

В.Я. КАТКОВНИК
А.И. САВЧЕНКО

ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЕЛЕКТИВНОЙ СБОРКИ

**В.Я. КАТКОВНИК
А.И. САВЧЕНКО**

ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЕЛЕКТИВНОЙ СБОРКИ

Ленинград

**«Политехника»
1991**

УДК 621.757:519.676

Рецензент д-р техн. наук П. И. Буловский

**Основы теории селективной сборки/В. Я. Катковник,
А. И. Савченко. — Л.: Политехника.
1991. — 303 с.: ил.
ISBN 5-7325-0137-1**

В книге исследованы методы вероятностного анализа собираемости и качества изделий точного машиностроения и приборостроения. Изложен новый оригинальный подход, позволяющий учитывать влияние на сборку как контролируемых, так и неконтролируемых и трудноконтролируемых параметров деталей. Подробно рассмотрены различные виды селективной сборки. Изложение материала проиллюстрировано решением ряда прикладных задач оптимизации селективной сборки.

Книга предназначена для научных работников, занимающихся исследованием и разработкой сборочных технологических процессов.

Библиогр.: 26 назв. Ил. 108. Табл. 19.

К 2704090000—059
045 (01)—91 59—91

ISBN 5-7325-0137-1

© В. Я. Катковник, А. И. Савченко,
1991

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящей книге под селективной сборкой понимается широкая гамма методов, так или иначе использующих подбор и отбор комплектующих элементов изделия по их размерным сопрягаемым параметрам. Интуитивно ясно, что, зная параметры элементов, в принципе можно рассчитывать на более высокое качество изделия, чем при сплошной сборке. При этом, однако, весьма важно, что и как измерять и как далее пользоваться этой информацией.

Область приложения селективных методов — сборка прецизионных изделий механики, электроники, радиотехники, оптики и т. п. Необходимость в селективных методах возникает всегда, когда точность или стабильность характеристик комплектующих не удовлетворяют предъявляемым к ним требованиям.

При современном уровне технологии в некоторых случаях достаточная точность комплектующих вообще не может быть гарантирована. Требуемую точность сопряжения в этом случае можно обеспечить специальным подбором элементов. Такой подбор, естественно, требует контроля основных значимых параметров комплектующих. Смысл подбора и его назначение — взаимная компенсация отклонений параметров комплектующих изделия от номинальных значений. При этом в качестве критериев подбора используются как условия собираемости, так и условия, связанные с обеспечением высокого качества функциональных характеристик изделия. Элементы, из которых собираются изделия, представляют собой отдельные детали, ранее собранные узлы, их части или даже материалы. В книге для них используется обобщающий термин «детали».

Принципиально важной проблемой методов селективного типа является формирование сборочных комплектов, т. е. наборов деталей, направляемых на сборку. В сущности можно сказать, что все задачи селективной сборки так или иначе сводятся к различным аспектам этой проблемы.

От объектов сборки зависят показатели качества изделий и требования к ним, определение контролируемых параметров элементов и их связи с показателями качества. Принципы под-

бора и комплектования элементов изделия во всех случаях оказываются универсальными, что собственно и определяет существование общей теории селективной сборки — теории с достаточно широкой областью приложения.

Методы селективной сборки опираются на контроль (измерение) существенных параметров всех собираемых элементов и рациональное комплектование их в изделие. Сюда, естественно, относятся сборка по методу групповой взаимозаменяемости, по действительным размерам, сборка с предварительной отбраковкой. Методы селективной сборки относятся к классу современных новейших технологий. Именно новейших, несмотря на почтенный возраст всех основных идей. Дело в том, что только современное развитие вычислительной техники, средств измерения, контроля и автоматизации позволило полностью реализовать заложенные в них возможности. К сказанному следует добавить, что селективные методы в целом ряде случаев оказываются единственно возможными для обеспечения требований к изделию.

Побочным, но чрезвычайно важным следствием применения этих методов является принципиальное изменение уровня технологии сборки, характеризующейся тщательным контролем размеров комплектующих и их подбором. В целом весь комплекс этих мероприятий приводит к повышению качества изделий и его стабилизации. Гарантированные свойства собираемых элементов и их соответствие друг другу обеспечивают высокое качество изделия, повышают его надежность и работоспособность. В сущности повышается общая культура производства и вводится сплошной автоматический контроль качества всех этапов производства. Любые нарушения технологии здесь сразу же проявляются на этапе размерного контроля комплектующих и сказываются на контролируемой собираемости и качестве изделий. Появляется информация для введения управляющих обратных связей со сборочного производства на предшествующие ему этапы технологического процесса.

Реализация селективных методов сборки требует использования (а часто и разработки) прецизионных измерительных и контрольных средств, многосекционных накопительных устройств, вычислительной техники. Высокая стоимость и сложность подобных систем предъявляют особые требования к обоснованию целесообразности их применения, которое может быть получено только в рамках специальных математических методов, позволяющих прогнозировать эффективность селективной сборки, рационально определить структуру и организацию сборочной системы и комплексно охарактеризовать ее. Комплексная характеристика эффективности включает указание значений собираемости и объемов незавершенного производства (по деталям), выхода годных изделий, объемов брака по различным причинам, функциональных характеристик изделий и т. п. Подобный анализ позволяет уже на ранних стадиях проектирования оценить возможные резуль-

таты и принять аргументированные решения о целесообразности или нецелесообразности подобных методов.

Отметим, что в сложных реальных задачах взаимное влияние факторов столь значительно, что обычной инженерной интуиции для принятия верного решения часто недостаточно, тем более, что любые интуитивные соображения требуется в такой ситуации подтвердить конкретными расчетами.

Большое число публикаций, посвященных методам селективной сборки, содержит описание технологии сборки и аппаратурных решений для тех или иных конкретных объектов сборки. Теоретические работы, в основном базирующиеся на графоаналитических методах, содержат решения частных задач, в основе которых лежит использование какого-то одного показателя эффективности, в большинстве случаев — объема незавершенного производства. Вместе с тем сложность и важность проблемы таковы, что требуют развития существенно иных методов, в основе которых лежит системный подход, базирующийся на комплексном описании всех аспектов проблемы с ее всесторонней характеристикой набором показателей качества и всех основных влияющих факторов. Основой системного подхода служит унифицированное описание системы требований к объекту сборки, позволяющее вычислять полный набор показателей качества.

Круг вопросов, возникающих в связи с необходимостью обосновать и оптимизировать сборочные процессы с предварительным контролем параметров элементов, весьма широк и разнообразен. В книге описаны подходы и методология решения основных из них. Для ряда актуальных проблем дана только постановка задач и обсуждаются пути их решения.

Содержание книги можно условно разбить на три части. Первая (гл. 1 и 2) содержит изложение сути предлагаемого подхода и весь математический аппарат. Здесь описана универсальная форма представления требований к сборочному комплекту в виде системы неравенств. Сборочный комплект характеризуется значениями вероятностей выполнения этих условий. Для учета влияния неконтролируемых факторов на результат сборки в модели, описывающие связи основных характеристик элементов, введены специальные дополнительные возмущения. Эти возмущения позволяют моделировать неопределенность сборочного процесса.

Одна из центральных проблем — введение формализованного описания правил комплектования, эффективного для вычисления вероятностей выполнения условий, накладываемых на сборочные комплекты. Такое описание предложено в гл. 2, показана его применимость для нетривиальных и сложных ситуаций, возникающих при многовариантном комплектовании многопараметрических деталей.

Эта часть книги заканчивается описанием алгоритмов статистического моделирования, позволяющих вычислять введенные показатели качества сборочных комплектов. Разработанные ма-

тематические модели дают возможность полностью охарактеризовать (по любой совокупности показателей качества) произвольный заданный способ формирования сборочных комплектов. В этом смысле можно говорить, что в книге развивается алгоритмический подход к проблеме, в рамках которого исходные параметры задачи и конечные характеристики связаны только через численный алгоритм, реализуемый на ЭВМ.

В этой же части книги сформулированы различные задачи оптимизации, демонстрирующие возможности развиваемого общего подхода к проблеме.

Вторая часть книги (гл. 3—6) посвящена исследованию конкретных задач селективной сборки. Здесь сделан упор на получение аналитических результатов, исследованы качественные и количественные характеристики сборочных комплектов. В гл. 3 рассмотрена сборка двух однопараметрических деталей с предварительной отбраковкой. Основная проблема состоит в рациональном назначении допусков входного контроля. Альтернатива связана с тем, что, с одной стороны, при чрезмерно «жестком» входном контроле число деталей, поступающих на сборку, уменьшается, а с другой стороны, если расширить поле допуска входного контроля, то возрастет число бракованных изделий. Получены количественные оценки этих эффектов.

В гл. 4 в рамках развиваемого общего подхода рассмотрена традиционная задача сборки двух однопараметрических деталей методом групповой взаимозаменяемости. Более сложные и интересные проблемы, рассматриваемые в гл. 5, возникают при многопараметрической сборке многих деталей. Особый интерес представляют вопросы выбора рациональной последовательности сборки.

Проблемам структурной организации накопительных систем и рационального выбора их емкостей посвящена гл. 6. Один из наиболее интересных исследуемых эффектов — «засорение» накопителей деталями, параметры которых не позволяют им образовывать сборочные комплекты.

В третьей части книги (гл. 7—8) изложен ряд прикладных проблем: в гл. 7 — сборка плунжерных пар топливных насосов, в гл. 8 — сборка распылителей форсунок дизелей. В этих главах, и на это следует особо обратить внимание читателя, демонстрируется применение общих подходов, изложенных в первой части книги.

И дело даже не просто в том, что эти методы применимы и эффективны. Здесь показано, как строить вероятностные модели для задач селективной сборки, какие специфические проблемы (помимо рассмотренных в гл. 1—2) здесь возникают, как обрабатывать и интерпретировать имеющийся экспериментальный материал. Таким образом, гл. 7—8 несут особую методическую нагрузку.

Глава 8 написана сотрудниками Научно-производственного объединения по топливной аппаратуре двигателей (НПО ЦНИТА, Ленинград) канд. техн. наук Г. И. Паниным и А. В. Королевым и посвящена рассмотрению задачи сборки по действительным размерам распылителей форсунок дизелей. Авторы главы активно разрабатывают этот метод в теоретическом, а также в прикладном плане с начала 80-х годов. В этой главе описана наиболее интересная, на наш взгляд, и уже внедренная новая разработка НПО ЦНИТА в этой области — установка автоматического комплектования распылителей, состоящих из двух многопараметрических деталей. Приведены сведения о компоновке и конструкции установки, измерительных средствах, алгоритмах работы управляющей ЭВМ «Электроника-60». Даны результаты исследования и эксплуатации системы, демонстрирующие ее высокую эффективность.

В целом книга посвящена разработке нового подхода к проблемам анализа и синтеза, возникающим в задачах селективной сборки. Представляется, что имеющиеся здесь возможности весьма широки и в принципе позволяют достаточно полно решить проблему. В то же время изложенный материал — это действительно (в соответствии с названием книги) только основы теории, изложение подхода (и его возможностей), новизна которого определяется двумя моментами. Во-первых, переходом от рассмотрения отдельных характеристик процесса сборки к комплексному его описанию системой показателей, дающих информацию, достаточно полно отражающую все основные аспекты проблемы. Во-вторых, переходом от графоаналитических методов анализа и синтеза, характерных для большинства работ теоретического и прикладного характера, к методам алгоритмическим. Суть алгоритмического подхода состоит в том, что значения всех показателей качества для любых параметров деталей и процесса сборки определяются численно методами статистического моделирования на ЭВМ. Преимуществом алгоритмического подхода является возможность получить с его помощью полную и достаточно подробную характеристику процесса сборки сколь угодно сложного изделия по всем представляющим интерес показателям качества.

К сожалению, более наглядные графоаналитические методы применимы лишь при решении достаточно ограниченного круга сравнительно простых задач. Однако было бы совершенно неверно противопоставлять эти подходы. Более того, представляется весьма полезным и целесообразным их совместное использование. Так, при решении сложных проблем графоаналитические методы можно использовать на первом этапе при упрощениях исходной постановки, достаточных для применения этих методов. На втором этапе полученные решения и рекомендации применяются в качестве базовых, анализируемых уже при учете всех основных факторов алгоритмическими методами. Такая двухэтапная схема позволяет в полной мере учесть в рамках алгоритмического под-

хода весь опыт решения и исследования проблем селективной сборки, накопленный в настоящее время. Если говорить о преимуществах алгоритмического подхода, то главное — это возможность учитывать множество разнообразных влияющих факторов и достаточно детально моделировать процесс комплектования и сборки. В рамках такого моделирования удастся по существу получить информацию для аргументированной экспертной оценки любого проекта сборки прецизионного изделия.

Книга в основном базируется на оригинальных результатах, полученных авторами. Альтернативные подходы и методы более традиционного характера можно найти в работах, указанных в списке литературы.

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СЕЛЕКТИВНОЙ СБОРКИ

1.1. УСЛОВИЯ СОБИРАЕМОСТИ И КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЯ

Набор m элементов (деталей), составляющих изделие, назовем сборочным комплектом (СК). Собираемость деталей в изделие и качество самого изделия объективно зависят от характеристик деталей, оборудования и технологии. Математические модели собираемости и качества изделия имеют своей целью формализовать эту зависимость.

Модели вход—выход. Будем считать, что изделие состоит из m , вообще говоря, различных деталей i -го типа. Обозначим через x_i набор n_i конструкторских и технологических параметров (размеров, формы, качества сопрягаемых поверхностей, точности соответствия характеристик номинальным значениям и т. п.) деталей i -го типа, влияющих на собираемость и качество изделия, и будем считать x_i вектором размерности n_i с обозначением $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{in_i})^T$, где T — символ транспонирования. Сводный вектор параметров всех деталей обозначим через $x = (x_{11}, \dots, x_{1n_1}, x_{21}, \dots, x_{2n_2}, \dots, x_{m1}, \dots, x_{mn_m})^T$, его размерность n равна сумме размерностей векторов x_i , $n = \sum_{i=1}^m n_i$. Назовем x вектором

входных параметров (входом) модели и поставим ему в соответствие вектор выходных параметров (выходов) модели. Компоненты вектора $y = (y_1, \dots, y_m)^T$ есть набор параметров, определяющих: конструкторские и технологические параметры изделия (размеры, зазоры, биение, величины замыкающих звеньев размерных цепей и т. д.);

функциональные параметры изделия (мощность, частотные характеристики, коэффициенты усиления, емкость, сопротивление, индуктивность, передаточное отношение механизма, ход исполнительного устройства и т. д.);

эксплуатационные и точностные параметры изделия (точность и стабильность функционирования, надежность, коэффициент полезного действия и т. д.).

Вектор y есть полный набор M параметров, достаточный для формулировки условий собираемости СК и определения ка-

чественных характеристик изделия. Назовем моделью вход—выход СК зависимость вектора y от вектора x

$$y = y(x). \quad (1.1)$$

В скалярной форме $y_s = y_s(x)$, $s = \overline{1, M}$.

Далее для компонент вектора x будем использовать сквозную одноиндексную нумерацию, считая, что $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$. Выходные параметры y_s являются функциями n переменных.

Изготовление деталей на оборудовании с одной настройкой при неизменных основных условиях приводит к рассеиванию размеров и других компонент вектора x из-за нестабильности технологического процесса, отклонений режимов обработки, неоднородности материала изделия и т. д. Специальные меры по стабилизации технологического процесса позволяют уменьшить поле рассеивания параметров деталей. Остаточные отклонения параметров деталей от требуемых значений существенны или не существенны в зависимости от уровня требований к выходным параметрам изделия. В условиях прецизионной сборки оказывается необходимым учитывать весьма малые и практически неустраняемые отклонения.

Пусть $x^H = (x_1^H, \dots, x_n^H)^T$ и $y^H = (y_1^H, \dots, y_M^H)^T$ — векторы номинальных значений входных и выходных параметров, а $\Delta x = x - x^H$, $\Delta y = y - y^H$ — векторы отклонений входных и выходных параметров от номинальных значений.

Назовем моделью вход—выход в отклонениях зависимость вектора Δy от вектора Δx

$$\Delta y = \Delta y(\Delta x) \quad (1.2)$$

или в скалярной форме $\Delta y_s = \Delta y_s(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n)$, где $\Delta y_s(\Delta x_1, \dots, \Delta x_n)$ — функции n переменных $\Delta x_1, \dots, \Delta x_n$.

В качестве номинальных в зависимости от решаемой задачи берутся различные значения. В одних случаях это расчетные значения параметров деталей, обеспечивающие выполнение всей совокупности требований к изделию в целом (например, конструкторские размеры деталей, проставляемые на чертежах), в других — средние значения возможных значений параметров деталей с учетом их разбросов. Такой подход применяется при расчете допусков и их влияния на собираемость и качество изделия. В этом случае в моделях в отклонениях Δx_i есть отклонение значения i -го параметра от его среднего значения x_i^H . Во всех случаях будем считать, что расчетное номинальное значение вектора выхода y точно соответствует номинальному значению вектора входа x , т. е. в соответствии с (1.1) $y^H = y(x^H)$.

Модель вход—выход называется линейной, если являются линейными функции (1.1), в общем случае имеющие вид

$$y_s = a_s + \sum_{k=1}^n a_{sk} x_k, \quad s = \overline{1, M}, \quad (1.3)$$

где a_s и a_{sk} — постоянные коэффициенты модели.

Из линейности модели (1.1) следует линейность моделей в отклонениях (1.2). В случае нелинейной зависимости вход—выход (1.1) для моделей в отклонениях (1.2) часто используют линеаризованные модели, получаемые в результате разложения в ряд Тейлора функций $y_s(x)$ в окрестности номинального значения вектора входа x , тогда

$$\Delta y_s = \sum_{k=1}^n a_{sk} \Delta x_k, \quad a_{sk} = \frac{\partial y_s(x^H)}{\partial x_k}. \quad (1.4)$$

Далее универсальная запись зависимости вход—выход (1.1) будет в равной мере использоваться в качестве модели вход—выход в абсолютных переменных и в отклонениях в предположении соответствующей интерпретации компонент векторов x и y . К обозначениям Δx и Δy переходят только в тех случаях, когда необходимо особо подчеркнуть, что речь идет о модели в отклонениях.

Собираемость и качество СК. Собираемость СК, т. е. возможность собрать изделие из компонентов, определяется значениями параметров этих компонентов: размерами, формой, характером сопрягаемых поверхностей и т. п. Требования к качеству изделия накладывают на параметры компонентов дополнительные ограничения, как правило, более жесткие, чем условия собираемости.

Во многих случаях условия собираемости и качества записываются в виде простых неравенств, ограничивающих значения компонент вектора y ,

$$\underline{y}_s \leq y_s(x) \leq \bar{y}_s, \quad s \in S. \quad (1.5)$$

Здесь \underline{y}_s и \bar{y}_s — нижнее и верхнее допустимые значения s -й компоненты вектора выхода; S — множество номеров компонент вектора выхода, определяющих ограничения по собираемости и качеству.

В общем случае условия собираемости и качества могут быть представлены в виде системы неравенств вида

$$\varphi_s(x) \leq 0, \quad s \in S, \quad (1.6)$$

где функции φ_s , зависящие от компонент вектора входа x , получены, как правило, с использованием зависимостей вход—выход. Так, каждое из двусторонних неравенств (1.5) дает два неравенства вида (1.6) $\varphi_s(x) = \underline{y}_s - y_s(x) \leq 0$, $\varphi_{s+1}(x) = y_s(x) - \bar{y}_s \leq 0$.

Перечни компонент вектора y в (1.5) и функций $\varphi_s(x)$ в (1.6), определяющих ограничения по собираемости и качеству, могут быть различными, соответственно различными оказываются и множества номеров S в этих условиях. В тех случаях, когда требуется разделить условия различных типов, обозначение множества S снабжается индексом «с» (S^c) для условий собираемости и индексом «к» (S^k) для условий качества.

Приводимые далее построения и выводы часто не требуют такого разделения, поскольку касаются формальных способов учета ограничений различного типа и одинаковы для условий как собираемости, так и качества. Условия общего вида (1.6) часто будем называть условиями собираемости. Они задают множество D допустимых для данного перечня условий S , значений компонент вектора x , определяемое следующим образом:

$$D = \{x: \varphi_s(x) \leq 0, s \in S\}. \quad (1.7)$$

Моделирование неопределенности результата сборочного процесса. Элементы вектора x задают значения основных параметров деталей СК. Спрашивается, достаточно ли знать их точные значения для того, чтобы можно было гарантировать собираемость и качество конкретного изделия? Во многих случаях сборки прецизионных изделий ответ на этот вопрос отрицательный, что связано со следующими обстоятельствами.

Во-первых, возможности достаточного описания СК конечным числом компонент вектора параметров x весьма ограничены. Попытки усложнить и уточнить описание расширением вектора x уменьшают соответствующую неопределенность, но принципиально не могут устранить ее полностью. Из параметров, существенно влияющих на собираемость и трудно контролируемых, укажем такие, как погрешности формы и качества сопрягаемых поверхностей протяженных деталей, дефекты корпусов и гибких выводов твердотельных элементов радиоэлектронных аппаратов, деформации деталей до и во время сборки. Еще большее число параметров, контролировать которые невозможно или трудно, влияет на качество изделия. Итак, вектор x принципиально дает неполное описание СК с точки зрения его собираемости и качества.

Во-вторых, неопределенность результата является следствием действия внешних по отношению к СК факторов. Так, влияние сборочного оборудования и технологического процесса на результат сборки проявляется в том, что при заданных параметрах деталей x изделие может быть собрано или не собрано в зависимости от точности взаимного ориентирования деталей и их совмещения и фиксации. Несобираемость и некачественность изделия могут быть следствием нарушения технологических режимов, условий работы исполнительных устройств сборочного оборудования, отказов и множества других причин.

Сказанное позволяет утверждать, что при заданных значениях параметров x деталей выводы о собираемости и качестве носят

не достоверный, а вероятностный характер, учитывающий объективно существующую неопределенность результата.

Будем считать, что исход процесса сборки помимо значений компонент вектора x обуславливается также некоторой совокупностью неконтролируемых и, вообще говоря, случайных факторов, которые обозначим через ω . Выполнение условий собираемости (1.6) зависит от этих факторов, принимающих различные случайные значения при сборке каждого конкретного СК. Формализуем эту зависимость, вводя ω в качестве второго аргумента в функции φ_s . В этом случае условия собираемости принимают вид

$$\varphi_s(x, \omega) \leq 0, \quad s \in S. \quad (1.8)$$

Множество D допустимых значений параметров x оказывается зависящим от ω и, следовательно, случайным и записывается в форме

$$D(\omega) = \{x : \varphi_s(x, \omega) \leq 0, \quad s \in S\}. \quad (1.9)$$

Запись (1.9) означает, что условия на вектор параметров деталей x зависят от погрешностей и возмущений, вносимых в процесс сборки неопределенностью описания СК, оборудованием и технологическим процессом. Так, при больших ошибках взаимного ориентирования деталей требования к отклонению их размеров от номинальных становятся более жесткими; при чрезмерных нарушениях технологического режима множество $D(\omega)$ может быть пустым, т. е. ни при каких x условия (1.8) не выполняются, и ни при каких значениях x сборка невозможна.

Влияние различных случайных факторов на результат сборки можно уточнить и конкретизировать построением зависимости функций φ_s от ω , если считать ω векторной величиной, каждая компонента которой соответствует определенному источнику возмущения, вносимого в сборочный процесс. Без этой конкретизации ω в (1.8) и (1.9) выступает в роли символа случайности, указывающего на случайный, вероятностный результат сборки СК с заданными значениями параметров деталей x .

Чтобы учесть влияние неопределенности на показатели собираемости и качества, символ случайности ω можно ввести в качестве второго аргумента в функции y_s в соотношениях (1.1), (1.5).

По значимости и влиянию на результат, в особенности в моделях с отклонениями параметров Δx , аргументы Δx и ω в значительной мере равноправны. Подчеркнем, однако, важное содержательное различие между ними. Вектор x (и Δx) есть набор основных параметров СК, прямо или косвенно измеряемых и контролируемых в процессе формирования СК и в ходе сборки изделия. Набор случайных величин ω соответствует неконтролируемым (неизмеряемым) параметрам деталей СК, сборочного оборудования и технологического процесса. Во введенном модельном описании условий собираемости (1.8) и во всех моделях и условиях

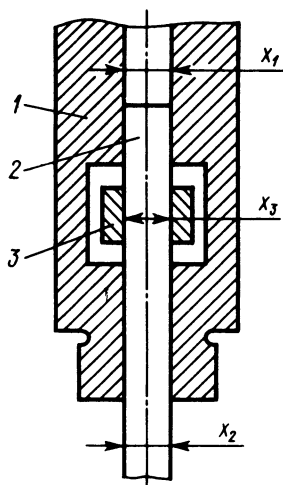


Рис. 1.1

плунжером и дозатором y_2 . Сборка возможна, если $y_1 \geq 0$ и $y_2 \geq 0$. Для строго цилиндрических сопрягаемых поверхностей модели вход-выход и условия собираемости имеют простой вид

$$-\varphi_1(x) = y_1 = x_1 - x_2 \geq 0; \quad -\varphi_2(x) = y_2 = x_3 - x_2 \geq 0, \quad (1.10)$$

где x_i , $i = \overline{1, 3}$ — входные параметры модели — диаметры втулки, плунжера и дозатора.

Практическая ситуация, однако, много сложнее. Поскольку зазоры в сопряжениях весьма малы (1–2 мкм при диаметрах цилиндрических поверхностей около 8 мм), собираемость существенно зависит от погрешностей формы, что можно учесть введением в модель (1.10) случайного параметра $\omega = (\omega_1, \omega_2)^T$

$$\begin{aligned} -\varphi_1(x, \omega) &= y_1(x, \omega) = x_1 - x_2 + \omega_1 > 0; \\ -\varphi_2(x, \omega) &= y_2(x, \omega) = x_3 - x_2 + \omega_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (1.11)$$

В результате этого выполнение условий собираемости зависит не только от действительных диаметров деталей, но и от некоторых непрогнозируемых случайных факторов, символизирующих в модели (1.11) интегральный эффект влияния погрешности формы на выполнение первого и второго условий.

Пусть $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ — вектор значений диаметров деталей, определяемых в фиксированном наборе поперечных сечений сопрягаемых деталей. Для каждой из деталей по соответствующим значениям ее диаметров в этих сечениях построим прилегающую цилиндрическую поверхность минимального для плунжера и максимального для отверстий радиусов. Обозначим полученные диаметры прилегающих поверхностей через d_i , очевидно, что значения диаметров зависят от компонент вектора x , но тогда модель вход-выход принимает вид

$$\begin{aligned} y_1(x, \omega) &= d_1(x) - d_2(x) + \omega_1 \geq 0; \\ y_2(x, \omega) &= d_3(x) - d_2(x) + \omega_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Разность $d_1(x) - d_2(x)$ назовем эффективным зазором. Случайные величины ω в (1.12), отличные от введенных в (1.11), отражают влияние погрешностей формы деталей, не учитываемых описанным способом определения эффективного зазора.

Аппроксимирующие цилиндрические поверхности можно строить разными способами: по наибольшему, наименьшему или средним значениям измеренных в различных сечениях диаметров. В зависимости от того, какие характеристики сопряжения представляют интерес, применяют тот или иной способ. Естественно, при этом будет различным и остаточное влияние погрешностей формы, учитываемое величинами ω .

Таким образом, неравенства $y_1(x, \omega) \geq 0$, $y_2(x, \omega) \geq 0$, определяющие собираемость, являются стохастическими (вероятностными). Поскольку величина ω неизвестна, выбрать x , гарантированно удовлетворяющий этому словию, невозможно. Всегда остается определенная вероятность нарушения условий собираемости. Уровень этой неопределенности (уровень случайных ω) тем меньше, чем более полно используемый способ построения аппроксимирующего цилиндра учитывает влияние погрешностей формы на собираемость.

Основными показателями качества плунжерной пары, зависящими от сборочного процесса, служат подвижность y_3 (возможность свободных вращательных и осевых перемещений плунжера в отверстиях втулки и дозатора) и гидроплотность y_4 (время протекания определенной порции дизельного топлива под высоким давлением через зазоры между прецизионными поверхностями). Функцию y_3 можно рассматривать как индикаторную, равную единице, если плунжер подвижен (при соответствующих размерах деталей x и случайных факторах ω), и равную нулю в противном случае. Гидроплотность y_4 качественной плунжерной пары должна быть не ниже некоторой заданной величины τ .

В терминах модели вход—выход y_3 и y_4 есть дополнительные компоненты вектора выхода СК. Очевидно, что аналогично двум первым компонентам y_1 и y_2 имеем $y_3 = y_3(x, \omega)$ и $y_4 = y_4(x, \omega)$, т. е. y_3 и y_4 зависят от размеров деталей и случайных факторов ω .

Объединенная система перечисленных требований к собираемости и качеству плунжерных пар имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi_1(x, \omega) = -y_1(x, \omega) \leq 0; \quad \Phi_2(x, \omega) = -y_2(x, \omega) \leq 0, \\ \Phi_3(x, \omega) = 1 - y_3(x, \omega) \leq 0; \quad \Phi_4(x, \omega) = \tau - y_4(x, \omega) \leq 0. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Для обеспечения подвижности плунжера необходимо, чтобы зазоры между прилегающими цилиндрами сопряженных поверхностей были не меньше некоторых величин: $y_1 \geq c_1 > 0$, $y_2 \geq c_2 > 0$. Требования к собираемости изделия [первое и второе неравенства в (1.13)] менее жесткие, чем приведенные условия, поэтому их можно исключить из (1.13). В свою очередь, третье неравенство в (1.13) заменяется эквивалентной парой ограничений на зазоры между прилегающими цилиндрическими поверхностями. Система неравенств (1.13) упрощается

$$\begin{aligned} \Phi'_1(x, \omega) = c_1 - y_1(x, \omega) \leq 0; \\ \Phi'_2(x, \omega) = c_2 - y_2(x, \omega) \leq 0; \\ \Phi'_3(x, \omega) = \tau - y_4(x, \omega) \leq 0. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Функции $y_1(x, \omega)$ и $y_2(x, \omega)$ строятся на основании чисто геометрических соотношений по формулам и алгоритмам, позволяющим найти диаметры прилегающих цилиндров для произвольных почти цилиндрических поверхностей (см., например, [5]).

Гидроплотность $y_4(x, \omega)$ лишь частично связана с $y_1(x, \omega)$ и $y_2(x, \omega)$ и зависит также от характера сопряженных поверхностей: погрешностей их формы, размера и вида шероховатости и т. д.

Для построения функции $y_4(x, \omega)$ надо привлечь гидродинамические закономерности, можно применять эвристические и экспериментальные зависимости, построенные с использованием статистических и других методов.

В целом условия на выходные параметры плунжерной пары противоречивы: с одной стороны, чтобы надежно обеспечить подвижность плунжера, требуется собирать детали с большими зазорами y_1 и y_2 , а с другой стороны, увеличение зазоров может привести к потере гидроплотности. Поэтому для повышения числа годных изделий при сборке необходимо искать компромисс и держаться по возможности дальше от границ области качественной сборки, описываемой соотношениями (1.14).

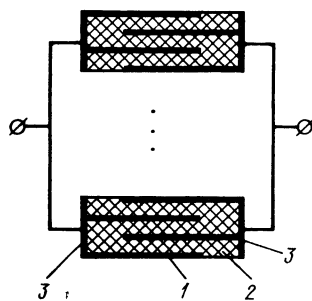


Рис. 1.2

ной емкости. Обкладку 1 пакета изготавливают из металлизированной пленки толщиной около 100 мкм. Пространство между обкладками заполняют керамической массой с пластификатором 2. Так подготовленный «слоеный пирог» формируют, прессуют и спекают. Выводами пакета служат металлические пластины 3. Технология изготовления пакета такова, что его емкость существенно нестабильна и имеет разбросы до 20% номинальной. Обозначим через x_i емкость i -го пакета. Тогда емкость сборного конденсатора, состоящего из m пакетов, теоретически определяется как сумма емкостей пакетов.

Практически, однако, реальная емкость сборки случайна за счет дополнительных отклонений (возмущений), вносимых, в частности, «паразитными» влияниями электрических соединений. Примем емкость сборного конденсатора в качестве выходного и емкости пакетов в качестве входных параметров модели изделия, тогда модель вход—выход записывается в форме

$$y = \sum_{i=1}^m x_i + \omega,$$

где x_i — емкость i -го пакета, y — емкость сборки, ω — возмущение.

Требования к определенному таким образом выходному параметру записываются в виде $\underline{y} \leq y(x, \omega) \leq \bar{y}$ или в стандартной форме

$$\varphi_1(x, \omega) = |y(x, \omega) - (\bar{y} + \underline{y})/2| - (\bar{y} - \underline{y})/2 \leq 0.$$

Здесь \bar{y} и \underline{y} есть верхнее и нижнее допустимые значения емкости сборного конденсатора. Задача такого подбора пакетов, при котором емкость сборного конденсатора удовлетворяет приведенным условиям, относится к классу традиционных задач однопараметрической сборки m деталей.

Пример 1.3. Рассмотрим задачу, в которой выходной параметр изделия записывается в форме аналитически заданной нелинейной зависимости. Ядро различных механических и электронных систем — резонансное звено, собственная частота которого должна быть стабильной и достаточно точно соответствовать заданному значению.

В качестве примеров можно указать резонансные (колебательные) контуры различной приемо-передающей электронной аппаратуры и колебательное звено механизма обычных часов, состоящее из балансира и пружины. На рис. 1.3 приведены модельные схемы таких колебательных систем: электронная (рис. 1.3, а) и механическая (рис. 1.3, б). Собственные частоты Ω_i , $i = 1, 2$, для них соответственно определяются формулами

$$\Omega_1 = 1/\sqrt{LC}, \quad \Omega_2 = 1/\sqrt{J\lambda},$$

где L — индуктивность, C — емкость элементов контура; J — момент инерции подвижного элемента механической системы и λ — ее угловая податливость.

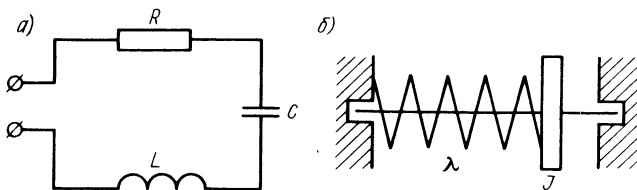


Рис. 1.3

Принимая частоту Ω в качестве выходного параметра, L и C (или J и λ) в качестве входных, получаем очевидные условия, определяющие требования к значениям элементов сборки колебательного звена

$$\varphi_1(x) = \underline{y} - \sqrt{1/(x_1 x_2)} \leq 0; \quad \varphi_2(x) = \sqrt{1/(x_1 x_2)} - \bar{y} \leq 0.$$

Здесь $x_1 = L$ (или J), $x_2 = C$ (или λ), \bar{y} , \underline{y} — верхняя и нижняя границы допустимых значений резонансной частоты. Зависимость резонансной частоты от других компонент колебательной системы, от технологии ее изготовления и многих других факторов можно учесть введением случайного ω , суммарно учитывающего все эффекты, помимо определяемых входными параметрами x_1 , x_2 .

1.2. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ СОБИРАЕМОСТИ И КАЧЕСТВА

Условия собираемости и качества, приведенные в п. 1.1, относятся к конкретному СК со значениями параметров деталей, определяемых компонентами вектора x , и конкретным значениям ω . Характерной особенностью автоматизированного сборочного производства является его массовый или серийный характер. При этом на первый план выходят не условия сборки конкретного определенного СК, а возможность сборки партии СК при возмущениях, принимающих при сборке последовательных СК различные и случайные значения.

В этих условиях собираемость и качество СК будем характеризовать вероятностью сборки и вероятностями выполнения соответствующих требований к качеству изделия. Подчеркнем, что вероятности характеризуют процессы в условиях многократно повторяющегося комплектования и сборки изделий.

Вероятностное описание параметров изделия x — наиболее часто используемый метод задания неопределенности принятия этими параметрами конкретных значений. Как правило, выделяют систематическую (характеризующую некоторое среднее отклонение параметров в данной партии деталей) и случайную (принимаящую непрогнозируемые значения для каждой детали данной партии) составляющие отклонений параметров от требуемых значений. Наиболее полное описание обеих составляющих отклонений дает функция распределения или плотность вероятности соответствующей случайной величины.

При рассмотрении длительных технологических процессов во многих случаях оказывается необходимым учитывать их нестационарность, проявляющуюся в зависимости от времени си-

стематических и уровня разброса случайных составляющих. Соответствующие плотности вероятности в этом случае оказываются независимыми от времени. Всюду далее, однако, мы будем ограничиваться рассмотрением стационарного случая, считая, что на каждом интервале времени заданы плотности вероятности, достаточно хорошо описывающие учитываемые случайные факторы. Практическую нестационарность реальных задач учитывают изменением плотностей вероятности, используемых в соответствующих расчетах.

Будем считать x и ω случайными величинами. Пусть $f(x)$ и $f_{\Omega}(\omega)$ — плотности вероятности соответственно x и ω . Для вектора $x \in R_n$ $f(x)$ функция n переменных, $f(x) = f(x_1, \dots, x_n)$. Соответственно такой же смысл имеет функция $f_{\Omega}(\omega)$, если возмущения ω векторные.

Выделим три типа вероятностных моделей, предназначенных для исследования и прогнозирования влияния различных факторов:

- модели учета случайности входных параметров x ;
- модели учета случайности возмущений ω ;
- модели учета случайности входных параметров x и возмущений ω .

Учет случайности значений вектора входных параметров. Рассмотрим сборку в условиях отсутствия возмущений ω . Каждый конкретный СК имеет определенное значение вектора входных параметров x . Проверяя неравенства (1.6), можно убедиться, удовлетворяет он этим условиям или нет.

Вероятность выполнения этих условий обозначим через p . В зависимости от того, имеются в виду условия собираемости или качества, величина p , также как ранее и множество S , может быть снабжена индексом «с» или «к». Для нее используют следующие эквивалентные формулы:

$$p = P\{x \in D\}; \quad (1.15)$$

$$p = \int_D f(x) dx; \quad (1.16)$$

$$p = \int_{R_n} f(x) \prod_{s \in S} 1[-\varphi_s(x)] dx. \quad (1.17)$$

В выражении (1.15) $P\{\cdot\}$ обозначает вероятность того, что имеет место событие, указанное в фигурных скобках.

Формулы (1.16) и (1.17) носят конструктивный характер и могут быть использованы для вычислений. В формуле (1.16) интегрирование ведется по области D допустимых значений n переменных x_i . В формуле (1.17) $1[u]$ есть функция-индикатор

$$1[u] = \begin{cases} 1, & u \geq 0; \\ 0, & u < 0. \end{cases} \quad (1.18)$$

Тогда функция $1 [-\varphi_s(x)]$ равна единице всюду, где выполнено условие $\varphi_s(x) \leq 0$. Произведение функций-индикаторов является индикатором множества D , т. е.

$$\prod_{s \in S} 1 [-\varphi_s(x)] = \begin{cases} 1, & x \in D; \\ 0, & x \notin D. \end{cases}$$

Используя для функции-индикатора множества D обозначение $1_D(x) = \prod_{s \in S} 1 [-\varphi_s(x)]$, можно записать интеграл (1.17) в более компактной форме

$$p = \int_{R_n} f(x) 1_D(x) dx. \quad (1.19)$$

Учет влияния возмущений ω . Рассмотрим сборку, предполагая, что вектор входных параметров x фиксирован и задан. В то же время при сборке конкретного СК возмущение ω может принимать различные случайные значения, влияющие на собираемость и качество изделия. Условия на СК определяются неравенствами (1.8), вероятность их выполнения

$$p(x) = P\{x \in D(\omega)\} \quad (1.20)$$

дается интегралом, аналогичным (1.17), (1.19),

$$p(x) = \int_{\Omega} 1_{D(\omega)}(x) f_{\Omega}(\omega) d\omega, \quad (1.21)$$

где

$$1_{D(\omega)}(x) = \prod_{s \in S} 1 [-\varphi_s(x, \omega)] \quad (1.22)$$

— функция-индикатор области $D(\omega)$; Ω — область значений случайной величины ω .

Учет влияния случайности значений вектора входных параметров и возмущений. Вероятность сборки при одновременном учете всех влияющих факторов определяется выражениями, аналогичными (1.17) и (1.21), при интегрировании и по x , и по ω

$$p = \int_{R_x} \int_{\Omega} 1_{D(\omega)}(x) f(x, \omega) dx d\omega, \quad (1.23)$$

где функция-индикатор $1_{D(\omega)}(x)$ имеет вид (1.22) и $f(x, \omega)$ — совместная плотность вероятности x и ω .

Еще раз подчеркнем, что приведенные модели (1.17), (1.21), (1.23), определяющие вероятность сборки, принципиально отличаются друг от друга тем, что учитывают влияние случайности

различных факторов: x , ω и одновременно x и ω . В первой из этих моделей производится усреднение (интегрирование) по множеству возможных значений вектора входных параметров x , во второй — по возмущению ω и, наконец, в третьей — и по x , и по ω .

С помощью аналогичных выражений можно записать вероятности выполнения любых групп условий собираемости и качества, для чего достаточно сформировать индикаторную функцию, соответствующую выполнению рассматриваемых условий.

В сущности, унификация записи условий собираемости и качества в форме неравенств (1.8) позволяет столь же унифицированно записывать выражения для вероятности выполнения любых из этих неравенств.

Вычисления вероятностей в силу приведенных общих выражений, использующих понятие функции индикатора, часто оказываются достаточно трудоемкими и могут быть выполнены лишь в рамках численных методов. В то же время на практике нередко применяют приближенные оценки вероятностей, опирающиеся на моментные характеристики случайных величин в предположении об их гауссовском распределении.

Вероятностные модели и их особенности. Если модели, описанные в п. 1.1, связывают конкретные значения входных параметров конкретных СК с выходными параметрами и определяют допустимые области значений входных параметров, то принципиальной отличительной особенностью вероятностных моделей является то, что они связывают вероятностные характеристики входных параметров с вероятностными характеристиками выходных параметров и условий собираемости и качества.

Основные вероятностные характеристики параметров выхода y_s следующие:

математическое ожидание (среднее значение) $m_{y_s} = M \{y_s(x, \omega)\}$;

дисперсия $\sigma_{y_s}^2 = M \{(y_s(x, \omega) - m_{y_s})^2\}$;

среднеквадратичное отклонение случайной величины σ_{y_s} ;

функция распределения $F_{y_s}(y) = P \{y_s < y\} = M \{1 [y_s - y]\}$.

Математическое ожидание и дисперсия характеризуют соответственно среднее значение (по множеству возможных) выхода y_s и разброс его значений относительно математического ожидания.

Функция распределения F_{y_s} представляет собой наиболее полную характеристику случайной величины y_s . Символ $M \{ \cdot \}$ означает операцию усреднения. В зависимости от используемого типа вероятностных моделей это может быть усреднение по случайному x , по случайному ω или по тому и другому одновременно.

Формулы, определяющие математическое ожидание и дисперсию в случае усреднения по x и ω , имеют вид

$$\begin{aligned}
m_{y_s} &= M \{y_s(x, \omega)\} = \int_{R_n} \int_{\Omega} y_s(x, \omega) f(x, \omega) dx d\omega; \\
\sigma_{y_s}^2 &= M \{y_s^2(x, \omega)\} - m_{y_s}^2; \quad M \{y_s^2(x, \omega)\} = \\
&= \int_{R_n} \int_{\Omega} y_s^2(x, \omega) f(x, \omega) dx d\omega.
\end{aligned} \tag{1.24}$$

Для линейных (1.3) и линеаризованных (1.4) моделей вычисления существенно упрощаются. Математические ожидания и дисперсии величин y_s записываются в форме простых аналитических выражений, зависящих от моментов случайных величин x_k , $k = \overline{1, n}$. Определение вероятностей p выполнения условия типа (1.6) и (1.8) также упрощается. Соответствующие вероятности в предположении гауссовского распределения величин y_s записываются с использованием интеграла вероятности. Приближенные оценки вероятностей выполнения условий различного вида могут быть построены с использованием неравенств типа Чебышева [7].

Вероятностными аналогами моделей, описанных в п. 1.1, которые определяют допустимые множества D значений входных параметров, являются вероятности выполнения соответствующих условий, вычисляемые по формулам типа (1.19), (1.21), (1.23). При этом эти вероятности зависят от математических ожиданий, дисперсий и функций распределения входных параметров x СК и возмущений ω .

Присоединяя вероятности выполнения соответствующих неравенств, означающих принадлежности $x \in D(\omega)$ и (или) $x \in D$, к набору характеристик СК, будем говорить о системе вероятностных моделей вход—выход, понимая под выходом полный набор вероятностных характеристик СК, включающий математические ожидания, дисперсии и функции распределения выходов, а также вероятности выполнения условий собираемости и качества.

Отметим, что при усреднении только по возмущению ω во все модели и условия собираемости и качества войдут конкретные значения вектора-входа x , а не его вероятностные характеристики. Аналогично усреднение только по x оставит во всех моделях конкретные значения возмущения ω . Таким образом, при неполном усреднении модель оказывается смешанной, содержащей конкретные значения одних параметров и вероятностные характеристики других.

Это обстоятельство не меняет существа дела, так как во всех случаях вводится и используется характеристика вектора-выхода и различных условий в терминах и средствами теории вероятностей, т. е. модели оказываются вероятностными.

В заключение еще раз обратим внимание на существенное далее для методов сборки, использующих подборы компонентов СК, различие между параметрами x и ω . Параметры СК x яв-

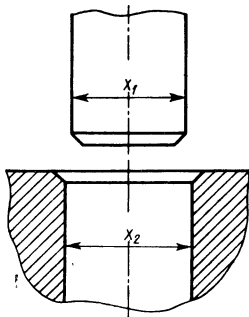


Рис. 1.4

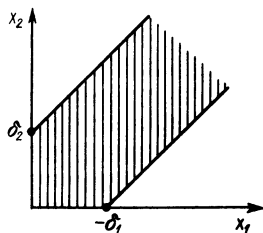


Рис. 1.5

ляются основными для организации процесса сборки, поскольку их можно измерить и проконтролировать, введение же возмущения ω служит средством моделирования неопределенности результата сборочного процесса, учитывающим трудно контролируемые факторы (погрешности формы, относительного ориентирования деталей, нарушения технологических режимов совмещения и фиксации деталей). Привлечение дополнительных средств контроля позволяет уменьшить уровень неопределенности исхода сборочного процесса, переводя часть факторов из ω в набор контролируемых переменных x . Однако различия между x и ω будут существенны далее, когда речь пойдет о селективных методах сборки. В условиях сплошной сборки все переменные x и ω в значительной мере равноправны.

Поясним смысл и возможность предложенных вероятностных моделей на простом примере.

Пример 1.4.1. Рассмотрим сборку с зазором СК вал—втулка (рис. 1.4) — наружный диаметр вала x_1 , внутренний диаметр втулки x_2 . Условия собираемости запишем в форме

$$\delta_1 \leq x_2 - x_1 \leq \delta_2. \quad (1.25)$$

Выходной параметр СК — зазор $y = x_2 - x_1$. При $\delta_1, \delta_2 \geq 0$ δ_1 в (1.25) определяет требование к наименьшему размеру зазора между валом и втулкой и δ_2 — к наибольшему. Содержательно неравенство (1.25) — это не только условия собственно собираемости (для чего достаточно $x_2 - x_1 > 0$), но и определенные требования к качеству изделия, заключающиеся в том, что зазор должен быть не менее δ_1 , но и не более δ_2 . Эти условия, следуя введенной терминологии, будем называть условиями собираемости. Выражение (1.25) эквивалентно двум неравенствам, которые, используя обозначения (1.6), запишем в форме

$$\varphi_1(x) = \delta_1 - x_2 + x_1 \leq 0, \quad \varphi_2(x) = x_2 - x_1 - \delta_2 \leq 0. \quad (1.26)$$

Множество допустимых значений $D = \{x: \delta_1 \leq x_2 - x_1 \leq \delta_2\}$ геометрически в пространстве параметров x_1, x_2 показано на рис. 1.5 заштрихованной полосой.

В терминах модели вход—выход в данном случае в качестве выхода y естественно принять значение зазора между валом и втулкой, и тогда модель (1.1) имеет элементарный вид

$$y = x_2 - x_1. \quad (1.27)$$

2. Рассмотрим сборку партии валов и втулок, каждый элемент которой характеризуется своими индивидуальными размерами $x_1^{(j)}, x_2^{(j)}$, где j — номер

элемента в партии. Пусть валы и втулки в СК комплектуются случайно без измерения диаметров и без подбора пар, соответствующие пары образуют СК с параметрами $x_1^{(f)}$, $x_2^{(f)}$. Естественно, что при определенных разбросах в размерах возможна ситуация, когда параметры СК не удовлетворяют условиям собираемости. Будем характеризовать партию валов и втулок вероятностью собираемости p .

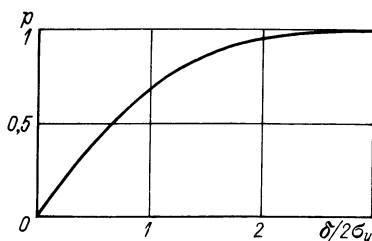


Рис. 1.6

Пусть $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$ — плотности вероятности независимых случайных диаметров x_1 и x_2 . Тогда для вычисления вероятности можно воспользоваться общими соотношениями (1.17), (1.19), где в силу предположения о независимости x_1 и x_2 для совместной плотности вероятности имеем $f(x_1, x_2) = f_1(x_1) f_2(x_2)$. В рассматриваемом случае вычисления, однако, можно упростить и довести до аналитических выражений. Поскольку зазор y есть разность размеров x_1 и x_2 , его плотность вероятности $f_y(y)$ определяется интегралом

$$f_y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(u) f_2(y+u) du,$$

и для вероятности собираемости имеем

$$p = F_y(\delta_2) - F_y(\delta_1), \quad (1.28)$$

где $F_y(y) = \int_{-\infty}^y f_y(u) du$ — функция распределения случайного y . Вычисляя математическое ожидание и дисперсию зазора y , получаем

$$m_y = M\{x_2 - x_1\} = m_{x_2} - m_{x_1}; \quad \sigma_y^2 = \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2, \quad (1.29)$$

где m_{x_1} , m_{x_2} — математические ожидания, $\sigma_{x_1}^2$, $\sigma_{x_2}^2$ — дисперсии случайных размеров x_1 и x_2 соответственно.

Математическое ожидание m_y указывает среднее значение зазора y множества деталей, σ_y^2 — уровень разброса значений относительно среднего значения m_y . Если x_1 и x_2 — гауссовские случайные величины, то вычислить вероятность собираемости (1.28) можно проще. Зазор y есть линейная функция от x_1 и x_2 , следовательно, y также имеет гауссовское распределение с математическим ожиданием и дисперсией, определяемыми в силу (1.29).

$$f_y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-(y-m_y)^2/2\sigma_y^2}, \quad F_y(y) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right),$$

тогда

$$p = \Phi\left(\frac{\delta_2 - m_y}{\sigma_y}\right) - \Phi\left(\frac{\delta_1 - m_y}{\sigma_y}\right), \quad (1.30)$$

где $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-u^2/2} du$ — интеграл вероятностей.

Пусть $m_{x_2} - m_{x_1} = y_0$, $\delta = \delta_2 - \delta_1$ — допуск зазора; поле допуска зазора (1.27) симметрично относительно величины y_0 , т. е. $\delta_1 = y_0 - \delta/2$, $\delta_2 = y_0 + \delta/2$. Тогда условие (1.25) принимает вид

$$|\Delta x_2 - \Delta x_1| \leq \delta/2, \quad \Delta x_i = x_i - m_{x_i}, \quad i = 1, 2. \quad (1.31)$$

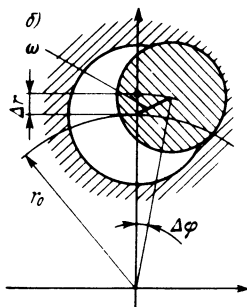
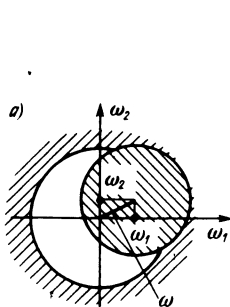


Рис. 1.7

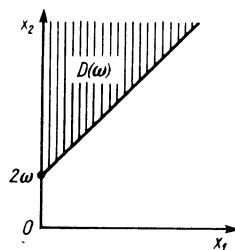


Рис. 1.8

Подставив соответствующие δ_1 и δ_2 в (1.30), учитывая свойство нечетности функции $\Phi(t)$ ($\Phi(t) = -\Phi(-t)$), получим

$$p = 2\Phi(\delta/2\sigma_y). \quad (1.32)$$

Формула (1.32) определяет вероятность выполнения неравенства (1.31) (т. е. условий качества) в функции от отношения $\delta/2\sigma_y$. Эта зависимость приведена на рис. 1.6.

Заметим, что использование гауссовского распределения для положительных величин x_1 и x_2 справедливо только в случае, если σ_{x_1}/m_{x_1} и σ_{x_2}/m_{x_2} достаточно малы. Это предположение необходимо для того, чтобы вероятность для x_1 и x_2 принять отрицательные значения была достаточно малой.

Таким образом, для описания качества не одного, а партии СК потребовалось перейти к вероятностным характеристикам и ввести в рассмотрение вероятность сборки p .

3. Рассмотрим влияние погрешностей позиционирования. Описанные выше условия собираемости формулировались в терминах зазора и его вероятностных характеристик в предположении, что втулка и вал при сборке идеально сориентированы и расположены строго соосно.

Рассмотрим автоматическую сборку СК, в которой взаимное ориентирование втулки и вала осуществляется автоматически, например роботом-манипулятором. Обозначим возникающее при этом относительное смещение осей вала и втулки через ω (рис. 1.7). В зависимости от используемого оборудования и способа ориентирования значение смещения ω формируется различно. Так, если используется робот, работающий в прямоугольной системе координат, то $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$, где ω_1 и ω_2 — составляющие ошибок позиционирования по двум взаимно перпендикулярным осям. При использовании робота с цилиндрической системой координат $\omega = \sqrt{(\Delta r)^2 + (r_0 \Delta \varphi)^2}$, где Δr и $\Delta \varphi$ — составляющие ошибок позиционирования по углу $\Delta \varphi$ и выдвигению схвата Δr .

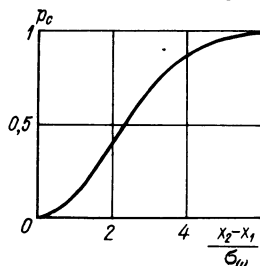


Рис. 1.9

Во всех случаях $\omega \geq 0$ — неотрицательная случайная величина, принимающая различные значения в каждом цикле совмещения деталей. Условие собираемости, т. е. возможности совместить вал и втулку, в простейшем случае при отсутствии у деталей фасок записывается в форме $2\omega \leq x_2 - x_1$. Область собираемости $D(\omega) = \{x : 2\omega \leq x_2 - x_1\}$ показана на рис. 1.8.

Пусть $f_\Omega(\omega)$ и $F_\Omega(\omega)$ — плотность вероятности и функция распределения случайной ошибки позиционирования ω . Тогда

$$p_c = P\{x \in D(\omega)\} = F_{\Omega}\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right).$$

В случае, когда $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ (где ω_1 и ω_2 есть гауссовские случайные величины с нулевым математическим ожиданием и равными дисперсиями $\sigma_{\omega_1}^2 = \sigma_{\omega_2}^2 = \sigma_{\omega}^2$), случайная величина ω имеет распределение Рэлея, для которого

$$f_{\Omega}(\omega) = \begin{cases} \frac{\omega}{\sigma_{\omega}^2} e^{-\omega^2/2\sigma_{\omega}^2}, & \omega \geq 0, \\ 0 & \omega < 0; \end{cases} \quad F_{\Omega}(\omega) = \begin{cases} 1 - e^{-\omega^2/2\sigma_{\omega}^2}, & \omega \geq 0, \\ 0 & \omega < 0. \end{cases}$$

Тогда вероятность сборки в рассматриваемом примере записывается в форме

$$p_c(x) = 1 - e^{-(x_2 - x_1)^2 / 8\sigma_{\omega}^2}, \quad x_2 \geq x_1. \quad (1.33)$$

На рис. 1.9 приведена зависимость вероятности p_c от единственного параметра задачи $(x_2 - x_1)/\sigma_{\omega}$. Если разность диаметров $x_2 - x_1$ велика, то вероятность сборки близка к единице; при большой дисперсии σ_{ω}^2 ошибки позиционирования по координатам вероятность сборки близка к нулю.

Формула для $p_c(x)$ определяет условие собираемости для заданных диаметров x_1 и x_2 .

Пусть x_1 и x_2 — случайные гауссовские величины, их математические ожидания удовлетворяют равенству $m_{x_2} - m_{x_1} = y_0$ и дисперсии одинаковы $\sigma_{x_1}^2 = \sigma_{x_2}^2 = \sigma_x^2$, тогда разность $y = x_2 - x_1$ также представляет собой гауссовскую случайную величину с математическим ожиданием y_0 и дисперсией, равной $2\sigma_x^2$. Вероятность сборки вала и втулки из такой партии СК

$$\begin{aligned} p_c &= M\{p_c(y)\} = \int_{-\infty}^{\infty} p_c(y) f(y) dy = \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi} 2\sigma_x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(y^2/8\sigma_{\omega}^2 + (y-y_0)^2/4\sigma_x^2)} dy. \end{aligned}$$

Вычисления дают

$$p_c = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \sigma_x^2/2\sigma_{\omega}^2}} e^{-y_0^2/4\sigma_x^2 (1 + 2\sigma_{\omega}^2/\sigma_x^2)}. \quad (1.34)$$

Выражение (1.34) есть вероятностная модель, устанавливающая зависимость собираемости (вероятности сборки) от математического ожидания разности диаметров втулки и вала y_0 , дисперсии σ_x^2 диаметров и дисперсии σ_{ω}^2 ошибки позиционирования по координатам (смещения осей вала и втулки).

1.3. СБОРКА С ПОЛНОЙ И НЕПОЛНОЙ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬЮ

По способу формирования СК будем различать следующие типы сборки: сплошная сборка, сборка с предварительной отбраковкой комплектующих, с групповой взаимозаменяемостью, по действительным размерам.

Кратко остановимся на существе данной классификации и различиях типов сборки.

При сплошной сборке СК составляются произвольным случайным выбором комплектующих из имеющихся заделов. Полная взаимозаменяемость компонентов в СК обеспечивается в том случае, если точность их изготовления такова, что собираемость и качество изделия не изменяются при замене любого элемента изделия на однотипный. Соответствующий тип сборки называется сборкой с полной взаимозаменяемостью. Если полной взаимозаменяемости нет и определенная часть СК не удовлетворяет условиям собираемости и качества, то сборка называется сборкой с неполной взаимозаменяемостью. В условиях сплошной сборки проблема полной и неполной взаимозаменяемости сводится к необходимости назначения соответствующих допусков на компоненты СК. Более жесткие допуски позволяют обеспечить полную взаимозаменяемость. Однако во многих случаях невозможность выдержать необходимые жесткие допуски определяется технологическими или экономическими обстоятельствами. Реализуемые или приемлемые с экономической точки зрения допуски в условиях сплошного комплектования СК обеспечивают лишь неполную взаимозаменяемость с определенной долей некачественных изделий.

Сборка с предварительной отбраковкой предполагает предварительный контроль и сортировку компонентов СК на годные и негодные. В СК идут только годные компоненты. Предварительная сортировка если и не обеспечивает собираемость и качество всех СК, то, по крайней мере, существенно снижает уровень брака. Предварительный контроль совершенно необходим в тех случаях, когда брак неисправим или недопустим и нарушение условий собираемости влечет за собой порчу компонентов и оборудования.

Сборка с групповой взаимозаменяемостью базируется на более сложной предварительной сортировке компонентов СК на большое число размерных групп, называемых селективными группами, по размерным и другим физическим параметрам компонентов. СК формируются выбором комплектующих из селективных групп, определенным образом соответствующих друг другу. Это соответствие задается так называемыми правилами комплектования СК. При заданных правилах комплектования сборка производится по принципу сплошной сборки, т. е. в СК из данной селективной группы идут произвольные случайные компоненты.

Сборка по действительным размерам базируется на комплектовании СК по результатам измерений истинных значений параметров компонентов, определяющих собираемость и качество. Сортировка компонентов на группы не производится. Каждый компонент характеризуется вектором измеренных действительных значений параметров, компоненты в СК

подбирают на основе этих значений. В сущности, реализуется индивидуальный подбор компонентов СК.

Такие технологические приемы сборки, как притирка, пригонка, доводка, регулировка и т. п., могут применяться в рамках любого из перечисленных способов комплектования СК для повышения выхода годных изделий.

Рассмотрим некоторые проблемы обеспечения полной и неполной взаимозаменяемости в условиях сплошной сборки.

Расчет гарантирующего допуска. Условия полной взаимозаменяемости. Пусть условия на СК имеют вид ограничения, накладываемого на единственный s -й параметр вектора-выхода y . Для записи условий воспользуемся линейаризованной моделью вход—выход в отклонениях (1.4). Представим условия в форме (1.5)

$$\underline{y}_s \leq y_s(x^H) + \Delta y_s \leq \bar{y}_s, \quad \Delta y_s = \sum_{k=1}^n a_{sk} \Delta x_k, \quad (1.35)$$

где $\Delta y_s = y_s - y_s(x^H)$, $\Delta x_k = x_k - x_k^H$ — отклонения выхода и входа от некоторых номинальных значений, соответствующих x^H . Преобразуем неравенство (1.35), вычитая из всех его элементов $(\bar{y}_s + \underline{y}_s)/2$. Тогда можно записать

$$\left| \sum_{k=1}^n a_{sk} \Delta x_k + y_s(x^H) - (\bar{y}_s + \underline{y}_s)/2 \right| \leq \delta_{y_s}/2. \quad (1.36)$$

Здесь $\delta_{y_s} = \bar{y}_s - \underline{y}_s$ — допуск на параметр y_s .

Далее подробно рассмотрим более простой частный случай, когда номинальное значение выхода $y_s(x^H)$ равно середине поля допуска, определяемого условиями (1.35), т. е. $y_s(x^H) = (\bar{y}_s + \underline{y}_s)/2$. Тогда условие (1.36) принимает вид

$$\left| \sum_{k=1}^n a_{sk} \Delta x_k \right| \leq \delta_{y_s}/2. \quad (1.37)$$

Сделанное предположение введено лишь для упрощения и наглядности последующих построений и не является принципиальным. Соответствующие результаты с необходимой коррекцией могут быть получены и для общего случая.

Допуском на параметр x_k называют такую величину δ_k , чтобы для всех отклонений параметра x_k от номинального значения x_k^H выполнялось неравенство

$$|\Delta x_k| = |x_k - x_k^H| \leq \delta_k/2. \quad (1.38)$$

Проблема назначения гарантирующих допусков δ_k сводится к такому определению их значений, при которых всегда выполняются неравенства (1.35)—(1.37).

Оценка сверху левой части неравенства (1.37) имеет вид

$$\left| \sum_{k=1}^n a_{sk} \Delta x_k \right| \leq \sum_{k=1}^n |a_{sk}| |\Delta x_k| \leq \sum_{k=1}^n |a_{sk}| \delta_k/2. \quad (1.39)$$

Для выполнения неравенств (1.35)—(1.37) достаточно выбрать допуски δ_k таким образом, чтобы

$$\sum_{k=1}^n |a_{sk}| \delta_k \leq \delta_{y_s}. \quad (1.40)$$

Любой набор величин δ_k , удовлетворяющий неравенству (1.40), может быть принят в качестве допусков δ_k для параметров x_k компонентов СК.

Переход от Δy_s к его оценке сверху в виде суммы абсолютных величин (1.39) соответствует методу расчета на «максимум—минимум» отклонения. Используемые оценки по существу предполагают, что все отклонения Δx_k могут сложиться в одну или другую сторону и достичь своего максимально или минимально возможного значения. Неравенство (1.40) ограничивает это значение.

Конкретизация выбора величин δ_k требует учета дополнительных соображений. Остановимся на основных способах определения допусков δ_k , удовлетворяющих условию (1.40).

1. *Равные допуски.* В этом случае принимается, что все $\delta_k = \delta_x$. Тогда из (1.40) следует

$$\delta_x \leq \delta_{y_s} \left| \sum_{k=1}^n |a_{sk}| \right|.$$

За допуск принимается наибольшее допустимое значение δ_x , т. е.

$$\delta_x = \delta_{y_s} \left| \sum_{k=1}^n |a_{sk}| \right|. \quad (1.41)$$

Если $|a_{sk}| = 1$, то $\delta_x = \delta_{y_s}/n$, т. е. с увеличением числа влияющих факторов или числа звеньев размерной цепи допуск δ_x становится все более жестким.

Заметим, что принцип одинаковости допусков может быть получен как решение следующей оптимизационной задачи. Пусть $\min_k \delta_k$ есть наименьшая из величин δ_k , $k = \overline{1, n}$. Выберем всю совокупность допусков δ_k , $k = \overline{1, n}$ так, чтобы максимизировать наименьшую из величин δ_k при условии (1.40), т. е. решим задачу $\max \min \delta_k$. Такая постановка задачи соответствует стремлению максимально расширить поля допусков на параметры x_k . Можно показать, что решение этой задачи приводит к одинаковым допускам (1.41).

2. *Равные вклады допусков.* В этом случае принимаются одинаковыми все слагаемые левой части (1.40). Тогда

$$\delta_k = \delta_{y_s}/n |a_s|. \quad (1.42)$$

Такой выбор допусков соответствует принципу выравнивания влияния различных факторов на результат (Δy_s).

3 Взвешенные вклады допусков.

Примем, что значение δ_k пропорционально некоторой функции от соответствующего сомножителя $|a_{sk}|$, определяющего вклад k -го фактора в общее изменение выхода y_s , т. е. $\delta_k = \rho_k(|a_{sk}|)\mu$, где $\rho_k(\cdot)$ — заданная функция, μ — постоянный для всех k сомножитель. Определяя μ из условия (1.40), получаем

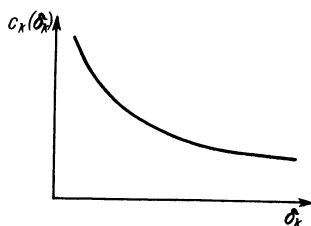


Рис. 1.10

$$\mu = \frac{\delta_{y_s}}{\sum_{k=1}^n |a_{sk}| \rho_k(|a_{sk}|)}, \quad \delta_k = \frac{\delta_{y_s} \rho_k(|a_{sk}|)}{\sum_{k=1}^n |a_{sk}| \rho_k(|a_{sk}|)}. \quad (1.43)$$

При $\rho_k(|a_{sk}|) = 1/|a_{sk}|$ вклады допусков равны. Выбор функций ρ_k связывается с соображениями о важности различных влияющих факторов.

4. *Оптимизация стоимостного функционала.* Пусть c_k есть затраты, связанные с обеспечением поля допуска по x_k равного δ_k . Примем $c_k = c_k(\delta_k)$, т. е. c_k есть некоторая заданная функция от δ_k . Пусть $c_k(\delta_k)$ — монотонно убывающая функция от δ_k (рис. 1.10). Такой характер зависимости затрат от допуска соответствует известному и интуитивно ясному представлению о быстром росте затрат при уменьшении δ_k в области малых значений допуска.

Определим оптимальные допуски из условия минимума суммарных затрат

$$\min_{\delta_k} \left\{ \sum_{k=1}^n c_k(\delta_k) \mid \sum_{k=1}^n |a_{sk}| \delta_k \leq \delta_{y_s} \right\}. \quad (1.44)$$

Здесь ищем минимум затрат $\sum_{k=1}^n c_k \delta_k$ при дополнительном условии (1.40).

Задачу оптимизации при дополнительном условии можно решить, используя метод множителей Лагранжа. Составляем функцию Лагранжа

$$\Phi(\delta, \lambda) = \sum_{k=1}^n c_k(\delta_k) + \lambda \sum_{k=1}^n |a_{sk}| \delta_k,$$

где $\lambda \geq 0$ — множитель Лагранжа, $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_n)^T$.

Тогда задачу (1.44) можно решить при помощи системы уравнений

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \delta_k} = \frac{\partial c_k(\delta_k)}{\partial \delta_k} + \lambda |a_{sk}| = 0, \quad k = \overline{1, n}; \quad \sum_{k=1}^n |a_{sk}| \delta_k = \delta_{y_s}, \quad (1.45)$$

определяющих оптимальные величины δ_k^* и λ^* .

В случае монотонно убывающих функций $c_k(\delta_k)$ производная $\frac{\partial c_k}{\partial \delta_k} < 0$ и уравнения (1.45) всегда имеют решение.

Приведем решение для случая

$$c_k(\delta_k) = h_k/\delta_k + g_k. \quad (1.46)$$

Простые вычисления в соответствии с (1.45) дают оптимальные значения допусков

$$\delta_k^* = \frac{\delta_{y_s}}{\sum_{l=1}^n \sqrt{h_l |a_{sl}|}} \sqrt{\frac{h_k}{|a_{sk}|}}. \quad (1.47)$$

Если допуски, определяемые по формулам (1.41), (1.42) или (1.47), меньше технологически достижимых для некоторых x_k , то в исходных условиях (1.39) соответствующие допуски следует заменить минимальными значениями δ_k^{\min} и выбрать допуски по остальным переменным. Задача имеет решение, если выполнено очевидное условие $\delta_{y_s} - \sum_{k \in S_{\min}} |a_{sk}| \delta_k^{\min} > 0$, где S_{\min} — множество номеров допусков, для которых приняты заданные минимальные значения.

Перейдем к рассмотрению случая, когда выход характеризуется не одним, а M параметрами y_s , $s = \overline{1, M}$. Тогда условия (1.40) принимают вид системы неравенств

$$\sum_{k=1}^n |a_{sk}| \delta_k \leq \delta_{y_s}, \quad s = \overline{1, M} \quad (1.48)$$

Условия (1.48) всегда непротиворечивы, т. е. всегда можно указать $\delta_k > 0$, удовлетворяющие этим неравенствам. Ситуация, однако, изменяется при добавлении ограничений $\delta_k \geq \delta_k^{\min}$. Тогда допустимые значения допусков определяются системой неравенств

$$\sum_{k=1}^n |a_{sk}| \delta_k \leq \delta_{y_s}, \quad \delta_k \geq \delta_k^{\min}, \quad s = \overline{1, M}, \quad k = \overline{1, n}. \quad (1.49)$$

Линеаризация функций $\varphi_s(x)$ и переход к соответствующим неравенствам для них позволяют строить области значений допусков исходя из условий в форме (1.6). Соответствующие преобразования имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_s(x^H) + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \varphi_s(x^H)}{\partial x_k} \Delta x_k &\leq \varphi_s(x^H) + \\ + \sum_{k=1}^n \left| \frac{\partial \varphi_s(x^H)}{\partial x_k} \right| |\Delta x_k| &\leq \varphi_s(x^H) + \sum_{k=1}^n \left| \frac{\partial \varphi_s(x^H)}{\partial x_k} \right| \delta_k/2 \leq 0. \end{aligned}$$

Тогда условия на допуски δ_k , соответствующие (1.6), имеют вид, аналогичный (1.48)

$$\sum_{k=1}^n \left| \frac{\partial \varphi_s(x^H)}{\partial x_k} \right| \delta_k \leq -2\varphi_s(x^H), \quad s \in S. \quad (1.50)$$

Неравенства (1.48)—(1.50) определяют области возможных значений допусков. Для конкретного выбора допусков необходимо так же, как и в случае рассмотренного ранее одного ограничения на выходной параметр, сформулировать дополнительные требования и условия.

В частности, допуски можно определить из решения задачи максимизации минимального допуска

$$\max_{\delta_k} \left\{ \min_k \delta_k \left| \sum_{k=1}^n |a_{sk}| \delta_k \leq \delta_{y_s}, \delta_k \geq \delta_k^{\min}, \quad s = \overline{1, M}, k = \overline{1, n} \right. \right\}. \quad (1.51)$$

Минимизация суммарных затрат приводит к определению допусков из решения задачи, аналогичной (1.44),

$$\min_{\delta_k} \left\{ \sum_{k=1}^n c_k(\delta_k) \left| \sum_{k=1}^n |a_{sk}| \delta_k \leq \delta_{y_s}, \delta_k \geq \delta_k^{\min}, \quad s = \overline{1, M}, k = \overline{1, n} \right. \right\}. \quad (1.52)$$

Задачи линейного (1.51) и нелинейного (1.52) программирования в общем случае не имеют аналитического решения и могут быть решены только численно. Однако можно получить достаточные условия простого вида, базирующиеся на результатах рассмотрения задачи с одним параметром выхода y_s . Приведем результаты для ограничений (1.48).

Так, принцип равных допусков (1.41) дает для случая M выходов

$$\delta_x = \delta_k = \min_s \delta_{y_s} \left/ \sum_{k=1}^n |a_{sk}|, \quad k = \overline{1, n}. \quad (1.53)$$

Принцип равных вкладов допусков (1.42) для случая (1.48) и M выходов дает

$$\delta_k = \min_s \delta_{y_s} / n |a_{sk}|, \quad k = \overline{1, n}. \quad (1.54)$$

Решение оптимизационной задачи (1.52), (1.46) при отсутствии ограничений на δ_k снизу ($\delta_k^{\min} = 0, k = \overline{1, n}$) приводит к достаточным допускам вида

$$\delta_k^* = \min_s \sqrt{h_k / |a_{sk}|} \left(\delta_{y_s} \left/ \sum_{l=1}^n \sqrt{h_l} |a_{sl}| \right. \right), \quad k = \overline{1, n}. \quad (1.55)$$

Естественно, что достаточные допуски (1.53)—(1.55) оказываются более жесткими, чем просто удовлетворяющие условиям (1.48).

Вероятностный расчет допуска. Условия неполной собираемости. Будем характеризовать СК вероятностями сборки и выполнения требований к качеству, т. е. вероятностями выполнения соответствующих условий.

Назовем вероятностным допуском на СК значения вероятностей \underline{p}_c и \underline{p}_k , ограничивающих допустимые значения вероятности выполнения требований по собираемости и качеству,

$$p_c \geq \underline{p}_c, \quad p_k \geq \underline{p}_k. \quad (1.56)$$

Подобные вероятности можно записать для любых требований к СК, формализованных в виде (1.8), и тогда вероятностный допуск p имеет смысл, определяемый неравенством

$$p = \int \int_{R_n} \prod_{s \in S} [1 - \varphi_s(x, \omega)] f(x, \omega) dx d\omega \geq \underline{p}, \quad (1.57)$$

как требование того, чтобы соответствующие условия (1.8) выполнялись с вероятностью, не меньшей заданного значения \underline{p} .

Назовем полем вероятностного допуска на вероятностные характеристики входных и выходных параметров такие значения этих характеристик, при которых выполняются условия (1.56), (1.57). Эти условия можно пересчитать в достаточные ограничения на вероятностные характеристики выходных и входных параметров СК, определяющие вероятностные допуски соответствующих параметров СК.

В отличие от расчета на максимум—минимум, гарантирующего выполнение условий для каждого СК, вероятностный расчет допусков гарантирует выполнение этих условий лишь с определенной вероятностью, т. е. для определенной доли общего числа СК.

В практике расчетов чаще всего ограничиваются рассмотрением математических ожиданий и дисперсий, пересчитываемых в соответствующие вероятности в предположении гауссовских распределений случайных величин.

Поясним сущность вероятностного подхода, рассмотрев линеаризованную модель (1.4) и условия (1.37). Пусть $\Delta y_s =$

$= \sum_{k=1}^n a_{sk} \Delta \dot{x}_k$ — случайная величина с математическим ожиданием $m_{\Delta y_s} = 0$ и дисперсией $\sigma_{\Delta y_s}^2$. Тогда

$$p = P \{ |\Delta y_s| / \sigma_{\Delta y_s} \leq t_p \} = F_1(t_p) - F_1(-t_p). \quad (1.58)$$

Здесь $F_1(t)$ — функция распределения случайной величины $\Delta y_s / \sigma_{\Delta y_s}$; t_p — квантиль этого распределения — решение уравнения $p = F_1(t_p) - F_1(-t_p)$. В случае гауссовского распределе-

ния $F_1(t) = 1/2 + \Phi(t)$, где $\Phi(t)$ — интеграл вероятностей, а $p = 2\Phi(t_p)$, где t_p — квантиль гауссовского распределения.

Назовем величину $\bar{\sigma}_{\Delta y_s}$ допустимого среднеквадратичного отклонения по s -й выходной переменной y_s вероятностным допуском по этой переменной. В соответствии с понятием «допуск» требуется, чтобы было выполнено неравенство

$$\sigma_{\Delta y_s} \leq \bar{\sigma}_{\Delta y_s}. \quad (1.59)$$

Свяжем значение $\bar{\sigma}_{\Delta y_s}$ с допуском δ_{y_s} по переменной y_s условия (1.37) равенством

$$t_p \bar{\sigma}_{\Delta y_s} = \delta_{y_s}/2. \quad (1.60)$$

Тогда из выражения (1.58) и свойств функции распределения следует, что значение p служит оценкой снизу для вероятности выполнения неравенства $|\Delta y_s|/\bar{\sigma}_{\Delta y_s} \leq t_p$, т. е.

$$p \leq P\{|\Delta y_s|/\bar{\sigma}_{\Delta y_s} \leq t_p\}. \quad (1.61)$$

Примем p равным заданному значению \underline{p} , являющемуся в описанном смысле вероятностным допуском на СК. Тогда из формул (1.59)—(1.61) следует, что при

$$\bar{\sigma}_{\Delta y_s} = \delta_{y_s}/2t_p$$

неравенство $|\Delta y_s| \leq \delta_{y_s}/2$ имеет место с вероятностью, не меньшей \underline{p} .

Перейдем к определению допусков на входные переменные Δx_k . Если величины Δx_k центрированы и некоррелированы, то

$\sigma_{\Delta y_s}^2 = \sum_{k=1}^n a_{sk}^2 \sigma_{\Delta x_k}^2$, тогда условие (1.59) имеет вид

$$\sum_{k=1}^n a_{sk}^2 \sigma_{\Delta x_k}^2 \leq \bar{\sigma}_{\Delta y_s}^2. \quad (1.62)$$

Неравенство (1.62) — основное для определения вероятностных допусков на компоненты вектора входов Δx_k . Далее все рассмотрение ведется в терминах среднеквадратичного отклонения $\sigma_{\Delta x_k}$, пересчет в допуски δ_k осуществляется по формуле

$$t_p \sigma_{\Delta x_k} = \delta_k/2. \quad (1.63)$$

Чтобы определить допустимые в смысле (1.62) значения $\sigma_{\Delta x_k}$, необходимо рационально задать связи между ними. Эта задача аналогична рассмотренной при определении гарантирующих допусков. Все результаты и выводы, которые дают соотношения (1.40)—(1.55), переносятся на рассматриваемый случай с заменой $|a_{sk}|$ на a_{sk}^2 , δ_k на $\sigma_{\Delta x_k}^2$, δ_{y_s} на $\bar{\sigma}_{\Delta y_s}^2$.

Принцип равных допусков (1.41) принимает вид

$$\bar{\sigma}_{\Delta x}^2 = \bar{\sigma}_{\Delta x_k}^2 = \bar{\sigma}_{\Delta y_s}^2 \left/ \sum_{k=1}^n a_{sk}^2 \right. \quad (1.64)$$

Принцип равных вкладов допусков (1.42) приводит к

$$\bar{\sigma}_{\Delta x_k}^2 = \bar{\sigma}_{\Delta y_s}^2 / n a_{sk}^2. \quad (1.65)$$

Оптимальные допуски находим из решения задачи, аналогичной (1.44),

$$\min_{\sigma_{\Delta x_k}} \left\{ \sum_{k=1}^n c_k (\sigma_{\Delta x_k}) \left| \sum_{k=1}^n a_{sk}^2 \sigma_{\Delta x_k}^2 < \bar{\sigma}_{\Delta y_s}^2 \right. \right\}, \quad (1.66)$$

где функции затрат c_k монотонно убывают по $\sigma_{\Delta x_k}$.

Решение задачи (1.66) при функции $c_k (\sigma_{\Delta x_k}^2)$, определяемой по формуле (1.46), имеет вид

$$\sigma_{\Delta x_k}^2 = \sqrt{h_k} / |a_{sk}| \left(\bar{\sigma}_{\Delta y_s}^2 \left/ \sum_{k=1}^n |a_{sk}| \sqrt{h_k} \right. \right), \quad k = \overline{1, n}. \quad (1.67)$$

Сопоставляя расчеты гарантирующего и вероятностных допусков, отметим, что вероятностный расчет приводит к менее жестким требованиям на допуски Δx_k . Для иллюстрации этого утверждения сопоставим результаты, следующие из сравнения допусков (1.41) и (1.64), полученных согласно принципу равных допусков.

Заменяя в (1.64) среднеквадратичное отклонение на соответствующие допуски (1.60) и (1.63), получаем

$$\delta_k = \delta_x = \delta_{y_s} \left| \sqrt{\sum_{k=1}^n a_{sk}^2} \right|. \quad (1.68)$$

Поскольку всегда $\sqrt{\sum_{k=1}^n a_{sk}^2} \leq \sum_{k=1}^n |a_{sk}|$ (в справедливости неравенства легко убедиться, возводя правую и левую части в квадрат), значение δ_k , вычисленное по формуле (1.68), всегда не превосходит значения, полученного по формуле (1.41), т. е. допуск, определяемый вероятностным методом, всегда не превосходит допуск; определенный по методу максимума—минимума.

При $a_{sk} = 1$ формула (1.68) дает $\delta_k = \delta_{y_s} / \sqrt{n}$, а формула (1.41) $\delta_k = \delta_{y_s} / n$. Таким образом, выигрыш в значении допуска при вероятностном расчете равен \sqrt{n} , где n — число одинаково влияющих на выходной параметр факторов.

Указанное смягчение допуска является следствием некоррелированности случайных величин Δx_k . Если эти величины коррелированы, то различие между результатами расчета уменьшается.

Если все Δx_k коррелированы между собой и коэффициенты корреляции равны единице, то вероятностный и гарантирующий расчеты дают одинаковые результаты.

Кратко остановимся на векторной задаче назначения вероятностного допуска, представляющей собой вероятностный аналог задачи (1.48) с ограничениями не на один, а на M выходных параметров. Требования на значения Δy_s в этом случае имеют вид системы неравенств

$$|\Delta y_s| \leq \delta_{y_s}/2, \quad \Delta y_s = \sum_{k=1}^n a_{sk} \Delta x_k, \quad s = \overline{1, M}. \quad (1.69)$$

Пусть Δx_k — независимые случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями. Рассмотрим возможности подхода, являющегося прямым обобщением принятого для случая одного выходного параметра. Вычисляя дисперсии Δy_s и вводя для них допуски $\bar{\sigma}_{\Delta y_s}$, вместо (1.62) приходим к системе неравенств

$$\sum_{k=1}^n a_{sk}^2 \sigma_{\Delta x_k}^2 \leq \bar{\sigma}_{\Delta y_s}^2, \quad s = \overline{1, M}. \quad (1.70)$$

Задача, таким образом, сводится к определению значений $\sigma_{\Delta x_k}^2$, удовлетворяющих этим неравенствам. Принципы распределения допусков, т. е. установления соответствия между различными $\sigma_{\Delta x_k}$, могут быть аналогичными принятым в задаче о назначении гарантирующего допуска с векторным выходом (1.48)—(1.55).

Далее требуется установить связь среднеквадратичного значения $\bar{\sigma}_{\Delta y_s}$ с гарантирующим допуском δ_{y_s} . В случае, если выходной параметр один, эта связь определяется соотношением (1.60), и соответственно точно известна вероятность p , с которой выполняется неравенство $|\Delta y_s| \leq \delta_{y_s}/2$.

Принципиальной особенностью векторного случая является то, что речь идет об одновременном выполнении не одного неравенства, а системы (1.69), где величины Δy_s , $s = \overline{1, M}$ находятся в зависимости между собой. В результате при выполнении требований к дисперсиям (1.70) в общем случае (при произвольных a_{sk}) неизвестна вероятность p выполнения зависимых (!) неравенств (1.69) при заданных $\bar{\sigma}_{\Delta y_s}$. Последнее означает, что неизвестно, какими должны быть допуски $\bar{\sigma}_{\Delta y_k}$, $s = \overline{1, M}$, для обеспечения условий (1.69) с заданной вероятностью p . Вероятностный допуск \underline{p} не может быть пересчитан на эквивалентные допуски $\bar{\sigma}_{\Delta y_s}$ с последующим пересчетом их на $\bar{\sigma}_{\Delta x_k}$.

Из сказанного следует, что прямое распространение на векторный случай развитого ранее подхода, сводящееся к рассмотрению вместо одного неравенства (1.59) системы неравенств (1.70), некорректно и его нельзя рекомендовать в качестве обоснованного метода решения задачи.

Кратко изложим сущность корректного подхода, требующего более сложных и тонких математических построений. Предположим, что Δx_k — гауссовские случайные величины, тогда Δy_s — также гауссовские случайные величины. Моментные характеристики этих случайных величин с использованием векторно-матричных обозначений определяются формулами

$$M\{\Delta y\} = 0; \quad R_{\Delta y} = M\{\Delta y \Delta y^T\} = A R_{\Delta x} A^T, \quad (1.71)$$

где $R_{\Delta y} = (R_{\Delta y_s \Delta y_l})_1^M$ — матрица $M \times M$ корреляций Δy_s ; $R_{\Delta x} = \text{diag}\{\sigma_{\Delta x_1}^2, \dots, \sigma_{\Delta x_n}^2\}$ — диагональная матрица дисперсий Δx_k ; $A = (a_{sh})$ — матрица $M \times n$ коэффициентов линейризованной модели (1.4); $\Delta y = (\Delta y_1, \dots, \Delta y_M)^T$ — вектор выходов.

Поскольку Δy — векторная гауссовская величина, квадратичная форма $(\Delta y, R_{\Delta y}^{-1} \Delta y)$ определяет так называемый эллипсоид рассеивания и можно точно вычислить вероятность p того, что случайная величина Δy примет значение внутри этого эллипсоида, т. е. можно определить вероятность выполнения неравенства [7]

$$(\Delta y, R_{\Delta y}^{-1} \Delta y) \leq K. \quad (1.72)$$

Здесь $(a, b) = \sum_{s=1}^M a_s b_s$ — скалярное произведение двух векторов a и b ; $R_{\Delta y}^{-1}$ — матрица, обратная $R_{\Delta y}$; K — некоторое число, $K > 0$.

Если потребовать, чтобы неравенство (1.72) соблюдалось с заданной вероятностью, то K оказывается зависящим от значения p и от размерности M вектора Δy , $K = K(p, M)$.

Квадратичная форма $(\Delta y, R_{\Delta y}^{-1} \Delta y)$ обладает свойством положительной определенности, что означает, в частности, что при $|\Delta y_s| \leq \delta_{y_s}/2$ ее наибольшее значение достигается на границе возможного значения, т. е. при $|\Delta y_s| = \delta_{y_s}/2$. Следовательно, справедливо неравенство

$$(\Delta y, R_{\Delta y}^{-1} \Delta y) \leq \frac{1}{4} (\delta_y, R_{\Delta y}^{-1} \delta_y) \text{ при } |\Delta y_s| \leq \delta_{y_s}/2, \quad (1.73)$$

где $\delta_y = (\delta_{y_1}, \dots, \delta_{y_M})^T$ — вектор допусков на элементы вектора Δy .

Из выражений (1.72)–(1.73) следует, что неравенство (1.72) будет иметь место с вероятностью не меньшей заданной величины p , если выполнено условие

$$\frac{1}{4} (\delta_y, R_{\Delta y}^{-1} \delta_y) = K(p, M). \quad (1.74)$$

Последнее равенство является базовым для рассмотрения векторных вероятностных допусков. Существенная особенность рассмотрения состоит в том, что в этом случае нет в сущности до-

пусков на $\sigma_{\Delta y}$, и сразу определяются допуски на входные переменные, т. е. на среднеквадратичные отклонения $\sigma_{\Delta x_k}$.

Для матрицы корреляции $R_{\Delta y}$ имеем $R_{\Delta y} = A R_{\Delta x} A^T$. Матрицы A коэффициентов моделей заданы, равенство (1.74) связывает возможные значения дисперсий $\sigma_{\Delta x_k}^2$, $R_{\Delta x} = \text{diag} \{ \sigma_{\Delta x_1}^2, \dots, \sigma_{\Delta x_n}^2 \}$.

Принцип равных допусков, при котором принимается $\bar{\sigma}_{\Delta x_k} = \bar{\sigma}_{\Delta x}$, дает $R_{\Delta x} = \bar{\sigma}_{\Delta x}^2 E$, где E — единичная матрица, т. е. $R_{\Delta y} = \bar{\sigma}_{\Delta x}^2 A A^T$. Тогда из (1.74) получаем

$$\bar{\sigma}_{\Delta x}^2 = \frac{1}{4K(p, M)} (\delta_y, (A A^T)^{-1} \delta_y).$$

Значение допуска $\bar{\sigma}_{\Delta x}$ определяет предельное среднеквадратичное отклонение $\sigma_{\Delta x}$, при котором вероятность выполнения неравенства (1.73) не менее заданной величины p .

Другие варианты распределения допусков $\bar{\sigma}_{\Delta x_k}$ приводят к необходимости более сложного математического анализа и здесь не рассматриваются. Заметим лишь, что в случае одного ограничения на выходной параметр, $M = 1$, формула (1.74) принимает вид $\delta_y^2 / 4\sigma_{\Delta y_s}^2 = K(p, 1)$, и так как $K(p, 1) = t_p^2$, то точно совпадает с (1.60). При $M = 2$ для $K(p, 2)$ справедлива формула $K(p, 2) = \sqrt{\ln(1-p)^{-1}}$. Если $M = 3$, то $K(p, 3)$ находится как корень уравнения [7] $p = 2\Phi(K) - 2K/\sqrt{\pi}e^{-K^2}$, где Φ — интеграл вероятностей.

В заключение приведем пример, демонстрирующий влияние неконтролируемых возмущений ω на собираемость.

Пример 1.5. Рассмотрим СК из вала и втулки, условия собираемости которых описаны в примере 1.4.

Условия собираемости с учетом возмущения (ошибок позиционирования ω) при заданном зазоре $y = x_2 - x_1$ определяются по формуле (1.33). Собираемость СК с вероятностью не менее заданной величины p имеет место, если $p \leq p_c = 1 - e^{-y^2/8\sigma_\omega^2}$, т. е. при условии $y^2/\sigma_\omega^2 \geq \ln(1-p)^{-1}$.

В это условие входят заданный зазор y и дисперсия σ_ω^2 ошибки позиционирования приводов по отдельным степеням подвижности.

При случайных диаметрах x_1 , x_2 и возмущении ω вероятность сборки СК вычисляется по формуле (1.34). Собираемость СК с вероятностью не менее заданной величины p имеет место при

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \sigma_x^2/2\sigma_\omega^2}} e^{\frac{-y_0^2}{4\sigma_x^2} \frac{1}{1+2\sigma_\omega^2/\sigma_x^2}} \leq 1 - p.$$

Из этого неравенства можно вывести достаточные ограничения на y_0 — математическое ожидание зазора y , на $2\sigma_x^2$ — дисперсию зазора и дисперсию σ_ω^2 .

1.4. СБОРКА С ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОТБРАКОВКОЙ

Рассмотрим сборку изделия, которое состоит из m деталей, характеризующихся вектором входных параметров $x \in R_n$. Выделим два варианта предварительной отбраковки комплектующих: одно- и многопараметрический.

Однопараметрическая отбраковка предполагает сортировку деталей на две группы (годные и бракованные) по значениям их параметров. Условия на параметры имеют вид неравенств

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (1.75)$$

Обозначим соответствующее множество значений параметра через X_i

$$X_i = \{x_i : \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i\}. \quad (1.76)$$

Комплекты деталей (и соответствующие СК), которые прошли входной допусковый контроль, имеют значения x , принадлежащие множеству $X = X_1 \times \dots \times X_m$ (прямому произведению интервалов допустимых значений отдельных переменных).

Проблема однопараметрической отбраковки, таким образом, сводится к назначению нижних \underline{x}_i и верхних \bar{x}_i предельных значений, определяющих множества X_i .

При многопараметрической отбравке детали контролируются и сортируются на годные и бракованные одновременно по нескольким параметрам, характеризующим каждую из деталей. Сортировка осуществляется проверкой ряда требований к параметрам деталей. Эти требования по сути дела определяют допустимые множества X_i значений векторов x_i параметров деталей i -го типа. Напомним, что каждый вектор x_i имеет размерность n_i . Сводный вектор параметров комплекта деталей составлен из векторов x_i и имеет размерность $n = \sum_{i=1}^m n_i$.

Качество предварительной отбраковки деталей зависит от используемых средств измерения и сортировки: шаблонов, калибров и т. п., определяющих, какие параметры детали контролируются, контролируются они раздельно или совместно, и, следовательно, какие условия на детали и в каких сочетаниях можно проверить и обеспечить в результате такого контроля.

Параметры комплектов деталей, прошедших входной допусковый контроль, образуют множество значений X . Если выполнено условие $X \subset D$, то для СК, имеющего вектор параметров $x \in X$, очевидно, выполнены все условия собираемости и качества. В то же время ясно, что в других случаях в зависимости от соответствия множеств X и D x может принадлежать или не принадлежать D .

В связи с этим будем различать брак по входному контролю (предварительный) и брак по условиям собираемости (собирае-

мости и качества). В брак по входному контролю попадают детали i -го типа, параметры которых не принадлежат множеству X_i . В брак по условиям собираемости попадают СК, параметры которых не принадлежат допустимому множеству D . Чрезмерно жесткие требования по отбраковке приводят к множеству X , полностью погруженному в D и занимающему лишь его часть. При этом брак по входному контролю оказывается весьма существенным. Желательно так назначать множество входного контроля X , чтобы оно было возможно ближе к допустимому множеству D . Иногда допускается даже, чтобы «края» множества X выходили за множество D , при этом $X \not\subset D$. Тогда не все детали, прошедшие отбраковку, удовлетворяют условиям собираемости. Такая отбраковка выявляет детали, удовлетворяющие условиям неполной взаимозаменяемости.

При учете случайных возмущений ω собираемость СК определяется множеством допустимых значений $D(\omega)$ (1.9), а эффективность предварительной отбраковки — соответствием X и $D(\omega)$ и должна характеризоваться в терминах вероятностей выполнения соответствующих условий $\Phi_s(x, \omega) \leq 0$ для $x \in X$.

Вероятностные характеристики предварительной отбраковки. Пусть параметры x СК — случайные величины с плотностью вероятности $f(x)$. Отбраковка делит все детали i -го типа на «годные» ($x_i \in X_i$) и «негодные» ($x_i \notin X_i$).

Плотность вероятности параметров x деталей СК выражается через плотность вероятности параметров исходной совокупности деталей $f(x)$ следующим образом:

$$f'(x) = \frac{1}{I} f(x) 1_X(x), \quad I = \int_X f(x) dx, \quad (1.77)$$

где $1_X(x)$ — индикатор множества X ; I — вероятность того, что $x \in X$.

Поскольку параметры различных деталей независимы и различные детали отбраковываются раздельно, то общая формула (1.77) принимает вид

$$f'(x) = \prod_{i=1}^m f'_i(x_i), \quad f'_i(x_i) = \frac{1}{I_i} f_i(x_i) 1_{X_i}(x_i), \quad (1.78)$$

где $f_i(x_i)$ — плотность вероятности параметров x_i детали i -го типа; $I_i = \int_{X_i} f_i(x_i) dx_i$ — вероятность того, что $x_i \in X_i$; $1_{X_i}(x_i)$ — индикатор множества X_i . Для однопараметрических деталей

$$I_i = \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_i} f_i(x_i) dx_i.$$

После отбраковки СК из оставшихся деталей формируются случайным образом по принципу сплошной сборки. Приведем

соотношения, определяющие вероятность выполнения условий собираемости после отбраковки, т. е. вероятность того, что $x \in D$. Обозначим эту вероятность через P_1 . Для ее определения с учетом выражений (1.17), (1.19), (1.77) справедлива формула

$$\begin{aligned} P_1 &= \int_D f'(x) dx = \int_{R_n} f'(x) \prod_{s \in S} 1[-\varphi_s(x)] dx = \\ &= \frac{1}{I} \int_X f(x) \prod_{s \in S} 1[-\varphi_s(x)] dx. \end{aligned} \quad (1.79)$$

Последнее выражение в формуле (1.79), в сущности, указывает на явную зависимость P_1 от полей допусков X и от условий собираемости, задаваемых функциями $\varphi_s(x)$.

Если $X \subset D$, т. е. для всех $x \in X$ выполнены условия собираемости, то все индикаторные функции $1[-\varphi_s(x)] = 1$ и $P_1 = 1$.

При наличии возмущения ω , независимого от x , вероятность того, что $x \in D(\omega)$, с учетом формул (1.22) и (1.23) записывается в форме, аналогичной (1.79)

$$\begin{aligned} P_1 &= \int_{R_n} f'(x) \left(\int_{\Omega} f_{\Omega}(\omega) \prod_{s \in S} 1[-\varphi_s(x, \omega)] d\omega \right) dx = \\ &= \frac{1}{I} \int_X f(x) \left(\int_{\Omega} f_{\Omega}(\omega) \prod_{s \in S} 1[-\varphi_s(x, \omega)] d\omega \right) dx. \end{aligned} \quad (1.80)$$

Здесь интеграл по ω , стоящий в скобках, есть вероятность того, что при параметрах x деталей СК в среднем по множеству значений ω удовлетворяет всем условиям собираемости. Последующее усреднение по x означает переход к вероятности выполнения условий собираемости для множества СК со случайными x .

Поясним смысл и содержание вероятности, а также характер дальнейшего использования этой и аналогичных ей величин для оценки эффективности формирования СК.

По определению P_1 есть вероятность того, что один случайно выбранный комплект деталей i -го типа, сформированный из деталей, прошедших предварительную отбраковку, удовлетворяет всем условиям собираемости и качества. Подчеркнем это обстоятельство — *один* комплект деталей.

Будем называть СК, удовлетворяющий всем условиям множества S , годным, а не удовлетворяющий хотя бы одному из этих условий — негодным, или бракованным.

Пусть имеется $N_{СК}$ комплектов деталей, прошедших предварительную отбраковку. Число годных СК этой совокупности комплектов случайно. Обозначим его через $N_{СК}^r$. Математическое ожидание (среднее число) годных СК обозначим через $\bar{N}_{СК}^r$. Тогда

$$\bar{N}_{СК}^r = M\{N_{СК}^r\} = P_1 N_{СК}. \quad (1.81)$$

С другой стороны, из теории вероятностей известно, что в силу закона больших чисел $N_{СК}^r \rightarrow P_1 N_{СК}$ при $N_{СК} \rightarrow \infty$. Это означает, что для больших партий СК число годных СК не в среднем, а по фактическому их числу определяется значением $P_1 N_{СК}$.

Величину P_1 назовем собираемостью СК, а также выходом годных СК из комплектов деталей, прошедших предварительную отбраковку. Наряду с P_1 введем величину P_0 , которую определим как выход годных СК из исходной совокупности деталей (до предварительной отбраковки). Для нее часто будем использовать термин «выход годных». Значение P_0 определяется с учетом предварительного брака деталей, значение P_1 — без учета этого брака.

Пусть все детали СК поставляются комплектно и общее число комплектов N . Определим P_0 как отношение числа годных СК, полученных из деталей, прошедших отбраковку, к общему исходному числу комплектов деталей при большом N . В соответствии с этим определением и введенными обозначениями $P_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} N_{СК}^r / N$.

Элементарные преобразования дают

$$P_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{СК}^r}{N_{СК}} \frac{N_{СК}}{N} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{СК}^r}{N_{СК}} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{СК}}{N} = P_1 I_{СК};$$

$$I_{СК} = \lim_{N \rightarrow \infty} N_{СК} / N. \quad (1.82)$$

Таким образом, величины P_0 и P_1 связаны равенством $P_0 = P_1 I_{СК}$. Здесь $I_{СК}$ есть отношение числа СК, которые могут быть сформированы из деталей, прошедших входной контроль, к общему исходному числу деталей каждого типа N при $N \rightarrow \infty$.

Вычислим значение $I_{СК}$. Предварительная отбраковка приводит к тому, что не все детали i -го типа исходной совокупности допускаются на сборку. Обозначим через N_i^k число деталей i -го типа, прошедших входной контроль и допущенных на сборку, и через \bar{N}_i^k — математическое ожидание N_i^k . Тогда очевидно, что $\bar{N}_i^k = M \{N_i^k\} = N I_i$.

При заданном числе деталей i -го типа число СК, которое можно сформировать $N_{СК}$, определяется выражением $N_{СК} = \min_{1 \leq i \leq m} N_i^k$. Если $N \rightarrow \infty$, то $N_i^k \rightarrow \bar{N}_i^k$, и тогда для $N_{СК}$ имеем $N_{СК} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \min_{1 \leq i \leq m} M \{N_i^k\} = N \min_{1 \leq i \leq m} I_i$.

Сопоставляя полученное выражение с выражением (1.82), получаем

$$I_{СК} = \min_{1 \leq i \leq m} I_i. \quad (1.83)$$

Введенные значения P_0 и P_1 весьма важны в последующем рассмотрении и используются как основные характеристики качества сборочного процесса.

Основные проблемы обоснования и назначения допусков входного контроля связаны с оценкой эффективности предварительной отбраковки, требующей введения показателя качества, значение которого позволяет оценить значимость вводимых мероприятий. В качестве такого показателя, комплексно оценивающего последствия предварительной отбраковки, может быть принят выход годных P_0 . Если снять входной контроль и осуществить сплошную сборку деталей, то $I_{СК} = 1$ и $P_0 = P_1 = p$, где p есть вероятность (1.23) выполнения условий собираемости и качества для комплектов исходной совокупности деталей. Если $p < 1$, т. е. часть этих комплектов не удовлетворяет предъявляемым к ним требованиям, то введение входного контроля позволяет повысить выход годных из комплектов, прошедших отбраковку P_1 , $P_1 > p$. Ужесточением требований входного контроля можно добиться дальнейшего увеличения P_1 , иногда даже до $P_1 \approx 1$. Однако при этом все большее число деталей уходит в предварительный брак. Выход годных P_0 , в котором учтены эти потери, позволяет оценить ситуацию комплексно. Альтернативное влияние указанных видов брака приводит к тому, что задача максимизации выхода годных P_0 по допускам входного контроля дает нетривиальное решение.

Сопоставим значения выхода годных P_0 и вероятности p , характеризующей качество сплошной сборки. Сборка с предварительной отбраковкой эффективнее сплошной сборки по выходу годных, если $P_0 > p$.

Вопрос о предпочтительности одного из указанных видов сборки сложнее, и его решение зависит как от уровня сравнительной эффективности, т. е. разности $P_0 - p$, так и от различных организационно-технических и экономических факторов.

Принимая выход годных в качестве основной характеристики качества, можно сформулировать проблему выбора оптимальных полей допусков X_i в форме задачи максимизации величины P_0 по X_i

$$\max_{X_i} P_0. \quad (1.84)$$

Среднее число деталей i -го типа, предварительно отбракованных в процессе входного контроля, есть $\Delta N_i = N(1 - I_i)$.

Поскольку отбраковка влечет за собой определенные потери, возможна постановка задачи выбора параметров входного контроля из условий минимизации соответствующей функции потерь.

Если потери, связанные с предварительной отбраковкой одной детали i -го типа, определяются величиной h_i , и выигрыш (стоимость) собранного изделия есть h_0 , то в основу рассмотрения может быть положен функционал вида $\Psi(X) = h_0 P_0 - \sum_{i=1}^m h_i (1 - I_i)$.

Максимизация Ψ по X_i позволяет найти оптимальные поля допусков для предварительной отбраковки деталей.

Различные варианты задач определения оптимальных допусков предварительной отбраковки рассмотрены в гл. 3, где, в частности, показано, в каких случаях отбраковка приводит к эффективным результатам. Здесь кратко остановимся на проблематике в целом.

Традиционные методы назначения допусков отбраковки исходят из ограничений на допустимые отклонения выходных параметров СК. При этом различают расчеты гарантирующего и вероятностного допусков. Первая группа допусков обеспечивает для СК гарантированное выполнение условий собираемости и качества, а вторая — лишь с некоторой вероятностью.

Методы и постановки задачи определения допусков для метода комплектования с полной и неполной взаимозаменяемостью, рассмотренные в п. 1.3, касаются выбора параметров исходных распределений характеристик деталей и предполагают сплошную сборку деталей с этими характеристиками. Методы комплектования и сборки с предварительной отбраковкой также реализуют сплошную сборку деталей, но после отбраковки. Допуски отбраковки формируют распределения параметров деталей, непосредственно идущих на сплошную сборку. Таким образом, эти допуски по существу являются параметрами исходных распределений характеристик деталей перед сплошной сборкой. Сказанное означает, что методы, описанные в п. 1.3, без всяких изменений применимы для решения задачи выбора допусков предварительной отбраковки.

Однако они не учитывают объем брака, т. е. число деталей, изымаемых из сборки, а также объем незавершенного производства. Комплексную характеристику сборки в условиях предварительной отбраковки, учитывающую различные аспекты и возможные ситуации, возникающие при комплектовании, дают введенные функционалы P_0 , P_1 , Ψ и их варианты.

1.5. МЕТОДЫ СЕЛЕКТИВНОЙ СБОРКИ

К селективным относятся различные методы сборки с групповой взаимозаменяемостью и по действительным размерам. Основные характерные особенности этих методов состоят в наличии сплошного контроля значения параметров каждой детали, а также в формировании специальных СК из деталей, параметры которых удовлетворяют определенным требованиям; на сборку детали поступают только такими комплектами.

Проблемы математически адекватного описания методов селективной сборки, формализация и решение ряда фундаментальных задач являются предметом рассмотрения последующих глав. Здесь вопросы селективной сборки обсуждаются на качественно-содержательном уровне, чтобы получить более полную картину проблематики в целом.

Этапы сборочного процесса. Сборочный процесс состоит из четырех этапов.

Первый этап, на котором определяются значения контролируемых деталей, — измерение и контроль. Для этого этапа принципиально важны число измеряемых параметров деталей и их физическая природа (т. е. что измеряется), а также требования к точности измерений.

Второй этап сборочного процесса — сортировка и накопление — обычно предполагает разделение деталей на группы, называемые селективными. В каждую группу входят детали, параметры которых удовлетворяют определенным условиям. Множество значений параметров деталей, входящих в одну группу, образует так называемое поле группового допуска. Его размер (ширина) есть групповой допуск. После сортировки детали попадают в накопитель. Накопление всех или части деталей СК — одна из характерных особенностей методов селективной сборки. Как правило, детали различных типов накапливаются в отдельных накопителях. Каждой детали при этом ставится в соответствие или номер селективной группы, или совокупность действительных значений параметров, которые запоминает управляющая ЭВМ.

При сборке по методу действительных размеров этап сортировки отсутствует, и деталь сразу помещается в накопитель с запоминанием ее действительных размеров. В соответствии с ГОСТ 16319—80 действительным называется размер, полученный в результате измерения.

Основные проблемы этапа сортировки и накопления: назначение числа селективных групп и их групповых допусков; определение достаточных объемов накопителей.

Третий этап — комплектование — один из центральных моментов селективной сборки. Его сущность определяется правилами и последовательностью подбора и комплектования деталей в сборочный комплект.

Комплектование деталей в СК может происходить одновременно или последовательно. При одновременном комплектовании детали изделия подбираются в комплект с учетом параметров всех деталей. Чтобы сформировать СК, необходимо чтобы все детали соответствующих размеров были в наличии. При последовательном комплектовании ситуация изменяется. Сначала формируется СК подборки (подузла), содержащей часть деталей изделия, с учетом только сопрягаемых параметров входящих в подборку деталей. Далее подборка доукомплектовывается остальными деталями (отдельно или также в подбороках). При этом формирование комплектов идет только по сопрягаемым параметрам.

Процесс последовательного комплектования более прост в реализации, однако его результат непредсказуем, поскольку может оказаться, что при сформированной подборке в накопителе нет деталей, необходимых для формирования полного СК.

При любом виде комплектования (одновременном и последовательном) возможно многовариантное комплектование, когда в СК включаются детали из селективных групп в различных комбинациях. Правила комплектования есть способ (алгоритм) формирования СК или подбороки из деталей различных селективных групп для сборки по методу групповой взаимозаменяемости и из деталей с различными параметрами деталей для сборки по действительным размерам. От выбора правил комплектования существенно зависит возможность сформировать максимальное число СК или подборок из имеющихся деталей и, следовательно, тем самым минимизировать объем незавершенного производства. Правила комплектования обуславливают также уровень брака при последующей сборке СК.

Определение последовательности процесса сборки является важной проблемой, представляющей, однако, частный случай проблемы построения правил комплектования полного СК.

Ч е т в е р т ы й э т а п сборочного процесса — сборка. При сборке детали соединяют в изделие, совмещают их и фиксируют. На сборку подают полный СК, сформированный из исходных деталей или подборок.

От технологии сборки зависят последовательность сопряжения деталей, способы их взаимного ориентирования, требования к точности обеспечения размеров и условия сопряжения.

Сборка — завершающий этап изготовления изделия, на котором формируется его качество. Она определяет требования к значениям параметров деталей и к сборочному оборудованию (точность позиционирования, усилия сопряжения, температура и т. д.).

Организация процесса селективной сборки и проблемы управления. Известны различные способы организации процесса селективной сборки. При п е р и о д и ч е с к о й с б о р к е комплектование и заполнение накопителей разнесены во времени. Сначала заполняются накопители, затем составляются все СК, и детали, включенные в СК, удаляются из накопителей. После этого накопители дозаполняются до допустимых объемов (или полностью обновляется их содержимое), затем снова осуществляется комплектование и т. д.

При к о н в е й е р н о й с б о р к е накопители заполняются и формируются СК не периодически, а непрерывно. Непрерывность обеспечивается за счет того, что после поступления в накопители очередного набора деталей решается вопрос о комплектовании очередного СК. После удаления из накопителей деталей сформированного СК накопители дозаполняются новыми деталями и т. д.

Возможны различные комбинированные варианты, при которых по одним типам деталей процесс организуется как периодический, а по другим как конвейерный. Объемы накопителей

чрезвычайно важны, чтобы обеспечить каждый этап деталями для образования достаточного числа СК.

Известен эффект «засорения» накопителей, когда детали, остающиеся в них (не вошедшие в СК), постепенно накапливаются и изменяют вероятностные распределения параметров деталей, приводя к уменьшению числа формируемых СК. Чтобы бороться с «засорением», накопители периодически «чистят», заменяя все детали накопителя на новые.

Необходимость обосновать целесообразность применения методов селективной сборки, более сложных с технической и организационной точек зрения, чем метод полной взаимозаменяемости, делает актуальным вопросы разработки и применения достаточно сложного математического аппарата. Чтобы развить системный подход, необходимо четко сформулировать требования к системе и разработать модели, позволяющие оценить эффективность рассматриваемых вариантов методов сборки. При этом можно выделить ряд самостоятельных задач, определяющих в конечном счете решение проблемы в целом.

1. Описание требований к собираемому изделию и, возможно, составляющим его деталям. На этом этапе на основе конструкторско-технологической документации вводятся характеристики изделия, их количественные меры, условия, накладываемые на зазоры, размеры, массы, на отклонение эксплуатационных характеристик от заданных, дается полный перечень всех входных и выходных параметров изделий и условия на них.

2. Построение математических моделей «вход—выход» изделия. Определение вероятностных характеристик разбросов параметров деталей, ошибок измерения параметров деталей с использованием имеющихся средств измерения.

3. Построение вероятностных моделей сборочного процесса. Введение системы основных показателей эффективности сборочного процесса, таких как собираемость СК P_1 , выход годных изделий P_0 , вероятности нарушения отдельных условий на параметры изделия и т. д. Под собираемостью здесь понимается соответствие не только условиям собираемости, но и качества получаемого при сборке изделия.

4. Разработка метода описания комплектования и вычисления показателей эффективности сборочного процесса. При одновариантном комплектовании проблема описания алгоритма комплектования тривиальна. Однако при многовариантном комплектовании корректное описание алгоритма для вычисления показателей эффективности сборочного процесса — достаточно сложная проблема. Сборка по действительным размерам всегда многовариантна.

5. Формализация требований к сборочному процессу в терминах вероятностных показателей качества. Постановка задач оптимизации.

6. Определение варьируемых параметров задачи. В качестве основных варьируемых параметров обычно выступают: число селективных групп, групповые допуски деталей, правила комплектования СК, объемы накопителей. Варьируемые параметры обычно находят из условия выполнения сформулированных выше требований или из решения соответствующих задач оптимизации.

С точки зрения полноты решения проблемы наиболее логичный путь состоит во введении одного комплексного показателя качества и выборе всех варьируемых параметров и оптимальной структуры сборочного процесса из условия его экстремума. К сожалению, такой путь, хотя и возможный в принципе, связан с чрезвычайно сложными и трудоемкими вычислениями.

В заключение обратим внимание на следующее важное обстоятельство. При комплектовании СК приходится иметь дело с конечными совокупностями деталей. Теоретический анализ характеристик сборочного процесса в условиях таких конечных выборок принципиально усложняется. В связи с этим большую часть проблем селективной сборки будем формулировать и решать в терминах среднего числа деталей, удовлетворяющих различным условиям, т. е. в сущности предполагая, что мы имеем дело с выборками неограниченных объемов. Это позволяет решить или по крайней мере точно сформулировать такие, например, задачи, как определение незавершенного производства сложных многопараметрических деталей.

Эффекты, связанные с конечностью выборок деталей, учитываются отдельно. Рассматриваемые при этом проблемы в основном сводятся к определению достаточных объемов накопителей.

Вместе с тем в этом случае возникает множество дополнительных самостоятельных задач рационального управления процессом комплектования в условиях заданного и меняющегося числа деталей с различными значениями параметров.

Глава 2

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СБОРКИ С ГРУППОВОЙ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬЮ

2.1. ГРУППОВЫЕ ДОПУСКИ И ПРАВИЛА КОМПЛЕКТОВАНИЯ СБОРОЧНЫХ КОМПЛЕКТОВ

Групповые допуски. Пусть x_i — вектор параметров, характеризующих детали i -го типа. Разобьем все множество возможных значений векторов параметров x_i на l_i непересекающихся множеств $X_i^{(k_i)}$, $k = \overline{1, l_i}$, таких, что

$$X_i^{(s_i)} \cap X_i^{(t_i)} = \emptyset, s_i \neq t_i \text{ и } \bigcup_{s_i=1}^{l_i} X_i^{(s_i)} = X. \quad (2.1)$$

Здесь \emptyset — пустое множество, \cap и \cup — символы умножения и сложения множеств.

Первое из условий (2.1) означает, что множества $X_i^{(s_i)}$ и $X_i^{(t_i)}$ не пересекаются, т. е. не имеют общих точек. Произведение — по определению это совокупность общих точек множеств — в этом случае есть пустое множество \emptyset .

Второе из условий (2.1) означает, что сумма всех l_i множеств $X_i^{(s_i)}$ есть все множество возможных значений вектора x_i . Сумма множеств по определению есть объединение всех элементов множеств-слагаемых.

Множество возможных значений X_i параметров x_i при наличии входного контроля совпадает с полем допуска входного контроля.

Множества $X_i^{(k_i)}$, удовлетворяющие условиям (2.1), будем называть **с е л е к т и в н ы м и г р у п п а м и** детали i -го типа. Индекс k_i есть номер селективной группы. Множество $X_i^{(k_i)}$ определяет поле группового допуска k -й селективной группы детали i -го типа. «Размеры» множества $X_i^{(k_i)}$ задают допуски на параметры детали i -го типа из k -й селективной группы. Такое определение селективных групп обеспечивает однозначное отнесение любой детали i -го типа с вектором параметров x_i к одной из групп $X_i^{(k_i)}$.

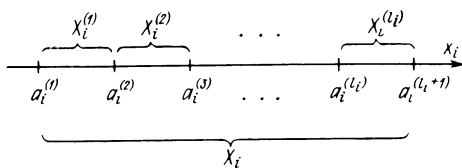


Рис. 2.1

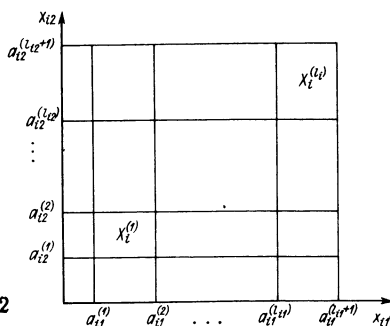


Рис. 2.2

В однопараметрическом случае, когда x_i — скалярная величина, селективные группы определяются неравенствами

$$X_i^{(k_i)} = \{x_i: a_i^{(k_i)} \leq x_i < a^{(k_i+1)}\}, \quad k_i = \overline{1, l_i}. \quad (2.2)$$

Каждому скалярному интервалу в соответствии с выражением (2.2) присваивается целочисленный номер k_i .

Величины $a_i^{(k_i)}$ — возрастающие константы, которые определяют границы полей групповых допусков $X_i^{(k_i)}$, являющихся отрезками. Множество всех возможных значений X_i есть

$$X_i = \{x_i: a_i^{(1)} \leq x_i < a_i^{(l_i+1)}\}, \quad (2.3)$$

где $a_i^{(1)}$ и $a_i^{(l_i+1)}$ — первая и последняя из величин $a_i^{(k_i)}$. На рис. 2.1 показано разбиение множества X_i на группы $X_i^{(k_i)}$. Использование в выражении (2.2) строгого неравенства (справа) и неравенства с равенством (слева) обеспечивает непересекаемость множеств $X_i^{(k_i)}$, т. е. возможность любому x_i однозначно поставить в соответствие один и только один из интервалов $X_i^{(k_i)}$.

Для случая двумерного вектора x_i ($n_i = 2$) в качестве $X_i^{(k_i)}$ можно принять прямоугольные области

$$\begin{aligned} X_i^{(k_{i1}, k_{i2})} = \{x_i: a_{i1}^{(k_{i1})} \leq x_{i1} < a_{i1}^{(k_{i1}+1)}, \\ a_{i2}^{(k_{i2})} \leq x_{i2} < a_{i2}^{(k_{i2}+1)}, \quad k_{i1} = \overline{1, l_{i1}}, \quad k_{i2} = \overline{1, l_{i2}}\}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ортогональная сетка разбиения на $l_i = l_{i1}l_{i2}$ областей $X_i^{(k_i)}$ продемонстрирована на рис. 2.2.

Для полей допусков (2.4) на плоскости может быть принято двухиндексное обозначение (k_{i1}, k_{i2}) в соответствии с номерами интервалов по каждой из компонент вектора x_i . От двухиндексного обозначения произвольно, устанавливая связь номера селек-

тивной группы k_i с (k_{i1}, k_{i2}) , можно перейти к одноиндексному, например, нумеруя клетки областей рис. 2.2 по строкам или столбцам.

В случае нумерации по строкам и столбцам начиная с левого нижнего угла (рис. 2.2) формулы для k_i соответственно имеют вид

$$\begin{aligned} k_i &= (k_{i2} - 1) l_{i1} + k_{i1}; & k_i &= (k_{i1} - 1) l_{i2} + k_{i2}; \\ k_{i1} &= \overline{1, l_{i1}}, & k_{i2} &= \overline{1, l_{i2}}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Подобные прямоугольные области могут быть построены в n_i -мерном пространстве значений векторов x_i . Для таких прямоугольников можно использовать многоиндексное $(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in_i})$ или одноиндексное обозначения со сквозной нумерацией всех селективных групп от 1 до l_i . Далее в качестве основной будем использовать одноиндексную нумерацию селективных групп как более простую.

Детали по селективным группам сортируют, либо измеряя вектор параметров x_i с последующим определением области $X_i^{(k_i)}$, которой соответствуют измеренные значения x_i , либо используя шаблоны или калибры, которые позволяют отнести деталь к той или иной группе по значениям совокупности параметров. После сортировки по группам информация о действительных размерах деталей утрачивается, в этом смысле они утрачивают свою индивидуальность. Все детали одной группы считаются взаимозаменяемыми.

Элементарные правила комплектования. Пусть сборочный комплект составляется из m деталей i -го типа ($i = 1, 2, \dots, m$), векторы параметров x_i которых принадлежат таким селективным группам, чтобы комплект в целом удовлетворял всей совокупности требований по собираемости и качеству. В соответствии с этим требованием каждый СК набирается из деталей, принадлежащих определенным селективным группам. Способ формирования СК из деталей различных селективных групп назовем **правилом комплектования**.

В каждый СК входят все детали i -го типа при i , принимающем значения от 1 до m . Различными считаются СК, отличающиеся номерами селективных групп хотя бы для одной детали i -го типа. Пронумеруем все возможные типы СК. Пусть k — номера различных СК; k принимает значения от 1 до L , т. е. L — число различных СК.

Правило комплектования устанавливает функциональную связь номера СК k с номерами k_i селективных групп деталей i -го типа:

$$k = k(k_1, \dots, k_m), \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, L}. \quad (2.6)$$

Будем различать три способа задания правил комплектования: аналитический, табличный, графический.

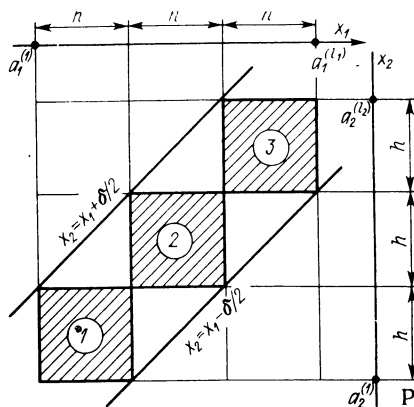


Рис. 2.3

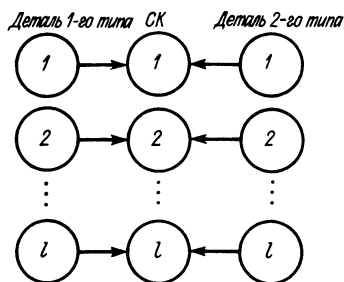


Рис. 2.4

Правило комплектования задано *аналитически*, если функция в (2.6) задана в виде формулы, т. е. аналитически.

Правило комплектования задано *таблично*, если функциональная зависимость (2.6) задана таблицей. Каждая строка такой таблицы содержит номер k СК и набор соответствующих номеров селективных групп деталей i -го типа.

Графическое задание правила комплектования состоит в построении графа, вершины которого соответствуют селективным группам всех деталей и всем типам СК, а направленные дуги, связывающие вершины, указывают, какие селективные группы деталей i -го типа входят в различные СК.

Обратимся к простым примерам. Рассмотрим задачу сборки вал—втулка (пример 1.4). Трактруя переменные x_1 и x_2 как отклонения диаметров вала и втулки от их математических ожиданий, при дополнительных условиях, обсуждавшихся в примере 1.4, запишем условия собираемости (1.31) в форме

$$|x_2 - x_1| \leq \delta/2. \quad (2.7)$$

Примем все групповые допуски равными одинаковой величине h ; тогда

$$X_i^{(k_i)} = \{x_i : a_i^{(1)} \leq x_i < a_i^{(1)} + k_i h\}, \quad k = \overline{1, l_i}, \quad i = 1, 2, \quad (2.8)$$

где $a_i^{(1)}$, $a_i^{(1)} + l_i h$ — соответственно нижнее и верхнее предельные отклонения параметра.

Для простоты примем, что $a_i^{(1)} = a_i^{(1)}$, $l_1 = l_2 = l$, т. е. вал и втулка имеют одинаковые поля допусков. Кроме того, будем считать, что СК формируют из валов и втулок, имеющих одинаковые номера k_i селективных групп, тогда легко проверить, что условие (2.7) выполнено для $x_i \in X_i^{(k_i)}$, $i = 1, 2$ при выполнении условия $h < \delta/2$.

Таким образом, достаточно малый допуск h гарантирует собираемость при сборке деталей из селективных групп с одинаковыми номерами.

На рис. 2.3 проиллюстрирована создающаяся в этом случае ситуация. По осям x_1 и x_2 отложены поля групповых допусков с номерами от 1 до l . Заштрихованные прямоугольники соответствуют различным типам СК с номерами от 1 до $L = l$.

Аналитическая запись (2.6) принятого правила комплектования имеет вид

$$k = \begin{cases} k_1, & k_1 = k_2, \\ 0, & k_1 \neq k_2, \end{cases} \quad k_1, \quad k_2 = \overline{1, l}. \quad (2.9)$$

Нулевое значение номера k означает, что соответствующий СК не существует, т. е. значения переменных $k_1 \neq k_2$ недопустимы.

Табличное задание правила комплектования или функции (2.6) в данном случае имеет вид

Номер СК	1	2	...	L
Номера селективных групп . . .	1,1	2,2	...	l, l

Здесь в первом столбце указан номер типа СК, а во втором — перечень номеров селективных групп входящих в него деталей.

Графическое изображение правила комплектования дано на рис. 2.4.

Формула (2.9), таблица и рис. 2.4 соответствуют наиболее простому правилу комплектования, применяемому тогда, когда номера селективных групп деталей и типов СК одинаковы. В общем случае номера селективных групп и типов СК могут оказаться различными и правила комплектования призваны установить между ними необходимое соответствие.

Будем различать *одновариантные* и *многовариантные* правила комплектования. Правило комплектования назовем *одновариантным*, или *элементарным*, если каждая селективная группа входит только в один тип СК.

Правило комплектования (2.6) устанавливает соответствие между номером k СК и вектором (k_1, k_2, \dots, k_m) номеров селективных групп деталей комплекта. При одновариантном комплектовании каждому k поставлен в соответствие вектор $(k_1, \dots, k_m)^T$, обязательно отличающийся от остальных значениями всех своих компонент, т. е. каждое значение переменной k_i , например переменной $k_1 = 1, 2, \dots, l_1$, входит только в один СК.

При многовариантном комплектовании типы СК считаются различными, если они отличаются номерами селективной группы хотя бы для одной детали. В этом случае векторы $(k_1, k_2, \dots, k_m)^T$ различных СК могут отличаться значениями только одного элемента. Одна селективная группа может входить в СК нескольких типов.

При одновариантном комплектовании наибольшее число L_{\max} типов СК определяется условием $L_{\max} = \min_{i=1, m} l_i$, при много-

вариантном комплектовании — условием $L_{\max} = \prod_{i=1}^m l_i$.

Формулы (2.6), рассматриваемые как уравнения комплектования, устанавливают зависимость номеров k_i селективных групп от номеров k СК

$$k_i = f_i(k), \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, L}. \quad (2.10)$$

При одновариантном комплектовании функция f_i имеет каждое из возможных значений k_i , $k_i = \overline{1, l_i}$ только при одном значении k . При многовариантном комплектовании функция f_i может принимать некоторые или даже все из значений k_i при различных значениях k .

Для решения целого ряда проблем описанные правила комплектования оказываются недостаточно информативными. Так, в случае многовариантного комплектования помимо номеров СК, куда направляются соответствующие детали, для оценки собираемости и объема незавершенного производства необходимо задавать количественное распределение деталей по различным типам СК.

Весовые (обобщенные) правила комплектования. В связи со сказанным введем понятие весового (или обобщенного) правила комплектования. Для его описания определим множество Λ величин

$$\Lambda = \{\lambda_{ik_i}^{(k)}, k_i = \overline{1, l_i}, i = \overline{1, m}, k = \overline{1, L}\}, \quad (2.11)$$

Величина $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ определяет долю (часть) деталей i -го типа k_i -й селективной группы, включаемую в СК k -го типа. Величины $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ принимают значения в интервале $[0, 1]$ (так как доля не может быть больше целого) и удовлетворяют естественному условию нормировки

$$\sum_{k=1}^L \lambda_{ik_i}^{(k)} \leq 1, \quad k_i = \overline{1, l_i}, i = \overline{1, m}, \quad (2.12)$$

т. е. общее число деталей (доля), направляемых во все типы СК, не может быть более 1.

Зависимость весов $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ от индексов i , k_i и k представляет собой обобщение правила комплектования. Если веса $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ принимают только значения 0 или 1, то это эквивалентно элементарному правилу комплектования с его записью в форме (2.10), поскольку

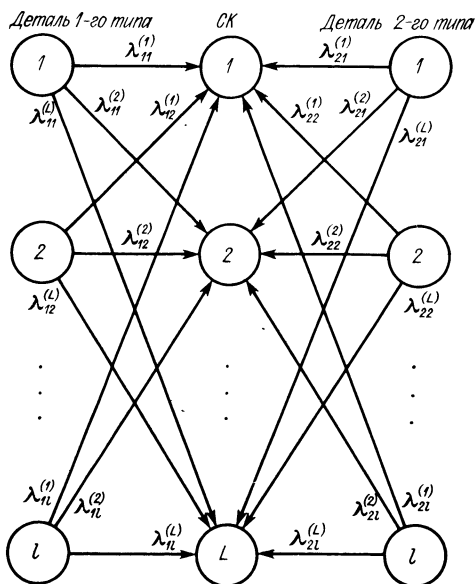


Рис. 2.5

типа. При $\lambda_{ik_i}^{(k)} = 0$ для $k_i \neq k$ и $\lambda_{ik_i}^{(k)} = 1$, $k_i = k$, $k = \overline{1, l}$, $i = 1, 2$ получаем картину элементарного комплектования (рис. 2.4). В этом смысле одно-вариантное комплектование действительно может рассматриваться как частный случай введенного здесь более общего весового или обобщенного правила комплектования.

Рассмотрим сборку вал—втулка для селективных групп, указанных на диаграмме посадок рис. 2.6. Здесь поле допуска по каждому из размеров x разбито на четыре интервала (четыре селективные группы). Область допустимых сочетаний размеров (2.7) указана в виде полосы на плоскости (x_1, x_2) . Каждая точка этой плоскости соответствует параметрам СК, составленного из деталей размеров x_1 и x_2 , которые однозначно определяют посадку (зазор). Пронумерованные прямоугольники, на которые разбита эта плоскость, соответствуют различным сочетаниям номеров селективных групп размеров x_i . Дадим описание различных способов формирования СК в терминах множества Λ значений весов $\lambda_{ik_i}^{(k)}$.

Пусть типов СК два, $L = 2$, с номерами $k = 2$ и $k = 3$, и они соответствуют прямоугольникам с теми же номерами на рис. 2.6. Число селективных групп $l_i = l = 4$ с номерами $k_1 = \overline{1, 4}$, $k_2 = \overline{1, 4}$.

Сборка с групповой взаимозаменяемостью реализуется созданием СК 2-го и 3-го типов из деталей селективных групп с теми же номерами. Тогда веса $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ имеют следующие значения:

$$\lambda_{ik_i}^{(k)} = \begin{cases} 1, & k_1 = k_2 = k = 2, 3, \\ 0, & \text{в остальных случаях, } k_i = \overline{1, 4}, i = 1, 2, k = 2, 3, \end{cases}$$

Однако равенство весовых коэффициентов единице еще не означает, что все детали данной селективной группы действительно образуют СК, так как возможно, что число валов и втулок в одноименных селективных группах не равно. Непарные детали образуют незавершенное производство, объем которого зависит от плотностей вероятности $f_i(x_i)$ деталей i -го типа и от разбиения области значений x_i на селективные группы. Более полно имеющиеся детали можно использовать при формировании СК, соответствующих всем областям, которые находятся внутри допустимой полосы значений параметров. Это означает, что валы 2-й селективной группы войдут не только в СК 2-го типа, но частично в СК с номерами 12, 15 и 5, валы 3-й селективной группы в СК с номерами 16, 3 и 9 и т. д. Рациональное распределение числа деталей для обеспечения возможно большей части собираемых комплектов приводит к рассмотрению не двух, а 12 типов СК, $L = 12$, $k = 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16$.

К этому следует добавить, что СК типа 8, 12, 16, 5, 9, 13, 1, 10, 15, 4 не очень хороши, так как соответствующие им области не погружены полностью в полосу допустимых значений.

Весовые коэффициенты, соответствующие прежним СК с номерами $k = 2, 3$, оказываются не равными, а меньше единицы. Из набора весовых коэффициентов $\lambda_{ik_i}^{(k)}$, $k_i = \overline{1, 4}$, $i = 1, 2$, $k = \overline{1, 16}$, общим числом $2 \times 4 \times 16 = 128$, ненулевыми будут: $\lambda_{11}^{(1)}$, $\lambda_{12}^{(2)}$, $\lambda_{13}^{(3)}$, $\lambda_{14}^{(4)}$, $i = 1, 2$; $\lambda_{11}^{(8)}$, $\lambda_{22}^{(8)}$, $\lambda_{12}^{(5)}$, $\lambda_{21}^{(5)}$; $\lambda_{12}^{(12)}$, $\lambda_{23}^{(12)}$; $\lambda_{13}^{(9)}$, $\lambda_{22}^{(9)}$; $\lambda_{13}^{(16)}$, $\lambda_{24}^{(16)}$; $\lambda_{14}^{(13)}$, $\lambda_{23}^{(13)}$; $\lambda_{12}^{(15)}$, $\lambda_{24}^{(15)}$; $\lambda_{14}^{(10)}$, $\lambda_{22}^{(10)}$. Всего 24 ненулевых весовых коэффициента. Конкретные значения этих коэффициентов назначаются в зависимости от вероятностей выполнения условий собираемости для пар деталей, принадлежащих соответствующим областям плоскости (x_1, x_2) и от числа комплектующих деталей в селективных группах. Вопросы оптимизации весовых коэффициентов являются предметом дальнейшего рассмотрения.

Пример 2.2. Рассмотрим задачу комплектования СК при сборке трех деталей — одной базовой и двух присоединяемых к ней, например, вала и двух подшипников. Пусть отклонения посадочных диаметров подшипников от требуемых значений есть x_1 и x_2 , а соответствующих им диаметров концов вала x_{31}

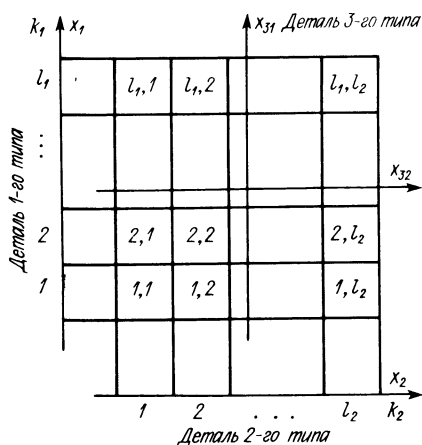


Рис. 2.7

по следующему правилу: каждая присоединяемая деталь комплектуется с базовой деталью, номер селективной группы которой по соответствующему размеру одинаков с номером селективной группы присоединяемой детали. Если поля допусков деталей соответствуют представленным на рис. 2.7, то при $h \leq \delta/2$ все условия собираемости выполняются. Однако такое правило формирования СК при неравенстве числа групп базовой и присоединяемых деталей порождает естественную неопределенность комплектования: каждой селективной группе первой присоединяемой детали соответствует на рис. 2.7 строчка из l_2 групп базовой и каждой селективной группе второй присоединяемой детали соответствует столбец из l_1 групп базовой детали. На рис. 2.7 дано двухиндексное обозначение селективных групп двухпараметрической базовой детали, соответствующее принятому в формулах (2.4), и одноиндексное для однопараметрических присоединяемых деталей.

Необходимо определенным образом распределить присоединяемые детали по допустимым согласно условиям собираемости селективным группам базовой детали. Воспользуемся двухиндексным обозначением типа СК. Примем, что СК типа (s, t) состоит из базовой детали из селективной группы с таким же двухиндексным номером (s, t) , из 1-й присоединяемой детали из s -й селективной группы и из 2-й присоединяемой детали из t -й селективной группы.

Обобщенные правила комплектования (2.11)–(2.12) позволяют дать требуемое описание распределения деталей. При использовании введенного двухиндексного обозначения типа СК веса правила комплектования задаются величинами

$$\lambda_{1k_1}^{(k_1, t)}, t = \overline{1, l_2}, k_1 = \overline{1, l_1}, \sum_{t=1}^{l_2} \lambda_{1k_1}^{(k_1, t)} \leq 1,$$

$$\lambda_{2k_2}^{(s, k_2)}, s = \overline{1, l_1}, k_2 = \overline{1, l_2}, \sum_{s=1}^{l_1} \lambda_{2k_2}^{(s, k_2)} \leq 1, \quad (2.13)$$

для базовой детали

$$\lambda_{3, (s, t)}^{(s, t)} = 1, s = \overline{1, l_1}, t = \overline{1, l_2}. \quad (2.14)$$

Здесь у весов $\lambda_{ik}^{(s, t)}$ — первый нижний индекс — номер детали, второй нижний индекс — номер селективной группы этой детали, верхний двойной индекс — номер типа СК.

и x_{32} . Тогда условия собираемости, записанные в отклонениях в форме, аналогичной (2.7), имеют вид $x_1 - x_{31} \leq \delta/2$ и $|x_2 - x_{32}| \leq \delta/2$.

Базовая деталь (вал) в этом случае оказывается двухпараметрической (два размера x_{31} и x_{32}), а присоединяемые — однопараметрическими. Пусть в рамках реализации сборки по методу групповой взаимозаменяемости область значений каждого размера разбита на равные групповые допуски (интервалы величины h), тогда проблема комплектования СК приводит к ситуации, иллюстрируемой рис. 2.7. Число селективных групп присоединяемых деталей в соответствии с используемыми обозначениями есть l_1, l_2, l_3 , причем очевидно, что число селективных групп базовой детали $l_3 = l_1 l_2$. Пусть СК формируется

От двухиндексных обозначений типа СК и селективных групп легко перейти к одноиндексным, вводя сквозную нумерацию, связанную с двухиндексной формулами типа (2.5)

$$k = k\{s, t\}, s = \overline{1, I_1}, t = \overline{1, I_2}. \quad (2.15)$$

Если $h \ll \delta/2$, условия собираемости выполнены при комплектовании соединяемых деталей с базовой не только при одинаковых, но и при соседних номерах селективных групп по соответствующим диаметрам. Возможности вариатности комплектования расширяются. Обобщенные правила комплектования позволяют единообразно описать любые перераспределения деталей в СК, при этом в общем случае отличными от нуля могут оказаться все веса $\lambda_{ik}^{(s, t)}$.

В зависимости от числа деталей в СК, от размерности вектора параметров этих деталей, а также от способа формирования селективных групп деталей будем различать следующие виды задач:

- 1) однопараметрическая и многопараметрическая сборка двух деталей;
- 2) однопараметрическая сборка многих деталей;
- 3) многопараметрическая сборка многих деталей.

Чтобы проиллюстрировать проблемы, возникающие при различных видах сборки, введем условное графическое изображение собираемых деталей, их параметров и связей между этими параметрами. Основное назначение предлагаемых графических изображений — наглядное представление структуры связей между деталями.

Изображение детали и ее параметров поясняет рис. 2.8. Кружок соответствует отдельной детали, цифра у кружка (или в кружке) — номеру детали, каждая линия, выходящая из кружка и заканчивающаяся ограничивающей ее черточкой — одному из параметров детали. Параметры детали могут быть указаны у линий с использованием обозначений п. 1.1. На рис. 2.8, а дано графическое изображение детали i -го типа с n_i различными параметрами. Вместо буквенного указания параметров можно использовать более простое — номера параметров детали (рис. 2.8, б).

Для задач сборки, в которых детали i -го типа сопрягаются по какому-то из параметров с другими деталями, может потребоваться ветвление линий параметра, изображение которого на примере второго параметра детали i -го типа дано на рис. 2.8, в. Обратим внимание на то, что дублирующие линии ветвления начинаются не от кружка (детали), а от линии соответствующего параметра.

Объединение черточек — концов линий параметров — в группы, изображаемые двумя параллельными черточками, треугольниками и многоугольниками (рис. 2.9), указывает, что соответствующие параметры деталей связаны условиями собираемости и качества.

Однопараметрическая сборка двух деталей. В СК входят две детали, каждая из которых характеризуется только одним параметром. Условное изображение связи деталей приведено на рис. 2.10, а. Пусть l_i — число селективных групп (2.2) детали

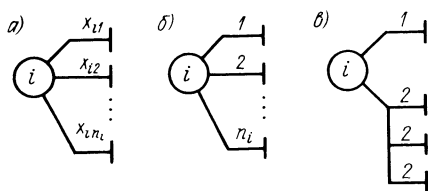


Рис. 2.8

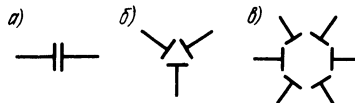


Рис. 2.9

i -го типа, $i = 1, 2$. Максимально возможное число типов СК, как уже отмечалось, при одновариантном комплектовании $L_{\max} = \min \{l_1, l_2\}$, при многовариантном — $L_{\max} = l_1 l_2$.

Введем множество весов Λ обобщенного правила комплектования, используя двухиндексное обозначение типов СК:

$$\Lambda = \left\{ \lambda_{1k_1}^{(k_1, k_2)}, \lambda_{2k_2}^{(k_1, k_2)}, \sum_{k_2=1}^{l_2} \lambda_{1k_1}^{(k_1, k_2)} \leq 1, \right. \\ \left. \sum_{k_1=1}^{l_1} \lambda_{2k_2}^{(k_1, k_2)} \leq 1, k_1 = \overline{1, l_1}, k_2 = \overline{1, l_2} \right\}. \quad (2.16)$$

Здесь верхние индексы (k_1, k_2) — двухиндексная нумерация типов СК, $\lambda_{1k_1}^{(k_1, k_2)}$ — доля деталей, направляемых в СК типа (k_1, k_2) , из k_1 -й селективной группы детали 1-го типа, $\lambda_{2k_2}^{(k_1, k_2)}$ — в СК того же типа, но из k_2 -й селективной группы детали 2-го типа. Общее число весовых коэффициентов множества Λ есть $N_{\Lambda} = 2l_1 l_2$.

Многопараметрическая сборка двух деталей. Число параметров детали i -го типа равно n_i , вообще говоря, $n_1 \neq n_2$. Условное изображение связей параметров дано на рис. 2.10, б, в. Рис. 2.10, б указывает, что собираемость и качество сборки определяются тремя параметрами детали 1-го типа и двумя параметрами детали 2-го типа. Рис. 2.10, в дает определенную детализацию этих связей, указывая взаимную обусловленность допустимых значений первого и второго параметров детали 1-го типа и первого параметра детали 2-го типа, а также указывает на существование второй группы условий, связывающих второй и третий параметры детали 1-го типа со вторым параметром детали 2-го типа.

Введенные графические изображения связей деталей допускают установление следующего соответствия с моделями вход — выход, описанными в п. 1.1.

Модели вход — выход и допустимые множества значений (п. 1.1) строятся как функции и множества, заданные на определенных совокупностях параметров деталей. Приведенная графическая интерпретация связей деталей позволяет указать эти совокупности параметров. Таким образом, модели вход — выход

и соответствующие ограничения записываются как функции именно от тех переменных, которые соответствуют выделенным группам параметров деталей. Графическая интерпретация связей указывает только структуру моделей, давая перечни переменных, но, очевидно, не содержит их точного аналитического описания. Конкретизация условий и связей требует дополнения графических представлений соответствующими моделями. Число условий, связывающих выделенные переменные, может быть любым и следует из анализа конкретных условий.

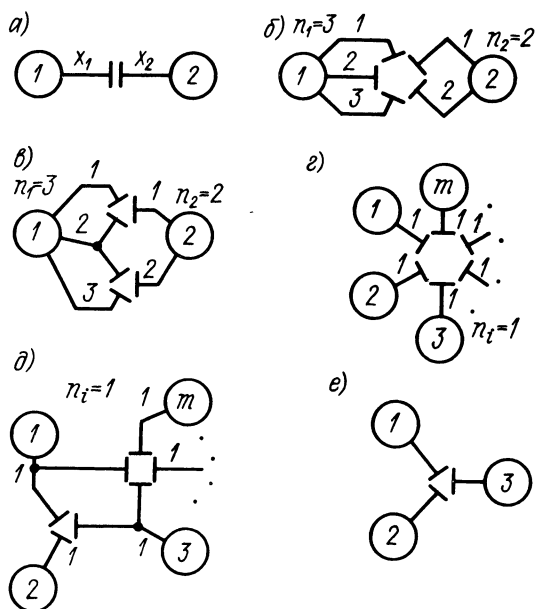


Рис. 2.10

Описание правил комплектования может быть выполнено различным образом. Если для каждой из деталей использовать сквозную нумерацию селективных групп, то правила комплектования могут быть заданы весами (2.16), где k_1 и k_2 — номера селективных групп деталей 1-го и 2-го типов. Описание правил комплектования на основе многоиндексной нумерации селективных групп будет дано далее для общего случая многопараметрической сборки многих деталей.

Однопараметрическая сборка многих деталей, или многозвенная однопараметрическая сборка. Собираемое изделие состоит из m однопараметрических деталей. Условное изображение связей параметров дано на рис. 2.10, з, д. На рис. 2.10, з указана одна группа условий, связывающая параметры всех m деталей. Детализируя эти связи, можно разбить условия на подгруппы, в которые входят параметры только части деталей (рис. 2.10, д). Многозвенная однопараметрическая сборка наблюдается в задачах, где, например, сборка характеризуется одним общим параметром — суммарным линейным размером, суммарным весом, суммарной емкостью.

На рис. 2.10, е показаны связи параметров в задаче сборки плунжерной пары топливного насоса (пример 1.1). Деталь 1 — втулка, деталь 2 — плунжер, деталь 3 — дозатор, все детали характеризуются одним параметром — диаметром. Условия соби-

раемости записываются в форме неравенств (1.25), связывающих эти диаметры.

В общем случае множество весов Λ может быть задано с использованием многоиндексного обозначения типа СК

$$\Lambda = \left\{ \lambda_{ik_i}^{(k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_m)}, \right. \\ \left. \sum_{\substack{k_s=1, \\ s \neq i}}^{l_s} \lambda_{ik_i}^{(k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_m)} \leq 1, \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m} \right\}. \quad (2.17)$$

Вес $\lambda_{ik_i}^{(k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_m)}$ указывает часть деталей i -го типа, направляемых из k_i селективной группы в СК типа $(k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_m)$. Условие нормировки весов включает суммирование по всем индексам, кроме индекса k_i , который принимает фиксированное значение.

Общее число весовых коэффициентов

$$N_{\Lambda} = L_{\max} m = m \prod_{i=1}^m l_i. \quad (2.18)$$

В формулах (2.17) можно перейти к одноиндексной сквозной нумерации типов СК. Многоиндексная нумерация, однако, часто более наглядна, так как непосредственно связывает тип СК с номерами селективных групп входящих в него деталей.

Многопараметрическая сборка многих деталей, или многозвенная многопараметрическая сборка. Собираемое изделие состоит из m деталей i -го типа, каждая из которых описывается n_i параметрами, $i = \overline{1, m}$. Условные обозначения различных вариантов связи параметров приведены на рис. 2.11 на примере изделия, состоящего из четырех деталей. На рис. 2.11, *а* детали 2 и 3 — двухпараметрические, детали 1 и 4 — однопараметрические. Деталь 2 одним параметром связана с деталью 1 и другим — с деталью 3. В свою очередь, деталь 3 присоединена одним параметром к детали 2 и другим — к детали 4. В соответствии с принятыми обозначениями рис. 2.11, *а* указывает комбинации параметров деталей, на которые накладываются условия собираемости. В данном случае это три группы параметров: первый параметр детали 1 и первый параметр детали 2, второй параметр детали 2 и первый параметр детали 3 и второй параметр детали 3 и первый параметр детали 4.

Более сложной является схема связей параметров, представленная на рис. 2.11, *б*. Здесь деталь 2 — трехпараметрическая. Первым и вторым параметрами она связана с первым параметром детали 1, а третьим параметром — с первым параметром детали 3.

Деталь 1 однопараметрическая, однако этот один параметр является присоединительным к двум деталям — 2 и 4.

Рис. 2.11, в отличается от рис. 2.11, б тем, что деталь 1 здесь двухпараметрическая. Связи между деталями те же, что и на рис. 2.11, б, но через различные параметры детали 1.

На рис. 2.11, г приведена структура связей параметров деталей примера 2.2. Детали 1 и 2 — подшипники, их параметры x_1 и x_2 — посадочные диаметры. Деталь 3 — вал, его параметры $x_{в1}$ и $x_{в2}$ — посадочные диаметры концов вала.

Введем следующее многоиндексное описание селективных групп многопараметрических деталей. Пусть для каждой детали i -го типа селективные группы строятся путем назначения групповых допусков для каждого параметра x_i в соответствии с простым правилом (2.2). Многоиндексным номером селективной группы детали i -го типа будем называть набор чисел, взятых в скобки — $(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in_i})$, указывающих номера селективных групп в порядке их расположения соответственно по 1-му, 2-му, ..., n_i -му параметрам детали i -го типа.

Введем обозначения для числа селективных групп по отдельным параметрам: l_{ij} есть число селективных групп детали i -го типа по j -му параметру x_{ij} , $j = \overline{1, n_i}$.

Общее число определенных таким образом селективных групп детали i -го типа есть $l_i = \prod_{j=1}^{n_i} l_{ij}$, максимальное число L типов СК

тогда $L_{\max} = \prod_{i=1}^m l_i = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} l_{ij}$.

Выделять номера селективных групп, относящиеся к отдельным деталям, совершенно необходимо для корректного введения весовых коэффициентов Λ , так как условия нормировки накладываются на весовые коэффициенты, соответствующие селективным группам отдельных деталей.

Используя многоиндексные обозначения и скобки для выделения номеров селективных групп отдельных деталей, введем веса обобщенного правила комплектования

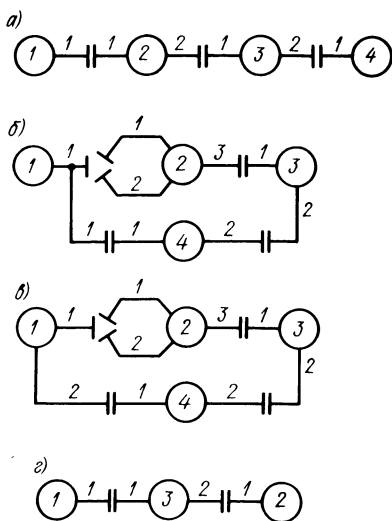


Рис. 2.11

$$\Lambda = \left\{ \lambda_i^{((k_{11}, \dots, k_{1n_1}), (k_{21}, \dots, k_{2n_2}), \dots, (k_{i1}, \dots, k_{in_i}), \dots, (k_{m1}, \dots, k_{mn_m}))}, \right. \\ \left. k_{ij} = \overline{1, l_{ij}}, j = \overline{1, n_i}, i = \overline{1, m} \right\}, \quad (2.19)$$

где условия нормировки весов имеют вид многократной суммы

$$\sum \lambda_i^{((k_{11}, \dots, k_{1n_1}), \dots, (k_{i1}, \dots, k_{in_i}), \dots, (k_{m1}, \dots, k_{mn_m}))} \leq 1 \quad (2.20)$$

по всем номерам СК, содержащим $(k_{i1}, \dots, k_{in_i})$.

Здесь вес $\lambda_i^{((k_{11}, \dots, k_{1n_1}), \dots, (k_{i1}, \dots, k_{in_i}), \dots, (k_{m1}, \dots, k_{mn_m}))}$ есть доля деталей i -го типа селективной группы $(k_{i1}, \dots, k_{in_i})$, направляемая в СК типа $((k_{11}, \dots, k_{1n_1}), (k_{21}, \dots, k_{2n_2}), \dots, (k_{i1}, \dots, k_{in_i}), \dots, (k_{m1}, \dots, k_{mn_m}))$.

Верхние индексы веса λ — это многоиндексное обозначение типа СК, каждый элемент которого, в свою очередь, есть многоиндексный номер селективной группы соответственно 1-й, 2-й, ..., m -й детали.

Введенное определение весов универсально для случая, когда групповые допуски, и, следовательно, селективные группы вводятся независимо по каждому из параметров всех деталей. Громоздкое многоиндексное обозначение селективных групп и типов СК в этом случае адекватно и наглядно отображает множество возможных вариантов комплектования и необходимость введения для них соответствующих весов.

Перейти к сплошной одноиндексной нумерации можно как для селективных групп деталей, так и для типов СК. Такой переход для селективных групп означает замену набора индексов $(k_{i1}, \dots, k_{in_i})$ одним числом k_i . В этом случае определение (2.19)—(2.20) множества Λ весов принимает вид (2.17), где множество типов СК еще многоиндексное, его элементы задаются набором величин $(k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_m)$.

Введем номера k типов СК, взаимно однозначно связанные с набором величин (k_1, k_2, \dots, k_m) . Определим эту связь формулой, обобщающей (2.5)

$$k = k_1 + (k_2 - 1) l_1 + (k_3 - 1) l_1 l_2 + (k_4 - 1) l_1 l_2 l_3 + \dots + \\ + (k_m - 1) l_1 l_2 \dots l_{m-1}, \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.21)$$

Легко видеть, что при изменении k_i в указанных пределах k принимает значения от 1 до L_{\max} . Теперь определение множества Λ точно совпадает с исходным, даваемым формулами (2.11), (2.12).

Значения величин k_1, \dots, k_m однозначно определяются по значению k в силу следующей процедуры последовательного деления.

Прежде всего обратим внимание на то, что $k = l_1; l_1 l_2; l_1 l_2 l_3; \dots l_1 l_2 \dots l_m$ в том и только том случае, если набор (k_1, \dots, k_m) соответственно есть $(l_1, 1, \dots, 1), (l_1, l_2, 1, \dots, 1), (l_1, l_2, l_3, 1, \dots, 1), \dots, (l_1, l_2, \dots, l_m)$. Таким образом, при указанных значениях k величины (k_1, \dots, k_m) находятся элементарно.

Для описания общей процедуры определения значений k_i введем величины $u(s) = k_1 + (k_2 - 1) l_1 + \dots + (k_s - 1) l_1 l_2 \dots l_{s-1}$, $s = \overline{2, m}$, в силу (2.21) удовлетворяющие рекуррентному соотношению $u(s) = u(s-1) + (k_s - 1) l_1 l_2 \dots l_{s-1}$, $u(m) = k$, $s = \overline{m, 2}$.

Обозначим через $\lfloor \cdot \rfloor$ целую часть числа, указанного в квадратных скобках. Искомые значения $k_s - 1$ последовательно находим из следующих рекуррентных соотношений:

$$k_s - 1 = \left\lfloor \frac{u(s)}{l_1 l_2 \dots l_{s-1}} \right\rfloor;$$

$$\begin{aligned} u(s-1) &= u(s) - (k_s - 1) l_1 l_2 \dots l_{s-1}, \quad s = m, m-1, \dots, 2; \\ u(m) &= k; \quad k_1 = u(2) - l_1 (k_2 - 1). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Формулу (2.21) можно применить и для введения одноиндексной сплошной нумерации селективных групп деталей. В этом случае с учетом обозначений (2.19) она принимает вид

$$\begin{aligned} k_i &= k_{i1} + (k_{i2} - 1) l_{i1} + (k_{i3} - 1) l_{i1} l_{i2} + \\ &+ (k_{i4} - 1) l_{i1} l_{i2} l_{i3} + \dots + (k_{in_i} - 1) l_{i1} l_{i2} \dots l_{i, n_i-1}, \\ k_{ij} &= \overline{1, n_i}, \quad j = \overline{1, n_i}, \quad i = \overline{1, m}. \end{aligned}$$

Таким образом показано, как от любой многоиндексной нумерации селективных групп и типов СК можно перейти к сплошной последовательной одноиндексной нумерации и восстановить многоиндексную нумерацию по одноиндексной.

Применение обобщенного правила комплектования в форме (2.19)—(2.20) к задаче сборки базовой детали — вала с двумя присоединительными параметрами — и двух подшипников (пример 2.2, рис. 2.7), при числе l селективных групп по каждому из размеров приводит к максимальному числу типов СК $L_{\max} = (l_1 l_2)^2$.

В то же время соотношения (2.13)—(2.14) определяют всего $l_1 l_2$ различных типов СК. Поясним, чем отличается общий случай от описанного правилами комплектования (2.13)—(2.14). Эти правила (см. рис. 2.7) предполагают, что каждая селективная группа детали 1-го типа может быть направлена в СК только в комбинации с какой-то из селективных групп соответствующей «строки» «матрицы» селективных групп базовой детали 3-го типа, при этом выбор элемента строки однозначно определяет выбор номера селективной группы присоединительной детали 2-го типа. Общий же случай предполагает, что деталь 1-го типа из каждой

селективной группы может быть направлена в СК с любой базовой деталью 3-го типа из $l_1 l_2$ ее селективных групп, да еще и в сочетании с любой деталью 2-го типа одной из l_2 ее селективных групп. Веса Λ определяют доли деталей, направляемые в различные типы формируемых таким образом СК.

Правила (2.13)—(2.14) построены при учете описанных ограничений на формирование СК из селективных групп и естественно уменьшают общее число возможных вариантов.

Подобный учет дополнительной информации возможен в рамках общего описания обобщенного правила комплектования путем принятия равными нулю соответствующих весов. Такое уменьшение числа весовых коэффициентов естественно приводит к упрощению описания процессов сборки и последующих задач анализа и оптимизации.

2.2. ПОКАЗАТЕЛИ СОБИРАЕМОСТИ И КАЧЕСТВА СБОРОЧНЫХ КОМПЛЕКТОВ

Задание разбиения множеств значений параметров деталей на селективные группы $X_i^{(k_i)}$ (2.1) и правил комплектования Λ (2.11), (2.12) при заданных вероятностных свойствах параметров деталей (т. е. плотностях распределения вероятности $f_i(x_i)$, $i = \overline{1, m}$) полностью определяет собираемость и показатели качества СК.

Число собранных деталей и СК. В каждую селективную группу $X_i^{(k_i)}$ детали i -го типа попадают с вероятностью

$$I_i^{(k_i)} = \int_{\substack{x_i \\ \in X_i^{(k_i)}}} f_i(x_i) dx_i, \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.23)$$

Очевидно, что $\sum_{k=1}^{l_i} I_i^{(k_i)} = 1$, поскольку каждая деталь неизбежно попадает в одну из селективных групп в соответствии с их свойствами (2.1).

Из числа деталей $I_i^{(k_i)}$, содержащихся в k_i -й группе, в соответствии с правилами комплектования (2.11) в СК k -го типа направляется $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ -я часть, т. е. $\lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)}$ деталей. Всего для

формирования СК k -го типа поступает $\sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)}$ деталей i -го

типа. Как было сказано выше, не все из них могут войти в комплект, поскольку правила комплектования в общем случае не обеспечивают равенства числа деталей различного типа, направляемых на комплектование. Число комплектов k -го типа, которые

можно сформировать из поступивших деталей, по аналогии с (1.83) определяется выражением

$$I_{CK}^{(k)} = \min_{i=\overline{1, m}} \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)}, \quad k = \overline{1, L}. \quad (2.24)$$

Общее число СК всех типов находится суммированием величин (2.24)

$$I_{CK} = \sum_{k=1}^L I_{CK}^{(k)} = \sum_{k=1}^L \min_{i=\overline{1, m}} \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)}. \quad (2.25)$$

Таким образом, при заданных полях групповых допусков $X_i^{(k_i)}$ и заданных весами $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ правила комплектования число полностью укомплектованных СК рассчитывается по формуле (2.25). Обратим внимание на то, что групповые допуски и правила комплектования по-разному влияют на число СК.

Групповые допуски входят в формулы (2.24)—(2.25) только через значения вероятностей $I_i^{(k_i)}$. Правила комплектования определяются весами $\lambda_{ik_i}^{(k)}$, которые входят в выражения, стоящие под знаком \min , линейно. Если рассматривать величины $I_{CK}^{(k)}$ и I_{CK} в зависимости от значений весов $\lambda_{ik_i}^{(k)}$, то это кусочно-линейные функции.

Одна из задач рационального выбора весов $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ заключается как раз в том, чтобы соответствующим их перераспределением обеспечить возможно большее число полностью укомплектованных СК. При этом задачи назначения допусков селективных групп и выбора правила комплектования можно разделить. Тогда нужное качество и собираемость обеспечиваются соответствующими допусками селективных групп, а число СК максимизируется соответствующими весами правил комплектования. При таком подходе оптимальные веса правил комплектования определяются из решения задачи

$$\max_{\lambda_{ik_i}^{(k)} \in \Lambda} I_{CK} = I_{CK}^*. \quad (2.26)$$

Здесь максимизация ведется по неотрицательным величинам $\lambda_{ik_i}^{(k)}$, принадлежащим множеству Λ , т. е. удовлетворяющим условиям (2.11)—(2.12).

Задача оптимизации (2.26) принадлежит к классу хорошо изученных задач линейного программирования.

Однако приведенная формализация задачи оптимизации правила комплектования не учитывает того факта, что часть СК может не удовлетворять условиям собираемости и качества.

В результате выход годных изделий при правиле комплектования, оптимальном в смысле (2.26), может оказаться неприемлемо низким. Этого, однако, не происходит, если назначенные допуски достаточны для обеспечения всех требований к СК.

Далее рассмотрим разработку комплексного подхода к проблеме, в рамках которого учитывается влияние правил комплектования на выход годных изделий, а также формулируются задачи оптимизации показателей качества одновременно по весам правил комплектования и по допускам селективных групп.

Объемы предварительного брака и незавершенного производства. Общее число несобранных деталей i -го типа определяется величиной

$$\Delta = 1 - I_{СК}. \quad (2.27)$$

Эти детали не вошли в СК по различным причинам. Одни из них оказались в селективных группах, полностью исключенных из процесса комплектования СК — это п р е д в а р и т е л ь н ы й б р а к. В терминах обобщенных правил комплектования это селективные группы с номерами k_i , весовые коэффициенты $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ которых равны нулю для всех k . Другая группа деталей, не вошедших в СК, образует так называемое н е з а в е р ш е н н о е п р о и з в о д с т в о. В него входят две категории деталей: детали, принадлежащие селективным группам, не в полном объеме включаемым в СК, для которых $\sum_{k=1}^L \lambda_{ik_i}^{(k)} < 1$, и детали, направленные на сборку, но оказавшиеся в процессе комплектования СК лишними, т. е. некомплектными.

Описание процесса комплектования с использованием весовых коэффициентов позволяет определить число деталей всех указанных категорий.

Чтобы определить объем предварительного брака, воспользуемся индикаторной функцией (1.18). Величина $1 [-\lambda_{ik_i}^{(k)}]$ равна единице только тогда, когда $\lambda_{ik_i}^{(k)} = 0$, в противном случае она равна нулю. Произведение $\prod_{k=1}^L 1 [-\lambda_{ik_i}^{(k)}]$ обращается в нуль, если детали i -го типа из k_i -й селективной группы направляются на формирование хотя бы одного из типов СК. Отсюда объем предварительного брака по детали i -го типа составляет

$$e_i = \sum_{k_i=1}^{l_i} I_i^{(k_i)} \prod_{k=1}^L 1 [-\lambda_{ik_i}^{(k)}], \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.28)$$

Общее число деталей i -го типа, которые не были направлены на формирование СК, вычисляется следующим образом:

$$1 - \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)} = 1 - \sum_{k_i=1}^{l_i} I_i^{(k_i)} \sum_{k=1}^L \lambda_{ik_i}^{(k)}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.29)$$

Если детали i -го типа всех групп k_i полностью участвуют в формировании СК, то $\sum_{k=1}^L \lambda_{ik_i}^{(k)} = 1$ при любых k_i и (2.27) обращается в нуль, поскольку $\sum_{k_i=1}^{l_i} I_i^{(k_i)} = 1, \quad i = \overline{1, m}.$

Вычитая (2.28) из (2.29), получим число деталей i -го типа, которые не попали в предварительный брак, но и не были направлены на формирование СК, т. е. составили часть объема незавершенного производства:

$$1 - \sum_{k_i=1}^{l_i} I_i^{(k_i)} \left[\sum_{k=1}^L \lambda_{ik_i}^{(k)} + \prod_{k=1}^L 1 [-\lambda_{ik_i}^{(k)}] \right], \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.30)$$

Избыток деталей i -го типа, направленных на комплектование СК, равен

$$\sum_{k=1}^L \left(\sum_{i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)} - I_{СК}^{(k)} \right) = \sum_{k_i=1}^{l_i} I_i^{k_i} \sum_{k=1}^L \lambda_{ik_i}^{(k)} - I_{СК}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.31)$$

Складывая выражения (2.30) и (2.31), получаем полный объем незавершенного производства по деталям i -го типа

$$e_i = 1 - \sum_{k_i=1}^{l_i} I_i^{(k_i)} \left[\sum_{k=1}^L \lambda_{ik_i}^{(k)} + \prod_{k=1}^L 1 [-\lambda_{ik_i}^{(k)}] \right] + \\ + \sum_{k_i=1}^{l_i} I_i^{(k_i)} \sum_{k=1}^L \lambda_{ik_i}^{(k)} - I_{СК} = 1 - I_{СК} - e_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.32)$$

Из (2.32) следует, что общее число деталей (доля исходного числа комплектов деталей), не вошедших по разным причинам в СК, составляет величину Δ , одинаковую для всех деталей

$$\Delta = e_i + e_i = 1 - I_{СК}. \quad (2.33)$$

Вероятностные характеристики деталей в СК. Сортировка деталей на группы и комплектование СК по определенным правилам, как и входной контроль и отбраковка деталей, приводят к искажению первоначальных плотностей вероятности $f_i(x_i)$ случайных параметров деталей, содержащихся в СК. При безошибочной сортировке деталей по группам плотность вероятности $f_{ik_i}(x_i)$ параметров деталей i -го типа, содержащихся в k_i -й группе, по аналогии с (1.78) имеет вид

$$f_{ik_i}(x_i) = \frac{1}{l_i^{(k_i)}} f_i(x_i) 1_{\left(\frac{k_i}{x_i}\right)}, \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.34)$$

Запишем условную плотность распределения вероятности параметров деталей i -го типа x_i в k -м СК. Условием здесь является принадлежность детали с параметрами x_i сборочному комплекту k -го типа. Поскольку в k -й СК направляются в общем случае детали i -го типа из всех l_i групп в соответствии с правилами Λ (2.11), (2.12), образуется смесь деталей i -го типа с различными распределениями (2.34) параметра x_i .

Для плотности вероятности смеси n случайных величин, каждая из которых имеет плотность вероятности $f_i(\xi)$, $i = \overline{1, n}$, и обнаруживается в смеси с вероятностью p_i , в силу теоремы о полной вероятности, справедлива формула

$$f(\xi) = \sum_{i=1}^n p_i f_i(\xi), \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (2.35)$$

Определим вероятность обнаружить среди деталей i -го типа, входящих в k -й СК, деталь из k_i -й селективной группы. Эта вероятность равна отношению числа деталей i -го типа из k_i -й группы в k -м СК к общему числу деталей i -го типа в СК k -го типа:

$$\lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)} \left(\sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)} \right)^{-1}. \quad (2.36)$$

Используя формулу (2.35) и выражения (2.34), (2.36), можно записать плотность вероятности для x_i в k -м СК:

$$\begin{aligned} f_i^{(k)}(x_i) &= \left(\sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)} \right)^{-1} \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)} f_{ik_i}(x_i) = \\ &= f_i(x_i) \left(\sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)} \right)^{-1} \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} 1_{X_i^{(k_i)}}(x), \quad i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, L}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Отметим, что образование незавершенного производства деталей i -го типа при комплектовании СК k -го типа не искажает функцию плотности вероятности (2.37); поскольку процесс комплектования не связан с каким-либо отбором поступающих деталей и осуществляется совершенно случайно.

В силу независимости параметров различных деталей плотность вероятности вектора x для СК k -го типа записывается в виде произведения плотностей вероятности (2.37)

$$f^{(k)}(x) = \prod_{i=1}^m f_i^{(i)}(x_i) = f(x) C^{(k)}(x), \quad k = \overline{1, L},$$

где

$$\begin{aligned} C^{(k)}(x) &= \frac{1}{c^{(k)}} \prod_{i=1}^m \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} 1_{X_i^{(k_i)}}(x_i), \\ c^{(k)} &= \prod_{i=1}^m \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Вероятностные показатели собираемости и качества СК. Построенная плотность вероятности (2.38) вектора параметров СК k -го типа позволяет получить полную вероятностную характеристику сборки с групповой взаимозаменяемостью.

В частности, вероятности выполнения s -го условия собираемости и качества и полного комплекта условий (1.8) для СК k -го типа записывается в виде, аналогичном (1.17), (1.23):

$$\rho_s^{(k)} = \int_X f^{(k)}(x) \int_{\Omega} f_{\Omega}(\omega) 1[-\varphi_s(x, \omega)] d\omega dx;$$

$$\rho^{(k)} = \int_X f^{(k)}(x) \int_{\Omega} f_{\Omega}(\omega) \prod_{s \in S} 1[-\varphi_s(x, \omega)] d\omega dx, \quad k = \overline{1, L}. \quad (2.39)$$

Назначение групповых допусков и правил комплектования позволяет управлять плотностью вероятности $f^{(k)}(x)$, существенно варьируя ее вид.

Таким образом, запись плотности вероятности параметров деталей для СК k -го типа в форме (2.38) позволяет получить выражения для вероятностей выполнения различных требований к СК на основе ранее полученных формул (см. пп. 1.1, 1.2).

Из общего числа СК $I_{СК}$ (2.25) на долю k -го типа СК приходится $I_{СК}^{(k)}$ (2.24) и из них $\rho^{(k)}$ -я часть (2.39) будет качественно собрана; тогда доля годных изделий, полученных из СК всех типов, выражается формулой

$$P_1 = \frac{1}{I_{СК}} \sum_{k=1}^L I_{СК}^{(k)} \rho^{(k)}. \quad (2.40)$$

Обратим внимание на содержательную сторону введенной характеристики СК. Величину P_1 будем называть собираемостью СК; P_1 есть доля годных СК в общем числе СК, полученных в силу принятого правила комплектования. Смысловая интерпретация этой характеристики совершенно аналогична приведенной в п. 1.4 для так же обозначенной величины P_1 , которая была введена для описания процесса сборки с предварительной отбраковкой. Все вероятностные характеристики (2.38)—(2.40) условные, поскольку относятся к комплектам деталей, прошедшим сортировку на селективные группы и вошедшим в СК, т. е. это вероятностные характеристики сформированных СК.

Определим выход годных P_0 как долю исходного числа деталей, образующих годные СК. В отличие от P_1 величина P_0 определяет выход годных из исходной совокупности комплектов деталей, еще не прошедших сортировку на селективные группы. Интерпретация величины P_0 здесь полностью совпадает с данной для аналогичной величины в п. 1.4.

Выход годных P_0 определяется формулой

$$P_0 = P_1 I_{СК} = \sum_{k=1}^L I_{СК}^{(k)} p^{(k)}, \quad (2.41)$$

где значения $p^{(k)}$ вычисляются по формулам (2.39).

Если P_0 есть выход годных из исходной совокупности комплектов деталей, то P_1 есть собираемость СК, или выход годных, вычисленный для комплектов деталей, прошедших сортировку и включенных в СК. Очевидно, что всегда $P_0 \leq P_1$.

Построенные математические модели позволяют единообразно вычислять любые интересующие вероятностные характеристики СК и использовать их для решения задач анализа и синтеза правил комплектования и назначения групповых допусков.

2.3. СБОРКА В УСЛОВИЯХ НЕТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Рассмотренные в п. 2.2 показатели качества сборочного процесса построены в предположении, что истинные значения параметров x_i известны и позволяют безошибочно распределить детали по селективным группам. Очевидно, что погрешности измерений нарушают правильность сортировки деталей по селективным группам и снижают собираемость и качество СК.

Рассмотрим общую схему построения математической модели учета погрешностей измерения. Обозначим через z_i результат измерения вектора параметров x_i . Будем характеризовать распределение векторов z_i относительно фиксированных значений измеряемых параметров деталей x_i функцией условной плотности вероятности $g_i(z_i | x_i)$, определенной на множестве Z_i значений измерений, $z_i \in Z_i$, $i = \overline{1, m}$.

Описание погрешностей измерения в терминах условных плотностей вероятности позволяет охарактеризовать свойства СК в форме, совершенно аналогичной приведенной для случая точных измерений значений параметров деталей в п. 2.2. В сущности все аналитические выражения совершенно аналогичны полученным ранее и отличаются только необходимым пересчетом плотностей вероятности.

Групповые допуски и правила комплектования. Пусть $z_i \in R_{n_i}$ — вектор измерений параметров детали i -го типа. Разобьем все множество возможных значений Z_i векторов z_i на l_i непересекающихся множеств $Z_i^{(k)}$ таких, что

$$Z_i^{(s)} \cap Z_i^{(t)} = \emptyset, s \neq t, s, t = \overline{1, l_i}, \bigcup_{s=1}^{l_i} Z_i^{(s)} = Z_i. \quad (2.42)$$

Множества $Z_i^{(k)}$ будем называть селективными группами детали i -го типа в пространстве измерений, или просто селективными

группами. Множество $Z_i^{(k_i)}$ определяет k -й групповой допуск детали i -го типа. Номер k_i есть номер селективной группы детали i -го типа. Данное определение селективных групп совершенно аналогично определению (2.1) для случая точных измерений параметров.

Скалярные селективные группы определяются заданием интервалов $(\tilde{a}_i^{(k_i)}, \tilde{a}_i^{(k_i+1)})$ значений измерений

$$Z_i^{(k_i)} = \{z_i: \tilde{a}_i^{(k_i)} \leq z_i < \tilde{a}_i^{(k_i+1)}\}, \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.43)$$

Для многопараметрических деталей селективные группы могут иметь многоиндексные обозначения, совершенно аналогичные описанным в п. 2.1; так, для двумерного случая $n_i = 2$,

$$Z_i^{(k_{i1}, k_{i2})} = \{z_i: \tilde{a}_{i1}^{(k_{i1})} \leq z_{i1} < \tilde{a}_{i1}^{(k_{i1}+1)}, \\ \tilde{a}_{i2}^{(k_{i2})} \leq z_{i2} < \tilde{a}_{i2}^{(k_{i2}+1)}\}, \quad k_{i1} = \overline{1, l_{i1}}, \quad k_{i2} = \overline{1, l_{i2}}. \quad (2.44)$$

Правила комплектования связывают номера k типов СК с номерами селективных групп деталей и ничем не отличаются от описанных в п. 2.1.

Обобщенные, или весовые правила комплектования (2.11)—(2.12) также полностью и без всяких изменений применимы для описания сборочных процессов при наличии ошибок измерения.

Число деталей в СК. Безусловная плотность вероятности измерений $g_i(z_i)$ определяется выражением

$$g_i(z_i) = \int_{X_i} g_i(z_i | x_i) f_i(x_i) dx_i. \quad (2.45)$$

Тогда число деталей в различных селективных группах и в СК различных типов определяется выражениями, аналогичными (2.23)—(2.25)

$$\tilde{I}_i^{(k_i)} = \int_{Z_i^{(k_i)}} g_i(z_i) dz_i, \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m};$$

$$\tilde{I}_{СК}^{(k)} = \min_i \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \tilde{I}_i^{(k_i)}; \quad \tilde{I}_{СК} = \sum_{k=1}^L \tilde{I}_{СК}^{(k)}. \quad (2.46)$$

При этом все последующие рассуждения (см. п. 2.2) об оценке объема незавершенного производства и его структуре, а также об объеме предварительного брака полностью остаются в силе и для рассматриваемого случая наличия ошибок измерения. Иными словами, при количественной характеристике соотношений числа деталей в различных селективных группах все рассмотрение переводится в пространство измерений, соответственно области $X_i^{(k)}$ заменяются на $Z_i^{(k)}$ и плотности вероятности $f_i(x_i)$ на $g_i(z_i)$.

Знак « \sim » (тильда) над величиной или функцией означает, что характеристика соответствует случаю, когда есть ошибки измерения.

Вероятностные характеристики деталей в СК. Функция

$$\rho_i^{(k_i)}(x_i) = \int_{Z_i^{(k_i)}} g(z_i | x_i) dz_i \quad (2.47)$$

есть вероятность того, что деталь с размером x_i принадлежит селективной группе $Z_i^{(k_i)}$, тогда плотность вероятности истинных размеров x_i деталей, оказавшихся в результате сортировки в селективной группе $Z_i^{(k_i)}$, записывается в форме

$$\tilde{f}_{ik_i}(x_i) = \frac{1}{\tilde{f}^{(k_i)}} f_i(x_i) \rho_i^{(k_i)}(x_i). \quad (2.48)$$

Легко проверить, что плотность вероятности (2.48) удовлетворяет условию нормировки $\int_{X_i} \tilde{f}_{ik_i}(x_i) dx_i = 1$.

Если ошибок измерения нет, то $g_i(z_i | x_i) = \delta(z_i - x_i)$ и $Z_i^{(k_i)} = X_i^{(k_i)}$, но тогда $\tilde{f}_i^{(k_i)} = f_i^{(k_i)}$, $\tilde{\rho}_i^{(k_i)}(x_i)$ совпадает с соответствующей индикаторной функцией $1_{X_i^{(k_i)}}(x_i)$ в (2.34) и $\tilde{f}_{ik_i}(x_i) = f_{ik_i}(x_i)$. Это означает, что соотношения (2.47), (2.48) являются более общими, чем (2.34) и включают последние как частный случай.

При комплектовании в СК k -го типа входят детали из различных селективных групп, образующаяся смесь имеет плотность вероятности вида (2.37), где все соответствующие вероятностные характеристики заменяются на вычисленные при наличии ошибок измерения

$$\tilde{f}_i^{(k)}(x_i) = f_i(x_i) \left(\sum_{k_i=1}^{I_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \tilde{f}_i^{(k_i)} \right)^{-1} \sum_{k_i=1}^{I_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \rho_i^{(k_i)}(x_i). \quad (2.49)$$

При независимости случайных размеров x_i различных деталей и ошибок измерения для плотности вероятности вектора размера деталей СК k -го типа имеем аналогично (2.38)

$$\begin{aligned} \tilde{f}^{(k)}(x) &= \prod_{i=1}^m \tilde{f}_i^{(k)}(x_i) = f(x) \tilde{C}^{(k)}(x); \\ \tilde{C}^{(k)}(x) &= \frac{1}{\tilde{c}^{(k)}} \prod_{i=1}^m \lambda_{ik_i}^{(k)} \tilde{\rho}_i^{(k_i)}(x_i); \\ \tilde{c}^{(k)} &= \prod_{i=1}^m \sum_{k_i=1}^{I_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \tilde{f}_i^{(k_i)}; \quad f(x) = \prod_{i=1}^m f_i(x_i), \quad k = \overline{1, L}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Вероятностные показатели собираемости и качества. После того как построены плотности вероятности (2.49)—(2.50) параметров деталей в СК, вероятности выполнения условий различного типа записываются элементарно с заменой плотностей вероятности $f^{(k)}(x)$ в (2.39)—(2.41) на $\tilde{f}^{(k)}(x)$:

$$\begin{aligned}\tilde{p}_s^{(b)} &= \int_X \tilde{f}^{(k)}(x) \int_{\Omega} f_{\Omega}(\omega) 1[-\varphi_s(x, \omega)] d\omega dx, \quad s \in S; \\ \tilde{p}^{(k)} &= \int_X \tilde{f}^{(k)}(x) \int_{\Omega} f_{\Omega}(\omega) \prod_{s \in S} 1[-\varphi_s(x, \omega)] d\omega dx, \quad k = \overline{1, L}; \\ \tilde{P}_1 &= \frac{1}{\tilde{I}_{CK}} \sum_{k=1}^L \tilde{I}_{CK}^{(k)} \tilde{p}^{(k)}; \quad \tilde{p}_0 = \tilde{I}_{CK} p_1 = \sum_{k=1}^L \tilde{I}_{CK}^{(k)} \tilde{p}^{(k)}.\end{aligned}\quad (2.51)$$

Приведенные соотношения и их варианты позволяют оценить собираемость СК, уровни незавершенного производства, определить, сколько и каких требований к СК выполняется или не выполняется при заданных селективных группах $Z_i^{(k_i)}$ и заданных обобщенных правилах комплектования Λ . Таким образом, можно анализировать влияние ошибок измерения на конечный результат — качество и число сформированных СК.

Кроме вероятностей P_0 и P_1 качество сортировки деталей по селективным группам можно охарактеризовать погрешностями сортировки, проявляющимися в отнесении деталей к селективным группам с номерами, отличными от соответствующих фактическим значениям параметров. Функции (2.45), (2.47), (2.48) позволяют получить значения вероятностей таких ошибок (в терминах теории вероятностей это ошибки 1-го и 2-го рода).

2.4. СБОРКА НЕОДИНАКОВЫХ ПО ЧИСЛУ ПАРТИЙ ДЕТАЛЕЙ

До сих пор при рассмотрении процесса сборки с групповой взаимозаменяемостью предполагалось, что поскольку в каждое изделие входит одинаковое число деталей, то и выпускаться детали должны равными партиями. Употребляя термин «число», мы понимали под этим доли от объема выпуска любой из деталей, поскольку все объемы выпуска считались равными.

Представим себе, однако, что в сборке участвует достаточно сложная и дорогая корпусная деталь, с которой собираются методами групповой взаимозаменяемости гораздо более дешевые комплектующие. Для того чтобы корпусные детали не образовывали незавершенного производства из-за отсутствия контрдеталей с нужными параметрами, число последних должно быть достаточно большим и избыточным по отношению к первым. При этом имеют место неравные программы выпуска деталей и незавершенное производство, образуемое более дешевыми деталями.

Рассмотрим задачу сборки с групповой взаимозаменяемостью, считая, что программы выпуска всех деталей, составляющих комплект, различны и равны N_i , $i = \overline{1, m}$.

Число деталей N_i наряду с селективными группами $X_i^{(k)}$ и значениями весов Λ обобщенных правил комплектования является варьируемым параметром сборочного процесса и выбирается при оптимизации или рациональной организации сборки. Разумное назначение программ выпуска деталей позволяет удешевить процесс, увеличить его производительность и т. д.

В связи с неравным исходным числом деталей многие качественные показатели сборки (п. 2.2) и процесса сортировки (п. 2.3) претерпевают изменения.

Число СК и объемы незавершенного производства. Всюду далее под числом деталей и СК так же, как в п. 2.2, будем понимать среднее число или математическое ожидание соответствующих величин. Число деталей i -го типа в k -й селективной группе

$$N_i I_i^{(k_i)}, \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2.52)$$

где $I_i^{(k_i)}$ определяется выражениями (2.23).

Число $N_{СК}^{(k)}$ СК k -го типа и общее число СК определяются формулами, аналогичными формулам (2.24), (2.25),

$$N_{СК}^{(k)} = \min_i \left\{ N_i \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)} \right\}, \quad k = \overline{1, L}; \quad (2.53)$$

$$N_{СК} = \sum_{k=1}^L N_{СК}^{(k)}. \quad (2.54)$$

Общее число несобранных деталей i -го типа вычисляется по формуле

$$N_i^{\Delta} = N_i - N_{СК}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.55)$$

Из этого числа N_i^e есть число деталей, отбракованных до сборки при входном контроле, и N_i^e — объем незавершенного производства. Рассуждения, аналогичные приводящим к формулам (2.28)—(2.33), дают для них следующие выражения:

$$N_i^e = N_i e_i = N_i \sum_{k_i=1}^{l_i} I_i^{(k_i)} \prod_{k=1}^L 1 [-\lambda_{ik_i}^{(k)}], \quad i = \overline{1, m}; \quad (2.56)$$

$$N_i^e = N_i - N_{СК} - N_i^{\Delta}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2.57)$$

Собираемость и качество СК. Объем незавершенного производства и число деталей, направленных в СК, не полностью характеризуют задачу сборки, поскольку часть СК может не удовлетворять условиям собираемости и качества, т. е. фактический выход годных окажется меньше и также будет зависеть от величин N_i и $\lambda_{ik_i}^{(k)}$.

Вероятностные характеристики СК не зависят от различия числа деталей и это естественно, поскольку они определяют свойства сформированного СК, в который входит по одному представителю каждого типа детали. Соответственно вероятности выполнения различного рода условий не зависят от различия числа деталей и определяются формулами (2.39).

Величина P_1 есть вероятность того, что сформированный СК удовлетворяет всем требованиям к качеству и собираемости. Формула для P_1 имеет вид, отличный от (2.40)

$$P_1 = \frac{1}{N_{\text{СК}}} \sum_{k=1}^L N_{\text{СК}}^{(k)} p^{(k)}. \quad (2.58)$$

Выход годных или общее среднее число СК, удовлетворяющих всем условиям собираемости и качества

$$P_0 = N_{\text{СК}} P_1. \quad (2.59)$$

Величины P_0 , P_1 указывают доли годных изделий, получаемых из исходной совокупности деталей (P_0) и из сформированных СК (P_1) при больших объемах партий.

Влияние ошибок измерения. Для условий реальной сортировки деталей на селективные группы по результатам неточных измерений приведенные соотношения могут быть легко скорректированы в соответствии с результатами, содержащимися в п. 2.3.

Для этого все величины I_i следует заменить на \tilde{I}_i , определяемые в соответствии с (2.46), все плотности вероятности, содержащие $f_i(x_i)$, на соответственные условные плотности вероятности (2.48)—(2.50).

2.5 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СОБИРАЕМОСТИ И КАЧЕСТВА

Рассмотрим проблемы, связанные с вычислением введенных показателей собираемости и качества СК. В соответствии с выражениями (2.23)—(2.25) и (2.39)—(2.41) имеем следующие основные формулы:

$$I_i^{(k_i)} = \int_{x_i^{(k_i)}} f_i(x_i) dx_i, \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m};$$

$$I_{\text{СК}}^{(k)} = \min_i \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)}; \quad I_{\text{СК}} = \sum_{k=1}^L I_{\text{СК}}^{(k)} \quad (2.60)$$

и

$$p_s^{(k)} = \int_{\mathbf{x}} f^{(k)}(\mathbf{x}) \int_{\Omega} f_{\Omega}(\omega) 1[-\varphi_s(\mathbf{x}, \omega)] d\omega d\mathbf{x}, \quad s \in S, \quad k = \overline{1, L};$$

$$p^{(k)} = \int_{\mathbf{x}} f^{(k)}(\mathbf{x}) \int_{\Omega} f_{\Omega}(\omega) \prod_{s \in S} 1[-\varphi_s(\mathbf{x}, \omega)] d\omega d\mathbf{x}, \quad k = \overline{1, L};$$

$$P_1 = \frac{1}{I_{CK}} \sum_{k=1}^L I_{CK}^{(k)} p^{(k)}; \quad P_0 = P_1 I_{CK}, \quad (2.61)$$

где

$$f^{(k)}(x) = \prod_{i=1}^m f_i^{(k)}(x_i); \quad f_i^{(k)}(x_i) = f_i(x_i) \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} 1_{x_i^{(k_i)}}(x_i) / \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)}. \quad (2.62)$$

Чтобы определить значения величин, характеризующих СК, необходимо в соответствии с (2.60)—(2.62) вычислить достаточно сложные интегралы с интегрированием по многим переменным. Совершенно ясно, что аналитически задачу можно решить только для специальных частных случаев. Как показывают дальнейшие исследования, даже достаточно простые задачи сборки приводят к громоздким и сложным аналитическим выражениям.

Численные значения всех основных характеристик СК могут быть определены с использованием универсального для рассматриваемого круга проблем метода статистического моделирования, или метода Монте-Карло.

Вычисление интеграла методом статистического моделирования (метод Монте-Карло). Поясним суть метода и предлагаемые алгоритмы его реализации на примере вычисления интеграла

$$I = \int_{R_n} f(x) \xi(x) dx, \quad (2.63)$$

где $f(x)$ — плотность вероятности, $\xi(x)$ — произвольная функция x , $x \in R_n$ — векторная величина.

Метод статистического моделирования заключается в следующем. Пусть x^t , $t = 1, 2, \dots, T$ последовательность независимых случайных величин (векторов), имеющих плотность вероятности $f(x)$, и пусть $\xi_t = \xi(x^t)$; тогда в качестве оценки (приближения) к I можно принять выборочное среднее значение величин ξ_t

$$\hat{I}(T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \xi_t. \quad (2.64)$$

Для математического ожидания и дисперсии оценки $\hat{I}(T)$ имеем

$$M\{\hat{I}(T)\} = I; \\ \sigma^2\{\hat{I}(T)\} = M\{(\hat{I}(T) - I)^2\} = \frac{1}{T} \left(\int_{R_n} \xi^2(x) f(x) dx - I^2 \right). \quad (2.65)$$

При увеличении T дисперсия $\sigma^2\{\hat{I}(T)\}$ стремится к нулю. Это означает, что оценка $\hat{I}(T)$ при $T \rightarrow \infty$ сходится в определенном вероятностном смысле к истинному значению интеграла.

Для практического использования методов статистического моделирования принципиально важно уметь определять значение длины выборки T , достаточное для обеспечения требуемой точности.

Требование к точности оценки может быть записано в форме условия на дисперсию (2.65) оценки

$$\sigma^2 \{ \hat{I}(T) \} \leq \delta^2, \quad (2.66)$$

где δ — заданная величина, характеризующая допустимое отклонение оценки $\hat{I}(T)$ от истинного значения I .

Рассмотрим, что означает условие (2.66) для случая, когда интеграл I есть вероятность некоторого события. Именно с такой ситуацией приходится иметь дело при вычислениях по формулам (2.61).

Пусть $\xi(x) = 1 [-\varphi_s(x)] = \begin{cases} 1, & \varphi_s(x) \leq 0 \\ 0, & \varphi_s(x) > 0 \end{cases}$, т. е. функция $\xi(x)$ есть индикатор множества значений x , для которых $\varphi_s(x) \leq 0$. Тогда $I = \int_{R_n} \xi(x) f(x) dx$ есть вероятность того, что случайный x удовлетворяет условию $\varphi_s(x) \leq 0$. В оценке (2.64) интеграла I величины $\xi_i = \xi(x^{(i)})$ принимают одно из двух возможных значений: 0 или 1.

Дисперсия этой оценки при подстановке $\xi(x)$ в (2.65) принимает вид

$$\sigma^2 \{ \hat{I}(T) \} = \frac{1}{T} I (1 - I), \quad (2.67)$$

т. е. весьма просто выражается через оцениваемую величину I .

Неравенство (2.66) приводит тогда к следующему условию на T :

$$T \geq I (1 - I) / \delta^2. \quad (2.68)$$

Наибольшее значение правой части достигается при $I = 1/2$. Это означает, что условие (2.68) будет выполнено для любых I , если T удовлетворяет условию $T \geq 1/4\delta^2$. Это неравенство весьма полезно при оценке интегралов I , имеющих смысл вероятности некоторых событий.

Вместо (2.66) требования к точности часто имеют вид ограничений на относительную погрешность оценки интеграла и записываются в форме

$$\sigma \{ \hat{I}(T) \} / I \leq \varepsilon, \quad (2.69)$$

где ε — заданная величина, определяющая допустимую относительную погрешность оценки.

В случае, когда I есть вероятность и дисперсия $\sigma^2 \{ \hat{I}(T) \}$ определяется выражением (2.67), неравенство (2.69) приводит к следующему условию на T :

$$T \geq (1 - I) / (I\varepsilon^2). \quad (2.70)$$

Это неравенство обращает внимание на следующий важный факт. При оценке вероятности I , имеющей значение, близкое к единице, достаточно, чтобы $T \geq 1/\varepsilon^2$. Однако для малых вероятностей, I требование к достаточному значению T становится существенно более жестким $T \geq 1/T\varepsilon^2$.

В общем случае дисперсия оценки интеграла дается формулой (2.65) и определение значения T из условий на абсолютную и относительную погрешность оценки интеграла требует хотя бы приближенного знания оцениваемой величины I и интеграла

$$\int_{R_n} \xi^2(x) f(x) dx.$$

Известные утверждения типа законов больших чисел, устанавливающие факт сходимости оценок метода Монте-Карло, и асимптотические оценки скорости их сходимости в сущности мало что дают для конструктивного решения проблемы. В то же время разработаны различные методы определения достаточной длины выборки T по результатам наблюдений величин ξ_i и по поведению оценки $\hat{I}(T)$ в функции T . Детальное обсуждение этих вопросов, а также описание методов вычисления интегралов, обладающих повышенной по сравнению с простейшей оценкой (2.64) точностью, можно найти в книгах [10, 12, 24].

Здесь же приведем простой и общий метод, позволяющий обеспечить заданную точность определения значения интеграла, в сущности не требующий никакой априорной информации о значении интеграла. Метод этот известен под названием двухэтапной процедуры Стейна [24, с. 499].

Задача обеспечения заданной точности формулируется следующим образом. Необходимо указать такое значение T , при котором с вероятностью, не меньшей γ , отклонение оценки $\hat{I}(T)$ (2.64) от истинного значения I не превосходит заданного значения δ . Иными словами, справедливо соотношение

$$P \{ |\hat{I}(T) - I| \leq \delta \} \geq \gamma. \quad (2.71)$$

В силу процедуры Стейна задачу решают в два этапа. Первоначально величине T придают некоторое начальное значение $T = T_0$ ($T_0 = 50 \div 100$). Для этого T_0 вычисляют величины

$$\begin{aligned} \hat{I}(T_0) &= \frac{1}{T_0} \sum_{i=1}^{T_0} \xi_i; \\ S^2(T_0) &= \frac{1}{T_0} \sum_{i=1}^{T_0} (\xi_i - \hat{I}(T_0))^2 = \frac{1}{T_0} \sum_{i=1}^{T_0} \xi_i^2 - \hat{I}^2(T_0). \end{aligned} \quad (2.72)$$

Искомое значение длины выборки T записывают в форме $T = T_0 + T_1$ и T_1 находят из условия

$$S(T_0) \alpha_{\gamma} / \sqrt{T_0 + T_1} \leq \delta. \quad (2.73)$$

Здесь $\alpha_\gamma - \varphi$ — процентный квантиль гауссовского распределения.

С учетом начального значения T_0 и условия (2.73) для T имеем

$$T \geq \max \{T_0, S^2(T_0) \alpha_\gamma^2 / \delta^2\}. \quad (2.74)$$

Значение T_1 обычно находят как наименьшее число, удовлетворяющее условию (2.73).

Величина $S^2(T_0)$ есть выборочная дисперсия оценки $\hat{I}(T_0)$, полученная по выборке длины T_0 . Требуемое значение T длины выборки существенно зависит от точности оценивания ($T \rightarrow \infty$ при $\delta \rightarrow 0$) и от вероятности γ , гарантирующей заданную точность (при $\gamma \rightarrow 1$, $\alpha_\gamma \rightarrow \infty$ и, следовательно, $T \rightarrow \infty$).

Если требование к точности имеет вид условия на относительную ошибку оценки интеграла

$$|\hat{I}(T) - I|/I \leq \varepsilon, \quad (2.75)$$

то необходимая длина выборки T определяется условием

$$T \geq \max \{T_0, S^2(T_0) \alpha_\gamma^2 / (\varepsilon^2 I^2)\}. \quad (2.76)$$

Правая часть неравенства (2.76) зависит от неизвестной величины I . Заменяя I оценкой $\hat{I}(I)$, приходим к неравенству $T \geq \geq \max \{T_0, S^2(T_0) \alpha_\gamma^2 / \hat{I}^2(T)\}$, правая и левая части которого зависят от искомого T . Вследствие этого естественен переход к определению T в силу многошаговой итеративной процедуры, определяемой неравенством

$$T_k \geq \max \{T_{k-1}, S^2(T_{k-1}) \alpha_\gamma^2 / \hat{I}^2(T_{k-1})\}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.77)$$

Условием окончания этой процедуры является выполнение неравенства

$$T_k \geq \max \{T_{k-1}, S^2(T_{k-1}) \alpha_\gamma^2 / \hat{I}^2(T_k)\}. \quad (2.78)$$

Описанный метод определения достаточного значения T представляет собой эвристическое обобщение теоретически строго обоснованной двухэтапной процедуры Стейна. Однако во всех случаях описанные правила выбора длины реализации при требованиях к значениям абсолютной и относительных ошибок вычисления интегралов практически достаточно эффективны.

Алгоритмы вычисления показателей качества и собираемости. Приведем алгоритмы метода статистического моделирования, соответствующие вычислениям по формулам (2.60)—(2.62).

Чтобы реализовать вычисления, необходимо генерировать независимые случайные векторы $x_i^{(t)}$, имеющие плотности вероятности $f_i(x_i)$, $i = \overline{1, m}$, $x_i \in R_n$, и независимые случайные величины $\omega^{(t)}$, имеющие плотность вероятности $f_\Omega(\omega)$.

Пусть $x_i^{(t)}$ и $\omega^{(t)}$, $t = \overline{1, T}$ — последовательности случайных величин, удовлетворяющие указанным свойствам. Метод стати-

стического моделирования позволяет параллельно вычислять все показатели качества и собираемости по одной и той же реализации случайных величин $x_i^{(t)}$ и $\omega^{(t)}$, $t = \overline{1, T}$.

Алгоритм вычисления, соответствующий простым оценкам (2.64), определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\widehat{I}_i^{(k_i)}(T) &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1_{X^{(k_i)}}(x_i^{(t)}), \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m}; \\ \widehat{I}_{CK}^{(k)}(T) &= \min_i \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \widehat{I}_i^{(k_i)}(T); \\ \widehat{I}_{CK}(T) &= \sum_{k=1}^L \widehat{I}_{CK}^{(k)}(T)\end{aligned}\quad (2.79)$$

и

$$\hat{p}_s^{(k)}(T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [-\varphi_s(x^{(t)}, \omega^{(t)})] \prod_{i=1}^m \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} 1_{X^{(k_i)}}(x_i^{(t)}) \frac{1}{r_i}; \quad (2.80)$$

$$\hat{p}^{(k)}(T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \prod_{s \in S} [-\varphi_s(x^{(t)}, \omega^{(t)})] \prod_{i=1}^m \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} 1_{X^{(k_i)}}(x_i^{(t)}) \frac{1}{r_i};$$

$$r_i = \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \widehat{I}_i^{(k_i)}(T); \quad (2.81)$$

$$\widehat{P}_1(T) = \frac{1}{\widehat{I}_{CK}(T)} \sum_{k=1}^L \widehat{I}_{CK}^{(k)}(T) \widehat{p}^{(k)}(T);$$

$$\widehat{P}_0(T) = \widehat{P}_1(T) \widehat{I}_{CK}(T). \quad (2.82)$$

Отметим следующее. В соотношениях (2.60)—(2.62) и соответствующих им (2.79)—(2.82) наблюдается ситуация более сложная, чем в (2.63)—(2.64), отличающаяся тем, что интересующие нас показатели качества являются функциями от математических ожиданий определенных случайных величин. Алгоритм (2.79)—(2.82) построен так, что все математические ожидания в (2.60)—(2.62) заменены их статистическими оценками.

Можно показать, что в существе дела это мало что изменяет. Асимптотически при $T \rightarrow \infty$ оценки сходятся к соответствующим интегралам. Более сложными оказываются контроль точности оценок и выработка правил остановки алгоритмов — определения достаточной длины T реализации последовательности случайных величин. Однако все эти проблемы конструктивно решаются на основе описанной двухэтапной процедуры Стейна.

Содержательно весьма важно другое. Приведенный алгоритм дает универсальное решение задачи анализа качества сборки по методу групповой взаимозаменяемости. Для любых полей групповых допусков $X_i^{(k_i)}$ и любых правил комплектования Λ могут быть оценены показатели собираемости и качества, комплексно характеризующие формируемые СК. В сущности алгоритм имитирует процесс реальной сборки и комплектования. Случайные $x_i^{(t)}$ и $\omega^{(t)}$, генерируемые в соответствии с заданными плотностями вероятности, дают случайные значения параметров x_i деталей и возмущений ω . Индикаторные функции, входящие в выражения (2.79)—(2.81), указывают лишь, выполнены или не выполнены определенные условия. Весь расчет по сути дела сводится к определению частот выполнения этих условий и, следовательно, к оценке соответствующих вероятностей. Имитация реального сборочного процесса состоит в проведении численных экспериментов по проверке реальных условий собираемости и качества.

Показатели качества и собираемости СК при наличии ошибок измерения контролируемых параметров деталей определяются формулами (2.45)—(2.51). Приведем алгоритмы расчета этих показателей методом статистического моделирования.

Для реализации алгоритма необходимо генерировать последовательности случайных величин $x_i^{(t)}$, $\omega^{(t)}$, $z_i^{(t)}$, $i = \overline{1, m}$. Здесь $x_i^{(t)}$ — случайные значения параметров деталей, $z_i^{(t)}$ — измерения, соответствующие величинам $x_i^{(t)}$, $\omega^{(t)}$ — случайные независимые неконтролируемые возмущения процесса сборки.

Поясним способы генерирования случайных $z_i^{(t)}$. При заданном $x_i^{(t)}$ случайные векторы $z_i^{(t)}$ имеют плотность вероятности $g_i(z_i | x_i)$. Величины $z_i^{(t)}$ генерируются после получения значений $x_i^{(t)}$ в соответствии с этой плотностью вероятности.

Если ошибки измерения ξ_i не зависят от значений измеряемых параметров и, как это обычно бывает,

$$z_i = x_i + \xi_i, \quad (2.83)$$

то набор величин $z_i^{(t)}$ определяется соответствующим выражением

$$z_i^{(t)} = x_i^{(t)} + \xi_i^{(t)}, \quad (2.84)$$

где ошибки измерения $\xi_i^{(t)}$ — независимые случайные векторы, имеющие заданные плотности вероятности $f_{\xi_i}(\xi_i)$.

Формулы, определяющие оценки основных характеристик СК при заданных $z_i^{(t)}$, $\omega^{(t)}$, имеют вид, аналогичный (2.79)—(2.82). Приведем сводку соответствующих выражений

$$\hat{I}_i^{(k_i)}(T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1_{z_i^{(k_i)}}(z_i^{(t)}), \quad k_i = \overline{1, l_i}, \quad i = \overline{1, m};$$

$$\hat{I}_{СК}^{(k)}(T) = \min_i \sum_{k_i=1}^{l_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \hat{I}_i^{(k_i)}(T);$$

$$\widehat{I}_{CK}(T) = \sum_{k=1}^{\Delta} \widehat{I}_{CK}^{(k)}(T); \quad (2.85)$$

$$\widehat{p}_s^{(k)}(T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1 [-\varphi_s(x^{(t)}, \omega^{(t)})] \prod_{i=1}^m \sum_{k_i=1}^{I_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \rho_i^{(k_i)}(x_i^{(t)}) \frac{1}{\bar{r}_i};$$

$$\widehat{p}^{(k)}_i(T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1 [-\varphi_s(x^{(t)}, \omega^{(t)})] \prod_{i=1}^m \sum_{k_i=1}^{I_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \rho_i^{(k_i)}(x_i^{(t)}) \frac{1}{\bar{r}_i};$$

$$\bar{r}_i = \sum_{k_i=1}^{I_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} \widehat{I}_i^{(k_i)}(T);$$

$$\widehat{\bar{P}}_1(T) = \frac{1}{\widehat{I}_{CK}(T)} \sum_{k=1}^{\Delta} \widehat{I}_{CK}^{(k)}(T) \widehat{p}^{(k)}(T);$$

$$\widehat{\bar{P}}_0(T) = \widehat{\bar{P}}_1(T) \widehat{I}_{CK}(T). \quad (2.86)$$

Подводя итог, отметим, что в общем все вычисления хотя и громоздки, достаточно элементарны и позволяют полностью охарактеризовать СК.

2.6. ЗАДАЧИ АНАЛИЗА И ОПТИМИЗАЦИИ СБОРКИ С ГРУППОВОЙ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬЮ

Комплексная характеристика СК, определяемая введенной системой показателей качества, позволяет по-новому подойти к задачам анализа и выбора параметров метода сборки с групповой взаимозаменяемостью.

Описанные в п. 2.5 алгоритмы статистического моделирования в принципе позволяют полностью рассчитать характеристики СК при любых заданных групповых допусках и правилах комплектования. При этом предполагается, что известны все необходимые плотности вероятности случайных размеров и возмущений. Таким образом можно решить все задачи анализа, связанные с оценкой эффективности предлагаемых методов комплектования, с их сопоставлением и оценкой влияния различных факторов.

Рассматриваемый подход к комплексному описанию СК позволяет ставить и решать задачи оптимизации сборки методом групповой взаимозаменяемости в терминах содержательных требований к СК в целом с учетом всех показателей качества СК.

Оптимизация позволяет выбрать такие значения параметров метода сборки, которые обеспечивают ей (сборке) в определенном смысле наилучшие характеристики. Если задачи анализа метода

сборки решаются вычислением его характеристик при заданных параметрах, то синтез метода сборки уже предполагает сопоставление вариантов и выбор в определенном смысле наилучшего.

Формализация задачи оптимизации требует выделить и указать два типа величин: варьируемые параметры (величины, определяющие метод сборки и выбираемые в результате решения задачи оптимизации; часть параметров метода сборки при этом является фиксированной, заданной в силу различных причин и не входит в набор варьируемых параметров) и показатели качества метода сборки (совокупность величин, в достаточной мере характеризующих его качество и эффективность; при постановке задачи оптимизации показатели качества считаются функциями варьируемых параметров).

Варьируемые параметры. Рассмотрим основные варьируемые параметры задач оптимизации сборки методом групповой взаимозаменяемости и их влияние на показатели качества.

1. Набор контролируемых параметров x_i детали i -го типа $x_i \in R_{n_i}$ представляет собой важнейший варьируемый параметр задачи. Ранее указывалось, что расширение числа контролируемых параметров деталей в принципе уменьшает неопределенность сборки, повышает собираемость и качество СК. Рациональный выбор компонент и числа элементов вектора x_i в значительной мере определяет возможности сборки с групповой взаимозаменяемостью. Вектор возмущений ω в моделях, описанных в гл. 1, учитывает неопределенность, связанную с недостаточной информативностью набора контролируемых параметров. Расширение размерности вектора x_i обычно приводит к уменьшению разброса, обусловливаемого вектором ω .

В то же время очевидно, что увеличение числа контролируемых параметров усложняет и удорожает процесс сборки. Весьма важно оценить вклад отдельных компонент вектора x_i и ограничиться контролем возможно меньшего их числа.

2. Число l_i селективных групп деталей i -го типа — параметр, существенно влияющий на сложность сборочного процесса. Увеличение числа селективных групп позволяет уменьшить соответствующие групповые допуски и, следовательно, повысить собираемость и качество СК. Однако при этом усложняются процессы контроля, накопления и комплектования СК. В частности, уменьшение группового допуска снижает вероятность наличия в накопителе детали с параметрами, соответствующими этой группе. Следовательно, чтобы обеспечить нужный уровень собираемости, надо иметь систему комплектования с большими объемами накопителей, что приводит к необходимости больших заделов деталей и сложных накопительно-манипуляционных систем. Другим обстоятельством, делающим нецелесообразным чрезмерное уменьшение группового допуска, являются конечная разрешающая способность средств измерения и ошибки измерения.

3. Синтез технологической системы сборки включает проблемы выбора средств измерения и формулировки требований к ним. Для модели измерения с аддитивной ошибкой (2.83) это означает, в частности, что в качестве варьируемых параметров могут быть приняты дисперсии $\sigma_{\epsilon_i}^2$ ошибок измерения. Естественно, что чем меньше дисперсия ошибки, тем лучше. Однако аргументированный выбор средства измерения требует анализа того, к какому выигрышу приводит применение более точных приборов. Если при этом учесть, что большая точность это, как правило, большая стоимость и меньшая производительность, а выигрыш может оказаться не столь уж и значительным, то становится ясным, что аргументированный выбор требует сбалансированного анализа различных последствий варьирования погрешностей измерения и точной формулировки соответствующего критерия эффективности системы сборки.

Ошибки измерения входят в построенные модели через условные плотности вероятности $g_i(z_i | x_i)$ наблюдений z_i . Это означает, что в общем случае в качестве варьируемых параметров могут быть приняты не только дисперсии ошибок, но и более тонкие характеристики их вероятностного описания.

4. Эффективность метода сборки с групповой взаимозаменяемостью существенно зависит от полей групповых допусков $Z_i^{(k_i)}$ или $X_i^{(k_i)}$, $k_i = \overline{1, l_i}$, определяющих, какие из деталей i -го типа попадают в k_i -е селективные группы. При задании полей групповых допусков и одновременно числа селективных групп, как правило, стремятся к отсутствию незавершенного производства при обеспечении выполнения всех требований собираемости и качества. Эти условия, однако, часто оказываются противоречивыми. Постановка задач оптимизации при варьировании полей групповых допусков и числа селективных групп с четкой формулировкой показателей качества и комплексной характеристикой последствий того или иного выбора позволяет найти компромиссное решение.

5. Правила комплектования устанавливают способы формирования СК из деталей различных селективных групп. Универсальный способ описания одно- и многовариантных методов, комплектования базируется на введенных ранее обобщенных правилах комплектования, задаваемых весами Λ . Правила комплектования, или возможные значения весов Λ , являются важнейшими варьируемыми параметрами задач сборки с групповой взаимозаменяемостью.

6. Различие распределений параметров и стоимостей деталей i -го типа приводит к необходимости использовать в сборочном процессе различные объемы N_i , $i = \overline{1, m}$, заделов деталей. Чрезвычайно важно аргументированно оценить необходимое относительное число деталей.

7. Особый круг задач связан с оптимизацией по плотностям вероятности $f_i(x_i)$, характеризующим точность и стабильность оборудования. Изменение настроек оборудования позволяет смещать значения параметров деталей и тем самым формировать плотности вероятности желаемого вида. Заметим, что приемы такого типа используются для повышения собираемости.

Постановка задачи оптимизации. Рассмотрим основные показатели качества и сформулируем задачи оптимизации. Условно разобьем возможные постановки задач оптимизации на три группы. К первой группе отнесем задачи оптимизации числа годных СК и все задачи, опирающиеся на характеристику качества сборочного процесса в терминах объемов (числа) комплектов, удовлетворяющих и неудовлетворяющих различным условиям. Вторую группу образуют задачи оптимизации варьируемых параметров метода сборки с групповой взаимозаменяемостью. Третья группа — задачи с критериями стоимостного типа, учитывающие затраты и выигрыш, выраженные в единицах стоимости.

Приведем примеры формулировки задач различного типа.

1. Задачи первого типа:

$$\max P_0; \quad (2.87)$$

$$\max \{P_0 | p_s \geq \alpha_s, \quad 0 < \alpha_s \leq 1, \quad s \in S\}; \quad (2.88)$$

$$\max \left\{ P_0 | p_s \geq \alpha_s, \quad 0 < \alpha_s \leq 1, \quad s \in S, \quad \sum_{i=1}^m N_i^e = 0 \right\}, \quad (2.89)$$

где N_i^e определяется соотношением (2.57).

Задача (2.87) есть безусловная максимизация выхода годных изделий. Задача (2.88) — задача на условный экстремум; здесь максимизируется выход годных P_0 , но при дополнительных ограничениях. Дополнительные условия требуют, чтобы вероятности выполнения некоторых s -х требований были не менее заданных значений α_s . Конкретные значения α_s определяются важностью тех или иных ограничений. В дополнительные условия задачи (2.89) включено требование отсутствия незавершенного производства.

Возможны постановки задач первого типа, в которых вместо величины P_0 максимизируется вероятность выполнения какого-то одного или группы условий, а значение P_0 или не рассматривается или включено в ограничения, например,

$$\max \{p_r | p_s \geq \alpha_s, \quad s \in S, \quad P_0 \geq \alpha_0\}, \quad (2.90)$$

где α_0 — заданная величина, $p_r(p_s)$ — вероятность выполнения r -го (s -го) условия в системе ограничений (1.8).

2. Задачи второго типа предполагают оптимизацию функций от варьируемых параметров

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^m n_i \mid P_0 \geq \alpha_0, \quad p_s \geq \alpha_s, \quad s \in S \right\}; \quad (2.91)$$

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^m l_i \mid P_0 \geq \alpha_0, \quad p_s > \alpha_s, \quad s \in S \right\}; \quad (2.92)$$

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^m \sigma_{\xi_i}^2 \mid P_0 \geq \alpha_0, \quad p_s \geq \alpha_s, \quad s \in S \right\}. \quad (2.93)$$

В задаче (2.91) требуется определить такое наименьшее число измеряемых параметров деталей, при котором выполнены условия, вынесенные в дополнительные ограничения; в задаче (2.92) — наименьшее суммарное число селективных групп, если выполнены такие же дополнительные условия. В задаче (2.93) определяется наибольшее допустимое значение суммы дисперсий ошибок измерения параметров деталей при той же системе ограничений. Смысл такой постановки задачи заключается в стремлении определить предельно допустимый уровень погрешности измерения. Возможно множество постановок задач такого рода с различными вариантами критериев и ограничений. Так, вместо суммы дисперсий $\sum_{i=1}^m \sigma_{\xi_i}^2$ можно записать $\min \sigma_{\xi_i}^2$; тогда задача становится минимаксной и имеет смысл максимизации наименьшей из допустимых дисперсий погрешностей измерения.

Подчеркнем, что во всех задачах такого типа речь идет об определении предельно допустимых (в том или ином смысле) варьируемых параметров системы сборки.

3. Задачи третьего типа предполагают, что известны стоимости деталей всех типов, затраты на выполнение сборочных операций, потери от попадания в брак изделия, собранного из недоброкачественного СК и т. п., т. е. так или иначе в стоимостном выражении могут быть оценены потери от невыполнения различных условий и ограничений.

Тогда «стоимостной аналог» задачи (2.88) можно записать в форме

$$\max \left\{ P_0 - \sum_{s \in S} c_s (\alpha_s - p_s) \right\}, \quad (2.94)$$

где c_s — относительные потери (штраф) за невыполнение условия $p_s \geq \alpha_s$.

Приведем пример совершенного иного функционала стоимостного типа. Пусть N_i — число деталей i -го типа, $N_{СК}$ — среднее число сформированных СК, определяемое формулой (2.54), c_i — стоимость детали i -го типа. Тогда задача

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^m c_i N_i \mid N_{\text{СК}} = N_+ \right\} \quad (2.95)$$

означает формирование заданного числа СК N_+ при минимальной стоимости исходного числа комплектующих. Эта задача определяет оптимальные объемы N_i партий деталей i -го типа, необходимые для выпуска заданного среднего числа изделий N_+ .

Влияние разнородных и трудносоставляемых факторов оценивают с переходом к некоторой единой унифицированной системе измерений, которой является или, по крайней мере, должна быть стоимость. В этом смысле стоимостная постановка задачи в определенном смысле наиболее важна, она определяет в конечном счете эффективность системы в стоимостном (денежном) выражении. Существенные проблемы, связанные с подобным подходом, заключаются в том, что трудно достаточно аргументированно оценить стоимостную значимость различных факторов и, следовательно, определить стоимостные коэффициенты c_s , c_i в функционалах (2.94), (2.95).

В приведенных постановках задач (2.90)—(2.95) не указаны варьируемые параметры, т. е. переменные, по которым ведется оптимизация. Сделано это специально в связи с тем, что возможны самые разные варианты, в частности, в качестве варьируемых могут быть взяты перечисленные выше параметры в любых возможных сочетаниях и комбинациях. Естественно, что выбор этот не произволен и диктуется содержательной постановкой проблемы.

Методы решения задачи оптимизации. При всей привлекательности оптимизационного подхода следует иметь в виду, что для решения задачи такого типа необходимо разрешить целый ряд достаточно сложных проблем. В первую очередь это проблемы разработки методов, алгоритмов и программ оптимизации.

Приведенные постановки задач и их обсуждение показывают, что показатели качества и ограничения можно рассматривать как функции многих переменных, в качестве которых выступают варьируемые переменные задачи. Описанные в п. 2.5 методы статистического моделирования позволяют определять значения этих функций при любых допустимых значениях переменных, а небольшая модификация таких методов — производные, необходимые для численных алгоритмов оптимизации.

Если характеризовать ситуацию в целом, то необходимо указать, что рассматриваемые задачи сформулированы в общем случае на алгоритмически заданных функциях. Особенность такого задания состоит в том, что зависимость функций от переменных задана не формулами (аналитически), а алгоритмами, позволяющими вычислять значения функций при различных значениях аргументов. Это означает, что задачи оптимизации могут быть решены также только численно.

Сформулированные проблемы оптимизации относятся к классу нелинейных задач математического программирования, методам и алгоритмам решения которых посвящена обширная литература, например, [8, 12, 19].

Вместе с тем необходимо обратить внимание на следующее существенное обстоятельство. Успешное решение той или иной задачи оптимизации, как правило, требует достаточно трудоемких предварительных исследований, в частности, изучения характера зависимости от варьируемых параметров функций, входящих в формулировку задачи. Результат такого исследования — выбор подходящего метода решения задачи. К сожалению, использовать стандартные методы и алгоритмы обычно по тем или иным причинам невозможно. Скорее правилом, чем исключением, является необходимость разрабатывать специальный метод или, по крайней мере, специальную модификацию известного алгоритма оптимизации. Объясняется это тем, что стандартные методы ориентированы на решение задач достаточно широкого класса. Конкретные же проблемы порождают свои специфические ограничения, сопровождаются определенной априорной и интуитивной информацией о предполагаемом решении. Учет этой информации позволяет существенно повысить эффективность алгоритмов оптимизации. Сказанное означает, что решение каждой задачи оптимизации — достаточно сложная и специальная проблема. Дополнительная особенность рассматриваемых задач — то, что вместо значений функций имеются только их вероятностные оценки. Метод статистического моделирования, в принципе, при достаточно большом числе реализаций случайных величин позволяет определить значения всех интегралов с высокой точностью, но с большими затратами машинного времени.

Численные методы оптимизации строятся как методы последовательных приближений, требующие в конечном счете вычисления значений функций в большом числе точек. В связи с этим возникает естественный вопрос, нельзя ли строить последовательные приближения на основе приближенных значений оптимизируемых функций, а усреднение как бы вынести в процесс последовательных приближений. Оказывается, так делать можно.

Одно из направлений развития методов решения задач нелинейного программирования связано с разработкой алгоритмов решения задач в условиях стохастически заданных функций. Все подходы такого типа объединены общим названием — метод стохастического программирования (см., например, [12, 19]). Заметим, что развиваемый в настоящей книге подход к задачам описания, анализа и оптимизации различных методов сборки по сути дела приводит к постановкам и проблемам, адекватным возможностям методов стохастического программирования. Представляется, что применение этих методов и разработка на их основе соответствующих оптимизационных алгоритмов дадут эффективные методы решения многих практически важных задач.

СБОРКА ДВУХ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОТБРАКОВКОЙ

3.1. ПРОБЛЕМЫ СБОРКИ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОТБРАКОВКОЙ

Предварительную отбраковку при входном контроле деталей перед сборкой можно рассматривать как частный случай селективной сборки, который связан с формированием всего одной селективной группы. Проблемы рациональной отбраковки деталей перед сборкой возникают при использовании методов неполной и даже полной взаимозаменяемости. Действительно, метод полной взаимозаменяемости требует назначения таких допусков параметров собираемых деталей, которые, с одной стороны, не являются слишком жесткими, чтобы не удорожать производство, а с другой стороны, обеспечивают полную собираемость изготовленных деталей при сплошной сборке. Полная собираемость при вероятностном методе расчета допусков означает, что вероятность появления бракованного изделия достаточно мала и заранее регламентирована. В этих условиях задача построения наилучших допусков изготовления деталей может быть сформулирована в терминах п. 1.4.

Главные вопросы, которые будут исследоваться в связи с проблемой предварительной отбраковки деталей, связаны с выяснением того, в каких случаях целесообразен входной контроль и как выбрать его допуски наилучшим образом, чтобы, например, выход годных изделий был максимальным в условиях, когда распределения параметров деталей уже заданы. В такой постановке задача предварительной отбраковки деталей перед сборкой ранее в литературе не рассматривалась. В то же время подобное исследование представляет интерес особенно для случая сборки двух деталей, каждая из которых характеризуется только одним параметром. Этот интерес обусловлен, в частности, тем, что такой простейший вариант сборки позволяет детально изучить основные эффекты, связанные с видом и характеристиками распределений параметров деталей, точностью измерений и другими факторами, имеющими место в более сложных ситуациях, в том числе при селективной сборке.

Для того чтобы проследить связи между параметрами сборочного процесса (характеристиками распределений, точностью

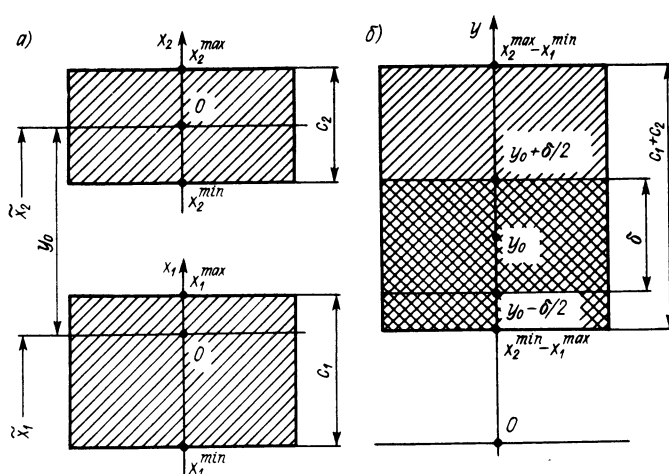


Рис. 3.1

входного контроля и т. д.) и показателями качества сборки, влияние каждого из параметров рассматривается отдельно. Общая структура исследования выглядит следующим образом: рассматривается наиболее простой базовый вариант сборки, а затем поочередно вводятся те или иные факторы, которые отличают реальный процесс от базового, и изучаются вносимые этими факторами отклонения в исходные показатели сборки.

В данной главе рассматривается сборка двух однопараметрических деталей типа вал и втулка с линейной зависимостью выходного параметра изделия — зазора — от размеров деталей, а именно, зазор y равен разности диаметров втулки и вала.

Введем обозначения, несколько отличающиеся от принятых в примере 1.4. Параметры деталей x_1 и x_2 представляют собой соответственно отклонения диаметров вала и втулки, отсчитанные от некоторых специально подобранных значений \tilde{x}_1 и \tilde{x}_2 таких, что $y = x_2 - x_1 + y_0$, где $y_0 = \tilde{x}_2 - \tilde{x}_1$ — середина поля допуска зазора. На рис. 3.1, а показано возможное взаимное расположение полей допусков рассматриваемых деталей. Здесь x_i^{min} , x_i^{max} — наименьшее и наибольшее значения параметров; $c_i = x_i^{max} - x_i^{min}$ — допуски параметров.

В этих предположениях требования к выходному параметру изделия сводятся к ограничению на зазор вида (1.31)

$$|x_2 - x_1| - \delta/2 \leq 0, \quad (3.1)$$

где δ — допуск зазора (рис. 3.1, б).

Детали, для которых выполнено условие (3.1), дадут зазор y , удовлетворяющий условию $y_0 - \delta/2 \leq y \leq y_0 + \delta/2$.

Для предельного упрощения задачи в неравенство (3.1) не введен вектор случайных возмущений ω , характеризующий неконтролируемые факторы сборочного процесса. С той же целью будем считать входной контроль деталей безошибочным. Таким образом, рассматривается детерминированный сборочный процесс, который характеризуется тем, что если величины x_1 и x_2 известны, то результат сборки деталей (т. е. качество изделия) на основе неравенства

(3.1) может быть предсказан однозначно. При безошибочных измерениях параметры деталей известны точно и процесс входного контроля сводится к проверке для каждой детали выполнения неравенств

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i, \quad i = 1, 2. \quad (3.2)$$

Величины x_i , \bar{x}_i определяют поля допусков входного контроля деталей. Пусть функции $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$ представляют собой плотности вероятности случайных величин x_1 и x_2 .

После входного контроля параметров и отбраковки поступившие на сборку детали комплектуются случайным образом (сплошная сборка), образуя СК с параметрами $x = (x_1, x_2)^T$. Диаграмма посадок, получающихся при сборке таких СК, представлена на рис. 3.2. Здесь заштрихованная полоса в координатах x_1, x_2 есть область допустимых значений диаметров, прямоугольник $ABCD$ — область значений диаметров x_1, x_2 после отбраковки.

Показатели качества сборочного процесса с отбраковкой для общего случая были приведены в п. 1.4. В соответствии с этими результатами вероятность выполнения требований (3.1) к зазору при сборке комплектованных валов и втулок определяется выражением (1.79)

$$P_1 = \frac{1}{I_1 I_2} \int_{\underline{x}_1}^{\bar{x}_1} f_1(x_1) \int_{\underline{x}_2}^{\bar{x}_2} f_2(x_2) 1_{[\delta/2 - |x_2 - x_1|]} dx_2 dx_1, \quad (3.3)$$

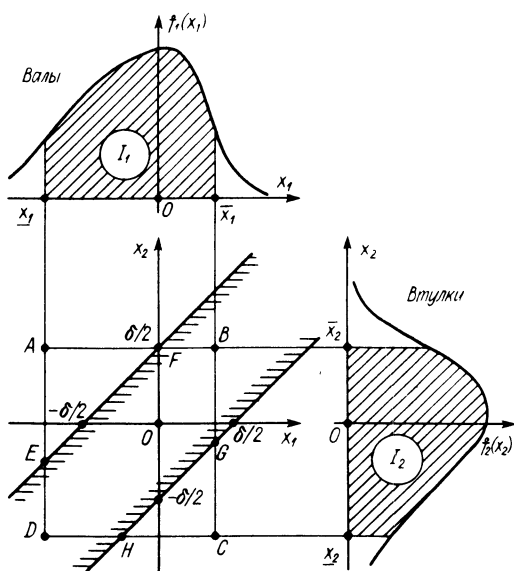


Рис. 3.2

где $I_i = \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_i} f_i(x_i) dx_i$ — число валов и втулок, поступающих на сборку после входного контроля.

Для случая, показанного на рис. 3.2, значение P_1 определяется следующим выражением:

$$P_1 = 1 - (J_1 + J_2)/I_1 I_2, \quad (3.4)$$

где интегралы

$$\begin{aligned} J_1 &= \int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}_1 - \delta/2} f_1(x_1) \int_{\bar{x}_1 + \delta/2}^{\bar{x}_1} f_2(x_2) dx_2 dx_1, \\ J_2 &= \int_{\bar{x}_1 + \delta/2}^{\bar{x}_1} f_1(x_1) \int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}_1 - \delta/2} f_2(x_2) dx_2 dx_1 \end{aligned} \quad (3.5)$$

имеют простой геометрический смысл. Это объемы областей с треугольными основаниями AFE и GCH (рис. 3.2) соответственно, ограниченных функцией плотности вероятности $f(x) = f_1(x_1) \times f_2(x_2)$. Формулы (3.5) для J_1 и J_2 справедливы только в том случае, если точки D и B лежат внутри, а A и C — вне заштрихованной полосы допустимых зазоров, ограниченной прямыми $x_2 = x_1 - \delta/2$ и $x_2 = x_1 + \delta/2$, т. е. если выполнены условия $|x_2 - x_1| \leq \delta/2$, $|\bar{x}_2 - \bar{x}_1| \leq \delta/2$, $\bar{x}_2 - \bar{x}_1 > \delta/2$, $x_2 - \bar{x}_1 < -\delta/2$. При полном «погружении» прямоугольника $ABCD$ в указанную полосу (при этом $\bar{x}_2 - \bar{x}_1 \leq \delta/2$, $x_2 - \bar{x}_1 \geq -\delta/2$) интегралы J_1 , J_2 равны нулю и $P_1 = 1$, т. е. брак при сборке СК отсутствует.

Основной критерий качества сборочного процесса — выход годных изделий P_0 — в соответствии с (1.82), (1.83) определяется соотношением

$$P_0 = I_{СК} P_1 = I_{СК} (I_1 I_2 - J_1 - J_2)/I_1 I_2, \quad (3.6)$$

где $I_{СК} = \min \{I_1, I_2\}$ — число скомплектованных СК.

Напомним, что P_0 представляет собой долю деталей из исходной совокупности, попадающих в конечном счете в годные изделия.

Величина $1 - P_0$ представляет собой объем производственных потерь, определяемый суммарным числом деталей трех типов: деталей несобранных, так как они не прошли входной контроль; деталей, прошедших входной контроль, но несобранных, так как для них нет пары (число деталей 1-го и 2-го типа различно); деталей, прошедших входной контроль и вошедших в СК, параметры которых не удовлетворяют условиям (3.1), т. е. попадающих в брак.

Поведение выхода годных изделий в зависимости от допусков входного контроля деталей является главным объектом исследования в этой главе. Соответствующая задача определения опти-

мальных допусков в задаче сборки с предварительной отбраковкой деталей записывается в виде

$$P_0^* = \max_{\bar{x}_1, \bar{x}_2, i=1, 2} P_0. \quad (3.7)$$

3.2. НАЗНАЧЕНИЕ ДОПУСКОВ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ ДЛЯ ОДИНАКОВО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЕТАЛЕЙ

В качестве основного, базового варианта сборки с предварительной отбраковкой будем рассматривать сборку двух деталей, парамет-

ры которых x_1 и x_2 имеют нулевые математические ожидания, а их плотности вероятности $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$ симметричны и совпадают между собой, т. е. $f_1(u) = f_2(u)$. Таким образом, при сборке деталей со средними значениями размеров будет получен зазор $y = y_0$, лежащий в середине поля допуска (рис. 3.1). В силу симметрии задачи перейдем от четырех независимых варьируемых параметров сборки (верхних и нижних порогов отбраковки (3.2) $\underline{x}_1, \bar{x}_1, \underline{x}_2, \bar{x}_2$) к одному (допуску входного контроля $a \geq 0$), полагая $\underline{x}_1 = \underline{x}_2 = -a/2$, $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = a/2$. Такой переход становится понятен, если учесть, что двумерная плотность вероятности $f(x) = f_1(x_1)f_2(x_2)$ и область (полоса) допустимых значений зазоров, определяемая неравенством (3.1), симметричны относительно начала координат (точки O на рис. 3.2) и прямой $x_1 = x_2$. Иными словами, задача сборки инвариантна к замене номеров (перестановке) деталей и к одновременному изменению направления отсчета (знака) их параметров. В сделанных предположениях диаграмма посадок (рис. 3.2) приобретает симметричный вид (рис. 3.3).

Число втулок и валов, поступающих на сборку, равно и определяется по формуле

$$I_1 = I_2 = I = 2 \int_0^{a/2} f_i(t) dt. \quad (3.8)$$

Вероятность (3.4) получения годного изделия при сборке преобразуется к виду

$$P_1 = 1 - 2J/I^2, \quad (3.9)$$

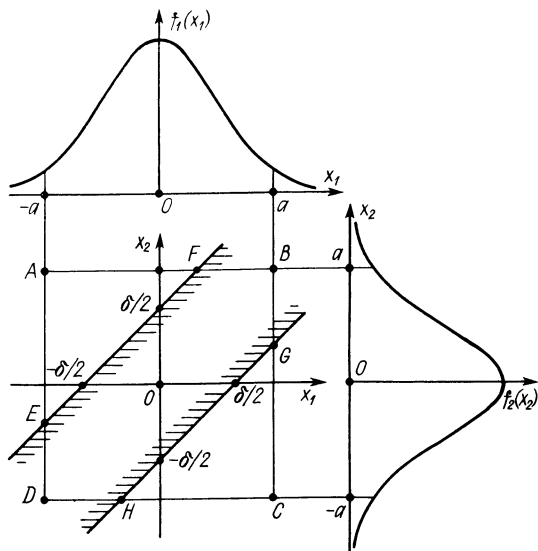


Рис. 3.3

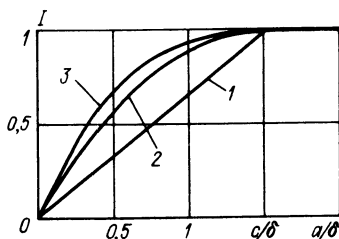


Рис. 3.4

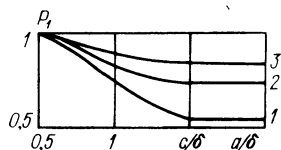


Рис. 3.5

где

$$J = \begin{cases} \int_{-a/2}^{(a-\delta)/2} f_i(x_1) \int_{x_1+\delta/2}^{a/2} f_i(x_2) dx_2 dx_1, & a > \delta/2, \\ 0, & a \leq \delta/2. \end{cases} \quad (3.10)$$

Напомним, что в приведенных выражениях (3.8)—(3.10) функция $f_i(x_i)$ не зависит от индекса i .

Поскольку число (3.8) деталей обоих типов, поступающих на сборку, совпадает, для числа сформированных СК имеем $I_{СК} = I$ и незавершенное производство отсутствует. Выход годных изделий (3.6) имеет вид

$$P_0 = IP_1 = (I^2 - 2J)/I. \quad (3.11)$$

Легко видеть, что значение I (3.8) монотонно зависит от a и с ростом a не убывает независимо от вида функции $f_i(x_i)$. Аналогичным свойством обладает и функция J (3.10). Менее очевидна монотонность зависимости P_1 от допуска входного контроля деталей a . С ростом a вероятность P_1 сборки годного изделия убывает от единицы (при $a \leq \delta/2$) до предельного значения

$$\begin{aligned} P_1(\infty) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_i(x_1) \int_{x_1-\delta/2}^{x_1+\delta/2} f_i(x_2) dx_2 dx_1 = \\ &= 1 - 2 \int_{-\infty}^{\infty} f_i(x_1) \int_{x_1+\delta/2}^{\infty} f_i(x_2) dx_2 dx_1, \end{aligned} \quad (3.12)$$

которое зависит от конкретного вида функции плотности вероятности $f_i(x_i)$ и допуска зазора δ . Проследить такое поведение зависимости $P_1(a)$ от a можно, если обратиться к геометрической интерпретации выражения (3.9). Величина P_1 представляет собой отношение объема пространственной области с основанием в виде многоугольника $BGHDEF$ (рис. 3.2), ограниченной функцией $f(x)$, к объему области под той же функцией с квадратным основанием $ABCD$.

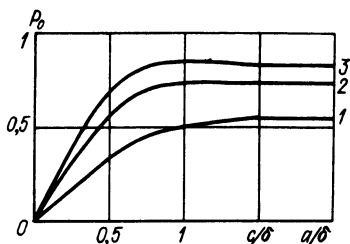


Рис. 3.6

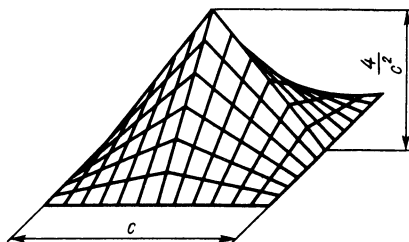


Рис. 3.7

Зависимость выхода годных изделий P_0 (3.11) от a в общем не монотонна и в некоторых случаях имеет максимум.

Рассмотрим ряд типовых плотностей вероятности $f_i(x_i)$.

1. Равномерное распределение

$$f_i(x_i) = \begin{cases} 1/c, & |x_i| \leq c/2, \\ 0, & |x_i| > c/2, \end{cases}$$

где $c > 0$ — допуск случайного параметра x_i , $i = 1, 2$.

Для этого распределения вычисления дают

$$I = \begin{cases} a/c, & a \leq c, \\ 1, & a > c; \end{cases} \quad J = \begin{cases} 1/2 (1 - \delta/2c)^2, & a \geq c, \\ \frac{a^2}{2c^2} (1 - \delta/2a), & \delta/2 < a < c, \\ 0, & a \leq \delta/2; \end{cases}$$

$$P_1 = \begin{cases} \frac{\delta}{2c} (2 - \delta/2c), & a \geq c, \\ \frac{\delta}{2a} (2 - \delta/2a), & \delta/2 < a < c, \\ 1, & a \leq \delta/2. \end{cases} \quad (3.13)$$

Формулы (3.13) записаны в предположении, что $c > \delta/2$, т. е. допуск размеров деталей превышает половину допуска зазора, а это, как известно, не позволяет применять метод полной взаимозаменяемости при сборке.

Из выражений (3.11) и (3.13) следует, что выход годных изделий равен

$$P_0 = \begin{cases} \frac{\delta}{2c} (2 - \delta/2b), & a \geq c, \\ \frac{\delta}{2c} (2 - \delta/2a), & \delta/2 < a < c, \\ a/c, & a \leq \delta/2. \end{cases} \quad (3.14)$$

Характер зависимостей (3.13), (3.14) от параметров задачи показан на рис. 3.4—3.6 (кривые 1).

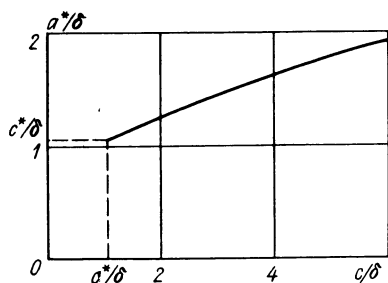


Рис. 3.8

Легко видеть, что при равномерных распределениях случайных параметров x_1, x_2 применение предварительной отбраковки деталей ($a < c$) всегда приводит к снижению выхода годных изделий (3.14). Максимально возможное значение $P_0 = (\delta/2c) \times (2 - \delta/2c)$ (здесь $c > \delta/2$) достигается при $a \geq c$, т. е. при отсутствии входного контроля, так как все изготовленные детали имеют параметры $|x_i| \leq c \leq$

$\leq a$ и, следовательно, поступают на сборку.

2. Треугольное распределение (распределение Симпсона)

$$f_i(x_i) = \begin{cases} \frac{2}{c} \left(1 - \frac{2}{c}|x_i|\right), & |x_i| \leq c/2, \\ 0, & |x_i| > c/2. \end{cases}$$

Здесь $c \geq \delta/2$ имеет тот же смысл, что и в предыдущем случае.

Плотность вероятности $f_i(x_i)$ как функция x_i представляет собой равнобедренный треугольник. На рис. 3.7 дано пространственное изображение распределения Симпсона для случая двух переменных, т. е. функции $f(x_1, x_2) = f_1(x_1) f_2(x_2)$.

Выполняя громоздкие вычисления, из (3.8)–(3.11) находим

$$I = \begin{cases} \frac{a}{c} \left(2 - \frac{a}{c}\right), & a \leq c, \\ 1, & a > c, \end{cases}$$

$$P_0 =$$

$$= \begin{cases} \frac{\delta}{12ac^2(2c-a)} [6(2a-\delta)(2c-a)^2 + 2(a-\delta)^2(2a+\delta) + \\ + \delta(2c-\delta)(6c-\delta)], & \delta \leq a < c, \\ \frac{\delta}{12c^4} [6(2c-\delta)c^2 + 2(c-\delta)^2(2c+\delta) + \\ + \delta(2c-\delta)(6c-\delta)], & \delta \leq c \leq a, \\ \frac{12a^2(2c-a)^2 - (2a-\delta)^2(2c-\delta)(6c-4a-\delta)}{12ac^2(2c-a)}, & \delta/2 \leq a < \\ < \delta, \quad a < c, \\ 1 - \frac{(2c-\delta)^4}{12c^4}, & \delta/2 \leq c < \delta, \quad a \geq c, \\ \frac{a}{c^2}(2c-a), & a < \delta/2. \end{cases} \quad (3.15)$$

Величины P_0, P_1, I связаны соотношениями (3.11).

Для случая $c > \delta$ поведение полученных зависимостей представлено на рис. 3.4—3.6 (кривые 2). Вследствие большей концентрации значений параметров деталей в области средних нулевых значений для треугольного распределения по сравнению с равномерным показатели качества сборочного процесса этих деталей выше. При одних и тех же допусках c размеров деталей и допусках a входного контроля в первом случае на сборку попадает больше деталей и вероятность их качественной сборки выше, чем во втором. Для деталей с параметрами, распределенными по треугольному закону, соответственно большие значения принимает и основной показатель — выход годных изделий P_0 . По сравнению со случаем равномерного распределения поведение P_0 в зависимости от a изменяется: если $c > c^*$, то P_0 имеет максимум $P_0^* = P_0(a^*)$, где c^* — некоторое критическое значение допуска параметров деталей. Оптимальное значение a^* допуска входного контроля, $\delta < a^* < c$, находится из уравнения

$$\frac{\partial P_0}{\partial a} = \frac{\delta(c-a)}{6c^2a^2(2c-a)^2} [6(2c-a)(2c\delta + a\delta - 2a^2) - 2(a-\delta)^2(2a+\delta) - \delta(2c-\delta)(6c-\delta)] = 0, \quad \delta < a < c. \quad (3.16)$$

Приравнявая нулю выражение, стоящее в квадратных скобках в уравнении (3.16), получаем кубическое уравнение относительно a , которое дает для a^* значение

$$a^* = c \left[1 - 2 \cos \frac{1}{3}(\alpha + \pi) \right], \quad (3.17)$$

где $\cos \alpha = [(8c - 3\delta)(4c^2 - \delta^2)/16c^3] - 1$, $c \geq c^*$.

Критическое значение c^* находится из условий $\alpha = 0$, $c > \delta$ и приблизительно определяется выражением $c^* \approx 1,056\delta$. Зависимость оптимального относительного допуска входного контроля a^*/δ от соотношения допусков c/δ представлена на рис. 3.8.

Можно показать, что точка максимума P_0 всегда лежит правее значения допуска зазора δ , если $c > c^*$, и отсутствует вовсе при $\delta/2 < c \leq c^*$. Таким образом, входной контроль целесообразен только при $c > 1,056\delta$ (по критерию максимума выхода годных изделий) и оптимальное значение его допуска дает формула (3.17).

При очень больших разбросах параметров деталей ($c \gg \delta$) $a^* \approx \sqrt{c\delta/2}$ и $P_0^* \approx 2\delta/c$. Максимум $P_0(a)$ в этом случае очень пологий, поэтому для оптимального контроля можно использовать указанную весьма грубую оценку a^* , которая должна удовлетворять неравенствам $\delta \ll a^* \ll c$. Приближение a к δ означает уменьшение P_0 на 25% до значения $3\delta/2c$, а если $a \rightarrow c$, то $P_0 \rightarrow 4\delta/3c$, т. е. снижается в полтора раза по сравнению с оптимальным значением.

3. Нормальное распределение (распределение Гаусса)

$$f_i(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x_i^2/2\sigma^2}.$$

Допуск параметров деталей c будем полагать равным 6σ , $c = 6\sigma$. Из выражений (3.8)—(3.11) получаем

$$I = 2\Phi(a/2\sigma);$$

$$P_0 = \begin{cases} \Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\delta}{2\sigma}\right) + \tilde{J} / \left[\Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right)\right], & a > \delta/2, \\ 2\Phi(a/2\sigma), & a \leq \delta/2, \end{cases} \quad (3.18)$$

где $\Phi(u)$ — интеграл вероятностей;

$$\tilde{J} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-a/2}^{(a-\delta)/2} e^{-t^2/2\sigma^2} \Phi\left(\frac{2t+\delta}{2\sigma}\right) dt. \quad (3.19)$$

На рис. 3.4—3.6 приведены зависимости P_0, P_1, I от a , определяемые формулами (3.11), (3.18) при условии $c = 6\sigma$ (кривые 3). Из выражений (3.18) следует, что вероятность качественной сборки P_1 и выход годных изделий P_0 при отсутствии входного контроля, т. е. при $a \rightarrow \infty$, стремятся к одной и той же величине \tilde{J}^∞ , где

$$\tilde{J}^\infty = \lim_{a \rightarrow \infty} \tilde{J} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2/2\sigma^2} \Phi\left(\frac{2t+\delta}{2\sigma}\right) dt. \quad (3.20)$$

Это предельное значение интеграла (3.19) зависит только от соотношения между допуском зазора δ и среднеквадратичным отклонением случайных параметров σ (или допуском размеров деталей $c = 6\sigma$).

При некотором значении допуска входного контроля $a = a^*$ выход годных изделий достигает максимума $P_0^* = \max_a P_0$, существующего при любых отношениях c/δ , а не только при достаточно больших ($c/\delta > 1,056$), как это было в случае треугольного распределения параметров деталей.

Значение a^* может быть найдено из условия $\frac{\partial P_0}{\partial a} = 0$, которое при $a > \delta/2$ приводит к уравнению

$$\Phi^2\left(\frac{a}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right) \Phi\left(\frac{a-\delta}{2\sigma}\right) = \tilde{J}. \quad (3.21)$$

При $a < \delta/2$ $\frac{\partial P_0}{\partial a} = f_i\left(\frac{a}{2}\right) > 0$ и функция $P_0(a)$ монотонно возрастает.

Максимальное значение выхода годных изделий находится из выражения (3.18) с учетом (3.21)

$$P_0^* = 2 \left[\Phi\left(\frac{a^*}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a^*-\delta}{2\sigma}\right) \right]. \quad (3.22)$$

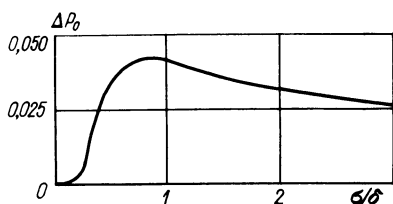


Рис. 3.9

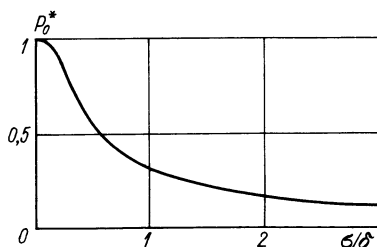


Рис. 3.10

Эффективность входного контроля можно охарактеризовать величиной $\Delta P_0 = P_0^* - P_0^\infty$, где $P_0^\infty = \lim_{a \rightarrow \infty} = 2\tilde{J}^\infty$, представляющей собой тот максимальный выигрыш в выходе годных изделий, который может быть получен при использовании предварительной отбраковки деталей по сравнению со случаем сплошной сборки всех деталей без выходного контроля.

Из (3.22) ясно, что $P_0^* \xrightarrow{\sigma/\delta \rightarrow \infty} 0$ и $P_0^* \xrightarrow{\sigma/\delta \rightarrow 0} 1$. Аналогично ведет себя выход годных изделий при отсутствии отбраковки P_0^∞ . Отсюда следует, что $\Delta P_0 \rightarrow 0$ как при $\sigma/\delta \rightarrow 0$, так и при $\sigma/\delta \rightarrow \infty$. Очевидно, что при некотором $\sigma = \sigma^*$ эффективность входного контроля максимальна. Найдем это среднеквадратичное отклонение и соответствующее ему значение оптимального допуска входного контроля a^* . Можно записать

$$\max_{\sigma} \Delta P_0 = \max_{\sigma} \{ \max_a P_0 - P_0^\infty \} = \max_{\sigma} \max_a \{ P_0 - P_0^\infty \},$$

так как P_0^∞ от a не зависит. Приравнявая нулю частные производные полученного выражения в скобках по a и σ , получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \Phi^2\left(\frac{a}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right)\Phi\left(\frac{a-\delta}{2\sigma}\right) - \tilde{J} = 0; \\ \frac{a}{2} \frac{f_1(a/2)}{\Phi(a/2\sigma)} \left[\Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right)\Phi\left(\frac{a-\delta}{2\sigma}\right) - \Phi^2\left(\frac{a}{2\sigma}\right) + \tilde{J} \right] - \\ - \frac{\delta}{2\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\delta^2/16\sigma^2} \left[\Phi\left(\frac{a-\delta/2}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right) \right] = 0. \end{cases} \quad (3.23)$$

Подставив первое уравнение системы во второе, получим

$$\frac{\delta}{2\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\delta^2/16\sigma^2} \left[\Phi\left(\frac{a-\delta/2}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right) \right] = 0,$$

откуда находим оптимальное значение допуска входного контроля $a^* = \delta/(2 - \sqrt{2}) \approx 1,71\delta$ для случая $\sigma = \sigma^*$. Значение

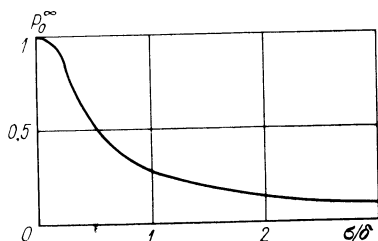


Рис. 3.11

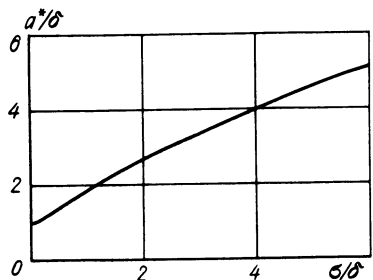


Рис. 3.12

σ^* можно найти из первого уравнения (3.23) при $a = \delta/(2 - \sqrt{2})$

$$\begin{aligned} \Phi^2\left(\frac{(2 + \sqrt{2})\delta}{4\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{(2 + \sqrt{2})\delta}{4\sigma}\right)\Phi\left(\frac{\sqrt{2}\delta}{4\sigma}\right) = \\ = \int_{(2 + \sqrt{2})\delta/4}^{\sqrt{2}\delta/4} f_i(t)\Phi\left(\frac{2t + \delta}{2\sigma}\right) dt. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Численное решение (3.24) приводит к результату $\sigma^* = 0,865\delta$.

Максимальное значение ΔP_0 равно 0,043. Для распределений параметров деталей с меньшим и большим, чем σ^* , среднеквадратичными отклонениями эффективность входного контроля снижается, как это показано на рис. 3.9.

На рис. 3.10 и 3.11 представлены соответственно зависимости P_0^* и P_0^∞ от σ , а на рис. 3.12 — результаты численного решения уравнения (3.21) при различных σ .

Рассмотренные варианты распределений параметров деталей показывают, что оптимальный допуск входного контроля либо отсутствует, либо превосходит допуск зазора δ . Вывод о том, что $a^* > \delta$, можно сделать на основании анализа задачи максимизации выхода годных изделий (3.11) в общем виде для произвольных унимодальных или не имеющих локального минимума законов $f_i(x_i)$.

Показатели качества сборочного процесса (рис. 3.5, 3.6) возрастают при переходе от равномерного к нормальному распределению параметров деталей, т. е. при уменьшении дисперсии их значений σ^2 в условиях постоянных допусков c . Аналогичные зависимости для тех же распределений, но при постоянной дисперсии $\sigma^2 = \delta^2/16$ ($\sigma = \delta/4$) показаны на рис. 3.13, 3.14.

Рассмотренные примеры позволяют сделать общий вывод о том, что достаточно эффективная (ΔP_0 — несколько процентов) по критерию выхода годных изделий предварительная отбраковка деталей возможна лишь при существенной концентрации значений параметров деталей к центру их распределений, т. е. при наличии у соответствующих плотностей вероятности ярко выраженного «центра» и «хвостов».

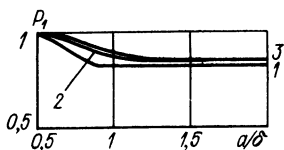


Рис. 3.13

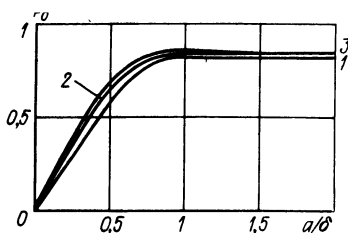


Рис. 3.14

Использование других критериев качества сборочного процесса может привести к появлению нетривиальных оптимальных значений допусков входного контроля при произвольных распределениях параметров деталей. Для иллюстрации этого утверждения рассмотрим критерий стоимостного типа (п. 2.6)

$$\Psi = 1 - I + \eta I (1 - P_1). \quad (3.25)$$

Здесь Ψ — относительные потери при сборке; $1 - I$ — число (доля) отбракованных изделий на этапе предварительного контроля (считается, что потери от предварительной отбраковки одного изделия равны единице); $\eta I (1 - P_1)$ — потери, связанные с появлением брака в результате сборки СК ($1 - P_1$ — вероятность брака, $I (1 - P_1)$ — число бракованных изделий, η — относительные потери на одно изделие (по отношению к потерям от предварительной отбраковки) от появления брака при сборке).

Величины I и P_1 определяются по формулам (3.8), (3.9). Очевидно, что $\eta \geq 1$, так как сборка СК, не удовлетворяющего условиям собираемости, часто ведет к существенным потерям, связанным с повреждением деталей СК, нарушениями работы оборудования, дополнительным затратам временных и материальных ресурсов. Легко видеть, что при $\eta = 1$ функционал (3.25) совпадает с $1 - P_0$ (3.11).

Зависимости Ψ от допуска входного контроля a для различных распределений параметров деталей с постоянным допуском $c = 1,5\delta$ и значений η приведены на рис. 3.15 (кривая 1 — для равномерного, 2 — треугольного и 3 — нормального распределений). Эти зависимости имеют ярко выраженный минимум даже в случае равномерного распределения, соответствующий оптимальному допуску входного контроля a^* . С ростом η a^* приближается к $\delta/2$. В предельном случае, когда $\eta \rightarrow \infty$, т. е. брак при сборке недопустим, $a^* = \delta/2$, что соответствует известному требованию к допуску размеров деталей, собираемых по принципу полной взаимозаменяемости и рассчитанному по методу максимума—минимума (см. п. 1.3).

Из всего вышесказанного можно сделать следующие выводы.

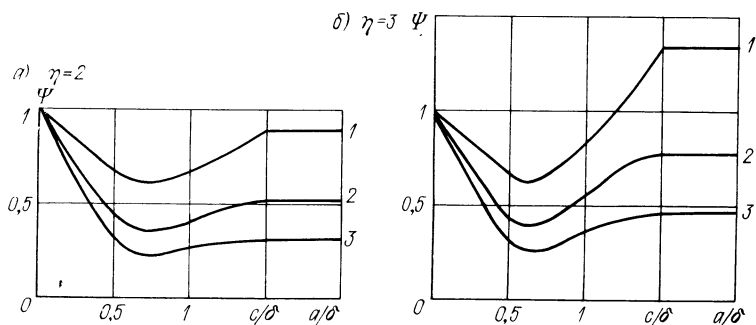


Рис. 3.15

1. Предварительная отбраковка деталей перед сборкой целесообразна в тех случаях, когда брак при сборке недопустим или «стоит» дороже, чем отсев деталей при входном контроле [см. выражение (3.25) и рис. 3.15], а также тогда, когда распределение параметров сопрягаемых деталей существенно отличается от равномерного и характеризуется высокой концентрацией значений к математическому ожиданию (см. рис. 3.6, 3.14).

2. Эффективность оптимального входного контроля (по критерию выхода годных изделий) тем выше, чем больше концентрация значений параметров деталей к их математическим ожиданиям при постоянном допуске размера s . Она падает как при больших, так и при малых значениях этого допуска по отношению к допуску зазора δ . Существует оптимальная для каждого вида распределения (унимодального) дисперсия параметров деталей, при которой эффективность сборки с оптимальной отбраковкой по сравнению со сплошной сборкой максимальна (см. рис. 3.9). Для нормального распределения параметров эта дисперсия $(\sigma^*)^2 \approx 0,748\delta^2$, при этом оптимальный допуск входного контроля $a^* \approx 1,71\delta$.

3. Влияние вида распределения параметров деталей на показатели сборочного процесса понятно из рассмотрения зависимостей, показанных на рис. 3.4—3.6 и рис. 3.13, 3.14. Здесь следует различать два случая.

В первом (рис. 3.4—3.6) сравниваются процессы сборки деталей, параметры которых имеют разные распределения, но одинаковые поля рассеивания s (дисперсии параметров при этом различны). В этих условиях показатели качества сборки (вероятность качественной сборки СК и выход годных изделий) растут при переходе от равномерного к нормальному распределению. Можно считать, что нормальное распределение параметров позволяет получить оценку сверху для указанных вероятностей в реальных условиях сборки, когда распределения размеров деталей нестабильны, плохо известны и занимают промежуточное поло-

жение между равномерным и нормальным законами, при этом имеется достоверная информация только о допуске размера c .

Во втором случае (рис. 3.13, 3.14) сравниваются показатели сборки деталей, параметры которых имеют равные дисперсии (их допуски или поля рассеивания при этом различны). Это сравнение показывает, что различия в значениях анализируемых вероятностей существенно меньше, чем в первом случае, т. е. дисперсия является более информативной характеристикой рассеивания параметров деталей, чем поле рассеивания (допуск) в смысле точности расчета показателей сборочного процесса. Таким образом, если известна дисперсия некоторого реального распределения параметров деталей, то на ее основе можно получить достаточно точные значения качественных показателей сборки и оптимального допуска входного контроля. Для этого надо воспользоваться соответствующими соотношениями для одного из рассмотренных видов распределений.

4. Общее правило состоит в том, что при увеличении отношения потерь от брака при сборке к потерям от предварительной отбраковки деталей до сборки [величина η в (3.25)] входной контроль становится все более эффективным (см. рис. 3.15), а показатели сборочного процесса все более чувствительными к значению допуска контроля a . При этом оптимальное значение допуска a^* сдвигается в сторону величины $\delta/2$. Таким образом, оптимальный допуск входного контроля, построенный для получения максимального выхода годных изделий, служит оценкой сверху для значения a^* при $\eta > 1$. Величина η определяется тем, к сколь существенным потерям приводит сборка СК, не удовлетворяющих условиям собираемости и качества. Если в результате сборки образуется неразъемное соединение, то брак в этом случае означает утрату всех деталей СК.

3.3. НАЗНАЧЕНИЕ ДОПУСКОВ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ДИСПЕРСИЯХ ПАРАМЕТРОВ ДЕТАЛЕЙ

Рассмотрим сборку с предварительной отбраковкой деталей, которые в отличие от базового варианта имеют различные допуски (среднеквадратичные отклонения) параметров.

Обозначим через c (σ) больший из допусков (среднеквадратичных отклонений), а через $\xi < 1$ — отношение меньшего допуска среднеквадратичного отклонения к большему. Для определенности положим, что большей дисперсией и, соответственно, допуском параметра обладает первая деталь, тогда $\xi = \sigma_2/\sigma_1 = c_2/c_1$. Виды распределений параметров деталей, как и в п. 3.2, совпадают, распределения симметричны относительно нулевых значений.

Пусть допуск входного контроля для первой детали $a_1 = a$; тогда для того чтобы на сборку поступало равное число деталей, необходимо установить допуск входного контроля для второй

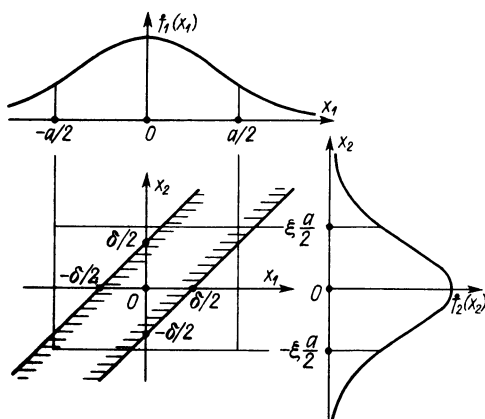


Рис. 3.16

детали $a_2 = \xi a$. На рис. 3.16 представлена диаграмма посадок для этого случая (ср. с рис. 3.3).

Число деталей, поступающих на сборку, определяется выражением

$$I = 2 \int_0^{a/2} f_1(x_1) dx_2 = 2 \int_0^{\xi a/2} f_2(x_2) dx_2. \quad (3.26)$$

При определении вероятности P_1 (3.3) получения годного изделия при сборке СК необходимо рассмотреть два случая, иллюстрируемых рис. 3.17. В первом случае угловые точки A и B прямоугольной области возможных зазоров лежат внутри полосы допустимых зазоров, при этом $0 < a \leq \delta/(1 - \xi)$, и вероятность P_1 определяется выражением (3.9) $P_1 = 1 - 2J/I^2$, где

$$J = \begin{cases} \int_{-a/2}^{(\xi a - \delta)/2} f_1(x_1) \int_{x_1 + \delta/2}^{\xi a/2} f_2(x_2) dx_2 dx_1, & \delta/(1 + \xi) < a \leq \delta/(1 - \xi), \\ 0, & 0 \leq a \leq \delta/(1 + \xi). \end{cases} \quad (3.27)$$

Во втором случае точки A и B лежат вне полосы допустимых зазоров, при этом $a > \delta/(1 - \xi)$ и

$$P_1 = \frac{2}{I^2} \int_0^{\xi a/2} f_2(x_2) \int_{x_2 - \delta/2}^{x_2 + \delta/2} f_1(x_1) dx_1 dx_2. \quad (3.28)$$

Выход годных изделий $P_0 = IP_1$.

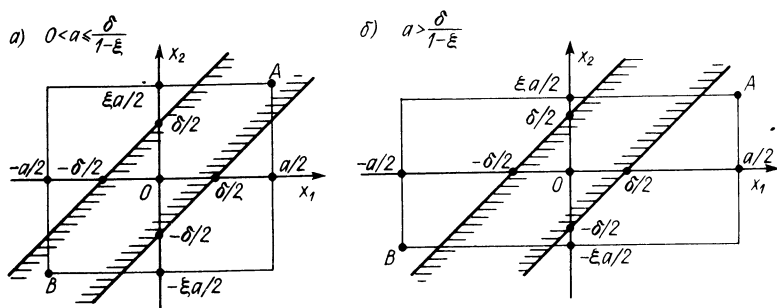


Рис. 3.17

Для различных распределений $f_i(x_i)$ величина P_0 имеет следующий вид. 1. Равномерное распределение:

$$P_0 = \begin{cases} \delta/c, & a > \delta/(1-\xi), \\ \frac{a}{c} \left[1 - \frac{1}{4a^2\xi} (a(1+\xi) - \delta)^2 \right], & \frac{\delta}{1+\xi} < a \leq \frac{\delta}{1-\xi}, \\ a/c, & 0 < a \leq \delta/(1+\xi). \end{cases} \quad (3.29)$$

2. Треугольное распределение (распределение Симпсона):

$$P_0 = \begin{cases} \frac{a}{c^2} (2c - a), & a \leq \frac{\delta}{1+\xi}; \\ \frac{1}{12\xi^2ac^2(2c-a)} [12\xi^2a^2(2c-a)^2 - (a(1+\xi) - \delta) \times \\ \times \{6(\xi a - \delta)(2\xi c - \xi a - \delta)(2c - a + \xi a - \delta) + \\ + 4(c - 2\xi c + 2\delta)[(a - \xi a + \delta)^2 + a(\xi a - \delta)] + \\ + 3(a - \xi a + \delta)[4c(\xi c - \delta) - a^2 - (\xi a - \delta)^2]\}, \\ \frac{\delta}{1+\xi} < a \leq \delta; \\ \frac{1}{12\xi^2ac^2(2c-a)} \{6\xi^2a(2c-a)^2(a+\delta) - \\ - \xi^2a[4\xi a(c-\delta)(3c-2a) - 6\delta(a-\delta)(2c-a) + \\ + \xi^2a^2(4c-3a)] - (a-\delta)^2[12\xi c(c-a) - \\ - (a-\delta)(4c(1-\xi) - 3a - \delta)]\}, & \delta < a \leq \\ \leq \delta \min \left\{ \frac{1}{\xi}, \frac{1}{1-\xi} \right\}; \\ \frac{1}{12\xi^2ac^2(2c-a)} [12\xi^2a^2(2c-a)^2 - \{(a-\delta)^2 \times \\ \times [12\xi c(c-a) - (a-\delta)(4c(1-\xi) - 3a - \delta)] + \\ + (\xi a - \delta)^2]12\xi c(c-a) + (\xi a - \delta)(4c(1-\xi) + \\ + 3\xi a + \delta)] + 6\xi^2a(a-\delta)(2c-a)(2c-\delta-a) + \\ + 6\delta(\xi a - \delta)(2c-\delta)(2\xi c - \xi a - \delta) + \\ + 4\delta^2(\xi c - \delta)(3c-2\delta) - \delta^3(4c-3\delta)\}, \\ \delta/\xi < a \leq \frac{\delta}{1-\xi}; \\ \frac{1}{6c^2(2c-a)} \{6\delta(2c-\delta)(2c-a) - \xi^2a^2(4c-3a)\}, \\ \frac{\delta}{1-\xi} < a \leq \delta/\xi; \\ \frac{\delta}{6\xi^2ac^2(2c-a)} \{6\delta(2c-\delta)(2\xi c - \delta) - \delta^3(4c\xi - \\ - 3\delta) + 4(\xi a - \delta)[6\xi c^2 - 3c(1+\xi)(\xi a + \delta) + \\ + 2((\xi a + \delta)^2 - a\delta\xi)]\}, & a > \delta \max \left\{ \frac{1}{\xi}, \frac{1}{1-\xi} \right\}. \end{cases} \quad (3.30)$$

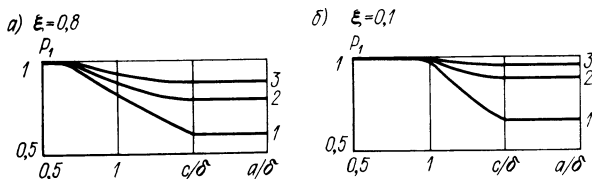


Рис. 3.18

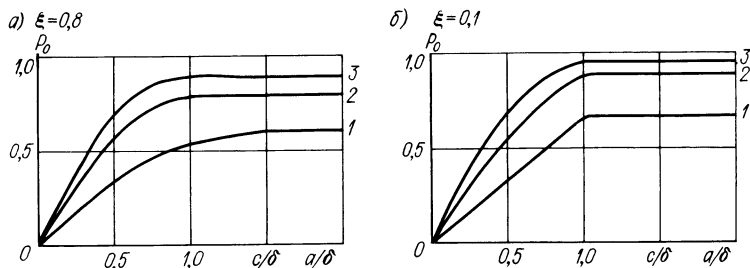


Рис. 3.19

Величины (3.29), (3.30) записаны в предположении $a \leq c$. При $a > c$ они остаются постоянными.

3. Нормальное распределение:

$$P_0 = \begin{cases} \tilde{J}_1 / \Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right), & a \geq \frac{\delta}{1-\xi}, \\ \Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\xi a - \delta}{2\sigma}\right) + \tilde{J} / \Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right), & \frac{\delta}{1+\xi} \leq a < \frac{\delta}{1-\xi}, \\ 2\Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right), & a < \delta / (1 + \xi), \end{cases} \quad (3.31)$$

где по аналогии с (3.19)

$$\tilde{J} = \int_{-a/2}^{(\xi a - \delta)/2} f_1(x_1) \Phi\left(\frac{2x_1 + \delta}{2\xi\sigma}\right) dx_1, \quad \tilde{J}_1 = \int_{-a/2}^{a/2} f_1(x_1) \Phi\left(\frac{2\xi x_1 + \delta}{2\sigma}\right) dx_1.$$

Зависимости вероятностей P_1 и P_0 при $c = 1,5$ и некоторых ξ показаны на рис. 3.18, 3.19. Для нормального распределения (кривая 3) принято $\sigma = c/6 = \delta/4$. Кривые 1 и 2 соответствуют равномерному и треугольному распределениям.

Анализ общих выражений (3.26)–(3.28) позволяет сделать вывод о том, что для произвольных симметричных распределений оптимальный допуск входного контроля при любых ξ [в частности, $\xi = 1$ (см. базовую задачу п. 3.2)] превосходит допуск зазора δ , $a^* > \delta$.

Сравнение рис. 3.18, 3.19 и рис. 3.5, 3.6 показывает, что уменьшение ξ при прочих равных условиях повышает качество сборочного процесса (P_1 и P_0 увеличиваются), однако максимум выхода

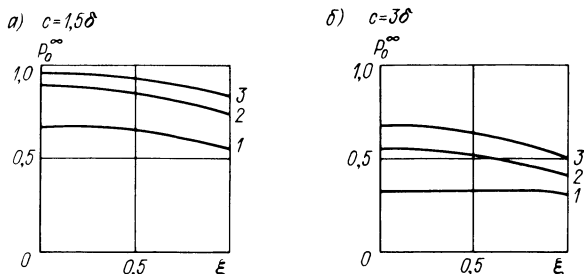


Рис. 3.20

годных изделий становится менее ярко выраженным, т. е. снижается относительная эффективность оптимального входного контроля. На рис. 3.20 показана зависимость $P_0^*(\xi) = \lim_{a \rightarrow \infty} P_0(\xi)$

для некоторых значений допуска параметра первой детали c и различных видов распределений параметров деталей (1 — равномерное, 2 — треугольное, 3 — нормальное).

На примере нормального распределения параметров деталей рассмотрим поведение максимального выхода годных изделий P_0^* при изменении ξ . Дифференцируя P_0 (3.31) по a и приравнявая производную нулю, получаем

$$\Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right) \left[\Phi\left(\frac{\xi a + \delta}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\xi a - \delta}{2\sigma}\right) \right] = \tilde{J}_1, \quad a \geq \frac{\delta}{1 - \xi};$$

$$\Phi^2\left(\frac{a}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a}{2\sigma}\right) \Phi\left(\frac{a - \delta}{2\xi\sigma}\right) = \tilde{J}, \quad \frac{\delta}{1 + \xi} \leq a < \frac{\delta}{1 - \xi}. \quad (3.32)$$

При $a < \frac{\delta}{1 + \xi} \frac{\partial P_0}{\partial a} > 0$.

Можно показать, что первое из уравнений (3.32) в области существования (т. е. при $a \geq \delta/(1 - \xi)$) решений не имеет, а второе уравнение приводит к оптимальному значению допуска входного контроля $\delta/(1 + \xi) \leq a^* \leq \delta/(1 - \xi)$. При этом

$$P_0^* = 2\Phi\left(\frac{a^*}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\xi a^* - \delta}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a^* - \delta}{2\xi\sigma}\right). \quad (3.33)$$

Очевидно, что при $\xi \rightarrow 0$ $a^* \rightarrow \delta$ (более точно $a^* \rightarrow \delta(1 + \xi)$) и $P_0^* \rightarrow 2\Phi(\delta/2\sigma)$. В этом случае $P_0^* \xrightarrow{\xi \rightarrow 0} 2\Phi(\delta/2\sigma)$ и эффективность применения оптимального входного контроля равна нулю, т. е. $\Delta P_0 = P_0^* - P_0^{\infty} \xrightarrow{\xi \rightarrow 0} 0$.

На рис. 3.21, 3.22 показано поведение a^* и P_0^* для нормального распределения параметров деталей при различных σ и ξ .

С начала рассмотрения задачи в условиях различных допусков параметров деталей предполагалось, что на сборку поступает в среднем равное число деталей, прошедших входной контроль (3.26). Что произойдет, если снять это требование? Можно ли за счет этого увеличить выход годных изделий? Для ответа на эти

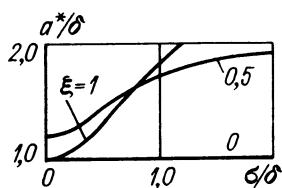


Рис. 3.21

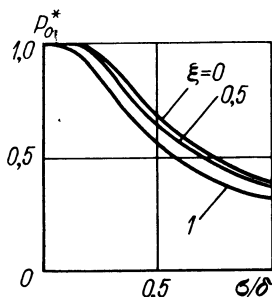


Рис. 3.22

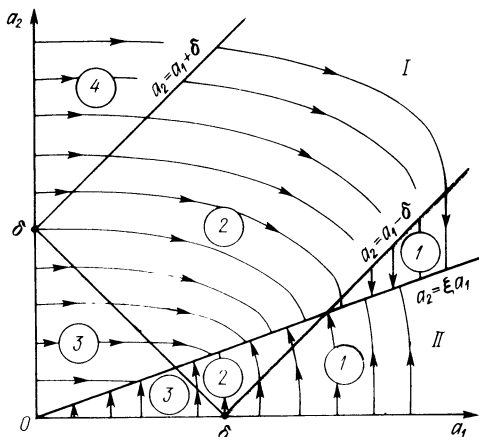


Рис. 3.23

вопросы необходимо рассмотреть задачу оптимизации сборки с предварительной отбраковкой деталей по двум параметрам — допускам входного контроля a_1 и a_2 для первой и второй деталей соответственно.

Для симметричных распределений параметров деталей задача записывается в следующем виде:

$$\max_{a_1, a_2} P_0 = P_0^*, \quad P_0 = I_{СК} P_1, \quad (3.34)$$

где $I_{СК} = \min_i I_i$; $I_i = 2 \int_0^{a_i/2} f_i(x_i) dx_i$, $i = 1, 2$, $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \xi\sigma$.

Величина P_1 по аналогии с (3.27), (3.28) определяется выражениями

$$P_1 = 1 - 2J/(I_1 I_2) \text{ при } |a_1 - a_2| \leq \delta, \quad (3.35)$$

$$J = \begin{cases} \int_{-a_1/2}^{(a_2-\delta)/2} f_1(x_1) \int_{x_1+\delta/2}^{a_2/2} f_2(x_2) dx_2 dx_1, & a_1 + a_2 > \delta, \\ 0, & a_1 + a_2 \leq \delta, \end{cases}$$

$$P_1 = \begin{cases} \frac{2}{I_1 I_2} \int_0^{a_2/2} f_2(x_2) \int_{x_2-\delta/2}^{x_2+\delta/2} f_1(x_1) dx_1 dx_2, & a_1 - a_2 > \delta, \\ \frac{2}{I_1 I_2} \int_0^{a_1/2} f_1(x_1) \int_{x_1-\delta/2}^{x_1+\delta/2} f_2(x_2) dx_2 dx_1, & a_2 - a_1 > \delta. \end{cases}$$

Как и ранее, будем считать, что $\xi \leq 1$ и, следовательно, $\sigma_1 \geq \sigma_2$.

Чтобы решить задачу (3.34), требуется определить градиент выхода годных изделий по допускам входного контроля a_1, a_2 , т. е. производные $\frac{\partial P_0}{\partial a_1}$ и $\frac{\partial P_0}{\partial a_2}$. Аналитическое выражение для P_0 и его производных имеет различный вид в зависимости от соотношения значений a_1 и a_2 .

На рис. 3.23 представлено качественное поведение градиента функции $P_0(a_1, a_2)$ на плоскости параметров (a_1, a_2) , которая разбита на семь областей, соответствующих различным вариантам выражений для P_0 , справедливое для произвольных симметричных плотностей вероятности $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$. Стрелки на кривых указывают направление возрастания P_0 . Градиент P_0 непрерывен всюду в области положительных значений a_1, a_2 за исключением прямой $a_2 = \xi a_1$. Из рис. 3.23 легко видеть, что где бы ни находилась начальная точка значений параметров a_1, a_2 , двигаясь по градиенту в направлении увеличения P_0 , она всегда достигнет этой прямой. Дальнейшее увеличение выхода годных изделий возможно только при движении вдоль прямой, т. е. при условии $a_2 = \xi a_1$. Это означает, что задача (3.34) сводится к уже рассмотренной здесь задаче максимизации P_0 по одному параметру $a = a_1$ при выполнении требования $I_1 = I_2$ отсутствия незавершенного производства.

Все изложенное выше позволяет сделать следующие **в** **ы** **в** **о** **д** **ы**.

1. При сборке двух однопараметрических деталей типа вал—штулка с симметричными, несмещенными и одного вида (или почти такими) плотностями вероятности параметров допуски входного контроля должны назначаться в том же отношении, что и среднеквадратичные отклонения (или допуски изготовления) параметров деталей, для того чтобы на сборку поступало равное число деталей, $a_2 = \xi a_1$, $\xi = \sigma_2/\sigma_1$. Оптимальные значения допусков $a_1^*, a_2^* = \xi a_1^*$ входного контроля устанавливаются исходя из конкретных видов распределений параметров деталей в соответствии с рекомендациями, данными выше. Все дальнейшие выводы касаются случая $a_1 = a, a_2 = \xi a$.

2. Если $0 < \xi \leq 1$, ξ — отношение среднеквадратических отклонений или допусков параметров деталей, то при $\xi \rightarrow 0$ и прочих равных условиях показатели качества сборочного процесса — P_1, P_0 — возрастают (см. рис. 3.5, 3.6, 3.18, 3.19), а эффективность оптимального входного контроля падает. Оптимальный допуск контроля a^* для менее точной детали лежит в пределах $\delta < a^* < \delta/(1 - \xi)$. Более точное значение оптимального допуска входного контроля менее точной детали можно получить из зависимостей, показанных на рис. 3.21. При этом допуск входного контроля более точной детали $a^*\xi$.

3. Оценки сверху и снизу для показателей качества сборочного процесса можно построить, воспользовавшись результатами рассмотрения соответствующих показателей (P_1 и P_0) в базовом варианте задачи. Подставив вместо σ (c) значение среднеквадратичного отклонения (допуска) менее точной детали σ_1 (c_1) в выражения (3.13)—(3.15), (3.18) или используя зависимости типа изображенных на рис. 3.5, 3.6, получим оценку снизу для вероятности сборки годного изделия P_1 и выхода годных изделий P_0 при $a_1 = a$.

Аналогично строится оценка сверху для указанных вероятностей при подстановке вместо σ (c) значения среднеквадратичного отклонения (допуска) более точной детали σ_2 (c_2) ($\sigma_2 < \sigma_1$, $c_2 < c_1$) и $a_2 = a$. Можно также утверждать, что выполняются неравенства $a_{\min}^* < \xi a^* < a^* < a_{\max}^*$, где a_{\min}^* и a_{\max}^* получены для базового варианта задачи при подстановке $\sigma = \sigma_2$ и $\sigma = \sigma_1$ соответственно.

4. Условия неэффективности предварительной отбраковки и перехода на сплошную сборку имеют вид $c \leq \delta/(1 + \xi)$. При этом брак при сборке отсутствует и выход годных изделий $P_0 = 1$.

3.4. НАЗНАЧЕНИЕ ДОПУСКОВ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ ПРИ СМЕЩЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ДЕТАЛЕЙ

До сих пор при рассмотрении сборки деталей с предварительной отбраковкой предполагалось, что математические ожидания m_1 , m_2 параметров вала и втулки равны нулю, т. е. соответствуют зазору в собранном изделии, совпадающему с серединой поля допуска (см. рис. 3.1). Напомним, что параметры деталей x_1 , x_2 представляют собой отклонения диаметров вала и втулки соответственно от некоторых значений \tilde{x}_1 и \tilde{x}_2 таких, что $y_0 = \tilde{x}_2 - \tilde{x}_1$.

Пусть математические ожидания $m_i = m_i'$, $i = 1, 2$ отличаются от нуля, тогда средний зазор, получаемый при сплошной сборке (т. е. при сборке без предварительной отбраковки и подбора СК) $y = y_0 + m_2 - m_1'$ в общем случае не равен y_0 .

Выберем начало отсчета \tilde{x}_2 параметра втулки таким, чтобы $m_2 = 0$ (при этом \tilde{x}_2 равно математическому ожиданию диаметра втулки), тогда $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 - y_0$ и $m_1 = m_1' - m_2' \neq 0$. Таким образом, при линейной зависимости выходного параметра изделия y от входных x_1 , x_2 смещение распределений параметров деталей можно характеризовать только одной величиной m . В принятых предположениях $m = m_1$, в общем случае $m = m_1 - m_2$.

Для того чтобы исследовать влияние на сборку только смещения m , положим, что распределения параметров деталей одинаковы (различаются только их математические ожидания). На рис. 3.24 показана диаграмма посадок для этого случая. Задание симметричных относительно математических ожиданий допусков входного контроля здесь не оправданно, однако соображения

симметрии при построении этих допусков все же могут быть использованы.

Легко убедиться, что двумерная плотность вероятности $f(x) = f_1(x_1) \times f_2(x_2)$ как функция двух переменных симметрична относительно прямой BC , проходящей через точку A . Прямоугольная область, формируемая полями допусков входного контроля деталей, должна обладать такой же симметрией, так как полоса допустимых зазоров имеет такую же симметрию и нет

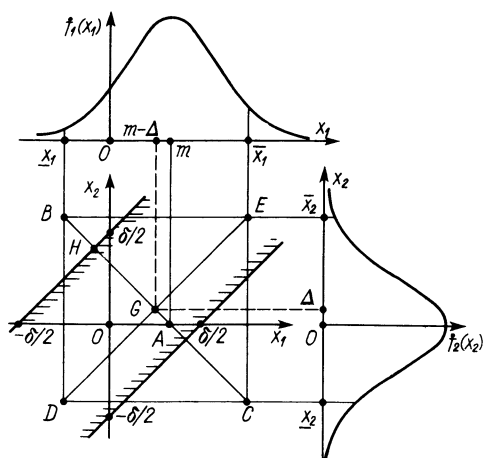


Рис. 3.24

оснований предпочитать зазоры, соответствующие точкам, расположенным симметрично по разные стороны от указанной прямой. Требуемой симметрией обладает квадратная область $BECD$, поскольку прямая BC наклонена под углом 45° к осям x_1 и x_2 . Отсюда следует равенство допусков входного контроля деталей. Положение середин полей допусков определяется координатами точки G , лежащей на пересечении диагоналей квадрата $BECD$. Если обозначить допуск входного контроля через a , а координату середины поля допуска для второй детали через Δ , то границы полей допусков входного контроля деталей того и другого типа, отмеченные на рисунке, примут значения

$$\begin{aligned} \underline{x}_1 &= m - \Delta - a/2, & \bar{x}_1 &= m - \Delta + a/2, & \underline{x}_2 &= \Delta - a/2, \\ & & & & \bar{x}_2 &= \Delta + a/2. \end{aligned} \quad (3.36)$$

В указанных условиях число валов и втулок, поступающих на сборку, равно и выражается величиной

$$I_1 = I_2 = I = \int_{\Delta - a/2}^{\Delta + a/2} f_2(t) dt. \quad (3.37)$$

Вероятность сборки годного изделия имеет вид (при $I > 0$)

$$\begin{cases} 0, & a < |2\Delta - m| - \delta/2; \\ \frac{1}{I^2} [J(m, \Delta, \delta) - J(m, \Delta, -\delta)], & a - \delta/2 > 2\Delta - m > \delta/2; \\ \frac{1}{I^2} [J(-m, -\Delta, \delta) - J(-m, -\Delta, -\delta)], & a - \delta/2 > \\ & > m - 2\Delta > \delta/2; \end{cases}$$

$$P_1 = \begin{cases} \frac{1}{I^2} J(m, \Delta, \delta), & 2\Delta - m > \delta/2, |a + m - 2\Delta| \leq \delta/2; \\ \frac{1}{I^2} J(-m, -\Delta, \delta), & m - 2\Delta > \delta/2, |a - m + 2\Delta| \leq \delta/2; \\ 1 - \frac{1}{I^2} [J(-m, -\Delta, -\delta) + J(m, \Delta, -\delta)], & |2\Delta - m| \leq \delta/2, a > |2\Delta - m| + \delta/2; \\ 1 - \frac{1}{I^2} J(-m, -\Delta, -\delta), & 0 \leq 2\Delta - m \leq \delta/2, \delta/2 - (2\Delta - m) < a \leq \delta/2 + 2\Delta - m; \\ 1 - \frac{1}{I^2} J(m, \Delta, -\delta), & 0 \leq m - 2\Delta \leq \delta/2, \delta/2 - (m - 2\Delta) < a \leq \delta/2 + m - 2\Delta, \\ 1, & 0 < a \leq \delta/2 - |2\Delta - m|, \end{cases} \quad (3.38)$$

где

$$J(m, \Delta, \delta) = \int_{\Delta - a/2}^{m - \Delta + (a + \delta)/2} f_2(t) \int_{t - m - \delta/2}^{a/2 - \Delta} f_2(x_2) dx_2 dt. \quad (3.39)$$

Интегралы (3.37), (3.39) представлены в форме, содержащей только несмещенную плотность вероятности $f_2(x_2)$, для того чтобы исключить параметры m и Δ из подынтегральных выражений. Выход годных изделий $P_0 = IP_1$.

Анализ выражений (3.37)–(3.39) позволяет сделать некоторые общие выводы относительно выбора Δ для симметричных плотностей вероятности $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$. Если допуски входного контроля деталей таковы, что квадрат $BECD$ (рис. 3.24) «погружен» (или почти «погружен») в полосу допустимых зазоров, то смещение Δ допусков относительно математических ожиданий распределений следует выбирать равным нулю.

В этом случае условие «погружения» записывается в виде $a \leq \delta/2 - |m|$. Существенное нарушение этого условия требует введения отличного от нуля смещения Δ для увеличения выхода годных изделий. При этом точка G (центр квадрата $BECD$) должна оставаться внутри полосы допустимых зазоров, располагаясь на прямой BC между серединой полосы и точкой H , лежащей на пересечении прямой BC и наиболее удаленной от точки A , соответствующей математическим ожиданиям параметров деталей, границы полосы.

Такое положение центра квадрата оптимально при любых сколь угодно больших по модулю смещениях m и обуславливает оптимальное смещение допуска входного контроля $\Delta = \Delta^*$, удовлетворяющее неравенствам

$$|m| \leq 2\Delta^* \operatorname{sign} m |m| + \delta/2. \quad (3.40)$$

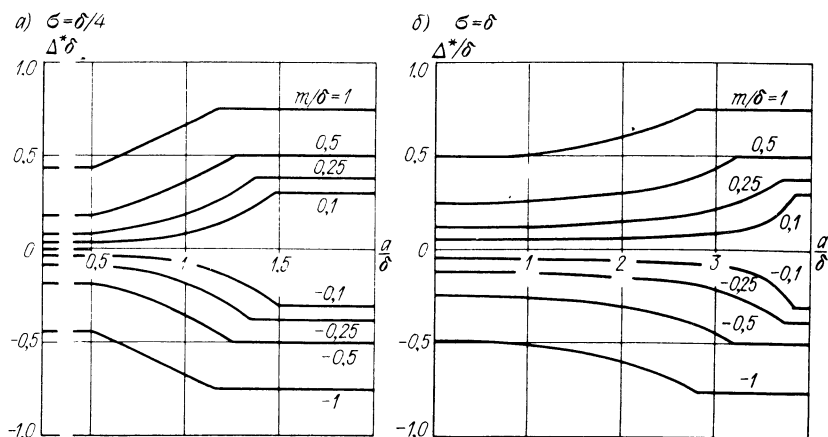


Рис. 3.25

Однако это утверждение справедливо только в том случае, если плотности распределений параметров деталей являются унимодальными (по крайней мере, не имеющими локального минимума) и неограниченными (чего на практике не бывает) или финитными, но рассматриваемые поля допусков входного контроля деталей не выходят за пределы полей рассеивания их параметров, т. е. при $a < c - 2|\Delta|$. Указанное условие при оптимизации параметров a и Δ выполняется при достаточно больших по сравнению с допуском зазора δ допусках c и малых смещениях m . Такая ситуация распространена на практике, поскольку большие отношения $|m|/\delta$ требуют переналадки обрабатывающего оборудования, формирующего поля рассеивания параметров деталей, а не борьбы за повышение выхода годных изделий с помощью предварительной отбраковки. Распределения параметров, которые удовлетворяют перечисленным условиям, назовем «хорошими».

Оптимальное значение Δ^* можно получить, решив уравнение $\frac{\partial P_0}{\partial \Delta} = 0$, которое, в частности, при $a > \delta/2$ для «хороших» распределений $f_2(x_2)$ имеет вид

$$\begin{aligned} & [f_2(\Delta + a/2) - f_2(\Delta - a/2)] [I^2 + J(m, \Delta, -\delta) + \\ & + J(-m, -\Delta, -\delta)] + 2I \left[f_2(\Delta - a/2) \int_{\Delta - a/2}^{m - \Delta + (a - \delta)/2} f_2(t) dt - \right. \\ & \left. - f_2(\Delta + a/2) \int_{-(\Delta + a/2)}^{\Delta - m + (a - \delta)/2} f_2(t) dt \right] = 0, \end{aligned} \quad (3.41)$$

где I и $J(m, \Delta, \delta)$ определяются выражениями (3.37), (3.39) и $|m - 2\Delta| \leq \min \{a - \delta/2, \delta/2\}$.

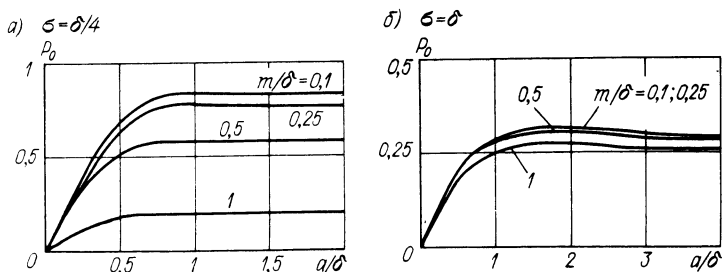


Рис. 3.26

Для нормальных распределений параметров деталей с одинаковой дисперсией σ^2 , которые, очевидно, являются «хорошими», оптимальное смещение допусков входного контроля Δ^* в зависимости от допуска a при различных значениях математического ожидания параметра 1-й детали m и среднеквадратичного отклонения σ представлено на рис. 3.25. Значения выхода годных изделий при $\Delta = \Delta^*$ и различных m , a и σ приведены на рис. 3.26.

Для оптимизации сборки с предварительной отбраковкой в условиях смещенных распределений параметров деталей требуется еще построить оптимальный допуск входного контроля $a = a^*$, который находится из уравнения $\frac{\partial P_0}{\partial a} = 0$ при $\Delta = \Delta^*$, имеющего для «хороших» распределений вид

$$\begin{aligned}
 & [f_2(\Delta + a/2) + f_2(\Delta - a/2)] [I^2 + J(m, \Delta, -\delta) + \\
 & + J(-m, -\Delta, -\delta)] - 2I \left[f_2(\Delta - a/2) \int_{\Delta - a/2}^{m - \Delta + (a - \delta)/2} f_2(t) dt + \right. \\
 & \left. + f_2(\Delta + a/2) \int_{-(\Delta + a/2)}^{-m + \Delta + (a - \delta)/2} f_2(t) dt \right] = 0; \quad |m - 2\Delta| \leq \\
 & \leq \min \{a - \delta/2, \delta/2\}. \quad (3.42)
 \end{aligned}$$

Объединяя уравнения (3.41), (3.42) в систему (это возможно, поскольку $a^* > \delta/2$) и выполняя преобразования, получаем

$$\begin{cases} \int_{\Delta - a/2}^{m - \Delta + (a - \delta)/2} f_2(t) dt = \int_{-(\Delta + a/2)}^{-m + \Delta + (a - \delta)/2} f_2(t) dt, \\ I^2 + J(m, \Delta, -\delta) + J(-m, -\Delta, -\delta) = 2I \int_{\Delta - a/2}^{m - \Delta + (a - \delta)/2} f_2(t) dt, \end{cases} \quad (3.43)$$

где I и $J(m, \Delta, \delta)$ определяются соответственно по формулам (3.37) и (3.39). При Δ^* и a^* , найденных из (3.43), достигается максимальное значение выхода годных изделий

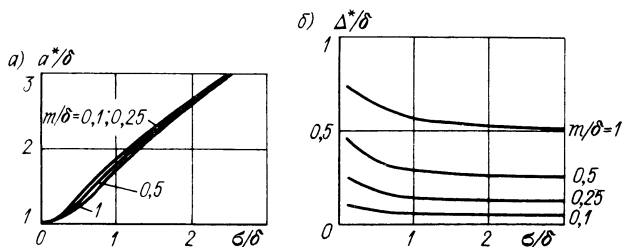


Рис. 3.27

$$P_0^* = 2 \int_{m-\Delta^*+(a^*-\delta)/2}^{\Delta^*+a^*/2} f_2(t) dt. \quad (3.44)$$

Формулы (3.43), (3.44) справедливы при

$$|m - 2\Delta^*| \leq \min \{a^* - \delta/2, \delta/2\}, \quad (3.45)$$

что обеспечивается видом распределений.

Для нормальных распределений параметров деталей значения a^* и Δ^* могут быть найдены из зависимостей, показанных на рис. 3.27. Максимальное значение выхода годных изделий (3.44) изменяется в соответствии с рис. 3.28.

В ситуации, когда распределения параметров деталей не являются «хорошими», т. е. когда финитное распределение, характеризующееся допуском c , имеет значительное смещение, неравенство (3.45) для оптимальных допуска a^* и координаты середины поля допуска входного контроля Δ^* может не выполняться. Рассмотрим два случая.

Пусть m таково, что только часть допустимых зазоров реализуется при сплошной сборке деталей (если бы допустимые зазоры вовсе не получались, то о сборке не могло бы идти речи). Это происходит, если выполнены неравенства $|c - |m|| < \delta/2$, $c + |m| > \delta/2$. Существует бесконечное множество решений задачи оптимизации входного контроля. Одно из них, приводящее к минимальным значениям $a^* = a_{\min}^*$ и $|\Delta^*| = |\Delta^*|_{\min}$, соответствует решению системы

$$\begin{cases} 2|\Delta| + a = c, \\ I^2 + J(|m|, |\Delta|, -\delta) = 2I \int_{|\Delta| - a/2}^{|m| - |\Delta| + (a-\delta)/2} f_2(t) dt, \\ \text{sign } \Delta = \text{sign } m. \end{cases} \quad (3.46)$$

Остальные решения получаются из соотношения

$$|\Delta^*| = (a^* + c)/2 - a_{\min}^*, \text{ где } a^* \geq a_{\min}^*, \text{ sign } \Delta^* = \text{sign } m. \quad (3.47)$$

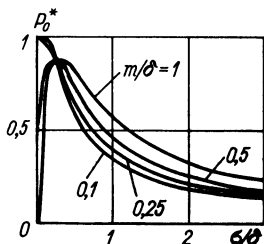


Рис. 3.28

Можно утверждать, что среди решений (3.47) есть и такие, которые удовлетворяют неравенствам (3.40), поскольку из анализа (3.46) следует, что $|\Delta^*|_{\min}$ заведомо меньше $|m|/2$, и, таким образом, не входят в диапазон (3.40), а оптимальное значение модуля смещения $|\Delta^*|$ из (3.47) произвольно и ограничено только снизу: $|\Delta^*| \geq |\Delta^*|_{\min}$.

Второй случай соответствует неравенству $c - |m| > \delta/2$, т. е. относительно небольшим смещениям, но все же достаточным для того, чтобы система уравнений (3.43) не имела решений, удовлетворяющих неравенству (3.45). При этих условиях максимальная собираемость также достигается на множестве значений Δ^* и a^* , минимальные по модулю из которых находятся из системы уравнений

$$\begin{cases} 2|\Delta| + a = c, \\ I^2 + J(m, \Delta, -\delta) + J(-m, -\Delta, -\delta) = \\ = 2I \int_{|\Delta| - a/2}^{|m| - |\Delta| + (a-\delta)/2} f_2(t) dt, \\ \text{sign } \Delta = \text{sign } m, \end{cases} \quad (3.48)$$

а остальные удовлетворяют зависимости (3.47).

Как и в предыдущем случае, для части значений Δ^* выполняются неравенства (3.40).

Варианты задачи оптимизации, для которых решения получаются из (3.46)–(3.48), могут рассматриваться как задачи построения одной единственной границы поля допуска входного контроля, поскольку вторая граница определяется полем допуска параметра детали. При положительных смещениях $m > 0$ соотношения (3.46)–(3.48) определяют оптимальную правую (верхнюю) границу поля допуска входного контроля 1-й детали $\bar{x}_1^* = m - \Delta^* + a^*/2$ (см. рис. 3.24) и левую (нижнюю) — для 2-й детали $\bar{x}_2^* = \Delta^* - a^*/2$. Для отрицательных смещений $m < 0$, наоборот, параметры 1-й детали ограничиваются слева $\bar{x}_1^* = m - \Delta^* - a^*/2$, а 2-й — справа $\bar{x}_2^* = \Delta^* + a^*/2$. При этом все значения параметров 1-й детали лежат в интервале $[m - c/2, m + c/2]$, а 2-й детали — в $[-c/2, c/2]$, поскольку их распределения финитны.

Можно показать, что оптимальные значения допуска контроля, получаемые при решении системы (3.43), превосходят допуск вазора, т. е. $a^* > \delta$.

Таким образом, сказанное позволяет прийти к следующим выводам.

1. Если разность математических ожиданий симметрично и одинаково распределенных параметров деталей, входящих в выходной параметр изделия (зазор) в виде разности $x_2 - x_1$ и определенный в смысле (3.1), отличается от нуля на величину $m = m_1 - m_2$, то допуски входного контроля этих деталей должны назначаться равными (a), а координаты середин полей допусков смещаться относительно математических ожиданий параметров на величину Δ , имеющую тот же знак, что и m . При этом для первой детали середина поля допуска входного контроля берется равной $m_1 - \Delta$, для второй — $m_2 + \Delta$.

2. Оптимальное смещение допусков входного контроля удовлетворяет неравенствам $|m| \leq 2|\Delta^*| \leq |m| + \delta/2$, а оптимальный допуск a^* превосходит допуск зазора $a^* > \delta$. Точные значения a^* и Δ^* получаются при решении систем (3.43) или (3.46), (3.48).

3. Наличие ненулевого смещения m распределений параметров деталей по сравнению с базовым вариантом приводит к падению показателей качества сборочного процесса P_1 и P_0 тем большему, чем значительнее смещение и концентрация значений параметров в области математических ожиданий. По этой причине зависимости вероятности сборки годного изделия $P_1(a)$ и выхода годных $P_0(a)$ (рис. 3.5, 3.6) могут служить при одних и тех же a, σ, c оценками сверху для соответствующих показателей сборки при $m \neq 0$.

Чувствительность P_1 и P_0 к изменениям допуска a приблизительно такая же, как и в базовом варианте, а к Δ — выше. Иными словами, при оптимизации процесса сборки с предварительной отбраковкой деталей необходимо Δ^* определять более точно, чем a^* .

4. При назначении параметров входного контроля деталей a и Δ следует иметь в виду, что допустимые зазоры вообще не достигаются, если $a < |2\Delta - m| - \delta/2$. При $a \leq \delta/2 - |2\Delta - m|$ реализуется полная взаимозаменяемость деталей, прошедших входной контроль. Если к тому же наложено более жесткое ограничение $a \leq \delta/2 - |m|$, то при прочих равных условиях максимальный выход годных изделий будет получен для $\Delta = 0$ и максимального значения $a = \delta/2 - |m|$. Однако если существует только требование отсутствия брака при сборке (полной взаимозаменяемости деталей), то наилучшими параметрами (в смысле выхода годных изделий) входного контроля деталей являются $\Delta = m/2$ и $a = \delta/2$.

3.5. НАЗНАЧЕНИЕ ДОПУСКОВ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДЕТАЛЕЙ

До сих пор при рассмотрении задач сборки двух деталей с предварительной отбраковкой входной контроль был идеальным: значения параметров поступающих деталей x_i предполагались

известными точно. Процесс идеального контроля и сортировки заключается в проверке выполнения неравенств (3.2) и отнесении деталей к одному из двух классов: «годные» или «брак».

Реальный контроль деталей сопровождается случайными ошибками, появление которых приводит к тому, что вместо точного значения параметра x_i в процессе измерения становится известной только величина z_i , отличающаяся от x_i на величину ошибки. Процедура сортировки строится на основании известных значений и сводится к проверке выполнения неравенств

$$\underline{z}_i \leq z_i \leq \bar{z}_i, \quad i = 1, 2, \quad (3.49)$$

где \underline{z}_i и \bar{z}_i , вообще говоря, отличны от принятых в (3.2). Деталь, измерение параметра которой удовлетворяет (3.49), считается годной и отправляется на формирование СК.

Какие же причины приводят к появлению ошибок измерений? Не вдаваясь в сложные проблемы метрологии, выделим только две группы такого рода факторов, имеющих различную природу.

К первому типу ошибок отнесем погрешности измерения, связанные с сущностью процесса измерения — с физикой преобразования измеряемого физического параметра детали (размера, массы, электрической емкости и т. д.) к выходному параметру измерительного устройства (показанию цифрового индикатора, координате стрелки, положению какого-либо другого индикатора, напряжению и т. д.).

Эти погрешности могут обуславливаться как природой физических закономерностей, на которых основан принцип действия прибора, так и влиянием возмущающих факторов: вибраций, температурных деформаций, трения, электрических наводок и т. п. Таких факторов, как правило, может быть много и в то же время среди них нет превалирующих, подавляющих все остальные по своему влиянию на суммарную погрешность. Если это так, то ошибки первого типа можно считать случайными с нормальным распределением.

Ко второму типу отнесем ошибки, связанные с конечной разрешающей способностью измерительного прибора, под которой будем понимать наименьшее приращение измеряемого значения Δx_i , фиксируемое прибором. Обозначим разрешающую способность через δ_{lim} ; тогда измеряемое значение x_i фиксируется в единицах δ_{lim} и всегда кратно δ_{lim} . Величины $\varepsilon_i(x_i)$ (ошибки второго типа) будем называть ошибками квантования по уровню или дискретизации.

Известно, что для x_i , имеющего некоторое непрерывное распределение с $\sigma \gg \delta_{lim}$, $\varepsilon_i(x_i)$ — случайная величина, равномерно распределенная на интервале $[-\delta_{lim}/2, \delta_{lim}/2]$. При этом ошибка $\varepsilon_i(x_i)$ в достаточно общих предположениях независима от x_i .

Основные общие формулы, определяющие различные аспекты влияния ошибок измерения на формирование СК, приведены

в п. 2.3. Здесь конкретизируем эти соотношения применительно к рассматриваемой задаче сборки и проанализируем эффекты, связанные с наличием ошибок измерения.

Примем аддитивную модель наблюдения

$$z_i = x_i + \xi_i, \quad (3.50)$$

где z_i — наблюдение, x_i — измеряемая величина, ξ_i — случайная ошибка измерения, включающая в себя описанные выше ошибки обоих типов.

Пусть $f_\xi(\xi_i)$ — плотность вероятности ошибок наблюдения. Тогда, если ошибки наблюдения ξ_i и величины x_i независимы, что будем предполагать в дальнейшем, то плотность вероятности $g_i(z_i)$ наблюдений определяется выражением, представляющим собой интеграл свертки

$$g_i(z_i) = \int_{-\infty}^{\infty} f_i(z_i - u) f_\xi(u) du = \int_{-\infty}^{\infty} f_i(u) f_\xi(z_i - u) du. \quad (3.51)$$

Условная плотность вероятности $g_i(z_i | x_i)$, фигурирующая в общих соотношениях п. 2.3, элементарно записывается с помощью плотности вероятности ошибки

$$g_i(z_i | x_i) = f_\xi(z_i - x_i). \quad (3.52)$$

Пусть ошибки измерения диаметров валов и втулок случайны, независимы и имеют одинаковые плотности вероятности $f_\xi(\xi_i)$ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_{\xi_i}^2$. Ошибки измерения не зависят от измеряемой величины x_i . Последнее означает, что для условной плотности вероятности измерений $g_i(z_i | x_i)$ математическое ожидание равно x_i , а дисперсия $\sigma_{\xi_i}^2$.

Рассмотрим основные характеристики собираемости в предположении, что диаметры валов и втулок имеют одинаковые распределения (базовый вариант), условия собираемости имеют вид (3.1) и условия отбраковки (3.49) для рассматриваемого симметричного случая записываются в форме

$$|z_i| \leq \tilde{a}/2, \quad (3.53)$$

где \tilde{a} — допуск, устанавливаемый на измеренный размер.

Вычисления по формулам (2.46)—(2.49), (2.51) приводят к выражениям, представляющим собой аналог формул (3.8)—(3.10) для случая сборки с предварительной отбраковкой по измерениям, содержащим ошибки:

$$\begin{aligned} \tilde{I} = \tilde{I}_i &= \int_{-\tilde{a}/2}^{\tilde{a}/2} g_i(z_i) dz_i, \quad \rho_i(x_i) = \int_{-\tilde{a}/2}^{\tilde{a}/2} g_i(z_i | x_i) dz_i; \quad \tilde{f}_i(x_i) = \\ &= \frac{1}{\tilde{I}_i} \rho_i(x_i) f_i(x_i); \quad \tilde{P}_1 = 1 - 2\tilde{J}, \end{aligned} \quad (3.54)$$

где $\tilde{J} = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_1(x_1) \int_{x_1 + \tilde{a}/2}^{\infty} \tilde{f}_2(x_2) dx_2 dx_1$.

Здесь \tilde{I}_i ; $1 - \tilde{I}_i$ — вероятность того, что деталь i -го типа после входного контроля направляется в СК или попадает в предварительный брак соответственно; $\rho_i(x_i)$ — условная вероятность того, что в СК по результатам входного контроля направляется деталь i -го типа с параметрами x_i ; $\tilde{f}_i(x_i)$ — плотность вероятности параметров деталей i -го типа после входного контроля, направленных на сборку; \tilde{P}_1 — вероятность того, что СК, сформированный из деталей i -го типа, прошедших входной контроль, удовлетворяет условиям (3.1) на вазор.

Итак, по определению, \tilde{P}_1 является характеристикой качества СК, т. е. комплектов деталей, прошедших входной контроль.

Формула для \tilde{f} отличается от соответствующего выражения (3.10) только заменой безусловной плотности вероятности $f_i(x_i)$ на условную $\tilde{f}_i(x_i)$, учитывающую тот факт, что соответствующие детали прошли входной контроль по измерениям z_i .

Выход годных изделий определяется величиной

$$\tilde{P}_0 = \tilde{I}_{СК} \tilde{P}_1, \quad \tilde{I}_{СК} = \min \{ \tilde{I}_1, \tilde{I}_2 \}. \quad (3.55)$$

В рассматриваемом случае одинаковых вероятностных характеристик параметров деталей $\tilde{I}_{СК} = \tilde{I}_1 = \tilde{I}_2$.

Если изобразить диаграмму, аналогичную рис. 3.3, заменив плотности вероятностей $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$ соответственно функциями $g_1(z_1)$ и $g_2(z_2)$ (3.51), то на плоскости (z_1, z_2) точками будут представлены не реальные посадки, а вычисленные (ожидаемые) на основании измерений параметров сопрягаемых деталей. Реальные посадки (т. е. пары x_1 и x_2) при сборке прошедших входной контроль (3.53) деталей будут распределены по закону

$$\tilde{f}(x) = \tilde{f}_1(x_1) \tilde{f}_2(x_2) = \frac{1}{\tilde{I}^2} \rho_1(x_1) \rho_2(x_2) f(x), \quad (3.56)$$

где $f(x) = f_1(x_1) f_2(x_2)$. Здесь, как и в базовом варианте, допуски входного контроля равны \tilde{a} и их поля симметричны относительно начала координат, поэтому значения \tilde{I}_i для валов и втулок совпадают.

Полученные соотношения (3.54)—(3.55) позволяют всесторонне характеризовать качество сортировки и выход годных изделий. Можно показать, что при $\sigma_{\tilde{e}} \rightarrow 0$ формулы для \tilde{P}_1 и \tilde{P}_0 переходят в формулы (3.9), (3.11), определяющие характеристики сборочного процесса при отсутствии ошибок измерения.

Сравнение \tilde{I} (3.54) с I при $\tilde{a} = a$ показывает, что, как правило, число деталей, прошедших отбраковку, в условиях реального контроля меньше, чем в случае идеального, $\tilde{I} < I$.

Формулы (3.54)—(3.55) позволяют строить характеристики сборочного процесса при произвольных распределениях ошибок

измерений и измеряемых величин, однако они слишком сложны для аналитического исследования, которое можно осуществить только для простейших законов распределений указанных величин.

Рассмотрим равномерные распределения ошибок параметров деталей и ошибок измерения. Пусть оба закона $f_i(x_i)$ и $f_{\xi}(\xi_i)$ равномерны соответственно на интервалах $[-c/2, c/2]$ и $[-c_{\xi}/2, c_{\xi}/2]$, тогда

$$g_i(z_i) = \begin{cases} \frac{1}{c}, & |z_i| \leq \frac{c - c_{\xi}}{2}, \\ \frac{1}{cc_{\xi}} \left(\frac{c + c_{\xi}}{2} - |z_i| \right), & \frac{c - c_{\xi}}{2} < |z_i| < \frac{c + c_{\xi}}{2}, \\ 0, & |z_i| > \frac{c + c_{\xi}}{2}, \end{cases} \quad (3.57)$$

$$\rho_i(x_i) = \begin{cases} 1, & |x_i| \leq \frac{\tilde{a} - c_{\xi}}{2}, \\ \frac{\tilde{a}}{c}, & |x_i| < \frac{c_{\xi} - \tilde{a}}{2}, \\ \frac{1}{c_{\xi}} \left(\frac{\tilde{a} + c_{\xi}}{2} - |x_i| \right), & \frac{\tilde{a} - c_{\xi}}{2} \leq |x_i| \leq \frac{\tilde{a} + c_{\xi}}{2}, \\ 0, & |x_i| > \frac{\tilde{a} + c_{\xi}}{2}; \end{cases} \quad (3.58)$$

$$I = \begin{cases} \frac{\tilde{a}}{c}, & \tilde{a} \leq c - c_{\xi}, \\ 1 - \frac{(\tilde{a} - c - c_{\xi})^2}{4cc_{\xi}}, & |c - \tilde{a}| \leq c_{\xi}, \\ 1, & \tilde{a} > c + c_{\xi}. \end{cases} \quad (3.59)$$

Формула (3.58) для простоты записана в предположении, что $c \geq \tilde{a} + c_{\xi}$, т. е. нет краевых эффектов, связанных с тем, что допуск \tilde{a} входного контроля приближается к допуску c параметра детали на величину, меньшую возможной погрешности измерения.

Графики функций (3.57), (3.58) имеют трапецеидальную форму, при достаточно больших значениях аргументов эти функции обращаются в нуль, что связано с финитностью (конечностью) обоих распределений $f_i(x_i)$ и $f_{\xi}(\xi_i)$.

При выполнении неравенства $c \geq \tilde{a} + c_{\xi}$ число деталей, поступающих на сборку при реальном контроле (3.59), совпадает с аналогичной величиной (3.13) в идеальном случае. Это объясняется тем, что плотность распределения измерений (3.57) при строго ограниченных и достаточно малых ошибках ξ_i (когда выполнено указанное неравенство) совпадает с плотностью распре-

деления измеряемых параметров. При этом число бракованных [в смысле неравенства (3.2)] деталей, ошибочно отправленных на сборку, и годных, отбракованных при входном контроле, равно.

Сравнение распределений параметров деталей, прошедших отбраковку, (3.56) и исходного $f(x)$ показывает, что реализующиеся при сборке зазоры (посадки) теперь не ограничиваются квадратом $ABCD$ (см. рис. 3.3), но могут соответствовать точкам, лежащим вне его, в которых $\tilde{f}(x)$ не обращается в нуль.

Заметим, что при нормальном распределении ошибок измерений $\tilde{f}(x) \neq 0$ при любых x . Практически, однако, можно считать, что в сборочных комплектах нет деталей, вероятность которых попасть на сборку достаточно мала, например, менее 0,3%. Детали, поступившие на сборку, при этом с вероятностью $\rho_i(x_i)$ имеют параметры, лежащие в пределах

$$|x_i| \leq (\bar{a} + c_{\xi})/2, \quad (3.60)$$

где $c_{\xi} = 6\sigma_{\xi}$. Таким образом, квадратная область реализующихся при сборке зазоров на диаграмме рис. 3.3 при гауссовских ошибках увеличится в размерах симметричным образом на величину c_{ξ} .

Вернемся к обсуждению случая равномерных распределений. Вероятность качественной сборки [выполнения требований (3.1)] \tilde{P}_1 указана в (3.54), где

$$\tilde{J} = \begin{cases} \frac{1}{\tilde{I}^2} \int_{-(\bar{a}+c_{\xi})/2}^{(\bar{a}+c_{\xi}-\delta)/2} f_i(x_1) \rho_i(x_1) \int_{x_1+\delta/2}^{(\bar{a}+c_{\xi})/2} \times \\ \times f_i(x_2) \rho_i(x_2) dx_2 dx_1, & \bar{a} > \delta/2 - c_{\xi}, \\ 0, & \bar{a} \leq \delta/2 - c_{\xi}, \end{cases} \quad (3.61)$$

ρ_i и \tilde{I} определяются формулами (3.58)—(3.59).

В проблеме реального входного контроля деталей наиболее интересен вопрос о влиянии масштаба погрешностей измерений (σ_{ξ} , c_{ξ}) на показатели качества сборочного процесса, т. е. на вероятности \tilde{P}_1 и $\tilde{P}_0 = \tilde{I}\tilde{P}_1$. Очевидно, что в рассматриваемых условиях рост уровня ошибок контроля может приводить только к ухудшению ситуации. Во-первых, обычно уменьшается число деталей, поступающих на сборку, во-вторых, даже если оно остается на прежнем уровне [для равномерных распределений $f_i(x_i)$, $f_{\xi}(\xi_i)$], из-за ошибок классификации I и II рода часть годных деталей на сборке заменяется бракованными, параметры которых выходят за пределы допуска входного контроля. Какая же точность измерений требуется для осуществления достаточно эффективной сборки с предварительной отбраковкой деталей? В условиях равномерных плотностей вероятности параметров деталей и ошибок измерений удается получить аналитические

выражения для \tilde{P}_1 и \tilde{P}_0 . Ограничимся рассмотрением случая $\sigma \gg \tilde{a} + c_{\xi}$. При сравнительно малых измерительных погрешностях $c_{\xi} \ll \tilde{a}$ имеем

$$\tilde{I}^2 \tilde{J} = \left\{ \begin{array}{l} 0, \quad \tilde{a} + c_{\xi} < \delta/2; \\ \frac{[2(\tilde{a} + c_{\xi}) - \delta]^4}{384c_{\xi}^2 c^2}, \quad \delta/2 - c_{\xi} \leq \tilde{a} < \delta/2; \\ \frac{1}{384c_{\xi}^2 c^2} \{96c_{\xi}^4 - 16c_{\xi}(2\tilde{a} - \delta + c_{\xi})(\delta - 2\tilde{a} + 2c_{\xi})^2 - \\ - (\delta - 2\tilde{a} + 2c_{\xi})^4 + 16c_{\xi}(2\tilde{a} - \delta)^3\}, \quad c_{\xi} + \\ + |\tilde{a} + c_{\xi} - \delta| < \tilde{a} < \delta/2 + c_{\xi}; \\ \frac{1}{24c^2} [2c_{\xi}^2 + 3\delta^2 + 12\tilde{a}(\tilde{a} - \delta)], \quad \delta/2 + c_{\xi} \leq \tilde{a}, \\ c_{\xi} < \delta/2; \\ \frac{1}{384c_{\xi}^2 c^2} \{96c_{\xi}^4 - (\delta - 2\tilde{a} + 2c_{\xi})^4 - 16c_{\xi}(2\tilde{a} - \delta + \\ + c_{\xi})(\delta - 2\tilde{a} + 2c_{\xi})^2 + 32c_{\xi}(\tilde{a} - c_{\xi})[(\tilde{a} - c_{\xi})^2 + \\ + 3(\tilde{a} + c_{\xi} - \delta)^2] + 2(2c_{\xi} - \delta)^3(\delta + 6c_{\xi})\}, \quad \tilde{a} < \\ < \delta/2 + c_{\xi}, \quad c_{\xi} \geq \delta/2; \\ \frac{1}{192c_{\xi}^2 c^2} [48c_{\xi}^4 + 24c_{\xi}^2(\delta - 2\tilde{a} + 2c_{\xi})^2 + 192c_{\xi}^3(\tilde{a} - \\ - c_{\xi}) + (2c_{\xi} - \delta)^3(\delta + 6c_{\xi}) - 8c_{\xi}\delta^2(6c_{\xi} - \delta)], \quad \delta/2 + \\ + c_{\xi} \leq \tilde{a}, \quad c_{\xi} \geq \delta/2. \end{array} \right. \quad (3.62)$$

Среди выражений (3.62), получающихся при различных сочетаниях величин \tilde{a} , c_{ξ} и δ , выделим соответствующее наиболее характерным условиям $\tilde{a} \geq c_{\xi} + \delta/2$ и $c_{\xi} \leq \delta/2$. В этом случае из выражения (3.54) следует

$$\tilde{P}_1 = \frac{1}{12\tilde{a}^2} (12\tilde{a}\delta - 2c_{\xi}^2 - 3\delta^2) \quad (3.63)$$

и

$$\tilde{P}_0 = \frac{1}{12\tilde{a}c} (12\tilde{a}\delta - 2c_{\xi}^2 - 3\delta^2). \quad (3.64)$$

Сравнение $\tilde{P}_1(c_{\xi})$, $\tilde{P}_0(c_{\xi})$ (3.63), (3.64) и $\tilde{P}_1(0) = P_1$, $\tilde{P}_0(0) = P_0$ (3.13), (3.14) свидетельствует о снижении показателей качества сборочного процесса при $c_{\xi} > 0$, причем

$$\begin{aligned} \delta\tilde{P}_1 &= \tilde{P}_1(0) - \tilde{P}_1(c_{\xi}) = c_{\xi}^2/6\tilde{a}^2; \\ \delta\tilde{P}_0 &= \tilde{P}_0(0) - \tilde{P}_0(c_{\xi}) = c_{\xi}^2/6\tilde{a}c. \end{aligned} \quad (3.65)$$

В относительном выражении эти изменения показателей собираемости одинаковы

$$\delta \tilde{P}_1 / \tilde{P}_1(0) = \delta \tilde{P}_0 / \tilde{P}_0(0) = \frac{2c_{\xi}^2}{3\delta(4\tilde{a} - \delta)} \cdot 100\%. \quad (3.66)$$

О чем говорят эти величины? Пусть требуется, чтобы снижение выхода годных изделий, связанное с наличием погрешностей входного контроля, не превышало 5% в условиях, когда допуск \tilde{a} близок к оптимальному значению $\tilde{a} \approx \delta$ (см. п. 3.2), тогда необходимая точность измерительного прибора должна удовлетворять неравенству $c_{\xi} \leq 0,48\delta$. Если уровень погрешностей измерения $c_{\xi} \leq 0,21\delta$, различие показателей сборочного процесса при идеальном и реальном контроле (3.66) становится уже весьма малым и не превосходит 1%. Таким образом, для входного контроля могут использоваться приборы, имеющие значительные погрешности измерений, составляющие десятки доли допуска выходного параметра изделия. Для обеспечения полной взаимозаменяемости деталей при сборке необходимо обеспечить выполнение неравенства $\tilde{a} + c_{\xi} \leq \delta/2$ при любом уровне ошибок измерений.

Допустим ли входной контроль деталей с помощью прибора, погрешности которого превышают допуск входного контроля размеров деталей, $c_{\xi} > \tilde{a}$? В этом случае интеграл \tilde{J} (3.61) имеет вид

$$\tilde{J}^2 \tilde{J} = \begin{cases} 0, & \tilde{a} + c_{\xi} < \delta/2; \\ \frac{(2\tilde{a} + 2c_{\xi} - \delta)^4}{384c_{\xi}^2 c^2}, & \delta/2 - \tilde{a} \leq c_{\xi} < \delta/2; \\ \frac{1}{384c_{\xi}^2 c^2} \{96\tilde{a}^4 - (\delta - 2c_{\xi} + 2\tilde{a})^4 - 16\tilde{a}(2c_{\xi} + \tilde{a} - \delta)(\delta - 2c_{\xi} + 2\tilde{a})^2 + 16\tilde{a}(2c_{\xi} - \delta)^3\}, & \tilde{a} + |\tilde{a} + c_{\xi} - \delta| \leq c_{\xi} < \delta/2 + \tilde{a}; \\ \frac{\tilde{a}^2}{24c_{\xi}^2 c^2} \{2\tilde{a}^2 + 3\delta^2 + 12c_{\xi}(c_{\xi} - \delta)\}, & \delta/2 + \tilde{a} \leq c_{\xi}, \quad \tilde{a} < \delta/2; \\ \frac{1}{384c_{\xi}^2 c^2} \{96\tilde{a}^4 - (\delta - 2c_{\xi} + 2\tilde{a})^4 - 16\tilde{a}(2c_{\xi} + \tilde{a} - \delta) \times \\ \times (\delta - 2c_{\xi} + 2\tilde{a})^2 + 32\tilde{a}(c_{\xi} - \tilde{a})[(c_{\xi} - \tilde{a})^2 + 3(\tilde{a} + c_{\xi} - \delta)^2] + \\ + 2(2\tilde{a} - \delta)(\delta + 6\tilde{a})\}, & c_{\xi} < \tilde{a} + \delta/2, \quad \tilde{a} \geq \delta/2; \\ \frac{1}{192c_{\xi}^2 c^2} \{48\tilde{a}^4 + 24\tilde{a}^2(\delta - 2c_{\xi} + 2\tilde{a})^2 + (2\tilde{a} - \delta)^3(\delta + 6\tilde{a}) + \\ + 192\tilde{a}^3(c_{\xi} - \tilde{a}) - 8\tilde{a}\delta^2(6\tilde{a} - \delta)\}, & \tilde{a} + \delta/2 \leq c_{\xi}, \quad \tilde{a} \geq \delta/2, \end{cases} \quad (3.67)$$

где $c > \tilde{a} + c_{\xi}$.

Пусть $\tilde{a} = a \leq \delta/2$. Тогда безошибочный входной контроль обеспечивает полную взаимозаменяемость деталей при сборке,

т. е. $P_1 = 1$, и выход годных изделий $P_0 = a/c$. В условиях реального входного контроля с очень большими погрешностями измерений ($c_{\xi} > \tilde{a} + \delta/2$) вероятность качественной сборки падает до

$$\tilde{P}_1 = \frac{1}{12c_{\xi}^2} [3\delta (4c_{\xi} - \delta) - 2\tilde{a}^2], \quad (3.68)$$

а выход годных изделий равен

$$\tilde{P}_0 = \frac{\tilde{a}}{12c_{\xi}^2} [3\delta (4c_{\xi} - \delta) - 2\tilde{a}^2]. \quad (3.69)$$

Отличие этих показателей сборочного процесса от P_1 и P_0 составляет

$$\delta\tilde{P}_1 = P_1 - \tilde{P}_1(c_{\xi}) = 1 - \frac{\delta}{c_{\xi}} + \frac{\delta^2}{4c_{\xi}^2} + \frac{\tilde{a}^2}{6c_{\xi}^2};$$

$$\delta\tilde{P}_0 = P_0 - \tilde{P}_0(c_{\xi}) = \frac{\tilde{a}}{c} \delta\tilde{P}_1;$$

$$\delta\tilde{P}_1/P_1 = \delta\tilde{P}_0/P_0 = \delta\tilde{P}_1 \cdot 100 \%. \quad (3.70)$$

Зависимость $\delta\tilde{P}_1$ в (3.70) от \tilde{a} в пределах изменения допуска $0 < \tilde{a} \leq \delta/2$ достаточно слабая; так, при изменении \tilde{a} от 0 до $\delta/2$ и $c_{\xi} = \delta\tilde{P}_1$ (3.68) возрастает от 25 до 29,2%, поэтому можно считать, что $\delta\tilde{P}_1 \approx 1 - \frac{\delta}{c_{\xi}} \left(1 - \frac{\delta}{4c_{\xi}}\right)$ определяется только отношением δ/c_{ξ} ($c_{\xi} > \tilde{a} + \delta/2$). Как видно, даже в условиях очень высокого уровня ошибок измерений, когда цена деления прибора (точнее, поле рассеивания ошибок) вдвое (!) превышает допуск входного контроля ($c_{\xi} = \delta$, $\tilde{a} = \delta/2$), вероятность сборки годного изделия остается довольно высокой, составляя 70%. В то же время при сплошной сборке (при отсутствии входного контроля, $\tilde{a} \rightarrow \infty$) эта вероятность снижается до $(\delta/2c)$ ($2 - \delta/(2c)$) и при $c = 2\delta$ составляет 44%. С ростом c/δ эффективность входного контроля еще более возрастает.

Рассмотрим случай, когда $\tilde{a} = a \geq \delta/2$, а c_{ξ} по-прежнему велико, $c_{\xi} \geq \tilde{a} + \delta/2$. Подставляя в (3.54) последнее выражение для \tilde{J} из (3.67), получим

$$\tilde{P}_1 = \frac{\delta}{96\tilde{a}^2 c_{\xi}^2} (96\tilde{a}^2 c_{\xi} - 32\tilde{a}^3 - 8\tilde{a}\delta^2 + \delta^3), \quad \tilde{P}_0 = \frac{\tilde{a}}{c} \tilde{P}_1 \quad (3.71)$$

и

$$\delta\tilde{P}_1 = P_1 - \tilde{P}_1(c_{\xi}) = \frac{\delta}{96\tilde{a}^2 c_{\xi}^2} \{24c_{\xi} [4\tilde{a}(c_{\xi} - \tilde{a}) - \delta c_{\xi}] + 32\tilde{a}^3 + 8\tilde{a}\delta^2 - \delta^3\};$$

$$\delta\tilde{P}_0 = P_0 - \tilde{P}_0(c_{\xi}) = \frac{\tilde{a}}{c} \delta\tilde{P}_1;$$

$$\delta\tilde{P}_1/P_1 = \delta\tilde{P}_0/P_0 = 1 - \frac{4\tilde{a}^2}{c_{\xi}(4\tilde{a} - \delta)} + \frac{32\tilde{a}^3 + 8\tilde{a}\delta^2 - \delta^3}{24c_{\xi}^2(4\tilde{a} - \delta)}. \quad (3.72)$$

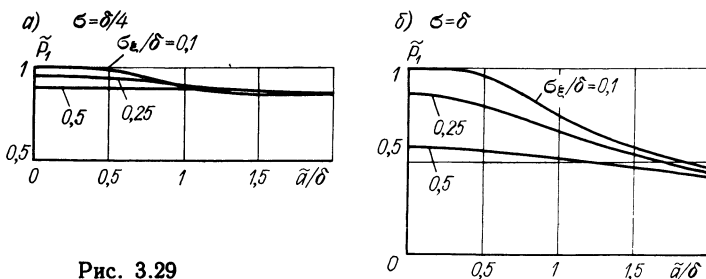


Рис. 3.29

Если допуск входного контроля \tilde{a} близок к оптимальному для безошибочного контроля, $a \approx \delta$ и c_ξ вдвое превышает этот допуск, $c_\xi = 2\delta$, то вероятность сборки годного изделия (3.71) $\tilde{P}_1 \approx 40\%$, а выход годных изделий при $c = 4\delta$ $\tilde{P}_0 \approx 10\%$. В тех же условиях безошибочный контроль обеспечивает $P_1 = 75\%$ и $P_0 = 19\%$, т. е. показатели сборки снижаются на 47%. При отсутствии отбраковки деталей $P_1 \approx 23\%$, таким образом, входной контроль может быть целесообразным и в этом случае высокого уровня случайных ошибок измерения.

Выражения (3.62)—(3.72) справедливы, если границы распределений $f_i(x_i)$ не влияют на процессы входного контроля, т. е. при $c > \tilde{a} + c_\xi$. Если это условие нарушено, то возмущения, вносимые ошибками измерений в результате сборки, в целом снижаются, т. е. полученные зависимости для $\delta\tilde{P}_1$ и $\delta\tilde{P}_0$ от c_ξ следует рассматривать как оценки сверху для соответствующих величин.

Полученные в результате анализа выводы о последствиях сборки с предварительной отбраковкой деталей в условиях неточных измерений при равномерных распределениях как параметров деталей, так и погрешности измерений, могут быть распространены на другие распределения указанных случайных величин. Известно [2], что для нормальных распределений $f_i(x_i)$ и $f_\xi(\xi_i)$ брак при сборке (для малых σ_ξ или c_ξ по сравнению с допуском контроля $a \approx \delta/2$) квадратично зависит от отношения σ_ξ/a , что согласуется с зависимостью $\delta\tilde{P}_1$ (3.65). При переходе к нормальному распределению ошибок измерений с $\sigma_\xi = c_\xi/6$ от рассмотренного равномерного влияние погрешностей измерений на показатели качества сборочного процесса уменьшается, поэтому выражения (3.65), (3.66), (3.70), (3.72) можно использовать как оценки сверху указанного влияния.

Точные зависимости вероятности сборки качественного изделия \tilde{P}_1 и выхода годных изделий \tilde{P}_0 от допуска входного контроля \tilde{a} для нормальных распределений параметров деталей и ошибок измерений, построенные по формулам (3.54), (3.55), при различных значениях дисперсии параметров деталей σ^2

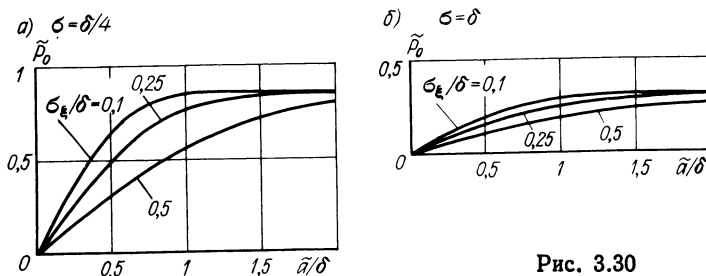


Рис. 3.30

и дисперсии погрешностей измерений σ_ϵ^2 представлены на рис. 3.29, 3.30. Ошибки измерений приводят к сглаживанию указанных зависимостей по сравнению со случаем идеального контроля (см. рис. 3.5, 3.6) и к уменьшению выраженности экстремума функции $\tilde{P}_0(\tilde{a})$. Максимум этой функции сдвигается в сторону больших значений \tilde{a} .

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

1. Рассмотрено влияние ошибок измерений при входном контроле деталей, не имеющих систематических составляющих и характеризующихся дисперсией σ_ϵ^2 или допуском c_ϵ , на показатели качества сборочного процесса. Систематические составляющие этих ошибок фактически приводят к некоторому изменению (сдвигу) поля допуска входного контроля, и их влияние может быть изучено в рамках модели идеального (безошибочного) контроля (см. п. 3.4).

2. Случайные составляющие погрешностей измерений вызывают при прочих равных условиях снижение показателей качества сборочного процесса. Для малых c_ϵ и достаточно больших \tilde{a} ($c_\epsilon < \delta/2$, $\tilde{a} \geq c_\epsilon + \delta/2$) изменение вероятности сборки годного изделия $\delta\tilde{P}_1$ пропорционально квадрату отношения c_ϵ/\tilde{a} (3.65). При больших c_ϵ и малых \tilde{a} ($c_\epsilon > \tilde{a} + \delta/2$, $\tilde{a} \leq \delta/2$) зависимость $\delta\tilde{P}_1$ является полиномом второй степени от отношения δ/c_ϵ (3.70). Большие погрешности и допуски входного контроля ($c_\epsilon \geq \tilde{a} + \delta/2$, $\tilde{a} \geq \delta/2$) приводят к тому, что $\delta\tilde{P}_1$ определяется в основном отношением \tilde{a}/c_ϵ , которое входит в различных степенях в (3.72). Во всех случаях снижение выхода годных изделий $\delta\tilde{P}_0$ связано с уменьшением вероятности сборки годного изделия $\delta\tilde{P}_1$ соотношением $\delta\tilde{P}_0 = (\tilde{a}/c_\epsilon) \delta\tilde{P}_1$.

3. Использование для входного контроля деталей измерительных приборов с ценой деления (или размером поля рассеивания случайной компоненты погрешности) c_ϵ , составляющей десятки доли (до половины) допуска выходного параметра изделия δ , не приводит к заметным изменениям показателей качества сбороч-

ного процесса (в пределах 5%) по сравнению с идеальным входным контролем. Допустимо в ряде случаев использовать весьма грубые средства контроля, у которых допуск ошибки c_{ξ} превышает как допуск выходного параметра δ , так и допуск входного контроля \tilde{a} . Результаты такого сборочного процесса можно оценить выражениями (3.63), (3.64), (3.68), (3.69), (3.71).

4. При появлении ошибок измерений зависимости $\tilde{P}_1(\tilde{a})$, $\tilde{P}_0(\tilde{a})$ становятся более гладкими, но их асимптотическое поведение при $\tilde{a} \rightarrow \infty$ остается прежним. Эффективность оптимального входного контроля $\Delta\tilde{P} = \tilde{P}_0^* - P_0^\infty$ с ростом c_{ξ} снижается, при этом оптимальный допуск \tilde{a}^* сдвигается в сторону больших значений.

С ГРУППОВОЙ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬЮ

Задача сборки двух однопараметрических деталей типа вал — втулка наиболее популярна и исследована в литературе, посвященной селективной сборке [2, 3, 4]. Содержательная постановка задачи, обозначения и основные предположения точно соответствуют принятым в предыдущих главах.

Пусть перед сборкой измеряют параметры деталей x_1, x_2 , определенные так же, как в гл. 3, и детали сортируют по группам с полями групповых допусков $X_i^{(k_i)}$, где i — номер детали, k_i — номер селективной группы:

$$X_1^{(1)} = \{x_1 : -\infty < x_1 < a_1^{(2)}\}, \quad X_2^{(1)} = \{x_2 : -\infty < x_2 < a_2^{(2)}\};$$

$$X_1^{(2)} = \{x_1 : a_1^{(2)} \leq x_1 < a_1^{(3)}\}, \quad X_2^{(2)} = \{x_2 : a_2^{(2)} \leq x_2 < a_2^{(3)}\};$$

$$X_1^{(l_1-1)} = \{x_1 : a_1^{(l_1-1)} \leq x_1 < a_1^{(l_1)}\}, \quad X_2^{(l_2-1)} = \{x_2 : a_2^{(l_2-1)} \leq x_2 < a_2^{(l_2)}\};$$

$$X_1^{(l_1)} = \{x_1 : a_1^{(l_1)} \leq x_1 < \infty\}, \quad X_2^{(l_2)} = \{x_2 : a_2^{(l_2)} \leq x_2 < \infty\}. \quad (4.1)$$

Границы селективных групп $a_i^{(k_i)}$ в (4.1) разбивают всю область значений параметров x_i на l_i интервалов $X_i^{(k_i)}$, как показано на рис. 4.1. Далее примем $l_1 = l_2 = l$. Требование к выходному параметру изделия (зазору, натягу) имеет вид (3.1). На том же рисунке представлена диаграмма посадок, реализующихся при сборке деталей. Наиболее простой вариант правила (алгоритма) комплектования СК — из деталей одноименных групп — приводит к образованию L типов СК, каждому из которых на рисунке соответствует пронумерованная прямоугольная или полубесконечная область (здесь $L = l = 5$). Диаграмма похожа на изображенную на рис. 3.2 для сборки с предварительной отбраковкой. В рассматриваемом случае отбраковка также может предполагаться, если считать, что детали из крайних групп с большими отклонениями параметров не должны комплектоваться и поступать на сборку. При этом число типов СК уменьшается на 2: $L = l - 2$

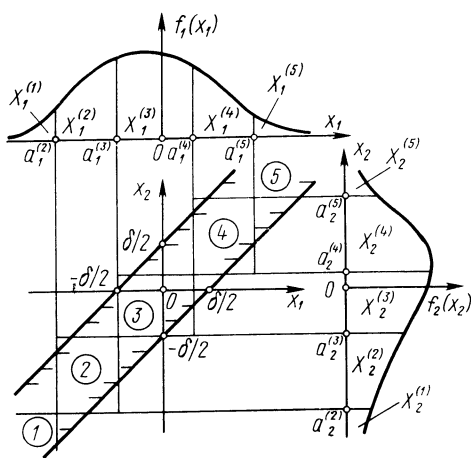


Рис. 4.1

и каждому из них соответствует ограниченная прямоугольная область на диаграмме посадок.

Строго говоря, метод групповой взаимозаменяемости требует отсутствия внутргруппового брака при сборке (в противном случае взаимозаменяемость исключена), что соответствует погружению указанных прямоугольных областей в полосу допустимых зазоров (рис. 4.1), т. е. выполнению условия (3.1) для всех СК. Однако это требование не всегда необходимо, поэтому будем трактовать

метод групповой взаимозаменяемости более широко: это метод селективной сборки, который предполагает сортировку деталей на группы по результатам измерений их параметров, комплектование СК из деталей групп по определенным правилам (например, из одноименных групп) в целях взаимной компенсации погрешностей их изготовления и дальнейшую сборку СК, в результате которой часть (регламентированная) полученных изделий оказывается негодной. В простейшем варианте метода каждая из селективных групп участвует в образовании только одного типа СК (см. рис. 4.1), или, как говорят, для деталей каждой группы существует только один путь комплектования — с контрдеталью одной группы, номер которой определяется уравнением комплектования [2, 4]. Такой способ формирования СК соответствует элементарному, или одновариантному правилу комплектования (п. 2.1). Однако уже в работе [2] рассматривается возможность доборки деталей из соседних групп для снижения объема незавершенного производства. В работах [15, 9, 22] многовариантное комплектование (при котором существует несколько путей комплектования деталей каждой селективной группы) исследуется как представляющее самостоятельную ценность и в ряде случаев дающее предпочтительные результаты. Многовариантное комплектование еще более отдаляет смысл термина «групповая взаимозаменяемость» от того, что реально происходит в этом случае при сборке, и представляет собой промежуточный метод между простейшей групповой взаимозаменяемостью с единственным путем комплектования и сборкой деталей по действительным размерам. Несмотря на сказанное, термин «групповая взаимозаменяемость» используют для обозначения всех видов селективной

сборки, связанных с сортировкой деталей на группы. Введенное в п. 2.1 понятие взвешенного, или обобщенного, правила комплектования служит эффективным средством адекватного описания целого ряда проблем, возникающих при много-вариантном комплектовании.

Основной задачей исследования является определение границ полей групповых допусков и допусков входного контроля (при наличии предварительной отбраковки), таких, чтобы получить минимальные объемы незавершенного производства и брака при сборке, иными словами, возможно больший выход годных изделий. При многовариантном комплектовании СК существенным оказывается вопрос о построении оптимальных правил комплектования.

Задачи селективной сборки в различных постановках рассматривались многими авторами [2, 4, 9, 15, 26], при этом в качестве основного критерия оптимальности сборки использовался объем незавершенного производства при формировании СК, в который не включались предварительно отбракованные детали. Сам по себе этот критерий не плох, если его использовать в совокупности с требованием отсутствия или ограниченности брака при сборке, не учитывая которое можно получить абсурдные результаты. Действительно, решая такую задачу, мы стремимся скомплектовать как можно больше деталей, не заботясь о том, получатся ли из них качественные изделия, да и соберутся ли они вообще! На наш взгляд, более информативным критерием оптимальности сборки является выход годных изделий, определяемый величинами P_0 и P_1 (2.40), (2.41), который одновременно учитывает как число качественных изделий, так и объем незавершенного производства, включающий при необходимости и предварительно отбракованные детали.

В некоторых работах в качестве дополнительного ограничения на процедуру комплектования устанавливается требование получить однородные (одинаковые по допуску) соединения деталей в сопряжении независимо от того, из какой группы деталей собрана изделия (т. е. для любых типов СК). Это ограничение приводит к необходимости использовать равные групповые допуски (4.1) и упрощает процесс комплектования, однако снижает выход годных изделий при несовпадении распределений параметров деталей. По нашему мнению, требование однородности всех типов СК не всегда целесообразно, поскольку с точки зрения эксплуатационных свойств важно, чтобы выходной параметр изделия находился в поле допуска, а не в какой-то его части. Если же это не так, то следует либо сузить поле допуска выходного параметра, либо ввести различные категории качества собранных изделий (например, попадание зазора в правую половину поля допуска при сборке приводит к получению изделия 1-го сорта, а в левую — 2-го сорта) и максимизировать выход годных при ограничениях на долю изделий той или иной группы качества (сорта).

В связи с проблемой селективной сборки двух однопараметрических деталей, на наш взгляд, могут быть выделены три группы задач, которые рассматриваются в данной главе.

К первой группе относится построение оптимальной процедуры комплектования в простейшем варианте — при совпадающих симметричных плотностях распределения параметров деталей $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$ и равных групповых допусках h . В этом случае имеет смысл использовать большие групповые допуски ($h \geq \delta/2$) и элементарное правило комплектования СК по одному пути (из одноименных селективных групп). Искомыми являются оптимальные значения числа селективных групп l и группового допуска h .

Ко второй группе задач можно отнести проблему уменьшения объема незавершенного производства и увеличения выхода годных изделий за счет выбора рациональных правил многовариантного комплектования, если распределения параметров деталей не совпадают (имеют различный вид, дисперсию или смещение). Такая проблема возникает при малых h в условиях равенства групповых допусков, когда квадратные области реализуемых в различных типах СК посадок (рис. 4.1) полностью погружены в полосу допустимых посадок. При этом может потребоваться также определить наилучшее смещение систем полей групповых допусков деталей относительно математических ожиданий их параметров. В этой группе задач величины l и h считаются заданными.

Третью группу образуют задачи оптимизации селективной сборки при несовпадающих распределениях параметров деталей и произвольных групповых допусках. В этом случае при заданном числе селективных групп l необходимо выбрать константы $a_i^{(k_i)}$ в (4.1). Эти задачи относятся к наиболее сложным, и для их решения надо, как правило, применять численные методы.

4.2. МЕТОД ОДИНАКОВЫХ ГРУППОВЫХ ДОПУСКОВ. ОДНОВАРИАНТНОЕ КОМПЛЕКТОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ

Предположим, что распределения параметров деталей одинаковы, симметричны и не смещены, $f_1(t) = f_2(t)$. Перед сборкой детали сортируют на $l > 2$ групп с равными групповыми допусками h (за исключением крайних групп). Из соображений симметрии ясно, что системы полей групповых допусков обеих деталей, определяемые границами $a_i^{(k_i)}$ в (4.1), должны располагаться симметрично относительно математических ожиданий соответствующих параметров. Таким образом,

$$a_i^{(k_i)} = a_i^{(2)} + h(k_i - 2), \quad k_i = \overline{2, l}, \quad i = 1, 2; \quad (4.2)$$

при этом для четных l $a_i^{(l/2+1)} = 0$, для нечетных — $a_i^{(l-1)/2+1} = -h/2$, $a_i^{(l+1)/2+1} = h/2$, откуда $a_i^{(2)} = h(1 - l/2)$ и $a_i^{(k_i)} = h(k_i - 1 - l/2)$, $k_i = \overline{2, l}$, $i = 1, 2$, $a_i^{(1)} = -\infty$, $a_i^{(l+1)} = \infty$. (4.3)

Вследствие того что распределения параметров деталей полностью совпадают, внутригрупповое незавершенное производство отсутствует, поэтому нет смысла использовать многовариантное комплектование, позволяющее перераспределить избыточные детали между различными типами СК и тем самым уменьшить объем незавершенного производства. При одновариантном комплектовании (по одному пути) из одной группы валов и одной группы втулок формируют

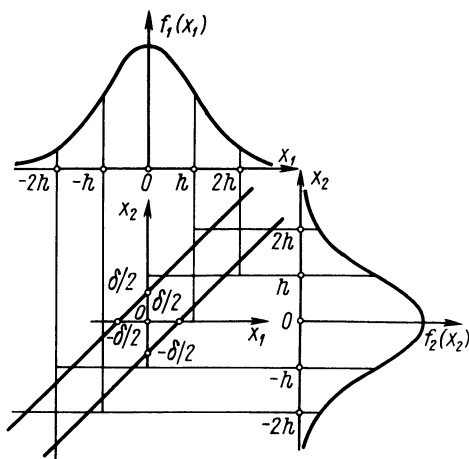


Рис. 4.2

СК единственного типа. Разумно эти селективные группы и тип СК нумеровать одинаково так, что СК k -го типа комплектуют из деталей с параметрами $x_1 \in X_1^{(k)}, x_2 \in X_2^{(k)}$. Число типов СК $L = l$, если все детали участвуют в сборке, и $L = l - 2$, если применяют предварительную отбраковку деталей из 1-й и l -й групп. При $l = 3$ и $L = 1$ приходим к случаю сборки с предварительной отбраковкой деталей, рассмотренному в гл. 3. На рис. 4.2 показана диаграмма посадок, получающихся при одновариантном комплектовании и сборке СК, формируемых из групп с равными групповыми допусками ($l = 6$).

Общие выражения для показателей сборочного процесса получены в п. п 2.1, 2.2. В рассматриваемом варианте задачи эти показатели определяются по следующим соотношениям.

Число $I^{(k)}$ деталей i -го типа в k -й селективной группе и число $I_{СК}^{(k)}$ СК k -го типа вычисляются по формулам:

$$I_{СК}^{(k)} = I^{(k)} = \begin{cases} \int_{h(k-1-1/2)}^{h(k-1/2)} f_i(x_i) dx_i, & k = \overline{2, l-1}; \\ \int_{h(l/2-1)}^{\infty} f_i(x_i) dx_i, & k = \overline{1, l}. \end{cases} \quad (4.4)$$

При $L = l - 2$ используют входной контроль деталей, который определяет предварительный брак следующего объема:

$$\varepsilon = I^{(1)} + I^{(l)} = 2 \int_{h(l/2-1)}^{\infty} f_i(x_i) dx_i, \quad (4.5)$$

что совпадает с величиной $1 - I$ (3.8) для сборки с предварительной отбраковкой деталей при $a = h$ ($l = 2$).

Вероятность выполнения неравенства (3.1) при сборке СК k -го типа (2.44)

$$p^{(k)} = \frac{1}{(I^{(k)})^2} \int_{a_i^{(k)}}^{a_i^{(k+1)}} f_i(x_1) \int_{a_i^{(k)}}^{a_i^{(k+1)}} f_i(x_2) 1[\delta/2 - |x_2 - x_1|] dx_1 dx_2 =$$

$$= 1 - 2J^{(k)}/(I^{(k)})^2, \quad (4.6)$$

где

$$J^{(k)} = \begin{cases} \int_{h(k-l/2)-\delta/2}^{h(k-l/2)} f_i(x_1) \int_{x_1+\delta/2}^{h(k-l/2)} f_i(x_2) dx_2 dx_1, & k = \overline{2, l-1}, \quad h > \delta/2; \\ \int_{h(l/2-1)}^{\infty} f_i(x_1) \int_{x_1+\delta/2}^{\infty} f_i(x_2) dx_2 dx_1, & k = \overline{1, l}, \quad h > \delta/2; \\ 0, & k = \overline{2, l-1}, \quad h \leq \delta/2. \end{cases}$$

Если входного контроля нет и все детали участвуют в формировании СК, то вероятность качественной сборки, или собираемость, имеет вид (2.40)

$$P_1 = \sum_{k=1}^l I_{CK}^{(k)} p^{(k)}. \quad (4.7)$$

При отбраковке деталей в результате входного контроля вероятность качественной сборки изменяется

$$P_1 = \frac{1}{I_{CK}} \sum_{k=2}^{l-1} I_{CK}^{(k)} p^{(k)}, \quad (4.8)$$

где $I_{CK} = \sum_{k=2}^{l-1} I_{CK}^{(k)} = 2 \int_0^{h(l/2-1)} f_i(x_i) dx_i$ — общее число СК.

Выход годных изделий (2.41) также имеет различный вид в зависимости от того, есть ли предварительная отбраковка деталей из крайних селективных групп ($L = l - 2$), или ее нет ($L = l$)

$$P_0 = \begin{cases} \sum_{k=1}^l I_{CK}^{(k)} p^{(k)} = P_1, & L = l; \\ \sum_{k=2}^{l-1} I_{CK}^{(k)} p^{(k)} = I_{CK} P_1, & L = l - 2. \end{cases} \quad (4.9)$$

Первое выражение в (4.9) превосходит (со знаком «больше» или «равно») при одних и тех же условиях второе, поскольку $I^{(1)} p^{(1)} + \dots + I^{(l)} p^{(l)} \geq 0$. Отсюда следует, что селективная сборка с исполь-

зованием всех деталей исходной совокупности всегда приводит к большему выходу годных изделий, чем при наличии входного контроля деталей. Аналогичного утверждения для вероятности P_1 сборки годного изделия (4.7), (4.8) сделать нельзя.

Еще раз обратим внимание на различие показателей собираемости P_1 и P_0 . В соответствии с подробным анализом и комментариями, данными в гл. 2 и 3, P_0 есть выход годных, т. е. доля исходной совокупности деталей, образующих годные СК; P_1 есть выход годных, но не из исходной полной совокупности деталей, а их тех, которые вошли в силу принятого правила комплектования в СК, т. е. это выход годных из сформированных СК. В данном случае число деталей в исходной совокупности и в СК отличается на объем предварительного брака.

Из выражения (4.6) ясно, что при полном погружении квадратных областей реализующихся посадок в полосу допустимых посадок на рис. 4.2 (т. е. при $h \leq \delta/2$) вероятность брака при сборке соответствующих типов СК обращается в нуль. Дальнейшее уменьшение h не изменяет значения $p^{(k)} = 1$ для деталей центральных селективных групп ($k = \overline{2, l-1}$), но снижает их число в группах $I^{(k)}$, что приводит при неизменном числе групп l к падению выхода годных изделий (4.9) в случае $L = l-2$. Если все детали участвуют в сборке, то для некоторых видов распределений параметров деталей зависимость P_0 от h может носить иной характер, однако в подавляющем большинстве случаев (например, для уни-modalных или равномерных $f_i(x_i)$) выход годных изделий при $h < \delta/2$ оказывается меньшим, чем при $h = \delta/2$. Таким образом, в условиях комплектования деталей по одному пути равные групповые допуски следует назначать не меньшими $\delta/2$.

Оптимальный групповой допуск h^* , максимизирующий при фиксированном l выход годных изделий, находится из уравнения $\frac{\partial P_0}{\partial h} = 0$.

При $L = l$ имеем

$$\sum_{k=1}^l \frac{1}{(I^{(k)})^2} \left\{ \frac{\partial I^{(k)}}{\partial h} [(I^{(k)})^2 + 2J^{(k)}] - 2I^{(k)} \frac{\partial J^{(k)}}{\partial h} \right\} = 0, \quad (4.10)$$

а для $L = l-2$

$$\sum_{k=2}^{l-1} \frac{1}{(I^{(k)})^2} \left\{ \frac{\partial I^{(k)}}{\partial h} [(I^{(k)})^2 + 2J^{(k)}] - 2I^{(k)} \frac{\partial J^{(k)}}{\partial h} \right\} = 0, \quad (4.11)$$

где

$$\frac{\partial I^{(k)}}{\partial h} = \begin{cases} (k-1/2) f_i[h(k-1/2)] + (k-1-l/2) f_i[h(k-1-l/2)] \\ \quad k = \overline{2, l-1}; \\ -(l/2-1) f_i[h(l/2-1)], & k = \overline{1, l}; \end{cases}$$

$$\frac{\partial J^{(k)}}{\partial h} = \begin{cases} (k - l/2) f_l [h(k - l/2)] \int_{h(k-1-l/2)}^{h(k-l/2)-\delta/2} f_i(t) dt - (k - 1 - l/2) \times \\ \times f_i [h(k - 1 - l/2)] \int_{h(k-l/2)}^{h(k-1-l/2)+\delta/2} f_i(t) dt, & k = \overline{2, l-1}; \\ - (l/2 - 1) f_l [h(l/2 - 1)] \int_{h(l/2-1)+\delta/2}^{\infty} f_i(t) dt, & k = \overline{1, l}. \end{cases}$$

Увеличение числа селективных групп, очевидно, всегда приводит к росту выхода годных изделий, по крайней мере, не снижает его. Реальным ограничением сверху на число групп могут быть только дополнительные затраты, связанные с усложнением производства и входящие в критерии стоимостного типа (п. 2.5). Однако даже при использовании одного количественного критерия (4.9) сборочного процесса можно определить необходимое, точнее, достаточное число селективных групп.

Выход годных P_0 в зависимости от l является монотонно возрастающей функцией, существенно изменяющейся при малых l и при больших l асимптотически выходящей на постоянный уровень «насыщение». За достаточное число селективных групп можно принять то наименьшее значение l , начиная с которого дальнейшее увеличение выхода годных оказывается достаточно малым. Такой выбор l соответствует принципу, в силу которого усложнение системы формирования СК, связанное с увеличением числа селективных групп, считается нецелесообразным, если выигрыш от этого усложнения невелик.

В случае малых сравнительно с δ допусков параметров деталей c для финитных распределений, т. е. распределений, плотность вероятности которых обращается в нуль вне конечного интервала значений аргумента, проблема выбора l не возникает, так как существует естественное ограничение на l сверху, равное $2c/\delta + 2$ (поскольку $l < c/h + 2$ и $h \geq \delta/2$).

Далее указанные проблемы исследуются на конкретных распределениях параметров деталей.

Пусть плотности распределения $f_i(x_i)$ равномерные с допуском $c > h$. Очевидно, $l < c/h + 2$ (если c/h — не целое число, иначе $l \leq c/h$), так как в противном случае поля групповых допусков при их симметричном формировании окажутся за пределами поля допуска параметра детали. Предполагается также, что метод полной взаимозаменяемости не может быть использован, т. е. $c > \delta/2$.

Запишем основные показатели сборочного процесса для этого случая:

$$I^{(k)} = \begin{cases} h/c, & k = \overline{2, l-1}; \\ h/c(1 - l/2) + 1/2, & k = \overline{1, l}; \end{cases} \quad (4.12)$$

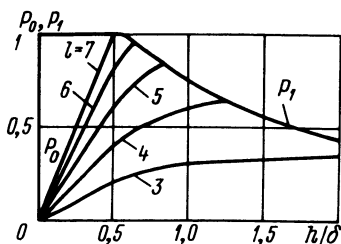


Рис. 4.3

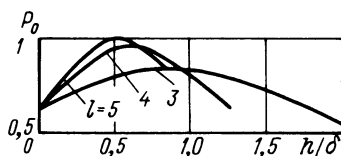


Рис. 4.4

$$p^{(k)} = \begin{cases} \delta/h \left(1 - \frac{\delta}{4h}\right), & h \geq \delta/2, \quad h = \overline{2, l-1}; \\ \frac{\delta}{h(2-l)+c} \left(2 - \frac{\delta}{h(2-l)+c}\right), & h < \frac{c-\delta}{l-2}, \quad k = \overline{1, l}; \\ 1, & h < \delta/2, \quad k = \overline{2, l-1} \text{ или } h \geq \frac{c-\delta}{l-2}, \quad k = \overline{1, l}. \end{cases} \quad (4.13)$$

Если детали крайних селективных групп составляют предварительный брак ($L = l - 2$), то

$$P_1 = \begin{cases} \frac{\delta}{2h} \left(2 - \frac{\delta}{2h}\right), & h \geq \delta/2; \\ 1, & h < \delta/2; \end{cases} \quad (4.14)$$

$$P_0 = \begin{cases} \frac{\delta}{2c} (l-2) \left(2 - \frac{\delta}{2h}\right), & h \geq \delta/2; \\ h/c (l-2), & h < \delta/2. \end{cases} \quad (4.15)$$

Вероятность сборки годного изделия (4.14) от числа групп l не зависит и монотонно убывает с ростом h , начиная с $h = \delta/2$, когда квадратные области на диаграмме рис. 4.2, соответствующие центральным группам, перестают быть погруженными в полосу допустимых посадок. Собираемость P_0 (4.15) как функция от h монотонно возрастает при каждом фиксированном $l < c/h + 2$ от нуля до некоторой максимальной величины, зависящей от l и совпадающей с вероятностью (4.14) при соответствующем максимально возможном для данного l значении группового допуска h . На рис. 4.3 представлены эти зависимости для $L = l - 2$, $c/\delta = 2,5$. Отметим, что функция $P_1(h)$ (4.14) полностью совпадает с P_1 (3.14) для сборки с предварительной отбраковкой деталей при $h = a$. Выход годных изделий при селективной сборке (4.15) в тех же условиях в $l - 2$ раз выше, чем (3.15) (кривая $l = 3$ на рис. 4.3).

Таким образом, если l задано, то h надо выбирать настолько большим, чтобы крайние группы, составляющие предварительный брак, исчезли, т. е. $h = c/(l - 2)$. Это справедливо только в том

случае, если нет ограничений на объем внутригруппового брака $1 - P_1$. Если такое ограничение $P_1 \geq \alpha_1$ есть, групповой допуск выбирают максимально возможным в этих условиях, т. е.

$$h = \min \left\{ \frac{c}{l-2}, \frac{\delta}{2(1-\sqrt{1-\alpha_1})} \right\}. \quad (4.16)$$

Как легко видеть из рис. 4.3 и выражений (4.14), (4.15), выбор $h = c/(l-2)$ приводит к максимальному выходу годных изделий

$$P_0 = P_1 = \frac{\delta(l-2)}{2c} \left(2 - \frac{\delta(l-2)}{2c} \right) \left(c \geq \frac{\delta}{2}(l-2) \right) \quad \text{и}$$

$$P_0 = P_1 = 1 \left(c < \frac{\delta}{2}(l-2) \right).$$

При $h = \delta/[2(1-\sqrt{1-\alpha_1})]$ в (4.16) ($h < c/(l-2)$) $P_1 = \alpha_1$ и $P_0 = \delta(l-2)/2c(1-\sqrt{1-\alpha_1})$.

Если использовать все детали исходной совокупности для формирования и сборки СК, то вероятности сборки годного изделия P_1 и выхода годных изделий P_0 равны; при этом для P_0 имеем

$$P_0 = \begin{cases} \frac{\delta}{c} \left[l \left(1 - \frac{\delta}{4h} \right) + \frac{\delta}{2h} - \frac{\delta}{h(2-l)+c} \right], & \frac{\delta}{2} \leq h \leq \frac{c-\delta}{l-2}; \\ \frac{1}{c} \left[h(l-2) + 2\delta - \frac{\delta^2}{h(2-l)+c} \right], & h < \min \left\{ \frac{\delta}{2}, \frac{c-\delta}{l-2} \right\}; \\ 1 - \frac{l-2}{c} \left[h - \delta \left(1 - \frac{\delta}{4h} \right) \right], & h > \max \left\{ \frac{\delta}{2}, \frac{c-\delta}{l-2} \right\}; \\ 1, & \frac{c-\delta}{l-2} \leq h \leq \frac{\delta}{2}. \end{cases} \quad (4.17)$$

Значение $P_0 = 1$ в (4.17) соответствует погружению областей параметров СК на диаграмме рис. 4.2 в полосу допустимых посадок и достигается соответствующим выбором группового допуска h при большом числе групп $l \geq 2c/\delta$. При меньших l часть СК будет иметь параметры, выходящие за пределы допустимых, и $P_0 < 1$. Зависимости (4.17) представлены на рис. 4.4 для $L = l$, $c/\delta = 2,5$.

Пусть число групп $l < 2c/\delta$. Каким в этих условиях будет оптимальный групповой допуск h^* для центральных групп? Дифференцируя (4.17) по h и приравнивая производную нулю, получаем

$$h^* = c/l, \quad (4.18)$$

что соответствует равенству всех центральных и крайних групповых допусков. В этом случае

$$P_0 = P_0^* = \frac{\delta l}{c} \left(1 - \frac{\delta l}{4c} \right). \quad (4.19)$$

Можно показать, что для равномерных распределений $f_i(x_i)$ и $L = l$ задача оптимизации произвольных групповых допусков

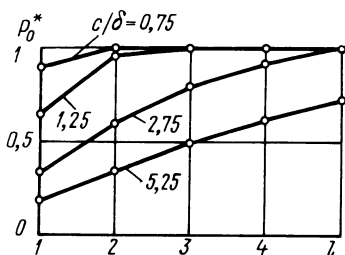


Рис. 4.5

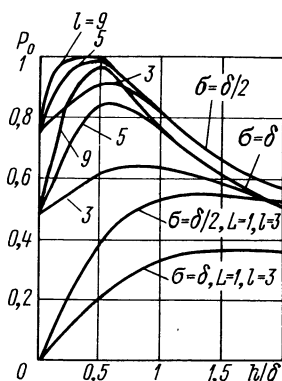


Рис. 4.6

по критерию максимума выхода годных изделий в общей постановке всегда приводит к решению (4.18). Таким образом, (4.19) есть максимально достижимый выход годных изделий при заданном числе селективных групп $l < 2c/\delta$.

В случае $l \geq 2c/\delta$ выбор групповых допусков центральных групп, удовлетворяющих неравенствам

$$\frac{c-\delta}{l-2} \leq h \leq \delta/2, \quad (4.20)$$

приводит к 100%-му выходу годных изделий.

Минимальное число групп, при котором еще достигается $P_0 = 1$,

$$l = \begin{cases} \lfloor c/h + 1 \rfloor, & c/h - \text{не целое,} \\ c/h, & c/h - \text{целое,} \end{cases} \quad (4.21)$$

где $\lfloor \cdot \rfloor$ и $\lceil \cdot \rceil$ — целая часть u , $h = \delta/2$.

Как уже отмечалось, для практических целей число групп может быть меньше (4.21), если выход годных изделий при этом незначительно отличается от единицы. На рис. 4.5 представлена зависимость максимально достижимого P_0^* от числа селективных групп. Случай $l = 1$ соответствует сплошной сборке без сортировки деталей. Видим, что, например для $c = 2,75\delta$, по формуле (4.21) минимальное число групп, с которого начинается область 100%-го выхода годных изделий, равно 6, в то же время уже при $l = 3$ может быть обеспечен выход годных около 80%, а при $l = 4$ P_0^* составляет более 90%. Таким образом, уровень выхода годных изделий может оставаться приемлемым даже при использовании селективной сборки с числом групп, меньшим определяемого формулой (4.21) в полтора-два раза.

Чем отличаются от рассмотренных показатели селективной сборки при нормальных распределениях параметров деталей с одинаковой дисперсией, равной σ^2 ?

Прежде всего, при тех же, что и для равномерных распределений, допусках параметров $c = 6\sigma$ и групповых допусках h ве-

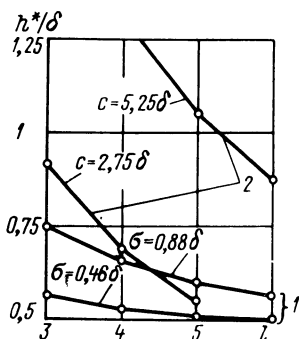


Рис. 4.7

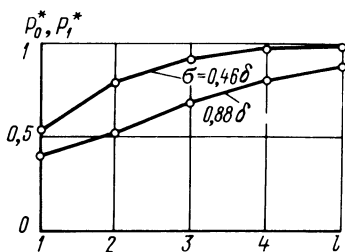


Рис. 4.8

роятность сборки годного изделия и выход годных возрастают. Зависимости (4.9), полученные в результате численного интегрирования (4.4), (4.6) для случая $L = l$ и нечетных l , представлены на рис. 4.6. На том же рисунке приведен выход годных изделий при сборке деталей с предварительной отбраковкой ($L = 1$, $l = 3$) для соответствующих значений σ . Как видим, с ростом числа селективных групп экстремум $P_0(h)$ становится более ярко выраженным и оптимальный допуск h^* смещается к значению $h = \delta/2$, оставаясь больше его. Таким образом, h^* лежит в пределах от $\delta/2$ до оптимального значения допуска входного контроля, полученного в гл. 3. Более того, можно утверждать, что при $l < 2c/\delta$ и $c = 6\sigma \delta/2 < h^* < h_{\text{равн}}$, где $h_{\text{равн}}$ определяется выражением (4.18) для равномерных $f_i(x_i)$. Соответствующие зависимости h^* для нормальных (кривые 1) и равномерных (кривые 2) распределений параметров деталей приведены на рис. 4.7.

Максимальные значения выхода годных P_0^* изделий и вероятности сборки годного изделия P_1^* (что одно и то же для $L = l$) (рис. 4.8) аналогичны приведенным на рис. 4.5 для случая равномерных распределений параметров деталей. Сравнение рисунков показывает, что в условиях равных допусков параметров деталей ($c = 6\sigma$) максимальные показатели сборочного процесса для нормальных плотностей вероятности $f_i(x_i)$ превосходят аналогичные показатели для равномерных функций $f_i(x_i)$, за исключением значений P_0^*, P_1^* , близких к 1.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие **выводы**.

1. При селективной сборке с равными групповыми допусками (за исключением крайних групп) и одновариантным комплектованием СК в условиях совпадения распределений параметров деталей и ограничений на выходной параметр изделия типа (3.1) всегда может быть достигнут 100%-й выход годных изделий. Для этого требуется, чтобы число селективных групп было достаточно большим, $l \geq 2c/\delta$, а групповой допуск удовлетворял неравенствам $(c - \delta)/(l - 2) \leq h \leq \delta/2$. Если число групп ограничено: $l <$

$< 2c/\delta$, то оптимальные групповые допуски (в классе произвольных неравных групповых допусков) равны между собой и $h^* = c/l$, если распределения параметров деталей близки к равномерным. При этом выход годных изделий достигает значения (4.19). Для нормальных (и вообще унимодальных) распределений указанных параметров оптимальный групповой допуск $h^* < c/l$ и выход годных изделий превышает значение (4.19).

2. Предварительная отбраковка при селективной сборке снижает выход годных изделий и оправдана лишь при ограничении снизу на вероятность сборки качественного изделия из СК и сверху — на число селективных групп.

3. Несовпадение распределений параметров деталей за счет, например, смещения их математических ожиданий или неравенства дисперсий приводит к появлению незавершенного производства и, как следствие, к снижению выхода годных изделий. Для уменьшения объема незавершенного производства требуется использовать неравные групповые допуски или многовариантное комплектование в условиях уменьшенных равных групповых допусков.

4.3. МЕТОД ОДИНАКОВЫХ ГРУППОВЫХ ДОПУСКОВ. МНОВОВАРИАНТНОЕ КОМПЛЕКТОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ

Как отмечалось в п. 4.2, при совпадающих распределениях параметров деталей все они включаются в сборочные комплекты и выполнение требования (3.1) всегда может быть обеспечено для каждого СК при соответствующем выборе числа групп l и группового допуска h . По этой причине переход к многовариантному комплектованию целесообразен только при несовпадении плотностей вероятности $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$ и позволяет в этом случае повысить выход годных изделий.

Для исследования особенностей этого типа задач селективной сборки будем предполагать следующее:

1) равные селективные группы, на которые разбиваются области значений параметров собираемых деталей, достаточно малы, т. е. $h \ll \sigma_i, \delta$, так что результаты сборки не критичны к небольшим изменениям числа групп (скажем, не имеет большого значения, четно l или нечетно) и к положению системы полей групповых допусков относительно математических ожиданий параметров деталей (если, конечно, они перекрывают всю область изменения этих параметров);

2) распределения параметров деталей, принадлежащих одной селективной группе, могут считаться равномерными.

Главное, от чего зависят в этом случае показатели качества селективной сборки, — это обобщенное правило комплектования Λ (п. 2.1).

Прежде чем заняться построением множества Λ , перейдем в описании задачи от непрерывных значений параметров деталей x_i к номерам групп k_i , которым они принадлежат. Такой подход

оправдан при равенстве всех групповых допусков и позволяет записать условия собираемости и качества — в данном случае (3.1) — в форме равенств или неравенств, связывающих не значения параметров деталей, а номера селективных групп деталей. Получаемые при этом равенства или неравенства называют уравнениями (или неравенствами) комплектования. Они отличаются от описанных в п. 2.1 (2.6), (2.10) тем, что в них обычно не делается различия между типами СК, т. е. тип СК всего один.

Пусть системы полей групповых допусков для обеих деталей абсолютно одинаковы и группы имеют совпадающую нумерацию так, что если s — номер группы, которой принадлежит первая деталь ($x_1 \in X_1^{(s)}$), t — номер группы, которой принадлежит вторая деталь ($x_2 \in X_2^{(t)}$) и $s = t$, то $X_1^{(s)} = X_2^{(t)}$ и $|x_2 - x_1| \leq h$, $s, t = \overline{1, l}$.

В общем случае, разумеется, системы полей групповых допусков могут быть смещены друг относительно друга на величину Δ (т. е. $a_1^{(s)} - a_2^{(t)} = \Delta$ при $s = t$). Однако, если $|\Delta| \leq h$, то изменением только нумерации групп можно добиться, чтобы $|\Delta| \leq h/2$, а таким смещением в сделанных предположениях относительно h мы пренебрегаем.

Неравенство комплектования представляет собой условие сборки годного изделия из первой и второй деталей, принадлежащих соответственно группам s и t .

Значения параметров деталей и номеров селективных групп рассчитываются по формулам

$$x_1 = (s - 1)h + a_1^{(1)} + \varepsilon_1, \quad x_2 = (t - 1)h + a_2^{(1)} + \varepsilon_2, \quad (4.22)$$

где $a_1^{(1)} = a_2^{(1)}$ — левые границы полей допусков параметров деталей; ε_i — значения параметров деталей, отсчитанные от левых границ соответствующих полей групповых допусков, $\varepsilon_i \in [0, h]$. Тогда получаем из выражения (3.1)

$$|s - t| \leq \delta/2h - 1. \quad (4.23)$$

При одновариантном комплектовании, когда $h = \delta/2$ (см. п. 4.2), неравенство (4.23) превращается в уравнение комплектования $s - t = 0$.

Воспользуемся двухиндексным обозначением типа СК и будем определять его комбинацией (s, t) номеров групп деталей, из которых он комплектуется. Одноиндексную нумерацию типов СК введем в соответствии с формулой (2.5)

$$k = l(s - 1) + t, \quad s, t = \overline{1, l}, \quad k = \overline{1, L}, \quad L = l^2. \quad (4.24)$$

Множество весов Λ обобщенного правила комплектования введем с помощью двухиндексного обозначения его элементов в соответствии с соотношениями (2.16).

Формируя СК, потребуем, чтобы для всех СК выполнялись условия собираемости (3.1), тогда $p^{(k)} = 1$, $k = \overline{1, l^2}$. Выход годных P_0 , определяемый по общим формулам (2.24), (2.41) с использованием двухиндексного обозначения типов СК и при учете (4.23), записывается в форме

$$P_0 = \sum_{s, t=1}^l \min \{ \lambda_1^{(s, t)} I_1^{(s)}, \lambda_2^{(s, t)} I_2^{(t)} \}. \quad (4.25)$$

Здесь и далее штрих у двойной суммы означает, что суммирование ведется по всем s и t , $s, t = \overline{1, l}$, удовлетворяющим неравенству (4.23); $I_1^{(s)}$, $I_2^{(t)}$ — число деталей 1-го и 2-го типов в селективных группах s и t соответственно; $\lambda_1^{(s, t)}$, $\lambda_2^{(s, t)}$ — веса обобщенного правила комплектования — доли соответствующих деталей в СК типа (s, t) ; условия нормировки имеют вид

$$\sum_{s, t=1}^l \lambda_1^{(s, t)} \leq 1, \quad \sum_{s, t=1}^l \lambda_2^{(s, t)} \leq 1.$$

Нас интересуют правила комплектования, обеспечивающие максимальную собираемость. Можно показать, что одно из условий оптимальности значения P_0 имеет вид равенства $\lambda_1^{(s, t)} I_1^{(s)} = \lambda_2^{(s, t)} I_2^{(t)}$, связывающего значения весов для первой и второй деталей. Тогда функционал (4.25) записывается в более простой форме

$$P_0 = \sum_{s, t=1}^l \lambda_1^{(s, t)} I_1^{(s)}.$$

При заданных групповых допусках $I_1^{(s)}$ и $I_2^{(t)}$ — фиксированные величины, и указанная связь весов позволяет уменьшить число переменных задачи. Очевидно, что тогда $\lambda_2^{(s, t)} = \lambda_1^{(s, t)} I_1^{(s)} / I_2^{(t)}$.

Число независимых элементов в множестве весов Λ уменьшается вдвое и становится равным l^2 . Примем в качестве независимой переменной веса первой детали $\lambda_1^{(s, t)}$, а веса второй будем определять по приведенному равенству.

Убирая нижний индекс, перейдем к новым обозначениям весов обобщенного правила комплектования

$$\begin{aligned} \lambda_1^{(s, t)} &= \lambda^{(s, t)}, \quad \lambda_2^{(s, t)} = \lambda^{(s, t)} \eta_{s, t}, \quad s, t = \overline{1, l}; \\ \eta_{s, t} &= \begin{cases} I_1^{(s)} / I_2^{(t)} & \text{при } I_2^{(t)} \neq 0; \\ 0 & \text{при } I_2^{(t)} = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Переменные $\lambda^{(s, t)}$ примем в качестве новой переменной задачи; множество весов Λ тогда есть $\Lambda = \{ \lambda^{(s, t)} \}_1^l$ — квадратная ма-

трица $l \times l$. Элементы Λ определяют в соответствии с вышесказанным вес первой детали. Вес второй детали определяется соотношениями (4.26).

Условия нормировки весов имеют вид

$$\sum_{s, t=1}^l \lambda(s, t) \leq 1, \quad \sum_{s, t=1}^l \lambda(s, t) \eta_{st} \leq 1. \quad (4.27)$$

Задача получения максимального числа годных изделий (4.25) из деталей, рассортированных на селективные группы с равными допусками h и гарантированным результатом сборки ($p^{(k)} = 1$) записывается в виде

$$\max_{\Lambda} P_0 = \max \left\{ \sum_{s, t=1}^l I_i^{(s)} \lambda(s, t) \right\} \quad (4.28)$$

и вместе с ограничениями (4.27) представляет собой задачу линейного программирования.

В общем случае задачу (4.28), (4.27) можно решить с привлечением известных алгоритмов и методов линейного программирования [8, 19].

Равномерное распределение параметров деталей. Рассмотрим подробно сравнительно простой частный случай задачи, допускающий аналитическое решение и позволяющий наглядно продемонстрировать постановку проблемы, обобщенные правила комбинирования и возможности максимизации выхода годных.

Пусть заданы конкретные равномерные плотности вероятности параметров деталей

$$f_1(x_1) = \begin{cases} 1/8h, & |x_1| \leq 4h; \\ 0, & |x_1| > 4h; \end{cases} \quad f_2(x_2) = \begin{cases} 1/4h, & |x_2| \leq 2h; \\ 0, & |x_2| > 2h \end{cases} \quad (4.29)$$

и допуск посадки $\delta = 4h$. Число селективных групп вычисляется по распределению $f_1(x_1)$ (с большей дисперсией) и равно, оче-

видно, 8. На рис. 4.9 показаны деление полей рассеивания деталей на группы, нумерация групп и диаграмма посадок с областью их допустимых значений. Каждому типу (s, t) СК на диаграмме посадок соответствует квадратная область (клетка), которая образована пересечением линий, проведенных через границы групп деталей 1-го и 2-го типов. Поскольку каждой комбинации (s, t)

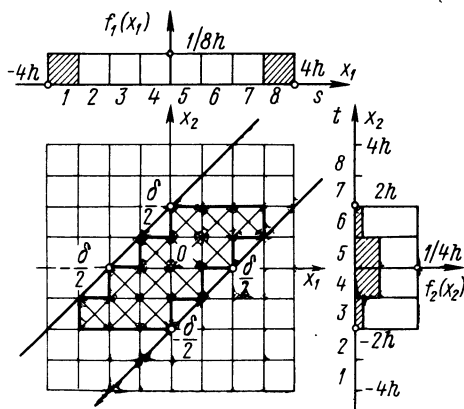


Рис. 4.9

ющими СК, как это показано на рис. 4.10, а (конфигурация области совпадает с выделенной на рис. 4.9, и в каждую клетку вписаны значения $\lambda^{(s, t)}$). Легко видеть, что полученное решение оптимально в смысле (4.30), поскольку полностью исчерпаны все детали 1-го типа из групп $s = 2, 7$, участвующих в сборке (первое из неравенств (4.31) обращено в равенство для всех $t = \overline{3, 6}$). Всего собрано $P_0^* = 0,75$ (75%) деталей. Незавершенное производство составили все детали 1-го типа в группах $s = 1, 8$ и детали 2-го типа в группах $t = 3, 6$ — по $1/12$ от исходного числа и в группах $t = 4, 5$ — по $7/12$. Распределение остатков деталей показано на рис. 4.9 штриховкой.

Выход годных изделий можно увеличить, отказавшись от условия (4.23) и собирая дополнительно детали 1-го типа из групп $s = 1, 8$ и детали 2-го типа из групп $t = 3, 6$, т. е. формируя СК типа (1,3) и (8,6). При этом P_0 возрастает на $\Delta P_0 = I_1 \lambda^{(1,3)} p^{(3)} + I_1 \lambda^{(8,6)} p^{(6)}$. Поскольку вероятности сборки годного изделия $p^{(k)}$ для $k = 3, 6$ (4.24) равны $0,5$, $I_1 = 1/8$ и $\lambda^{(1,3)} = \lambda^{(8,6)}$, то $\Delta P_0 = \lambda^{(1,3)}/8$. Используя все детали 2-го типа в группах $t = 3, 6$ для указанной досборки, получаем $\lambda^{(1,3)} = \lambda^{(8,6)} = 1/6$ (см. рис. 4.10, а) и $\Delta P_0 = 1/48$. Окончательно $P_0 = 0,75 + 1/48 = 37/48$ ($\approx 77,1\%$). Выход годных ΔP_0 повысился примерно на 2%. Можно ли еще увеличить P_0 ? Попытаемся разобраться в этом вопросе.

Окончательное распределение незавершенного производства после досборки следующее: по $5/6$ деталей 1-го типа в группах $s = 1, 8$ и столько же деталей 2-го типа в группах $t = 4, 5$. Качественно собрать эти детали уже невозможно, поскольку они сосредоточены в группах, максимально удаленных друг от друга, с номерами, не удовлетворяющими не только (4.23), но и более слабому неравенству

$$|s - t| < \delta/2h + 1, \quad (4.32)$$

которое ограничивает область типов СК, имеющих шансы ($p^{(k)} > 0$) быть собранными качественно.

Заметим здесь, что из (4.23), (4.32) следуют условия сочетания номеров групп (s, t), из которых при сборке деталей будет получена $p^{(k)}$ -я часть годных изделий, отличная от 0 и 1, $0 < p^{(k)} < 1$:

$$\delta/2h - 1 < |s - t| < \delta/2h + 1. \quad (4.33)$$

Неравенство (4.33) можно рассматривать как дополнение к неравенству комплектования (4.23) в случае, если брак при сборке допускается.

Для того чтобы досборка деталей позволила получить больше годных изделий, чем $1/48$, требуется на первом этапе распределения деталей между СК с гарантированной собираемостью использовать по возможности больше деталей 2-го типа из центральных групп и сосредоточить незавершенное производство в группах

$t = 3,6$, поскольку при досборке содержание именно этих групп является лимитирующим. Начиная распределять детали сначала из групп $t = 4,5$ до их исчерпания, а затем уже переходя к использованию оставшихся деталей 2-го типа, получаем правила комплектования, приведенные на рис. 4.10, б. Построенное решение задачи (4.30), (4.31) совпадает с предыдущим по значению выхода годных $P_0 = P_0^* = 0,75$, однако незавершенное производство по деталям 2-го типа сосредоточено теперь в группах $t = 3,6$ и составляет в них $1/2$ исходного числа. Досборка позволяет использовать все оставшиеся детали обоих типов (с вероятностью успешной сборки $p^{(k)} = 0,5$), $\lambda^{(1,3)} = \lambda^{(3,6)} = 1$ и получить прирост выхода годных изделий $\Delta P_0 = 2I_1 \lambda^{(1,3)} p^{(3)} = 1/8$, т. е. 12,5%, что существенно выше, чем в предыдущем случае. Окончательно выход годных изделий составляет $P_0^* = 0,875$ и является максимально достижимым для любых вариантов сборки. При этом незавершенного производства в группах нет, однако 12,5% всех СК оказывается бракованным, что обнаруживается при сборке.

Проведенный анализ представляет собой уже решение не задач (4.30), (4.31), где брак в СК был недопустим, а задачи максимизации выхода годных изделий без всяких ограничений на уровень брака при сборке, записываемой в форме

$$\max_{\Lambda} \frac{1}{8} \sum_{t=3}^6 \sum_{s=t-2}^{t+2} \lambda^{(s,t)} p^{(k)} = P_0^* \quad (4.34)$$

с ограничениями (4.31), где k как функция s и t определяется формулой (4.24) и

$$p^{(k)} = \begin{cases} 1, & t-2 < s < t+2; \\ 0,5, & s = t \pm 2; \\ 0, & s < t-2, \quad s > t+2. \end{cases} \quad (4.35)$$

Произвольное распределение параметров деталей. Для общего случая задача безусловной максимизации выхода годных изделий при многовариантном комплектовании двух деталей из групп с равными допусками записывается как

$$\max_{\Lambda} P_0 = \max_{\Lambda} \sum_{s,t=1}^l I_1^{(s,t)} \lambda^{(s,t)} p^{(k)} \quad (4.36)$$

с ограничениями (4.27).

Вероятности $p^{(k)}$ определяют по соотношениям типа (2.45),

k в функции s, t задано формулой (4.24), суммирование $\sum_{s,t=1}^l$ ведется по всем s, t , для которых выполнено неравенство (4.32).

Предположение о малости h , введенное в начале настоящего параграфа, с учетом (4.22) и того, что в пределах СК типа (s, t) двумерная плотность $f(x)$ близка к равномерной, позволяет записать

$$\begin{aligned}
 I_1^{(s)} &\approx h f_1(a_1^{(1)} + (s - 1/2)h), \\
 \eta_{s,t} &\approx f_1(a_1^{(1)} + (s - 1/2)h) / f_2(a_1^{(1)} + (t - 1/2)h), \\
 p^{(k)} &= \begin{cases} 1, & |s - t| \leq \delta/2h - 1, \\ 1 - 1/2(|s - t| + 1 - \delta/2h)^2, & \delta/2h - 1 < |s - t| \leq \delta/2h, \\ 1/2(\delta/2h + 1 - |s - t|)^2, & \delta/2h < |s - t| < \delta/2h + 1, \\ 0, & |s - t| > \delta/2h + 1. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

При наличии смещения между системами полей групповых допусков $\Delta = a_1^{(1)} - a_2^{(1)}$ выражения (4.37) принимают вид

$$\begin{aligned}
 I_1^{(s)} &\approx h f_1(a_1^{(1)} + (s - 1/2)h), \\
 \eta_{s,t} &\approx f_1(a_1^{(1)} + (s - 1/2)h) / f_2(a_1^{(1)} - \Delta + (t - 1/2)h), \\
 p^{(k)} &= \begin{cases} 1, & |s - t + \Delta/h| \leq \delta/2h - 1, \\ 1 - \frac{1}{2}(|s - t + \Delta/h| + 1 - \delta/2h)^2, & \delta/2h - 1 < \\ < |s - t + \Delta/h| \leq \delta/2h, \\ 1/2(\delta/2h + 1 - |s - t + \Delta/h|)^2, & \delta/2h < |s - t + \\ + \Delta/h| < \delta/2h + 1, \\ 0, & |s - t + \Delta/h| > \delta/2h + 1, \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

где $\Delta \leq h$, $\delta \geq 2h$.

Сопоставление различных методов сборки. Сравним результаты сборки в условиях рассмотренного выше примера по методу многовариантного комплектования с равными групповыми допусками с другими, ранее рассмотренными методами сборки. Сплошная сборка в указанных условиях дает выход годных изделий $P_0 = 0,5$.

Введение предварительной отбраковки деталей с допуском входного контроля a приводит к соотношению

$$P_0 = \begin{cases} a/8h, & 0 \leq a \leq 2h, \\ (a - h)/2a, & 2h < a \leq 4h, \\ \frac{a}{8h} \left(1 - \frac{a}{16h}\right), & 4h < a < 8h, \end{cases}$$

из которого видно, что функция $P_0(h)$ монотонно возрастает и достигает максимума $P_0^* = 0,5$ при $a = 8h$. Это соответствует сплошной сборке, так как при значении $a \geq 8h$ входной контроль по существу отсутствует.

Лучшие результаты можно получить, если использовать одновариантное комплектование нескольких типов СК. Пусть $l = 2$ и формируются два типа СК ($L = 2$) из одноименных групп деталей с допуском $4h$. В этом случае $P_0 = 0,75$. Дальнейшее увели-

чение числа селективных групп и соответственно типов СК при использовании одновариантного комплектования не повышает выход годных. Так, при $l = L = 3$ и групповом допуске центральной группы h_0 имеем

$$P_0 = \begin{cases} \frac{(4h - h_0)(12h - h_0)}{8h(8h - h_0)} + \frac{h_0}{8h}, & 0 \leq h_0 \leq 2h; \\ \frac{(4h - h_0)(12h - h_0)}{8h(8h - h_0)} + \frac{h_0 - h}{2h_0}, & 2h < h_0 \leq 4h; \\ \frac{h_0}{8h} \left(1 - \frac{h_0}{16h}\right), & 4h < h_0 \leq 8h. \end{cases}$$

Приведенная зависимость $P_0(h_0)$ по h_0 не монотонна и имеет минимум при $h_0 = 4h$ (в отличие от подобных зависимостей для совпадающих распределений параметров деталей), возрастая к концам интервала $[0, 8h]$. Однако абсолютный максимум ее достигается при $h_0 = 0$, тогда $P_0^* = 0,75$, что соответствует уже достигнутому уровню при $l = L = 2$. Вводя пять селективных групп, из которых в сборке участвуют три центральные с равными групповыми допусками h_0 ($l = 5, L = 3$), получаем выражение для выхода годных изделий следующего вида:

$$P_0 = \begin{cases} 3h_0/8h, & 0 \leq h_0 \leq 2h; \\ \frac{h_0^3 - 5(h_0 - 2h)^2 + 8h^2}{8hh_0}, & 2h < h_0 \leq \frac{8}{3}h; \\ \frac{(4h - h_0)(12h - h_0)}{8h(8h - h_0)} + \frac{h_0 - h}{2h_0}, & \frac{8}{3}h < h_0 \leq 4h; \\ \frac{h_0}{8h} \left(1 - \frac{h_0}{16h}\right), & 4h < h_0 \leq 8h. \end{cases}$$

Оптимум такой сборочной процедуры достигается при $h_0 = 2h$ (зависимость так же, как и в предыдущем случае, не монотонна), обеспечивающем выход годных изделий $P_0^* = 0,75$. Это значение группового допуска обеспечивает максимальные размеры центральных групп, при которых еще отсутствует брак при сборке.

Во всех рассмотренных и других случаях применение одновариантного комплектования в условиях равных (точнее, совпадающих для обеих деталей) групповых допусков не удается собрать качественно более 75% деталей. Это связано с невозможностью перераспределять избыточные детали 2-го типа в центральных областях распределения $f_2(x_2)$ в СК, использующие детали 1-го типа, параметры которых более удалены от середины поля значений параметров. Такое перераспределение возможно только внутри групп, включающих точки изменения знака разности $f_1(t) - f_2(t)$ (в нашем случае это координаты $t \pm 2h$). При этом избыток деталей того или иного типа в одной части группы в какой-то мере компенсируется их недостатком в другой части по отношению к числу контрдеталей.

Эти рассуждения хорошо иллюстрируются ситуацией в группах оптимального размера $h_0 = 2h$ в последнем варианте сборки, когда $l = 5$, $L = 3$. В центральных группах ($k_i = 3$) имеется избыток деталей 2-го типа, который нельзя устранить используемым методом. В то же время группы 2 и 4, поля допусков которых содержат точки $s, t = \pm 2h$ и лежат в пределах $[-3h, -h]$ и $[h, 3h]$, сбалансированы по числу деталей полностью, в них незавершенное производство отсутствует. Незавершенное производство не появляется также при комплектовании СК только двух типов, $l = L = 2$ (по аналогичной причине), однако в этом случае достаточно велик объем брака при сборке (25%). Использование более мелких групп, чем $2h$, ухудшает компенсаторные возможности механизма, о котором шла речь выше.

Оценка объема незавершенного производства. В общем случае плотностей вероятности $f_i(x_i)$, $i = 1, 2$ объем незавершенного производства при комплектовании деталей из одноименных групп с совпадающими для деталей обоих типов групповыми допусками обычно подсчитывают по формуле типа [2, 4]

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f_1(t) - f_2(t)| dt. \quad (4.39)$$

Это выражение дает завышенное значение суммарного объема незавершенного производства по деталям обоих типов вследствие отмеченной выше полной или частичной компенсации избытков деталей в пределах групп, содержащих точки пересечения плотностей вероятности $f_i(t)$, $i = 1, 2$, соответствующих решениям уравнения

$$f_1(t) = f_2(t). \quad (4.40)$$

Поскольку при одновариантном комплектовании в условиях равных групповых допусков h рекомендуемое значение h близко к $\delta/2$ (см. п. 4.2), для незавершенного производства может быть построена следующая оценка снизу:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f_1(t) - f_2(t)| dt - 2 \sum_{n=1}^N \int_{\tau_n}^{t_n} |f_1(t) - f_2(t)| dt, \quad (4.41)$$

где $\{t_n\}_{n=1, \overline{N}}$ — множество корней уравнения (4.40); τ_n — находится из уравнения

$$\int_{\tau_n}^{t_n} |f_1(t) - f_2(t)| dt = \int_{\tau_n}^{\tau_n + \delta/2} |f_1(t) - f_2(t)| dt.$$

При достаточно малых δ можно считать $\tau_n \approx t_n - \delta/4$. Значение (4.41) соответствует площади заштрихованных областей на рис. 4.11, а. Соотношения (4.39) и (4.41) позволяют приблизительно определить объем незавершенного производства и выход

годных изделий для метода сборки с одновариантным комплектованием.

Для многовариантного комплектования подобный расчет существенно сложнее. В книге [15] приведен ряд графических примеров распределения объемов незавершенного производства деталей, имеющих конкретные плотности вероятности параметров. Попробуем оценить объем незавершенного производства в этом случае, но вначале отметим, что метод многовариантного комплектования всегда дает результаты не хуже, чем одновариантный метод, поскольку, по крайней мере, в окрестности точек t_n решения уравнения (4.40) он позволяет скомпенсировать избыточные детали, как правило, на большем удалении от t_n , как показано штриховой линией на рис. 4.11, а.

Пусть групповые допуски малы ($h/\delta \ll 1$). Опишем расчет незавершенного производства алгоритмически. Совместим плотности вероятности параметров деталей по аналогии с рис. 4.11 и начнем двигаться по оси абсцисс слева от самой нижней из двух границ полей допусков $a_1^{(1)}$. Для примера, представленного на рис. 4.11, б, $a_2^{(1)} = a_2^{(1)}$. Детали 2-го типа, параметры которых лежат левее точки $a_1^{(1)} - \delta/2$, составляют незавершенное произ-

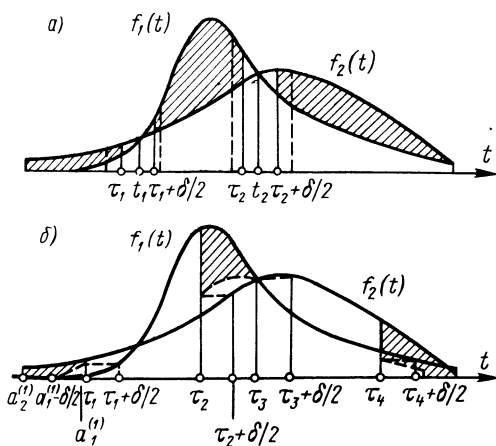


Рис. 4.11

водство объемом $\int_{a_1^{(1)} - \delta/2}^{\tau_1} f_2(t) dt$, поскольку качественная сборка

возможна только, если $|x_2 - x_1| \leq \delta/2$, а $h/\delta \ll 1$ (практически имеем дело со сборкой по действительным размерам). В интервале $[a_1^{(1)} - \delta/2, \tau_1]$ часть деталей 2-го типа можно собрать со всеми деталями 1-го типа из интервала $[a_1^{(1)}, \tau_1 + \delta/2]$ (из тех же соображений), где τ_1 определяется соотношением $f_2(\tau_1) = f_2(\tau_1 + \delta/2)$.

Объем незавершенного производства на этом участке $\int_{a_1^{(1)} - \delta/2}^{\tau_1} f_2(t) dt -$

$-\int_{a_1^{(1)}}^{\tau_1 + \delta/2} f_1(t) dt$. В интервале $[\tau_1 + \delta/2, \tau_2]$ все детали 1-го типа

собираются с деталями 2-го типа из $[\tau_1, \tau_2 + \delta/2]$. Отсутствие избыточных деталей обоих типов обеспечивается тем, что

$$\int_{\tau_1}^{\tau_1+\delta/2} f_2(t) dt = \int_{\tau_1+\delta/2}^{\tau_2} f_1(t) dt \quad (\text{по этому уравнению находят } \tau_2).$$

В дальнейшем на участке $[\tau_2, \tau_3]$ появляются избыточные детали 1-го типа (τ_3 находят из уравнения $f_1(\tau_3) = f_2(\tau_3 + \delta/2)$), число

$$\text{которых } \int_{\tau_1}^{\tau_2} f_1(t) dt - \int_{\tau_2+\delta/2}^{\tau_3+\delta/2} f_2(t) dt \text{ и т. д. На рисунке заштри-$$

ховано примерное расположение областей незавершенного производства для описанного алгоритма комплектования СК (возможны и другие). Сравнение рис. 4.11, а и б позволяет сделать вывод о заметных возможностях повышения собираемости при многовариантном комплектовании. Точное же значение выхода годных изделий в этом случае рассчитывается, как уже отмечалось, по формуле (4.36).

На комплектование и сборку имеет смысл направлять только такие детали, которые имеют хоть какой-то шанс попасть в годное изделие, поэтому предварительная отбраковка, сопутствующая многовариантной сборке, осуществляется с полем допуска входного контроля $[x_i, \bar{x}_i]$, $i = 1, 2$, где

$$\underline{x}_i = \max_i \{x_{i \min}\} - \delta/2, \quad \bar{x}_i = \min_i \{x_{i \max}\}, \quad (4.42)$$

$[x_{i \min}, x_{i \max}]$ — поле допуска параметра i -й детали. При симметричных несмещенных распределениях $f_i(x_i)$, различающихся только допусками c_i , входной контроль также симметричен, относится к менее точной детали и имеет допуск

$$a = \xi c + \delta, \quad (4.43)$$

где $c = \max_i c_i$, $\xi = \frac{1}{c} \min_i c_i$.

Нормальное распределение параметров деталей. Приведем результаты оптимизации многовариантного комплектования для деталей с нормально распределенными параметрами, рассортированных на группы с групповым допуском h .

В первом из рассматриваемых примеров плотности вероятности $f_i(x_i)$, $i = 1, 2$ не смещены и имеют различные дисперсии: $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \xi\sigma$, $0 < \xi \leq 1$.

На рис. 4.12 приведены зависимости максимального выхода годных изделий P_0^* , полученного в результате решения задачи (4.36), от некоторых целых значений δ/h при $\sigma = \delta$ и различном соотношении среднеквадратичных отклонений. В сборке участвуют детали из четного числа групп $l = 6\sigma/h$, расположенных симметрично относительно начала координат ($a_1^{(1)} = -3\sigma$). Распределение незавершенного производства для $\xi = 0,4$ и $h = \delta/4$ показано штриховкой на рис. 4.13.

Второй пример связан с рассмотрением плотности вероятности $f_1(x_1)$, смещенной относительно $f_2(x_2)$ на величину m , при этом

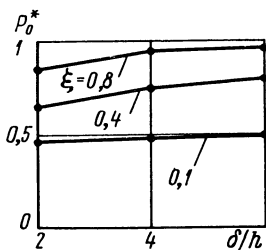


Рис. 4.12

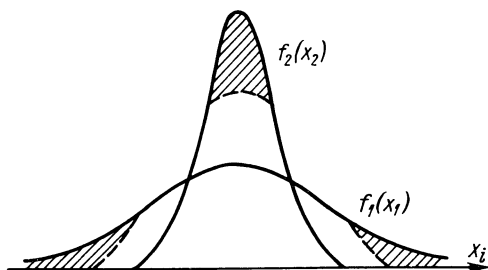


Рис. 4.13

дисперсии параметров деталей полагаются равными $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$.

Задача (4.36) решена в этом случае для системы групповых допусков, построенной в интервале $[-3\sigma, Q]$, где $Q = h [(m + 3\sigma)/h]$, $[\cdot]$ — целая часть числа. Результаты оптимизации, аналогичные приведенным для первого примера, представлены на рис. 4.14—4.15 ($\sigma = \delta$, $m = \delta$, $h = \delta/4$).

Все вышеизложенное позволяет прийти к следующим выводам.

1. Метод многовариантного комплектования при селективной сборке с равными групповыми допусками целесообразно применять при несовпадающих распределениях параметров деталей. Он дает в ряде случаев заметный выигрыш в выходе годных изделий по сравнению с методом одновариантного комплектования с равными групповыми допусками.

2. Поле допуска входного контроля при многовариантной сборке приблизительно определяется границами (4.42) и разбивается на l равных селективных групп с допуском h . Результаты сборки при достаточно малых h слабо зависят от взаимного смещения систем групповых допусков деталей и от выбора начальной точки разбиения [лишь бы система групповых допусков охватывала диапазон (4.42)], а определяются главным образом правилами комплектования деталей — матрицей Λ .

3. Задача оптимизации сборки по правилам комплектования в условиях фиксированных систем групповых допусков вида

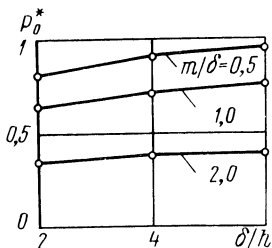


Рис. 4.14

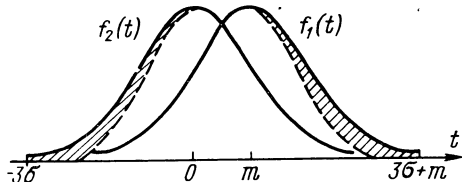


Рис. 4.15

(4.28), (4.36) с ограничениями (4.27) представляет собой задачу линейного программирования, имеющую известные алгоритмы решения.

4. Задача (4.28) предполагает поиск оптимального правила комплектования среди тех, что приводят к полному отсутствию брака при сборке. Задача (4.36) не содержит этого требования. Результаты их решения, по оптимальному выходу годных изделий, сближаются по мере уменьшения группового допуска h .

4.4. МЕТОД НЕОДИНАКОВЫХ ГРУППОВЫХ ДОПУСКОВ

Мы рассмотрели селективную сборку деталей с совпадающими распределениями параметров методом одновариантного комплектования из групп с одинаковыми допусками. Этот метод теряет свою эффективность при различиях в плотностях вероятности $f_i(x_i)$ за счет появления значительного объема незавершенного производства. Измельчение групп по сравнению с рациональным для этого метода значением группового допуска $h = \delta/2$ позволяет комбинировать детали различных групп, перераспределяя их по разным типам СК, в соответствии с неравенствами (4.23), (4.32), и уменьшить объем незавершенного производства. Однако такая многовариантная сборка обладает серьезным недостатком — требует большого числа селективных групп. Альтернативным вариантом является сборка в условиях неодинаковых групповых допусков, при которой детали комплектуют из групп, как правило, по одному пути.

Основная трудность при использовании этого варианта сборки — построение полей групповых допусков, имеющих произвольные границы $a_i^{(k_i)}$, $k_i = \overline{1, l}$, $i = 1, 2$. Главные усилия исследователей селективной сборки [2, 4] были направлены на разработку простых и наглядных методик решения этой задачи. Наибольшее распространение получили графоаналитические методы, которые позволяют выбрать значения $a_i^{(k_i)}$, обеспечивающие отсутствие незавершенного производства. Однако в ряде случаев при этом упускается из виду требование (3.1) к выходному параметру изделия, т. е. все детали поступают на комплектование, но не все входят в годные изделия. Уровень брака при сборке остается неизвестным.

Наиболее последовательно задача построения произвольных групповых допусков графоаналитическим методом, минимизирующим объем незавершенного производства при отсутствии брака при сборке, сформулирована и решена в известной монографии М. А. Бонч-Осмоловского [2]. Методика разработана для случая, когда математические ожидания параметров деталей удовлетворяют неравенству

$$|m_1 - m_2| \leq \delta/2, \quad (4.44)$$

которое обуславливает расположение точки O' с координатами (m_1, m_2) на диаграмме посадок внутри полосы допустимых посадок (рис. 4.16). Построение полей групповых допусков начинается от точки O' . Если плотности вероятности параметров деталей имеют одинаковый вид и различаются только математическими ожиданиями и дисперсиями, то для обеспечения равенства числа деталей в группах требуется выполнить соотношение

$$h_2^{(k)}/h_1^{(k)} = \sigma_2/\sigma_1 = \xi, \quad k = \overline{1, l}, \quad (4.45)$$

где $h_i^{(k)}$ ($i = 1, 2$) — групповые допуски обеих деталей для k -х групп, находящихся на таких расстояниях от соответствующих значений m_i , что

$$(a_2^{(k)} - m_2)/(a_1^{(k)} - m_1) = \xi, \quad k = \overline{1, l}. \quad (4.46)$$

Докажем этот факт. В соответствии с принятыми предположениями о плотностях вероятности $f_1(t + m_1) = \xi f_2(t + m_2)$, откуда следует равенство числа деталей в одноименных группах

$$\begin{aligned} I_1^{(k)} &= \int_{a_1^{(k)}}^{a_1^{(k)} + h_1^{(k)}} f_1(t) dt = \int_{a_1^{(k)} - m_1}^{a_1^{(k)} - m_1 + h_1^{(k)}} f_1(t + m_1) dt = \\ &= \xi \int_{a_1^{(k)} - m_1}^{a_1^{(k)} - m_1 + h_1^{(k)}} f_2(t\xi + m_2) dt = \int_{a_2^{(k)}}^{a_2^{(k)} + h_2^{(k)}} f_2(t) dt = I_2^{(k)}. \end{aligned}$$

Условия (3.1) учитывают следующим образом. От точки O' на диаграмме посадок (рис. 4.16) строится прямоугольник максимального размера, например обозначенный цифрой 5, полностью лежащий в допустимой области (касающийся ее угловой точкой), стороны которого относятся как (4.45). Соответствующие ему поля допусков деталей обеспечивают отсутствие незавершенного производства для данного типа СК и брака при сборке. На практике каждый из групповых допусков $h_i^{(k)}$ должен быть не меньше и кратен цене деления измерительного прибора δ_{lim} , что приводит к нарушению соотношения (4.45) и к появлению некоторого объема незавершенного производства. Следующая прямоугольная область (номер 6) строится от достигнутых на предыду-

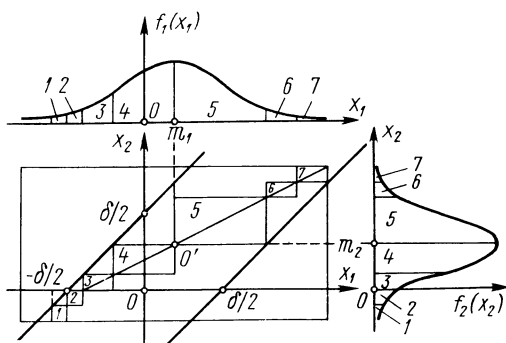


Рис. 4.16

щем шаге границ селективной группы аналогичным образом, поскольку предыдущим построением обеспечено выполнение (4.46). Последовательность таких прямоугольников, соответствующих различным типам СК, распространяется в обе стороны от начальной точки и полностью лежит в области, определяемой неравенством (3.1).

Соотношение (4.45) выполняется (или почти выполняется) для каждого из них (СК типа 3—7). С некоторого шага, однако, групповой допуск одной из деталей (более точной) может стать меньше, цены деления δ_{lim} , что недопустимо. В этом случае М. А. Бонч-Осмоловский рекомендует нарушить равенство (4.45) и строить в дальнейшем группы, допуск которых не меньше δ_{lim} , а соответствующие прямоугольные области (номера 1, 2) по-прежнему полностью погружены в допустимую область посадок. Это, очевидно, приводит к появлению незавершенного производства. В работе отмечается, что в крайних группах объем незавершенного производства может быть снижен досборкой деталей, правда, при этом не гарантируется качество сборки. В данном случае имеет смысл использовать остатки деталей 2-го типа из 2-й группы для комплектования с оставшимися деталями 1-го типа из 1-й группы.

В ситуации, показанной на рис. 4.16, распределения параметров деталей нормальны с дисперсиями $\sigma_1 = \frac{10}{3}\delta_{lim}$ и $\sigma_2 = \frac{3}{5}\delta_{lim}$ ($\xi = 0,5$) соответственно, а допуск посадки $\delta = 10\delta_{lim}$. Как видим, графоаналитический алгоритм построения групповых допусков привел к наличию некоторого (порядка 1% без учета досборки деталей) объема незавершенного производства, который неизбежен при данных характеристиках сборки.

Можно сформировать простой критерий появления незавершенного производства при использовании приведенной методики построения групповых допусков: если прямая, проведенная через точку O' на диаграмме посадок (см. рис. 4.16) под углом к оси абсцисс, равным $\arctg \xi$, на участке, соответствующем полям допусков параметров деталей, лежит полностью внутри полосы допустимых зазоров, то незавершенное производство отсутствует, в противном случае оно неизбежно.

Формально указанное условие 100 %-го выхода годных изделий записывается в виде

$$2|m_1 - m_2| + c|1 - \xi| \leq \delta, \quad (4.47)$$

где c и ξc — допуски параметров 1-й и 2-й деталей соответственно.

Неравенство (4.47) не учитывает конечную точность измерений и становится приблизительным при наличии метрологических погрешностей и необходимости задания групповых допусков не менее цены деления измерительного прибора (или кратными ей).

Описанный графоаналитический метод построения групповых допусков достаточно прост, нагляден и дает хорошие результаты, однако имеет некоторые недостатки. Прежде всего, он не универсален и его нельзя использовать при значительных смещениях математических ожиданий параметров деталей, когда соответствующая им точка O' на диаграмме расположена вне области допустимых посадок, а также при различающихся видах распределений параметров. В ряде случаев метод М. А. Бонч-Осмоловского дает завышенное по сравнению с необходимым число селективных групп.

В качестве примера ситуации, когда описанный метод не дает оптимального решения, может быть рассмотрена сборка двух деталей в условиях, показанных на рис. 4.9, но при наличии смещения распределения параметра второй детали: $m_1 = 0$, $m_2 = -2h$. Величина h интерпретируется здесь как цена деления измерительного прибора, которой должны быть кратны назначаемые групповые допуски.

Метод М. А. Бонч-Осмоловского здесь можно применить только при допущении некоторого брака при сборке, так как точка O' лежит на границе области допустимых посадок (рис. 4.17, а). В сборке участвуют четыре селективные группы, соответствующие четырем типам СК. В трех из них условие (3.1) в определенных случаях нарушается. Показатели сборки таковы: выход годных изделий $P_0 = 0,563$, объем брака при сборке комплектованных СК 1 — $P_1 = 0,250$. Распределение незавершенного производства на рисунке показано штриховкой.

При оптимальной сборке (рис. 4.17, б) удастся обойтись только тремя селективными группами. Несмотря на прежний объем незавершенного производства (оно иначе распределено для детали 2-го типа), выход годных изделий в этом случае повышается до $P_0 = 0,688$ за счет снижения объема брака при сборке: 1 — $P_1 = 0,089$.

Возможности графоаналитических методов, опирающихся на необходимость графического представления результатов и про-

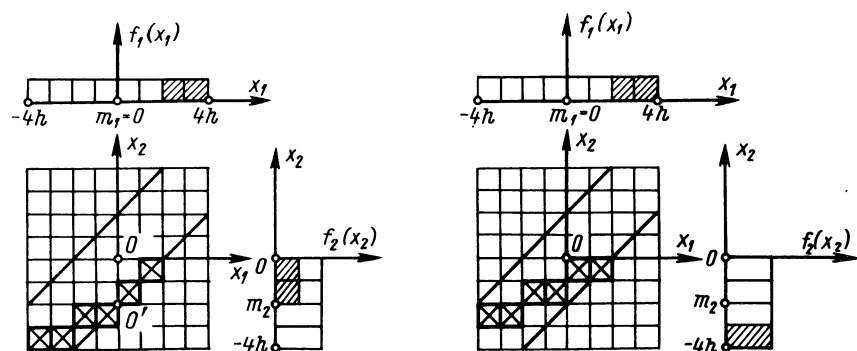


Рис. 4.17

стые вычисления, ограничены, так как они обоснованы только при достаточно жестких предположениях о плотностях вероятности параметров и не позволяют учитывать различные дополнительные требования к СК.

Развитие вычислительной техники ставит вопрос о возможности замены графоаналитических методов численными, алгоритмическими, с точной формулировкой цели оптимизации и при всестороннем описании качества СК.

Приведем схему численного итеративного алгоритма максимизации выхода годных при условии отсутствия брака, позволяющего улучшить результаты, которые получены описанными выше методами. Улучшение достигается за счет оптимизации по координатам начальной точки O' метода. Алгоритм требует последовательного выполнения следующих этапов.

1. Задать координаты (x_1^0, x_2^0) точки O' , лежащей внутри области допустимых посадок, в пределах полей рассеивания параметров деталей. Для начального задания координат можно воспользоваться неравенством (4.47), подставляя в него x_1^0, x_2^0 вместо m_1 и m_2 ; x_1^0 и x_2^0 выбираются по возможности наиболее близкими к соответствующим значениям m_1, m_2 , чтобы неравенство (4.47) удовлетворялось. Положить номер шага $n = 0$.

2. От точки O' с координатами (x_1^0, x_2^0) построить системы групповых допусков деталей в соответствии с методом М. А. Бонч-Осмоловского, используя для определения пропорций между одноименными групповыми допусками не выражение (4.45), а уравнение

$$\int_{a_1^{(k)}}^{a_1^{(k)}+h_1^{(k)}} f_1(t) dt = \int_{a_2^{(k)}}^{a_2^{(k)}+h_2^{(k)}} f_2(t) dt, \quad k = \overline{1, l}, \quad (4.48)$$

обуславливающее отсутствие незавершенного производства в k -х группах деталей при нарушении, в частности, соотношения (4.46). Напоминаем, что в оговоренных ранее случаях для части селективных групп требование отсутствия незавершенного производства и, следовательно, выполнения (4.48) может быть снято.

Вычислить выход годных изделий P_0 .

3. Выполнить действия в соответствии с п. 2 на n -м шаге алгоритма для точек O' с координатами $(x_1^n + \Delta x_1, x_2^n)$ и $(x_1^n, x_2^n + \Delta x_2)$, получая значения выхода годных изделий $P_{0(1)}^n$ и $P_{0(2)}^n$. Определить оценки частных производных максимизируемого функционала качества сборочного процесса P_0 по аргументам (x_1, x_2) в точке (x_1^n, x_2^n)

$$\frac{\partial P_0^n}{\partial x_1} \approx \frac{P_{0(1)}^n - P_0^n}{\Delta x_1}; \quad \frac{\partial P_0^n}{\partial x_2} \approx \frac{P_{0(2)}^n - P_0^n}{\Delta x_2}. \quad (4.49)$$

4. Определить новые значения координат опорной точки O' (x_1^{n+1}, x_2^{n+1}) по значениям (x_1^n, x_2^n) и (4.49) в соответствии с принятым алгоритмом поиска максимума P_0 (покоординатный спуск, градиентные методы и т. д.). Осуществляя операции п. 2 алгоритма для точки O' с координатами (x_1^{n+1}, x_2^{n+1}), найти значение выхода годных изделий P_0^{n+1} .

5. Проверить выполнение условия останова алгоритма. Если оно выполнено, то закончить процесс, полагая окончательными значение выхода годных изделий $P_0^* = P_0^{n+1}$ и системы групповых допусков деталей, построенные от опорной точки O' с координатами (x_1^{n+1}, x_2^{n+1}). В противном случае увеличить n на единицу и перейти к п. 3 алгоритма. В качестве правила останова могут быть использованы, например, неравенства

$$P^{n+1} - P^n \leq \varepsilon_p, \quad |x_1^{n+1} - x_1^n| \leq \varepsilon_1, \quad |x_2^{n+1} - x_2^n| \leq \varepsilon_2,$$

где $\varepsilon_p, \varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$.

Групповые допуски можно построить на фиксированной сетке, аналогичной представленным на рис. 4.9, 4.17. В этом случае применимы методы дискретной оптимизации. В условия задачи можно включать различные дополнительные требования, в частности, ограничение на число селективных групп.

В условиях нормальных распределений параметров деталей с различающимися в два раза среднеквадратичными отклонениями и смещениями, показанными на рис. 4.16, описанный выше алгоритм приводит к построению системы групповых допусков, представленной на рисунке штриховой линией.

Из всего вышесказанного вытекает ряд в ы в о д о в.

1. Селективная сборка с неравными групповыми допусками имеет смысл при несовпадении распределений параметров деталей (различных дисперсиях, математических ожиданиях и т. д.) и ограничениях сверху на число селективных групп.

2. При выполнении неравенства (4.47) в условиях селективной сборки с достаточно точными измерениями (цена деления прибора гораздо меньше допусков зазора δ и параметров деталей c и ξc) можно обеспечить отсутствие незавершенного производства и брака при сборке.

3. Для построения групповых допусков в условиях произвольных распределений параметров деталей можно применить модифицированный метод М. А. Бонч-Осмоловского, в котором положение опорной точки на диаграмме посадок (от нее строятся системы допусков) определяется итеративно из условия максимума выхода годных изделий, а для групповых допусков, превышающих цену деления измерительного прибора, выполняется соотношение (4.48).

СБОРКА СЛОЖНЫХ ИЗДЕЛИЙ МЕТОДОМ ГРУППОВОЙ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТИ

5.1. СБОРКА m ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ

В гл. 1 была описана (пример 1.2) сборка многосекционного конденсатора, состоящего из однотипных элементов, каждый из которых характеризуется только одним параметром. Такая ситуация распространена и в машиностроении при сборке изделий, размеры деталей которых составляют линейную многозвенную размерную цепь.

При сборке однопараметрических деталей выходной параметр, как правило, один, хотя в общем случае это может быть не так. Замыкающим (выходным) параметром размерной цепи является зазор (натяг) y' , для которого справедлива формула

$$y' = \sum_{i=1}^m \xi_i x'_i, \quad (5.1)$$

где x'_i — размер детали i -го типа, входящий в размерную цепь (или i -е звено размерной цепи); $\xi_i = \pm 1$ определяет вид звена, входящего в цепь (или направление отсчета размера детали i -го типа). Если при увеличении размера x'_i замыкающее звено уменьшается ($\xi_i = -1$), то i -е звено называют уменьшающим, в противном случае ($\xi_i = 1$) — увеличивающим.

В общем случае зависимость выходного параметра изделия y' (x') от размеров (параметров) деталей x' нелинейна.

Пусть y^H есть номинальное значение выходного параметра и $x^H = (x_1^H, \dots, x_m^H)^T$ — вектор возможных номинальных значений параметров деталей, удовлетворяющих уравнению

$$y^H = y(x^H). \quad (5.2)$$

Линеаризованная модель в отклонениях от номинальных значений параметров в соответствии с выражением (1.10) записывается в виде

$$\Delta y = \sum_{i=1}^m a_i \Delta x'_i, \quad (5.3)$$

где $\Delta y = y^* - y^H$, $\Delta x'_i = x'_i - x_i^H$, $a_i = \frac{\partial y(x^H)}{\partial x_i}$ — коэффициенты чувствительности выходного параметра к размерам деталей.

Если $a_i < 0$, то соответствующий параметр по аналогии с (5.1) может быть назван уменьшающим звеном, а при $a_i > 0$ — увеличивающим. Для линейной размерной цепи $a_i = \xi_i$.

Уравнение (5.2) относительно x^H обычно имеет множество решений, из которых может быть взято любое, по возможности более близкое к вектору математических ожиданий размеров деталей. Поскольку x^H имеет смысл начала отсчета для отклонений размеров Δx в формуле (5.3), то в этом случае можно рассчитывать, что случайные отклонения размеров будут достаточно малы (сравнимы с отклонениями от математических ожиданий), а приближенное представление выходного параметра изделия (5.3) — достаточно точным.

Назначим номинальное значение выходного параметра y^H таким, чтобы оно совпадало с серединой поля допуска. Допуск выходного параметра обозначим через δ , тогда условия на допустимые значения y' записываются в форме

$$|\Delta y| = \left| \sum_{i=1}^m a_i \Delta x'_i \right| \leq \delta/2. \quad (5.4)$$

Сделаем следующий шаг, введя параметры деталей, имеющие смысл вклада отклонения размера (характеристики) каждой детали в погрешность выходного параметра, а также одинаковую размерность независимо от природы и размерности характеристик деталей

$$x_i = a_i \Delta x'_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (5.5)$$

Условие (5.4) упрощается

$$\left| \sum_{i=1}^m x_i \right| \leq \delta/2. \quad (5.6)$$

Разобьем области изменения введенных таким образом параметров деталей на равные для каждой детали групповые допуски h_i , $i = \overline{1, m}$, и пронумеруем группы таким образом, чтобы нулевые значения параметров совпадали с серединами нулевых групп (рис. 5.1). Номера групп положительны при $x_i > 0$ и отрицательны при $x_i < 0$. Случай равных групповых допусков $h_1 = h_2 = \dots = h_m = h$ соответствует методу равных вкладов, который за-

ключается в том, что общая погрешность сборки $\Delta y = \sum_{i=1}^m x_i$ распределяется равномерно между параметрами составляющих деталей x_i (которые имеют равные групповые допуски h), в то время как исходные параметры x'_i будут иметь различные групповые допуски $h'_i = h/a_i$ (п. 1.3). Метод

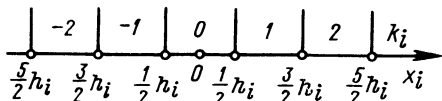


Рис. 5.1

равных вкладов позволяет получить более простые по сравнению с общим случаем групповых допусков правила комплектования и записать так называемое уравнение комплектования в номерах селективных групп [2].

Получим уравнение комплектования для групповых допусков максимально допустимого размера, при которых еще гарантируется полная собираемость деталей из нулевых групп. Очевидно, такой допуск есть

$$h = \delta/m. \quad (5.7)$$

При безошибочной сортировке деталей в произвольную k_i -ю группу в соответствии с принятой нумерацией попадают детали i -го типа с параметром x_i , удовлетворяющим неравенствам

$$h(k_i - 1/2) \leq x_i < h(k_i + 1/2), \quad (5.8)$$

откуда, суммируя по i , с учетом (5.7) получаем

$$\left| \sum_{i=1}^m x_i - \frac{\delta}{m} \sum_{i=1}^m k_i \right| \leq \delta/2. \quad (5.9)$$

Из выражения (5.9) следует, что для выполнения требований к качеству изделия (5.6), собираемого в принятых условиях, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось следующее уравнение комплектования:

$$\sum_{i=1}^m k_i = 0. \quad (5.10)$$

Каждому решению уравнения (5.10), т. е. каждому набору номеров групп $\{k_i\}$, для которого выполняется (5.10), поставим в соответствие номер типа сборочного комплекта $k = \overline{1, L}$, где L — число решений уравнения. Вероятность $p^{(k)}$ отсутствия брака при сборке каждого из таких СК равна единице.

Соотношение (5.9) позволяет также сделать вывод о том, что при большом числе m деталей нарушение (5.10) может привести к появлению лишь незначительного брака во время сборки.

Оценим вероятность $\alpha_m(\varepsilon_k)$ появления брака при сборке k -го СК в предположении, что плотность распределения параметров деталей в каждой из селективных групп близка к равномерной (это всегда верно для достаточно малых h) и

$$\left| \sum_{i=1}^m k_i \right| \leq \varepsilon_k, \quad (5.11)$$

где $\varepsilon_k \geq 0$ — целое число, характеризующее степень отклонения правил комплектования k -го СК от уравнения (5.10).

Отклонение выходного параметра изделия Δy имеет в этих предположениях симметричное унимодальное распределение с математическим ожиданием и дисперсией соответственно

$$m_{\Delta y} = h \sum_{i=1}^m k_i = \frac{\delta}{m} \sum_{i=1}^m k_i; \quad \sigma_{\Delta y}^2 = \frac{mh^2}{12} = \frac{\delta^2}{12m}. \quad (5.12)$$

При $m_{\Delta y} > 0$ возможно только событие $\Delta y > \delta/2$, а при $m_{\Delta y} < 0$ — только событие $\Delta y < -\delta/2$ (и невозможно $\Delta y > \delta/2$). Следовательно, вероятность нарушения требования (5.6) при $m_{\Delta y} \neq 0$ есть вероятность наступления одного из этих двух событий. Используя неравенство Чебышева для симметричных унимодальных распределений [7], можно записать

$$\begin{aligned} \alpha_m(\varepsilon_k) &= P\{|\Delta y| > \delta/2\} = P\left\{|\Delta y - m_{\Delta y}| > \delta/2 - \frac{\delta}{m} \left| \sum_{i=1}^m k_i \right| \right\} \leq \\ &\leq \frac{2}{27m \left(1 - \frac{2}{m} \left| \sum_{i=1}^m k_i \right| \right)^2} \leq \frac{2}{27m \left(1 - \frac{2}{m} \varepsilon_k \right)^2}, \end{aligned} \quad (5.13)$$

где

$$\left| \sum_{i=1}^m k_i \right| < m/2, \quad \varepsilon_k < m/2.$$

При большом числе деталей плотность распределения Δy приближается к нормальной с параметрами (5.12), откуда легко получить более точную верхнюю оценку для вероятности $\alpha_m(\varepsilon_k)$

$$\begin{aligned} \alpha_m(\varepsilon_k) &= \frac{1}{2} - \Phi \left[\sqrt{3m} \left(1 - \frac{2}{m} \left| \sum_{i=1}^m k_i \right| \right) \right] \leq \\ &\leq \frac{1}{2} - \Phi \left[\sqrt{3m} \left(1 - \frac{2}{m} \varepsilon_k \right) \right], \end{aligned} \quad (5.14)$$

где Φ — интеграл вероятностей (1.30).

В качестве примера положим $m = 5$ и $\varepsilon_k = 1$, тогда из (5.13) получим $\alpha_5(1) \leq 0,04$, а из (5.14) $\alpha_5(1) \leq 0,01$. При $\varepsilon_k = 2$ вероятность брака при сборке k -го СК может быть существенно больше: $\alpha_5(2) \leq 0,37$ из (5.13) и $\alpha_5(2) \leq 0,22$ из (5.14).

Анализ выражений (5.13), (5.14) показывает, что $\alpha_m(\varepsilon_k)$ с ростом m убывает и может достигать несущественных значений при небольших $\varepsilon_k > 0$, что позволяет при комплектовании заменить уравнение (5.10) неравенством (5.11). Число допустимых комбинаций номеров групп комплектуемых деталей $\{k_i\}$, а значит, и типов СК при этом существенно возрастает, что ведет к большей вариабельности правил комплектования, снижению объема незавершенного производства и росту выхода годных изделий P_0 .

Существование множества решений уравнения комплектования (5.10) и неравенства (5.11) свидетельствует о возможности многовариантного комплектования. Чтобы оценить собираемость СК

и оптимизировать правила комплектования, применим введенное в п. 2.1 описание многовариантного комплектования с помощью множества весовых коэффициентов (2.11). С использованием элементов матрицы весов Λ выход годных СК P_0 определяется по формулам (2.24), (2.25), (2.41).

При комплектовании СК в соответствии с уравнением (5.10) все условия на СК выполнены и

$$P_0 = \sum_{k=1}^L I_{\text{СК}}^{(k)}.$$

При комплектовании СК в соответствии с неравенством (5.11) для P_0 получаем иное выражение

$$P_0 \geq \sum_{k=1}^L I_{\text{СК}}^{(k)} (1 - \alpha_m(\varepsilon_k)). \quad (5.15)$$

В формулах для P_0 $I_{\text{СК}}^{(k)}$ — число СК k -го типа, определяемое соотношениями

$$I_{\text{СК}}^{(k)} = \min_{1 \leq i \leq m} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_i^{(k_i)}, \quad I_i^{(k_i)} = \int_{h(k_i-1/2)}^{h(k_i+1/2)} f_i(x_i) dx_i,$$

где $f_i(x_i)$ — плотность вероятности параметра детали i -го типа; $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ — доля деталей i -го типа из k_i -й селективной группы, входящих в СК k -го типа [элемент множества весов Λ (2.11)]. Здесь каждому k соответствует свой набор номеров $\{k_i\}$ селективных групп деталей i -го типа, удовлетворяющих (5.10) или (5.11).

Задача максимизации выхода годных формулируется как задача максимизации P_0 по весам Λ обобщенных правил комплектования

$$\max_{\Lambda} P_0. \quad (5.16)$$

Проиллюстрируем сказанное примером.

Пример 5.1. Пусть имеются три типа деталей, $m = 3$, параметры которых имеют ступенчатые плотности вероятности. Область значений параметров каждой из деталей разбита на три группы с групповым допуском h . Плотности вероятности и селективные группы показаны на рис. 5.2. Доли (число) деталей,

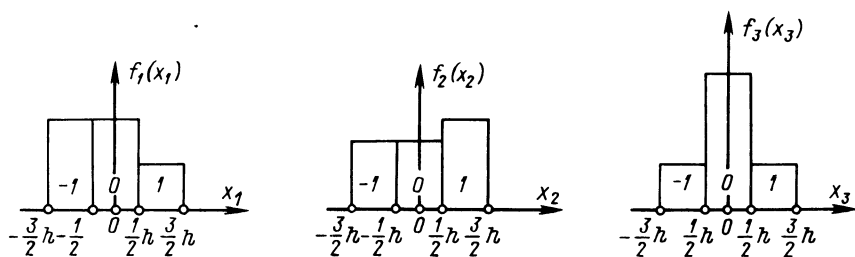


Рис. 5.2

сосредоточенных после их сортировки в каждой из селективных групп $I_i^{(k_i)}$, приведенные в табл. 5.1.

Общее возможное число типов СК, которые можно скомплектовать из трех деталей трех различных групп, представляет собой число всех возможных комбинаций из трех номеров групп, т.е. $3^3 = 27$. Однако не каждая из этих комбинаций номеров удовлетворяет уравнению комплектования (5.10).

В табл. 5.2 приведены все возможные комбинации и отмечены знаком «+», те, которые удовлетворяют (5.10); им поставлены в соответствие номера СК, формируемые из деталей этих групп.

Число типов СК, для которых при сборке гарантируется отсутствие брака, равно 7. Требуется так распределить детали соответствующих групп между этими типами СК, чтобы максимизировать P_0 , т.е. решить задачу (5.16), принимающую вид

$$\max_{\Lambda} \sum_{k=1}^7 \min_i \lambda_{ik_i I_i^{(k_i)}} = \max_{\Lambda} [\min \{\lambda_{1,-1}^{(1)} I_1^{(-1)}, \lambda_{2,0}^{(1)} I_2^{(0)}, \lambda_{3,1}^{(1)} I_3^{(1)}\} + \dots \\ \dots + \min \{\lambda_{1,1}^{(7)} I_1^{(1)}, \lambda_{2,0}^{(7)} I_2^{(0)}, \lambda_{3,-1}^{(7)} I_3^{(-1)}\}]. \quad (5.17)$$

В табл. 5.3 приведено решение задачи линейного программирования (5.17), т.е. записаны оптимальные значения элементов множества $\Lambda = \{\lambda_{ik_i}^{(k_i)}\}$.

Суммируя значения $I_{СК}^{(k)} = \min \lambda_{ik_i I_i^{(k_i)}}^{(k_i)}$, получаем $P_0^* = 0,9$. Таким образом, объем незавершенного производства (в группах $k_1 = 0$, $k_2 = -1$, $k_3 = 0$ — см. табл. 5.3) составляет 10% от числа всех деталей. Попробуем его уменьшить. Для этого перейдем к комплектованию СК в соответствии с неравенством (5.11). При $\varepsilon_k = 1$ в рассмотрение дополнительно включаются СК, соответствующие комбинациям номеров групп $\{k_i\}$, отмеченных знаком «+» в табл. 5.2, и общее число типов СК достигает 19. Реально построение всех их не имеет смысла,

Таблица 5.1

i	k_i		
	-1	0	1
1	0,4	0,4	0,2
2	0,3	0,3	0,4
3	0,2	0,6	0,2

Таблица 5.2

№ № п/п	k_1	k_2	k_3	Допустимое сочетание по (5.10)	Номер СК, k	№ № п/п	k_1	k_2	k_3	Допустимое сочетание по (5.10)	Номер СК, k
1	-1	-1	-1	—	—	15	0	0	1	—(+)	—
2	-1	-1	0	—	—	16	0	1	-1	+	5
3	-1	-1	1	—(+)	—	17	0	1	0	—(+)	—
4	-1	0	-1	—	—	18	0	1	1	—	—
5	-1	0	0	—(+)	—	19	1	-1	-1	—(+)	—
6	-1	0	1	+	1	20	1	-1	0	+	6
7	-1	1	-1	—(+)	—	21	1	-1	1	—(+)	—
8	-1	1	0	+	2	22	1	0	-1	+	7
9	-1	1	1	—(+)	—	23	1	0	0	—(+)	—
10	0	-1	-1	—	—	24	1	0	1	—	—
11	0	-1	0	—(+)	—	25	1	1	-1	—(+)	—
12	0	-1	1	+	3	26	1	1	0	—	—
13	0	0	-1	—(+)	—	27	1	1	1	—	—
14	0	0	0	+	4						

Таблица 5.3

i	k _i	k							$\sum_{k=1}^7 \lambda_{ik}^{(k)}$
		1	2	3	4	5	6	7	
1	-1	1/4	3/4	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	1/4	1/4	1/4	0	0	3/4
	1	0	0	0	0	0	1/2	1/2	1
2	-1	0	0	1/3	0	0	1/3	0	2/3
	0	1/3	0	0	1/3	0	0	1/3	1
	1	0	3/4	0	0	1/4	0	0	1
3	-1	0	0	0	0	1/2	0	1/2	1
	0	0	1/2	0	1/6	0	1/6	0	5/6
	1	1/2	0	1/2	0	0	0	0	1
I _{СК} ^(k)		0,1	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	P ₀ = 0,9

так как использование, в частности, СК типа $k = 8$, собираемого из деталей групп $k_1 = 0$, $k_2 = -1$, $k_3 = 0$ по дополнительным правилам $\lambda_{1,0}^{(8)} = 1/4$, $\lambda_{2,-1}^{(8)} = 1/3$, $\lambda_{3,0}^{(8)} = 1/6$ уже позволяет полностью ликвидировать незавершенное производство. Объем брака при сборке СК типа $k = 8$ $\alpha_3(\epsilon_3) = \alpha_3(1)$ не превосходит 22% (5.13), откуда $P_0 \geq \sum_{k=1}^7 I_{СК}^{(k)} + I_{СК}^{(8)}(1 - \alpha_3(1)) = 0,98$, т. е. попадают в брак не более 2% всех деталей.

Неравенства (5.8) оказываются полезными также при анализе результатов селективной сборки m деталей в условиях равных групповых допусков h , отличных от δ/m .

Увеличенные групповые допуски ($h > \delta/m$) приводят, с одной стороны, к появлению брака при сборке, даже если удовлетворено уравнение комплектования (5.10), а с другой стороны, — к снижению числа селективных групп и упрощению сборочного процесса. Для вероятности появления бракованного изделия при $h = \beta\delta/m$ ($\beta \geq 1$) и выполнении (5.10) справедливо неравенство

$$\alpha_m^{(1)}(\beta) = P\{|\Delta y| > \delta/2\} \leq \frac{4\beta^2}{27m}, \quad (5.18)$$

полученное по аналогии с (5.13) из неравенства Чебышева в предположении равномерности плотности вероятности параметров деталей в пределах полей групповых допусков. При этом математическое ожидание и дисперсия отклонения выходного параметра Δy определяются из выражения (5.12) подстановкой $h = \beta\delta/m$. Если m достаточно велико, то для вероятности появления брака при сборке (5.18) справедливо представление

$$\alpha_m^{(1)}(\beta) \approx 1 - 2\Phi\left(\frac{\sqrt{3m}}{\beta}\right), \quad (5.19)$$

где Φ — интеграл вероятностей.

Соотношения (5.18), (5.19) позволяют оценить потери, связанные с расширением групповых допусков. Число селективных групп при этом снижается примерно в β раз.

Уменьшенные групповые допуски вида $h = \delta/\nu m$, где $\nu = 1, 2, \dots$, позволяют использовать многовариантное комплектование в соответствии с неравенствами типа (5.11) без риска появления брака при сборке. Возрастание числа допустимых комбинаций номеров групп при комплектовании деталей позволяет уменьшить объем незавершенного производства и увеличить выход годных изделий (см. гл. 4). Отсутствие брака при сборке гарантируется в этом случае, если выполнено неравенство

$$\left| \sum_{i=1}^m k_i \right| \leq \frac{m}{2}(\nu - 1), \quad (5.20)$$

которое переходит в равенство (5.10) при $\nu = 1$. Если неравенство (5.20) нарушено, возможен брак при сборке, вероятность которого в условиях равномерного распределения параметров деталей в селективных группах ограничена сверху

$$\alpha_m^{(2)}(\nu) = P\{|\Delta y| > \delta/2\} \leq \frac{2}{27m\left(\nu - \frac{2}{m}\left|\sum_{i=1}^m k_i\right|\right)^2} \quad (5.21)$$

при

$$\left| \sum_{i=1}^m k_i \right| < \nu \frac{m}{2},$$

или для больших m

$$\alpha_m^{(2)}(\nu) \approx \frac{1}{2} - \Phi\left[\sqrt{3m}\left(\nu - \frac{2}{m}\left|\sum_{i=1}^m k_i\right|\right)\right]. \quad (5.22)$$

Выражения типа (5.18), (5.19) можно использовать для анализа сборки m деталей с предварительной отбраковкой. Пусть параметры деталей имеют нормальные распределения $f_i(x_i)$ с нулевыми математическими ожиданиями и равными дисперсиями σ^2 . Допуски входного контроля деталей a также равны, и их поля симметричны относительно математических ожиданий параметров. Дисперсия параметров деталей после отбраковки имеет вид

$$\sigma_a^2 = \frac{2}{I} \int_0^{a/2} x_i^2 f_i(x_i) dx_i = \sigma^2 \left[1 - \frac{af_i(a/2)}{2\Phi(a/2\sigma)} \right], \quad (5.23)$$

где $I = 2 \int_0^{a/2} f_i(x_i) dx_i = 2\Phi(a/2\sigma)$ — доля деталей, прошедших входной контроль и попавших на сборку.

Поскольку распределения параметров деталей после входного контроля остаются симметричными, также симметрична и плотность вероятности отклонения выходного параметра изделия Δy с дисперсией $\sigma_{\Delta y}^2 = m\sigma_a^2$, что позволяет воспользоваться соответствующим неравенством Чебышева

$$\alpha_m^{(1)} = P\{|\Delta y| > \delta/2\} \leq \frac{16m\sigma^2}{9\delta^2} \left[1 - a \frac{f_i(a/2)}{2\Phi(a/2\sigma)} \right]. \quad (5.24)$$

При достаточно больших значениях $a/\sigma > 1$ и числе деталей $m > 3 \div 5$ вероятность брака при сборке (5.24)

$$\alpha_m^{(1)} \approx 1 - 2\Phi\left(\frac{\delta}{2\sigma} \left[m \left(1 - a \frac{f_i(a/2)}{2\Phi(a/2\sigma)} \right) \right]^{-1/2}\right). \quad (5.25)$$

На рис. 5.3 приведены зависимости выхода годных изделий

$$P_0 = I(1 - \alpha_m^{(1)}) \quad (5.26)$$

от относительного допуска входного контроля a/δ для рассматриваемого случая нормальных, совпадающих плотностей вероятности параметров деталей $f_i(x_i)$ при $\sigma = \delta$. Как видим, с ростом m максимум выхода годных изделий становится более выраженным и чувствительность P_0 к точности задания оптимального допуска входного контроля a^* возрастает. Значение a^* заметно превосходит значение δ/m , при котором обеспечивается отсутствие брака при сборке ($a = \delta/m$ — результат расчета группового допуска по методу «максимума — минимума»). Более того, отношение оптимального допуска к указанному значению растет с m , достигая, например, при $m = 10$ примерно 7.

Подведем некоторые итоги.

1. Метод равных вкладов при сборке изделий, состоящих из многих однопараметрических деталей, в сочетании с равными групповыми допусками (для приведенных к размерности выходного параметра изделия параметров составляющих деталей) позво-

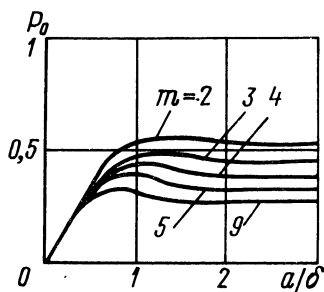


Рис. 5.3

ляет записать уравнение или неравенства комплектования, определяющие допустимый набор комбинаций номеров селективных групп, комплектование деталей из которых не приводит к появлению брака при сборке или сохраняет его вероятность в заданных пределах. При этом групповой допуск $h \leq \delta/m$, где δ — допуск выходного параметра изделия, m — число составляющих деталей.

2. При увеличенных групповых допусках $h > \delta/t$ брак при сборке неизбежен, однако его вероятность может быть незначительной (5.18), (5.19), особенно при большом числе составляющих деталей. Расширенные групповые допуски позволяют уменьшить необходимое число селективных групп.

3. Выход годных изделий при сборке с предварительной отбраковкой однопараметрических деталей достигает максимума при $a^* > \delta/t$, причем отношение a^*m/δ и чувствительность P_0 к a растут с увеличением m . Таким образом, при большом числе составляющих деталей в изделии возрастает эффект от использования оптимального входного контроля по отношению к гарантирующему 100%-ю собираемость (рассчитанному по методу «максимума — минимума»).

5.2. СБОРКА ДВУХ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ

Рассмотрим проблему сборки изделия, состоящего из двух деталей, каждая из которых характеризуется M параметрами (вектором $x_i \in R_M$). Параметры деталей попарно входят в трехзвенные линейные (линеаризованные) размерные цепи так, что $y_s = x_{1s} + x_{2s}$, $s = \overline{1, M}$, т. е. число выходных параметров изделия совпадает с числом параметров деталей. Параметры введены так, что условия на них имеют вид неравенств

$$|x_{1s} + x_{2s}| \leq \delta_s/2, \quad s = \overline{1, M}. \quad (5.27)$$

Схема сопряжений параметров деталей изделия показана на рис. 5.4 в соответствии с обозначениями, введенными в п. 2.1.

Пусть параметры деталей случайны и независимы, т. е. плотности вероятности записываются в форме $f_i(x_i) = \prod_{s=1}^M f_{is}(x_{is})$.

Поля допусков селективных групп введены отдельно для каждого из параметров деталей с обозначением $X_i^{(k_{is})}$. Здесь $X_i^{(k_{is})}$ есть поле допуска k_{is} -й селективной группы параметра s детали i -го типа. Многомерные селективные группы в пространстве параметров детали i -го типа образуются в этом случае как декартово произведение множеств $X_i^{(k_{i1})} \times \dots \times X_i^{(k_{iM})}$. Будем нумеровать их по аналогии с (2.17), указывая совокупность номеров соответствующих одномерных групп, т. е. с помощью вектора $K_i = (k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{iM})^T$ с компонентами, принимающими дискретный набор значений. Число групп по s -му параметру каждой из деталей i -го типа можно считать равным, $k_{is} = \overline{1, l_s}$, поэтому общее число значений вектора K_i составляет $q = \prod_{s=1}^M l_s$. В группу K_i (многомерную) попадают детали i -го типа, параметры которых

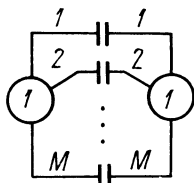


Рис. 5.4

удовлетворяют условиям $x_{i1} \in X_i^{(k_{i1})}$, $x_{i2} \in X_i^{(k_{i2})}$, ..., $x_{iM} \in X_i^{(k_{iM})}$. Число (доля) таких деталей

$$I_i^{(K_i)} = \int_{X_i^{(k_{i1})}} \dots \int_{X_i^{(k_{iM})}} f_i(x_i) dx_i = \prod_{s=1}^M I_i^{(k_{is})}, \quad i = 1, 2, \quad (5.28)$$

где $I_i^{(k_{is})}$ — число деталей i -го типа, s -й параметр которых принадлежит k_{is} -й (одномерной) группе $X_i^{(k_{is})}$; $I_i^{k_{is}} = \int_{X_i^{(k_{is})}} f_{is}(x_{is}) dx_{is}$.

При заданном разбиении на группы собираемость зависит от правил комплектования, определяемых в рамках принятого подхода множеством весов Λ . Максимизация выхода годных при этом формулируется как задача линейного программирования с оптимизацией по множеству возможных значений Λ

$$\max_{\Lambda} P_0 = \max_{\Lambda} \sum_{k=1}^L p^{(k)} I_{CK}^{(k)}, \quad (5.29)$$

где $p^{(k)}$ — вероятность получения годного изделия, т. е. выполнения всех неравенств (5.27), при сборке k -го СК (2.39); номер СК k может быть получен по тому или иному правилу упорядочивания различных сочетаний векторов номеров селективных групп (K_1 , K_2)

$$I_{CK}^{(k)} = \min_i \{ I_i^{(K_i)} \lambda_{iK_i}^{(k)} \}, \quad k = \overline{1, L}. \quad (5.30)$$

Здесь L — число возможных значений пар, $L = q^2$.

Пусть групповые допуски таковы, что возможно только одно-вариантное комплектование из одноименных групп по каждому из параметров деталей, при котором с вероятностью 1 выполняются условия (5.27). Это возможно, например, при равных групповых допусках h_s по каждому параметру x_{is} , $i = 1, 2$, таких, что $h_s = \delta_s/2$, и отсутствии смещения между системами полей групповых допусков первой и второй деталей.

При одновариантном комплектовании из одноименных селективных групп число типов СК $L = q$ и каждому типу СК соответствуют одинаковые значения векторов $K_1 = K_2 = K$. Таким образом, k — это номер данного набора $K = (k_1, k_2, \dots, k_M)$ значений номеров одномерных групп, которым принадлежат параметры деталей (обоих типов), поступающих на формирование k -го СК. При $p^{(k)} = 1$ оптимальные правила комплектования, как легко убедиться, определяются по формуле

$$\lambda_{iK}^{(k)} = \frac{1}{I_i^{(K)}} \min_i I_i^{(K)}, \quad k = \overline{1, L}. \quad (5.31)$$

При этом выход годных изделий P_0 достигает своего максимального значения

$$P_0^* = \sum_K \min_i I_i^{(K)} = \sum_{k_1=1}^{l_1} \dots \sum_{k_M=1}^{l_M} \min_i \prod_{s=1}^M I_i^{(k_s)}. \quad (5.32)$$

Подчеркнем следующее существенное обстоятельство. Правила (5.31) соответствуют комплектованию с подбором одновременно всех параметров деталей, и оптимальные веса (5.31) указывают число деталей, удовлетворяющих необходимым условиям именно по всем параметрам одновременно.

Последовательное комплектование. Рассмотрим иную стратегию комплектования, отличающуюся простотой реализации. Сначала детали подбирают лишь по какому-то одному параметру, затем среди отобранных таким образом групп, состоящих из равного числа деталей, выделяют детали, соответствующие друг другу по второму параметру. Подобную операцию последовательно проводят по всем m параметрам до выделения групп деталей, образующих СК. Такую стратегию комплектования назовем последовательной, а рассмотренную ранее — одновременной.

На первый взгляд может показаться, что последовательная и одновременная процедуры эквивалентны по конечному результату, т. е. по числу сформированных СК. Однако это не так: одновременное комплектование всегда дает результат не хуже (как правило, лучше), чем последовательное.

Поясним причину этого явления и дадим количественные оценки. На каждом шаге процесса последовательного комплектования образуется незавершенное производство за счет выравнивания числа деталей в группах. Соответствующие этой стратегии оптимальные правила комплектования записываются в виде

$$\lambda_{iK}^{(k)} = \prod_{s=1}^M \frac{1}{I_i^{(k_s)}} \min_i I_i^{(k_s)}, \quad k = \overline{1, L}, \quad (5.33)$$

и отличаются от оптимальных (5.31). Выход годных изделий при такой последовательной сортировке деталей определяется выражением

$$P_0 = \sum_K \prod_{s=1}^M \min_i I_i^{(k_s)}. \quad (5.34)$$

Из неравенства $\prod_{s=1}^M \min_i I_i^{(k_s)} \leq \min_i \prod_{s=1}^M I_i^{(k_s)}$ следует, что $P_0 \leq P_0^*$, т. е. максимальный выход годных при последовательном комплектовании не превосходит максимального выхода годных при одновременном комплектовании.

Проиллюстрируем приведенное утверждение примером.

Пример 5.2. Пусть каждая из деталей имеет по два параметра, независимых и распределенных по законам, имеющим кусочно-постоянный вид. Первые параметры деталей классифицированы на четыре группы, а вторые — на три с равными групповыми допусками (рис. 5.5). Сборка деталей с параметрами из одноименных групп гарантирует качество изделия. На рисунке также приведены номера одномерных групп по каждому параметру и число (доля)

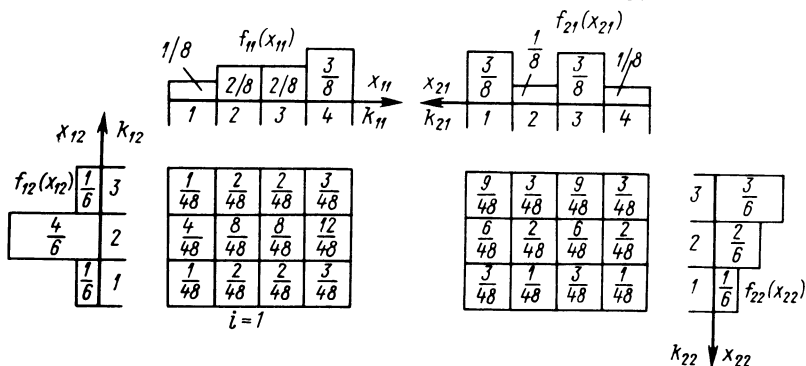


Рис. 5.5

деталей с соответствующими этим группам значениями параметров. Границы одномерных групп, построенных на осях x_{i1} , x_{i2} , при пересечении образуют на плоскости параметров области, представляющие собой селективные группы (многомерные), по которым комплектуются СК. Внутри этих областей, указанных на рис. 5.5, приведено число (доля) деталей, попадающих в соответствующие группы.

При оптимальном комплектowaniu по правилам (5.31) выход годных изделий (5.32) достигает $P_0^* = 27/48$. Незавершенное производство распределено по группам согласно рис. 5.6, а.

Пусть теперь комплектowanie ведется последовательно. Сначала детали сравнивают по первому параметру и избыточные в группах (одномерных) изымают из дальнейшей сортировки, образуя незавершенное производство. В пер-

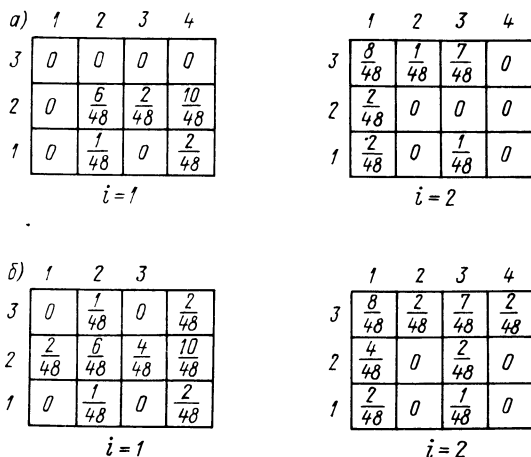


Рис. 5.6

вой группе после выравнивания числа деталей останется $1/8$ всех деталей, во второй — тоже $1/8$, в третьей — $2/8$ и в четвертой — $1/8$. Всего $5/8$ первоначального числа. Из независимости параметров следует сохранение вида плотностей $f_{i2}(x_{i2})$, $i = 1, 2$ второго параметра отобранных деталей (уменьшилось лишь их число). На втором этапе детали, попавшие в одну группу по первому параметру, подбираются по второму. При этом (после изъятия незавершенного производства) в первой группе по второму параметру остается $1/6$ деталей, во второй — $2/6$ и в третьей — $1/6$. Доли деталей указаны от числа, оставшегося после первого этапа сортировки, т. е. от $5/8$ исходного их числа. Таким образом, общее число (доля) собранных деталей (или выход годных изделий) $P_0 = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{48}$, что соответствует значению, полученному по выражению (5.34), и заметно меньше $P_0^* = 27/48$. Распределение незавершенного производства для последовательной процедуры комплектования показано на рис. 5.6, б. Очевидно, что в группах с номерами $K = (1,2), (2,3), (3,2), (4,3)$ возможна досборка деталей.

Некоторые задачи одновременного комплектования. В общем случае групповые допуски h_s могут быть больше и меньше $\delta_s/2$. Если $h_s > \delta_s/2$, то появляется брак при сборке, вероятность которого $\sum_{k=1}^L (1 - p^{(k)}) I_{CK}^{(k)}$ определяется выражениями (5.30) и (2.39) или может быть оценена на основе формул, полученных ранее для однопараметрической сборки. Оптимальные правила комплектования остаются прежними (5.31).

При уменьшенных групповых допусках $h_s < \delta_s/2$ появляется возможность многовариантного комплектования по тем параметрам, для которых выполняется указанное неравенство, что позволяет уменьшить объем незавершенного производства.

Статистическая связь между параметрами одной и той же детали не приводит к усложнению задачи оптимального комплектования. При фиксированном разбиении на селективные группы в этом случае перераспределяются лишь доли деталей $I_i^{(K_i)}$, относимых к тем или иным многомерным группам K_i . Первое равенство в (5.28), а также выражение для P_0 (5.29) остаются справедливыми. Если $h_s = \delta_s/2$, $s = \overline{1, M}$, то правила комплектования имеют вид (5.31) и максимальный выход годных изделий достигает значения, определяемого первым равенством в (5.32).

Выход годных изделий можно повысить за счет использования неравных групповых допусков, построение которых в сочетании с правилами комплектования требует решения достаточно сложной задачи вида

$$P_0^* = \max_{\chi_i^{(K_i)}, \Delta} \sum_{k=1}^L p^{(k)} I_{CK}^{(k)}, \quad (5.35)$$

где для одновариантного комплектования из одноименных групп $K_1 = K_2 = K$ число СК соответствующего k -го типа $I_{CK}^{(k)} = \min_i I_i^{(K)}$, вероятность выполнения всех неравенств (5.27) при сборке этих СК

$$p^{(k)} = \frac{1}{I_1^{(K)} I_2^{(K)}} \int_{x_1^{(K)}} f_1(x_1) \int_{x_2^{(K)}} f_2(x_2) \prod_{s=1}^M 1 \left[\frac{\delta_s}{2} - |x_{1s} + x_{2s}| \right] \times \\ \times dx_2 dx_1, \quad k = \overline{1, L}, \quad L = q. \quad (5.36)$$

При комплектовании из одноименных групп значения $I_{CK}^{(k)}$, $p^{(k)}$ не зависят от Λ (правила заданы), поэтому в (5.35) P_0 максимизируется только по способу построения полей групповых допусков $X_i^{(K)}$, $i = 1, 2$, для всех $K = (k_1, \dots, k_M)$, $k_s = \overline{1, l_s}$, $s = \overline{1, M}$.

Наиболее общая ситуация при сборке многопараметрических деталей связана с неодинаковым числом их параметров и произвольным числом выходных параметров изделий. При этом трехзвенные размерные цепи не всегда могут быть выделены. Примеры возможных схем сопряжений приведены на рис. 5.7, где n_i , $i =$

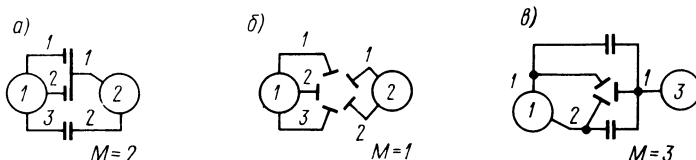


Рис. 5.7

$= 1, 2$ — число параметров деталей, M — число параметров изделия. Линеаризация зависимостей $y_s(x_1, x_2)$, $s = \overline{1, M}$ и выбор начала и направления отсчета параметров x_i по аналогии с тем, как это было сделано в п. 5.1, позволяют сформулировать требования к качеству изделия в виде системы неравенств

$$\left| \sum_{j=1}^n a_{sj} x_j \right| \leq \delta_s / 2, \quad s = \overline{1, M}, \quad (5.37)$$

где $a_{sj} = \frac{\partial y_s(0)}{\partial x_j}$, $n = n_1 + n_2$.

Один из возможных путей решения задачи максимизации выхода годных изделий (5.35) в этих условиях состоит в построении системы селективных групп по каждому параметру с равными и по возможности малыми групповыми допусками h_j , такими, что

$$\sum_{j=1}^n a_{sj} h_j \leq \delta_s, \quad s = \overline{1, M}. \quad (5.38)$$

Если нумерация групп симметрична относительно начала координат и точка $x_j = 0$ расположена в середине нулевой группы для всех $j = \overline{1, n}$ по аналогии с (5.8), то условие отсутствия брака при сборке записывается в виде

$$\left| \sum_{j=1}^n a_{sj} h_j k_j \right| \leq \Delta_s / 2, \quad s = \overline{1, M}, \quad (5.39)$$

где $\Delta_s = \delta_s - \sum_{j=1}^n a_{sj} h_j$.

Соотношения (5.39) представляют собой систему неравенств комплектования, в которой первые n_1 слагаемых в каждой сумме соответствуют параметрам первой детали ($j = \overline{1, n_1}$), а остальные — параметрам второй детали $j = \overline{n_1 + 1, n}$. Совокупности номеров $K_1 = (k_1, k_2, \dots, k_{n_1})$ и $K_2 = (k_{n_1+1}, k_{n_1+2}, \dots, k_n)$ определяют многомерные группы каждой из деталей, таким образом, неравенства (5.39) устанавливают допустимую связь между K_1 и K_2 при комплектовании деталей. Решение задачи (5.35) сводится к построению таких правил комплектования, которые, обеспечивая выполнение (5.39), минимизируют объем незавершенного производства или максимизируют выход годных.

На основании вышеизложенного сделаем следующие **в ы ́ в о д ы**.

1. Многопараметрическая сборка двух деталей требует ввести системы групповых допусков по каждому из параметров и многомерные селективные группы, принадлежность деталей к которым определяется комбинацией номеров групп отдельных параметров. Чтобы достичь наибольшего выхода годных изделий, следует решать задачу их комплектования в терминах многомерных селективных групп. Последовательное по отдельным параметрам комплектование приводит к необоснованному росту объема незавершенного производства.

2. Возможны произвольные соотношения между числом параметров деталей n_1, n_2 и числом выходных параметров изделия M . В частном случае задачи параметры деталей образуют независимые трехзвенные линейные размерные цепи и $n_1 = n_2 = M$, что упрощает задачу комплектования СК.

3. Повышение выхода годных изделий при несовпадающих распределениях параметров деталей связано с использованием неравных групповых допусков параметров или уменьшенных равных групповых допусков (по каждому параметру — свой допуск), допускающих многовариантное комплектование, или того и другого вместе. Последнее, однако, целесообразно в исключительных случаях, поскольку приводит к значительному усложнению задачи оптимизации сборки.

Неравные групповые допуски используются в сочетании с фиксированными одновариантными правилами комплектования (из одноименных групп при соответствующей их нумерации). Задача построения границ полей групповых допусков аналогична рассмотренным ранее в предыдущих главах.

Многовариантное комплектование в условиях равных групповых допусков приводит к задаче минимизации объема незавер-

шенного производства с комбинаторным построением правил комплектования из групп с номерами, удовлетворяющими неравенствам (уравнениям) комплектования вида (5.39), гарантирующим отсутствие брака при сборке.

5.3. МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ СБОРКА МНОГИХ ДЕТАЛЕЙ

Такой вариант сборки с групповой взаимозаменяемостью наиболее сложен. Изделие состоит из m деталей различного типа, каждая из которых характеризуется вектором параметров x_i размерности n_i , $i = \overline{1, m}$ и имеет M выходных характеристик $y_s = y_s(x)$, $s = \overline{1, M}$. Варианты возможных сопряжений деталей разнообразны, некоторые их примеры представлены на рис. 2.10, 2.11, 5.8.

Один из наиболее распространенных видов сопряжения многих деталей в изделии представляет собой связь цепочки деталей, каждая из которых сопрягается только с соседними по цепочке (рис. 5.8, а, в, г). При этом сопрягаемые пары могут характеризоваться одним или несколькими параметрами деталей, обуславливающими качество сопряжения (или сопряжений) в паре, которое, в свою очередь, является выходной характеристикой изделия.

Таким образом, каждый выходной параметр изделия характеризуется параметрами только двух деталей, составляющих пару. Если цепочка не замкнута (рис. 5.8, а, в) и детали пронумерованы соответствующим образом, это обстоятельство выражается так:

$$y_s = y_s(x_i^{(2)}, x_{i+1}^{(1)}), \quad s \in S_i, \quad i = \overline{1, m-1}, \quad (5.40)$$

где S_i — множество номеров характеристик изделия, обуславливаемых только параметрами i -й и $(i+1)$ -й деталей, составляющих пару, $S_i \cap S_j = \emptyset$, $i \neq j$, объединение всех множеств S_i есть множество M номеров характеристик изделия; $x_i^{(1)}$, $x_i^{(2)}$ — совокупности компонентов вектора x_i , имеющие размерности $n_i^{(1)}$

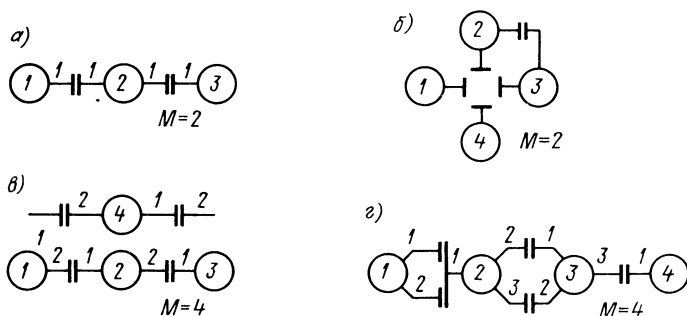


Рис. 5.8

и $n_i^{(2)}$ соответственно, такие, что $x_i = \begin{pmatrix} x_i^{(1)} \\ x_i^{(2)} \end{pmatrix}$, $n_i = n_i^{(1)} + n_i^{(2)}$.

Вектор $x_i^{(1)}$ входит в характеристики y_s с номерами s только из множества S_{i-1} , а $x_i^{(2)}$ — в y_s с номерами s только из множества S_i . Векторы x_1 и x_m отличаются тем, что $x_1^{(2)} = x_1$ и $x_m^{(1)} = x_m$, так как по предположению цепочка деталей в изделии не замкнута и параметры x_1 , x_m не являются взаимно сопрягаемыми.

Зависимость каждой из характеристик изделия от параметров только двух деталей позволяет сделать предположение о возможности рассматривать задачи комплектования и сборки для всех таких пар независимо, используя результаты, полученные при изучении сборки двух многопараметрических деталей. Однако более внимательное исследование показывает, что даже для таких изделий задачу оптимизации выхода годных (собираемости) следует рассматривать не последовательно для отдельных пар, а для всей совокупности деталей, составляющих изделие.

Последовательная сборка приводит к результатам, отличным от тех, которые дает одновременное комплектование всех деталей изделия. Внимание авторов на зависимости собираемости от последовательности сборки деталей обратил Л. А. Рабинович.

Методы количественного описания качества комплектования СК, состоящих из многих многопараметрических деталей, как общая задача подробно рассмотрены в гл. 2. Вместе с тем обратим внимание на то, что эти методы относятся к варианту одновременного комплектования СК. В этом случае выход годных и все остальные характеристики СК оцениваются при учете числа всех типов деталей во всех селективных группах. Оптимизация в этих условиях означает именно такой полный учет деталей.

Альтернативным является способ последовательного комплектования, описанный в п. 5.2 применительно к проблеме сборки двух многопараметрических деталей.

При сборке многих деталей последовательное комплектование может быть реализовано различными способами и порождает существенно большее число вариантов. Так, можно среди всех деталей изделия выделить некоторую базовую (начальную) и к ней подобрать комплектующую деталь, к которой, в свою очередь, другую и так далее, присоединяя их по одной до получения полного комплекта. Такое последовательное комплектование достаточно естественно для изделия, представляющего собой последовательную цепь сопрягаемых деталей.

Для сложного изделия сборку можно реализовать как узловую, с предварительным формированием узлов и уже из узлов — СК изделия в целом. Таким образом, образуя различные группы деталей, можно по-разному комплектовать СК изделия. При этом на уровне присоединения узла или детали также можно формировать СК с последовательным подбором соответствующих эле-

ментов по значениям только части присоединяемых параметров (так, как в п. 5.2).

В общем случае справедливо достаточно нетривиальное утверждение — выход годных и другие показатели качества, вообще говоря, зависят от последовательности, в которой детали и узлы включаются в СК. Заметим, что в задаче п. 5.2 последовательность параметров, по которым идет селекция, для собираемости не существенна.

Выход годных, т. е. значение P_0 , при одновременном комплектовании СК, по крайней мере, не меньше выхода годных, получаемого при любом порядке комплектования, реализованного в рамках метода последовательного комплектования СК.

Методы формализации и описания правил комплектования, изложенные в гл. 2, применимы для расчета выхода годных и других показателей качества в рамках последовательного формирования СК.

Последовательное формирование СК можно трактовать двояко. С одной стороны — это более простая расчетная схема, на каждом шаге которой присоединяется, например, только одна деталь. Тогда последовательное комплектование — это способ приближенного решения более сложной задачи одновременного комплектования. Заметим, что в рамках последовательного комплектования упрощаются и такие сложные проблемы, как назначение групповых допусков. С другой стороны, последовательное комплектование можно рассматривать как моделирование физически реализуемого метода последовательной сборки. В этом случае расчет выхода годных и других показателей качества не является приближенным и есть важнейший элемент оценки эффективности метода сборки.

Для первой и в особенности для второй трактовки задачи последовательного комплектования появляется проблема определения наилучшей последовательности сборки, представляющая собой частный случай общей задачи выбора правил комплектования. Для всех этих задач вычисление показателей эффективности оптимального одновременного комплектования указывает пределы возможности сборки селективного типа.

Продemonстрируем обсуждаемые эффекты зависимости собираемости от последовательности сборки на примере.

Пример 5.3. Пусть изделие состоит из трех деталей, первая из которых характеризуется одним параметром x_1 , вторая — двумя $x_2 = (x_{21}, x_{22})^T$ и третья — одним x_3 . Параметры независимы и имеют кусочно-постоянные плотности вероятности, показанные на рис. 5.9.

Примером такого изделия (узла) служит ступенчатый вал, имеющий концы различного диаметра, на которые посажены с жестким допуском внутренние кольца подшипников. Независимая обработка концов вала обуславливает статистически не связанные между собой случайные отклонения их диаметров.

Параметры деталей входят в две линейные трехзвенные размерные цепи, замыкающие звенья которых представляют собой выходные характеристики изделия. Условия собираемости и качества изделия могут быть записаны в виде неравенств

$$|x_1 + x_{21}| \leq \delta_1/2, \quad |x_{22} + x_3| \leq \delta_2/2, \quad (5.41)$$

откуда следует, что детали 1-го и 2-го, а также 2-го и 3-го типов образуют однопараметрические пары, независимо определяющие качество изделия

Пусть групповой допуск параметров x_1 и x_2 одинаков для всех групп и равен $h_1 = \delta_1/2$. Число групп $l_1 = 4$. Аналогично для параметров x_{22} , x_3 построены селективные группы с равными групповыми допусками $h_2 = \delta_2/2$, число которых $l_2 = 3$. Таким образом, при сборке деталей, имеющих параметры из одноименных групп (в соответствии с нумерацией и расположением полей групповых допусков, представленных на рис. 5.9), неравенства (5.41) выполняются с вероятностью 1. Прямоугольная таблица на рисунке содержит информацию о числе (долях) деталей 2-го типа, принадлежащих многомерным группам с номерами $K_2 = (k_{21}, k_{22})$, параметры которых x_{21} , x_{22} соответствуют одномерным группам k_{21} , k_{22} . Число (доля) деталей всех типов, параметры которых принадлежат соответствующим группам, указано непосредственно на графиках плотности вероятности параметров x_1 , x_{21} , x_{22} , x_3 .

Рассмотрим задачу максимизации выхода годных в рамках последовательной сборки изделия. Пусть сначала комплектуются детали 1-го и 2-го типов. Легко видеть, что в 1-й группе будет собрано 1/8 деталей, во 2-й — 2/8, в 3-й — 2/8 и в 4-й — 1/8, итого 6/8 от исходного числа. В дальнейшем будем называть собранный или скомплектованный подузел, содержащий цепочку деталей начиная с i_1 -й и заканчивая i_2 -й, цепочкой типа $(i_1 \leftrightarrow i_2)$.

Поскольку параметры x_{21} , x_{22} независимы, то распределение $f_{22}(x_{22})$ у собранных (скомплектованных) цепочек типа $(1 \leftrightarrow 2)$ не изменяется по сравнению с исходным, однако число деталей в каждой группе параметра x_{22} уменьшается в отношении 6/8. Таким образом, после первого этапа комплектования в группах $k_{22} = 1, 2, 3$ содержится соответственно 18/48, 12/48, 6/48 цепочек типа $(1 \leftrightarrow 2)$. В результате их сборки с деталями 3-го типа в группах $k_3 = k_{22} = 1, 2, 3$ будет получено соответственно 8/48, 12/48 и 6/48 изделий, всего 26/48. Это и есть выход годных изделий при последовательности комплектования 1—2—3. Запишем для рассмотренной процедуры сборки формальные правила комплектования в терминах весовых коэффициентов Λ . Положим, что для формирования СК k -го типа направляется равное число деталей всех типов из соответствующих групп с тем, чтобы некомплектные детали при сборке отсутствовали, тогда

$$I_{СК}^{(k)} = I_1^{(K_1)} \lambda_{1K_1}^{(k)} = I_2^{(K_2)} \lambda_{2K_2}^{(k)} = I_3^{(K_3)} \lambda_{3K_3}^{(k)}, \quad k = \overline{1, L}, \quad (5.42)$$

где $K_1 = k_1$, $K_3 = k_3$, $K_2 = (k_{21}, k_{22}) = (k_1, k_3)$, так как комплектование ведется из одноименных групп в каждой паре деталей; $k = k(K_1, K_2, K_3)$ — номер типа СК и комбинации номеров групп, из которых он комплектуется; L — число типов СК (здесь $L = 12$); $\lambda_{iK_i}^{(k)}$ — элемент множества правил комплектования Λ ;

$$I_i^{(K_i)} = \int_{x_i^{(K_i)}} f_i(x_i) dx_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (5.43)$$

— число (доля) деталей i -го типа в K_i -й селективной группе (многомерной).

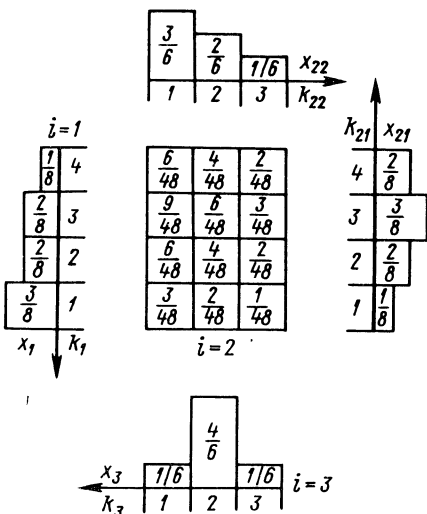


Рис. 5.9

Число $I_{CK}^{(k)}$ СК k -го типа можно вычислить по формуле

$$I_{CK}^{(k)} = P_k^{(1 \leftrightarrow 2)} \min \left\{ 1, I_3^{(k_2)} \right\} \left/ \sum_{k_1=1}^{l_1} P_k^{(1 \leftrightarrow 2)} \right\}, \quad (5.44)$$

где

$$P_k^{(1 \leftrightarrow 2)} = \min \left\{ I_1^{(k_1)} \sum_{k_2=1}^{l_2} I_2^{(K_2)}, I_2^{(K_2)} \right\} \quad (5.45)$$

— число скомплектованных на первом этапе пар деталей 1-го и 2-го типа из групп k_1' и K_2 , соответствующих k -му СК, $l_1 = 4$.

Из выражений (5.42), (5.44), получаем правила комплектования, обеспечивающие максимальную собираемость при последовательности 1—2—3,

$$h_{iK_i}^{(k)} = \frac{P_k^{(1 \leftrightarrow 2)}}{I_i^{(K_i)}} \min \left\{ 1, I_3^{(k_2)} \right\} \left/ \sum_{k_1=1}^{l_1} P_k^{(1 \leftrightarrow 2)} \right\}, \quad i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, L}. \quad (5.46)$$

Правилам комплектования (5.46) соответствует выход годных изделий

$$P_0 = \sum_{k=1}^L I_{CK}^{(k)} = \sum_{k_2=1}^{l_2} \min \left\{ P^{(1 \leftrightarrow 2)} \sum_{k_1=1}^{l_1} I_2^{(K_2)}, I_3^{(k_2)} \right\}, \quad (5.47)$$

где

$$P^{(1 \leftrightarrow 2)} = \sum_{k=1}^L P_k^{(1 \leftrightarrow 2)} = \sum_{k_1=1}^{l_1} \min \left\{ I_1^{(k_1)}, \sum_{k_2=1}^{l_2} I_2^{(K_2)} \right\} \quad (5.48)$$

— число цепочек типа $(1 \leftrightarrow 2)$, скомплектованных на первом этапе сборки; l_1 , l_2 — число групп по соответствующим параметрам, $l_1 = 4$, $l_2 = 3$.

Рассмотрим другой порядок комплектования изделий. Пусть сначала собираются детали 2-го и 3-го типов из соответствующих групп. Максимальное число скомплектованных таким образом цепочек типа $(2 \leftrightarrow 3)$

$$P^{(2 \leftrightarrow 3)} = \sum_{k=1}^L P_k^{(2 \leftrightarrow 3)} = \sum_{k_2=1}^{l_2} \min \left\{ I_3^{(k_2)}, \sum_{k_1=1}^{l_1} I_2^{(K_2)} \right\} \quad (5.49)$$

составляет $1/6 + 2/6 + 1/6 = 4/6$. Здесь $P_k^{(2 \leftrightarrow 3)}$ — число цепочек типа $(2 \leftrightarrow 3)$, соответствующих k -му СК,

$$P_k^{(2 \leftrightarrow 3)} = \min \left\{ I_2^{(K_2)}, I_3^{(k_2)} \sum_{k_1=1}^{l_1} I_2^{(K_2)} \right\}. \quad (5.50)$$

На втором этапе изделия окончательно комплектуются деталями 1-го типа, при этом число k -х СК

$$I_{CK}^{(k)} = P_k^{(2 \leftrightarrow 3)} \min \left\{ 1, I_1^{(k_1)} \right\} \left/ \sum_{k_2=1}^{l_2} P_k^{(2 \leftrightarrow 3)} \right\}. \quad (5.51)$$

Общее максимальное число собранных изделий (выход годных изделий) при последовательности комплектования 3—2—1

$$P_0 = \sum_{k=1}^L I_{CK}^{(k)} = \sum_{k_1=1}^{l_1} \min \left\{ I_1^{(k_1)}, P^{(2 \leftrightarrow 3)} \sum_{k_2=1}^{l_2} I_2^{(K_2)} \right\} \quad (5.52)$$

равно $6/48 + 12/48 + 8/48 + 4/48 = 30/48$, т. е. больше, чем полученное по формуле (5.47), на $1/12$. Соответствующие правила комплектования в терминах весовых коэффициентов Λ имеют вид

$$\lambda_{iK_i}^{(k)} = \frac{P_k^{(2 \leftrightarrow 3)}}{I_i^{(K_i)}} \min \left\{ 1, I_i^{(k_i)} \left/ \sum_{k=1}^{I_3} P_k^{(2 \leftrightarrow 3)} \right. \right\}, \quad i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, L}. \quad (5.53)$$

Легко видеть, что правила комплектования различны, так как не совпадают значения, рассчитанные по формулам (5.44) и (5.51), что и приводит к расхождениям в результатах сборки (5.47), (5.52).

Одновременное комплектование дает более высокий выход годных, чем тот, который может обеспечить последовательное комплектование.

Можно показать, что решение задачи (5.16) для рассматриваемого примера дает следующие оптимальные правила комплектования:

$$\begin{aligned} \lambda_{2, (1, 1)}^{(1)} = 1, \quad \lambda_{2, (1, 2)}^{(2)} = 1, \quad \lambda_{2, (1, 3)}^{(3)} = 1, \quad \lambda_{2, (2, 1)}^{(4)} = 5/6, \quad \lambda_{2, (2, 2)}^{(5)} = 1, \\ \lambda_{2, (2, 3)}^{(6)} = 1, \quad \lambda_{2, (3, 1)}^{(7)} = 0, \quad \lambda_{2, (3, 2)}^{(8)} = 1, \quad \lambda_{2, (3, 3)}^{(9)} = 1, \quad \lambda_{2, (4, 1)}^{(10)} = 0, \\ \lambda_{2, (4, 2)}^{(11)} = 1, \quad \lambda_{2, (4, 3)}^{(12)} = 1, \end{aligned} \quad (5.54)$$

при этом $P_0^* = 2/3$. Это означает, что оптимальные правила комплектования позволяют $2/3$ (67%) всех деталей собрать в годные изделия, в то время как для последовательного (неоптимального) комплектования это значение было равно 54% (1—2—3) и 62,5% (3—2—1). В правилах (5.54) указаны только элементы множества Λ , относящиеся к детали 2-го типа. Остальные элементы (для деталей 1-го и 3-го типов) легко можно записать с учетом (5.42).

Общий случай сборки деталей, образующих последовательную цепь. Если имеется цепь из m многопараметрических деталей, случайные векторы $x_i^{(1)}$ и $x_i^{(2)}$, $i = \overline{2, m-1}$ независимы и для каждой i -й пары деталей, содержащей детали i -го и $(i+1)$ -го типов, ограничения на выходные параметры (5.40) имеют вид

$$|x_{it}^{(2)} + x_{i+1, t}^{(1)}| \leq \delta_{it}/2, \quad t = \overline{1, n_i^{(2)}}, \quad i = \overline{1, m-1}, \quad (5.55)$$

где $x_{it}^{(2)}$, $x_{i+1, t}^{(1)}$ — компоненты векторов $x_i^{(2)}$, $x_{i+1}^{(1)}$ одинаковой размерности $n_i^{(2)} = n_{i+1}^{(1)}$ соответственно, т. е. параметры всех деталей входят в независимые линейные трехзвенные размерные цепи, замыкающие звенья которых определяют выходные характеристики изделия, то достаточно просто может быть записано выражение для выхода годных изделий при последовательном комплектовании деталей в произвольном порядке.

Пусть по каждому параметру x_{it} построены одномерные селективные группы с допусками $h_{it} = \delta_{it}/2$ и номерами k_{it} , $t = \overline{1, n_i}$, $i = \overline{1, m}$ такие, что при комплектовании любой i -й пары деталей из одноименных групп по сопрягаемым параметрам условия (5.55) выполняются с вероятностью 1. Каждой детали i -го типа соответствуют совокупности номеров одномерных групп $K_i = \{k_{it}\}$, $t = \overline{1, n_i}$, определяющие многомерные селективные группы, в терминах которых строятся правила комплектования. Разобьем K_i на два подмножества $K_i^{(1)}$, $K_i^{(2)}$, содержащие $n_i^{(1)}$

и $n_i^{(2)}$ элементов соответственно такие, что $K_i^{(1)}$ — совокупность номеров одномерных групп параметров $x_{ii}^{(1)}$, а $K_i^{(2)}$ — $x_{ii}^{(2)}$. Допустим, что на некотором этапе комплектуются две цепочки типа $(i_1 \leftrightarrow i)$ и $((i+1) \leftrightarrow i_2)$, имеющие сопрягаемые детали i -го и $(i+1)$ -го типов, тогда число скомплектованных цепочек типа $(i_1 \leftrightarrow i_2)$ дается рекуррентным соотношением

$$P^{(i_1 \leftrightarrow i_2)} = \sum_{K_i^{(2)}} \min \left\{ P^{(i_1 \leftrightarrow i)} \sum_{K_i^{(1)}} I_i^{(K_i)}, P^{((i+1) \leftrightarrow i_2)} \sum_{K_{i+1}^{(2)}} I_{i+1}^{(K_{i+1})} \right\}, \quad (5.56)$$

где $\sum_K (\cdot)$ — оператор суммирования по всем компонентам множества K такой, что если $K = \emptyset$, то $\sum_K (\cdot) = (\cdot)$; $I_i^{(K_i)}$ определяется из выражения (5.43).

Величина $P^{(i_1 \leftrightarrow i_2)}$ представляет собой выход годных изделий, если в ней $i_1 = 1$, $i_2 = m$, т. е. на этапе комплектования i -й и $(i+1)$ -й деталей завершается формирование СК. К этому моменту все детали уже входят в состав цепочек типа $(1 \leftrightarrow i)$ и $((i+1) \leftrightarrow m)$ и, следовательно, определены величины $P^{(1 \leftrightarrow i)}$, $P^{((i+1) \leftrightarrow m)}$.

Величина $P^{(i_1 \leftrightarrow i_2)}$ — вероятность для произвольно взятой детали i -го типа, $i_1 \leq i \leq i_2$, оказаться в составе комплекта цепочки типа $i_1 \leftrightarrow i_2$ (иначе эту величину можно назвать выходом годных цепочек типа $i_1 \leftrightarrow i_2$).

Начало рекуррентной процедуры (5.56) дают очевидные равенства $P^{(i \leftrightarrow i)} = 1$ для любых $i = \overline{1, m}$.

Поясним технику использования формулы (5.56) на примере 5.3. Пусть принята последовательность комплектования 1—2—3. Число первых комплектуемых деталей 1-го и 2-го типов соответствует исходному, т. е. $P^{(1 \leftrightarrow 1)} = P^{(2 \leftrightarrow 2)} = 1$. Число полученных цепочек $P^{(1 \leftrightarrow 2)}$ находится из (5.56) при $i = i_1 = 1$, $i_2 = 2$ и совпадает с (5.48). На втором этапе комплектуются цепочка $(1 \leftrightarrow 2)$ и деталь 3-го типа ($P^{(3 \leftrightarrow 3)} = 1$), т. е. в обозначениях соотношения (5.56) $i = 2$, $i_1 = 1$, $i_2 = 3$, откуда следует, что выход годных изделий совпадает с (5.47), поскольку на втором этапе полностью завершается формирование СК, $P^{(1 \leftrightarrow 3)} = P_0$.

При последовательности комплектования 3—2—1 на первом этапе подбираются детали 2-го и 3-го типов. Из формулы (5.56) с учетом того, что $i_1 = i = 2$, $i_2 = 3$, $P^{(2 \leftrightarrow 2)} = P^{(3 \leftrightarrow 3)} = 1$, $k_1 = k_{21}$, $k_3 = k_{22}$, получаем соотношение (5.49). Сборкой детали 1-го типа и цепочки типа $(2 \leftrightarrow 3)$ завершается формирование СК. Выход годных изделий (5.52) вытекает из выражения (5.56) при подстановке в него $i_1 = i = 1$, $i_2 = 3$, $k_{22} = k_3$, $P^{(1 \leftrightarrow 1)} = 1$ и найденного значения $P^{(2 \leftrightarrow 3)}$.

Соотношения (5.56), дополненные началом рекуррентной процедуры, позволяют для любого изделия, состоящего из разомкну-

той цепочки m деталей, определить выход годных изделий при произвольном последовательном порядке комплектования.

Пример 5.3 позволяет также сделать вывод о том, что правила комплектования (5.46), (5.53), приводящие к различным результатам сборки (5.47), (5.52), являются лишь частными случаями всех мыслимых значений множества Λ . Оптимальные правила комплектования (или множество таких правил) могут не совпадать с полученными при последовательной процедуре комплектования. Таким образом, чтобы найти оптимальное решение сборочной задачи, требуется ее описать в терминах многомерных селективных групп (одновременно всех деталей изделия) и связанных с ними элементов множества Λ , наилучшие значения которых находятся решением комбинаторной задачи вида (5.29), (5.30) для $i = \overline{1, m}$, где $p^{(k)} = 1$ в сделанных предположениях и при комплектовании деталей по сопрягаемым параметрам из одноименных групп, т. е. $K_i^{(2)} = K_{i+1}^{(1)}$, $i = \overline{1, m-1}$, $k = k(K_1, \dots$

$\dots, K_m)$, $L = \prod_{i=1}^{m-1} q_i$, $q_i = \prod_{t=1}^{n_i^{(2)}} l_{it}^{(2)}$, $l_{it}^{(2)}$ — число одномерных групп по параметру $x_{it}^{(2)}$ (то же для $x_{i+1}^{(1)}$, i). Полное решение задачи оптимизации может быть затруднено из-за большого числа типов СК L и связанных с ними элементов множества Λ . В этом случае возможен компромисс, заключающийся в полном решении задачи для части деталей, составляющих локальную цепочку, и использовании оптимального последовательного комплектования, качество которого определяется из (5.56), — для остальных.

Наличие корреляции между параметрами деталей одного типа $x_i^{(1)}$, $x_i^{(2)}$ (распространенный случай) не усложняет задачу полной оптимизации, но затрудняет расчет выхода годных изделий при последовательном комплектовании. Формула (5.56) перестает быть справедливой.

В случае, когда изделие состоит из замкнутой цепочки деталей (рис. 5.8, в), метод последовательного комплектования необходимо несколько модифицировать. На заключительном этапе, когда комплектуется последняя деталь m -го типа, требуется выполнить ее сопряжение одновременно с двумя другими деталями, находящимися на концах уже сформированной цепочки. Всю цепочку можно рассматривать как одну многопараметрическую деталь, вектор сопрягаемых параметров которой есть $\tilde{x}_{m-1}^{(2)} =$

$$= \begin{pmatrix} x_{m-1}^{(2)} \\ x_1^{(1)} \end{pmatrix}.$$

Далее проблема комплектования сводится к сборке двух многопараметрических деталей, одна из которых — оставшаяся m -го типа, другая — цепочка объединенных деталей, сопрягаемые параметры которой есть совокупность параметров деталей 1-го и $(m-1)$ -го типов цепи, присоединяемых к детали m -го типа.

Знак « \sim » над обозначениями указывает на то, что соответствующие величины являются характеристиками так введенных двух многопараметрических деталей. Для присоединяемой детали m -го типа вектор сопрягаемых параметров имеет вид $\tilde{x}_m^{(1)} = x_m$. Множества номеров одномерных групп, описывающие сопрягаемые параметры, принимают вид

$$\tilde{K}_{m-1}^{(2)} = (K_{m-1}^{(2)}, K_1^{(1)}), \tilde{K}_m^{(1)} = K_m. \quad (5.57)$$

Выход годных изделий определяется выражением (5.56) для $i = m-1$, $i_1 = 1$, $i_2 = m$ после подстановки (5.57). При этом в выражении (5.56) вместо $\sum_{K_{m-1}^{(1)}} I_{m-1}^{(K_{m-1})}$ появляется величина

$\sum_{\tilde{K}_{m-1}^{(1)}} \tilde{I}_{m-1}^{(\tilde{K}_{m-1})}$, а $P^{(1 \leftrightarrow m)} \sum_{K_m^{(2)}} I_m^{(K_m)} = I_m^{(K_m)}$. Можно показать, что

$$\sum_{\tilde{K}_{m-1}^{(1)}} \tilde{I}_{m-1}^{(\tilde{K}_{m-1})} = \sum_{K_{m-1}^{(1)}} I_{m-1}^{(K_{m-1})} \sum_{K_1^{(2)}} I_1^{(K_1)}, \quad (5.58)$$

при этом (5.56) приобретает вид

$$P_0 = P^{(1 \leftrightarrow m)} = \sum_{K_m} \min \left\{ P^{(1 \leftrightarrow (m-1))} \sum_{K_{m-1}^{(1)}} I_{m-1}^{(K_{m-1})} \sum_{K_1^{(2)}} I_1^{(K_1)}, I_m^{(K_m)} \right\}, \quad (5.59)$$

где число собранных на всех предыдущих этапах цепочек определяется, как и ранее, из (5.56). Соотношения (5.58), (5.59) справедливы для независимых векторов параметров деталей $x_1^{(1)}$ и $x_{m-1}^{(2)}$.

В общем случае многопараметрической селективной сборки многих деталей каждый из их параметров входит во все выходные характеристики изделия, т. е. $y_s = y_s(x)$, $s = \overline{1, M}$, x — сводный вектор параметров. Задача оптимизации сборки имеет вид (5.35). Если характеристики изделия допускают линеаризацию по x , то требования к качеству изделия имеют вид (5.37), где x_j — скалярная компонента x , $j = \overline{1, n}$, $n = \sum_{i=1}^m n_i$. При равных допусках h_j по каждому скалярному параметру, удовлетворяющих неравенствам (5.38), соответствующем относительном расположении групп и их нумерации имеет место неравенство комплектования (5.39), выполнение которого для некоторого СК обеспечивает качество изделия при его сборке.

Все изложенное позволяет прийти к следующим в ы в о д а м.

1. Важный класс многокомпонентных изделий — изделия, состоящие из цепочки m деталей, связанных друг с другом попарно. Каждая из характеристик такого изделия зависит от пара-

метров одной пары. Цепочки могут быть разомкнутыми и замкнутыми. Простейшим алгоритмом сборки изделий этого класса является последовательное комплектование деталей, при этом число скомплектованных локальных цепочек (неполной произвольной длины) дается рекуррентным соотношением (5.56). Если цепочка разомкнута, то это же выражение определяет выход годных изделий. В противном случае на заключительном этапе комплектования, когда присоединяется деталь m -го типа, сопрягаемая с деталями 1-го и $(m - 1)$ -го типов, выход годных изделий определяется по формуле (5.59). Во всех случаях от порядка комплектования деталей зависит выход годных изделий.

2. Последовательный алгоритм комплектования деталей представляет собой частный случай правил одновременного комплектования, описываемых в терминах многомерных селективных групп и элементов множества весовых коэффициентов Λ . В общем случае последовательные алгоритмы не являются оптимальными. Оптимизация сборки многокомпонентных изделий требует рассматривать правила комплектования в общей формулировке даже в том случае, если изделие состоит из цепочки деталей.

НАКОПИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДИНАМИКА ПРОЦЕССОВ КОМПЛЕКТОВАНИЯ

6.1. ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ НАКОПИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ И ОРГАНИЗАЦИЯ ИХ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Структуры накопительных систем. Хранение перед комплектованием деталей, классифицированных по селективным группам или просто сопровождаемых информацией о значениях параметров (действительных размеров), требует применения специальных накопителей. Как правило, эти накопители представляют собой многогнездные линейные или матричные конструкции (магазины) с доступом к каждой ячейке. Применяются также традиционные накопители, в которых поступающие на их вход детали становятся доступными только после прохождения через весь накопитель (на его выходе). Однако для систем селективной сборки, как правило, необходимы накопители со свободным доступом ко всем деталям. В данной главе рассматриваются накопители только этого типа.

Объем накопителя — его основная характеристика. Кроме того, важно, как в нем распределены детали с различными значениями параметров, т. е. важна внутренняя структура накопителя.

Введем следующую классификацию накопителей по типу их структуры:

- полнодоступный;
- полностью разделенный;
- полнодоступный с индивидуальными ограничениями;
- неполнодоступный;
- неполнодоступный с индивидуальными ограничениями.

Поясним содержание введенной классификации. Пусть накопитель предназначен для некоторой детали i -го типа. **П о л н о д о с т у п н ы м** называется накопитель, в ячейках которого могут находиться детали i -го типа любых селективных групп (рис. 6.1, а). В этом определении подчеркивается, что накопитель полнодоступен относительно входного потока деталей. На рис. 6.1, а R_i — общий объем накопителя, n_{ik} — текущее число деталей i -го типа в накопителе, а $I_i^{(k)}$ — вероятность поступления детали k -й селективной группы, $\sum_{k=1}^{I_i} I_i^{(k)} = 1$.

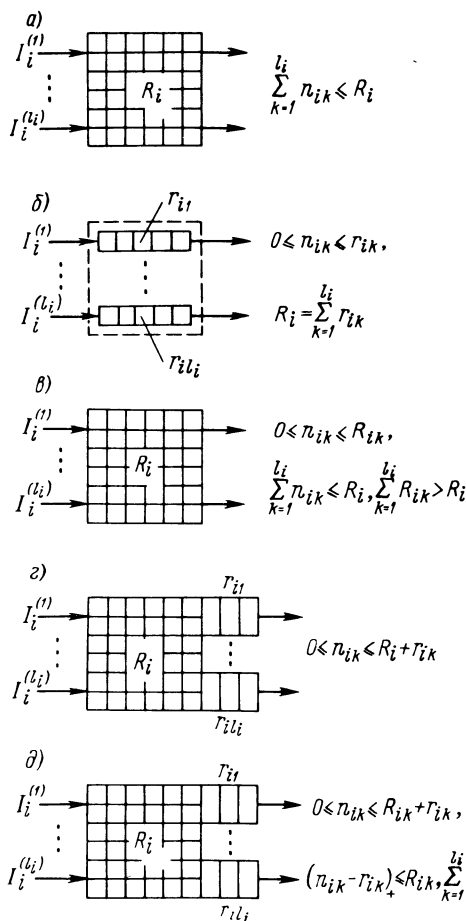


Рис. 6.1

Полностью разделенный накопитель (рис. 6.1, б) отличается тем, что для деталей каждой селективной группы используется отдельный накопитель объемом r_{ik} , $k = \overline{1, l_i}$.

Полнодоступный накопитель с индивидуальными ограничениями (рис. 6.1, в) технически организован как полнодоступный, т. е. деталь каждой селективной группы может быть помещена в любую его ячейку. Однако введены ограничения на число деталей i -го типа отдельных групп, $n_{ik} \leq R_{ik}$, которые означают фактическое разделение объема между различными селективными группами при $\sum_{k=1}^{l_i} R_{ik} = R_i$.

Если же $\sum_{k=1}^{l_i} R_{ik} < R_i$, то часть накопителя просто не используется,

поэтому примем $\sum_{k=1}^{l_i} R_{ik} > R_i$. Очевидно, что при этом условии накопитель с индивидуальными ограничениями принципиально отличается от полностью разделенного.

Неполнодоступный накопитель (рис. 6.1, з) имеет полнодоступную часть объема R_i и разделенные накопители объема r_{ik} , $k = \overline{1, l_i}$ для деталей отдельных селективных групп.

Наиболее общей из приведенных является структура не полностью доступного накопителя с индивидуальными ограничениями (рис. 6.1, д). Здесь имеется неполнодоступная часть объема R_i , для деталей которой введены индивидуальные ограничения R_{ik} , т. е. число деталей i -го типа k -й селективной группы здесь не превосходит R_{ik} , $(n_{ik} - r_{ik})_+ \leq R_{ik}$, где

$$(z)_+ = \begin{cases} z & \text{при } z \geq 0; \\ 0 & \text{при } z < 0. \end{cases}$$

Поясним, с чем связана необходимость использовать накопители различных структур. При полном разделении накопителей суммарный объем накопителя R_i используется неполно, так как если деталей некоторых селективных групп мало, то соответствующие части накопителей пустуют. Полнодоступный накопитель обеспечивает максимально полное использование своего объема R_i , однако детали некоторых селективных групп занимают его полностью, не оставляя места для деталей остальных селективных групп, что снижает возможности формирования СК. Введение индивидуальных ограничений в полнодоступный накопитель в определенной степени снимает эту проблему, так как детали k -й селективной группы не могут занять более R_{ik} ячеек.

Однако поскольку $\sum_{k=1}^{l_i} R_{ik} > R_i$, то существует опасность того, что в накопителе не будет места для некоторых деталей. Определенную гарантию против этой ситуации дает введение в полнодоступный накопитель объемом R_i дополнительных разделенных накопителей объемом r_{ik} , $k = \overline{1, l_i}$. Таким образом возникает структура неполнодоступного накопителя, объемы разделенных накопителей r_{ik} в этом случае не должны быть слишком большими, так как это приведет к недостаткам, указанным для полностью разделенных накопителей. Накопитель неполнодоступный с индивидуальными ограничениями является комбинированным, содержащим все перечисленные элементы.

Рациональная структура и параметры накопителей по каждой из деталей i -го типа, $i = \overline{1, m}$, служат важными факторами, определяющими эффективность процесса комплектования.

Заметим, что, хотя приведенные структуры описаны применительно к процессу сборки по методу групповой взаимозаменяе-

мости, при сборке по методу действительных размеров существуют те же проблемы, и части объема накопителя могут резервироваться под определенные параметры деталей.

Описанная классификация структур является весьма общей. В частности, накопители, подробно рассматриваемые в работе [2], относятся к классам полноступенных и полностью разделенных.

Функционирование накопительных систем. Укрупненная блок-схема участка комплектования СК представлена на рис. 6.2, на котором указаны основные материальные потоки. Входные потоки деталей $N_{i\text{вх}}$ поступают с контрольно-измерительных участков. Это детали, прошедшие входной контроль. Если в накопителе соответствующих свободных позиций нет, то блокируется входной поток, часть которого $N_{i\text{бл}}$ не может поступить в накопители. Выходными потоками накопителей $N_{i\text{вых}}$ обозначены потоки деталей, вошедших в СК. В результате комплектования образуется выходной поток $N_{\text{СК}}$ сборочных комплектов.

Накопители деталей подлежат полной или частичной чистке, цель которой — удалить детали, не образующие СК в течение какого-то времени. В результате появляются потоки возврата деталей $N_{i\text{воз}}$. Под материальными потоками здесь понимается число деталей и СК, перемещающихся за некоторый период времени.

Участок комплектования работает идеально, если потоки блокировки $N_{i\text{бл}}$ и возврата $N_{i\text{воз}}$ полностью отсутствуют. В этом случае все детали, прошедшие входной контроль, образуют нужные СК и уже в форме комплектов покидают участок. К сожалению, такая идеальная ситуация практически недостижима. Увеличение объемов R_i накопителей и рациональный выбор их структуры позволяют уменьшить интенсивность потоков блокировки, т. е. число деталей $N_{i\text{бл}}$. Однако рано или поздно нако-

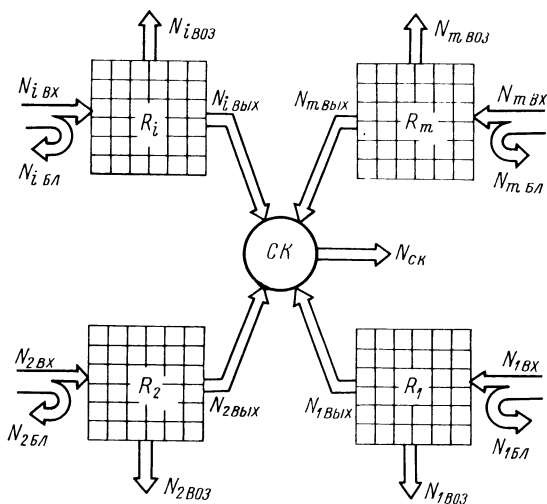


Рис. 6.2

пители «засоряются» деталями, не находящими «пар» для создания СК, и переполняются те или иные зоны накопителей.

Эффект «засорения» требует специального обсуждения. Он имеет две причины. Одна из них уже была рассмотрена в гл. 2 — это образование незавершенного производства (2.32), (2.57), связанного с выбранными правилами комплектования и видами распределений параметров деталей, одним словом, с различным средним числом деталей, относящихся к одному типу СК. В случае одновариантного комплектования и равных групповых допусков незавершенное производство возникает вследствие несовпадения распределений параметров деталей. Средний объем такого систематического незавершенного производства пропорционален числу изготовленных деталей; таким образом, при достаточно продолжительной работе автоматизированной системы комплектования ее накопители будут заполнены только некомплектными деталями и сборочный процесс остановится, если не будут приняты специальные меры. К таким мерам можно отнести выравнивание распределений параметров деталей за счет изготовления части из них «на заказ» с нужными размерами; использование неравных групповых допусков и сложных многовариантных правил комплектования; отсев «лишних» деталей на этапе входного контроля с тем, чтобы они не попадали в накопители («блокировка» входного потока); наконец, использование полной или частичной периодической очистки накопителей («возврат» — см. рис. 6.2) и т. д. Два последних способа не приводят, однако, к радикальному решению задачи, порождая дополнительную проблему — что делать с изъятыми из процесса комплектования деталями, ведь они годны во всех отношениях?

Другая причина «засорения» накопителей кроется в случайной природе параметров деталей во входных потоках. Оказывается, что даже если теоретически в среднем все детали генеральных совокупностей могут быть собраны без остатка, т. е. систематическое незавершенное производство отсутствует, некомплектные детали появляются и «оседают» в накопителях из-за того, что генеральные и выборочные распределения их параметров различны. Простой пример иллюстрирует механизм появления такого «динамического» незавершенного производства.

Пример 6.1. Пусть комплектуются две детали одновариантным способом из одноименных групп. Рассмотрим некоторую группу k , полагая, что вероятность попадания в эту группу для деталей 1-го и 2-го типов одинакова и равна $I^{(k)}$ в соответствии с обозначениями предыдущих глав. Очевидно, что в этом случае систематическое незавершенное производство в этой группе отсутствует. При поступлении N деталей каждого типа на комплектование в k -й группе будет в среднем $NI^{(k)}$ деталей, но это только в среднем. Фактически деталей 1-го типа окажется n_1 штук, а 2-го — n_2 штук, причем с вероятностью $q =$

$$= 1 - \sum_{j=0}^N [C_j^N (I^{(k)})^j (1 - I^{(k)})^{N-j}]^2$$

их число не равно, $n_1 \neq n_2$. С ростом N вероятность q увеличивается. Более того, можно показать, что растет математиче-

ское ожидание величины $|\Delta l| = |n_1 - n_2|$, хотя в то же время $M\{|\Delta l|\}/N \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0$. Разность между числом деталей Δl , прошедших комплектование, определяет объем так называемого динамического незавершенного производства. Рано или поздно один из накопителей (или его зона) заполняется полностью избыточными деталями с вероятностью 1 и процесс комплектования прекращается.

«Засорение» накопителей динамическим незавершенным производством можно свести к минимуму изготовлением деталей с недостающими параметрами «на заказ» или варьированием правил комплектования в зависимости от текущей ситуации в накопителях.

При том и другом видах незавершенного производства «засоренные» накопители содержат годные детали, параметры которых распределены по законам, сильно отличающимся от генеральных и «дополняющим» друг друга: «провалы» в плотностях вероятности параметров деталей одного вида соответствуют «выпуклостям» плотностей параметров контрдеталей и наоборот. Различие состоит в том, что при систематическом незавершенном производстве можно заранее сказать, какие детали в каких группах будут в избытке или недостатке, что при наличии только динамического незавершенного производства сделать невозможно.

Искажение со временем распределений параметров деталей, содержащихся в накопителях, снижает вероятность составления из них СК в соответствии с правилами (уравнениями) комплектования, рассчитанными на исходные распределения. Обозначим эту вероятность через $P_{\text{св}}$. Возникает необходимость эпизодически очищать накопители, т. е. возвращать детали на склады или на повторную доводку; объем возврата N_i воз зависит от структуры и объемов накопителей.

В результате появляется потребность в комплексном исследовании функционирования участка комплектования с полным описанием его системой показателей качества.

Постановка задач такого рода зависит от организации функционирования участка комплектования. По способу организации участка будем различать периодическую и конвейерную сборку (комплектование).

При периодической сборке процесс осуществляется в два этапа. На первом полностью заполняются накопители, на втором составляется возможно большее число СК. После этого накопители полностью очищаются, заново заполняются деталями и процесс комплектования повторяется. В таком процессе система периодически возвращается в некоторое исходное состояние.

При конвейерной сборке процессы комплектования и заполнения накопителей не разделены во времени, так что детали поступают либо по мере освобождения ячеек накопителей, либо по мере их изготовления.

При периодической сборке отсутствует понятие блокировки входного потока, объем возврата определяется числом деталей,

не образовавших СК. На первый взгляд кажется, что нет и эффектов «засорения». Однако это не всегда верно, так как несобранные детали в ряде случаев не удаляются из процесса, а лишь возвращаются в их исходную совокупность. Следовательно, такой возврат изменяет характеристики этой совокупности деталей и эффект «засорения» есть. На практике при периодической сборке проводится неполная очистка накопителей, часть деталей остается, а удаляются лишь находящиеся в нем слишком долго. В этом случае периодическая сборка по своему характеру приближается к конвейерной.

С другой стороны, конвейерная сборка также предусматривает проведение мероприятий типа очистки накопителей, приводящих систему в некоторое исходное состояние.

Таким образом, практически реализуемые методы организации функционирования носят, как правило, комбинированный характер с элементами периодической и конвейерной сборки.

При анализе систем комплектования можно выделить два типа задач, адекватно связанных с соответствующими используемыми математическими моделями и математическим аппаратом: динамические и статические задачи.

В динамических задачах рассматриваются изменения характеристик системы комплектования во времени. По существу это модели динамики системы комплектования, рассматривающие входные и выходные потоки деталей и СК, позволяющие смоделировать процессы «засорения» накопителей и изменения во времени такого важного показателя качества системы, как вероятность комплектования СК $P_{сб}$, определяющего ее производительность.

Статические задачи не учитывают временных процессов, они наиболее точно соответствуют основным проблемам периодической сборки. Так, при периодической сборке мы имеем конечные наборы деталей i -го типа, размещенные в m накопителях. Определение возможного числа СК (точнее, среднего числа, его дисперсии, вероятности сформировать то или иное число СК и т. п.) при заданных вероятностных характеристиках деталей — типичная постановка статической задачи. Указанная проблема по существу есть задача оценки собираемости и выхода годных изделий при конечных объемах выборок деталей со случайными значениями параметров. Еще раз обратим внимание на обстоятельство, подчеркивавшееся ранее, — методы расчета собираемости и выхода годных в предыдущих главах не учитывают этой конечности выборки (числа) конкретных деталей, участвующих в комплектовании СК на каждом этапе сборки.

Оптимизация накопительных систем. Чтобы сформулировать и решить задачи анализа и синтеза накопительных систем, необходимо построить математические модели, связывающие показатели качества (выходные параметры моделей) с варьируемыми переменными (входными параметрами моделей).

В качестве основных показателей качества накопительной системы могут быть приняты следующие.

1. Вероятность комплектования СК $P_{св}$ и связанные с ней фактические собираемость и выход годных изделий. Подчеркнем, что теоретические значения собираемости и выхода годных, определяемые соотношениями п. 1.4, были получены в предположении неограниченных объемов выборок всех деталей.

2. Среднее значение (математическое ожидание) и дисперсия числа СК, которые могут быть сформированы из деталей, заполняющих накопители.

3. Скорость «засорения» накопителей, характеризуемая убыванием во времени вероятности комплектования $P_{св}(t)$ или среднего числа формируемых СК.

4. Вероятности блокировки и возврата деталей различных типов.

Варьируемые переменные задачи:

• 1) объемы накопителей R_i и параметры R_{ik} , r_{ik} , определяющие их структуру (рис. 6.1);

2) правила очистки накопителей: периодическая очистка через заданный интервал времени, очистка непериодическая при достижении некоторого порогового состояния, варианты неполной очистки и т. д.;

3) алгоритмы (правила) формирования СК;

4) организация участка комплектования и управление его работой.

Дадим более подробные пояснения к двум последним задачам. При наличии многовариантности возможны различные алгоритмы формирования СК из n_1, n_2, \dots, n_m деталей различных типов. Одна из наиболее распространенных точек зрения состоит в следующем. Если имеются различные допустимые варианты формирования СК, то следует принять тот, при котором можно сформировать максимальное число СК из данного набора деталей [2, 4]. Однако такая политика может противоречить оптимальной для генеральных распределений деталей, вследствие нее могут существенно деформироваться статистические распределения размеров деталей в накопителях и быстро снижаться вероятность комплектования $P_{св}(t)$.

Одновременно имеются различные варианты пополнения накопителей: непрерывное пополнение (конвейерная сборка) и пополнение только после того, как сформированы все возможные СК. Различаются эти подходы тем, что при непрерывном пополнении в процесс комплектования все время вовлекаются новые детали, порождающие дополнительные возможности комплектования. Укажем некоторые из алгоритмов комплектования, альтернативных к алгоритму сборки максимально возможного числа СК. Поскольку СК формируются из деталей различных селективных групп и известны априорные вероятности попадания в эти селективные группы, то для каждого возможного варианта СК

можно вычислить вероятность его появления. Алгоритм сборки можно связать с этой вероятностью и собирать в первую очередь СК, имеющие, например, наименьшую или наибольшую вероятность появления. Можно привести соображения как в пользу одного, так и в пользу другого алгоритма. Возможны различные комбинированные варианты. В сущности, весь этот комплекс вопросов определяет организацию участка комплектования в целом, управление проходящими через него потоками.

Опишем алгоритм комплектования, представляющий собой реализацию обобщенных (весовых) правил комплектования, введенных в гл. 2. В этих правилах деталь i -го типа входит в СК k -го типа из k_i -й селективной группы с весовым коэффициентом $\lambda_{ik_i}^{(k)}$.

Пусть в СК k -го типа могут войти детали i -го типа из нескольких селективных групп, т. е. допустимо многовариантное комплектование. В соответствии с заданным множеством Λ правилами комплектования в среднем должно быть сформировано $I_{СК}^{(k)}$ СК k -го типа. При наличии всего n_i деталей i -го типа в накопителе некоторые из селективных групп могут быть пусты, поэтому некоторые типы СК фактически нельзя скомплектовать. Другие же типы СК не могут быть сформированы в пропорциях, соответствующих значениям $I_{СК}^{(k)}$. Возможен, например, следующий выход из этой ситуации. Из наличных деталей формируются СК, типы которых определяются текущим значением их приоритета. Сначала приоритет P_k определяется значением $P_k = I_{СК}^{(k)}$ (чем больше $I_{СК}^{(k)}$, тем выше приоритет).

Приоритеты P_k используются следующим образом. Типы СК упорядочиваются в соответствии со значениями приоритетов P_k . Первым (высшим) приоритетом обладает СК, для которого P_k имеет наибольшее значение. При конвейерной сборке этот тип СК и формируется на данном шаге. В процессе работы системы комплектования оцениваются текущие значения долей СК по формуле $N_{СК}^{(k)}/N$, где $N_{СК}^{(k)}$ — число скомплектованных к текущему моменту времени СК k -го типа. Приоритеты типов СК пересчитываются и изменяются в соответствии с соотношением $P_k = 1 - N_{СК}^{(k)}/NI_{СК}^{(k)}$. Если приоритеты вычисляются на каждом шаге работы системы, который соответствует формированию одного СК, то фактически комплектуется только СК типа, обладающего наивысшим приоритетом из тех, что могут быть скомплектованы. При этом обеспечивается $N_{СК}^{(k)}/N \xrightarrow{N \rightarrow \infty} I_{СК}^{(k)}$, если, конечно, не «засоряются» накопители.

Описанный алгоритм, по существу, предназначен для текущей регулировки последовательности формирования СК таким образом, чтобы их число соответствовало расчетным значениям $NI_{СК}^{(k)}$, определенным по вероятностным характеристикам исходной совокупности деталей. В принципе этот алгоритм предназначен для

борьбы с «засорением» накопителей и стабилизации вероятностных характеристик деталей в них.

При одновариантном комплектовании на каждом этапе сборки также существует возможность формировать СК различных типов. Применение описанных приоритетных правил упрощается, так как нет многовариантного комплектования и нет необходимости оперировать весами Λ .

Описанный алгоритм работы системы можно дополнить элементами борьбы с динамическим незавершенным производством: из двух вариантов СК с равным или близким приоритетом следует комплектовать тот, который использует детали из более «населенных» групп в накопителе. Возможны также другие дополнения к алгоритмам комплектования, учитывающие различные частные обстоятельства и состояние накопительных систем.

Приведенные показатели качества и варьируемые переменные могут быть использованы для формулировки задач условной и безусловной оптимизации накопительных систем в постановках, аналогичных описанным в п. 2.6.

6.2. КОНВЕЙЕРНАЯ СЕЛЕКТИВНАЯ СБОРКА

Как уже отмечалось, конвейерная сборка (комплектование) предполагает первоначальное заполнение накопителей системы деталями и далее ее непрерывную работу, на каждом шаге (такте) которой поступают новые детали (возможны блокировка и возврат) и комплектуются СК, если это возможно. Наполнение и освобождение накопителей происходят одновременно.

Наиболее эффективным методом исследования подобных систем является имитационное моделирование, в рамках которого моделируются последовательности случайных событий: поступления деталей случайных размеров, формирования СК различных типов, образования брака и т. п. Имитационное моделирование как точная имитация последовательности реальных событий и ситуаций позволяет учесть любые особенности процесса комплектования и управления системой в целом.

Аналитические методы исследования подобных систем, как правило, используют различные упрощающие допущения и позволяют получить результаты в виде конечных формул лишь для достаточно простых задач. Преимущество аналитического результата — возможность исследовать влияние параметров и структуры на эффективность системы. Далее рассматриваются модели динамики систем комплектования, позволяющие, в частности, аналитически исследовать эффекты «засорения» накопителей.

Одновременное комплектование по всем параметрам. Пусть изделие формируется из двух деталей, возможно многопараметрических, методом групповой взаимозаменяемости. Задано одновариантное правило комплектования СК k -го типа из деталей

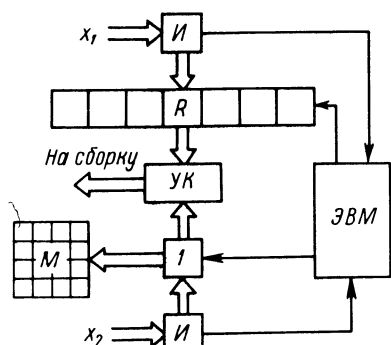


Рис. 6.3

k -х групп, т. е. таких, для которых $x_i \in X_i^{(k)}$, $i = 1, 2$. Систематическое незавершенное производство отсутствует, $I_1^{(k)} = I_2^{(k)} = I^{(k)}$, $k = \overline{1, l}$.

Система комплектования (рис. 6.3) включает в себя накопитель для деталей 1-го типа объемом R , доступ к каждой ячейке которого возможен в процессе комплектования, накопитель для деталей 2-го типа объемом 1, склад для возврата деталей 2-го типа объемом M , изымать детали из которого в

процессе комплектования невозможно, измерительные устройства $И$ и устройство комплектования $УК$. Управляет комплектованием управляющая ЭВМ, в памяти которой содержится текущая информация об адресах деталей 1-го типа в накопителе, принадлежащих той или иной селективной группе.

Предполагается, что блокировок потоков деталей 1-го и 2-го типов, а также возврата деталей 1-го типа нет. Возврат деталей 2-го типа (размещение на складе) осуществляется в случае их несорбки (невозможности комплектования).

В начале работы системы комплектования накопитель заполняется деталями 1-го типа. Затем по одной поступают детали 2-го типа. Если возможна сборка по заданному правилу комплектования пришедшей детали 2-го типа с одной из деталей 1-го типа в накопителе, изделие комплектуется и отправляется на сборку, в противном случае деталь 2-го типа пересылается на склад. Когда какая-либо ячейка накопителя для деталей 1-го типа освобождается, она сразу заполняется новой деталью со случайным значением параметров x_1 , при этом информация о номере группы этой детали и ее адресе в накопителе передается в ЭВМ. Таким образом работы системы считается интервал времени между приходами деталей 2-го типа. Время измеряется дискретно числом тактов t , которые система совершила с момента первоначального заполнения накопителя.

В процессе работы состояние системы, характеризующееся распределением деталей 1-го типа по селективным группам в накопителе, числом деталей 2-го типа на складе и вероятностью комплектования, изменяется. Практический интерес представляет выяснение рассматриваемых далее вопросов о том, приходит ли система в некоторое установившееся состояние за достаточно большой промежуток времени и как связана вероятность комплектования $P_{об}$ в этом состоянии с параметрами ее накопительной части (R и M).

Пусть первоначально $l = 2$. Назовем состоянием (n) накопителя такое состояние, при котором в нем содержится n деталей 1-го типа из 1-й селективной группы и $R - n$ — из 2-й. Тогда $P^{(t)}(n)$ — вероятность такого состояния на t -м такте, $P_{\text{сб}}^{(t)}$ — вероятность комплектования (сборки) изделия на t -м такте. Изменение вероятностей тех или иных состояний накопителя во времени описывается системой $R + 1$ уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} P^{(t)}(0) &= I^{(1)} I^{(2)} P^{(t-1)}(1) + I^{(1)} P^{(t-1)}(0) + (I^{(2)})^2 P^{(t-1)}(0); \\ &\dots \\ P^{(t)}(n) &= I^{(1)} [I^{(1)} P^{(t-1)}(n) + I^{(2)} P^{(t-1)}(n+1)] + \\ &+ I^{(2)} [I^{(1)} P^{(t-1)}(n-1) + I^{(2)} P^{(t-1)}(n)], \quad 0 < n < R; \\ &\dots \\ P^{(t)}(R) &= (I^{(1)})^2 P^{(t-1)}(R) + I^{(1)} I^{(2)} P^{(t-1)}(R-1) + \\ &+ I^{(2)} P^{(t-1)}(R). \end{aligned} \right. \quad (6.1)$$

$$P_{\text{CB}}^{(t)} = 1 - [I^{(1)}P^{(t-1)}(0) + I^{(2)}P^{(t-1)}(R)]. \quad (6.2)$$
[illegible]

С учетом условия нормировки $\sum_{n=0}^R P(n) = 1$ (накопитель всегда находится в одном из состояний) окончательно получаем

$$P(n) = \frac{1}{R+1}, \quad n = \overline{0, R}. \quad (6.4)$$

197

$$P_{\text{св}} = \frac{R}{R+1}. \quad (6.5)$$

Интересным и нетривиальным фактом является независимость установившейся вероятности $P_{\text{св}}$ от вида распределения параметров деталей (разумеется, если вероятности поступления деталей 1-го и 2-го типов из k -й группы $I_i^{(k)}$ совпадают). Формула (6.5) позволяет выбрать объем накопителя R так, чтобы вероятность комплектования была равной или не меньшей заданного значения. Если $R \rightarrow \infty$, то $P_{\text{св}} \rightarrow 1$.

Рассмотрим динамику заполнения склада деталями 2-го типа. В установившемся режиме деталь 2-го типа попадает на склад с вероятностью $q = 1 - P_{\text{св}} = 1/(R+1)$ на каждом такте.

Будем рассматривать только установившийся режим работы. Пусть s — отсчет времени от момента t_0 завершения переходного процесса в накопителе $s = t - t_0$, тогда за время s на склад поступит $\xi_s = \sum_{i=1}^s 1_i$ деталей 2-го типа, где

$$1_i = \begin{cases} 0 & \text{с вероятностью } 1 - q \\ 1 & \text{с вероятностью } q \end{cases} \quad \text{— индикатор поступления}$$

детали на склад в i -й момент времени. Математическое ожидание m_s и дисперсия σ_s^2 величины ξ_s зависят линейно от времени и связаны с вероятностью комплектования (6.5)

$$m_s = sq = \frac{s}{R+1}, \quad \sigma_s^2 = sq(1-q) = \frac{sR}{(R+1)^2}. \quad (6.6)$$

Для практических целей важен вопрос о том, каким должен быть объем склада M , чтобы за фиксированный интервал времени T (например, за смену) или, что то же самое, при T тактах комплектования склад не переполнился с заданной вероятностью α , т. е. $P_T(M) = P\{\xi_T \leq M\} = \alpha$.

Известно [7], что в серии из T испытаний по формуле Бернулли вероятность n исходов $1_i = 1$, $i = \overline{1, T}$ (т. е. $\xi_T = n$) есть

$$P\{\xi_T = n\} = C_T^n p^{T-n} q^n, \quad n = \overline{0, T}, \quad (6.7)$$

где $p = P_{\text{св}} = 1 - q$. Отсюда при $T \geq M$

$$P_T(M) = \sum_{n=0}^M C_T^n q^n p^{T-n} = p^T \sum_{n=0}^M \frac{T!}{n!(T-n)!} \left(\frac{q}{p}\right)^n. \quad (6.8)$$

При $T < M$ всегда $P_T(M) = 1$, так как за T тактов на склад может поступить не более T деталей. С учетом (6.5) вероятность того, что склад не переполнится, $P_T(M)$ (6.8) приводится к виду

$$P_T(M) = \left(\frac{R}{R+1}\right)^T \sum_{n=0}^M a_n, \quad (6.9)$$

где $a_n = C_T^n / R^n$, или в рекуррентной форме $a_{n+1} = \frac{T-n}{(n+1)R} a_n$, $a_0 = 1$. Рекуррентные выражения для членов ряда в (6.9) позволяют легко рассчитать необходимое значение M . В качестве объема склада выбирается минимальное целое M , при котором (6.9) $P_T(M) \geq \alpha$. Для упрощения расчетов по формуле (6.8) можно использовать приближение, справедливое при достаточно малых q ,

$$P_T(M) \approx e^{-Tq} \sum_{n=0}^M b_n, \quad (6.10)$$

где $b_n = (Tq)^n / n!$ или $b_{n+1} = (Tq/n) b_n$ и $b_0 = 1$.

При таких значениях T , когда $Tpq > 9$ и $1/(T+1) < q < T/(T+1)$, используется аппроксимация (6.8) интегралом вероятностей (ошибка не более 5% при любых M)

$$P_T(M) \approx \Phi[(M + 1/2 - Tq)/\sqrt{Tpq}]. \quad (6.11)$$

В этом случае значение M находится из выражения

$$M = u_\alpha \sqrt{Tpq} + Tq - 1/2, \quad (6.12)$$

где u_α — квантиль стандартного нормального распределения уровня α . Чем меньше допустимая вероятность α переполнения накопителя, тем больше u_α и тем больше необходимое значение объема накопителя M . Так, для $\alpha = 0,95$, $T = 900$ и $R = 9$ получаем $u_\alpha = 1,645$, $q = 0,1$, $p = 0,9$ и $M = 105$.

Перейдем к рассмотрению второго, более общего варианта задачи, когда число групп, на которые сортируются детали 1-го и 2-го типов, может быть больше двух, $l \geq 2$, и заданы вероятности поступления детали i -го типа из k -й группы $I^{(k)} \neq 0$, $k = \overline{1, l}$, равные для обеих деталей. Очевидно, $\sum_{k=1}^l I^{(k)} = 1$.

Под состоянием накопителя (n_1, \dots, n_l) понимается такое, при котором в нем содержится n_1 деталей 1-го типа из 1-й группы, n_2 — из 2-й и т. д. При этом $\sum_{k=1}^l n_k = R$. $P^{(t)}(n_1, \dots, n_l)$ — вероятность этого состояния на t -м такте.

Введем обозначения: $Q = (I^{(1)}, I^{(2)}, \dots, I^{(l)})^T$ — вектор вероятностей принадлежности деталей различным группам, \tilde{Q}_K — вектор Q , у которого элементы с номерами k из некоторого множества номеров $K \subset K_0 = \{k : k = \overline{1, l}\}$ заменены нулями, $\bar{K} = K_0 \setminus K$ — множество номеров ненулевых элементов, $P_K^{(t)}(n_k = 0, n_j > 0)$ — вероятность состояния накопителя, при котором на t -м такте детали 1-го типа из групп с номерами $k \in K$ в нем отсутствуют, $n_k = 0$, а с номерами $j \in \bar{K}$ присутствуют, $n_j > 0$; $A^{(t)}$ — матрица размера $l \times l$, зависящая от времени, с элементами $A_{kj}^{(t)} = P^{(t)}(n_1, \dots, n_{k-1}, n_k - 1, n_{k+1}, \dots, n_{j-1}, n_j + 1,$

$n_{l+1}, \dots, n_l)$. Диагональные элементы $A_{kk}^{(t)} = P^{(t)}(n_1, \dots, n_l)$, $k = \overline{1, l}$.

В принятых обозначениях система уравнений для вероятностей состояний накопителя имеет вид

$$\begin{cases} P^{(t)}(n_1, \dots, n_l) = Q^l A^{(t-1)} Q, n_k > 0, k = \overline{1, l}, \sum_{k=1}^l n_k = R, \\ P_K^{(t)}(n_k = 0, n_j > 0) = \tilde{Q}_K^T A^{(t-1)} Q + P_K^{(t-1)}(n_k = 0, n_j > 0) \sum_{k \in K} I^{(k)}, \\ n_k = 0, n_j > 0, k \in K, j \in \bar{K}, \sum_{j \in \bar{K}} n_j = R, K \subset K_0. \end{cases} \quad (6.13)$$

Вероятность комплектования на t -м такте определяется выражением

$$P_{\text{CB}}^{(t)} = 1 - \sum_{k=1}^l I^{(k)} \sum_{n_j, j=\overline{1, l}, j \neq k} P_K^{(t)}(n_k = 0, n_j \geq 0). \quad (6.14)$$

Так же, как и (6.1), система уравнений (6.13) имеет стационарное решение и все вероятности, стоящие в левой части (6.13), равны между собой. Действительно, подставляя вместо указанных вероятностей константу P , получаем

$$\begin{cases} P = Q^T E Q P; \\ P = P \tilde{Q}_K^T E Q + P \sum_{k \in K} I^{(k)}, K \subset K_0, \end{cases} \quad (6.15)$$

где E — матрица размера $l \times l$, все элементы которой равны единице; $Q^T E Q = 1$, так как $\sum_{k=1}^l I^{(k)} = 1$ и $\tilde{Q}_K^T E Q = \sum_{k \in \bar{K}} I^{(k)}$, откуда $\tilde{Q}_K^T E Q + \sum_{k \in K} I^{(k)} = 1$, следовательно, все равенства в (6.15) выполняются тождественно.

Число всех возможных состояний накопителя [и число уравнений системы (6.13)] есть C_{R+l-1}^R , поэтому установившаяся вероятность любого состояния из условия нормировки записывается в виде

$$P = \frac{(l-1)! R!}{(R+l-1)!}. \quad (6.16)$$

Установившаяся вероятность комплектования вычисляется по формуле (6.14) с учетом того, что число слагаемых в операциях суммирования равно C_{R+l-2}^k ,

$$P_{\text{CB}} = 1 - P \frac{(R+l-2)!}{(l-2)! R!} = \frac{R}{R+l-1}. \quad (6.17)$$

Величины (6.16) и (6.17) переходят в (6.4), (6.5) при $l = 2$. Увеличение числа групп при постоянном объеме накопителя приводит к снижению вероятности комплектования.

Формула (6.17) позволяет по заданному числу групп l и вероятности комплектования (равной вероятности сборки, если собираемость при заданных групповых допусках и правилах комплектования $P_1 = 1$) определить необходимый объем накопителя для продолжительной работы при принятом алгоритме функционирования системы

$$R = \frac{P_{CB}(l-1)}{1-P_{CB}}. \quad (6.18)$$

Аналогично (6.6) вероятностные характеристики состояния склада в установившемся режиме имеют вид

$$m_s = \frac{s(l-1)}{R+l-1}, \quad \sigma_s^2 = \frac{sR(l-1)}{(R+l-1)^2}, \quad (6.19)$$

а вероятность $P_T(M)$ того, что склад объемом M не переполнится за время T тактов работы в установившемся режиме, рассчитывается по выражению (6.8), где $p = R/(R+l-1)$ и $q = 1-p$. При заданном уровне указанной вероятности α приближенное значение этого объема находится по формуле (6.12).

Последовательное комплектование по параметрам. Рассмотрим комплектование изделий из двух деталей по двум независимым параметрам (x_{11}, x_{12}) для детали 1-го типа и (x_{21}, x_{22}) для детали 2-го типа также в условиях отсутствия систематического незавершенного производства и одновариантного комплектования.

Пусть по первому параметру детали сортируются на l_1 групп, а по второму — на l_2 групп. В зависимости от номера селективной группы по второму параметру деталь 1-го типа поступает в один из l_2 накопителей (рис. 6.4). Объемы накопителей, соответствующих номерам групп по второму параметру, равны r_j , $j = \overline{1, l_2}$ и в сумме составляют R . На рисунке через I_1 обозначено устройство, измеряющее первый параметр детали 1-го типа, а через I_2 — измеритель второго параметра детали 1-го типа. Как и ранее, детали 2-го типа поступают на комплектование поштучно, измеритель $I_{1,2}$ измеряет оба параметра детали, и вероятность прихода детали из j -й группы по второму параметру равна $\rho_j =$

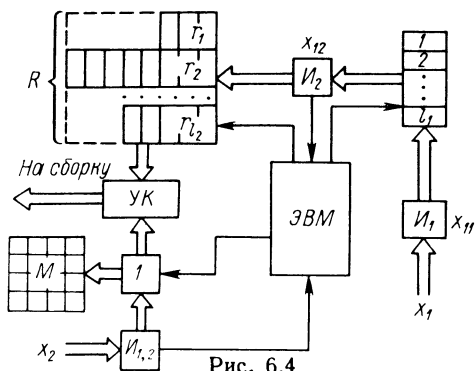


Рис. 6.4

$= \sum_{k=1}^{l_1} I^{(k), j}, \quad j = \overline{1, l_2}$. Полагается, что в случае комплектования детали 2-го типа с одной из деталей 1-го типа из j -го накопителя этот накопитель сразу пополняется из вспомогательного накопителя новой деталью 1-го типа с тем же номером группы по второму параметру.

Таким образом, нако-

питель детали 1-го типа состоит из двух автономных частей, каждая из которых представляет собой полностью разделенный накопитель по одному из параметров детали. При этом части накопителя по второму параметру имеют конечные объемы r_j , $j = \overline{1, l_2}$, в то время как l_1 частей накопителя по первому параметру имеют, по существу, неограниченный или достаточно большой объем, который предполагается достаточным для того, чтобы в накопителе по первому параметру всегда имелись детали для любой из l_2 групп накопителя по второму параметру. Только в этом случае возможен описанный режим работы, когда сразу после комплектования происходит необходимое пополнение накопителя по второму параметру.

Рассмотрим задачу оптимального выбора объемов накопителей r_j , $j = \overline{1, l_2}$ при условии, что их суммарный объем R фиксирован. Критерием оптимальности служит вероятность комплектования, которая для системы накопителей определяется по формуле, обобщающей (6.17),

$$P_{\text{св}} = \sum_{j=1}^{l_2} \rho_j \frac{r_j}{r_j + l_1 - 1}. \quad (6.20)$$

Можно показать, что задача оптимизации

$$P_{\text{св}}^* = \max_{r_j, j=\overline{1, l_2}} \left\{ P_{\text{св}} \left| \sum_{j=1}^{l_2} r_j = R \right. \right\} \quad (6.21)$$

имеет решение

$$r_j^* = B_j [R + l_2(l_1 - 1)] - l_1 + 1, \quad j = \overline{1, l_2}, \quad (6.22)$$

где $B_j = V_{\rho_j} \left(\sum_{k=1}^{l_2} V_{\rho_k} \right)^{-1}$ при условии, что выполнены неравенства

$$l_2(l_1 - 1)(V_{\rho_{\text{св}}}/V_{\rho_j} - 1) < R, \quad j = \overline{1, l_2}, \quad (6.23)$$

где $V_{\rho_{\text{св}}} = \frac{1}{l_2} \sum_{j=1}^{l_2} V_{\rho_j}$.

Условия (6.23) означают, что число групп по первому (l_1) и второму (l_2) параметрам, а также разброс вероятностей ρ_j при различных $j = \overline{1, l_2}$ не должны быть слишком велики. При нарушении (6.23) для некоторых j из системы исключаются накопители с этими номерами, так как комплектование деталей из этих групп снижает вероятность комплектования (6.20). Эту ситуацию можно трактовать и иначе — как задание слишком маленького суммарного объема накопительной системы R для комплектования деталей из всех групп.

Величины (6.22) в общем случае не являются целочисленными, поэтому в качестве оптимальных объемов r_j^* следует выбирать ближайшие к полученным целые числа.

Максимальная вероятность комплектования в установившемся режиме функционирования имеет значение

$$P_{\text{СВ}}^* = 1 - \frac{l_1 - 1}{R + l_2(l_1 - 1)} \sum_{k=1}^{l_1} \sum_{j=1}^{l_1} \sqrt{\rho_k \rho_j}. \quad (6.24)$$

В качестве примера зададим следующие значения параметров системы комплектования: $l_1 = 2$, $l_2 = 2$, $R = 10$, $\rho_1 = 0,2$, $\rho_2 = 0,8$. Тогда из (6.22) $r_1^* = 3$, $r_2^* = 7$ и $P_{\text{СВ}}^* = 0,85$, в то время как при равных объемах накопителей $r_1 = r_2 = 5$, $P_{\text{СВ}} = 0,83$. Использование вместо разделенного общего накопителя в этих условиях приводит к уменьшению вероятности комплектования $P_{\text{СВ}} = R/(R + l_1 l_2 - 1) = 0,77$.

Объем склада M для деталей 2-го типа во всех рассмотренных случаях рассчитывается по формуле (6.12) при $p = P_{\text{СВ}}$ и $q = 1 - p$. Информацию о номерах групп этих деталей на складе, содержащуюся в памяти ЭВМ, можно использовать для заказа на изготовление контрдеталей 1-го типа с нужными размерами, чтобы устранить незавершенное производство в случае, если детали 1-го типа можно изготовить с большей точностью, чем детали 2-го типа. При этом заказ целесообразно осуществлять не для каждой размерной группы деталей 2-го типа, а для некоторых их совокупностей с близкими номерами, например по методике, предложенной в работе [20].

Комплектовать изделия из многих деталей i -го типа, $i = \overline{1, m}$, также можно по схеме, изображенной на рис. 6.3, 6.4, с последовательным ее использованием (метод последовательного комплектования). Детали типов с 1-го по $(m - 1)$ -й содержатся в накопителях, а m -го типа подаются в систему поштучно. Вначале она комплектуется с деталью $(m - 1)$ -го типа, потом $(m - 2)$ -го и т. д. Каждый из $m - 1$ этапов комплектования характеризуется вероятностью $P_{\text{СВ } i}$, рассчитываемой по формулам (6.5), (6.17), (6.20) в зависимости от принятой схемы, и некоторыми объемами складов M_i (6.12) для недоукомплектованных СК. Вероятность комплектования изделия полностью $P_{\text{СВ}} = \prod_{i=1}^{m-1} P_{\text{СВ } i}$.

Анализ значений $P_{\text{СВ } i}$ позволяет установить необходимые объемы производства деталей того или иного типа. Так, если в единицу времени деталей m -го типа выпускается N_m штук, то на склад попадает в среднем $(1 - P_{\text{СВ } 1}) N_m$ этих деталей, а $P_{\text{СВ } 1} N_m$ комплектуется с деталями $(m - 1)$ -го типа. Следовательно, деталей $(m - 1)$ -го типа должно быть выпущено в среднем $P_{\text{СВ } 1} N_m$ в единицу времени. На втором этапе комплектования необходимо иметь $P_{\text{СВ } 2} P_{\text{СВ } 1} N_m$ деталей $(m - 2)$ -го типа за то же время и т. д.

Изложенное выше позволяет сделать следующие **выводы**.

1. Конвейерное комплектование пар деталей с накоплением одной из них и поштучной подачей другой, которая в случае

некомплектности отправляется на склад, не приводит к полному «засорению» накопителя и остановке всей системы. В периодических очистках накопителя такая схема не нуждается, если отсутствует систематическое незавершенное производство.

2. По окончании переходного процесса все возможные варианты состояния накопителя в такой системе становятся равновероятными независимо от распределения накапливаемых деталей по группам. Установившаяся вероятность комплектования $P_{СВ}$ зависит только от объема накопителя и числа групп детали 1-го типа.

3. При фиксированной вероятности комплектования необходимый объем полностью доступного накопителя системы линейно пропорционален числу селективных групп.

4. При использовании полностью разделенного накопителя по части параметров детали 1-го типа наблюдается более высокая вероятность комплектования, чем с применением полностью доступного накопителя того же объема. Этот эффект в рассмотренной задаче двухпараметрического комплектования связан с использованием предварительного накопителя достаточно большого объема, обеспечивающего заполнение полностью разделенного накопителя деталями с определенными значениями параметров.

6.3. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СЕЛЕКТИВНАЯ СБОРКА

Допустим, что, как и в п. 6.2, изделие формируется из деталей, в общем случае многопараметрических, с использованием одновариантного правила комплектования, так что СК k -го типа набирается из деталей, принадлежащих k -м селективным группам, $k = \overline{1, l}$.

Каждой из деталей i -го типа изделия соответствует полностью доступный накопитель объемом R_i , $i = \overline{1, m}$. Комплектование организовано следующим образом. На начальном этапе накопителя заполняются соответствующими деталями, при этом вероятность поступления детали i -го типа k -й группы есть $I_i^{(k)}$ (2.23), $\sum_{k=1}^l I_i^{(k)} = 1$. После заполнения накопителей комплектуются все возможные СК из деталей одноименных групп. Затем накопители освобождаются от оставшихся деталей («возврат» — см. рис. 6.2), заполняются новыми деталями из входного потока и вновь осуществляется комплектование. Этот процесс периодически повторяется.

Если возвращаемые из накопителей детали смешиваются с деталями входного потока, то искажаются вероятностные распределения параметров деталей этого потока по сравнению с исходными генеральными. Эти искажения нарастают со временем и могут привести к значительному падению числа комплектующих СК в каждом цикле комплектования. При полном изъятии остав-

шихся в накопителе деталей из сборочного процесса этого не происходит, распределения параметров деталей входного потока остаются неизменными (если, конечно, стабилен процесс их изготовления). В дальнейшем рассматривается один отдельный цикл заполнения накопителей и комплектования СК в условиях некоторых текущих значений плотностей вероятности параметров деталей $f_i(x_i)$, которые определяют вероятности $I_i^{(k)}$.

Вероятность заданного состояния накопителя. Пусть число селективных групп $l = 2$. В соответствии с обозначениями п. 6.2 $P(n)$ — вероятность такого состояния накопителя объема R , при котором в нем содержится n деталей 1-й селективной группы и $R - n$ — 2-й группы. Эта вероятность соответствует биномиальному распределению и определяется формулой

$$P(n) = C_R^n (I^{(1)})^n (I^{(2)})^{R-n} = \frac{R!}{n! (R-n)!} (I^{(1)})^n (I^{(2)})^{R-n}. \quad (6.25)$$

Пусть $l \geq 2$. Назовем состоянием $(n^{(1)}, n^{(2)}, \dots, n^{(l)})$ накопителя такое, при котором в нем содержится $n^{(1)}$ деталей из 1-й селективной группы, $n^{(2)}$ — из 2-й и т. д. При этом $\sum_{k=1}^l n^{(k)} = R$. Вероятности состояний $(n^{(1)}, n^{(2)}, \dots, n^{(l)})$ описываются полиномиальным распределением

$$P(n^{(1)}, \dots, n^{(l)}) = \frac{R!}{n^{(1)}! n^{(2)}! \dots n^{(l)}!} (I^{(1)})^{n^{(1)}} (I^{(2)})^{n^{(2)}} \dots (I^{(l)})^{n^{(l)}}. \quad (6.26)$$

Формула (6.26) дает распределение вероятностей различных состояний накопителя каждой из деталей, участвующих в сборочном процессе.

Характеристики качества работы системы комплектования при периодической сборке. В рассматриваемой задаче число СК, которые можно сформировать из деталей, находящихся в накопителях, оказывается величиной случайной. Наиболее полной вероятностной характеристикой цикла комплектования при периодической сборке является вероятность $P_{\text{сб}}(N_{\text{СК}})$ комплектования ровно $N_{\text{СК}}$ СК

$$P_{\text{сб}}(N_{\text{СК}}) = P \left\{ \sum_{k=1}^l \min_i n_i^{(k)} = N_{\text{СК}} \left| \sum_{k=1}^l n_i^{(k)} = R_i, \quad i = \overline{1, m} \right. \right\},$$

$$N_{\text{СК}} = \overline{0, N_{\text{СК}}^{\max}}, \quad (6.27)$$

где $N_{\text{СК}}^{\max} = \min_i R_i$ для общего случая различных по объему накопителей деталей i -го типа. Вероятность, стоящая в правой части (6.27), определяется как сумма вероятностей всех тех комбинаций

числа $n_i^{(k)}$ деталей в группах, для которых $\sum_{k=1}^l \min_i n_i^{(k)} = N_{CK}$,
 $\sum_{k=1}^l n_i^{(k)} = R_i, \quad i = \overline{1, m}$.

Вероятность произвольной комбинации $n_i^{(k)}$, для которых $\sum_{k=1}^l n_i^{(k)} = R_i, \quad i = \overline{1, m}$, определяется как произведение вероятностей (6.26) соответствующих состояний накопителей деталей i -го типа

$$P \{n_i^{(k)}, \quad k = \overline{1, l}, \quad i = \overline{1, m}\} = \prod_{i=1}^m P \{n_i^{(1)}, \dots, n_i^{(l)}\} = \\ = \prod_{i=1}^m \left[\frac{R_i!}{\prod_{k=1}^l n_i^{(k)}} \prod_{k=1}^l (I_i^{(k)})^{n_i^{(k)}} \right]. \quad (6.28)$$

Тогда вероятность $P_{CB}(N_{CK})$ комплектования N_{CK} СК имеет вид

$$P_{CB}(N_{CK}) = \sum_{N'} \prod_{i=1}^m \left[R_i! \prod_{k=1}^l \frac{(I_i^{(k)})^{n_i^{(k)}}}{n_i^{(k)}!} \right], \quad (6.29)$$

где множество N' указывает число $n_i^{(k)}$, $k = \overline{1, l}, \quad i = \overline{1, m}$, по которому ведется суммирование в (6.29). Это множество определяется условиями

$$\sum_{k=1}^l \min_i n_i^{(k)} = N_{CK}, \quad \sum_{k=1}^l n_i^{(k)} = R_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (6.30)$$

В случае, если собирают две детали, объемы накопителей равны, совпадают вероятности $I_1^{(k)} = I_2^{(k)} = I^{(k)}$ и число селективных групп $l = 2$, то вероятность комплектования N_{CK} записывается в явной форме

$$P_{CB}(N_{CK}) = \sum_{n_2^{(1)}=0}^R P(n_2^{(1)}) P \left\{ \sum_{k=1}^2 \min \{n_1^{(k)}, n_2^{(k)}\} = N_{CK} \mid n_2^{(1)} \right\}, \quad (6.31)$$

где

$$P \left\{ \sum_{k=1}^2 \min \{n_1^{(k)}, n_2^{(k)}\} = N_{CK} \mid n_2^{(1)} \right\} = \\ = \begin{cases} P \{n_1^{(1)} = n_2^{(1)}\} \text{ при } N_{CK} = R, \\ \left\{ \begin{array}{l} P \{n_1^{(1)} = n_2^{(1)} + R - N_{CK}\}, \quad 0 \leq n_2^{(1)} \leq N_{CK} + \\ 0, \quad n_2^{(1)} > N_{CK} \end{array} \right. \\ + \left\{ \begin{array}{l} P \{n_1^{(1)} = n_2^{(1)} + N_{CK} - R\}, \quad R - N_{CK} \leq n_2^{(1)} \leq R, \\ 0, \quad n_2^{(1)} < R - N_{CK} \end{array} \right. \\ \text{при } N_{CK} < R; \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
P \{n_1^{(1)} = n_2^{(1)}\} &= \frac{R!}{n_2^{(1)}! (R - n_2^{(1)})!} (I^{(1)})^{n_2^{(1)}} (1 - I^{(1)})^{R - n_2^{(1)}}; \\
P \{n_1^{(1)} = n_2^{(1)} + R - N_{\text{СК}}\} &= \frac{R!}{(n_2^{(1)} + R - N_{\text{СК}})! (N_{\text{СК}} - n_2^{(1)})!} \times \\
&\times (I^{(1)})^{n_2^{(1)} + R - N_{\text{СК}}} (1 - I^{(1)})^{N_{\text{СК}} - n_2^{(1)}}; \\
P \{n_1^{(1)} = n_2^{(1)} + N_{\text{СК}} - R\} &= \frac{R!}{(n_2^{(1)} + N_{\text{СК}} - R)! (2R - N_{\text{СК}} - n_2^{(1)})!} \times \\
&\times (I^{(1)})^{n_2^{(1)} + N_{\text{СК}} - R} (1 - I^{(1)})^{2R - N_{\text{СК}} - n_2^{(1)}}, \quad (6.32)
\end{aligned}$$

вероятность $P(n_2^{(1)})$ определяется формулой (6.25).

При произвольном числе деталей m , входящих в изделие, и селективных групп l вероятность комплектования $N_{\text{СК}}$ СК (6.29) может быть получена численно перебором всех комбинаций значений $n_i^{(k)}$ с одновременной проверкой условий (6.30).

Перебор числа деталей в группах $n_i^{(k)}$ может осуществляться таким образом, чтобы второе из условий (6.30) всегда выполнялось автоматически. Это условие соответствует набору возможных состояний $(n_i^{(1)}, n_i^{(2)}, \dots, n_i^{(l)})$ полностью заполненного накопителя детали i -го типа, $i = \overline{1, m}$. Для полного перебора состояний i -го накопителя их необходимо упорядочить и пронумеровать. Это можно сделать, например, следующим образом.

Состояние накопителя	Номер состояния j_i
$(0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ R_i)$	1
$(0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ R_i - 1)$	2
$(0 \ 0 \ \dots \ 0 \ R_i - 1 \ 1)$	R_i
$(0 \ 0 \ \dots \ 0 \ R_i \ 0)$	$R_i + 1$
$(0 \ 0 \ \dots \ 1 \ 0 \ R_i - 1)$	$R_i + 2$
$(0 \ 0 \ \dots \ 1 \ 1 \ R_i - 2)$	$R_i + 3$
$(0 \ 0 \ \dots \ 1 \ R_i - 1 \ 0)$	$2R_i + 1$
$(0 \ 0 \ \dots \ 2 \ 0 \ R_i - 2)$	$2R_i + 2$
$(R_i \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0)$	$\frac{(R_i + l - 1)!}{R_i! (l - 1)!}$

Указанное взаимно однозначное соответствие между состоянием i -го накопителя и номером j_i этого состояния для $R_i > l$ устанавливается соотношением

$$j_i = 1 + \sum_{k=1}^{l-1} \begin{cases} n_i^{(k)} \\ \sum_{s=1}^{n_i^{(k)}} C_{r_i^{(k,s)} + l - k - 1}^{r_i^{(k,s)}}; & n_i^{(k)} > 0; \\ 0, & n_i^{(k)} = 0; \end{cases}$$

$$r_i(k, s) = R_i - s + 1 - \begin{cases} \sum_{t=1}^{k-1} n_i^{(t)}, & k > 1; \\ 0, & k = 1, j_1 = 1, j_i^{\max}, j_i^{\max} = C_{R_i + l - 1}^{R_i}, i = \overline{1, m}, \end{cases} \quad (6.33)$$

где число $n_i^{(k)}$ удовлетворяет условию $\sum_{k=1}^l n_i^{(k)} = R_i$.

Отсюда

$$P_{\text{СВ}}(N_{\text{СК}}) = \sum_{j_1=1}^{j_1^{\max}} \sum_{j_2=1}^{j_2^{\max}} \dots \sum_{j_m=1}^{j_m^{\max}} \prod_{i=1}^m \left(R_i! \prod_{k=1}^l \frac{(I_i^{(k)})^{n_i^{(k)}}}{n_i^{(k)}!} \right),$$

$$j_i^{\max} = \frac{(R_i + l - 1)!}{R_i! (l - 1)!}, \quad N_{\text{СК}} = 0, N_{\text{СК}}^{\max}, \quad (6.34)$$

где суммирование ведется по j_i , для которых $\sum_{k=1}^l \min_i n_i^{(k)} = N_{\text{СК}}$.

Чтобы найти полный набор вероятностей комплектования $N_{\text{СК}}$ СК (6.34) при $N_{\text{СК}} = 0, 1, \dots, N_{\text{СК}}^{\max}$, можно использовать простой алгоритм.

1. Для фиксированной совокупности номеров состояний накопителей j_1, j_2, \dots, j_m находится совместная вероятность этих состояний по формуле (6.28).

2. Определяется число скомплектованных СК в соответствии с соотношением $N_{\text{СК}} = \sum_{k=1}^l \min_i n_i^{(k)}$.

3. Найденная вероятность прибавляется к накопленной ранее сумме вероятностей, соответствующей данному значению $N_{\text{СК}}$.

4. Формируется следующая по порядку совокупность номеров j_1, j_2, \dots, j_m , и расчет повторяется с п. 1.

Расчет заканчивается, когда будут просмотрены все возможные сочетания номеров $j_i = 1, j_i^{\max}$ для $i = \overline{1, m}$. Накопленные суммы вероятностей, соответствующие различным $N_{\text{СК}} = 0, N_{\text{СК}}^{\max}$, дают вероятности комплектования $P_{\text{СВ}}(N_{\text{СК}})$.

На рис. 6.5 представлены распределения вероятностей комплектования $N_{\text{СК}}$ СК для $m = 2$, равных объемов накопителей $R_1 = R_2 = R$ и равных вероятностей поступления детали k -й селективной группы $I_1^{(k)} = I_2^{(k)} = I^{(k)}$, $k = \overline{1, l}$. Кривая 1 соответствует двум селективным группам, $l = 2$; $I^{(1)} = 1/3$, $I^{(2)} = 2/3$, $R = 2$; кривая 2 — то же для $R = 3$, кривая 3 — $R = 5$ и кривая 4 — $R = 8$. Кривые 5—8 построены для тех же объемов накопителей (соответственно $R = 2, 3, 5$, и 8), но при большем числе групп $l = 5$ и вероятностях $I^{(1)} = I^{(5)} = 0,08$; $I^{(2)} = I^{(4)} = 0,24$; $I^{(3)} = 0,38$.

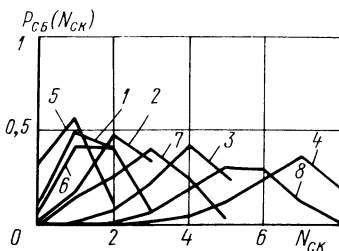


Рис. 6.5

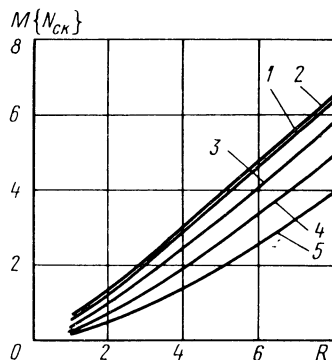


Рис. 6.6

Другая характеристика работы системы комплектования в одном цикле — математическое ожидание числа скомплектованных СК $P_{сб}(N_{СК})$. По сравнению с распределением вероятностей числа скомплектованных СК $P_{сб}(N_{СК})$ математическое ожидание $M\{N_{СК}\}$ этой случайной величины является менее информативной характеристикой, поскольку не описывает, в частности, масштаб возможных отклонений $N_{СК}$ от $M\{N_{СК}\}$, однако в ряде случаев более удобной для использования.

С учетом (6.28) выражение для $M\{N_{СК}\}$ записывается в виде

$$\begin{aligned}
 M\{N_{СК}\} &= \sum_{n_i^{(k)}} P\{n_i^{(k)}, k = \overline{1, l}, i = \overline{1, m}\} \times \\
 &\quad \times \sum_{k=1}^l \min\{n_i^{(k)}\} = \\
 &= \prod_{i=1}^m (R_i!) \sum_{n_i^{(k)}, k = \overline{1, l}, i = \overline{1, m}} \prod_{i=1}^m \left(\prod_{k=1}^l \frac{(I_i^{(k)i})^{n_i^{(k)}}}{n_i^{(k)}!} \right) \times \\
 &\quad \times \sum_{k=1}^l \min\{n_i^{(k)}\}, \tag{6.35}
 \end{aligned}$$

где суммирование $\sum_{n_i^{(k)}, k = \overline{1, l}, i = \overline{1, m}} (\cdot)$ ведется по всем $n_i^{(k)}$, для

которых $\sum_{k=1}^l n_i^{(k)} = R_i$.

Если все состояния полностью заполненных накопителей пронумерованы в соответствии с (6.33), то (6.35) принимает вид

$$M\{N_{СК}\} = \prod_{i=1}^m (R_i!) \sum_{j_1=1}^{j_1^{\max}} \cdots \sum_{j_m=1}^{j_m^{\max}} \prod_{i=1}^m \prod_{k=1}^l \left(\frac{(I_i^{(k)})^{n_i^{(k)}}}{n_i^{(k)}!} \right) \times \\ \times \sum_{k=1}^l \min_i \{n_i^{(k)}\}. \quad (6.36)$$

Чтобы найти математическое ожидание $M\{N_{СК}\}$, можно использовать приведенный алгоритм для определения $P_{СВ}(N_{СК})$, в котором третий шаг заменен на следующий.

3. Найденная вероятность умножается на $N_{СК}$ и прибавляется к ранее накопленной сумме (6.36).

После окончания расчета накопленная сумма дает математическое ожидание числа скомплектованных СК $M\{N_{СК}\}$ в одном цикле работы системы комплектования.

На рис. 6.6 приведены зависимости математического ожидания $M\{N_{СК}\}$ от объема накопителя R при различном числе селективных групп l в условиях, когда число типов деталей $m = 2$, объемы их накопителей равны $R_1 = R_2 = R$ и равны вероятности поступления деталей из k -й селективной группы, $I_1^{(k)} = I_2^{(k)} = I^{(k)}$, $k = \overline{1, l}$. Кривая 1 соответствует случаю $l = 2$, $I^{(1)} = I^{(2)} = 1/2$; кривая 2 — $l = 2$, $I^{(1)} = 1/3$, $I^{(2)} = 2/3$; кривые 3—5 построены соответственно для $l = 3, 5, 8$ при равных вероятностях $I^{(k)} = 1/k$, $k = \overline{1, l}$.

В целом следует отметить снижение математического ожидания числа скомплектованных СК при выравнивании вероятностей $I^{(k)}$, $k = \overline{1, l}$, между собой (т. е. при $I^{(k)} \approx 1/k$, $k = \overline{1, l}$) и прочих равных условиях. Очевидным результатом является возрастание $M\{N_{СК}\}$ при увеличении R и уменьшении l .

Приближенные вычисления. С увеличением значений R , l и m записанные формулы приводят к весьма трудоемким вычислениям. Так, при $R_i = l = 8$ число состояний i -го накопителя $j_i^{\max} = 6435$, а число шагов алгоритма вычисления $P_{СВ}(N_{СК})$, $N_{СК} = 0$, $N_{СК}^{\max}$ для $m = 2$ превосходит $4 \cdot 10^7$.

В этом случае целесообразно воспользоваться асимптотическими представлениями для вероятностей (6.25), (6.26) и ограничиться вычислением математического ожидания и дисперсии случайного числа комплектов $N_{СК}$.

Поясним имеющиеся здесь возможности. Рассмотрим общий случай одновариантного комплектования. Для каждой детали i -го типа в накопителе объемом R_i число деталей $n_i^{(k)}$ k -й селек-

тивной группы в соответствии с (6.25) и (6.26) имеет биномиальное распределение

$$P_i(n_i^{(k)}) = C_{R_i}^{n_i^{(k)}} (I_i^{(k)})^{n_i^{(k)}} (1 - I_i^{(k)})^{R_i - n_i^{(k)}}. \quad (6.37)$$

Асимптотически при больших R_i и $R_i I_i^{(k)}$ ($R_i I_i^{(k)} > 5 \div 10$) распределение (6.37) эквивалентно гауссовскому [7]

$$P_i(n_i^{(k)}) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} \Delta u, \\ u = \frac{n_i^{(k)} - R_i I_i^{(k)}}{\sqrt{R_i I_i^{(k)} (1 - I_i^{(k)})}}, \quad \Delta u = \frac{1}{\sqrt{R_i I_i^{(k)} (1 - I_i^{(k)})}}. \quad (6.38)$$

Чтобы определить среднее число СК k -го типа, необходимо вычислить математическое ожидание $M\{N_{СК}^{(k)}\}$, $N_{СК}^{(k)} = \min_{i=\overline{1, m}} n_i^{(k)}$, что можно сделать с привлечением результатов теории порядковых статистик [6]. Если случайные величины $n_i^{(k)}$, $i = \overline{1, m}$, расположить в порядке возрастания их значений и обозначить $n_{(1)}^{(k)}$, $n_{(2)}^{(k)}$, ..., $n_{(m)}^{(k)}$, то $n_{(j)}^{(k)}$ называются j -й порядковой статистикой в выборке объемом m . В этих терминах наименьшая из величин $n_i^{(k)}$ есть 1-я порядковая статистика $\min_i n_i^{(k)} = n_{(1)}^{(k)}$. Для любой из порядковых статистик могут быть записаны формулы для распределений и моментов, расчеты по которым, правда, довольно сложны.

Пусть выполнены условия $R_i = R$, $I_i^{(k)} = I^{(k)}$, $i = \overline{1, m}$; тогда в предположении, что для значений $n_i^{(k)}$ справедливо гауссовское распределение (6.38), можно записать

$$M\{N_{СК}^{(k)}\} = R I^{(k)} + \chi_1(m) \sqrt{R I^{(k)} (1 - I^{(k)})}, \\ \sigma\{N_{СК}^{(k)}\} = \chi_2(m) \sqrt{R I^{(k)} (1 - I^{(k)})}. \quad (6.39)$$

Значения коэффициентов $\chi_1(m)$ и $\chi_2(m)$ приведены ниже [6]:

m	...	1	2	3	4	5
χ_1	...	0	-0,564	-0,846	-1,029	-1,163
χ_2	...	1	0,826	0,748	0,701	0,668

m	...	6	7	8	9	0
χ_1	...	-1,267	-1,352	-1,424	-1,485	-1,539
χ_2	...	0,645	0,627	0,611	0,595	0,586

Величины $R I^{(k)} = M\{n_i^{(k)}\}$ использовались в гл. 2 для оценки собираемости СК. При этом, однако, учитывалось только среднее число деталей в различных селективных группах. Формулы (6.39) показывают, к чему приводит учет сопоставления реального случайного числа различных деталей. Математическое ожидание

числа комплектов уменьшается по сравнению со значением $RM \{n_i^{(k)}\}$. Масштаб этого уменьшения определяется коэффициентом $\chi_1(m)$, отрицательные значения которого убывают с ростом числа m деталей в СК. Интересно, что среднеквадратичное отклонение $\sigma \{N_{СК}^{(k)}\}$ в этой ситуации убывает по сравнению со среднеквадратичным отклонением каждой из величин $n_i^{(k)}$, $\sigma \{n_i^{(k)}\} = \sqrt{RI^{(k)}(1 - I^{(k)})}$.

Математическое ожидание общего числа СК в соответствии с (6.39) определяется по формуле

$$M \{N_{СК}\} = R \sum_{k=1}^l \left(I^{(k)} + \chi_1(m) \sqrt{R^{-1}I^{(k)}(1 - I^{(k)})} \right). \quad (6.40)$$

Не учитывая взаимной корреляции величин $N_{СК}^{(k)}$, для среднеквадратичного значения числа СК в соответствии с (6.39) получаем

$$\sigma \{N_{СК}\} \approx \chi_2(m) \sqrt{R \sum_{k=1}^l I^{(k)}(1 - I^{(k)})}. \quad (6.41)$$

Формулы (6.39)—(6.41) можно использовать для определения объемов накопителей, достаточных для гарантированного комплектования нужного числа СК в одном цикле периодической сборки.

СБОРКА ПЛУНЖЕРНОЙ ПАРЫ ДИЗЕЛЬНОГО ТОПЛИВНОГО НАСОСА МЕТОДОМ ГРУППОВОЙ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТИ

7.1. НАЗНАЧЕНИЕ, КОНСТРУКЦИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ РУЧНОЙ СБОРКИ ПЛУНЖЕРНОЙ ПАРЫ

Развитие дизелестроения, в последние годы наблюдающееся во многих странах, приводит к необходимости значительно расширять производство дизельной топливной аппаратуры. Особое значение эта проблема приобретает в связи с широким внедрением дизелей в автомобильном транспорте.

Специфика производства дизельной топливной аппаратуры заключается в необходимости массового выпуска прецизионных пар, отличающихся высокими требованиями к точности формы, качеству поверхности и точности выходных параметров. Необходимость обеспечивать эти требования объясняется функциональным назначением прецизионных узлов: созданием герметичных уплотнений для подачи и распыливания топлива.

Характерными примерами таких прецизионных узлов служат плунжерная пара топливного насоса высокого давления и распылитель форсунки, производство которых отличается высокой трудоемкостью сборочных и доводочных работ. Завершающие книгу главы посвящены рассмотрению проектирования конкретных процессов сборки этих прецизионных узлов.

Некоторое предварительное описание плунжерной пары и задачи сборки было уже сделано в примере 1.1. Здесь подробно изложены задачи построения сложных математических моделей и оптимизации сборки на основе реальных исходных данных, полученных при содействии НПО ЦНИТА (Ленинград).

Полученные в главе результаты не следует рассматривать как конечные рекомендации для внедрения, поскольку исходный статистический материал был недостаточным. Принципиально важны описываемые методы построения вероятностных моделей и их использование в рамках развитого в книге общего подхода для проектирования процесса сборки.

Плунжерная пара представляет собой основную часть дизельного топливного насоса и служит для всасывания топлива из полости низкого давления насоса и циклического нагнетания

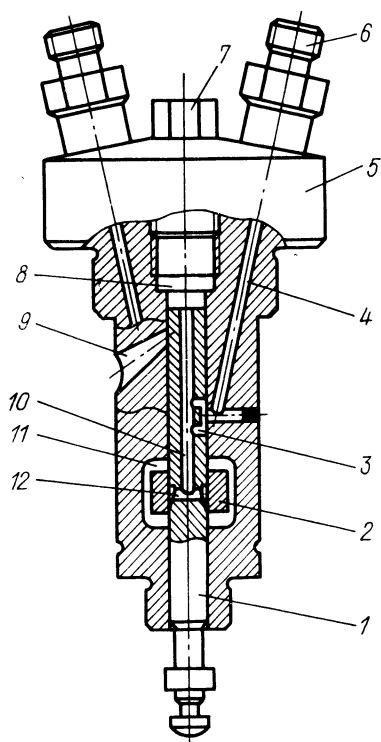


Рис. 7.1

строغو дозированньх его порций под высоким давлением (до 10^8 Па в импульсе) в трубопроводы, связанные с топливными форсунками двигателя.

Плунжерная пара насоса НД-21/2-4 состоит из трех основных деталей: втулки, плунжера и дозатора, изготовление и сборка которых представляют наибольшие трудности. Эскиз (рис. 7.1) дает представление о ее внутреннем устройстве. В верхней части втулки расположена головка 5, на которой устанавливаются штуцеры топливопроводов высокого давления с нагнетательными клапанами 6, соединенные распределительными каналами 4 с внутренней полостью втулки, и пробка 7, герметизирующая сверху внутреннюю полость. В нижней части втулки имеется прямоугольное сквозное отверстие 11 для отвода топлива после отсечки, в котором размещен дозатор 2, надетый на плунжер 1 и имеющий некоторую свободу перемещения вдоль оси плунжера. Впускные

отверстия 9, расположенные на боковой поверхности втулки, соединяют ее внутреннюю полость с полостью низкого давления насоса. Вдоль оси плунжера проходит центральное отверстие 10, связывающее надплунжерное пространство втулки 8 с распределительным пазом плунжера 3 и отсечным пазом треугольного профиля 12.

При функционировании насоса плунжер совершает возвратно-поступательные движения вдоль своей оси. Движение плунжера вниз приводит к открытию впускных отверстий, через которые топливо из полости низкого давления насоса всасывается в надплунжерное пространство. При этом отсечной паз 12 перекрывается дозатором, фиксированным в определенном положении внутри сквозного отверстия втулки, а нагнетательные клапаны запирают каналы 4. При движении плунжера вверх впускные отверстия перекрываются, топливо сжимается в надплунжерном пространстве и подается к распределительному пазу 3, который при вращении плунжера поочередно соединяет распределительные каналы во втулке с надплунжерным пространством. Под действием высокого давления нагнетательные клапаны открываются и про-

пускают порцию топлива в топливопроводы высокого давления, связанные с форсунками. Дальнейшее движение плунжера вверх ведет к открытию отсечного паза 12 в полость низкого давления насоса. Давление в надплунжерном пространстве резко падает, и подача топлива к форсункам прекращается. Затем весь цикл повторяется. Объем порции топлива, нагнетаемого в топливопроводы за один период движения плунжера, а следовательно, и производительность насоса регулируются положением дозатора в отверстии втулки.

Уплотнение между трущимися деталями в плунжерной паре, предохраняющее от паразитных утечек топлива, достигается за счет того, что зазоры между сопряженными поверхностями втулки, дозатора и плунжера малы. Диаметральные зазоры в сопряжении плунжер—втулка имеют порядок 1—2 мкм, а в соединении плунжер—дозатор — 0,2—1,2 мкм. Таким образом, внутренние цилиндрические поверхности втулки и дозатора и наружная цилиндрическая поверхность плунжера являются прецизионными. Длина соответствующих поверхностей втулки и плунжера составляет около 55 мм, а дозатора — 9 мм при диаметре плунжера 8 мм.

Рассмотрим теперь технологический процесс ручной сборки плунжерных пар. После проведения окончательных доводочных операций прецизионные детали плунжерной пары поступают на позицию контроля погрешностей формы. У плунжера контролируется огранка цилиндрической поверхности вблизи рабочего торца на оптикаторе (цена деления 0,1 мкм), который оснащен приводом для вращения плунжера, базирующегося в призме. Значение огранки определяется как размах показаний оптикатора при повороте плунжера вокруг своей оси на 360°. Допуск на огранку плунжера составляет 0,4 мкм. Втулка контролируется по двум параметрам: прямолинейности оси и конусности прецизионной поверхности. Допуски для них равны соответственно 0,75 и 1 мкм, причем конусность определяется как разность диаметров в нижнем и верхнем сечениях втулки и должна быть положительной. Обратная конусность не допускается. Конусность измеряется на ротаметре с ценой деления 0,2 мкм. Отклонение от прямолинейности оси втулки определяется как половина размаха показаний прибора ЦНИТА 82127 (цена деления 0,2 мкм), оснащенного приводом для вращения втулки, надетой на оправку, при повороте втулки вокруг своей оси на 360°. Погрешности формы дозатора контролируются на приборе ЦНИТА 8243 с ценой деления 0,2 мкм. Измеряемыми параметрами являются конусность и отклонение от круглости внутренней поверхности дозатора. Допуски для них равны 0,3 мкм.

Детали, прошедшие контроль погрешностей формы прецизионных поверхностей, направляются на участок сборки, где предварительно их сортируют на размерные группы по одному размеру — диаметру в среднем сечении (сечения 2 на рис. 7.2). Тех-

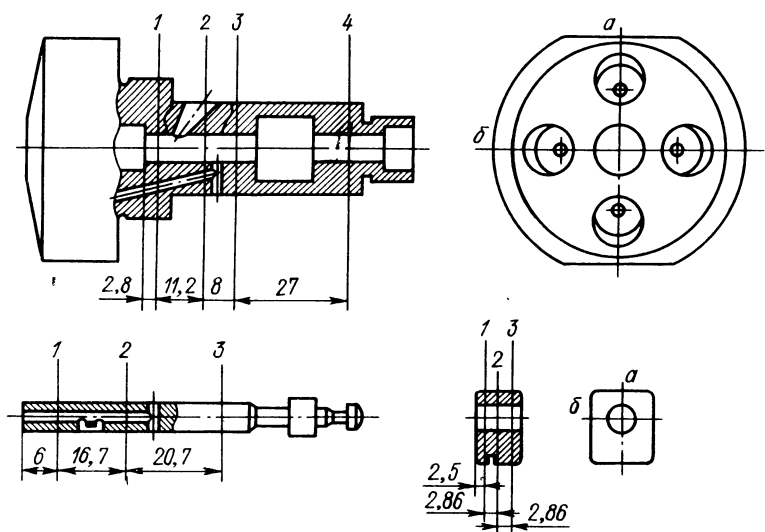


Рис. 7.2

нологией предусматривается разбиение всего поля допуска измеряемого диаметра каждой из деталей, значение которого составляет 0,025 мм, на 50 групп с групповым допуском 0,5 мкм. Это обеспечивает отклонение зазора между сопрягаемыми поверхностями от середины поля допуска при сборке деталей из одноименных групп не более чем на 0,5 мкм. Однако реально число групп достигает 100 и более. Это связано с тем, что при повторных доводках деталей, отбракованных при контроле погрешностей формы и при выходном контроле узлов в ОТК, их размеры начинают выходить за поле допуска. При этом диаметры втулок и дозаторов увеличиваются, а плунжеров — уменьшаются. Поскольку чаще всего недопустимыми дефектами формы обладают втулки, именно они определяют выход основного размера за поле допуска в большую сторону, что приводит к появлению деталей, относящихся к группам с номерами, большими 50-ти. Точность изготовления плунжеров и дозаторов существенно выше, чем втулок. Так, при фиксированной настройке станков, на которых изготавливаются плунжеры, их диаметры имеют разброс не более ± 3 мкм. Для дозаторов этот показатель несколько хуже. Это позволяет изготавливать плунжеры и дозаторы «на заказ» к некомплектным втулкам, меняя настройку станков, и сводить к минимуму объем незавершенного производства ценой расширения поля рассеяния размеров деталей и увеличения числа групп.

Установлены следующие размеры, определяющие нижнее предельное отклонение первой размерной группы: для плунжеров — 8,0047 мм, для втулок — 8,0063 мм и для дозаторов — 8,0053 мм. Поскольку групповые допуски для всех деталей одинаковы

(0,5 мкм), средние зазоры в собранных узлах постоянны и равны 1,6 мкм между плунжером и втулкой и 0,6 мкм между плунжером и дозатором.

Детали на группы сортируют на основании измерений, производимых вручную при температуре окружающего воздуха $20 \pm 3^\circ\text{C}$. Диаметры втулок и дозаторов измеряют на приборах ЦНИТА 8243, оснащенных соответствующими оправками, плунжеров — на опикаторах.

Детали собирают вручную последовательно, подбирая к втулке подходящий плунжер, а затем к плунжеру — дозатор. Качество сборки на этом этапе сборщицы определяют интуитивно на основании собственного опыта. Узлы собирают с возможно меньшими зазорами в сопряжениях, но так, чтобы сохранить относительную подвижность деталей. Поскольку при сортировке деталей погрешности их формы, сравнимые по размерам с требуемыми зазорами, не учитываются, детали из одноименных групп далеко не всегда могут быть качественно собраны. Это приводит к необходимости подбирать детали из соседних и даже более далеких групп. В среднем каждая сборщица делает около шести попыток подобрать сопрягаемые детали.

После установки и затяжки штуцеров и пробки собранные узлы направляют на промывку и гидроиспытания. При промывке плунжерной пары определяют подвижность плунжера по так называемому самоопусканию: плунжер должен опускаться под действием собственного веса во втулке, перевернутой головкой вниз, при любом угловом положении относительно своей оси и наклоне $20\text{--}45^\circ$ к вертикали при выдвижении его на 10—15 мм и поднятом вверх дозаторе. Если самоопускания нет, плунжерные пары проходят притирку с алмазной пастой, которую следует рассматривать как явление весьма нежелательное, поскольку она выполняется вручную и достаточно трудоемка, ухудшает качество прецизионных поверхностей, увеличивает зазор главным образом вблизи рабочего торца плунжера, частицы абразива, остающиеся в зазоре, способствуют быстрому изнашиванию плунжерной пары при ее эксплуатации. Отсутствие самоопускания плунжера вызывается как стремлением сборщиц комплектовать более плотные пары с целью гарантировать необходимую гидроплотность узлов, так и деформациями втулок при затяжке штуцеров и пробок. Число узлов, проходящих притирку, достигает 50% от общего объема их выпуска.

После промывки все плунжерные пары проходят гидроиспытания на гиревых стендах. Через штуцер и систему каналов втулки и плунжера дизельное топливо под высоким давлением подается в надплунжерное пространство. Дозатор при этом фиксируется в положении, при котором он перекрывает отсечной паз плунжера. Через зазоры между втулкой и плунжером, плунжером и дозатором топливо постепенно вытекает наружу, и давление в гидросистеме стенда падает. С помощью секундомера и манометра

регистрируется время изменения давления от 35 до 25 МПа. Годными считаются плунжерные пары, у которых гидроплотность (т. е. время падения давления) не менее 8 с. Узлы с неудовлетворительной гидроплотностью раскомплектовывают и отправляют на переборку или так называемое «освежение» (т. е. повторную доводку) прецизионных поверхностей. В среднем по результатам гидроиспытаний забраковывается (возвращается) около 12% плунжерных пар [17].

7.2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО АВТОМАТИЧЕСКОГО КОМПЛЕКТОВАНИЯ ПЛУНЖЕРНЫХ ПАР

Изложенная в п. 7.1 технология сборки плунжерных пар имеет ряд существенных недостатков, главный из которых — необходимость использовать на всех этапах ручной труд. Отсутствие информации о геометрии зазоров в сопряжениях при ручном комплектовании узлов вынуждает сборщицу занижать средние зазоры между подбираемыми деталями, что, однако, не гарантирует удовлетворительной гидроплотности соединения, но, главное, приводит к необходимости применять нежелательную операцию притирки плунжерных пар. Контроль погрешностей формы не совмещен с сортировкой деталей на группы, и информация об отклонениях формы деталей безвозвратно утрачивается. Все эти недостатки приводят к снижению производительности сборочного процесса и качества выпускаемых изделий и могут быть устранены при рациональной организации автоматической (или автоматизированной) сборки.

Методика решения задачи и принятые допущения. Ранее предпринималась попытка автоматизировать процесс комплектования плунжерных пар рассматриваемого типа [11], однако промышленного применения разработанная система не получила. Основной причиной этого явилась весьма низкая собираемость (15%) скомплектованных с помощью ЭВМ плунжерных пар, а также ряд конструктивных и организационных просчетов. При проектировании указанной системы предполагалось, что автоматическое комплектование будет производиться на основании той же измерительной информации, что и при сборке вручную, следовательно, не были учтены дополнительные факторы, которые обуславливаются отсутствием человека в сборочном процессе с его способностью к накоплению опыта. Малая информативность измеряемых параметров деталей не позволила осуществлять сборку достаточно большого числа годных изделий с одной попыткой комплектования.

Таким образом, автоматизация сборки плунжерных пар требует проведения серьезных предварительных исследований, цель которых — выяснить, при каких условиях при автоматическом комплектовании может быть достигнута приемлемая (максималь-

ная) собираемость узлов, отвечающих требованиям к качеству и не проходящих операцию притирки, какими должны быть параметры такой системы (производительность, точность измерительных средств, объем накопителей и т. д.). Для достижения этой цели решаются следующие задачи:

дается математическая формулировка задачи оптимизации комплектования по интересующим параметрам (групповым допускам, числу групп, правилам комплектования, порогам отбраковки деталей и т. п.) в терминах, предложенных в гл. 1, 2;

исходя из предварительной экспериментальной информации выбираются геометрические параметры деталей плунжерной пары, которые могут влиять на выходные характеристики узла (гидроплотность и подвижность сопряжения) и могут быть измерены доступными средствами;

на основе проведенных экспериментов строятся распределения геометрических параметров деталей и устанавливаются зависимости от них выходных характеристик узла (т. е. строится математическая модель объекта сборки);

определяются оптимальные параметры контроля, измерения и комплектования узлов, составляющих основу сборки с групповой взаимозаменяемостью, допустимая точность измерительных средств, объемы накопителей и другие характеристики автоматизированной системы сборки.

При оптимизации сборки плунжерных пар в качестве критерия оптимальности был выбран выход годных изделий (2.41), непосредственно связанный с производительностью процесса сборки и с его стоимостью (экономичностью), поскольку детали, отбракованные на этапах входного контроля перед комплектованием и выходного контроля уже собранных узлов, возвращаются на повторную доводку, что приводит к дополнительным затратам и снижению производительности производства. Этот критерий учитывает не только появление бракованных деталей или узлов, но и объем незавершенного производства. Максимизация выхода годных изделий эквивалентна получению возможно большего числа качественных изделий из исходных деталей.

Общая структура рассматриваемой системы автоматического (автоматизированного) комплектования плунжерных пар представлена на рис. 7.3. Автоматическая линия (или набор автоматов) И, загружаемая деталями вручную или с помощью

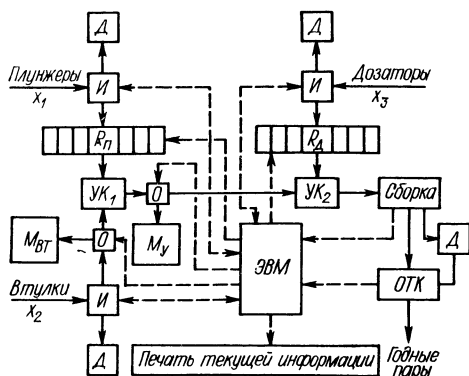


Рис. 7.3

манипуляторов, измеряет требуемые геометрические параметры прецизионных поверхностей деталей, входящих в плунжерную пару. Измерительная информация поступает непосредственно в управляющую ЭВМ, которая в соответствии с оптимальным алгоритмом комплектования решает вопрос о возврате детали на доводку D или отправке ее на сборку (при этом ей присваивается определенный номер группы). Соответствующая информация поступает в виде управляющего сигнала на автоматический манипулятор, осуществляющий необходимое действие, или сообщается оператору, сортирующему детали вручную. Плунжеры и дозаторы, предназначенные для сборки, заполняют накопители R_{Π} и R_d , а втулки поступают в устройство комплектования $УК_1$ поштучно на каждом такте системы. Сначала комплектуют втулку и плунжер. При наличии в накопителе R_{Π} плунжера с тем же номером группы, что и у втулки, ЭВМ выдает соответствующий сигнал на извлечение этого плунжера из накопителя в $УК_1$. В противном случае втулка с позиции ожидания O отправляется на склад $M_{ВТ}$. Аналогичные операции выполняются при комплектовании дозаторов в устройстве $УК_2$. Недоукомплектованные дозаторами узлы отправляются на склад M_y . Скомплектованные пары можно собирать как вручную, так и автоматически. При выходном контроле некачественные узлы отправляются на разборку и доводку, а информация об этих узлах передается в ЭВМ для уточнения математических моделей плунжерной пары и коррекции оптимальных параметров алгоритма комплектования. Незавершенное производство на складах $M_{ВТ}$, M_y периодически ликвидируется за счет изготовления контрдеталей «на заказ» с нужными размерами. Такая схема комплектования устраняет «засорение» накопителей R_{Π} , R_d (см. гл. 6) и обеспечивает стабильную производительность системы.

Управляющая ЭВМ помимо основных операций по управлению отбраковкой, сортировкой и комплектованием деталей учитывает число собранных узлов, отбракованных по тем или иным причинам деталей, производит «заказ» на изготовление плунжеров и дозаторов нужного диаметра к некомплектным втулкам, собирает статистическую информацию о геометрии деталей и результатах выходного контроля узлов.

Математическая постановка задачи оптимизации. Рассмотрим постановку задачи максимизации выхода годных плунжерных пар в терминах, введенных в гл. 1, 2.

В соответствии с принятыми обозначениями $m = 3$ — число деталей, входящих в изделие, и x_i , $i = 1, 2, 3$, — векторы контролируемых геометрических параметров деталей, которые измеряются в процессе входного контроля и сортировки деталей на размерные группы. Здесь и в дальнейшем индекс 1 относится к плунжеру, 2 — ко втулке и 3 — к дозатору. Значения n_i , определяющие размерности векторов x_i , соответствуют числу контролируемых и измеряемых параметров каждой из деталей.

Выбор этих параметров существенно влияет на эффективность сборки и будет рассмотрен ниже.

Для простоты считается, что число деталей равно, хотя в действительности плунжеров и дозаторов выпускается больше, чем втулок, и они накапливаются в виде незавершенного производства.

Сводный вектор $x = (x_1^T, x_2^T, x_3^T)^T$ характеризует геометрию зазоров в плунжерной паре в целом и имеет размерность $n = \sum_{i=1}^3 n_i$. Процесс изготовления деталей плунжерной пары сопровождается случайными погрешностями, поэтому векторы x_i являются случайными, имеющими некоторые плотности распределения вероятности $f_i(x_i)$, случайный вектор x имеет плотность вероятности $f(x) = \prod_{i=1}^3 f_i(x_i)$ в случае, если пара комплектуется методом полной взаимозаменяемости.

Требования к выходным характеристикам плунжерной пары, гидроплотности и подвижности имеют вид (1.8)

$$\varphi_s(x, \omega) \leq 0, \quad s = 1, 2. \quad (7.1)$$

Здесь $\varphi_1(x, \omega) = 8 - \tau_\omega(x, \omega)$, где $\tau_\omega(x, \omega)$ — значение гидроплотности, выраженное в секундах; $\varphi_2(x, \omega) = 1 - l_\omega(x, \omega)$, где $l_\omega(x, \omega)$ — индикаторная функция, равная единице, если плунжерная пара собирается и плунжер имеет требуемую подвижность (самоопускание), и нулю — в противном случае. Функция $\varphi_2(x, \omega)$, таким образом, принимает лишь два значения: 0 и 1. Предполагается, что выходные характеристики $\varphi_1(x, \omega)$ и $\varphi_2(x, \omega)$ определены для узлов, не проходящих операцию притирки. Величина ω в выражениях (7.1) имеет тот же смысл, что и в гл. 1, и отражает тот факт, что собираемость деталей, их подвижность и гидроплотность пар не определяются однозначно измеряемыми параметрами деталей x . Считается, что ω случайно с плотностью вероятности $f_\omega(\omega)$ и не зависит от x .

В соответствии с обозначениями п. 2.2 случайные измерения z_i геометрических параметров деталей, составляющих плунжерную пару, $z_i \in Z_i$, имеют условную плотность распределения вероятности $g_i(z_i | x_i)$, $i = 1, 2, 3$. Размерные группы $Z_i^{(k)}$ (их одинаковое число для всех деталей) представляют собой непересекающиеся подмножества множеств Z_i , k — номер группы, $k = \overline{1, l}$.

Пусть G_i — множество номеров измеряемых параметров детали i -го типа (прямолинейность оси, круглость и т. д.), по которым производится предварительная отбраковка (возврат на повторную доводку) деталей этого типа перед сортировкой на размерные группы. Детали считаются отбракованными при входном контроле, если они по результатам измерений попадают в l -ю группу ($z_i \in Z_i^{(l)}$), заданную следующим образом:

$$Z_i^{(l)} = \bigcup_{j \in G_i} [\{z_i : z_{ij} < \bar{z}_{ij}\} \cup \{z_i : z_{ij} > \underline{z}_{ij}\}], \quad i = 1, 2, 3. \quad (7.2)$$

Под $\{z_i : z_{ij} < \bar{z}_{ij}\}$ и $\{z_i : z_{ij} > \underline{z}_{ij}\}$ понимаются множества значений векторов z_i , для j -го компонента которых выполнены неравенства, записанные в скобках. Таким образом, деталь i -го типа отправляется на повторную доводку, если результат измерения хотя бы одного из ее контролируемых параметров (с номерами $j \in G_i$) выходит за пределы интервала (поля допуска) $[\underline{z}_{ij}, \bar{z}_{ij}]$. Использование многопараметрической сборки плунжерных пар приводит к слишком большим организационным сложностям, так как число групп возрастает по крайней мере в несколько раз по сравнению с однопараметрической сборкой. Поэтому сортировка ведется на группы по обобщенному, только одному для каждой детали параметру, содержащему информацию об основных размерах и погрешностях формы деталей.

Введем обобщенные параметры u_i и их измерения v_i следующим образом:

$$u_i = \alpha_i^T x_i, \quad v_i = \alpha_i^T z_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (7.3)$$

где α_i — вектор постоянных для детали i -го типа коэффициентов размерности n_i , $\alpha_{i1} = 1$.

Из (7.3) следует, что обобщенные параметры и их измерения являются скалярными случайными величинами. Деталь i -го типа, не отбракованная при входном контроле, относится к k -й группе ($k = \overline{1, l-1}$), если $\beta_i^{(k)} \leq v_i < \beta_i^{(k+1)}$. Интервал $[\beta_i^{(k)}, \beta_i^{(k+1)})$ представляет собой поле k -го группового допуска i -го обобщенного параметра.

В дальнейшем считается, что групповые допуски для всех деталей и номеров групп одинаковы и равны h , а смещения между одноименными группами деталей 1—2-го и 1—3-го типов равны соответственно δ_{12} и δ_{13} ($\delta_{12} = \beta_2^{(k)} - \beta_1^{(k)}$, $\delta_{13} = \beta_3^{(k)} - \beta_1^{(k)}$), тогда $\beta_1^{(k)} = \beta_1^{(1)} + h(k-1)$, $\beta_2^{(k)} = \beta_1^{(1)} + \delta_{12} + h(k-1)$ и $\beta_3^{(k)} = \beta_1^{(1)} + \delta_{13} + h(k-1)$, $k = \overline{1, l}$. Такое введение групповых допусков сводит к минимуму объем систематического незавершенного производства при условии, что основные геометрические параметры деталей (средние диаметры) имеют одинаковые распределения. Совпадение распределений основных размеров деталей обеспечивается изготовлением контрдеталей ко втулкам «на заказ».

Сборочные комплекты формируются по методу групповой взаимозаменяемости таким образом, что в СК k -го типа входят только детали из одноименных групп с номерами k . При этом число различных типов СК $L = l-1$. Сформулированное правило комплектования может быть записано в виде множества

$$\Lambda = \{\lambda_{ik_i}^{(k)}, i = 1, 2, 3, k_i = \overline{1, l}, k = \overline{1, L}\}, \quad (7.4)$$

где $\lambda_{ik_i}^{(k)} = 1$, если $k_i = k$ и $\lambda_{ik_i}^{(k)} = 0$ в противном случае.

Доля деталей i -го типа, попавших в k -ю группу, выражается величиной $\tilde{I}_i^{(k)}$ (2.53). Вероятность $\tilde{p}^{(k)}$ того, что собранная из СК k -го типа плунжерная пара окажется годной по обоим своим выходным характеристикам, для заданного правила комплектования (7.4) имеет вид (2.58). Величины $\tilde{I}_i^{(k)}$ и $\tilde{p}^{(k)}$ позволяют записать в соответствии с (2.47) и сделанными предположениями выражение для критерия оптимизации — выхода годных изделий

$$\tilde{P}_0 = \sum_{k=1}^L \tilde{p}^{(k)} \min_i \tilde{I}_i^{(k)}. \quad (7.5)$$

Поскольку правило комплектования (7.4) задано, то параметры оптимизации относятся только к способу разбиения множеств Z_i , $i = 1, 2, 3$, на размерные группы: это значения порогов предварительной отбраковки z_{ij} , \bar{z}_{ij} , $j \in G_i$, $i = 1, 2, 3$, величины, определяющие положение границ групп $\beta_i^{(1)}$, h , δ_{12} , δ_{13} и векторы коэффициентов обобщенных параметров α_i , $i = 1, 2, 3$. Задача оптимизации комплектования плунжерных пар записывается в виде

$$\max \tilde{P}_0. \quad (7.6)$$

7.3. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТА СБОРКИ

Модели объекта сборки, т. е. зависимости выходных характеристик плунжерной пары от геометрии зазоров в сопряжениях, строились в виде регрессионных функций на основании экспериментального материала с использованием известных теоретических соотношений для идеальных сопрягаемых поверхностей.

Геометрические параметры деталей, составляющих плунжерную пару, и соответствующие им выходные характеристики плунжерной пары измерялись цеховыми приборами и на стендах в производственных условиях. Целью этих измерений было построение законов распределения случайных погрешностей формы прецизионных поверхностей деталей, случайных ошибок измерения геометрических параметров деталей и выходных характеристик узлов, выделение геометрических параметров, наиболее влияющих на выходные характеристики, и построение связи между ними.

Методика получения и обработки экспериментальной статистической информации. Для проведения измерений были отобраны две партии комплектов деталей плунжерной пары по 10 комплектов в каждой из числа изготовленных в различные дни и смены. Втулки в этих партиях имели диаметры, близкие к наиболее часто встречающимся в процессе сборки (номера групп 38—48 по существующей технологии).

Предварительный анализ геометрии прецизионной цилиндрической поверхности втулок показал, что наиболее характерными погрешностями формы этой поверхности являются отклонение от прямолинейности оси, отклонение от круглости в различных поперечных сечениях, седлообразность верхней части внутренней поверхности втулки (между сечениями 1 и 3, показанными на рис. 7.2), различие в диаметрах нижней и верхней частей поверхности, т. е. конусность (сечения 2—4). У плунжера прямолинейность оси обеспечивается технологией доводки, но он обладает отклонениями от круглости типа огранки в основном в сечении 1 и конусностью. У дозатора характерными погрешностями формы являются отклонения от круглости в поперечных сечениях, конусность, бочкообразность и седлообразность. Все эти погрешности в большей или меньшей степени влияют как на подвижность, так и на гидроплотность сопряжения.

Для того чтобы определить основные размеры (диаметры в среднем сечении) и выявить указанные погрешности формы деталей в отобранных партиях, используя минимальное число различных замеров, были выполнены измерения следующих геометрических размеров:

диаметров втулок в сечениях 1—4, в каждом сечении диаметры замерялись в двух направлениях *a* и *б* (см. рис. 7.2) в плоскости сечения, расположенных под углом 90° друг к другу, и отклонений от прямолинейности оси;

диаметров плунжеров в сечениях 1—3 и огранок в сечении 1; диаметров дозаторов в сечениях 1—3 и двух направлениях *a* и *б* в каждом сечении.

Диаметры втулок и дозаторов измерялись приборами ЦНИТА 8243 и ротаметрами модели 317-3 с ценой деления 0,2 мкм, отклонения от прямолинейности оси втулок — приборами ЦНИТА 82127 с ценой деления 0,2 мкм, диаметры и огранки плунжеров — оптикаторами с ценой деления 0,1 мкм. Было выполнено в среднем восемь-девять замеров каждого из указанных размеров всех отобранных деталей различными приборами с целью свести к минимуму инструментальную погрешность. Каждая серия замеров сопровождалась контролем прибора с помощью установочных колец или установочных калибров (валиков). Всего было произведено более 4000 замеров геометрических параметров деталей. Для повышения достоверности результатов сравнивались также размеры установочных колец (калибров) на приборах ЦНИТА 8243 (оптикаторах) и была проведена дополнительная аттестация некоторых установочных колец и калибров в заводской лаборатории линейно-угловых измерений.

Выходные характеристики измерялись для узлов, собранных из деталей партий в различных сочетаниях.

Гидроплотность определялась на гиревом стенде многократно (от трех до семи раз) для каждого собранного таким образом узла

с периодическим контролем стенда с помощью эталонной плунжерной пары, имеющей известную гидроплотность (9 с). На стенде была испытана 101 плунжерная пара с известной геометрией зазоров. Притирка плунжерных пар перед испытаниями на стенде не производилась.

Собираемость и подвижность соединения проверялись экспертным путем для всех возможных сочетаний плунжера — втулки и плунжера — дозатора в каждой партии в отдельности, причем эти характеристики для соединения плунжер—втулка определялись после установки на втулки штуцеров и пробок и их затяжки тарированными моментами (120 Н·м и 70 Н·м соответственно) для того, чтобы учесть влияние деформаций втулки на выходные характеристики. Подвижность плунжера в целом собранном узле проверялась для тех плунжерных пар, которые проходили испытания на гидроплотность. Всего подвижность плунжера была определена в 501 сопряжении деталей с известной геометрией зазоров.

Результаты измерений *геометрических параметров* деталей плунжерной пары обрабатывались в несколько этапов.

На первом этапе после исключения выбросов были усреднены отсчеты по приборам в сериях замеров, соответствующих каждому размеру, и получены оценки дисперсий погрешностей измерительных приборов по известным формулам:

$$S^2 = \frac{1}{m-n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2, \quad (7.7)$$

где \bar{x}_i — средний отсчет по прибору для i -го размера, $\bar{x}_i = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij}$; x_{ij} — j -й отсчет для i -го размера; m_i — число отсчетов в серии замеров i -го размера; n — число размеров; m — общее число отсчетов, $m = \sum_{i=1}^n m_i$.

Были получены следующие оценки дисперсий погрешностей приборов:

ЦНИТА 8243 — $S^2 = 0,0083$ мкм² ($m = 1200$, $n = 140$) при измерениях втулок и $S^2 = 0,0050$ мкм² ($m = 1400$, $n = 140$) при измерениях дозаторов;

ротаметр модели 317-3 — $S^2 = 0,0160$ мкм² ($m = 513$, $n = 64$) с учетом ухода настройки прибора за время проведения серии измерений и $S^2 = 0,0025$ мкм² ($m = 461$, $n = 60$) при контроле показаний прибора с помощью установочного кольца после каждого замера;

оптикатор — $S^2 = 0,0017$ мкм² ($m = 682$, $n = 80$).

На втором этапе по результатам сравнения установочных колец (калибров) были построены оценки их истинных размеров. При построении оценок предполагалось, что j -й замер i -го кольца

имеет вид $y_{ij} = b_j + \eta_{ij} = a_i + \xi_{ij}$, где b_j — настройка нуля прибора при проведении j -й серии замеров всех колец; η_{ij} — отсчет по прибору размера i -го кольца в j -й серии; a_i — истинный размер i -го кольца, $a_i = y_i^H - \varepsilon_i$ [y_i^H — номинальный размер i -го кольца, полученный при аттестации в лаборатории; ε_i — разность между номинальным и истинным размерами i -го кольца (искомая поправка к номинальному значению)]; ξ_{ij} — ошибка измерения истинного размера i -го кольца в j -й серии замеров.

Отсюда отсчет размера может быть записан в виде $\eta_{ij} = y_i^H - b_j - \varepsilon_i + \xi_{ij}$, его дисперсия складывается из дисперсии ошибки аттестации ε_i и независимой ошибки измерения ξ_{ij} , т. е. $\sigma_{ij}^2 = \sigma_{\varepsilon_i}^2 + \sigma_{\xi_{ij}}^2$. Если предположить, что средняя поправка к номи-

нальным размерам колец равна нулю, т. е. $\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \varepsilon_i = 0$, где k —

число колец, и ошибки ξ_{ij} имеют нулевое математическое ожидание, то оптимальные значения поправок ε_i , $i = \overline{1, k}$, находятся при минимизации суммы квадратов невязок между значениями отсчетов η_{ij} и их математическими ожиданиями $M\{\eta_{ij}\} = x_i - \varepsilon_i - b_i$, взятых с весами $\delta_{ij} = 1/\sigma_{ij}^2$ (взвешенный метод наименьших квадратов):

$$\min_{\varepsilon_i, b_j} \left\{ \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (\eta_{ij} - y_i^H + \varepsilon_i + b_j)^2 \delta_{ij} \mid \sum_{i=1}^k \varepsilon_i = 0 \right\},$$

где r — число серий измерений колец.

Полученные таким образом значения поправок лежали в пределах 0,009—0,134 мкм по абсолютной величине и не превышали допустимых погрешностей аттестации колец (0,2 мкм). Аналогичные операции были выполнены при сравнении установочных калибров.

На третьем этапе были получены оценки абсолютных значений размеров деталей d_i , $i = \overline{1, n}$, и их дисперсий $\overline{\sigma_i^2}$ по формулам:

$$d_i = y^H - \varepsilon - \eta + \bar{x}_i, \quad \overline{\sigma_i^2} = \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_{ki}} \right) S^2, \quad i = \overline{1, n},$$

где y^H — номинальный размер установочного кольца (калибра), используемого для контроля прибора при измерениях i -го размера в партии деталей; ε — оптимальная поправка к нему; η — средний отсчет по прибору размера кольца; \bar{x}_i — средний отсчет i -го размера; S^2 — оценка дисперсии ошибок прибора (7.7), применяемого для измерений i -го размера и установочного кольца (калибра); m_i — объем серии замеров i -го размера; m_{ki} — число замеров установочного кольца (калибра) в i -й серии.

При обработке результатов измерений огранки плунжера и отклонения от прямолинейности оси втулки по размаху показа-

ний соответствующих приборов вводились поправки к масштабу шкалы, определенные по результатам измерений эталонных деталей.

При обработке результатов выполненных измерений получены оценки: диаметров $d_{1a}^B, d_{16}^B, d_{2a}^B, d_{26}^B, d_{3a}^B, d_{36}^B, d_{4a}^B, d_{46}^B$ и удвоенного отклонения от прямолинейности оси ξ втулок; диаметров $d_1^П, d_2^П, d_3^П$ и огранки η плунжеров; диаметров $d_{1a}^Д, d_{16}^Д, d_{2a}^Д, d_{26}^Д, d_{3a}^Д, d_{36}^Д$ дозаторов и соответствующих дисперсий. Здесь нижние индексы обозначают номер сечения детали (рис. 7.2) и направление измерения в плоскости этого сечения.

Среднеквадратичные отклонения оценок диаметров деталей лежат в диапазонах: $\bar{\sigma}^B = 0,019 \div 0,066$ мкм, $\bar{\sigma}^Д = 0,022 \div 0,039$ мкм, $\bar{\sigma}^П = 0,016 \div 0,023$ мкм.

Для сведения приведем также диапазоны значений полученных оценок размеров деталей: $d^B = 8,0238 \div 8,0332$ мм, $d^П = 8,0231 \div 8,0291$ мм, $d^Д = 8,0243 \div 8,0297$ мм, $\xi = 0,54 \div 2,36$ мкм, $\eta = 0,17 \div 1,00$ мкм.

Результаты измерения гидроплотности также обрабатывались в три этапа.

На первом этапе были исключены выбросы и усреднены показания стенда для каждой плунжерной пары и эталона, используемого для контроля стенда.

Второй этап содержал введение масштабных поправок к полученным средним значениям гидроплотности $\bar{\tau}$ на основании среднего значения гидроплотности эталона $\bar{\tau}_9$. Истинное значение гидроплотности плунжерной пары представлялось в виде $\tau = b\bar{\tau}$, где b — масштабный коэффициент, который легко найти исходя из условия, что истинное значение гидроплотности эталона равно 9: $b\bar{\tau}_9 = 9$. Отсюда $b = 9/\bar{\tau}_9$ и $\tau = 9\bar{\tau}/\bar{\tau}_9$.

На третьем этапе были получены оценки дисперсии случайных ошибок измерения стенда. Дисперсия ошибок стенда, очевидно, является функцией истинного значения гидроплотности испытываемой плунжерной пары, поскольку при малых значениях гидроплотности ошибки стенда малы по абсолютной величине и, наоборот, они возрастают с ростом измеряемых значений гидроплотности. Анализ различных моделей этой зависимости показал, что связь между значением гидроплотности τ и дисперсией ошибок стенда $\sigma_\tau^2(\tau)$ с большой точностью аппроксимируется функцией

$$\sigma_\tau^2(\tau) = (a_0 + a_1\tau + a_2\tau^2)^2. \quad (7.8)$$

Постоянные коэффициенты a_0, a_1 и a_2 найдены методом наименьших квадратов, т. е. из решения задачи

$$\min_{a_0, a_1, a_2} \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j=1}^{k_i} \Psi_{ij}^2 + \Psi_{i9}^2 \right\}, \quad (7.9)$$

где $\Psi_{ij} = \sigma_\tau^2(\tau_{ij}) - \hat{\sigma}_{ij}^2$, $\Psi_{i9} = \sigma_\tau^2(\tau_{i9}) - \hat{\sigma}_{i9}^2$, τ_{ij} значение гидроплотности j -й плунжерной пары в i -й серии испытаний; $\tau_{i9} =$

$\equiv 9$ — значение гидроплотности эталона в i -й серии; $\hat{\sigma}_{ij}^2$, $\hat{\sigma}_{i9}^2$ — оценки дисперсий измерений j -й плунжерной пары и эталона в i -й серии измерений; n — число серий; k_i — число плунжерных пар в серии.

В результате решения задачи (7.9) получены следующие значения коэффициентов выражения (7.8): $a_0 = 0,3514$ с, $a_1 = 0,2180 \cdot 10^{-2}$ с $^{-1}$, $a_2 = 0,6844 \cdot 10^{-3}$ с $^{-1}$. Поскольку все коэффициенты a_0 , a_1 и a_2 положительны, функция $\sigma_i^2(\tau)$ монотонно убывает при $\tau \rightarrow 0$ ($\tau > 0$).

Оценки значений гидроплотности, полученные для 101 плунжерной пары, собранной из 20 деталей каждого типа с известной геометрией прецизионной поверхности в различных комбинациях, лежат в пределах $\tau = 2,4 \div 79,2$ с. Для 200 комбинаций деталей втулка — плунжер и дозатор — плунжер определены собираемость и подвижность (результаты типа «да — нет»).

В дальнейшем в качестве векторов наблюдаемых параметров деталей x_i , $i = 1, 2, 3$, используются не сами измененные размеры деталей, а некоторые функции от них (геометрические параметры), при этом выделяются в отдельные компоненты векторов x_i основные размеры (диаметры) и погрешности формы деталей различной природы. Так, вектор $x_1 \in R_4$ ($n_1 = 4$), характеризующий плунжер, состоит из следующих параметров:

$x_{11} = d_2^{\Pi}$ — диаметр плунжера в сечении 2 (см. рис. 7.2);

$x_{12} = (d_1^{\Pi} - d_2^{\Pi})/l_{12}^{\Pi}$ — конусность плунжера на участке между сечениями 1 и 2 (l_{12}^{Π} — длина этого участка);

$x_{13} = (d_2^{\Pi} - d_3^{\Pi})/l_{23}^{\Pi}$ — конусность плунжера на участке между сечениями 2 и 3 (l_{23}^{Π} — длина участка);

x_{14} — огранка плунжера в сечении 1.

Компоненты вектора параметров втулки $x_2 \in R_9$ ($n_2 = 9$):

$x_{21} = d_{2a}^B$ — диаметр втулки в сечении 2, направлении a ;

$x_{22} = (d_{1cp}^B - d_{2cp}^B)/l_{12}^B$ — средняя конусность втулки на участке между сечениями 1 и 2 (l_{12}^B — длина участка, $d_{i\text{cp}}^B = (d_{ia}^B + d_{i6}^B)/2$, $i = \overline{1,4}$, — средний диаметр втулки в i -м сечении);

$x_{23} = (d_{2cp}^B - d_{3cp}^B)/l_{23}^B$ — средняя конусность втулки на участке между сечениями 2 и 3 (l_{23}^B — длина участка);

$x_{24} = (d_{2cp}^B - d_{4cp}^B)/l_{24}^B$ — средняя конусность втулки на участке между сечениями 2 и 4 (l_{24}^B — длина участка);

$x_{25} = d_{1a}^B - d_{16}^B$ — отклонение от круглости (овальность) втулки в сечении 1 (здесь и далее берется со знаком);

$x_{26} = d_{2a}^B - d_{26}^B$; $x_{27} = d_{3a}^B - d_{36}^B$; $x_{28} = d_{4a}^B - d_{46}^B$ — овальность втулки в сечениях 2, 3, 4; $x_{29} = \xi$ — удвоенное отклонение от прямолинейности оси втулки.

Компоненты вектора параметров дозатора $x_3 \in R_6$ ($n_3 = 6$):

$x_{31} = d_{24}^{\Pi}$ — диаметр дозатора в сечении 2, направлении a ;

$x_{32} = (d_{1\text{cp}}^D - d_{2\text{cp}}^D)/l^D$ — средняя конусность дозатора на участке между сечениями 1 и 2 (l^D — длина участков между сечениями 1—2 и 2—3 дозатора;

$d_{i\text{cp}}^D = (d_{ia}^D + d_{ib}^D)/2$, $i = 1, 3$, — средний диаметр дозатора в i -м сечении;

$x_{33} = (d_{2\text{cp}}^D - d_{3\text{cp}}^D)/l^D$ — средняя конусность дозатора на участке между сечениями 2 и 3;

$x_{34} = d_{1a}^D - d_{1b}^D$; $x_{35} = d_{2a}^D - d_{2b}^D$; $x_{36} = d_{3a}^D - d_{3b}^D$ — овальность дозатора в сечениях 1, 2, 3.

Введенные основные размеры деталей (x_{11} , x_{21} и x_{31}) соответствуют размерам, измеряемым в процессе сортировки деталей при ручной сборке. Дисперсии оценок компонентов x_i , $i = 1, 2, 3$, можно легко получить из дисперсий оценок измеренных размеров деталей с учетом того, что ошибки измерений размеров являются независимыми случайными величинами.

Построение функциональных зависимостей выходных характеристик плунжерной пары от геометрических параметров деталей. Для полного описания случайных функций $\tau_\omega(x, \omega)$ и $l_\omega(x, \omega)$ в (7.1), содержащих основную информацию об объекте сборки, необходимо построить совместную плотность распределения вероятностей случайных значений $\tau_\omega(x, \omega)$ и $l_\omega(x, \omega)$ при каждом фиксированном x . Однако для оптимизации сборки достаточно знать функцию

$$J(x) = \int_{\Omega} f_{\Omega}(\omega) \prod_{s=1}^2 1[-\varphi_s(x, \omega)] d\omega, \quad (7.10)$$

представляющую собой условное математическое ожидание $M_{\omega} \left\{ \prod_{s=1}^2 1[-\varphi_s(x, \omega)] \right\}$ и входящую в выражение (2.45) для вероятности получения годного изделия при сборке СК k -го типа. Выражение (7.10) можно также интерпретировать как вероятность одновременного выполнения требований к выходным характеристикам плунжерной пары при заданном векторе геометрических параметров деталей x .

В дальнейшем предполагается, что случайные величины $\varphi_1(x, \omega)$ и $\varphi_2(x, \omega)$ независимы при фиксированном x , т. е. что неучтенные факторы, содержащиеся в векторе ω , разделяются на две группы (два независимых вектора) $\omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$, одна из которых ω_1 влияет на значение гидроплотности, а другая ω_2 — на собираемость и подвижность. Такое предположение можно обосновать тем, что в вектор x включены все наиболее существенные факторы, воздействующие одновременно на обе выходные характеристики и определяющие их статистическую связь. Во всяком случае, некоторая зависимость ω_1 и ω_2 не может существенно сказаться на результатах решения задачи, поскольку вклад компонентов

вектора ω в вариации выходных характеристик изделия существенно ниже вклада измеряемых параметров деталей x , что будет показано ниже.

Введенное предположение означает, что плотность вероятности случайного вектора ω может быть представлена в виде $f_{\Omega}(\omega) = f_{\Omega_1}(\omega_1) f_{\Omega_2}(\omega_2)$ и $\varphi_1(x, \omega) = \varphi_1(x, \omega_1)$, $\varphi_2(x, \omega) = \varphi_2(x, \omega_2)$. Отсюда выражение (7.10) для $J(x)$ записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} J(x) &= J_1(x) J_2(x); \\ J_1(x) &= \int_{\Omega_1} f_{\Omega_1}(\omega_1) 1[-\varphi_1(x, \omega_1)] d\omega_1; \\ J_2(x) &= \int_{\Omega_2} f_{\Omega_2}(\omega_2) 1_{\omega}(x, \omega_2) d\omega_2, \end{aligned} \quad (7.11)$$

где $\omega_1 \in \Omega_1$, $\omega_2 \in \Omega_2$; Ω_1 , Ω_2 — области возможных значений ω_1 и ω_2 .

Величины $J_1(x)$, $J_2(x)$ представляют собой вероятности выполнения условий на гидроплотность и подвижность соответственно. Последнее равенство в (7.11) следует из того, что $\varphi_2(x, \omega_2)$ есть индикаторная функция $\varphi_2(x, \omega_2) = 1 - 1_{\omega}(x, \omega_2)$ и, следовательно, $1[-\varphi_2(x, \omega_2)] = 1_{\omega}(x, \omega_2)$.

Если $\tau(x)$ и $\rho(x)$ представляют собой условные математические ожидания гидроплотности и подвижности плунжерной пары при заданном x , т. е. функции регрессии

$$\begin{aligned} \tau(x) &= M_{\omega_1}\{\tau_{\omega}(x, \omega_1)\}; \\ \rho(x) &= M_{\omega_2}\{1_{\omega}(x, \omega_2)\}, \end{aligned} \quad (7.12)$$

то можно записать

$$\begin{aligned} \tau_{\omega}(x, \omega_1) &= \tau(x) + \zeta_1(x, \omega_1); \\ 1_{\omega}(x, \omega_2) &= \rho(x) + \zeta_2(x, \omega_2), \end{aligned} \quad (7.13)$$

где $M_{\omega_1}\{\zeta_1(x, \omega_1)\} = M_{\omega_2}\{\zeta_2(x, \omega_2)\} = 0$ при любых x .

Подставив в (7.11) выражения (7.13), получим

$$\begin{aligned} J_1(x) &= \int_{\Omega_1} f_{\Omega_1}(\omega_1) 1[\tau(x) - 8 + \zeta_1(x, \omega_1)] d\omega_1 = \\ &= \int_{8-\tau(x)}^{\infty} f_{\zeta}(x, \zeta_1) d\zeta_1 = 1 - F_{\zeta}(x, 8 - \tau(x)), \end{aligned} \quad (7.14)$$

где $f_{\zeta}(x, \zeta_1)$ — условная плотность распределения вероятности, а $F_{\zeta}(x, \zeta_1)$ — условная функция распределения случайной величины $\zeta_1(x, \omega_1)$ при фиксированном x ;

$$\begin{aligned} J_2(x) &= \rho(x) + \int_{\Omega_2} f_{\Omega_2}(\omega_2) \zeta_2(x, \omega_2) d\omega_2 = \\ &= \rho(x) + M_{\omega_2}\{\zeta_2(x, \omega_2)\} = \rho(x). \end{aligned} \quad (7.15)$$

Таким образом, задача построения зависимости (7.10) $J(x)$ сводится к оценке функций регрессии (7.12) и условной функции распределения $F_{\xi}(x, \xi_1)$ при $\xi_1 = 8 - \tau(x)$ и любых x .

МОДЕЛИ ГИДРОПЛОТНОСТИ

Для построения функции $\tau(x)$, описывающей поведение математического ожидания гидроплотности плунжерных пар в зависимости от геометрических параметров зазоров x , используется известное соотношение [18] для гидроплотности (τ_c, c) плунжерных пар типа НД-21, состоящих из трех прецизионных деталей. Это соотношение получено из формулы Пуазейля для объемного расхода жидкости, протекающей через кольцевой зазор между идеальными цилиндрическими поверхностями, и имеет вид

$$\tau_c = \frac{59,4}{e_1 1,42 (S_{\text{п-д}} + 0,67)^3 + e_2 0,324 (S_{\text{в-п}} + 0,59)^3}, \quad (7.16)$$

где $S_{\text{п-д}}$, $S_{\text{в-п}}$ — диаметральные зазоры в сопряжениях плунжер — дозатор и плунжер — втулка соответственно, мкм; $e_i = 1$ для концентричного расположения сопряженных поверхностей и $e_i = 2,5$ для их эксцентричного расположения.

Формула (7.16) получена в предположении идеальности цилиндрической формы сопрягаемых поверхностей и без учета утечек топлива через распределительный паз 3 (см. рис. 7.1) плунжера в направлении впускных отверстий 9 и прямоугольного отверстия втулки.

Зависимость $\tau(x)$ ищется в виде (7.16) с добавлением в знаменатель выражения третьего слагаемого типа $c_1 (S + c_2)^3$, учитывающего указанные утечки. Для учета в первом приближении отклонений от идеальной формы деталей в соотношении для $\tau(x)$ используются не идеальные, а некоторые эффективные зазоры, которые вводятся из физических соображений следующим образом:

$$\begin{aligned} S_1(x) &= x_{21} - x_{26}/2 + x_{22}l_{12}^B - x_{11} - x_{12}l_{12}^{\Pi} + c_1(x_{22} - x_{12}) + \\ &\quad + c_2|x_{25}| + c_3x_{29} + c_4x_{14}; \\ S_2(x) &= x_{21} - x_{26}/2 - x_{11} + c_5[x_{23} - (x_{12}l_{12}^{\Pi} + x_{13}l_{23}^{\Pi})/(l_{12}^{\Pi} + l_{23}^{\Pi})] + \\ &\quad + c_6(|x_{26}| + |x_{27}|)/2 + c_7x_{29}; \\ S_3(x) &= x_{31} - x_{35}/2 - x_{11} + c_8(x_{32} - x_{13}) + \\ &\quad + c_9(|x_{34}| + |x_{35}| + |x_{36}|)/3 + c_{10}(x_{33} - x_{13}). \end{aligned} \quad (7.17)$$

Здесь эффективный зазор $S_1(x)$ определяет утечки топлива в плунжерной паре из надплунжерного пространства через впускные отверстия и содержит параметры деталей, определяющие геометрию зазора в сечении 1 втулки. Слагаемые в выражении $S_1(x)$ имеют следующий геометрический смысл: $x_{21} - x_{26}/2 + x_{22}l_{12}^B - x_{11} - x_{12}l_{12}^{\Pi}$ — средний зазор между втулкой и плунжером в сечении 1; $x_{22} - x_{12}$ — разность средних конусностей втулки

и плунжера на участке 1—2; x_{29} — отклонение от прямолинейности оси втулки; $|x_{25}|$ — абсолютная величина овальности втулки в сечении 1; x_{14} — огранка плунжера в сечении 1. Эффективный зазор $S_2(x)$ определяет утечки через распределительный паз плунжера 3 (см. рис. 7.1) в направлении отверстия втулки 11 и впускных отверстий 9 и содержит параметры деталей, определяющие геометрию зазора в сечениях втулки 1—2. В выражение $S_2(x)$ входят следующие слагаемые: $x_{21} - x_{26}/2 - x_{11}$ — средний зазор между втулкой и плунжером в сечении 2; $x_{23} - (x_{12}l_{12}^{\Pi} + x_{13}l_{23}^{\Pi})/(l_{12}^{\Pi} + l_{23}^{\Pi})$ — разность средних конусностей втулки на участке 2—3 и плунжера на участке 1—3; $(|x_{26}| + |x_{27}|)/2$ — средняя овальность втулки в сечениях 2 и 3; x_{29} — отклонение от прямолинейности оси втулки. Огранка плунжера в сечении 2 существенно меньше, чем в сечении 1, и поэтому в выражение $S_2(x)$ не включена. Эффективный зазор $S_3(x)$ определяет утечки топлива через зазор между плунжером и дозатором и содержит следующие слагаемые: $x_{31} - x_{35}/2 - x_{11}$ — средний зазор между дозатором и плунжером в сечении 2; $x_{32} - x_{13}$ — разность средних конусностей дозатора на участке 1—2 и плунжера на участке 2—3; $x_{33} - x_{13}$ — разность средних конусностей дозатора и плунжера на участке 2—3; $(|x_{34}| + |x_{35}| + |x_{36}|)/3$ — средняя овальность дозатора во всех трех сечениях. Константами $c_1 - c_{10}$ задаются веса, с которыми берутся соответствующие компоненты эффективных зазоров. Веса средних зазоров в выражениях (7.17) равны единице, средние зазоры введены таким образом, чтобы они соответствовали зазорам, определяемым при ручной сборке, для удобства оценки эффективности оптимизации процесса.

Окончательно выражение для $\tau(x)$, содержащее 12 аргументов (компонентов вектора x), записывается в виде

$$\bar{\tau}(x) = \left(\sum_{k=1}^3 a_k e_k^3(x) \right)^{-1}; \quad (7.18)$$

$$e_k(x) = \begin{cases} e_k^+(x), & e_k^+(x) \geq 0; \\ 0, & e_k^+(x) < 0, \end{cases} \quad e_k^+(x) = b_k + S_k(x),$$

где $a_k, b_k, k = \overline{1,3}$, — постоянные коэффициенты; $S_k(x), k = \overline{1,3}$, определяются формулами (7.17).

Шестнадцать неизвестных коэффициентов функции регрессии $\tau(x)$, объединенные в вектор $A = (a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, \dots, c_{10})^T$ находятся на основании экспериментальных данных взвешенным методом наименьших квадратов при решении задачи

$$\min_A \Phi(A) = \Phi_0. \quad (7.19)$$

Здесь $\Phi(A) = \sum_{i=1}^n (\tau(x^{(i)}) - \tau_i)^2 \delta_i$, где n — число экспериментальных точек, $n = 101$; τ_i — значение гидроплотности, полу-

ченное экспериментально для i -й плунжерной пары; $\tau(x^{(i)})$ — значение функции регрессии (7.18) для вектора геометрических параметров x , соответствующих i -й плунжерной паре; δ_i — весовой коэффициент.

Для получения оптимальных оценок коэффициентов в (7.18) необходимо, чтобы веса слагаемых в функции $\Phi(A)$ имели вид $\delta_i = 1/\sigma_i^2$, где σ_i^2 — дисперсия i -й невязки ($\tau(x^{(i)}) - \tau_i$). Дисперсия σ_i^2 представляет собой сумму дисперсий ошибок измерения гидроплотности $\sigma^2\{\tau_i\}$ (т. е. самой функции) и ошибок в значениях $\tau(x^{(i)})$ за счет погрешностей оценок ее аргументов — $\sigma^2\{\tau(x^{(i)})\}$. Так как указанные ошибки независимы, то $\sigma_i^2 = \sigma^2\{\tau_i\} + \sigma^2\{\tau(x^{(i)})\}$. Дисперсии $\sigma^2\{\tau_i\}$ определяются значениями τ_i и выражением (7.8), а дисперсии $\sigma^2\{\tau(x^{(i)})\}$ зависят от известных дисперсий аргументов $\tau(x^{(i)})$ неизвестным образом, так как коэффициенты A функции $\tau(x)$ не определены. Оценить $\sigma^2\{\tau(x^{(i)})\}$ можно, линеаризуя функцию $\tau(x)$ по всем аргументам x в точках $x^{(i)}$, $i = \overline{1, n}$, соответствующих измерениям гидроплотности τ_i , при каждом значении вектора A , которое находится в процессе итеративного поиска экстремума функции $\Phi(A)$:

$$\sigma^2\{\tau(x^{(i)})\} \approx \gamma_i^T(A) \text{cov}(x^{(i)}) \gamma_i(A), \quad (7.20)$$

где $\gamma_i(A)$ — вектор-столбец градиента функции регрессии $\tau(x)$ по x в точке $x = x^{(i)}$ при фиксированном значении коэффициентов A , $\gamma_i(A) = \text{grad}_x \tau(x^{(i)})$; $\text{cov}(x^{(i)})$ — матрица ковариаций компонентов вектора $x^{(i)}$.

Поскольку компоненты сводного вектора x линейно связаны с измеренными размерами деталей (обозначим их совокупность через вектор d), ошибки измерения которых независимы и имеют известные дисперсии, то можно записать

$$\text{cov}(x^{(i)}) = Q \text{cov}(d^{(i)}) Q^T, \quad i = \overline{1, n}, \quad (7.21)$$

где Q — матрица линейного преобразования $x = Qd$; $\text{cov}(d^{(i)})$ — диагональная матрица, содержащая дисперсии измерения размеров d деталей, входящих в i -ю плунжерную пару, которой соответствует измеренное значение гидроплотности τ_i .

Таким образом, весовые коэффициенты в функции $\Phi(A)$ имеют вид

$$\delta_i(A) = [\sigma^2\{\tau_i\} + \gamma_i^T(A) Q \text{cov}(d^{(i)}) Q^T \gamma_i(A)]^{-1} \quad (7.22)$$

и являются функциями искомых коэффициентов A . Задача (7.19) минимизации $\Phi(A)$ сводится к решению системы уравнений $\text{grad}_A \Phi(A) = 0$ или

$$\sum_{i=1}^n (\tau(x^{(i)}) - \tau_i) \delta_i(A) [\text{grad}_A \tau(x^{(i)}) - - (\tau(x^{(i)}) - \tau_i) \delta_i(A) \gamma_i(A) Q \text{cov}(d^{(i)}) Q^T \text{grad}_A \gamma_i(A)] = 0, \quad (7.23)$$

где $\delta_i(A)$ задается выражением (7.22), $\text{grad}_A(\cdot)$ означает градиент функции (или вектор-функции) по вектору A . Коэффициенты A рассчитываются для функций регрессии $\tau(x)$, включающих различные число и сочетания измеряемых параметров деталей. Полученные при этом модели зависимостей гидроплотности от геометрии зазоров с различной степенью точности описывают экспериментальные данные. Точность аппроксимации измеренных значений гидроплотности функцией $\tau(x)$ характеризуется нормированной остаточной суммой квадратов невязок $R^2 = \Phi_0/\Phi_{\text{const}}$, где Φ_0 — минимальное значение функции $\Phi(A)$, полученное при решении задачи (7.19), Φ_{const} — значение Φ_0 для модели $\tau(x) = \text{const}$. Величина R^2 отражает долю взвешенной суммы квадратов невязок модели и экспериментальных значений гидроплотности, не объясненных регрессией, от взвешенной суммы квадратов отклонений экспериментальных значений τ_i от среднего значения гидроплотности по всем измеренным. Чем меньше R^2 , тем ближе в среднем теоретическая зависимость $\tau(x)$ проходит к точкам τ_i , $i = \overline{1, n}$.

Для моделей гидроплотности введем буквенно-цифровые обозначения, состоящие из буквы латинского алфавита и цифры, следующей за ней. Порядковый номер буквы в алфавите соответствует числу постоянных коэффициентов модели (7.18), отличных от нуля (т. е. отражает сложность модели), а цифра представляет собой номер варианта сочетания постоянных коэффициентов при заданном их числе. Ниже перечислены некоторые из рассмотренных моделей.

Модель A соответствует $\tau(x) \equiv c = 11,04$ с (среднее взвешенное значение гидроплотности в эксперименте) и имеет $R^2 = 1$.

Модель $B1$ описывает зависимость гидроплотности только от среднего зазора между втулкой и плунжером в сечении 1. Все компоненты вектора A , кроме a_1 и b_1 , равны нулю.

Модель $B2$ соответствует зависимости гидроплотности только от среднего зазора между втулкой и плунжером в сечении 2. Отличны от нуля только коэффициенты a_2 и b_2 .

Модель $B3$ определяет зависимость гидроплотности только от среднего зазора между дозатором и плунжером в сечении 2, не равны нулю a_3 и b_3 .

Модель $D1$ включает в себя в качестве аргументов средние зазоры, соответствующие моделям $B1$ и $B2$.

Модель $D2$ отражает зависимость гидроплотности от измеряемых при ручной сборке параметров, т. е. от средних зазоров между втулкой и плунжером и между дозатором и плунжером, диаметры которых определены в сечениях 2, и объединяет модели $B2$ и $B3$.

Модель $F1$ отражает зависимость гидроплотности от всех трех средних зазоров, включенных в модели B .

Остальные модели включают в себя кроме зазоров модели *F1* различные сочетания погрешностей формы деталей.

Модель *G1* учитывает огранку плунжера в сечении 1.

Модель *H1* учитывает отклонение от прямолинейности оси втулки в эффективных зазорах $S_1(x)$ и $S_2(x)$.

Модель *I1* учитывает в дополнение к средним зазорам модели *F1* овальности втулки и дозатора, содержащиеся в (7.17).

Модель *J1* включает в себя конусности деталей плунжерной пары, входящие в эффективные зазоры (7.17).

Модель *M1* учитывает как конусности, так и овальности деталей, т. е. объединяет модели *I1* и *J1*.

Наконец, модель *P* включает в себя все геометрические параметры деталей, входящие в выражения (7.17).

На рис. 7.4 представлена зависимость R^2 от типа модели (модели расположены в порядке убывания R^2), дающая наглядное представление о степени точности различных моделей и об эффективности учета тех или иных геометрических параметров деталей при расчете гидроплотности плунжерных пар.

Среди моделей *B* наибольшую точность имеет модель *B2*, т. е. из трех упоминавшихся средних зазоров наиболее на гидроплотность влияет зазор между втулкой и плунжером в сечениях 2. Если не учитывать зазоры между плунжером и втулкой вообще, то невозможно даже грубо прогнозировать гидроплотность узла (модель *B3*). При учете двух средних зазоров (модели *D*) наряду с зазором втулка — плунжер в сечениях 2 деталей предпочтение следует отдавать учету зазора между втулкой и плунжером в сечении 1 (вблизи впускных отверстий втулки) по сравнению с зазором дозатор — плунжер. Заметный выигрыш в качестве аппроксимации экспериментальных точек по сравнению с моделями *B* и *D* дает модель *F1*.

На оценки гидроплотности слабо влияют такие погрешности формы деталей, как отклонение от прямолинейности оси втулки и огранка плунжера. Это следует из сравнения значений R^2 для моделей *F1*, *G1*, *H1* и *M1*, *P*. Существенно сказываются на значении гидроплотности овальности втулки и дозатора в различных сечениях (модель *I1*) и в особенности конусности деталей (модель *J1*). Из всех рассмотренных погрешностей формы конусности деталей наиболее значимы при расчетах гидроплотности плунжерных пар. Наиболее точной является самая сложная модель *P*,

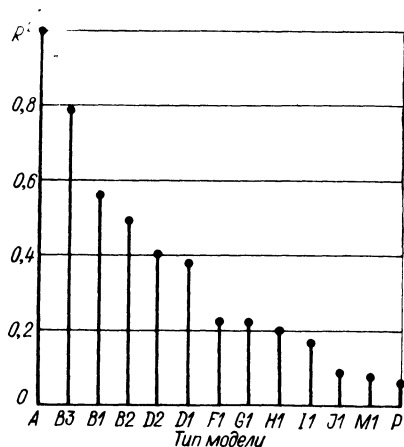


Рис. 7.4

содержащая 12 геометрических параметров деталей плунжерной пары. Эта модель и используется в дальнейшем. Ее коэффициенты имеют следующие числовые значения: $a_1 = 1,626 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1} \cdot \text{мкм}^{-3}$; $a_2 = 0,1096 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1} \cdot \text{мкм}^{-3}$; $a_3 = 11,97 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1} \cdot \text{мкм}^{-3}$; $b_1 = 0,5342 \text{ мкм}$; $b_2 = 5,159 \text{ мкм}$; $b_3 = 0,0329 \text{ мкм}$; $c_1 = -5,138 \text{ мм}$; $c_2 = -0,666$; $c_3 = 0,0821$; $c_4 = -0,3755$; $c_5 = -16,52 \text{ мм}$; $c_6 = -0,7855$; $c_7 = -0,5187$; $c_8 = 1,036 \text{ мм}$; $c_9 = -3,604$; $c_{10} = -3,348 \text{ мм}$.

Следует отметить, что указанные модели и, следовательно, приведенные рассуждения относительно влияния на гидроплотность различных геометрических параметров деталей справедливы только для тех диапазонов изменения погрешностей формы деталей, разностей между основными их размерами и значений гидроплотности, которые были реализованы в экспериментах. Это обстоятельство требует осторожности при использовании статистических моделей типа (7.18).

МОДЕЛИ СОБИРАЕМОСТИ И ПОДВИЖНОСТИ

Чтобы найти зависимость вероятности выполнения требований к собираемости и подвижности деталей $p(x)$ от геометрии зазоров в плунжерной паре, в рассмотрение вводятся действующие размеры (диаметры) комплектовующих деталей, построенные с учетом геометрических соображений.

Действующие диаметры плунжера в сечениях 1, 2, 2—3 и 3 определяются как

$$\begin{aligned} \bar{d}_1^\Pi(x_1) &= d_1^\Pi + a_1\eta = x_{11} + x_{12}l_{12}^\Pi + a_1x_{14}; \\ \bar{d}_2^\Pi(x_1) &= d_2^\Pi + a_2\eta = x_{11} + a_2x_{14}; \\ \bar{d}_{23}^\Pi(x_1) &= \frac{2}{3}d_2^\Pi + \frac{1}{3}d_3^\Pi + a_3\eta = \frac{2}{3}x_{11} + \frac{1}{3}(x_{11} - x_{13}l_{23}^\Pi) + a_3x_{14}; \\ \bar{d}_3^\Pi(x_1) &= d_3^\Pi = x_{11} - x_{13}l_{23}^\Pi. \end{aligned} \quad (7.24)$$

В первых трех диаметрах учтена огранка плунжера с постоянными весовыми коэффициентами a_1, a_2, a_3 . Величина \bar{d}_{23}^Π соответствует диаметру плунжера в районе расположения дозатора при функционировании плунжерной пары и определяет подвижность сопряжения плунжер — дозатор.

Для втулки действующие диаметры в сечениях 1—4 определяются как минимальные из двух диаметров, соответствующих направлениям a и b :

$$d_i^B(x_2) = \min \{d_{ia}^B, d_{ib}^B\}, \quad i = \overline{1, 4}. \quad (7.25)$$

Дозатор характеризуется только одним размером — минимальным из всех измеренных диаметров:

$$d^\Delta(x_3) = \min \{d_{1a}^\Delta, d_{1b}^\Delta, \dots, d_{3b}^\Delta\}. \quad (7.26)$$

Величины, входящие в формулы (7.25), (7.26), легко выражаются через компоненты векторов x_2 и x_3 аналогично (7.24).

Рассмотрим процесс сборки плунжера и втулки. Критическими сечениями втулки, ограничивающими возможность ее сборки с плунжером, являются сечения 2 и 4, поскольку в сечениях 1 и 3 ее диаметр больше. Плунжеры имеют в основном седлообразную форму, и их диаметры в крайних сечениях (1 и 3), как правило, превосходят диаметр в сечении 2. При движении плунжера его сечение 1 последовательно сопрягается с сечением 4 втулки, а затем — с сечением 2. Эффективные зазоры в этих сопряжениях обозначим следующим образом:

$$\begin{aligned} S_{c1}^B(x) &= \bar{d}_4^B(x_2) - \bar{d}_1^\Pi(x_1) \text{ и} \\ S_{c2}^B(x) &= \bar{d}_2^B(x_2) - \bar{d}_1^\Pi(x_1) - c_1 x_{29}. \end{aligned} \quad (7.27)$$

В зазор $S_{c2}^B(x)$ входит отклонение от прямолинейности оси втулки x_{29} с весом — c_1 , которое определяет взаимное смещение ее сечений 2 и 4 в направлении, перпендикулярном к оси, и приводит к уменьшению эффективного зазора. Возможность полной сборки плунжера со втулкой и подвижность его в этом положении характеризуются эффективным зазором

$$\begin{aligned} S_\Pi^B(x) &= c_2 (\bar{d}_1^B(x_2) - \bar{d}_1^\Pi(x_1)) + \bar{d}_2^B(x_2) - \\ &- \bar{d}_2^\Pi(x_1) + c_3 (\bar{d}_3^B(x_2) - \bar{d}_2^\Pi(x_1)) + c_4 (\bar{d}_4^B(x_2) - \bar{d}_3^\Pi(x_1)) - c_5 x_{29}, \end{aligned} \quad (7.28)$$

где c_2, \dots, c_5 — постоянные весовые коэффициенты, определяющие относительное влияние каждого из входящих в выражение зазоров на величину $S_\Pi^B(x)$.

Аналогичны рассуждения для процесса сборки плунжера и дозатора. Начальный этап сборки характеризуется эффективным зазором $S_c^D(x)$, а возможность достичь номинального положения плунжера в дозаторе и его подвижность в этом положении — зазором $S_\Pi^D(x)$:

$$\begin{aligned} S_c^D(x) &= \bar{d}^D(x_3) - \bar{d}_1^\Pi(x_1); \\ S_\Pi^D(x) &= \bar{d}^D(x_3) - \bar{d}_{23}^\Pi(x_1). \end{aligned} \quad (7.29)$$

Очевидно, возможности сборки деталей плунжерной пары и подвижности плунжера можно достичь, если введенные эффективные зазоры $S(x)$ одновременно удовлетворяют требованиям типа

$$S(x) \geq \delta, \quad (7.30)$$

где $\delta > 0$ — некоторая константа. Вероятности нарушения условий (7.30) для каждого из зазоров (7.27)–(7.29) отыскиваются в виде

$$p(x) = \begin{cases} 1, & p'(x) > 1, \\ p'(x), & 0 \leq p'(x) \leq 1, \\ 0, & p'(x) < 0, \end{cases}$$

где $p'(x)$ — линейные функции от соответствующих эффективных вазоров:

$$\begin{aligned} p'_c{}^D(x) &= b_1 + b_2 S_c^D(x); & p'_n{}^D(x) &= b_3 + b_4 S_n^D(x); \\ p'_{c1}{}^B(x) &= b_5 + b_6 S_{c1}^B(x); & p'_{c2}{}^B(x) &= b_7 + b_8 S_{c2}^B(x); \\ p'_n{}^B(x) &= b_9 + b_{10} S_n^B(x). \end{aligned} \quad (7.31)$$

Здесь b_1, \dots, b_{10} — постоянные коэффициенты зависимостей.

Функция $p_{c1}^B(x)$ есть вероятность того, что сопряжение втулки в сечении 4 и плунжера в сечении 1 невозможно (т. е. $S_{c1}^B(x) < \delta_{c1}^B$), $p_{c2}^B(x)$ есть вероятность невозможности сопряжения втулки в сечении 2 и плунжера в сечении 1 ($S_{c2}^B(x) < \delta_{c2}^B$) при условии, что $S_{c1}^B(x) \geq \delta_{c1}^B$. Наконец, $p_n^B(x)$ есть вероятность того, что плунжер не может занять номинальное положение внутри втулки или его подвижность в этом положении нарушена ($S_n^B(x) < \delta_n^B$) при условии, что выполнены неравенства $S_{c1}^B(x) \geq \delta_{c1}^B$ и $S_{c2}^B(x) \geq \delta_{c2}^B$. Аналогично $p_c^D(x)$ есть вероятность того, что дозатор невозможно надеть на плунжер в его сечении 1 ($S_c^D(x) < \delta_c^D$) и $p_n^D(x)$ — вероятность невозможности для дозатора занять номинальное положение на плунжере или нарушения его подвижности в этом положении ($S_n^D(x) < \delta_n^D$) с условием, что дозатор при сборке имел возможность перемещаться на плунжере в его сечении 1 ($S_c^D(x) \geq \delta_c^D$).

Поскольку при экспериментальном определении возможность сборки деталей и их подвижности считалось, что несобираемость заключается в невозможности выполнить начальные этапы сборки, описанные выше, т. е. хотя бы частично вставить плунжер во втулку или дозатор, полагается, что невозможность сборки описывают вероятности $p_c^D(x)$, $p_{c1}^B(x)$ и $p_{c2}^B(x)$. Функции $p_n^B(x)$ и $p_n^D(x)$ относятся к описанию подвижности деталей. Величины $p_{c1}^B(x)$ и $p_{c2}^B(x)$ можно объединить, записывая вероятность несобираемости плунжера и втулки $p_c^B(x)$ как вероятность выполнения хотя бы одного из неравенств $S_{c1}^B(x) < \delta_{c1}^B$ или $S_{c2}^B(x) < \delta_{c2}^B$ (при условии, что $S_{c1}^B(x) \geq \delta_{c1}^B$)

$$p_c^B(x) = p_{c1}^B(x) + [1 - p_{c1}^B(x)] p_{c2}^B(x). \quad (7.32)$$

Искомая вероятность выполнения требований к подвижности плунжера (разумеется, при одновременной возможности его сборки) $p(x)$ записывается в виде

$$p(x) = (1 - p_c^B(x)) (1 - p_c^D(x)) (1 - p_n^B(x)) (1 - p_n^D(x)). \quad (7.33)$$

Для оценки вектора постоянных коэффициентов $A = (a_1, a_2, a_3, c_1, \dots, c_5, b_1, \dots, b_{10})$, входящих в выражение (7.33), используется метод наименьших квадратов с минимизируемой функцией

$$\Phi(A) = \frac{1}{\Delta} \left\{ \sum_{i=1}^{n_B} [(p_c^B(x^{(i)}) - y_{ci}^B)^2 + (1 - y_{ci}^B)(p_n^B(x^{(i)}) - y_{ni}^B)^2] + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{n_D} [(p_c^D(x^{(i)}) - y_{ci}^D)^2 + (1 - y_{ci}^D)(p_n^D(x^{(i)}) - y_{ni}^D)^2] + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^n (p_n^Y(x^{(i)}) - y_{ni}^Y)^2 \right\}, \quad (7.34)$$

где Δ — нормируемый множитель, равный общему числу экспериментов по измерению нарушений собираемости и подвижности,

$\Delta = n + n_B + n_D + \sum_{i=1}^{n_B} (1 - y_{ci}^B) + \sum_{i=1}^{n_D} (1 - y_{ci}^D)$; n_B — число участвовавших в эксперименте пар плунжер—штулка, $n_B = 200$; n_D — число пар плунжер—дозатор, $n_D = 200$; n — число целиком собранных узлов, для которых определялась подвижность плунжера, $n = 101$; y_{ci}^B — измерение собираемости i -й пары плунжер—штулка; y_{ni}^B — измерение ее подвижности; y_{ci}^D — измерение собираемости пары плунжер—дозатор; y_{ni}^D — измерение ее подвижности; y_{ni}^Y — измерение подвижности i -го узла; $p_n^Y(x^{(i)})$ — вероятность нарушения подвижности плунжера в i -м узле (плунжерной паре), $p_n^Y(x^{(i)}) = 1 - [1 - p_n^B(x^{(i)})][1 - p_n^D(x^{(i)})]$. Здесь измерения y_i представляют собой индикаторные функции, равные единице, если подвижность (собираемость) i -й пары деталей (узла) нарушена, и нулю — в противном случае.

Параметры A , полученные из решения задачи $\min_A \Phi(A) = \Phi_0$, и величина Φ_0 имеют следующие значения: $a_1 = -0,0992$; $a_2 = 0,3446$; $a_3 = 0,0909$; $c_1 = 0,1445$; $c_2 = 0,1708$; $c_3 = 0,0122$; $c_4 = 0,1856$; $c_5 = 0,8005$; $b_1 = 0,3142$; $b_2 = -0,7442$ мкм⁻¹; $b_3 = 0,5803$; $b_4 = -0,4698$ мкм⁻¹; $b_5 = 0,1170$; $b_6 = -0,7985$ мкм⁻¹; $b_7 = 0,6330$; $b_8 = -0,9397$ мкм⁻¹; $b_9 = 0,9641$; $b_{10} = -0,3058$ мкм⁻¹; $\Phi_0 = 0,0986$.

Коэффициенты моделей (7.27)—(7.29) и (7.31) найдены при условии, что все размеры эффективных зазоров выражены в микрометрах. На рис. 7.5 приведены зависимости введенных вероятностей нарушения подвижности и собираемости от эффективных зазоров. Как следует из рисунков, требования к подвижности сопряжения накладывают более жесткие ограничения на размеры эффективных зазоров (они должны быть больше), чем требования к собираемости деталей, что вполне согласуется с физическим содержанием процесса. Для средних значений зазоров в сопряже-

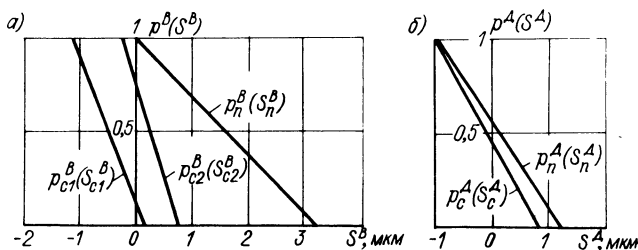


Рис. 7.5

ниях и погрешностей формы деталей плунжерных пар (табл. 7.2), составляющих обе исследованные партии, теоретическая вероятность выполнения требований к подвижности (7.33) $\rho(x_{cp}) = 0,241$, а полученная экспериментально для всех узлов партий $\rho_{эксп} = 0,3$.

Чтобы оценить условную функцию распределения $F_{\zeta}(x, \zeta_1)$ при $\zeta_1 = 8 - \tau(x)$ и любых x , введенную в (7.14), сделаем некоторые допущения. Считается, что функция (7.18) $\tau(x)$, соответствующая модели P , адекватно описывает поведение $M_{\omega}\{\tau_{\omega}(x, \omega_1)\}$, так как для этой модели $R^2 = 0,04392 \ll 1$, и дисперсия, а также моменты более высоких порядков случайной величины $\zeta_1(x, \omega_1)$ зависят только от значения $\tau(x)$.

Исходя из этих предположений можно записать

$$F_{\zeta}(x, 8 - \tau(x)) = F[\tau(x)]. \quad (7.35)$$

Зависимость $F[\tau(x)]$ отыскивается в виде

$$F_t[\tau(x)] = \begin{cases} 1, & F'_t[\tau(x)] > 1; \\ F'_t[\tau(x)], & 0 \leq F'_t[\tau(x)] \leq 1; \\ 0, & F'_t[\tau(x)] < 0. \end{cases} \quad (7.36)$$

Здесь $F'_t[\tau(x)] = B^T T$, где $B = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_t)^T$ — вектор постоянных коэффициентов размерности $t + 1$; $T = (1, \tau(x), \tau^2(x), \dots, \tau^t(x))^T$ — вектор степеней $\tau(x)$ той же размерности. Таким образом, $F'_t[\tau(x)]$ представляет собой полином t -й степени от $\tau(x)$. Для нахождения вектора B использован метод наименьших квадратов с функционалом

$$\Phi_t(B) = \sum_{i=1}^n [F_t(\tau(x^{(i)})) - 1[8 - \tau_i]]^2, \quad (7.37)$$

где $1[u] = \begin{cases} 1, & u \geq 0 \\ 0, & u < 0 \end{cases}$ — индикаторная функция; τ_i — значение гидроплотности, полученное экспериментально для i -й плунжерной пары; $\tau(x^{(i)})$ — соответствующее ей ожидаемое значение гидроплотности (7.18); n — число экспериментальных точек, $n = 101$.

В табл. 7.1 приведены полученные оптимальные значения коэффициентов B^* и величин $R_t^2 = \Phi_t(B^*)/\Phi_0(B^*)$, характеризующих точность моделей (7.36) для различных значений t . Из данных этой таблицы следует, что модель уже первого порядка ($t = 1$) обладает достаточной точностью и может быть использована для решения задачи оптимизации сборки.

Таблица 7.1

Коэффициент модели	Порядок модели t				
	1	2	3	4	5
β_0	2,4408	2,2941	2,0319	1,9776	2,0488
$\beta_1 \cdot 10^1 \text{ с}^{-1}$	-2,3554	-0,7170	-0,5705	-0,4990	-0,5036
$\beta_2 \cdot 10^2 \text{ с}^{-2}$	0	-0,1696	-0,6318	-0,7900	-0,9051
$\beta_3 \cdot 10^3 \text{ с}^{-3}$	0	0	-1,0121	-0,5941	-0,1523
$\beta_4 \cdot 10^4 \text{ с}^{-4}$	0	0	0	-0,2817	-0,6249
$\beta_5 \cdot 10^5 \text{ с}^{-5}$	0	0	0	0	-0,1111
R_t^2	0,1386	0,1245	0,1243	0,1240	0,1217

График функции $F_1[\tau(x)]$ изображен на рис. 7.6. Вероятность выполнения требований к гидроплотности плунжерных пар, имеющих параметры x (7.14), $J_1(x) = 1 - F_1[\tau(x)]$. Из этого рисунка следует, что при $\tau(x) \geq \bar{\tau} = 10,36$ с все узлы имеют требуемую гидроплотность ($J_1(x) = 1$), а при $\tau(x) \leq \bar{\tau} = 6,12$ с все узлы негодны по гидроплотности ($J_1(x) = 0$).

Построение распределений геометрических параметров деталей плунжерной пары. Предполагается, что параметры деталей x_1 , x_2 и x_3 имеют нормальные распределения. Вид распределения основных размеров деталей x_{11} , x_{21} и x_{31} , как показано ниже, несуществен для решения задачи оптимизации сборки, поэтому рассматриваются только распределения погрешностей формы деталей. Для проверки гипотезы нормальности используется критерий χ^2 [7] с разбивкой области изменения каждого из геометрических параметров на шесть интервалов симметрично относительно оценок математических ожиданий. Критериальная статистика распределена в этом случае (при условии нормальности исследуемой выборки) по закону χ_3^2 с тремя степенями свободы и имеет вид

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k (n_j - np_j)^2 / (np_j),$$

где k — число интервалов разбиения, $k = 6$; n_j — число попадающих значений исследуемого геометрического параметра в j -й ин-

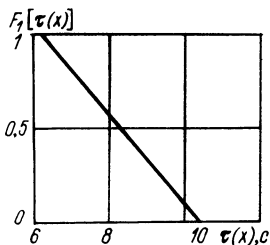


Рис. 7.6

тервал; n — объем статистики, $n = \sum_{j=1}^k n_j = 20$; p_j — вероятность попадания параметра в j -й интервал в случае нормальности его распределения.

Оценки математического ожидания μ и дисперсии S^2 для всех параметров деталей строятся на основании известных формул

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x^{(k)}, \quad (7.38)$$

где $x^{(k)}$ — k -е значение параметра x в выборке объемом $n = 20$, и

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x^{(k)} - \mu)^2. \quad (7.39)$$

Значения оценок μ , S^2 и S для погрешностей формы деталей плунжерной пары приведены в табл. 7.2.

В случае, если критериальная статистика χ^2 не превосходит критического значения $\chi_{кр}^2 = 7,81$, гипотезу о нормальности распределения параметра можно принять с уровнем значимости 5%. В табл. 7.2 приведены значения χ^2 для каждого из компонентов векторов x_i , $i = 1, 2, 3$. Гипотезы о нормальности всех параметров, за исключением x_{14} , x_{23} и x_{29} , могут быть приняты с указанным уровнем значимости, а для x_{14} , x_{23} и x_{29} — с уровнем значимости 1% (при этом $\chi_{кр}^2 = 11,34$).

Таблица 7.2

Параметр x	μ	S^2	S	χ^2
x_{12} , МКМ/ММ	$0,93 \cdot 10^{-2}$	$0,61 \cdot 10^{-4}$	$0,78 \cdot 10^{-2}$	1,61
x_{13} , МКМ/ММ	$-0,83 \cdot 10^{-2}$	$0,36 \cdot 10^{-4}$	$0,60 \cdot 10^{-2}$	6,31
x_{14} , МКМ	0,53	$0,67 \cdot 10^{-1}$	0,26	7,88
x_{22} , МКМ/ММ	$0,63 \cdot 10^{-1}$	$0,44 \cdot 10^{-2}$	$0,67 \cdot 10^{-1}$	4,95
x_{23} , МКМ/ММ	$-0,75 \cdot 10^{-1}$	$0,39 \cdot 10^{-2}$	$0,62 \cdot 10^{-1}$	11,19
x_{24} , МКМ/ММ	$0,38 \cdot 10^{-2}$	$0,19 \cdot 10^{-3}$	$0,14 \cdot 10^{-1}$	2,67
x_{25} , МКМ	$0,15 \cdot 10^{-1}$	$0,50 \cdot 10^{-1}$	0,22	3,18
x_{26} , МКМ	$0,38 \cdot 10^{-1}$	$0,23 \cdot 10^{-1}$	0,15	3,32
x_{27} , МКМ	0,17	$0,75 \cdot 10^{-1}$	0,27	7,15
x_{28} , МКМ	$0,15 \cdot 10^{-1}$	$0,15 \cdot 10^{-1}$	0,12	2,63
x_{29} , МКМ	1,23	0,22	0,47	10,12
x_{32} , МКМ/ММ	$-0,20 \cdot 10^{-1}$	$0,37 \cdot 10^{-2}$	$0,61 \cdot 10^{-1}$	3,82
x_{33} , МКМ/ММ	$-0,36 \cdot 10^{-1}$	$0,49 \cdot 10^{-2}$	$0,70 \cdot 10^{-1}$	4,87
x_{34} , МКМ	$-0,10 \cdot 10^{-1}$	$0,97 \cdot 10^{-2}$	$0,99 \cdot 10^{-1}$	3,79
x_{35} , МКМ	$-0,26 \cdot 10^{-1}$	$0,68 \cdot 10^{-2}$	$0,82 \cdot 10^{-1}$	7,10
x_{36} , МКМ	$0,46 \cdot 10^{-1}$	$0,13 \cdot 10^{-1}$	0,11	1,66

Примечание. Принятые обозначения: μ — математическое ожидание; S^2 — дисперсия; S — среднеквадратичное отклонение; χ^2 — критериальная статистика.

Для полного описания распределений погрешностей формы деталей необходимо также установить их ковариации. Очевидно, что погрешности формы деталей разных типов, а также основные размеры и погрешности формы деталей одного типа независимы и их взаимные коэффициенты корреляции равны нулю. Погрешности формы деталей одного типа могут быть статистически связаны, так как имеют общее происхождение, обусловленное технологией обработки. Выборочный коэффициент корреляции между любыми двумя параметрами x_a и x_b вычисляется по формуле

$$r_{ab} = \frac{1}{(n-1) S_a S_b} \sum_{k=1}^n (x_a^{(k)} - \mu_a) (x_b^{(k)} - \mu_b), \quad (7.40)$$

где μ_a , μ_b , S_a , S_b определяются выражениями (7.38), (7.39); n — объем выборки, $n = 20$.

Оценки коэффициентов корреляции для погрешностей формы плунжера, втулки и донатора приведены соответственно в табл. 7.3—7.5.

Таблица 7.3

	x_{12}	x_{13}	x_{14}
x_{12}	1	0,10	—0,29
x_{13}	0,10	1	—0,03
x_{14}	—0,29	—0,03	1

Таблица 7.4

	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}
x_{22}	1	—0,17	0,09	—0,40	—0,56	—0,41	—0,35	—0,08
x_{23}	—0,17	1	0,32	0,33	—0,08	—0,55	0,11	—0,15
x_{24}	0,09	0,32	1	0,08	—0,20	0,02	—0,10	—0,55
x_{25}	—0,40	0,33	0,08	1	0,39	—0,01	0,27	—0,13
x_{26}	—0,56	—0,08	—0,20	0,39	1	0,35	0,30	0,16
x_{27}	—0,41	—0,55	0,02	—0,01	0,35	1	—0,05	0,14
x_{28}	—0,35	0,11	—0,10	0,27	0,30	—0,05	1	—0,20
x_{29}	—0,08	—0,15	—0,55	—0,13	0,16	0,14	—0,20	1

Таблица 7.5

	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}
x_{32}	1	—0,14	0,02	0,02	0,19
x_{33}	—0,14	1	—0,40	—0,16	—0,66
x_{34}	0,02	—0,40	1	0,13	0,51
x_{35}	0,02	—0,16	0,13	1	0,39
x_{36}	0,19	—0,66	0,51	0,39	1

Таким образом, распределения геометрических параметров деталей плунжерной пары имеют вид

$$f_i(x_i) = (2\pi)^{-n_i/2} |\text{cov}(x_i)|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x_i - \mu_i)^T [\text{cov}(x_i)]^{-1} \times \right. \\ \left. \times (x_i - \mu_i) \right\}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (7.41)$$

где μ_i — математическое ожидание вектора $x_i \in R_{n_i}$, $\mu_i = M\{x_i\}$; $\text{cov}(x_i)$ — его ковариационная матрица, $\text{cov}(x_i) = M\{x_i x_i^T\} = S_i R_i S_i$; R_i — матрица коэффициентов корреляции компонентов вектора x_i ; S_i — диагональная матрица, содержащая среднеквадратичные отклонения компонентов x_i .

7.4. ОПТИМИЗАЦИЯ СБОРКИ ПЛУНЖЕРНОЙ ПАРЫ МЕТОДОМ ГРУППОВОЙ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТИ

Упрощение задачи оптимизации. При некоторых простых предположениях выражение (7.5) для выхода годных плунжерных пар можно значительно упростить. Будем считать, что случайные ошибки измерений $\xi_i = z_i - x_i$ не зависят от основных размеров деталей x_{i1} , $i = 1, 2, 3$. Введем новые обозначения: если u — вектор размерности n , то через u_1 обозначим его первый элемент, а через \bar{u} — вектор размерности $n - 1$, составленный из остальных компонентов u , т. е. $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \bar{u} \end{pmatrix}$. Тогда условное математическое ожидание $M\{\xi_{i1} | x_i\} = M\{z_{i1} | x_i\} - x_{i1}$ является некоторой функцией x_i и не зависит от x_{i1} . Следовательно, $M\{z_{i1} | x_i\} - x_{i1} = M\{z_{i1} | x_{i1} - nh, \bar{x}_i\} - x_{i1} + nh$, где nh — некоторая константа, и

$$M\{z_{i1} | x_{i1} - nh, \bar{x}_i\} = M\{z_{i1} | x_{i1}, \bar{x}_i\} - nh. \quad (7.42)$$

Так как по предположению ξ_i не зависит от x_{i1} , используя (7.42), можно записать

$$g_i(z_{i1}, \bar{z}_i | x_{i1} - nh, \bar{x}_i) = g_i(z_{i1} - nh, \bar{z}_i | x_{i1}, \bar{x}_i). \quad (7.43)$$

Выражение для функции $\rho_i^{(k)}(x_i)$, входящей в (2.51), с учетом определения размерных групп в п. 7.2 может быть представлено в виде

$$\rho_i^{(k)}(x_i) = \int_{Z_i} g_i(z_i | x_i) \theta_k(z_i) 1_{Z_i^{(l)}}(z_i) dz_i, \quad i = \overline{1, 3}, \quad k = \overline{1, L}, \quad (7.44)$$

$$\text{где } 1_{Z_i^{(l)}}(z_i) = \begin{cases} 1, & z_i \in Z_i^{(l)}; \\ 0, & z_i \notin Z_i^{(l)} \end{cases}$$

$$\text{и } \theta_k(z_i) = \begin{cases} 1, & v_i = \alpha_i^T z_i \in [\beta_i^{(k)}, \beta_i^{(k+1)}]; \\ 0, & v_i = \alpha_i^T z_i \notin [\beta_i^{(k)}, \beta_i^{(k+1)}] \end{cases}$$

— индикаторные функции, определяющие принадлежность вектора измерений z_i k -й размерной группе, т. е. множеству $Z_i^{(k)}$. Легко видеть, что $1_{Z_i^{(l)}}(z_i)$ не зависит от z_{i1} , так как предварительная отбраковка деталей i -го типа производится только при выходе за поле допуска погрешностей формы деталей. Кроме того,

$$\theta_{k+n}(z_{i1} + nh, \bar{z}_i) = \begin{cases} 1, & z_{i1} + nh + \bar{a}_i^T \bar{z}_i \in [\beta_i^{(k)} + nh, \beta_i^{(k+1)} + nh]; \\ 0, & \text{в противоположном случае} \end{cases}$$

и $\theta_{k+n}(z_{i1} + nh, z_i) = \theta_k(z_i)$, где n — некоторая целая константа, h — групповой допуск для обобщенного параметра u_i (7.3).

Из (7.44), (7.43) и сказанного следует, что

$$\begin{aligned} \rho_i^{(k+n)}(x_{i1} - nh, \bar{x}_i) &= \int_{\bar{z}_i} g_i(z_{i1} - nh, \bar{z}_i | x_i) \theta_k(z_i) 1_{Z_i^{(l)}}(z_i) dz_i = \\ &= \int_{\bar{z}_i} g_i(z'_{i1}, \bar{z}_i | x_i) \theta_k(z'_{i1}, \bar{z}_i) 1_{Z_i^{(l)}}(\bar{z}_i) dz'_{i1} d\bar{z}_i = \rho_i^{(k)}(x_i) \end{aligned} \quad (7.45)$$

для $i = \overline{1, 3}$, $k = \overline{1, L}$ и любого целого n , которое удовлетворяет неравенствам $1 \leq k + n \leq L$.

Рассматриваются также значения параметров \bar{a}_i , h и точности измерительных средств, для которых

$\sigma^2\{x_{i1}\} \gg \bar{a}_i^T \text{cov}(\bar{z}_i) \bar{a}_i$, $\sigma\{x_{i1}\} \gg \sigma\{\xi_{i1}\}$ и $\sigma\{x_{i1}\} \gg h$, $i = \overline{1, 3}$. Здесь $\sigma^2\{x_{i1}\}$ — дисперсия основного размера детали i -го типа; $\sigma\{\xi_{i1}\}$ — дисперсия ошибки измерения этого размера; $\text{cov}(\bar{z}_i)$ — ковариационная матрица измерений погрешностей формы детали i -го типа.

Так как x_{i1} и \bar{x}_i независимы и распределения x_{i1} совпадают для всех i , то $f_i(x_i) = f_1(x_{i1}) \bar{f}_i(\bar{x}_i)$. Значительная дисперсия основных размеров деталей по сравнению с дисперсией погрешностей измерений позволяет считать, что при фиксированном номере группы k функция $f_1(x_{i1}) \approx f_1^{(k)} = \text{const}$ в области значений x_i , для которых $\rho_i^{(k)}(x_i)$ заметно отлична от нуля. Отсюда следует, что вероятность попадания детали i -го типа в k -ю группу принимает вид

$$\tilde{f}_i^{(k)} = \int_{x_i} f_i(x_i) \rho_i^{(k)}(x_i) dx_i \approx f_1^{(k)} \int_{x_i} \bar{f}_i(x_i) \rho_i^{(k)}(x_i) dx_i$$

и с учетом (7.45)

$$\tilde{f}_i^{(k+n)} \approx f_1^{(k+n)} \int_{x_i} \bar{f}_i(\bar{x}_i) \rho_i^{(k+n)}(x_i) dx_i \approx \tilde{f}_i^{(k)} f_1^{(k+n)} / f_1^{(k)}, \quad (7.46)$$

$$i = \overline{1, 3}, \quad k = \overline{1, L}, \quad 1 \leq k + n \leq L.$$

Из выражения (7.46) следует, что $\tilde{f}_i^{(k)} \approx \tilde{f}_i^* f_1^{(k)} / f_1^*$, $k = \overline{1, L}$, где * — произвольный номер группы.

Поскольку основные размеры деталей входят в зависимость (7.11) $J(x)$ в виде разностей, то $J(x_{11} + nh, x_{21} + nh, x_{31} + nh, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) = J(x)$ при любых n и h . Отсюда, а также из (7.45), (7.46) следует, что вероятность $\tilde{p}^{(k)}$ получения годного изделия из СК k -го типа (2.51) не зависит от номера размерной группы k . Действительно,

$$\begin{aligned} \tilde{p}^{(k+n)} &\approx \int_X \prod_{i=1}^3 \frac{1}{\tilde{f}_i^{(k+n)}} f_1^{(k+n)} \tilde{f}_i(\bar{x}_i) \rho_i^{(k+n)}(x_i) J(x) dx = \\ &= \int_X \prod_{i=1}^3 \frac{1}{\tilde{f}_i^{(k)}} f_1^{(k)} \tilde{f}_i(\bar{x}_i) \rho_i^{(k)}(x_{i1} + nh, \bar{x}_i) J(x) dx \approx \tilde{p}^{(k)} \approx \tilde{p}^*, \\ k &= \overline{1, L}, \quad 1 \leq k+n \leq L. \end{aligned} \quad (7.47)$$

Записывая выражение для собираемости \tilde{P}_0 (7.5) с учетом (7.46), (7.47) получаем

$$\tilde{P}_0 \approx \sum_{k=1}^L \tilde{p}^* \min_i \tilde{f}_i^* f_1^{(k)} / f_1^* = \tilde{p}^* \min_i \tilde{f}_i^* \sum_{k=1}^L f_1^{(k)} / f_1^* \approx \frac{1}{h f_1^*} \tilde{p}^* \min_i \tilde{f}_i^*. \quad (7.48)$$

Последнее приближенное равенство является следствием того,

что $\sum_{k=1}^L f_1^{(k)} \approx \frac{1}{h} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x_{11}) dx_{11} = \frac{1}{h}$ при малых h и большом числе групп.

Выражение (7.48) для собираемости свидетельствует о том, что задача оптимизации (7.6) может рассматриваться лишь для одной произвольной группы * и не критична к виду распределения основных размеров деталей $f_1(x_{i1})$ (не зависит от него).

Расчет оптимальных технологических параметров автоматической сборки плунжерных пар. Поскольку задача общей максимизации выхода годных плунжерных пар (7.6) эквивалентна задаче максимизации числа годных изделий для одной произвольной группы *, положение границ этой группы, определяемое величиной β_{11} , для решения указанной задачи несущественно. Иными словами, не имеет значения, от какого размера начинается отсчет размерных групп для обобщенных параметров плунжеров, а важны лишь групповой допуск h и смещение одноименных групп втулки и плунжера δ_{12} и дозатора и плунжера δ_{13} . Эти смещения определяют средние разности между обобщенными параметрами указанных деталей в собранных узлах, т. е. средние обобщенные зазоры.

Очевидно, что максимизация собираемости по h приводит к тривиальному результату $h = 0$, так как уменьшение группового допуска снижает неопределенность в окончательных результатах сборки и позволяет более точно комплектовать узлы. Ограничения на h определяются экономическими соображениями, поскольку от группового допуска зависят необходимое число размерных групп и, следовательно, сложность и стоимость производства. Затраты на производство не входят в собираемость (7.48), поэтому целесообразно исследовать зависимости максимально достижимой собираемости от группового допуска h .

Все сказанное выше позволяет записать задачу оптимизации (7.6) с учетом (7.48) в виде

$$\tilde{P}_0(h) = \max_{A, \delta, \alpha} (\tilde{P}_1(h) \tilde{I}(h)), \quad (7.49)$$

где $A = \{z_{ij}, \bar{z}_{ij}, j \in G_i, i = \overline{1,3}\}$, $\delta = (\delta_{12}, \delta_{13})$, $\alpha = (\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \bar{\alpha}_3)$, $\tilde{P}_1(h) = \tilde{p}^*$ — доля годных изделий из числа скомплектованных, $\tilde{I}(h) = \frac{1}{hf_1^*} \min_i \tilde{I}_i^*$ — доля деталей из исходной совокупности, отправляемых на комплектование.

Для решения задачи (7.49) при каждом L используются численные градиентные методы, при этом интегралы $\tilde{P}_1(h)$ и $\tilde{I}(h)$ находятся методом Монте-Карло. Решение задачи (7.49) показывает, что оптимальные значения порогов предварительной отбраковки деталей по погрешностям формы A соответствуют отсутствию систематического незавершенного производства деталей, рассортированных на группы, при условии, что смещения между распределениями основных размеров деталей x_{i1} совпадают с оптимальными смещениями между одноименными группами δ . Последнее достигается изготовлением плунжеров и дозаторов «на заказ». Иными словами, на этапе входного контроля погрешностей формы при оптимальном комплектовании плунжерных пар должно отбраковываться равное число деталей каждого типа. Отсюда следует, что $\tilde{I}_1^* = \tilde{I}_2^* = \tilde{I}_3^* = \tilde{I}^*$ и $\tilde{I}(h) = \tilde{I}^*/hf_1^*$.

Выход годных $\tilde{P}_0(h)$, внутригрупповая собираемость $\tilde{P}_1(h)$ и доля комплектуемых деталей $\tilde{I}(h)$ рассчитываются для различных вариантов автоматической сборки плунжерных пар, обсуждаемых ниже.

В качестве исходного рассчитывается выход годных плунжерных пар без предварительной отбраковки деталей по погрешностям формы и с сортировкой деталей на группы только по измеренным значениям их основных размеров. Смещения между одноименными размерными группами равны смещениям, принятым для ручной сборки, т. е. $\delta_{12} = 1,6$ мкм, $\delta_{13} = 0,6$ мкм. При расчете учитываются погрешности измерений размеров деталей, соответ-

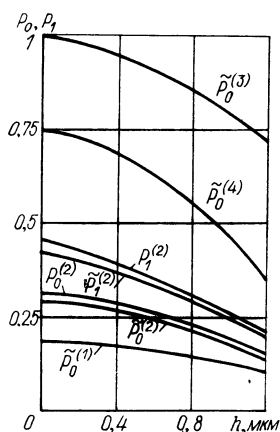


Рис. 7.7

ствующие используемым в этом случае метрологическим средствам. Эта ситуация отвечает имитации технологии ручной сборки с возможностью однократной попытки подобрать детали плунжерной пары в комплект. Выход годных изделий $\tilde{P}_0^{(1)}(h)$ в этом случае весьма низок (рис. 7.7) и изменяется в пределах $0,18 \div 0,12$ при $h = 0,2 \div 1,2$ мкм. Экспериментальное значение $\tilde{P}_0(h)$ при $h = 0,5$ мкм равно $0,15$, что свидетельствует о достаточно высокой точности построенных математических моделей объекта сборки и процедуры комплектования.

Оптимальное комплектование плунжерных пар по обобщенным параметрам

(7.3) с учетом погрешностей геометрической формы прецизионных поверхностей деталей при их сортировке и предварительной отбраковке позволяет заметно повысить выход годных. Зависимости максимальных значений $\tilde{P}_0^{(2)}(h)$ и $\tilde{P}_1^{(2)}(h)$ для этого случая приведены на рис. 7.7. Увеличение выхода годных за счет сортировки по обобщенным параметрам при $h = 0,5$ мкм составляет около 10%. Несколько более высокие выход годных изделий $P_0^{(2)}(h)$ и вероятность сборки годного изделия $P_1^{(2)}(h)$ достигаются при отсутствии погрешностей измерений, однако их влияние на собираемость невелико (см. рис. 7.7). Оптимальные значения порогов предварительной отбраковки в единицах, соответствующих контролируемым параметрам деталей, приведены в табл. 7.6. Они практически не зависят от h и обуславливают то, что при увеличении точности измерений оптимальным является в основном более жесткий контроль погрешностей формы деталей. При наличии ошибок измерений комплектуется 70% деталей ($\tilde{I}(h) = 0,70$), а при их отсутствии — 67% ($I(h) = 0,67$). Наибольшее число деталей (до 25%) бракуется из-за недопустимых конусностей (параметры плунжеров — x_{12}, x_{13} , втулок — x_{22}, x_{23} , дозаторов — x_{32}, x_{33}), что еще раз подтверждает вывод о том, что на выходные характеристики плунжерных пар наиболее влияют рассмотренные конусности деталей. Оптимальные значения коэффициентов обобщенных параметров α (7.3) слабо зависят от точности измерений. С ростом h абсолютные величины $|\alpha_{ij}/h|$ в основном падают, что свидетельствует о снижении эффективности использования обобщенных параметров для сортировки деталей. В табл. 7.7 приведены оптимальные значения α_{ij}/h для различных h , в табл. 7.8 — зависимости оптимальных смещений между одноименными группами деталей плунжерной

Таблица 7.6

Контролируемый параметр	Пороги отбракованы			
	при учете погрешностей измерений		при отсутствии погрешностей измерений	
	\underline{z}_{ij}	\bar{z}_{ij}	\underline{z}_{ij}	\bar{z}_{ij}
x_{12} , МКМ/ММ	—0,004	0,023	—0,001	0,020
x_{13} , МКМ/ММ	—0,019	0,002	—0,018	0,001
x_{14} , МКМ	—	0,970	—	0,970
x_{22} , МКМ/ММ	—0,115	0,171	—0,087	0,140
x_{23} , МКМ/ММ	—0,143	0,096	—0,132	0,085
x_{24} , МКМ/ММ	—0,023	0,042	—0,023	0,037
x_{25} , МКМ	—0,474	0,523	—0,407	0,569
x_{26} , МКМ	—0,372	0,438	—0,229	0,350
x_{27} , МКМ	—0,521	0,739	—0,557	0,772
x_{28} , МКМ	—0,281	0,457	—0,192	0,315
x_{29} , МКМ	—	2,003	—	2,142
x_{32} , МКМ/ММ	—0,142	0,093	—0,117	0,072
x_{33} , МКМ/ММ	—0,153	0,116	—0,137	0,087
x_{34} , МКМ	—0,244	0,220	—0,208	0,161
x_{35} , МКМ	—0,259	0,195	—0,199	0,113
x_{36} , МКМ	—0,230	0,330	—0,203	0,269

Таблица 7.7

Групповой допуск h , МКМ	$\frac{\alpha_{18}}{h}$	$\frac{\alpha_{19}}{h}$	$\frac{\alpha_{14}}{h}$	$\frac{\alpha_{22}}{h}$	$\frac{\alpha_{25}}{h}$	$\frac{\alpha_{26}}{h}$	$\frac{\alpha_{28}}{h}$	$\frac{\alpha_{26}}{h}$
	ММ/МКМ		1/МКМ	ММ/МКМ		1/МКМ		
0,2	94	—44	1,04	16	—2,5	—27	—1,08	—1,50
0,4	50	—28	0,35	7,3	—1,7	—13	—0,87	—1,15
0,6	27	—16	0,09	3,0	—1,2	—3,1	—0,66	—0,88
0,8	13	—8,0	0,02	1,6	—0,7	1,6	—0,47	—0,67
1,0	2,7	—2,4	0,01	0,9	—0,4	1,5	—0,31	—0,52
1,2	—4,2	2,9	0	0,6	—0,2	0	—0,15	—0,40
Групповой допуск h , МКМ	$\frac{\alpha_{27}}{h}$	$\frac{\alpha_{23}}{h}$	$\frac{\alpha_{29}}{h}$	$\frac{\alpha_{32}}{h}$	$\frac{\alpha_{35}}{h}$	$\frac{\alpha_{34}}{h}$	$\frac{\alpha_{35}}{h}$	$\frac{\alpha_{36}}{h}$
	1/МКМ			ММ/МКМ		1/МКМ		
0,2	—0,75	0,46	—0,28	5,6	—7,6	—2,2	—1,0	—1,9
0,4	—0,36	0,07	—0,14	4,5	—5,0	—0,6	—0,2	—0,9
0,6	—0,18	—0,23	—0,05	3,7	—2,9	—0,13	0,5	—0,4
0,8	—0,08	—0,40	—0,02	2,9	—1,2	—0,04	1,1	—0,2
1,0	—0,03	—0,48	—0,01	2,2	0,3	—0,01	1,7	—0,1
1,2	—0,02	—0,51	0	1,6	1,2	0	2,2	—0,1

Таблица 7.8

Групповой допуск h , мкм	Смещение между группами втулки и плунжера δ_{12} , мкм					Смещение между группами дозатора и плунжера δ_{13} , мкм				
	$\delta_{12}^{(1)}$	$\delta_{12}^{(2)}$	$\delta_{12}^{(3)}$	$\delta_{12}^{(3)}$	$\delta_{12}^{(4)}$	$\delta_{13}^{(1)}$	$\delta_{13}^{(2)}$	$\delta_{13}^{(2)}$	$\delta_{13}^{(3)}$	$\delta_{13}^{(4)}$
0,2	1,6	1,7	1,8	1,4	1,9	0,6	0,9	0,9	0,8	0,7
0,4	1,6	1,9	1,9	1,4	1,9	0,6	0,9	0,9	0,8	0,8
0,6	1,6	2,1	2,0	1,4	1,9	0,6	1,0	0,9	0,9	0,8
0,8	1,6	2,3	2,1	1,4	1,9	0,6	1,0	0,9	0,9	0,8
1,0	1,6	2,4	2,1	1,4	1,9	0,6	1,0	0,9	0,9	0,9
1,2	1,6	2,5	2,2	1,5	1,9	0,6	1,0	0,9	0,9	0,9

пары от группового допуска при наличии погрешностей измерений $\tilde{\delta}^{(2)}$ и их отсутствии $\delta^{(2)}$, а также значения соответствующих смещений при ручной сборке $\tilde{\delta}^{(1)}$. Рост среднего обобщенного зазора между втулкой и плунжером δ_{12} с увеличением h обусловлен требованием обеспечения подвижности для возможно большего числа узлов. Вероятности брака по подвижности сопряжений плунжер — дозатор и гидроплотности пар менее чувствительны к групповому допуску в рассматриваемом диапазоне значений h . Расчеты показывают, что из всех параметров комплектования на собираемость наиболее влияют средние обобщенные зазоры δ_{12} , δ_{13} (главным образом δ_{12}).

Исключение требования подвижности деталей плунжерной пары при сборке из (7.1) с сохранением условий на собираемость позволяет значительно увеличить выход годных изделий $\tilde{P}_0^{(3)}(h)$ (рис. 7.7), который достигает 93% при $h = 0,5$ мкм, и устранить операцию входного контроля погрешностей формы. Высокий уровень собираемости деталей позволяет эффективно использовать автоматическое оборудование, входящее в состав системы автоматической сборки плунжерных пар, и полностью устранить ручной подбор деталей. Однако при этом сохраняется трудоемкая ручная операция притирки скомплектованных узлов. Значения смещений $\delta_{12}^{(3)}$ и $\tilde{\delta}_{13}^{(3)}$ для этого случая приведены в табл. 7.8. Значение δ_{12} оказывается существенно более низким, чем при комплектовании только подвижных пар.

Низкая собираемость деталей при наличии требования их подвижности в узлах обусловлена тем, что отклонения формы прецизионных поверхностей от идеальной чрезмерно велики и полностью скомпенсировать эти отклонения при сборке с групповой взаимозаменяемостью невозможно. Проведены расчеты выхода годных деталей плунжерных пар $\tilde{P}_0^{(4)}$ для случая, когда погрешности их формы лежат в заданных технических усло-

виями пределов (рис. 7.7). Расчеты показывают, что при этом операция входного контроля не нужна и использование оптимальных смещений δ и обобщенных параметров для сортировки деталей наиболее эффективно, что позволяет повысить выход годных на 20—35%. Так, при $h = 0,5$ мкм \tilde{P}_0 за счет этого повышается с 35 до 65%. Значения смещений $\tilde{\delta}_{12}^{(4)}$ и $\tilde{\delta}_{13}^{(4)}$ для этого случая приведены в табл. 7.8.

Расчет динамики системы автоматического комплектования плунжерных пар. Соотношения, полученные в п. 6.2, позволяют рассчитать параметры системы автоматического комплектования плунжерных пар, приведенной на рис. 7.3. Среднее число годных изделий, которое должно быть получено за смену, $N_{СК}^r = 1000$. При достаточно высокой вероятности сборки годных изделий $\tilde{P}_1 = 0,9$, которая может быть достигнута при сборке деталей с малыми погрешностями формы и частичной притиркой пар, необходимое число скомплектованных за смену узлов составляет $N_{СК} = 1110$. Чтобы обеспечить вероятности комплектования втулок с плунжерами $P_{СВ1}$ и полученных узлов с дозаторами $P_{СВ2}$, равные 95% ($P_{СВ1} = P_{СВ2} = 0,95$), необходимо (см. гл. 6) иметь накопители для плунжеров и дозаторов объемом $R_{П} = R_{Д} = 1880$ (число групп $l = 100$). Система комплектования плунжерных пар, рассмотренная в работах [11, 17], имела соответствующие накопители на 225 деталей, что обеспечивало вероятность комплектования только 70%. Необходимый объем выпуска комплектующих деталей находится из заданных условий: число дозаторов $N_{Д} = N_{СК} = 1110$ шт./смену, плунжеров — $N_{П} = N_{СК}/P_{СВ2} = 1170$ шт./смену, втулок — $N_{В} = N_{П}/P_{СВ1} = 1230$ шт./смену. Требуемые объемы складов $M_{ВТ}$ и $M_{У}$ определяются по формуле (6.12): для склада втулок $T = N_{В} = 1230$, $p = P_{СВ1} = 0,95$, $M_{ВТ} = 74$; для склада недоукомплектованных дозаторами узлов $T = N_{П} = 1170$, $p = P_{СВ2} = 0,95$, $M_{У} = 71$. В обоих случаях $u_{\alpha} = 1,645$, а это с вероятностью 95% обеспечивает то, что склады за смену не переполняются. В среднем за смену на склады поступают 61 втулка и 59 узлов плунжер — втулка. Полученные величины позволяют определить длительность такта автоматической системы при бесперебойной работе (интервал времени между поступлениями втулок на комплектование $\Delta t = 23,4$ с). Указанное время достаточно для проведения необходимых измерений размеров втулок и других деталей и их сортировки.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно сделать следующие **выводы**.

1. Необходимые этапы предпроектного исследования проблемы автоматизированного комплектования прецизионных изделий следующие:

задание критериев и варьируемых параметров технологиче-

ского процесса (групповых допусков, правил комплектования и т. д.), формулировка задачи оптимизации;

построение математических моделей объекта сборки (зависимостей выходных характеристик изделия или вероятностей удовлетворения их заданным требованиям от входных) на основании теоретической и экспериментальной информации;

выбор измеряемых (контролируемых) параметров деталей (по чувствительности к ним характеристик изделия) и определение их вероятностных характеристик (распределений);

определение оптимальных (или приемлемых) параметров технологического процесса и системы комплектования.

2. Многопараметрическое комплектование изделий может быть в некоторых случаях сведено к однопараметрическому (или, по крайней мере, понижено число параметров) путем введения некоторых интегральных (обобщенных) параметров деталей, комплексно характеризующих их влияние на характеристики изделия.

3. При одновариантном комплектовании деталей по их обобщенным параметрам с равными групповыми допусками и значительном превышении дисперсии основного параметра над дисперсией остальных, входящих линейно в обобщенный, а также зависимости вероятности выполнения требований к характеристикам изделия только от разностей обобщенных параметров деталей, задача оптимального комплектования сводится к выбору размеров и смещений полей групповых допусков деталей одной единственной произвольно выбранной селективной группы.

4. Выход годных плунжерных пар достаточно слабо зависит от групповых допусков, что позволяет их увеличить и уменьшить необходимое для сборки число групп (а также объемы накопителей, складов) без значительных потерь в производительности процесса. На результаты сборки слабо влияет также точность измерений (в исследованных диапазонах) параметров деталей.

5. Автоматическое комплектование плунжерных пар по введенным оптимальным обобщенным параметрам, учитывающим погрешности формы, а также оптимизация других параметров входного контроля и комплектования позволяют заметно повысить выход годных изделий по сравнению с результатами автоматического комплектования в соответствии с технологией ручной сборки.

6. Разработанные модели позволяют проанализировать влияние различных погрешностей параметров деталей и измерительных средств на результаты сборки, что дает возможность целенаправленно повышать качество плунжерных пар и производительность их сборки, добиваясь изменения прежде всего тех факторов, к которым наиболее критичны выходные параметры изделия.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ КОМПЛЕКТОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ РАСПЫЛИТЕЛЕЙ ФОРСУНОК ДИЗЕЛЕЙ ПО ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ РАЗМЕРАМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

8.1. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ РАСПЫЛИТЕЛЯ КАК ОБЪЕКТА СБОРКИ

В отличие от плунжерной пары, детали которой сопрягаются только цилиндрическими поверхностями, распылитель имеет три пары сопрягаемых поверхностей: цилиндрическую (направляющую), коническую (запирающую) и торцевую (уплотняющую).

На рис. 8.1 показан распылитель с гидравлически управляемой иглой, который работает следующим образом. Дозированное количество топлива, поступаая через топливоподводящее отверстие 2 в корпусе 3 распылителя, попадает во внутреннюю полость и, действуя на иглу 4, стремится поднять ее, сжимая пружину, расположенную в корпусе форсунки. При достаточно высоком давлении игла поднимается, и топливо через сопловые отверстия 1 поступает в цилиндр двигателя. В результате впрыска давление падает, игла под действием пружины опускается вниз, прекращая подачу топлива.

Таким образом, в распылителе цилиндрическое сопряжение обеспечивает возможность возвратно-поступательного перемещения иглы в корпусе и минимальные утечки топлива через зазор. Коническое сопряжение исключает подтекание топлива через распыливающие отверстия в камеру сгорания и прорыв газов в полость распылителя. Торцевое обеспечивает герметичность уплотнения между распылителем и корпусом форсунки.

В качестве параметров, определяющих основные функциональные характеристики распылителя, следует рассматривать зазор S в цилиндрическом сопряжении, ход иглы H , суммарное отклонение от соосности e запирающих конусов относительно осей деталей, суммарное отклонение от круглости θ , а также разность углов α запирающих конусов иглы $\alpha_{\text{и}}$ и конуса $\alpha_{\text{к}}$. Эти параметры в наибольшей степени влияют на качество работы распылителей.

В табл. 8.1 представлены основные требования к точности сборки отечественных распылителей и сводные данные метрологического анализа распылителей зарубежных фирм с диаметром направляющей части иглы 6 мм. Сравнительный анализ показы-

Таблица 8.1

Фирма (страна)	Допуск на замыкающие звенья				
	Диаметральный зазор S , мкм	Разность углов α , мин	Отклонение от круглости конусов θ , мкм	Отклонение от соосности конусов l , мкм	Ход иглы H , мкм
СССР	2,0	30	1,3	8,0	50
«Бош» (<i>Bosh</i> , ФРГ)	1,2	10	1,8	4,0	30
«Босио» (<i>Bosio</i> , Италия)	1,5	15	1,6	5,0	30
CAV (Англия)	1,0	15	1,8	3,0	20
«Моторпал» (<i>Motorpal</i> , ЧСФР)	2,0	20	1,6	5,0	30

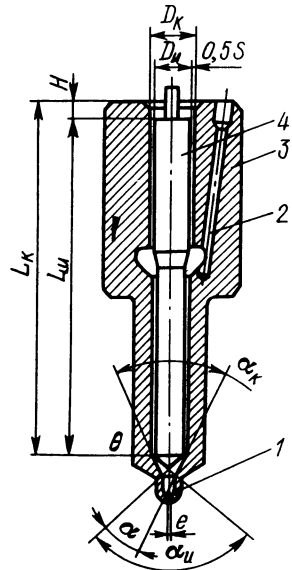


Рис. 8.1

вает, что на передовых зарубежных фирмах к точности сборки распылителей предъявляются более жесткие требования.

Основными, зависящими от сборочного процесса выходными параметрами распылителя являются: гидроплотность, герметичность и ход иглы. Их зависимости от рассмотренных ранее параметров (в свою очередь, определяемых параметрами деталей) представляют собой математические модели распылителя. Требования, предъявляемые к выходным характеристикам изделия на основании построенных моделей, могут быть пересчитаны в ограничения на геометрические параметры распылителя, формируемые при комплектации деталей.

8.2. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СБОРКИ РАСПЫЛИТЕЛЯ ПО ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ РАЗМЕРАМ

Под математическими моделями сборки распылителя следует понимать зависимости его выходных конструктивных и функциональных параметров от соответствующих геометрических размеров. На их основе можно определить вероятности нахождения этих параметров в пределах заданных полей допусков.

Если разбросы значений выходных параметров независимы, полная собираемость сложного прецизионного узла, каким является распылитель форсунки, зависит от собираемости по каждому параметру и определяется как произведение вероятностей выхода годных узлов по каждому из них. В частности, при сборке

распылителя различают собираемости по гидроплотности, герметичности и ходу иглы.

Построение математической модели сборки по гидроплотности. Гидроплотность зависит от значения зазора и его геометрической формы. Установлено, что при изменении радиального значения зазора S от 1 до 3 мкм, определенного в среднем сечении цилиндрического сопряжения l_0 (рис. 8.2), влияние конусности γ_s на ошибку расчета оказывается незначительным по сравнению с действием других факторов. Поэтому для расчета гидроплотности T таких реальных цилиндрических сопряжений можно воспользоваться формулой, полученной для идеальных зазоров с нулевыми отклонениями форм,

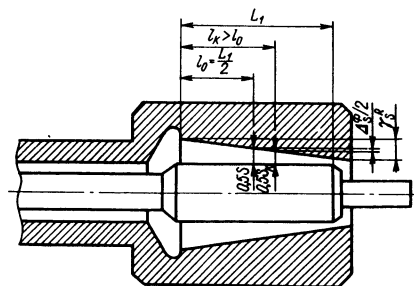


Рис. 8.2

$$T = K_T / [(S + \Delta S)^4 - S^4], \quad (8.1)$$

где K_T — постоянная, зависящая от параметров гидроиспытаний и конструкции распылителя; ΔS — упругая деформация зазора под действием давления топлива.

В соответствии с формулой (8.1) собранные распылители будут иметь гидроплотность в пределах установленных значений $[T^{\min}, T^{\max}]$, если значение S удовлетворяет условию

$$S_T^{\min} \leq S \leq S_T^{\max}, \quad (8.2)$$

где S_T^{\min} , S_T^{\max} — предельно допустимые значения зазора S .

Ограничение гидроплотности величиной T^{\max} вводится, чтобы обеспечить подвижность сопряжения, т. е. возможность перемещения иглы в корпусе под действием ее веса.

Величины S_T^{\min} и S_T^{\max} связаны с верхней и нижней границами гидроплотности соотношениями:

$$T^{\max} = K_T / [(S_T^{\min} + \Delta S)^4 - (S_T^{\min})^4]; \quad (8.3)$$

$$T^{\min} = K_T / [(S_T^{\max} + \Delta S)^4 - (S_T^{\max})^4]. \quad (8.4)$$

Тогда с учетом (8.2), (8.3) и (8.4) условия обеспечения заданных пределов гидроплотности можно представить как

$$\varphi_1(S) = S - S_T^{\max}(T^{\min}) \leq 0; \quad (8.5)$$

$$\varphi_2(S) = S_T^{\min}(T^{\max}) - S \leq 0. \quad (8.6)$$

Очевидно, что вероятность \bar{P}_T появления собранных пар с гидроплотностью T , выходящей за пределы $[T^{\min}, T^{\max}]$, равна вероятности \bar{P}_S выхода зазоров S за пределы $[S_T^{\min}, S_T^{\max}]$

$$\bar{P}_{s_T} = \bar{P}_T = 1 - \int_{S_T^{\min}}^{S_T^{\max}} f_S(S) dS. \quad (8.7)$$

Здесь $f_S(S)$ — плотность вероятности случайных зазоров S .

Очевидно, что в этом случае собираемость распылителей по гидроплотности составляет

$$P_T = P_{s_T} = 1 - \bar{P}_T = 1 - \bar{P}_{s_T}. \quad (8.8)$$

Анализ влияния погрешностей формы цилиндрических поверхностей деталей распылителя показывает, что для обеспечения самоопуска иглы требуется гарантированный действительный зазор S_k в сечении с координатой l_k , отличной от l_0 . При наличии обратной конусности γ_S отверстия корпуса (см. рис. 8.2) смещение сечения l_k относительно среднего сечения l_0 приводит к отклонению зазора S_k от его значения S в среднем сечении l_0 на величину

$$\Delta_S^\Phi = 2(l_k/L_1 - 0,5) \gamma_S^R, \quad (8.9)$$

где L_1 — длина цилиндрического сопряжения; γ_S^R — радиальное значение конусности зазора, определяемое по разности зазоров в крайних сечениях сопряжения.

Необходимо отметить, что в общем случае при наличии различных видов отклонений формы зазора для выбора детерминированного сечения l_k , в котором должен измеряться зазор, важно также требование достижения наименьшей в среднем ошибки расчета гидроплотности T , т. е. достижения минимума дисперсии Δ_S^Φ .

Очевидно, что при расчете зазора S_k по разности действительных размеров диаметров отверстия D_n и вала D_n , измеренных в сечении l_k , вносится погрешность определения зазора Δ_S^n , равная суммарной погрешности средств измерения иглы $\Delta_{D_n}^n$ и корпуса $\Delta_{D_k}^n$. Тогда выражение (8.1) для зазора S_k , измеренного в сечении l_k , с учетом (8.9) запишем

$$T = K_T / [(S_k + \Delta_S^\Phi + \Delta_S^n + \Delta_S)^4 - (S_k + \Delta_S^\Phi + \Delta_S^n)^4]. \quad (8.10)$$

Здесь $S = S_k + \Delta_S^\Phi + \Delta_S^n$; $\Delta_S = \Delta_S^\Phi + \Delta_S^n$; Δ_S — суммарная погрешность определения зазора S по результату измерения зазора S_k .

С учетом неравенств (8.5)—(8.6) условная вероятность $P_T(S_k)$ сборки одного годного по гидроплотности распылителя при фиксированном S_k равна

$$P_T(S_k) = P\{S_T^{\min} \leq S \leq S_T^{\max} | S_k\} = \int_{S_T^{\min}}^{S_T^{\max}} f_S(S | S_k) dS, \quad (8.11)$$

где $f_S(S | S_k)$ — условная плотность вероятности зазора S при фиксированном значении зазора S_k в сечении l_k . В дальнейших расчетах принимается, что плотность вероятности $f_S(S | S_k)$ нормальная.

Безусловная вероятность сборки годного по гидроплотности распылителя с плотностью вероятности зазора S_k , соответствующей $f_{S_k}(S_k)$, определяется формулой

$$P_T = P_{S_T} = P \{ S_T^{\min} \leq S \leq S_T^{\max} \} = \int_{-\infty}^{\infty} P_T(S_k) f_{S_k}(S_k) dS_k. \quad (8.12)$$

На рис. 8.3 показаны зависимости вероятности \bar{P}_{S_T} выхода зазора S за пределы $[S_T^{\min}, S_T^{\max}]$ для различных значений соотношений $\delta_{S_k}/\delta_{S_T}$, $A_{\text{мет}}^{S_T} = \delta_S/\delta_{S_k}$ и плотностей вероятности $f_{S_k}(S_k)$. Здесь $S = S_k + \Delta_S$, $\delta_{S_k} = S_k^{\max} - S_k^{\min}$, $\delta_{S_T} = S_T^{\max} - S_T^{\min}$ — допуски зазоров S и S_k , σ_S — среднеквадратичное отклонение погрешности Δ_S , кривые 1—5 построены соответственно для равномерного ($A_{\text{мет}}^{S_T} = 0,04$, $A_{\text{мет}}^{S_T} = 0,08$) и треугольного ($A_{\text{мет}}^{S_T} = 0,16$, $A_{\text{мет}}^{S_T} = 0,2$, $A_{\text{мет}}^{S_T} = 0,26$) (Симпсона) распределений $f_{S_k}(S_k)$.

Из графиков следует, что вероятность \bar{P}_{S_T} минимальна, когда плотность $f_{S_k}(S_k)$ близка к нормальной, и максимальна для равномерного закона. С этой точки зрения представляется целесообразным разработать такие алгоритмы комплектования, которые обеспечивали бы наличие по возможности минимального числа СК с предельными значениями зазоров S_k^{\min} , S_k^{\max} , уменьшая тем самым влияние погрешности Δ_S на вероятность P_{S_T} .

В качестве примера по формулам (8.3) и (8.4) рассчитаны для полученных экспериментальных значений $K_T = 49\,760$ с·ммк⁴ и $\Delta_S = 4,4$ мкм, предельно допустимые значения зазоров S_T^{\min} и S_T^{\max} для обеспечения $T^{\min} = 7$ с и $T^{\max} = 20$ с. В этом случае получаем $S_T^{\min} = 2,7$ мкм и $S_T^{\max} = 4,9$ мкм, что требует обеспечить допуск $\delta_{S_T} = 2,2$ мкм. Полагая возможным обеспечить при комплектовании допуск $\delta_{S_k} = 1,0$ мкм, найдем отношение $\delta_{S_k}/\delta_{S_T} \approx 0,5$. Если зазор S_k распределен по закону Симпсона, тогда для обеспечения вероятности $\bar{P}_T = 1 - P_T \leq 0,2\%$ отношение не должно превышать 0,2. Отсюда $\sigma_S \leq 0,2$ мкм. Из эксперимента среднеквадратичное отклонение

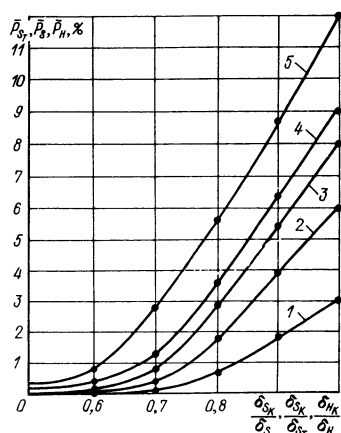


Рис. 8.3

ошибки Δ_S^Φ не превышает 0,12 мкм, тогда среднеквадратичное отклонение погрешности измерений σ_S^H должно быть не более 0,16 мкм.

Пользуясь зависимостями, изображенными на рис. 8.3, можно определить, что при $S = S_k + \Delta_S^H$ и $\Delta_S^\Phi = 0$ в собранных распылителях с вероятностью $\bar{P}_S = 1 - P_S \leq 1\%$ будет обеспечен допуск $\delta_S = S^{\max} - S^{\min} = 1,5$ мкм в случае, когда $\sigma_S^H \leq \leq 0,16$ мкм, $\delta_{S_k} = 1,0$ мкм, $A_{\text{мет}}^S = \sigma_S^H / \delta_{S_k} = 0,16$, $\delta_{S_k} / \delta_S = 0,7$ и плотность вероятности $f_{S_k}(S_k)$ соответствует закону Симпсона. Аналогично можно получить, что при комплектовании с допуском $\delta_{S_k} = 0,6$ мкм в собранных распылителях в случае $\Delta_S^\Phi = 0$ с вероятностью $\bar{P}_S \leq 1\%$ будет выдержан и допуск $\delta_S = 1,0$ мкм при $\sigma_S^H \leq 0,16$ мкм, $\delta_{S_k} / \delta_S = 0,6$ и $A_{\text{мет}}^S = 0,26$.

Построение математической модели сборки по герметичности. Перемещения иглы в корпусе в радиальном направлении ограничиваются зазором, поэтому при значительной суммарной несоосности запирающих конусов деталей относительно их цилиндрических поверхностей герметичность распылителя может быть нарушена. Таким образом, чтобы обеспечить необходимые функциональные показатели распылительной пары, необходимо обеспечить не только геометрическую точность сопрягаемых конических поверхностей, но и точность их взаимного расположения.

Герметичность должна обеспечиваться для любого углового положения иглы в корпусе, поэтому условие герметичности при идеальном зазоре S между цилиндрическими поверхностями имеет вид

$$(e_n + e_k) (L_n / L_1 - 0,5)^{-1} \leq S, \quad (8.13)$$

где S — диаметральный зазор в сопряжении; e_n, e_k — отклонения от соосности запирающих конусов иглы и корпуса относительно их цилиндрических поверхностей; L_n — расстояние от зоны уплотнения до торца иглы.

Неравенство (8.13) можно преобразовать к виду

$$u \leq S, \quad (8.14)$$

приняв $u = e/a$, $e = e_n + e_k$, $a = L_n / L_1 - 0,5$, где e — суммарные отклонения от соосности запирающих конусов иглы и корпуса; a — коэффициент, учитывающий геометрические размеры иглы и корпуса, для многодырчатого удлиненного распылителя, $a = 2,14$.

Вероятность $P_{\text{ТГ}}$ появления при наличии отклонений от соосности запирающих конусов герметично собранных пар с допустимой гидроплотностью определяется формулой

$$P_{TF} = P \{u \leq S, S_T^{\min} \leq S \leq S_T^{\max}\} = \int_{S_T^{\min}}^{S_T^{\max}} f_S(S) \int_0^S f_u(u) du dS =$$

$$= \int_{S_T^{\min}}^{S_T^{\max}} f_S(S) \int_0^S a f_e(au) du dS, \quad (8.15)$$

где $f_u(u)$, $f_e(e)$ — плотности распределения случайных величин u и e ; $f_u(u) \equiv a f_e(au)$; $f_e(e)$ есть композиция законов распределений отклонений от соосностей иглы $f_{e_K}(e_K)$ и корпуса $f_{e_K}(e_K)$

$$f_e(e) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{e_K}(e_K) f_{e_K}(e - e_K) de_K. \quad (8.16)$$

Собираемость распылителей возрастает, когда направляющее отверстие в корпусе имеет обратную конусность. При обратной конусности максимальный диаметр находится у кармана, а минимальный — у торца. Условие герметичности в последнем случае имеет вид

$$e/a = L_K \gamma_S / (a L_1) \leq S^{\min}, \quad (8.17)$$

где S^{\min} — минимальный диаметральный зазор, расположенный у торца распылителя.

Анализ выражения (8.17) показывает, что при обратной конусности отверстия в корпусе распылителя имеется возможность компенсировать большую суммарную несоосность e на величину, равную $0,5 L_K \gamma_S / L_1$, по сравнению со случаем, когда конусности нет.

Так как зазор S^{\min} связан с зазором S_K , определяемым в сечении l_K , соотношением

$$S^{\min} = S_K - (1 - l_K/L_1) \gamma_S, \quad (8.18)$$

то условие герметичности конического сопряжения можно записать в виде неравенства

$$u_K \leq S_K, \quad (8.19)$$

где

$$u_K = e/a - (l_K/L_1 + 0,5/a) \gamma_S. \quad (8.20)$$

Условная вероятность выполнения условия герметичности (8.19) может быть представлена формулой

$$P_T(S_K) = P \{S_K \geq u_K | S_K\} = \int_0^{S_K} f_{u_K}(u_K) du_K, \quad (8.21)$$

где $f_{u_K}(u_K)$ — плотность распределения случайной величины u_K , определяемой по формуле (8.20).

Безусловная вероятность выполнения условий герметичности в партии распылителей, собранных с плотностью распределения $f_{S_k}(S_k)$, записывается в виде

$$P_{\Gamma} = P\{u_k \leq S_k\} = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\Gamma}(S_k) f_{S_k}(S_k) dS_k. \quad (8.22)$$

В качестве примера рассчитаны вероятности $\bar{P}_{\Gamma} = 1 - P_{\Gamma}$ нарушения условия (8.19) для различных допусков δ_{S_k} и плотностей распределения $f_{S_k}(S_k)$ при условии $S \equiv S_k$. Плотность

Таблица 8.2

Плотность распределения $f_{S_k}(S_k)$	\bar{P}_{Γ} (%) при значениях δ_{S_k} (мкм)		
	3	2	1
Равномерная Симпсона	14,8	4,7	1,0
	11,4	3,7	0,9

распределения суммарной несоосности $f_e(e)$ аппроксимировалась законом Рэлея, а размер поля рассеяния c_e принимался равным 8 мкм. Соответствующие значения вероятностей \bar{P}_{Γ} приведены в табл. 8.2 для фиксированного значения верхнего предельного отклонения зазора $S_k^{\max} = 4$ мкм.

Из расчетов следует, что плотность распределения $f_{S_k}(S_k)$ и точность сборки существенно влияют на собираемость распылителей по герметичности запирающих

конусов. Чтобы получить в реальных условиях вероятность \bar{P}_{Γ} не более 1%, необходимо обеспечить допуск δ_{S_k} не более 1 мкм.

Построение математической модели сборки по ходу иглы. Ход (подъем) иглы в корпусе распылителя определяется линейными размерами L_{κ} и L_{π} (рис. 8.1), так что значение хода H определяется выражением

$$H = L_{\kappa} - L_{\pi}. \quad (8.23)$$

В условиях массового производства требуемую точность линейных размеров деталей распылителей принято поддерживать контролем перед сборкой расстояний от торцов до условно выбранного характерного сечения конической поверхности с диаметром d_x . Значение этого диаметра, как правило, выбирают на 0,2—1,0 мм меньше номинального значения диаметра запирающего сечения иглы d_{π}^H . При вычислении хода как разности размеров L'_{κ} и L'_{π} , измеряемых от торца до характерного сечения, возникает погрешность определения хода Δ'_H , которая обусловливается тем, что положение сечения контакта конических поверхностей деталей непостоянно из-за ошибок изготовления диаметра d_{π} , углов запирающих конусов α_{π} и α_{κ} . Очевидно, что разброс измеренных значений хода будет тем значительнее, чем больше разность между выбранным значением d_x и номинальным диаметром d_{π}^H . Погрешность Δ'_H имеет как систематическую, так и случайную составляющие и определяется по формуле

$$\Delta'_H = 0,0175 \Delta d \alpha, \quad (8.24)$$

где $\Delta d = d_n - d_x$, $\alpha = \alpha_n - \alpha_k$.

Пользуясь выражением (8.24), можно построить зависимость погрешности Δ'_H от разностей Δd и α для наиболее типичных значений этих величин. Анализ этой зависимости показывает, что для практических значений Δd и α систематическая составляющая Δ'_H изменяется от 5 до 23 мкм, а поле рассеяния случайной составляющей — от 8 до 28 мкм, что составляет значительную часть допуска на ход.

Чтобы уменьшить эту погрешность, были разработаны новые схемы измерения линейных размеров L''_k и L''_n для определения хода H с погрешностью Δ''_H (рис. 8.4). При измерении размера L''_k в качестве базового выбирают сечение диаметром, равным номинальному d''_n , а при измерении размера L''_n — максимальному диаметру d''_n запирающего конуса иглы. Кроме того, на игле дополнительно измеряется и диаметр d''_n , для чего иглу устанавливают запирающим конусом в измерительный наконечник с углом, равным номинальному значению угла α''_k запирающего конуса корпуса. Получаемый в результате размер L''_n является комплексным, так как при этом определяется влияние нескольких элементов измеряемой иглы. На рис. 8.4, а: 1 — измерительный преобразователь, 2 — измерительная чашка, 3 — измеряемая игла, 4 — базовая плоскость, 5 — базирующий пятак. Размер L''_k (рис. 8.4, б) измеряется с помощью штока 4, имеющего наконечник с диаметром d''_n . Здесь 1 — измерительный преобразователь, 2 — базирующий пояс, 3 — направляющая штока, 5 — измеряемый корпус.

Известно, что случайные величины α_k и d_n распределены по закону, близкому к нормальному, а номинальные значения этих величин совпадают с математическими ожиданиями. Чтобы минимизировать погрешность Δ''_H , целесообразно в схемах измерений заменить номинальные значения этих случайных величин их математическими ожиданиями, т. е. $\alpha''_k = M \{ \alpha_k \}$ и $d''_n = M \{ d_n \}$. Тогда теоретическая погрешность определения хода H представляет собой

$$\Delta''_H = 0,0175 \overset{0}{d}_n \overset{0}{\alpha}_k, \quad (8.25)$$

где $\overset{0}{d}_n = d_n - M \{ d_n \}$, $\overset{0}{\alpha}_k = \alpha_k - M \{ \alpha_k \}$.

Проведенный анализ технологических процессов изготовления игл и корпусов подтверждает, что случайные величины $\overset{0}{\alpha}_k$ и $\overset{0}{d}_n$ независимы, распределены по нормальному закону и имеют нулевые математические ожидания. Поэтому для плотности распределения погрешности Δ''_H можно записать

$$f_{\Delta''_H}(\Delta''_H) = \frac{1}{\pi \sigma \{ \Delta''_H \}} K_0(\Delta''_H / \sigma \{ \Delta''_H \}), \quad (8.26)$$

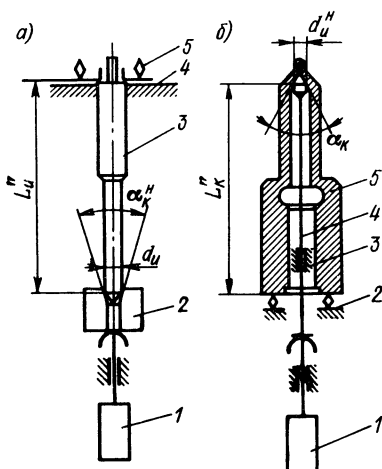


Рис. 8.4

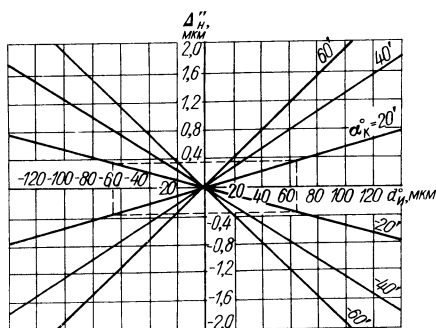


Рис. 8.5

где $\sigma \{\Delta_H''\}$ — среднеквадратичное отклонение погрешности определения хода H ; $K_0(\cdot)$ — функция Макдональда нулевого порядка.

На рис. 8.5 представлены графики зависимостей погрешности Δ_H'' от значений d_u'' и α_k'' , из которых видно, что при определении хода с помощью размеров L_k'' и L_u'' погрешность оказывается незначительной даже при максимально возможных на практике значениях d_u'' и α_k'' (реализуемая на практике область значений показана на рис. 8.5 штриховой линией). Использование разработанных схем измерения размеров L_k'' и L_u'' позволяет свести систематическую составляющую погрешности Δ_H'' к нулю и значительно уменьшить ее случайную составляющую по сравнению с определением хода по разности размеров L_k' и L_u' .

С учетом (8.23) и (8.25) получаем, что ход равен

$$H = L_k'' - L_u'' + \Delta_H'' = H_k + \Delta_H'', \quad (8.27)$$

где H_k — ход иглы, вычисляемый по разности размеров L_k'' и L_u'' .

Так как действительные размеры L_k'' и L_u'' измеряются с погрешностями Δ_{L_k}'' и Δ_{L_u}'' , то значение хода H будет содержать еще и погрешность $\Delta_H'' = \Delta_{L_k}'' + \Delta_{L_u}''$. Поэтому, учитывая (8.27), ход распылителя можно определить как

$$H = H_k + \Delta_H'' + \Delta_H'' = H_k + \Delta_H, \quad \Delta_H = \Delta_H'' + \Delta_H'', \quad (8.28)$$

где Δ_H — суммарная погрешность определения хода.

С учетом (8.28) условная вероятность $P_H(H_k)$ сборки распылителя по ходу при заданном H_k равна

$$P_H(H_k) = P\{H^{\min} \leq H \leq H^{\max} | H_k\} = \int_{H^{\min}}^{H^{\max}} f_H(H | H_k) dH, \quad (8.29)$$

где H^{\min} , H^{\max} — предельно допустимые значения хода иглы; $f_H(H | H_k)$ — условная плотность распределения хода H в собранной паре при фиксированном значении H_k .

В этом случае вероятность выполнения требований сборки по ходу $H \in [H^{\min}, H^{\max}]$ для партии распылителей с распределением хода $f_{H_k}(H_k)$ составит

$$P_H = P\{H^{\min} \leq H \leq H^{\max}\} = \int_{-\infty}^{\infty} P_H(H_k) f_{H_k}(H_k) dH_k. \quad (8.30)$$

Очевидно, за счет формирования с помощью соответствующих алгоритмов комплектования различных законов распределения $f_{H_k}(H_k)$ с минимальным числом распылителей, которые имеют значения хода, близкие к предельно допустимым, можно уменьшить влияние на собираемость P_H погрешностей Δ_H'' и Δ_H'' .

Чтобы обеспечить допуски хода δ_H , равные 50 и 30 мкм, необходимо обеспечить допуски на комплектование δ_{H_k} в пределах 40 и 20 мкм. Тогда получим, что $\delta_{H_k}/\delta_H = 0,8$ для $\delta_H = 50$ мкм и $\delta_{H_k}/\delta_H = 0,7$ для $\delta_H = 30$ мкм. Пользуясь зависимостями, изображенными на рис. 8.3, для равномерно распределенной величины H_k при обеспечении $\bar{P}_H \leq 1,0\%$, находим, что значения отношения $A_{\text{мет}} = \sigma\{\Delta_H\}/\delta_{H_k}$ не должны превышать 0,04 и 0,03. В этом случае среднеквадратичное отклонение $\Delta_H \sigma\{\Delta_H\} \leq 1,6$ мкм. Для практических значений отклонения случайных величин d_n^0 и α_k^0 среднеквадратичное отклонение $\Delta_H'' \sigma\{\Delta_H''\}$ не превышает 0,11 мкм, что говорит о незначительном влиянии этой составляющей погрешности на суммарную погрешность Δ_H . Следовательно, среднеквадратичное отклонение $\Delta_H'' \sigma\{\Delta_H''\}$ должно быть не более 1,6 мкм.

Определение полной вероятности выхода годных распылителей. При двухпараметрическом комплектовании деталей распылителей по диаметральному зазору S_k и ходу H_k полная условная вероятность $P_{\text{п1}}$ сборки годного узла при фиксированных S_k и H_k в предложении, что условная совместная плотность вероятности $f(S, u_k, H | S_k, H_k) = f_S(S | S_k) f_{u_k}(u_k) f(H | H_k)$ составляет

$$P_{\text{п1}}(S_k, H_k) = P_T(S_k) P_{\Gamma}(S_k) P_H(H_k), \quad (8.31)$$

где $P_T(S_k)$, $P_{\Gamma}(S_k)$, $P_H(H_k)$ определяются соотношениями (8.11), (8.21), (8.29).

По условной вероятности $P_{\text{п1}}(S_k, H_k)$ можно судить о целесообразности применения метода двухпараметрического комплекто-

вания в условиях конкретного производства она должна быть близка к единице.

Полная вероятность получения годного распылителя в условиях, когда плотности вероятности параметров комплектования: зазора S_k и хода H_k имеют вид $f_{S_k}(S_k)$ и $f_{H_k}(H_k)$ соответственно, равна

$$\begin{aligned} P_{\Pi} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_T(S_k) P_{\Gamma}(S_k) P_H(H_k) f_{S_k}(S_k) f_{H_k}(H_k) dS_k dH_k = \\ &= P_H \int_{-\infty}^{\infty} P_T(S_k) P_{\Gamma}(S_k) f_{S_k}(S_k) dS_k, \end{aligned} \quad (8.32)$$

где P_H находится из выражения (8.30).

Формула (8.32) представляет собой математическую модель сборки распылителей при двухпараметрическом комплектовании по действительным размерам деталей. Формируя с помощью соответствующих алгоритмов комплектования рациональные законы распределения зазора $f_{S_k}(S_k)$ и хода $f_{H_k}(H_k)$, можно повышать значение вероятности P_{Π} при условии сохранения точности сборки.

8.3. АЛГОРИТМЫ КОМПЛЕКТОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ ПО ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ РАЗМЕРАМ

В настоящее время используют различные методы сборки распылителей форсунок автотракторных дизелей. На ряде предприятий широко применяют метод сборки с групповой взаимозаменяемостью по одному параметру — диаметральному зазору, а точность по другим размерным цепям обеспечивается методом неполной взаимозаменяемости. Чтобы повысить точность комплектования, в этом случае необходимо увеличить число размерных групп, что снижает производительность процесса сборки и увеличивает объем сборочных заделов. Существенно повысить точность сборки можно, используя метод комплектования деталей прецизионных узлов по действительным размерам. Трудоемкость процесса сборки в этом случае можно снизить за счет применения автоматического комплектования на базе средств вычислительной техники. Сущность разработанного в НПО ЦНИТА метода многопараметрического комплектования по действительным размерам заключается в том, что требуемая точность во всех замыкающих звеньях достигается включением в каждую размерную цепь действительных размеров сопрягаемых деталей в пределах заданных полей допусков.

Сборка по предлагаемому методу организуется различным образом. Один из возможных вариантов — схема организации сборочного процесса, когда накапливаются не все типы деталей,

входящие в узел. В случае комплектования парного узла сборка будет состоять из следующих этапов. На первом этапе измеряют действительные размеры составляющих звеньев (параметров) накапливаемой детали. Измеренную деталь помещают в отдельную индивидуальную ячейку накопителя. В память управляющей ЭВМ вводят информацию о размерах детали и номере ячейки, в которой она находится. Заполнением всех ячеек накопителя заканчивается этап формирования сборочного задела одной детали. На другой измерительной позиции измеряют сопрягаемую деталь, информацию о размерах которой также вводят в ЭВМ. После измерения, минуя этап накопления, деталь попадает на сборочную позицию. С ввода информации о размерах сопрягаемой детали начинается этап автоматического выбора с помощью ЭВМ по заданному алгоритму парной детали из находящихся в ячейках накопителя, размеры которой удовлетворяют заданным условиям комплектования. Подобранный таким образом деталь выбирается из накопителя и выдается на сборочную позицию. Сборочный задел пополняется непрерывно и одновременно с комплектованием по мере освобождения ячеек накопителя. Использование ЭВМ позволяет автоматизировать процесс комплектования и обеспечить высокую точность сборки с максимальной производительностью.

Для комплектования по действительным размерам из конечных совокупностей деталей разработаны три различных алгоритма (АЛГ1, АЛГ2, АЛГ3) сборки сложных узлов, имеющих M выходных параметров y_j , каждый из которых представляет собой функцию параметров x_{ij} деталей

$$y_j = y_j(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}), \quad j = \overline{1, M}. \quad (8.33)$$

Алгоритм комплектования АЛГ1 обеспечивает выбор в СК первых из найденных деталей сборочной совокупности, действительные размеры которых удовлетворяют системе неравенств

$$\underline{y}_j \leq \sum_{i=1}^{n_j} \frac{\partial y_j}{\partial x_{ij}} x_{ij} \leq \bar{y}_j, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad (8.34)$$

где $\underline{y}_j, \bar{y}_j$ — минимальное и максимальное допустимые значения j -го выходного параметра; x_{ij} — действительный размер i -го составляющего звена j -й размерной цепи; n_j — число составляющих звеньев j -й размерной цепи.

При ступенчатом алгоритме комплектования АЛГ2 поле допуска j -го выходного параметра δ_j

$$\delta_j = \bar{y}_j - \underline{y}_j \quad (8.35)$$

разбивают на N_j интервалов. Каждому интервалу поля допуска присваивают соответствующие номер и приоритет. На первом шаге парную деталь СК подбирают так, чтобы значение замыка-

ющего звена y_j находилось в пределах интервала с наивысшим приоритетом. Если составить такой сборочный комплект невозможно, поиск повторяют для интервала с более низким приоритетом и так до тех пор, пока не будут проверены все интервалы N_j .

Таким образом, АЛГ2 обеспечивает подбор в сборочные комплекты таких деталей, действительные размеры которых на s -м шаге удовлетворяют системе неравенств:

$$\underline{y}_j + (r_{sj} - 1) \frac{\delta_j}{N_j} \leq \sum_{i=1}^{n_j} \frac{\partial y_j}{\partial x_{ij}} x_{ij} \leq \underline{y}_j + r_{sj} \frac{\delta_j}{N_j}, \quad s = \overline{1, N_j}, \quad (8.36)$$

где r_{sj} — элемент упорядоченного множества $\{r_{sj}\}$ номеров интервалов, расположенных в порядке убывания приоритета; s — номер приоритета.

Если последовательность номеров интервалов задана от N_j до 1, т. е. $r_{1j} = N_j$, $r_{2j} = N_j - 1, \dots, r_{N_{jj}} = 1$, то в соответствии с выражением (8.36) наибольшее число узлов будет собрано с максимальными значениями замыкающих звеньев. Обозначим через АЛГ2МАХ этот важный частный случай такого ступенчатого алгоритма. Если задавать порядок просмотра интервалов начиная с номера интервала $r_{1j} = N_j/2$ с последующим изменением номеров интервалов в обе стороны поочередно от $N_j/2$, то большинство пар будет иметь значение замыкающего звена y_j , близкое к его среднему значению. Назовем этот алгоритм АЛГ2СР.

Чтобы уменьшить наполнение накопителя лишними деталями с одинаковыми размерами, можно воспользоваться алгоритмом комплектования с поиском максимума АЛГ3. Во время просмотра накопителя запоминаются адреса деталей в накопителе, размеры которых удовлетворяют выражению (8.34). После этого поле допуска δ_j j -го замыкающего звена разбивается на N_j интервалов и подсчитывается число деталей, попавших в каждый интервал. При этом парная деталь выбирается из интервала с максимальным числом комплектных деталей.

В этом случае неравенство для определения замыкающего звена можно записать в виде

$$\underline{y}_j + (r_j^{\max} - 1) \frac{\delta_j}{N_j} \leq \sum_{i=1}^{n_j} \frac{\partial y_j}{\partial x_{ij}} x_{ij} \leq \underline{y}_j + r_j^{\max} \frac{\delta_j}{N_j}, \quad (8.37)$$

где r_j^{\max} — номер интервала замыкающего звена с максимальным числом комплектных деталей.

При сборке прецизионных пар, детали которых сопрягаются по нескольким параметрам, необходимо обеспечить заданные точности одновременно во всех размерных цепях. Поэтому использование для многопараметрической сборки алгоритмов АЛГ1 заключается в последовательном обеспечении выполнения M неравенств (8.34), с помощью которых задается точность сборки по каждой j -й цепи.

При использовании алгоритма АЛГ2 для комплектования деталей сложных узлов в заданной последовательности, составленной в соответствии со значимостью выходных параметров, проверяют выполнение условий (8.36) по каждой j -й цепи с учетом множества $\{r_{sj}\}$. Обозначим этот алгоритм как МАЛГ2.

При независимых размерных цепях можно использовать алгоритмы АЛГ1—АЛГ3 в различных комбинациях, т. е. комплектовать каждую цепь по одному из однопараметрических алгоритмов. Алгоритм выбирают исходя из функционального назначения каждого замыкающего звена и особенностей используемого метода комплектования.

Применительно к сборке узлов, которые состоят из двух деталей, образующих при сопряжении M трехзвенных размерных цепей, систему неравенств, в соответствии с которой детали подбираются в узлы, можно записать в виде

$$\begin{aligned} \underline{g}_j &\leq \sum_{i=1}^2 \frac{\partial y_j}{\partial x_{ij}} x_{ij} \leq \bar{y}_j, \quad j = \overline{1, j_1}; \\ \underline{g}_j + (r_{sj} - 1) \frac{\delta_j}{N_j} &\leq \sum_{i=1}^2 \frac{\partial y_j}{\partial x_{ij}} x_{ij} \leq \underline{g}_j + r_{sj} \frac{\delta_j}{N_j}, \quad j = \overline{j_1 + 1, j_2}; \\ \underline{g}_j + (r_j^{\max} - 1) \frac{\delta_j}{N_j} &\leq \sum_{i=1}^2 \frac{\partial y_j}{\partial x_{ij}} x_{ij} \leq \underline{g}_j + r_j^{\max} \frac{\delta_j}{N_j}, \quad j = \overline{j_2 + 1, M}. \end{aligned} \quad (8.38)$$

Номера размерным цепям присваивают в соответствии с их значимостью в собираемом узле. В приведенной системе неравенств в соответствии с заданным алгоритмом АЛГ1 подбираются детали по первой размерной цепи, затем — по второй и так далее вплоть до j_1 -й цепи. Алгоритм АЛГ2 применяется для размерных цепей с номерами от $j_1 + 1$ до j_2 , а алгоритм АЛГ3 — от $j_2 + 1$ до M .

Если какое-либо из условий (8.38) не выполняется, то данная пара считается некомплектной и эти условия проверяются для других деталей. Для двухпараметрического комплектования деталей распылителя целесообразно применять алгоритмы АЛГ3 для сборки по ходу иглы и АЛГ2СР — по диаметральному зазору.

В первую очередь комплектуется размерная цепь по ходу в соответствии с алгоритмом АЛГ3, затем — по диаметральному зазору с использованием алгоритма АЛГ2СР.

Методом имитационного моделирования на ЭВМ была изучена одно- и многопараметрическая сборка парных прецизионных узлов по действительным размерам деталей x_1 и x_2 и методом групповой взаимозаменяемости при непрерывной форме организации сборочно-комплектовочного процесса. Факторы, влияющие на выходные характеристики (вероятность сборки, законы рас-

пределения выходных параметров) изучаемого процесса, и пределы их варьирования приведены ниже.

Точность сборки $\delta_j^{\text{отн}}$	0,1—6,0
Объем накопителя R , шт.	10—1000
Алгоритмы комплектования	АЛГ1, АЛГ2, АЛГ3, АЛГ4, 2АЛГ1
Число выходных параметров M	1, 2, 3

При моделировании сборки с групповой взаимозаменяемостью (алгоритм АЛГ4) размер группы определяли исходя из равенства суммы двух допусков размерных групп заданному относительному допуску $\delta_j^{\text{отн}}$. В зависимости от выбранного размера группы все поле допуска разбивалось на l_j групп, детали собирали в комплекты из одноименных групп.

При моделировании предполагалось, что законы распределения параметров деталей нормальны и для параметров, входящих в одну размерную цепь j , справедливы соотношения

$$M\{x_{2j}\} - M\{x_{1j}\} = y_j^{\text{cp}}, \quad \sigma\{x_{1j}\} = \sigma\{x_{2j}\} = \sigma_j, \quad (8.39)$$

где $M\{x_{ij}\}$, $\sigma\{x_{ij}\}$, $i = 1, 2$ — математические ожидания и среднеквадратичные отклонения размеров деталей, входящих в j -ю размерную цепь; y_j^{cp} — середина поля допуска j -го выходного параметра изделия.

С помощью генератора псевдослучайных чисел формировались последовательности значений $x_{1j}^{\text{н}}$, $x_{2j}^{\text{н}}$, имеющих стандартное нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Эти значения связаны с размерами деталей x_{1j} и x_{2j} соотношениями:

$$x_{1j}^{\text{н}} = (x_{1j} - M\{x_{1j}\})/\sigma_j; \quad x_{2j}^{\text{н}} = (x_{2j} - M\{x_{2j}\})/\sigma_j. \quad (8.40)$$

При моделировании у собранных пар фиксировалось значение относительного выходного параметра $y_j^{\text{отн}}$

$$y_j^{\text{отн}} = x_{2j}^{\text{н}} - x_{1j}^{\text{н}} = (y_j - M\{y_j\})/\sigma_j. \quad (8.41)$$

С учетом выражений (8.35) и (8.41) допуск j -го выходного параметра можно записать в виде

$$\delta_j = (\bar{y}_j^{\text{отн}} - \underline{y}_j^{\text{отн}}) \sigma_j = \delta_j^{\text{отн}} \sigma_j, \quad (8.42)$$

где $\bar{y}_j^{\text{отн}}$, $\underline{y}_j^{\text{отн}}$ — предельные значения относительного выходного параметра j -й цепи; $\delta_j^{\text{отн}}$ — относительное значение допуска выходного параметра в j -м сопряжении.

Из выражения (8.41) следует, что $y_j^{\text{отн}}$ является линейной функцией случайной величины y_j , поэтому закон распределения $y_j^{\text{отн}}$ будет отличаться от закона распределения y_j только масштабom. Учитывая выражения (8.39), (8.41) и (8.42), можно показать, что математическое ожидание $M\{y_j\}$ и среднеквадратичное от-

клонение $\sigma \{y_j\}$ величины y_j связаны с аналогичными характеристиками относительной величины $y_i^{\text{отн}}$ зависимостями:

$$M \{y_i\} = y_i^{\text{ср}} + M \{y_i^{\text{отн}}\} \sigma_i; \quad \sigma \{y_i\} = \sigma_i \sigma \{y_i^{\text{отн}}\}; \quad y_i^{\text{ср}} = (\bar{y}_i + y_i)/2. \quad (8.43)$$

Установлено, что после первоначального заполнения накопителя вероятность сборки достаточно высока и близка к единице. Затем она снижается и стабилизируется на некотором установившемся уровне $P_{\text{сб}}$. Это объясняется трансформацией законов распределения размеров деталей x_1 в накопителе и появлением в нем значительного числа деталей, имеющих близкие размеры. Вероятность сборки при использовании одного накопителя стабилизируется в среднем через 100—500 тактов работы в зависимости от начального значения $P_{\text{сб}}$, где под тактом подразумевается поступление в систему и измерение одной детали типа x_2 .

Чтобы определить зависимость $P_{\text{сб}}$ от объема накопителя R и относительного допуска $\delta_i^{\text{отн}}$ при использовании алгоритмов комплектования АЛГ1, АЛГ2, АЛГ3, 2АЛГ1, был поставлен полнофакторный эксперимент. В соответствии с его планом методом имитационного моделирования на ЭВМ с пятикратным повторением в случайной последовательности проводились опыты для каждого сочетания факторов R , $\delta_i^{\text{отн}}$, пределы варьирования которых были разделены на пять уровней. Для построения функциональной зависимости $P_{\text{сб}} = f(R, \delta_i^{\text{отн}})$ использовалась мультипликативная модель, имеющая вид произведения всех факторов в различных степенях. После соответствующей замены переменных эта модель сводится к уравнению множественной линейной регрессии, для определения коэффициентов которой можно воспользоваться методом наименьших квадратов.

Проведенные исследования показали, что для расчета вероятности однопараметрической сборки $P_{\text{сб}}$ в зависимости от значения факторов R и $\delta_i^{\text{отн}}$ можно использовать следующие выражения: при комплектовании по алгоритму АЛГ1

$$\ln P_{\text{сб}} = -2,87R^{-1,20} (\delta_i^{\text{отн}})^{-1,92}, \quad (8.44)$$

при комплектовании по алгоритму АЛГ3

$$\ln P_{\text{сб}} = -2,76R^{-1,29} (\delta_i^{\text{отн}})^{-1,86}. \quad (8.45)$$

Для двухпараметрической сборки при комплектовании каждой размерной цепи с помощью алгоритма АЛГ1 вероятность можно определить по формуле

$$\ln P_{\text{сб}} = -39,18R^{-1,40} (\delta_1^{\text{отн}} \delta_2^{\text{отн}})^{-1,32}, \quad (8.46)$$

где $\delta_1^{\text{отн}}$, $\delta_2^{\text{отн}}$ — значения относительного допуска первого и второго выходных параметров.

На рис. 8.6 представлены распределения параметра замыкающего звена $y_j^{\text{отн}}$ при $R = 40$ и $\delta_j^{\text{отн}} = 1,0$. Анализ показывает, что в зависимости от используемого алгоритма комплектования распределения близки к различным законам. При сборке с групповой взаимозаменяемостью формируется закон Симпсона (кривая 2); при сборке по действительным размерам с помощью алгоритма АЛГ1 — закон равной вероятности (кривая 4); при алгоритмах комплектования АЛГ2СР и АЛГ3 — островершинные законы распределения композиционного характера (соответственно кривые 1 и 3), зависящие от числа интервалов N_j , на которые разбито поле допуска $\delta_j^{\text{отн}}$, и порядка их просмотра, задаваемого множеством $\{r_{sj}\}$.

Для всех разработанных алгоритмов вид закона распределения значения замыкающего звена зависит от допуска на этот параметр. При сборке с групповой взаимозаменяемостью и при комплектовании по алгоритму АЛГ1 законы Симпсона и равной вероятности формируются при $\delta_j^{\text{отн}} \leq 3,0$, что соответствует числу групп $l_1 = 4$. При $\delta_j^{\text{отн}} > 3,0$ закон распределения постепенно трансформируется в нормальный и при $\delta_j^{\text{отн}} = 12$ соответствует случаю сборки с полной взаимозаменяемостью. Для ступенчатого комплектования АЛГ2 и с поиском максимума АЛГ3 уменьшение $\delta_j^{\text{отн}}$ приводит к менее островершинным законам распределения, однако закон равной вероятности не формируется даже при минимальном рассмотренном допуске $\delta_j^{\text{отн}} = 0,1$.

Отмечается также зависимость закона распределения замыкающего звена от объема накопителя R при ступенчатом алгоритме комплектования АЛГ2. С ростом R увеличивается островершинность закона распределения, что связано с ростом вероятности нахождения комплектных деталей x_1 в интервале с приоритетом r_1 , поля допуска $\delta_j^{\text{отн}}$, имеющем наивысший приоритет.

Процесс непрерывного автоматического комплектования исследован также для случая многопараметрического комплектования.

На рис. 8.7 показана зависимость вероятности сборки $P_{\text{сб}}$ от числа выходных параметров M при $R = 50$ и допусках $\delta_j^{\text{отн}} = 1,0$ и $\delta_j^{\text{отн}} = 3,0$. Комплектование осуществлялось методами групповой взаимозаменяемости АЛГ4 и по действительным размерам деталей АЛГ1. Кривая 1 соответствует алгоритму АЛГ4 при $\delta_j^{\text{отн}} = 1,0$; 2 — АЛГ4 при $\delta_j^{\text{отн}} = 3,0$; 3 — АЛГ1 при $\delta_j^{\text{отн}} = 1,0$; 4 — АЛГ1 при $\delta_j^{\text{отн}} = 3,0$. Преимущество метода сборки по действительным размерам деталей становится более очевидным (см. рисунок) с увеличением числа комплектуемых параметров.

При многопараметрическом комплектовании прецизионных узлов с независимыми размерными цепями законы распределения их замыкающих звеньев формируются независимо друг от друга

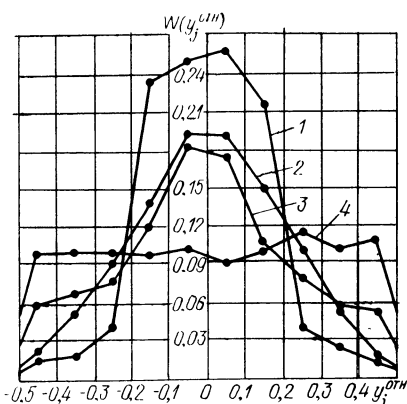


Рис. 8.6

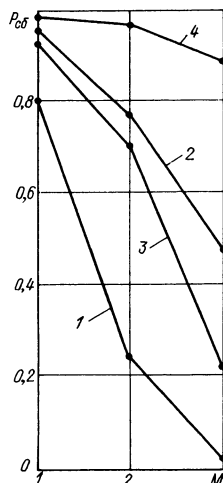


Рис. 8.7

и соответствуют случаю однопараметрического комплектования.

При работе с одним накопителем число находящихся в нем деталей x_1 с размерами x_{11} , комплектных пришедшей на сборку детали x_2 с размерами x_{21} , в среднем равно

$$R_1 = R \int_{x_{21}-0,5\delta_1}^{x_{21}+0,5\delta_1} f_{11}(x_{11}) dx_{11}, \quad (8.47)$$

где R — общий объем накопителя; $f_{11}(x_{11})$ — плотность распределения размеров x_{11} деталей x_1 .

В некоторых случаях распределением действительных размеров деталей в накопителе можно управлять. Так, иглы по диаметальному размеру могут изготавливаться с точностью от 1 до 2 мкм и приходят на сборку рассортированными на группы. Если известно текущее состояние накопителя, то его следует заполнять, поддерживая равномерное распределение диаметральных размеров игл. При равномерном законе распределения размеров x_{11} деталей в накопителе имеем:

$$R_1 = R \int_{x_{21}-0,5\delta_1}^{x_{21}+0,5\delta_1} (c_{11})^{-1} dx_{11} = R\delta_1/c_{11},$$

$$f_{11}(x_{11}) = \begin{cases} \frac{1}{c_{11}}, & x_{11} \in [\underline{x}_{11}, \bar{x}_{11}]; \\ 0, & x_{11} \notin [\underline{x}_{11}, \bar{x}_{11}]. \end{cases} \quad (8.48)$$

При двухпараметрической сборке парного узла, когда находящиеся в накопителе детали x_1 по размеру x_{11} могут изготавливаться на заказ, деталь x_1 , комплектная детали x_2 по второму

выходному параметру y_2 , выбирается из накопителя объемом R_1 , определяемым по формуле (8.47). Поэтому для определения P_{CB} при двухпараметрическом комплектовании по алгоритму АЛГІ воспользуемся формулой (8.44), которую в этом случае запишем как

$$\ln P_{CB} = -2,87 R_1^{-1,20} (\delta_2^{\text{отн}})^{-1,92}. \quad (8.49)$$

Используя полученные зависимости, можно рассчитать необходимый объем R накопителя игл при двухпараметрическом комплектовании деталей распылителей по диаметральному зазору и ходу иглы. По формуле (8.49) находим, что для обеспечения $P_{CB} \cong 1,0$ и $\delta_{H_k} = 20$ мкм при $\sigma_L = \sigma \{L_n''\} = \sigma \{L_k''\} = 14$ мкм и $\delta_{H_k}^{\text{отн}} = \delta_{H_k} / \sigma_L = 1,5$ объем накопителя R_1 должен быть не менее 40 ячеек. Для обеспечения $\delta_{S_k} = 0,6$ мкм при $c_{D_k} = c_{D_n} = 30$ мкм и равномерном законе распределения диаметральных размеров D_n игл в накопителе, используя (8.48), получаем, что в этом случае общий объем накопителя R должен быть не менее 2000 ячеек.

8.4. ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОМПЛЕКТОВАНИЯ

Конструкция и принцип работы установки. Для использования разработанного метода в цеховых условиях массового производства была создана специальная установка (модель ЦНИТА-234001) для комплектования деталей распылителей по двум параметрам: диаметральному зазору и ходу иглы.

В установке реализована система с многоуровневым накопителем деталей, обеспечивающая сборку сложных прецизионных узлов с минимальным объемом сборочного задела. Применительно к сборке распылителей в системе организуется двухступенчатое накопление одного типа деталей — игл. Иглы поступают на сборку после операции окончательной доводки рассортированными по размеру D_n на группы. Точность изготовления и сортировки обеспечивается в пределах от 1 до 2 мкм. После измерения действительных размеров D_n и L_n'' иглы поступают в адресный накопитель с индивидуальными ячейками для хранения каждой иглы.

Общая компоновка установки двухпараметрического комплектования распылителей показана на рис. 8.8. Основными узлами этой системы являются: блок индикации 1 заказа игл адресного накопителя 6, стойка управления 11 с встроенной микроЭВМ «Электроника-60М» и пультом управления, лоток 10 с приемником комплектной иглы, стол 9 с рабочим местом оператора, измеряющего корпуса и собирающего детали распылителей, двухпараметрическое устройство 8 для измерения корпусов с цифровым отсчетным блоком 7, окно загрузки 5 адресного накопителя,

двухпараметрическое измерительное устройство игл 3 с цифровым отсчетным блоком 4, стол 2 с рабочим местом оператора, который измеряет иглы и устанавливает их в накопитель.

Работа начинается с создания сборочного задела в адресном накопителе. Иглы поштучно подаются на прибор 3 и затем помещаются в накопитель 6. Установка работает по алгоритму, блок-схема которого показана на рис.8.9.

Помещая иглу в прибор, оператор измеряет действительные значения ее диаметра D_n и линейного размера L_n'' , которые автоматически вводятся в микроЭВМ. Она проверяет измеренные размеры иглы на соответствие их заданным в программе допускам. Если один или оба размера выходят за пределы полей допусков, на табло цифрового отсчетного блока загорается лампочка. Игла помещается в тару брака.

Если оба измеренных параметра находятся в пределах заданных полей допусков, ее размеры автоматически запоминаются в памяти микроЭВМ, а иглу вручную устанавливают в ячейки одной из восьми секций накопителя 6, находящейся в окне загрузки 5. Адрес ячейки секции определяет ЭВМ и индицирует на табло окна загрузки. После заполнения семи секций накопителя заканчивается первоначальное формирование сборочного задела, который затем поддерживается непрерывно на необходимом уровне по мере освобождения ячеек накопителя.

В прибор 8 устанавливают корпус распылителя и измеряют его действительные размеры: диаметр D_k и глубину залегания конуса L_k'' , которые вводятся в микроЭВМ, производящую допускной контроль. При соответствии этих размеров заданным полям допусков ЭВМ переходит к поиску иглы, соответствующей данному корпусу. Игла считается подобранной в случае одновременного выполнения неравенств, заданных алгоритмом комплектования.

При использовании алгоритма АЛГ1 неравенства комплектования записываются следующим образом:

$$S_k^{\min} \leq D_k - D_n \leq S_k^{\max}; \quad (8.50)$$

$$H_k^{\min} \leq L_k'' - L_n'' \leq H_k^{\max}, \quad (8.51)$$

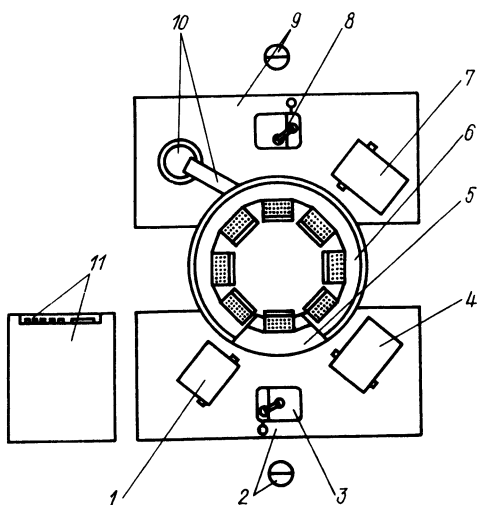


Рис. 8.8

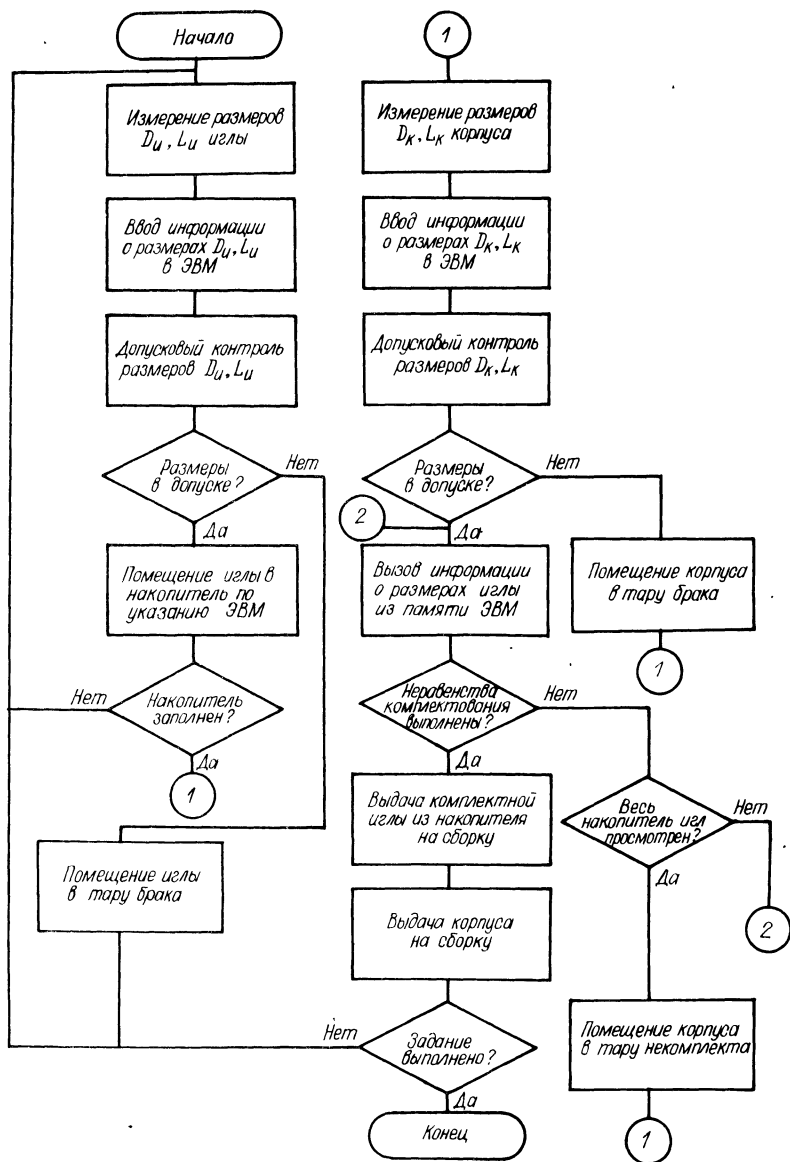


Рис. 8.9

где S_k^{\min} и S_k^{\max} — минимальное и максимальное допустимые значения зазора S_k ; D_k и D_n — действительные размеры диаметров корпуса и иглы в сечении измерения l_k ; H_k^{\min} и H_k^{\max} — минимальное и максимальное допустимые значения хода иглы H_k ; L_k и L_n — действительные линейные размеры корпуса и иглы.

В установке для подбора деталей по ходу использован алгоритм комплектования АЛГЗ, а по зазору — АЛГ2СР. Число интервалов, на которые разбиваются поля допусков, равно пяти.

В соответствии с этими алгоритмами система неравенств для подбора деталей записывается в виде

$$H_k^{\min} + (r_1^{\max} - 1) \delta_{H_k}/5 \leq L_k^* - L_n \leq H_k^{\min} + r_1^{\max} \delta_{H_k}/5;$$

$$S_k^{\min} + (r_{s2} - 1) \delta_{S_k}/5 \leq D_k - D_n \leq S_k^{\min} + r_{s2} \delta_{S_k}/5, \quad (8.52)$$

где r_1^{\max} — номер интервала в допуске на ход H_k , соответствующий максимальному числу игл; δ_{H_k} , δ_{S_k} — допуски на ход иглы и диаметральный зазор; r_{s2} — номер интервала в допуске на зазор S_k из множества приоритетов $\{r_{s2}\} = \{r_{12} = 3, r_{22} = 4, r_{32} = 2, r_{42} = 5, r_{52} = 1\}$.

При использовании алгоритмов АЛГ2СР и АЛГЗ из адресов игл, комплектных данному корпусу в соответствии с системой неравенств (8.50), (8.51), составляется матрица адресов Q , в которой адрес иглы, поступающей на сборку, определяется с помощью неравенств (8.52). Последняя из подобранных таким образом игл автоматически выгружается из ячейки, в которой она находится, и с помощью вращающегося диска доставляется на позицию сборки 10.

Блок индикации 1 фиксирует как выбытие, так и поступление деталей в адресный накопитель по параметру D_n . На табло индикации заказа высвечивается число деталей в каждой группе, недостающих в данный момент в накопителе по сравнению с заданным заранее, рассчитанным в соответствии с законом распределения диаметральных размеров корпусов D_k .

Управляющая часть системы, выполненная на базе микроЭВМ «Электроника-60М» и имеющая в своем составе расположенные в стойке управления блоки сопряжения автоматики и питания, выполняет следующие функции: управляет работой всей системы и отдельных ее узлов; долговременно хранит информацию о размерах игл, находящихся в накопителе; сопрягает микроЭВМ с внешними устройствами системы; подбирает комплектные детали в соответствии с заданным алгоритмом; заказывает требуемое число игл в каждой размерной группе по параметру D_n .

На пульте управления системой, расположенном в стойке 11, индицируется информация об измеренных размерах игл и корпусов, зазоре и ходе иглы в собранной паре, общее число собранных пар и игл, находящихся в адресном накопителе. С помощью клавиатуры, расположенной на пульте управления, можно изменять алгоритм комплектования, допуски на размеры деталей, диаметральный зазор и ход, что дает возможность оперативно менять режимы работы установки. На табло индикации выводится статистическая информация о ходе сборочного процесса в виде полигонов распределения зазоров, хода иглы, измеряемых раз-

меров деталей, числе бракованных деталей, что позволяет также контролировать процесс изготовления деталей, поступающих на сборку.

Измерительная часть системы, включающая два цифровых многоканальных измерительных прибора 7 и 4, предназначена для одновременного определения действительных размеров обоих параметров каждой детали: D_n , L_n'' и D_k , L_k'' .

Одним из основных элементов накопительной части является адресный накопитель, имеющий 2000 индивидуально управляемых ячеек для хранения измеренных игл. Обычно накопители адресного типа с автоматическими циклами загрузки и выгрузки деталей имеют малые объемы и низкую производительность. Этих недостатков можно избежать, если использовать новый принцип организации таких накопителей, заключающийся в том, что узел загрузки охватывает только часть ячеек накопителя. Такое выполнение узла загрузки, а также подключение к микроЭВМ датчика положения накопителя относительно узла загрузки позволяют выделить в накопителе и блоке памяти ЭВМ две отдельные «плавающие» зоны: загрузки и выгрузки. Сокращение области загрузки уменьшает путь перемещения загрузочного устройства и повышает производительность системы. Из ячеек, охваченных в данный момент узлом загрузки, выгрузка блокируется, что исключает участие находящихся в них деталей из комплектования на время загрузки этой зоны.

С конструктивной точки зрения реализация такого принципа организации накопителя в установке для двухпараметрического комплектования распылителей заключается в следующем. Накопитель (рис. 8.10) состоит из восьми секций. На каждой из них закреплена плата с ячейками 12, расположенными в виде матрицы, которая имеет 25 строк и 10 столбцов. Общая вместимость кассеты — 250 ячеек. Кассеты устанавливаются на вращающуюся платформу 9 так, что они образуют восьмигранную усеченную пирамиду, которая может поворачиваться вокруг неподвижной оси 3 на угол $\pm 180^\circ$. Платформа 9 располагается над воронкой склиза 8, установленной на основании 5. По наклонной плоскости склиза автоматически выбрасываемые из ячеек иглы попадают на вращающийся внутри цилиндрического обода 7 диск 6. Под действием центробежной силы игла прижимается к ободу и через отверстие по лотку 2 выходит за пределы накопителя на монтажный стол. Секции накопителя закрываются кожухом 11, имеющим неподвижное загрузочное окно 13, через которое иглы загружаются в ячейки кассеты, находящейся в настоящее время в окне 13. С помощью ручек 4 восьмигранная пирамида поворачивается. Индикаторные элементы 14, расположенные по двум сторонам окна загрузки, обозначают строки и столбцы матрицы платы ячеек 12.

Таким образом, разбивка всего поля накопителя на восемь отдельных секций, размещенных на вращающейся платформе,

и наличие окна загрузки позволяют во время загрузки одной кассеты использовать остальные 1750 ячеек для сборки. После заполнения этой секции платформа поворачивается на угол 45° , подавая под загрузку следующую кассету.

Конструкция адресного накопителя позволяет расположить рабочие места операторов загрузки и сборки по разным сторонам накопителя, что дает им возможность работать одновременно.

Индивидуально управляемая ячейка накопителя, выполненная в виде гнезда под одну иглу, охватывается соленоидом. Принцип действия автоматической выгрузки детали из такого гнезда заключается в следующем. Игла и соленоид образуют неуравновешенную магнитную систему. При прохождении импульса тока длительностью порядка 4 мс и амплитудой 3 А через соленоид в 500 витков игла намагничивается и стремится занять положение, при котором магнитное сопротивление системы минимально. При движении иглы к положению равновесия она приобретает энергию, достаточную для ее выбрасывания из ячейки накопителя. Длительность импульса и силу тока выбирают такими, чтобы катушка выключалась в момент заполнения всей полости соленоида ферромагнитным телом детали.

Игла вылетает из ячейки накопителя за счет намагничивания, поэтому перед сборкой ее необходимо размагнитить. Конструктивно размагничивающее устройство, состоящее из трех параллельно подключенных к переменному току соленоидов, размещается между ободом 7 и кожухом 11 (рис. 8.10). Внутри соленоидов вставлен лоток 2, по которому игла пролетает за счет накопленной кинетической энергии, полученной при сходе с вращающегося диска 6.

В установке для двухпараметрического комплектования деталей распылителей предусмотрена возможность оперативно изменять режимы работы: алгоритмов комплектования и точности сборки по диаметральному зазору и ходу иглы, полей допусков на параметры деталей, по которым ведется подбор.

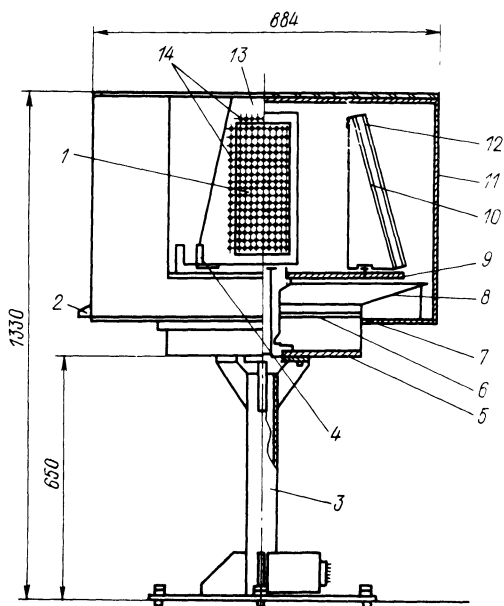


Рис. 8.10

Конструкция и принцип работы двухпараметрических измерительных приборов. Для двухпараметрического комплектования деталей распылителей потребовалось создать приборы с точностными характеристиками, которые удовлетворяют требованиям сборки по действительным размерам, обеспечивающие автоматический ввод цифровой измерительной информации в ЭВМ.

Как было показано в п. 8.2, при комплектовании распылителей по диаметральному зазору S_k в допуск δ_{S_k} от 1 до 0,6 мкм необходимо определять зазор S в сопряжении с погрешностью Δ_S^H , среднеквадратичное отклонение случайной составляющей σ_S^H которой не превышает 0,16 мкм. При комплектовании по ходу H_k в допуск δ_{H_k} от 20 до 40 мкм, среднеквадратичное отклонение случайной составляющей погрешности определения хода H не должно быть более 1,6 мкм. При дискретности отсчета цифровых измерительных приборов 0,1 мкм и 1,0 мкм соответственно среднеквадратичные отклонения погрешности квантования $\Delta_{кв}$, равные $\Delta_{кв}/\sqrt{12}$, не превышают 0,029 мкм и 0,29 мкм и незначительно влияют на общую погрешность измерений.

В настоящее время приборы, используемые в производстве распылителей, не имеют автоматизированного цифрового выхода, а их нормированные метрологические характеристики не обеспечивают требования, необходимые для двухпараметрического комплектования по действительным размерам деталей. При многопараметрическом комплектовании можно обеспечить максимальную производительность, одновременно измеряя несколько размеров деталей. Разработка и исследование таких измерительных средств представляют собой новую техническую задачу.

Были разработаны новые образцы приборов, имеющих унифицированную конструкцию, для одновременного измерения на сопрягаемых деталях распылителя двух параметров: диаметров и линейных размеров иглы и корпуса. Индуктивный принцип позволяет сравнительно просто получить высокую точность преобразования измерительной информации в цифровой код при достаточно большом диапазоне измерений. Каждый прибор состоит из своего измерительного механизма и многоканального цифрового отсчетного блока.

Схема измерительного механизма для одновременного измерения диаметра и линейного размера иглы представлена на рис. 8.11.

Иглу 14 устанавливают на позицию измерения вертикально, базируя цилиндрической частью на втулке 13, что обеспечивает самоустановку иглы относительно измерительных наконечников прибора. В осевом направлении игла упирается запирающей кромкой диаметра d_n в измерительную чашку 11 и поджимается по торцу прижимом 16 к торцевой измерительной плоскости втулки 13. Измерительная чашка 11 и рабочие плоскости прижима 16 и втулки 13 изготовлены из твердого сплава. Перемещение, вызванное изменением линейного размера иглы, через шток 9

Особенность индуктивных измерительных приборов состоит в использовании датчиков перемещения в качестве первичных измерительных преобразователей и электронных аналого-цифровых устройств цифровых отсчетных блоков — в качестве вторичных. В каждом измерительном механизме используются по три индуктивных датчика перемещения, два из которых применяются для дифференциальной схемы измерения диаметра, а один — для определения линейного размера. Вторичный преобразователь представляет собой многоканальное цифровое отсчетное устройство, обеспечивающее подключение четырех индуктивных датчиков, два из которых работают в режиме суммирования.

При создании приборов возникла необходимость разработать многоканальный цифровой отсчетный блок, выполняющий следующие функции: вторичное преобразование в цифровой код измерительного импульса, снимаемого с каждого из трех подключенных индуктивных датчиков; передачу измерительной информации в ЭВМ и прием сигналов из ЭВМ; поочередное отображение измеряемых размеров детали; вывод на табло информации о разбраковке и результатов контроля измеренных размеров деталей.

Погрешности измерения диаметров деталей распылителя при двухпараметрическом комплектовании. Получение измерительной информации одновременно об обоих параметрах (диаметре и линейном размере) детали за одну установку позволяет значительно повысить производительность сборки. Принцип такого двухмерного измерения можно реализовать на практике, применяя вертикальное базирование деталей, однако при этом возникают погрешности измерений, вызванные неточностью установки измеряемых деталей относительно линии измерения.

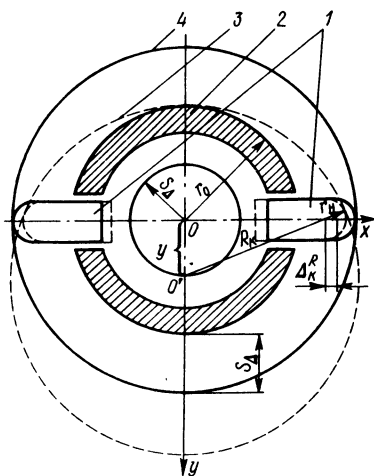


Рис. 8.12

Схема расположения отверстия в корпусе распылителя относительно базировочной оправки показана на рис. 8.12. Здесь 4 и 3 — измеряемое отверстие на оправке и оно же в смещенном положении соответственно; 2 — оправка; 1 — измерительные рычаги. Для описания взаимосвязи между неточностью базирования и погрешностью измерения диаметра Δ_K используется цилиндрическая система координат, начало которой расположено на пересечении линии измерения с осью оправки. Положение измеряемой детали относительно линии измерения определяется координатами y и x точки O' пересечения оси измеря-

емой детали с плоскостью xOy . Любое положение распылителя на оправке, удовлетворяющее условию

$$x^2 + y^2 \leq S_{\Delta}^2, \quad (8.53)$$

считается равновероятным. В выражении (8.53) S_{Δ} представляет собой радиальный зазор между деталью с радиусом R_k и оправкой радиуса r_0 . Использование дифференциальной схемы измерения не вызывает погрешности измерения за счет смещения детали по оси x . Так как любое положение оси измеряемой детали в пределах окружности радиусом S_{Δ} , удовлетворяющее условию (8.53), равновероятно, то плотность распределения y при вертикальной установке детали на оправке будет определяться как отношение длины хорды окружности радиуса S_{Δ} , смещенной от центра оправки на величину y , к половине площади этой окружности

$$f_y(y) = 4 \sqrt{S_{\Delta}^2 - y^2} / (\pi S_{\Delta}^2). \quad (8.54)$$

Количественная взаимосвязь погрешности Δ_k измерения диаметра D_k от смещения y определяется в соответствии с рис. 8.12. Из-за смещения центра детали O' вдоль оси Oy относительно центра оправки O на величину y возникает ошибка, вызванная расположением линии измерения Ox на хорде длиной $2 \sqrt{R_k^2 - y^2}$, меньшей наибольшей хорды детали, и наличием у измерительных рычагов радиусов r_n . В этом случае радиальное значение погрешности Δ_k^R можно вычислить как

$$\Delta_k^R = R_k - r_n - \sqrt{(R_k - r_n)^2 - y^2}. \quad (8.55)$$

Из формулы (8.55) для y получаем

$$y = \sqrt{(R_k - r_n)^2 - (R_k - r_n - \Delta_k^R)^2} \approx \sqrt{2(R_k - r_n) \Delta_k^R}. \quad (8.56)$$

Пользуясь формулами (8.54) и (8.56) для плотности распределения погрешности Δ_k измерения диаметра корпуса распылителя при вертикальном базировании, получаем

$$f_{\Delta_k}(\Delta_k) = \frac{2}{\pi b} \sqrt{b/\Delta_k - 1}, \quad (8.57)$$

где $b = S_{\Delta}^2 / (R_k - r_n) = (R_k - r_0)^2 / (R_k - r_n)$.

Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратичное отклонение величины Δ_k находятся из соотношений:

$$\begin{aligned} M\{\Delta_k\} &= \int_0^b \Delta_k \frac{2}{\pi b} \sqrt{b/\Delta_k - 1} d\Delta_k = b/4; \\ \sigma^2\{\Delta_k\} &= \int_0^b (\Delta_k - b/4)^2 \frac{2}{\pi b} \sqrt{b/\Delta_k - 1} d\Delta_k = b^2/16; \\ \sigma\{\Delta_k\} &= b/4. \end{aligned} \quad (8.58)$$

Среднеквадратичное отклонение Δ_n равно математическому ожиданию. Введем нормированную величину $z_n = \Delta_n / \sigma \{ \Delta_n \} = 4\Delta_n/b$. В этом случае из (8.57) следует, что плотность распределения для $z_n \in [0, 4]$ равна

$$f_{z_n}(z_n) = (2\pi)^{-1} \sqrt{4/z_n - 1}. \quad (8.59)$$

Функция распределения $F(z_n)$, полученная интегрированием (8.59), имеет вид

$$F(z_n) = 1 + \frac{z_n}{2\pi} \sqrt{4/z_n - 1} - \frac{2}{\pi} \arctg \sqrt{4/z_n - 1}. \quad (8.60)$$

На рис. 8.13 показаны кривые плотности распределения $f_{z_n}(z_n)$ и функции распределения $F(z_n)$.

При смещении вала относительно оси оправки на величину y и радиусах иглы и наконечников, равных R_n и r_n , радиальное значение погрешности Δ_n^R измерения определяется следующим образом:

$$\Delta_n^R = R_n + r_n - \sqrt{(R_n + r_n)^2 - y^2}. \quad (8.61)$$

Из формулы (8.61) для смещения y имеем

$$y = \sqrt{(R_n + r_n)^2 - (R_n + r_n + \Delta_n^R)^2} \approx \sqrt{2(R_n + r_n)\Delta_n^R}. \quad (8.62)$$

Из (8.54) после дифференцирования (8.62) по Δ_n^R получаем выражение для плотности распределения диаметральной погрешности

$$f_{\Delta_n}(\Delta_n) = \frac{2}{\pi c} \sqrt{c/\Delta_n - 1}. \quad (8.63)$$

Здесь

$$c = S_{\Delta}^2/(R_n + r_n) = (r_0 - R_n)^2/(R_n + r_n), \quad (8.64)$$

где r_0 — радиус базирующей оправки; r_n — радиус измерительных рычагов.

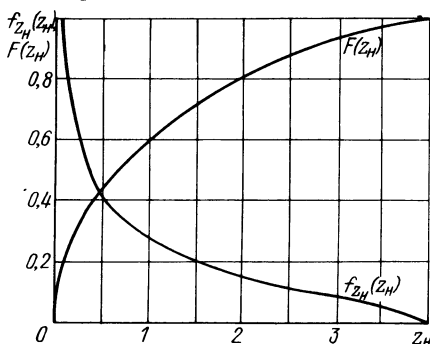


Рис. 8.13

Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратичное отклонение величины Δ_n определяются выражениями:

$$M\{\Delta_n\} = c/4, \quad \sigma^2\{\Delta_n\} = c^2/16, \\ \sigma\{\Delta_n\} = c/4. \quad (8.65)$$

Таким образом, математическое ожидание погрешности Δ_n измерения также равняется ее среднеквадра-

тичному отклонению. Для нормированной величины $z_n = \Delta_n / \sigma \{ \Delta_n \}$, $z_n \in [0, 4]$ плотность и функция распределения имеют вид (8.59), (8.60).

В общем случае с учетом (8.58) и (8.61) погрешность измерения Δ_e , вызванная смещением диаметра D цилиндрической детали (вала или отверстия) относительно линии измерения, можно представить в виде

$$\Delta_e = D \pm 2r_n - \sqrt{(D \pm 2r_n)^2 - 4y^2}. \quad (8.66)$$

Особенность полученного закона распределения (8.55) погрешности Δ_e измерения из-за неточности базирования измеряемой детали состоит в том, что абсолютные значения погрешности ограничены пределами от $\Delta_e^{\min} = 0$ до $\Delta_e^{\max} = 4\sigma \{ \Delta_e \}$. При этом среднеквадратичное отклонение $\sigma \{ \Delta_e \}$ и математическое ожидание $M \{ \Delta_e \}$ погрешности Δ_e равны и определяются выражением

$$M \{ \Delta_e \} = \sigma \{ \Delta_e \} = \frac{S_{\Delta}^2}{2(D \pm 2r_n)} = \frac{(D - d_0)^2}{8(D \pm 2r_n)}, \quad (8.67)$$

где S_{Δ} — зазор между измеряемой деталью и оправкой; d_0 — диаметр оправки.

В формулах (8.66) и (8.67) знак «+» между слагаемыми знаменателя относится к случаю измерения вала, а знак «—» — отверстия.

Коэффициент относительной асимметрии α полученного распределения имеет вид

$$\alpha = (M \{ \Delta_e \} - 2\sigma \{ \Delta_e \}) / (2\sigma \{ \Delta_e \}) = -0,5. \quad (8.68)$$

Для коэффициента относительного рассеяния, служащего для сопоставления характера рассеивания при законе (8.59) с характером рассеивания при нормальном законе, можно записать

$$\lambda = 3\sigma \{ \Delta_e \} / 2\sigma \{ \Delta_e \} = 1,5. \quad (8.69)$$

Анализ формулы (8.67) показывает, что числовые характеристики погрешности Δ_e являются квадратичными функциями от зазора S_{Δ} . Поэтому диапазон измерения диаметров деталей ограничивается квадратом предельно допустимого значения зазора S_{Δ} между измеряемой деталью и оправкой при заданных значениях погрешности Δ_e , которые увеличиваются с уменьшением измеряемого диаметра вала и увеличением диаметра отверстия. Величина Δ_e может быть весьма значительной уже при зазоре S_{Δ} , равном 60 мкм, и превышать другие составляющие основной погрешности.

Экспериментальное исследование погрешностей измерительных приборов. Был проведен ряд экспериментов по измерению образцовых мер при различных значениях зазора S_{Δ} между измеряемой мерой и базирующей оправкой. Диаметры оправок приборов для измерения корпусов и игл выбирались равными 5,990

и 6,070 мм соответственно. Диапазон измерения зазоров в эксперименте составил приблизительно 80 мкм, что на 40% превышает нормируемый диапазон (45 мкм), использующийся при эксплуатации приборов в составе установки.

В табл. 8.3 приведены реализованные в экспериментах зазоры Δ и теоретические значения среднеквадратичного отклонения погрешности измерений $\sigma^T\{\Delta_e\}$ диаметров D_K и D_H , подсчитанные по формуле (8.67) при радиусе наконечников $r_n = 0,5$ мм. Здесь же даны экспериментальные оценки среднеквадратичных отклонений $\sigma^e\{\Delta_e\}$ случайных составляющих погрешности измерения диаметров, полученные при многократном повторении измерений одних и тех же мер.

Таблица 8.3

Зазор Δ , мкм		Среднеквадратичное отклонение, мкм			
		расчетное $\sigma^T\{\Delta_e\}$		экспериментальное $\sigma^e\{\Delta_e\}$	
		D_K	D_H	D_K	D_H
11,7	79,9	0,003	0,114	0,020	0,131
17,8	69,5	0,008	0,086	0,026	0,104
28,6	56,0	0,020	0,056	0,040	0,074
62,8	31,0	0,090	0,017	0,110	0,039
90,5	13,2	0,198	0,003	0,227	0,020

Таблица 8.4

Погрешность, мкм	Прибор для контроля			
	корпуса		иглы	
	D_K	L_K''	D_H	L_H''
Систематическая составляющая Δ^s	0,021	0,06	0,020	0,08
Среднеквадратичное отклонение случайной составляющей $\sigma\{\Delta^s\}$	0,110	0,83	0,104	0,95
Основная Δ^H	0,241	1,72	0,228	1,98

Экспериментальные значения $\sigma^e\{\Delta_e\}$ для всех случаев превышают теоретические $\sigma^T\{\Delta_e\}$ не более чем на 0,029 мкм. Погрешность базирования влияет на общую погрешность измерительных приборов наряду с погрешностью квантования, собственными погрешностями измерительных механизмов и цифровых отсчетных блоков. Необходимо отметить, что значимость этих

составляющих случайной погрешности в исследованных точках диапазона различна. При значениях зазоров между измеряемыми диаметрами и оправкой, превышающих 45 мкм, величина $\sigma \{\Delta_e\}$ соответственно влияет на общую погрешность измерений, среднеквадратичное отклонение которой уже превышает 0,1 мкм.

Проведенные исследования показали также наличие у приборов двух составляющих основной погрешности Δ^u : систематической Δ^o и случайной Δ^s . Для расчета основной погрешности измерений замыкающего звена размерной цепи используем формулу

$$\Delta^u = \sum_i \Delta_i^o \pm 2 \sqrt{\sum_i \sigma_i^2 \{\Delta^s\}}, \quad (8.70)$$

где Δ_i^o — систематическая составляющая погрешности измерения i -го звена цепи; $\sigma_i \{\Delta^s\}$ — среднеквадратичное отклонение случайной составляющей погрешности измерения i -го звена цепи.

В табл. 8.4 приведены предельные значения составляющих погрешностей измерительных приборов, полученные в результате исследований, а также предельные значения их основных погрешностей, рассчитанные с помощью зависимости (8.70). Пределы измерений диаметров составили 45 мкм, а линейных размеров — 80 мкм. Необходимо отметить, что предельные значения случайных составляющих выбирались в точках диапазона, где принимается гипотеза о нормальном характере распределения этих погрешностей. Поэтому при оценке влияния погрешности измерительных приборов на точность сборки можно считать, что ее случайная составляющая распределена по нормальному закону и не превышает значений 0,15 и 1,6 мкм, рассчитанных в соответствии с полученными зависимостями исходя из заданных точностей комплектования по диаметральному зазору и ходу иглы.

В соответствии с (8.70) и данными табл. 8.4 предельные значения основной допустимой погрешности определения зазора и хода составляют:

$$\begin{aligned} \Delta_S^u &= \Delta_{D_{\text{н}}}^o + \Delta_{D_{\text{к}}}^o + 2 \sqrt{\sigma^2 \{\Delta_{D_{\text{н}}}^s\} + \sigma^2 \{\Delta_{D_{\text{к}}}^s\}} = 0,344 \text{ мкм}; \\ \Delta_H^u &= \Delta_{L_{\text{н}}}^o + \Delta_{L_{\text{к}}}^o + 2 \sqrt{\sigma^2 \{\Delta_{L_{\text{н}}}^s\} + \sigma^2 \{\Delta_{L_{\text{к}}}^s\}} = 2,63 \text{ мкм}, \end{aligned} \quad (8.71)$$

где Δ^o — систематические составляющие погрешности измерения параметров $D_{\text{к}}$, $L_{\text{к}}$, $D_{\text{н}}$, $L_{\text{н}}$ корпуса и иглы; $\sigma \{\Delta^s\}$ — среднеквадратичные отклонения случайных составляющих этих же параметров.

На основании полученных экспериментальных данных можно также рассчитать среднеквадратичные отклонения случайной погрешности определения зазора S_k и хода H_k :

$$\sigma_S^H = \sqrt{\sigma^2 \{\dot{\Delta}_{D_H}\} + \sigma^2 \{\dot{\Delta}_{D_K}\}} = 0,15 \text{ мкм};$$

$$\sigma_H^H = \sqrt{\sigma^2 \{\dot{\Delta}_{L_H}\} + \sigma^2 \{\dot{\Delta}_{L_K}\}} = 1,26 \text{ мкм}. \quad (8.72)$$

Как показали исследования, систематические составляющие погрешности определения зазора Δ_S^c и хода Δ_H^c практически на порядок меньше случайных при измерении диаметров и линейных размеров в нормируемых диапазонах 45 и 80 мкм, поэтому при выборе средств измерений их можно не учитывать.

Таким образом, экспериментальные значения среднеквадратичных отклонений σ_S^H и σ_H^H не превышают заданных.

8.5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВКИ ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОМПЛЕКТОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ РАСПЫЛИТЕЛЕЙ

Метрологический анализ распылителей, изготавливаемых передовыми зарубежными фирмами, и исследования полученных математических моделей позволяют установить, что на качество собираемых узлов существенно влияет уменьшение допуска δ_S на значение зазора S до 1,0—1,5 мкм. Чтобы обеспечить установленную вероятность \bar{P}_S выхода за пределы поля допуска δ_S , не превышающую 1%, необходимо с учетом погрешности средств измерений размеров комплектовать детали в пары с допуском $\delta_{S_k} = 0,6 \div 1,0$ мкм. Как показали расчеты (см. п. 8.2), сборка распылителей с такими допусками позволяет обеспечить значения гидроплотности собранных узлов в пределах от 7 до 20 с при $\sigma_S^H \leq 0,12$ мкм.

По отраслевым стандартам необходимо повышать точность сборки по ходу до 50 мкм. Проведенный метрологический анализ распылителей, выпускаемых зарубежными фирмами, показал, что допуск на ход δ_H обеспечивается ими в пределах 30 мкм и меньше. Поэтому для проведения экспериментов с учетом полученных погрешностей измерений ($\sigma_H^H \leq 1,6$ мкм) при заданной вероятности \bar{P}_H 1% выхода за пределы поля допуска δ_H были установлены допуски δ_{H_k} , равные 40 и 20 мкм.

Эксперимент проводился в течение недели. Полученные результаты усреднялись. Общий объем собранных на установке распылителей составил 10 000 шт. Чтобы оценить точность комплектования по зазору и ходу, из числа собранных распылителей ежедневно делали выборки объемом 30 шт. На табло установки фиксировались значения зазоров и хода в этих парах, которые затем повторно измерялись в центральной измерительной лаборатории более точно. Разность в результатах измерений принималась за погрешность комплектования, которую затем усредняли по дням.

Для оценки точности сборки по методу групповой взаимозаменяемости в действующем производстве делали выборки объемом 30 шт. из числа собранных распылителей, которые также перемеряли в лаборатории. Взаимосвязь между точностью сборки по диаметральному зазору и выходом годных узлов оценивали, ежедневно сравнивая число отбракованных на гидроиспытаниях распылителей, собранных на установке и по методу групповой взаимозаменяемости. Общий объем испытанных распылителей составил 20 000 шт. Чтобы проверить ранее полученные теоретические выводы, была исследована работа установки в нескольких режимах. Прежде всего проверяли возможность обеспечения установкой различных точностей сборки по диаметальному зазору при использовании разработанных алгоритмов комплектования. На установке в различные дни в течение одной смены собирали партии распылителей и фиксировали всю выводимую на пульт управления статистическую информацию. Объем каждой собранной таким образом партии составлял примерно 2000 шт. В табл. 8.5 приведены распределения зазора S_k , полученные в течение недели при точностях комплектования 1,0 и 0,6 мкм и использовании алгоритмов АЛГ2СР и АЛГ2МАХ. Множества приоритетов $\{r_s\}$ задавали следующим образом. Для алгоритма АЛГ2СР и $\delta_{S_k} = 1,0$ мкм $\{r_s\} = 3, 4, 2, 5, 1$, для алгоритма АЛГ2МАХ и $\delta_{S_k} = 1,0$ мкм $\{r_s\} = 5, 4, 3, 2, 1$ и для алгоритма АЛГ2СР и $\delta_{S_k} = 0,6$ мкм $\{r_s\} = 3, 4, 2$.

Данные табл. 8.5 показывают, что в производственных условиях установка обеспечивает в зависимости от заданных точности и алгоритма комплектования формирование различных законов распределения зазора S_k с производительностью порядка 500 распылителей в час. В зависимости от заданного множества priori-

Таблица 8.5

Середина (номер) интервала, мкм	Частота $W(S_k)$ зазора S_k , %		
	Алгоритм, допуск δS_k , мкм		
	АЛГ2СР 1,0	АЛГ2МАХ 1,0	АЛГ2СР 0,6
3,1 (1)	8	8	0
3,3 (2)	11	10	2
3,5 (3)	54	13	70
3,7 (4)	17	17	21
3,9 (5)	10	52	0

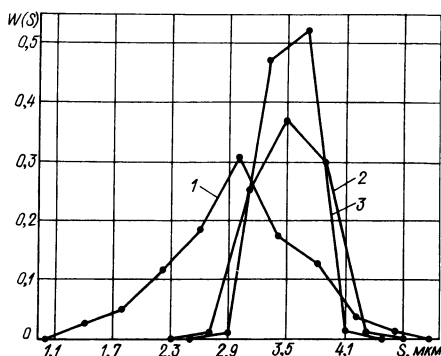


Рис. 8.14

тетов $\{r_s\}$ максимальное число пар комплектуется со средним (АЛГ2СР) или максимальным (АЛГ2МАХ) значениями зазора S_k . Независимо от используемого алгоритма число узлов в интервалах, имеющих одинаковые приоритеты, при равных точностях сборки $\delta_{S_k} = 1,0$ мкм примерно равно. При уменьшении допуска на зазор до 0,6 мкм в 1,3 раза увеличивается число узлов в интервале с наивысшим приоритетом. Однако при этом несколько снижается вероятность сборки.

Для оценки точности сборки по диаметральному зазору из каждой партии собранных распылителей в течение 5 дней перепроверяли по 30 пар с помощью более точных измерительных средств. Ниже приведено распределение погрешности определения зазора Δ_S^n , равной разности между зазором, показанным на пульте управления и измеренным в лаборатории.

Середина интервала, мкм	—0,4	—0,3	—0,2	—0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4
Частота $W(\Delta_S^n)$, %	1,8	7,4	14,7	16,5	20	17,4	12	8,3	1,8

Систематическая составляющая Δ_S^c этой погрешности равна нулю, а для случайной среднее квадратичное отклонение $\sigma\{\Delta_S^0\}$ составляет 0,16 мкм. Статистическая гипотеза о нормальности распределения случайной величины Δ_S^n может быть принята по критерию χ^2 на уровне значимости 0,05. Для сравнения на рис. 8.14 приведены полигоны распределения зазора, полученные при сборке с групповой взаимозаменяемостью (кривая 1) и по действительным размерам (кривые 2 и 3) при комплектации с допусками δ_{S_k} , равными 0,6 и 1,0 мкм. Распределение зазора S , полученное при сборке по методу групповой взаимозаменяемости, когда рассортированные через 1 мкм детали собирают в сборочные комплекты из одноименных групп с первой попытки, следующее:

Середина интервала, мкм	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
Частота $W(S)$, %	5	11	17	34	16	13	4

Представляет интерес вероятность \bar{P}_s выхода зазоров S за пределы поля допуска δ_s для приведенных выше данных. В общем случае истинное значение зазора S в собранном распылителе будет отличаться от скомплектованного S_k установкой на величину погрешности Δ_S^n измерений. Погрешность Δ_S^n имеет как случайную Δ_S^0 , так и систематическую Δ_S^c составляющие.

Числовые характеристики случайной составляющей определены в п. 8.4 и подтверждены экспериментальной проверкой уста-

новки. Как показали исследования, систематическая составляющая у используемых на установке измерительных приборов практически отсутствует. Однако систематическая погрешность измерения может появиться из-за погрешности аттестации установочных мер, применяемых на установке при относительном методе измерений.

Вероятность \bar{P}_S выхода зазора S_k за пределы поля допуска δ_S определяется выражением (8.12) в предположении, что $S = S_k + \Delta_S^s$, $S^{\min} = 2,75$ мкм, $S^{\max} = 4,25$ мкм, Δ_S^s имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением $\sigma \{\Delta_S^s\} = 0,16$ мкм. На рис. 8.15 приведены зависимости вероятности \bar{P}_S от систематической составляющей погрешности Δ_S^s , полученные для приведенных в табл. 8.5 распределений зазора S_k , при этом кривая 1 соответствует алгоритму комплектования АЛГ2СР и допуску $\delta_{S_k} = 1,0$ мкм, 2 — АЛГ2МАХ, $\delta_{S_k} = 1,0$ мкм и 3 — АЛГ2СР, $\delta_{S_k} = 0,6$ мкм.

Анализ этих графиков показывает, что Δ_S^s существенно влияет на собираемость распылителей по зазору, причем вероятность зависит от используемого алгоритма комплектования. Применение

Таблица 8.6

Номер интервала	Частота, %, при АЛГЗ и $\delta_{H_k} = 40$ мкм		
	L''_H	L''_K	H_k
1	0	9	27
2	12	31	25
3	77	31	24
4	11	13	24
5	0	10	0

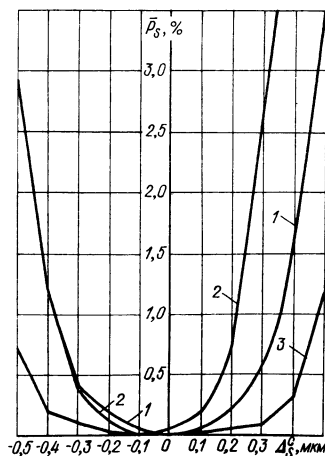


Рис. 8.15

алгоритма АЛГ2МАХ накладывает более жесткие требования на погрешность аттестации установочных мер и измерительных приборов по сравнению с алгоритмом АЛГ2СР, особенно при положительных значениях Δ_S^s .

Чтобы оценить возможность сборки распылителей по ходу с точностью 30 и 50 мкм, исследовали работу установки в произ-

водственных условиях при использовании алгоритма АЛГЗ и допусках на комплектование по ходу иглы δ_{H_k} , равных 20 и 40 мкм соответственно. При этом фиксировали как распределения измеряемых размеров L'_k и L''_n , по которым ЭВМ рассчитывает ход H_k , так и получаемые значения вероятностей сборки $P_{сб}$. В табл. 8.6 приведены распределения размеров L'_k и L''_n , а также хода H_k , полученные в течение недели работы на установке. Интервал размера составляет 10 мкм.

На вероятность сборки $P_{сб}$ существенно влияют как несовпадение видов законов распределения размеров L'_k и L''_n , так и смещение их математических ожиданий. Проведенные эксперименты показали, что при двухпараметрическом комплектовании для получения вероятности сборки $P_{сб}$ не менее 0,93 смещение разности математических ожиданий размеров L'_k и L''_n относительно середины поля допуска хода H_k^c не должно превышать $\pm 2,0$ мкм при соотношении их полей рассеяния 1/2.

Для оценки погрешности сборки по ходу из каждой партии собранных распылителей делались выборки по 30 шт. Ниже приведено распределение погрешности Δ_H определения хода на установке, равной разности между ходом H_k , рассчитанным ЭВМ по размерам L'_k и L''_n и измеренным в лаборатории.

Середина интервала, мкм	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Частота $W(\Delta_H)$, %	2,5	7,5	12,5	15,0	22,5	17,5	12,0	7,5	2,5

Систематическая составляющая Δ_H^c этой погрешности равна нулю, а для случайной среднее квадратичное отклонение $\sigma\{\Delta_H^c\}$ с учетом погрешности средств измерений хода составляет 1,5 мкм. Статистическая гипотеза о нормальности распределения случайной величины Δ_H может быть принята по критерию χ^2 на уровне значимости 0,05. Распределение хода H , полученное при сборке методом полной взаимозаменяемости, следующее:

Середина интервала, мкм	0,265	0,275	0,285	0,295	0,305	0,315	0,325	0,335	0,345
Частота $W(H)$, %	1,7	5,9	13,2	15,9	21,8	17,8	15,1	6,1	2,5

На рис. 8.16 приведены полигоны распределения хода H , полученные методом полной взаимозаменяемости (кривая 1) и с помощью сборки по действительным размерам на установке (кривые 2 и 3).

В производственных условиях на установке исследовали возможность обеспечения допуска на ход 30 мкм. При этом допуск на зазор δ_{S_k} устанавливали равным 1,0 мкм, а допуск на ход δ_{H_k} — 20 мкм. Результаты экспериментального исследования работы установки в этом режиме (табл. 8.7) позволяют сделать вывод о том, что установка обеспечивает допуск на ход 30 мкм при снижении вероятности сборки до 0,89.

Собранные на установке распылители проверяли на гидравлических стендах по трем выходным параметрам: гидрплотности,

подвижности, герметичности. Аналогично проверяли партии распылителей, собранных по методу групповой взаимозаменяемости. Результаты проведенных сравнительных исследований приведены в табл. 8.8, где указаны оценки вероятностей брака по отдельным выходным параметрам и общего.

Анализ данных этой таблицы показывает, что за счет повышения точности сборки (с использованием действительных размеров) общее число бракованных изделий в среднем снижается на 10,4% при уменьшении брака по гидроплотности на 2,72%, герметичности — на 4,9% и подвижности — на 1,78%. Повышение качества сборки позволяет исключить необходимость первоначальной проверки распылителей на гидроплотность и подвижность перед сборкой их с форсункой.

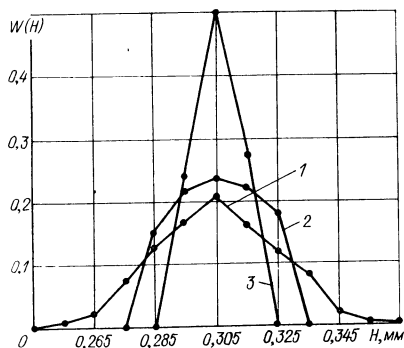


Рис. 8.16

Таблица 8.7

Параметр	Зазор S_k , интервал 0,2 мкм					Ход H_k , интервал 5 мкм			
Номер интервала	1	2	3	4	5	1	2	3	4
Частота $W(S_k)$, %	9	13	48	19	11	24	18	26	32
$W(H_k)$, %									

Все вышесказанное позволяет сделать ряд выводов.

1. Экспериментальная проверка в производственных условиях показала, что созданная установка двухпараметрического комплектования распылителей обеспечивает без увеличения трудоемкости сборочных операций достижение допуска на диаметральный зазор от 1,0 до 1,5 мкм и допуска на ход от 30 до 50 мкм с вероятностью выхода за пределы полей допусков не более 1%. При этом достигается производительность порядка 500 распылителей в час.

2. Повышение точности сборки по диаметральному зазору уменьшает число брако-

Таблица 8.8

Выходной параметр	Вероятность брака, %, по выходным параметрам при различных методах сборки	
	с групповой взаимозаменяемостью	по действительным размерам
Гидроплотность	3,12	0,40
Герметичность	13,86	8,96
Подвижность	3,7	1,92
Полная вероятность брака	20,68	10,28

ванных распылителей в среднем в два раза, практически исключая при этом брак по гидроплотности и сводя к минимуму брак по подвижности.

3. Проведенные исследования подтвердили возможность обеспечить с помощью установки более высокие требования к точности сборки прецизионных узлов, не ужесточая допуски на параметры собираемых деталей, а также эффективность применения разработанного метода многопараметрического комплектования деталей распылителей по действительным размерам с помощью ЭВМ в условиях массового производства.

ПРИЛОЖЕНИЕ

НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

В приложении приведены некоторые (достаточно элементарные) сведения справочного характера по теории вероятностей и математической статистике, которые могут облегчить чтение книги для неспециалиста в этих областях. При этом здесь нет строгих определений фундаментальных понятий (таких, как понятия случайной величины, вероятности некоторого события и др.). Для знакомства с аксиоматикой и последовательным строгим изложением соответствующей теории читателю следует обратиться к обширной литературе по этой проблематике, например к монографиям, указанным в списке литературы в конце книги. Представленная ниже информация содержит в основном сведения, касающиеся тех положений теории вероятностей и математической статистики, которые затронуты в основной части книги, приведены также некоторые полезные соотношения.

Случайные величины и функции. *Случайные величины*, т. е. величины, принимающие от наблюдения к наблюдению (от испытания к испытанию) случайные, заранее непредсказуемые значения, в книге обозначены латинскими или греческими буквами (в основном строчными). Как правило, это вещественные (непрерывные) величины, значения которых лежат в ограниченных или неограниченных областях вещественной оси и обозначены теми же буквами, что и сами случайные величины. Таким образом, ξ есть случайная величина или ее конкретное значение (реализация) в зависимости от контекста.

Случайный вектор x представляет собой вектор размерности n , компоненты которого x_i суть случайные величины.

Различные случайные величины (а также компоненты случайных векторов) могут быть *зависимыми* и *независимыми*. Две случайные величины независимы между собой, если реализация одной из них никак не отражается на возможных значениях другой, и наоборот, в противном случае они зависимы (статистически связаны). Максимальная степень зависимости случайных величин соответствует детерминированной, функциональной связи между ними.

Под *случайной функцией* аргумента (вектора) x понимается случайная величина y , функциональная связь которой с x непостоянна и изменяется случайным образом от реализации к реализации. При любом фиксированном x случайная функция представляет собой простую случайную величину. Каждая реализация случайной функции есть обычная функция. Аргумент случайной функции может быть, а может и не быть случайной величиной (вектором). Обычная (детерминированная) функция случайного аргумента x также есть случайная величина, но имеющая максимальную степень зависимости от x . Она может принимать единственное значение для каждой реализации x . Для обозначения случайной функции используется в качестве индекса символ случайности, например ω , $y_\omega(x)$. При некоторых условиях случайную функцию $y_\omega(x)$ можно представить как детерминированную функцию двух, вообще говоря, векторных аргументов x и ω , из которых последний — случаен, $y_\omega(x) \equiv y(x, \omega)$. В самом деле, если зафиксировать «основной» аргумент x такой функции, она будет принимать случайные значения за счет случайных вариаций ω .

Вероятность события. В теории вероятностей случайное событие может иметь различную природу. Нам же интересуют в основном события, заключающиеся в том, что непрерывная случайная величина (вектор) x принадлежит некоторому, возможно полубесконечному, интервалу $[a, b]$ (множеству $X \in R_n$). *Случайное*

событие может произойти или не произойти в результате испытания и характеризуется своей вероятностью P — вещественной величиной, лежащей в интервале $[0, 1]$. При заданных $a, b(X)$ вероятность события определяется свойствами случайной величины (вектора) x . Вероятность события $x \in X$ записывается как $P\{x \in X\}$.

Вероятность случайного события может изменяться в зависимости от того, произошли ли некоторые другие события, статистически с ним связанные. Такая ситуация возможна, например, если рассматривается событие $x \in X$ только при условии, что некоторые компоненты вектора x удовлетворяют неравенствам типа $a_i \leq x_i \leq b_i, i \in I$. Может измениться вероятность события $y_\omega(x) \in Y$, если известно, что произошло событие $x \in X$ и т. д. В этих и других случаях речь идет об *условной вероятности* случайного события, которая записывается для приведенных примеров соответственно как $P\{x \in X | a_i \leq x_i \leq b_i, i \in I\}$ и $P\{y_\omega(x) \in Y | x \in X\}$.

Пусть некоторое случайное событие A статистически связано с событиями $B_i, i = 1, m$, причем события B_i несовместны (не происходят одновременно) и образуют так называемую *полную группу*, т. е. при каждом испытании обязательно происходит одно из них. Пусть также известны вероятности этих событий $P\{B_i\}$ и условные вероятности события A $P\{A | B_i\}, i = 1, m$. Тогда справедлива так

называемая *формула полной вероятности* события A : $P\{A\} = \prod_{i=1}^m P\{A | B_i\} \times P\{B_i\}$. Справедлива также *формула Байеса*

$$P\{B_i | A\} = \frac{P\{B_i A\}}{P\{A\}} = \frac{P\{B_i\} P\{A | B_i\}}{\sum_{i=1}^m P\{B_i\} P\{A | B_i\}}.$$

В случае, если события A и B независимы (по аналогии со случайными величинами) $P\{A | B\} = P\{A\}$ и $P\{B | A\} = P\{B\}$. Вероятность одновременного появления событий A и B — $P\{AB\} = P\{A\} P\{B\}$. Если события A и B зависимы, то $P\{AB\} = P\{A | B\} P\{B\} = P\{B | A\} P\{A\}$.

Характеристики скалярных случайных величин. Полными характеристиками непрерывной случайной величины ξ являются ее *функция распределения* $F(\xi)$ и *плотность вероятности* $f(\xi)$ (или плотность распределения вероятности, распределение). Дискретные случайные величины (принимające дискретные, например, целочисленные значения) полностью характеризуются набором вероятностей принять каждое из возможных значений. Функция распределения $F(\xi_0)$ есть вероятность того, что случайная величина ξ меньше заданного значения ξ_0 , т. е. $F(\xi_0) = P\{\xi \leq \xi_0\}$. Обычно в качестве аргумента функций $F(\xi)$ и $f(\xi)$ записывают саму случайную величину, понимая под ней значение, с которым сравнивается реализация случайной величины (т. е. вместо ξ_0 пишут ξ , которое в этом случае уже является не случайной величиной, а аргументом функции). Плотность вероятности $f(\xi)$ есть производная функции распределения, $f(\xi) = F'(\xi)$, и характеризует степень концентрации значений случайной величины ξ в различных областях вещественной оси при неограниченном числе испытаний. Плотность вероятности служит наиболее наглядной характеристикой случайной величины. Из приведенных определений ясно, что $F(\xi)$ — функция, монотонно неубывающая и изменяющаяся от 0 до 1, а $f(\xi)$ — неотрицательная функция, удовлетво-

ряющая условию нормировки $\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) d\xi = 1$. Если $f(\xi)$ принимает ненулевые значения в ограниченной области вещественной оси, то говорят, что случайная величина ξ имеет *финитное распределение*.

Вероятность события типа $a \leq \xi < b$ выражается следующим образом:

$$P\{a \leq \xi < b\} = F(b) - F(a) = \int_a^b f(\xi) d\xi.$$

Квантиль распределения случайной величины ξ уровня p есть такое значение ξ_p случайной величины, для которого $P\{\xi < \xi_p\} = F(\xi_p) = p$. В книге использовано другое определение квантиля уровня p — это такое число t_p , для которого вероятность события $\xi \in [-t_p, t_p]$ равна p , т. е. $P\{\xi \in [-t_p, t_p]\} = F(t_p) - F(-t_p) = p$.

Мода ξ_m распределения есть точка максимума $f(\xi)$ (их может быть несколько).

Математическое ожидание (или *среднее значение*) m_ξ случайной величины ξ есть $m_\xi = M\{\xi\} = \int_{-\infty}^{\infty} \xi f(\xi) d\xi$, где $M\{\cdot\}$ — оператор математического ожидания (или оператор усреднения).

Дисперсия σ_ξ^2 случайной величины ξ есть $\sigma_\xi^2 = M\{(\xi - m_\xi)^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} (\xi - m_\xi)^2 f(\xi) d\xi$ и характеризует степень рассеяния случайной величины относительно ее среднего значения. Корень квадратный из дисперсии, т. е. σ_ξ , называют *среднеквадратичным отклонением* случайной величины ξ .

Случайная величина называется *симметрично* распределенной, если ее плотность вероятности симметрична относительно математического ожидания. Случайная величина имеет *унимодальное* распределение, если ее плотность вероятности имеет единственный максимум.

Неравенство Чебышева дает оценку сверху для вероятности того, что отклонение случайной величины ξ от ее среднего значения m_ξ по абсолютной величине не меньше заданного числа $a > 0$: $P\{|\xi - m_\xi| \geq a\} \leq \sigma_\xi^2/a^2$. Если ξ имеет унимодальное (и непрерывное) распределение, то справедливо неравенство

$$P\{|\xi - m_\xi| \geq a\} \leq \frac{4}{9} \frac{1 + s^2}{(a/\sigma_\xi - |s|)^2},$$

где

$$s = \frac{m_\xi - \xi_m}{\sigma_\xi}.$$

Характеристики случайных векторов. Для векторной случайной величины x *функцию распределения* $F(x_0)$ вводят как вероятность одновременного выполнения неравенств $x_i < x_{i0}$, $i = \overline{1, n}$ для всех компонент случайного вектора x . Здесь $x_0 = \{x_{i0}\}$ — текущий вектор аргументов функции распределения. Как и в скалярном случае, вектор x_0 обычно заменяют обозначением случайного вектора x , понимая под ним вектор аргументов функции. Многомерная (совместная)

плотность вероятности случайных компонент вектора x есть $\tilde{f}(x) = \frac{\partial^n F(x)}{\partial x_1 \dots \partial x_n}$. Она, как и в скалярном случае, удовлетворяет условию нормировки $\int_{R_n} \tilde{f}(x) dx =$

$= 1$ и характеризует степень концентрации значений случайного вектора x в различных областях пространства аргументов R_n при неограниченном числе испытаний. Распределение случайного вектора может быть финитным, симметричным, унимодальным.

Операция *усреднения* в многомерном случае с помощью оператора $M\{\cdot\}$ может выполняться не по всем компонентам вектора x , а только по некоторым из них, которые объединим в вектор u размерности $k \leq n$. Тогда оператор усреднения снабжается соответствующим индексом и имеет вид $M_u\{\cdot\} = \int_{R_k} (\cdot) \tilde{f} \times$
 $\times (x) du$.

Если проинтегрировать многомерную плотность вероятности $f(x)$ по части аргументов — вектору u — в бесконечных пределах, то получим плотность вероятности (в общем случае многомерную) $f_v(v)$ случайного вектора v , построенного из компонент вектора x , не вошедших в вектор u . В частности, плотность вероятности $f_i(x_i)$ любой компоненты вектора x имеет вид $f_i(x_i) = \int_{R_{n-1}} f(x) dx_1 \dots$

$\dots dx_{i-1} dx_{i+1} \dots dx_n$.

Математическое ожидание случайного вектора x определяют через оператор усреднения (математического ожидания) по всем компонентам x : $m_x = M\{x\} = \int_{R_n} x f(x) dx$. Здесь m_x есть n -мерный вектор математических ожиданий компонент вектора x .

Ковариационная (корреляционная) матрица случайного вектора x характеризует степень рассеяния его компонент относительно их математических ожиданий и степень их взаимной статистической связи (зависимости), и имеет вид $R_{xx} = \text{cov}\{x\} = \{\rho_{ij}\}_{n \times n} = M\{(x - m_x)(x - m_x)^T\}$, где T — символ транспонирования. Диагональные элементы ρ_{ii} матрицы $\text{cov}\{x\}$ представляют собой дисперсии σ_i^2 случайных компонент вектора x , а недиагональные — ρ_{ij} , $i \neq j$ — ковариации (корреляционные моменты) i -й и j -й компонент вектора x . Коэффициент корреляции r_{ij} случайных величин x_i , x_j имеет вид $r_{ij} = \rho_{ij} / \sigma_i \sigma_j$. Значение r_{ij} лежит в пределах $[-1, 1]$ и определяет степень линейной зависимости x_i и x_j . Если случайные величины x_i и x_j независимы, то $r_{ij} = 0$. При детерминированной линейной зависимости между x_i и x_j коэффициент корреляции $r_{ij} = \pm 1$.

Если все компоненты вектора x независимы, то справедливо соотношение

$$f(x) = \prod_{i=1}^n f_i(x_i) \text{ (необходимое и достаточное условие независимости).}$$

Вообще,

если любые два случайных вектора u и v независимы и имеют плотности вероятности $f_u(u)$, $f_v(v)$, то их совместная плотность вероятности имеет вид $f(u, v) = f_u(u) f_v(v)$ (необходимое и достаточное условие независимости).

В случае зависимости компонент случайного вектора x имеет смысл понятие условной плотности вероятности. Пусть вектор x объединяет два зависимых случайных вектора u и v размерности k и $n-k$ соответственно и второй из них зафиксирован (т. е. задано его значение). Для условной плотности вероятности вектора u при этом справедлива формула $f_{u|v}(u|v) = f(u, v) / f_v(v)$. Имея в виду

$$\text{что } f(u, v) = f_{v|u}(v|u) f_u(u) \text{ и } f_v(v) = \int_{R_k} f_{v|u}(v|u) f_u(u) du, \text{ приходим к фор-}$$

$$\text{муле Байеса } f_{u|v}(u|v) = f_{v|u}(v|u) f_u(u) / \int_{R_k} f_{v|u}(v|u) f_u(u) du. \text{ В качестве усло-}$$

вия в условной плотности вероятности может быть записано некоторое событие A , например заключающееся в принадлежности вектора v некоторому множеству V , $v \in V$. Тогда формула Байеса трансформируется к виду $f_{u|A}(u|v \in V) =$

$$= f_u(u) P\{v \in V | u\} / \int_{-\infty}^{\infty} f_u(u) P\{v \in V | u\} du, \text{ где } P\{v \in V | u\} \text{ — вероят-}$$

ность события A при условии, что фиксировано значение вектора u . Верна также формула $P\{v \in V | u\} = P\{v \in V\} f_{u|A}(u|v \in A) / f_u(u)$.

Рассмотрим случайную величину ξ , которая с вероятностью p_i принимает при каждом испытании значение одной из n случайных величин x_i , имеющих

плотности вероятности $f_i(x_i)$, $i = \overline{1, n}$. При этом $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. Ситуация аналогична случайному «извлечению» случайной величины из «смеси», в которой n случайных величин представлены в пропорциях p_i , $i = \overline{1, n}$. Плотность вероятности случайной величины ξ имеет вид $f_\xi(\xi) = \sum_{i=1}^n p_i f_i(\xi)$.

Функции случайных аргументов. Пусть $y(\xi)$ — непрерывная скалярная функция случайной величины ξ , имеющей плотность вероятности $f_\xi(\xi)$, тогда плотность вероятности функции y есть $f_y(y) = f_\xi[\xi(y)] \left| \frac{d\xi}{dy} \right|$, если существует и непрерывна производная $\frac{d\xi}{dy}$ и однозначна обратная функция $\xi(y)$.

Плотность вероятности линейной функции вида $y = ax_1 + bx_2 + c$ двух независимых случайных аргументов x_1, x_2 с соответствующими плотностями вероятности $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$ имеет вид $f_y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(u) f_2[(y - c - au)/b] du$.

Математическое ожидание и дисперсия функции векторного случайного аргумента $y(x)$ могут быть найдены с помощью оператора усреднения по x : $m_y = M\{y(x)\} = \int_{R_n} y(x) f(x) dx$, $\sigma_y^2 = M\{(y(x) - m_y)^2\} = \int_{R_n} (y(x) - m_y)^2 f(x) dx$.

Для вероятности попадания значения функции $y(x)$ в интервал $[a, b]$ справедливы соотношения $P\{y(x) \in [a, b]\} = \int_{R_n} 1[y(x) \in [a, b]] f(x) dx = \int_X f(x) dx$, где $1[\cdot]$ — индикаторная функция условия, заключенного в скобки, равная 1, если условие выполнено и 0 — в противном случае; X — множество значений x , для которых $y(x) \in [a, b]$.

Если функция случайного вектора x линейна, т. е. имеет вид $y(x) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i$, то математическое ожидание и дисперсия функции есть $m_y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i m_i$; $\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j r_{ij} \sigma_i \sigma_j$, где m_i , σ_i^2 — математическое ожидание и дисперсия i -й компоненты вектора x , а r_{ij} — коэффициент корреляции i -й и j -й его компонент. Независимость компонент вектора x приводит к соотношению $\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$.

Некоторые распределения случайных величин. Для описания рассеяния случайных погрешностей в машиностроении и приборостроении наиболее часто используются распределения, рассмотренные ниже.

Плотность вероятности равномерного распределения имеет вид

$$f(\xi) = \begin{cases} 1/c, & |\xi - m_\xi| \leq c/2, \\ 0, & |\xi - m_\xi| > c/2, \end{cases}$$

где m_ξ — среднее значение; c — ширина поля рассеяния случайной величины ξ (в книге называется также допуском величины ξ). Дисперсия случайной величины ξ связана с c соотношением $\sigma_\xi^2 = c^2/12$. Вероятность выхода равномерно распределенной случайной величины ξ за пределы интервала $[m_\xi - a/2, m_\xi + a/2]$

$$P \{ |\xi - m_\xi| > a/2 \} = \begin{cases} (c-a)/c, & a \leq c; \\ 0, & a > c. \end{cases}$$

Плотность вероятности *треугольного* распределения (распределения Симпсона) имеет вид

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{2}{c} \left(1 - \frac{2}{c} |\xi - m_\xi| \right), & |\xi - m_\xi| \leq c/2; \\ 0, & |\xi - m_\xi| > c/2, \end{cases}$$

где параметры m_ξ, c имеют тот же смысл, что и для равномерного распределения. Для дисперсии σ_ξ^2 справедлива формула $\sigma_\xi^2 = c^2/24$. Вероятность выхода случайной величины ξ , распределенной по закону Симпсона, за пределы интервала $[m_\xi - a/2, m_\xi + a/2]$

$$P \{ |\xi - m_\xi| > a/2 \} = \begin{cases} (c-a)^2/c^2, & a \leq c; \\ 0, & a > c. \end{cases}$$

Равномерное и треугольное распределение симметричны, финитны, а треугольное, кроме того, — унимодально.

Наиболее широкое использование имеет *нормальное* распределение (распределение Гаусса). Его плотность вероятности записывается как $f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi} \times$

$\times e^{-(\xi - m_\xi)^2/2\sigma_\xi^2}$, где m_ξ, σ_ξ^2 — математическое ожидание и дисперсия случайной величины ξ . Нормальное распределение симметрично и унимодально. Нормальная функция распределения имеет вид $F(\xi) = 1/2 + \Phi((\xi - m_\xi)/\sigma_\xi)$,

где $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-t^2/2} dt$ — интеграл вероятностей (табулированная функция). Вероятность события $\xi \notin [m_\xi - a/2, m_\xi + a/2]$ выражается следующим образом: $P \{ |\xi - m_\xi| > a/2 \} = 1 + F(m_\xi - a/2) - F(m_\xi + a/2) = 1 - 2\Phi(a/2\sigma_\xi)$.

При аналитических расчетах, связанных с нормальным распределением: могут быть полезны следующие соотношения, записанные для случая $m_\xi = 0$:

$$\int_a^b f(x) dx = \Phi(b/\sigma_\xi) - \Phi(a/\sigma_\xi); \quad \Phi'_\xi(\xi/\sigma_\xi) = f(\xi); \quad \Phi'_{\sigma_\xi}(\xi/\sigma_\xi) = -(\xi/\sigma_\xi) f(\xi);$$

$$\begin{aligned} f'_\xi(\xi) &= -f(\xi) \xi/\sigma_\xi^2; \quad f'_{\sigma_\xi}(\xi) = f(\xi) (\xi^2 - \sigma_\xi^2)/\sigma_\xi^3; \quad \int \Phi(\xi/\sigma_\xi) d\xi = \\ &= \xi \Phi(\xi/\sigma_\xi) + \sigma_\xi^2 f(\xi); \quad \int \xi f(\xi) d\xi = -\sigma_\xi^2 f(\xi); \quad \int \xi^2 f(\xi) d\xi = \sigma_\xi^2 [\Phi(\xi/\sigma_\xi) - \\ &\quad - \xi f(\xi)]; \quad \int \xi^3 f(\xi) d\xi = -\sigma_\xi^2 (\xi^2 + 2\sigma_\xi^2) f(\xi); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \Phi[(2\xi + \delta)/2\sigma_\xi] d\xi &= (\xi + \delta/2) \Phi[(2\xi + \delta)/2\sigma_\xi] + \sigma_\xi^2 f(\xi + \delta/2); \\ \int f(\xi) f\left(\frac{\xi + p}{a}\right) d\xi &= \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} f\left(\frac{p}{\sqrt{1+a^2}}\right) \Phi\left[\frac{(1+a^2)\xi + p}{a\sqrt{1+a^2}\sigma_\xi}\right]; \end{aligned}$$

$$\int \xi f(\xi) f(\xi + p) d\xi = -\frac{p}{2\sqrt{2}} f\left(\frac{p}{\sqrt{2}}\right) \Phi\left(\frac{2\xi + p}{\sqrt{2}\sigma_\xi}\right) - \frac{\sigma_\xi^2}{2} f(\xi) f(\xi + p).$$

Статистические оценки характеристик случайных величин. Пусть требуется оценить вероятность некоторого события A , заключающегося, например, в том, что значение случайного вектора x принадлежит некоторому множеству X , на основании выборки (набора реализаций вектора x) объема N . Несмещенной состоя-

тельной оценкой вероятности $P\{A\}$ служит относительная частота N_A/N — отношение числа выборочных значений x , для которых $x \in X$, к объему выборки.

Несмещенность означает, что математическое ожидание оценки совпадает с оцениваемой величиной. *Состоятельная* оценка с ростом объема выборки сходится по вероятности к оцениваемой величине.

Для построения *полигона* распределения некоторой случайной величины ξ область ее рассеяния (размах) разбивают на равные (как правило) интервалы, для каждого из которых подсчитывают относительные частоты N_i/N попадания в них выборочных значений величины ξ . Полученные относительные частоты (N_i/N является несмещенной состоятельной оценкой вероятности попадания значения случайной величины в i -й интервал) соотносят на графике с серединой соответствующего интервала. Полученные точки соединяют ломаной линией. Построенная кривая с ростом числа интервалов и объема выборки приближается к графику плотности вероятности случайной величины ξ .

Выборочное среднее значение случайной величины ξ $\bar{\xi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i$, где

ξ_i — i -я реализация величины ξ , является несмещенной состоятельной оценкой математического ожидания m_ξ . Математическое ожидание оценки $m_{\bar{\xi}} = M\{\bar{\xi}\} = m_\xi$, дисперсия — $\sigma_{\bar{\xi}}^2 = M\{(\bar{\xi} - m_\xi)^2\} = \sigma_\xi^2/N$.

Выборочная дисперсия S^2 , если она строится на основании той же выборки,

что и выборочное среднее $\bar{\xi}$, определяется формулой $S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\xi_i - \bar{\xi})^2$

или $S^2 = \frac{1}{N-1} \left[\sum_{i=1}^N \xi_i^2 - N\bar{\xi}^2 \right]$ и является несмещенной состоятельной оценкой

дисперсии σ_ξ^2 . Математическое ожидание и дисперсия самой оценки есть соответ-

ственно $m_{S^2} = \sigma_\xi^2$, $\sigma_{S^2}^2 = \frac{1}{N} \left(M\{(\xi - m_\xi)^4\} - \frac{N-3}{N-1} \sigma_\xi^4 \right)$.

Для оценки ковариации ρ_{uv} двух случайных величин u и v используют фор-

мулу $\hat{\rho}_{uv} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})$, где u_i, v_i — выборочные значения; \bar{u}, \bar{v} —

выборочные средние случайных величин u, v .

Проверка гипотезы о нормальности распределения случайной величины.

Пусть имеется выборка объема N независимых наблюдений случайной величины ξ , которая предположительно имеет нормальное распределение. Для проверки этой гипотезы сначала по данной выборке находят оценки математического ожидания и дисперсии распределения. После рассеяния случайной величины разбивают на m интервалов (не обязательно одинаковых). Для каждого i -го интервала определяют относительную частоту $h_i = N_i/N$ попадания в него имеющихся выборочных значений величины ξ и теоретическую вероятность p_i того же события в предположении, что распределение величины ξ нормально. Согласованность величин h_i и $p_i, i = \overline{1, m}$, проверяют по критерию χ^2 с помощью

статистики $y = \sum_{i=1}^m (N_i - Np_i)^2 / Np_i$, распределение которой с ростом объема

выборки стремится к распределению χ^2 (табулировано) с $m-3$ степенями свободы (при справедливости гипотезы). Объем выборки и длины интервалов разбиения должны быть достаточно большими с тем, чтобы для всех i выполнялось ограничение $Np_i > 10$. В этих условиях гипотеза о нормальности случайной величины ξ отвергается с уровнем значимости α при $y > \chi_{1-\alpha}^2(m-3)$. Здесь α имеет смысл вероятности отвергнуть верную гипотезу. Вероятность принять неверную гипотезу зависит от конкретного вида распределения случайной величины ξ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Башарин Г. П., Самуйлов К. Е. Об оптимальной структуре буферной памяти в сетях передачи данных с коммутацией пакетов/Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика». — Препринт. — М.: АН СССР, 1982. — 70 с.
2. Бонч-Осмоловский М. А. Селективная сборка. — М.: Машиностроение, 1974. — 144 с.
3. Буловский П. И. Основы сборки приборов. — М.: Машиностроение, 1970. — 200 с.
4. Буловский П. И., Крылов Г. В., Лопухин В. А. Автоматизация селективной сборки приборов. — Л.: Машиностроение, 1978. — 232 с.
5. Вайханский С. М. Методы определения диаметров цилиндрических поверхностей с учетом отклонений формы//Средства измерения и контроля линейных и угловых величин/ЛДНТП. — Л., 1978. — С. 73—82.
6. Введение в теорию порядковых статистик/Пер. с англ. Под ред. А. Я. Боярского. — М.: Статистика, 1970.
7. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Физматгиз, 1958. — 464 с.
8. Гасс С. И. Линейное программирование (Методы и приложения): Пер. с англ. Е. Г. Гольштейна, М. И. Сушкевича; Под ред. Д. Б. Юдина. — М.: Физматгиз, 1961. — 303 с.
9. Гибкие производственные системы сборки/П. И. Алексеев, А. Г. Герасимов, Э. П. Давыденко и др.; Под общ. ред. А. И. Федотова. — Л.: Машиностроение, 1989. — 349 с.
10. Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Статистическое моделирование. — М.: Наука, 1982. — 296 с.
11. Захаревский А. С. Исследование и разработка метода индивидуального подбора прецизионных деталей топливной аппаратуры судовых дизелей с помощью ЭВМ: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Л., 1976. — 19 с.
12. Катковник В. Я. Линейные оценки и стохастические задачи оптимизации. — М.: Наука, 1975. — 487 с.
13. Катковник В. Я., Савченко А. И. Статистический подход к оптимизации селективной сборки одноразмерных элементов//Машиноведение. — 1983. — № 5. — С. 49—55.
14. Королев А. В. Многопараметрическое комплектование деталей распапылителей//Тр. ЦНИТА. — 1981. — Вып. 78. — С. 67—74.
15. Курулев А. П., Бачурина М. Д. Проектирование процесса сборки узлов радиоэлектронной аппаратуры. — Минск: Наука и техника, 1983. — 136 с.
16. Меткин Н. П., Щеголев В. А. Математические основы технологической подготовки производственных гибких систем. — М.: Изд-во стандартов, 1985. — 255 с.
17. Панин Г. И., Страдов Ф. Г., Захаревский А. С. Автоматическое комплектование деталей плунжерных пар с использованием ЭВМ//Тр. ЦНИТА. — 1975. — Вып. 65. — С. 9—13.
18. Панин Г. И., Фефелов Н. А. Механизация и автоматизация процессов обработки прецизионных деталей. — Л.: Машиностроение, 1972. — 344 с.
19. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. — М.: Наука, 1986. — 384 с.
20. Рабинович Л. А. Автоматизация селективного комплектования деталей

многозвенных прецизионных узлов//Автоматизация технологических процессов: Межвуз. научно-техн. сб./Тульский политехн. ин-т. — Тула, 1980. — С. 79—90.

21. Рабинович Л. А., Кесоян А. Г. Оптимизация сборки оптико-механического узла//Оптико-механическая пром-сть. — 1988.—№ 10.

22. Рабинович Л. А., Магид А. Е. Сборка с групповой взаимозаменяемостью сложных прецизионных узлов//Изв. вузов. Машиностроение. — 1983.— № 4. — С. 141—145.

23. Савченко А. И. Оптимизация многопараметрической селективной сборки в приборостроении//Тр. ЛПИ. — 1982. — № 382. — С. 47—53.

24. Уилкс С. Математическая статистика: Пер. с англ. А. М. Кагана, Л. А. Халфина, О. В. Шалаевского; Под ред. Ю. В. Линника. — М.: Наука, 1967. — 632 с.

25. Цепи размерные. Обеспечение точности замыкающего звена методом групповой взаимозаменяемости: Методические рекомендации/ВНИИНМАШ. М., 1981.—115 с.

26. Цепи размерные. Основы метода оптимизированного подбора деталей в сборочные комплекты: Методические рекомендации/ВНИИНМАШ. М., 1984. — 28 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Г л а в а 1. Основные проблемы и математические модели селективной сборки	9
1.1. Условия собираемости и качества изделия	—
1.2. Вероятностные модели собираемости и качества	17
1.3. Сборка с полной и неполной взаимозаменяемостью	25
1.4. Сборка с предварительной отбраковкой	38
1.5. Методы селективной сборки	43
Г л а в а 2. Математические модели сборки с групповой взаимозаменяемостью	48
2.1. Групповые допуски и правила комплектования сборочных комплектов	—
2.2. Показатели собираемости и качества сборочных комплектов	64
2.3. Сборка в условиях неточных измерений	70
2.4. Сборка неодинаковых по числу партий деталей	73
2.5. Вычисление показателей собираемости и качества	75
2.6. Задачи анализа и оптимизации сборки с групповой взаимозаменяемостью	82
Г л а в а 3. Сборка двух однопараметрических деталей с предварительной отбраковкой	89
3.1. Проблемы сборки с предварительной отбраковкой	—
3.2. Назначение допусков входного контроля для одинаково распределенных параметров деталей	93
3.3. Назначение допусков входного контроля при различных дисперсиях параметров деталей	103
3.4. Назначение допусков входного контроля при смещении распределений параметров деталей	110
3.5. Назначение допусков входного контроля при наличии ошибок измерения параметров деталей	117
Г л а в а 4. Сборка двух однопараметрических деталей методом групповой взаимозаменяемости	129
4.1. Проблемы сборки с групповой взаимозаменяемостью	—
4.2. Метод одинаковых групповых допусков. Одновариантное комплектование деталей	132
4.3. Метод одинаковых групповых допусков. Многовариантное комплектование деталей	141
4.4. Метод неодинаковых групповых допусков	154

Г л а в а 5. Сборка сложных изделий методом групповой взаимозаменяемости	160
5.1. Сборка <i>m</i> однопараметрических деталей	—
5.2. Сборка двух многопараметрических деталей	169
5.3. Многопараметрическая сборка многих деталей	176
Г л а в а 6. Накопительные системы и динамика процессов комплектования	186
6.1. Проблемы оптимизации накопительных систем и организация их функционирования	—
6.2. Конвейерная селективная сборка	195
6.3. Периодическая селективная сборка	204
Г л а в а 7. Сборка плунжерной пары дизельного топливного насоса методом групповой взаимозаменяемости	213
7.1. Назначение, конструкция и технология ручной сборки плунжерной пары	—
7.2. Постановка задачи оптимального автоматического комплектования плунжерных пар	218
7.3. Построение математических моделей объекта сборки	223
7.4. Оптимизация сборки плунжерной пары методом групповой взаимозаменяемости	244
Г л а в а 8. Автоматическое двухпараметрическое комплектование деталей распылителей форсунок дизелей по действительным размерам с использованием ЭВМ	253
8.1. Основные параметры распылителя как объекта сборки	—
8.2. Построение математических моделей сборки распылителя по действительным размерам	254
8.3. Алгоритмы комплектования деталей по действительным размерам	264
8.4. Техническая реализация системы автоматического комплектования	272
8.5. Экспериментальное исследование установки для автоматического комплектования деталей распылителей	286
П р и л о ж е н и е. Некоторые сведения по теории вероятностей в математической статистике	293
Список литературы	300

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

**Катковник Владимир Яковлевич,
Савченко Александр Иванович**

ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЕЛЕКТИВНОЙ СБОРКИ

Редактор *Г. С. Выдревич*. Переплет художника *В. Э. Нефедовича*. Художественный редактор *С. С. Венедиктов*. Технический редактор *Е. Б. Спрукт*. Корректоры: *А. И. Лавриненко, Н. Б. Старостина*

ИБ № 5462

Сдано в набор 17.05.90. Подписано к печати 03.10.90. Формат 60×90^{1/16}. Бумага офсетная № 2. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 19,0. Усл. кр.-отт. 19,0. Уч.-изд. л. 19,45. Тираж 2000 экз. Заказ № 98. Цена 6 р.

Издательство «Политехника», 191065, Ленинград, ул. Дзержинского, 10.

Типография № 6 ордена Трудового Красного Знамени издательства «Машиностроение» при Государственном комитете СССР по печати. 193144, Ленинград, ул. Моисеенко, 10.

