№ 5 | май 2016

Издаётся Московским центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

# ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№5
май
2016

ПОЧЕМУ НАМ СНЯТСЯ КОШМАРЫ

ЛЕНТА МЁБИУСА ИЗ СКОТЧА

ПОЧЕМУ СВЕТОЛЮБИВЫЕ ДЕРЕВЬЯ ЕЩЁ НЕ ВЫМЕРЛИ?

Enter

# ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик»
в любом отделении Почты России или через Интернет!

**ПОДПИСЫВАЙТЕСЬ НА «КВАНТИК» НА ВТОРОЕ ПОЛУГОДИЕ 2016 ГОДА!**


- «Квантик» – научно-популярный журнал для широкого круга читателей.
- Кроме журнала, «Квантик» выпускает альманахи, плакаты и календарь загадок.
- Подробнее о продукции «Квантика» и о том, как её купить, читайте на нашем сайте **kvantik.com**

На почте «Квантик» можно найти в двух каталогах:

**КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»:**
индекс **84252** для подписки на несколько месяцев или на полгода.
*Самая низкая цена на журнал!*

КАТАЛОГ **РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ «ПОЧТА РОССИИ»:**
индекс **11346** для подписки на несколько месяцев или на полгода.
*Доступна онлайн-подписка на сайте* **vipishi.ru**

Подробнее читайте на сайте
**kvantik.com/podpiska.html**

- Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте **nasha-pressa.de**
- Подписка на электронную версию журнала по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

**www.kvantik.com** **kvantik@mccme.ru** **instagram.com/kvantik12** **kvantik12.livejournal.com**
**facebook.com/kvantik12** **vk.com/kvantik12** **twitter.com/kvantik_journal** **ok.ru/kvantik12**

С 26 июня по 2 июля 2016 года под Костромой пройдёт XXII Турнир математических боев имени А. П. Савина для школьников, закончивших 6 – 9 классы. Регистрация – до 25 мая 2016 года.
Подробности по ссылке **http://www.matznanie.ru/competitions/competitions.html**

**Журнал «Квантик» № 5, май 2016 г.**
Издаётся с января 2012 года · Выходит 1 раз в месяц.
**Свидетельство о регистрации СМИ:**
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. А. Дрёмов, Д. М. Кожемякина, Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Б. Меньщиков, М. В. Прасолов, О. Н. Хвостикова
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Е. Ю. Константинова

**Учредитель и издатель:**
Негосударственное образовательное учреждение «Московский Центр непрерывного математического образования»
**Адрес редакции и издателя:** 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 241-08-04, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
**Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:**
▪ Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индекс **84252**)
▪ Каталог Российской прессы «Почта России» (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по каталогу «Почта России» на сайте vipishi.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: biblio@mccme.ru
Формат 84x108/16
Тираж: 6000 экз.
Подписано в печать: 14.04.2016
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт»,
**Адрес типографии:**
г. Тверь, Боровлево, 1
www.pareto-print.ru
**Заказ №**
Цена свободная
**ISSN 2227-7986**

6+

# СОДЕРЖАНИЕ



Иван Высоцкий,
Игорь Акулич

# НОВЫЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ СТАСА

***Часть 3,
в которой Стас изобретает антилотерею, Поляков – частичного зайца, а заяц оказывается в безразличном равновесии***

*Окончание. Начало в №№ 3–4 за 2016 год.*

**31 ОКТЯБРЯ. СУББОТА. 20:50.**
**Прогулка**

Сторонний наблюдатель мог бы подумать, что Патрик – Самая-Смирная-Собака-на-Свете. Семенит себе рядышком... Но стоит на секунду отвлечься... Патрик усыпил бдительность Стаса и рванул в куст боярышника. Конечно, Стас держал поводок в руке, а руку, как всегда, в кармане. Треск рвущихся ниток. Мама никак не могла понять, почему у Стасовой куртки вечно оторван край кармана, как ни пришивай, а Стас тайну не открывал. Вместе с рукой из кармана вылетел клочок бумаги, и Стас наклонился за ним, одновременно вытаскивая упирающегося пса из невероятно привлекательного куста.

Клочок оказался позавчерашним билетиком на электричку. Школьный за 25 рублей. Дороже лотерейного на 5 рублей, подумал Стас. Интересно, а почему железная дорога не разыгрывает железнодорожные билеты, как лотерейные? Может, тогда все зайцы покупали бы билеты? Стас вдруг подумал, что заяц сам себе устраивает как бы лотерею. Только это получается антилотерея. Заяц покупает «антибилет», то есть не покупает билета вовсе, и иногда получает «антивыигрыш» – то есть платит штраф. Стас вспомнил свои расчёты.

Заяц ездил 87 раз, а попался контролёрам только 5 раз. Билет 50 рублей плюс штраф 825 рублей, всего 875 рублей. Значит, вероятность получить антивыигрыш 875 рублей на один антибилет примерно $\frac{5}{87}$, а вероятность заплатить 0 рублей равна $\frac{82}{87}$. Математическое ожидание получается 875 умножить на... сколько же?.. Калькулятор в мобильнике. Умеете держать одной рукой развеселившуюся собаку, другой – мобильный, да ещё тыкать в кнопки? Стас умел. 50 рублей 29 копеек. Это математическое ожидание расходов на одну поездку для зайца.

Если только вероятность встретить контролёра $\frac{5}{87}$. А если нет? Предположим, что на обратном пути наш заяц не встретит контролёра. Тогда нужно считать, что вероятность $\frac{5}{88}$. А если встретит? Тогда уже $\frac{6}{88}$...

После прогулки папа выслушал рассказ про зайца и непослушную вероятность и коротко кивнул, подтвердив Стасовы худшие опасения: точная вероятность неизвестна, известна только её оценка, которая меняется в зависимости от обстоятельств. Значит, математическое ожидание штрафа тоже можно оценить только приблизительно.

– Значит, я нашёл не математическое ожидание?

– Ты нашёл среднее по имеющимся данным. В данном случае – средний штраф в расчёте на одну поездку. Это – приближённое значение математического ожидания, его оценка, возможно, неплохая.

– А в школьной задаче про лотерею?

– А в задаче про лотерею тебе по условию были известны точные вероятности. Поэтому там и ожидание было посчитано точно.

– Откуда же Лидия Павловна знала точные вероятности?

– Не знаю... Может быть, устроитель лотереи объявил, сколько билетов напечатано и сколько каких выигрышей.


– Ну да... Это же лотерея. А железная дорога не сообщает, как часто будет ходить контролёр.

– Видишь ли... События с известными шансами встречаются только в играх, например в лотереях. А в реальной жизни точные вероятности событий никому не известны.

Тут вдруг телевизор, негромко бормотавший что-то, встрепенулся и оперным голосом пропел: «Что наша жизнь? Игра!!!». Началось «Что? Где? Когда?». Папа и Стас любили эту передачу.

– Пап, а ты когда-нибудь ездил зайцем?

Но папа не расслышал вопроса, вероятно, он был увлечён телеигрой.

**2 НОЯБРЯ. ПОНЕДЕЛЬНИК. 14:30. Дорога из школы**

Пересчитывая школьной сумкой прутья в заборе детского сада, Стас толкал речь, обращённую к Славке Полякову.

– Понимаешь, если заяц всегда покупает билет, то он платит 50 рублей за поездку. А если не покупает, то математическое ожидание расходов 50 рублей 29 копеек. И это тоже на одну поездку. Причём это не точное ожидание, а только оценка. На самом деле это, скорее всего, близко, но не точно. Понимаешь, это как лотерея наоборот...

Поляков шёл, опустив голову. В голове шли процессы. Стас думал, как же объяснить, чтоб Славка понял и восхитился. Но Славка всегда был понятлив и давно всё понял. И думал уже о другом.

– А что, если заяц будет не полный, а, так сказать, частичный?

– Это как?

– Если он покупает билет не каждый раз, а через раз. Или через два на третий. Или как-то ещё. Например, он может бросать монетку, покупать билет сегодня или нет. Удастся ли уменьшить ожидаемый расход?

– Не знаю.

– Нужно учесть вероятность покупки билета и вероятность появления контролёра.

– Пять восемьдесят седьмых.

– Стас, ты очень умный, но слишком конкретный. В общем виде проще. С переменными. Потом подставляй, что хочешь.

Стас задумался о семантической разнице между «очень умный» и «умный очень». Было непонятно, обижаться на Славку или нет. За размышлениями Стас пропустил содержательную сторону Славкиной речи.



– Чё?

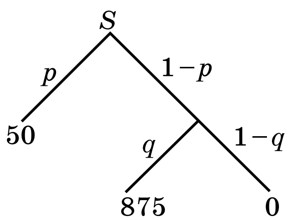
– Я говорю, пусть вероятность встречи с контролёром равна $q$, а вероятность того, что пассажир покупает билет, равна $p$.

– Заяц?

– Пассажир. С вероятностью $p$ он не заяц, а с вероятностью $1-p$ – заяц.

Ребята шли вдоль большого нового дома по дорожке, покрытой непозволительно свежим и ровным асфальтом. Стас, свято верящий в силу графических методов, просто не мог видеть нетронутый асфальт. У него чесались руки.

– Сейчас нарисую. – Стас подобрал на газоне обломок кирпича и приступил. – Если покупаешь билет (вероятность $p$), то платишь 50 рублей.




– А если не покупаешь, возможны варианты, – продолжал Славка. – Рисуй. Контролёр попадётся с вероятностью $q$.

– Условной, – ввернул Стас.

– Да всё равно, условная или безусловная. Ведь контролёр появляется независимо от того, купил ты билет или нет. И если контролёр пришёл, ты платишь 875 рублей за штраф и билет.

– Хорошо. А с вероятностью $1-q$ контролёр не появляется. И тогда ты вообще ничего не платишь.

Получившийся граф Стасу что-то смутно напомнил.

Тем временем Славка взял кирпич и нарисовал на асфальте распределение.

| Затраты | 0 | 50 | 875 |
|---|---|---|---|
| Вероятность | $(1-p)(1-q)$ | $p$ | $(1-p)q$ |

Значит, математическое ожидание равно

$$\mathrm{E}X=50p+875(1-p)q.$$

– Это число нужно сделать как можно меньше. Нужно подобрать такое $p$.

– Почему $p$?

– Потому что мы хотим решить, как часто зайцу лучше покупать билет. С какой вероятностью.

– Скобки надо раскрыть и того… закрыть… – Стас завладел кирпичом.

$$\mathrm{E}X=875q+p(50-875q).$$

– Вот, смотри, что получается, – начал уверенно Славка, – смотри вот. Вот, что получается… Получается, что вот…

– И что получается, молодые люди? А что такое $X$? – Голос папы Лёши раздался за спиной внезапно, ребята даже вздрогнули. Сегодня понедельник, вспомнил Стас, папа работает дома. Наверно, вышел в магазин.

Славка объяснил:


– Это, дядя Лёш, затраты на одну поездку на электричке.

– Уж не про зайца ли тут вычисления?

Стас кивнул. Папа быстро вошёл в курс дела.

– Похоже, верно. Именно так. А получается вот что. Это выражение нужно сделать как можно меньше, так? Если $q$ маленькое, то $50-875q>0$ и поэтому чем меньше $p$, тем лучше. Так что билет лучше вообще не покупать никогда. Тогда $p=0$, и математическое ожидание расходов будет минимально.

А если $q$ большое, то $50-875q<0$. Тогда чем $p$ больше, тем лучше. Самое большое $p=1$. Значит, в этом случае билет нужно покупать всегда. Вот такая стратегия: либо всегда покупать, либо никогда, в зависимости от того, велика или мала вероятность встретить контролёра.

– А если $50-875q=0$? Тогда что?

– Тогда, братцы, наступает занятная ситуация. Тогда от $p$ ничего не зависит. Хоть ты берёшь билет, хоть нет, хоть через раз – средний расход будет один и тот же. Такую ситуацию физики называют «безразличное равновесие». Кстати, в вашем конкретном случае... я хотел сказать, в конкретном случае того зайца ситуация если и не безразличное равновесие, то весьма близка к нему. И ведь почувствовал заяц равновесие это и выразил его кратко и ёмко: «ТО НА ТО И ВЫЙДЕТ».

Славка на всякий случай решил уточнить:

– Дядь Лёш, это если $q$ равно $\frac{50}{875}$?

– Да, конечно.

– Но ведь вряд ли вероятность контролёра в точности равна...

– Именно, именно, друзья мои. Я об этом и говорю. Вряд ли. В жизни вероятности событий редко известны точно. А на самом деле – никогда. Но Стас мне говорил, что частота появления контролёра около $\frac{5}{87}$ или $\frac{5}{88}$, а это очень близко к $\frac{50}{875}$. Поэтому можно считать, что ваш заяц как раз и находится в ситуации, близкой к равновесию.

– А когда вероятности можно точно найти? – спросил Славка.

Ну тут Стас уже не дал отцу шанса. Ведь он уже знал ответ:

– В жизни нельзя. А можно только в лотереях всяких. В играх, короче.

Из приоткрытого окна первого этажа нового дома вдруг завопил громкий и резкий тенор: «Что наша жизнь? – Игра!!». Первый канал начал повтор субботнего выпуска «Что? Где? Когда?».

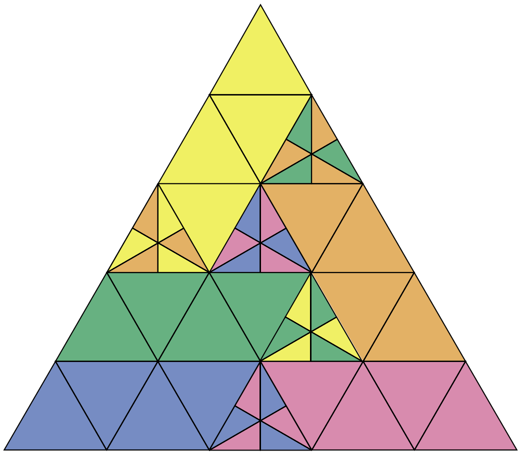
Художник Анна Горлач

СМОТРИ!

# Как разрезать равносторонний треугольник на 5 равных частей?

Сразу оговоримся – равными фигурами на плоскости называются такие фигуры, которые можно совместить наложением (не путайте с фигурами, равными только по площади).

Нетрудно разрезать равносторонний треугольник на три равные части – можно просто соединить центр треугольника с его вершинами. Если вместо этого соединить середины сторон, мы разрежем треугольник на 4 равные части. А вот разрезать равносторонний треугольник на 5 равных частей оказалось очень непросто – совсем недавно эту проблему решил Михаил Патракеев из Екатеринбурга.



На рисунке одна часть – это то, что окрашено одним цветом. Части получились необычные – каждая состоит из двух не соединённых друг с другом кусков, её и в руки не возьмёшь, чтобы не рассыпалась. Но можно нарисовать каждую часть на прозрачной плёнке. Тогда любые две части легко будет совместить, наложив плёнки друг на друга (может быть, с переворотом), – это и значит, что части одинаковые.

Напоследок – две задачки.

**1.** Разрежьте равносторонний треугольник

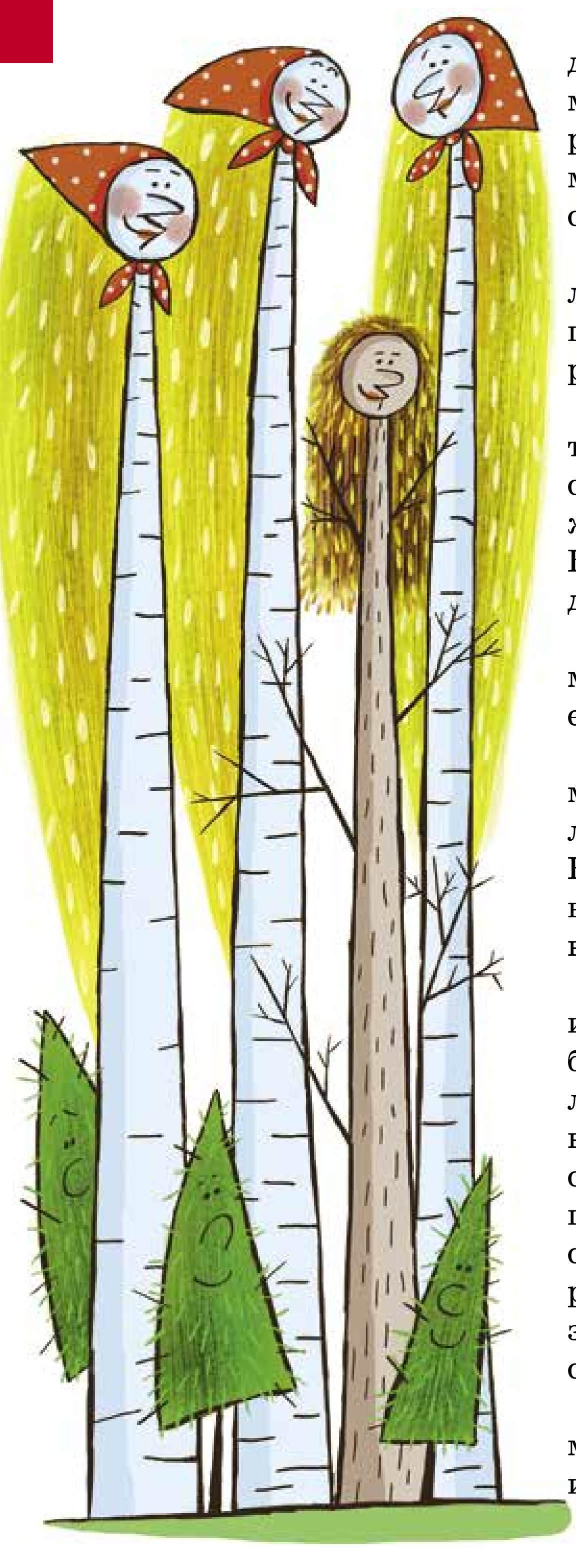
а) на 6; б) на 9 равных треугольников.

**2.** Разрежьте какой-нибудь треугольник на 5 равных треугольников.

Художник Артём Костюкевич

Пётр Волцит

# ПОЧЕМУ СВЕТОЛЮБИВЫЕ ДЕРЕВЬЯ ЕЩЁ НЕ ВЫМЕРЛИ?



Приходя в березняк или осинник, мы обычно видим такую картину: под взрослыми берёзами и осинами растут молодые ель, дуб, клён, липа и другие деревья, но ни одной молодой берёзы и почти ни одной молодой осины. По крайней мере, ни одной жизнеспособной – чахлые и умирающие не в счёт.

Почему – легко объяснимо: берёза и осина – светолюбивые деревья, в тени других деревьев расти не могут. А сами они дают лишь рассеянную тень, в которой легко живут более теневыносливые деревья.

Предсказать будущее такого леса не составляет труда: рано или поздно берёзы и осины умрут от старости (довольно рано – эти недолговечные деревья редко живут более 100 лет), а новым взяться будет неоткуда. Березняк и осинник сменятся ельником или липоводубовым лесом.

С дубом примерно та же история: он, конечно, может вырасти в тени берёз, но ни под липой, ни под елью или клёном не выживет.

Как же светолюбивые деревья до сих пор не вымерли? Почему в лесах не остались только теневыносливые ели, клёны и липы? И как же эволюция и Его Величество естественный отбор допустили существование светолюбивых деревьев, если быть светолюбивым так невыгодно?

Очевидно, кроме недостатков у светолюбия есть и достоинства. Посмотрите на годичные приросты берёзы или осины, с одной стороны, и клёна или липы – с другой. Осина порой вырастает больше чем на метр за год! Берёза чуть меньше, но всё равно растёт очень быстро. А теневыносливые деревья растут гораздо медленнее. Ведь теневыносливость достигается за счёт снижения интенсивности обмена веществ: растение мало «зарабатывает» в процессе фотосинтеза, но и мало «тратит». В частности, экономит на росте, требующем больших затрат энергии.

В итоге, если на свободном от деревьев месте (например, на вырубке) одновременно проросли семена берёзы и ели, берёза обгонит ель и не даст ей себя затенить.

Вопрос только, где в дикой природе взять вырубку. На этот вопрос ботаники тоже нашли ответ. Во-первых, деревья не вечны. Рано или поздно любое дерево, а чаще сразу несколько деревьев одного возраста, погибнут и рухнут – вот и готова маленькая полянка. Плюс не забудем про ураганы или смерчи – они способны создать уже совсем даже немаленькую «вырубку». Наконец, растения живут не сами по себе, а во взаимодействии с животными. Бобры подгрызают даже очень толстые деревья, создавая обширные «просеки» вдоль рек. Зубры поедают подрост и порой обгладывают кору взрослых лип и клёнов, также создавая большие светлые поляны.

Затем на образовавшихся полянах прорастают семена нового поколения деревьев. И тут, как мы уже выяснили, светолюбивые на некоторое время оказываются в выигрыше.

Правда, для выживания светолюбивым деревьям нужно ещё одно качество, помимо быстрого роста. Догадаетесь какое? Смотрите: поляны образуются непредсказуемо – новое открытое место может появиться довольно далеко от места, где растёт старая берёза или осина. Значит, семена светолюбивых деревьев должны уметь распространяться далеко-далеко. Так и есть! И у берёзы, и у осины семена мелкие, лёгкие, далеко разносятся ветром.

А вот долговечным светолюбивому дереву быть не обязательно – всё равно рано или поздно теневыносливые ель с липой догонят и вытеснят. Лучше потратить побольше сил на производство массы семян – авось, какое да занесёт ветром на поляну, – а потом, вложив всю энергию в размножение, отмереть со спокойной совестью.

**Задача.** Над лесным массивом общей площадью 100 га 10, 50 и 150 лет назад пронеслись разрушительные ураганы, повалив лес на площади 15, 8 и 20 га, соответственно. Через лес на протяжении 2 км течёт речка, на которой ещё 80 лет назад повсеместно водились бобры. Какова общая площадь территории, на которой может встретиться берёза, если принять, что берёза живёт 100 лет, а бобры удаляются от воды не далее 50 м? Напомним, что берёзы не могут вырасти в лесу: для прорастания им нужны открытые места.

*Окончание в следующем номере*

Художник Инга Коржнева


# ПУТЕШЕСТВИЕ №3 ПО ЗООПАРКУ ЭЛЕМЕНТОВ

## НАТРИЙ, МАГНИЙ, АЛЮМИНИЙ, КРЕМНИЙ, ФОСФОР

### НАТРИЙ Na

Na 11 22.989768 НАТРИЙ

Клетку №11 занимает натрий (*natrium*, от египетского названия *nṯrj* – «сода»; в древнеегипетской письменности обозначались только согласные звуки, так что как в точности произносили это слово древние египтяне, нам неизвестно). Металл натрий легче воды, его плотность 0,97 г/см$^3$.

Вот уж с чем мы встречаемся каждый день, так это с натрием! Любой здоровый человек ежедневно потребляет несколько граммов хлорида натрия ($NaCl$) – обыкновенной поваренной соли. А когда ещё не было холодильников, соль помогала консервировать скоропортящиеся продукты. Вспомните, как часто упоминается солонина в рассказах о путешественниках. Улучшение самочувствия после добавления соли в пищу, а также отличные консервационные свойства соли породили к ней особое отношение как к самому ценному продукту.

«Пуд соли съесть» – выражение, известное в нескольких европейских языках, оно означает хорошее знание кого-либо. Ведь чтобы съесть с кем-то 16 килограммов соли (примерно столько составляет один пуд), надо провести с ним очень много времени. Физиологической нормой для одного человека считается 5 граммов соли в день. То есть два человека пуд соли съедают за четыре с лишним года, а за этот срок можно хорошо познакомиться и узнать друг друга.

Натрий – лёгкий, мягкий, легкоплавкий и очень активный металл. Реакции с участием натрия могут протекать бурно со значительным выделением тепла. При этом часто происходит воспламенение и даже взрыв.

### МАГНИЙ Mg

Mg 12 24.3050 МАГНИЙ

В клетке №12 находится магний. Его первооткрывателем считается английский химик Гемфри Дэви, получивший в 1808 году неизвестный металл и давший ему название *magnesium* (по имени древнегреческой области Магнесии, которая была богата залежами минералов, в том числе содержащих магний). Но соединениями магния люди пользовались и раньше. Так, в Англии в конце XVII века из минеральной воды выделили горькую соль, содержащую магний. Эта соль оказалась превосходным слабительным и вошла в медицину под названием «английская соль». Иногда так называют и другие лекарства, обладающие подобным действием.

Ещё одно свойство магния пригодилось в середине XIX века, когда изобрели фотографию. Чтобы фотография получилась, требовалось очень яркое освещение, и тут лучше всего помогал магний – он сгорает с ослепительным белым пламенем. Так что профессиональные фотографы всегда носили при себе магниевые вспышки. И лишь век спустя на смену магниевым пришли вспышки электрические.

Соединения магния обладают разнообразными полезными свойствами, иногда прямо противоположными друг другу. Например, тальк уменьшает трение, он является основой детских присыпок. Тальк также предохраняет от слипания резиновые поверхности. А вот магнезия, наоборот, способствует сцеплению, и её успешно применяют спортсмены.

## АЛЮМИНИЙ Al

13 Al 26.981539 АЛЮМИНИЙ Алюминий занимает клетку №13. Его название происходит от латинского слова *alumen* – «квасцы». Квасцы – это минералы, известные с глубокой древности. Их применяли при окрашивании тканей, дублении кож, в медицине. Потом выяснилось, что в состав некоторых квасцов входит алюминий, и так этот металл получил своё название. Главные достоинства алюминия – пластичность, стойкость к коррозии, электропроводность и малая плотность (алюминий в три раза легче стали).

Полтора века назад алюминий считался редчайшим металлом и ценился дороже золота. Племянник Наполеона Бонапарта и по совместительству последний император Франции Наполеон III заказал себе алюминиевые столовые приборы. Эти приборы подавались лично императору и самым приближённым гостям, а осталь-

ные были вынуждены есть из серебряных и золотых тарелок. Хотя, как это ни парадоксально, алюминий – самый распространённый металл в земной коре.

Сплав алюминия с медью, магнием и марганцем называется дюралюминием или дюралем. При той же лёгкости он в четыре-пять раз прочнее алюминия. Однако дюраль теряет коррозионную стойкость, и его для защиты от коррозии приходится покрывать тонким слоем чистого алюминия.

Алюминий незаменим в самолётостроении. Не случайно личного представителя президента США Гарри Гопкинса, прибывшего осенью 1941 года в Москву по поводу военных поставок для СССР, в первую очередь попросили включить в поставки именно алюминий.

## КРЕМНИЙ Si

14 Si 28.0855 КРЕМНИЙ В клетке №14 «живёт» кремний. Своё латинское название *silicium* он получил от латинского *silex* – кремень. Русское название кремний (от древнегреческого κρημνός – «гора», «утёс») предложил российский химик Герман Иванович Гесс.

В природе кремний встречается в виде соединений и занимает второе место после кислорода по распространённости в земной коре. Это песок, полевые шпаты, кварц, кремень... Можно сказать, что именно кремень заложил основы земной цивилизации. Первым приспособлением людей была дубинка, но это для охоты. А для работы люди использовали кремень. Он при сколе даёт очень острые режущие кромки. Получались ножи, наконечники для копий, топоры и другие инструменты, которые сейчас делаются из металла. А без таких инструментов хижину не построишь и тушу мамонта не разделаешь. Чуть позже люди научились добывать огонь, высекая искры из кремня.

В 1947 году физики создали транзисторы – полупроводниковые приборы, выпрямляющие и усиливающие электрические сигналы. Раньше для этого использовались специально сконструированные лампы. Новые приборы на основе кремния получились в десятки, а то и в сотни раз меньше. Для сравнения: ламповая электронно-вычислительная машина, обладающая характеристиками современного персонального компьютера, занимала бы объём десятка Больших театров.

## ФОСФОР P

15 P 30.973762 ФОСФОР

Фосфор находится в клетке №15. В свободном состоянии он не встречается из-за высокой химической активности. Современное название «фосфор» происходит от греческих слов φώς – «свет» и φέρω – «несу».

Белый фосфор уже при комнатной температуре светится и даже самовоспламеняется. Популярны два вида «чудес», к которым причастен белый фосфор. Во-первых, это свеча, загорающаяся сама по себе. На фитиль наносят раствор фосфора в сероуглероде, растворитель довольно быстро испаряется, а оставшиеся на фитиле крупинки фосфора окисляются кислородом воздуха и самовоспламеняются. Во-вторых, «таинственные» надписи, вспыхивающие на стенах. Тот же раствор, те же реакции. Если раствор достаточно насыщен, то надписи сначала светятся, а уже потом загораются.

Чудесное свойство белого фосфора в 20-е годы прошлого века породило всплеск суеверия среди жителей Москвы. Вот как описывает один из таких случаев академик С. И. Вольфкович.

«Фосфор получался в электрической печи, установленной в Московском университете на Моховой улице… В течение многих часов работы у электропечи часть выделяющегося газообразного фосфора настолько пропитала мою одежду и даже ботинки, что когда ночью я шёл из университета по тёмным, не освещённым тогда улицам Москвы, моя одежда излучала голубоватое сияние, а из-под ботинок высекались искры.

За мной каждый раз собиралась толпа, среди которой, несмотря на мои объяснения, немало было лиц, видевших во мне „новоявленного” представителя потустороннего мира. Вскоре среди жителей района Моховой и по всей Москве из уст в уста стали передаваться фантастические рассказы о „светящемся монахе”…»

И ещё несколько слов о фосфоре. Если предположить, что масса начинающего изучать химию ученика равна 50 кг, то 1 кг приходится на фосфор! Более 90% из этого килограмма сосредоточено в костях, менее 1% в мозгу и остальное в мягких тканях. Зубная эмаль – это тоже соединение фосфора – апатит. В честь этого минерала на Кольском полуострове даже назван город Апатиты – центр крупнейшего в мире его месторождения.

Художник Анна Горлач

Материал подготовил
Михаил Евдокимов

# ИГРАЛЬНЫЕ КАРТЫ И МАТЕМАТИКА

## 1. ФОКУС С 12 КАРТАМИ

В стопке лежат 12 карт: четыре семёрки, четыре девятки и четыре туза. Фокусник перемешивает стопку, вынимает случайную карту и показывает зрителю, не подсматривая, а потом возвращает в стопку и снова тщательно перемешивает карты. После чего он легко находит карту, которую запомнил зритель. Как фокусник это делает? Запрещено метить карты, загибать уголок карты и тому подобное.

## 2. ГДЕ ЛЕЖИТ ТУЗ?

На столе картинкой вниз лежат 15 карт, одна из которых туз. За один вопрос разрешается указать на группу карт и спросить: «Есть ли здесь туз?» За какое наименьшее число вопросов можно наверняка определить, где лежит туз?

## 3. КВАНТИК ПРОТИВ НОУТИКА

Квантик и Ноутик играют в следующую игру. Квантик перемешивает 4 карты, две из которых красной масти и две – чёрной, и выкладывает их в ряд картинкой вниз. После чего Ноутик переворачивает две любые карты. Если оказалось, что их масти одного цвета, то выигрывает Ноутик, иначе выигрывает Квантик. Кто будет чаще выигрывать в такой игре и почему?

## 4. ФОКУС С 52 КАРТАМИ

Зритель перемешивает колоду из 52 карт и даёт 5 карт ассистенту фокусника. Затем ассистент смотрит на свои карты, никому другому их не показывая, и выкладывает их в ряд слева направо, причём одну из карт кладёт рубашкой вверх, а остальные – картинкой вверх. Могут ли фокусник и ассистент так договориться, чтобы фокусник всегда угадывал закрытую карту?

Художник Максим Калякин

**Решения присылайте до 1 июня по адресу kvantik@mccme.ru с пометкой «Четыре задачи»**

Сергей Федин

# АХМАТОВА, МАРШАК И ЛОМОНОСОВ

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!


## АХМАТОВА

Замечательная русская поэтесса Анна Ахматова однажды сказала своему знакомому:

– Когда на улице кричат: «Дурак!» – совсем необязательно оборачиваться.

## МАРШАК

У знаменитого детского поэта Самуила Маршака было две странности: он был очень рассеянным и обожал подшучивать над своими знакомыми. Однажды он неожиданно обстрелял из водяного пистолета своего друга, поэта Валентина Берестова, пришедшего к Маршаку в гости, и был очень доволен шуткой. Но вскоре развеселился и Берестов, заметив воду, вытекающую из-под двери ванной комнаты – наполняя пистолет, Маршак забыл закрыть кран. Друзей ждала ещё одна неожиданность: вода успела просочиться в квартиру снизу. Взбешённый сосед поднялся на второй этаж и стал со злостью звонить в дверь квартиры №1, в которой жил Маршак. Вскоре из-за двери донёсся испуганный голос поэта:

– Кто там?

– Откройте! – закричал сосед. – Вы залили мою квартиру!

– А дома никого нет, – ответил тот же голос.

– А кто же тогда со мной говорит? – растерялся сосед.

– Говорит Москва! – голосом диктора ответил Маршак. – Московское время 15 часов!

Обескураженный сосед так и ушёл ни с чем…

А свою рассеянность Маршак впоследствии описал в шуточном стихотворении про «рассеянного с улицы Бассейной», ставшем самым известным его произведением.

## ЛОМОНОСОВ

Выдающийся учёный и поэт Михайло Васильевич Ломоносов до самой смерти жил достаточно бедно, хотя и был президентом Академии наук.

Как-то раз на приёме в царском дворце один богатый придворный заметил дырку на кафтане Ломоносова и, показывая на видный сквозь неё кусочек рубахи, с издёвкой спросил:

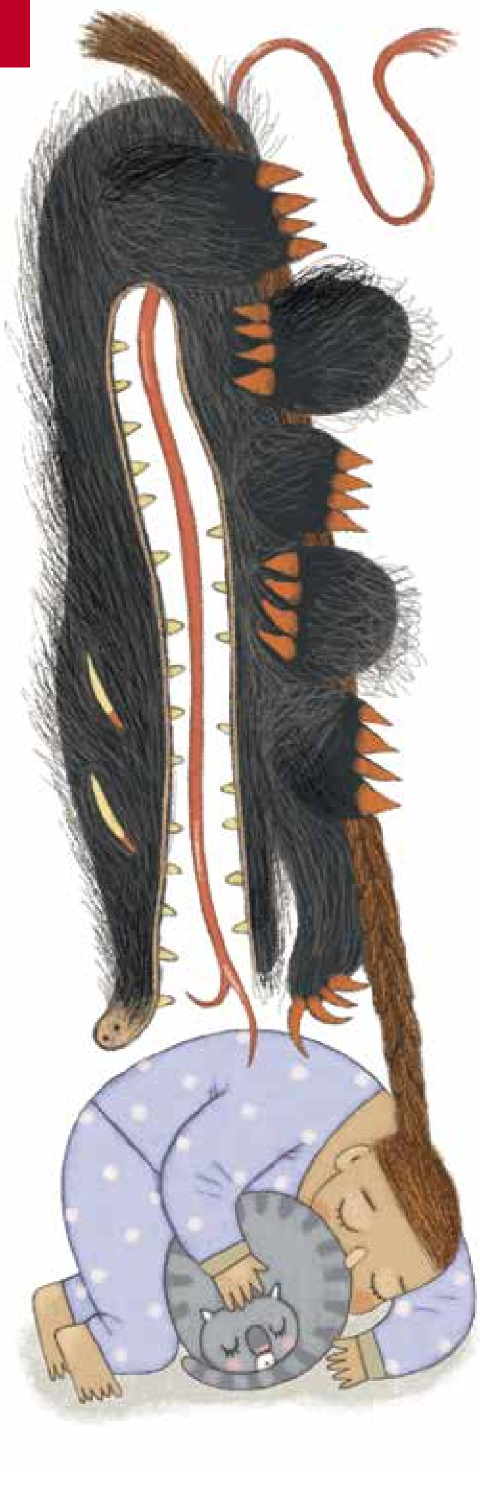
– Что, сударь, это ваша учёность выглядывает оттуда?

– Нет, – не растерялся Ломоносов, – это ваша глупость заглядывает туда!

Художник Капыч

Вера Винниченко

# Почему нам снятся кошмары



С наступлением темноты все предметы теряют свои цвета, становятся сине-серыми. Это потому, что мы дневные существа. Наш мозг так устроен, что днём мы активны: бегаем, прыгаем, едим, купаемся. А ночью находим укромное безопасное местечко и засыпаем.

Но вот человек изобрёл свет: сначала укротил огонь, потом вообще лампочку придумал. Казалось бы, можно теперь круглые сутки не спать, играть, болтать или читать. Но не тут-то было. Оказывается, спать нужно так же, как пить и есть. Как открыли учёные, если не спать несколько дней, то начнут выпадать волосы, заболит живот, будет ухудшаться память, а дальнейшее лишение сна опасно для жизни! Сон необходим.

Но если это так, то почему же иногда так тяжело заснуть? Мы ворочаемся с боку на бок, вертимся, а сон всё не приходит. Или бывает, что мы почти что заснули и куда-то падаем. И тут же просыпаемся. А иногда мы вообще видим ночные кошмары. И тогда совсем уже спать не хочется. Сидим поджав ноги и дрожим.

Доктор И. Н. Пигарев очень заинтересовался этим вопросом. Он долго исследовал спящих котов, собак, крыс и пришёл к удивительному открытию.

Оказывается, для того чтобы уснуть, мозгу нужно время. Какие-то части мозга засыпают быстрее – это самые высшие отделы. Например, лобная кора – центр принятия решений. Какие-то зоны засыпают позже – например, зрительная кора, слуховая кора. И даже зрительная кора засыпает не вся одновременно. Сначала засыпают участки коры, которые «видят» периферическую часть зрительной картины, а потом только засыпает та часть, которая видит центр.

Если мозг находится в такой ситуации, когда долгое время спать нельзя (например, на ночной работе), мозг начинает выкручиваться. Такой мозг начинает спать отдельными маленькими кусочками (локусами): все соседние области бодрствуют, а маленький кусочек коры отсыпается. Это явление доктор

Пигарев назвал *локальным сном* (*локус* по-латыни означает «место»).

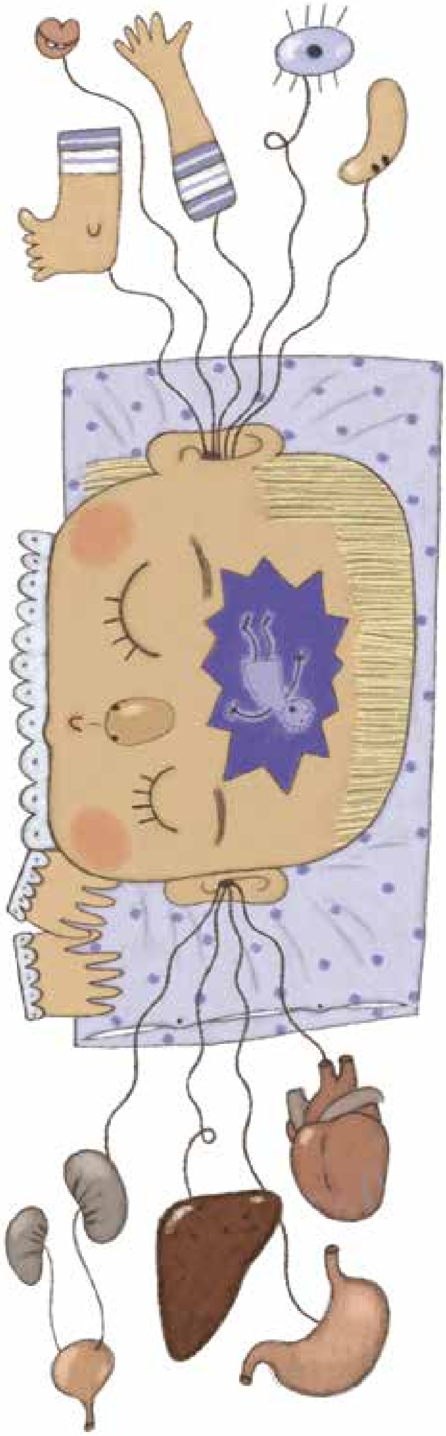
А ещё доктор Пигарев предположил, что в мозге есть ворота двух видов: внешние и внутренние. Через внешние ворота в кору приходит информация от внешнего мира – цвет, звук, запах. Через внутренние ворота в кору приходит информация от наших внутренних органов: почек, желудка, кишечника.

С точки зрения Пигарева, днём внешние ворота открыты, а внутренние закрыты. Кора получает зрительные, слуховые сигналы и не получает сигналов от внутренних органов. Ночью внешние ворота закрываются, а внутренние открываются. И кора получает сигналы от внутренних органов, но не получает сигналов от ушей, глаз, носа, рук и ног.

Так вот, эти ворота закрываются и открываются постепенно. А иногда они немного барахлят. И бывает, что внутренние ворота открываются, а внешние ещё не успели закрыться.

Что же тогда будет? Тогда кора мозга получит сразу два вида сигнала: внешний и внутренний. При этом внутренний сигнал активирует именно те нейроны, которые больше всего готовы активироваться. Это такие нейроны, которые больше всех трудились днём. Поэтому сны связаны с нашими действиями и мыслями в реальной жизни. И мы «видим» реальные объекты, но видим их чудно́, волшебно, странно. Например, видим нашего кота летающим по кухне в мамином халате, слышим, как бабушка и дедушка спорят на древнеегипетском.

Часто бывает так: мы засыпаем и вдруг начинаем куда-то проваливаться, падать. Это тоже признак того, что ворота коры барахлят. Например, в зону равновесия и поддержания позы пришёл сигнал от желудка или почки, а кора его ошибочно проинтерпретировала как падение. Мы вздрогнули и активировали рецепторы в наших мышцах. А это очень сильный стимул. И от этого сильного стимула мы проснулись.



Художник Елена Цветаева

# Загипнотизировать таракана

С холодильником нужно было что-то решать. Невозможно спокойно жить, зная, что в 10 см от тебя находятся огромные запасы еды, но нет никакой возможности туда попасть.

Таракан Кузька позвал друзей на помощь.

– Вот, – показал он на холодильник. – Главная проблема в моей жизни. Мы тут, а еда – там, за стенкой. И я ничего не могу с этим поделать.

– Взорвать его! – предложил Ушася.

– Тогда он испортится, – возразил Кузька.

– Рассмотрим проблему со всех сторон, – сказала Бусенька. Она заглянула под холодильник – но там было слишком пыльно и неинтересно. Тогда она стала медленно обходить его, стараясь ничего не упустить. – Что это за фантики висят на стенке? – спросила она из-за холодильника.

– Ой, это... – смутился Кузька. – Это я размышлял о Слониках.

– Каких слониках?? – хором спросили Бусенька и Ушася. Точнее говоря, Бусенька спросила «Каких слониках?!», а Ушася – «Каких-х-х с-с-слониках-х-х?..», из-за чего получилось не совсем хором.

– То, что ты сделала, когда мы украшали торт слониками, просто перевернуло моё сознание, – сказал Кузька.

– А что я сделала?

– Ты предложила буквами обозначать не числа, а фигуры. А под сложением понимать сложение фигур, то есть когда две фигуры просто объединяются!

– И что?

– Это потрясающе! Мы, насекомые, не любим алгебру, но здесь получаются просто удивительные формулы! Вот, например, позвольте вам представить: Поглотительный Закон Сложения!

Бусенька и Ушася посмотрели на фантик, где был записан потрясающе удивительный поглотительный закон. Закон гласил:

$$A+A=A.$$

– Ну, пожалуй, – согласилась Бусенька, – если к фигуре добавить эту же самую фигуру, то ничего не изменится.

Ушася заскучал.

– Накачаем в него воздух! – предложил он. – Внутри повысится давление, и дверца откроется сама!

– А вдруг он лопнет? – усомнилась Бусенька.

– Вот такое чудесное сложение получается – никаких коэффициентов! Размышляя над этим, я придумал ещё одну формулу. Вот она, – и Кузька показал на следующий фантик:

$$A \cdot A = A.$$

– Здесь точкой (знаком умножения) обозначается пересечение фигур, то есть их общая часть.

– Действительно, – согласилась Бусенька, – если фигуру пересечь саму с собой, то эта фигура и получится.

– И главное – никаких степеней! – радостно вещал Кузька. – Но самое интересное получится, если мы будем писать формулы, в которых есть и сложение, и умножение.

Ушася заскучал ещё больше. Он грустно посмотрел на формулу и решил сделать ещё одну попытку:

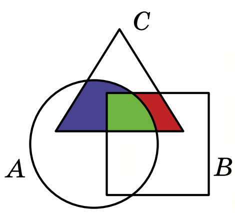
– Может, рычагом воспользуемся?

– Нет-нет, рычаг тоже не поможет, – сказала Бусенька. – Кузьке не хватит сил, чтобы открыть дверь холодильника, даже с рычагом.

– Вот, например, рассмотрим формулу, где сумма двух фигур умножается на третью, – увлечённо продолжал Кузька. – Вот она:

$$(A+B)\cdot C=(A\cdot C)+(B\cdot C).$$

Например, если $A$ – это круг, $B$ – это квадрат, $C$ – треугольник, то в левой части равенства записана фигура, состоящая из синей, зелёной и красной частей. А в правой части $A\cdot C$ – это фигура, состоящая из синей и зелёной частей, а $B\cdot C$ – из зелёной и красной, объединение получается тоже сине-зелёно-красным.




– Здорово, – сказала Бусенька, – какая хорошая формула. Такая же, как для чисел.

Тут Ушася не выдержал, потеребил кончиком хвоста свой чёрно-белый гипнотический галстук и, пристально глядя на Кузьку, произнёс:

– Хрюкси-кукси-букси.

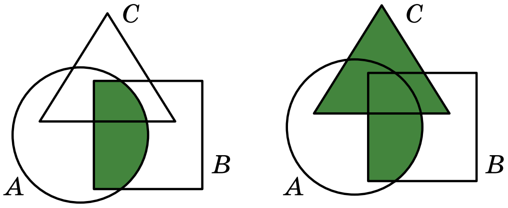

Кузька вздрогнул, смешно покрутил усами и огляделся.

– Что это я вам говорю. Мы пишем не ту формулу! Надо не сумму двух фигур умножать на третью, а произведение двух фигур складывать с третьей, то есть надо в последней формуле поменять местами плюсики и умножения, вот так:

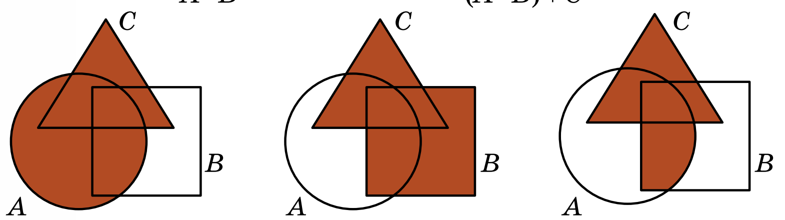
$$(A \cdot B) + C = (A + C) \cdot (B + C).$$

Странно. Кажется, раньше я такую формулу не писал…

– Да нет же, всё верно, – подхватила Бусенька. – На твоих кругах-квадратах-треугольниках это отлично видно:




$A \cdot B$ $\quad$ $(A \cdot B) + C$




$A + C$ $\quad$ $B + C$ $\quad$ $(A + C) \cdot (B + C)$

Потрясающая формула. Для чисел такое равенство, к сожалению, неверно.

Ушася слушал их разговор и никак не мог понять, загипнотизировался Кузька или не загипнотизировался. На всякий случай он решил отменить действие гипноза.

– Букси-кукси-хрюкси, – произнёс он.

Кузька опять вздрогнул, опять смешно покрутил усами и опять огляделся.

– Что это за безумную формулу вы тут разглядываете? – спросил он. – Это ж надо было такое придумать. Похоже, кто-то из вас спятил!

– Гениально! – сказала Бусенька. – У нас же есть дятел Спятел! Пусть он продолбит отверстие в задней стенке. Заткнём его этой формулой – для маскировки и чтобы не дуло. А когда надо, Кузька отодвинет формулу, залезет внутрь и возьмёт еды.

– Только набрось при этом на себя что-нибудь тёплое, – посоветовал Ушася.

# Две задачи турнира «ШУНТ»

Антон Сорокин,
Марина Позолотина,
Константин Кохановов

## ВОДОЛАЗНЫЙ КОЛОКОЛ

На дно сосуда с водой поставили шприцы без поршня с разным объёмом воздуха внутри (см. фото). Какой из них всплывёт раньше?

Оказывается, напрашивающийся ответ, что тот, в котором больше воздуха, может оказаться неправильным!

Проделайте опыт. Достаньте из полимерного шприца поршень. Заткнув узкое выходное отверстие пальцем, погрузите баллончик шприца в сосуд с водой вертикально, как показано на фото. Плотно прижмите шприц ко дну сосуда, уберите палец и, когда из шприца начнут выходить пузырьки воздуха, отпустите корпус. Шприц будет удерживаться у дна сосуда!

Шприц начнёт подниматься только тогда, когда в нём останется совсем немного воздуха, который уже не будет выходить из шприца.

Как можно объяснить это явление?

Основная причина «прилипания» состоит в том, что на место выходящего воздуха в шприц затекает вода. Поток воды через микроскопические щели между корпусом шприца и дном стакана притягивает к себе корпус шприца, прижимая его ко дну! Возникает так называемый эффект Бернулли, благодаря которому, например, поднимаются в небо самолеты – даже очень тяжёлые лайнеры. Именно этот эффект приводит к тому, что при большом количестве воздуха в шприце (и интенсивном затекании в него воды) всплытия не происходит.

## НАГРЕВАНИЕ ТЕРМОМЕТРА

Попробуйте предсказать, что произойдёт с показаниями жидкостного термометра (см. фото), если колбочку с подкрашенной жидкостью обернуть кусочком ткани, которую затем намочить.

Кажется, что если будет использована вода при комнатной температуре, показания термометра будут уменьшаться. Мы привыкли к тому, что, например, рука, смоченная водой, чувствует прохладу, ведь на испарение воды затрачивается энергия, отчего и происходит охлаждение. Однако если ткань смачивать аккуратно, то показания термометра могут и вырасти!

(*См. видео с заданием конкурса на страничке* **https://youtu.be/Y5gQy9LMFbE**).

Чтобы изучить явление, оберните колбочку термометра куском ткани, вырезанным, например, из старого носового платочка. Сделать это нужно так, чтобы часть ткани свисала с колбочки.

Опустите свисающую ткань в воду (но так, чтобы уровень воды был ниже колбочки). Жидкость начнёт подниматься по ткани вверх.

И вот, в какой-то момент можно заметить, что показания термометра начнут… расти! Увеличение температуры продолжается обычно одну-две минуты и составляет 1–1,5 градуса.

Интересно, что спустя 2–3 минуты температура начнёт стремительно падать, пока не установится ниже начальной температуры сухого термометра на 2–3 градуса (и даже ниже).

Не менее удивительны и результаты опыта, который можно провести даже без воды: если около термометра, обернутого сухой тканью, в течение 5–7 минут будет находиться человек, пристально наблюдающий за показаниями термометра, температура также может вырасти!

Как объяснить эти результаты?

Температура в первом опыте повышается потому, что при подъёме воды по ткани поднимается и находящийся над ней водяной пар. Водяные пары достигают колбочки термометра раньше самой воды и конденсируются (так называется процесс, обратный испарению) на ткани, облегающей колбочку. Это сопровождается выделением теплоты и ростом температуры. Здесь уместно привести хорошо известный факт из жизни: водяной пар над кипящим супом, вырвавшийся из-под неаккуратно открытой крышки, может обжечь кожу повара гораздо сильнее, чем собственно кипящая вода. И причина этого именно в том, что стоградусный пар обладает бóльшим запасом энергии, чем вода при той же температуре (и, отметим для строгости, той же массы).

Температура начнёт уменьшаться в тот момент, когда вода достигнет колбочки. Теперь испаряющаяся вода будет уже «отбирать» теплоту.

На основании сказанного можно догадаться, почему повышаются показания термометра, около которого находится человек: в выдыхаемом человеком воздухе содержится водяной пар, который при конденсации на ткани выделяет теплоту.

Художник Юлия Исмоилова

# XXXVII ТУРНИР ГОРОДОВ

## ВЕСЕННИЙ ТУР

28 февраля и 13 марта 2016 года состоялся весенний тур XXXVII Турнира Городов – международного математического соревнования для школьников. Приводим все задачи базового варианта и избранные задачи сложного варианта для 8 – 9 классов. В скобках после номера задачи указано число баллов, присуждавшихся за её полное решение. При подведении итогов у каждого участника учитываются три задачи, по которым он набрал больше всего баллов.


### Базовый вариант, 8 – 9 классы

**1 (3 балла).** По кругу стоят мальчики и девочки (есть и те, и другие), всего 20 детей. Известно, что у каждого мальчика сосед по часовой стрелке – ребёнок в синей футболке, а у каждой девочки сосед против часовой стрелки – ребёнок в красной футболке. Можно ли однозначно установить, сколько в круге мальчиков?

*Егор Бакаев*

**2 (4 балла).** В остроугольном треугольнике $ABC$ угол $C$ равен $60°$. Пусть $H$ – точка пересечения высот этого треугольника. Окружность с центром $H$ и радиусом $HC$ второй раз пересекает прямые $CA$ и $CB$ в точках $M$ и $N$ соответственно. Докажите, что $AN$ и $BM$ параллельны (или совпадают).

*Егор Бакаев*

**3 (5 баллов).** Существуют ли 2016 целых чисел, сумма и произведение которых равны 2016?

*Михаил Евдокимов*

**4 (5 баллов).** В квадрате $10 \times 10$ все клетки левого верхнего квадрата $5 \times 5$ закрашены чёрным цветом, а остальные клетки – белым. На какое наибольшее количество многоугольников можно разрезать (по границам клеток) этот квадрат так, чтобы в каждом многоугольнике чёрных клеток было в три раза меньше, чем белых? (Многоугольники не обязаны быть равными или даже равновеликими.)

*Егор Бакаев*

**5 (5 баллов).** На листе бумаги синим карандашом нарисовали треугольник, а затем провели в нём красным карандашом медиану, биссектрису и высоту (возможно, не все из разных вершин), лежащие внутри треугольника. Получили разбиение треугольника на части. Мог ли среди этих частей оказаться равносторонний треугольник с красными сторонами?

*Михаил Евдокимов*

## Избранные задачи сложного варианта, 8 – 9 классы

**1 (4 балла).** На длинной ленте бумаги выписали все числа от 1 до миллиона включительно (в некотором произвольном порядке). Затем ленту разрезали на кусочки по две цифры в каждом кусочке. Докажите, что в каком бы порядке ни выписывались числа, на кусочках встретятся все двузначные числа.

*Алексей Толпыго*

**2 (6 баллов).** Дан квадрат со стороной 10. Разрежьте его на 100 равных четырёхугольников, каждый из которых вписан в окружность диаметра $\sqrt{3}$.

*Илья Богданов*

**3. (8 баллов).** Художник-абстракционист взял деревянный куб $5\times5\times5$, разбил каждую грань на единичные квадраты и окрасил каждый из них в один из трёх цветов – чёрный, белый или красный – так, что нет соседних по стороне квадратов одного цвета. Какое наименьшее число чёрных квадратов могло при этом получиться? (Квадраты, имеющие общую сторону, считаются соседними и в случае, если они лежат на одной грани куба, и в случае, если они лежат на разных гранях куба.)

*Михаил Евдокимов*

**4. а) (5 баллов).** Есть $2n+1$ батареек ($n>2$). Известно, что хороших среди них на одну больше, чем плохих, но какие именно батарейки хорошие, а какие плохие, неизвестно. В фонарик вставляются две батарейки, при этом он светит, только если обе – хорошие. За какое наименьшее число таких попыток можно гарантированно добиться, чтобы фонарик светил?

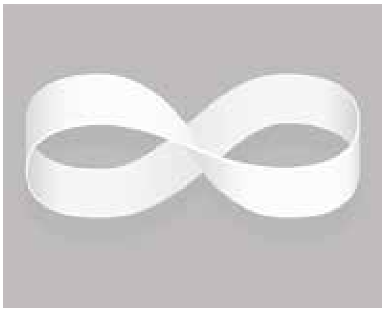
**б (5 баллов).** Та же задача, но батареек $2n$ ($n>2$), причём хороших и плохих поровну.

*Александр Шаповалов*


Художник Сергей Чуб

Ольга Хвостикова

# Лента Мёбиуса из скотча



Маша хотела объяснить младшему брату, как выглядит лента Мёбиуса. Надо было взять полоску бумаги, перекрутить один конец на половину оборота и подклеить к другому – вот и всё. Но под рукой оказались только обычный маленький скотч и ножницы. Маша подумала, что если использовать полоску скотча вместо бумажной, полученная фигура сразу склеится сама с собой и испортится.

Чтобы избавиться от клейкой части, можно было сложить полоску скотча пополам, но тогда получится двухслойный прямоугольник, который уже не клеится.

Помогите Маше склеить из прямоугольной полоски скотча ленту Мёбиуса так, чтобы клейкой части у неё не было. А можно ли это сделать так, чтобы лента везде была двухслойной?

Художник Артём Костюкевич

## НАШ КОНКУРС, III ТУР («Квантик» № 3, 2016)

**11.** *Когда Петя, Коля, Вася и Дима играли в мяч, один из ребят разбил окно. На вопрос «Кто разбил окно?» все, кроме Димы, ответили «Не я», а Дима ответил «Не знаю». Оказалось, что двое мальчиков сказали правду, а двое соврали. Сказал ли Дима правду?*

**Ответ:** Дима соврал.

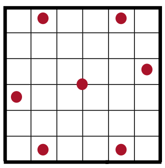
Так как окно разбил только один мальчик, то из трёх сказавших «Не я» хотя бы двое сказали правду. Тогда оставшиеся двое соврали, а Дима среди них, то есть Дима соврал.

**12.** *Вася получил за год несколько оценок по математике, всего их было меньше 100. Ровно треть из них – тройки, ровно четверть – четвёрки, ровно пятая часть – пятёрки. А сколько Вася получил двоек? Назовите точное количество.*

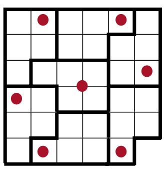
**Ответ:** 13 двоек.

В задаче предполагается, что возможные оценки – это 5, 4, 3 и 2. Количество пятёрок, четвёрок и троек – целое число, поэтому общее число оценок делится на 5, 4 и 3. Значит, общее число оценок делится на наименьшее общее кратное этих чисел, то есть на 60. Единственное натуральное число, которое делится на 60 и меньше 100 – это само число 60. Значит, общее число оценок равно 60, пятёрок было 12, четвёрок 15, троек 20, а двоек тогда $60-12-15-20=13$.

**13.** *Белоснежка испекла на праздник торт, разграфлённый на клеточки и украшенный вишенками, как показано на рисунке. Отрезав себе угловую клеточку (правую нижнюю), она хочет разделить оставшуюся часть торта на 7 одинаковых по размеру и форме кусков так, чтобы каждому из семи гномов досталось по целой вишенке. Помогите Белоснежке это сделать.*



Один из возможных ответов приведён на рисунке.



**14.** *На доске в строчку написаны двадцать пятёрок. Поставив между некоторыми из них знак «+», Толя обнаружил, что сумма равна 1000. Сколько плюсов поставил Толя? Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.*

**Ответ:** 9 плюсов.

**Первое решение.** Так как цифр двадцать, то слагаемых может быть от 1 до 20. Поделим сумму и все слагаемые на 5. Теперь слагаемые имеют вид 1, 11, 111 и так далее, а сумма равна 200. Для того, чтобы сумма оканчивалась цифрой 0, число слагаемых должно делиться на 10. Значит, слагаемых либо 10, либо 20. Если слагаемых 20, то все слагаемые состоят из одной цифры, и сумма получается слишком маленькая. Значит, слагаемых ровно 10, а плюсов между ними – 9.

**Второе решение.** Можно явно найти, сколько и каких слагаемых в сумме. Сначала исключаем слагаемые из 4 и более цифр (они больше 1000). Остаются слагаемые 555, 55 и 5. Если нет ни одного слагаемого 555, то максимальная сумма – 550. Если слагаемых 555 два или больше, то сумма больше $555\cdot2=1110$. Значит, в сумме будет ровно одно слагаемое 555. Из остальных 17 пятёрок нужно составить сумму 445. Так как $55>5+5$, то чем больше будет слагаемых 55, тем больше будет сумма. Если использовать 8 слагаемых 55 и одно слагаемое 5, то сумма равна $8\cdot55+5=445$. Если же заменить одно или несколько слагаемых 55 на $5+5$, то сумма станет меньше. Значит, единственный способ получить 1000 – это использовать сумму $555+55\cdot8+5$. И в каком бы порядке ни стояли эти слагаемые, плюсов всегда 9.

**15.** *На одной известной картине изображены 4 бурых медведя. Петя и Вася, двое ценителей искусства, по очереди перекрашивают по одному медведю, начинает Петя. Если медведь был бурым, он становится белым, а если был белым – становится бурым. Делая ход, игрок может выбрать любого медведя (в том числе и ранее перекрашенного), но при условии, что после смены цвета картина не станет точно такой же, какой она была в какой-то предыдущий момент. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может гарантировать себе победу, как бы ни играл его соперник?*

**Ответ:** выигрывает Петя.

Разобьём всевозможные картины, которые могут получиться с помощью перекрашивания медведей, на пары так, чтобы картины в каждой паре отличались лишь цветом первого медведя. Пример двух картин из одной пары: + + – + и – + – +, где «+» обозначает белый цвет медведя, а «–» обозначает бурый цвет.

Петя всегда сможет сделать ход, если будет перекрашивать картину в парную к ней. Действительно, после каждого такого хода Пети ситуация будет следующей: в каждой паре картины либо обе уже встречались, либо обе ещё не встречались. Поэтому Васе ничего другого не остаётся, как своим ходом получить картину из новой пары, в которой обе картины ранее не встречались. И Петя опять сможет сделать ход по своему правилу. И так далее, пока у Васи не останется хода.

## ЗАДАЧА О ВОДЯНОЙ ЛИЛИИ («Квантик» № 4)

Пусть точка $O$ – точка на дне, откуда растёт стебель, $A$ – верхний конец стебля, $B$ – точка, в которой выходит из воды прямостоящий стебель, $C$ – точка, в которой цветок лилии коснётся воды, если стебель отклонить. Пусть $OB = x$ м (глубина озера). Тогда $OC = OA = OB + BA = x + 0{,}1$ м, и по теореме Пифагора для прямоугольного треугольника $OBC$ получаем: $x^2 + 0{,}5^2 = (x + 0{,}1)^2$, откуда $2x \cdot 0{,}1 = 0{,}24$ и $x = 1{,}2$ м.

Итак, глубина озера в том месте, где растёт лилия, равна 1,2 метра.

## АМЕРИКАНСКИЕ ГОНКИ («Квантик» № 4)

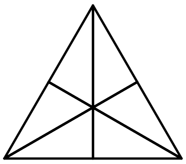
Энергия вагона (будем называть этим словом ряд кресел) не меняется при движении – это сказано в условии: ни трения, ни моторов нет. На повороте она складывается из движения тела как целого в направлении рельса и его вращения при этом вокруг центра масс. Эти две части независимы: например, если плавно опустить на землю велосипед, предварительно покрутив руками педали, он попытается поехать вперёд: энергия вращения колёс частично перешла в энергию движения всего велосипеда вперёд.

Итак, на прямом участке есть только энергия поступательного движения (так как вагон не вращается), значит, часть её на повороте налево перейдёт во вращательную и вагон замедлится, так что центрального седока (а левого и подавно) сиденье дёрнет назад, а самого правого – толкнёт вперёд, так как его скорость возрастёт (не могут же все части замедлиться, тогда суммарная энергия упала бы). При съезде с поворота вращательная энергия перейдёт обратно в поступательную, скорость вагона увеличится, так что центрального седока и левого кресло толкнёт вперёд, а самого правого – назад.

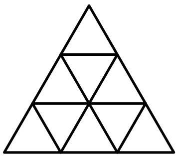
Отдельный интересный вопрос – как так получается: от чего отталкивается вагон при съезде с (левого) поворота, что его разгоняет? Единственное, с чем он взаимодействует, – рельс. Присмотримся к тому, что происходит в месте касания колёс, когда вагон уже частично (но не целиком) съехал с поворота. Вагон замедляет вращение, упираясь в рельс передней частью правого крепления и задней частью левого крепления. Сзади рельс ещё закруглён, а спереди уже прямой, поэтому он толкает переднюю и заднюю часть крепления в не совсем противоположных направлениях. В результате сумма этих сил имеет компоненту, направленную вперёд, она вагон и разгоняет.

## КАК РАЗРЕЗАТЬ РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК НА 5 РАВНЫХ ЧАСТЕЙ?

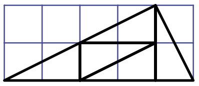
**1.** а) Соединим вершины треугольника с серединами противоположных сторон, см. рисунок.



б) Разделим каждую сторону треугольника на три равные части и соединим точки, как показано на рисунке.



**2.** Пример приведён на рисунке (для удобства мы нарисовали его на клетчатой бумаге). Его можно обобщить: если число $N$ представляется в виде суммы двух квадратов целых чисел, то найдётся прямоугольный треугольник, который можно разрезать на $N$ равных прямоугольных треугольников.



## ПОЧЕМУ СВЕТОЛЮБИВЫЕ ДЕРЕВЬЯ ЕЩЁ НЕ ВЫМЕРЛИ?

На полянах могут встретиться берёзы не старше 100-летнего возраста. Это поляны, возникшие на месте ветровала от ураганов 10 и 50 лет назад, а также расчищенный бобрами участок вдоль речки. Его площадь – $(50 + 50) \cdot 2000 = 200\,000$ м$^2$, или 20 га. Общая площадь леса, где растёт берёза, $20 + 15 + 8 = 43$ га.

## АХМАТОВА, МАРШАК И ЛОМОНОСОВ

Выдумана вторая история – под квартирой №1 другой квартиры быть не может.

## XXXVII ТУРНИР ГОРОДОВ, ВЕСЕННИЙ ТУР

### БАЗОВЫЙ ВАРИАНТ, 8 – 9 КЛАССЫ

**1. Ответ**: можно.

Заметим, что если где-то в круге стоит мальчик, то через одного по часовой стрелке не может стоять девочка – тогда у ребёнка между ними одновременно и синяя футболка (так как он – сосед мальчика по часовой стрелке), и красная (так как он – сосед девочки против часовой стрелки). Поэтому через одного от мальчика по часовой стрелке должен стоять мальчик, через одного от него – снова мальчик, и так далее. Так как мальчики в круге есть, всего мальчиков не меньше половины. Аналогично, девочек тоже не меньше половины. Следовательно, мальчиков и девочек по 10.

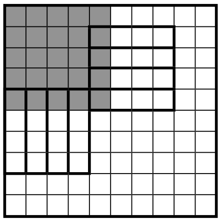
**2.** Прямая $CB$ и проведённая окружность симметричны относительно высоты $AH$. Значит, и их общие точки $C$ и $N$ симметричны. Поэтому в треугольнике $ACN$ два угла по $60°$, и он равносторонний. Аналогично, треугольник $BCM$ – равносторонний. Следовательно, прямые $AN$ и $BM$ параллельны (ввиду равенства углов $CAN$ и $CMB$).

**3. Ответ:** существуют.

Например, числа 1008, 2, 1510 единиц и 504 минус единицы.

Другой пример: 9, 7, –8, –4 и 2012 единиц.

**4. Ответ:** на 9 многоугольников.

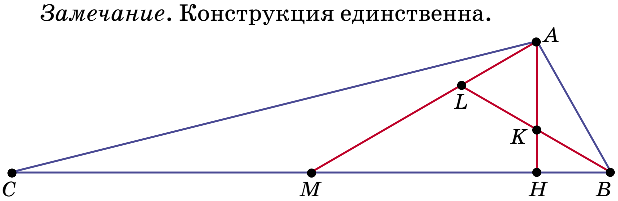


В каждом многоугольнике разбиения должны быть клетки обоих цветов. Значит, в нём должна быть чёрная клетка, граничащая с белой. Но таких клеток всего 9. Пример разрезания на 9 многоугольников приведён на рисунке.

**5. Ответ:** мог.

Пусть в треугольнике $ABM$ с углами соответственно 90°, 60° и 30° высота $AH$ и биссектриса $BL$ пересекаются в точке $K$ (см. рисунок). Отметим ещё точку $C$ так, чтобы $M$ стала серединой $BC$. Простой подсчёт углов показывает, что в треугольнике $ABC$ медиана $AM$, высота $AH$ и биссектриса $BL$ отрезают равносторонний треугольник $AKL$ с красными сторонами.

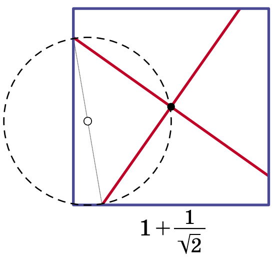
*Замечание*. Конструкция единственна.




## ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ СЛОЖНОГО ВАРИАНТА

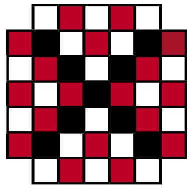
**1.** Кусочек $\overline{ab}$ встретится при любом разрезании пятизначного числа $\overline{abcab}$.

**2.** Разрежем данный квадрат на 25 квадратиков $2\times2$. Каждый из них разрежем отрезками, исходящими из центра и делящими стороны на отрезки длины $1+\frac{1}{\sqrt2}$ и $1-\frac{1}{\sqrt2}$ (см. рисунок). Получится четыре равных четырёхугольника, переходящих друг в друга при повороте на 90°. Они вписаны в окружности с диаметрами $\sqrt{\left(1+\frac{1}{\sqrt2}\right)^2+\left(1-\frac{1}{\sqrt2}\right)^2}=\sqrt3$.




**4. Ответ.** 18 квадратов.

*Оценка.* Три квадрата при вершине куба образуют цикл соседних клеток длины 3. Вокруг него образуется ещё один цикл длины 9 из соседних клеток. А вокруг него – цикл длины 15. Взяв вокруг двух противоположных вершин куба по три таких цикла, а вокруг остальных вершин – по два малых цикла, получим 18 непересекающихся нечётных циклов. Поскольку нечётный цикл в два цвета правильно покрасить нельзя, каждый из них должен содержать чёрные клетки.



*Пример.* Покрасим четыре боковые грани в красный и белый цвета в шахматном порядке. Верхнюю и нижнюю грани покрасим как на рисунке.

**5. а) Ответ.** За $n+2$ попытки.

*Оценка.* Пусть было $n+1$ попыток. В каких-то двух попытках использовалась одна и та же батарейка, сделаем её плохой. В остальных $n-1$ попытках выберем по батарейке и сделаем их плохими. Всего не более $n$ плохих батареек, а фонарик точно светить не будет.

*Пример.* Разобьём батарейки на $n$ кучек: в одной – три батарейки, в остальных – по две. В какой-то кучке окажется хотя бы две хороших батарейки. В каждой кучке проверим все возможные пары – всего $n+2$, и фонарик загорится.

**б) Ответ.** За $n+3$ попыток.

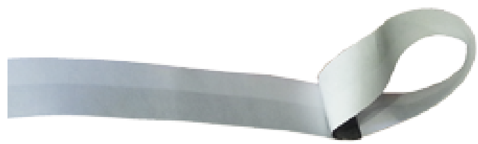
*Оценка.* Пусть было $n+2$ попыток. В каких-то попытках использовалась одна и та же батарейка, сделаем её плохой. Если осталось менее $n$ попыток, то в каждой из них выберем по плохой батарейке. Если же осталось $n$ попыток, то в них использовались только оставшиеся $2n-1$ батареек. Поэтому опять в каких-то двух попытках использовалась одна и та же батарейка, сделаем её плохой. В остальных $n-2$ попытках выберем по плохой батарейке. Всего не более $n$ плохих батареек, а фонарик точно светить не будет.

*Пример.* Разобьём батарейки на $n-1$ кучек: в двух – по три батарейки, в остальных – по две. В какой-то кучке окажется хотя бы две хороших батарейки. В каждой кучке проверим все возможные пары – всего $n+3$, и фонарик загорится.

*Замечание.* При $n=2$ нужно 6 попыток.

## ЛЕНТА МЁБИУСА ИЗ СКОТЧА

Покажем, как получить из полоски скотча ленту Мёбиуса без клейкой части. Для этого у полоски надо склеить половину клейкой стороны со второй её половиной. Для начала отметим у полоски середину клейкой стороны. Затем перекрутим один конец полоски на пол-оборота и пристыкуем к отмеченной середине так, чтобы клейкие кусочки соединились (см. рисунок). Далее постепенно склеиваем друг с другом клейкие стороны, проглаживая полоску.



# КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **математическом конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 июня электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com** или обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик»**.

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа от команды со списком участников. Результаты среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце лета. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!

## V ТУР

**21.** На одной чашке весов лежат 6 апельсинов, а на другой – 2 дыни. Если добавить одну такую же дыню к апельсинам, то весы уравновесятся. Сколько апельсинов уравновесят дыню?

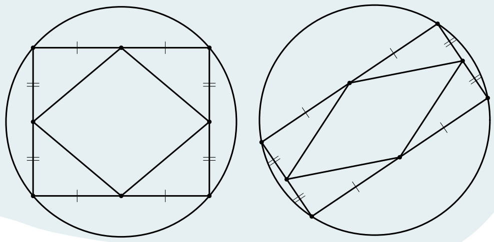
**22.** Квантик заменил некоторые знаки умножения на знаки сложения и расставил скобки так, что равенство $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9=2016$ стало верным. А сможете ли вы это сделать?

# наш КОНКУРС

## ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач: Михаил Евдокимов (22), Григорий Гальперин (23)


**23.** Петя и Вася вписали в круги одного и того же радиуса 5 см по прямоугольнику. Затем каждый из них соединил середины сторон своего прямоугольника и получил ромб (как на рисунке). Докажите, что стороны этих ромбов одинаковы, и найдите их длины.



**24.** В 8 «А» классе усиленно изучают физику, математику и химию. Известно, что не всем любителям математики нравится и физика, а также что всем любителям химии, которым не нравится физика, не нравится и математика. Правда ли, что не всем любителям математики нравится химия?



**25.** Отметьте на листе бумаги 9 точек и проведите 10 прямых так, чтобы на каждой прямой оказалось ровно по три отмеченных точки.

Художник Николай Крутиков

## РОБОТ-ПЫЛЕСОС

Робот-пылесос, имеющий форму круга, проехал по плоскому полу. Для каждой точки граничной окружности робота можно указать прямую, на которой эта точка оставалась в течение всего времени движения.

Обязательно ли и центр робота оставался на некоторой прямой в течение всего времени движения?

ISSN 2227-7986 16005

9 772227 798169

Автор Изяслав Вайнштейн
Художник Yustas-07