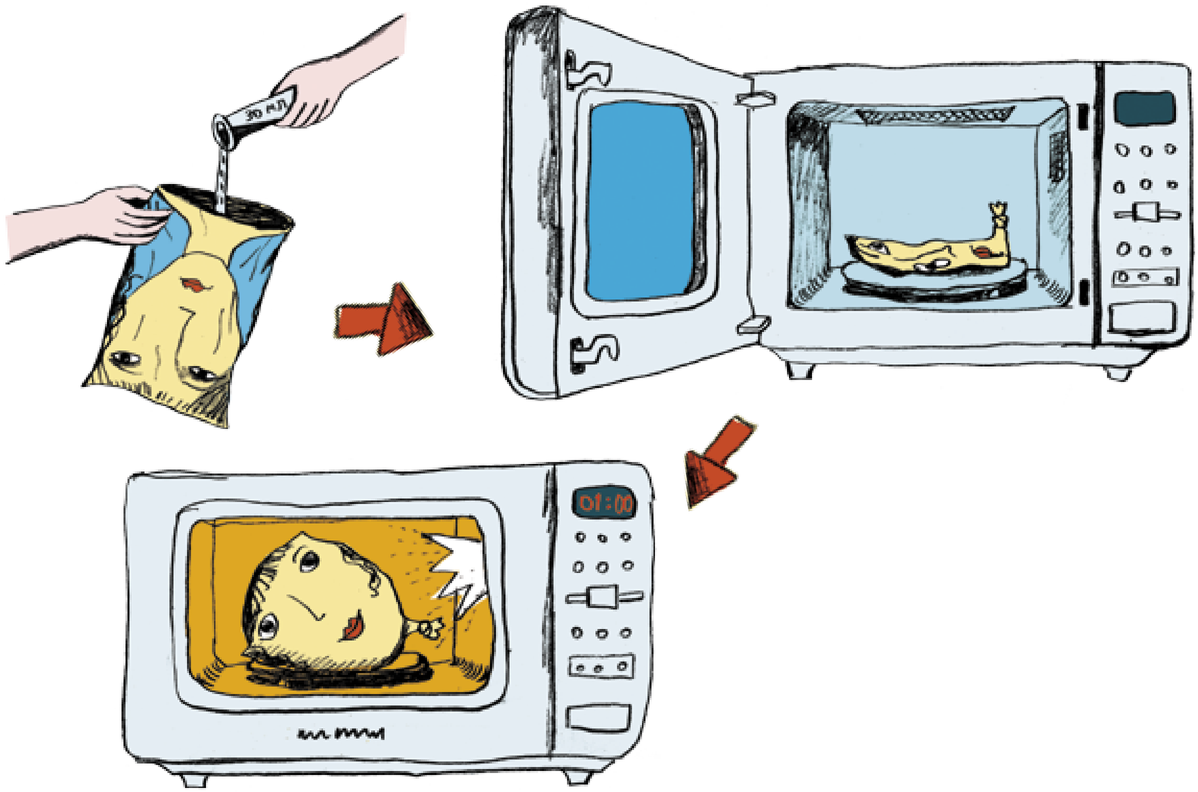
Очевидно, что если взять другую спичку, окунуть её в мыльный раствор и положить в уже «мыльную» воду, эта спичка будет лежать без движения. Попробуйте убедиться в этом сами.



ОПЫТ 3.

«КАК ИЗ ВОДЫ СДЕЛАТЬ ВОЗДУХ?»

Этот опыт лучше проводить в присутствии взрослых. Налейте в пластиковый пакет чуть-чуть (30 мл) воды, выдавите из него воздух и герметично завяжите сверху. Затем положите пакет в микроволновую печь и включите её. Через несколько секунд пакет начнёт расширяться, и приблизительно через минуту он раздуется так, что займёт почти весь объём микроволновки.



Соблюдайте меры предосторожности, так как пакет может быть довольно горячим. Ответьте на два вопроса:

1. *Откуда появился воздух в герметичном пакете?*

2. *Что будет с герметичным пакетом в работающей микроволновке, если в него не наливать воды?*

Видео этого эксперимента можно найти на сайте **http://kvantik.com/**

Редакция журнала ждёт ваших объяснений этих опытов. Лучшие ответы и видео опытов будут опубликованы на сайте «Квантика». В следующих номерах журнала читайте описание новых опытов из рубрики «Четыре стихии Эмпедокла».

Художник Артём Костюкевич

Игорь Акулич

СТРЕЛКИ ПРОДОЛЖАЮТ ВОЗВРАЩАТЬСЯ

– Знаешь, Даня, недавно мне встретился в интернете на каком-то форуме вопрос – опять же о часах.

– Ну, расскажи.

– Какие часы предпочтительней: которые никогда не показывают правильное время, или которые показывают правильное время два раза в сутки?

– Что за вопрос – вторые, конечно!

– А вот и нет! Потому что два раза в сутки точное время показывают часы, которые *стоят*![1] А если взять часы, которые, допустим, постоянно спешат на одну минуту, то они никогда не покажут правильное время, но пользоваться ими вполне можно.

– Ишь ты! И правда...

– Так вот – я могу *расширить* тот вопрос. Вот скажи, каково твоё мнение о практической пользе часов, которые всегда показывают *несуществующее* время?

– Это как – несуществующее?

– Ну, ты же знаешь, что в правильно идущих часах все три стрелки жёстко увязаны между собой по скоростям движения и исходному положению (в 12:00 они все совпадают). А представь себе часы, у которых стрелки направлены в такие места, что их взаимному расположению в любой момент не соответствует *никакое* реальное время. Есть ли толк от таких часов?

– Думаю, что нет.

– А между тем *почти все* часы с тремя стрелками такие!

– Это как?

– А вот посмотри хотя бы на мои. Услышал я, скажем, сигнал точного времени по радио и хочу по нему установить время. Берусь вот за этот шпенёк справа и кручу. Что я вижу? Часовая и минутная стрелки начинают синхронно перемещаться по циферблату, но секундная-то *неподвижна*! Она совсем не перемещается и потому никак не может занять верное положение!

[1] Правда, как отметил незабвенный капитан Врунгель, такими часами тоже можно пользоваться: здесь главное – вовремя на них посмотреть.

– Ага! То есть получается, что твои (да и не только твои) часы – это не часы с тремя стрелками, показывающие время в часах, минутах и секундах, а как бы комбинация двух независимых приборов: часов с двумя стрелками – часовой и минутной, а также постоянно идущего *секундомера*. Его, конечно, можно использовать, чтобы замерить малый промежуток времени, но к измерению *текущего* времени он ни малейшего отношения не имеет.

– Именно! И скажи тогда, чего ради мы решали задачи о совпадении всех трёх стрелок или о тех же мухах? Ведь таких часов, считай, не бывает!

– Если не ошибаюсь, это ты предложил…

– Неважно! Интересно другое. Я случайно откопал задачу *как раз о таких часах*! Но не бойся, заставлять решать не стану. Сам решение расскажу!

– С чего это такая щедрость? Подозрительно как-то.

–Похвастаться хочу. Как говорят, без ложной скромности.

– Ладно, излагай.

– Задача была предложена на одном турнире математических боёв[2] и формулируется так: «Стрелки испорченных часов (часовая, минутная и секундная) движутся с правильными скоростями, но расположены так, что все три никогда не смогут совпасть. В произвольный момент времени рассматриваются углы между стрелками, не превосходящие 180°. Наибольший из них назовём *расхождением*. Докажите, что когда расхождение достигает минимума, то какие-то две стрелки совпадают».

– И как же ты доказывал?

– Так как можно образовать три пары стрелок, то и углов имеется три. Ясно, что один из них равен сумме двух других…

[2] Это был десятый финальный турнир математических боев заключительного этапа конкурса имени А.П.Савина «Математика 6 – 8», организованного журналом «Квант» (июнь 2004 г.).

– Стоп! Мне не ясно! Представь себе, что все три стрелки торчат в разные стороны, и углы между каждой парой стрелок составляют что-то около 120°. Тогда ни один угол не равен сумме двух других, а все три угла в сумме дают 360°.

– Это верно, но речь-то идёт о *минимуме* расхождения! А он, как легко доказать, во много раз меньше!

– Легко – так докажи.

– Пожалуйста. Возьмём любой момент времени, когда часовая и минутная стрелки совпали. Секундная стрелка при этом может принимать любое положение. Но поскольку она за минуту делает полный оборот, то не позже чем через минуту достигнет той самой точки совпадения часовой и минутной стрелок. Правда, эти две стрелки уже успеют сдвинуться, но насколько? Минутная – меньше чем на одно минутное деление (мы уже знаем, что это 6°), а часовая – и того меньше. Поэтому расхождение окажется заведомо меньше 6 градусов. Понятно, что при достижении *минимума* расхождение будет ещё меньше (во всяком случае, *не больше*). И тогда угол между «крайними» стрелками окажется суммой двух остальных углов (между каждой из «крайних» стрелок и «средней»).

– Хорошо, убедил. И что же дальше?

– Рассуждаем «от противного»: допустим, расхождение достигло наименьшего возможного значения, но никакие две стрелки не совпадают. В этот момент стрелки расположены друг за другом в некотором порядке. Тогда они какое-то время после этого момента этот порядок сохранят, согласен?

– Ну да. Может, недолго, но хоть сколько-то будут в том же порядке двигаться. У них же определенные конечные скорости, так что стрелки не могут мгновенно друг друга догнать и перегнать.

– Вот именно. И незадолго до этого момента они в том же порядке двигались, так?

– Так-то так, но что из этого?

– А давай на «крайние» стрелки посмотрим. Они

с разными скоростями идут – значит, сближаются или отдаляются друг от друга. Пусть, к примеру, сближаются. Тогда за малое время они чуть сблизятся, средняя стрелка так между ними и останется, и расхождение ещё меньше станет!

– А если «крайние» стрелки отдаляются?

– Тогда чуть раньше они чуть ближе были, и снова расхождение было меньше. Так что в обоих случаях мы можем указать другой момент времени, когда расхождение меньше минимального – явное противоречие! Поэтому предположение о том, что при минимуме расхождения никакие стрелки не совпадают, было неверным, и какие-то две стрелки обязаны совпасть. Что и требовалось доказать!

– Что ж, хвалю. Но чем здесь особенно хвастаться? Задача не ахти какая сложная...

– Так ведь я сумел её улучшить! В смысле, усилить.

– Это как?

– Я доказал, что при минимуме расхождения совпадают не просто какие-то две стрелки, а непременно *часовая* и *секундная* стрелки!

– В самом деле?

– Вот именно! Ведь если это не так, то совпали или две самые быстрые стрелки, или две самые медленные. Но тогда эти стрелки либо обе приближаются к третьей, либо обе отдаляются от неё. А дальше рассуждения точно такие же: если совпавшие стрелки приближаются к третьей, расхождение уменьшается; а если отдаляются – расхождение было меньше чуть ранее текущего момента. Опять противоречие в каждом варианте. Вот и остаётся одна возможность, когда совпадают самая быстрая и самая медленная стрелки, то есть секундная и часовая.

– Вот теперь хвалю! Не каждому удается улучшить ранее предлагавшуюся турнирную задачу.

– А то! И самое главное здесь – решиться на такое. Задачи тоже не боги составляют.

– Это точно!

Художник Алие Аблямитова

Александр Бердников, Максим Прасолов, Григорий Фельдман

«Завязываем» правильные многоугольники

В «Квантике» №1 за 2012 год мы рассказали, как построить правильный пятиугольник с помощью циркуля и линейки. Оказывается, его можно сделать из длинной узкой бумажной полоски. Вырежьте такую полоску из бумаги, завяжите обычным узлом, какой завязываете на шнурках (рис.1), и затяните концы (рис. 2). Отрежьте лишнее – и получится правильный пятиугольник!

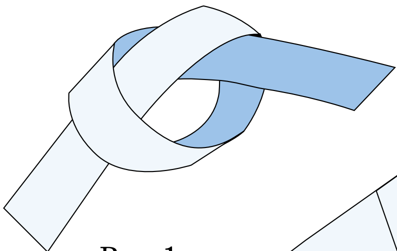


Рис. 1

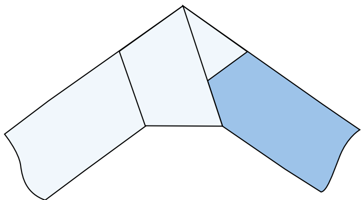


Рис. 2

Попробуйте завязать и правильный шестиугольник, правда, из двух полосок. Сначала согните полоску, как на рисунке 3. Потом проденьте в неё другую полоску, как на рисунке 4.

Рис. 3

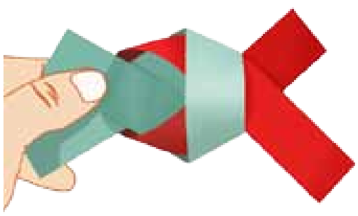
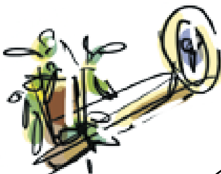


Рис. 4

А точно ли правильный?

А вдруг наш пятиугольник на рисунке 2 только похож на правильный? Как проверить, что его стороны равны и углы тоже? Измерения линейкой и транспортиром не помогут – ведь всегда будет какая-то погрешность.

Давайте разберёмся, что мы знаем про полученный пятиугольник. Обозначим его вершины буквами A, B, C, D, E (рис. 5). Пусть концы полоски отрезаны вдоль отрезков AB и DE. Края полоски параллельны, поэтому у нас есть четыре пары параллельных отрезков: AB и CE, BC и AD, CD и BE, DE и AC, причём расстояние между отрезками в каждой паре равно ширине полоски. Оказывается, из этого следует, что пятиугольник правильный! Попробуйте это доказать (достаточно знаний по геометрии из учебника для 8 класса).



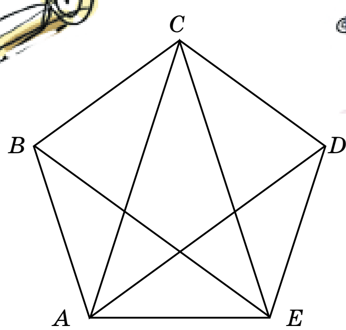


Рис. 5

Схема для «завязывания» произвольного правильного многоугольника с чётным числом сторон приведена на рисунках 6 и 7 (в первом случае требуется одна полоска, а во втором – две). А на рисунках 8 и 9 – для многоугольника с нечётным числом сторон.

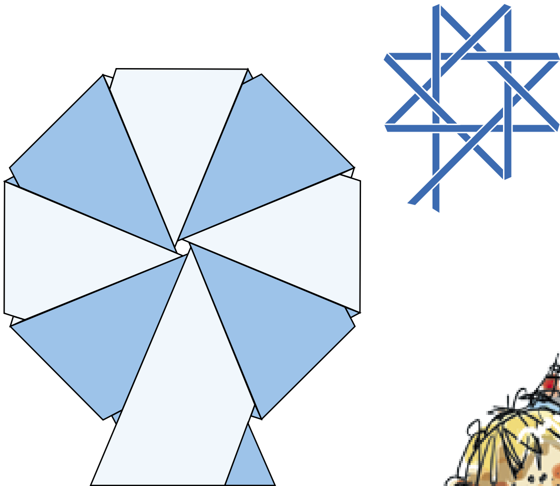


Рис. 6

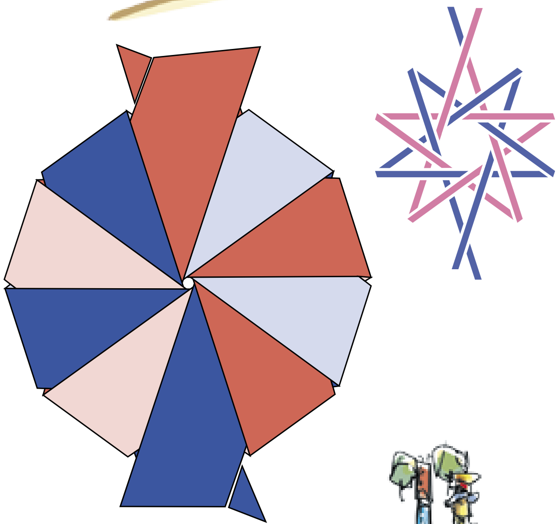


Рис. 7

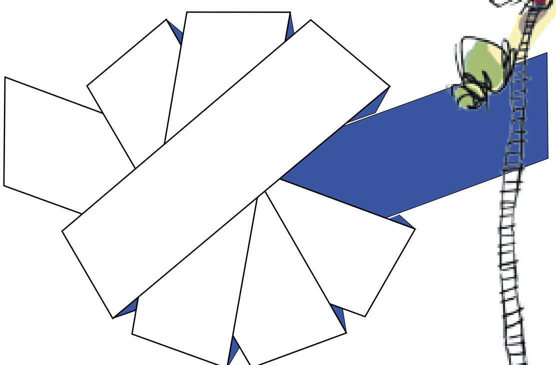


Рис. 8

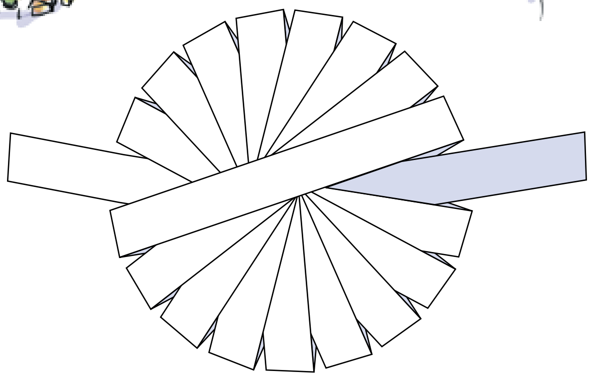
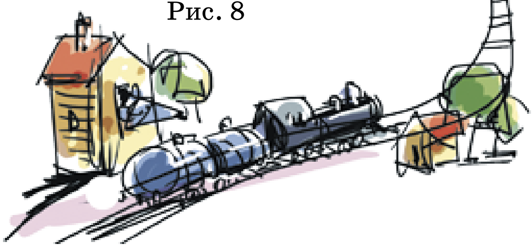
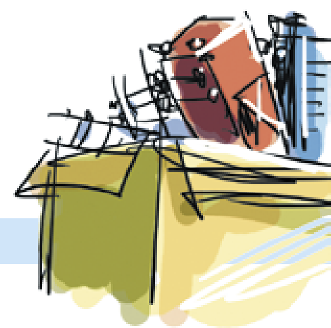


Рис. 9





Художник Сергей Чуб

Борис Дружинин

ДОЖДЬ В ЛЮКСЕМБУРГЕ

Над Атлантикой бушевал циклон, поэтому самолёт вместо Бостона приземлился в Люксембурге.

– Прогуляемся по этому великому герцогству, – предложила Лиза, – хотя с немецкого «Люксембург» переводится как малый город.

– Куда идти? – удивился Вова. – Смотри, какой дождик на улице.

– Надо пользоваться моментом, – пояснила Лиза.– Специально-то сюда не приедем.

Друзья надели куртки и отправились в путь. До центра города доехали на автобусе и пошли бродить но улочкам.

– Смотри-ка, у них на автомобилях номера четырёхзначные, – обратил внимание Вова. – Такие раньше в России были, только у нас с чёрточкой посередине.

– А как ты думаешь, – спросила Лиза – каких номеров больше: тех, у которых первое двузначное число больше второго двузначного числа, или тех, у которых второе число больше первого?

А вы как думаете?

– Это элементарно! – уверенно заявил Вова и сразу дал правильный ответ. – А вот посмотри, какой занятный номер.

У обочины стоял автомобиль с номером 8887.

– Вот не повезло кому-то, – заметила Лиза. – Одной восьмёрки до красивого номера не хватило. Интересно, сколько всего различных четырёхзначных номеров, в которых встречаются одинаковые цифры?

– Понятно, что таких двузначных номеров ровно десять, – сразу среагировал Вова, – а как дальше определять, надо ещё подумать.

– Давай прикинем, – предложила Лиза. – Четыре нуля подходит? Подходит. Три нуля единица подходит? Подходит.

– Ты что, все десять тысяч номеров собираешься таким образом проверять? – удивился Вова. – Впрочем, пока до Бостона доберёмся, успеем их вручную выписать.

Так, за разговором, друзья подошли к высокому красивому зданию, рядом с которым висела табличка:

Cathédrale Notre-Dame

– Кафедра нашей дамы, – перевёл Вова, совсем недавно приступивший к изучению французского языка.

– Кафедральный собор Богоматери, – поправила его Лиза.

– Что он здесь делает? – удивился Вова. – Ему полагается быть в Париже.

– Соборов «Нотр-Дам» в Европе несколько, есть даже в Канаде, – пояснила Лиза. – А в Париже он так и называется «собор Парижской Богоматери».

Ребята отправились по узким улочкам дальше. Неожиданно Вова остановился.

– Всё. Я знаю, как подсчитать номера с повторяющимися цифрами, – торжественно заявил он.

Лиза внимательно выслушала друга и полностью с ним согласилась.

Сколько всего различных четырёхзначных номеров, в которых встречаются одинаковые цифры?

Ребята ещё побродили под моросящим дождём, а когда решили, что пора возвращаться в аэропорт, поняли, что слегка заблудились. На углу стояли два полицейских, и друзья подошли к ним, чтобы узнать дорогу. И тут мимо них прямо на красный свет промчался синий автомобиль и скрылся в переулке. Из-за дождя его номер разглядеть не удалось.

– В этом переулке нет сквозного проезда, там тупик, – сказал усатый полицейский своему напарнику. – Пойдём оштрафуем нарушителя.

В переулке стояли машины, среди них две синие. В одной из них за рулём сидела совсем молоденькая девушка с копной светлых волос на голове.

– Вы проехали на красный свет, – сказал полицейский. – Платите штраф.

– Но я этого не делала, – возразила блондинка.

– Не оправдывайтесь, – прервал усатый. – Мы видели это своими собственными глазами.

Тут подошла Лиза и сказала:

– Эта девушка не могла нарушить правила, так как…

Почему Лиза заступилась за блондинку?*

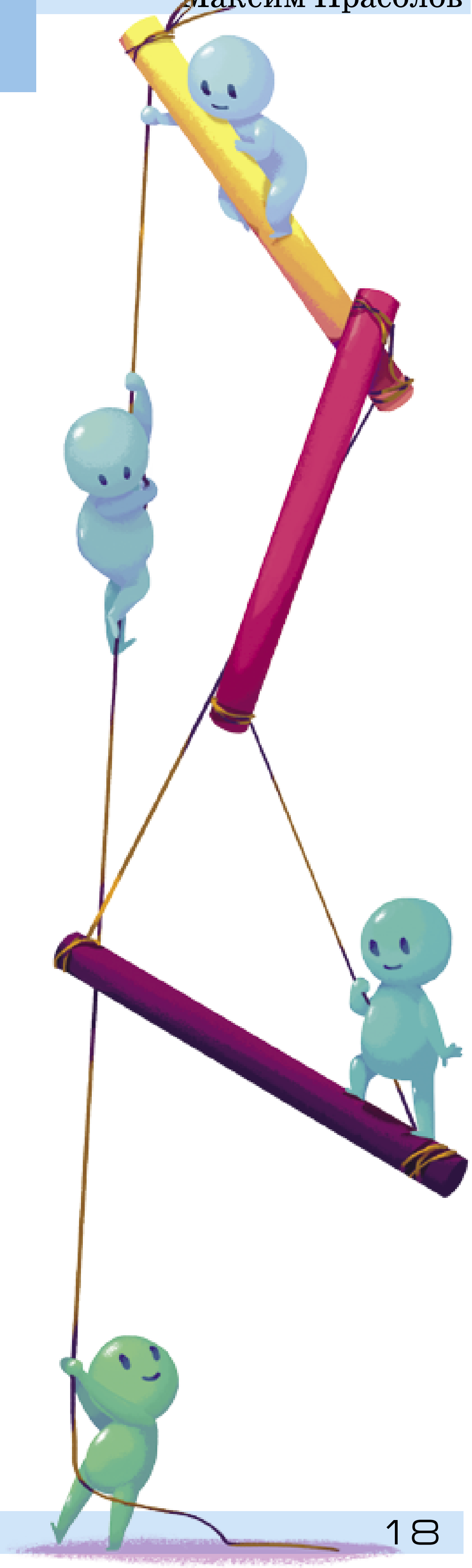
Полицейские выслушали Лизу и полностью с ней согласились. А потом они отвезли друзей прямо в аэропорт.

---

*Подсказка: внимательно посмотрите на картинку вверху предыдущей страницы.

Художник Александра Будилкина

Максим Прасолов



ТЕНСЕГРИТИ

Ответ к статье «Жёсткая конструкция»

Напомним, что в статье прошлого номера была такая задача.

Как связать три одинаковые прямые палки верёвками так, чтобы палки друг друга не касались (даже через верёвку), но получилась бы жёсткая конструкция (в которой никакую палку нельзя пошевелить, кроме как двигая всю конструкцию целиком)?

Ответ приведён на рисунке 1. Все верёвки на рисунке натянуты. Попробуйте сделать подобную конструкцию самостоятельно. В прошлом номере есть советы по изготовлению.

Рис. 1. Источник: TensegrityWiki, flickr.com.

Оказывается, похожим образом можно связать и четыре палки (рис. 2), и даже любое их количество! При этом получится фигура, похожая на гиперболоид[1].

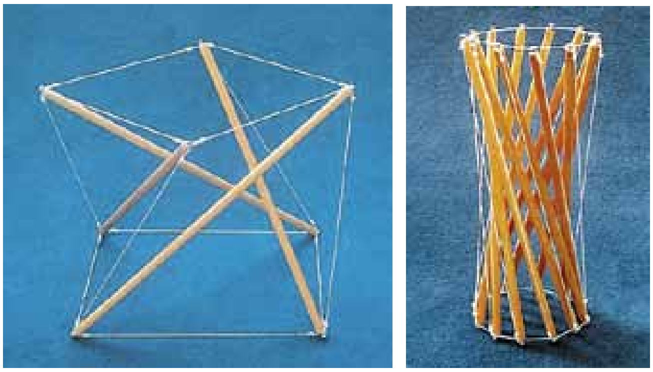
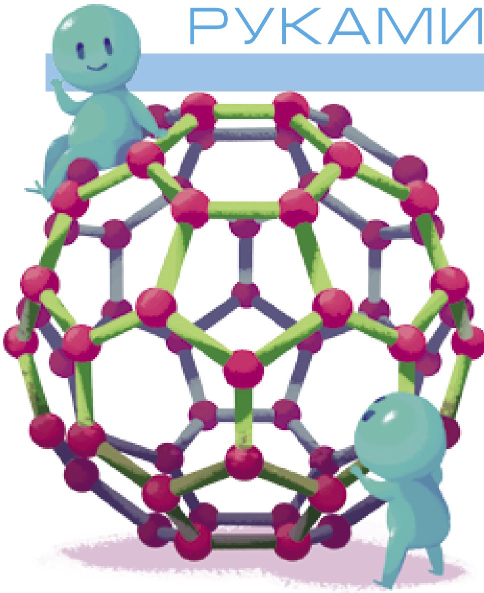


Рис. 2. Источник: TensegrityWiki, flickr.com.

[1]Подробнее о том, что такое гиперболоид, как он примененяется в архитектуре и как сделать его модель, читайте в «Квантике» №8 за 2012 год.

У жёстких конструкций, состоящих из не касающихся друг друга палок, связанных натянутыми верёвками, есть общее название: «тенсегрити». Это слово образовано слиянием двух английских слов: «tension» – натяжение и «integrity» – целостность, единство. Этот термин придумал американский архитектор-дизайнер Бакминстер Фуллер[2]. В каком-то смысле, конструкция тенсегрити сама находится в натяжении, без чьей-то помощи – отсюда и название. Фуллера привлекла жёсткость и лёгкость таких конструкций. Вес экономится потому, что не нужно делать весь каркас из металлических балок – некоторые его элементы можно заменить натянутыми тросами.

На следующих четырёх фотографиях показаны несколько работ известного американского скульптора Кеннета Снельсона, одного из изобретателей тенсегрити. Удивительно, насколько разнообразной может быть форма конструкций тенсегрити. Кстати, Снельсон предпочитает называть принцип тенсегрити «свободным сжатием» («floating compression»).

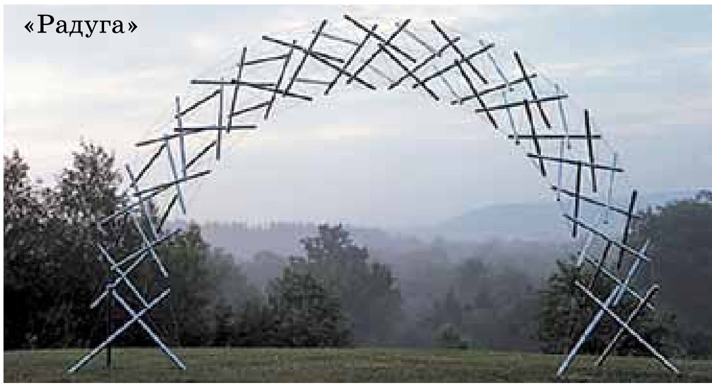


Художник Анна Берналь

[2] Кстати, в его честь названы гигантские сферические молекулы из атомов углерода – фуллерены.

РАБОТЫ СКУЛЬПТОРА КЕННЕТА СНЕЛЬСОНА

«Лёгкая посадка», штат Мэрилэнд, США

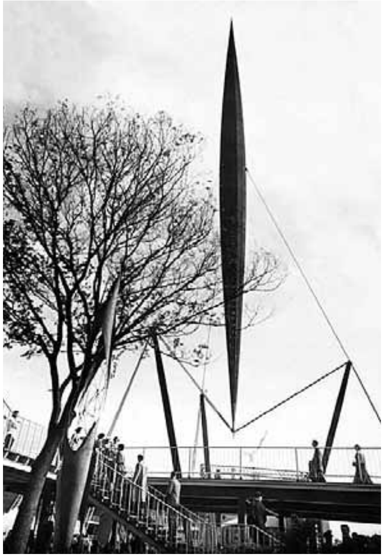


«Радуга»

Башня «Игла II» в музее Крёллер-Мюллер, Оттерло, Нидерланды.

Фото: Саку Такакусаки, викимедия

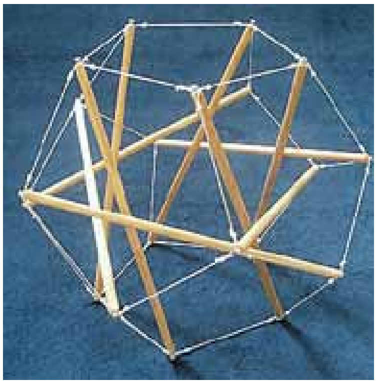
«Дракон»



Ещё одним примером тенсегрити была башня «Скайлон», установленная в 1951 году близ Темзы в Лондоне на время Фестиваля Британии. Башня как будто парила в воздухе.

А вот додекаэдр – многогранник, у которого 12 граней и все грани – правильные пятиугольники. Его тоже можно сделать из палок и натянутых верёвок.

Тенсегрити-додекаэдр. *Источник: TensegrityWiki, flickr.com.*



Тенсегрити-тент. *Фото: Садао Хотта.*

Можно вместо верёвок взять ткань и построить жёсткую конструкцию по принципу тенсегрити. Под руководством Казухиро Кадзима 70 студентов университета Токио построили тенсегрити-тент.

Тенсегрити-мост. *Фото: Elver, flickr.com*

В городе Брисбен в Австралии построен тенсегрити-мост для пешеходов и велосипедистов. В ночное время мост освещается от солнечных батарей, которые способны накапливать всю необходимую энергию в течение дня при ясной погоде.

ДВОЙНОЙ ВЫХЛОП

Дым от труб будто раздваивается.
Почему так происходит?

ПРИЗРАЧНЫЕ УЗОРЫ

Там, где один решётчатый забор заслонён другим, появляется узор в виде крупной светлой решётки.
Почему так происходит?

Художник Максим Акульшин

Григорий Мерцалов

НОЧНЫЕ КРОВОПИЙЦЫ, КУДРЯШКИ И ПОДВОДНЫЕ ЛОДКИ

Однажды Вася и Наташа сидели в тёмной-тёмной комнате и рассказывали друг другу страшилки. Был тёплый вечер, и ребята открыли форточку. Наташа как раз добралась до самого страшного места, когда дверь в комнату распахнулась... Но вошёл вовсе не какой-нибудь монстр, а довольный и улыбающийся папа.

– Смотрите, ребята, кого я поймал во дворе!

В этот момент Вася уже успел забраться под кровать, а Наташа почти запрыгнула на шкаф. Оправившись от испуга, они подошли к папе, который держал в руках свернутый белый платок, в котором билось какое-то живое существо. Папа был биолог, любил разных животных и иногда показывал ребятам кое-что интересное.

– Кто там? – одновременно спросили ребята, ужасно заинтересованные.

– Летучая мышь, глядите... – папа стал аккуратно разворачивать платок, но неловко потянул за краешек, и зверёк сумел вырваться на волю. Наташа пронзительно закричала и спрятала голову папе под рубашку. Но летучая мышь, несколько раз дернувшись в разные стороны, стремительно бросилась к окну и вылетела в форточку. Только её и видели. Точнее, даже и не видели толком в такой темноте.

– Эх, жаль, – вздохнул папа, – а ты чего, Наташка? Как будто льва живого встретила. – И папа ласково потрепал её по пышным кудрявым волосам.

– Я слышала, – сказала Наташа и всхлипнула, – что летучие мыши – страшные кровопийцы, а ещё нападают на девушек и запутываются в их волосах! – И она потрогала свои кудряшки, как будто пытаясь найти в них ещё одну летучую мышку.

Папа засмеялся:

– Ну что ты! Большинство летучих мышей действительно хищники, но ничего страшного в них нету...

И он стал рассказывать ребятам об этих замечательных существах.

– Практически все летучие мыши питаются насекомыми. У нас тут много комаров, но они почти ничего не весят, так что летучая мышь может съесть в час несколько сотен! А всего за ночь она может съесть

до половины собственного веса. Действительно, есть несколько видов, которые питаются кровью, но живут они далеко-далеко – в Латинской Америке. А есть и совсем безобидные, которые едят только фрукты.

– Папа, папа, – спросил Вася, – а как мышь так быстро нашла в темноте дорогу прямо в малюсенькую форточку? Вчера к нам залетела большущая муха, так она даже днём при свете билась и билась в стекло, никак не могла отыскать выход.

– Это очень интересный вопрос. Летучим мышам, чтобы ориентироваться в пространстве, совсем не нужно ничего видеть. Они охотятся по ночам, когда большинство хищников спит, а солнце не высушивает их тонкие кожистые крылья. Но если, например, совы – другие ночные хищники – имеют отличное ночное зрение, то летучие мыши ориентируются на слух!

– Как это? – в один голос спросили ребята, – разве наша форточка издаёт какие-нибудь звуки?

– Нет, конечно, хотя она и поскрипывает немного... Летучие мыши обладают удивительной способностью – они *сканируют* пространство, издавая звуки очень высокой частоты, и с помощью этого определяют, где расположены разные предметы. Это называется *эхолокацией*.

Вася, который очень любил всё-всё понимать и во всём разбираться, нахмурил брови и озадаченно почесал в затылке.

– Смотри, – стал объяснять папа, – летучая мышь издаёт звук, и звуковая волна отражается от разных предметов и возвращается обратно. От близких предметов она возвращается быстрее, от дальних – через какое-то время. Так определяется расстояние до разных объектов. Но это чувство развито настолько хорошо, что летучие мыши определяют ещё и форму предметов, и их размер! Поэтому в темноте они не натыкаются на дома и столбы, облетают деревья и спящих коров. А ещё замечают мельчайших насекомых, даже тех, которые сами летают с большой скоростью. Летучая мышь может испускать 10 звуковых импульсов в секунду, но, завидев добычу, увеличивает их количество до 25 в секунду, ведь чем чаще мышь «слышит»

жертву, тем точнее она определяет расположение предметов. Наконец, перед броском, летучая мышь испускает до 200 импульсов в секунду и точно атакует, например, муху или комара. И почти никогда не промахивается – как иначе поймаешь несколько сотен за час?

– А как люди обо всём этом узнали?

– В конце XVIII века учёный поставил такой эксперимент: он залепил летучим мышам уши воском, и те перестали ориентироваться в темноте. А уже в 1938 году учёные точно установили, какие механизмы помогают летучим мышам, и придумали слово *эхолокация*. (На самом деле ещё раньше учёные проводили эксперименты со слепыми летучими мышами. Наблюдая, как слепые животные успешно ориентируются в пространстве, они пришли к выводу, что зрение не играет у летучих мышей главной роли. Но об этом папа рассказывать не стал.)

– Оказывается, – продолжал папа, – эхолокация бывает не только у летучих мышей. Она встречается у некоторых птиц и ночных бабочек. Эти бабочки – со́вки, – являясь добычей летучих мышей, используют эхолокацию, чтобы чувствовать приближение хищника. Бьют врага его же оружием! Наши далёкие родственники – дельфины – тоже обладают такой способностью. Водная среда в этом плане очень удобна, потому что звук в ней распространяется быстрее.

Кроме эхолокации, у животных есть и другие примеры необычных для человека чувств.

Например, в воде, особенно мутной, видеть далеко расположенные объекты совсем непросто. Зато миноги и рыбы могут ориентироваться с помощью специального органа, который называется *боковая линия*. Она улавливает колебания окружающей воды, когда рядом проплывает хищник или добыча. Или всем знакомый дятел, когда стучит по дереву, выискивает там пустоты, проеденные личинками насекомых. Он определяет их по звуку от ударов клювом. У дятла настолько острый слух, что он может определить траекторию червоточины и понять, где именно под корой сидит вкусная личинка...

– Тише! – вдруг воскликнул Вася. Он на мгновение задумался и резко хлопнул перед собой в ладоши. Потом наклонился, поднял что-то с пола и показал удивлённым папе и Наташке сбитого комара.

– Смотрите, – засмеялся он, – я как летучая мышь! Услышал его писк и – бах! – точно в цель!

– Молодец, – улыбнулся папа. – У тебя тоже очень острый слух. Только это не эхолокация, ведь комар сам издаёт слышные нам звуки. Хотя есть и такие люди, которые способны к настоящей эхолокации!

– В самом деле? – не поверила Наташка.

– Конечно. Некоторые слепые люди обладают редкой способностью ориентироваться в пространстве, слушая отражение звуковых волн от окружающих предметов. Для этого они могут сами издавать звуки, притоптывая ногами, или прищёлкивая языком. Есть даже такие, которые могут ездить на велосипеде или играть в футбол! А самое интересное, что при обработке отражённых звуковых сигналов у этих людей оказывается задействована та часть мозга, которая у всех остальных отвечает за зрение! Разве не удивительно?

А теперь я вас сам спрошу. Вы знаете, в каких устройствах человек использует такой же принцип, что и летучие мыши при эхолокации?

Дорогие ребята! Прежде, чем читать дальше, попробуйте сами ответить на папин вопрос!

– Я недавно читала про радары! – радостно сказала Наташа. – Они тоже испускают какие-то волны, и потом принимают отражённый от объектов сигнал!

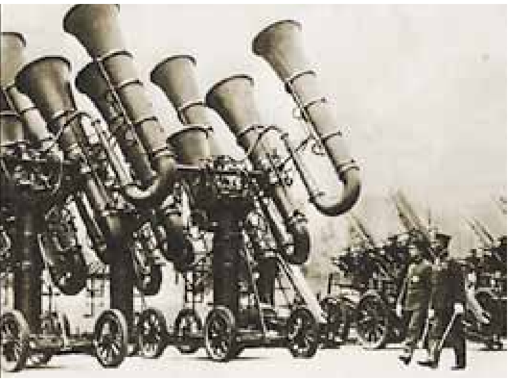
– Правильно! – сказал папа. – Только в радарах используются не звуковые, а радиоволны, и называется это *радиолокация*. А *звуколокация* (то есть определение положения объектов в пространстве с помощью звуковых волн) лежит в основе работы сонаров, используемых рыбаками для поиска скоплений рыбы. Сонары также устанавливались на подводных лодках для обнаружения противника уже во времена далёкой Первой мировой войны. Повторю ещё раз, что при эхолокации положение объекта определяется по возвращению отраженной волны, которую испустило само животное или устройство...

Художник Татьяна Масакова

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Аудиолокатор
(Чехия, 1920-е годы)

Американская двухрожковая система (армейский колледж Форт-Макнэйр, 1921 год)



Император Хирохито инспектирует подразделение боевых слуховых труб
(Япония, 1930-е годы)

– Прямо как эхо в горах, которое возвращается, когда мы кричим, – вставила Наташка.

– Верно, умница! Отсюда и название – ***эхолокация***. А бывает ещё пассивная *звуко*- и *радиолокация*, когда мы принимаем сигнал от постороннего объекта. Вот как у Васи с комаром! – папа снова улыбнулся и продолжил: – До изобретения радаров и сонаров люди пользовались именно пассивной звуколокацией. Когда появилась боевая авиация, для защиты от неё придумали специальные акустические локаторы – огромные трубы, направленные в небо, которые могли уловить звук винтов бомбардировщиков на расстоянии в десятки километров! Во время Великой Отечественной войны такие устройства использовались в блокадном Ленинграде. Но, я гляжу, вы уже устали…

Поблагодарив папу, ребята отправились спать, хотя Вася ещё долго дразнил Наташу, вспоминая, как она испугалась…

Вопрос к читателям: Конечно, летучие мыши просто так не нападают на людей, но известны случаи, когда они действительно запутывались в чьих-нибудь волосах, особенно в пышных высоких причёсках. С чем это может быть связано?

Папа уложил детей, а сам решил посмотреть в интернете что-нибудь ещё интересное про летучих мышей. Оказалось, наука не стоит на месте. Учёные доказали, что летучие мыши чувствуют магнитное поле Земли, как и перелётные птицы, которые не сбиваются с пути, пролетая тысячи километров. А ещё в мозгу у летучих мышей и некоторых грызунов обнаружили специальные координатные нейроны. С помощью этих нервных клеток летучие мыши умеют строить в голове трёхмерную координатную сетку – настоящую карту знакомого им пространства. Статья об этом была напечатана в одном из лучших научных журналов «Science», и папа решил прочитать её перед сном. Но день был тяжёлый, и он вскоре задремал, успев подумать:

– Как хорошо, что я биолог! Сколько ещё удивительного и интересного о природе нам предстоит узнать!

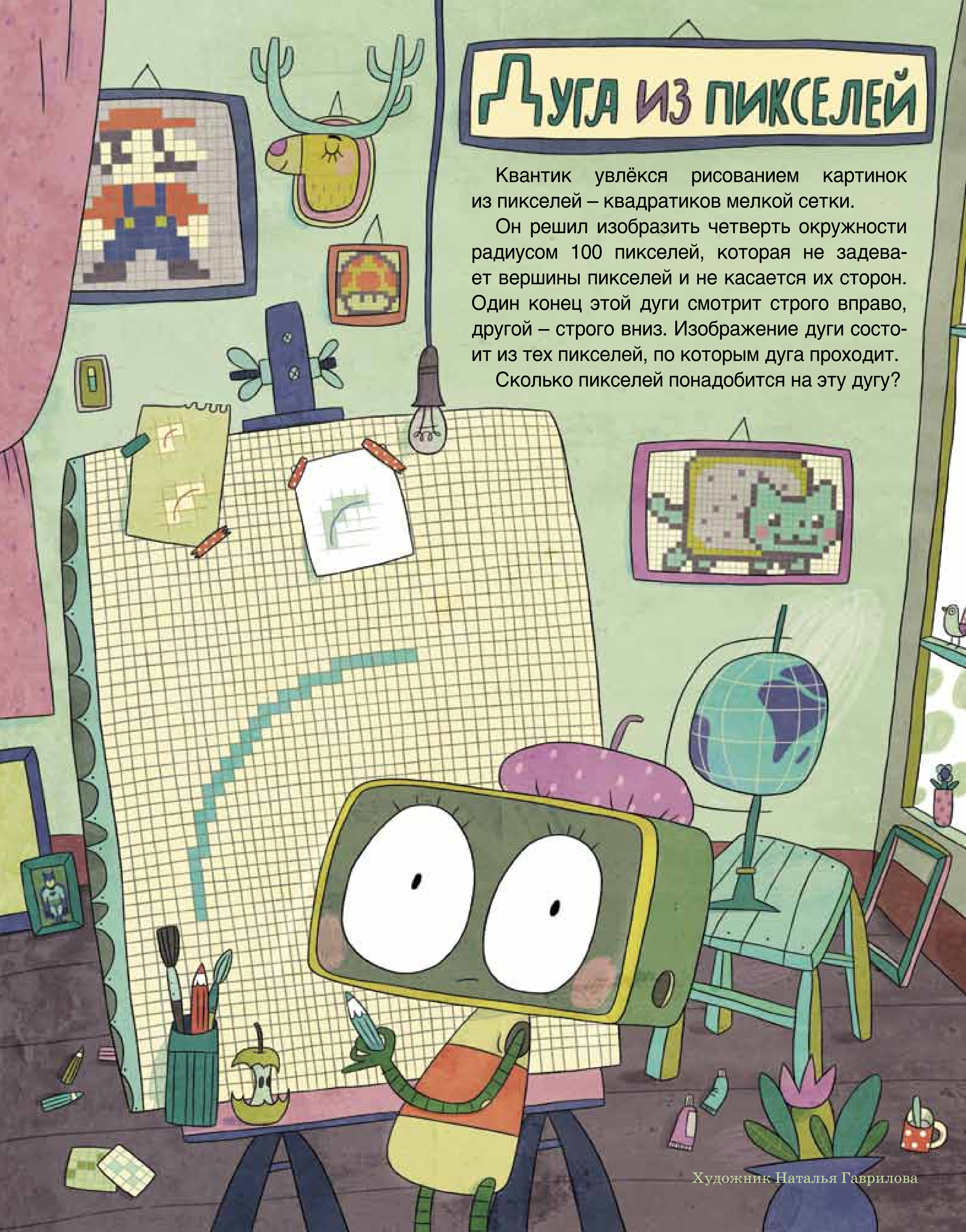
И всю ночь ему снились Великие Открытия.

Дуга из пикселей

Квантик увлёкся рисованием картинок из пикселей – квадратиков мелкой сетки.

Он решил изобразить четверть окружности радиусом 100 пикселей, которая не задевает вершины пикселей и не касается их сторон. Один конец этой дуги смотрит строго вправо, другой – строго вниз. Изображение дуги состоит из тех пикселей, по которым дуга проходит.

Сколько пикселей понадобится на эту дугу?



Художник Наталья Гаврилова

СЛОВечки

выпуск 14

Сергей Федин

«Облако отплыло одиноко»

Держу пари, что ты не раз слышал забавный стишок:

Четыре чёрненьких чумазеньких чертёнка
Чертили чёрными чернилами чертёж.
Чертили чрезвычайно чисто!

Буква *ч*, с которой начинаются все слова в этих трёх строчках, превращает весь стих в этакий маленький весёлый пыхтящий паровозик – чу-чу-чу, чу-чу-чу, чу-чу-чу...

А в этом задумчивом стихотворении Льва Яковлева все слова открывает уже буква *у*, такая же длинная и тянущаяся (У-у-у...), как и ненасытный «герой», о котором идет речь:

Устал удав –
уснул, устав.

Прямо не по себе становится, как подумаешь, от чего это собственно устал удав. Ужас!..

Вот видишь, как много может всего только одна буква, особенно если она стоит в начале слов! Оказывается, такого рода стихи, рассказы или просто предложения «на одну букву» давно известны в литературе и называются тавтограммами, что можно перевести с греческого примерно как «тежебуквицы».

Первые тавтограммы были придуманы две с лишним тысячи лет назад, а уже через несколько столетий появились даже поэмы на одну букву. Например, в 1530 году некий монах написал грандиозную поэму «Pugna porcorum» (т.е. «Битва свиней»), все слова в которой, как и в названии, начинались на латинскую букву *p*. Ну а в русском языке буква *п* – наверное, самая любимая у мастеров тавтограммы. Именно она используется в старинной тавтограмме «Пётр Петрович»:

Пётр Петрович пошёл погулять,
Поймал попугая – понёс продавать.
Просил полтину – получил половину.

А вот начало целого рассказа на букву *п* (я нашёл его в журнале «Абажур»), придуманного таким же школьником, как и ты:

ПЕЛЬМЕННЫЕ ПЕРЕЖИВАНИЯ

Простоватый Петя, повар «Пельменной», приготовил пухлые, приятно пахнущие пельмени. Подле пасся подхалимный пёс Полкан, постоянно прося подачки.

Прижимистый Петя положил псу пять пельменей, переживая. Петя понимал: пельмени подлежат подаче посетителям «Пельменной».

Пёс Полкан проглотил пельмени, повизгивая, потом подождал, поворчал, показал Пете пустую плошку, пустую пасть, пытаясь понять, почему Петя перестал подкидывать пельмени.

Петя прикрикнул: «Подлиза! Подлец! Поди прочь! П-п-п-шёл!»

Погрустневший Полкан понял, попятился, притаился, потом прилёг под перекладиной посудной полки...

Впрочем, писать тавтограммы «на *п*» не так уж и сложно, ведь слов на эту букву больше всего. Гораздо интереснее придумать что-нибудь эдакое с другим началом. Вот, например, грустная тавтограмма на подпрыгивающую, «буратинную» букву *б*:

Больной беззубый Буратино
Бродил, бедняга, без ботинок...

Кстати, ещё одну тавтограмму на эту букву ты, сам того не ведая, знаешь как пословицу:

Бережёного бог бережёт!

Ну а в этой «звериной» тавтограмме А. Кондратова буква *з* только усиливает «нечеловеческое» звучанье зоопарка:

ЗОО-ЗВУКИ
Зубр заревел.
Заливается зяблик.
Зебра заржала.

А почему, собственно, первая буква в словах должна быть одинакова, подумал я, прочитав эти и многие другие тавтограммы. Последние буквы ничуть не хуже! И тут же мне пришла в голову строчка, в которой все слова кончаются на букву *и*: *Хиппи и панки ломали танки.*

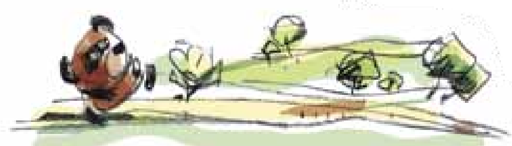
А поэт Герман Лукомников, прочитав эту концевую тавтограмму, решил примирить первые и последние буквы слов и придумал начально-концевую тавтограмму, в которой все слова начинаются на букву *с*, а кончаются на букву *о: слово сломало стекло.* Другая его строчка такого рода в заголовке этой заметки.

Но что там одна и та же буква в начале или конце слов! Есть, оказывается, тавтограммные «монстры», в каждом слове которых повторяются уже три или даже четыре буквы! Например, такая тройная супертавтограмма: *Стремительные странницы стрекозы...*

В общем, стоит только увлечься тавтограммами, и они уже тебя не отпустят. Попробуй сам! А для начала продолжи «жуткий» рассказ про Винни-Пуха:

Винни-Пух вышел в восемь вечера. В воздухе веяло весенней вкуснятиной. Вдруг Винни вздрогнул. Возле...

Художник Сергей Чуб



НАШ КОНКУРС («Квантик» № 3)

11. *Профессор написал на доске шесть утверждений:*

Сегодня на моей лекции будет меньше 10 студентов.
Сегодня на моей лекции будет больше 10 студентов.
Сегодня на моей лекции будет меньше 20 студентов.
Сегодня на моей лекции будет больше 20 студентов.
Сегодня на моей лекции будет меньше 30 студентов.
Сегодня на моей лекции будет больше 30 студентов.

На лекцию пришло N студентов, после чего профессор написал для каждого своего утверждения, верное оно или нет. Оказалось, что ровно четыре утверждения оказались неверными. Чему равно N? Укажите все возможные ответы.

Ответ: 10, 20 или 30.

Несложно проверить, что значения $N=10$, 20 и 30 подходят. Докажем, что других ответов нет. Если неверных утверждений четыре, то верных – два. Если $N<10$, то и $N<20$, и $N<30$ – получаем три верных утверждения, чего быть не может. Значит, $N\geqslant 10$. Аналогично доказываем, что $N\leqslant 30$. Если $10<N<20$, то верны 2-е, 3-е и 5-е утверждения, а если $20<N<30$, то верны 2-е, 4-е и 5-е утверждения, что невозможно.

12. *В классе у Коли столько же детей, сколько в классе у Оли. Коля говорит Оле: «У нас в классе мальчиков вдвое больше, чем у тебя». А Оля отвечает: «Зато у нас девочек втрое больше, чем у тебя». Могло ли такое быть? (Коля и Оля себя тоже посчитали).*

Ответ: могло.

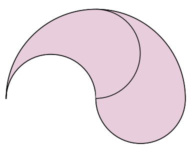
Например, в классе у Коли 24 мальчика и 6 девочек, а в классе у Оли 12 мальчиков и 18 девочек: $24=2\cdot 12$, $18=3\cdot 6$, $24+6=12+18=30$.

13. *Перед вами рисунок «капли» – верхняя граница состоит из полуокружности радиуса 2, а нижняя граница – из двух полуокружностей радиуса 1 (одна «смотрит» внутрь капли, а другая – наружу). Разрежьте каплю*

а) на две одинаковые части;

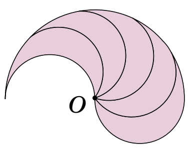
б) на три одинаковые части;

в) можно ли разрезать её на 100 равных частей?



На рисунке изображён пример разрезания капли на 2 одинаковые части.

По аналогии строится пример разрезания и на N одинаковых частей. Обозначим через O центр большой полуокружности. Заметим: если повернуть левую маленькую полуокружность вокруг O на 180° (по часовой стрелке), получится правая маленькая полуокружность. При этом след от поворота заметёт всю каплю. Будем поворачивать полуокружность поэтапно: сначала повернём её на $180/N$ градусов, потом ещё на столько же, и так далее, пока она не повернётся на 180°. Следы от вращения полуокружности на каждом этапе равны – так капля разделится на N одинаковых частей. На рисунке приведён пример для $N=5$.



14. *В таблице 10×10 клетки окрашены в 9 цветов. Если в некоторой строке или в некотором столбце находятся две клетки одного цвета, то можно перекрасить этот столбец или эту строку в этот цвет. Из любого ли исходного положения можно всю таблицу перекрасить в один цвет?*

Ответ: да, из любого.

Заметим, что в каждой строке найдётся пара клеток одного цвета, так как клеток в строке 10, а цветов всего 9. Тогда сделаем каждую строку одноцветной. Опять же, строк 10, а цветов 9, значит, среди строк найдутся две строки одного цвета. Теперь покрасим в этот цвет каждый столбец и получим одноцветную таблицу.

15. *Бизнесмен заключил с чёртом соглашение: каждый день бизнесмен даёт чёрту одну купюру, а взамен получает любое число купюр, какое захочет, но меньшего достоинства. Другого источника купюр у бизнесмена нет. Докажите, что в какой-то момент бизнесмен разорится (сколько бы купюр ни было у него вначале и как бы он ни менял их у чёрта).*

В задаче предполагается, что бизнесмен бессмертен (иначе он может не дожить до своего разорения).

Предположим, у бизнесмена есть стратегия, согласно которой он каждый день сможет отдавать купюру, и никогда не разорится. Заметим, что самые крупные имеющиеся у бизнесмена купюры от чёрта он получать не может. Поэтому в какой-то день они у него либо кончатся, либо он никогда больше не будет отдавать их чёрту. Во втором случае разменяем оставшиеся самые крупные купюры на более мелкие – стратегию это не испортит. С этого дня у бизнесмена какие-то более мелкие купюры станут самыми крупными. Аналогично, в какой-то момент у бизнесмена кончатся и они (либо он перестанет ими расплачиваться – тогда снова обменяем их на более мелкие). Рассуждая дальше аналогично, видим, что достоинство самых крупных купюр у бизнесмена постепенно падает. Наступит момент, когда у бизнесмена кончатся и самые мелкие купюры, и тогда он разорится.

РЭНДЗЮ («Квантик» №4):

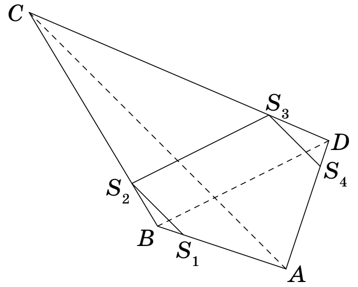
Решение будет опубликовано позже.

ПОЛОВИНА ИЛИ НЕТ? («Квантик» №4)

Квантик отметил уровень молока, приложив палец к бутылке. Потом перевернул бутылку и сравнил новый уровень молока со старым. Если они совпали, то в бутылке ровно половина молока. Этим способом можно также определить, больше половины молока в бутылке или меньше.

НОВЫЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ БУРАТИНО

1. Пусть Буратино гулял по четырёхугольному лесу $ABCD$, начав из точки S_1 на стороне AB и проходя через точки S_2, S_3, S_4 и S_5 на сторонах четырёхугольника. Докажем, что $S_1=S_5$. Пусть S_1 делит сторону AB в отношении $x{:}y$, то есть $AS_1:BS_1=x:y$. По теореме Фалеса $BS_2:CS_2=BS_1:AS_1=y:x$, так как S_1S_2 параллельно AC. Значит, S_2 делит сторону BC в отношении $y:x$. Рассуждая аналогично, получим, что S_3 делит CB в отношении $x:y$, S_4 делит DA в отношении $y{:}x$, S_5 делит AB в отношении $x:y$. Значит, $S_1=S_5$.



2 и **3**. Как и в решении предыдущей задачи, рассмотрим точки, в которых Буратино меняет направление движения. Найдём, как меняется отношение, в котором очередная точка делит сторону треугольника. Если изначально отношение было $x:y$ (где $x\neq y$), то на следующей стороне оно будет $y:x$, потом $x:y$, а когда он вновь вернётся на исходную сторону – $y:x$. Пройдя ещё три отрезка пути, Буратино попадёт в точку, которая делит сторону в отношении $x:y$, то есть вернётся в исходную точку.

Если же изначально $x:y=1{:}1$, то Буратино стартовал с середины стороны треугольника, и он вернётся в исходную точку, пройдя три отрезка пути.

ДОЖДЬ В ЛЮКСЕМБУРГЕ

■ Номеров, у которых левые числа больше правых, ровно столько же, сколько и номеров, у которых правые числа больше левых. К примеру, у номера 37-61 обязательно есть пара 61-37.

■ Проще посчитать количество номеров, в которых нет повторяющихся цифр. Первая цифра номера может быть любой из десяти цифр. Вторая цифра может быть любой, кроме уже выбранной первой. Таких цифр девять. Третья цифра может быть любой, кроме уже выбранных первой и второй. Таких цифр восемь. На долю четвёртой остаётся семь цифр. Количество номеров N, в которых нет повторяющихся цифр, определяется произведением:

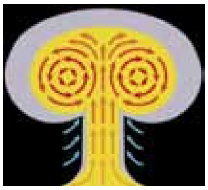
$$N=10\cdot 9\cdot 8\cdot 7=5040.$$

Всего же номеров, очевидно, 10000. Значит, номров, в которых есть одинаковые цифры – 4960.

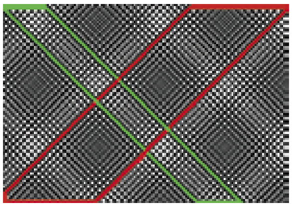
■ Под машиной блондинки сухой асфальт – это значит, что во время дождя машина стояла на месте.

ДВОЙНОЙ ВЫХЛОП

Будь перед вами настоящая труба, а не изображение, вы бы заметили одну подсказку. Эти «две» струи вращаются так, что между ними воздух поднимается, а по краям спускается. А посмотрев на трубу с другой стороны, вы бы увидели, что сверху струя не выглядит распавшейся на две. Всё это очень похоже на выворачивающуюся шляпку дымового «гриба» от большого взрыва, только растянутую. Неспроста: в обоих случаях воздух посередине остывает медленнее, поэтому он поднимается быстрее, всплывает. Всплывая, он затягивает снизу в середину струи прозрачный воздух, который «делит пополам» нашу струю.



ПРИЗРАЧНЫЕ УЗОРЫ



Та решётка, что находится к нам ближе, выглядит для нас немного крупнее. Из-за этого какие-то линии дальней решётки оказывается почти точно за линиями ближней, а где-то наоборот, видны обе решётки. В первом случае мы видим больше светлого фона, чем во втором. Поэтому совпадающие линии решёток дают светлую полосу. Одна из таких полос отмечена зелёным на рисунке. А в красном выделении видны проволоки обеих решёток, такое место выглядит темнее.

НОЧНЫЕ КРОВОПИЙЦЫ, КУДРЯШКИ И ПОДВОДНЫЕ ЛОДКИ

Шерсть и волосы не отражают, а поглощают ультразвуковые волны, поэтому летучие мыши их просто не замечают и могут случайно влететь и запутаться.

ДУГА ИЗ ПИКСЕЛЕЙ

Ответ: 201.

Пойдём по дуге снизу вверх. При этом с каждого пикселя мы будем переходить либо на его верхнего соседа, либо на соседа справа, то есть «делать шаг» вверх или вправо. Пройдя дугу, мы переместимся ровно на 100 пикселей вправо и на 100 пикселей вверх. Поэтому всего мы, идя по дуге, сделали 200 «шагов», пройдя по 201 пикселю.

Можно было бы подумать, что количество пикселей примерно равно длине дуги. Это совершенно не так: длина четверти окружности радиуса R равна $\pi\cdot R/2\approx 1{,}57\cdot R$, а пикселей дуга пересекает $2R+1$. В нашем случае длина дуги примерно равна 157.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 июня по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

V ТУР

21. Петя и Вася живут в одном доме и выходят в школу одновременно. Каждый Петин шаг на 10% длиннее Васиного, но Петя делает в минуту на 10% меньше шагов, чем Вася. Кто из них раньше придёт в школу?

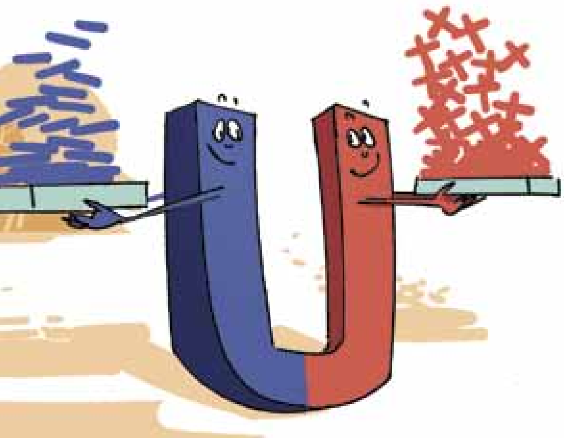
22. Дан лист клетчатой бумаги. С помощью карандаша и линейки без делений нарисуйте на листе квадрат, площадь которого больше площади одной клетки а) в 2 раза; б) в 5 раз.

Авторы задач:
Георгий Жуков (23),
Александр Ковальджи (24)

23. Петя хочет придумать аналог игры «камень – ножницы – бумага» для 10 предметов. В ней должны выполняться два условия: про любые два предмета можно сказать, какой из них кого бьёт; любые два предмета равноправны (то есть каждый предмет бьёт одно и то же число предметов). Сможет ли Петя придумать такую игру?

24. Имеется два дома, в каждом по два подъезда. Жильцы держат кошек и собак. Известно, что доля кошек (отношение числа кошек к общему числу кошек и собак) в первом подъезде первого дома больше, чем доля кошек в первом подъезде второго дома. А доля кошек во втором подъезде первого дома больше, чем доля кошек во втором подъезде второго дома. Верно ли, что доля кошек в первом доме больше доли кошек во втором доме?

25. В таблицу 4×4 записали числа от 1 до 16 (так, как показано на рисунке). Перед каждым из них поставили знак «+» или «–» так, что в каждой строке и в каждом столбце оказалось по два плюса и по два минуса. Докажите, что сумма полученных чисел всегда будет равна нулю.



1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Художник Леонид Гамарц

"Невыносимая" Мебель

Из домика через распахнутое окно выносили громоздкие вещи. Некий предмет никак не пролезал. Одну створку окна догадались прикрыть, и предмет удалось вытащить наружу! Как такое могло быть?

На рисунках схематично изображены два положения окна, «вид сверху». Вырежьте из бумаги фигурку, которая не пролезает в «окно» на верхней схеме, но пролезает на нижней. Можно рассмотреть свои варианты схем – например, сделать стены тонкими…

Автор Егор Бакаев • Художник Максим Калякин