ЖУРНАЛ
КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 10 | октябрь 2020

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

№ 10
октябрь 2020

ТРАНСПОРТНЫЕ ДЕТАЛИ

МОНЕТЫ ИЗ ОЛЬВИИ

ПЯТЬ СТОРОН СВЕТА

Enter

www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 10, октябрь 2020 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, Г. А. Мерзон, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

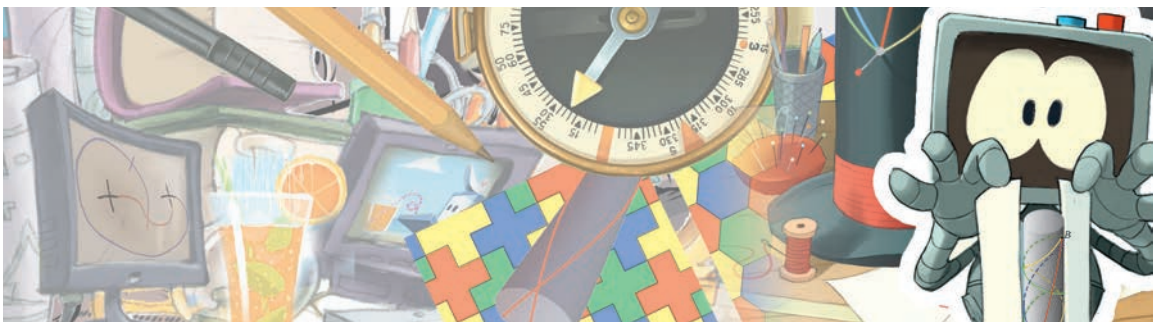
Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях Почты России:
- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индекс **84252**)
- Объединённый каталог «Пресса России» (индексы **11346** и **11348**)

Онлайн-подписка
на сайте агентства «Роспечать» **press.rosp.ru**
на сайте агентства АРЗИ **www.akc.ru/itm/kvantik/**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84x108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 03.09.2020
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 216-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+

СОДЕРЖАНИЕ



Борис Обморошев

ТРАНСПОРТНЫЕ ДЕТАЛИ: ОТВЕТЫ

Ответим на вопросы про транспортные средства из прошлого номера.

ТРАМВАЙ. *Почему у трамвая один провод, а у троллейбуса – два?*

Любая электрическая цепь может функционировать, только если она замкнута. Именно поэтому, когда мы вставляем куда-то батарейку, она подсоединяется к цепи двумя концами. По этой же причине в розетке два отверстия, а у вилки два штыря. Если, например, подключить фен к розетке, его мотор по двум проводам подключится к сети и через мотор потечёт ток. Троллейбус подключается к сети так же, как фен, только «вилка» троллейбуса скользит по контактам его «розетки». И точно так же, как электрический заряд протекает через один контакт розетки, затем через мотор фена и возвращается через второй контакт, в троллейбусе заряд протекает через один провод контактной сети, затем через мотор троллейбуса и возвращается по второму проводу.

А как же трамвай? На самом деле у него тоже два провода, второй его провод – рельсы. Трамвай едет по металлическим рельсам на металлических колёсах. Электрический заряд поступает по верхнему проводу, проходит через мотор и возвращается к источнику питания через колёса и рельсы. Но всех нас с детства учили не трогать оголённые электрические провода. А как же рельсы? Они же лежат на земле: станем нечаянно одной ногой на землю, а второй – на рельсы, и по нашим ногам потечёт ток? Нет: эта электрическая цепь сделана так, что рельсы и земля заранее соединены, а всё напряжение сконцентрировано только в верхнем проводе. Между рельсами и землёй нет напряжения, а вот верхний провод трогать ни в коем случае нельзя.

ГРУЗОВИК. *У грузовиков сзади всегда есть горизонтальная балка на высоте колёс. Для чего она?*

Эта балка нужна для безопасности. Во многих странах, включая Россию, установка таких балок – требование закона. Но защищает она не грузовик, а... легковые машины – от грузовика. Проектируя автомобили, думают не только о том, как они будут ездить, но и о том, что будет, если что-то пойдёт не так и машина куда-то врежется. Для этого кузов машины на высоте бампера делается более прочным, чтобы защитить людей. Но если машина столкнётся не с такой же машиной, а врежется в грузовик сзади, картина изменится. Кузов грузовика гораздо выше бампера машины, и удар придётся не на прочную часть кузова машины, а в район крыши. Но стойки крыши не сделаешь настолько же прочными: будучи слишком толстыми, они закроют водителю обзор, к тому же там очень близко до головы, и это в любом случае опасно. Поэтому на грузовиках внизу и устанавливают такие балки, чтобы при аварии легковая машина столкнулась бампером с балкой и не въехала под грузовик – так у водителя машины будет больше шансов остаться невредимым.

МОТОЦИКЛ. *У простого велосипеда всего две звезды – одна спереди и одна сзади, на них надета цепь. Почему передняя звезда больше задней? У мотоцикла тоже одна звезда спереди и одна сзади, но передняя звезда обычно меньше задней. Почему?*

У велосипеда и мотоцикла разные источники энергии для движения. На велосипеде человек ногами крутит педали, и это вращение через цепь передаётся на колесо, а на мотоцикле есть мотор, который так же через цепь вращает колесо. Вроде бы почти одно и то же? Но между человеком и мотором много отличий, и одно из важных – в скорости. Человеку комфортно делать не больше одного оборота педалей в секунду, даже один оборот в секунду – это уже довольно быстро. А для мотора это, наоборот, очень мало: он вообще не может работать со скоростью меньше 10 оборотов в секунду, а порой разгоняется до 100 и более оборотов в секунду.

Немножко посчитаем. Пусть у нас велосипед с колёсами диаметром 26 дюймов (1 дюйм – это 2,54 см). Длина окружности колеса – в π раз больше, это около 207 см, округляем до 2 м. Велосипед разгоняется примерно до 30 км/ч, это около 8 м/с. Тогда колесо

Художник Мария Усеинова

должно вращаться со скоростью 4 об/с, а педали мы хотим крутить со скоростью порядка 1 об/с. Поэтому передача велосипеда должна ускорять вращение, и для этого передняя звезда больше задней.

У мотоцикла колесо меньше, примерно 18 дюймов, длина окружности около 1,5 м. Но разгоняется он быстрее, пусть до 150 км/ч, это примерно 40 м/с. При такой скорости его колесо должно делать около 26 об/с. А мотор на максимальной скорости делает 100 об/с. Поэтому передача должна замедлять вращение, и для этого передняя звезда меньше задней.

ВЕЛОСИПЕД. *Почему у ранних велосипедов было очень большое переднее колесо, а у современных велосипедов колёса одинаковые и значительно меньше?*

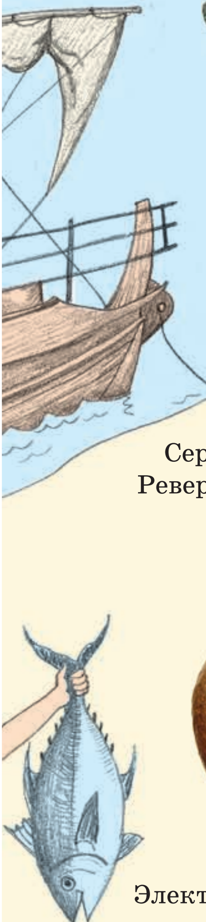
Мы уже обсудили, что велосипеду для комфортного движения приходится ускорять вращение от педалей к колесу с помощью цепной передачи. Но велосипедная цепь не такая уж простая штука, и придумали её не сразу. А до этого использовали прямой привод, то есть прикрепляли педали прямо к колесу. Если подсчитать, какая максимальная скорость была бы у современного велосипеда с таким типом привода, получится меньше 10 км/ч – медленнее, чем человек бежит. А на велосипеде хотелось передвигаться быстрее, вот и делали колесо очень большим.

Но у такого велосипеда был серьёзный недостаток – при резком торможении или наезде на препятствие он очень легко переворачивался через переднее колесо и ездок летел на землю головой вниз. Поэтому эти велосипеды не стали массовыми и воспринимались как рискованный спортивный снаряд. Когда придумали цепную передачу и современную компоновку велосипеда, такие велосипеды поначалу называли «безопасными», и они довольно быстро вытеснили своих опасных предков. Это произошло в конце XIX века, и с тех пор велосипеды выглядят так, как мы привыкли их видеть. Возможно, когда-нибудь настанет новая велосипедная революция, и на привычные нам велосипеды наши потомки будут смотреть с таким же удивлением, как мы – на огромные передние колёса старых моделей.

МОНЕТЫ ИЗ ОЛЬВИИ

Михаил Гельфанд

Примерно 2400 лет назад в Ольвии (древнегреческом поселении на северном побережье Чёрного моря) использовались одновременно монеты из бронзы, серебра и электра (сплава золота с серебром). Соотношение между ними определялось по весу: сто частей бронзы ценились как одна часть серебра, а сорок частей серебра – как три части золота. Соотношение бронзы к электру было 750 к 1. Сколько бронзовых дельфинов давали за серебряный статер? А за электровый? Какова была доля золота в составе электра?



Бронзовая монета Ольвии в форме дельфина.
Вес 3 г, длина 26 мм

Серебряный статер Ольвии. Аверс: Геракл в шкуре льва.
Реверс: колесо с четырьмя спицами, вокруг которого плывут против часовой стрелки четыре дельфинчика.
Вес 12 г, диаметр 21 мм

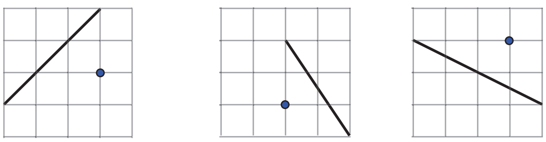
Электровый статер города Кизик, который попадал в Ольвию в ходе торговли. На аверсе – бык и тунец. На реверсе след от стержней, на которых держалась заготовка при чеканке.
Вес 16 г, диаметр примерно 19 мм

Художники Артём и София Костюкевич

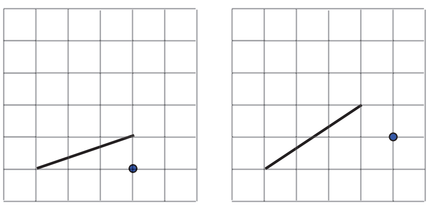
Илья Сиротовский

Клеточная геометрия для всех

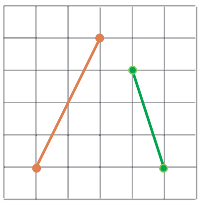
1. Через отмеченный узел сетки и ещё какой-то её узел проведите прямую, параллельную данной.



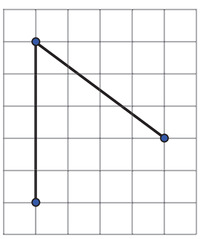
2. Через отмеченный узел сетки и ещё какой-то её узел проведите прямую, перпендикулярную данной.



3. Найдите величину угла между прямыми.



4. То, что диагональ прямоугольника 3×4 равна 5, можно доказать и не прибегая к теореме Пифагора или площадям. Попробуйте это сделать, используя рисунок.



Художник Мария Усеинова

Валерия Сирота

ПРЯМОЕ НА КРИВОМ, или ПРОГУЛКИ ПО ИСКРИВЛЁННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Окончание. Начало в «Квантике» № 8 и № 9, 2020

В прошлом номере мы разобрались, как выглядят «прямые» (точнее, геодезические) линии на цилиндре и на конусе, склеенном из полуплоскости. Однако осталось неясным, как провести геодезическую линию, проходящую через две заданные точки. И сколько таких геодезических? Надеемся, что вы сами справились с этим, но на всякий случай разберём здесь решения двух последних задач.

Решение задачи 6. Есть развёртка конуса с двумя точками A и B на ней. Одну геодезическую, проходящую через A и B, начертить легче лёгкого. Но есть и другая! Ведь можно обходить гору-конус с другой стороны. Это очевидно, например, если обе точки A и B – возле самой линии склейки, по разные стороны от O, и после склеивания окажутся рядом. Но мы сейчас увидим, что это верно для любой пары точек.

Для этого сделаем «переклейку»! Что если разрезать развёртку нашего будущего конуса по другой образующей – по любой, проходящей между точками A и B? А по старой линии склейки – склеить. Тогда на новой, «переклеенной» развёртке точка B вместе со всем треугольным «отрезанным» сектором окажется повёрнутой вокруг O на угол 180° (рис. 14).[1] Вот через эту симметричную точку B' и надо проводить прямую.

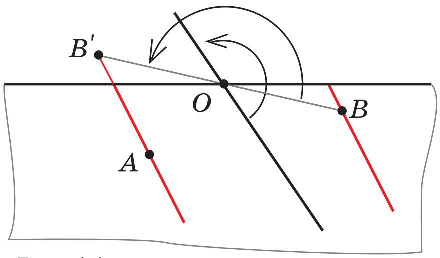
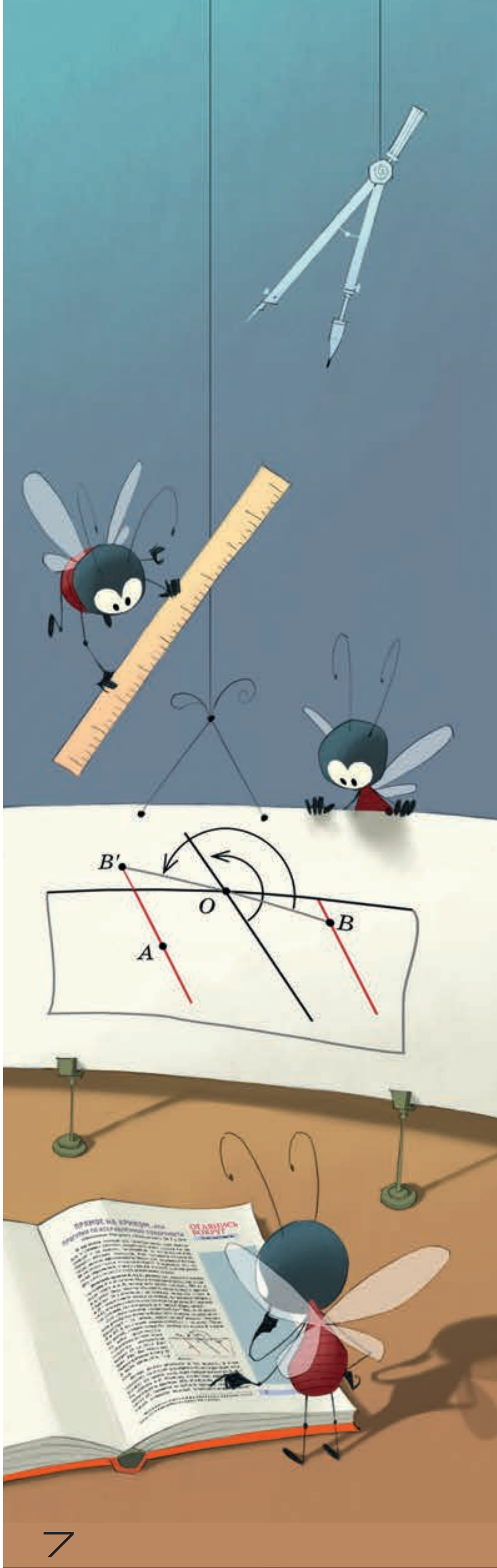


Рис.14

Теперь можно обойтись и без ножниц и клея, оставаясь на старой развёртке: благодаря идее переклейки мы знаем, куда надо направляться из A, чтобы попасть в B. Поэтому достаточно провести вспомогательную прямую BO, построить симметричную точку B', провести из неё в A прямую линию – вот и готова половина нужной геодезической на старой

[1] Можно резать прямо по той образующей, на которой лежит точка B. Тогда после переклейки она окажется на границе.



развёртке. Вторую половину легко достроить, как мы делали в задаче 5 из прошлого номера. Даже ещё легче, потому что она пройдёт через точку B, и с лишними углами возиться не нужно...[2]

Итак, на нашем конусе через любые две точки, не лежащие на одной образующей, можно провести две «прямые» линии (рис. 15)! То есть всегда есть два «прямых пути» из одного места в другое. При этом, конечно, один из них может быть короче другого. А есть ли ещё прямые пути? Нет, сколько ни переклеивай, новых «прямых» уже не получишь. Проверьте это!

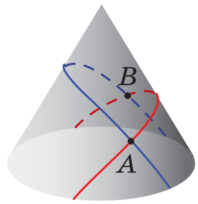


Рис. 15

Задача 9. На развёртке конуса задана точка A. Найдите все такие точки B, что оба пути из A в B имеют одинаковую длину.

Теперь пора разобраться с цилиндром.

Решение задачи 7. Теперь точки A и B даны на развёртке цилиндра. Как провести геодезическую через линию склейки? Можно опять применить «переклейку»: ведь если отрезать нижнюю часть развёртки (например, горизонтальную полосу, включающую одну из точек A и B) и приклеить её сверху – ничего же не испортится? Получится просто другая развёртка того же цилиндра. Точка B при этом переходит в точку B', которая выше B ровно на ширину развёртки. Значит, если провести прямую AB', это и будет часть нужной нам геодезической. Теперь можно вернуться к нашей первоначальной развёртке и «достроить» на ней вторую геодезическую (рис. 16). Видно, что обе части геодезической на развёртке параллельны, как и должно быть.

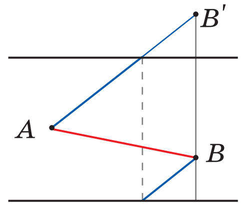


Рис. 16

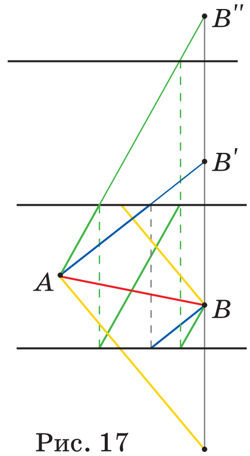


Рис. 17

Нарисуем две развёртки одного и того же цилиндра, одну над другой (рис. 17). При свёртывании их в ци-

[2] А можно для второй половины подумать про другую переклейку – и построить точку A', симметричную точке A...

линдр они ложатся одна на другую, точки B и B' совпадают. Но что если добавить сверху третью развёртку? Линия AB'' – тоже геодезическая! Она «обмоталась» один раз вокруг цилиндра и тоже пришла в точку B (рис. 18). А можно продолжить так и дальше, появятся геодезические, обматывающиеся вокруг цилиндра 2, 3, 5, 10 раз... Их бесконечно много! Да ещё и вниз можно так же «копировать» развёртки, получится ещё одно семейство геодезических, «закрученных» в другую сторону.

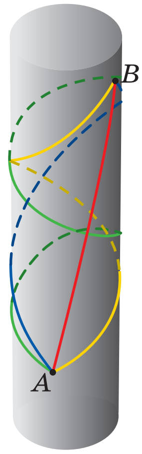


Рис. 18

Вот это да – на цилиндре через одни и те же точки проходит сколько угодно прямых путей, если, конечно, эти точки на развёртке не попадают на прямую, параллельную линии склейки. Может, и на конусе так же, мы просто что-то не заметили? Нет. Дело в том, что на цилиндре мы использовали симметрию сдвигов – «копировали» развёртки вверх, и у точки B получилось бесконечно много изображений. На конусе симметрия – поворот вокруг точки O; можно тоже сделать две развёртки, накладывающиеся друг на друга, – верхняя и нижняя полуплоскости. Но только две! Второй поворот вокруг точки O на 180° вернёт точку B обратно, новых её изображений и новых путей к ней не возникнет.

Более того: если сделать конус пошире, то есть брать для развёртки не полуплоскость, а сектор больше 180°, то и двух путей может не получиться: на рисунке 19 точки A и B соединяют две геодезические (красная и синяя), а точки A и C или A и D – только одна (соответственно, жёлтая и зелёная). В первом случае нет пути через линию разреза, во втором – нет другого пути, кроме как через разрез. На пологом холме для достаточно близких точек уже нет прямого пути «в обход холма». Обратите внимание – на таком конусе концы любой геодезической уже не параллельны, а расходятся.

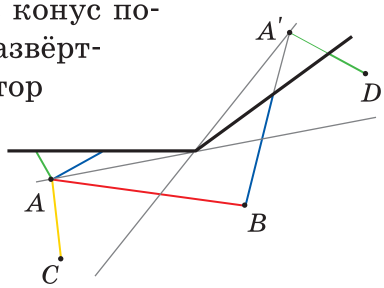
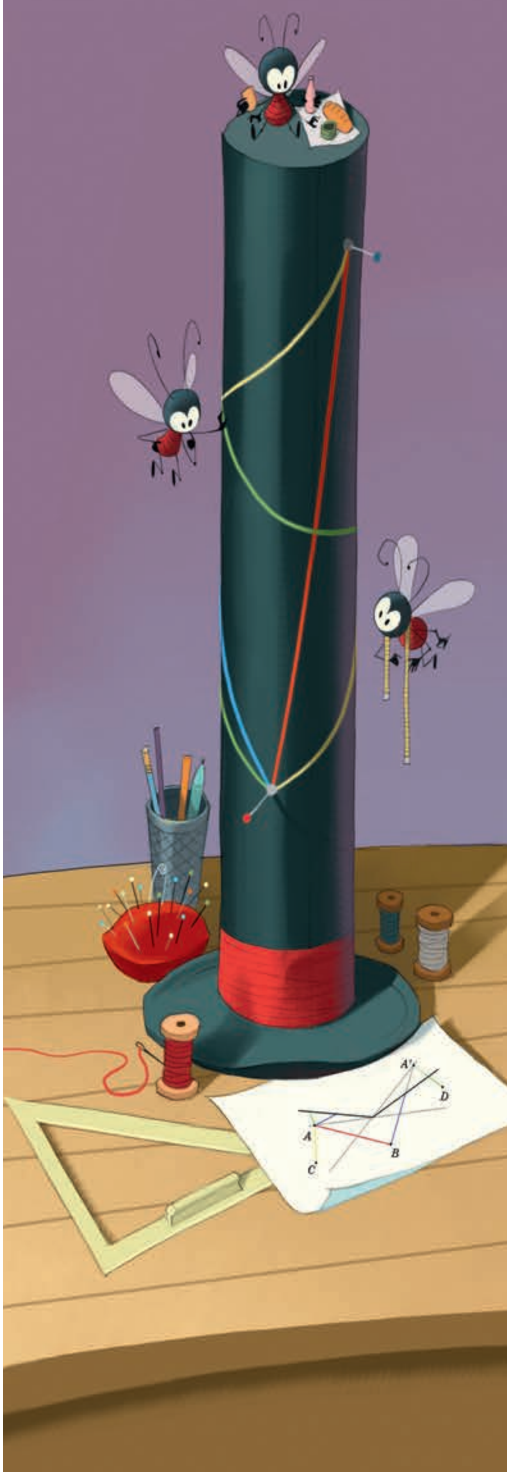


Рис. 19



Узкие конусы

А теперь давайте сделаем конус поуже. То есть для развёртки возьмём не целую полуплоскость, а сектор поменьше. Поскольку про переклейку всё остаётся в силе, все геодезические по-прежнему будут выглядеть одинаково и зависеть только от одного параметра – минимального расстояния до вершины конуса. Поэтому достаточно рассмотреть какую-то одну геодезическую; возьмём такую, которая на нашей развёртке перпендикулярна линии склейки (рис. 20). Раз она подходит к склейке под прямым углом, то и уходить от неё должна тоже под прямым..., и смотрите, что получается – эта «прямая» линия пересекается сама с собой! На склеенном конусе получается «галстучек» (рис. 21)

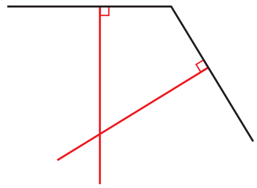


Рис. 20

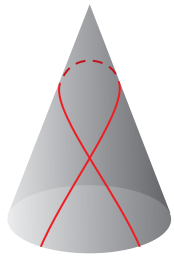


Рис. 21

А дальше ещё веселее. Если взять ещё более узкий конус, с развёрткой меньше 90°, то – глядите! – после этого самопересечения обе части геодезической снова пересекают линию склейки, причём в одном и том же месте! Обратите внимание, что из-за симметрии картинки на развёртке всё выглядит так, как будто геодезическая отражается от линии склейки. На самом деле это не отражение, хоть и очень на него похоже – концы геодезической при переходе линии склейки меняются местами. Как только вы сложите развёртку в конус – это сразу станет видно.

Это уже второе пересечение геодезической самой с собой. А может быть ещё и третье – если после этого пересечения линии склейки концы геодезической снова пересекутся в середине развёртки... Если конус совсем узкий, геодезическая обвивает его много раз, на каждом обороте пересекаясь сама с собой два раза – под самой верхней (ближней к вершине) точкой и строго по другую сторону от этой точки (рис. 22).

Задача 10. У каких конусов, то есть при каких углах раз-

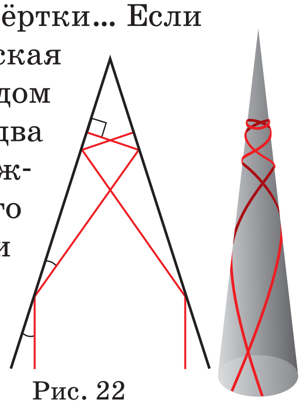


Рис. 22

вёртки, геодезическая пересекается сама с собой один раз? Два раза? Три раза? Четыре раза? N раз?[3]

Вот мы и узнали, как выглядят геодезические даже на самых крутых и высоких горах. Отважным путешественникам, впрочем, ещё есть чем заняться – хорошо бы разобраться, как же там ходить из одной заданной точки в другую.

Задача 11. Найдите (начертите на развёртке) все геодезические, проходящие через заданные точки A и B, для конуса с углом развёртки а) 120°; б) 90°; в) (для самых смелых) 110°.

Задача 12. На конусах с какими углами развёртки выполнено свойство: через любые две точки проходят не меньше трёх геодезических? А не меньше чем n геодезических? (Пары точек, лежащие на одной образующей, не рассматриваем.)

Вот и подходит к концу наше путешествие по отвесным цилиндрам и крутым конусам.[4] Представьте теперь, в заключение, что вы находитесь в горной стране из высоких-превысоких гор и крутых ущелий. Если в таком месте пойти прямо, по геодезической – вы, скорее всего, рано или поздно попадёте на склон горы и, поскольку это конус, вынуждены будете карабкаться по нему по спирали вверх, а потом вниз, как на рисунке на полях. Спустившись, вы продолжите движение уже не в том же направлении, что раньше, а в какую-то другую сторону... Отсюда видно, что идти прямо, напролом в горах не только опасно, но и глупо: если даже все поверхности гладкие и нигде нет ни трещин, ни крутых обрывов, и вы не сломаете шеи по дороге – вы всё равно придёте неизвестно куда. Вот почему для горных туристов и альпинистов так важны ум и опыт.

Художник Алексей Вайнер

[3] *Подсказка*. Не бойтесь этой задачи, она совсем не страшная. Нужно просто спокойно порисовать развёртки и геодезические на них. Единственное, что нужно знать из геометрии, – это что сумма углов любого треугольника на плоскости равна 180°.

[4] Цилиндры и конусы удобны тем, что для них можно сделать плоскую развёртку. Существует много других «развертывающихся поверхностей», но среди всех поверхностей в пространстве они составляют крайне малую часть. Остальные поверхности – сферы (мячики), торы (бублики) и другие – нельзя склеить из кусков плоскости. Строить на них геодезические сложнее. Но принцип – идти «маленькими шажками» – всегда тот же.

Ксения Гилярова

Пять сторон света

Один путешественник приехал в деревню Бенуа-Мартинус на реке Амбало (остров Калимантан, Индонезия), чтобы изучать язык мбало. Его поселили в доме самого вождя (см. карту). В первый же день вождь вывел гостя на порог, поочерёдно показал на север, на юг, на восток и на запад и сказал: «*Urait*, *kalaut*, *anait*, *suali*». Путешественник занёс в свой электронный словарик такие слова: *urait* = ‘север’, *kalaut* = ‘юг’, *anait* = ‘восток’, *suali* = = ‘запад’. Вскоре путешественнику захотелось взглянуть на деревенское святилище, где совершались все важные племенные обряды. Он взял с собой свой словарь и компас, а карту забыл. Выйдя из дома вождя, путешественник отправился на север, дошёл до дома шамана и спросил у него: «Как мне пройти к святилищу?» «Иди всё время *urait*», – ответил шаман. «Значит, на север», – подумал путник, заглянув в свой словарь. Он пересёк реку, но тут же заблудился на рисовой плантации и решил вернуться к шаману. «К дому шамана иди *suali*», – напутствовали его крестьяне. «То есть на запад? Странно», – подумал путешественник, но пошёл-таки на запад. Однако реки не было видно, рисовые поля сменились садами с кокосовыми пальмами, и незадачливый путник понял, что совершенно запутался. «Ничего, – стали утешать его крестьяне, работающие на кокосовой плантации, – иди *kalaut*, выйдешь к школе, учитель всё тебе растолкует». Сверившись со словариком, путешественник двинулся на юг и действительно вышел к школе. «Дом вождя *anait*?» – спросил он у учителя. «Нет, *anait* алмазный рудник. А дом вождя *suali*», – ответил тот. Путешественник послушно повернул на запад, а обнаружив перед собой вместо реки алмазный рудник, страшно рассердился: «Как мне наконец попасть к дому вождя или хотя бы к школе?» «Дом вождя *suali*, – приветливо отвечали рабочие рудника, – а вот школа *andoor*». Увы, такого слова в словарике путешественника и вовсе не было...

Объясните, в чём ошибка невезучего путешественника, и восстановите систему пространственной ориентации жителей деревни Бенуа-Мартинус.

Ответы в следующем номере

Художник Мария Усеинова

Сергей Дориченко

РИМСКИЙ-КОРСАКОВ И ВРУБЕЛЬ, МАЯКОВСКИЙ И РЕПИН, БОРОДИН И МУСОРГСКИЙ

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

РИМСКИЙ-КОРСАКОВ И ВРУБЕЛЬ

Однажды художник Михаил Врубель пригласил в гости композитора Николая Римского-Корсакова и показал ему свою картину «Морская царевна». Рассматривая картину, Римский-Корсаков заметил астрономическую нелепость: Врубель изобразил рассвет и растущий месяц в виде серпа, причём месяц был обращён к восходящему солнцу своей вогнутой стороной. Музыкант стал объяснять художнику, что на заре можно увидеть стареющий, а не растущий месяц, да и к солнцу всегда обращена освещённая часть луны, то есть выпуклая сторона месяца, а не вогнутая! Но хотя Врубель и убедился в своей ошибке, переделывать картину отказался.

МАЯКОВСКИЙ И РЕПИН

Художник Илья Репин ненавидел художников-футуристов. И когда он пришёл в гости к Корнею Чуковскому, где как раз читал свои стихи молодой поэт-футурист Владимир Маяковский, все ожидали скандала. Но Репин был в таком восторге от темпераментного исполнения Маяковского, что даже сказал ему: «Я хочу написать ваш портрет». Такая честь выпадала не многим, но Маяковский не растерялся и спросил: «А сколько вы мне за это дадите?» «Ладно, в цене сойдёмся», – ответил Репин, которому понравилась дерзость поэта. Когда Маяковский появился в мастерской художника, Репин повторил «Я напишу ваш портрет». Маяковский ответил: «А я – ваш», и тут же сделал несколько карикатурных набросков, которые очень понравились художнику. Репин же портрет Маяковского так и не написал – тот перед началом сеансов вдруг обрил себе голову, а именно его «вдохновенные» волосы Репин считал наиболее характерными в облике поэта.

БОРОДИН И МУСОРГСКИЙ

После второго действия на одном из первых представлений оперы Модеста Мусоргского «Борис Годунов» от волнения внезапно сел голос у мальчика, исполнявшего роль Фёдора, сына Бориса. В его партии оставалось всего несколько слов в конце оперы, но исполнить их нужно было высоким голосом контральто. На помощь пришёл друг Мусоргского, композитор и химик Александр Бородин. Из его лаборатории гонец успел доставить гелий в маленьком воздушном шарике. Мальчик спрятал шарик за пазухой, а перед исполнением незаметно вдохнул гелий – и его голос ненадолго стал выше. Никто из зрителей ничего не заметил.

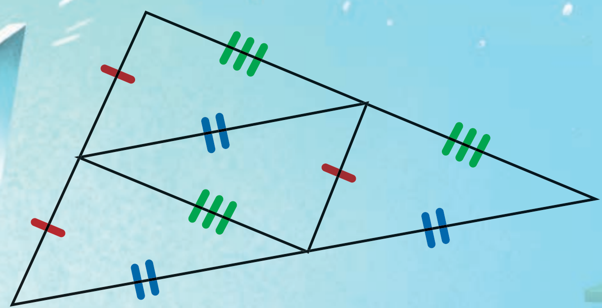
Художник Капыч

Материал подготовил
Михаил Евдокимов

Из жизни барона

1. Барон Мюнхгаузен утверждает, что пустил шар от борта бильярда, имеющего форму правильного треугольника, так, что тот, отражаясь от бортов, прошёл через некоторую точку три раза в трёх различных направлениях и вернулся в исходную точку. Могут ли слова барона быть правдой? (Отражение шара от борта происходит по закону «угол падения равен углу отражения».)

Михаил Евдокимов



2. Из четырёх копий любого треугольника можно сложить треугольник, подобный исходному (см. рисунок). У барона Мюнхгаузена есть много одинаковых треугольных плиток, и он утверждает, что сложил треугольник, подобный исходному, всего из трёх одинаковых. Могут ли слова барона оказаться правдой?

Михаил Евдокимов

а Мюнхгаузена

3. У барона Мюнхгаузена есть 8 золотых монет весом 10, 20, 30, ... , 80 г, но неизвестно, какая из них сколько весит. Барон утверждает, что помнит, какая из монет сколько весит, и в доказательство своей правоты готов провести всего одно взвешивание на чашечных весах без гирь, в результате которого будет однозначно установлен вес хотя бы одной монеты. Не обманывает ли барон?

Александр Шаповалов

4. Барон Мюнхгаузен убил на охоте 15 уток весом 50, 51, ..., 64 кг. Ему известен вес каждой из уток. С помощью чашечных весов барон собирается доказать зрителям, что первая утка весит 50 кг, вторая – 51 кг, третья – 52 кг, и т.д. (вначале зрители не знают про веса уток абсолютно ничего). Какое наименьшее количество гирь потребуется барону, если и гири, и уток можно размещать на обеих чашах весов, а количество взвешиваний не ограничено?

(Веса гирь известны как барону, так и зрителям. В наличии неограниченный запас гирь весом 1, 2, ..., 1000 кг.)

Александр Храбров

Ответы в следующем номере

Художник Мария Усеинова

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

Хайдар Нурлигареев

МОЗАИКА РОБИНСОНА

Художник Алексей Вайнер

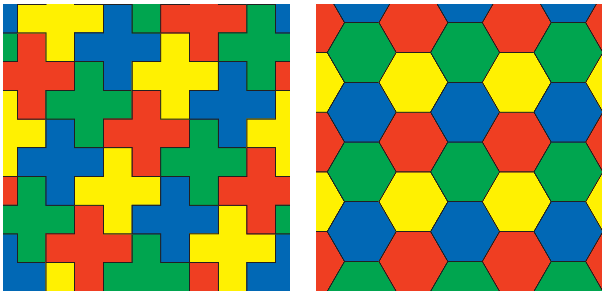


Рис. 1

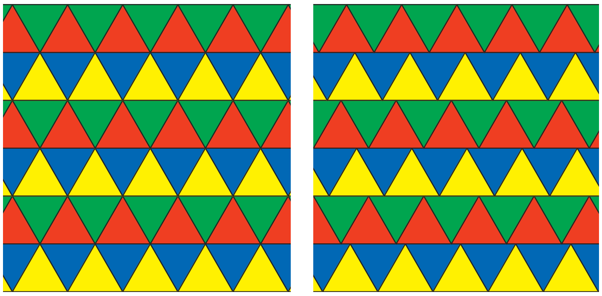


Рис. 2

Пусть имеется конечный набор многоугольников и есть возможность изготовить сколько угодно копий каждого из них. Цель – замостить всю плоскость, используя лишь такие копии (будем называть их *плитками*). Бывает, что замощение получается только периодическое. Например, если в наборе лишь один правильный шестиугольник, или же лишь одна фигурка крест-пентамино (рис. 1). А иногда можно замостить и периодически, и непериодически. Скажем, если в наборе только квадрат или только правильный треугольник (рис. 2).

Кстати, а что такое «периодическое» замощение? Первое, что приходит в голову, – это замощение можно сдвинуть на какое-то расстояние в каком-то направлении, и оно идеально наложится само на себя. Но тогда и правое замощение на рисунке 2 периодическое. Мы же имеем в виду картинки, похожие на рисунок 1. Поэтому правильное определение такое: замощение *периодическое*, если можно сделать два каких-то сдвига в непараллельных направлениях так, что замощение совместится само с собой.

Удивительнее всего, что бывают наборы фигур, копиями которых можно замостить плоскость только непериодически. До середины XX века считалось, что их не существует, пока в 1966 году Роберт Бергер не сконструировал первый такой набор, состоящий аж из 20 426 различных плиток. Немного позже сам же Бергер уменьшил число различных многоугольников до 104, а в течение следующего десятилетия усилиями ряда учёных удалось понизить его до 2 – искомый пример доставляют знаменитые мозаики Пенроуза. Существует ли набор из единственного многоугольника, копиями которого можно замостить плоскость лишь непериодически, неизвестно до сих пор.

Мы расскажем о таком наборе из 6 многоугольников, который предложил Рафаэль Робинсон в 1971 году (рис. 3). Выступы и пазы на этих плитках организованы так, чтобы рисунок на прикладываемых друг к другу

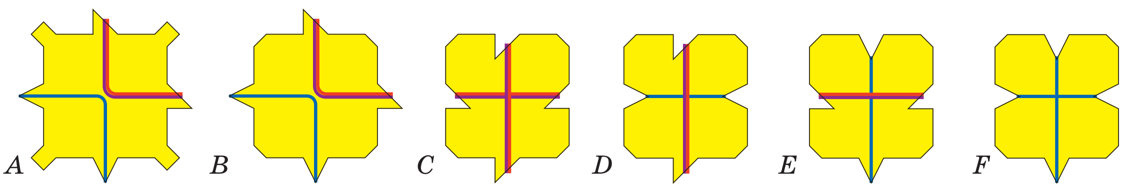


Рис. 3

плитках был согласован: синие линии на одной плитке продолжаются на соседних плитках синими линиями, а красные с фиолетовым краем – красными с фиолетовым краем (причём фиолетовые края стыкуются). Кроме того, плитка A отличается от остальных плиток формой углов: у неё это квадратные выступы, тогда как углы остальных плиток обрезаны.

Мы наметим доказательство, почему такими плитками можно замостить плоскость, но только непериодически. Часто, чтобы убедиться в справедливости очередного утверждения, надо будет перебрать несколько вариантов – будьте к этому готовы.

Пусть мы замостили плоскость, используя лишь копии этих 6 плиток (будем обозначать их соответствующими буквами, как на рисунке 3). Хоть одна плитка A обязательно встретится в замощении (почему? – обратите внимание на выступы по углам); для определённости будем считать, что красные выступы этой плитки A торчат вправо и вверх. Ясно, что среди её соседей нет плитки A (рис. 4). Что стоит на месте вопросительных знаков? Если и там, и там не плитка A, то правый сосед у верхнего знака вопроса и верхний сосед у правого знака вопроса – две плитки A, и они перекрываются (убедитесь в этом). Значит, один из знаков вопроса – плитка A.

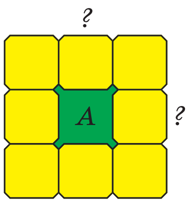


Рис. 4

Будем считать, что A – клетка справа от исходной. Тогда клетка между ними – C или E, а красные выступы второй клетки A торчат влево и вверх (рис. 5). В любом случае у плитки посередине на верхней стороне есть паз.

Заметим, что выступы плиток, стоящих над нашими двумя плитками A, не могут смотреть «друг на друга», то есть в сторону плитки между ними. Значит, между ними может находиться только плитка B (рис. 6). Но плитки A и B не могут стоять рядом. Следовательно, над плиткой B стоит не A. В двух ещё не заполненных углах квадрата 3×3 стоят плитки A, потому что к уголку из трёх плиток «не A» должна примыкать плитка A. Нетрудно понять, что красные выступы четырёх плиток A смотрят друг на друга. У нас есть возможность выбрать одну из четырёх ориентаций плитки B, но как только мы её зафиксируем, оставши-

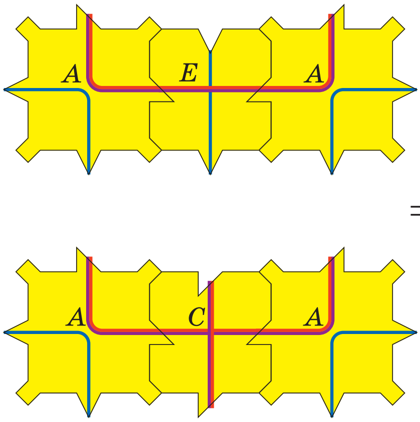


Рис. 5

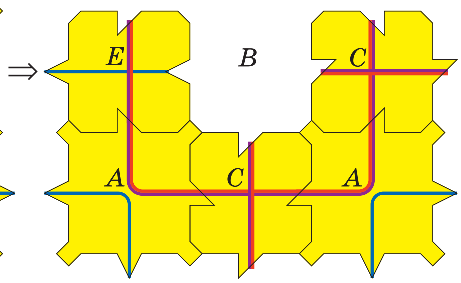


Рис. 6

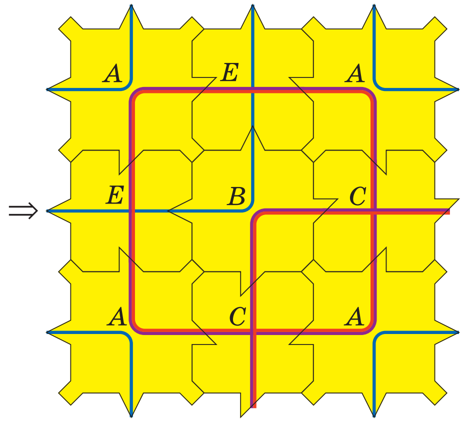


Рис. 7

еся четыре позиции квадрата 3×3 заполняются однозначно (рис. 7).

Оказывается, сконструированные подобным образом квадраты 3×3 – так называемые *макроплитки* – ведут себя точно так же, как и плитки A. Именно, единственная возможность соединить их между собой – расположить их по углам квадрата 7×7; выходящие при этом из середин сторон макроплиток красные линии должны смотреть друг на друга. Снова по центру должна располагаться плитка B, а зафиксировав одну из четырёх её ориентаций, мы однозначно заполняем оставшиеся промежутки и получаем супермакроплитку (рис. 8).

Можно доказать, что этот процесс укрупнения продолжается и дальше. Так возникает иерархия квадратов размера 1×1, 3×3, 7×7, 15×15, 31×31, ... , $(2^n - 1) \times (2^n - 1)$, ... , каждый из которых наделён узором: какие-то две из выходящих по центру его сторон линии – красные, две другие – синие. Когда мы объединяем макроплитки в супермакроплитки, красные линии сливаются в квадрат, благодаря чему образуется иерархия красных квадратов размера 2×2, 4×4, 8×8, 16×16, 32×32, ..., $2^n \times 2^n$, ... соответственно. Эти красные квадраты объясняют удивительные свойства замощений плитками Робинсона.

Например, любое замощение плоскости плитками Робинсона – непериодическое. Иначе можно было бы переместить все плитки замощения на одинаковое расстояние так, что мы бы не увидели разницы. В частности, красные квадраты должны были бы перейти в такие же красные квадраты. Но так как в любом замощении плитками Робинсона найдутся сколь угодно большие красные квадраты, а квадраты одного размера не пересекаются между собой, это невозможно. Ведь на какое бы конечное расстояние мы ни сдвинулись, найдётся настолько большой квадрат, что за его пределы мы не выйдем. А значит, этот квадрат наложится сам на себя.

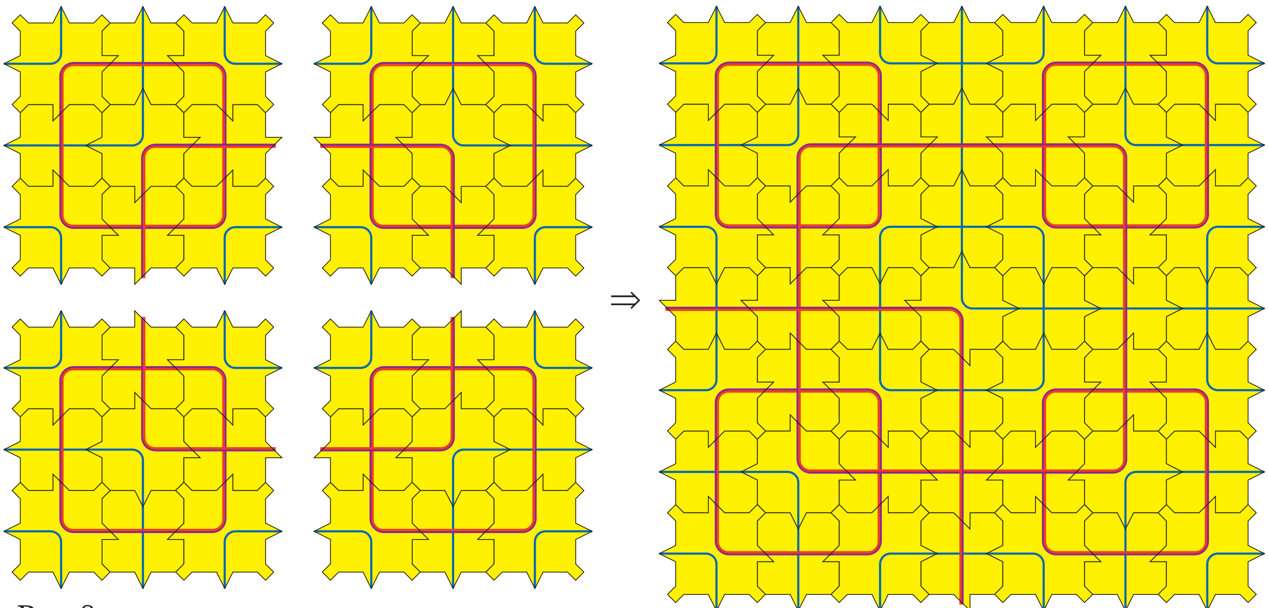


Рис. 8

А как тогда устроены замощения плитками Робинсона и почему они вообще существуют? Чтобы понять это, поглядим более внимательно на процесс укрупнения, благодаря которому удаётся перейти от отдельных плиток к замощению всей плоскости в целом. Рассмотрим какую-нибудь плитку *A*. Она входит в макроплитку размера 3×3 в одном из четырёх положений, которые мы обозначим

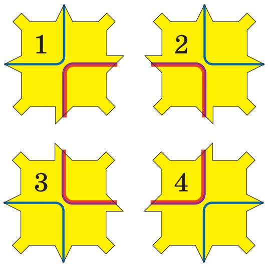


Рис. 9

цифрами 1, 2, 3 и 4 (рис. 9). Аналогично, макроплитка входит в супермакроплитку в одном из четырёх положений, и т. д. Таким образом, если нам дано некоторое замощение плоскости, то каждой плитке мы можем сопоставить бесконечную последовательность из цифр 1, 2, 3 и 4. Например, пусть дано замощение, изображённое на рисунке 10, и мы стартуем с зелёной плитки. Тогда первый элемент последовательности равен 3, поскольку зелёная плитка входит в оранжевую макроплитку в третьем положении. Затем, второй элемент – 1, так как оранжевая макроплитка входит в бежевую супермакроплитку в первом положении. Аналогично, третий элемент – 2, четвёртый – 4, и т. д. То есть зелёной плитке сопоставляется последовательность 3124...

Верно и обратное, то есть любой последовательности из цифр 1, 2, 3 и 4 мы можем сопоставить некоторое замощение. Правда, некоторым последовательностям будет соответствовать замощение не всей плоскости, а только её

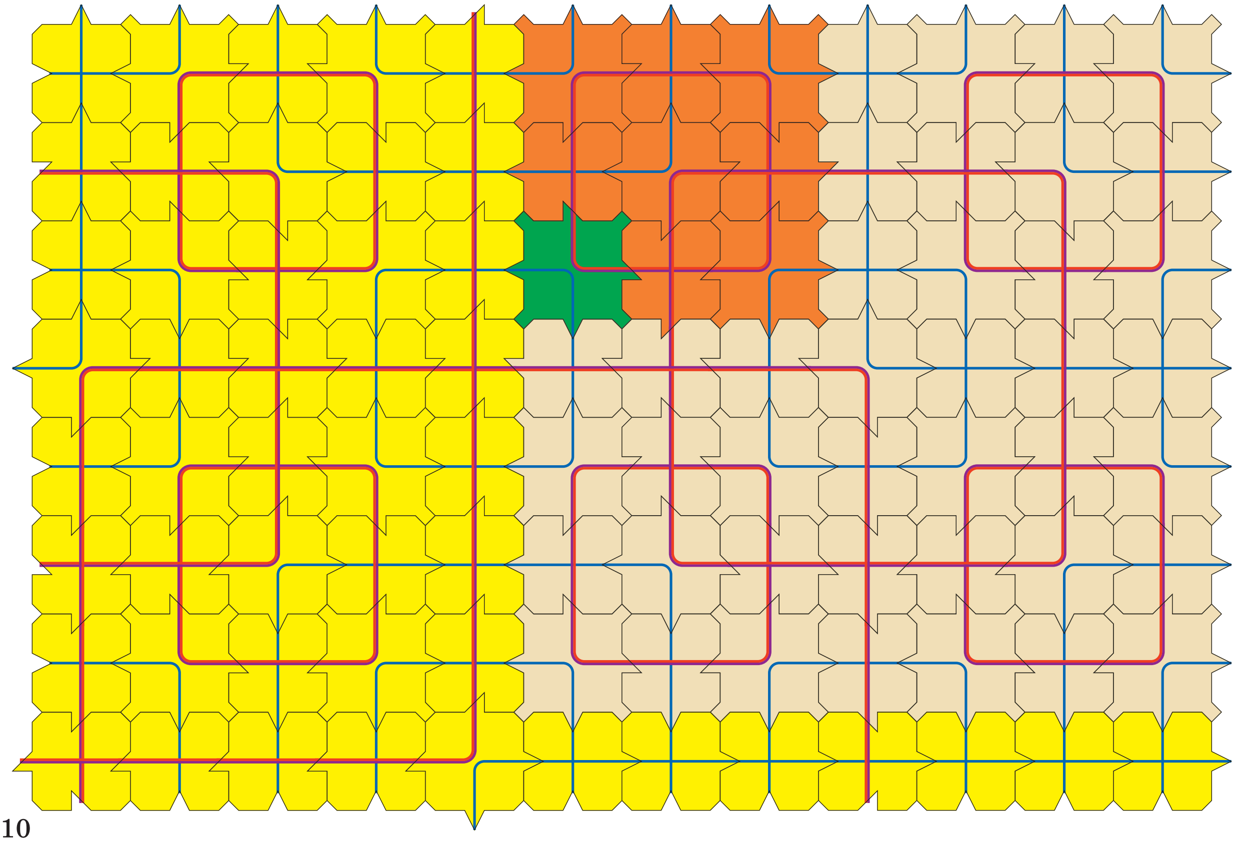


Рис. 10

части. Например, если мы возьмём последовательность 222222..., то получим замощение четверти плоскости, а если 131313... – то полуплоскости. Подобные куски можно «склеить» между собой, так что возникнет замощение всей плоскости с исключительными линиями – прямыми или лучами (рис. 11).

Но замощения, в которых есть исключительные полосы, – редкость, их доля исчезающе мала. Ведь наличие исключительной полосы означает, что в последовательность, соответствующую какой-либо плитке такого замощения, с какого-то момента входит не больше двух чисел из четырёх. Такого почти не бывает: это как если бы мы подбрасывали «честную» монетку, и вдруг с какого-то момента всегда стала выпадать решка. Так что подавляющее большинство замощений плитками Робинсона выглядят примерно как на рисунке 10.

Ещё из интересных свойств: в замощениях плитками Робинсона любой «типичный» фрагмент встречается бесконечно много раз: чтобы убедиться в этом, достаточно найти красный квадрат, содержащий этот фрагмент. Раз квадратов одного и того же размера бесконечно много, то и фрагментов заданного вида внутри них – тоже.

В замощениях, как на рисунке 11, есть фрагменты (бежевые), не содержащиеся ни в одном из красных квадратов, – они примыкают к исключительным линиям или пересекают их. Несмотря на это, они всё равно встречаются в замощении бесконечно много раз. Правда, часть из них можно найти только при движении вдоль исключительной полосы.

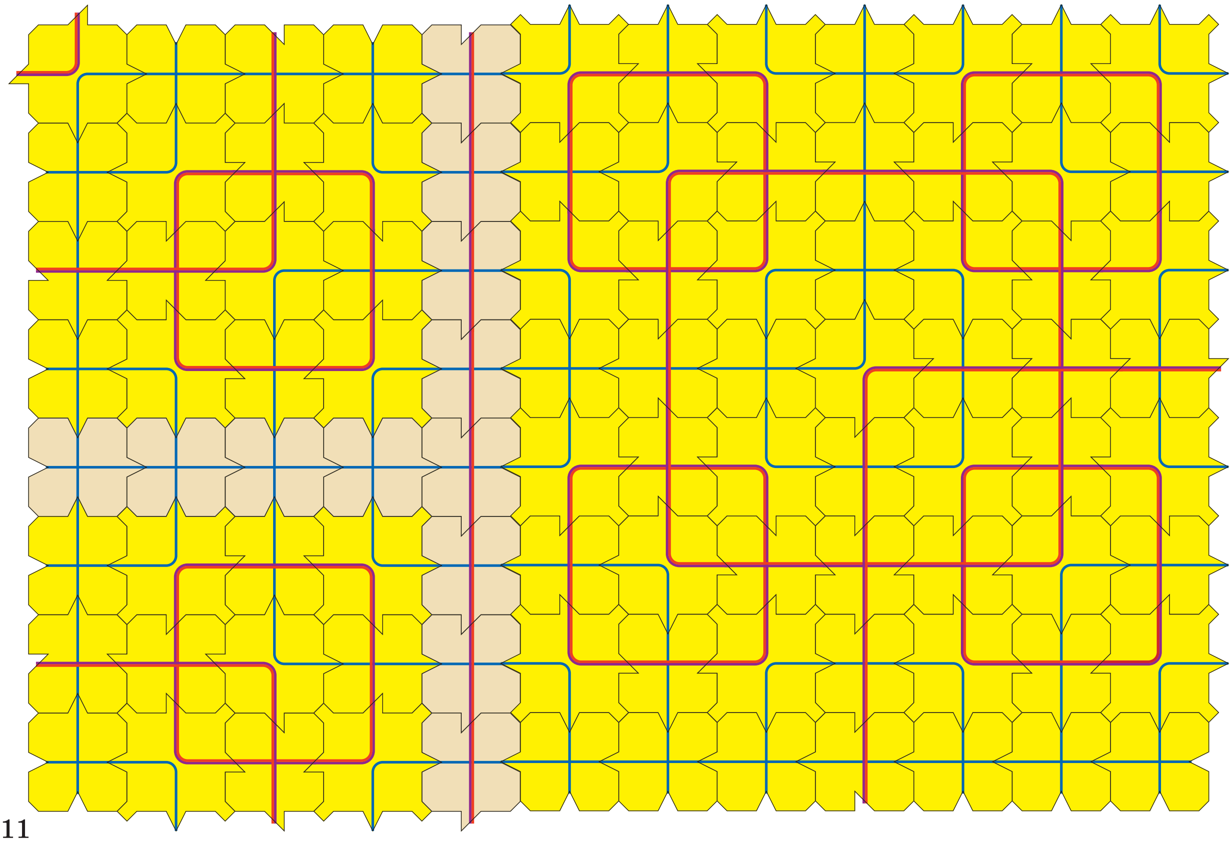


Рис. 11

Александр Бердников

ПУЗЫРЬКИ

1. Бутылка необычной формы заполнена водой и воздухом (фото 1). Если чуть наклонить её, большой пузырёк весь не переплывёт в среднюю часть, а порвётся (фото 2). Если наклонить сильно, какие-то пузырьки окажутся в крайней части. Как собрать все пузырьки в средней части?

2. Пузыри на поверхности жидкости часто скапливаются у стенок, даже всплыв в другом месте, или иным образом сбиваются в кучи. Почему?

3. В открытой бутылке газировки всплывает много пузырьков. Когда пузырёк лопается и от него отлетает капля, она это делает практически строго вверх. Почему? Почему брызги от маленьких пузырьков улетают выше, чем от средних, а от больших пузырьков и вовсе нет брызг?

На фото 3 и 4, сделанных с большой выдержкой, видно, что путь летящей капли – почти вертикальный.

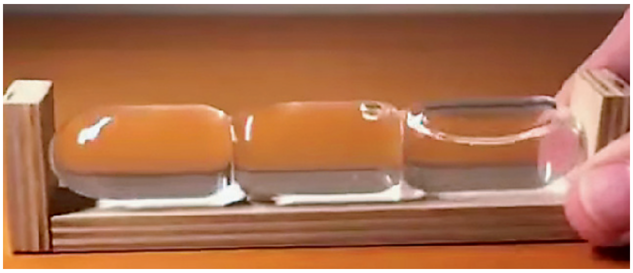


Фото 1

Фото 2

4. Если постучать по бутылке газировки (см. видео kvan.tk/bounce-cola), образуются капельки, которые могут подолгу лежать на поверхности и не сливаться с поверхностью. Если капелька не слиплась с другими, то после того как она сливается с поверхностью, на её месте образуется капелька поменьше, и т. д. При этом каждая следующая капелька подпрыгивает, да ещё и выше, чем предыдущая. Почему?

На видео kvan.tk/bounce то же самое происходит с отдельной капелькой обычной воды.

Ответы в следующем номере

Фото 1, 2: @physicsfun, Instagram; фото 3, 4: автор

Фото 3

Фото 4

Художник Евгений Паненко

Решения IV тура отправляйте по адресу **ruskonkurs@kvantik.org** не позднее **1 декабря**. В письме укажите ваши имя, фамилию, город, школу и класс, где вы учитесь. Победителей ждут призы. Предусмотрены премии за лучшее решение отдельных туров. Предлагайте задачи своего сочинения – лучшие мы опубликуем. Желаем успеха!

IV ТУР

16. Помимо приставок и суффиксов, в некоторых языках встречаются так называемые **инфиксы** – особые части слова, вставляющиеся внутрь корня. Например, в языке сумо (распространён в Никарагуа и Гондурасе): *suulu* – ‘собака’, *suumalu* – ‘твоя собака’ (инфикс -*ma*- со значением ‘твой’). Один лингвист в шутку предложил выделять в русском языке инфикс -*шма*- с усилительным значением. В каком слове?

И. Б. Иткин

17. По одной из версий, это знакомое всем с детства выражение первоначально означало нечто вроде «тот, кто нацарапал жалобу». Что это за выражение?

Л. З. Иткина

18. Бывает, что мы случайно переставляем звуки в словах. Один мальчик сказал другому, показывая на вывеску некоего магазина: «Видишь мертвецов?». Что было написано на вывеске?

О. А. Кузнецова

19. Какую одежду одна маленькая девочка назвала «юбка-коробка»? Представители какой профессии носят эту одежду?

К. В. Литвинцева

20. Сложив края мои, найди
Рождённое от света.
Во мне же, сколько ни гляди,
Ни капли света нету.

С. И. Переверзева

Художник Николай Крутиков

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, III тур
(«Квантик» № 7, 2020)

11. *Носители некоторых среднерусских говоров говорят:* [у]гурцы, [у]бледенеть, [у]творить дверь. *Найдите глагол, услышав который от носителя такого говора, можно подумать, что он означает нечто вроде «увлекаться созданием орнаментов».*

Этот глагол – ***озоровать*** (разумеется, подходит и вариант ***озорничать***): в таких говорах он звучит как [*у*]*зоровать*, и может показаться, что это слово образовано от слова *узор*.

Важно подчеркнуть, что такое произношение начального *о* в этих говорах возможно только в словах, где ударение падает не на второй слог, а дальше, так что ничего похожего на [*у*]*твет* или [*у*]*кошко* вы от носителей соответствующих говоров не услышите.

12. *Много лет назад в одно почтовое отделение пришло письмо. В написанном от руки адресе получателя был указан непонятный российский город Камра. Сотрудники почты долго ломали голову, что же это за город, а потом догадались. В какой город они отправили письмо?*

Эту надпись вы видите справа на фотографии. Из-за особенностей начертания букв *у* и *г* сотрудники почты не сразу поняли, что имеется в виду город ***Калуга***.

13. *Маленький Лёва считает, что название одного из его любимых произведений начинается с притяжательного местоимения. Напишите это название.*

Лёва, конечно, ещё не знает, что такое притяжательное местоимение. Он просто считает, что в начале названия сказки К. И. Чуковского **«Мойдодыр»** можно услышать то же самое слово, что, например, в словосочетании *мой паровозик*. А на самом деле часть *Мой-* в имени *Мойдодыр* – повелительное наклонение от глагола *мыть*.

14. *Рука поднимается. А язык?*

В этой задаче речь идёт о двух очень похожих по структуре и по смыслу устойчивых выражениях: *Рука не поднимается* «Не могу себя заставить что-то сделать» (*Рука не поднимается выбросить старые газеты*) и *Язык не поворачивается* «Не могу себя заставить что-то сказать» (*Язык не поворачивается назвать его ослом*). Таким образом, если рука *поднимается*, то язык ***поворачивается***.

15. *В русском языке есть слова, состоящие из двух одинаковых «половинок»:* мама, папа, тамтам, комком *(от* комок*),* лили *(от* лить*)… Найдите исконно русское слово, обладающее тем же свойством, у которого есть приставка, корень, не меньше одного суффикса и окончание.*

Это слово – ***зализали*** (прошедшее время от глагола *зализать*). Как бывало уже не раз, участники конкурса нашли ещё два подходящих ответа: ***припри*** (повелительное наклонение от глагола *припереть*) и ***сносно*** (краткая форма среднего рода от прилагательного *сносный*).

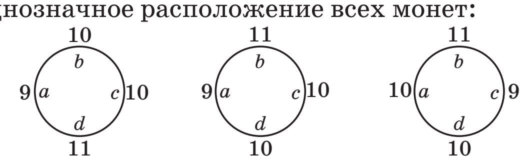
НАШ КОНКУРС, XII тур
(«Квантик» № 8, 2020)

56. *На бумаге начертили 130 четырёхугольников. Каждый четырёхугольник – или квадрат, или прямоугольник, или параллелограмм, или ромб, или трапеция. Из них 30 – квадраты, 80 – прямоугольники, 65 – ромбы, и 120 – параллелограммы. Сколько всего трапеций было начерчено? (Напомним, что у трапеции две стороны параллельны, а две – нет.)*

Ответ: 10. Квадрат, прямоугольник и ромб – параллелограммы. Значит, 130 четырёхугольников – только параллелограммы и трапеции, и раз параллелограммов 120, то трапеций 10.

57. *По кругу лежат 4 одинаковые с виду монеты. Две из них фальшивые – они весят 9 г и 11 г, а две настоящие – весят по 10 г каждая. Известно, что фальшивые монеты соседние. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно гарантированно определить вес каждой монеты? (Весы лишь показывают, равны ли чаши по весу, и если нет, то какая тяжелее.)*

Ответ: 2. Пусть по кругу подряд лежат монеты a, b, c, d. Первым взвешиванием сравним a и b. Если $a = b$, то это монеты по 10 г, и, сравнивая c и d вторым взвешиванием, получаем ответ. Пусть a и b не равны, скажем $a < b$. Тогда это либо монеты 9 и 10, либо 9 и 11, либо 10 и 11. Поскольку фальшивые монеты лежат рядом, для каждого из трёх вариантов получаем однозначное расположение всех монет:



Заметим, что сумма $a + b$ в первом варианте меньше, чем $c + d$, во втором – равна, а в третьем – больше. Поэтому, сравнив вторым взвешиванием монеты a и b на одной чаше с монетами c и d на второй чаше, находим ответ.

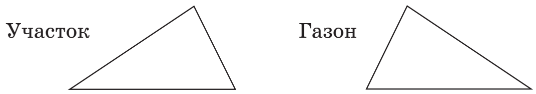
За одно взвешивание мы можем сравнить две монеты или две пары монет: в первом случае мы не различим эти монеты, если они разного веса, а во втором – не узнаем ни одну из монет, если пары дадут один и тот же вес.

58. *У Квантика на даче есть участок треугольной формы. Он решил застелить его газоном. Зная третий признак равенства треугольников, он измерил три стороны участка и заказал треугольный газон с такими сторонами. Но когда заказ был доставлен, Квантик не смог наложить газон на свой участок, хотя длины сторон были в точности как в заказе.*

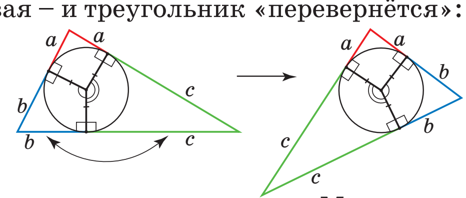
а) Как такое могло быть?

б) Как Квантику исправить ситуацию, разрезав газон не более чем на три части?

а) Это могло быть, лишь если газон был таким же треугольником, как и участок, но «перевёрнутым» – трава росла не с той стороны:



б) Впишем в газон окружность и разрежем его по радиусам на три *симметричные* части. Переставим две части друг с другом, не переворачивая – и треугольник «перевернётся»:



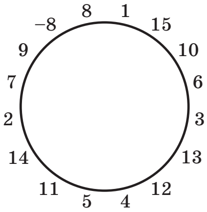
Задача взята из книги «Математическая смекалка» Б.А.Кордемского (там приведено другое решение пункта б).

59. *Вася расставил по кругу в некотором порядке числа 1, 2, 3, ..., 15 и целое число x (не обязательно положительное). Оказалось, что сумма любых двух соседних чисел – квадрат целого числа.*

а) Найдите хотя бы одно такое x и нарисуйте соответствующую расстановку.

б) Найдётся ли другое подходящее x?

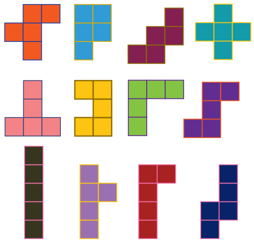
а) Да, вот пример для $x = -8$:



б) И к 8, и к 9 можно прибавить лишь одно другое число из списка, чтобы получился квадрат: к 8 – число 1, а к 9 – число 7. Тогда x должно быть соседним и с 8, и с 9.

Получаем равенства $8+x=a^2$, $9+x=b^2$, откуда $b^2-a^2=(b+a)(b-a)=1$. Так как числа a и b целые, обе скобки равны либо 1, либо −1. Тогда $b+a=b-a$, откуда $a=0$, а значит, $x=-8$.

60. *Любую ли фигуру пентамино (см. рисунок) можно дополнить доминошками до клетчатого квадрата без дырок и перекрытий?*



Ответ: нет, «крест» дополнить нельзя. Раскрасим предполагаемый квадрат как шахматную доску. Клеток одного цвета либо на 1 больше, чем другого (если сторона квадрата нечётна), либо столько же (если чётна). Но «крест» занимает 4 клетки одного цвета и 1 – другого, поэтому среди оставшихся клеток чёрных и белых будет не поровну, а в каждой доминошке – поровну (одна белая клетка и одна чёрная).

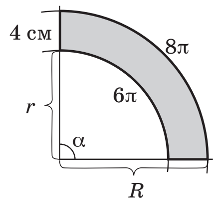
Интересно, что каждое из оставшихся пентамино дополнить до квадрата можно.

ПОДЛОЖКА ДЛЯ КЕКСОВ

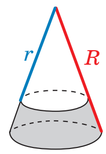
(«Квантик» № 9, 2020)

Если разрезать конус по образующей и разложить на плоскости, получится сектор круга: ведь все точки на основании конуса равноудалены от вершины (см. также продолжение статьи «Прямое на кривом, или прогулки по искривлённой поверхности» в «Квантике» № 9, 2020).

А из усечённого конуса получится сектор некоторого кольца между концентрическими окружностями.



Обозначим угол сектора через α, а радиусы окружностей, на которых лежат внутренняя и внешняя дуги, – через r и R соответственно (см. рисунок).



При этом длина внутренней дуги равна периметру меньшего основания конуса, то есть 6π, а длина внешней дуги – периметру большего основания, то есть 8π. Каков же угол нашего сектора? Если бы угол α составлял 360°, то разность длин дуг $8\pi-6\pi=2\pi$ была бы в 2π раз больше, чем разность радиусов $R-r$. Но разность радиусов окружностей равна длине образующей усечённого конуса, то есть $R-r=4$.

Итак, разность длин дуг в π/2 раз больше разности радиусов, то есть в 4 раза меньше ожидаемого. Это значит, что наш сектор составляет четверть всего кольца, и $\alpha = 90^\circ$. Тогда периметры окружностей будут равны $6\pi \cdot 4 = 24\pi$ и $8\pi \cdot 4 = 32\pi$, а их радиусы – $r = 12$ и $R = 16$ (все длины – в сантиметрах).

ИЗ ОЛИМПИАД ПО ЛИНГВИСТИКЕ

(«Квантик» № 9, 2020)

1. Это слово соответствует русскому *тягать* (то есть ‘тянуть’) с фрикативным («украинским») [г]; буква Т̆ обозначает мягкое [т].

Ответ: значение – ‘к себе’; один из славянских языков (словацкий).

2. В условии задачи русских слов на одно меньше, чем венгерских. Видимо, два венгерских слова соответствуют разным значениям одного из русских слов. Подходящее русское слово – *груша* (дерево и плод).

В венгерских словах выделяются показатели *-k* и *-fa*, поэтому можно расположить эти слова в виде таблицы.

alma	*körte*	
almá-k		
alma-fa	*körte-fa*	*nyír-fa*
		nyír-fá-k

В русских словах выделяются значения ‘дерево’, ‘плод’, а также значения единственного и множественного числа. Составляем таблицу русских слов и совмещаем с имеющейся.

Ответ: *nyírfa* – берёза, *körte* – груша (плод), *almák* – яблоки, *körtefa* – груша (дерево), *nyírák* – берёзы, *alma* – яблоко, *almafa* – яблоня.

3. Можно заметить, что если ω встречается и в ударной, и в безударной позиции, то *о* всегда безударно. Осталось разобраться, когда в безударной позиции пишется ω.

Ответ: ω пишется под ударением, а также во втором и четвёртом (теоретически, возможно, также шестом и т.д.) заударных слогах, а *о* – в прочих случаях; значит, слово *подωбалω* имело ударение не на третьем, а на втором слоге.

4. Видимо, в современном языке искомое слово сохранило какое-то свойство слова не женского, а мужского или среднего рода. Ни в значении, ни в склонении этих слов такое свойство обнаружить не получается. Но можно найти такое различие в словообразовании: обычно при образовании уменьшительных существительных род не меняется (*кулак – кулачок*, *ухо – ушко*, *дверь – дверка* и т.п.) – однако, *тень–тенёк* (а не «тенька!»). **Ответ:** тень.

5. Видимо, из-за влияния русского языка, сейчас 1303 записывается примерно так же, как по-русски: «тысяча (плюс) три сотни (плюс) три». Такую структуру имеет ровно одно из числительных в условии: *ёнар" няхар" юр" няхар"*. Тогда *ёнар"* сейчас обозначает 1000, *юр"* – 100, *няхар"* – 3. Значит, *няхар" ю" няхар"* – это 33 (и, стало быть, *ю"* – 10) и т.д. Но как восстановить старые значения?

Сейчас *ю"* – это 10. А в первом задании спрашивают про значение числительного *«ненецкое 10»* – то есть, вероятно, про то, какое значение имело число *ю"* раньше.

Разобьём старые и новые значения ненецких числительных на пары относительно близких: 19 – 21, 30 – 33, 244 – 301, 975 – 1303. Если старое значение *ю"* равно x, то из первой пары можно предположить, что $2x + 1 = 19$, из второй – $3x + 3 = 30$. Оба уравнения дают $x = 9$. Но 10 – это же основание системы счисления! Тогда, видимо, старое значение числа *юр"* – это $9^2 = 81$, *ёнар"* – это $9^3 = 729$. Это сходится с оставшимися двумя парами. За 200 лет в ненецком языке поменялась система счисления!

Комментарий. Знаменитый шведский лингвист, этнограф и путешественник Филипп Юхан фон Страленберг, побывавший у ненцев (тогда их называли самоедами) в начале XVIII века, пишет: «Когда самоеды приносят свою дань, они связывают горностаев, белок и другие шкурки по 9 штук. Но русские (...) при приёмке развязывают эти связки и делают новые, по 10 штук в каждой». Ненцы решительно не понимали, чем же русских не устраивают их такие удобные для подсчёта связки, и каждая из сторон подозревала другую в плутовстве.

Ответ: 1000 старым способом записывается как *ёнар" няхар" юр" няхар" ю" ӈопой* ($9^3 + 3 \cdot 9^2 + 3 \cdot 9^1 + 1$), не изменились значения числительных от 1 до 8, а *хасую"* обозначает 9 (так как «цифр» в новой системе счисления стало больше, для 9 потребовалось новое слово).

МОНЕТЫ ИЗ ОЛЬВИИ

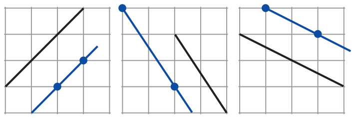
Первые два вопроса совсем простые: 400 (= 100 · 12 г/3 г) дельфинов за серебряный статер и 4000 (= 750 · 16 г/3 г) за электровый статер. Кстати, электровый статер равнялся ровно десяти серебряным. Дальше чуть сложнее.

Пусть золота в одном грамме электра было x грамм, а серебра, стало быть, $1 - x$ грамм. Тогда отношение стоимости части электра к части серебра будет $\frac{40}{3} \cdot x + (1 - x)$, что равно $1 + \frac{37}{3} \cdot x$. С другой стороны, это отношение равно $\frac{750}{100} = \frac{15}{2}$.

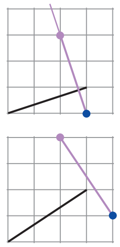
Решая уравнение $1+\frac{37}{3}\cdot x=\frac{15}{2}$, получим $x=\frac{39}{74}\approx$ $\approx 0{,}527$.

КЛЕТОЧНАЯ ГЕОМЕТРИЯ ДЛЯ ВСЕХ

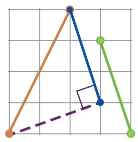
1. Параллельная прямая – это прямая, которая наклонена так же.



2. Перпендикулярная прямая – это прямая, наклонённая «наоборот». Например, если первая прямая, поднимаясь на 1 клетку, сдвигается на 3 клетки вправо, то перпендикулярная ей – наоборот, сдвигаясь на 1 клетку вправо, спускается на 3 клетки вниз.

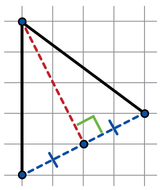


3. Вместо зелёной прямой рассмотрим параллельную ей синюю прямую. Возникает равнобедренный прямоугольный треугольник, то есть искомый угол равен 45°.



4. В треугольнике на рисунке медиана является высотой. Значит, он равнобедренный.

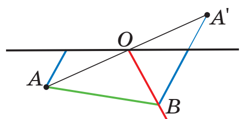
Попробуйте похожим рассуждением (без теоремы Пифагора) найти диагональ прямоугольника 5×12.



ПРЯМОЕ НА КРИВОМ, ИЛИ ПРОГУЛКИ ПО ИСКРИВЛЁННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

9. Все точки на луче, выходящем из O и перпендикулярном OA, – красный луч на рисунке.

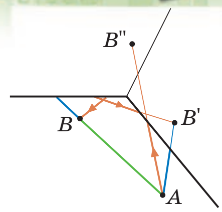
10. $90^\circ \leqslant x < 180^\circ$;
$60^\circ \leqslant x < 90^\circ$; ... ;
$\frac{180^\circ}{N+1} \leqslant x < \frac{180^\circ}{N}$.

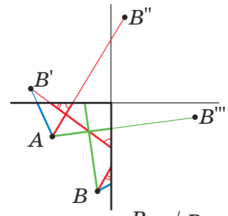


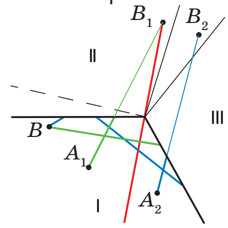
11. а) При угле развёртки 120° всю плоскость можно поделить на три развёртки, накладывающиеся одна на другую при сворачивании в конус. У точки B есть ещё два «изображения» на других развёртках, которые совмещаются с ней при наложении. Поэтому и геодезических – три; выходя из A, можно целиться в любую из трёх B, и придёшь куда нужно.

б) Тут на плоскости помещается 4 развёртки, значит, и путей в любую точку – тоже 4. Зелёная и красная геодезические по дороге из A в B делают полный оборот вокруг вершины.

в) Всё почти так же, как для 120°, но теперь три развёртки не полностью заполняют плоскость – остаётся зазор в виде сектора шириной 30°. При построении каждого пути приходится думать, где этот зазор рисовать – чтобы ваши прямые линии проходили только по развёрткам и не пересекали зазор. Опасность возникает, если точка A или B близка к границам развёртки: например, пусть B близка к верхней границе, как на рисунке. Построим изображение B_1: вторую развёртку приклеиваем к верхней границе нашей, первой – теперь, если точка A на рисунке лежит левее красной линии (вариант A_1), рисуем зелёную геодезическую, направляя её в B_1. (А третью развёртку приклеиваем к правой нашей границе.) Если же A правее красной линии (A_2), то линия A_2B_1 прошла бы через зазор. Поэтому верхнюю (вторую) развёртку нужно приклеить не к нашей верхней грани, а вплотную к третьей развёртке, оставляя зазор слева, между первой и второй развёртками. Тогда при свёртывании цилиндра совпадёт с B уже не B_1, а B_2 – целимся в неё и рисуем синюю геодезическую. Для некоторых точек A можно построить оба изображения – и «синее», и «зелёное». Догадайтесь, где находятся эти точки. Ещё два изображения (от I и III секторов) получаются легко.







12. $x \leqslant \frac{360^\circ}{n}$. Число геодезических определяется числом развёрток, помещающихся на плоскости, и, соответственно, числом «изображений» каждой точки.

РИМСКИЙ-КОРСАКОВ И ВРУБЕЛЬ, МАЯКОВСКИЙ И РЕПИН, БОРОДИН И МУСОРГСКИЙ

Первая история взята из «Летописи моей музыкальной жизни» Н. Римского-Корсакова, а вторая – из книги К. Чуковского «Современники. Портреты и этюды».

Выдумана третья история. У человека, вдохнувшего гелий, меняется тембр голоса – становится «мультяшным». Да и не угадаешь, как «глоток» гелия изменит высоту, поэтому точно спеть ноты вряд ли получится. Кроме того, гелий впервые открыли на Солнце, изучая солнечный спектр. На Земле же гелий нашли в 1895 году, когда Бородин уже умер, а «Бориса Годунова» впервые исполнили в 1874 году.

НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Первый этап состоит из четырёх туров и идёт с сентября по декабрь.

Высылайте решения задач II тура, с которыми справитесь, не позднее 5 ноября в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

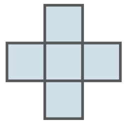
II ТУР

6. За три весенних месяца некоторого года понедельников было меньше, чем четвергов. Чего было меньше за три летних месяца того же года – вторников или пятниц?

7. Найдите все натуральные числа n, для которых $n^2 = n! + n$. (Напомним, что $n!$ – это произведение $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$ первых n натуральных чисел.)

Авторы: Сергей Костин (6), Григорий Гальперин (7), Данила Иванов (8), Михаил Евдокимов (9)

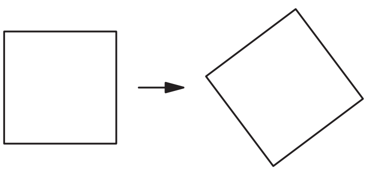
8. Два игрока играют в крестики-нолики на бесконечной клетчатой плоскости. Выигрывает тот, кто отметит пять клеток в виде креста (см. рисунок) своим значком. Всегда ли второй игрок может помешать первому выиграть?



9. а) Можно ли все натуральные числа окрасить в три цвета так, чтобы каждый цвет присутствовал и произведение любых двух чисел одного цвета было числом того же цвета?

б) А в семь цветов?

10. Придумайте способ разрезать квадрат на части и передвинуть их, не поворачивая, так чтобы получился такой же, но повёрнутый квадрат (например, как на рисунке).



Художник Николай Крутиков

ISSN 2227-7986
20010

ИГРА В РОСТКИ

На плоскости нарисовано N крестиков. Двое ходят по очереди. За ход нужно соединить два свободных конца (в начале у каждого крестика по 4 свободных конца) линией, не пересекающей уже проведённые, и поставить на ней засечку (при этом образуется два новых свободных конца; на картинке пример положения после двух ходов для $N=2$). Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто – начинающий или второй игрок – может выиграть, как бы ни играл соперник?

Автор задачи Джон Конвей

Художник Елена Цветаева