

К.ф. Косоуров

К.ф.
Косоуров

ГИДРОСАМОЛЕТЫ ИХ МОРЕХОДНОСТЬ И РАСЧЕТ



ОНТИ
НКТП
СССР
1935

К. Ф. КОСОУРОВ

ГИДРОСАМОЛЕТЫ ИХ МОРЕХОДНОСТЬ И РАСЧЕТ



О Н Т И • Н К Т П • С С С Р

ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ АВИАЦИОННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Л Е Н И Н Г Р А Д 1935 М О С К В А

Автор книги,—руководитель курса гидроавиации кафедры аэромеханики Ленинградского института гражданского воздушного флота.

Книга предназначена как учебное руководство для слушателей авиационных втузов и как справочник для конструкторских бюро и научно-исследовательских институтов ГУГВФ и ГУАП, а также соответствующих учреждений Народного комиссариата обороны.

Являясь первым наиболее полным и систематическим руководством в литературе по гидроавиации, книга включает в себя теорию и расчет мореходных свойств гидросамолетов и судов легкого тоннажа (катеров и гидроглиссеров).

Составлена книга по новейшим советским и заграничным материалам с приложением большого числа графиков и ряда примеров.

Ответственный редактор *Д. П. Скобов.*

Технич. редактор *Р. С. Волховер.*

Сдана в набор 21/XII-1934 г.

Подписана к печати 21/V 1935 г

Формат 62X94.

Изд. № 3/Л.

Бум. листов 11¹/₂.

Тип. зн. в 1 бум. л. 104.832

Ленгорлит № 9832.

Тираж 3.000—авт. л. 27¹/₂.

Заказ № 3714

2-я типография ОНТИ им. Евгения Соколовой. Ленинград, пр. Красных Командиров, 29.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Предисловие	Стр. 6
	Глава I. Введение.	
§	1. Исторический обзор	7
§	2. Классификация гидросамолетов	8
§	3. Форма очертаний корпуса лодок и поплавков гидросамолетов	15
§	4. Килеватость корпуса	17
§	5. Мореходность гидросамолетов	18
	Глава II. О приближенных вычислениях, применяемых в гидроавиации.	
§	1. Выражение площадей, объемов и пр. простыми определенными интегралами	19
§	2. Правило трапеций; формула Симпсона	23
§	3. Интерполяционная формула Лагранжа; формула Котеса	25
§	4. Формула Чебышева	30
§	5. Числовые примеры	31
§	6. Вычисление интеграла с переменным верхним пределом	35
§	7. Механическое вычисление площадей. Планиметр Коради. Теория планиметра	38
	Глава III. Плавучесть.	
§	1. Равновесие плавающих тел. Некоторые положения гидростатики	42
§	2. Закон Архимеда	44
§	3. Плавучесть. Вычисление водоизмещения гидросамолета	45
§	4. Корабельный метод вычисления водоизмещения	47
§	5. Авиационный метод вычисления водоизмещения	54
§	6. Грузовой размер	56
§	7. Масштаб Бонжана	56
§	8. Запас плавучести	57
§	9. Коэффициенты полноты	58
§	10. Определение координат центра величины	59
	Глава IV. Остойчивость.	
§	1. Определение остойчивости	64
§	2. Поперечная остойчивость. Вычисление начального метacentрического радиуса	67
§	3. Начальная остойчивость многопоплавковой системы	71
§	4. Метacentрическая формула остойчивости	74
§	5. Влияние изменения полетного веса гидросамолета на его начальную остойчивость	75
§	6. Влияние жидкого груза на начальную остойчивость	77
§	7. Поперечная остойчивость на больших углах крена. Плечо остойчивости формы и плечо остойчивости веса. Общее условие остойчивости	80
§	8. Диаграмма Рида и ее построение для летающих лодок	84
§	9. Диаграмма Рида для двухпоплавковых гидросамолетов	89
§	10. Равновесие при крене и динамическая остойчивость	91

§ 11. Числовые данные о величине кренящих моментов ветра для основных типов гидросамолетов	95
§ 12. Причины, влияющие на изменение диаграммы Рида	102
§ 13. Приближенные формулы для вычисления водоизмещения подкрыльных поплавков	105
§ 14. Продольная остойчивость	111
§ 15. Определение угла начального диферента лодки φ_0 . Упорная ватерлиния	114
§ 16. Продольная остойчивость на больших углах диферента	118
§ 17. Определение центра тяжести гидросамолета на плаву	121
§ 18. Некоторые данные о метацентрических высотах	123
§ 19. Наклонение гидросамолета относительно произвольной оси	127
§ 20. Нахождение главных осей инерции	132

Глава V. Непотопляемость.

§ 1. Основные случаи затопления	133
§ 2. Первый случай	133
§ 3. Второй случай	134
§ 4. Третий случай	135

Глава VI. Спуск гидросамолета с береговой площадки.

§ 1. Общий анализ спуска гидросамолета	138
§ 2. Влияние наклона площадки на длину ее подводной части и глубину воды	143
§ 3. Расчет подводной части площадки (стапеля)	149

Глава VII. Динамическое подобие 153

Глава VIII. Волновое движение.

§ 1. Образование волн. Элементы волны	161
§ 2. Теория Герстнера	161
§ 3. Энергия трохoidalных волн	169
§ 4. Теория волн на конечной глубине	172
§ 5. Группа волн	178
§ 6. Затухание. Разрушение волн. Перенос масс воды	179
§ 7. Одиночная волна	181
§ 8. Наблюдения над морскими волнами. Некоторые числовые данные	182

Глава IX. Движение плавания. (Соппротивление воды движению гидросамолета.)

§ 1. Общая формула сопротивления. Составные части сопротивления	187
§ 2. Коэффициенты вязкости воды	191
§ 3. Режимы движения вязкой жидкости. Критерий Рейнольдса	192
§ 4. Соппротивление трения	197
§ 5. Формулы Бофуа и Фруда	200
§ 6. Одночленные формулы трения	201
§ 7. Двучленные формулы	203
§ 8. Пересчет сопротивления модели на полноразмерное судно (гидросамолет) по способу Фруда	204
§ 9. Метод Феттингера	205
§ 10. Определение смоченной поверхности лодки	206
§ 11. Влияние формы на сопротивление трения	207
§ 12. Соппротивление формы	208
§ 13. Волновое сопротивление	212
§ 14. Зависимость Кента	219
§ 15. Волновое сопротивление на мелкой воде	221
§ 16. Буксировка гидросамолета	223
§ 17. Общий случай рулежки гидросамолета при безветрии с отклоненным воздушным рулем	225

	Стр.
§ 18. Циркуляция гидросамолета	226
§ 19. Углы крена при циркуляции	227
§ 20. Формулы давления на руль	228
Глава X. Движение „глиссирования“.	
§ 1. Гидроглиссирование и условия, его определяющие. Общая формула сопротивления	228
§ 2. Краткий обзор существующих теорий глиссирования	231
§ 3. Теория проф. Г. Е. Павленко	235
§ 4. Теория Н. А. Соколова	246
§ 5. Диаграммы Н. А. Соколова	255
§ 6. Опыты с глиссирующими пластинками	263
§ 7. Гидродинамические характеристики летающих лодок. Некоторые данные опытных исследований	269
§ 8. Диаграмма Маделунга	287
Глава XI. Опытовые бассейны.	
§ 1. Типы бассейнов	288
§ 2. Бассейн системы Фруда и его оборудование	289
§ 3. Измерительные приборы (устройства)	295
Глава XII. Вычисление гидродинамической характеристики (сопротивления) гидросамолета по данным испытаний его модели.	
§ 1. Прежний метод вычисления и его недостатки	304
§ 2. Метод Г. Павленко (Н. Соколова)	307
§ 3. Определение составных частей полного сопротивления для глиссирующих судов	311
§ 4. Поправки при испытании моделей глиссирующих судов	317
§ 5. Пример масштабного пересчета	319
Глава XIII. Взлет и посадка.	
§ 1. Процесс взлета	323
§ 2. Силы, действующие на гидросамолет при его взлете	324
§ 3. Методы расчета разбега и пробег	327
§ 4. Расчетные формулы и диаграммы К. Косоурова для определения времени и длины разбега	343
Глава XIV. Давление на днище.	
§ 1. Современное состояние работ по давлению на днище	348
§ 2. Задача Пабста	349
§ 3. Некоторые экспериментальные исследования	357

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая книга „Гидросамолеты, их мореходность и расчет“ предназначена в качестве учебного руководства для авиационных втузов, а также для потребностей расчетно-конструкторских отделов и научно-исследовательских институтов, имеющих отношение к проектированию гидросамолетов и быстроходных катеров.

Литература по гидроавиации чрезвычайно бедна. Существующие советские и иностранные руководства в весьма кратком виде охватывают далеко не полный круг вопросов расчета мореходности и совершенно не отражают современных теоретических достижений.

Книга ставит своей целью не только объединение разрозненных материалов, но и систематическое изложение их в возможно полном объеме, удовлетворяющем требованиям промышленности.

Книга распадается на две части—гидростатическую и гидродинамическую. Первая часть содержит „Теорию корабля“ в применении к гидросамолетам и основной круг вопросов по плавучести и остойчивости. Вторая часть посвящена движению гидросамолета на воде (с предварительным изложением закона динамического подобия и волновых явлений).

Автор

Ленинград, Лесное.
Октябрь, 1934 г.

Глава I

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Исторический обзор

Идея взлета и посадки на воду давно привлекала авиоконструкторов. Использование водной поверхности как „естественного аэродрома“ сильно расширяло авиационные перспективы: гидросамолет мог оказаться полезным там, где имелось большое количество рек и озер или морское побережье.

Отсутствие теоретических и опытных исследований являлось одной из основных причин неудач и затруднений в первые годы развития гидроавиации. Обширный материал, имевшийся по гидродинамическим испытаниям судов, не мог быть использован уже только потому, что лодки самолетов требовали скоростей хода по воде в несколько раз больших, чем скорости морских судов. Изучение законов сопротивления воды движению скоростных судов не интересовало пароходные компании: эти суда требовали значительного увеличения мощности главных механизмов и были в эксплуатации невыгодны. Потребность усовершенствовать самолет к обслуживанию водных бассейнов в дальнейшем заставила научных исследователей расширить область гидродинамических испытаний, что привело к выработке новых форм очертаний корпуса и положило начало глиссерному судостроению.

К первому гидросамолету следует отнести французский гидросамолет Габардини (Gabardini) и Фабра (R. Fabre), выстроенный в 1910 г. Этот самолет обладал низкими качествами и не имел успеха.

Далее, в октябре 1911 г., в Америке оторвался от воды поплавковый самолет Кертис (летчик—Глен Кертис). В том же году были совершены полеты в Англии на самолете Авро, мощностью в 35 л. с., летчиками Сван и Сипп и в Италии—генералом Гвидони. В 1912 г. Гноспеллиус построил небольшой аппарат, очертаний Блерио, на поплавках типа „ricochet“, состоящих из деревянных рам и покрытых листовым алюминием. Во Франции в это время с успехом применялись поплавки Фабра. По форме они были плоскодонны, прямоугольны в плане, по конструкции же состояли из деревянного остова, обтянутого водонепроницаемой тканью (рис. 1).

Лодочные гидросамолеты появились позже поплавковых. Только в 1912 г. Донне и Левек во Франции построили и летали на гидросамолете типа лодки, двухместном биплане с толкающим винтом. Этот самолет явился прототипом современных летающих лодок.

С 1912 г. идет параллельное развитие как лодочных, так и поплавковых гидросамолетов; начинают увеличиваться размеры аппаратов и их мощность: так, самолет Шорт летал в 1912 г. уже со 100-сильным мотором Гном. Поплавки этого аппарата имели редан, плоское днище и прямоугольное сечение шпангоутов. Поплавки указанной формы некоторое время в гидроавиации были стандартными; однако в дальнейшем были обнаружены дефекты при посадке и на волне, так как удар воды на их плоское днище был слишком жестким; это явление заставило поставить между поплавками и шасси резиновые амортизаторы.

Во время мировой войны гидроавиация имела в своем распоряжении самолеты, превышающие мощность в 300 л. с. Число моторов на аппарате дошло до трех (например, лодка Кертис с тремя двигателями Кертис по 90 л. с. каждый).

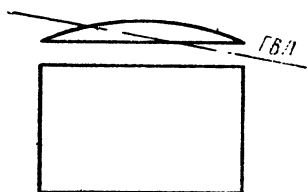


Рис. 1. Схема поплавок Фабра

Начиная с 1917 г., появляются самолеты на поплавках современных очертаний. Прямоугольные шпангоуты заменяются вогнуто-криволинейными, с реданом и хорошо обтекаемой кормовой частью.

Опытные исследования Гвидони в Италии и Бекера в Англии, а также новейшие экспериментальные и теоретические работы Москвы и Ленинграда дают возможность критической оценки существующих форм лодок и поплавков. Мореходные качества гидросамолетов значительно улучшаются, с аэродинамической и конструктивной стороны аппараты становятся совершеннее, и в настоящее время гидроавиация имеет прекрасные морские аппараты, отвечающие современным требованиям.

§ 2. Классификация гидросамолетов

По характеру посадочно-взлетного устройства гидросамолеты можно разделить на три основные группы: 1) поплавковые, 2) лодочные и 3) амфибии.

Первые две группы имеют возможность производить посадку и отрыв исключительно с поверхности воды, аппараты третьего типа (амфибии) пользуются как сухопутными, так и морскими аэродромами.

1. Поплавковые. По внешнему виду поплавковый самолет является нормальным типом сухопутного самолета с тем лишь различием, что место колес занимают поплавки. Некоторые двухпоплавковые аппараты предусматривают замену поплавков колесами, как например некоторые типы Авро или Юнкерса. Таким образом получается по желанию или сухопутный, или морской самолет.

Поплавковые самолеты бывают следующих видов:

1. **Однопоплавковые** (рис. 2). Гидросамолет имеет единственный центральный поплавок, несущий всю гидростатическую и гидродинамическую нагрузку и создающий продольную устойчивость. Боковая устойчивость создается вспомогательными поплавками малого объема на концах крыльев. Однопоплавковые самолеты

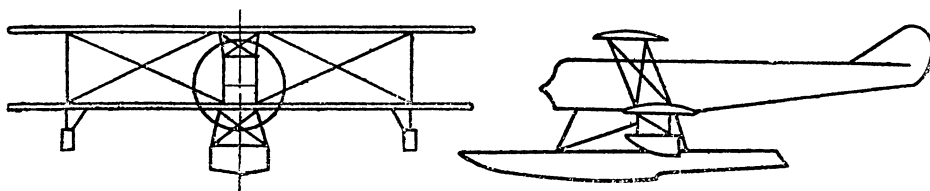


Рис. 2. Схема однопоплавкового гидросамолета

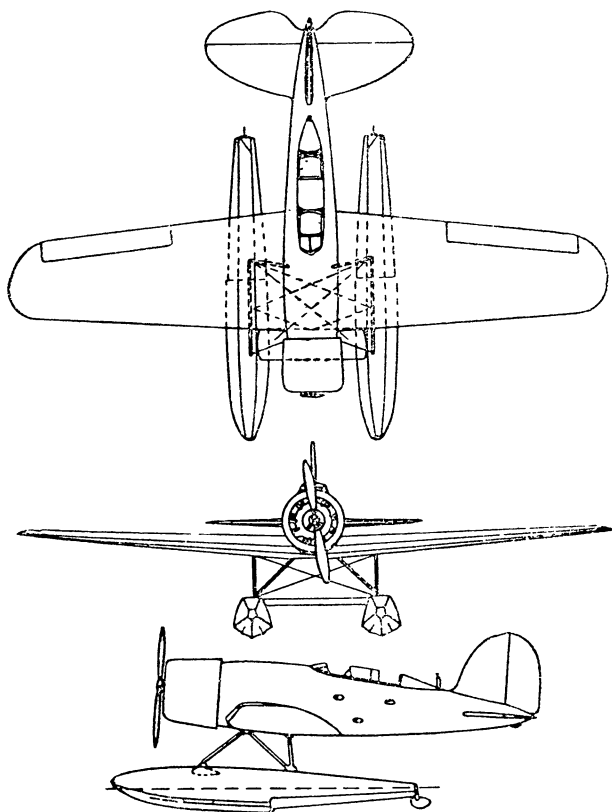


Рис. 3. Схема двухпоплавкового гидросамолета

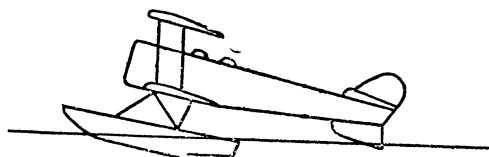


Рис. 4. Схема трехпоплавкового гидросамолета
(двухпоплавкового с хвостовым поплавком)

имеют большое распространение в морской (корабельной) авиации, они легки и удобны для катапультного взлета с морских судов.

2. *Двухпоплавковые.* Оба поплавка воспринимают всю гидростатическую и гидродинамическую нагрузку и обеспечивают на воде продольную и поперечную остойчивость. Двухпоплавковые самолеты из поплавковых пользуются наибольшим распространением (рис. 3).

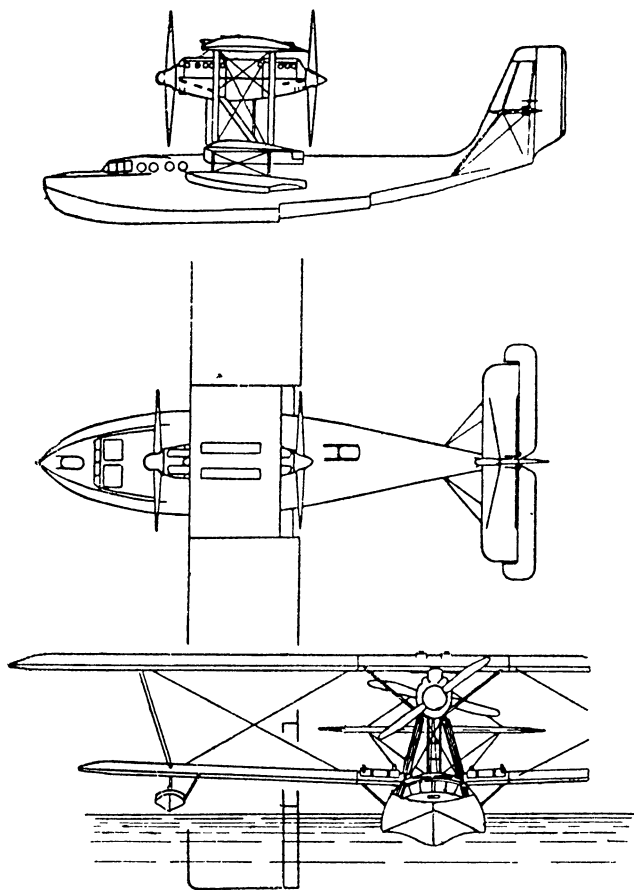


Рис. 5. Схема летающей лодки с опорными поплавками

3. *Трехпоплавковые* (рис. 4). В этом случае самолет имеет два главных поплавка, укрепленных на шасси, и хвостовой поплавок, заменяющий костыль в сухопутных аппаратах. Главные поплавки несут почти всю нагрузку и создают поперечную остойчивость, хвостовой же служит преимущественно для обеспечения продольной остойчивости. Трехпоплавковые самолеты имеют небольшое распространение и аэродинамически менее выгодны.

II. *Лодочные.* 1. *Летающие лодки с опорными поплавками* (рис. 5). Вся гидростатическая и гидродинамическая нагрузка

воспринимается лодкой. Вследствие особенности формы конструкции и благодаря высокому положению центра тяжести все лодочные гидросамолеты имеют отрицательную поперечную метацентрическую высоту. Для придания самолету боковой остойчивости на концах нижних крыльев ставятся вспомогательные опорные поплавки. Роль этих поплавков будет разобрана в главе об остойчивости самолетов.

2. *Летающие лодки с несущими поплавками.* Вес гидросамолета распределен между лодкой и поплавками, причем поплавки берут

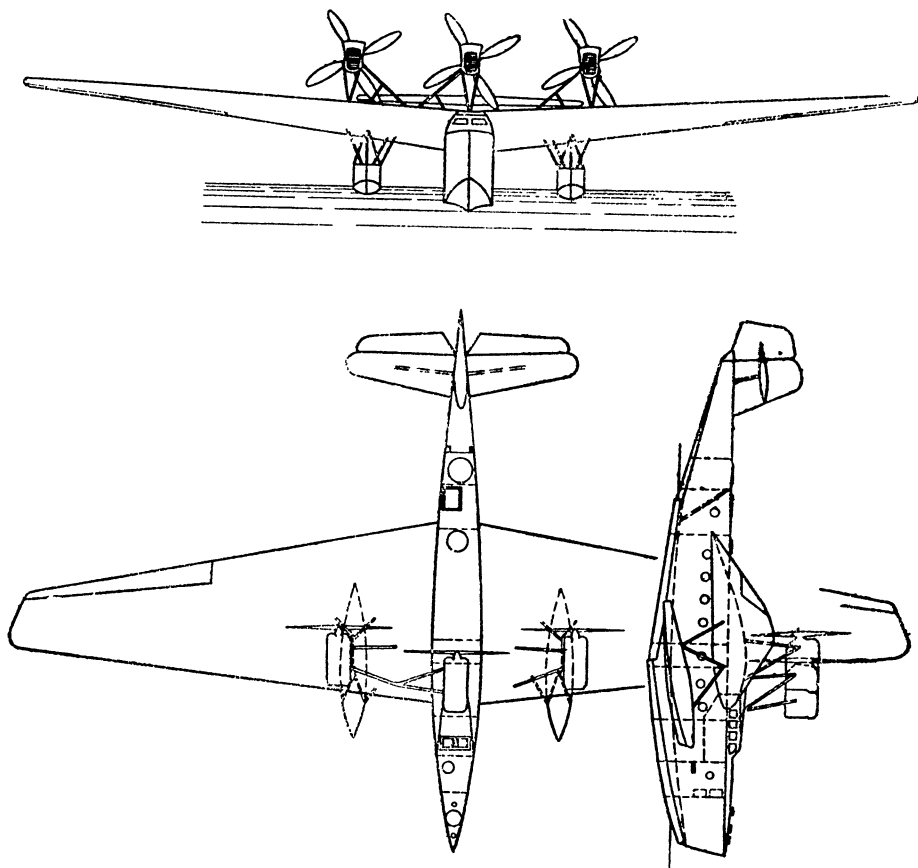


Рис. 6. Схема гидросамолета с водоизмещающими поплавками

от 15 до 20% полного веса. Поплавки имеют значительный объем, несут часть гидродинамической нагрузки и делают самолет поперечноостойчивым. Выражением этого типа являются самолеты фирмы Рорбах (рис. 6).

3. *Гидросамолеты типа Дорнье.* Вместо поплавков эти самолеты имеют плавники, которые крепятся непосредственно к бортам лодки у поверхности воды. Плавники в поперечном сечении имеют форму профиля крыла и в полете несут работу последнего. При

нахождении самолета на воде, плавники воспринимают незначительную часть его веса и создают поперечную остойчивость (рис. 7).

4. *Двухлодочные.* Двухлодочные самолеты похожи на нормальный двухпоплавковый тип, имеют положительную метацентрическую высоту и в боковых поплавках не нуждаются; эти самолеты относятся к тяжелым; их лодки служат помещением для пассажиров и для специального оборудования; фюзеляжа они, как правило,

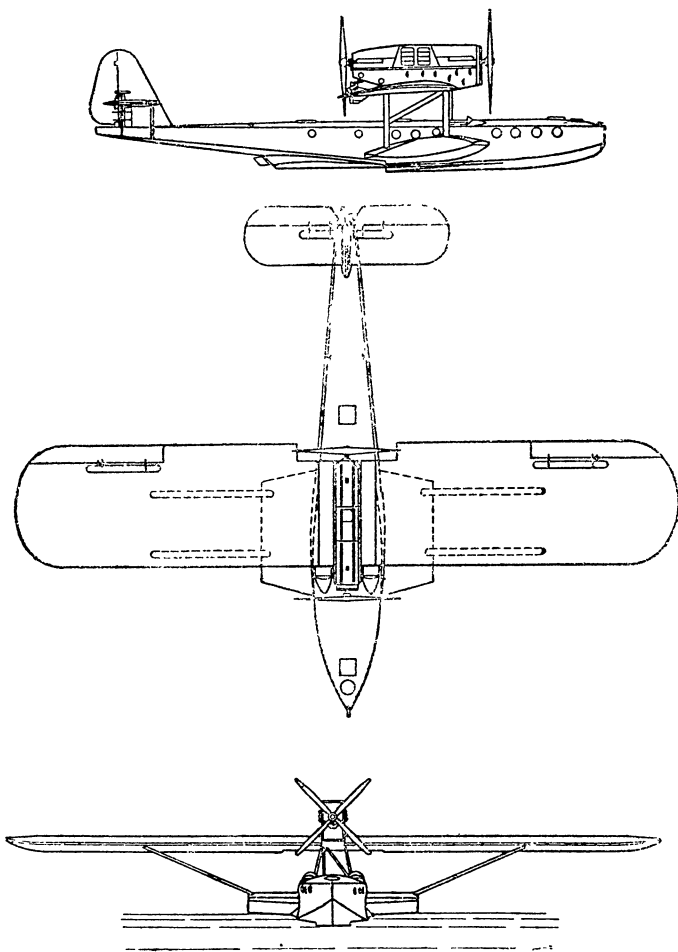


Рис. 7. Схема лодки Дорнье

не имеют. Летчики расположены или в крыле, или в специальной кабине у крыльев. Оперение крепится на фермах или трубах прямо к лодкам. На рис. 8 изображен двухлодочный гидросамолет (Savoia-Marchetti, S-66).

5. *Трехлодочные и многолодочные.* Эти самолеты в настоящее время не встречаются; однако последние модели трансатлантиче-

ских самолетов гигантов Юнкерса и Румплера относятся к этому типу.

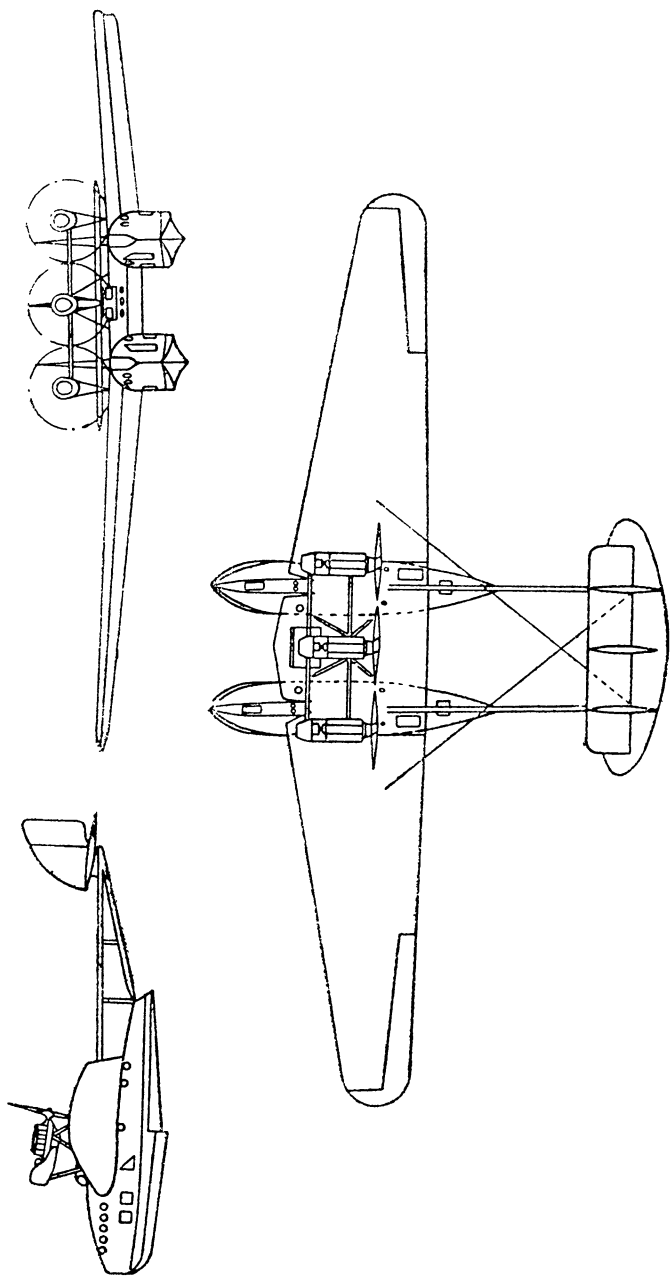


Рис. 8. Схема двухлодочного гидросамолета

III. Амфибии. Это суть нормальные летающие лодки с тянущим или толкающим винтом. Под крыльями у них имеются складные

шасси (с каждого борта лодки) с колесами. Примером этого типа может служить амфибия Ленинга (рис. 9) и Сикорского (рис. 10).
Представляя большое удобство пользования как морскими, так и сухопутными аэродромами, амфибии имеют повышенное лобовое

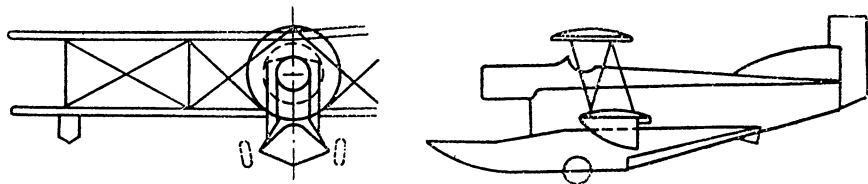


Рис. 9. Схема амфибии Ленинга

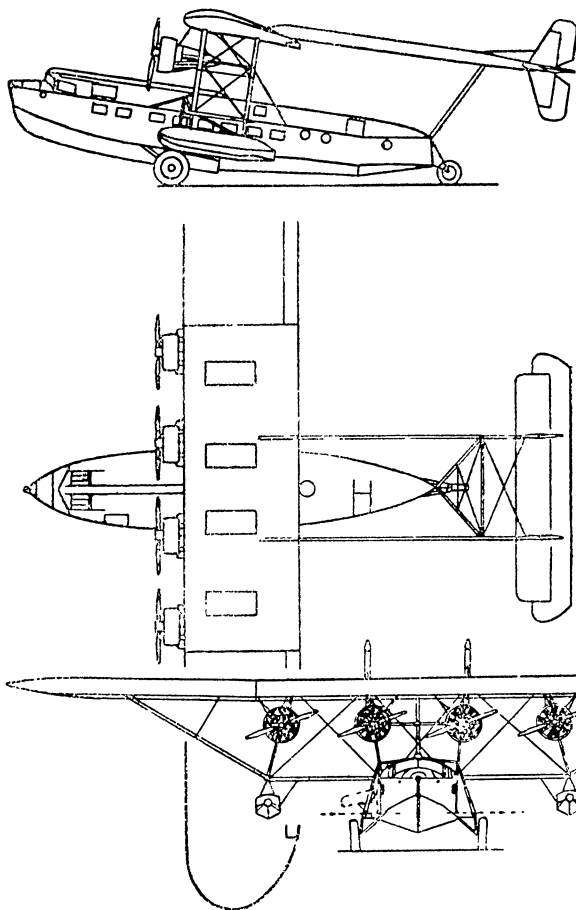


Рис. 10. Схема амфибии Сикорского

сопротивление от дополнительных конструктивных деталей и пониженную весовую отдачу. Эти недостатки невелики и в дальнейшем будут, надо надеяться, еще меньше.

Отдельную группу представляют сухопутные самолеты, имеющие возможность производить посадку на воду. Плавучесть создается у них или водонепроницаемым фюзеляжем, или же воздушными мешками в крыльях. Для предотвращения аварий при посадке (капотирования) эти самолеты имеют сбрасываемое или подъемное шасси. Фюзеляж усиливается в своей нижней части. Сухопутные самолеты для морской службы не рассчитаны на длительное пребывание на воде и в большинстве случаев мало устойчивы; они употребляются в береговой сухопутной авиации, а также на кораблях. Представителем этого типа являются аппараты Левассер.

По назначению гидросамолеты имеют классификацию аналогичную сухопутным:

1. *Гражданские*: 1) пассажирские; 2) почтовые и грузовые; 3) особого назначения (для аэрофотосъемки, ирригации, по борьбе с сельскохозяйственными вредителями, санитарные и пр.); 4) спортивные.

2. *Военные*: 1) учебные; 2) разведчики, дальние и ближние; 3) истребители; 4) торпедоносцы; 5) корабельные самолеты.

По материалу, идущему на постройку, гидросамолеты бывают: деревянные, смешанные, металлические.

По конструктивным формам они разделяются на монопланы, полоторопланы, бипланы.

§ 3. Форма очертаний корпуса лодок и поплавков гидросамолетов

Существующие формы лодок и поплавков гидросамолетов до настоящего времени нельзя считать окончательно установленными..

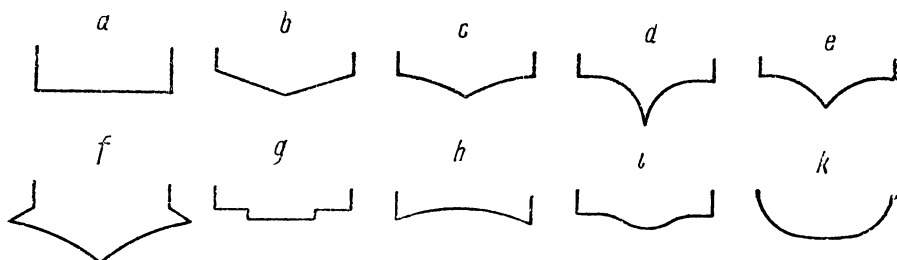


Рис. 11. Типы поперечных сечений днища летающих лодок и поплавков

В процессе своего развития гидроавиация выработала чисто экспериментальным путем для корпуса морских аппаратов целый ряд форм очертаний, из которых главные приведены ниже.

Не останавливаясь сейчас на гидродинамических свойствах летающих лодок, заметим только, что обводы корпуса самолета имеют существенное влияние на качество отрыва и на мореходность.

I. Форма сечения днища по шпангоутам. Из многочисленных форм поперечных сечений днища основными являются следующие (рис. 11): *a*) плоское днище, *b*) прямое V, *c*) слегка вогнутое V, *d*) сильно вогнутое V с плоской частью у скул и киля, *e*) сильно вогнутое V с обратным наклоном днища у скул, *f*) днище с жабрами

(mudguards — Англия), *g*) днище с продольной ступенью (реданом), *h*) вогнутое днище (итальянский тип), *i*) днище плоско-выпуклое, *k*) выпукло-овальное (из-за плохих гидродинамических качеств выходит из употребления). В хвостовой части встречаются чаще всего сечения *b* и *c*. В поплавковых гидросамолетах наиболее употребительны формы *a*, *b*, *c*, *d* и *e*.

II. Реданы. К особенностям формы лодок и поплавков относятся реданы, т. е. уступы на днище, расположенные в центральной части корпуса. Испытания гидросамолетов на воде показывают, что присутствие реданов повышает мореходные качества взлета и посадки, сокращает время разбега и его длину. Безреданные лодки отрываются от воды очень тяжело, а лодки большого веса совершенно не способны оторваться. Редан, нарушая плавность обвода лодки, естественно повышает сопротивление и создает дополнительные вихреобразования, на которые тратится часть энергии движения. При увеличенной же скорости хода по воде,

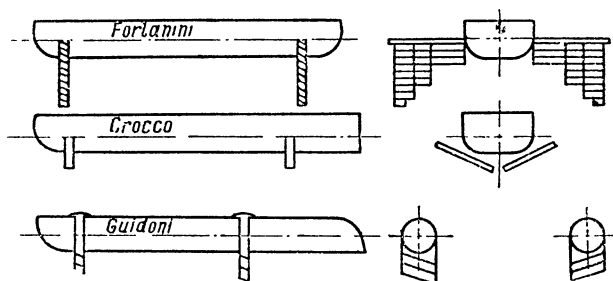


Рис. 12. Схема итальянских плавательных приспособлений

редан способствует срыву водяных струй, уменьшает подсасывание и заливание хвоста, а также смоченную поверхность днища и бортов.

Летающие лодки имеют один или два редана, поплавковые самолеты — чаще один редан. Опыт постановки третьего редана показал, что его присутствие не улучшает условий отрыва.¹ Сейчас от трехреданной конструкции окончательно отказались.

Кроме лодок с поперечными реданами испытывались лодки с реданами продольными. Однако эти лодки оказались не лучше первых. Продольные реданы употребляет на своих самолетах фирма Дорнье.

III. Итальянские самолеты с водяными „ножами“. К совершенно особой группе относятся лодки и поплавки итальянского типа, так называемые лодки (поплавки) с „ножами“ (hydrovanes). Сущность такой конструкции заключается в том, что к корпусу лодки прикреплены металлические пластины, исполняющие роль водяных крыльев (рис. 12). Лодка с ножами за счет собственного уменьшения объема и площади поперечного сечения имеет целью понизить гидродинамическое сопротивление даже на малых ско-

¹ В 1923 г. во Франции была испытана трехреданная лодка; она быстро выходила на редан, но отрывалась с большим трудом и преимуществ перед двухреданной не имела.

ростях сравнительно с лодками нормального типа. Водяные крылья, имеющие гидродинамическое качество большее, чем у лодки, заставляют последнюю быстро выходить из воды. Присутствие ножей создает дополнительное сопротивление движению, но зато более обтекаемая форма лодки понижает его, так что в итоге получается некоторый выигрыш. Вследствие плохой мореходности эти гидросамолеты мало распространены.

Основные разновидности указанных конструкций Форланини, Крокко и Гвидони изображены на рис. 12.

§ 4. Килеватость корпуса

Углы килеватости различают двух родов: 1) продольный и 2) поперечный.

Продольным углом килеватости ψ_1 называется угол, образованный касательной к переднему редану (на киле) с прямой, соеди-

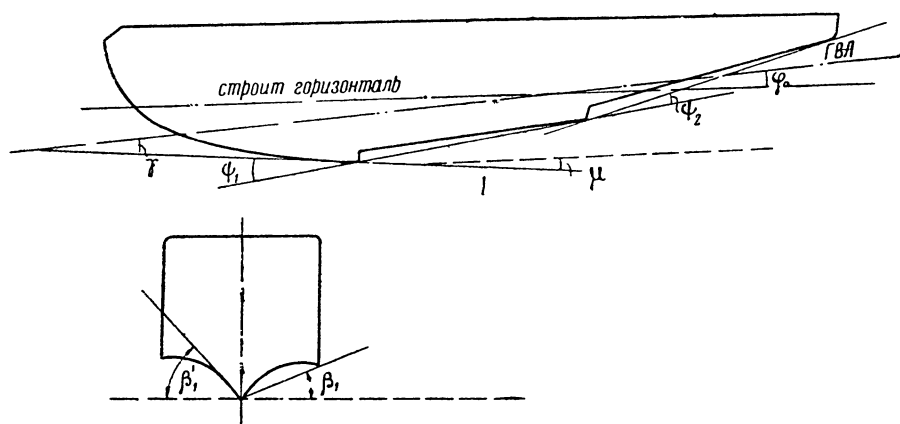


Рис. 13

няющей вершины реданов (на киле) у двухреданных лодок или соединяющей вершину редана с килем на корме у однореданных.

Поперечным углом килеватости на переднем редане β_1 называется угол между прямой, соединяющей киль со скулами, и горизонталью.

Назовем (рис. 13):

ψ_1 — углом продольной килеватости носовой части;

ψ_2 — " " " " кормовой " ;

β_1 — внешним углом поперечной килеватости на первом редане;

β_1 — внутренним углом поперечной килеватости на первом редане;

β_2 } — соответственно углами на втором редане;

μ — углом между строительной горизонталью и касательной к переднему редану;

γ — углом между грузовой ватерлинией и касательной к переднему редану;

φ_0 — углом грузового диферента.

В табл. 1 даны средние значения этих углов.

ТАБЛИЦА 1

Т и п	ψ_1	ψ_2	β_1	β'_1	β_2	β'_2	μ	γ
Летающие лодки . . .	6—12	7—10	0—35	0—45	0—30	0—40	1—3	0—3
Поплавковые самолеты .	4—10	—	0—35	0—45	0—30	0—40	0—3	0—2

В дальнейшем условимся считать, что размерения лодки и углы ее килеватости известны, т. е. что имеются все данные для составления теоретического чертежа.

§ 5. Мореходность гидросамолетов

Роль посадочно-взлетного приспособления в гидросамолетах, как известно, играют лодка или поплавок.

В отличие от сухопутных аппаратов к морским самолетам предъявляются дополнительные требования, сильно усложняющие проектирование.

Эти требования заключаются в том, чтобы гидросамолет обладал определенными морскими качествами, обеспечивающими безопасное плавание при заданной нагрузке для всех скоростей, от скорости $v=0$ до $v=v_0$ (скорость отрыва). Совокупность этих качеств и определяет собой мореходность.

Гидросамолет, прекрасно выполненный с аэродинамической точки зрения, может быть забракован только потому, что из-за неудачной формы лодки он не будет в состоянии оторваться от воды, или время, потребное на его отрыв, будет слишком большим.

Мореходность гидросамолета определяют следующие качества:

1) *плавучесть*, т. е. способность самолета держаться на воде при заданном весе,

2) *непотопляемость* — способность сохранять достаточную плавучесть при подводных повреждениях корпуса и попадании в него воды,

3) *остойчивость* — способность возвращаться в положение равновесия по прекращении действия внешней пары, вызвавшей отклонение от этого положения,

4) *плавность качки*,

5) *поворотливость при рулении на воде* (taxing),

6) *способность разворота под ветер при брошенном управлении*,

7) *поперечная и продольная устойчивость бега*,

8) *чистота бега*, т. е. малое брызгообразование,

9) *наименьшие разбег и время отрыва*,

10) *посадка и взлет с волны при ветре*,

11) *способность выдерживать волну и ветер в открытом море* (при вынужденной посадке),

12) *возможность буксировки в свежую погоду*.

Перечисленные требования весьма серьезны; удовлетворить всем им очень трудно и вряд ли возможно без ущерба летным качествам. Поэтому при проектировании приходится идти на компромисс и согласовать требования мореходности с требованиями аэродинамики.

Плаваемость, непотопляемость и остойчивость относятся к „статической мореходности“. Все остальные качества, заключающие в себе проявление динамических сил воды, определяют „динамическую мореходность“.

Вопросы статической мореходности входят целиком в гидростатику и решаются общими методами теории корабля.

Если с гидростатической стороны морские самолеты имеют аналогию с судами, то гидродинамически они существенно отличаются от последних. Действительно, лодки гидросамолетов в отличие от морских судов обладают при своем движении поддерживающей динамической силой воды и имеют переменное водоизмещение (вес на воде); форма очертаний корпуса и большие скорости движения придают кривой гидродинамического сопротивления своеобразный вид. Указанных различий уже достаточно для того, чтобы сделать корабельные формулы сопротивления движению на больших скоростях непригодными в области морской авиации; поэтому изучение движения гидросамолетов по поверхности воды требует специального теоретического исследования и протасок в опытовых бассейнах.

Глава II

О ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В ГИДРОАВИАЦИИ

§ 1. Выражение площадей, объемов и пр. простыми определенными интегралами

Решение ряда задач по плаваемости, остойчивости и движению гидросамолета на воде сводится к вычислению площадей, объемов, положения их центра тяжести, моментов инерции и т. п., т. е. связано с нахождением некоторых определенных интегралов, которые и рассматриваются в этом параграфе.

1) Пусть дана кривая

$$y = f(x). \quad (1)$$

Площадь S , ограниченная данной кривой, осью абсцисс и двумя ординатами, называется простой площадью (рис. 14) и выражается определенным интегралом:

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a). \quad (2)$$

В том случае, если кривая (1) охватывает сложный контур (рис. 15), для вычисления его площади при помощи простых площадей проводят касательные к этому контуру (AB и DE) парал-

тельно оси OY . Тогда площадь $BCDFHG$ выразится как алгебраическая сумма простых площадей:

$$\text{пл. } BCDFHG = \text{пл. } ABCDE - \text{пл. } ABG - \text{пл. } FDE + \text{пл. } FHG.$$

2) Определение координат x_0, y_0 центра тяжести P (рис. 16) площади $ABCD$ базируется на применении теоремы моментов.

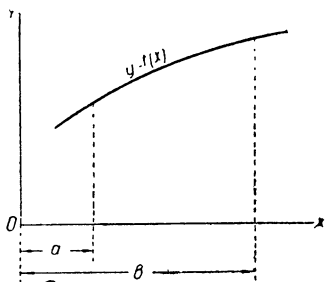


Рис. 14

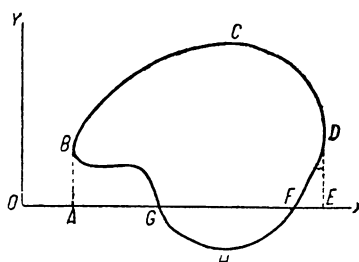


Рис. 15

Момент элементарной площади $d\omega$ (заштрихованной на чертеже) относительно оси OY будет равен

$$dM_y = \left(x + \frac{dx}{2}\right) d\omega = \left(x + \frac{dx}{2}\right) y dx = xy dx + \frac{1}{2} y dx dx,$$

или, пренебрегая членом второго порядка малости:

$$dM_y = xy dx.$$

Момент всей площади $ABCD$:

$$M_y = \int_a^b xy dx = Sx_0,$$

откуда

$$x_0 = \frac{1}{S} \int_a^b xy dx = \frac{\int_a^b xy dx}{\int_a^b y dx}. \quad (3)$$

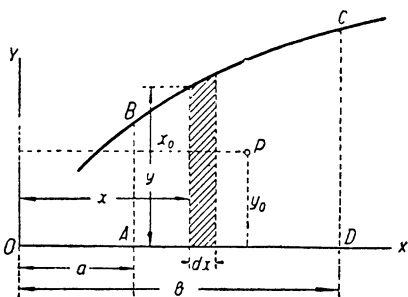


Рис. 16

Ордината центра тяжести:

$$y_0 = \frac{M_x}{S}.$$

Элементарный момент относительно оси OX есть:

$$dM_x = \frac{1}{2} y d\omega = \frac{1}{2} y^2 dx,$$

а момент всей площади $ABCD$ относительно той же оси:

$$M_x = \frac{1}{2} \int_a^b y^2 dx.$$

Таким образом

$$y_0 = \frac{1}{2S} \int_a^b y^2 dx = \frac{1}{2} \frac{\int_a^b y^2 dx}{\int_a^b y dx}. \quad (4)$$

Если площадь S — не простая, то, разбив ее на простые площади S_i и вычислив координаты x_i , y_i их центра тяжести по формулам (3) и (4), получим:

$$x_0 = \frac{s_1 x_1 + s_2 x_2 + \dots + s_n x_n}{S}, \quad (5)$$

$$y_0 = \frac{s_1 y_1 + s_2 y_2 + \dots + s_n y_n}{S}, \quad (6)$$

где

$$S = s_1 + s_2 + \dots + s_n.$$

3) Объем, ограниченный заданной поверхностью, также может быть выражен простым определенным интегралом.

Пусть MN (рис. 17) является поверхностью, ограничивающей объем V . Разсечем этот объем плоскостями I и II , параллельными плоскости ZOY и отстоящими друг от друга на расстоянии dx . Элементарный объем dV слоя между сечениями I и II , с точностью до бесконечно-малых высшего порядка, можно считать равным объему цилиндра с основанием ω_1 и высотой dx :

$$dV = \omega_1 dx,$$

где ω_1 — площадь сечения объема V с плоскостью I .

Площадь ω_1 , абсцисса которой есть x , очевидно будет некоторой функцией от x :

$$\omega_1 = \varphi(x).$$

Объем V тела есть предел суммы элементарных объемов

$$dV = \varphi(x) dx$$

и будет выражен определенным интегралом:

$$V = \int_a^b \varphi(x) dx. \quad (7)$$

Пределы a и b являются абсциссами крайних точек поверхности MN .

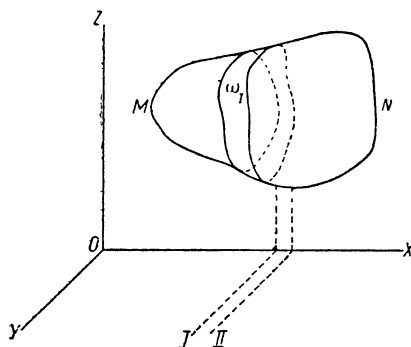


Рис. 17

4) Абсцисса X_0 центра тяжести объема V определяется способом, аналогичным тому, который был применен для площади; момент элементарного объема dV относительно плоскости ZOY равен:

$$dM_v = x dV = x \omega_x dx,$$

момент же всего объема V :

$$M_v = \int_a^b x \omega_x dx.$$

Абсцисса центра тяжести поэтому равна:

$$x_0 = \frac{M_v}{V} = \frac{1}{V} \int_a^b x \omega_x dx = \frac{\int_a^b x \omega_x dx}{\int_a^b \omega_x dx}. \quad (8)$$

Координаты y_0 и z_0 будут соответственно равны:

$$y_0 = \frac{1}{V} \int_c^d y \omega_y dy, \quad (9)$$

$$z_0 = \frac{1}{V} \int_e^f z \omega_z dz, \quad (10)$$

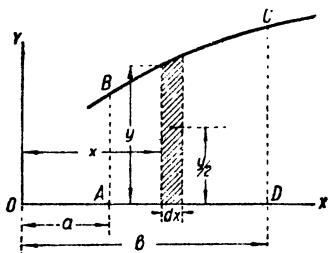


Рис. 18

где ω_y — площадь сечения объема V плоскостью, параллельной плоскости ZOX , взятой от последней на расстоянии y ;
 ω_z — площадь сечения объема V плоскостью, параллельной плоскости XOY , взятой от последней на расстоянии z ;
 c и d — расстояния касательных плоскостей до плоскости ZOX ;
 e и f — расстояния касательных плоскостей до плоскости XOY .
 5) Моменты инерции площади $ABCD$ (рис. 18).

а) Относительно оси OX момент инерции элементарной площадки (заштрихованной на рис. 18) есть

$$dJ_x = \frac{y^3 dx}{12} + \left(\frac{y}{2}\right)^2 y dx = \frac{1}{3} y^3 dx,$$

а момент инерции всей площади $ABCD$ равен:

$$J_x = \frac{1}{3} \int_a^b y^3 dx. \quad (11)$$

б) Относительно оси OY элементарный момент инерции равен

$$dJ_y = \frac{y (dx)^3}{12} + \left(x + \frac{dx}{2}\right)^2 y dx$$

или, ограничиваясь членами первого порядка малости:

$$dJ_y = x^2 y dx,$$

откуда

$$J_y = \int_a^b x^2 y dx. \quad (12)$$

§ 2. Правило трапеций; формула Симпсона

§ Как видно из предыдущего, нахождение всех вышеуказанных величин сводится к отысканию интеграла:

$$S = \int_a^b f(x) dx,$$

который может быть вычислен аналитически, если функция $f(x)$ задана аналитически. Однако в практических расчетах по определению геометрических элементов лодок и поплавков аналитическое выражение $f(x)$ обычно неизвестно; поэтому вычисление определенного интеграла приходится производить приближенно, пользуясь правилами приближенных вычислений.

Формула трапеций. Для вычисления площади $ABCD$ (рис. 19), ограниченной осью абсцисс, двумя ординатами и плавной кривой $y=f(x)$, которая задана графически, разбивают эту площадь рядом ординат на n полосок равной ширины. Вершины ординат соединяют прямыми линиями. Таким образом кривую BC заменяют ломаной $BB_1B_2\dots C$, вписанной в эту кривую. При сделанном упрощении площадь ΔS_k каждой полоски представляет собой площадь трапеции с основаниями y_{k-1} и y_k и высотой Δx , размеры которых берутся прямо с чертежа.

Выпишем выражения площадей всех полосок:

$$\left. \begin{aligned} &\text{пл. } ABB_1A_1 = \Delta S_1 = \frac{y_0 + y_1}{2} \Delta x, \\ &\text{пл. } A_1B_1B_2A_2 = \Delta S_2 = \frac{y_1 + y_2}{2} \Delta x, \\ &... .. \\ &... .. \\ &\text{пл. } A_{n-1}B_{n-1}CD = \Delta S_n = \frac{y_{n-1} + y_n}{2} \Delta x. \end{aligned} \right\} (*)$$

Когда n неограниченно возрастает, то площадь S всех полосок стремится к своему пределу, т. е. к площади $ABCD$, ограниченной кривой $y=f(x)$. Выбирая конечное число ординат, получаем приближенное выражение площади:

$$S \approx \sum_{k=1}^{k=n} \Delta S_k.$$

В результате суммирования выражений (*) получаем для вычисления определенного интеграла приближенную формулу:

$$S = \int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} \left[\frac{1}{2} y_0 + y_1 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n \right], \quad (13)$$

где $\frac{b-a}{n} = \Delta x$.

Эта формула носит название *формулы трапеций* и может служить для вычисления любого определенного интеграла.

Формула Симпсона. В формуле трапеций дугу кривой мы заменяли прямой линией и вычисляли площадь прямолинейной трапеции. Метод определения площади S по Симпсону основан на том, что кривая $y=f(x)$ в участке $b-a$ заменяется дугами параболы.

Разделим основание AD площади $ABCD$ (рис. 20) на $2m$ равных частей; тогда расстояние между смежными ординатами будет равно

$$\Delta x = \frac{b-a}{2m}.$$

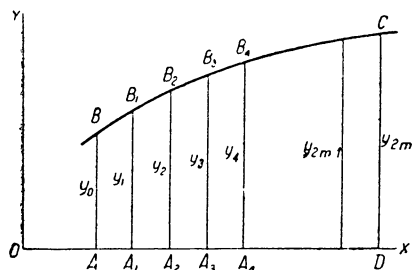


Рис. 20

Вычислим площадь ABB_2A_2 . Для этого положим, что дуга BB_1B_2 кривой $y=f(x)$ заменена дугой параболы, проходящей через эти же

самые точки. Параболу выбираем так, чтобы ее ось была параллельна оси OY . Начало координат для удобства переносим в точку A . Уравнение такой параболы имеет вид:

$$y = \alpha + \beta x + \gamma x^2.$$

Коэффициенты α , β и γ определяются из условий:

$$\begin{aligned} \text{при } x=0 & \dots \dots \dots y=y_0, \\ \text{„ } x=\Delta x & \dots \dots \dots y=y_1, \\ \text{„ } x=2\Delta x & \dots \dots \dots y=y_2. \end{aligned}$$

Эти условия дают следующие три уравнения относительно α , β и γ :

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= \alpha, \\ y_1 &= \alpha + \beta \Delta x + \gamma (\Delta x)^2, \\ y_2 &= \alpha + 2\beta \Delta x + 4\gamma (\Delta x)^2. \end{aligned} \right\} \quad (**)$$

Площадь ABB_2A_2 , ограниченная сверху дугой параболы, выражается так:

$$\begin{aligned} \text{пл. } ABB_2A_2 &= \Delta S_1 = \int_0^{2\Delta x} (\alpha + \beta x + \gamma x^2) dx = \left| \frac{\alpha x}{1} + \frac{\beta x^2}{2} + \gamma \frac{x^3}{3} \right|_0^{2\Delta x} = \\ &= 2\alpha \Delta x + 2\beta (\Delta x)^2 + \frac{8}{3} \gamma (\Delta x)^3 = \frac{\Delta x}{3} [6\alpha + 6\beta \Delta x + 8\gamma (\Delta x)^2]. \quad (***) \end{aligned}$$

Умножая второе из уравнений (**) на 4 и складывая его с первым и третьим, получаем выражение, стоящее в квадратных скобках (***). Таким образом:

$$\Delta S_1 = \frac{\Delta x}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2). \quad (I)$$

Прилагая эту формулу последовательно к промежуткам

$$AA_2; A_2A_4; A_4A_6; \dots A_{2m-2}A_{2m},$$

получаем последовательно:

$$\Delta S_2 = \frac{\Delta x}{3} (y_2 + 4y_3 + y_4), \quad (II)$$

$$\Delta S_3 = \frac{\Delta x}{3} (y_4 + 4y_5 + y_6), \quad (III)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\Delta S_m = \frac{\Delta x}{3} (y_{2m-2} + 4y_{2m-1} + y_{2m}). \quad (IV)$$

Складывая почленно равенства (I), (II)...(IV), получаем *формулу Симпсона*:

$$S = \sum_{i=1}^n \Delta S_i = \frac{\Delta x}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{2m-2} + 4y_{2m-1} + y_{2m}),$$

или

$$S = \frac{1}{3} \cdot \frac{b-a}{2m} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{2m-2} + 4y_{2m-1} + y_{2m}). \quad (14)$$

Эта формула отвечает четному числу промежутков Δx , т. е.^а нечетному числу ординат $2m+1$.

§ 3. Интерполяционная формула Лагранжа; формула Котеса

При определении площади S мы заменяли кривую (1) в промежутке $b-a$ или отрезками прямых, проходящих последовательно через две точки (формула трапеций), или же дугами парабол второй степени, проходящих последовательно через три точки (формула Симпсона). В общем случае, кривую $y=f(x)$ можно заменить другой кривой $y=\varphi(x)$, имеющей с заданной $n+1$ общих точек, уравнение которой было бы вида:

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \dots + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \alpha_n x^n. \quad (15)$$

Коэффициенты $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ в уравнении (15) определяются из условий, чтобы кривая (15) прошла через $n+1$ точек кривой (1),

и кривая $y=f(x)$ будет иметь уравнение:

$$\begin{aligned}
 y = & y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\dots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)\dots(x_0-x_n)} + \\
 & + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)\dots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)\dots(x_1-x_n)} + \\
 & + y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)\dots(x-x_n)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)\dots(x_2-x_n)} + \\
 & + \dots + y_n \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)(x_n-x_2)\dots(x_n-x_{n-1})}.
 \end{aligned} \quad (16)$$

Формула (16) дает решение вопроса: составить целую функцию n -ой степени относительно независимой переменной x , которая при частных значениях этой переменной x_0, x_1, \dots, x_n принимала бы заданные частные значения y_0, y_1, \dots, y_n . Этот вопрос, относящийся к одной из задач интерполяции, был решен Лагранжем; поэтому формула (16) называется *интерполяционной формулой Лагранжа*.

Формула Лагранжа дает возможность составить бесчисленное множество формул для приближенного вычисления определенного интеграла

$$S = \int_a^b f(x) dx.$$

Положим $x = a + (b-a)z$; тогда $dx = (b-a)dz$, и интеграл примет вид:

$$S = \int_a^b f(x) dx = (b-a) \int_0^1 f[a + (b-a)z] dz.$$

Мы делаем замену переменной для того, чтобы основание площади $b-a=AD$ (см. напр. рис. 19) выделить множителем, как это имеет место в формулах трапеций (13) и Симпсона (14).

Разделим основание площади на n равных частей; тогда абсциссы точек деления будут равны:

$x_0 = a; x_1 = a + \Delta x; x_2 = a + 2\Delta x; \dots; x_n = b$, где $\Delta x = \frac{b-a}{n}$; соответствующие этим точкам значения z будут:¹

$$z_0 = 0; z_1 = \frac{1}{n}; z_2 = \frac{2}{n}; \dots; z_n = 1.$$

Взяв вместо заданной кривой $y=f(x)$ кривую

$$\eta = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \dots + \alpha_n x^n,$$

проходящую через вышеуказанные $n+1$ точек, вычислим площадь, ограничиваемую последней, для чего положим приближенно:

$$S = \int_a^b f(x) dx \approx (b-a) \int_0^1 \eta dz, \quad (**)$$

¹ Из формулы $x = a + (b-a)z$ при $x = a + i \Delta x$ получается $z = \frac{i \Delta x}{b-a} = \frac{i}{n}$.

Формула Лагранжа приводит к следующему выражению для η :

$$\begin{aligned} \eta = & y_0 \frac{\left(z - \frac{1}{n}\right) \left(z - \frac{2}{n}\right) \left(z - \frac{3}{n}\right) \dots (z-1)}{\left(0 - \frac{1}{n}\right) \left(0 - \frac{2}{n}\right) \left(0 - \frac{3}{n}\right) \dots (0-1)} + \\ & + y_1 \frac{(z-0) \left(z - \frac{2}{n}\right) \left(z - \frac{3}{n}\right) \dots (z-1)}{\left(\frac{1}{n} - 0\right) \left(\frac{1}{n} - \frac{2}{n}\right) \left(\frac{1}{n} - \frac{3}{n}\right) \dots \left(\frac{1}{n} - 1\right)} + \\ & + \dots + \\ & + y_n \frac{(z-0) \left(z - \frac{1}{n}\right) \left(z - \frac{2}{n}\right) \dots \left(z - \frac{n-1}{n}\right)}{(1-0) \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{n-1}{n}\right)}, \end{aligned}$$

которое, после подстановки в (**), дает:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx \approx & (b-a) \left[y_0 \frac{\int_0^1 \left(z - \frac{1}{n}\right) \left(z - \frac{2}{n}\right) \dots (z-1) dz}{\left(0 - \frac{1}{n}\right) \left(0 - \frac{2}{n}\right) \dots (0-1)} + \right. \\ & + y_1 \frac{\int_0^1 (z-0) \left(z - \frac{2}{n}\right) \dots (z-1) dz}{\left(\frac{1}{n} - 0\right) \left(\frac{1}{n} - \frac{2}{n}\right) \dots \left(\frac{1}{n} - 1\right)} + \\ & + \dots + \\ & \left. + y_n \frac{\int_0^1 (z-0) \left(z - \frac{1}{n}\right) \dots \left(z - \frac{n-1}{n}\right) dz}{(1-0) \left(1 - \frac{1}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{n-1}{n}\right)} \right]. \end{aligned}$$

Вводя для краткости обозначения:

$$C_0 = \frac{\int_0^1 \left(z - \frac{1}{n}\right) \left(z - \frac{2}{n}\right) \dots (z-1) dz}{\left(0 - \frac{1}{n}\right) \left(0 - \frac{2}{n}\right) \dots (0-1)},$$

$$C_1 = \frac{\int_0^1 (z-0) \left(z - \frac{2}{n}\right) \dots (z-1) dz}{\left(\frac{1}{n} - 0\right) \left(\frac{1}{n} - \frac{2}{n}\right) \dots \left(\frac{1}{n} - 1\right)},$$

$$\begin{aligned} & \dots \\ & \dots \end{aligned}$$

ТАБЛИЦА 2
Коэффициенты формулы Котеса¹

n	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	—	—	—	—	—	—	—	—
3	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	—	—	—	—	—	—	—
4	$\frac{7}{90}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{16}{45}$	7	—	—	—	—	—	—
5	$\frac{19}{288}$	$\frac{25}{96}$	$\frac{25}{144}$	$\frac{25}{144}$	$\frac{25}{96}$	19	—	—	—	—	—
6	$\frac{41}{840}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{9}{280}$	$\frac{34}{105}$	$\frac{9}{280}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{41}{840}$	—	—	—	—
7	$\frac{751}{17280}$	$\frac{3577}{17280}$	$\frac{1323}{17280}$	$\frac{2989}{17280}$	$\frac{2989}{17280}$	$\frac{1323}{17280}$	$\frac{3577}{17280}$	$\frac{751}{17280}$	—	—	—
8	$\frac{989}{28350}$	$\frac{5888}{28350}$	$\frac{928}{28350}$	$\frac{10496}{28350}$	$\frac{4540}{28350}$	$\frac{10496}{28350}$	$\frac{928}{28350}$	$\frac{5888}{28350}$	$\frac{989}{28350}$	—	—
9	$\frac{2857}{89600}$	$\frac{15741}{89600}$	$\frac{1080}{89600}$	$\frac{19344}{89600}$	$\frac{5778}{89600}$	$\frac{5778}{89600}$	$\frac{19344}{89600}$	$\frac{1080}{89600}$	$\frac{15741}{89600}$	$\frac{2857}{89600}$	—
10	$\frac{16067}{598752}$	$\frac{106300}{598752}$	$\frac{48525}{598752}$	$\frac{272400}{598752}$	$\frac{260550}{598752}$	$\frac{427368}{598752}$	$\frac{260550}{598752}$	$\frac{272400}{598752}$	$\frac{48525}{598752}$	$\frac{106300}{598752}$	$\frac{16067}{598752}$

¹ Акад. А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях. Изд-во Академии наук, 1933, стр. 86.

$$C_i = \frac{\int_0^1 (z-0) \left(z - \frac{1}{n}\right) \dots \left(z - \frac{i-1}{n}\right) \left(z - \frac{i+1}{n}\right) \dots (z-1) dz}{\left(\frac{i}{n} - 0\right) \left(\frac{i}{n} - \frac{1}{n}\right) \dots \left(\frac{i}{n} - \frac{i-1}{n}\right) \left(\frac{i}{n} - \frac{i+1}{n}\right) \dots \left(\frac{i}{n} - 1\right)},$$

$$\dots$$

$$C_n = \frac{\int_0^1 (z-0) \left(z - \frac{1}{n}\right) \left(z - \frac{2}{n}\right) \dots \left(z - \frac{n-1}{n}\right) dz}{(1-0) \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{n-1}{n}\right)},$$

получаем приближенную формулу Котеса:

$$S = (b-a) (C_0 y_0 + C_1 y_1 + \dots + C_i y_i + \dots + C_n y_n). \quad (17)$$

Начиная от $n \geq 4$, коэффициенты C_i выражаются через неудобные для вычисления дроби (табл. 2). Для меньших значений n величина площади получается слишком неточной. Поэтому вместо того, чтобы брать формулу, которая соответствует большому числу n , можно разделить основание площади $b-a$ на m равных частей и к каждой из них применить формулу (17) для $n \leq 3$.

Так, полагая для каждой части $n=1$ и суммируя площади всех частей, будем иметь:

$$S = \frac{b-a}{m} \left(\frac{1}{2} y_1 + y_1 + \dots + y_{m-1} + \frac{1}{2} y_m \right),$$

т. е. формулу трапеций (13).

Если принять $n=2$, то рассуждая аналогично, в итоге придем к формуле Симпсона (14):

$$S = \frac{1}{3} \cdot \frac{b-a}{2k} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + 2y_{2k-2} + 4y_{2k-1} + y_{2k}).$$

§ 4. Формула Чебышева

Промежуточные значения аргументов $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$, соответствующие ординатам $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$, можно было бы выбрать как угодно,¹ тогда мы получили бы новые значения коэффициентов $C_0, C_1, C_2, \dots, C_n$. Акад. П. Л. Чебышев решил задачу так: он определил значения аргумента x_i из условия равенства коэффициентов

$$C_0 = C_1 = C_2 = \dots = C_n$$

и выразил площадь S формулой:

$$S \approx C(b-a) (y_0 + y_1 + \dots + y_{n-1} + y_n), \quad (18)$$

где

$$C = \frac{1}{n+1},$$

а

$$y_0 = \varphi(\xi_0), \quad y_1 = \varphi(\xi_1), \quad \dots, \quad y_n = \varphi(\xi_n)$$

¹ Т. е. не на равных расстояниях друг от друга.

суть ординаты, симметрично расположенные (табл. 3) относительно середины основания площади $b-a$. Аргументы ξ_i вычисляются через чебышевские множители по формулам:

$$\xi_0 = \frac{b-a}{2} x_0, \quad \xi_1 = \frac{b-a}{2} x_1, \quad \dots, \quad \xi_n = \frac{b-a}{2} x_n,$$

причем все аргументы $\xi < \frac{b-a}{2}$. Это показывает, что ни одна из ординат через крайние точки основания не проходит.

Площадь контура ABCD по Чебышеву равновелика площади прямоугольника, основание которого есть $AD=b-a$ и высота которого есть средняя арифметическая из ординат, соответствующих ξ_i .

ТАБЛИЦА 3
Множители Чебышева

Число ординат $n+1$	Значения множителей x
2	$x_0 = -x_1 = 0,577350$
3	$x_0 = -x_2 = 0,707107$
4	$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_0 = -x_3 = 0,794654 \\ x_1 = -x_2 = 0,187592 \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_0 = -x_4 = 0,832498 \\ x_1 = -x_3 = 0,374541 \\ x_2 = 0 \end{cases}$
6	$\begin{cases} x_0 = -x_5 = 0,866247 \\ x_1 = -x_4 = 0,422519 \\ x_2 = -x_3 = 0,266635 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_0 = -x_6 = 0,883862 \\ x_1 = -x_5 = 0,529657 \\ x_2 = -x_4 = 0,323912 \\ x_3 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} x_0 = -x_8 = 0,911589 \\ x_1 = -x_7 = 0,601019 \\ x_2 = -x_6 = 0,528762 \\ x_3 = -x_5 = 0,167906 \\ x_4 = 0 \end{cases}$

Примечание. При $n=8$ множители x получаются минимыми.

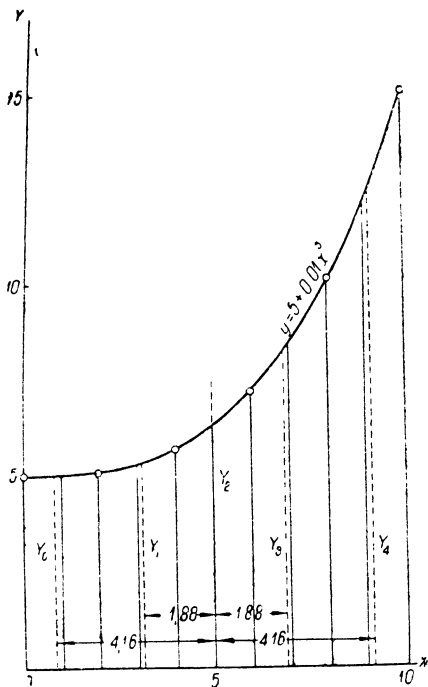


Рис. 21

§ 5. Числовые примеры

Пример 1. Требуется вычислить площадь, ограниченную кривой, уравнение которой есть

$$y = f(x) = 5 + 0,01x^3,$$

в промежутке от $a=0$ до $b=10$ см.

Точная величина этой площади

$$S = \int_0^{10} (5 + 0,01x^3) dx = \left| 5x + \frac{0,01x^4}{4} \right|_0^{10} = 75 \text{ см}^2.$$

Пусть теперь эта кривая задана графически, т. е. уравнение ее неизвестно (рис. 21). Разобьем эту площадь, например, на 10 равных частей и выпишем (табл. 4) значения ординат y ,¹ с целью оценить относительную погрешность формул:

ТАБЛИЦА 4

Номера ординат	y см	Номера ординат	y см
0	5,00	6	7,16
1	5,01	7	8,43
2	5,08	8	10,12
3	5,27	9	12,29
4	5,64	10	15,00
5	6,25		

Применим формулу трапеций (13):

$$S = 1 \left(\frac{1}{2} \cdot 5,0 + 5,01 + 5,08 + 5,27 + 5,64 + 6,25 + 7,16 + 8,43 + 10,12 + 12,29 + \frac{1}{2} \cdot 15 \right) = 75,25 \text{ см}^2.$$

Относительная погрешность $\Delta = \frac{75,25 - 75}{75} = +0,33\%$.

Для вычисления той же площади по формуле Симпсона составляем табл. 5:

ТАБЛИЦА 5

№ ординат	Ординаты	Множители Симпсона	Произведе- ния
0	5,00	1	5,00
1	5,01	4	20,40
2	5,08	2	10,16
3	5,27	4	21,08
4	5,64	2	11,28
5	6,25	4	25,00
6	7,16	2	14,32
7	8,43	4	33,72
8	10,12	2	20,24
9	12,29	4	49,16
10	15,00	1	15,00
Сумма			225,36

$$S = \frac{1}{3} \cdot 225,36 = 75,12 \text{ см}^2; \quad \Delta = \frac{75,12 - 75,0}{75} = 0,16\%.$$

Найдем теперь величину площади S по способу Чебышева. Так как формула Чебышева (18) по сравнению с рассматриваемыми в примере формулами дает более точный результат, ограничимся пятью ординатами.

¹ Точность расчета ограничиваем четырьмя значащими цифрами.

Определяем абсциссы ξ_i :

$$\xi_0 = -\xi_4 = \frac{b-a}{2} x_0 = 5 \cdot 0,832 = 4,16 \text{ см},$$

$$\xi_1 = -\xi_3 = 5x_1 = 5 \cdot 0,375 = 1,88 \text{ см},$$

$$\xi_2 = 0.$$

Откладываем эти значения ξ от середины основания и проводим ординаты Y (изображенные на рис. 21 пунктиром). Выписываем значения этих ординат:

$$Y_0 = 5,016 \text{ см}; Y_1 = 5,304 \text{ см}; Y_2 = 6,250 \text{ см}; Y_3 = 8,254 \text{ см}; \\ Y_4 = 12,69 \text{ см}.$$

Искомая площадь по формуле (18) получается:

$$S = \frac{b-a}{n+1} (Y_0 + Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) = \\ = \frac{10}{5} (5,016 + 5,304 + 6,250 + 8,254 + 12,69) = 75,02 \text{ см}^2.$$

Относительная погрешность $\Delta = \frac{75,02 - 75,00}{75,00} = 0,027\%$.

Пример 2. Определим абсциссу центра тяжести x_0 площади, изображенной на рис. 21, по формуле Симпсона (табл. 6).

Находим сперва статический момент этой площади

$$M_y = \int_0^{10} xy \, dx.$$

Так как $y = f(x)$, то $xf(x)$ можно обозначить через $F(x)$ и рассматривать частные значения этой функции в виде новых ординат η_i :

$$\eta_i = F(x_i).$$

Тогда

$$\eta_0 = x_0 y_0 = 0 \cdot y_0 = 0,$$

$$\eta_1 = x_1 y_1 = \Delta x \cdot y_1,$$

$$\eta_2 = x_2 y_2 = 2\Delta x \cdot y_2,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\eta_{2m} = x_{2m} y_{2m} = 2m\Delta x \cdot y_{2m}.$$

$$M_y = \frac{\Delta x}{3} [\eta_0 + 1 \cdot 4\eta_1 + 2 \cdot 2\eta_2 + \dots + 2m \cdot \eta_{2m}] = \\ = \frac{(\Delta x)^2}{3} [0 + 1 \cdot 4y_1 + 2 \cdot 2y_2 + \dots + 10 \cdot y_{10}].$$

Коэффициенты 1, 2, 3, ... $2m$ перед слагаемыми называются **множителями плеч** и численно равны порядковому номеру ординаты.

ТАБЛИЦА 6

Таблица для определения статического момента M_y

№ ординат n	Ординаты y	Множители Симпсона	Произведе- ния
0	5,00	1	0
1	5,01	4	20,4
2	5,08	2	20,3
3	5,27	4	63,2
4	5,64	2	45,2
5	6,25	4	125,0
6	7,06	2	84,8
7	8,43	4	234,0
8	10,12	2	162,0
9	12,29	4	442,0
10	15,00	1	150,0
Сумма			$\Sigma = 1346$

По формуле (3) находим абсциссу центра тяжести площади:

$$x_0 = \frac{1}{S} \frac{(\Delta x)^2}{3} \Sigma = \frac{1}{75,07} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1346 = 5,98 \text{ см.}$$

Точная величина ее есть:

$$x_0 = \frac{1}{S} \int_0^{10} x(5 + 0,01x^3) dx = \frac{1}{S} \left| \frac{5x^2}{2} + \frac{0,01x^5}{5} \right|_0^{10} = \frac{1}{75} \cdot 450 = 6 \text{ см.}$$

Пример 3. Вычислить момент инерции той же площади относительно оси OY по формуле трапеций.

На основании формулы (12)

$$J_y = \int_0^{10} x^2 y dx.$$

Положим, как и в примере 2:

$$\eta_0 = x_0^2 y_0 = 0 \cdot y_0 = 0,$$

$$\eta_1 = x_1^2 y_1 = (\Delta x)^2 \cdot y_1,$$

$$\eta_2 = x_2^2 y_2 = (2\Delta x)^2 \cdot y_2,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\eta_{10} = x_{10}^2 y_{10} = (10\Delta x)^2 \cdot y_{10}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} J_y &= \int_0^{10} \eta dx \approx \Delta x \left(\frac{1}{2} \eta_0 + \eta_1 + \dots + \eta_9 + \frac{1}{2} \eta_{10} \right) = \\ &= (\Delta x)^3 \left(0 + 1^2 \cdot y_1 + 2^2 \cdot y_2 + \dots + 9^2 \cdot y_9 + \frac{1}{2} 10^2 \cdot y_{10} \right). \end{aligned}$$

Вычисление располагаем в табл. 7.

ТАБЛИЦА 7

№ ординат n	Множители n^2	Ординаты y	Произведе- ния n^2y
0	0	5,00	$0 \times \frac{1}{2}$
1	1	5,01	5,
2	4	5,08	20,3
3	9	5,27	47,4
4	16	5,64	90,2
5	25	6,25	156,0
6	36	7,06	254,0
7	49	8,43	413,0
8	64	10,12	648,0
9	81	12,29	995,0
10	100	15,00	$1500 \times \frac{1}{2}$
Сумма			$\Sigma = 3372$

$$J_y = (\Delta x)^3 \Sigma = 1^3 \cdot 3372 = 3372 \text{ см}^4.$$

Точное значение интеграла:

$$J_y = \int_0^{10} x^2 y dx = \int_0^{10} x^2 (5 + 0,01x^3) dx = 3333,33 \dots \text{см}^4.$$

§ 6. Вычисление интеграла с переменным верхним пределом

В некоторых вопросах гидроавиации приходится вычислять значения определенного интеграла

$$\int_a^x f(x) dx$$

при переменном верхнем пределе.

Определенный интеграл

$$\int_a^k f(x) dx, \quad (*)$$

как известно, можно рассматривать как площадь, ограниченную кривой

$$y = f(x),$$

осью x -ов и ординатами точек, абсциссы которых a и k . Таким образом задача интегрирования заключается в отыскании новой кривой

$$Y = F(x),$$

ординаты которой Y в соответствующих точках $x=k$ были бы пропорциональны площадям, определяемым интегралом (*). Эта кривая

$$lF(x) = \int_a^x f(x) dx$$

называется *интегральной кривой* по отношению к данной $y=f(x)$; l — множитель пропорциональности.

Дифференцируя, получим:

$$l \frac{dY}{dx} = f(x),$$

или

$$\frac{dY}{dx} = \frac{1}{l} f(x) = \frac{1}{l} y. \quad (**)$$

Это выражение показывает, что угловой коэффициент касательной в любой точке интегральной кривой пропорционален ординате соответственной точки данной кривой $y=f(x)$.

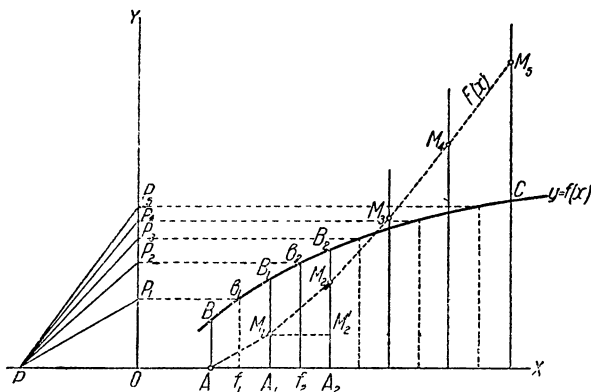


Рис. 22. Графическое определение площади кривой

Указанным свойством пользуются при построении интегральной кривой в том случае, когда кривая

$$y=f(x)$$

задана графически.

Построение интегральной кривой $F(x)$ можно производить следующим способом (рис. 22): разделив площадь $ABCX$ на элементарные площади ABB_1A_1 , $A_1B_1A_2$, $A_2B_2A_3$, ... с шириной основания

$$AA_1 = A_1A_2 = \dots = \Delta x,$$

проводим через середины f_1, f_2, \dots этих оснований ординаты, показанные на чертеже пунктиром: P_1, P_2, \dots точки b_1, b_2, \dots пересечения ординат с заданной кривой BC соединяем лучами с полюсом P . Расстояние

$$OP=l$$

соответствует принятому для площади масштабу, который выбирается произвольно. Из точки A проводим параллельно лучу PP_1 прямую AM_1 до пересечения с A_1B_1 ; точка M_1 будет принадлежать искомой кривой $F(x)$. Действительно, площадь

$$ABB_1A_1 = AA_1 \cdot f_1 b_1.$$

Из подобия треугольников AM_1A_1 и PP_1O имеем:

$$\frac{A_1M_1}{AA_1} = \frac{OP_1}{l},$$

откуда

$$A_1M_1 = \frac{OP_1 \cdot AA_1}{l}.$$

Так как за масштаб принята длина l , то в этом масштабе площадь ABB_1A_1 должна изобразиться длиной, равной A_1M_1 .

Из точки M_1 проводим прямую M_1M_2 , параллельную лучу OP_2 до пересечения с A_2B_2 ; получаем следующую точку M_2 интегральной кривой и т. д. Проведя через точки A, M_1, M_2, \dots плавную кривую, мы получим графическое изображение функции $F(x)$. Результат построения тем точнее, чем Δx меньше; в пределе пропорция

$$\frac{M_i M_i'}{A_{i-1} A_i} = \frac{OP_i}{l}$$

превращается в выражение (**).

Вместо построения интегральной кривой, значение интеграла

$\int_0^x f(x) dx$ иногда представляют в виде таблицы, пользуясь формулами приближенного интегрирования. По оси абсцисс заданной кривой BC , уравнение которой есть

$$y = f(x),$$

откладывают отрезки (рис. 23)

$$AA_1 = A_1A_2 = \dots = \Delta x$$

и строят ординаты y_0, y_1, \dots

Применяя, например, формулу трапеций (13), можно написать:

$$\Phi(x_k) = \int_0^k f(x) dx \approx \Delta x \left[\frac{1}{2} y_0 + y_1 + \dots + y_{k-1} + \frac{1}{2} y_k \right].$$

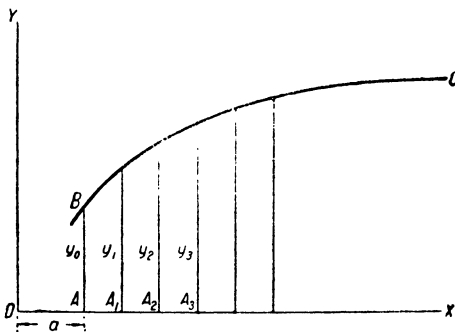


Рис. 23

Точно так же

$$\Phi(x_{k+1}) = \int_0^{k+1} f(x) dx \approx \Delta x \left[\frac{1}{2} y_0 + y_1 + \dots + y_k + \frac{1}{2} y_{k+1} \right] =$$

$$= \Phi(x_k) + \Delta x \frac{y_k + y_{k+1}}{2}. \quad (19)$$

Эта формула дает возможность, вычислив значение $\Phi(x_k)$ перейти, к следующему значению $\Phi(x_{k+1}) = \Phi(x_k + \Delta x)$. Вычисление это располагаем так, как показано в табл. 8.

ТАБЛИЦА 8

k	x_k	y	$s_k = y_k + y_{k+1}$	$\sum_{n=1}^{n=k} s_k$	$\Phi(x_k) = \frac{\Delta x}{2} \sum_{n=1}^{n=k} s_k$
0	a	y_0		0	0
1	$a + \Delta x$	y_1	$s_1 = y_0 + y_1$	s_1	$\frac{\Delta x}{2} s_1$
2	$a + 2\Delta x$	y_2	$s_2 = y_1 + y_2$	$s_1 + s_2$	$\frac{\Delta x}{2} (s_1 + s_2)$
3	$a + 3\Delta x$	y_3	$s_3 = y_2 + y_3$	$s_1 + s_2 + s_3$	$\frac{\Delta x}{2} (s_1 + s_2 + s_3)$
4	$a + 4\Delta x$	y_4	$s_4 = y_3 + y_4$	$s_1 + s_2 + s_3 + s_4$	$\frac{\Delta x}{2} (s_1 + s_2 + s_3 + s_4)$
5	$a + 5\Delta x$	y_5	$s_5 = y_4 + y_5$
6

§ 7. Механическое вычисление площадей. Планиметр Коради.

Теория планиметра

Механическое вычисление площадей производится при помощи специальных приборов, называемых *планиметрами*.

В практике чаще всего пользуются полярными планиметрами, лучший из которых — компенсационный планиметр швейцарского механика Коради; он является усовершенствованным видоизменением планиметра проф. Амслера.

Описание планиметра Коради. Планиметр Коради бывает двух видов: с постоянным рычагом и с переменным рычагом.

Планиметр с переменным рычагом (рис. 24) состоит из двух отдельных рычагов, которые для работы составляют вместе. Один из рычагов называется полюсным, другой — обводным. Полюсный рычаг представляет собой металлический брусок, к одному концу которого прикреплен медный цилиндр P . Снизу в центре цилиндра установлена тонкая игла (полюс планиметра), накалы-

ваемая на бумагу и остающаяся во время работы неподвижной. Для уменьшения трения низ цилиндра *P* сточен на двугранный угол с ребром, перпендикулярным рычагу. К другому концу бруска прикреплен конический штифт *G* с шаровым наконечником. При работе этот наконечник вкладывается в гнездо полушарообразной формы обводного рычага.

Обводный рычаг состоит из бруска *FL* с изогнутым концом, в который вставлена игла *F*. Рычаг соединен со счетным механизмом двумя муфтами *E* и закрепляется в этих муфтах нажимными болтами. Для точной установки рычага на определенную длину он вкладывается в третью муфту *M*, имеющую нажимной винт *K* и соединенную микрометрическим винтом с выступом *T* корпуса счетного механизма; ослабив нажимные винты муфты *E*, рычаг грубо устанавливают на требуемую длину по шкале *N*; затем, закрепив винт *K*, действуют гайкой при муфте *M*, устанавливая рычаг точно по верньеру и наконец закрепляют нажимные винты *E*.

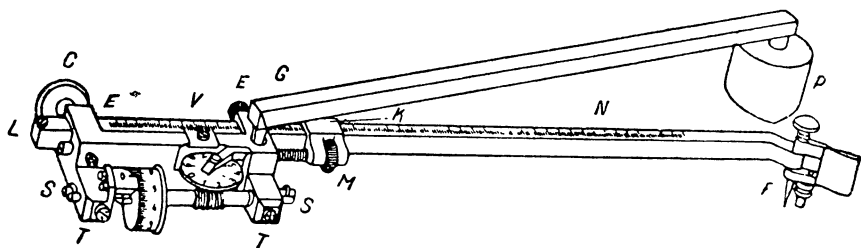


Рис. 24. Компенсационный планиметр Коради

На свободном выступе обводного рычага помещается опорное колесо *C*, воспринимающее часть веса планиметра.

Счетный механизм расположен между выступами *TT*. Он состоит из циферблата, счетного колеса и верньера. Счетное колесо (валик) наглухо насажено на ось, в середине которой установлен червячный винт с передачей на циферблат. Поверхность колеса (барабан) разделена на 100 равных частей, занумерованных через 10 делений цифрами 0—9. Для отсчета десятых долей деления колеса рядом с ним на корпусе расположен верньер. Поверхность циферблата разделена на 10 равных частей, отмеченных цифрами 0—9. Через центр циферблата проходит неподвижное острие, служащее указателем. Червячная передача сделана с таким расчетом, что одному полному обороту счетного колеса соответствует 0,1 полного оборота циферблата. Счетный механизм дает возможность считать полные обороты счетного колеса (по циферблату), десятые и сотые доли его оборота—на самом валике и тысячные доли его оборота—по верньеру.

Теория полярного планиметра. Рассмотрим сначала отдельно вращение счетного колеса *K* (при различном перемещении счетного рычага). Полагаем, что плоскость вращения колеса перпендикулярна к оси рычага.

а) Рычаг перемещается из положения *I* в положение *II* параллельно плоскости вращения колеса (рис. 25). В этом случае ободок

колеса обернется на дугу u своей окружности, которая равна расстоянию h между I и II положениями:

$$u = h.$$

б) Если направление KK_2 поступательного движения рычага составляет некоторый угол γ с плоскостью вращения колеса

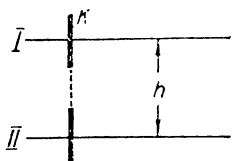


Рис. 25

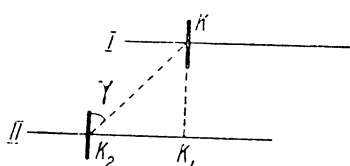


Рис. 26

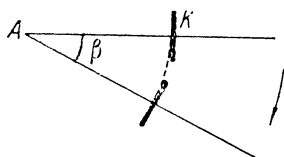


Рис. 27

(рис. 26), то последнее одновременно и вращается, и скользит. Такое движение можно разложить на два: по оси рычага (K_1K_2) и перпендикулярно к нему (KK_1). Вследствие вращения колесо обернется на дугу u , а от скольжения не сделает ни одного оборота. Следовательно и в этом случае

$$u = h.$$

с) При поворотном движении обводного рычага около некоторой точки A (рис. 27) на угол β длина дуги

$$u = AK \cdot \beta = r\beta,$$

где r — расстояние плоскости обода колеса до точки A .

д) В общем случае, т. е. при поступательном и вращательном движениях рычага, длина дуги обода будет равна:

$$u = h + r\beta. \quad (*)$$

Для планиметра с переменным рычагом точка A лежит вправо от K и формула (*) обратится в такую:

$$u = h - r\beta. \quad (**)$$

Положим, требуется вычислить площадь, ограниченную замкнутым контуром MN (рис. 28). Установим планиметр так, чтобы его полюс P был внутри контура. За начальную точку обвода контура примем любую точку B . Тогда планиметр займет начальное положение PAB .

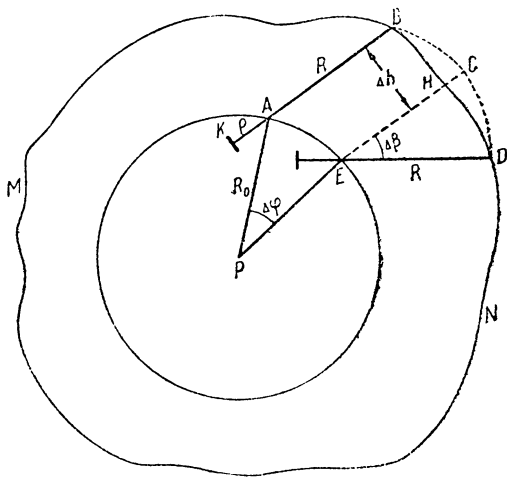


Рис. 28

Обозначим через R_0 , R и ρ соответственно: AP —длину полюсного рычага, AB —длину обводного рычага и AK —радиус поворота счетного колеса K относительно точки A .

Переместим шпиль B вдоль по контуру на элементарно-малое расстояние BD . Планиметр примет новое положение PED ; полюсный рычаг R_0 повернется на элементарно-малый угол $\Delta\varphi$; движение обводного рычага R разложится на два: на поступательное из положения AB в положение EC и на вращательное, с поворотом относительно точки E на элементарно-малый угол $\Delta\beta$. Так как длина контура BHD элементарно-мала, то уклонение HC будет элементарно-малой высшего порядка, которой можно пренебречь, и потому можно считать, что в пределе точки H и C совпадают. Элементарная площадь $PABCDE = \Delta S$, описанная планиметром, складывается из трех элементарных площадей:

$$\text{площади параллелограмма } ABCE = R\Delta h,$$

$$, \quad \text{сектора } PAE = \frac{R_0^2}{2} \Delta\varphi,$$

$$, \quad \text{сектора } CED = \frac{R^2}{2} \Delta\beta.$$

Поэтому

$$\Delta S = R \cdot \Delta h + \frac{1}{2} R_0^2 \cdot \Delta\varphi + \frac{1}{2} R^2 \cdot \Delta\beta$$

или

$$\Delta S = R \cdot \Delta u \pm R \cdot \Delta\beta \cdot \rho + \frac{1}{2} R_0^2 \Delta\varphi + \frac{1}{2} R^2 \Delta\beta.$$

Площадь всего контура MN поэтому равна:

$$S = \sum \Delta S = R \sum \Delta u \pm R \rho \sum \Delta\beta + \frac{1}{2} R_0^2 \sum \Delta\varphi + \frac{1}{2} R^2 \sum \Delta\beta. \quad (***)$$

Здесь $\sum \Delta u = u$ есть сумма дуг, на которую обернулось счетное колесо при обведении всего контура, $\sum \Delta\beta$ и $\sum \Delta\varphi$ выражают суммы дуг при радиусе равном единице и каждая в отдельности при полном обведении контура равна 2π .

Таким образом величину площади S можно представить в виде:

$$\begin{aligned} S &= Ru + 2\pi(\pm R\rho + \frac{1}{2}R_0^2 + \frac{1}{2}R^2) = \\ &= Ru + \pi(\pm 2R\rho + R_0^2 + R^2) = Ru + Q. \end{aligned} \quad (20)$$

Величина $Q = \pi(\pm 2R\rho + R_0^2 + R^2)$ есть постоянная, зависящая от размеров планиметра. Знак минус перед первым слагаемым в скобках следует брать для планиметра с постоянным рычагом.

Для исключения постоянной Q из формулы (20) поставим полюс P вне контура MN (рис. 29). При перемещении ведущего острия по контуру приращения Δ углов β и φ в одном направлении положительны, а в обратном — отрицательны; при полном обводе кон-

тура в рассматриваемом случае сумма положительных приращений равна сумме отрицательных приращений; следовательно

$$\sum \Delta \beta = 0, \quad \sum \Delta \varphi = 0.$$

Поэтому имеем:

$$S = R \sum \Delta u = R u.$$

Так как перемещение u счетного колеса

$$u = aN,$$

где a — длина обода счетного колеса, N — число оборотов колеса, равное разности отсчетов $n - n_0$ по барабану и верньеру после обвода и до обвода, то

$$S = RaN = Ra(n - n_0) = C(n - n_0), \quad (21)$$

т. е. площадь контура, расположенного вне полюса, пропорциональна разности показаний планиметра. Постоянную C проще всего найти следующим образом: обвести контур, площадь S которого заранее известна (напр. для прямоугольника или окружности), и вычислить $n - n_0$. Тогда C определится непосредственно из формулы (21):

$$C = \frac{S}{n - n_0}.$$

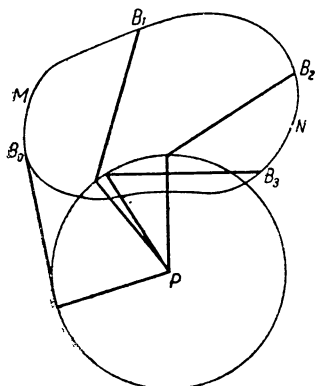


Рис. 29

Итак, для вычисления площади фигуры получились две формулы (20) и (21). Из них предпочтительнее пользоваться последней (21), как наиболее простой, т. е. при работе с планиметром устанавливать полюс вне контура.

Глава III

ПЛАВУЧЕСТЬ

§ 1. Равновесие плавающих тел. Некоторые положения гидростатики

Равновесие плавающего в жидкости тела, находящегося в состоянии полного или частичного погружения при условии существования лишь силы тяжести, определяется тремя уравнениями, из которых первое относится к силам, а два другие — к моментам этих сил.

Располагая прямоугольную систему координат XYZ так, чтобы ось Z была вертикальна, уравнения равновесия можно написать в виде:

$$\sum Z = 0, \quad (1)$$

$$\sum M_x = 0, \quad (2)$$

$$\sum M_y = 0, \quad (3)$$

где $\sum Z$ есть алгебраическая сумма вертикальных сил, $\sum M_x$ и $\sum M_y$ — алгебраические суммы моментов этих сил относительно осей OX и OY .

В горизонтальной плоскости действуют только силы гидростатического давления, которые можно заменить силой и парой сил. Но как сила, так и пара сил всегда равны нулю, ибо в противном случае тело, удовлетворяя уравнениям (1), (2) и (3), начало бы в плоскости XOY двигаться поступательно и вращаться, чего быть не может.

Приведем теперь некоторые положения гидростатики.

Пусть сила P (рис. 30), приложенная в точке A покоящейся жидкости, есть равнодействующая сила давления на некоторой площадке ω .

Отношение

$$\frac{P}{\omega}$$

выражает силу, действующую на единицу площади, и называется средним гидростатическим давлением. Чем ближе к точке A будет расположен контур, ограничивающий площадь ω , тем точнее отношение $\frac{P}{\omega}$ будет характеризовать напряжение давления в точке A . Предел отношения $\frac{P}{\omega}$ при $\omega = 0$

$$p = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{P}{\omega} = \frac{dP}{d\omega} \quad (4)$$

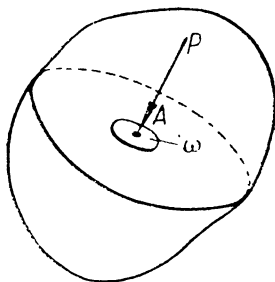


Рис. 30

выражает величину гидростатического давления в данной точке.

Свойства гидростатического давления таковы: 1) гидростатическое давление нормально к площадке действия и направлено по внутренней нормали; 2) гидростатическое давление в данной точке не зависит от направления элемента поверхности, на котором расположена эта точка; иными словами, это давление во всех направлениях одинаково, что можно записать так:

$$p_x = p_y = p_z = p, \quad (5)$$

где p_x , p_y и p_z суть проекции давления в данной точке на координатные оси, p — давление по нормали к произвольному элементу поверхности, на котором расположена эта точка.

Следует отметить, что гидростатическое давление p , удовлетворяя уравнению (5), будет однако иное для другой точки жидкости. При проявлении лишь силы веса оно будет функцией от z :

$$p = f(z),$$

которая имеет вид:

$$p = p_0 + \gamma z, \quad (6)$$

где p_0 — давление на свободной поверхности (внешнее давление), γ — абсолютный удельный вес жидкости, z — глубина погружения точки от свободной поверхности.

§ 2. Закон Архимеда

Выделим мысленно из жидкости, находящейся в равновесии, некоторый объем V (рис. 31). Ограничимся рассмотрением действия только вертикальных сил, так как горизонтальные в сумме всегда равны нулю (см. § 1).

Давление dP по нормали к элементарной поверхности тела $d\omega_n$ равно:

$$dP = p d\omega_n,$$

или на основании второго свойства [зависимость (5)]:

$$dP = p_z d\omega_n.$$

Сила осевого давления dP_z на элементарный цилиндр равна:

$$dP_z = dP \cos(n, z) = p_z d\omega_n \cos(n, z);$$

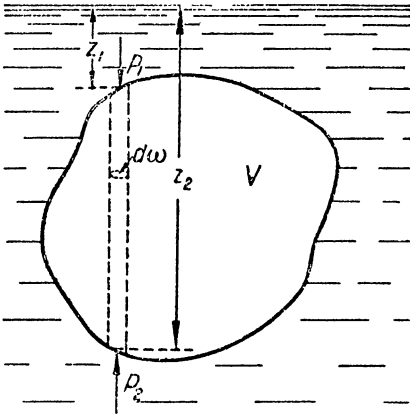


Рис. 31

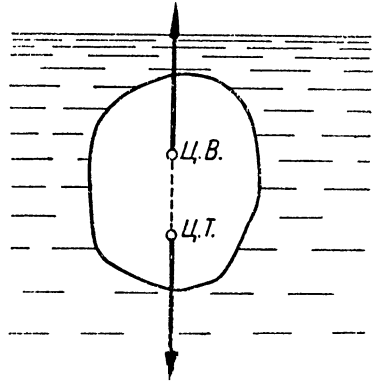


Рис. 32

но

$$d\omega_n \cos(n, z) = d\omega,$$

следовательно

$$dP_z = p_z d\omega.$$

Исследуя действие вертикальных сил, находим, что вес элементарного цилиндра должен быть уравновешен соответствующей разностью давлений $dP_{z_1} - dP_{z_2}$:

$$dP_{z_1} - dP_{z_2} = (p_1 - p_2) d\omega,$$

или же на основании уравнения (6):

$$dP_{z_1} - dP_{z_2} = -\gamma(z_1 - z_2)d\omega.$$

Заменяя данный объем твердым телом тех же очертаний, интегрированием найдем силу вертикального воздействия жидкости на тело, иначе говоря, силу поддержания D :

$$D = -\gamma \int_{\omega} (z_1 - z_2) d\omega = -\gamma V, \quad (7)$$

т. е. *воздействие покоящейся жидкости на твердое тело равно весу жидкости в объеме погруженной части и направлено в сторону, обратную весу*. Это положение называется *законом Архимеда*, который иногда формулируют так: *всякое тело, погруженное в жидкость, теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость*.

Сила поддержания D погруженного объема V приложена в центре его тяжести или, по корабельной терминологии, в *центре величины*.

Сравнивая между собой по величине силы D и Q (вес тела), можно утверждать, что

при $Q > D$ тело тонет,
при $Q < D$ тело всплывает,
при $Q = D$ тело плавает.

Для тел, плавающих в жидкости, центр их величины C , вообще говоря, может не совпадать с центром тяжести тела вследствие неравномерного распределения веса. Поэтому к условию равновесия сил (1) необходимо и достаточно прибавить условия равенства нулю моментов вращающих пар (2) и (3). Условия (2) и (3) будут соблюдены тогда, когда плечи этих пар будут равны нулю, т. е. когда тело находится в таком положении (рис. 32), при котором центр тяжести лежит на одной вертикали с центром величины.

§ 3. Плаву́честь. Вычисление водоизмещения гидросамолета

Плаву́честью гидросамолета называется его способность плавать при заданном весе, имея при этом определенную ватерлинию, называемую грузовой.

Для плавания гидросамолета необходимо, чтобы вес его был равен весу объема воды, вытесняемой им по данную грузовую ватерлинию. Объем подводной части лодки (или поплавков) гидросамолета называется водоизмещением гидросамолета.

Мерою плаву́честьи гидросамолета служит водоизмещение его лодки (или поплавков).

Чтобы судить о плаву́честьи гидросамолета, надо вычислить его водоизмещение. Вычисление водоизмещения производится по правилам теории корабля. Однако особенности очертания корпуса, формы скул и наличие реданов часто заставляют отходить от классического метода корабельного расчета и применять те или другие его видоизменения, наиболее удобные в каждом данном случае.

Для того чтобы упростить все вычисления и получить компактный метод расчета, в практике кораблестроения принято разбивать корпус лодки на отсеки проведением ряда шпангоутов и ватерлиний на расстояниях, определяемых правилами приближенного интегрирования (гл. II, § 2, 4).

Если, например, воспользоваться формулой трапеций или формулой Симпсона, т. е. если разбить лодку гидросамолета на n отсеков равной длины, то реданы, вообще говоря, окажутся между отсеками и перепад объема лодки на реданах не будет учтен. При большом погружении и относительно невысоких реданах ошибка

неошутительна; в случае же мелкосядшей лодки и при высоких реданах получится ошибка, пренебрегать которой уже нельзя. Необходимость учета реданов связана с формой обводов корпуса и степенью точности расчета.

Для вычисления водоизмещения лодки пользуются ее теоретическим чертежом (рис. 33). Теоретический чертеж дает в проекциях на три взаимно перпендикулярные плоскости сечения наружной поверхности лодки тремя системами плоскостей: 1) вертикально-продольными, т. е. параллельными диаметральной плоскости (плоскости симметрии) лодки, 2) горизонтальными, которые параллельны поверхности воды, и 3) вертикально-поперечными, т. е. перпендикулярными к двум другим системам плоскостей.

За плоскости проекций выбирают: 1) диаметральную плоскость, 2) плоскость, параллельную поверхности воды, 3) плоскость, к ним перпендикулярную.

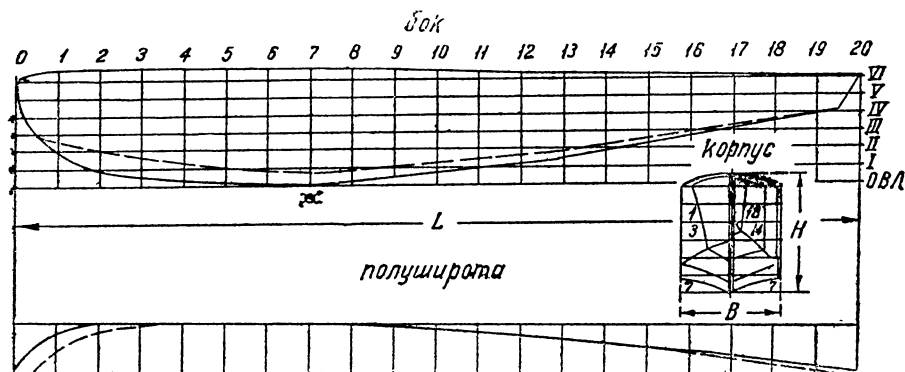


Рис. 33. Теоретический чертеж летающей лодки

При таком выборе плоскостей проекций сечения поверхности корпуса лодки, параллельные плоскостям проекций, изобразятся в неискаженном виде, остальные же две системы сечений будут изображены прямыми линиями.

Проекция сечений на диаметральную плоскость носят название *бок*. Сечения, получаемые в проекции бока в неискаженном виде, называются *батоксами*. На рис. 33 последние не нанесены.

Проекция на плоскость поверхности воды называются *полуширотой*. В этой проекции изображают только половину сечения, вследствие симметрии сечений относительно диаметральной плоскости. Проекция, получаемые на полушироте в своем натуральном виде, называются *ватерлиниями*.

Проекция на вертикально-поперечную плоскость называются *корпусом*. Проекция, получаемые на корпусе в неискаженном виде, называются *шпангоутами*.

На корпусе изображают не целый шпангоут, а лишь его половину, так как шпангоуты симметричны относительно диаметральной плоскости. С левой стороны чертежа корпуса располагают носовые шпангоуты (включая шпангоут на главном редане). С правой стороны располагают кормовые шпангоуты, т. е. все шпангоуты от носо-

вого редана до кормы. Шпангоут, совпадающий с плоскостью переднего (главного) редана, называется по корабельной терминологии мидельшпангоутом и обозначается символом \otimes . Следует отметить, что этот термин в области гидроавиации неточен, так как мидельшпангоут (т. е. дословно „средний“ шпангоут) в летающих лодках всегда располагается ближе к носовой оконечности корпуса и не всегда является наиболее широким.

В отличие от судостроительных приемов в гидроавиации принято помещать на проекции бока (следовательно и в полушироте) корпус лодки носом влево, а кормой вправо. Может оказаться, что корпус лодки ограничен исключительно криволинейными поверхностями. Тогда возникает вопрос о выборе продольного направления ватерлиний. В этом случае пробивают ватерлинии параллельно строительной горизонтали (С.Г.), имеющей тот же смысл, как и „линия полета“ на фюзеляжах сухопутных машин.

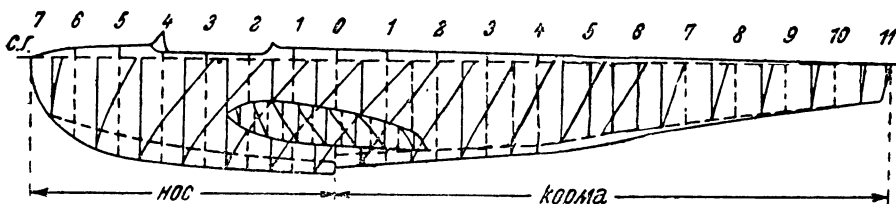


Рис. 34. Масштаб Бонжана, „по объемам“, нанесенный на корпусе лодки и подкрыльных поплавков

Часто линия верхней палубы или палубный стрингер в проекции бока имеет прямолинейный участок. Тогда эту линию и принимают условно за строительную горизонталь.

Если лодка имеет водоизмещающие подкрыльные поплавки, то они также изображаются на проекции бока (рис. 34). Строительная горизонталь поплавков принимается параллельной строительной горизонтальной лодки. Нет необходимости в совпадении промежуточного шпангоута поплавка с мидельшпангоутом лодки, так как поплавки в процессе проектирования самолета приходится иногда сдвигать по длине.

§ 4. Корабельный метод вычисления водоизмещения

Считаем, что лодка на всем своем протяжении имеет плавный обвод, иными словами—отбросим влияние реданов.

На соответствующих проекциях теоретического чертежа разбиваем лодку на $m+1$ равноотстоящих шпангоутов и $h+1$ равноотстоящих ватерлиний.

Введем обозначения: L_0 —полная длина лодки, B_0 —ее полная ширина, H_0 —наибольшая высота лодки и совместим плоскость XOZ с диаметральной плоскостью. Направим ось X от носа к корме параллельно плоскости ватерлиний, ось Z —вертикально вниз и ось Y —параллельно плоскости шпангоутов. Начало координат поместим в носу лодки.

Расстояния между шпангоутами при этих обозначениях:

$$\Delta x = l = \frac{L_0}{m},$$

а между ватерлиниями:

$$\Delta z = h = \frac{H_0}{n}.$$

Объем лодки, как тела с продольной плоскостью симметрии, может быть выражен при выбранном направлении координатных осей формулой:

$$V = 2 \int_0^T \int_0^L y \, dx \, dz, \quad (8)$$

где T — углубление (осадка) лодки, L — длина погруженной части лодки, y — ордината полушироты.

Площадь ω_x шпангоута, лежащего на расстоянии x от начала координат, на основании формулы (2) гл. II будет равна (рис. 35):

$$\omega_x = 2 \int_0^T y \, dz = F(x), \quad (9)$$

а искомый объем [см. (7), гл. II]:

$$V = \int_0^L \omega_x \, dx. \quad (10)$$

Формула (10) позволяет определить водоизмещение по шпангоутам.

Вычисляя водоизмещение по ватерлиниям, мы получим формулу, аналогичную (10). Обозначим через ω_z площадь ватерлинии, отстоящей от плоскости XOY на расстоянии z ; тогда

$$\omega_z = 2 \int_0^L y \, dx = f(z), \quad (11)$$

и для объема получается:

$$V = \int_0^T \omega_z \, dz. \quad (12)$$

Если подставить значение ω_x формулы (9) в формулу (10) или значение ω_z из (11) в (12), мы придем к основной формуле объема (8).

Кривая

$$\omega_x = F(x)$$

изображает закон изменения площади шпангоута по длине лодки и называется „строевой по шпангоутам“ (рис. 36), а кривая

$$\omega_z = f(z)$$

дает закон изменения площади ватерлинии по осадке и называется „строевой по ватерлиниям“ (рис. 37).

Площади, ограниченные этими кривыми, равны между собой и представляют объемы лодки для заданного погружения.

Для вычисления интеграла (10) воспользуемся правилом трапеций. В этом случае объем равен:

$$V = l \left[\frac{1}{2} \omega_0 + \omega_{x_1} + \dots + \omega_{x_i} + \dots + \omega_{x_{m-1}} + \frac{1}{2} \omega_{x_m} \right], \quad (13)$$

причем

$$\omega_{x_i} = 2h \left[\frac{1}{2} y_{i_0} + y_{i_1} + \dots + y_{i_{n-1}} + \frac{1}{2} y_{i_n} \right]. \quad (14)$$

Точно так же формула (12) дает:

$$V = h \left[\frac{1}{2} \omega_{z_0} + \omega_{z_1} + \dots + \omega_{z_j} + \dots + \omega_{z_{n-1}} + \frac{1}{2} \omega_{z_n} \right], \quad (15)$$

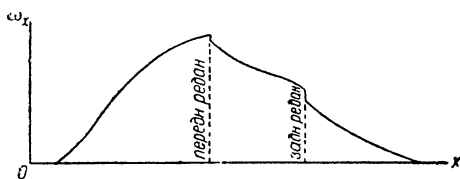


Рис. 36. Строе́вая по шпангоутам

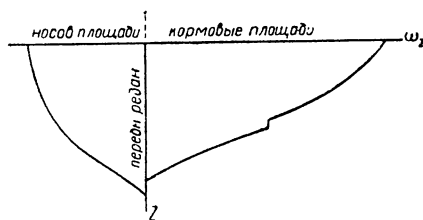


Рис. 37. Строе́вая по ватерлиниям

где

$$\omega_{z_j} = 2l \left[\frac{1}{2} y_{j_0} + y_{j_1} + \dots + y_{j_{m-1}} + \frac{1}{2} y_{j_m} \right], \quad (16)$$

i соответствует ординатам, лежащим в плоскости i -го шпангоута, j соответствует ординатам, лежащим в плоскости j -ой ватерлинии.

Обозначая сумму i -ых ординат через σ_i , а сумму j -ых — через s_j , будем иметь или

$$V = 2hl \left[\frac{1}{2} \sigma_0 + \sigma_1 + \dots + \sigma_{m-1} + \frac{1}{2} \sigma_m \right], \quad (13')$$

или

$$V = 2hl \left[\frac{1}{2} s_0 + s_1 + \dots + s_{n-1} + \frac{1}{2} s_n \right]. \quad (15')$$

Очевидно, что обе суммы (13') и (15') равны друг другу:

$$\sum \sigma = \sum s = \sum_0,$$

так как они составлены из одних и тех же ординат.

Вычисления объема V по правилу трапеций располагаются так, как показано в табл. 9.

ТАБЛИЦА 9
Вычисление объема (водоизмещения) по формуле трапеций

№ ватерлиний шпангоутов	0 Киль	I	II	...	n	Сумма ординат шпангоутов (строк)	Поправки (вычитать)	Исправленные суммы
0 носовой	y_{00}	y_{0I}	y_{0II}	...	y_{0n}	$\sum y_0$	$\frac{1}{2}(y_{00} + y_{0n})$	σ_0
1	y_{10}	y_{1I}	y_{1II}	...	y_{1n}	$\sum y_1$	$\frac{1}{2}(y_{10} + y_{1n})$	σ_1
2	y_{20}	y_{2I}	y_{2II}	...	y_{2n}	$\sum y_2$	$\frac{1}{2}(y_{20} + y_{2n})$	σ_2
...
...
m	y_{m0}	y_{mI}	y_{mII}	...	y_{mn}	$\sum y_m$	$\frac{1}{2}(y_{m0} + y_{mn})$	σ_m
Сумма ординат ватерлиний (столбцов)	$\sum y_0$	$\sum y_I$	$\sum y_{II}$...	$\sum y_n$	$\sum_0 = \sum \sigma - \frac{1}{2}(\sigma_0 + \sigma_m)$ или $\sum_0 = \sum s - \frac{1}{2}(s_0 + s_n)$		
Поправка (вычитать)	$\frac{1}{2}(y_{00} + y_{m0})$	$\frac{1}{2}(y_{0I} + y_{mI})$	$\frac{1}{2}(y_{0II} + y_{mII})$...	$\frac{1}{2}(y_{0n} + y_{mn})$			
Исправленные суммы	s_0	s_1	s_2	...	s_n			

Самый объем V выражается следукщим образом:

$$V = 2hl \sum_0 = 2 \frac{L}{m} \frac{H}{n} \sum_0. \quad (17)$$

Вычисление объема по методу Чебышева приведено в табл. 10. По Чебышеву

$$V = 2 \frac{L}{m+1} \frac{H}{n+1} \sum_0', \quad (18)$$

где $m+1$ — число чебышевских шпангоутов, $n+1$ — число чебышевских ватерлиний.

ТАБЛИЦА 10
Вычисление водоизмещения по формуле Чебышева

№ шпангоутов	№ ватерлиний				Сумма ординат шпангоутов
	0	I	n	
0	y_{00}	y_{0I}	y_{0n}	σ_0
1	y_{10}	y_{1I}	y_{1n}	σ_1
2	y_{20}	y_{2I}	y_{2n}	σ_2
.
.
.
.
.
m	y_{m0}	y_{mI}	y_{mn}	σ_m
Сумма ординат ватерлиний	s_0	s_1	s_n	\sum_0

Таблица 11 (стр. 52—53) служит для вычисления объема по правилу Симпсона. Заметим, что в этом случае

$$\begin{aligned} \omega_x &= 2 \cdot \frac{h}{3} [y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + y_n] = \\ &= 2 \cdot \frac{2h}{3} \left[\frac{y_0}{2} + 2y_1 + y_2 + \dots + \frac{y_n}{2} \right] = \frac{4}{3} h \sigma_x \end{aligned}$$

и следовательно объем равен:

$$\begin{aligned} V &= \frac{l}{3} [\omega_0 + 4\omega_1 + 2\omega_2 + \dots + \omega_m] = \\ &= \frac{2}{3} l \left[\frac{\omega_0}{2} + 2\omega_1 + \omega_2 + \dots + \frac{\omega_m}{2} \right] = \frac{4}{3} h \frac{2}{3} l \sum \sigma = \frac{8}{9} hl \sum_0. \quad (19) \end{aligned}$$

Водоизмещение лодки D в весовых единицах таково:

$$\begin{aligned} D &= V \dots \dots \dots \text{для пресной воды,} \\ D &= 1,026V \dots \dots \dots \text{для морской воды.} \end{aligned}$$

ТАБЛИЦА 11

Вычисление водозмещения по формуле Симпсона

№ шпангоутов	Множит. Симпсона	№ в а т е р л и н и й								Сумма функций $\frac{1}{2}$ ординат шпангоутов	Функции площадей $\frac{1}{4}$ ординат шпангоутов
		0 (киль)		I		II		n			
		$\frac{1}{2}$		2		1		$\frac{1}{2}$			
0 (нос)	$\frac{1}{2}$	y_0	$\frac{1}{2} y_{00}$	y_{0I}	$\frac{1}{2} y_{0I}$	y_{0II}	$\frac{1}{2} y_{0II}$	y_{0n}	$\frac{1}{2} y_{0n}$	σ_0	$\frac{1}{2} \sigma_0$
		$\frac{1}{2} y_{00}$		$2y_{0I}$		y_{0II}		$\frac{1}{2} y_{0n}$			
1	2	y_{10}	$2y_{10}$	y_{1I}	$2y_{1I}$	y_{1II}	$2y_{1II}$	y_{1n}	$2y_{1n}$	σ_1	$2\sigma_1$
		$\frac{1}{2} y_{10}$		$2y_{1I}$		y_{1II}		$\frac{1}{2} y_{1n}$			
2	1	y_{20}	y_{20}	y_{2I}	y_{2I}	y_{2II}	y_{2II}	y_{2n}	y_{2n}	σ_2	σ_2
		$\frac{1}{2} y_{20}$		$2y_{2I}$		y_{2II}		$\frac{1}{2} y_{2n}$			

[illegible]

§ 5. Авиационный метод вычисления водоизмещения

При точном вычислении водоизмещения лодки возникает необходимость учитывать влияние реданов. В основном расчеты остаются почти без изменений. Различие заключается в следующем: 1) объемы, ограниченные реданными шпангоутами, вычисляются отдельно и 2) при определении площадей шпангоутов ординатами y_i этих площадей не пользуются, т. е. площади ω_x вычисляют по-иному.

Если требуется, например, определить объем двухреданной лодки (рис. 34), то поступают следующим образом: плоскость шпангоута на главном редане принимают за основание носового и кормового объема. Разбивают носовую часть лодки на отсеки равной длины l_n . Расстояния между кормовыми шпангоутами l_k берут с таким расчетом, чтобы один из кормовых шпангоутов прошел через второй редан. При таком размещении шпангоутов перепад объема лодки на реданах будет учтен. Правда, кормовая оконечность при этом может и не совпадать с конечным шпангоутом. Величина „остатка“ объема на корме по отношению ко всему объему окажется весьма небольшой. В большинстве случаев этим „остатком“ можно пренебречь.

Общее число отсеков рекомендуется брать до 20.¹ Для поплавков (двухпоплавковых самолетов) с цилиндрической поверхностью палубы это число можно понизить до 12—16.

Число ватерлиний можно ограничить 5—6, а в лодках и поплавках с вертикальным бортом 3—4, взяв их для характерных случаев погружения, т. е. одну-две в области скулы, третью по середине высоты борта и последнюю — на уровне палубного стрингера.

Вычисление площадей шпангоутов по правилам графического интегрирования сопряжено с неизбежной погрешностью: обводы шпангоутов на скуле всегда имеют излом и ордината одного из шпангоутов, случайно проходящая через вершину A скулового угла, вообще говоря, не будет проходить через точку B скулы на другом шпангоуте (рис. 38). Поэтому площади шпангоутов рациональнее всего вычислять планиметром и определять водоизмещение по формуле (13):

$$V = l_n \left[\frac{1}{2} \omega_{\otimes} + \omega_1 + \dots + \frac{1}{2} \omega_m \right] + \\ + l_k \left[\frac{1}{2} \omega'_{\otimes} + \omega'_1 + \dots + \frac{1}{2} \omega'_m \right] = l_n \sum_n + l_k \sum_k. \quad (13'')$$

Расчет сведен в табл. 12.

За единицу измерения объема, чтобы избежать дробей, удобно принять вместо кубического метра литр.

¹ Т. е. брать 21 шпангоут.

ТАБЛИЦА 12

№ шпангоутов		№ ватерлинии ¹			
		I	II	n
Н о с о в ы е	m	ω_m			
	m — 1	ω_{m-1}			
			
			
Н о с о в ы е			
			
			
	1	ω_1			
Н о с о в ы е	0 мидель	ω_{\otimes}			
	Поправка (вычитать)	$\frac{1}{2}(\omega_m + \omega_{\otimes})$			
	Исправленные суммы	\sum_n			
К о р м о в ы е	0' мидель	ω_{\otimes}'			
	1'	ω_1'			
			
			
К о р м о в ы е			
			
			
	m' — 1	$\omega_{m'-1}'$			
К о р м о в ы е	m'	$\omega_{m'}$			
	Поправка	$\frac{1}{2}(\omega_{\otimes}' + \omega_{m'}')$			
	Исправленные суммы	\sum_k			

¹ 0-я ватерлиния не входит.

§ 6. Грузовой размер

Изменение полетного веса гидросамолета (расход горючего, прием на борт пассажиров и пр.) отражается на изменении его осадки во время плавания. Для определения изменения осадки строят так называемый *грузовой размер*, т. е. кривую, которая показывает зависимость между осадкой T и водоизмещением D или объемом V (рис. 39). На ватерлиниях I, II... n теоретического чертежа откладывают от оси осадки T водоизмещения D_1, D_2, \dots, D_n или соответствующие объемы V_1, V_2, \dots, V_n в виде отрезков и, соединяя вершины этих отрезков, получают кривую, называемую *грузовым размером*. По этой кривой сразу же для любого заданного водоизмещения D находят соответствующую осадку T или наоборот. Если гидросамолет представляет собой многопоплавковую систему, например лодку с водоизмещающими поплавками, то сначала строят от-

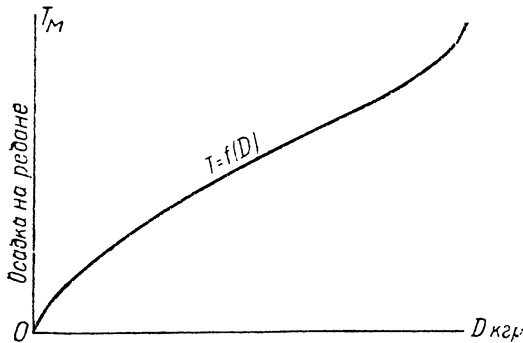


Рис. 39. Кривая грузового размера летающей лодки

казывает зависимость между осадкой T и водоизмещением D или объемом V (рис. 39). На ватерлиниях I, II... n теоретического чертежа откладывают от оси осадки T водоизмещения D_1, D_2, \dots, D_n или соответствующие объемы V_1, V_2, \dots, V_n в виде отрезков и, соединяя вершины этих отрезков, получают кривую, называемую *грузовым размером*. По этой кривой сразу же для любого заданного водоизмещения D находят соответствующую осадку T или наоборот. Если гидросамолет представляет собой многопоплавковую систему, например лодку с водоизмещающими поплавками, то сначала строят от-

ходят соответствующую осадку T или наоборот. Если гидросамолет представляет собой многопоплавковую систему, например лодку с водоизмещающими поплавками, то сначала строят от-

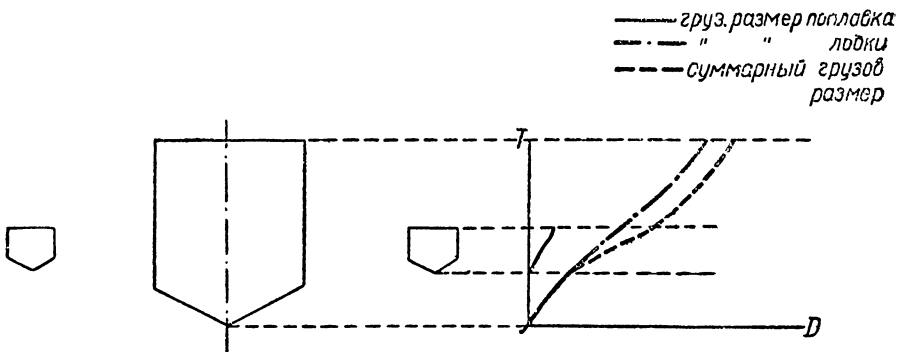


Рис. 40. Кривые грузовых размеров подкрыльного поплавка, лодки и суммарная (крайняя правая пунктирная линия)

дельно грузовой размер для лодки и грузовой размер для обоих поплавков. Наложением одной кривой на другую получают грузовой размер всего гидросамолета (рис. 40).

§ 7. Масштаб Бонжана

Пользование грузовым размером

$$T=f(V)$$

ограничивается условием неизменности угла продольного наклона лодки (угла диферента). Если лодка меняет не только осадку,

но и дифферент, то для определения объема V_0 погруженной части пользуются *масштабом Бонжана*. Для этого поступают так: на каждом шпангоуте строят кривую его площади от киля до верхней палубы (рис. 41), руководствуясь данными табл. 6. Площади ω_x погруженной части шпангоутов с любой ватерлинией W_1L_1 найдутся графическим путем. Пользование масштабом Бонжана ясно из рис. 41. Произведение суммы найденных площадей на расстояние между шпангоутами дает объем V_0 [формула (13'') стр. 54].

Иногда вместо построения интегральных кривых площадей строят интегральные кривые объемов отсеков, лежащих между смежными шпангоутами, т. е. строят грузовой размер отсеков (рис. 34). Кривые объемов именуют тогда масштабом Бонжана „по объемам“. Очевидно объем V_0 будет равен сумме объемов v погруженной части каждого отсека:

$$V_0 = \sum v. \quad (20)$$

Этот способ нахождения объема V_0 менее точен и при малом числе шпангоутов дает заметную погрешность. Пользование им в точных расчетах не рекомендуется.

§ 8. Запас плавучести

Запасом плавучести называется объем V_n надводной водонепроницаемой части лодки.

Чем V_n больше, тем больше у гидросамолета шансов держаться на воде при повреждениях корпуса лодки или поплавков.

Относительным запасом плавучести k называют отношение объема V_n к объему V_0 . Выражение его в % от водоизмещения таково:

$$k = \frac{V_n}{V_0} \cdot 100. \quad (21)$$

Значения k даны в табл. 13.

ТАБЛИЦА 13

Тип гидросамолета	k в %
Летающие лодки	От 300 и выше
Двухпоплавковые	80—120

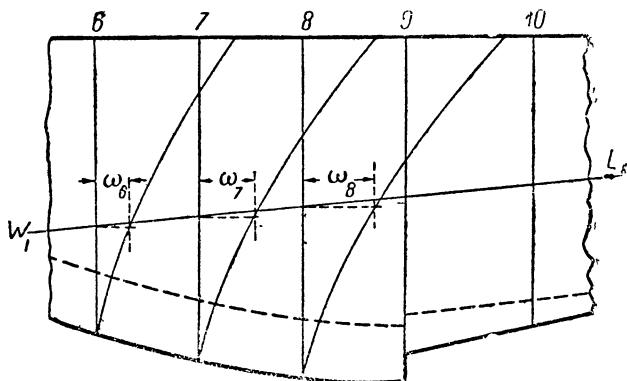


Рис. 41. Пример определения площадей шпангоутов при помощи масштаба Бонжана

Более низкий запас плавучести поплавковых гидросамолетов объясняется тем, что поплавки допускают постановку достаточного числа водонепроницаемых переборок и не имеют открытых для попадания воды люков; кроме того они в большинстве случаев являются исключительно посадочно-взлетным органом и в отличие от летающих лодок функций фюзеляжа не несут.

§ 9. Коэффициенты полноты

Отношение погруженного объема лодки V_0 к прямоугольному параллелепипеду, описанному около этого объема, называется коэффициентом полноты водоизмещения δ :

$$\delta = \frac{V_0}{L \cdot B \cdot T}, \quad (22)$$

где L — длина по грузовой ватерлинии, B — наибольшая ширина погруженной части корпуса, T — осадка.

Встречается также призматический коэффициент полноты φ , определяемый отношением объема V_0 к объему цилиндра, основание которого есть погруженная площадь мидельшпангоута \otimes и высота равна длине L грузовой ватерлинии:

$$\varphi = \frac{V_0}{\otimes \cdot L}. \quad (23)$$

Так как произведение $L \cdot B \cdot T$ всегда больше, чем $\otimes \cdot L$, то для каждой данной лодки $\varphi > \delta$.

Коэффициенты φ и δ характеризуют степень полноты корпуса. Коэффициент полноты мидельшпангоута

$$\beta = \frac{\otimes}{B \cdot T} \quad (24)$$

есть отношение погруженной части площади миделя к прямоугольнику со сторонами основания B и T .

Коэффициент полноты грузовой ватерлинии

$$\alpha = \frac{\text{площадь Г. В. Л.}}{B \cdot L}, \quad (25)$$

имеющий смысл в кораблестроении, для летающих лодок не характерен, так как в силу особенностей обвода их корпуса длина по грузовой ватерлинии даже при небольшом изменении осадки получает большие изменения.

В табл. 14 приведены коэффициенты полноты гидросамолетов и жораблей, имеющих сходственные коэффициенты.

ТАБЛИЦА 14

Род судна	δ	β
Летающие лодки	0,30—0,50	0,60—0,90
Двухпоплавковые гидросамолеты	0,40—0,50	0,60—1,0
Крейсера	0,46—0,54	0,66—0,71
Миноносцы	0,40—0,48	0,65—0,70

§ 10. Определение координат центра величины

Координаты центра величины вычисляются по известным формулам для центра тяжести объема тела [формулы (8) и (10) гл. II]:

$$x_c = \frac{1}{V} \int_0^L \omega_x x dx = \frac{\int_0^L \omega_x x dx}{\int_0^L \omega_x dx},$$

$$z_c = \frac{1}{V} \int_0^T \omega_z z dz = \frac{\int_0^T \omega_z z dz}{\int_0^T \omega_z dz}.$$

Применяя, например, здесь формулу трапеций, получим:¹

$$x_c = \frac{1}{V} \left[\frac{1}{2} \omega_{x_0} x_0 + \omega_{x_1} x_1 + \dots + \omega_{x_{m-1}} x_{m-1} + \frac{1}{2} \omega_{x_m} x_m \right] l, \quad (26)$$

$$z_c = \frac{1}{V} \left[\frac{1}{2} \omega_{z_0} z_0 + \omega_{z_1} z_1 + \dots + \omega_{z_{n-1}} z_{n-1} + \frac{1}{2} \omega_{z_n} z_n \right] h. \quad (27)$$

Замечая, что

$$\omega_{x_i} = 2\sigma_i h, \quad \omega_{z_j} = 2s_j l, \quad x_i = il, \quad z_j = jh, \quad V = 2hl \sum_0, \quad (a)$$

найдем:

$$x_c = \frac{\frac{1}{2} \sigma_0 \cdot 0 + 1\sigma_1 + 2\sigma_2 + \dots + (m-1)\sigma_{m-1} + \frac{1}{2} m\sigma_m}{\sum_0} \cdot l = \frac{\sum_1 M}{\sum_0} \cdot l, \quad (28)$$

$$z_c = \frac{\frac{1}{2} s_0 \cdot 0 + 1s_1 + 2s_2 + \dots + (n-1)s_{n-1} + \frac{1}{2} ns_n}{\sum_0} \cdot h = \frac{\sum_2 M}{\sum_0} \cdot h. \quad (29)$$

Вычисления ведутся в форме табл. 15 и 16. Значения σ и s берутся из табл. 9.

Формулы (8) и (9) остаются справедливыми и для определения координат центра тяжести площадей, ординаты которых суть

$$\omega_x = F(x), \quad \omega_z = f(z).$$

Но ω_x и ω_z являются ординатами площадей „строевых по шпангоутам“ и „строевых по ватерлиниям“.

Таким образом абсцисса Ц. Т. площади строевой по шпангоутам есть не что иное, как абсцисса центра величины x_c , а ордината Ц. Т. площади строевой по ватерлиниям — ордината центра величины z_c .

¹ В формулах (26), (26'), (28) x_c отсчитывается от носовой оконечности грузовой ватерлинии.

ТАБЛИЦА 15

№ шпангоутов	Функции половин площадей шпангоутов	Факторы моментов
I	II	I × II
0	$\frac{1}{2} \sigma_0$	0
1	σ_1	$1\sigma_1$
2	σ_2	$2\sigma_2$
...
...
...
...
...
$m-1$	σ_{m-1}	$(m-1)\sigma_{m-1}$
m	$\frac{1}{2} \sigma_m$	$\frac{1}{2} m\sigma_m$
Суммы	\sum_0	$\sum_1 M$

ТАБЛИЦА 16

№ ватерлиний	Функции половин площадей ватерлиний	Факторы моментов
I	II	I × II
0	$\frac{1}{2} s_0$	0
I	s_1	$1s_1$
II	s_2	$2s_2$
...
...
...
...
...
$n-1$	s_{n-1}	$(n-1)s_{n-1}$
n	$\frac{1}{2} s_n$	$\frac{1}{2} ns_n$
Суммы	\sum_0	$\sum_2 M$

В описях гидроавиации x_c удобнее определять по формуле (26) так как величины площадей каждого шпангоута уже заранее вычислены. Формулу (26) можно еще упростить, поставив вместо x его значение из (а) на стр. 59 и взяв V из формулы (13), причем будем иметь:

$$x_c = \frac{\frac{1}{2} \omega_{x_0} \cdot 0 + 1 \omega_{x_1} + 2 \omega_{x_2} + \dots + \frac{1}{2} m \omega_{x_m}}{\frac{1}{2} \omega_{x_0} + \omega_{x_1} + \omega_{x_2} + \dots + \frac{1}{2} \omega_{x_m}} \cdot l = \frac{\sum'' l}{\sum' l}. \quad (26')$$

Часто начало координат совмещают с мидельшпангоутом и отсчитывают x_c от миделя. Тогда формула (26) переписется так:



$$x_c = \frac{\left[\frac{1}{2} \omega_{x_0} \cdot 0 + 1 \omega_{x_1} + 2 \omega_{x_2} + \dots + \frac{1}{2} m \omega_{x_m} \right] l_{\text{н}}}{V} - \frac{\left[\frac{1}{2} \omega'_{x_0} \cdot 0 + 1 \omega'_{x_1} + 2 \omega'_{x_2} + \dots + \frac{1}{2} m' \omega'_{x_{m'}} \right] l_{\text{к}}}{V} = \frac{\sum'' l_{\text{н}} - \sum'' l_{\text{к}}}{V}. \quad (30)$$

Расчеты по формулам (26') и (30) укладываются в табл. 17 и 18. Вычислив предварительно x_c лодки x_c подкрыльных поплавков, по теореме моментов определяя x_c гидросамолета в целом; вследствие относительной малости объема погруженной части поплавков

ТАБЛИЦА 17

№ шпангоутов	Площади шпангоутов	Произвед.
I	II	$I \times II$
0	$\frac{1}{2} \omega_0$	0
1	ω_1	$1 \cdot \omega_1$
2	ω_2	$2 \cdot \omega_2$
3
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
m	$\frac{1}{2} \omega_m$	$\frac{1}{1} m \cdot \omega_m$
Суммы	Σ'	Σ''

ТАБЛИЦА 18

№ шпангоутов		Площади шпангоутов		Прозив.	
I		II		I × II	
Нос	<i>m</i>	$\frac{1}{2} \omega_m$	$\frac{1}{2} m \omega_m$		
	• • •	• • •	• • •		
	• • •	• • •	• • •		
	• • •	• • •	• • •		
	2	ω_2	$2 \omega_2$		
	1	ω_1	$1 \omega_1$		
		$\frac{1}{2} \omega_0$	0		
Сумма				$\Sigma_{\text{н}}''$	
Корма		$\frac{1}{2} \omega_0'$	0		
	1	ω_1'	$1 \cdot \omega_1'$		
	2	ω_2'	$2 \cdot \omega_2'$		
	• • •	• • •	• • •		
	• • •	• • •	• • •		
	• • •	• • •	• • •		
	<i>m'</i>	$\frac{1}{2} \omega_{m'}'$	$\frac{1}{2} m' \omega_{m'}'$		
Суммы				$\Sigma_{\text{к}}''$	

и малости плеча этого объема, абсцисса Ц. В. всего гидросамолета по величине близка к x_c лодки.

Для определения x_e можно также воспользоваться масштабом Бонжана по объемам по формуле:

$$x_c = \frac{M}{V} = \frac{\sum xv}{V}, \quad (31)$$

где x — плечо объема отсека v относительно начала координат.

Примем начало координат на первом редане и условимся считать носовые моменты положительными, а кормовые — отрицательными.

[illegible]

Подставляя эти значения x_1, x_2, \dots, x_n в формулу (31), получим:

$$x_c = \frac{I_n [v_1 + 3v_2 + \dots + (2n-1)v_n] - I_k [v'_1 + 3v'_2 + \dots + (2m-1)v'_m]}{2V}. \quad (32)$$

Так как промежуточный шпангоут подкрыльного поплавка может не совпасть с началом координат, то для поплавков удобнее брать не множители плеч, а самые плечи и получать сразу моменты. С учетом влияния поплавков

$$x_c = \frac{[\mathfrak{M}_n I_n + 2M_n] - [\mathfrak{M}_k I_k + 2M_k]}{2V}; \quad (33)$$

Из табл. 19 видны значения величин $\mathfrak{M}_n, \mathfrak{M}_k, M_n$ и M_k ; при $x_c > 0$ центр величины располагается в нос от редана, при $x_c < 0$ — в корму.

Этот способ нахождения x_c менее точен, так как центры тяжести объемов v не лежат на вертикалях, проходящих через середины отсеков, особенно в оконечностях лодки.

Вычисление по формуле (33) показано в табл. 19.

Знать точную величину ординаты z_c в гидроавиации не требуется. В главе III будет указано, что ошибка в определении z_c ничтожно сказывается на устойчивости гидросамолетов вследствие высокого расположения метacentра.

Поэтому можно принять,¹ что

$$z_c \approx 0,3T. \quad (34)$$

В случае необходимости более точного определения z_c можно воспользоваться формулой (27) или еще лучше — формулой С. Г. Козлова,² в которую площади ватерлиний не входят.

Для нахождения z_c по С. Г. Козлову нужно иметь заданным грузовой размер (рис. 42). Объем элементарного слоя между двумя ватерлиниями, расположенными на расстоянии dz друг от друга, равен:

$$dV = \omega_z dz.$$

Умножая обе части на z и интегрируя, получаем:

$$\int_0^V z dV = \int_0^T \omega_z z dz.$$

Но

$$\int_0^T \omega_z z dz = z_c V_0,$$

¹ Отсчитываем z_c от поверхности воды.

² С. Г. Козлов, Расчет гидролодок. Самолетостроение, ГНТИ, 1931, стр. 158.

ТАБЛИЦА 19

Диферент		φ_1			φ_2			φ_3		
№ отсеков		Л о д к а								
		Объем отсека лодки v	Множит. плеч	Факторы моментов	Объем отсека лодки v	Множит. плеч	Факторы моментов	Объем отсека лодки v	Множит. ли плеч	Факторы моментов
Носовые	m		$2m - 1$			$2m - 1$			$2m - 1$	
	$\cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$	
	$\cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$	
	$\cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$	
Суммы	2		3			3			3	
	1		1			1			1	
	$\cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$	
	$\cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$	
Кормовые	n		$2n - 1$			$2n - 1$			$2n - 1$	
	$\cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$	
	$\cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$	
	$\cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$			$\cdot \cdot \cdot$	
Суммы	$\Sigma_k v_{\text{лод.}}$	—	M_k		—			—		
	П о п л а в к и									
Носовые	e	Объем отсека поплавка v	Плечи λ	Моменты λv	Объем отсека поплавка v	Плечи λ	Моменты λv	Объем отсека поплавка v	Плечи λ	Моменты λv
	$\cdot \cdot \cdot$									
	$\cdot \cdot \cdot$									
	$\cdot \cdot \cdot$									
Суммы	2	$\Sigma_k v_{\text{попл.}}$	—	M_k	—			—		
	1									
	$\cdot \cdot \cdot$									
	$\cdot \cdot \cdot$									
Кормовые	f									
	$\cdot \cdot \cdot$									
	$\cdot \cdot \cdot$									
	$\cdot \cdot \cdot$									
Суммы	$\Sigma_k v_{\text{попл.}}$	—	M_k		—			—		
	V	—	—		V	—	—	V	—	—

откуда

$$z_c = \frac{\int_0^V z dV}{V}. \quad (35)$$

Формула (35) идентична формуле Миддендорфа, употребляемой в морском деле.

Применяя формулу трапеций, имеем:

$$z_c = \frac{v}{V} \left[z_1 + z_2 + \dots + \frac{1}{2} T \right]. \quad (36)$$

Заметим, что в формуле С. Г. Козлова z_c отсчитывается от киля.

Во всех рассмотренных случаях диаметральной плоскость лодки принята перпендикулярной к поверхности воды. В силу симметрии погруженной части корпуса ордината y_0 ее центра тяжести равна нулю:

$$y_0 = 0.$$

Глава IV

ОСТОЙЧИВОСТЬ

§ 1. Определение остойчивости

Положим, что лодка гидросамолета (рис. 43), имея осадку по грузовую ватерлинию W_0L_0 , плавает в прямом положении, т. е. диаметральной плоскость лодки перпендикулярна к поверхности воды и центр тяжести G лодки лежит в диаметральной плоскости. Так как погруженный объем симметричен относительно диаметральной плоскости, то сила D поддержания воды, приложенная в точке C_0 , также должна лежать в этой плоскости. Рассматриваемое положение является, очевидно, положением равновесия.¹

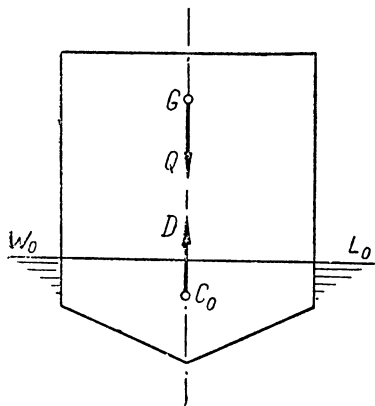


Рис. 43. Прямое положение лодки

Накреним теперь лодку действием внешней пары на некоторый малый угол θ . Новое положение лодки определит новую грузовую ватерлинию W_1L_1 . Относительно корпуса центр тяжести G остается на месте, а центр величины C_0 вследствие изменения

формы подводной части передвинется в точку C_1 , причем сила поддержания при крене, вообще говоря, не пройдет через точку G . Сила поддержания D и равная ей сила веса Q образуют пару с плечом p .

¹ Полагаем, что центр тяжести по длине лодки все время лежит на одной вертикали с центром величины.

Если момент

$$M_D = pD \quad (1)$$

этой пары стремится возвратить лодку в начальное положение равновесия, то гидросамолет будет остойчив (рис. 44). Если же момент M_D способствует еще большему отклонению лодки, то гидросамолет нестойчив (рис. 45). Отсюда вытекает определение остойчивости: остойчивостью называется способность гидросамолета сохранять свое прямое положение, т. е. возвращаться к нему по прекращении действия внешней пары, вызвавшей отклонение от этого положения.

Остойчивость плавающих на поверхности воды тел будет характеризоваться положением так называемого *метацентра* M , т. е. точ-

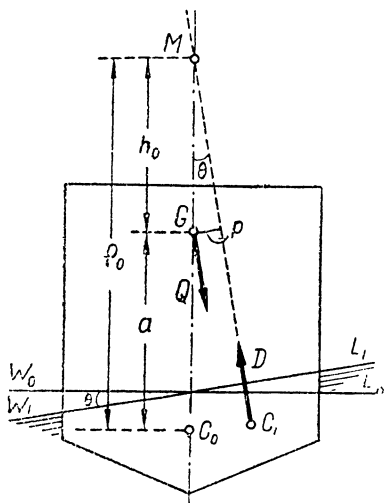


Рис. 44. Положение сил Q и D в случае остойчивой лодки

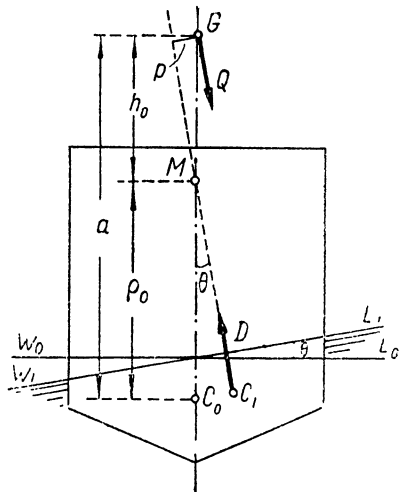


Рис. 45. Положение сил Q и D в случае нестойчивой лодки

кой пересечения двух смежных линий действия архимедовых сил при малом (точнее — бесконечно-малом) угле между ними. Из рис. 44 и 45 видно, что у остойчивых лодок метацентр M должен лежать выше центра тяжести G , у нестойчивых — ниже точки G , а в случае безразличного равновесия точки M и G должны совпадать.

Метацентр, соответствующий начальному (т. е. прямому) положению равновесия, называется *начальным* и обозначается через M_0 .

Возвышение начального метацентра над центром величины C_0 носит название *начального метацентрического радиуса* ρ_0 .

Разность

$$h_0 = \rho_0 - a, \quad (2)$$

где a есть возвышение центра тяжести над центром величины, называется *начальной метацентрической высотой*; h_0 представляет собой возвышение точки M_0 над G .

Если считать h_0 положительной от центра тяжести вверх, то условия остойчивости могут быть выражены так:

$h_0 > 0$лодка остойчива,
 $h_0 < 0$лодка нестойчива,
 $h_0 = 0$ равновесие безразличное.

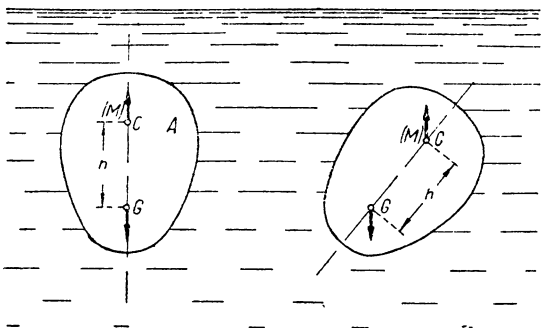


Рис. 46. Случай остойчивого равновесия вполне погруженного тела

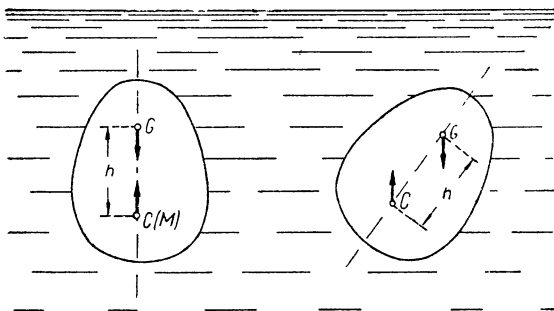


Рис. 47. Случай нестойчивого равновесия вполне погруженного тела

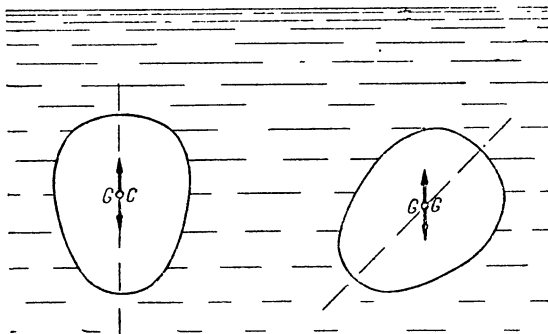


Рис. 48. Случай безразличного равновесия вполне погруженного тела

Таким образом степень остойчивости в начальном положении равновесия может быть охарактеризована знаком и величиной h_0 . Заметим, что определение степени остойчивости рассматриваемым способом будет справедливо только для малых углов θ , при которых можно считать положение точки M_0 неизменным.

Вообще говоря, координаты точки M для $V = \text{const}$ являются функциями формы погруженной части тела и функциями угла наклона θ .

Для плавающих вполне погруженных тел условия остойчивости сохраняются теми же, как и в случае тел, плавающих на поверхности. Пусть тело A (рис. 46), погруженное в жидкость, находится в начальном положении равновесия. Вследствие неизменяемости формы тела центр величины остается относительно тела неподвижным при любом угле отклонения. Следовательно, при всех углах отклонения архимедовы силы мо-

гут пересекаться только в центре величины; поэтому все метацентры, как точки пересечения смежных линий действия этих сил, сольются в одну точку, общую с центром величины. На рис. 46, 47 и 48 даны различные случаи равновесия вполне погруженного тела:

1) Ц. В. (т. е. M) расположен выше Ц. Т. (рис. 46). В этом случае тело остойчиво, так как оно самостоятельно возвращается в прежнее положение; здесь $h = GM > 0$.

2) Ц. В. расположен ниже Ц. Т. (рис. 47). Тело неустойчиво, так как оно не может возвратиться самостоятельно в свое прямое положение; здесь $h = GM < 0$.

3) Ц. В. совпадает с Ц. Т. (рис. 48). Тело находится в безразличном равновесии; $h = GM = 0$.

§ 2. Поперечная остойчивость. Вычисление начального метacentрического радиуса

Условимся называть плоскостью плавания всякую плоскость, которая отсекает от лодки погруженный объем V_0 , отвечающий заданному постоянному весу гидросамолета Q .

Предварительно докажем такую теорему. Если плоскость плавания II (рис. 49), расположенная под бесконечно-малым углом $d\theta$ к плоскости плавания I , отсекает от тела произвольных очертаний равновеликий объем V_0 , то линия пересечения AB полученных плоскостей сечений должна проходить через центр тяжести площади I .

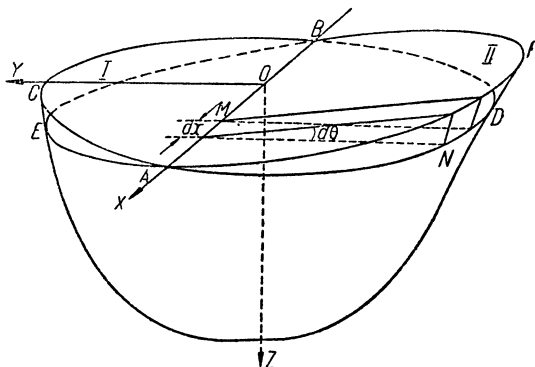


Рис. 49

Обозначим объем клинового отсека $ABCE$ через δV_1 , объем клинового отсека $ABDF$ через δV_2 . Тогда, по условию теоремы,

$$\delta V_1 = \delta V_2. \quad (3)$$

Объем элементарного клина MN с точностью до бесконечно-малых второго порядка будет равен:

$$dv = \frac{y^2}{2} d\theta dx, \quad (4)$$

а весь объем

$$\delta V_1 = \frac{d\theta}{2} \int_A^B y^2 dx.$$

Но интеграл

$$\frac{1}{2} \int_A^B y^2 dx = y_1 S_1$$

представляет собой статический момент площади $ACB = S_1$ относительно оси X , причем y_1 есть ордината центра тяжести этой площади [см. гл. II, (4)].

Следовательно

$$\delta V_1 = y_1 S_1 d\theta,$$

и по аналогии можно написать:

$$\delta V_2 = y_2 S_2 d\theta.$$

На основании (3)

$$\delta V_1 - \delta V_2 = (y_1 S_1 - y_2 S_2) d\theta = 0,$$

откуда

$$y_1 S_1 - y_2 S_2 = 0. \quad (5)$$

Выражение (5) есть статический момент всей площади $ABCD$ относительно линии пересечения AB . Так как этот момент равен нулю, то центр тяжести площади $ABCD$ должен лежать на линии AB , и таким образом, теорема доказана.

Поскольку положение площади II произвольно, то все линии пересечения должны проходить через центр тяжести площади I . С другой стороны, огибающая поверхность площадей сечений, именуемая поверхностью сечений, должна касаться каждой из плоскостей плавания. Точку касания на некоторой плоскости плавания можно рассматривать как предельное положение точки встречи

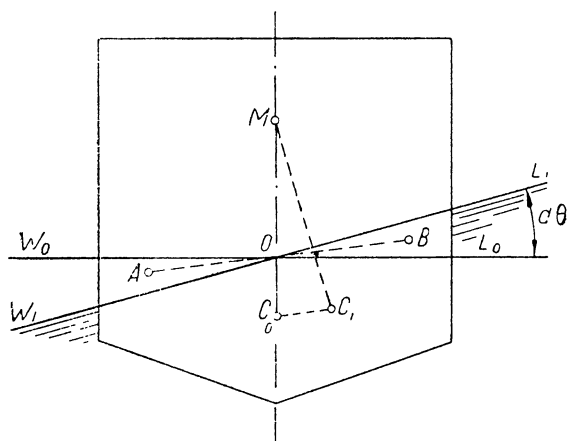


Рис. 50

двух линий пересечения плоскости I с двумя бесконечно-близкими плоскостями плавания. Таким образом поверхность сечений есть геометрическое место центров тяжести различных площадей сечений.

Перейдем теперь к вычислению начального метacentрического радиуса и ограничимся пока случаем поперечного наклона лодки.

Дадим лодке гидросамолета, находящейся в прямом положении, бесконечно-малый угол крена $d\theta$ (рис. 50). Новая ватерлиния $W_1 L_1$, отсекающая равновеликий объем V_0 , пройдет на основании доказанной теоремы через точку O центра тяжести начальной ватерлинии $W_0 L_0$.

При наклоне клиновидный объем $dV = W_0 O W_1$ выйдет из воды, а равный ему объем $L_0 O L_1$ погрузится в воду. Но перемещение центра тяжести A этого объема в точку B вызовет перемещение центра тяжести всей лодки из точки C_0 в C_1 . Теорема о перемещении центра тяжести системы позволяет написать:

$$AB \cdot dV = C_0 C_1 \cdot V_0,$$

откуда

$$C_0C_1 = \frac{AB \cdot dV}{V_0}, \quad (6)$$

причем $AB \parallel C_0C_1$.

Сила гидростатического поддержания D , приложенная при крене в новой точке C_1 и перпендикулярная к новой действующей ватерлинии W_1L_1 , даст точку пересечения M с начальным направлением этой силы. В пределе прямая AB будет стремиться к W_0L_0 , секущая же C_0C_1 будет стремиться к касательной дуги C_0C_1 в точке C_0 . Следовательно C_0M представит собой нормаль к дуге C_0C_1 в точке C_0 ; рассуждая аналогично, придем к заключению, что C_1M будет нормалью дуги C_0C_1 в точке C_1 . В результате точка M есть пересечение двух смежных нормалей к кривой C_0C_1 , т. е. в пределе эта точка будет центром кривизны траектории C_0C_1 в точке C_0 ,

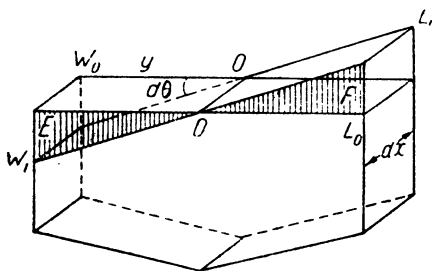


Рис. 51

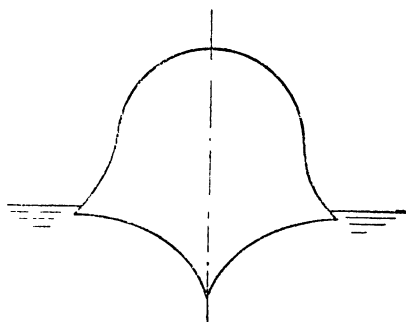


Рис. 52

а C_0M — радиусом кривизны ρ_0 в этой точке. Такова геометрическая интерпретация метacentра и метacentрического радиуса.

Для предела имеем:

$$C_0C_1 = \rho_0 d\theta,$$

что после подстановки в (6) дает:

$$\rho_0 d\theta = \frac{1}{V_0} AB \cdot dV. \quad (7)$$

Момент перемещения $AB \cdot dV$ есть предел суммы моментов перемещения центров тяжести элементарных объемов dV клиновых полосок EF , имеющих толщину dx (рис. 51). Плечо перемещения ab такой полоски (на чертеже оно не показано) равно:

$$ab = 2 \cdot \frac{2}{3} \frac{OW_0}{\cos \frac{d\theta}{2}} = \frac{4}{3} y,$$

ибо $OW_0 = y$, а $\cos \frac{d\theta}{2} = 1$.

По (4) имеем:

$$dV = \frac{y^2}{2} d\theta dx.$$

Следовательно для момента перемещения объема dV получается:

$$ab \cdot dV = \frac{4}{3} y \cdot \frac{y^2}{2} d\theta dx,$$

откуда

$$AB \cdot dV = \frac{2}{3} d\theta \int_0^L y^3 dx. \quad (8)$$

Подставляя найденное выражение в (7), получим:

ТАБЛИЦА 20

№ шпангоутов		Ординаты грузовой ватерлинии	Кубы ординат
Носовые	m	y_m	$\frac{1}{2} y_m^3$
	$m-1$	y_{m-1}	y_{m-1}^3

	2	y_2	y_2^3
	1	y_1	y_1^3
⊗ (редан)		y_0	$\frac{1}{2} y_0^3$
Сумма			\sum_n
Кормовые	⊗ (редан)	y_0	$\frac{1}{2} y_0^3$
	1	y_1	y_1^3
	2	y_2	y_2^3

	$n-1$	y_{n-1}	y_{n-1}^3
n		y_n	$\frac{1}{2} y_n^3$
Сумма			\sum_k

$$\rho_0 d\theta = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{2}{3} d\theta \int_0^L y^3 dx,$$

или

$$\rho_0 = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{2}{3} \int_0^L y^3 dx.$$

Но

$$\frac{2}{3} \int_0^L y^3 dx = J_{x_0}$$

представляет собой момент инерции площади грузовой ватерлинии относительно ее продольной оси симметрии (см. гл. II, § 1).

Таким образом окончательно приходим к формуле:

$$\rho_0 = \frac{J_{x_0}}{V_0}, \quad (9)$$

т. е. начальный метацентрический радиус лодки равен отношению момента инерции площади ее грузовой ватерлинии, взятого относительно оси OX , к объему погруженной части лодки.

Вычисление момента инерции грузовой при пользовании формулой трапеций укладывается в табл. 20.

$$J_{x_0} = (I_n \sum_n + I_k \sum_k) \cdot \frac{2}{3}$$

и

$$\rho_0 = \frac{I_n \sum_n + I_k \sum_k}{V_0} \cdot \frac{2}{3}. \quad (9')$$

Мы знаем, что лодка в прямом положении плавания будет остойчива лишь при условии, если ее начальная метацентрическая высота h_0 положительна, т. е. если начальный метациентр расположен выше центра тяжести:

$$h_0 = \rho_0 - a = \frac{J_{x_0}}{V_0} - a > 0.$$

Однако относительно узкая ватерлиния, с одной стороны, и высокое расположение центра тяжести всего гидросамолета, с другой, дают большое a при сравнительно малом ρ_0 . Поэтому условие остойчивости

$$h_0 > 0$$

выполняется редко. Стремление увеличить ρ_0 заставляет увеличивать J_{x_0} , что практически достигается специальным уширением кор-

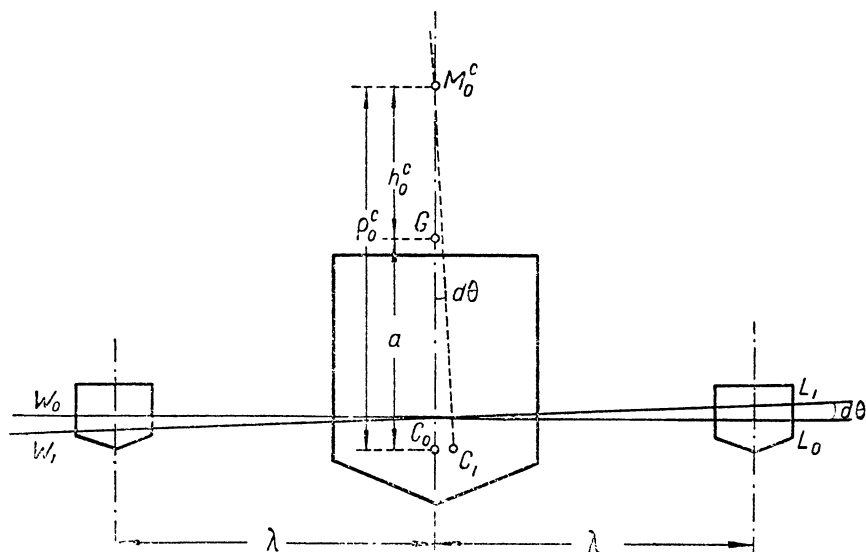


Рис. 53

пуса в области грузовой ватерлинии (например, установкой плавников в гидросамолетах типа Валь или установкой подкрыльных поплавков). Следует отметить, что малое уширение борта (рис. 52), практикуемое в лодках английского типа, все же не обеспечивает начальной остойчивости и делается обычно из гидродинамических соображений.

§ 3. Начальная остойчивость многопоплавковой системы

Пусть дана симметрично-расположенная трехпоплавковая система, состоящая из лодки и двух водоизмещающих подкрыльных поплавков с расстоянием λ до оси симметрии (рис. 53). Воспользуемся тем же самым методом, который был применен в предыдущем параграфе.

Дадим плавающей жестко-соединенной системе бесконечно-малый угол крена $d\theta$ и составим выражение момента перемещения центра величины всей системы. Этот момент перемещения dM_c будет складываться из моментов перемещения центра величины лодки $dM_{\text{л}}$ и моментов поплавок $dM_{\text{п}}$:

$$dM_c = dM_{\text{л}} + dM_{\text{п}}. \quad (10)$$

Момент перемещения лодки [см. формулу (8)] равен:

$$dM_{\text{л}} = \frac{2}{3} d\theta \int_0^L y^3 dx = J_{0_{\text{лодки}}} \cdot d\theta.$$

Момент перемещения поплавок состоит из двух частей: момента dM_1 перемещения объема dv_1 поплавок от погружения и момента dM_2 перемещения объема dv_2 поплавок от угла крена:

$$dM_1 = 2\lambda dv_1 = 2\lambda \cdot \lambda s d\theta = 2\lambda^2 s d\theta,$$

где $dv_1 = \lambda s d\theta$, s — площадь грузовой ватерлинии поплавка, 2λ — плечо перемещения Ц. В. от погружения, и

$$dM_2 = 2 \cdot \frac{2}{3} d\theta \int_0^l \eta^3 dx = 2i_0 d\theta,$$

где l — длина поплавка по грузовую ватерлинию, η — ордината грузовой поплавка, i_0 — момент инерции площади грузовой ватерлинии поплавка относительно собственной продольной оси инерции.

Подставляя найденные выражения dM_1 и dM_2 в формулу (10) будем иметь:

$$\begin{aligned} dM_c &= dM_{\text{л}} + dM_1 + dM_2 = J_{0_{\text{лодки}}} \cdot d\theta + 2\lambda^2 s d\theta + 2i_0 d\theta = \\ &= [J_{0_{\text{лодки}}} + 2(\lambda^2 s + i_0)] d\theta; \end{aligned}$$

но

$$dM_c = [V_{\text{л}} + 2v_{\text{п}}] \rho_0^{(c)} d\theta = V_0 \rho_0^{(c)} d\theta,$$

причем $V_{\text{л}}$ — погруженный объем лодки, $v_{\text{п}}$ — погруженный объем поплавка и $\rho_0^{(c)}$ — начальный метацентрический радиус системы.

Следовательно получаем:

$$V_0 \rho_0^{(c)} d\theta = [J_{0_{\text{лодки}}} + 2(\lambda^2 s + i_0)] d\theta$$

и

$$\rho_0^{(c)} = \frac{J_{0_{\text{лодки}}} + 2(\lambda^2 s + i_0)}{V_0}. \quad (11)$$

Числитель формулы (11) представляет собой момент инерции площадей грузовых ватерлиний всей системы, взятый относительно главной продольной оси, лежащей в диаметральной плоскости гидросамолета. Обозначая этот момент инерции через $J_0^{(c)}$, окончательно получим:

$$\rho_0^{(c)} = \frac{J_0^{(c)}}{V_0}, \quad (12)$$

т. е. начальный метацентрический радиус системы выражается формулой, аналогичной формуле для единичного плавающего тела.

Формулу (12) можно распространить на систему с любым числом поплавков. Мы ограничились задачей с тремя поплавками, так как эта задача для современных типов гидросамолетов является наиболее общей.

Для летающих лодок с водоизмещающими поплавками всегда справедливо неравенство

$$J_0^{(c)} > J_{0_{\text{лодки}}}$$

и

$$\rho_0^{(c)} > \rho_0.$$

Поэтому, полагая

$$V_0 = V_0^{(c)} \text{ и } a^{(c)} = a,$$

приходим к выводу, что

$$h_0^{(c)} > h_0.$$

Многопоплавковая система, как правило, всегда устойчива:

$$h_0^{(c)} > 0,$$

и ее метацентр $M^{(c)}$ располагается над центром тяжести G .

Применим формулу (11) к основным типам гидросамолетов.

I. Летающая лодка с водоизмещающими поплавками или плавниками. В этом случае формула остается без изменений:

$$\rho_0^{(c)} = \frac{J_{0_{\text{лодки}}} + 2(\lambda^2 s + i_0)}{V_0}.$$

Момент инерции i_0 в лодках с водоизмещающими поплавками весьма мал по сравнению с остальными членами числителя и его влиянием можно пренебречь. Тогда формула (11) упростится:

$$\rho_0^{(c)} = \frac{J_{0_{\text{лодки}}} + 2\lambda^2 s}{V_0}. \quad (13)$$

Этой формулой рекомендуется пользоваться в расчетах.

Если лодка имеет малую ширину, то в приближенных расчетах можно также пренебречь влиянием $J_{0_{\text{лодки}}}$. В результате получим приближенную формулу

$$\rho_0^{(c)} \approx \frac{2\lambda^2 s}{V_0}. \quad (13')$$

II. Летающая лодка с опорными поплавками. Так как в прямом положении подкрыльные поплавки находятся над поверхностью воды, то начальный метацентрический радиус такой плавающей системы равен радиусу изолированной лодки

$$\rho_0^{(c)} = \rho_0 = \frac{J_{0_{\text{лодки}}}}{V_0}. \quad (14)$$

Гидросамолет в этом случае обычно неустойчив и плавает под некоторым углом крена, опираясь на подкрыльный поплавок.

III. Двухпоплавковый гидросамолет. В этом случае

$$\rho_0^{(c)} = \frac{2(\lambda^2 s + i_0)}{V_0}. \quad (15)$$

В случае узких поплавков i_0 мало по сравнению с $\lambda^2 s$, и потому приближенно можно считать

$$\rho_0^{(c)} \approx \frac{2\lambda^2 s}{V_0}.$$

Метацентрический радиус двухпоплавкового гидросамолета можно выразить через геометрические элементы поплавков.

Коэффициент полноты α грузовой ватерлинии поплавка (в двухпоплавковых гидросамолетах) колеблется в пределах от 0,75 до 0,86. Площадь грузовой ватерлинии поплавка равна [гл. II, формула (25)]:

$$s = \alpha LB,$$

следовательно

$$\rho_0^{(c)} \approx 2\alpha \frac{\lambda^2 LB}{V_0} = a \frac{\lambda^2 LB}{V_0}. \quad (15')$$

Коэффициент a лежит в пределах 1,5—1,72; Н. Croseck указывает значения a от 1,45 до 1,7.

§ 4. Метацентрическая формула остойчивости

Если считать, что в пределах малых конечных углов крена θ момент инерции $J_0^{(c)}$ площадей грузовых ватерлиний системы сохраняет свою начальную величину, т. е.

$$J_0^{(c)} = J_0^{(c)},$$

то в пределах этих углов метацентрический радиус плавающей системы $\rho^{(c)}$ также остается постоянным, следовательно центр величины C будет перемещаться по дуге окружности радиуса

$$\rho^{(c)} = \rho_0^{(c)}, \quad (*)$$

центр которой расположен в точке $M_0^{(c)}$.

Напишем теперь выражение момента M_D силы гидростатического поддержания, когда гидросамолет наклонен на малый угол θ . Этот момент согласно формуле (1) равен:

$$M_D = Dp.$$

По условию (*) можно написать:

$$p = (\rho_0^{(c)} - a) \sin \theta = h_0^{(c)} \sin \theta \quad (16)$$

или

$$M_D = Dh_0^{(c)} \sin \theta. \quad (17)$$

Выражение (17) называется метацентрической формулой остойчивости, а величина p — восстанавливающим плечом. Формула остойчивости позволяет определить величину восстанавливающего

момента для заданного угла крена θ . Степень точности формулы остойчивости зависит от формы плавающего тела. Так, для высокобортных прямостенных судов, а следовательно и для летающих лодок¹ с вертикальным бортом в области грузовой ватерлинии, погрешности Δ в величине восстанавливающего момента в сторону преувеличения получаются такого порядка:²

$$\begin{aligned} \text{если } \theta &\leq 5^\circ, \text{ то } \Delta < 1\%, \\ \text{„ } \theta &< 10^\circ, \text{ „ } \Delta = 2 - 4\%, \\ \text{„ } \theta &< 20^\circ, \text{ „ } \Delta = 5 - 10\%. \end{aligned}$$

В гидроавиации формула (17) дает по сравнению с кораблями увеличенные погрешности и поэтому ее применение более ограничено; ею можно пользоваться только тогда, когда площади грузовых ватерлиний поплавков с изменением угла крена остаются постоянными по величине.

Для двухпоплавковых гидросамолетов, имеющих поплавки с вертикальным бортом, формула (17) практически применима до углов крена $4-6^\circ$.

Для летающих лодок с водоизмещающими поплавками применение этой формулы ограничивается углами $2-3^\circ$ и то лишь в том случае, если подкрыльные поплавки имеют вертикальный борт.

Для лодок с опорными поплавками, особенно когда в прямом положении плавания поплавки только касаются воды и имеют килеватое днище, формула остойчивости непригодна.

§ 5. Влияние изменения полетного веса гидросамолета на его начальную остойчивость

Положим, что гидросамолет, имевший ранее вес Q и грузовую ватерлинию W_0L_0 , изменил свой вес, причем центр тяжести сместился в диаметральной плоскости из положения G и G_1 (рис. 54). Вследствие изменения веса и перемещения центра тяжести гидросамолет будет иметь новое положение начального метacentра и новую метacentрическую высоту.

Остойчивость в прямом положении плавания характеризуется величиной и знаком начальной метacentрической высоты (§ 1). Поэтому для суждения об остойчивости гидросамолета следует определить новое значение h_1 .

Следуя акад. А. Н. Крылову, примем начало координат в точке O на киле и обозначим через C_0 и M_0 начальные положения центра величины и метacentра.

Пусть принятые грузы p_1, p_2, \dots с координатами ζ_1, ζ_2, \dots размещены так, что сохранена весовая симметрия. Тогда равнодействующая этих грузов есть

$$P = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

¹ Считаем, что подкрыльные поплавки отсутствуют.

² Акад. А. Н. Крылов, Теория корабля. Управление военно-морских сил РККА, 1933, стр. 139.

с координатами точки ее приложения

$$y=0, \quad z = \frac{p_1 \zeta_1 + p_2 \zeta_2 + p_3 \zeta_3 + \dots}{p}.$$

Координата z_1 нового положения центра тяжести G_1 определится из уравнения моментов

$$z_1 Q_1 = z_0 Q + zp,$$

а именно:

$$z_1 = \frac{z_0 Q + zp}{Q_1} = \frac{Q}{Q+p} \cdot OG + \frac{zp}{Q+p} = OG + \frac{p}{Q+p} (z - OG),$$

так как $z_0 = OG$.

Аналогичным путем найдем возвышение OC_1 нового центра величины над килем:

$$OC_1 \cdot V_1 = OC_0 \cdot V_0 + \left[T_0 + \frac{e}{2} \right] v,$$

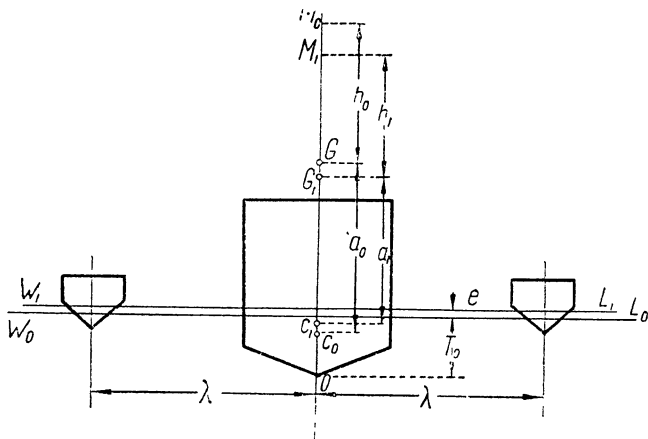


Рис. 54

где $V_1 = V_0 + v$ есть новый объем погруженной части гидросамолета, T_0 — начальная осадка, e — увеличение осадки от принятия груза p , определяемое по грузовому размеру, v — водоизмещение, соответствующее принятому грузу p .¹ последнее равенство дает:

$$\begin{aligned} OC_1 &= \frac{OC_0 \cdot V_0 + \left[T_0 + \frac{e}{2} \right] v}{V_1} = \frac{V_0}{V_0 + v} \cdot OC_0 + \frac{v}{V_0 + v} \left[T_0 + \frac{e}{2} \right] = \\ &= OC_0 + \frac{v}{V_0 + v} \left[T_0 + \frac{e}{2} - OC_0 \right] = OC_0 + \frac{p}{Q+p} \left[T_0 + \frac{e}{2} - OC_0 \right]. \end{aligned}$$

Новый метацентрический радиус равен:

$$\rho_1 = \frac{J_1}{V_1} = \frac{J_1}{V_0 + v},$$

¹ Полагаем, что центр тяжести объема v вследствие незначительного увеличения осадки лежит посредине между ватерлиниями W_0L_0 и W_1L_1 .

где J_1 есть момент инерции новой грузовой ватерлинии W_1L_1 ;

$$\rho_1 = \rho_0 + \frac{J_1}{V_0 + v} - \frac{J_0}{V_0} = \rho_0 + \frac{J_1 V_0 - J_0 V_0 - J_0 v}{V_0 (V_0 + v)} = \rho_0 + \frac{J_1 - J_0}{V_1} - \frac{v}{V_1} \rho_0.$$

Искомая метацентрическая высота равна:

$$h_1 = OC_1 + \rho_1 - z_1 = OC_0 + \frac{p}{Q+p} \left[T_0 + \frac{e}{2} - OC_0 \right] + \rho_0 + \frac{J_1 - J_0}{V_1} - \frac{p}{Q+p} \rho_0 - OG - \frac{p}{Q+p} (z - OG).$$

Замечая, что

$$OC_0 + \rho_0 - OG = h_0,$$

после преобразования получаем:

$$h_1 = h_0 + \frac{J_1 - J_0}{V_1} + \frac{p}{Q+p} \left[T_0 + \frac{e}{2} - z - h_0 \right]. \quad (18)$$

В гидросамолетах, за исключением лодок с опорными поплавками, дробь $\frac{J_1 - J_0}{V_1}$ относительно невелика и $T_0 + \frac{e}{2} < z + h_0$; поэтому прием груза обычно сопровождается понижением метацентрической высоты.

В приближенных расчетах можно считать $J_1 = J_0$ и пренебречь влиянием $T_0 + \frac{e}{2}$, особенно при большой h_0 . Тогда формула (18) будет иметь вид:

$$h_1 = h_0 - \frac{p}{Q+p} (z + h_0). \quad (19)$$

Пример. Определить, насколько изменится метацентрическая высота летающей лодки с подкрыльными поплавками, имеющей начальное водоизмещение $D = 8$ т, если принять одну тонну груза при следующих данных: $h_0 = 8$ м, $T_0 = 0,9$ м, $e = 0,08$ м, $z = 1,1$ м, $\lambda = 7,25$ м; момент инерции площади Г. В. Л. лодки до принятия груза $J_{0л} = 1,2$ м⁴ и после принятия груза $J_{0л} = 1,25$ м⁴; площадь Г. В. Л. поплавок до принятия груза $s_0 = 0,6$ м² и после принятия груза $s_1 = 0,8$ м²; вода — пресная.

Вычисляем предварительно $J_1 - J_0$:

$$J_1 - J_{1л} = J_1 + 2\lambda^2 s_1 - (J_{0л} + 2\lambda^2 s_0) = J_{1л} - J_{0л} + 2\lambda^2 (s_1 - s_0) = 1,25 - 1,20 + 2 \cdot 52,4 \cdot 0,2 = 20,95 \text{ м}^4.$$

Изменение метацентрической высоты:

$$\Delta h = h_1 - h_0 = \frac{20,95}{9000} + \frac{1000}{9000} (0,9 + 0,04 - 1,1 - 8) = \frac{20,95 - 8260}{9000} \approx -0,92 \text{ м},$$

т. е. метацентрическая высота уменьшилась на 0,92 м.

§ 6. Влияние жидкого груза на начальную остойчивость

Если на гидросамолете имеется жидкий груз, который при крене может переливаться (например, горючее в неполных баках), то такой груз вызывает уменьшение остойчивости. Определим величину этого уменьшения.

Допустим, что в крыле гидросамолета расположены баки *I* и *II* (рис. 55), уровень горючего в которых совпадает с линией *ab*. Для простоты будем считать, что размеры баков и количество горючего в них одинаково и что баки симметричны относительно диаметральной плоскости.

Когда гидросамолет наклонится на угол $\alpha\theta$, то уровень горючего примет положение *cd*, параллельное ватерлинии W_1L_1 . Переливание горючего в сторону наклона вызовет смещение центра тяжести горючего и, следовательно, центра тяжести всего гидросамолета из точки *G* в *G*₁.

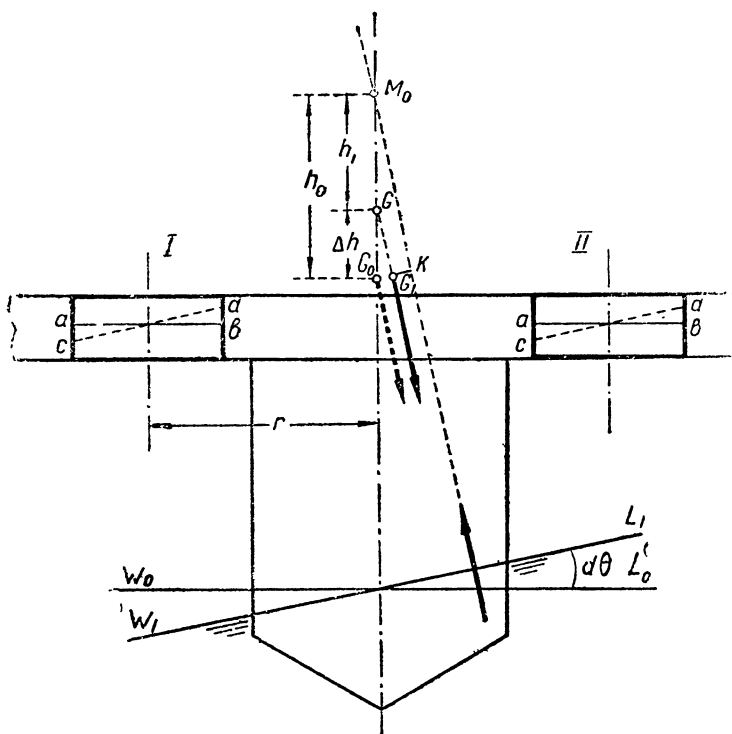


Рис. 55

Обозначим:

q — вес горючего в одном баке,

γ_1 — удельный вес горючего,

γ_0 — удельный вес воды,

$v = \frac{q}{\gamma_1}$ — объем горючего в баке,

J_0 — момент инерции площадей ватерлиний гидросамолета,

i — момент инерции площади свободной поверхности горючего относительно продольной оси, проходящей через центр тяжести горючего в баке,

f — плечо перемещения центра тяжести горючего в баке,

l — длину бака.

По теореме о моменте перемещения для нашего случая будем иметь:

$$Q \cdot GG_1 = 2fq,$$

откуда

$$GG_1 = \frac{2fq}{Q}.$$

Согласно формуле (8) § 2:

$$vf = \frac{2}{3} d\theta \int_0^l y^3 dx$$

или

$$qf = \gamma_1 i d\theta.$$

Таким образом

$$GG_1 = \frac{2\gamma_1 i d\theta}{Q} = \frac{2 \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_0} \right) i d\theta}{\left(\frac{Q}{V_0} \right)} = \frac{2\gamma_1 i d\theta}{V_0}, \quad (20)$$

где $\frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \gamma$ — относительный удельный вес горючего.

Новое восстанавливающее плечо равно:

$$\begin{aligned} G_1 K = GK - GG_1 &= (\rho_0 - a) d\theta - \frac{2\gamma_1 i d\theta}{V_0} = \left(\rho_0 - a - \frac{2\gamma_1 i}{V_0} \right) d\theta = \\ &= \left(\frac{J_0 - 2\gamma_1 i}{V_0} - a \right) d\theta. \end{aligned}$$

Выражение

$$\frac{J_0 - 2\gamma_1 i}{V_0} - a = h_1$$

представляет новое значение метацентрической высоты. Уменьшение метацентрической высоты оказывается равным:

$$\Delta h' = h_0 - h_1 = \frac{J_0}{V_0} - a - \left(\frac{J_0 - 2\gamma_1 i}{V_0} - a \right) = \frac{2\gamma_1 i}{V_0}. \quad (21)$$

Так как начальный метациентр M_0 сохраняет свое прежнее положение, то уменьшение метацентрической высоты можно рассматривать как фиктивное перемещение по вертикали вверх центра тяжести гидросамолета из точки G и G' .

В случае одного бака

$$\Delta h' = \gamma \frac{i}{V_0}. \quad (21')$$

Если число баков с горючим равно n , то

$$\Delta h' = \gamma \frac{ni}{V_0}. \quad (21'')$$

Очевидно, что с точки зрения сохранения остойчивости необходимо стремиться вместо одного широкого бака взять несколько узких или в широком баке поставить несколько продольных, непроницаемых для горючего, переборок. Обычно $\Delta h'$ незначительно.

Формулы (21) и (21'') имеют смысл, когда баки между собой не сообщаются, т. е. перепускной кран бензинопровода закрыт.

При свободном переливании горючего из одного бака в другой остойчивость может заметно уменьшиться. Для этого решим ту же самую задачу, предполагая, что горючее в баках I и II имеет свободное сообщение.

Тогда получим такую зависимость:

$$GG_1 \cdot Q = 2\gamma_1 (r^2\sigma + i) d\theta,$$

где $(r^2\sigma + i) d\theta$ — момент перемещения всего объема горючего, r — расстояние центра тяжести зеркала горючего в баке от диаметральной плоскости самолета, σ — площадь зеркала горючего в баке.

Плечо перемещения центра тяжести гидросамолета равно:

$$GG_1 = \frac{2\gamma_1 (r^2\sigma + i) d\theta}{Q} = \frac{2\gamma}{V_0} (r^2\sigma + i) d\theta.$$

Восстанавливающее плечо равно:

$$\begin{aligned} G_1K = GK - GG_1 &= (\rho_0 - a) d\theta - \frac{2\gamma}{V_0} (r^2\sigma + i) d\theta = \\ &= \left[\frac{J_0 - 2\gamma (r^2\sigma + i)}{V_0} - a \right] d\theta. \end{aligned}$$

Уменьшение метацентрической высоты получается равным:

$$\Delta h'' = \frac{2\gamma}{V_0} (r^2\sigma + i), \quad (22)$$

т. е. это уменьшение будет на $\frac{2\gamma}{V_0} r^2\sigma$ метров значительнее, чем в первом случае (21).

Пример. Найти уменьшение Δh для гидросамолета при следующих данных: $Q = 10 \text{ т}$, $J_0 = 93 \text{ м}^4$, $a = 1,8 \text{ м}$, $h_0 = 7,5 \text{ м}$, $r = 3 \text{ м}$, $\sigma = 1,2 \text{ м}^2$, $i = 0,1 \text{ м}^4$, $\gamma = 0,7$.

Для случая, когда перепускной кран закрыт, по формуле (21) имеем:

$$\Delta h' = \frac{2\gamma i}{V_0} = \frac{2 \cdot 0,7 \cdot 0,1}{10} = 0,014 \text{ м},$$

т. е. влиянием горючего на остойчивость можно пренебречь.

Когда же баки между собой сообщаются, то

$$\Delta h'' = \frac{2\gamma}{V_0} (r^2\sigma + i) = \frac{2 \cdot 0,7}{10} \cdot (9 \cdot 1,2 + 0,1) = 1,52 \text{ м}$$

и относительное уменьшение метацентрической высоты

$$\delta = \frac{\Delta h''}{h_0} \cdot 100 = \frac{1,52}{7,5} \cdot 100 = 20,3\%.$$

§ 7. Поперечная остойчивость на больших углах крена. Плечо остойчивости формы и плечо остойчивости веса. Общее условие остойчивости

Большим углом крена по кораблестроительной терминологии называется любой угол, для которого метацентрическая высота гидросамолета

$$h^{(e)} \neq \text{const},$$

т. е. для которого метацентрическая формула (17) не имеет места.

Так например, в лодках с опорными поплавками „большим углом“ может явиться любой угол $\theta \neq 0^\circ$.

В § 4 было указано, что применение формулы (17) ограничивается условием постоянства величины площади грузовой ватерлинии поплавков и независимости этой площади от угла крена.¹ В общем случае площади грузовых ватерлиний поплавков при накренивании гидросамолета будут изменяться и могут даже дойти до нуля (при полном погружении или выходе поплавок из воды).

Таким образом для заданного типа гидросамолета и заданном водоизмещении восстанавливающее плечо p уже не будет выражаться простой зависимостью (16):

$$p = h_0^{(0)} \sin \theta,$$

а представит собой более сложную функцию:

$$p = \psi(\theta), \quad (23)$$

причем восстанавливающий момент будет:

$$M_D = D \cdot \psi(\theta) = f(\theta). \quad (24)$$

Пусть момент внешних сил (кренящий момент) дан уравнением:

$$M_b = F(\theta). \quad (25)$$

Значения углов крена, при которых может иметь место равновесие, найдутся из уравнения:

$$f(\theta) - F(\theta) = 0, \quad (26)$$

условие же устойчивости равновесия для какого-либо из этих углов θ_1 определится неравенством:

$$\frac{dM_b}{d\theta_1} < \frac{dM_D}{d\theta_1}$$

или

$$\frac{dM_b}{d\theta_1} - \frac{dM_D}{d\theta_1} < 0, \quad (27)$$

показывающим, что для сохранения устойчивости равновесия при угле θ_1 необходимо, чтобы восстанавливающий момент возрастал по углу быстрее, нежели момент кренящий при том же самом значении угла.

В частном случае, когда момент внешних сил постоянен, условие (27) принимает вид:

$$\frac{dM_D}{d\theta_1} > 0. \quad (28)$$

Выясним геометрический смысл этой производной. Найдем прежде всего зависимость восстанавливающего плеча от угла крена $p = \psi(\theta)$.

¹ Влиянием момента инерции площади Г. В. Л. лодки J_x пренебрегаем.

Положим, что гидросамолет находится в равновесии и имеет угол крена θ_1 (рис. 56). Величину плеча p_1 легко определить, если известны координаты y_1 и z_1 центра величины C_1 , соответствующего углу θ_1 .

Расположим начало координат в точке C_0 (начальное положение центра величины) и проведем оси следующим образом: ось Y расположим параллельно начальной грузовой ватерлинии, тогда ось Z будет лежать в диаметральной плоскости гидросамолета; направление осей показано на рис. 56.

Плечо

$$p_1 = GK_1 = C_0H_1 - a \sin \theta_1 = y_1 \cos \theta_1 + z_1 \sin \theta_1 - a \sin \theta_1. \quad (29)$$

Выражение

$$C_0H_1 = y_1 \cos \theta_1 + z_1 \sin \theta_1 \quad (30)$$

называется *плечом остойчивости формы*, а произведение

$$a \sin \theta_1 = C_0E \quad (31)$$

называется *плечом остойчивости веса*.

Положение метacentра для любого угла отклонения находится тем же способом, который был применен при изучении начальной остойчивости. Метacentр M_1 будет центром кривизны траектории центра величины C_0C_1 в точке C_1 ,

а метacentрический радиус ρ_1 — радиусом кривизны в той же точке, причем по аналогии с предыдущим:

$$\rho_1 = \frac{J_1}{V_0}, \quad (32)$$

где J_1 — момент инерции площади действующей ватерлинии, относительно продольной оси, проходящей через центр тяжести этой площади.

При большом угле крена метacentр в общем случае не будет лежать в диаметральной плоскости.

Бесконечно-малое отклонение $d\theta$ от положения равновесия вызовет перемещение C_1 в C_1' (рис. 57), причем координаты y_1 и z_1 получат бесконечно-малые приращения:

$$\left. \begin{aligned} dy_1 &= \rho_1 \cos \theta_1 d\theta \\ dz_1 &= \rho_1 \sin \theta_1 d\theta \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Интегрированием выражений (33) находим y_1 и z_1 :

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \int_0^{\theta_1} \rho \cos \theta d\theta \\ z_1 &= \int_0^{\theta_1} \rho \sin \theta d\theta \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

На основании формулы (30) восстанавливающий момент оказывается:

$$M_1 = D(y_1 \cos \theta_1 + z_1 \sin \theta_1 - a \sin \theta_1), \quad (24')$$

и производная при частном значении $\theta = \theta_1$ равна:

$$\frac{dM_1}{d\theta_1} = D \left(\frac{dy_1}{d\theta_1} \cos \theta_1 - y_1 \sin \theta_1 + \frac{dz_1}{d\theta_1} \sin \theta_1 + z_1 \cos \theta_1 - a \cos \theta_1 \right).$$

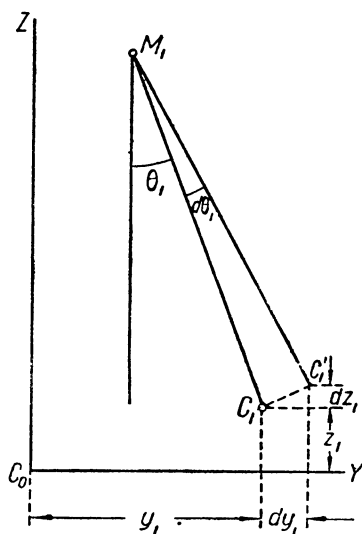


Рис. 57

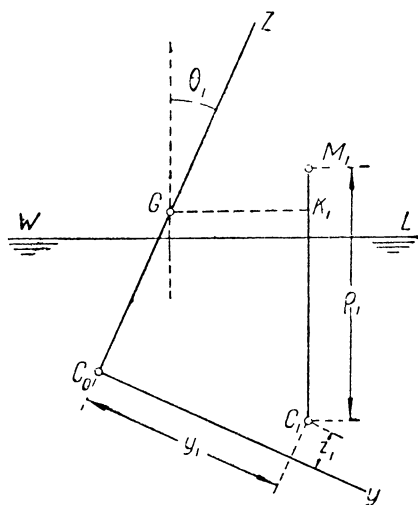


Рис. 58

Замечая, что (по 33)

$$\frac{dy_1}{d\theta_1} = \rho_1 \cos \theta_1, \quad \frac{dz_1}{d\theta_1} = \rho_1 \sin \theta_1,$$

после преобразований получим:

$$\frac{dM_1}{d\theta_1} = D \left[\rho_1 - (y_1 \sin \theta_1 - z_1 \cos \theta_1 + a \cos \theta_1) \right].$$

Выражение в скобках представляет собой расстояние от метacentра M_1 до проекции K_1 центра тяжести гидросамолета на вертикаль $C_1 M_1$ (рис. 58) и может рассматриваться как метacentрическая высота h_1 . Следовательно, условие остойчивости (28) равносильно условию:

$$Dh_1 > 0$$

или

$$h_1 > 0, \quad (35)$$

т. е. для рассмотренного случая гидросамолет будет остойчив, если метацентр лежит выше проекции центра тяжести гидросамолета на направление соответствующего метacentрического радиуса.

§ 8. Диаграмма Рида и ее построение для летающих лодок

Исследование остойчивости гидросамолета даже при постоянном значении момента внешних сил может быть произведено лишь тогда, когда функция

$$p = \psi(\theta)$$

известна. Однако в практике проектирования аналитическое отыскание $\psi(\theta)$ представляет чрезвычайные трудности; эту функцию при-

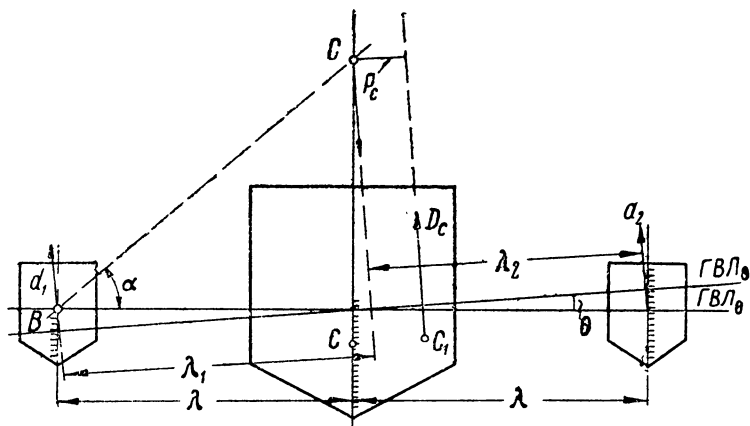


Рис. 59. Схема расположения действующих сил при крене в случае лодки с водоизмещающими поплавками

ходится находить приближенным путем и давать ее в виде диаграммы.

Диаграмма, отвечающая уравнению (23) или (24), носит название *диаграммы Рида* (главного инженера английского флота XIX столетия). Ниже изложено построение этой диаграммы для основных типов гидросамолетов.

I. Летающая лодка с водоизмещающими поплавками. На осях лодки и поплавков, пользуясь грузовым размером, наносят шкалу водоизмещения и проводят начальную грузовую ватерлинию (рис. 59). Для удобства вычислений рекомендуется на этой шкале наносить отметки в круглых числах (например, через каждые 50, 100 или 200 кг в зависимости от размеров гидросамолета). Далее пробивают ватерлинии через каждый 2—3° так, чтобы всегда было выполнено условие:

$$D_c = D_{\pi} + d_1 + d_2 = \text{const}, \quad (36)$$

где D_c — водоизмещение самолета,
 D_{π} — „ лодки,

d_1 — водоизмещение выходящего из воды поплавка,
 d_2 — „ входящего в воду поплавка.

Предельным углом крена θ_3 гидросамолета следует считать угол, при котором нижнее крыло касается поверхности воды. Этот угол обычно не превышает 20° . Таким образом число наклонных ватерлиний колеблется в среднем от 5 до 10.

Промежуточные ватерлинии проводятся с таким расчетом, чтобы одна из них была касательной к палубе входящего в воду поплавка; тогда соответствующий этой ватерлинии угол крена θ_2 будет лежать в области максимального восстанавливающего момента. Углы крена отсчитываются по тангенсу прямо с чертежа. Вычислять $\operatorname{tg} \theta$ удобно по формуле:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{k_1 + k_2}{2\lambda}, \quad (37)$$

где k_1 — абсолютное расстояние точки пересечения действующей ватерлинии с осью первого поплавка от начальной ватерлинии W_0L_0 , k_2 — то же относительно второго поплавка, 2λ — расстояние между осями поплавков.

Величины k_1 , k_2 и 2λ удобно брать прямо в масштабе чертежа.

Восстанавливающий момент гидросамолета M_D складывается из суммы моментов $M_{\text{л}}$ водоизмещения лодки и подкрыльных поплавков $M_{\text{п}}$. Момент первого поплавка и, как правило, момент лодки будут отрицательны, так как имеют направление в сторону накренения; момент же второго поплавка — положительный.

$$M_D = D_c p = M_{\pi_2} - M_{\pi_1} - M_{\pi} = d_2 \lambda_2 - d_1 \lambda_1 - D_{\pi} h_{\pi} \sin \theta. \quad (38)$$

Введем допущение, что силы d_1 и d_2 для всех углов крена приложены в точке B пересечения оси поплавков с ватерлинией W_0L_0 и что метацентрическая высота лодки $h_{\text{л}} = \text{const}$. Такое допущение внесет незначительную ошибку в вычисления, но зато их сильно упростит; водоизмещения $D_{\text{л}}$, d_1 и d_2 отсчитываются непосредственно по шкале грузового размера, а плечи поплавков λ_1 и λ_2 берутся или с чертежа, или вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= A \cos(\alpha - \theta), \\ \lambda_2 &= A \cos(\alpha + \theta),\end{aligned}\quad (39)$$

где $A = BG$ есть расстояние от точки B до центра тяжести гидросамолета G , $\alpha = \text{const}$ есть угол между прямой BG и W_0L_0 .

Найденные по формуле (38) моменты для n углов наклонов дадут n точек. Все вычисления укладываются в табл. 21.

Диаграмма Рида для гидросамолета с водоизмещающими поплавками дана на рис. 60. На этом же чертеже в отдельности нанесены моменты поплавков и моменты лодки.

Первый участок диаграммы от $\theta = 0$ до угла $\theta = \theta_1$, соответствующего выходу из воды первого поплавка, идет почти прямолинейно; это есть тот участок, на котором формула остойчивости (17) еще может удовлетворять кривой (24). При угле θ_2 второй попла-

вок целиком погружается в воду. Угол θ_3 есть угол касания крыла поверхности воды.

Отметим на диаграмме Рида еще один угол θ_4 : он соответствует нулевому значению восстанавливающего момента. В гидросамо-

ТАБЛИЦА 21

k_1	k_2	$\operatorname{tg} \theta$	θ°	Водоизмещения			Плечи остоичности			Моменты водоизмещения			M_D
				d_1	d_2	D_{π}	λ_1	λ_2	$h_{\pi} \sin \theta$	$d_1 \lambda_1$	$d_2 \lambda_2$	$D_{\pi} h_{\pi} \sin \theta$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

летах этот угол обычно всегда больше чем θ_3 и в гидроавиации интереса не представляет.

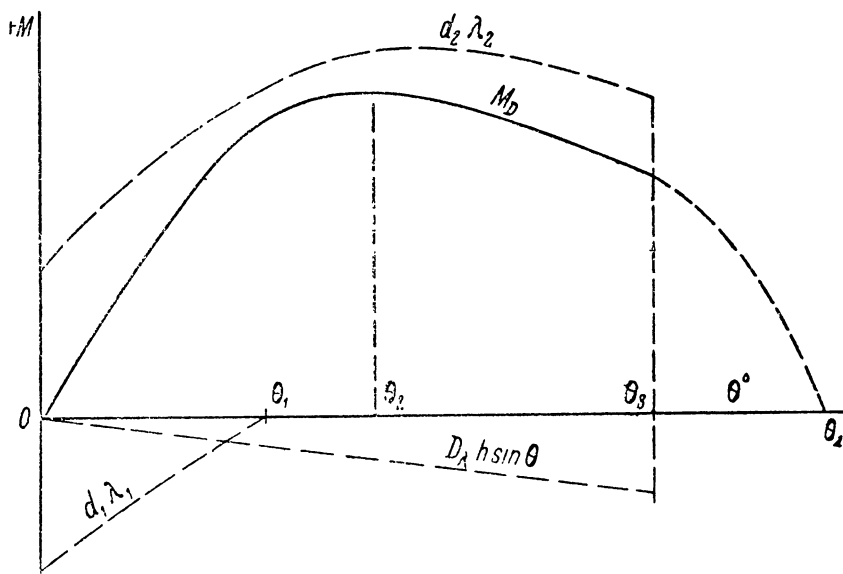


Рис. 60. Диаграмма поперечной остоичивости (диаграмма Рида) для летающей лодки с водоизмещающими поплавками

Производная $\frac{dM_D}{d\theta} = \operatorname{tg} \beta$ определяет тангенс угла β наклона касательной к диаграмме. Но с другой стороны $^1 \frac{dM_D}{d\theta} = Dh$, откуда находим:

$$h = \frac{1}{D} \operatorname{tg} \beta, \quad (40)$$

¹ Имеем в виду, что $h = \rho - (y \sin \theta - z \cos \theta + a \cos \theta)$

т. е. тангенс угла наклона касательной диаграммы Риды пропорционален расстоянию h от проекции центра тяжести гидросамолета на вертикаль (точка K_1 рис. 58) до соответствующего метацентра M . В частном случае, для прямого положения равновесия, будем иметь:

$$h_0 = \frac{1}{D} \operatorname{tg} \beta_0, \quad (40')$$

т. е. тангенс угла наклона касательной, проходящей через начало координат, пропорционален начальной метацентрической высоте h_0 .

В § 7 было выведено условие устойчивости равновесия: $h > 0$. Со-

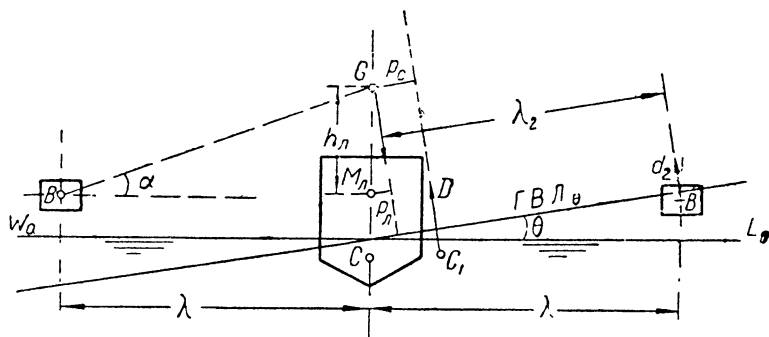


Рис. 61. Схема расположения действующих сил при крене в случае летающей лодки с опорными поплавками

поставляя это условие с выражением (40), находим, что устойчивость равновесия обеспечивается положительным тангенсом β : $\operatorname{tg} \beta > 0$; следовательно устойчивость равновесия гидросамолета обеспечивается лишь на восходящем участке диаграммы Риды.

II. Летающая лодка с опорными поплавками. У гидросамолетов этого типа подкрыльные поплавки располагаются под крайними стойками коробки крыльев и за счет увеличения плеча λ имеют объем, относительно объема погруженной части лодки значительно меньший, чем у гидросамолетов, выше рассмотренных.

На рис. 61 изображен лодочный гидросамолет с опорными поплавками. При прямом положении поплавки или слегка касаются воды или приподняты над $W_0 L_0$ так, что между ними и водой образуется просвет.

Прямое положение равновесия здесь неустойчиво: гидросамолет завалится на борт и будет плавать, опираясь на один из поплавков и имея начальный угол крена θ_0 .

Диаграмма Риды строится тем же способом, как и в предыдущем случае. Для вычислений служит прежняя табл. 21, в которой только не заполняются графы 5, 8 и 11.

Точку B , лежащую в центре тяжести полного объема поплавка,¹ принимают за точку приложения силы d_2 давления воды.

Формула для момента M_D здесь упростится:

$$M_D = d_2 \lambda_2 - D_x h_x \sin \theta. \quad (38')$$

¹ Эту точку иногда считают расположенной по середине высоты поплавка.

Диаграмма имеет вид, показанный на рис. 62. Все обозначения оставлены прежними; θ' — угол, соответствующий началу погружения поплавка. Пересечение диаграммы с осью углов определяет начальный угол крена θ_0 .

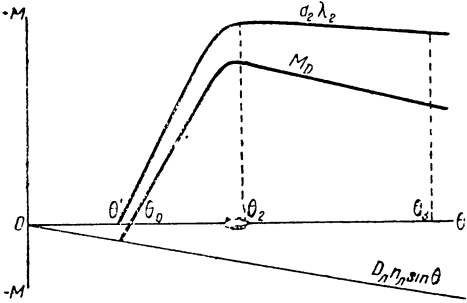


Рис. 62. Диаграмма поперечной остойчивости (диаграмма Риды) для летающей лодки с опорными поплавками

III. Лодка с плавниками (тип Дорнье). В вопросе о поперечной остойчивости плавники можно рассматривать как уширенные поплавки, плотно соприкасающиеся с бортами лодки. Таким образом лодка с плавниками представляет полную аналогию лодки с поплавками.

В целях уточнения вычисления восстанавливающих моментов M_D каждый плавник разбивается секущими плоскостями,

параллельными диаметральной плоскости лодки, на 3—4 отсека (рис. 63) и для каждого отсека строится отдельно шкала водоизмещения. Весь дальнейший расчет производится в прежнем порядке и сведен в табл. 22.

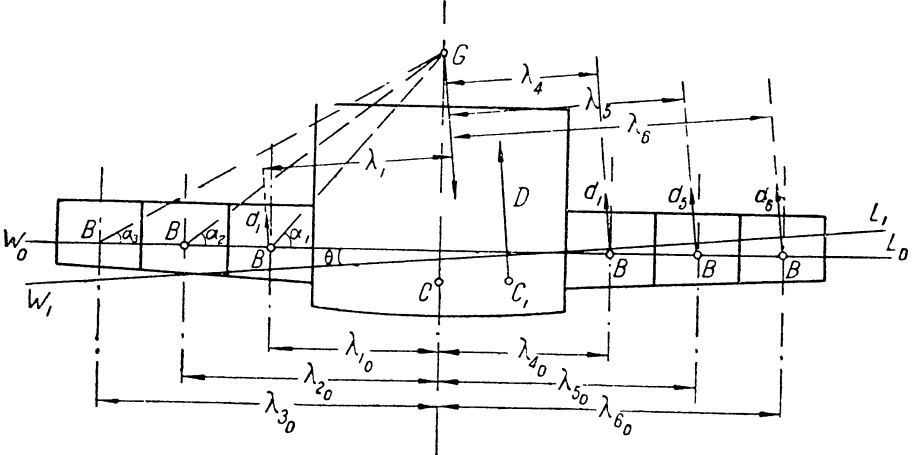


Рис. 63. Схема расположения действующих сил при крене в случае лодки с плавниками

ТАБ

k_1	k_2	$\text{tg } \theta$	θ°	Водоизмещения							Плечи	
				d_1	d_2	d_3	$D_{\text{л}}$	d_4	d_5	d_6	λ_1	λ_2

§ 9. Диаграмма Рида для двухпоплавковых гидросамолетов

Диаграмма Рида для двухпоплавковых гидросамолетов строится тем же способом, который был дан в § 8.

На рис. 64 изображена схема расположения поплавков с сохранением прежних обозначений, а в табл. 23 (стр. 90) дана форма расчета.

Момент вычисляется по формуле:

$$M_D = d_2 \lambda_2 - d_1 \lambda_1. \quad (38'')$$

Диаграмма Рида построена для двух вариантов: для гидросамолета с запасом плавучести $k > 100\%$ и для того же гидросамолета с запасом плавучести $k < 100\%$.

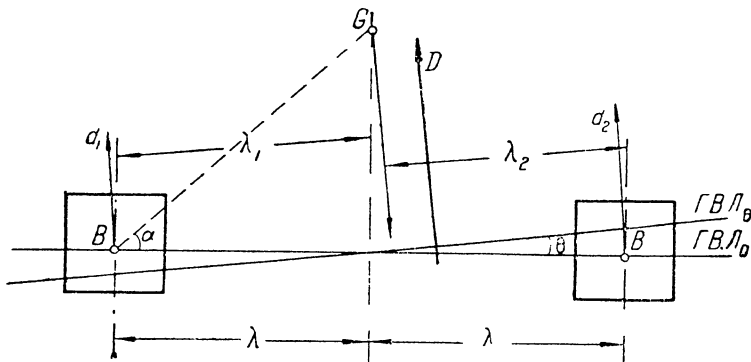


Рис. 64. Схема расположения действующих сил при крене в случае двухпоплавкового гидросамолета

Положение центра тяжести, величина λ и начальная форма погруженной части поплавков в обоих вариантах взяты одинаковыми.

Сравнение кривых $M_D = f(\theta)$ указывает на преимущество второго варианта (рис. 65). При $k > 100\%$ возрастает максимальное значение восстанавливающего момента, увеличиваются углы θ_2 и θ_3 , а также быстрее уменьшается опрокидывающий момент первого поплавка.

Если $k < 100\%$, то при полном погружении одного поплавка другой из воды никогда не выйдет, т. е. опрокидывающий момент по-

ЛИЦА 22

Остойчивости					Восстанавливающие моменты							M_D
λ_3	$h_{\pi} \sin \theta$	λ_4	λ_5	λ_6	$d_1 \lambda_1$	$d_2 \lambda_2$	$d_3 \lambda_3$	$D_{\pi} h_{\pi} \sin \theta$	$d_4 \lambda_4$	$d_5 \lambda_5$	$d_6 \lambda_6$	

следнего никогда не будет равен нулю (рис. 66). В этом случае диск винта всегда может близко подойти к поверхности воды

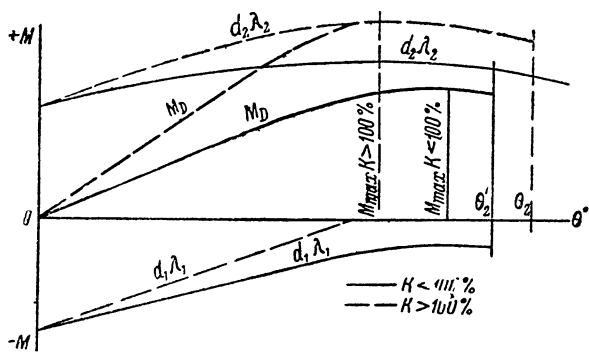


Рис. 65. Диаграммы поперечной остойчивости (диаграммы Рида) для двухпоплавкового гидросамолета при различных запасах плавучести поплавков

или даже пересечь ее, что совершенно недопустимо. Полная потеря плавучести поплавок повлечет за собой гибель всего аппа-

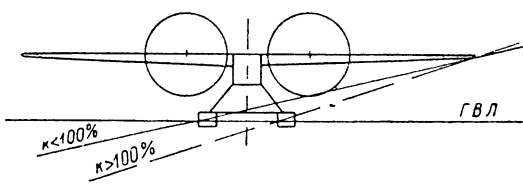


Рис. 66. Схема погружения двухпоплавкового гидросамолета при крене при различных запасах плавучести

рата, который пойдет ко дну. Во избежание указанных недостатков поплавки с малым запасом плавучести должны иметь повышенное число водонепроницаемых переборок.

ТАБЛИЦА 23

k_1	k_2	$\text{tg } \theta$	θ°	d_1	d_2	λ_1	λ_2	$d_1\lambda_1$	$d_2\lambda_2$	M_D

§ 10. Равновесие при крене и динамическая остойчивость

Когда задан момент внешних сил

$$M_B = F(\theta),$$

диаграмма Рида позволяет решить вопрос об углах равновесия гидросамолета при крене. Эти углы, являясь корнями уравнения (26), графически представляют собой абсциссы точек пересечения θ_a и θ_b кривой $F(\theta)$ с диаграммой Рида (рис. 67). Устойчивость равновесия при крене определяется условием (27):

$$\frac{dM_B}{d\theta} < \frac{dM_D}{d\theta},$$

которое показывает, что равновесие гидросамолета при угле крена θ_a является устойчивым и при угле θ_b — неустойчивым. Действительно, если вывести гидросамолет из последнего положения θ_b ,

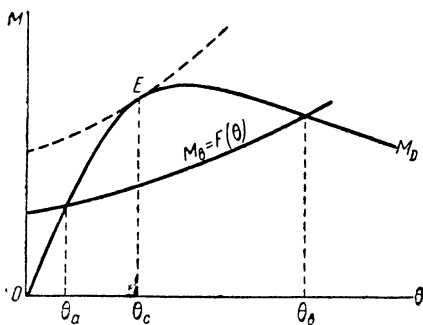


Рис. 67. Диаграмма Рида с нанесенной на ней кривой моментов ветра

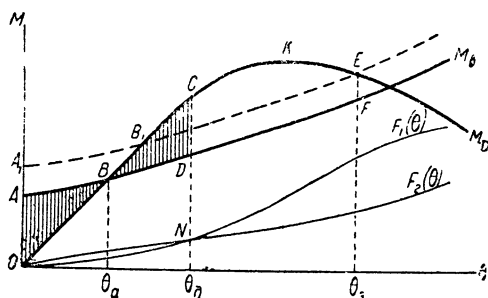


Рис. 68. Диаграмма Рида и кривая динамической остойчивости

увеличив угол крена, то кренящий момент M_b будет больше момента восстанавливающего, и гидросамолет опрокинется. Отклонение же гидросамолета от положения равновесия при угле θ_a в любую сторону приведет к тому, что он при действии только кренящего момента будет стремиться к своему начальному положению θ_a .

Предел устойчивости статического равновесия определяется углом θ_c , соответствующим точке E касания кривой кренящего момента к диаграмме Рида.

В этом случае

$$\theta_c = \theta_a = \theta_b.$$

Очевидно, что в пределе получается равновесие неустойчивое, так как неравенство (27) не имеет места при положительном приращении θ .

Таким образом, статическая устойчивость равновесия лежит в пределах тех углов крена, которые ограничивают восходящую ветвь диаграммы Рида, причем верхний предел соответствует углу $\theta = \theta_c$.

При действии постоянного кренящего момента, удерживающего самолет в наклонном положении, его остойчивость определяется частью диаграммы Риды, лежащей выше кривой $M_{\text{в}}$.

Положим теперь, что на гидросамолет действует внезапно приложенный момент внешних сил $M_{\text{в}}$ (рис. 68).

На малых углах крена, до точки B , кренящий момент $M_{\text{в}}$ будет превышать момент восстанавливающий и самолет начнет приобретать крен с возрастающей угловой скоростью. Дойдя до точки B , оба момента взаимно уравновесятся. Эта точка соответствует углу θ_a статического равновесия гидросамолета в наклонном положении. Гидросамолет, имеющий в точке B определенную угловую скорость (т. е. определенную живую силу вращения), будет продолжать крениться до угла θ_a , при котором избыток работы кренящего момента не поглотится избытком работы момента восстанавливающего. Элементарная работа dP_D момента восстанавливающей пары равна:

$$dP_D = M_D d\theta = f(\theta) d\theta, \quad (41)$$

а вся работа равна:

$$P_D = \int_0^{\theta} f(\theta) d\theta \quad (42)$$

и называется *динамической остойчивостью* гидросамолета.

Как видно из формулы (42), эта работа выражается площадью, ограниченной диаграммой Риды, осью абсцисс и ординатами, соответствующими абсциссам 0 и θ . Для нахождения угла динамического равновесия θ_a необходимо приравнять положительные и отрицательные избыточные работы, т. е. положить:

$$\text{пл. } BCD - \text{пл. } OAB = 0 \quad (43)$$

или

$$(\text{пл. } BCD + \text{пл. } OBD\theta_a) - (\text{пл. } OAB + \text{пл. } OBD\theta_a) = 0.$$

Сумма в первых скобках представляет полную работу восстанавливающего момента P_D , а во вторых — полную работу момента внешних сил $P_{\text{в}}$; уравнение (43) можно следовательно заменить уравнением:

$$P_D - P_{\text{в}} = 0$$

или

$$P_D = P_{\text{в}}. \quad (44)$$

Но

$$P_D = \int_0^{\theta} f(\theta) d\theta = F_1(\theta)$$

представляет собой интегральную кривую по отношению к диаграмме Риды. Эта кривая $F_1(\theta)$ называется диаграммой динамической остойчивости.

Точно так же

$$P_{\text{в}} = \int_0^{\theta} F(\theta) d\theta = F_2(\theta)$$

является интегральной кривой уравнения моментов внешних сил:

$$M_{\text{в}} = F(\theta).$$

Ординаты обеих кривых $F_1(\theta)$ и $F_2(\theta)$ представляют работы восстанавливающего и кренящего моментов. Решение уравнения

$$F_1(\theta) - F_2(\theta) = 0$$

определит угол θ_a . Графически этот угол определяется как абсцисса точки N взаимного пересечения интегральных кривых. На малых углах крена, там, где моменты действующих на гидросамолет сил изменяются почти линейно, криволинейные треугольники OAB и BCD превращаются в прямолинейные; следовательно в этом случае динамический угол крена вдвое больше статического:

$$\theta_a = 2\theta_{\text{ст}},$$

в остальных случаях

$$\theta_a > 2\theta_{\text{ст}}.$$

Площадь $BCEFD$ выражает запас динамической остойчивости. Для суждения об этом запасе последний берут в % от площади OAB и называют относительным запасом динамической остойчивости:

$$A = \frac{\text{пл. } BCEFD}{\text{пл. } OAB} \cdot 100. \quad (45)$$

Увеличение момента внешних сил, т. е. смещение кривой

$$M_{\text{в}} = F(\theta)$$

вверх, одновременно с увеличением углов $\theta_{\text{ст}}$ и θ_a , понижает величину A . Очевидно, что в предельном случае, когда динамический угол крена θ_a будет равен тому углу крена гидросамолета $\theta_{\text{ст}}$, при котором его крыло входит в воду, пл. $OA_1B_1 = \text{пл. } B_1KE$, т. е. $\theta_a = \theta_{\text{ст}}$ и $A = 100\%$. Дальнейшее повышение кривой $M_{\text{в}}$ приведет к тому, что в случае внезапно приложенного момента избыточная отрицательная работа будет больше работы положительной:

$$\text{пл. } OAB > \text{пл. } BEF$$

и гидросамолет погрузится крылом в воду. В двухпоплавковых и особенно в двухлодочных аппаратах запас динамической остойчивости обычно всегда достаточный; в летающих лодках этот запас меньше. Если величина A не дается техническими условиями, рекомендуется брать

$$A > 130\%.$$

Работу восстанавливающего момента можно представить в таком виде:

$$P_D = \int_0^{\theta_1} M_D d\theta = D \int_0^{\theta_1} (y \cos \theta + z \sin \theta - a \sin \theta) d\theta. \quad (46)$$

Интеграл (46) выражает некоторую линейную величину, именуемую *плечом динамической остойчивости*. Выясним геометрический смысл этого интеграла.

$$\begin{aligned} \int_0^{\theta_1} (y \cos \theta + z \sin \theta - a \sin \theta) d\theta &= \int_0^{\theta_1} y \cos \theta d\theta + \\ &+ \int_0^{\theta_1} z \sin \theta d\theta - a \int_0^{\theta_1} \sin \theta d\theta = I_1 + I_2 - I_3; \end{aligned}$$

I_1 и I_2 берем по частям:

$$I_1 = \int_0^{\theta_1} y \cos \theta d\theta = \left| y \sin \theta \right|_0^{\theta_1} - \int_0^{\theta_1} y' \sin \theta d\theta = y_1 \sin \theta_1 - \int_0^{\theta_1} \rho \cos \theta \sin \theta d\theta,$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_0^{\theta_1} z \sin \theta d\theta = - \left| z \cos \theta \right|_0^{\theta_1} + \int_0^{\theta_1} z' \cos \theta d\theta = \\ &= -z_1 \cos \theta_1 + \int_0^{\theta_1} \rho \cos \theta \sin \theta d\theta; \end{aligned}$$

что же касается I_3 , то

$$I_3 = a \int_0^{\theta_1} \sin \theta d\theta = a (1 - \cos \theta_1).$$

Следовательно

$$I_1 + I_2 - I_3 = y_1 \sin \theta_1 - z_1 \cos \theta_1 - a (1 - \cos \theta_1). \quad (47)$$

Обозначая, как и раньше, начальное возвышение центра тяжести через a , вычислим новое возвышение a_1 для угла крена θ_1 . Это возвышение будет равно расстоянию от центра величины C_1 до точки K_1 проекции центра тяжести на вертикаль K_1C_1 (рис. 69):

$$a_1 = K_1C_1.$$

Проектируя ломаную GC_0NC_1 на направление K_1C_1 , получаем:

$$KC_1 = a \cos \theta_1 + y_1 \sin \theta_1 - z_1 \cos \theta_1.$$

Относительное смещение по вертикали точек G и C_1 для данного угла θ_1 получается:

$$\Delta a = a_1 - a = y_1 \sin \theta_1 - z_1 \cos \theta_1 - a (1 - \cos \theta_1),$$

т. е. равно плечу динамической остойчивости (47).

§ 11. Числовые данные о величине кренящих моментов ветра для основных типов гидросамолетов

Для расчета поперечной остойчивости, связанной с определением углов θ_a и θ_d , требуется, как мы видели, построить диаграмму Рида и диаграмму моментов внешних сил. Метод построения первой диаграммы дан в § 8 и 9; что же касается диаграммы $M_b = F(\theta)$, то она будет зависеть не только от формы надводной части гидросамолета, но и от характера заданных внешних условий, в которых этот гидросамолет находится. Кренящий момент, например, может быть создан силой натяжения буксирного троса, когда последний не совпадает с диаметральной плоскостью гидросамолета. Наиболее важным случаем проявления кренящего момента является действие бокового ветра, который кладется в основу проверки поперечной остойчивости.

Действие бокового ветра на плавающий гидросамолет порождает: 1) горизонтальное перемещение гидросамолета (дрейф) в некотором направлении, вообще говоря, не совпадающем ни с диаметральной плоскостью машины, ни с направлением ветра и зависящем от типа гидросамолета, направления ветра, скорости течения и пр.; следствием этого перемещения является возникновение силы сопротивления воды; 2) вертикальное перемещение; 3) поворот гидросамолета относительно некоторой оси под влиянием момента ветра до угла, при котором этот момент уравновешивается силами воздействия воды на лодку, поплавки, жабры и т. п.

Скорость поступательного смещения (случай первый и второй) незначительна и почти не меняет общей картины воздействия потока воздуха на гидросамолет.

Третий, наиболее интересный фактор — момент сил от ветра — определяется: а) типом гидросамолета, б) углом его наклона, с) углом ψ между направлением ветра в горизонтальной плоскости и осью симметрии гидросамолета, d) рельефом поверхности воды, е) положением гидросамолета относительно этой поверхности, f) осадкой.

Этот момент выражается принятой в аэродинамике формулой:

$$M_b = M_{RW} = K_{RW} \rho S u^2 B, \quad (48)$$

где K_{RW} — некоторый безразмерный коэффициент, ρ — массовая плотность воздуха, S — площадь несущих поверхностей, B — наибольший размах крыльев, u — скорость ветра.

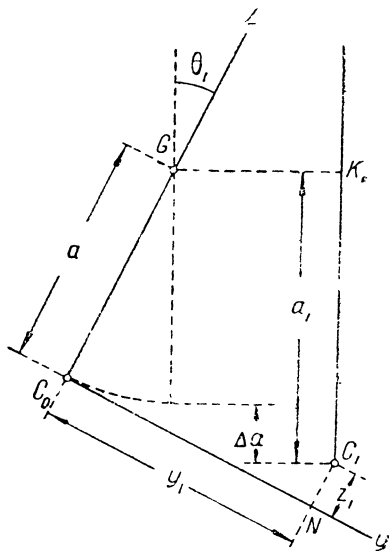


Рис. 69

Знаки углов и моментов даны на рис. 70.

Учет всех внешних условий дает столь много вариантов, что необходимо выбирать те из них, которые, с одной стороны, могут чаще встретиться в эксплуатации гидросамолета, а с другой — дать наибольший эффект в смысле величины кренящего момента.

Рассмотрим прежде всего направление ветра в горизонтальной плоскости. Поворот гидросамолета вокруг некоторой оси можно разложить на его составляющие по осям: относительно продольной оси (крен θ), поперечной (диферент φ) и оси вертикальной (ψ). Изменение диферента практически мало влияет на вращение гидросамолета вокруг продольной оси, и следовательно наибольшие опрокидывающие моменты ветра должны, казалось бы, отвечать случаю, когда направление ветра перпендикулярно к продольной оси гидросамолета ($\psi = 90^\circ$), так как в этом случае и боковая поверхность (лодка, вертикальное оперение, капоты моторов и пр.)

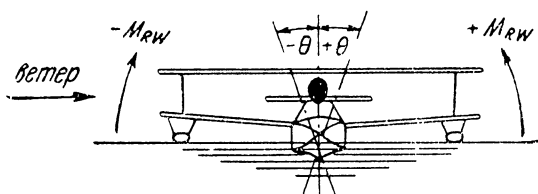


Рис. 70. Знаки углов и моментов при боковой продувке модели

наибольшая, и плечо аэродинамических сил на крыло также наибольшее.

Высказанное предположение подтверждается экспериментальными исследованиями, в частности работами инж. В. П. Горского,¹ дающими результаты проду-

вок гидросамолета лодочного типа (полутороплан), несколько напоминающего „Дорнье-Валь“.

На рис. 71 приведена диаграмма:

$$K_{RW} = \Phi(\theta),$$

содержащая три кривые для ψ равного 45° , 90° и 225° .

Из этих кривых видно, что в зоне положительных углов крена кривые для $\psi = 45^\circ$ и $\psi = 225^\circ$ дают меньшие значения K_{RW} , чем для $\psi = 90^\circ$. Так как кроме наибольшего значения K_{RW} , кривая $\psi = 90^\circ$ дает и наивысшее значение производной

$$\frac{\partial K_{RW}}{\partial \theta},$$

то этот случай чисто боковой обдувки и является расчетным.

Из фиг. 71 видно, как сильно зависит величина опрокидывающего момента от угла крена, т. е. от угла, под которым близкие к поверхности воды слои воздуха подтекают под крыло. Так как эти слои движутся в районе поверхности воды, следуя ее форме, то для одного и того же угла крена угол подтекания под крыло будет зависеть, например, от того, находится ли гидросамолет на спокойной воде или на гребне волны, причем в последнем случае опрокидывающий момент ветра будет очевидно больше; в анало-

¹ В. П. Горский, О боковой обдувке гидросамолета. ЦАГИ, Техника воздушного флота, № 3, 1928, стр. 493.

гичном, если не в еще более тяжелом, положении может оказаться гидросамолет, расположенный на подветренном склоне волны. Оба эти случая, весьма возможные в эксплуатации гидросамолетов (например, при вынужденной посадке в открытом море), имеют суще-

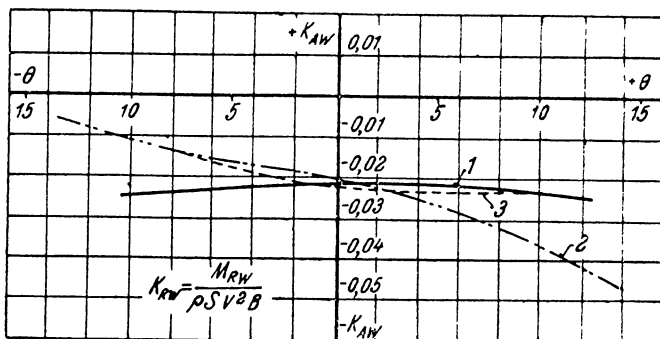


Рис. 71. Кривые $K_{RW} = \Phi(\theta)$

1 — продувка при $\psi = 45^\circ$; 2 — продувка при $\psi = 90^\circ$; 3 — продувка при $\psi = 225^\circ$ (экран касается редана, модель без поплавков)

ственный интерес и должны быть учтены в расчете поперечной остойчивости.

Что касается наиболее опасной в смысле величины опрокидывающего момента ориентации гидросамолета относительно гребней

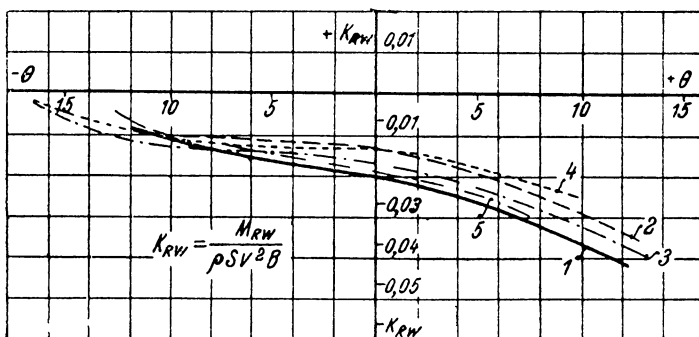


Рис. 72. Кривые для различных взаимных положений модели гидросамолета и макета плоской поверхности воды

1 — экран касается редана; 2 — экран на расстоянии 150 мм от редана; 3 — экран на расстоянии 50 мм от редана; 4 — экран удален на бесконечность (без экрана); 5 — лодка погружена в экран по Г. В. Л. (поток перпендикулярен к плоскости симметрии самолета; модель без поплавков)

волн, то здесь наиболее опасным является положение, когда ось самолета параллельна гребням волн и нормальна к скорости ветра. Необходимо отметить, что большой угол крена вызывает смещение и поворот главных осей инерции площадей грузовых ватерлиний; этот угол, однако, невелик и его величиной часто можно пренебречь.

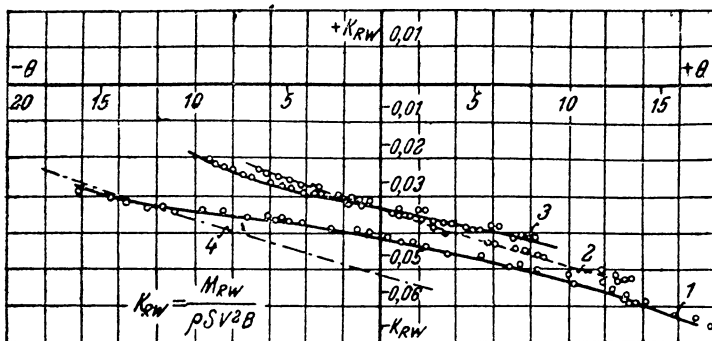


Рис. 73. Гидросамолет Хендлей-Пейдж

1 — модель на гребне волны; 2 — модель на подветренном склоне волны; 3 — модель на плоской поверхности; 4 — модель на склоне волны (для углов, отсчитанных от нормали к поверхности волны)

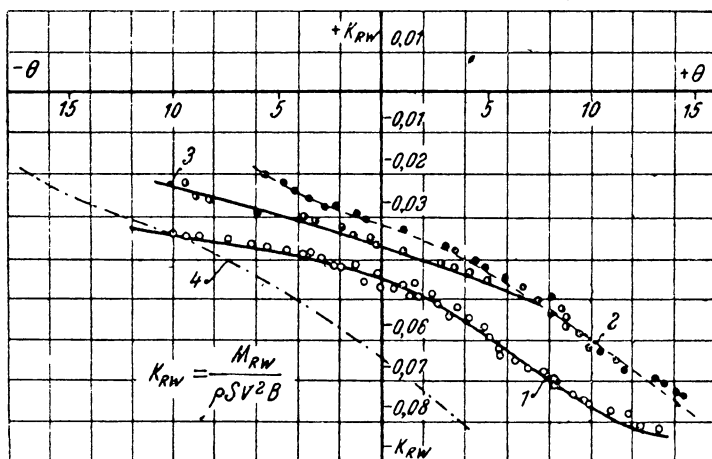


Рис. 74. Гидросамолет Рорбах „Рокко“

1 — модель на гребне волны; 2 — модель на подветренном склоне волны; 3 — модель на плоской поверхности; 4 — модель на склоне волны (для углов, отсчитанных от нормали к поверхности волны)

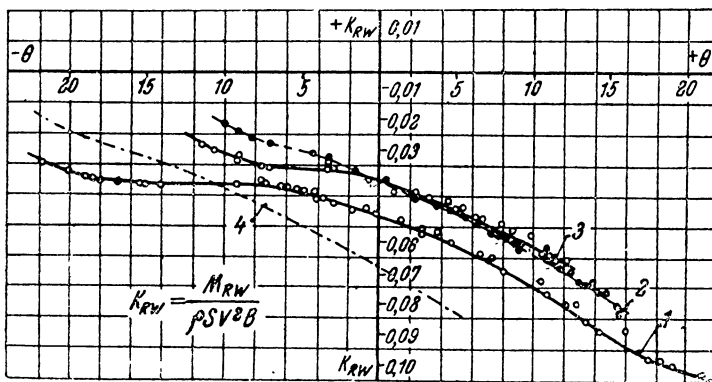


Рис. 75. Гидросамолет Юнкерс

1 — модель на гребне волны; 2 — модель на подветренном склоне волны; 3 — модель на плоской поверхности; 4 — модель на склоне волны (для углов, отсчитанных от нормали к поверхности волны)

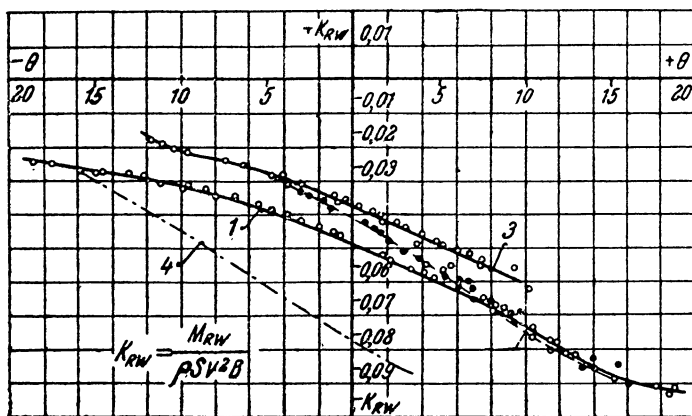


Рис. 76. Гидросамолет Савойя S-55

1 — модель на гребне волны; 2 — модель на подветренном склоне волны; 3 — модель на плоской поверхности; 4 — модель на склоне волны (для углов, отсчитанных от нормали к поверхности волны)

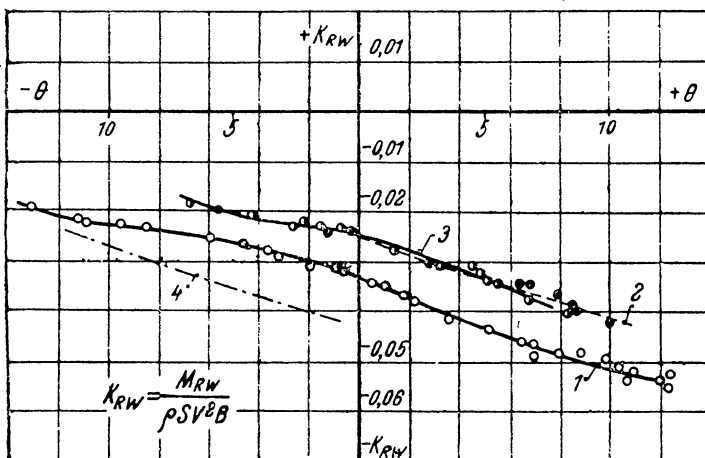


Рис. 77. Летаящая лодка Лиоре-Оливье

1 — модель на гребне волны; 2 — модель на подветренном склоне волны; 3 — модель на плоской поверхности; 4 — модель на склоне волны (для углов, отсчитанных от нормали к поверхности волны)

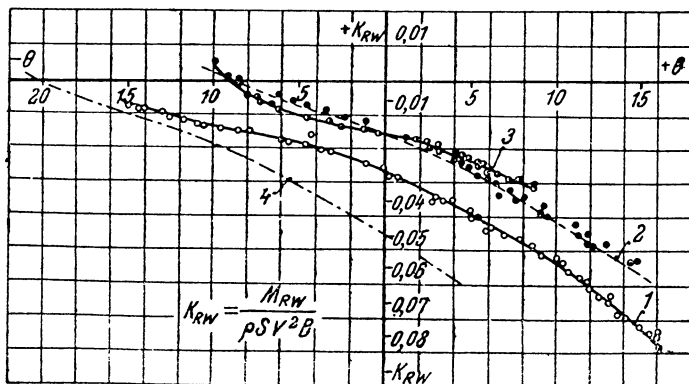


Рис. 78. Дорнье-Валь , на поплавках

1 — модель на гребне волны; 2 — модель на подветренном склоне волны; 3 — модель на плоской поверхности; 4 — модель на склоне волны (для углов, отсчитанных от нормали к поверхности волны)

Случай, редко имеющий место, когда лодка расположена поперек гребня и ветер направлен вдоль него, судя по всему, не должен сколько-нибудь значительно отличаться от действия бокового ветра на спокойной поверхности воды.

Изменение осадки гидросамолета мало сказывается на величине K_{RW} . На рис. 72 приведен график из работы В. П. Горского, содержащий серию кривых K_{RW} для различных взаимных положений модели гидросамолета и макета плоской поверхности воды. Из графика видно, что влияние постепенно приближаемого к лодке макета дает кривые, все менее отличающиеся друг от друга. Случай, когда макет касается днища лодки, и случай, когда лодка утоплена в этот макет по грузовую ватерлинию, дают, принимая во внимание погрешность эксперимента, почти один и тот же результат.

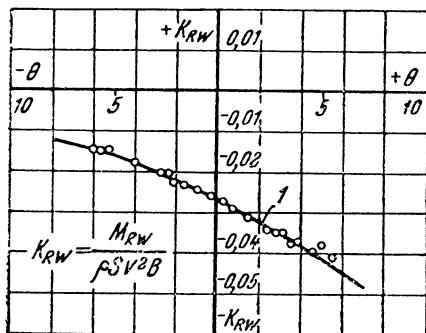


Рис. 79. Модель лодочного биплана (продувка на плоской поверхности)

в 1931 г. ¹ Типы испытанных гидросамолетов даны в табл. 24, а результаты представлены кривыми на рис. 73—79.

ТАБЛИЦА 24

Название гидросамолета	Масштаб модели	Тип	Примечание
Дорнье-Валь	$1/23$	Лодочный моноплан	Модель сухопутной машины, поставленной на поплавки Использованы результаты работы инж. А. Л. Гиммельфарба
Рорбах „Рокко“	$1/22$	Двухпопл. „	
Юнкерс Ю-20	$1/17$	Двухлодочн. „	
Савойя S-55	$1/24$	Лодочный биплан	
Лиоре-Оливье	$1/13$	Двухпопл. „	
Хендлей-Пейдж	$1/24$	Лодочный „	
Лодочный биплан	$1/10$	Лодочный „	

Опыты производились для трех положений каждой модели: 1) на гребне волны, 2) на подветренном склоне волны, 3) на пло-

¹ К. Ф. Косоуров и М. А. Дементьев, Влияние волны и ветра на крепящийся момент гидросамолетов. Техника воздушного флота, № 3, 1932., а также Труды научно-исследовательского аэроинститута, Ленинград, 1932.

ской поверхности. Относительные размеры волны были приняты следующими:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{1}{16}, \quad \frac{\lambda}{B} = 1,$$

где h — высота волны, λ — ее длина, B — размах гидросамолета.

Несмотря на индивидуальность выбранных типов гидросамолетов, последние, как показывают диаграммы испытаний (рис. 73—79), не имеют особенно резкого отличия один от другого в отношении формы и расположения кривых K_{RW} . Устойчивость моделей,

характеризуемая изменением производной $\frac{\partial K_{RW}}{\partial \theta}$, понижается для всех моделей с увеличением углов θ . Исключение представляет только модель Юнкера, которая отличается безразличным положением равновесия ($K_{RW} = \text{const}$) в области отрицательных углов от 3 до 7° (на плоской поверхности) и от 9 до 14° (на вершине волны). Все кривые не сильно отличаются от прямых, но имеют в зависимости от типа гидросамолета различную степень наклона.

Свойства гидросамолетов можно сравнить по двум параметрам: 1) по начальному значению коэффициента $(K_{RW})_{\theta=0^\circ}$ и 2) по величине

производной $\left(\frac{\partial K_{RW}}{\partial \theta}\right)_{\theta=0^\circ}$.

В табл. 25 приведены значения $(K_{RW})_{\theta=0^\circ}$, соответствующие горизонтальной поверхности воды и гребню волны, а также осредненные величины производных для плоской поверхности. В этой таблице модели разделены на группы. К первой группе следует отнести все монопланы, т. е. Савойя S-55, Рорбах „Рокко“ и Юнкерс; вторую группу, имеющую меньшие коэффициенты по абсолютной величине, составляют бипланы.

ТАБЛИЦА 25

Тип гидросамолета	$(K_{RW})_{\theta=0^\circ}$		$\left(\frac{\partial K_{RW}}{\partial \theta}\right)_{\theta=0^\circ}$
	плоскость	гребень	
Юнкерс	— 0,035	— 0,040	— 0,121
Рорбах „Рокко“	— 0,030	— 0,045	— 0,115
Савойя S-55	— 0,038	— 0,049	— 0,121
Лиоре-Оливье	— 0,024	— 0,034	— 0,103
Лодочный биплан	— 0,020	—	—
Дорнье-Валь	— 0,016	— 0,020	— 0,098
Хендлей-Пейдж	— 0,033	— 0,041	— 0,069

Отдельно и независимо друг от друга стоят Дорнье-Валь и биплан Хендлей-Пейдж. Первый из них имеет самый малый коэффициент K_{RW} , и кроме того значение этого коэффициента доходит до нуля на угле $\theta = -9^\circ$. Коэффициент K_{RW} самолета Хендлей-Пейдж хотя и близок к K_{RW} первой группы машин, однако величина производной его коэффициента из всех наименьшая.

Переходя к рассмотрению влияния поверхности волны на относительное положение модели, следует заметить, что кривые, соответствующие положению моделей на гребне, идут почти параллельно кривым K_{RW} для горизонтальной поверхности и сдвинуты влево в среднем на 5—6°. Для получения приближенной величины K_{RW} на гребне следует на основании испытаний сместить влево кривую K_{RW} , относящуюся к плоской поверхности, на угол, равный половине угла наибольшего склона волны.

Увеличение размеров и расстояния от поверхности воды моторов, оперения и пр. должно повысить абсолютное значение K_{RW} на всех углах крена. Влияние удлинения крыльев и их профиля на величину K_{RW} практически ничтожно.

§ 12. Причины, влияющие на изменения диаграммы Рида

К числу этих причин следует отнести: 1) перемещение центра тяжести гидросамолета, 2) изменение веса гидросамолета, 3) изменение объема и разноса поплавков.

I. Перемещение центра тяжести гидросамолета. Так как в данном случае водоизмещение остается постоянным, то изменение диаграммы Рида связано лишь с изменением величины восстанавливающего плеча. Для исходного положения центра тяжести имеем (§ 7):

$$M_1 = D\psi_1(\theta) = \text{const} \cdot \psi_1(\theta).$$

Уравнение восстанавливающего момента при перемещении центра тяжести будет:

$$M_2 = D\psi_2(\theta) = \text{const} \cdot \psi_2(\theta).$$

Отсюда изменение восстанавливающего момента на любом угле крена:

$$\Delta M = M_2 - M_1 = D[\psi_2(\theta) - \psi_1(\theta)] = D(p_2 - p_1).$$

Обозначая новые координаты центра тяжести гидросамолета через $G_1(a + \delta a, b)$, на основании формулы (30) получим (рис. 80):

$$\begin{aligned} p_2 - p_1 &= p_2 - (y \cos \theta + z \sin \theta - a \sin \theta) = \\ &= y \cos \theta + z \sin \theta - a \sin \theta - \delta a \sin \theta - b \cos \theta - \\ &\quad - (y \cos \theta + z \sin \theta - a \sin \theta) = \\ &= -(\delta a \sin \theta + b \cos \theta), \end{aligned} \quad (49)$$

и следовательно:

$$\Delta M = -D(\delta a \sin \theta + b \cos \theta). \quad (50)$$

Формула (50) позволяет перейти от одной диаграммы Рида к другой. При построении новой диаграммы необходимо только учесть знак формулы (50), определяемый координатами нового положения центра тяжести.

II. Изменение веса гидросамолета. В § 5 было указано, что прием груза на гидросамолет вызывает уменьшение начальной метacentрической высоты и соответственно уменьшение начального угла наклона диаграммы [§ 8, формула (40')]. Кроме того увели-

чение осадки понижает угол θ_2 , отвечающий наибольшему восстанавливающему моменту. В итоге новая диаграмма Рида (рис. 81) будет иметь уменьшенные ординаты, т. е. остойчивость гидросамолета понизится. Для суждения о количественном изменении остойчивости при точных расчетах необходимо построить новую диаграмму и сравнить ее с начальной.

III. Изменение объема и расположения поплавков. Диаграмму Рида можно разделить на два участка: первый — от $\theta = 0^\circ$ до $\theta = \theta_2$ и второй — от $\theta = \theta_2$ до $\theta = \theta_3$.

На первом участке наблюдается интенсивное возрастание момента M_D по углу, причем эта интенсивность в области малых углов пропорциональна h_0 :

$$\operatorname{tg} \beta_0 = D h_0.$$

Для основных типов гидросамолетов (гл. IV, § 3):

$$\rho_0 \approx \frac{2\lambda^2 s}{V_0};$$

следовательно

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_0 &= D(\rho_0 - a) = D\left(\frac{2\lambda^2 s}{V_0} - a\right) = \\ &= 2\gamma_0 \lambda^2 s - aD = f_1(\lambda^2 s). \end{aligned} \quad (51)$$

Имея в виду, что a составляет незначительную часть от ρ_0 :

$$a = n\rho_0 \approx 0,1\rho_0,$$

и полагая

$$\sin \theta \approx \theta,$$

пишем выражение для восстанавливающего момента:

$$M_D = \operatorname{tg} \beta \cdot \theta = 2\gamma_0(1 - n)\lambda^2 s \theta \approx 1,8\gamma_0 \lambda^2 s \theta. \quad (52)$$

При малости θ будет справедливо соотношение:

$$\theta = \frac{\tau}{\lambda},$$

где τ — величина погружения надводного борта поплавка.

Если подставить это значение θ в формулу (52), то будем иметь:

$$M_D = 2\gamma_0(1 - n)\lambda s \tau.$$

Но $s\tau$ пропорционально приращению водоизмещения d части поплавка, вошедшей в воду. Это приращение при прочих равных условиях будет зависеть от размеров поплавка, т. е. от его полного водоизмещения d_0 :

$$s\tau = k d_0.$$

Таким образом

$$M_D = 2\gamma_0(1 - n)k\lambda d_0, \quad (53)$$

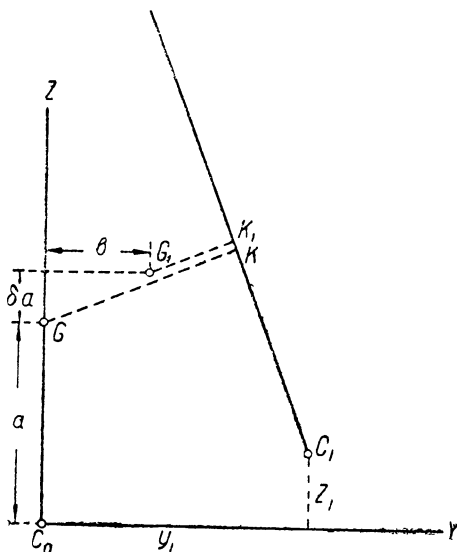


Рис. 80

т. е. восстанавливающий момент на первом участке диаграммы Риды пропорционален произведению λd_0 .

На втором участке ($\theta > \theta_2$) для летающих лодок $d_1 \lambda$, обычно равно нулю и

$$M_D = d_2 \lambda_2 - D_x h_{\lambda} \sin \theta.$$

Вследствие относительной малости второго члена можно приближенно считать, что

$$M_D \approx M_{\pi} = d_2 \lambda_2 = d_0 \lambda_2$$

или, выражая λ_2 через λ [формула (39)]:

$$\lambda_2 = A \cos(\alpha + \theta) = A (\cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta) \approx A \cos \alpha \cos \theta = \lambda \cos \theta,$$

получим:

$$M_D \approx \cos \theta \cdot \lambda d_0, \quad (54)$$

причем d_0 будет соответствовать здесь полному водоизмещению поплавка.

Сравнение формул (53) и (54) приводит к выводу, что остойчивость гидросамолета на всем диапазоне углов крена будет характе-

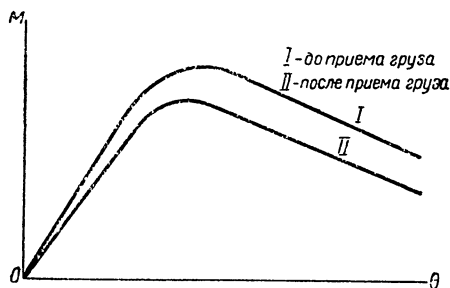


Рис. 81

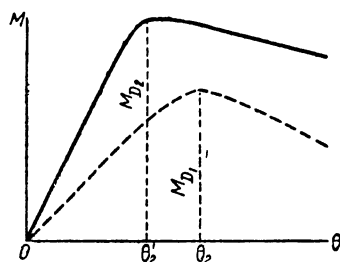


Рис. 82

ризоваться произведением плеча поплавка λ на его полное водоизмещение d_0 .

Произведение λd_0 мы называем *характеристикой остойчивости* гидросамолета.

Для суждения о влиянии λd_0 на форму диаграммы Риды рассмотрим несколько частных случаев.

1) Плечо поплавка в m раз возросло, причем $d_0 = \text{const}$ и $\tau_0 = \text{const}$ (рис. 82).

Имеем:

$$\theta_2' = \frac{\tau_{\max}}{m\lambda}; \quad \theta_2 = \frac{\tau_{\max}}{\lambda}; \quad \theta_2' = \frac{\theta_2}{m},$$

т. е. угол, соответствующий $M_{D_{\max}}$, будет в m раз меньше.

$$M_{D_1} \approx m d_0 \lambda \cos \theta_2'; \quad M_{D_1} \approx d_0 \lambda \cos \theta_2.$$

За малостью угла

$$\cos \theta_2' = \cos \theta_2 = 1$$

и

$$M_{D_1} \approx m M_{D_1}.$$

2) $\lambda = \text{const}$; $\tau_0 = \text{const}$; $d = md_0$.

Здесь

$$\theta_2' = \theta_2$$

$$M_{D_2} \approx mM_{D_1}.$$

Диаграмма Рида дана на рис. 83; остойчивость повысилась, но не так сильно, как в первом случае.

3) $\lambda = \text{const}$; $d_0 = \text{const}$; $\tau = m\tau_0$.

Теперь

$$\theta_2' = \frac{m\tau_0}{\lambda}; \theta_2 = \frac{\tau_0}{\lambda}; \theta_2' = m\theta_2.$$

$$M_{D_2} \approx M_{D_1}.$$

Для этого случая диаграмма Рида дана на рис. 84. Сравнение этой диаграммы с предыдущими показывает, что смещение поплавка по вертикали дает наихудший эффект.

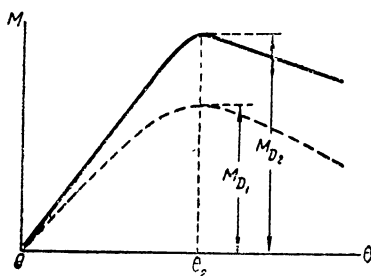


Рис. 83

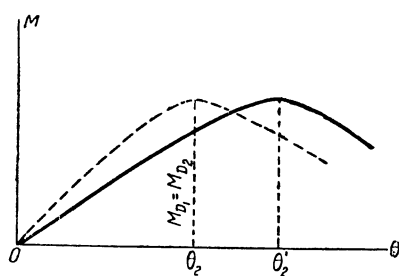


Рис. 84

Рассмотренные примеры приводят к выводу, что для повышения остойчивости гидросамолета целесообразнее всего либо увеличивать объем d_0 , либо же, если увеличение лобового сопротивления и веса недопустимо, то увеличивать плечо λ .

§ 13. Приближенные формулы для вычисления водоизмещения подкрыльных поплавков

Формулы, служащие для вычисления водоизмещения поплавков, приведены нами к виду, определяющему не объем поплавка d_0 , а характеристику остойчивости $d_0\lambda$. Если эта характеристика будет найдена, то, имея λ из конструктивных условий, легко получить и искомый объем d_0 .

I. Формула Уоркера. К наиболее ранним формулам, определяющим характеристику остойчивости, следует отнести формулу Уоркера, которая может быть написана так:

$$d_0\lambda = D[h_x + k(3,96 + 0,015D)] \operatorname{tg} \theta_2. \quad (55)$$

Здесь D — полное водоизмещение лодки в кг, h_x — ее метацентрическая высота в м, θ_2 — угол крена, соответствующий полному

погружению поплавка, k — коэффициент, значения которого берутся из диаграммы на рис. 85.

II. Формула Коллинса. Пусть к гидросамолету приложена пара сил, которая накренила этот гидросамолет на угол θ_2 (рис. 86). При таком угле крена действуют: опрокидывающий момент лодки

$$M_{\pi} = Dh_{\pi} \sin \theta_2$$

и восстанавливающий момент поплавка

$$M_{\pi} = d_0 \lambda \cos \theta_2.$$

Восстанавливающий момент:

$$M_D = M_{\pi} - M_{\pi}.$$

Относительный момент:

$$R = \frac{M_D}{M_{\pi}} = \frac{M_{\pi} - M_{\pi}}{M_{\pi}} = \frac{M_{\pi}}{M_{\pi}} - 1.$$

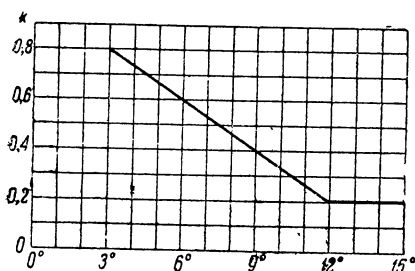


Рис. 85. Диаграмма Уоркера, служащая для определения объема подкрыльных поплавков

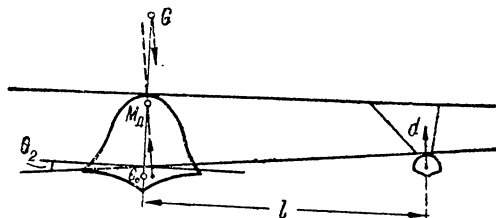


Рис. 86

Принимая на основании английской статистики

$$Rh_{\pi} = \sqrt[3]{D},$$

будем иметь:

$$\left(\frac{d_0 \lambda \cos \theta_2}{Dh_{\pi} \sin \theta_2} - 1 \right) h_{\pi} = \sqrt[3]{D},$$

откуда

$$d_0 \lambda \operatorname{ctg} \theta_2 - Dh_{\pi} = D \sqrt[3]{D},$$

или

$$d_0 \lambda = D (h_{\pi} + \sqrt[3]{D}) \operatorname{tg} \theta_2. \quad (56)$$

Лауер дает аналогичную формулу:

$$d_0 \lambda = kD (h_{\pi} + \sqrt[3]{D}) \sin \theta_2, \quad (56')$$

где D — водоизмещение в англ. фунтах, h — в футах, $k \approx 1,5$ и зависит от типа машины.

III. Формула К. Косоурова. Основной недостаток приближенных формул заключается в том, что они, базируясь на статистических

данных, не учитывают моментов от ветра и не могут поэтому гарантировать потребный запас динамической остойчивости. Формула К. Косоурова, определяющая величину характеристики остойчивости лишь в первом приближении, включает момент внешних сил и дает наименьшую допустимую характеристику $d_0\lambda$, соответствующую запасу динамической остойчивости 100%.

Положим, что лодка имеет призматические поплавки (прямоугольный параллелепипед) с начальным запасом их плавучести $k=100\%$. При таком допущении можно с достаточной точностью представить диаграмму Рида в виде ломаной линии с двумя прямолинейными участками (рис. 87): первый — от $\theta=0^\circ$ до $\theta=\theta_2$ и второй — от $\theta>\theta_2$.

Первый участок характеризуется почти прямолинейным возрастанием восстанавливающего момента поплавок M_{π} ; на втором участке момент M_{π} близок к горизонтальной прямой

$$M_{\pi} = d_0\lambda \cos \theta \approx d_0\lambda = \text{const.}$$

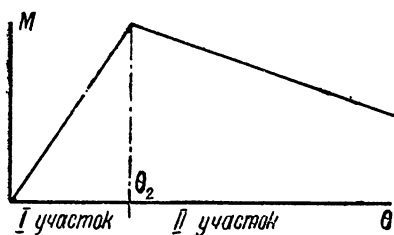


Рис. 87. Схематизированная диаграмма Рида для летающей лодки

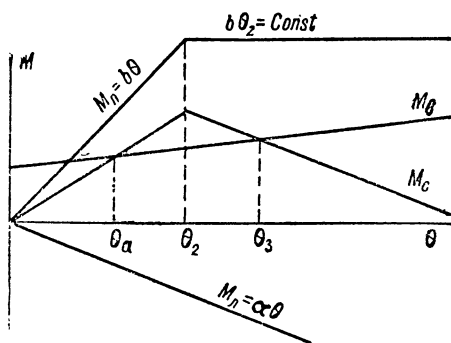


Рис. 88. Диаграмма моментов действующих на гидросамолет сил в случае упрощенной задачи

Опрокидывающий момент лодки M_{π} на обоих участках пропорционален углу крена, т. е. подчиняется также закону прямой линии.

Чем меньше остойчивость гидросамолета, тем меньше при неизменной величине момента ветра запас динамической остойчивости и больше динамический угол крена θ_a . Найдем величину $d_0\lambda$ для предельного случая, когда запас динамической остойчивости равен 100%, т. е. когда работа восстанавливающего момента целиком поглощается работой момента опрокидывающего (момента ветра). В этом случае угол θ_a равен углу θ_3 , при котором крыло начинает касаться поверхности воды:

$$\theta_a = \theta_3.$$

Уравнение моментов ветра для положительных углов крена на основании диаграмм § 11 можно представить в виде:

$$M_b = F(\theta) = M_0 + \mu\theta. \quad (57)$$

Уравнения моментов гидросамолета будут представлены выражениями (рис. 88): для лодки (на всех углах θ)

$$M_x = -\alpha\theta; \quad (58)$$

для поплавков

$$M_{\pi} = b\theta \quad \text{ на первом участке,} \quad (59)$$

$$M_{\pi} = b\theta_2 \quad \text{ на втором участке;} \quad (59')$$

для всего гидросамолета

$$M_D = (b - \alpha)\theta \quad . . . \text{ на первом участке,} \quad (60)$$

$$M_D = b\theta_2 - b\theta \quad . . . \text{ на втором участке.} \quad (60')$$

В формулах (57)–(60) обозначено: M_0 — момент ветра при $\theta = 0^\circ$, μ — тангенс угла наклона кривой моментов ветра к оси абсцисс, $\alpha = D_x h_x = \operatorname{tg} \beta$ [см. формулу (40)], b — подлежащий определению угловой коэффициент, θ_2 — заданный угол крена, соответствующий полному погружению поплавка (касание поверхности воды с палубой).

Избыточная работа ΔP_b момента ветра равна:

$$\Delta P_b = \frac{1}{2} M_0 \theta_a. \quad (61)$$

Избыток работы ΔP_D восстанавливающего момента равен:

$$\Delta P_D = \frac{1}{2} (\theta_3 - \theta_a) (b\theta_2 - \alpha\theta_2 - M_0 - \mu\theta_2). \quad (62)$$

Приравнивание правых частей уравнений (61) и (62) после преобразований дает:

$$\theta_3 (b\theta_2 - \alpha\theta_2 - \mu\theta_2 - M_0) - M_0 \theta_2 = 0. \quad (63)$$

Замечая, что

$$\theta_3 = \frac{b\theta_2 - M_0}{\alpha + \mu}, \quad (64)$$

и подставляя это значение θ_3 в уравнение (63), получим:

$$(b\theta_2)^2 - 2b\theta_2 M_0 + M_0^2 - \alpha b\theta_2^2 - b\mu\theta_2^2 = 0. \quad (65)$$

Решение этого уравнения относительно $b\theta_2$ при отбрасывании лишнего корня приводит к выражению:

$$b\theta_2 = M_0 + (\alpha + \mu) \frac{\theta_2}{2} + \sqrt{\theta_2 \left[\alpha \left(\frac{\alpha\theta_2}{4} + M_0 \right) + \mu \left(\frac{\mu\theta_2}{4} + M_0 + \frac{\alpha\theta_2}{2} \right) \right]}. \quad (66)$$

Но за малостью θ можно положить $b\theta_2 = d_0\lambda$; следовательно формула (66) определяет искомую характеристику гидросамолета.

В частном случае, если положить $\mu = 0$, формула (66) сильно упрощается:

$$d_0\lambda = M_0 + \frac{\alpha\theta_2}{2} + \sqrt{\alpha\theta_2 \left(\frac{\alpha\theta_2}{4} + M_0 \right)}. \quad (66')$$

Пользуясь указанным методом, можно решить и обратную задачу, а именно: имея характеристику остойчивости, найти начальную величину кренящего момента M_0 или наибольшую допустимую скорость ветра u .

Решая уравнение (65) относительно M_0 , будем иметь:

$$M_0 = \theta_2 [b - \sqrt{(\alpha + \mu) b}] \quad (67)$$

и в частном случае при $\mu = 0$:

$$M_0 = \theta_2 [b - \sqrt{\alpha b}]. \quad (68)$$

Наибольшая допустимая скорость ветра на основании формулы (48):

$$u = \sqrt{\frac{M_0}{K_{RW} SB}} = \sqrt{\frac{\theta_2 [b - \sqrt{(\alpha + \mu) b}]}{K_{RW} SB}}. \quad (69)$$

Статический угол крена θ_a , как не трудно видеть, найдется из выражения:

$$\theta_a = \frac{M_0}{b - \alpha - \mu}, \quad (70)$$

где

$$b = \frac{d_0 \lambda}{\theta_2}.$$

При выводе формулы (66) мы полагали известными величины α , M_0 , μ и θ_2 .

В вопросах проектирования может оказаться более удобным вычислять характеристику остойчивости, задавая угол крена не θ_2 , а θ_3 . Тогда характеристика остойчивости определится по формуле:

$$d_0 \lambda = M_0 + (\alpha + \mu) \theta_3. \quad (71)$$

Переписывая уравнение (63) в виде:

$$\theta_3 b \theta_2 - \theta_3 M_0 - \theta_2 (\alpha \theta_3 + \mu \theta_3 + M_0) = 0$$

и подставляя вместо $b \theta_2$ равную ему величину

$$M_0 + (\alpha + \mu) \theta_3,$$

получаем решение для θ_2 :

$$\theta_2 = \frac{(\alpha + \mu) \theta_3^2}{(\alpha + \mu) \theta_3 + M_0}. \quad (72)$$

Угол θ_a попрежнему находится из выражения (70).

В заключение рассмотрим еще один частный случай, когда $\mu = 0$ и лодка имеет нулевую остойчивость ($h_{\pi} = 0$).

При таком допущении диаграмма Риды будет иметь вид, изображенный на рис. 89. Угол статического равновесия равен:

$$\theta_a = \frac{M_0}{b}. \quad (73)$$

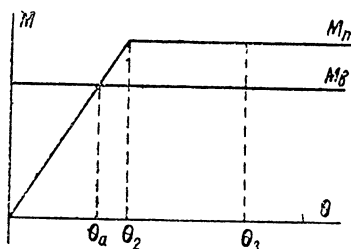


Рис. 89. Схематизированная диаграмма Риды для случая, когда метацентрическая высота лодки равна нулю

Равенство работ моментов выразится так:

$$M_0 \theta_a = (2\theta_3 - \theta_a - \theta_2) (b\theta_2 - M_0), \quad (74)$$

откуда после преобразований получаем расчетные формулы для θ_3 и M_0 :

$$\theta_3 = \frac{b\theta_2^2}{2(b\theta_2 - M_0)}, \quad (75)$$

$$M_0 = \frac{2b\theta_2\theta_3 - b\theta_2^2}{2\theta_3}. \quad (76)$$

Полагая

$$\theta_3 = n\theta_2,$$

что определяется конструктивными соображениями, найдем:

$$d_0\lambda = \frac{2n}{2n-1} M_0, \quad (77)$$

$$\theta_a = \frac{2n-1}{n} \theta_2 = \frac{2n-1}{n^2} \theta_3. \quad (78)$$

Упрощения, положенные в основу метода К. Косоурова, если и влияют на точность решения, то для летающих лодок все же дают порядок величины $d_0\lambda$.

Следует заметить, что в действительности первый участок диаграммы Рида имеет выпуклость в сторону положительной оси моментов; кроме того при динамическом приложенном моменте ветра воздух и вода будут создавать тормозящие моменты того же самого знака, как и момент M_D . Таким образом формулы дадут значение $d_0\lambda$ не для крайнего случая, а с некоторым запасом.

Пример. Найти водоизмещение подкрыльного поплавка d_0 для гидросамолета типа Рорбах „Рокко“, при следующих данных:

$$\begin{aligned} D &= 10500 \text{ кг}, & \theta_2 &= 6^\circ, \\ S &= 100 \text{ м}^2, & B &= 23 \text{ м}, \\ h_x &= 2,16 \text{ м}, & u &= 10 \text{ м/сек}, \\ \lambda &= 4,5 \text{ м}, \end{aligned}$$

считая, что гидросамолет находится на склоне волны.

Из кривой моментов ветра (рис. 74) для Рорбаха имеем $K_{RW} = 0,064$; определяем M_0 :

$$M_0 = K_{RW} \rho S u^2 B = 0,064 \cdot 0,125 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 23 = 1840 \text{ кг-м}.$$

Из этой же кривой вычисляем среднее значение производной:

$$\mu = \frac{\partial M_B}{\partial \theta} = \frac{\partial K_{RW}}{\partial \theta} \rho S B u^2 = 6670 \text{ кг-м},$$

$$\alpha = D h_x = 10500 \cdot 2,16 = 22700 \text{ кг-м}.$$

Характеристика остойчивости по (66):

$$d_0\lambda = 1840 + (22700 + 6670) \frac{0,105}{2} + \\ + \sqrt{0,105 \left[22700 \left(\frac{22700 \cdot 0,105}{4} + 1840 \right) + 6670 \left(\frac{6670 \cdot 0,105}{4} + 1840 + \frac{22700 \cdot 0,105}{2} \right) \right]} = \\ = 1840 + 1540 + 2820 = 6200 \text{ кг-м}; \\ d_0 = \frac{6200}{\lambda} = \frac{6200}{4,5} = 1380 \text{ кг}.$$

Далее вычисляем θ_a по формуле (70) и $\theta_a = \theta_s$ по формуле (64):

$$b = \frac{d_0\lambda}{\theta_s} = \frac{6200}{0,105} = 59000; \\ \theta_a = \frac{1840}{59000 - 22700 - 6670} = \frac{1840}{29630} = 0,06 \text{ или } 3^\circ 44'; \\ \theta_a = \frac{6200 - 1840}{22700 + 6670} = \frac{4360}{29370} = 0,149 \text{ или } 8^\circ 52'.$$

Наконец угол θ_4 , при котором $M_D = 0$, найдется из уравнения (60'):

$$b\theta_4 - \alpha\theta_4 = 0,$$

откуда

$$\theta_4 = \frac{b\theta_s}{\alpha} \cdot 57,3 = \frac{6200}{22700} \cdot 57,3 = 15^\circ 6'.$$

§ 14. Продольная остойчивость

Определение элементов продольной остойчивости производится таким же самым методом, какой был дан в § 2.

Продольное наклонение гидросамолета (например — наклонение на нос) вызовет перемещение центра тяжести клинового объема из точки A в точку B (рис. 90), причем центр величины перейдет из точки C_0 в положение C_1 .

Если считать водоизмещение $D = \text{const}$, то объем вышедшего из воды кормового клина dv_k должен быть равен объему погруженного носового клина dv_n :

$$dv_k = dv_n,$$

причем на основании теоремы § 2 наклонная ватерлиния W_1L_1 в пределе должна пересекать начальную ватерлинию W_0L_0 так, чтобы линия пересечения проходила через центр тяжести F начальной грузовой ватерлинии W_0L_0 .

Обозначим через $dM_n = C_0C_1 \cdot V_0$ — момент перемещения объема всего гидросамолета, dM_n и dM_k — моменты перемещения объемов носового и кормового клина.

Согласно теореме о моменте перемещения имеем:

$$dM_n = dM_n + dM_k. \quad (79)$$

По аналогии с поперечными наклонениями

$$dM_{\text{н}} = J_{\text{н}} d\varphi, \quad dM_{\text{к}} = J_{\text{к}} d\varphi,$$

где $d\varphi$ — угол продольного наклонения (угол диферента), $J_{\text{н}}$ и $J_{\text{к}}$ — моменты инерции площадей носовой и кормовой частей Г.В.Л. относительно главной поперечной оси.

Формулу (79) можно написать так:

$$C_0 C_1 \cdot V_0 = (J_{\text{н}} + J_{\text{к}}) d\varphi.$$

Принимая во внимание, что $C_0 C_1 = MC_0 \cdot d\varphi = R_0 d\varphi$ и $J_{\text{н}} + J_{\text{к}} = J_{y_0}$ (главный момент инерции Г.В.Л. относительно поперечной оси, проходящей через центр тяжести Г.В.Л.), будем иметь:

$$R_0 V_0 d\varphi = J_{y_0} d\varphi,$$

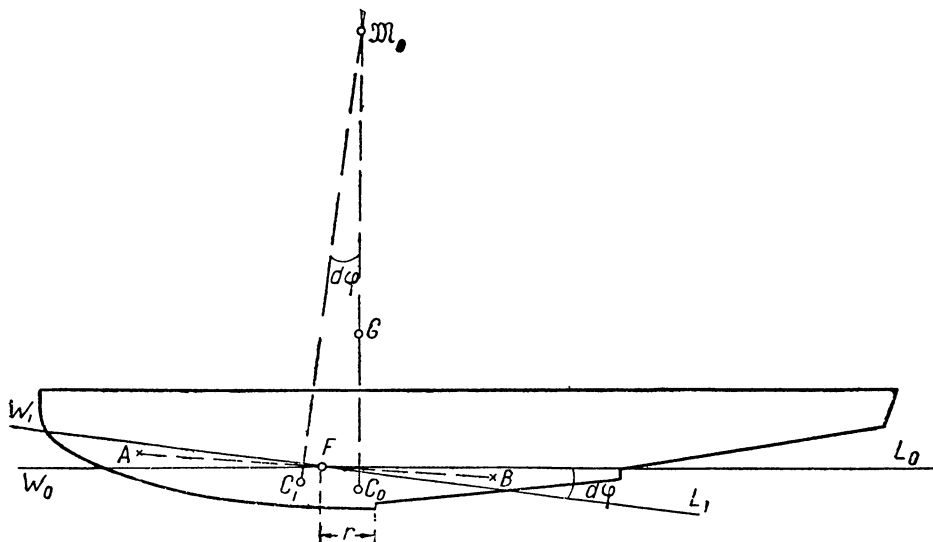


Рис. 90. Определение начального продольного метацентра откуда находим продольный метацентрический радиус:

$$R_0 = \frac{J_{y_0}}{V_0}. \quad (80)$$

Таким образом продольный метацентрический радиус равен отношению момента инерции площади грузовой ватерлинии относительно главной поперечной оси, проходящей через центр тяжести Г. В. Л., к объему погруженной части лодки.

Если через J_y обозначить момент инерции площади грузовой ватерлинии относительно произвольной поперечной оси Y , то

$$J_{y_0} = J_y - r^2 S,$$

где r есть расстояние от оси Y до центра тяжести площади Г.В.Л., S — площадь Г.В.Л.

¹ Ось Y располагают обычно в плоскости мидельшпангоута на первом редане или в носовой оконечности грузовой ватерлинии.

Момент инерции J_y (см. § 1, гл. II) выражается формулой:

$$J_y = 2 \int_0^L x^2 y dx.$$

Носовая и кормовые оконечности Г.В.Л. могут оказаться в промежутках между шпангоутами; поэтому для упрощения вычислений часто разбивают площадь Г.В.Л. вспомогательными равноотстоящими ординатами, не связанными с ординатами теоретического чертежа, и проводят ось Y так, чтобы она совпадала с начальной ординатой. Вычисление производится по одной из приближенных формул. Так, при вычислении этого момента по формуле трапеций будем иметь:

$$\begin{aligned} J_y &= 2l \left[\frac{x_0^2 y_0}{2} + x_1^2 y_1 + \dots + x_{m-1}^2 y_{m-1} + \frac{x_m^2 y_m}{2} \right] = \\ &= 2l^3 \left[1^2 \cdot y_1 + 2^2 \cdot y_2 + \dots + (m-1)^2 y_{m-1} + \frac{m^2 y_m}{2} \right] = 2l^3 \Sigma. \quad (81) \end{aligned}$$

Расстояния r определяем по формуле (26') стр. 60, заменяя в последней ω_x на y .

Не трудно видеть, что

$$r^2 S = \left[\frac{\Sigma''}{\Sigma'} \cdot l \right]^2 \cdot 2 \Sigma' \cdot l = \frac{2(\Sigma'')^2}{\Sigma'} \cdot l^3 \quad (82)$$

и

$$J_{y_0} = \left[\Sigma - \frac{(\Sigma'')^2}{\Sigma'} \right] 2l^3. \quad (83)$$

Вычисления ведутся по схеме, данной в табл. 26 (стр. 114).¹

Пример. Определить продольный метацентрический радиус R_0 двухпоплавкового гидросамолета водоизмещением $D_0 = 3200$ кг; расстояние между ординатами $l = 0,45$ м; значения ординат даны в табл. 26.

Момент инерции одного поплавка равен:

$$J_{y_0} = \left(127 - \frac{18,1^2}{3,61} \right) 2 \cdot 0,45^3 = 6,56 \text{ м}^4.$$

Так как гидросамолет двухпоплавковый, то

$$R_0 = \frac{2J_{y_0}}{V_0} = \frac{2 \cdot 6,56}{3,2} = 4,1 \text{ м}.$$

¹ В расчетах продольной остойчивости летающих лодок влиянием подкрыльных поплавков за их малостью пренебрегают.

ТАБЛИЦА 26

№ ординат	Ординаты	Произведения	Квадраты № ординат	Произведения
1	II	III = I × II	IV	V = II × IV
0	0,3	$\frac{1}{2} \cdot 0$	0	$\frac{1}{2} \cdot 0$
1	0,32	0,32	1	0,32
2	0,33	0,66	4	1,32
3	0,34	1,02	9	3,06
4	0,35	1,40	16	5,10
5	0,35	1,75	25	8,75
6	0,35	2,10	36	12,6
7	0,35	2,45	49	17,2
8	0,32	2,56	64	20,5
9	0,28	2,52	81	22,7
10	0,20	2,00	100	20,0
11	0,12	1,32	121	14,5
12	0	$\frac{1}{2} \cdot 0$	144	$\frac{1}{2} \cdot 0$
Суммы . .	$\Sigma' = 3,61$	$\Sigma'' = 18,1$	—	$\Sigma = 127$

§ 15. Определение угла начального диферента лодки φ_0 . Упорная ватерлиния

Углом начального диферента φ_0 называется угол, который составляет строительная горизонталь лодки, находящейся в состоянии равновесия, с поверхностью воды.

Теоретическая грузовая ватерлиния, определяемая по кривой грузового размера, обеспечивает лишь равновесие сил

$$D = Q,$$

ибо при нулевом угле диферента абсцисса центра величины x_c , вообще говоря, не лежит на одной вертикали с центром тяжести гидросамолета, и в диаметральной плоскости последнего возникает пара сил, момент которой стремится привести лодку в начальное состояние равновесия, отвечающего углу φ_0 .

В гидросамолетах начальный угол диферента лежит в пределах от 0° до 3° (в корму). Поэтому для определения этого угла, как показывают расчеты, можно воспользоваться метацентрической формулой остойчивости.

Имеем

$$\mathfrak{M}_D = D (R_0 - a) \sin \varphi = DH_0 \sin \varphi. \quad (84)$$

Формула (84) дает практически точный результат в пределах углов от -3° до $+3^\circ$.

Величина $H_0 = R_0 - a$ носит название *продольной метацентрической высоты*.

Но

$$\mathfrak{M}_D = Dp,$$

где $p = x_c - x_0$ есть восстанавливающее плечо (рис. 91); если x_c — абсцисса центра величины лодки для $\varphi = 0$ и x_0 — абсцисса центра тяжести гидросамолета, то

$$\mathfrak{M}_D = D(x_c - x_0). \quad (85)$$

Полагая $\varphi = \varphi_0$ и приравнявая правые части выражений (84) и (85) будем иметь:

$$D(x_c - x_0) = DH_0 \sin \varphi_0,$$

откуда

$$\sin \varphi_0 = \frac{x_c - x_0}{H_0}$$

и следовательно

$$\varphi_0 = \arcsin \left[\frac{x_c - x_0}{H_0} \right]. \quad (86)$$

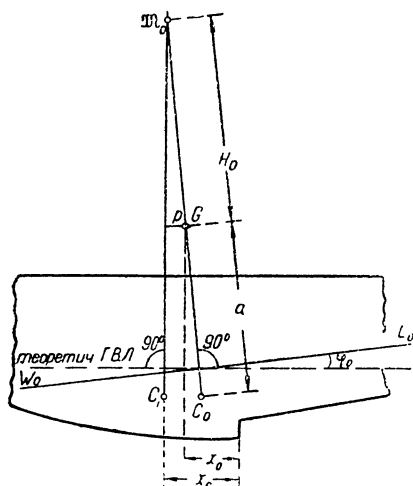


Рис. 91. Определение угла начального диферента

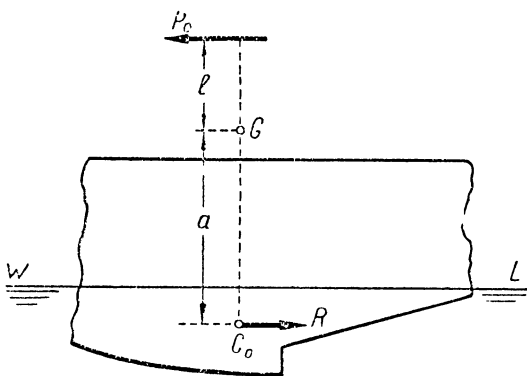


Рис. 92

Когда лодка имеет диферент на корму, то

$$x_c < x_0.$$

Прямая, проведенная на проекции бока через центр тяжести теоретической грузовой ватерлинии под углом φ_0 к строительной горизонтали, будет являться начальной грузовой ватерлинией W_0L_0 .

Формулой метacentрической остойчивости можно воспользоваться для определения так называемой „упорной ватерлинии“.

Положим, что моторам на самолете дан полный газ; возникший момент тяги винтов заставит аппарат принять некоторый диферент на нос. Новое положение равновесия определит новую грузовую ватерлинию. Эта ватерлиния и называется „упорной“. Строго говоря, в каждый момент времени, считая от начала разбега, диферент лодки и ее осадка будут меняться в связи с изменением сил воздействия воды. В начале разбега скорость самолета очень мала; если пренебречь горизонтальной составляющей сил воды, то плечо

тяги будет равно расстоянию l от оси винта до центра тяжести гидросамолета (рис. 92), и момент тяги будет:

$$M_1 = lP_0. \quad (87)$$

Это — первый крайний случай.

Вторым крайним случаем является допущение, что гидродинамическое сопротивление $R = P_0$; тогда плечо тяги будет равно:

$$l_1 = a + l,$$

если считать, что сила R проходит через центр величины.

Момент тяги равен:

$$M_2 = (a + l) P_0. \quad (88)$$

Большой пикирующий момент винта увеличит диферент лодки и затруднит выход гидросамолета на редан; когда же самолет выйдет на редан, то представление об упорной ватерлинии вряд ли будет уместно. Приходится, значит, рассматривать сопротивление воды только в пределах скоростей от $v = 0$ до v критической.¹

При $v = 0$ гидродинамическое сопротивление лодки $R = 0$; при $v = v_{кр}$ это сопротивление достигает наибольшей величины R_{max} , причем $R_{max} \approx 0,2 Q$, где Q — вес гидросамолета.

Принимая за расчетную силу сопротивления воды

$$R = \frac{R_{max}}{4} = 0,05 Q,$$

получим величину момента тяги:

$$M_P = 0,05 \cdot aQ + lP_0, \quad (89)$$

где

$$M_2 > M_P > M_1.$$

Формулу (89) удобно выразить так:

$$M_P = (ka + l) P_0 = l_n P_0;$$

здесь l_n — приведенное плечо тяги и $k = \frac{0,05 Q}{P_0}$.

Приближенно можно считать, что одна лошадиная сила развивает на винте (при $v = 0$) около 2 кг тяги, т. е. двигатель в N лошадиных сил даст тягу на месте

$$P_0 \approx 2N.$$

Принимая в качестве примера нагрузку $\frac{Q}{N}$ в среднем равной 7, получим:

$$k = \frac{0,05 Q}{2N} = \frac{0,05}{2} \cdot 7 \approx 0,18.$$

¹ Критической скоростью называется скорость, при которой R наибольшее.

Сопротивление R можно рассматривать как инерционную силу воды с фиктивной массой

$$m = \frac{\pi}{4} \rho B^2 T,$$

где ρ — плотность воды, B — ширина лодки, T — ее осадка.

Масса m известна под именем *виртуальной массы*.¹ Чем эта масса больше, тем центр тяжести системы (самолет и вода) находится ниже от центра тяжести самолета. Величину k можно рассматривать как относительное расстояние по вертикали от центра тяжести самолета до общего центра инерции:

$$k = \frac{\frac{m}{Q} + m}{g} \quad (90)$$

Так, для гидросамолета, вес которого $Q = 10000$ кг, $\frac{B}{T} = 2,5$ и $T = 0,8$ м, получим:

$$m = \frac{\pi}{4} \cdot 102 \cdot 2^2 \cdot 0,8 = 256,$$

$$k = \frac{\frac{256}{10000}}{\frac{9,8}{256}} = \frac{256}{1276} = 0,2.$$

Несмотря на малую величину k , часто условно принимают за плечо тяги расстояние от оси винта до поверхности воды и получают заведомо увеличенный угол диферента для упорной ватерлинии.

Если характеристика винта известна, то тяга его вычисляется по формуле:

$$P_0 = \alpha_0 \rho n^2 D^4, \quad (91)$$

где α_0 — коэффициент тяги при $v = 0$, ρ — плотность воздуха, n — число оборотов винта в секунду, D — диаметр винта в метрах.

Из приближенных формул укажем на формулу Бленка:

$$P_0 = 4N \sqrt{\frac{S}{N}} \quad (92)$$

и формулу Вельнера:

$$P_0 = (aND)^{2/3}. \quad (93)$$

В формулах (92) и (93) обозначены: N — мощность мотора в лошадиных силах, S — площадь крыльев в м^2 , a равно от 16 до 18, D — диаметр винта в метрах.

Угол, который составляет упорная ватерлиния с начальной, вычисляется по формуле остойчивости из условия:

$$M_P = \mathfrak{M}_D.$$

¹ Более подробно см. гл. X.

Таким образом получается:

$$M_P = DH_0 \sin \varphi_0$$

и следовательно:

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{M_P}{DH_0}. \quad (94)$$

Динамический угол будет приближенно равен $2\varphi_0$, угол же дифферента лодки, плавающей по упорную ватерлинию, будет:

$$\varphi = \varphi_0 - \varphi_0 \quad (95)$$

или, если момент тяги приложен внезапно:

$$\varphi = \varphi_0 - 2\varphi_0. \quad (96)$$

§ 16. Продольная остойчивость на больших углах дифферента

В некоторых задачах продольной остойчивости приходится рассматривать равновесие гидросамолета на таких углах дифферента,

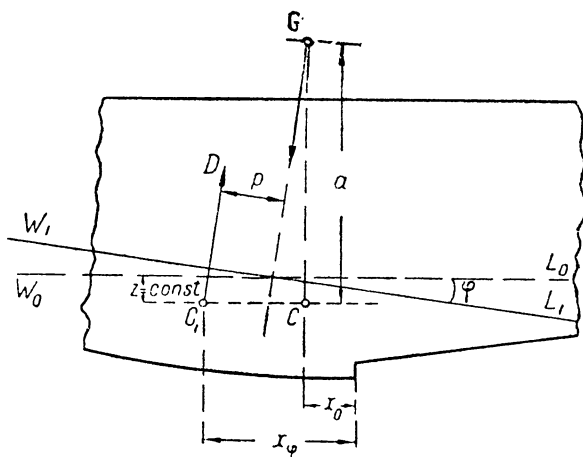


Рис. 93. Определение восстанавливающего момента гидросамолета в случае пренебрежения вертикальным смещением центра величины

для которых метacentрическая формула не годится. В этом случае определение восстанавливающего момента M_0 производят иным путем.

Пусть действующая ватерлиния W_1L_1 составляет с начальной ватерлинией W_0L_0 угол φ (рис. 93).¹ Пренебрегая смещением центра величины C по высоте, будем считать, что C смещается по прямой, параллельной теоретической грузовой ватерлинии. Такое допущение, когда φ меньше $10-15^\circ$, вносит незначительную ошибку в величину восстанавливающего плеча p . Это плечо найдется из следующей зависимости:

$$x_\varphi = \frac{p}{\cos \varphi} + a \operatorname{tg} \varphi + x_0, \quad (97)$$

¹ Ватерлинию W_0L_0 берем параллельной строительной горизонтали лодки.

где x_{φ} — абсцисса центра величины, соответствующая углу диферента φ . За малостью φ полагая $\cos \varphi = 1$, получим:

$$p = x_{\varphi} - x_0 - a \operatorname{tg} \varphi. \tag{98}$$

Вычисление плеч p и моментов водоизмещения

$$\mathfrak{M}_D = Dp \tag{99}$$

производится по схеме табл. 27.

ТАБЛИЦА 27

Углы диферента	в корму		0°	в нос		
	− 6°	− 3°		+ 3°	+ 6°	+ 9°
$H_{\text{н}}$						
$H_{\text{к}}$						
$\operatorname{tg} \varphi = \frac{H_{\text{к}} - H_{\text{н}}}{L}$						
x_{φ}						
$x_{\varphi} - x_0$						
$a \operatorname{tg} \varphi$						
p						
\mathfrak{M}_D						

Пр и м е ч а н и е. L — расстояние между перпендикулярами.

Задаются рядом значений φ (напр. через 3°) и для каждого из этих углов по (30) или (32)—(33) гл. III находят x_{φ} . В табл. 27 часто вписывают также отметки носовых $H_{\text{н}}$ и кормовых $H_{\text{к}}$ перпендикуляров, т. е. расстояний концевых точек строительной горизонтали до поверхности воды.

Диаграмма Рида изображена на рис. 94. На этой же диаграмме нанесены пунктиром кривые $H_{\text{н}}$ и $H_{\text{к}}$. Точка пересечения кривой \mathfrak{M}_D с осью абсцисс дает начальный угол диферента φ_0 . Статический и динамический углы $\varphi_с$ и $\varphi_д$, если задан момент внешних сил M_P , определяется тем же способом, как и в поперечной остойчивости. Грузовые ватерлинии, соответствующие углам φ_0 , $\varphi_с$ и $\varphi_д$, легко построить: стоит только отложить на проекции бока отрезки $H_{\text{н}}$ и $H_{\text{к}}$ от строительной горизонтали и соединить вершины этих

Но

$$BK = AK' \cdot \cos \varphi = (OA - K'O) \cos \varphi.$$

Замечая, что

$$CB = z_{\varphi} \sin \varphi, \quad OA = x_{\varphi}, \quad K'O = K'N + NO = z_0 \operatorname{tg} \varphi + x_0,$$

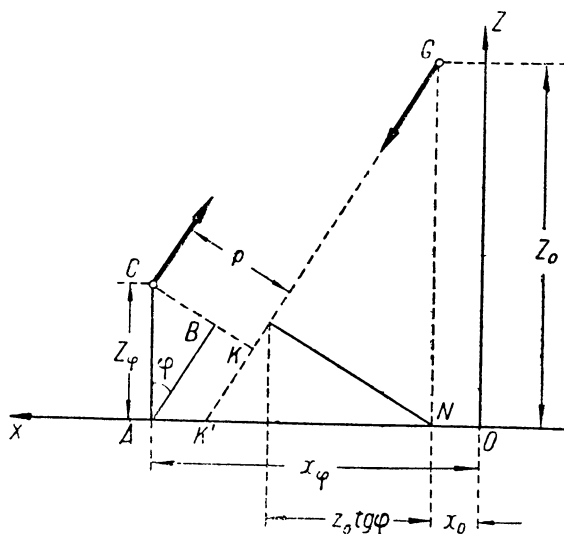


Рис. 96. Определение восстанавливающего момента гидросамолета с учетом вертикального смещения центра величины

получим:

$$\begin{aligned} p &= z_{\varphi} \sin \varphi + [x_{\varphi} - (z_0 \operatorname{tg} \varphi + x_0)] \cos \varphi = z_{\varphi} \sin \varphi + x_{\varphi} \cos \varphi - \\ &- z_0 \sin \varphi - x_0 \cos \varphi = (x_{\varphi} - x_0) \cos \varphi - (z_0 - z_{\varphi}) \sin \varphi. \end{aligned} \quad (98')$$

§ 17. Определение центра тяжести гидросамолета на плаву

Положим, что гидросамолет находится в равновесии и имеет грузовую ватерлинию W_0L_0 (рис. 97). Если перенести груз q , входящий в общий вес гидросамолета на l метров вдоль лодки, то перенос груза вызовет перемещение центра тяжести гидросамолета из точки G в G_1 , причем

$$GG_1 = \frac{ql}{Q}.$$

Гидросамолет изменит диферент на такой угол φ , при котором точка G_1 и новое положение центра величины C_1 будут на одной вертикали. Момент перемещения груза следует выбрать так, чтобы изменение диферента не превысило $2-3^\circ$; тогда можно принять величину продольного метacentрического радиуса постоянным

и равным R_0 . Новая вертикаль C_1G_1 будет проходить через начальный продольный метацентр M_0 .

Поскольку угол φ мал, будет справедливо такое соотношение:

$$H_0\varphi = GG_1 = \frac{ql}{Q}$$

и следовательно:

$$H_0 = \frac{ql}{Q\varphi}. \quad (100)$$

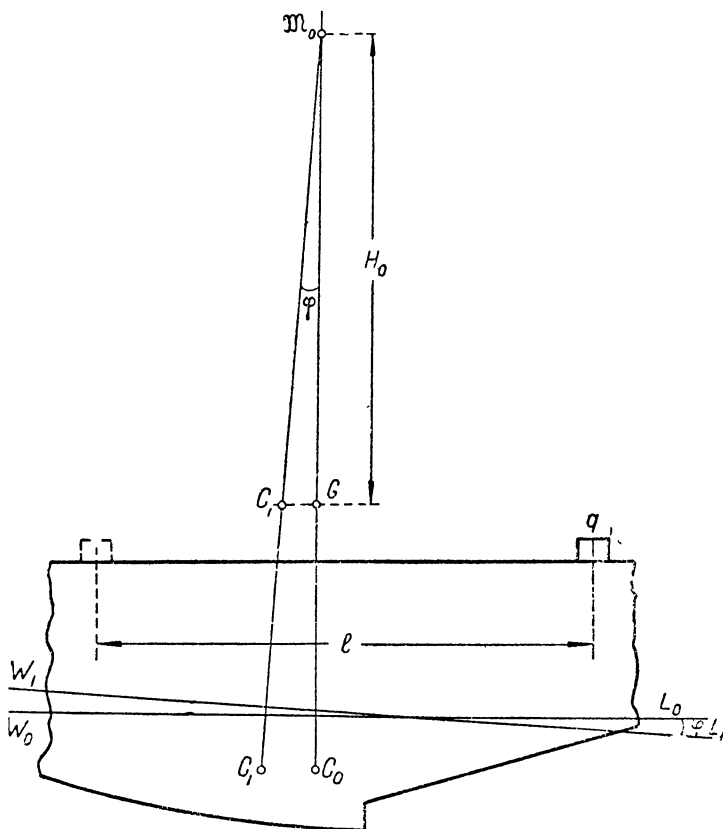


Рис. 97. Определение Ц. Т. гидросамолета на плаву

Откладывая на чертеже от метацентра M_0 найденную величину H_0 по вертикали вниз, найдем положение центра тяжести гидросамолета.

Отсчет угла φ удобно производить при помощи реек, установленных на оконечностях лодки. Обозначая через z_n увеличение погружения носовой рейки, через z_k — уменьшение погружения кормовой и через L — расстояние между рейками, найдем

$$\varphi = \frac{z_n + z_k}{L}. \quad (101)$$

Когда H_0 известна, то можно решить обратную задачу: насколько изменится дифферент гидросамолета, если груз q переместить вдоль лодки на расстояние l ? В этом случае

$$\varphi = \frac{ql}{H_0 Q}. \quad (102)$$

Для определения центра тяжести надежнее производить продольные наклонения лодки, так как при поперечных наклонениях гидросамолета его поперечная метацентрическая высота h даже

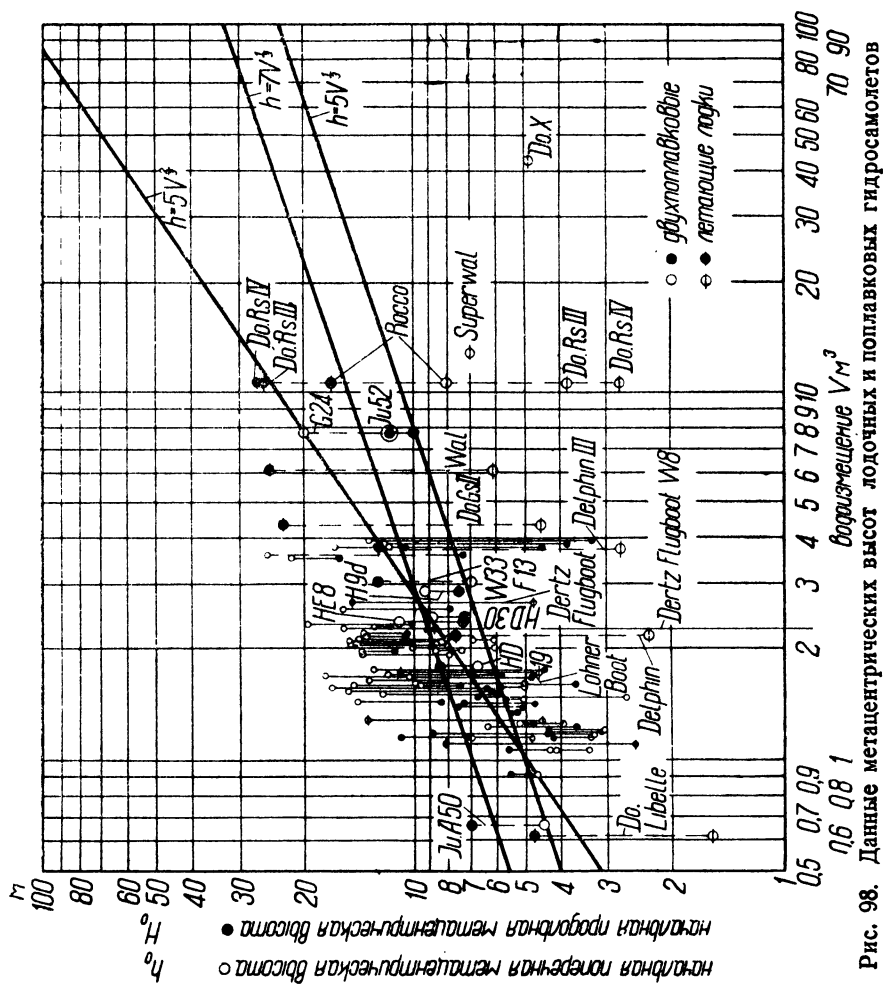


Рис. 98. Данные метацентрических высот лодочных и поплавковых гидросамолетов

на углах крена $2-3^\circ$, не всегда остается постоянной и равной начальной высоте h_0 . Разумеется, что опытные наблюдения допустимо проводить лишь при штилевой погоде и отсутствии зыби.

§ 18. Некоторые данные о метацентрических высотах

Сравнение различных типов гидросамолетов показывает на исключительно большой диапазон, в пределах которого лежат

значения начальных метацентрических высот H_0 и h_0 . Если разделить гидросамолеты на их основные группы, лодочные и двухпоплавковые, то даже и в этом случае затруднительно говорить о средних значениях метацентрических высот. Диаграмма Г. Кросека (рис. 98), составленная им на основании статистики, подтверждает наш вывод. На этой диаграмме в логарифмическом масштабе нанесены точки, соответствующие величинам H_0 и h_0 в функции от водоизмещения. Не классифицируя гидросамолеты по отдельным типам, можно только указать на общий характер изменения H_0 и h_0 : 1) с увеличением водоизмещения H_0 возрастает, h_0 также возрастает, но затем начинает уменьшаться (примерно от $D=10$ т для летающих лодок), 2) для двухпоплавковых гидросамолетов $h_0 > H_0$, 3) для летающих лодок $h_0 < H_0$.

В табл. 28 даны крайние значения H_0 и h_0 для гидросамолетов водоизмещением до 10 т.

ТАБЛИЦА 28

Группа	H_0 (метры)		h_0 (метры)	
	min	max	min	max
Двухпоплавковые	3,2	16	3,7	26
Летающие лодки	2,5	28	1,6	8

Некоторыми исследователями предложены формулы, устанавливающие зависимость между h_0 и V ; так например, для двухпоплавковых гидросамолетов по Дилу:

$$h_0 = 3,96 + 1,5 V, \quad (103)$$

$$H_0 = 5,57 V^{1/3}. \quad (104)$$

По Дж. Г. Лоуеру:

$$H_0 \approx h_0 = c_h V^{1/3}. \quad (105)$$

В формулах (103)—(105) H_0 и h_0 выражено в метрах, V —в m^3 , $c_h = 5,18$ и до 7,17 есть коэффициент метацентрической высоты.

Английский Civil Airworthiness Committee предлагает формулы:

$$h_0 = 4 V^{1/3}, \quad (106)$$

$$H_0 = 6 V^{1/3}. \quad (107)$$

Средние значения h_0 , выраженные по эмпирическим формулам, нанесены на диаграмме Кросека. Отклонения h_0 , как видно из рис. 98, укладываются в относительно узкую полосу и далеко не охватывают всех случаев.

Показатель степени в эмпирических формулах можно несколько уточнить, если ограничиться рассмотрением семейства гидросамолетов одного типа.

Будем считать, что как статический угол крена при любом масштабе гидросамолета, так и скорость бокового ветра не изменяются.

Имеем:

$$M_B = K_{RW} \rho S u^2 B;$$

но для малого θ :

$$M_D = Dh_0 \theta.$$

Из условия равенства моментов

$$M_D = M_B$$

определяем h_0 :

$$h_0 = \frac{K_{RW} \rho u^2}{\theta} \cdot \frac{SB}{V} = \text{const} \cdot \frac{SB}{V}.$$

Для иного масштаба гидросамолета

$$h_1 = \text{const} \cdot \frac{S_1 B_1}{V_1}.$$

Рассмотрим три семейства: Рорбах, Дорнье и Юнкерс.

На основании статистики имеем соотношения между площадью крыльев S , их размахом B и водоизмещением D , показанные в табл. 29.

ТАБЛИЦА 29

Семейство	Для S	Для B
Рорбах	$S \div 16D^{0,8}$ или $\frac{S_1}{S} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^{0,8}$	$B \div 10D^{0,46}$ или $\frac{B_1}{B} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^{0,46}$
Дорнье	$S \div 20D^{0,82}$ или $\frac{S_1}{S} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^{0,82}$	$B \div 11D^{0,40}$ или $\frac{B_1}{B} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^{0,40}$
Юнкерс	$S \div 20D^{0,82}$ или $\frac{S_1}{S} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^{0,82}$	$B \div 12,2D^{0,46}$ или $\frac{B_1}{B} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^{0,46}$

Полагая

$$\frac{h_1}{h_0} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^a,$$

получим:

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{S_1 B_1}{D_1} \cdot \frac{D}{SB} = \frac{S_1 B_1}{SB} \left(\frac{h_0}{h_1}\right)^{\frac{1}{a}} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^m \left(\frac{D_1}{D}\right)^n \left(\frac{h_0}{h_1}\right)^{\frac{1}{a}},$$

откуда

$$\frac{h_1}{h_0} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^{\frac{a(m+n)}{a+1}}.$$

Следовательно

$$\frac{a(m+n)}{a+1} = a,$$

откуда

$$a = m + n - 1.$$

Подставляя вместо m и n их значения¹ из табл. 29, найдем:

$$\begin{aligned} \text{для Рорбаха} & \dots a = 0,26, h_0 = c_1 V^{0,26} \\ \text{„ Дорнье} & \dots a = 0,22, h_0 = c_2 V^{0,22} \\ \text{„ Юнкерса} & \dots a = 0,28, h_0 = c_3 V^{0,28} \end{aligned}$$

¹ Показатель m относится к S , а показатель n — к B .

Г. Кросек дает следующие значения c :

$$c_1 = 3,0 - 5,0; c_2 = 4,1 - 6,9; c_3 = 4,6 - 7,6.$$

В приведенном рассуждении скорость ветра u была принята постоянной. Связывая эту скорость с размерами гидросамолета, мы получили бы новые показатели степени. В зависимости от характера заданных условий можно составить целый ряд одночленных формул типа $h = c_h V^2$. Формулы такого типа, справедливые в области небольшого относительного изменения масштаба гидро-

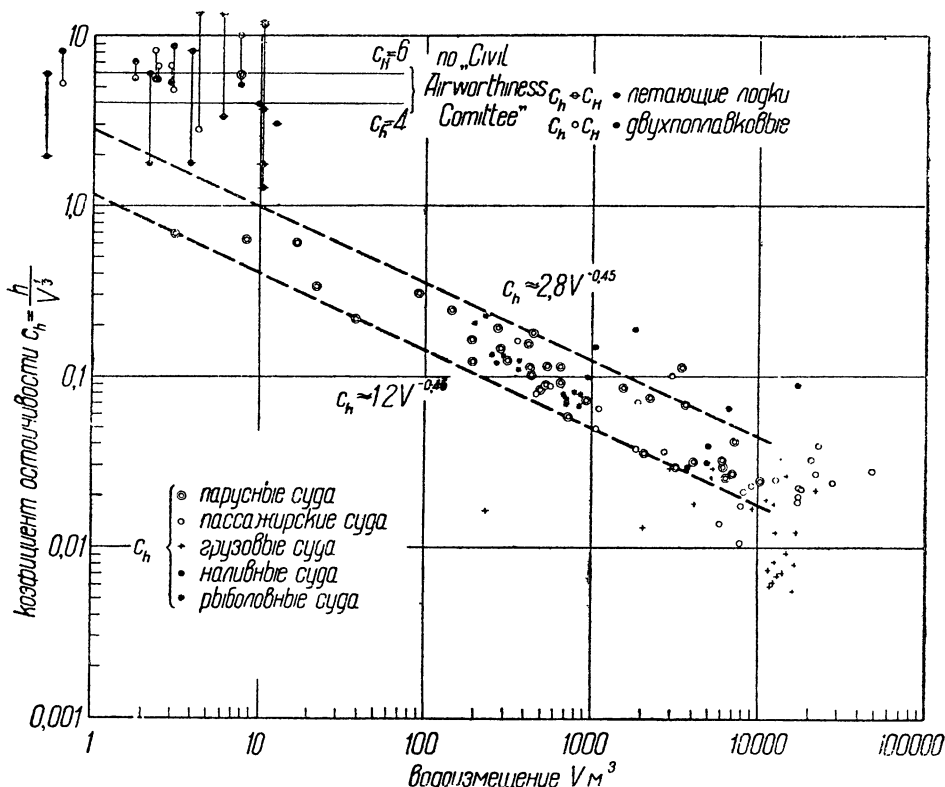


Рис. 99. Коэффициенты остойчивости судов и гидросамолетов

самолетов, будут увеличивать погрешность с увеличением их тоннажа.

Вычислим h_0 для самолетов типа Дорнье по „уточненной“ формуле:

$$h_0 = 4,1 \cdot V^{0,22}.$$

Для Дорнье-Валь водоизмещением 6 m получим:

$$h_0 = 4,1 \cdot 6^{0,22} = 4,1 \cdot 1,48 = 6,07 \text{ м.}$$

Дорнье-Суперваль водоизмещением 12,6 m будет иметь:

$$h_0 = 4,1 \cdot 12,6^{0,22} = 4,1 \cdot 1,66 = 6,8 \text{ м.}$$

Наконец для До-Х, водоизмещение которой $D = 42 \text{ м}$,

$$h_0 = 4,1 \cdot 42^{0,22} = 4,1 \cdot 2,28 = 9,4 \text{ м}.$$

Если первые два значения h_0 близки к действительности (рис. 98), то последнее значение h_0 превышает истинное на 88%.

Следует отметить, что увеличение размеров летающих лодок допускает вообще понижение h_0 , т. е. понижение роли плавников и подкрыльных поплавков. Гидросамолеты крупного тоннажа вряд ли будут нуждаться в этих дополнительных органах остойчивости, так как уширение корпуса лодки и относительно более низкое положение центра тяжести гидросамолета приведут к тому, что метацентрическая высота лодки h_{π} на всех углах крена (до погружения крыла в воду) будет больше нуля. Вообще, чем гидросамолет крупнее, тем его мореходность выше и тем меньше различие между статической мореходностью гидросамолета и корабля.

Г. Кросек приводит в своей работе „Beitrag zur Frage der Schwimmstabilität der Wasserflugzeuge“ еще одну интересную диаграмму, которая дает зависимость значений коэффициента

$$c = \frac{h}{V^{1/3}}$$

от водоизмещения (рис. 99). Для коммерческих судов с увеличением водоизмещения этот коэффициент понижается, причем его крайние отклонения составляют $\pm 10\%$ от среднего значения. Небольшой тоннаж гидросамолетов затрудняет судить о степени изменения c ; во всяком случае этот коэффициент для гидросамолетов хоть и больший по абсолютной величине, имеет также тенденцию к понижению, начиная от водоизмещения примерно в 10 т. Анализ поперечной остойчивости летающих лодок семейства Дорнье приводит к выводу, что для больших гидросамолетов этого семейства следует брать

$$h_0 = 7,5 \cdot V^{-0,12}.$$

§ 19. Наклонение гидросамолета относительно произвольной оси

До сих пор мы рассматривали поперечное и продольное наклонения гидросамолета отдельно. В общем случае к гидросамолету может быть приложен одновременно и кренящий и диферентующий моменты. Под действием этих моментов гидросамолет повернется около некоторой оси, не совпадающей с главными осями инерции площади грузовой, причем центр величины сместится в новое положение.

В теории корабля¹ доказывается, что проекции смещения центра величины на главные оси выражаются так:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{J_{y_0}}{V_0} \psi \sin \alpha \\ y_1 &= \frac{J_{x_0}}{V_0} \psi \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (108)$$

¹ А. Н. Крылов, Теория корабля, Курс Николаевской морской академии, С. Петербург, 1907, а также того же автора: Теория корабля, Курс Кораблестроительного сектора ВМИУ им. т. Дзержинского, Ленинград 1933.

где ψ — геометрическая сумма углов крена (θ) и диферента (φ), α — угол, составленный вектором ψ с главной продольной осью инерции X ; J_{y_0}, J_{x_0} — главные моменты инерции грузовой ватерлинии.

Уравнения (108) выражают следующую теорему: весьма малое наклонение гидросамолета около произвольной оси U (рис. 100) может быть разложено по правилу параллелограмма на наклонения около главных осей инерции площади грузовой ватерлинии, и перемещения центра величины можно рассчитывать отдельно и независимо друг от друга.

Плоскость OP перемещения центра величины составляет с осью Y угол β , тангенс которого равен:

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{x_1}{y_1} = \frac{J_y}{J_x} \operatorname{tg} \alpha. \quad (109)$$

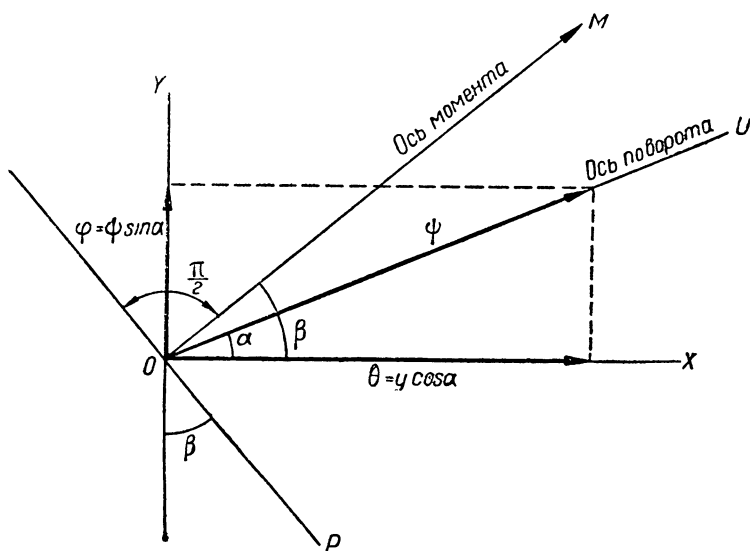


Рис. 100.

Плоскость OP момента M , представляющего геометрическую сумму кренящего и диферентующего моментов, должна совпадать с плоскостью перемещения центра величины (или быть ей параллельна); ось момента M перпендикулярна к этой плоскости и составляет с осью X тот же угол β .

Угол наклона оси U определится из уравнения (109):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \beta. \quad (109')$$

Если

$$J_x = J_y,$$

то

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta,$$

т. е. ось поворота совпадает с осью момента.

Вычислим момент инерции J_u относительно оси U , наклоненной под произвольным углом α к главной продольной оси X (рис. 101), через главные моменты инерции J_x и J_y .

Имеем:

$$J_u = \int_S v^2 dS,$$

где v есть расстояние элемента dS площади грузовой от оси U .

Из чертежа видно, что

$$v = y \cos \alpha - x \sin \alpha.$$

Следовательно

$$\begin{aligned} J_u &= \int_S (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dS = \\ &= \cos^2 \alpha \int_S y^2 dS + \sin^2 \alpha \int_S x^2 dS - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_S xy dS, \end{aligned}$$

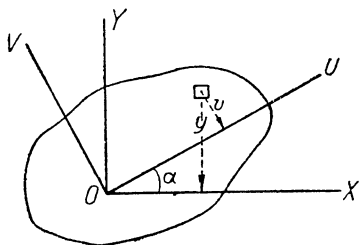


Рис. 101

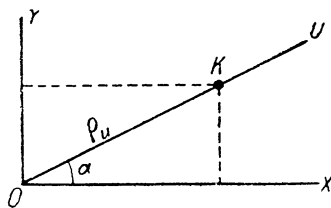


Рис. 102

причем интеграл последнего члена равен нулю, так как он представляет собой центробежный момент инерции относительно главных осей.

Окончательно получим:

$$J_u = J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha. \quad (110)$$

Разделяя последнее выражение на S , будем иметь:

$$\frac{J_u}{S} = \frac{J_x}{S} \cos^2 \alpha + \frac{J_y}{S} \sin^2 \alpha$$

или

$$r_u^2 = r_x^2 \cos^2 \alpha + r_y^2 \sin^2 \alpha, \quad (111)$$

т. е. получаем зависимость между радиусами инерции r_u , r_x и r_y .

Отложим по оси OX величину ρ_x , обратно пропорциональную r_x :

$$\rho_x = \frac{m^2}{r_x},$$

а по осям OY и OU — соответственно:

$$\rho_y = \frac{m^2}{r_y} \text{ и } \rho_u = \frac{m^2}{r_u}$$

и подставим в уравнение (111) найденные значения ρ :

$$\frac{1}{\rho_u^2} = \frac{\cos^2 \alpha}{\rho_x^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{\rho_y^2}. \quad (111')$$

Вершина K отрезка ρ_u имеет координаты (рис. 102):

$$x = \rho_u \cos \alpha, \quad y = \rho_u \sin \alpha.$$

Заменяя в уравнении (111') $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$ через $\frac{x}{\rho_u}$ и $\frac{y}{\rho_u}$, получим следующую зависимость между координатами точки K :

$$\frac{x^2}{\rho_x^2} + \frac{y^2}{\rho_y^2} = 1. \quad (112)$$

Уравнение (112) есть уравнение *эллипса инерции*. При изменении угла α вершина отрезка ρ_u скользит по этому эллипсу, полуосями которого являются ρ_x и ρ_y .

Поскольку величина m произвольна, удобно ее выбрать так, чтобы

$$m^2 = r_x r_y.$$

Тогда

$$\rho_x = \frac{m^2}{r_x} = r_y, \quad \rho_y = \frac{m^2}{r_y} = r_x$$

и уравнение (112) примет вид

$$\frac{x^2}{r_y^2} + \frac{y^2}{r_x^2} = 1.$$

В этом случае полуосями эллипса будут служить радиусы инерции, причем по оси X откладывается r_y , а по оси Y откладывается r_x .

Расстояние h от центра O (рис. 103) до касательной U' , параллельной U , будет радиусом инерции r_y . Докажем это свойство.

Напишем уравнение касательной U' в нормальном виде:

$$h = -x \sin \alpha + y \cos \alpha.$$

С другой стороны уравнение касательной можно написать так:

$$\frac{x_0 x}{r_y^2} + \frac{y_0 y}{r_x^2} = 1, \quad (113)$$

где x_0 и y_0 — координаты точки касания A .

Сравнивая эти уравнения, получим:

$$\frac{\left(\frac{x_0}{r_y^2}\right)}{-\sin \alpha} = \frac{\left(\frac{y_0}{r_x^2}\right)}{\cos \alpha} = \frac{1}{h},$$

или, возведя в квадрат,

$$\frac{\left(\frac{x_0^2}{r_y^2}\right)}{r_y^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\left(\frac{y_0^2}{r_x^2}\right)}{r_x^2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{h^2},$$

откуда

$$\frac{\frac{x_0^2}{r_y^2} + \frac{y_0^2}{r_x^2}}{r_y^2 \sin^2 \alpha + r_x^2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{r_y^2 \sin^2 \alpha + r_x^2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{h^2}.$$

Следовательно получается, принимая во внимание (111):

$$h^2 = r_x^2 \cos^2 \alpha + r_y^2 \sin^2 \alpha = r_u^2.$$

Теорема Бресса и Сен-Венана. Эллипс инерции позволяет легко найти ось поворота U .

Заменяя моменты инерции J_x и J_y через Sr_x^2 и Sr_y^2 , уравнение (109') можно переписать так:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r_x^2}{r_y^2} \operatorname{tg} \beta. \quad (109'')$$

Если провести к эллипсу касательную, уравнение которой дано выражением (113), то тангенс угла наклона этой касательной к оси равен:

$$-\frac{x_0}{y_0} \cdot \frac{r_x^2}{r_y^2}.$$

Но для точки A , лежащей в плоскости OP :

$$\frac{x_0}{y_0} = -\operatorname{tg} \beta,$$

и следовательно тангенс угла наклона касательной к оси X будет:

$$\frac{r_x^2}{r_y^2} \operatorname{tg} \beta.$$

Полученный результат приводит к выводу, что ось поворота U параллельна касательной U' , проведенной к эллипсу в точке A его пересечения с плоскостью OP момента M .

Заметим, что линии OU и OP являются сопряженными диаметрами эллипса инерции. Эта теорема представляет полную аналогию теореме, относящейся к косому изгибу и найденной одновременно Брессом и Сен-Венаном. Поэтому мы присваиваем ей имя указанных авторов.

Чем больше разнятся по величине радиусы инерции r_x и r_y , т. е. чем более вытянут эллипс инерции, тем больше приближается ось поворота к оси, соответствующей наименьшему моменту инерции J_{\min} площади грузовой. Моменты инерции J_{\min} и J_{\max} называются главными моментами инерции, а метацентрические радиусы

$$\rho_1 = \frac{J_{\min}}{V_0} \text{ и } \rho_2 = \frac{J_{\max}}{V_0}$$

называются главными метацентрическими радиусами. Отсюда следует, что один из метацентров будет лежать выше всех остальных, а другой — ниже всех остальных. Эти метацентры называются главными. Таким образом для сохранения устойчивости гидросамолета при наклонениях последнего около произвольной оси

необходимо, чтобы центр тяжести гидросамолета лежал ниже обеих главных метacentров.

При прямом положении гидросамолета его главными метacentрами являются M_0 и M_0 .

§ 20. Нахождение главных осей инерции

При большом угле наклона гидросамолета заметно изменяются не только площади и моменты инерции площадей грузовых ватерлиний, но также и направление главных осей инерции.

Пусть U и V суть оси, проходящие через общий центр тяжести площадей действующих грузовых ватерлиний, а J_u и J_v — их моменты инерции. Вычислим угол α наклона главных осей X и Y .

Из чертежа (рис. 104) имеем:

$$x = u \cos \alpha + v \sin \alpha,$$

$$y = v \cos \alpha - u \sin \alpha;$$

следовательно

$$\begin{aligned} J_{xy} &= \int_S (u \cos \alpha + v \sin \alpha) (v \cos \alpha - u \sin \alpha) dS = \\ &= (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \int_S uv dS + \sin \alpha \cos \alpha \int_S (v^2 - u^2) dS = \\ &= J_{uv} \cos 2\alpha + (J_u - J_v) \frac{\sin 2\alpha}{2}. \end{aligned}$$

Чтобы оси X и Y были главными, необходимо J_{xy} приравнять нулю:

$$J_{xy} = 0,$$

т. е.

$$J_{uv} \cos 2\alpha + \frac{J_u - J_v}{2} \sin 2\alpha = 0,$$

откуда

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2J_{uv}}{J_v - J_u}. \quad (114)$$

Зная теперь α , легко отыскать и главные моменты:

$$\begin{aligned} J_x &= \int_S y^2 dS = \int_S (v \cos \alpha - u \sin \alpha)^2 dS = \\ &= J_u \cos^2 \alpha + J_v \sin^2 \alpha - 2J_{uv} \sin 2\alpha, \end{aligned} \quad (115)$$

$$\begin{aligned} J_y &= \int_S x^2 dS = \int_S (u \cos \alpha + v \sin \alpha)^2 dS = \\ &= J_u \sin^2 \alpha + J_v \cos^2 \alpha + 2J_{uv} \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (116)$$

НЕПОТОПЛЯЕМОСТЬ

§ 1. Основные случаи затопления

Непотопляемость гидросамолета обеспечивается устройством в лодке и поплавках ряда водонепроницаемых переборок, а также постановкой в некоторых случаях двойного дна или водонепроницаемых отсеков в крыльях. При затоплении гидросамолета нельзя ограничиться только определением новой осадки и новых углов начальных наклонов, но следует убедиться также и в остойчивости на больших углах. Гидросамолет, имеющий пробойну в корпусе, должен по возможности обладать как достаточной плавучестью, так и достаточной остойчивостью. В практике удовлетворить такому требованию весьма трудно.

Затопление корпуса связано с неизбежным уменьшением плавучести и остойчивости. Когда затопление доходит до известных пределов, гидросамолет целиком утрачивает свойства плавучести и остойчивости. Следует указать, что утрата этих свойств происходит, вообще говоря, не одновременно. В морской практике признают желательным, чтобы корабль ранее терял плавучесть, а затем остойчивость, т. е. *чтобы корабль тонул не опрокидываясь*. В гидроавиации такое требование можно предъявлять, конечно, лишь к машинам *большого* тоннажа, затопление которых происходит не мгновенно.

Летающие лодки малого веса в отношении непотопляемости являются весьма неблагоприятными: чем лодка меньше, тем меньше абсолютное расстояние между переборками, тем труднее, следовательно, разместить в ней летный состав и вооружение; поэтому к лодкам малого веса приходится предъявлять пониженные требования.

Поплавковые же гидросамолеты, имеющие большое число переборок, чаще опрокидываются, но реже тонут.

Теория корабля рассматривает три случая затопления: 1) затопленное отделение сверху закрыто и затоплено водой целиком, так что вода в нем не может переливаться; вода в отсеке с забортной водой не сообщается; 2) затопленное отделение сверху открыто, пробойна заделана; вода в отсеке может переливаться, но с забортной водой не сообщается; 3) затопленное отделение имеет постоянное сообщение с забортной водой.

Перечисленные случаи затопления мы и разберем.

§ 2. Первый случай

Первый случай в гидроавиации расчетным не является, но в практике может иметь место. Этот случай равносильен приему на гидросамолет твердого груза, вес которого равен весу воды, влившейся в отделение, и центр тяжести которой совпадает с центром тяжести отделения.

Положим, что наклоны гидросамолета малы, т. е. будем считать моменты инерции действующих грузовых ватерлиний неизменившимися. Тогда новые значения метацентрических высот, пренебрегая pz : $(Q + p)$, можно положить равными [гл. IV, § 5, формула (19)] для поперечной высоты:

$$h_1 = h_0 \left[1 - \frac{p}{Q + p} \right] \quad (1)$$

и, по аналогии, для продольной высоты:

$$H_1 = H_0 \left[1 - \frac{p}{Q + p} \right], \quad (2)$$

где h_0 и H_0 — величины метацентрических высот до затопления и p — вес воды в отсеке.

Обозначим через a расстояние центра тяжести затопленного отсека от диаметральной плоскости и через b — расстояние по длине этого центра тяжести от центра тяжести гидросамолета. Крен и диферент, как указано в гл. IV § 19, рассчитываем независимо один от другого.

Угол крена определится из формулы (гл. IV, § 17):

$$\theta = \frac{pa}{(Q + p)h_1}. \quad (3)$$

Для вычисления угла диферента сначала предположим, что принятие груза диферента не изменило. Для этого необходимо, чтобы центр тяжести груза лежал на одной вертикали с центром величины входящего слоя. Считая толщину слоя e незначительной, можно принять, что центр величины входящего слоя совпадает по вертикали с центром тяжести грузовой ватерлинии. Следовательно, *постоянство угла диферента будет соблюдено тогда, когда центр тяжести груза и центр тяжести площади ватерлинии будут лежать на общей вертикали*. Если k есть абсцисса центра тяжести грузовой, то плечо перемещения груза по длине лодки будет:

$$b' = b - k,$$

а искомый угол диферента будет:

$$\varphi = \frac{pb'}{(Q + p)H_1} = \frac{p(b - k)}{(Q + p)H_1}. \quad (4)$$

§ 3. Второй случай

Эта задача подробно разобрана в гл. IV, § 6. Измененное значение поперечной метацентрической высоты будет равно:

$$h'_1 = h_1 - \frac{i}{V_0 + v} = h_0 \left(1 - \frac{p}{Q + p} \right) - \frac{i}{V_0 + v}. \quad (5)$$

Здесь $\gamma = 1$, а i есть момент инерции площади свободной поверхности воды в отсеке, взятый относительно продольной оси, проходящей через центр тяжести этой поверхности. Потеря поперечной остойчивости от наличия воды в отсеке обычно ничтожно мала.

Напишем выражение для продольной метацентрической высоты:

$$H'_1 = H_0 \left(1 - \frac{p}{Q+p} \right) - \frac{j}{V_0 + v}. \quad (6)$$

Через j здесь обозначен момент инерции площади свободной поверхности воды в отсеке, взятый относительно поперечной оси, проходящей через центр тяжести этой поверхности.

Если в лодке отсутствуют поперечные переборки, то j может по своей величине оказаться близким к моменту инерции площади грузовой ватерлинии J_{y_0} и последний член формулы (6) будет велик. Устройство поперечных переборок уменьшает j , т. е. противодействует уменьшению продольной метацентрической высоты. Отсюда видно, какую важную роль играют в гидросамолете поперечные переборки.

Положим, что отсек лодки разделен по длине пополам. В этом случае

$$j_1 = \frac{bl_1^3}{12} = \frac{b}{12} \left(\frac{l}{2} \right)^3 = \frac{1}{8} j,$$

где b — ширина отсека и l — его длина.

Потеря метацентрической высоты равна:

$$\Delta H = \frac{2j_1}{V} = \frac{1}{4} \frac{j}{V},$$

т. е. эта потеря уменьшится в четыре раза по сравнению с потерей для целого отсека. Легко доказать, что ΔH обратно пропорциональна квадрату расстояния между переборками.

В общем случае при проверке остойчивости на больших углах дифферента приходится пользоваться формулой (98) или (98') § 16 гл. IV.

Пример. Найти значения метацентрических высот летающей лодки, имеющей затопленный отсек при следующих данных:

$$\begin{aligned} Q &= 12 \text{ м}, & b &= 2 \text{ м}, \\ h_0 &= 10 \text{ м}, & l &= 5 \text{ м}, \\ H_0 &= 20 \text{ м}, & p &= 1 \text{ м}. \end{aligned}$$

По формулам (5) и (6) определяем:

$$h'_1 = 10 \left(1 - \frac{1}{13} \right) - \frac{5 \cdot 2^3}{12 \cdot (12 + 1)} = 10 - 0,77 - 0,256 = 8,97 \text{ м};$$

$$H'_1 = 20 \left(1 - \frac{1}{13} \right) - \frac{2 \cdot 5^3}{12 \cdot 13} = 20 - 1,54 - 1,6 \approx 17 \text{ м}.$$

Если бы l увеличилось вдвое, то

$$H'_1 = 20 - 1,54 - 4 \cdot 1,6 = 10,6 \text{ м}.$$

§ 4. Третий случай

Когда вода в отсеке свободно сообщается с забортной водой, этот отсек никакой плавучести не имеет и его при расчете водоизмещения приходится исключить; центр тяжести самолета остается

на месте, меняется только форма лодки, так как пробитый отсек как бы вырезается из корпуса.

Примем за координатные плоскости: ¹ 1) диаметрально плоскость, направив ось X в нос и ось Z вверх, 2) поперечную плоскость, проходящую через центр тяжести площади грузовой ватерлинии, с положительным направлением оси Y вправо, и 3) плоскость, касательную к килю на редане и параллельную свободной поверхности воды.

Введем следующие обозначения:

- $V_0 = \text{const}$ — объем погруженной части гидросамолета,
 v — объем утраченного отсека, ограниченного начальной грузовой ватерлинией,
 x, y, z — координаты центра тяжести этого объема,
 S — площадь начальной грузовой ватерлинии,
 s — утраченная часть площади грузовой,
 a_0 — абсцисса центра тяжести грузовой,
 a, b — координаты центра тяжести ее,
 $\xi_0, \eta_0 = 0, \zeta_0$ — начальные координаты центра величины,
 ξ, η, ζ — координаты центра величины гидросамолета при затоплении отсека в предположении, что гидросамолет удерживается в начальном положении внешней парой,
 e — увеличение осадки,
 T_0 — начальная осадка.

Смещения координат центра величины ξ, η, ζ определяются из нижеследующих уравнений моментов, при составлении которых надлежит иметь в виду, что равнодействующий момент есть сумма трех моментов: 1) момента начального объема V_0 , 2) отрицательного момента объема затопленного отсека v и 3) момента поправочного слоя с центром тяжести, лежащим над центром тяжести новой грузовой ватерлинии:

$$V_0 \xi = V_0 \xi_0 + v \frac{a_0 S - as}{S - s} - vx,$$

$$V_0 \eta = v \frac{sb}{S - s} - vy,$$

$$V_0 \zeta = V_0 \zeta_0 + v \left[T_0 + \frac{e}{2} \right] - vz.$$

Отсюда, принимая во внимание, что $a_0 = 0$ при выбранной системе координат, имеем:

$$\xi - \xi_0 = -\frac{v}{V_0} \frac{as}{S - s} - \frac{v}{V_0} x$$

или, поскольку a близка по величине к x :

$$\xi - \xi_0 = -\frac{v}{V_0} x \left[1 + \frac{s}{S - s} \right], \quad (7)$$

$$\eta = \frac{v}{V_0} \frac{sb}{S - s} - \frac{v}{V_0} y, \quad (8)$$

$$\zeta - \zeta_0 = \frac{v}{V_0} \left[T_0 + \frac{e}{2} - z \right]. \quad (9)$$

¹ Акад. А. Н. Крылов, Теория корабля.

Поперечный метацентр будет находиться вне диаметральной плоскости в точке M_1 , причем новый начальный метацентрический радиус равен:

$$\rho_1 = C_1 M_1 = \frac{J_1}{V_0},$$

где

$$J_1 = J_0 - i_1 = J_0 - \left[i + s \left(b - \frac{sb}{S-s} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Если s мало, то можно положить

$$i_1 = i + sb^2,$$

т. е. уменьшение момента инерции J_1 и метацентрического радиуса ρ_1 будет сильно зависеть от степени удаления b ординаты центра тяжести утраченной части площади грузовой ватерлинии. Аналогичный вывод можно сделать и относительно продольного метацентрического радиуса. Отсюда следует, что наиболее опасным является пробоина тех отсеков, которые расположены дальше от начала координат, т. е. отсеков носовой и кормовой оконечностей лодки, и отсеков водоизмещающих подкрыльных поплавков.

Если отбросить действие удерживающей внешней пары, то гидросамолет приобретает угол θ , при котором линия GM_1 (рис. 105) станет отвесной:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{GG'}{M_1 G'} = \frac{\eta}{M_1 G'} = \\ &= \frac{vy}{V_0 \cdot M_1 G'} = \frac{vy}{V_0 h_1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Новое метацентрическое расстояние оказывается:

$$M_1 G' = K_1 M_1 - KG = KM_0 - \frac{i_1}{V_0} + (\zeta - \zeta_0) - KG$$

или

$$h_1 = h_0 - \frac{i_1}{V_0} + \frac{v}{V_0} \left(T_0 + \frac{e}{2} - z \right), \quad (12)$$

а для продольных наклонений:

$$GM_1 = GM_0 - \frac{j + a^2 s}{V_0}. \quad (13)$$

Выведенные выше формулы для больших наклонений и при больших пробоинах становятся неправильными. Чтобы определить положение равновесия в этом случае, приходится применять довольно громоздкий метод последовательных приближений или же пользоваться испытаниями модели в гидростатическом бассейне.

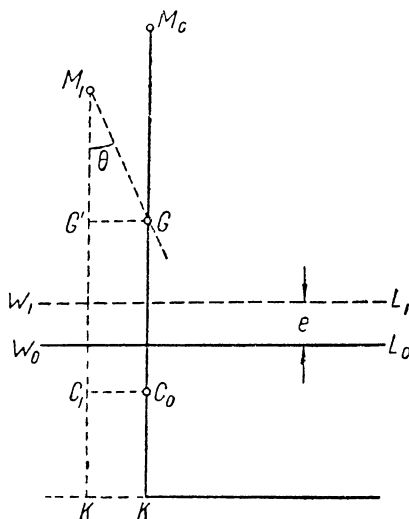


Рис. 105

В частности, когда затопление пробитых отделений не вызывает заметного поворота главных осей инерции (например, затопление отсека лодки или отсека поплавка при расположении центров этих отсеков на главных осях), тогда задача значительно упрощается и решается обычным методом, изложенным в § 8, 9 и 16 гл. IV; все вычисления производятся по прежним схемам, только не заполняются те части таблиц, которые соответствуют затопленным отсекам.

Расчетным случаем в гидроавиации является третий случай, при одновременном затоплении двух смежных отсеков, что соответствует пробое под водонепроницаемой переборкой. В летающих лодках малого тоннажа ограничиваются обычно лишь затоплением одного отсека.

Глава VI

СПУСК ГИДРОСАМОЛЕТА С БЕРЕГОВОЙ ПЛОЩАДКИ

§ 1. Общий анализ спуска гидросамолета

Задача о спуске гидросамолета с береговой площадки на воду относится к разряду гидростатических задач и решается на основании методов, изложенных в гл. III. Несмотря на то, что расчет спусковой площадки и не входит в круг вопросов мореходности, мы все же включаем этот расчет в настоящую книгу, как имеющий непосредственную связь с эксплуатацией гидросамолетов.

Рассматриваемая задача сводится к определению геометрических элементов погруженной части площадки и к определению действующих на нее внешних сил.

В число геометрических элементов входят: угол α наклона площадки к горизонту, длина ее подводной части L и глубина ее погружения (глубина воды) H .

Внешние силы зависят от типа гидросамолета, от системы тележки, от угла наклона α и от степени погружения гидросамолета в воду.

Заданными обычно являются: угол наклона α и тип гидросамолета с тележкой, которые мы символически обозначим через F .

Таким образом нашей задачей является отыскание частного значения функций

$$L = f(F, \alpha) \text{ и } H = \varphi(F, \alpha)$$

с попутным определением действующих усилий. Поскольку указанные функции в подавляющем большинстве случаев неизвестны, задачу о спуске приходится решать приближенным путем.

Спуск гидросамолета с береговой площадки можно разделить на три периода: первый — от начала спуска до входа гидросамолета в воду, второй — от входа гидросамолета в воду до всплытия погруженной части лодки или поплавков и третий — от момента всплытия до момента, при котором реакция спусковой площадки или тележки на днище лодки будет равна нулю (так называемое полное всплытие).

В отличие от спуска морских судов, которые обычно движутся по стапелю под действием силы собственного веса с ускорением и без тормозных устройств, гидросамолеты спускаются на воду при практически постоянной и весьма малой скорости и удерживаются либо командой, либо тросом от механического привода.

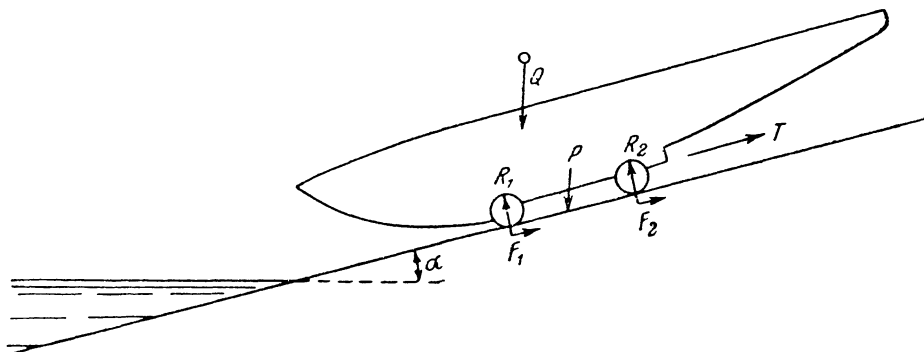


Рис. 106. Силы, действующие на гидросамолет в первый период его движения по площадке

Поэтому спуск гидросамолета можно рассматривать не как динамическую, а как статическую задачу.

В первом периоде движения по стапелю будут действовать следующие силы (рис. 106): вес гидросамолета Q , вес тележки P ,

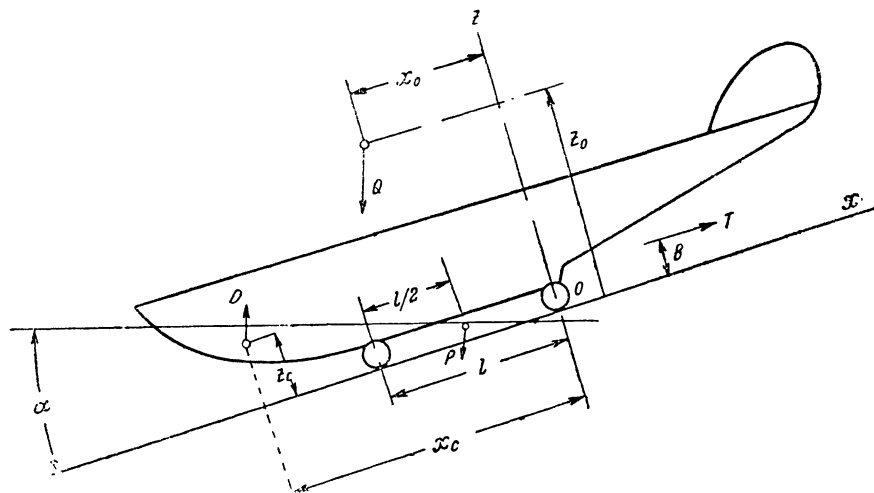


Рис. 107. Силы, действующие на гидросамолет во втором периоде его движения по площадке (силы реакции площадки на чертеже не показаны)

сила трения тележки $F = F_1 + F_2$, силы реакции стапеля на передние и задние колеса R_1 и R_2 , натяжение спускового троса T .

Условие равномерного движения выражается уравнением:

$$F + T - (P + Q) \sin \alpha = 0. \quad (1)$$

Во втором периоде движения к этим силам добавится сила гидростатического поддержания D , приложенная в центре величины гидросамолета.

Если расположить оси так, как показано на рис. 107, то для реакции ступеля на переднее и заднее колеса получаются такие выражения:

$$R_1 = \left[Q(x_0 \cos \alpha + z_0 \sin \alpha) - D(x_c \cos \alpha + z_c \sin \alpha) + \right. \\ \left. + \frac{Pl}{2} \cos \alpha - Tb \right] \frac{1}{l}, \quad (2)$$

$$R_2 = \left\{ Q[(l - x_0) \cos \alpha - z_0 \sin \alpha] - D[(x_c - l) \cos \alpha + z_c \sin \alpha] - \right. \\ \left. - \frac{Pl}{2} \cos \alpha - Tb \right\} \frac{1}{l}, \quad (3)$$

где l — расстояние между осями колес, b — расстояние буксирного троса от площадки, ¹ x_0 и z_0 — координаты центра тяжести самолета, x_c и z_c — координаты центра величины погруженной части лодки.

Расчетное усилие T определяется из уравнения:

$$T = (Q + P - D) \sin \alpha \pm k(R_1 + R_2), \quad (4)$$

где k есть коэффициент трения; знак плюс соответствует случаю подъема лодки из воды, знак минус — спуску на воду.

Давление лодки на тележку во втором периоде спуска выражится следующим образом: на передние колеса

$$A_1 = R_1 - \frac{P}{2} \cos \alpha, \quad (5)$$

а на задние колеса

$$A_2 = R_2 - \frac{P}{2} \cos \alpha. \quad (6)$$

По мере погружения лодки в воду момент водоизмещения будет возрастать с одновременным изменением сил A_1 и A_2 .

Начало третьего периода, т. е. всплытие носовой части гидросамолета наступит тогда, когда алгебраическая сумма моментов веса и архимедовой силы относительно точки O будет равна нулю:

$$\sum M = 0, \quad (7)$$

что, в свою очередь, соответствует значению

$$A_1 = 0. \quad (8)$$

Полное всплытие найдется из дополнительного условия

$$A_2 = 0. \quad (9)$$

Если спуск производится на одноосной тележке, то поддерживающую роль задних колес заменит второй редан или пятка ахтер-

¹ Полагаем трос параллельным площадке; центр тяжести тележки считаем расположенным посредине тележки на прямой, проходящей через оси колес.

штейня (рис. 108). В этом случае желательно поставить тележку так, чтобы проекция G' центра тяжести G гидросамолета лежала между проекциями точек опор K и N : при сильном смещении ее в нос лодка может удариться носовой частью о площадку и повредить корпус. Указанное следует иметь в виду главным образом в отношении тяжелых машин, имеющих при спуске носовую часть во взвешенном состоянии. Искомая теоретическая минимальная глубина воды H должна быть равна максимальному погружению лодки.

Для определения геометрических элементов стапеля и действующих на него сил необходимо уметь вычислить текущие значения силы гидростатического поддержания D , а также координат центра величины x_c и z_c . В расчете удобнее всего пользоваться масштабом

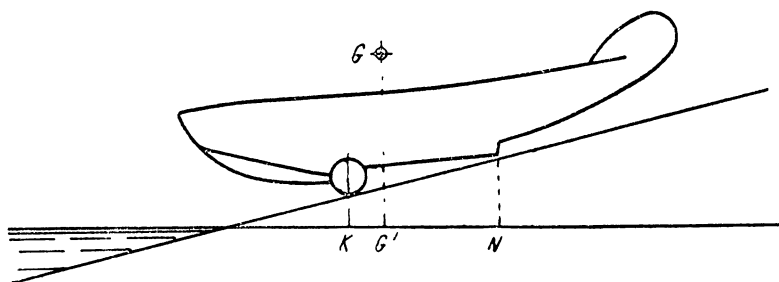


Рис. 108. Спуск гидросамолета на одноосной тележке

Бонжана, который должен быть предварительно нанесен на боковую проекцию лодки.

Пренебрегая влиянием подкрыльных поплавков и пользуясь, например, масштабом Бонжана „по объемам“, напишем значение абсциссы центра величины x'_c , отсчитанной от главного редана (§ 10 гл. III):

$$x'_c = \frac{I_{\kappa} [v_1 + 3v_2 + \dots + (2n-1)v_n] - I_{\kappa} [v'_1 + 3v'_2 + \dots + (2m-1)v_m]}{2V_0}.$$

Если через λ обозначить расстояние от главного редана до кормовой точки опоры (т. е. до точки O или пятки ахтерштевня), то

$$x_c = \lambda + x'_c. \quad (10)$$

При более точном расчете координату z_c можно принять расположенной на $\frac{1}{3}$ осадки, считая от поверхности воды. Мы в данном случае влиянием z_c на плечо водоизмещения пренебрегаем.

Пусть ξ есть величина смещения лодки по площадке, отсчитанное от неподвижного начала координат O' (рис. 109). Для определенности положим, что O' совпадает с O , когда лодка только касается воды; в этом случае $\xi = 0$.

Очевидно, что при $\alpha = \text{const}$ будет:

$$D = f_1(\xi), \quad x_c = f_2(\xi), \quad z_c = f_3(\xi).$$

На втором периоде спуска плечо момента водоизмещения есть

$$p = x_c \cos \alpha,$$

а самый момент:

$$M_D = Dx_c \cos \alpha = f(\xi) \cos \alpha. \quad (11)$$

Момент же веса относительно пятки ахтерштевня равен:

$$M_Q = Q[x_0 \cos \alpha + z_0 \sin \alpha + \lambda \cos \alpha] = \text{const}. \quad (12)$$

Смещение ξ_1 , соответствующее началу всплытия носа, на основании формулы (7) определится как корень уравнения:

$$Q[x_0 \cos \alpha + z_0 \sin \alpha + \lambda \cos \alpha] - f(\xi) \cos \alpha = 0. \quad (13)$$

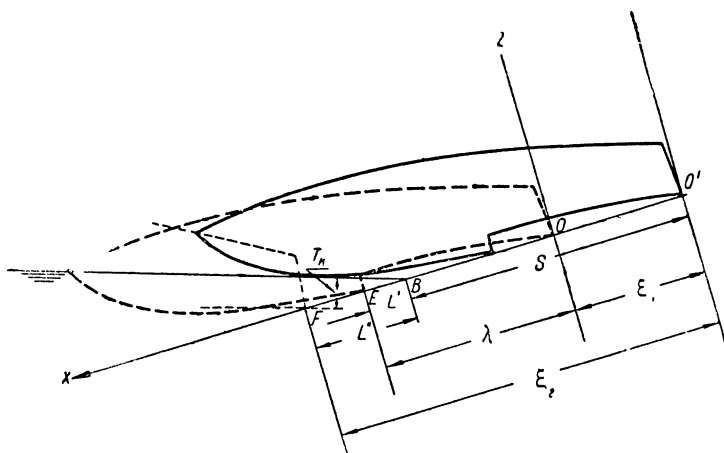


Рис. 109. Определение длины подводной части площадки

Давление лодки на площадку в момент всплытия носа равно

$$A_2 = Q - D = Q - f_1(\xi_1). \quad (14)$$

Дальнейшее увеличение ξ связано с поворотом лодки относительно поперечной оси, проходящей через точку O .

Смещение ξ_2 , отвечающее полному всплытию, будет корнем уравнения:

$$Q - D = 0$$

или

$$Q - f_1(\xi) = 0. \quad (15)$$

Если через S обозначить расстояние от уреза воды B до неподвижного начала координат O' , т. е. положить

$$S = BO',$$

то для длины подводной части стапеля имеем:

$$L' = BE = \lambda + \xi_1 - S. \quad (16)$$

Точка E соответствует началу всплытия редана ($\xi = \xi_1$), а точка F — нулевому давлению пятки ахтерштевня на площадку ($\xi = \xi_2$); может оказаться, что

$$L'' = BF = \xi_2 - S \quad (17)$$

будет больше, чем L' . Очевидно, что расчетной длиной, как наибольшей по величине, в этом случае будет L'' .

Длину L'' можно найти непосредственно, обходя формулу (17), из простой зависимости:

$$L'' = T_{\kappa} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}, \quad (18)$$

где T_{κ} — осадка кормы при свободном плавании гидросамолета, известная из гидростатического расчета.

Определение Dx_c и M_D производится по схеме, показанной в табл. 30 (стр. 144).

Нахождение значений ξ_1 и ξ_2 производится графическим путем. Наибольшая глубина воды H обычно соответствует той осадке лодки, при которой носовая часть последней начинает всплывать.

§ 2. Влияние наклона площадки на длину ее подводной части и глубину воды

Для количественной оценки влияния угла наклона стапеля на элементы последнего решим задачу о призматическом прямоугольном теле (поплавке) имеющем неплотное прилегание к стапелю.¹

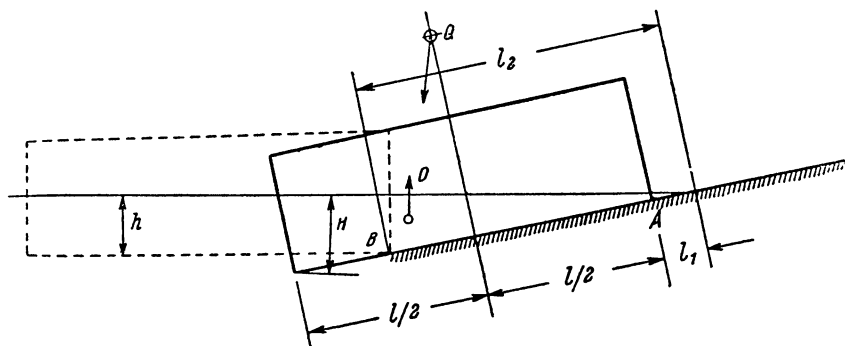


Рис. 110

Обозначим через Q — вес тела, h — его грузовую осадку на ровный киль, b — ширину тела, l — длину тела, α — угол наклона стапеля, γ — абсолютный удельный вес воды и примем, что центр тяжести расположен посередине длины (рис. 110).

¹ Под неплотным прилеганием подразумевается такое, при котором гидростатическое давление на днище не равно нулю, т. е. напряжение давления $p = \gamma h$, где γ — уд. вес воды, h — глубина погружения точки под свободной поверхностью.

ТАБЛИЦА 30

	№ отсеков	Множители плеч i	ξ_1 или I WL		ξ_2 или II WL		ξ_n или n -ая WL	
			v	vi	v	vi		v	vi
Н о с о в ы е	m	$2m - 1$							
							
							
							
	3	5							
	2	3							
	1	1							
	$l_n =$	$V_n = \sum v_n$		X					X
		$\sum iv_n$	X					X	
К о р м о в ы е	1	1							
	2	3							
	3	5							
							
							
							
							
	m'	$2m' - 1$							
	$l_k =$	$V_k = \sum v_k$		X		X			X
		$\sum iv_k$	X		X			X	
$V = V_n + V_k = \frac{D}{\gamma}$				X		X			X
$x'_c = \frac{l_n \sum iv_n - l_k \sum iv_k}{2V}^1$									
$x_c = \lambda + x'_c$									
$p = x_c \cos \alpha$									
$M_D = V \gamma p$									

¹ Абсцисса x'_c берется со знаком плюс, если центр величины — в нос от редана, и со знаком минус, если центр величины — в корму от редана.

Расстояние l_1 от уреза воды до кормовой части поплавка (точка A), соответствующее всплытию носа, найдется из уравнения (7). Если считать силу гидростатического поддержания приложенной на расстоянии $\frac{2}{3}l$ от точки A и за малостью отношения ординаты центра величины к длине грузовой ватерлинии пренебречь поправкой на высоту, то уравнение (7) в нашем случае можно переписать так:

$$Q\left(z_0 \sin \alpha + \frac{l}{2} \cos \alpha\right) - \frac{2}{3}l \left[\frac{(l+l_1) \operatorname{tg} \alpha + l_1 \operatorname{tg} \alpha}{2} b l \gamma \right] = 0,$$

откуда получаем:

$$l_1 = \frac{3Qz_0}{2l^2 b \gamma} \cos \alpha + \frac{3Q}{4l b \gamma} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \frac{l}{2}. \quad (19)$$

Из последнего выражения видно, что в пределах существующих углов наклона стапеля с увеличением α длина l_1 будет уменьшаться. В табл. 31 даны значения $\sin \alpha$ и $\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$ для углов α от 5 до 25°.

ТАБЛИЦА 31

Углы наклона	5°	10°	15°	20°	25°
$\cos \alpha$	0,996	0,985	0,966	0,940	0,906
$\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$	11,5	5,6	3,6	2,6	1,4

Реакция стапеля в точке A равна:

$$R_A = (Q - D) \cos \alpha, \quad (20)$$

т. е. эта реакция прямо пропорциональна косинусу угла наклона. Теоретически необходимая длина подводной части l_2 ¹ определится из величины грузовой осадки:

$$l_2 = \frac{h}{\sin \alpha}, \quad (21)$$

откуда следует, что l_2 изменяется обратно пропорционально синусу угла наклона стапеля.

Перейдем теперь к нахождению минимальной глубины воды H_{\min} .

Рассмотрим наиболее невыгодный случай, т. е. тот, при котором начало всплытия соответствует: 1) свешиванию входящей части поплавка в воду и 2) полному погружению днища.

Действительно, из рис. 110 видно, что чем длиннее величина консольной части, тем и глубина воды должна быть больше. Далее, приращение объема поплавка по осадке остается постоянным, в то время как для случая неполного погружения днища это приращение увеличивается прямо пропорционально квадрату осадки.

¹ Считаем, что относительно ребра стапеля B момент веса M_Q меньше, чем момент водоизмещения M_D , т. е. от опрокидывания в воду поплавков обеспечен.

ными словами, приращение плавучести поплавок при полном погружении днища происходит медленнее, чем при неполном погружении.

Вводим следующие упрощающие допущения: 1) за малостью угла наклона стапеля принимаем $\cos \alpha = 1$ и 2) ординатой центра величины z_c в выражении восстанавливающего плеча водоизмещения пренебрегаем, что идет в запас расчета.

Положим, что поплавок сместился по стапелю из точки A (момент всплытия) на величину dx и каким-либо искусственным способом удерживается от всплытия (рис. 111). Тогда носовое ребро поплавок B придет в положение B_1 и его смещение по нормали к площадке будет равно

$$dH_1 = \alpha dx.$$

Если теперь поплавок предоставить свободу, то он повернется относительно кормового ребра A_1 на угол $d\beta$, точка B займет положение B_2 и осадка носовой части уменьшится на величину

$$dH_2 = l d\beta,$$

и таким образом суммарное смещение носа оказывается равным:

$$dH = -\alpha dx + l d\beta \quad (22)$$

или

$$dH = dH_1 + dH_2. \quad (23)$$

Знак производной $\frac{dH}{dx}$ позволит судить о направлении траектории смещения носа в момент всплытия и решить вопрос о потребной глубине воды.

Момент веса поплавок при его поступательном перемещении из B в B_1 остается постоянным и имеет выражение:

$$M_Q = p_0 Q = \left(z_0 \sin \alpha + \frac{l}{2} \cos \alpha \right) Q. \quad (24)$$

При вращении поплавок (из B_1 в B_2) этот момент вследствие изменения плеча p_0 также изменится:

$$p = p_0 + dp = z_0 \sin (\alpha - d\beta) + \frac{l}{2} \cos (\alpha - d\beta),$$

откуда после преобразований получаем элементарное приращение плеча момента веса:

$$dp = \left(\frac{l}{2} \sin \alpha - z_0 \cos \alpha \right) d\beta$$

и, следовательно, — элементарное приращение момента веса:

$$dM_Q = Q dp = Q \left(\frac{l}{2} \sin \alpha - z_0 \cos \alpha \right) d\beta. \quad (25)$$

Обозначим: V — объем погруженной части поплавка в его начальном положении (точка B); ξ — восстанавливающее плечо поплавка в его начальном положении; V_2 — объем погруженной части поплавка в его конечном положении (точка B_2); ξ_2 — восстанавливающее плечо поплавка в его конечном положении.

Вследствие одновременного равенства по абсолютной величине во второй стадии спуска момента веса M_Q моменту водоизмещения $M_D = \gamma M_V$ должны быть равны друг другу и приращения этих моментов:

$$dM_Q = \gamma \alpha M_V. \quad (26)$$

Нетрудно видеть, что элементарный момент объемного водоизмещения M_V равен:

$$dM_V = V\xi - V_2\xi_2. \quad (27)$$

Объем V_2 есть сумма трех объемов:

$$V_2 = V + dv_1 - dv_2, \quad (28)$$

где dv_1 — приращение объема от поступательного погружения поплавка, dv_2 — приращение объема от вращательного погружения поплавка.

Плечо водоизмещения ξ получит уменьшение как от поступательного погружения поплавка, так и от поворота последнего; новое значение этого плеча будет равно:

$$\xi_2 = \xi - d\xi_1 - d\xi_2 = \xi - \delta\xi. \quad (29)$$

Подставляя вместо V_2 и ξ_2 их выражения из формул (28) и (29) в уравнение (27) и пренебрегая членами второго порядка малости, получим:

$$dM_V = (dv_2 - dv_1)\xi + V(d\xi_1 + d\xi_2).$$

Замечая, что

$$\xi = \frac{a + 2c}{a + c} \cdot \frac{l}{3},$$

$$\delta\xi = \frac{l}{3(a + c)^2} [(c - a) dH_1 + a dH_2],$$

$$dv_1 = \alpha S dx, \quad dv_2 = \frac{lS}{2} d\beta$$

(где a — кормовое погружение поплавка, c — носовое погружение поплавка, S — площадь его грузовой ватерлинии), приращение dM_V можно представить так:

$$dM_V = -\xi S \alpha dx + \xi \frac{lS}{2} d\beta + \frac{V}{3} \frac{l(c-a)}{(a+c)^2} dH_1 + \frac{V}{3} \frac{al}{(a+c)^2} dH_2$$

и следовательно:

$$\gamma dM_V = \gamma \left[-\xi S \alpha dx + \xi \frac{lS}{2} d\beta + \frac{V}{3} \frac{l(c-a)}{(a+c)^2} \alpha dx + \frac{V}{3} \frac{al^2}{(a+c)^2} d\beta \right]. \quad (30)$$

Условие равенства правых частей уравнений (30) и (25) позволяет найти $d\beta$:

$$d\beta = \frac{\xi S \alpha - \frac{V}{3} \frac{l(c-a)}{(a+c)^2} \alpha}{\xi \frac{lS}{2} + \frac{V}{3} \frac{al^2}{(a+c)^2} - \frac{Q}{\gamma} \left(\frac{l}{2} \sin \alpha - z_0 \cos \alpha \right)} dx. \quad (31)$$

Наконец, заменяя в формуле (22) $d\beta$ его значением из последнего выражения (31), получаем искомое суммарное приращение dH :

$$\begin{aligned} dH &= -\alpha dx + \frac{\xi l S \alpha - \frac{V}{3} \frac{l^2(c-a)}{(a+c)^2} \alpha}{\xi \frac{lS}{2} + \frac{V}{3} \frac{al^2}{(a+c)^2} - \frac{Q}{\gamma} \left(\frac{l}{2} \sin \alpha - z_0 \cos \alpha \right)} dx = \\ &= \left[\frac{\xi l S - \frac{V}{3} \frac{l^2(c-a)}{(a+c)^2}}{\xi \frac{lS}{2} + \frac{V}{3} \frac{al^2}{(a+c)^2} - \frac{Q}{\gamma} \left(\frac{l}{2} \sin \alpha - z_0 \cos \alpha \right)} - 1 \right] \alpha dx \end{aligned} \quad (32)$$

и величину производной

$$\frac{dH}{dx} = \left[\frac{\xi l S - \frac{V}{3} \frac{l^2(c-a)}{(a+c)^2}}{\xi \frac{lS}{2} + \frac{V}{3} \frac{al^2}{(a+c)^2} - \frac{Q}{\gamma} \left(\frac{l}{2} \sin \alpha - z_0 \cos \alpha \right)} - 1 \right] \alpha. \quad (33)$$

Для рассматриваемого поплавка, имеющего относительные линейные размеры и относительное положение центра тяжести сходными с соответствующими относительными размерами реальных поплавков, величина в прямых скобках в уравнении (33) обычно больше нуля, т. е.

$$\frac{dH}{dx} > 0.$$

Отсюда следует, что если и $\frac{dH}{dx} - \alpha > 0$, то касательная к траектории BB_2 в точке B направлена в сторону свободной поверхности воды и точка B есть наиболее глубокое погружение c носа.

Пример. Определить, является ли глубина котлована наибольшей в момент всплытия носа для призматического поплавка, имеющего вес $Q=3$ т, длину $l=5$ м, ширину $b=1$ м, высоту центра тяжести над килем $z_0=2$ м, при условии, что $\alpha=10^\circ$ и $\gamma=1$ т/м³.

Прежде всего находим величины кормового и носового углубления a и c ; в момент всплытия

$$M_Q = \gamma M_V;$$

$$M_Q = Q \left(z_0 \sin \alpha + \frac{l}{2} \cos \alpha \right) = 3 (2 \cdot 0,174 + 2,5 \cdot 0,985) = 8,43;$$

$$M_V = V \xi = \frac{a+c}{2} b l \frac{a+2c}{a+c} \frac{l}{3} = \frac{a+2c}{6} b l^2 = \frac{3a+2l \operatorname{tg} \alpha}{6} b l^2,$$

откуда

$$a = \frac{1}{3bl^2} (6M_V - 2bl^3 \operatorname{tg} \alpha) = \frac{1}{3 \cdot 25} (8,43 \cdot 6 - 2 \cdot 125 \cdot 0,174) = 0,08 \text{ м};$$

$$c = a + l \operatorname{tg} \alpha = 0,08 + 5 \cdot 0,174 = 0,95 \text{ м}.$$

Далее определяем V , ξ и S :

$$V = \frac{a+c}{2} lb = \frac{0,08+0,95}{2} 5 = 2,57 \text{ м}^3;$$

$$\xi = \frac{a+2c}{a+c} \frac{l}{3} = \frac{0,08+1,9}{1,03} \cdot \frac{5}{3} = 3,21 \text{ м}; \quad S = bl = 5 \text{ м}^2;$$

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dx} &= \left[\frac{3,21 \cdot 5 \cdot 5 - \frac{2,57}{3} \cdot \frac{5^3 \cdot 0,87}{1,03^3}}{3,21 \cdot 2,5 \cdot 5 + \frac{2,57}{3} \cdot \frac{0,08 \cdot 5^3}{1,03^3} - 3 \cdot (2,5 \cdot 0,174 - 2 \cdot 0,985)} - 1 \right] \cdot 0,174 = \\ &= \left[\frac{80,2 - 17,5}{40,1 + 1,61 + 4,61} - 1 \right] \cdot 0,174 = \left[\frac{62,7}{46,32} - 1 \right] \cdot 0,174 = 0,0627. \end{aligned}$$

Так как в примере $\frac{dH}{dx} - \alpha = 0,0627 - 0,174 = -0,111 < 0$, то в момент всплытия касательная к траектории BB_2 имеет наклон вниз, т. е. глубина воды наибольшей не является.

$$\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (-0,111) = -6^\circ 20'.$$

Замечание. Спуск поплавка на горизонтальной платформе, движущейся по наклонному стапелю, потребует меньшей глубины воды, равной осадке поплавка на ровный киль. Высоту тележки мы здесь в расчет не принимаем, так как эту высоту в каждом частном случае очень просто учесть.

§ 3. Расчет подводной части площадки (стапеля)

Из числа применяемых в теории корабля методов расчета приведем один из них, а именно английский, как наиболее наглядный. Расположим начало координат с таким расчетом, чтобы ось ординат в момент соприкосновения киля лодки с поверхностью воды проходила через точку A переднего колеса тележки (рис. 112).

Далее строим: 1) кривую моментов веса гидросамолета M_Q относительно точки A заднего колеса к стапелю по формуле (24); очевидно, что при $\alpha = \operatorname{const}$, эта линия будет прямой, параллельной оси абсцисс;

2) кривую моментов водоизмещения M_D относительно той же точки; водоизмещения лодки для ряда погружений вычисляются по схеме табл. 30 (стр. 144), координаты центра величины — по формуле:

$$x'_c = \frac{l_n \sum i v_n - l_k \sum i v_k}{2V}; \quad (*)$$

3) прямую веса Q ;

4) грузовой размер γV .

Точка A_1 пересечения линий M_Q и M_D определяет положение заднего колеса тележки в момент всплытия носа. Давление лодки на заднее колесо в этот момент, равное

$$R_A = (Q - \gamma V) \cos \alpha \approx Q - \gamma V, \quad (34)$$

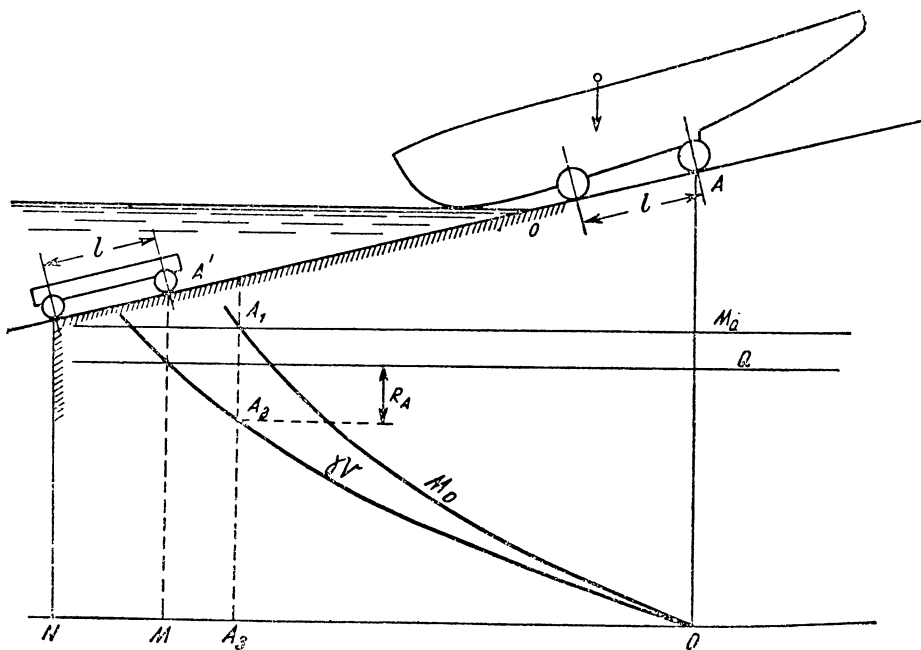


Рис. 112. Определение длины подводной части площадки в случае постоянного угла наклона площадки

отсчитывается непосредственно с чертежа. Когда заднее колесо тележки дойдет до вертикали M , гидросамолет будет иметь полное всплытие, и кривая грузового размера пересечет линию веса. Учитывая длину тележки l_T и ее высоту h_T , для длины подводной части стапеля получаем:

$$l_{cr} = OA' + l_T + h_T \operatorname{ctg} \alpha. \quad (35)$$

Если стапель меняет по длине свой угол наклона, то его при расчете следует разбить на отдельные участки, имеющие постоянные углы, и в каждом участке учитывать свой угол наклона.

В остальном расчет остается прежним. На рис. 113 показан примерный вид всех линий для этого случая.

Задача. Определить длину подводной части стапеля $l_{\text{ст}}$, имеющего наклон $\alpha = 10^\circ$ к горизонту, для двухпоплавкового самолета типа Юнкерс.¹ Данные: $Q = 1600$ кг; координаты Ц. Т. относительно редана: $x_0 = 0,1$ м, $z_0 = 1,6$ м, угол диферента в корму $\varphi_0 = 2^\circ$.

Для сокращения продольных размеров чертежа уменьшаем продольный масштаб относительно масштаба по высоте в два раза.

Очевидно, наклон стапеля на чертеже будет соответствовать углу с тангенсом равным $\text{tg } 2\alpha$. Масштаб по высоте, для точности вычислений, не уменьшаем (рис. 114).

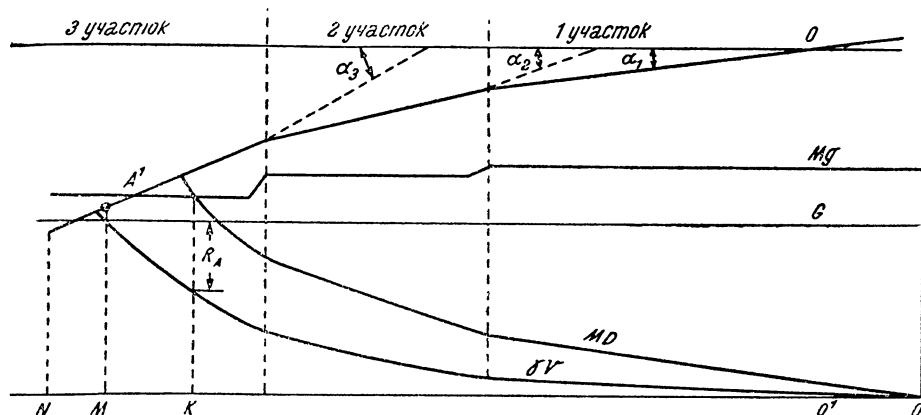


Рис. 113. Определение длины подводной части площадки в случае изменяющегося угла наклона площадки

1) Проводим линию стапеля под заданным углом и наносим линию горизонта воды так, чтобы она явилась касательной к поверхности поплавка.

2) Отмечаем на стапеле три точки: а) точку O — пересечения линии стапеля с начальным горизонтом воды, б) точку B_0 — начальное положение редана, в) точку A_0 — начальное положение пятки ахтерштевня.

3) Для определения положения всплытия проводим ряд ватерлиний (в данном случае четыре) параллельно горизонту воды и отмечаем на продолжении линии горизонта проекции точек пересечения вспомогательных ватерлиний с линией стапеля (точки I, II, III и IV).





4) Вписываем в табл. 32 необходимые величины и отыскиваем для каждого погружения лодки соответствующий вытесненный объем воды и абсциссу x'_c центра величины по формуле (*) на стр. 150.

Плечо момента водоизмещения относительно пятки ахтерштевня будет равно:

$$p = (x'_c + \lambda) \cos \alpha,$$

¹ Вследствие симметрии самолета относительно диаметральной плоскости в расчет вводим половину веса и рассматриваем спуск одного поплавка.

ТАБЛИЦА 23

	№ отсеков	Множи- тели плеч i	I WL		II WL		III WL		IV WL	
			v	vi	v	vi	v	vi	v	vi
Н о с о в ы е	6	11	—	—	15	165	30	330	50	550
	5	9	10	90	55	495	70	540	90	810
	4	7	30	210	75	525	90	540	110	770
	3	5	40	200	80	400	100	500	120	600
	2	3	30	90	80	240	100	300	120	360
	1	1	30	30	75	75	95	95	120	120
			140	$\Sigma vi=620$	380	1900	485	2305	610	3210
	$l_H=0,47 м$	$l_H \Sigma vi$	291		890		1080		1510	
	1	1	—	—	—	—	30	30	50	50
	2	3	—	—	—	—	—	—	25	75
К о р м о в ы е	3	5	—	—	—	—	—	—	—	—
	4	7	—	—	—	—	—	—	—	—
	5	9	—	—	—	—	—	—	—	—
	6	11	—	—	—	—	—	—	—	—
			—	—	—	—	30	$\Sigma vi=30$	75	125
	$l_K=0,5 м$	$l_K \Sigma vi$	—		—		15		62	
	$l_H \Sigma v_H i - l_K \Sigma v_K i$		291		890		1065		1448	
	$V = V_H + V_K$		140		380		515		685	
	$x'_c = \frac{l_H \Sigma i v_H - l_K \Sigma i v_K}{2V}$		$\frac{291}{2.140} = 1,04 м$		$\frac{890}{2.380} = 1,17 м$		$\frac{1065}{2.515} = 1,03 м$		$\frac{1448}{2.685} = 1,06 м$	
	$x_c = x'_c + 2,88$		3,92		4,05		3,91		3,94	
	$p = x_c \cos 10^\circ$		3,86		3,99		3,85		3,88	
	$M_D = V_I p$		540		1510		1980		2660	

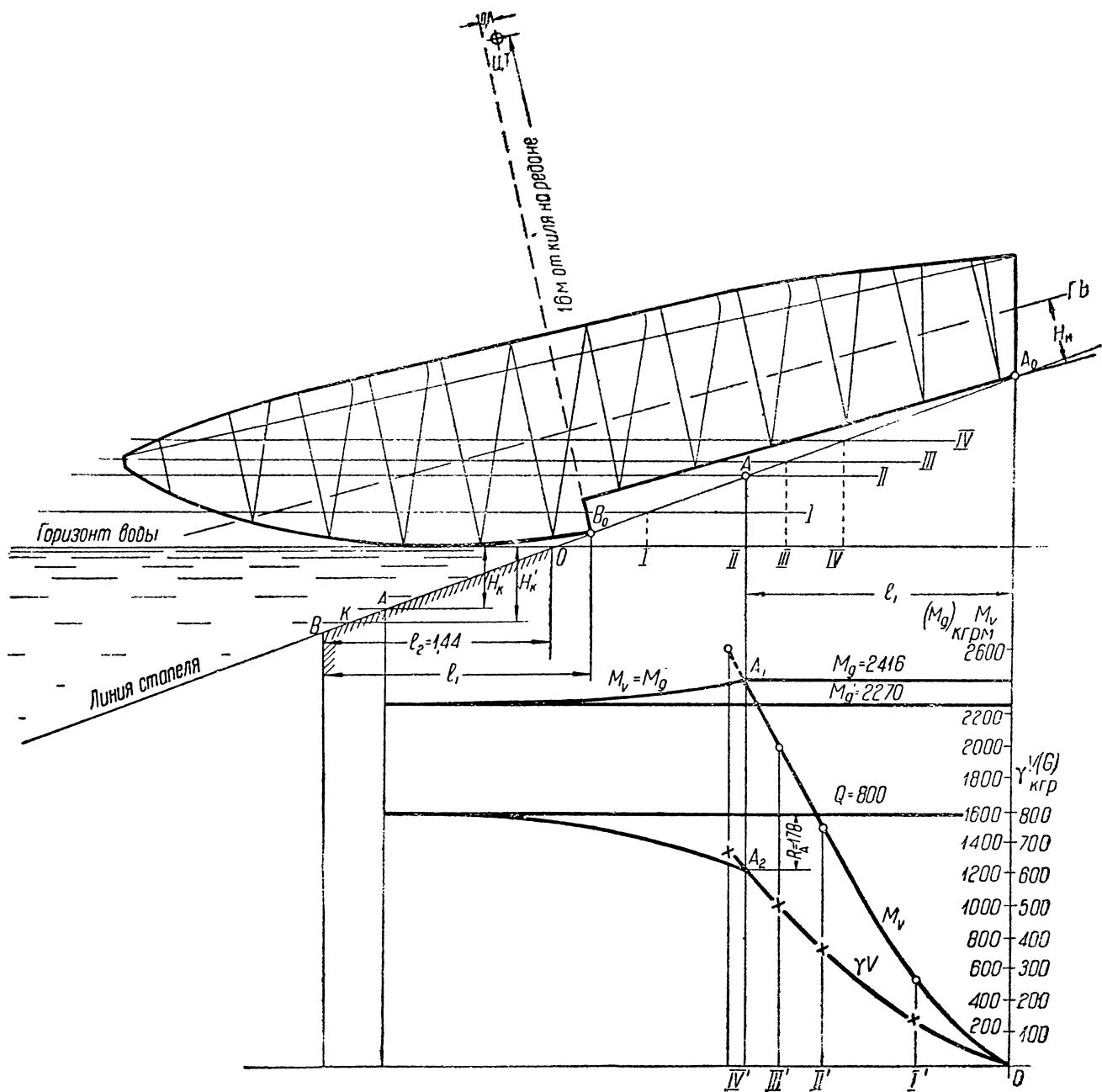


Рис. 114. Пример графического расчета береговой площадки для спуска гидросамолетов на воду

где $\lambda = A_0 B_0$ есть длина киля в кормовой части лодки, т. е. от редана до пятки ахтерштевня.

5) Графическое построение моментов и сил производим в нижней части чертежа. Начало координат диаграмм совмещаем с горизонтальной проекцией точки A_0 .

Момент веса при спуске со стапеля:

$$M_Q = \frac{Q}{2} [(x_0 + \lambda) \cos \alpha + z_0 \sin \alpha] = \\ = 800 [(2,88 + 0,1) 0,985 + 1,6 \cdot 0,174] = 800 \cdot 3,12 = 2500 \text{ кгм.}$$

Момент веса при свободном стоянии на воде:¹

$$M_Q = \frac{Q}{2} (x_0 + \lambda - z \sin \varphi_0) \frac{1}{\cos \varphi_0} = 800 (2,88 + 0,1 - 1,6 \cdot 0,035) = \\ = 2270 \text{ кгм.}$$

6) Строим кривые M_V и γV , взяв за абсциссы отрезки $O - I'$, $O - II'$ и т. д. Точка A_1 пересечения кривой M_V с линией момента веса $M_Q = 2500$ определит длину l_1 горизонтального смещения лодки, соответствующую началу всплытия носа: точка A_0 в момент всплытия будет находиться в точке A на линии стапеля, а редан — в точке B . Реакция на пятку ахтерштевня в момент всплытия найдется из пересечения вертикали AA_1 с грузовым размером γV .

Из чертежа находим:

$$R_A = 178 \text{ кг.}$$

При полном всплытии поплавок пятка ахтерштевня будет соприкасаться со стапелем в точке K , расположенной под горизонтом воды на расстоянии, равном глубине осадки кормы H_k при заданном уже диференте.

В итоге определим длину стапеля. Эта длина $l_{\text{ст}}$ выражается по формуле:

$$l_{\text{ст}} = OB \cos \alpha;$$

в нашем расчете она будет равна 1,44 м.

Может оказаться, что при проектировании точка K будет расположена влево от точки B . Тогда за смоченную длину стапеля необходимо взять OK ; иначе при спуске самолет соскочит со стапеля кормой в воду и может повредить хвостовую часть корпуса.

Глава VII

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ

Изучение явлений природы и в частности явлений, возникающих при движении тел в капельной или газообразной жидкости, производится двумя основными методами: теоретическим и экспериментальным.

¹ Знак минус перед $z \sin \varphi_0$ берется в том случае, если диферент лодки в корму, и знак плюс, если — в нос.

Являясь в настоящее время весьма плодотворным, метод чисто теоретического изучения все же не может охватить всей сложности и многообразия условий физического процесса и приводит часто к неразрешимым математическим затруднениям, что заставляет прибегать к идеализации, т. е. упрощению явлений, и отбрасыванию их второстепенных свойств. Однако за теоретическим методом остается крупное преимущество, а именно — возможность обобщения и установления физических законов, подтверждаемых в дальнейшем опытом.

Второй метод, экспериментальный, сильно осложняется тем обстоятельством, что объекты исследования (например — силы, скорости и т. п.) и материальные издержки могут достигать таких размеров, которые затрудняют или совсем не позволяют изучать рассматриваемое явление. Кроме того, голое экспериментирование, не имеющее теоретических обоснований, приводит, как правило, только к частному, „протокольному“ определению искомых величин.

Процесс познания физических явлений уделяет все больше и больше места смешанным приемам изучения их, не только подтверждающим, но и дополняющим и даже обосновывающим теоретические соображения прямыми указаниями опыта.

На основании закона динамического подобия наука имеет возможность перенести метод непосредственного наблюдения в условия опыта, располагающего более удобной лабораторной обстановкой, прибегая к исследованию явлений в уменьшенном масштабе, т. е. к экспериментированию на моделях.

Различают три вида подобия: геометрическое, кинематическое, динамическое.

Тела или системы называются *геометрически подобными*, если отношение их соответственных линейных размеров постоянно. Зная масштаб увеличения L , можно по модели судить и о самом теле, т. е. определить все его геометрические элементы.

Кинематическое подобие есть подобие более сложное. Оно обуславливается знанием двух масштабов: длин L и времен T , причем „соответственные“ скорости v_1 (полноразмерного явления) и v_2 (масштабного явления) должны находиться в определенной зависимости от L и T .

Введем обозначения:

$$\frac{l_1}{l_2} = L, \quad \frac{t_1}{t_2} = T, \quad \frac{v_1}{v_2} = V,$$

откуда

$$l_1 = Ll_2, \quad t_1 = Tt_2, \quad v_1 = Vv_2. \quad (*)$$

Напишем основные уравнения скорости:

$$v_1 = \frac{dl_1}{dt_1} \quad (a)$$

и

$$v_2 = \frac{dl_2}{dt_2}. \quad (b)$$

Подставляя в уравнение (а) значения элементов из уравнений (*), будем иметь:

$$Vu_2 = \frac{L}{T} \frac{dl_2}{dt_2}. \quad (c)$$

Для того чтобы основное уравнение (b) оставалось справедливым, необходимо, чтобы имело место равенство:

$$V = \frac{L}{T} \quad \text{или} \quad \frac{VT}{L} = 1. \quad (d)$$

Таким образом два явления будут *кинематически подобны*, если они удовлетворяют уравнению (d), т. е. если при изменении длины в L раз и времени в T раз скорости изменятся в $V = \frac{L}{T}$ раз; эти скорости называются *соответственными*.

Наконец, в случае *динамического подобия* должна существовать определенная связь масштабов увеличений L , T и масс M .

Пользуясь общим законом для выражения силы

$$k = m \frac{d^2x}{dt^2}, \quad (a)$$

где k — сила, m — масса, определим зависимость между масштабами увеличений, удовлетворяющую подобию сил k_1 и k_2 :

$$k_1 = m_1 \frac{d^2x_1}{dt_1^2}, \quad (1)$$

$$k_2 = m_2 \frac{d^2x_2}{dt_2^2}; \quad (2)$$

введем в дальнейшем обозначения, дополнительно к зависимостям (*):

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{x_1}{x_2} = L \dots \text{для длин,}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = M \dots \dots \dots \text{„ масс,}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = K \dots \dots \dots \text{„ сил,}$$

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \Gamma \dots \dots \dots \text{„ удельных весов,}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = R \dots \dots \dots \text{„ плотностей,}$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = N \dots \dots \dots \text{„ коэф. кинематической вязкости,}$$

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \mathfrak{M} \dots \dots \dots \text{„ коэф. динамической вязкости.}$$

Тогда уравнение (1) может быть представлено в таком виде:

$$Kk_2 = Mm_2 \frac{L}{T^2} \frac{d^2x_2}{dt_2^2}.$$

Так же, как и в случае кинематического подобия, т. е. исходя из условия сохранения физической справедливости основного уравнения (α), необходимо положить

$$K = M \frac{L}{T^2}. \quad (\beta)$$

Последнее уравнение дает зависимость масштабов увеличений для динамически подобных сил любого характера.

Если вместо M в уравнение (β) подставить его значение

$$M = \frac{\rho_1 l_1^3}{\rho_2 l_2^3} = R L^3,$$

то будем иметь:

$$K = R \frac{L^4}{T^2}, \quad (\beta')$$

а при условии кинематического подобия:

$$K = R L^3 V^2.$$

В геометрически подобных телах

$$L^2 = \frac{S_1}{S_2},$$

где S_1 и S_2 суть произвольные, соответственные площади сечений тела.

Переход от масштабов к непосредственным измерениям дает:

$$K = \frac{\rho_1 S_1 v_1^2}{\rho_2 S_2 v_2^2}$$

или

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \zeta \rho_1 S_1 v_1^2 \\ k_2 &= \zeta \rho_2 S_2 v_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (\gamma)$$

Уравнения (β), (β') и (γ) выражают общий закон подобия по Ньютону.

При различных условиях физического процесса безразмерный коэффициент будет принимать различные значения, т. е. можно написать:

$$\zeta = f\left(\frac{k}{\rho S v^2}\right).$$

Однако для пользования методом подобия необходимо, чтобы этот коэффициент был *одновременно* одинаков для обоих явлений.

Закон динамического подобия Фруда. Если в двух рассматриваемых процессах действующими силами являются только силы веса, то для них будет справедлива зависимость:

$$K = \frac{\gamma_1 l_1^3}{\gamma_2 l_2^3} = \Gamma L^3. \quad (\delta)$$

С другой стороны, полученное соотношение должно удовлетворять общему условию (β'), что дает:

$$\Gamma L^3 = \frac{R L^4}{T^2}$$

или

$$\frac{\Gamma}{R} = \frac{L}{T^2}.$$

Но

$$\frac{\Gamma}{R} = 1,$$

ибо

$$\frac{\gamma_1}{\rho_1} = \frac{\gamma_2}{\rho_2} = g = \text{const.}$$

Следовательно $L = T^2$ или $T = \sqrt{L}$, откуда по условию кинематического подобия:

$$V = \frac{L}{T} = T = \sqrt{L}, \quad (\varepsilon)$$

т. е. *соотношение скоростей должно быть равно корню квадратному из отношения линейных размеров*. Это и есть закон Фруда, широко применяемый в судостроении при пересчете волнового сопротивления модели на полноразмерное судно. Искомая сила сопротивления судна согласно уравнению (δ) должна быть пропорциональна кубу отношений линейных размеров этого судна и его модели. Итак, для пользования методом подобия по Фрудру при постоянных ζ необходимо соблюсти постоянство отношений

$$\frac{v_1}{\sqrt{l_1}} = \frac{v_2}{\sqrt{l_2}} = \text{const};$$

в последнем выражении удобно ввести под корень ускорение силы тяжести g , что даст безразмерность дроби

$$\frac{v_1}{\sqrt{gl_1}} = \frac{v_2}{\sqrt{gl_2}}.$$

Отношение $\frac{v}{\sqrt{gl}}$ называется *числом Фруда*.

В случае проявления сил веса при изменении числа Фруда коэффициент ζ будет также изменяться:

$$\zeta = f\left(\frac{v}{\sqrt{gl}}\right),$$

и искомая сила получится в форме:

$$k = f\left(\frac{v}{\sqrt{gl}}\right) \rho S v^2.$$

В табл. 33 дана зависимость подобия для различных физических понятий в случае учета лишь силы тяжести.

Закон динамического подобия Рейнольдса. Этот закон имеет место при рассмотрении динамического подобия движения в невискозной и несжимаемой вязкой жидкости.

Исходя из гипотезы Ньютона о силах внутреннего трения жидкостей (см. стр. 191)

$$k = \mu \frac{\partial v}{\partial n} S,$$

ТАБЛИЦА 33

Количество	Коэф. крат- ности	Количество	Коэф. крат- ности	Количество	Коэф. крат- ности
Время	$L^{1/2}$	Угол	1	Импульс силы .	$L^{1/2}$
Масса	L^3	Угловая скорость	$L^{-1/2}$	Колич. движения	$L^{1/2}$
Длина	L	Угл. ускорение .	L^{-1}	Мом. колич. движ.	$L^{3/2}$
Площадь	L^2	Линейн. скорость	$L^{1/2}$	Работа	L^4
Объем	L^3	Лин. ускорение .	1	Мощность	$L^{1/2}$
Удельный объем	1	Сила	L^3	Живая сила . . .	L^4
Плотность	1	Удельн. давление	L		

будем иметь

$$K = \frac{\mu_1 \frac{\partial v_1}{\partial n_1} S_1}{\mu_2 \frac{\partial v_2}{\partial n_2} S_2} = \mathfrak{M} \frac{V}{L} L^2 = \mathfrak{M} \frac{L^2}{T}.$$

Сопоставление найденного выражения с выражением (β') дает:

$$\mathfrak{M} \frac{L^2}{T} = R \frac{L^4}{T^2}$$

или

$$T = \frac{L^2}{N} = \frac{L}{V},$$

откуда

$$\frac{VL}{N} = 1,$$

т. е.

$$\frac{v_1 l_1}{\nu_1} = \frac{v_2 l_2}{\nu_2}.$$

При пользовании методом динамического подобия в двух вязких жидкостях необходимо, чтобы отношение $\frac{vl}{\nu}$ было одинаково. В этом заключается закон Рейнольдса.

Безразмерное отношение $\frac{vl}{\nu}$ носит название *числа Рейнольдса*. При проявлении только сил вязкости коэффициент ζ будет функцией только от числа Рейнольдса:

$$\zeta = f\left(\frac{vl}{\nu}\right),$$

и сила, вызываемая вязкостью, будет:

$$k = f\left(\frac{vl}{\nu}\right) \rho S v^2.$$

В частном случае, если желают соблюсти подобие при движении двух тел в одинаковой среде, т. е. при одном и том же ν , зависимость упрощается:

$$v_1 l_1 = v_2 l_2.$$

Отсюда следует, что подобие явлений здесь будет соблюдено, если скорости будут обратно пропорциональны линейным размерам тел. Такое требование приводит к серьезным практическим затруднениям. Поэтому при исследовании двух подобных явлений, обусловленных проявлением сил вязкости, необходимо оперировать в жидкостях с достаточно разнящимися по величине ν .

В частности, при испытании моделей судов в воде, равенства рейнольдсовых чисел достигнуть не удастся.

При испытании вполне погруженных тел указанное затруднение до некоторой степени облегчается тем обстоятельством, что после определенного предела (для каждой формы тела своего собственного) функция $f\left(\frac{vl}{\nu}\right)$ мало изменяется, и, следовательно, силы близки к закону пропорциональности квадрату скоростей. Это обстоятельство позволяет с большей или меньшей погрешностью переносить результаты опытов с моделями на тела в натуральную величину.

В табл. 34 дана зависимость подобия для различных физических понятий в случае учета вязкости среды.

ТАБЛИЦА 34

Количество	Коэф. кратности	Количество	Коэф. кратности	Количество	Коэф. кратности
Время	L^2	Угловая скорость	L^{-2}	Мом. колич. движ.	L^3
Масса	L^3	Углов. ускорение	L^{-4}	Работа	L
Длина	L	Линейн. скорость	L^{-1}	Мощность	L^{-1}
Площадь	L^2	Лин. ускорение .	L^{-3}	Живая сила . . .	L
Объем	L^3	Сила	1	Вязкость (коэф.) .	1
Удельный объем	1	Удельн. давление	L^{-2}	Кинем. вязкость	1
Плотность	1	Импульс силы . .	L^2		
Угол	1	Колич. движения	L^2		

Одновременное проявление сил тяжести и вязкости среды, имеющее место при исследовании сопротивления движению судов, приводит к общей формуле сопротивления:

$$k = f\left(\frac{vl}{\nu}, \frac{v}{\sqrt{gl}}\right) \rho l^2 v^2,$$

в которой коэффициент

$$\zeta = f\left(\frac{vl}{\nu}, \frac{v}{\sqrt{gl}}\right)$$

может быть определен только эмпирически. Однако препятствие к этому заключается в том, что при $v = \text{const}$ и $g = \text{const}$ в условиях подобия пришлось бы соблюсти одновременное постоянство чисел $\frac{v}{\sqrt{gl}}$ и vl , что, как легко видеть, невыполнимо при двух разных масштабах. В практических условиях приходится поэтому ограничиваться частными случаями подобия, т. е. отбрасывать или влияние веса жидкости, или влияние ее вязкости, и уже в дальнейшем вносить необходимые коррективы. Так например, при определении полного сопротивления судна пересчитывают сперва по закону Фруда волновое сопротивление, полагая, что вязкость не оказывает заметного влияния на величину этого сопротивления, а сопротивление трения прибавляют отдельно.

При рассмотрении вопросов движения вполне погруженных тел (например — движение глубоко идущей подводной лодки, полет на умеренных скоростях дирижабля или самолета) весом жидкости и ее сжимаемостью пренебрегают. В этом случае силы вязкости приобретают доминирующее значение.

Если бы мы кроме сил тяжести и вязкости пожелали учитывать силы упругости жидкости, считая ее сжимаемой, это привело бы нас к аналогичной формуле, причем в выражение коэффициента ζ вошел бы дополнительный аргумент $\frac{v}{c}$, характеризующий сжимаемость среды, где c — скорость распространения звука в данной жидкости:

$$\zeta = f\left(\frac{vl}{v}, \frac{v}{\sqrt{gl}}, \frac{v}{c}\right).$$

Вообще введение дополнительных свойств движущегося тела и среды заставляет вводить и соответствующие дополнительные аргументы. Как пример более общего выражения силы может быть дана такая формула:

$$k = f\left[\left(\frac{vt}{l}\right)\left(\frac{v}{\sqrt{gl}}\right)\left(\frac{vl}{v}\right)\left(\frac{E}{\rho v^2}\right)\left(\frac{v}{c}\right)\left(\frac{v^2 l}{\omega}\right)\right] \rho l^2 v^2,$$

где $\frac{vt}{l}$ выражает влияние инерции при неустановившемся движении,

"	$\frac{v}{\sqrt{gl}}$	"	"	весомости жидкости (число Фруда),
"	$\frac{vl}{v}$	"	"	вязкости жидкости (число Рейнольдса),
"	$\frac{E}{\rho v^2}$	"	"	упругости тела; E — модуль упругости (число Коши),
"	$\frac{v}{c}$	"	"	сжимаемости жидкости (число Байрстоу),
"	$\frac{v^2 l}{\omega}$	"	"	капиллярности жидкости (число Вебера),
				причем $\omega = \frac{\gamma}{\rho}$ и γ — коэффициент поверхностного натяжения.

Все аргументы, входящие в выражение функции f , суть безразмерные числа.

ВОЛНОВОЕ ДВИЖЕНИЕ

§ 1. Образование волн. Элементы волны

Жидкость, находящаяся в состоянии статического равновесия, имеет, как известно, скорости всех частиц равными нулю и свободную поверхность — горизонтальной. Предположим, что на свободную поверхность жидкости воздействовало внезапно некоторое добавочное давление, отклонившее эту поверхность из горизонтального положения (например — порыв ветра, движение твердого тела и т. д.). Тогда под влиянием силы тяжести жидкость придет в колебательное движение, именуемое волновым. Волновое движение может существовать по инерции после прекращения действия внешних причин часто в течение весьма продолжительного времени.

К числу такого рода инерционных движений относится наиболее простой и упорядоченный тип морского волнения — мертвая зыбь, наблюдаемая по прекращении ветра или в местах, расположенных в отдалении от области, обхвачтой штормом.

Волновое движение воды в природе весьма разнообразно: размеры бассейна, очертания дна и берегов, ветер оказывают свое влияние на характер волн; поэтому для возможности изучения этого явления средствами математического анализа приходится несколько идеализировать сложную картину волнообразований и вводить некоторые упрощающие допущения, а именно:

1) поверхность воды в каждый момент представляется цилиндрической с горизонтальной образующей; все движение носит плоско-параллельный характер, причем направляющая плоскость перпендикулярна к образующей; пересечение этой плоскости со свободной поверхностью образует „профиль“ волны;

2) очертание движущегося профиля не изменяется, вследствие чего движение выражается в форме поступательного перемещения цилиндрической поверхности в направлении, перпендикулярном к образующей;

3) профиль волны представляется периодической кривой, и уровень воды на данной вертикали меняется периодически по времени.

К главным элементам волны относятся: длина волны λ , т. е. расстояние между двумя соседними вершинами или впадинами, высота волны h , т. е. расстояние по вертикали между наивысшей и наинизшей точками профиля, и период волны τ , т. е. время прохождения полной длины волны через данную вертикаль.

Отсюда скорость v перемещения профиля равна:

$$v = \frac{\lambda}{\tau}. \quad (1)$$

§ 2. Теория Герстнера

В 1802 г. профессором Пражского университета Герстнером ¹ и независимо от него Ренкином ² была разработана теория волнового

¹ Gerstner, Theorie der Wellen, 1802.

² Rankine, On the Exact Form of Waves near the Surface of Deep Water. Phil. Trans., 1863.

движения тяжелой жидкости на глубокой воде, вполне точно удовлетворяющая условиям на поверхности и свободная от ограничения о малости амплитуды.

Основным в этой теории является следующее:

1. Все частицы воды описывают круговые траектории в плоскости перемещения профиля, с одинаковой и равномерной скоростью, около неподвижного центра.

2. Частицы, находившиеся ранее в состоянии покоя на одной вертикали, сохраняют центры колебаний на той же вертикали и совпадают по фазе своего движения. Геометрическое место этих частиц Герстнер называет водяной нитью. При проходе волны нить колеблется взад и вперед и изменяет свою длину. Перемещается только профиль волны, центры же колебаний частиц остаются на месте.

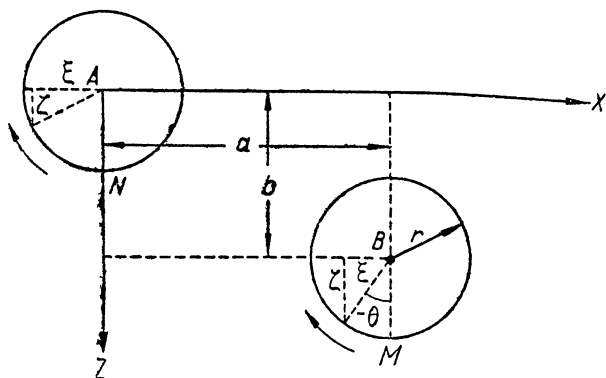


Рис. 115

3. Соответствующие вершины (впадины) волновых слоев лежат на одной вертикали.

4. Радиусы орбит с центрами, лежащими в одной горизонтальной плоскости, равны между собой.

5. Радиусы орбит уменьшаются с удалением от свободной поверхности.

6. Период, длина и скорость распространения волн остаются неизменными и от глубины не зависят.

Пусть XOZ есть прямоугольная система координат (рис. 115). Направим ось X в сторону распространения волнового профиля, а ось Z — вертикально вниз. Обозначим координаты какой-либо частицы N относительно ее центра вращения A через ξ и ζ . Начало отсчета времени отнесем к положению частицы на нижнем конце вертикального диаметра и условимся считать фазу θ положительной в направлении против часовой стрелки. Тогда, по прошествии t секунд, точка N , совершая движение в направлении, указанном на чертеже стрелкой, будет иметь координаты

$$\xi = -r \sin \omega t,$$

$$\zeta = r \cos \omega t,$$

где r — радиус орбиты, ω — угловая скорость вращения частицы N по круговой орбите. Другая частица M , центр B орбиты которой лежит в той же горизонтальной плоскости в расстоянии a от центра первой орбиты, будет находиться в фазе с опозданием на $\frac{a}{v}$ секунд. Если b есть глубина погружения центра орбиты частицы M , то координаты x и z рассматриваемой частицы выразятся следующим образом:

$$\begin{aligned} x &= a + \xi = a - r \sin \omega \left(t - \frac{a}{v} \right), \\ z &= b + \zeta = b + r \cos \omega \left(t - \frac{a}{v} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Замечая, что

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi v}{\lambda},$$

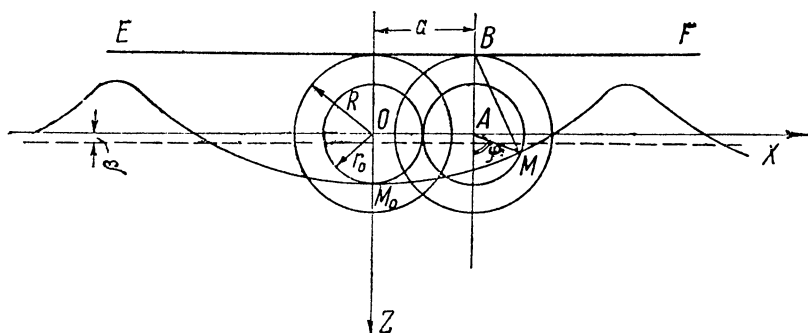


Рис. 116

получим:

$$\begin{aligned} x &= a - r \sin k(vt - a), \\ z &= b + r \cos k(vt - a), \end{aligned} \quad (2')$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ называется частотой формы (профиля) волны.

Чтобы получить форму свободной поверхности в уравнениях (2'), полагаем:

$$t = 0, \quad b = 0, \quad r = r_0.$$

Тогда

$$\begin{aligned} x &= a + r_0 \sin ak, \\ z &= r_0 \cos ak. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения (3) представляют уравнения *трохоиды* в параметрической форме. Трохоида есть периодическая кривая, описываемая любой точкой M , взятой внутри круга, катящегося без скольжения по заданной прямой EF (рис. 116). За начальное положение точки M примем ее положение на вертикальной оси. Перекатим круг по прямой EF на длину a и обозначим угол поворота круга через φ . Очевидно

$$R\varphi = a. \quad (4)$$

Координаты точки M при этом будут:

$$\left. \begin{aligned} x &= a + AM \cdot \sin \varphi = a + r_0 \sin \varphi, \\ z &= AM \cdot \cos \varphi = r_0 \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (*)$$

R называется радиусом катящегося круга, а $AM = r_0$ называется радиусом производящего круга.

Поскольку длина волны трохойды λ связана с радиусом R соотношением

$$2\pi R = \lambda \quad \text{или} \quad R = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1}{k},$$

из уравнения (4) получим:

$$\varphi = ak.$$

Подставляя найденное значение φ в уравнения (*), приводим последние к форме уравнений (3):

$$\begin{aligned} x &= a + r_0 \sin ak, \\ z &= r_0 \cos ak. \end{aligned}$$

Так как точка B представляет собой мгновенный центр вращения точки M , то прямая BM является нормалью к трохойде.

Алгебраическая площадь профиля трохойдальной волны равна

$$S = \pi r^2. \quad (5)$$

Прямая, делящая площадь профиля на две равновеликие части, параллельна линии центров и отстоит от нее на расстоянии:

$$\beta = \frac{\pi r^2}{\lambda} = \frac{1}{2} k r^2, \quad (6)$$

иными словами: центры орбит частиц, находящихся в волновом движении, приподняты над спокойной поверхностью уровня на высоту β , определяемую формулой (6).

Для плоско-параллельного движения при условии существования лишь силы тяжести уравнения гидродинамики имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{d^2z}{dt^2} - g &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}. \end{aligned}$$

Умножая первое из них на dx и второе — на dz и складывая их, имеем:

$$\frac{dp}{\rho} = g dz - \left[\frac{d^2x}{dt^2} dx + \frac{d^2z}{dt^2} dz \right].$$

На поверхности уровня гидродинамическое давление $p = \text{const}$ и $dp = 0$, а потому для точки, лежащей на поверхности уровня, получаем:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\frac{d^2x}{dt^2}}{g - \frac{d^2z}{dt^2}}. \quad (**)$$

Возьмем вторые производные от уравнений (2'):

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= rk^2v^2 \sin k(vt - a), \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -rk^2v^2 \cos k(vt - a).\end{aligned}$$

Из тех же уравнений (2') имеем:

$$r \sin k(vt - a) = a - x, \quad -r \cos k(vt - a) = b - z,$$

а следовательно

$$\frac{d^2x}{dt^2} = k^2v^2 (a - x), \quad \frac{d^2z}{dt^2} = k^2v^2 (b - z).$$

Подставляя найденные значения производных в выражение (**), получим:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{k^2v^2 (a - x)}{g - k^2v^2 (b - z)} = \frac{a - x}{\frac{g}{k^2v^2} - (b - z)}. \quad (7)$$

С другой стороны,

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\left(\frac{dz}{da}\right)}{\left(\frac{dx}{da}\right)} = \frac{kr \sin k(vt - a)}{1 + kr \cos k(vt - a)} = \frac{a - x}{\frac{1}{k} - (b - z)}. \quad (8)$$

Приравнивая правые части уравнений (7) и (8), будем иметь:

$$\frac{a - x}{\frac{g}{k^2v^2} - (b - z)} = \frac{a - x}{\frac{1}{k} - (b - z)},$$

откуда

$$\frac{g}{k^2v^2} = \frac{1}{k}$$

или

$$v = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}, \quad (9)$$

т. е. *скорость волны зависит только от длины последней.*

Пользуясь формулой (9), легко вывести закон Фруда, которому подчиняется волновое движение.

В самом деле, всякая другая волна длиной λ_1 будет иметь скорость:

$$v_1 = \sqrt{\frac{g\lambda_1}{2\pi}},$$

и отношение скоростей оказывается:

$$\frac{v_1}{v} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda}}.$$

Последняя зависимость выражает, как известно, *закон Фруда.*

Период волны есть

$$\tau = \frac{\lambda}{v} = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}}; \quad (10)$$

угловая скорость (частота движения волны) равна:

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = kv = \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}}; \quad (11)$$

окружная скорость частицы равна:

$$u = \omega r = rkv. \quad (12)$$

Угол наибольшей крутизны склона волны определяется равенством:

$$\sin \alpha = \frac{r_0}{R} = \frac{\frac{h}{2}}{\frac{\lambda}{2\pi}} = \frac{\pi h}{\lambda}. \quad (13)$$

За малостью α можно принять

$$\sin \alpha = \alpha$$

и тогда

$$\alpha^\circ = 180^\circ \frac{h}{\lambda}. \quad (13')$$

Соотношения между λ , τ и v даны в табл. 35.

ТАБЛИЦА 35

Длина волны λ метров	Период τ сек.	Скорость волны v	
		м/сек	узлы
1	0,80	1,25	2,43
2	1,13	1,77	3,40
3	1,39	2,16	4,20
5	1,79	2,79	5,41
7,5	2,19	3,42	6,60
10	2,53	3,95	7,70
20	3,58	5,60	10,90
30	4,33	6,84	13,30
40	5,06	7,90	15,40
50	5,66	8,84	17,20
100	8,00	12,50	24,30
200	11,30	17,70	34,50
300	13,90	21,60	42,00
400	16,00	25,00	48,50
500	17,90	27,90	54,10
600	19,50	30,60	59,30
700	21,20	33,10	64,20
800	22,60	35,13	68,50
900	24,00	37,50	73,00
1000	25,30	39,50	77,00

Найдем теперь связь между радиусом орбиты r и глубиной погружения центра частицы.

Для несжимаемой жидкости уравнение неразрывности в форме Лагранжа имеет вид:

$$\frac{\partial (x, z)}{\partial (a, b)} = 1,$$

или подробнее:

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial a} \\ \frac{\partial x}{\partial b} & \frac{\partial z}{\partial b} \end{array} \right| = 1;$$

таким образом имеем:

$$\frac{\partial x}{\partial a} \frac{\partial z}{\partial b} - \frac{\partial z}{\partial a} \frac{\partial x}{\partial b} = 1. \quad (14)$$

Составим частные производные от выражений (2'):

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial a} &= 1 + kr \cos k(vt - a), \\ \frac{\partial x}{\partial b} &= -\sin k(vt - a) \frac{dr}{db}, \\ \frac{\partial z}{\partial a} &= kr \sin k(vt - a), \\ \frac{\partial z}{\partial b} &= 1 + \cos k(vt - a) \frac{dr}{db}. \end{aligned}$$

Подстановка найденных производных в уравнение (14) дает:

$$\begin{aligned} \left[1 + kr \cos k(vt - a) \right] \left[1 + \cos k(vt - a) \frac{dr}{db} \right] + kr \sin^2 k(vt - a) \frac{dr}{db} = \\ = 1 + \left(kr + \frac{dr}{db} \right) \cos k(vt - a) + kr \frac{dr}{db} = 1. \end{aligned}$$

Поскольку уравнение неразрывности должно быть независимо от времени, коэффициент при косинусе должен быть равен нулю:

$$kr + \frac{dr}{db} = 0,$$

откуда

$$\frac{dr}{r} = -k db$$

и, интегрируя:

$$\ln r = -kb + C.$$

Постоянная C определяется из начальных условий:

$$r = r_0 \text{ при } b = 0,$$

а следовательно:

$$C = \ln r_0$$

и

$$\ln r = \ln r_0 - kb.$$

В результате получаем искомую связь:

$$r = r_0 e^{-kb}. \quad (15)$$

Таким образом уравнения (2') принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} x &= a - r_0 e^{-kb} \sin k(vt - a), \\ z &= b + r_0 e^{-kb} \cos k(vt - a). \end{aligned} \right\} \quad (2')$$

Из табл. 36 видно, насколько интенсивно убывают радиусы орбит по мере возрастания b : на глубине $b = \lambda$ радиус орбиты составляет лишь 0,002 от радиуса на свободной поверхности.

На больших глубинах массы воды почти не затрагиваются волнением. Этот факт подтверждается практикой плавания на подводных лодках.

ТАБЛИЦА 36

$\frac{b}{\lambda}$	$\frac{r}{r_0}$	$\frac{b}{\lambda}$	$\frac{r}{r_0}$	$\frac{b}{\lambda}$	$\frac{r}{r_0}$	$\frac{b}{\lambda}$	$\frac{r}{r_0}$
0,01	0,939	0,08	0,605	0,35	0,1109	0,90	0,00350
0,02	0,882	0,09	0,568	0,40	0,0810	1,00	0,00190
0,03	0,828	0,10	0,534	0,45	0,0592	1,20	0,00053
0,04	0,778	0,15	0,390	0,50	0,0432	1,40	0,00015
0,05	0,730	0,20	0,287	0,60	0,0231	1,60	0,00004
0,06	0,686	0,25	0,208	0,70	0,0123	1,80	0,00001
0,07	0,644	0,30	0,152	0,80	0,0066	2,00	0,00000

На рис. 117 изображено строение волны по теории Герстнера, представленное посредством динамических вертикалей и поверхностей уровня, каковыми являются трохоиды той же длины, что

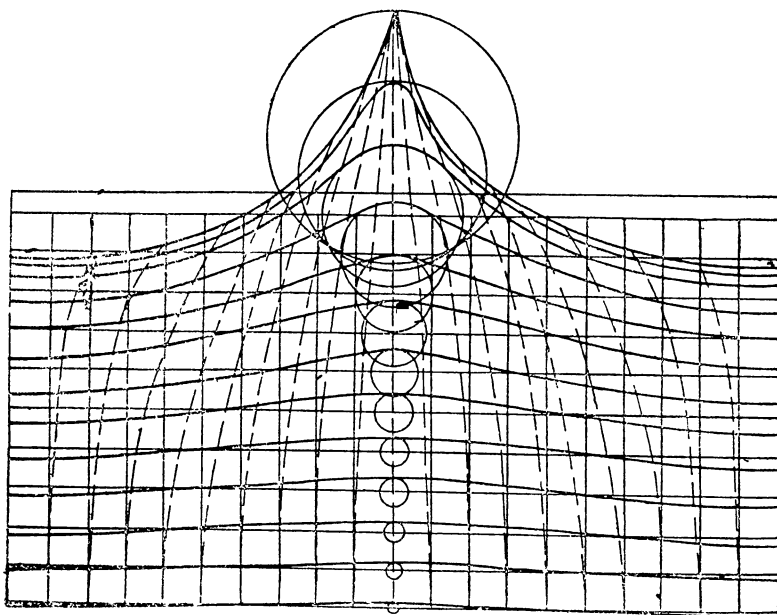


Рис. 117. Строение волны по теории Герстнера

у свободной поверхности, но с высотой, убывающей по закону убывания радиусов орбит.

Формально совершенная теория Герстнера не может быть признана вполне удовлетворительной с физической стороны. Движение, получаемое по этой теории, носит вихревой характер и не может быть поэтому вызвано действием потенциальных сил. Циркуляция, вычисленная для элементарного контура, взятого внутри жидкости, в нуль не обращается, причем угловая скорость вращения частицы

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = - \frac{kve^{-2kb}}{1 - e^{-2kb}}. \quad (16)$$

§ 3. Энергия трохидальных волн

Энергия частицы складывается из потенциальной энергии, возникающей вследствие того, что частица при волновом движении меняет свое положение по высоте, и из энергии кинетической, обусловленной движением частицы по орбите.

Поскольку частица меняет свое положение по высоте, ее потенциальная энергия тоже будет меняться. Если же говорить о средней величине потенциальной энергии, то при распространении трохидальных волн частица воды приобретает энергию

$$dE_{\pi} = g\beta \, dm, \quad (17)$$

где E_{π} — потенциальная энергия, g — ускорение силы тяжести, β — возвышение центра орбиты над спокойной поверхностью уровня, dm — масса частицы.

Кинетическая энергия частицы равна:

$$dE_{\kappa} = \frac{1}{2} u^2 dm.$$

Припоминая, что для окружной скорости имеем формулу (12), находим:

$$dE_{\kappa} = \frac{1}{2} r^2 k^2 v^2 dm, \quad (18)$$

а так как из (9) $v^2 = \frac{g}{k}$, то получаем, принимая во внимание (6)

$$dE_{\kappa} = \frac{1}{2} k r^2 k \frac{g}{k} dm = g\beta \, dm.$$

Из последнего соотношения видно, что кинетическая энергия каждой частицы равна ее средней потенциальной энергии (17) и полная энергия равна:

$$dE = dE_{\kappa} + dE_{\pi} = 2g\beta \, dm.$$

Отметим попутно связь между скоростью по орбите и величиной β :

$$u^2 = r^2 k^2 v^2 = r^2 k^2 \frac{g}{k} = k r^2 g = 2\beta g,$$

т. е. скорость частицы на орбите равна скорости, которую обладала бы эта частица при ее свободном падении с высоты β .

Перейдем теперь к определению энергии бесконечно-высокого водяного столба шириною $B=1$ и длиною λ .

Предположим, что заданный объем воды разделен на бесконечно-тонкие слои, отделенные друг от друга воображаемыми волновыми профилями.

Принимая толщину слоя, когда частицы воды находились в состоянии покоя и лежали в горизонтальной плоскости, равной db_0 , получим для объема слоя выражение:

$$dV = \lambda db_0,$$

а для массы заключенной в нем воды выражение:

$$dM = \rho \lambda db_0;$$

энергия этого слоя поэтому равна:

$$dE = 2g\beta dM = 2\gamma\beta\lambda db_0.$$

Пусть возвышение центра орбит над горизонтальной свободной поверхностью есть $\beta_0 = \text{const.}$ У частиц, находившихся в состоянии

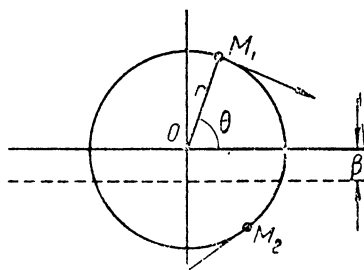


Рис. 118

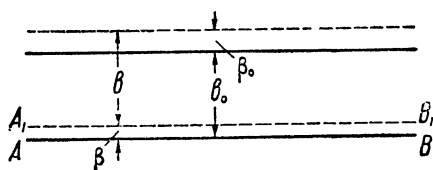


Рис. 118а

покоя на глубине b_0 под этой поверхностью, т. е. на горизонтали AB (рис. 118а), центры орбит при волновом движении приподнимутся на величину $\beta < \beta_0$ и будут лежать на горизонтали A_1B_1 . Обозначая расстояние между линиями центров орбит через b , можно написать:

$$b + \beta = b_0 + \beta_0 \quad \text{и} \quad db_0 = db + d\beta,$$

откуда

$$dE = 2\gamma\beta\lambda (db + d\beta) = 2\gamma\lambda (\beta db + \beta d\beta) = 2\gamma\lambda \left(\frac{1}{2} k r_0^2 e^{-2kb} db + \beta d\beta \right).$$

Интегрированием этого выражения в пределах от $b=0$ до $b=\infty$ находим полный запас энергии E водяного столба:

$$\begin{aligned} E &= 2\gamma\lambda \left\{ \frac{1}{2} k r_0^2 \int_0^\infty e^{-2kb} db + \frac{1}{2} \left[\beta^2 \right]_0^\infty \right\} = 2\gamma\lambda \left\{ \frac{1}{4} r_0^2 + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} k^2 r_0^4 e^{-4kb} \right]_0^\infty \right\} = \\ &= 2\gamma\lambda \left\{ \frac{1}{4} r_0^2 - \frac{1}{8} k^2 r_0^4 \right\} = \frac{1}{2} \gamma \lambda r_0^2 \left[1 - \frac{1}{2} k^2 r_0^2 \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Удельная энергия¹ водяного столба получается равною:

$$E_0 = \frac{E}{\lambda} = \frac{1}{2} \gamma r_0^2 \left[1 - \frac{1}{2} k^2 r_0^2 \right]. \quad (20)$$

Величина $\frac{1}{2} k^2 r_0^2$ мала по сравнению с единицей, и этой величиной можно пренебречь. Действительно,

$$\frac{1}{2} k^2 r_0^2 = \frac{1}{2} \frac{4\pi^2}{\lambda^2} r_0^2 = 2\pi^2 \left(\frac{r_0}{\lambda} \right)^2 \approx 20 \left(\frac{r_0}{\lambda} \right)^2,$$

а так как в морских волнах $\frac{r_0}{\lambda}$ в среднем равно $\frac{1}{40}$, то

$$\frac{1}{2} k^2 r_0^2 \approx 20 \cdot \left(\frac{1}{40} \right)^2 = \frac{1}{80} = 0,0125.$$

Таким образом приближенно можно принять:

$$E = \frac{1}{2} \gamma \lambda r_0^2 \quad (19')$$

и

$$E_0 = \frac{1}{2} \gamma r_0^2. \quad (20')$$

Кинетическая энергия частицы при установившемся волновом движении сохраняет свою величину, ибо ее скорость по орбите остается неизменной, потенциальная же энергия будет изменяться в зависимости от фазы, определяемой углом θ (рис. 118).

Проведем вертикальную плоскость через центр орбиты радиуса r . Когда частица переходит в правую часть пространства (точка M_1), то ее потенциальная энергия больше; при переходе в левую часть (точка M_2) потенциальная энергия уменьшается, так как точка M_1 расположена выше, чем точка M_2 . В результате частица, совершая циклическое движение, переносит часть своей потенциальной энергии вправо, т. е. в направлении распространения волн.

Потенциальная энергия частицы в некоторый момент времени будет равна

$$g\beta dm + gr \sin \theta dm,$$

а так как величина ее кинетической энергии, как выше было указано,

$$dE_k = g\beta dm,$$

то полная энергия частицы выразится так:

$$g\beta dm + gr \sin \theta dm + g\beta dm = (2\beta + r \sin \theta) g dm.$$

Горизонтальная составляющая скорости частицы равна $u \sin \theta$ и мгновенный перенос энергии будет

$$(2\beta + r \sin \theta) g dm \cdot u \sin \theta,$$

¹ Т. е. энергия, приходящаяся на единицу площади волновой поверхности.

средняя же величина этого переноса получается интегрированием последнего выражения по θ в пределах от 0 до 2π :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (2\beta + r \sin \theta) g dm \cdot u \sin \theta d\theta = \\ & = \frac{dm}{2\pi} \left[2gu\beta \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta + gru \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta \right] = \\ & = \frac{dm}{2\pi} \left[0 + gru\pi \right] = \frac{1}{2} gru dm. \end{aligned}$$

Деля среднюю величину переноса энергии на среднюю величину содержания полной энергии в частице

$$dE = 2g\beta dm,$$

получаем среднюю скорость переноса энергии

$$c = \frac{1}{2} \frac{ru}{2\beta}.$$

Припоминая, что

$$u = \sqrt{2\beta g} \text{ и } \beta = \frac{\pi r^2}{\lambda},$$

после подстановки найдем:

$$c = \frac{1}{2} \frac{r \sqrt{2\beta g}}{2\beta} = \frac{1}{2} r \sqrt{\frac{g}{2\beta}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = \frac{1}{2} v, \quad (21)$$

т. е. *скорость переноса энергии равна половине скорости перемещения волн*. Заметим, что радиус орбиты в формулу (21) не входит, и следовательно скорость переноса энергии для всех частиц одинакова.

§ 4. Теория волн на конечной глубине

Трохоидальная теория Герстнера дает решение о волновом движении идеальной жидкости бесконечной глубины и не ограничивает малость амплитуды.

Релеем¹ и Стоксом была разработана теория волнового движения, применимая также и к конечной глубине моря. Эта теория основана на следующих допущениях: 1) жидкость весома и идеальна, 2) движение имеет потенциал, 3) отношение высоты волн мало по сравнению с их длиной.

Расположим начало координат на свободной поверхности воды в состоянии покоя. Ось OX направим по скорости движения волн, а ось OY вертикально вверх (рис 119). Глубину моря обозначим через h ; дно будем считать плоским и горизонтальным.

Чтобы свести задачу к случаю установившегося движения, сообщим всей массе воды равномерное поступательное движение со скоростью — c распространения волн, т. е. в обратную сторону.

¹ Rayleigh, On progressive Waves. Proc. Lond. Math. Soc., 1877.

Тогда волновые профили относительно координат представятся неподвижными, а движение воды между ними будет происходить правильными струями, причем волновые профили будут играть роль как бы твердых стенок. На рис. 119 показаны линии тока, являющиеся в то же время траекториями частиц.

Движение определяется в гидромеханике комплексным потенциалом¹ вида:

$$\varphi + i\psi = -c(x + iy) + i\alpha e^{ik(x+iy)} + i\beta e^{-ik(x+iy)}. \quad (22)$$

Пользуясь соотношениями:

$$\begin{aligned} e^{ikx} &= \cos kx + i \sin kx, \\ e^{-ikx} &= \cos kx - i \sin kx, \end{aligned}$$

напишем выражения для потенциала скорости φ и функции тока ψ .

Имеем:

$\varphi + i\psi = -cx - c(\alpha e^{-ky} - \beta e^{ky}) \sin kx - icy + ic(\alpha e^{-ky} + \beta e^{ky}) \cos kx$, откуда отдельным приравнованием действительных частей этого равенства и коэффициентов мнимых частей находим:

$$\varphi = -cx - c(\alpha e^{-ky} - \beta e^{ky}) \sin kx, \quad (23)$$

$$\psi = -cy + c(\alpha e^{-ky} + \beta e^{ky}) \cos kx. \quad (24)$$

Коэффициенты α и β определяем из граничных условий: при $y = -h$ (т. е. на дне) из (24) имеем:

$$\psi = ch + c(\alpha e^{kh} + \beta e^{-kh}) \cos kx,$$

причем уравнение линии тока есть:

$$\psi = \text{const};$$

но линия дна является также линией тока, а потому

$$ch + c(\alpha e^{kh} + \beta e^{-kh}) \cos kx = \text{const},$$

что возможно лишь при условии равенства нулю коэффициента при косинусе:

$$\alpha e^{kh} + \beta e^{-kh} = 0,$$

или

$$\alpha e^{kh} = -\beta e^{-kh}$$

Обозначая величину каждой части последнего равенства через A , найдем значения α и β :

$$\alpha = A e^{-kh}, \quad \beta = -A e^{kh}.$$

Таким образом уравнения (23) и (24) по подстановке в них найденных значений α и β , будут:

$$\varphi = -cx - cA [e^{-k(h+y)} + e^{k(h+y)}] \sin kx, \quad (23')$$

$$\psi = -cy + cA [e^{-k(h+y)} - e^{k(h+y)}] \cos kx. \quad (24')$$

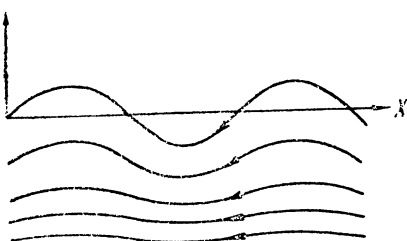


Рис. 119

¹ Lamb, Hydrodynamics.

Величиной $ky = 2\pi \frac{y}{\lambda}$ на основании допущения (3) можно пренебречь, т. е. положить $e^{ky} = e^{-ky} = 1$; тогда уравнения (22') и (23') упростятся:

$$\varphi = -cx - cA [e^{-kh} + e^{kh}] \sin kx, \quad (23'')$$

$$\psi = -cy + cA [e^{-kh} - e^{kh}] \cos kx. \quad (24'')$$

Примем за уравнение линии тока на свободной поверхности уравнение

$$\psi = 0,$$

т. е. положим

$$y = A [e^{-kh} - e^{kh}] \cos kx;$$

но

$$e^{-kh} - e^{kh} = -2 \operatorname{sh} kh,$$

значит, уравнение линии тока на свободной поверхности будет иметь вид:

$$y = -2A \operatorname{sh} kh \cos kx. \quad (25)$$

Это уравнение, представляющее одновременно и форму волнового профиля, есть косинусоида, так как в данном случае гиперболический синус есть величина постоянная.

При установившемся движении идеальной жидкости с потенциалом скоростей давление p определяется по уравнению Бернулли-Эйлера, которое может быть представлено в следующем виде:

$$\frac{p}{\rho} = \text{const} - gy - \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2). \quad (26)$$

Проекции скорости v_x и v_y на координатные оси выражаются производными потенциала скоростей по координатам:

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}.$$

Дифференцируя по x и по y уравнение (23'), получаем:

$$v_x = -c - kcA [e^{-k(h+y)} - e^{k(h+y)}] \cos kx, \quad (27)$$

$$v_y = kcA [e^{-k(h+y)} - e^{k(h+y)}] \sin kx, \quad (28)$$

или, попрежнему пренебрегая произведением ky и вводя гиперболические функции, получаем:

$$v_x = -c - kcA [e^{-kh} + e^{kh}] \cos kx = -c - 2kcA \operatorname{ch} kh \cos kx, \quad (27')$$

$$v_y = -kcA [e^{-kh} - e^{kh}] \sin kx = 2kcA \operatorname{sh} kh \sin kx; \quad (28')$$

отсюда получается сумма квадратов проекций скорости:

$$\begin{aligned} v_x^2 + v_y^2 &= \\ &= c^2 + 4kc^2A \operatorname{ch} kh \cos kx + 4k^2c^2A^2 (\operatorname{ch}^2 kh \cos^2 kx + \operatorname{sh}^2 kh \sin^2 kx). \end{aligned}$$

Отбрасывая за малостью $k^2 A^2$ третий член правой части последнего равенства, перепишем уравнение (26) в таком виде:

$$\frac{p}{\rho} = \text{const} - gy - \frac{c^2}{2} - 2kc^2 A \operatorname{ch} kh \cos kx.$$

На свободной поверхности

$$p = p_0 = \text{const}.$$

Включая $\frac{p_0}{\rho}$ в состав постоянной величины и подставляя вместо y его выражение по (25), получаем:

$$2A \cos kx (g \operatorname{sh} kh - kc^2 \operatorname{ch} kh) + \frac{c^2}{2} = \text{const},$$

что выполнимо только при условии

$$g \operatorname{sh} kh - kc^2 \operatorname{ch} kh = 0. \quad (29)$$

Из уравнения (29) определяем скорость волны:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k} \operatorname{th} kh} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \operatorname{th} kh}. \quad (30)$$

При глубине воды h очень большой имеем:

$$\operatorname{th} kh = 1,$$

а потому

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}},$$

т. е. приходим к формуле скорости волн по теории Герстнера [формула (9)].

При h очень малом можно положить:

$$\operatorname{th} kh = kh,$$

следовательно

$$c = \sqrt{gh}, \quad (31)$$

т. е. при малой глубине воды существует предельная скорость перемещения волны, независимая от длины этой волны. Уравнение профиля свободной поверхности во всех случаях неизменно по форме.

Период волны определяется формулой:

$$\tau = \frac{\lambda}{c} = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g} \frac{1}{\operatorname{th} kh}}. \quad (32)$$

Для исходного положения, т. е. до сообщения массе воды скорости c , проекции скоростей на координатные оси согласно формулам (27) и (28) будут:

$$\begin{aligned} v_x &= -kcA [e^{-k(h+y)} + e^{k(h+y)}] \cos k(x-ct) = \\ &= -2kcA \operatorname{ch} k(h+y) \cos k(x-ct), \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} v_y &= kcA [e^{-k(h+y)} - e^{k(h+y)}] \sin k(x-ct) = \\ &= -2kcA \operatorname{sh} k(h+y) \sin k(x-ct), \end{aligned} \quad (34)$$

л уравнение движущегося волнового профиля свободной поверхности получается:

$$y = -2A \operatorname{sh} kh \cos k(x - ct) = r_0 \cos k(x - ct), \quad (35)$$

где

$$r_0 = -2A \operatorname{sh} kh \quad (36)$$

есть амплитуда волны.

Обозначим через $a + \xi$ и $b + \eta$ координаты мгновенного положения частицы, ξ и η — координаты частицы при жидкости, находящейся в покое; тогда

$$\frac{d\xi}{dt} = v_x, \quad \frac{d\eta}{dt} = v_y.$$

Подставляя вместо v_x и v_y их выражения из уравнений (33) и (34) и произведя интегрирование по t , получим:

$$\xi = 2A \operatorname{ch} k(h + y) \sin k(x - ct), \quad (37)$$

$$\eta = -2A \operatorname{sh} k(h + y) \cos k(x - ct), \quad (38)$$

или

$$\xi = -r_0 \frac{\operatorname{ch} k(h + y)}{\operatorname{sh} kh} \sin k(x - ct),$$

$$\eta = r_0 \frac{\operatorname{sh} k(h + y)}{\operatorname{sh} kh} \cos k(x - ct),$$

так как в силу (36)

$$2A = -\frac{r_0}{\operatorname{sh} kh}.$$

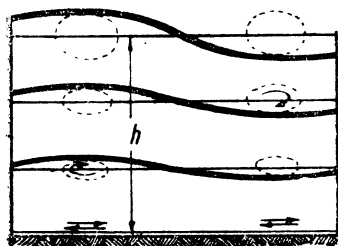


Рис. 120. Строение волны на конечной глубине

Исключая из последних выражений время, найдем траектории частиц:

$$\left[\frac{\xi^2}{\left[r_0 \frac{\operatorname{ch} k(h + y)}{\operatorname{sh} kh} \right]^2} + \frac{\eta^2}{\left[r_0 \frac{\operatorname{sh} k(h + y)}{\operatorname{sh} kh} \right]^2} \right] = 1, \quad (39)$$

т. е. траектории являются эллипсами с полуосями:

$$\text{горизонтальной} \dots \dots r_0 \frac{\operatorname{ch} k(h + y)}{\operatorname{sh} kh},$$

$$\text{вертикальной} \dots \dots r_0 \frac{\operatorname{sh} k(h + y)}{\operatorname{sh} kh}.$$

Обе оси уменьшаются при увеличении глубины (рис. 120). На поверхности дна, т. е. при $y = -h$, вертикальная ось обращается в нуль, и траекторией является горизонтальный отрезок прямой:

$$2\xi = \frac{2r_0}{\operatorname{sh} kh}.$$

Найдем теперь траектории орбит в случае безграничной глубины моря. Преобразуя формулы полуосей эллипса для случая $h = \infty$, находим:

$$r_0 \frac{\operatorname{ch} k(h+y)}{\operatorname{sh} kh} = r_0 \frac{\operatorname{ch} kh \operatorname{ch} ky + \operatorname{sh} kh \operatorname{sh} ky}{\operatorname{sh} kh} = r_0 (\operatorname{ch} ky + \operatorname{sh} ky),$$

$$r_0 \frac{\operatorname{sh} k(h+y)}{\operatorname{sh} kh} = r_0 \frac{\operatorname{sh} kh \operatorname{ch} ky + \operatorname{ch} kh \operatorname{sh} ky}{\operatorname{sh} kh} = r_0 (\operatorname{ch} ky + \operatorname{sh} ky);$$

таким образом в результате полуоси эллипса становятся одинаковыми и траектории частиц получаются круговыми с радиусом

$$r = r_0 (\operatorname{ch} ky + \operatorname{sh} ky).$$

Замечая, что

$$\operatorname{ch} ky + \operatorname{sh} ky = e^{ky},$$

окончательно найдем величину радиуса:

$$r = r_0 e^{ky}, \quad (40)$$

которая, как видно, тождественна с таковой же по теории Герстнера [формула (15)], причем различие знаков показателей степени в формулах (15) и (40) объясняется противоположным направлением вертикальных осей в обеих теориях.

Энергия синусоидальных волн, также как и волн трохoidalных состоит из энергии кинетической и потенциальной.

Кинетическая энергия равна:

$$E_k = \frac{\rho}{2} \int_0^\lambda \int_0^\infty \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] dy dx = \frac{1}{4} \gamma r_0^2 \lambda, \quad (41)$$

потенциальная же энергия равна:

$$E_n = \frac{1}{2} \gamma \int_0^\lambda \eta^2 dx = \frac{1}{2} \gamma r_0^2 \int_0^\lambda \cos^2 k(x - ct) dx = \frac{1}{4} \gamma r_0^2 \lambda. \quad (42)$$

Оба выражения получаются одинаковыми как для безграничной, так и для ограниченной глубины.

Изложенная теория дает форму профиля свободной поверхности в виде синусоиды, что справедливо лишь с точностью до малых величин порядка $\frac{r_0}{\lambda}$.

Стокс развил теорию решения этой задачи и, пользуясь методом последовательных приближений, дал выражение профиля с точностью до малых высшего порядка. Если взять для неограниченной глубины воды функцию тока

$$\psi = -cy + c^3 e^{ky} \cos kx,$$

то после некоторых преобразований получаем уравнение профиля свободной поверхности в виде такого ряда:

$$y - \frac{1}{2} k r_0^2 = r_0 \cos kx - \frac{1}{2} k r_0^2 \cos 2x + \frac{3}{8} k^2 r_0^3 \cos 3kx + \dots$$

Отбросив остальные члены, мы получим уравнение профиля волны с точностью до малых порядка $\left(\frac{r_0}{\lambda}\right)^3$. В этих пределах уравнение совпадает с разложением в ряд трохоиды, у которой радиус катящегося круга $R = \frac{1}{k}$, а радиус производящей окружности равен r_0 . В итоге скорость c движения профиля волны получается равной:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}(1 + r_0^2 k^2)}.$$

Таким образом оказывается, что только в первом приближении скорость волн не зависит от их высоты, более же точное решение указывает, что скорость волн возрастает одновременно с возрастанием амплитуды.

§ 5. Группа волн

Потенциал волн, удовлетворяя уравнению Лапласа, дает частное решение этого уравнения. Сумма таких решений, взятых с произвольными коэффициентами, также является решением ура-

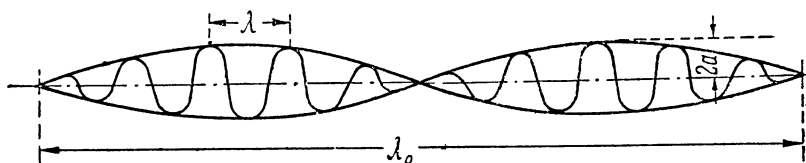


Рис. 121. Группа волн

внения Лапласа. На этом основании теория Релея допускает применение метода наложения и получение более сложных форм движения.

Наложим на систему правильных синусоидальных волн с элементами r_0 , k и c другую синусоидальную систему, волны которой имеют ту же амплитуду волн, но длина которых, а следовательно и скорость иные: k_1 и c_1 . В результате этого наложения свободная поверхность воды будет представлена уравнением:

$$\begin{aligned} y &= r_0 \cos k(x - ct) + r_0 \cos k_1(x - c_1 t) = \\ &= 2r_0 \cos\left(\frac{k - k_1}{2}x - \frac{kc - k_1 c_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{k + k_1}{2}x - \frac{kc + k_1 c_1}{2}t\right). \end{aligned} \quad (43)$$

Если различие между длинами волн очень невелико, то поверхность воды мы можем рассматривать как синусоиду, у которой амплитуда медленно периодически меняется между $2r_0$ и 0 (рис. 121). Уравнение (43) можно рассматривать как синусоиду:

$$y = A \cos\left(\frac{k - k_1}{2}x - \frac{kc - k_1 c_1}{2}t\right), \quad (44)$$

где

$$A = 2r_0 \cos\left(\frac{k + k_1}{2}x - \frac{kc + k_1 c_1}{2}t\right).$$

Длина этой синусоиды равна:

$$\lambda_0 = \frac{4\pi}{k - k_1},$$

а период равен:

$$\tau_0 = \frac{4\pi}{kc - k_1 c_1},$$

и следовательно скорость перемещения группы:

$$u_0 = \frac{\lambda_0}{\tau_0} = \frac{kc - k_1 c_1}{k - k_1}.$$

В узлах синусоиды амплитуда волны равна нулю и движение отсутствует, т. е. передачи энергии не происходит. Таким образом количество энергии, заключенное в длине λ_0 , не меняется и переносится со скоростью u_0 .

Считая разность длин обеих систем волн бесконечно-малой, в пределе будем иметь:

$$u_0 = \frac{d(kc)}{dk}.$$

Выражая c через k при помощи зависимости

$$c = \sqrt{\frac{g}{k} \operatorname{th} kh},$$

получаем

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{d \sqrt{kg \operatorname{th} kh}}{dk} = \frac{1}{2 \sqrt{kg \operatorname{th} kh}} \left(g \operatorname{th} kh + \frac{gkh}{\operatorname{ch}^2 kh} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k} \operatorname{th} kh} \left[1 + \frac{kh}{\operatorname{ch} kh \operatorname{sh} kh} \right] = \frac{1}{2} c \left[1 + \frac{2kh}{\operatorname{sh} 2kh} \right]. \end{aligned} \quad (45)$$

При неограниченной глубине воды $u_0 = \frac{c}{2}$, т. е. скорость переноса энергии равна половине скорости перемещения профиля волны. Этот вывод был получен ранее, но только иным путем [см. § 3, формулу (21)].

При уменьшении глубины скорости возрастает до предела

$$u_0 = c,$$

т. е. скорость переноса энергии в волнах на мелководьи равна скорости распространения волн.

§ 6. Затухание. Разрушение волн. Перенос масс воды

I. Затухание. Вязкость воды и тормозящее действие граничных областей (грунта и воздуха) являются причинами рассеивания энергии волн, что сопровождается уменьшением амплитуды последних. Теорией этого вопроса занимался целый ряд исследователей, из которых назовем Буссинеска, Гауфа (Hough),¹ Лемба² и Вина.

¹ S. S. Hough, Proc. Lond. math. Soc., 1897.

² H. Lamb, Lehrbuch.

³ W. Wien, Lehrbuch.

Для волн, движущихся в бесконечно-большой глубине, Вин получил следующее выражение множителя затухания:

$$e^{-\delta t},$$

где

$$\delta = 2\nu k^2 \quad (46)$$

и ν — коэффициент кинематической вязкости.

Отсюда следует, что для этого выражения время, потребное для уменьшения амплитуды, быстро возрастает с увеличением длины волны. В табл. 37 дана зависимость времени затухания амплитуды от длины волны при уменьшении амплитуды на 0,1 и при $\nu = 0,018$.

ТАБЛИЦА 37

Длина волны (в метрах)	0,1	0,5	1	5	10
Время (в часах)	0,045	1,125	4,505	112,5	450,5

Для конечной глубины воды h , Гауф дает формулу:

$$\delta = \frac{2\sqrt{2}h^{3/4}}{k^{1/2}g^{1/4}\nu^{1/2}}. \quad (47)$$

Малая глубина очень сильно сокращает время затухания. Например, на глубине 1 м волна, длиной в 100 м уменьшает свою амплитуду в 2,7 раза за $\frac{4}{3}$ часа.

II. Разрушение волн. Наибольшее значение отношения высоты к длине волны, при котором последняя еще может существовать, по вычислениям Митчеля,¹ равно приблизительно $\frac{1}{7}$. Приближаясь к этому пределу, кривизна вершины увеличивается до тех пор, пока не образуется на гребне угол в 120°; скорость в этот момент такова:

$$c = \sqrt{0,191g\lambda}. \quad (48)$$

Дальнейшее увеличение высоты сопровождается нарушением непрерывности движения и срывом масс воды у гребня.

III. Перенос масс воды. Движение части воды в теориях Герстнера и Релея происходит по замкнутым орбитам и перенос масс воды отсутствует. В действительности происходит незначительный перенос масс в направлении движения профиля. Исследования, произведенные Т. Леви-Чивита,² дают формулу для средней скорости переноса масс воды при глубине h :

$$\frac{v}{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{2r_0}{h} \right)^2 \frac{gh}{c^2}, \quad (49)$$

¹ J. H. Michel, Phil. Mag., 1893.

² T. Levi-Civita, Innsbrucker Vorträge, Berlin, 1924, S. 85.

где v — средняя скорость переноса, c — скорость перемещения профиля, $2r_0$ — высота волны.

Если взять, например, $2r_0 = 2$ м, $h = 100$ м, $c = 8$ м/сек, то скорость переноса будет: $v = 0,0031$ м/сек $\approx 0,3$ см/сек.

§ 7. Одиночная волна

Особый тип волнового движения непериодического характера был впервые в 1844 г. экспериментально изучен Ск. Расселем.¹ При некоторых обстоятельствах, особенно в длинных прямолинейных каналах, возможно осуществить одиночную волну (именуемую также волной перемещения), которая движется с равномерной скоростью, почти не меняет формы своего профиля и не оставляет за собой заметного возмущения (рис. 122). Такая волна может быть вызвана, например, резким погружением в воду в конце канала призмы, вытесняющей соответствующую часть воды над свободной поверхностью.

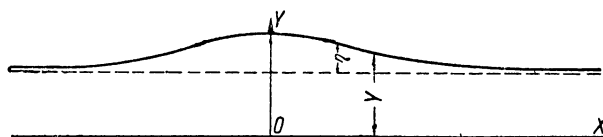


Рис. 122. Одиночная волна

Теория одиночной волны была дана Бусинеском² и Релеем³. Движение имеет потенциал скоростей; Релей получает этот потенциал в виде ряда:

$$\varphi = f(x) - \frac{y^2}{2!} f''(x) + \frac{y^4}{4!} f^{IV}(x), \quad (50)$$

причем функция тока выражается рядом:

$$\psi = yf(x) - \frac{y^3}{3!} f'''(x) + \frac{y^5}{5!} f^V(x). \quad (51)$$

Скорость движения профиля по теории одиночной волны выражается формулой:

$$c = \sqrt{g(h+a)}, \quad (52)$$

где h — глубина канала и a — высота волны.

Предельная высота волны определяется образованием угла на вершине гребня, равного 120° , и имеет предельную скорость:

$$c = \sqrt{2ga}, \quad (53)$$

т. е. предельная высота волны равна глубине канала:

$$a = h.$$

¹ Scott Russell, Rep. Brit. Assoc., 1844.

² J. Boussinesq, Liouville J., 1872—1873; Comptes Rendus, 1871.

³ Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5), 1876, „On Waves“.

Форма свободной поверхности дается уравнением:

$$\eta = a \operatorname{sech}^2 \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{3a}{h+a}} \cdot x. \quad (54)$$

Волна не имеет впадины, а состоит лишь из возвышения. Траектории частиц являются параболами второй степени (приближенно), обращенными выпуклостью кверху. Высота параболических дуг равна $a \frac{y}{h}$, т. е. убывает по мере увеличения глубины по линейному закону от a до нуля. Буква y означает расстояние частицы до дна канала.

Высота a одиночной волны связана с ее объемом Q (ширину волны принимаем за единицу) соотношением:

$$Q = a \int_{-\infty}^{+\infty} \eta dx = 4 \sqrt{\frac{ah^3}{3}}. \quad (55)$$

Полная энергия волны равна:

$$E = \frac{2}{3} \gamma a Q; \quad (56)$$

она переносится со скоростью перемещения профиля.

§ 8. Наблюдения над морскими волнами. Некоторые числовые данные

Экспериментальные исследования, производившиеся на протяжении целого ряда лет, приводят к заключению о сложности и многообразии форм волновой поверхности моря. Интерференция волн, ветер, ограниченность глубины водного бассейна, отражение от берегов, вспенивание гребней и образование бурунов—все это усложняет физическую картину и препятствует точности наблюдений. Однако обширный, но далеко еще недостаточный статистический материал, собранный на протяжении целого столетия, позволяет сделать некоторые выводы о средних значениях и пределах изменения различных элементов волн и о зависимостях между ними.

Средними наибольшими пределами океанских волн можно считать: длину до 400 м при высоте 13—14 м и периоде 18 сек.¹ В океанах, имеющих волны 150 м и больше, значение $\frac{h}{\lambda}$ редко превосходит $\frac{1}{20}$, причем угол наибольшего склона волны α едва достигает 9°. С уменьшением глубины крутизна волны увеличивается. В табл. 38 даны средние величины элементов волн различных бассейнов на основании наблюдений Пари,² произведенных им в 1871 году, и сравнение этих величин с теорией Герстнера.

¹ В. Березкин, Приливы и волны. Изд. Военно-морской академии РККА, 1932.

² Проф. Ю. М. Шокальский, Океанография, Ленинград, 1917.

Наблюдения над элементами волн на морях СССР начали производиться систематически сравнительно недавно. Поэтому собранный материал из-за недостаточного числа наблюдений не позволяет сделать окончательных выводов. Ниже мы помещаем данные по советским морям, опубликованные в цитированной выше книге В. Березкина „Приливы и волны“.

ТАБЛИЦА 38

Б а с с е й н	Скорость волны		Период (сек.)		Длина (м)		$\frac{h}{\lambda}$	Высота волн
	Набл.	Вычисл.	Набл.	Вычисл.	Набл.	Вычисл.		
Пассаты Атлантического океана	11,2	10,7	5,8	6,1	65	66	$\frac{1}{35}$	1,9
Пассаты Индийского океана	12,6	13,4	7,6	7,1	96	96	$\frac{1}{35}$	2,8
Западная часть Тихого океана	12,4	14,1	8,2	7,2	102	103	$\frac{1}{33}$	3,1
Южная часть Атлантического океана	14,0	16,3	9,5	8,2	133	136	$\frac{1}{31}$	4,3
Китайское и Японское моря	11,4	12,2	6,9	6,5	79	78	$\frac{1}{25}$	3,2
Южная часть Индийского океана	15,0	14,5	7,6	8,1	114	115	$\frac{1}{22}$	5,3

1. Финский залив. „В табл. 39 даны средние величины высот волн, наблюдавшихся при различных направлениях и скоростях ветра. Наблюдения относятся к середине восточной части Финского залива—месту стоянки пловучего маяка „Приемный“ ($\varphi = 60^{\circ}7'$, $\lambda = 29^{\circ}31'$). Как видно, наибольшие высоты волн мы имеем в условиях распространения волнения со стороны западной, северо-юго-западной четвертей. Следующее по величине волнение приходится на северо-восточную четверть. Такого рода распределение высот волн стоит в соответствии с общими физико-географическими условиями места наблюдений, так как наибольшее число миль открытой водной площади приходится на запад, северо-запад и северо-восток. В случаях ветров из западной половины горизонта возникшее под их действием волнение в Балтийском море будет распространяться на восток и свободно заходить в Финский залив. Ветровая волна при этом в процессе своего движения на восток вдоль русла залива сильно деформируется по причине быстрого падения глубин и уменьшения ширины залива. Характер волнения в районах у Демонштейнской банки и маяка „Шепелев“ получает поэтому наименее выгодную для судов форму

круглых волн, искаженных еще интерференцией. Наибольшие из волн, какие случалось наблюдать, приходится на случаи волнения от W и достигают почти трех метров по высоте при периоде их около 8 сек. Сопоставление средних величин длин и периодов наблюдавшихся волн в соответствии с направлением ветров дает наибольшие их значения ($\lambda =$ до 56 м и τ до 6 сек.) для ветров западных и юго-западных направлений".¹

ТАБЛИЦА 39

Скорость ветра в баллах Бофорта	Направление ветра							
	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
2—3	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
4—5	0,3	0,2	0,2	0,2	0,3	0,5	0,5	0,4
6—7	—	—	0,4	0,4	0,4	0,9	1,5	1,0

В табл. 40 даны средние значения величин углов α крутизны склона волн, в зависимости от скорости ветра, наблюдавшейся в Финском заливе.¹

ТАБЛИЦА 40

Скорость ветра в баллах Бофорта	2—3	4—5	6—7	8—9
Крутизна склона волны	22°	8°	6°	5°

II. Черное и Азовское моря. „Наблюдения над элементами волн Черного моря, производившиеся в районе Севастопольского рейда и Круглой бухты, дают, что высота волн для этих районов при ветрах около 7—8 баллов достигает двух метров. Много большей высоты достигают волны у Кавказского побережья, где во время штормов от западных ветров были случаи, когда высота их доходила до четырех метров. Одним из самых неблагоприятных в смысле формы и общего характера волнения является Азовское море. На последнем благодаря небольшой его глубине (нигде не превышающей 14 м) во время штормов разводятся весьма крутые волны малых при этом периодов“.

III. Каспийское море. „Наблюдения, производившиеся на Астраханском двенадцатифутовом рейде, показали, что тут при ветрах восточных и южных румбов длины волн оказываются большими, чем при ветрах северных румбов. Для SO ветров силой 5—6 бал-

¹ В.с. Березкин, Элементы волн Финского залива. Записки по гидрографии, т. LXV. Табл. 39 дает величины отношения $\frac{\tau}{\lambda}$.

лов имеем в среднем значения h —около 0,6 м, а λ равным 4,6 м при отношении $\frac{\lambda}{h}$ близком к 8. Столь большая крутизна волн имеет место, повидимому, вследствие огромной площади, занятой мелководьем на севере Каспия, деформирующим элементы волн, распространяющихся с юга. Наибольшая высота наблюдающихся здесь волн достигает полутора метров. Наблюдения на Средне-Жемчужном маяке дают в среднем для SO ветров следующие значения элементов волны“ (табл. 41):

ТАБЛИЦА 41

Направление ветра	Скорость ветра в баллах Бофорта	Высота волн в метрах	Длина волн в метрах
SO	5—6	1,2	14,2
SO	7—8	2,3	22,5

IV. Баренцево море. „Гидро-метеорологическими станциями, расположенными по Мурманскому берегу, производятся параллельные наблюдения над состоянием моря и ветра. Обработка этих наблюдений за 5 лет с 1902 по 1906 год для ст. Вайда-Губа и В. Лица, опубликованная Л. Л. Брейтфусом, показала, что средние величины волнения за летний сезон (июнь—август) распределяются по силе следующим образом: 48,7% приходится на волнение от 0 до 3 баллов, 43,9%—на волнения от 4 до 6 баллов и 7,4% относятся к случаям волнения от 7 до 9 баллов. По указанию проф. Ляхницкого в Кольском заливе океанская волна при северных ветрах докатывается в ослабленном виде до о. Сального. В южном колене этого залива при северных ветрах образуется местная волна, которая на фарватере у г. Мурманска достигает в высоту полутора метров“.

V. Белое море. „Число наблюдений для Белого моря также весьма ограничено. По данным Северо-Двинского пловучего маяка (Двинский залив) при северных ветрах (дующих с моря) в прилив высота волн достигает двух метров при периоде их в 6 сек.“.

В табл. 42 приведены элементы волн по некоторым европейским морям.

ТАБЛИЦА 42

Название моря	По данным Шокальского		По данным Шпиндлера	
	h в м	h/λ	h в м	h/λ
Средиземное море	5—5,5	—	5—6	—
Немецкое море	4—6	1/9	6	1/7
Балтийское море	5	1/10	3	—

Ветер, нарушая симметрию волнового профиля, изменяет одновременно и элементы волны, причем это изменение в элементах не

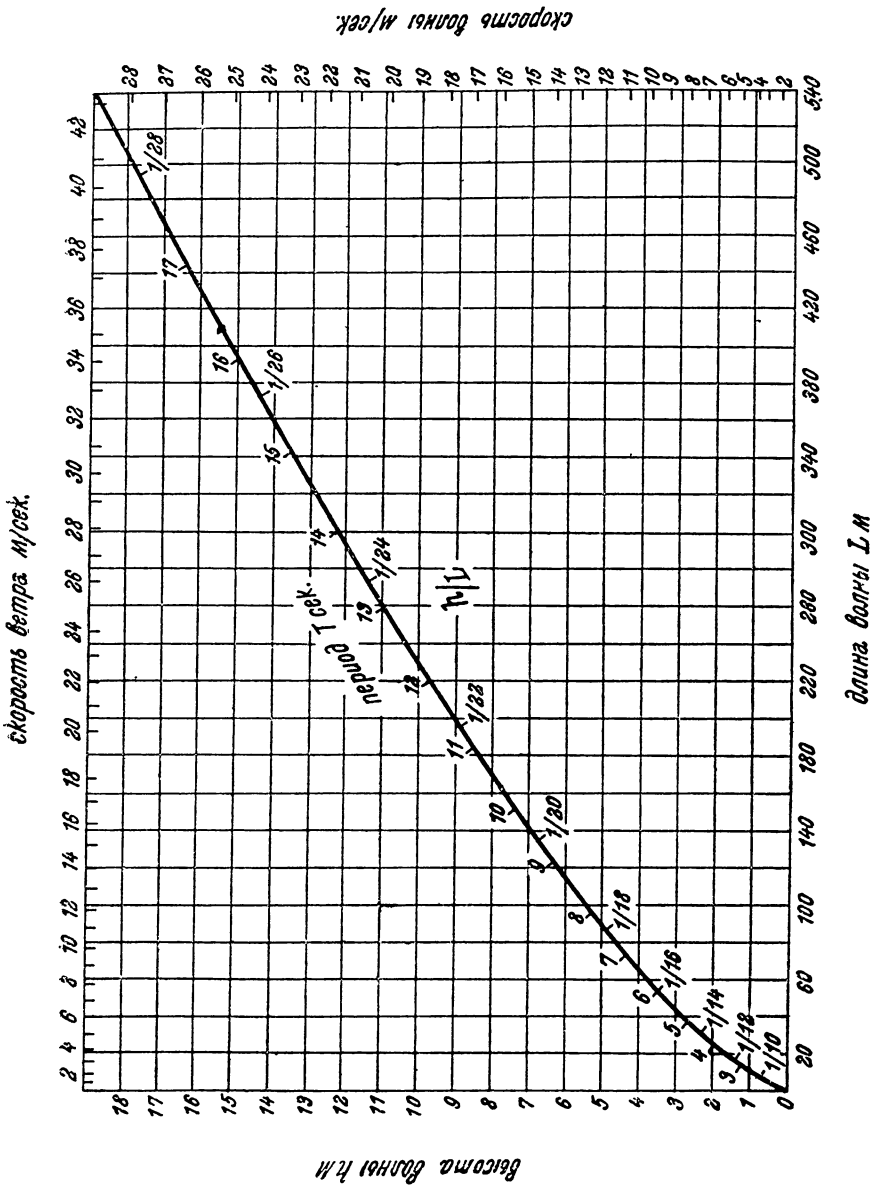


Рис. 123. Диаграмма элементов волны по Циммерману

является закономерным и аналитически вычислено в настоящее время быть не может.

Ряд исследователей пытался установить из наблюдений эмпирические формулы, дающие связь между силой ветра и элемен-

тами волны. Наилучшие результаты были получены проф. Бергеном,¹ который дал следующие формулы для высоты волны:

$$h = \frac{\frac{1}{3} u}{\left(1 + \frac{3,62 u}{D}\right) \left(1 + \frac{1,86}{t}\right)} \quad (57)$$

и для длины волны

$$\lambda = \frac{12,34 u}{\left(1 + \frac{25,83 u}{D}\right) \left(1 + \frac{13,31}{t}\right)}, \quad (58)$$

где u — скорость ветра в м/сек, D — длина пути ветра в морских милях и t — число часов продолжительности действия ветра.

Зависимость между размерами волн и площадью водного бассейна устанавливается формулой Стевенсона:²

$$h = 1,5 \sqrt{D} + (2,5 - \sqrt[4]{D}). \quad (59)$$

В 1920 г. С. Циммерман произвел сопоставление обширнейшего материала, являющегося результатом измерений и исследований Пари, Скотта, Вильсона и др., и на основании этого сопоставления дал диаграмму (рис. 123), устанавливающую связь между длиной, периодом и высотой волны и скоростью ветра.

Глава IX

ДВИЖЕНИЕ ПЛАВАНИЯ

(Сопротивление воды движению гидросамолета)

§ 1. Общая формула сопротивления. Составные части сопротивления

Движение тела в реальной жидкости сопряжено с возникновением силовых воздействий со стороны последней, которые воспринимаются всеми точками смоченной поверхности тела и могут быть приложены под любым острым углом к нормали в этих точках поверхности.

Находясь в движении и противодействуя силам, возникающим в жидкости, тело расходует энергию, которая передается жидкости и остается в ней в виде энергии движения, впоследствии затухающей и превращающейся в теплоту.

Проблема гидромеханического сопротивления чрезвычайно сложна и в настоящее время еще далека от своего полного аналитического разрешения. Суммарное сопротивление тела произвольных очертаний при его равномерном и прямолинейном движении в вязкой, вязкой и несжимаемой жидкости в состоянии

¹ B. Börgen, Ueber die Zusammenhandlung zwischen der Windgeschwindigkeit und der Dimensionen der Meereswellen, 1890.

² New Edinb. Philos. Journal, vol. 53, а также O. Krümmel, Handbuch der Ozeanographie, Vol. II.

полного или частичного погружения теоретически определяется на основании закона динамического подобия формулой:

$$R = f\left(\frac{vl}{\nu}, \frac{v^2}{gl}\right) \rho l^2 v^2, \quad (1)$$

где R — полное сопротивление, испытываемое телом со стороны жидкости,

$\rho = \frac{\gamma}{g}$ — массовая плотность жидкости,

γ — ее удельный вес,

g — ускорение силы тяжести,

v — скорость движения тела,

l — произвольный линейный размер его (диаметр, ширина или длина).

ν — коэффициент кинематической вязкости.

Аналитическое выражение функции f в общем случае еще не найдено; можно лишь утверждать на основании закона динамического подобия, что для тел, геометрически подобных, она сохраняет один и тот же вид.

Значение этой функции как в кораблестроении, так и в гидроавиации определяется в каждом частном случае эмпирически путем испытания моделей в опытовых бассейнах. Для непосредственного использования выражения $f\left(\frac{vl}{\nu}, \frac{v^2}{gl}\right)$ возникают практические затруднения, состоящие в необходимости одновременного выполнения законов Фруда и Рейнольдса для лодки гидросамолета и для ее модели:

$$\frac{vl}{\nu} = \text{const}, \quad \frac{v^2}{gl} = \text{const}. \quad (*)$$

Обозначая через v_1, l_1, ν_1 условия для лодки и через v_2, l_2, ν_2 условия для модели, перепишем зависимости (*) в таком виде:

$$v_2 = v_1 \frac{l_1}{l_2} \frac{\nu_2}{\nu_1}; \quad v_2 = v_1 \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}. \quad (**)$$

Обычно вода в бассейне, в котором производится опыт, имеет коэффициент кинематической вязкости, равный коэффициенту кинематической вязкости воды в действительной обстановке, т. е. $\nu_1 = \nu_2$; отсюда видно, что выполнение закона Рейнольдса требует увеличения скорости модели по отношению к полноразмерной лодке, в то время как выполнение закона Фруда требует уменьшения этой скорости.

Чтобы скорости модели, удовлетворяющие одновременно и закону Рейнольдса и закону Фруда, были одинаковыми, очевидно, необходимо, чтобы

$$v_1 \frac{l_1}{l_2} \frac{\nu_2}{\nu_1} = v_1 \sqrt{\frac{l_2}{l_1}},$$

откуда следует, что

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{l_2}{l_1} \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = L^{-3/4}, \quad (2)$$

где $\frac{l_1}{l_2} = L$.

Если принять, например, в среднем масштаб модели равным $\frac{1}{10}$, то

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt[4]{10^3}} = 0,0316,$$

т. е. вязкость воды в бассейне должна составлять 3,16% от вязкости свободной воды в естественных условиях, что невыполнимо. Искусственное изменение температуры воды в лабораторной обстановке дает значительно меньший диапазон изменения коэффициента ν , чем это требуется по формуле (2). В табл. 43 (стр. 192) даны значения ν для воды при различных температурах.

В частных случаях, когда один из аргументов функции f выпадает, формула сопротивления (1) получает упрощенный вид.

Если пренебречь весомостью жидкости, т. е. явлениями на свободной поверхности (волнообразование), и принять, что жидкость заполняет все пространство, то этим самым мы исключаем из формулы (1) влияние второго аргумента и приходим к упрощенной формуле сопротивления:

$$R = f_1\left(\frac{vl}{\nu}\right) \rho l^2 v^2, \quad (3)$$

широко применяемой в аэромеханике в области тех скоростей, при которых сжимаемость воздуха практически еще не сказывается на изменении коэффициента лобового сопротивления. Даже и в аэромеханике выполнение закона динамического подобия сопряжено с большими техническими затруднениями, так как уменьшение размеров модели может вызвать такие соответствующие скорости последней, когда сжимаемость среды начнет играть доминирующую роль и формула (3) окажется неприменимой. Если принять, как и в предыдущем примере, масштаб модели в $\frac{1}{10}$, то скорость при опыте нужно будет взять в 10 раз большую, чем в естественных условиях. При скорости полета порядка 220 км/час (или около 60 м/сек) для осуществления закона Рейнольдса в аэродинамической трубе потребуется сверхзвуковая скорость:

$$v_2 = 60 \cdot 10 = 600 \text{ м/сек.}$$

Выходом из этого положения в известной мере является повышение давления в аэродинамических трубах, что связано с уменьшением коэффициента кинематической вязкости воздуха и, следовательно, с увеличением числа Рейнольдса. Примером труб с повышенным давлением служит труба в Ланглей-Фильде (с давлением до 20 атмосфер; Америка). Современные трубы с повышенным давлением из соображения экономичности эксплуатации имеют срав-

нительно небольшой диаметр,¹ что конечно уменьшает их научную ценность. Таким образом приходится либо примириться с экстраполированием опытных результатов, отвечающих пониженным числам Рейнольдса, либо производить исследования в натуральную величину.² Перенос опытов из воды в воздух не всегда целесообразен, так как не следует забывать, что вязкость воздуха в среднем в 13 раз больше вязкости воды; в этом случае приходится увеличивать как размеры модели, так и размеры и скорость в аэродинамической трубе.

Если представить воду идеальной, т. е. лишенной вязкости, но имеющей свободную поверхность, то в формуле (1) будет исключен первый аргумент и сопротивление будет:

$$R = f_2 \left(\frac{v^2}{gl} \right) \rho l^2 v^2. \quad (4)$$

Требования, предъявляемые законом Фруда, вполне осуществимы в бассейнах и удобны в оперативном отношении.

Приведенные рассуждения подтверждают трудность одновременного удовлетворения постоянства чисел Рейнольдса и Фруда. Невозможность точного использования законов аэро-гидродинамики заставила В. Фруда предложить упрощающую гипотезу, а именно: считать возможным разделение полного гидромеханического сопротивления на составные части: сопротивление R_1 , обусловливаемое действием сил вязкости воды, и сопротивление R_2 , являющееся результатом волнообразования, т. е. считать, что вязкость воды не оказывает заметного влияния на волновую часть сопротивления (сопротивление весомости) так же, как последнее ничтожно сказывается на изменении сопротивления от вязкости.

Согласно гипотезе Фруда, получившей большое число опытных подтверждений, полное сопротивление R равно:

$$R = R_1 + R_2 = f_1 \left(\frac{vl}{\nu} \right) \rho l^2 v^2 + f_2 \left(\frac{v^2}{gl} \right) \rho l^2 v^2. \quad (5)$$

Формула (5), практически справедливая для всех режимов движения гидросамолета на воде, имеет слагаемыми различные категории (составные части) сопротивления в зависимости от режима самого движения.

Теория корабля устанавливает два основных режима: движение плавания и движение гидроглиссирования.

Временно оставляя в стороне гидроглиссирование, остановимся на первом режиме. *Движением плавания называется такое движение лодки, при котором ее вес на воде³ целиком уравновешивается силой гидростатического поддержания.* Этому режиму движения удовлетворяют морские и речные коммерческие суда, а также и корабли военного [флота, относительная скорость⁴ которых $\frac{v}{\sqrt{l}}$ невелика.

¹ Диаметр трубы НАСА в Ланглей-Фильде 1,526 м.

² Эти исследования проводятся или в естественной обстановке, или в гигантских аэродинамических трубах, в которые объекты испытания помещаются в натуральную величину.

³ Т. е. полетный вес за вычетом подъемной силы крыльев.

⁴ Или число Фруда.

Полное сопротивление при движении плавания подразделяют на следующие составные части:

1) сопротивление трения R_s (Skin Resistance), являющееся результатом проявления сил вязкости воды в пограничном слое;

2) сопротивление формы или водоворотное сопротивление R_e (Eddy Resistance), возникающее вследствие отрыва пограничного слоя и вихреобразования в местах корпуса, где нарушаются условия удобооттекаемости (например в области за реданом);

3) волновое сопротивление R_w (Wave Resistance) от образования волн, стоящее в связи с изменением скоростей потенциального потока.

Формула (5) поэтому может быть представлена так:

$$R = R_s + R_e + R_w, \quad (5')$$

где $R_s + R_e = R_1$ и $R_w = R_2$.

Сопротивлениями инертности и капиллярности в силу их относительной малости при движении плавания пренебрегают.

Четвертая составляющая полного сопротивления — сопротивление аэродинамическое R_a , распространенное только на надводную часть гидросамолета, — является предметом изучения аэродинамики и рассматривается отдельно.

§ 2. Коэффициенты вязкости воды

Свойство, вследствие которого при перемещении слоев жидкости друг по другу возникает сила внутреннего трения, называется вязкостью.

По гипотезе Ньютона (1686 г.) ¹ силы внутреннего трения (иначе говоря, касательные силы) прямо пропорциональны относительной скорости перемещения слоев жидкости друг по другу, прямо пропорциональны величине трущейся поверхности, зависят от свойств жидкости и не зависят от давления.

Ньютонова сила трения F аналитически выражается формулой

$$F = -\mu S \frac{\partial v}{\partial n}, \quad (6)$$

в которой минус характеризует силу, задерживающую движение, μ есть коэффициент динамической вязкости (коэффициент внутреннего трения) и $\frac{\partial v}{\partial n}$ — градиент скорости, т. е. изменение скорости слоя жидкости по нормали к поверхности трения (рис. 124).

Коэффициент μ выражает силу трения на единицу поверхности двух перемещающихся друг по другу слоев жидкости при условии, что на единицу длины нормали скорость движения жидкости изменится на единицу. Размерность μ есть $\frac{\text{сила} \times \text{время}}{\text{длина}^2}$. Этот коэффициент не зависит от давления и является лишь функцией температуры. На основании опытов Пуазейля ² зависимость коэффициента μ от

¹ Ньютон, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Liber II, Sectio IX; русский перевод акад. А. Н. Крылова, Петербург, 1915—1916.

² *Comptes Rendus*, t. XI, 1840; t. XII, 1841.

температуры может быть для воды выражена в технической системе единиц (кг, м, сек) формулой:

$$\mu = \frac{1,78\rho}{1 + 0,0337t + 0,000221t^2} \cdot 10^{-6}, \quad (7)$$

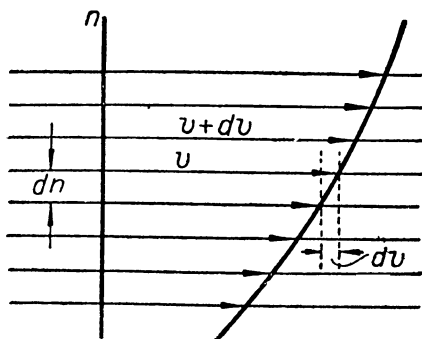


Рис. 124

где t — температура по Цельсию.

Кинематический коэффициент вязкости ν представляет собой отношение μ к плотности жидкости ρ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho},$$

или для воды:

$$\nu = \frac{1,78}{1 + 0,0337t + 0,000221t^2} \cdot 10^{-6}. \quad (8)$$

В табл. 43 даны для пресной воды значения относительной плотности Δ ¹ и коэффициента ν .

ТАБЛИЦА 43

$t^\circ \text{C}$	Δ	$\nu \cdot 10^6$	$t^\circ \text{C}$	Δ	$\nu \cdot 10^6$
0	0,99987	1,78	20	0,99826	1,01
5	0,99999	1,52	30	0,99576	0,81
10	0,99975	1,31	40	0,99235	0,66
15	0,99915	1,14	50	0,98820	0,55

§ 3. Режимы движения вязкой жидкости. Критерий Рейнольдса

В своих опытах Рейнольдс² установил существование двух родов движения вязкой жидкости, ламинарного и турбулентного, и указал, при каких условиях должен иметь место тот или другой режим. Сущность этих опытов заключается в следующем (рис. 125). Вода, заключенная в стеклянном баке, пропусклась через трубку T , снабженную на входном конце коллектором плавных очертаний B . При помощи специальной трубки T_1 из вспомогательного бака C_1 в воронку B вводился специальный подкрашивающий раствор, поступление которого регулировалось краном P . Скорость воды в трубке T регулировалась краном K , и среднее значение этой скорости определялось по времени наполнения калиброванного сосуда C .

При малых скоростях движения воды в трубке T получается резко очерченная струйка (рис. 126), остальная масса воды в трубке

¹ $\Delta = \frac{\rho_t}{\rho_0} = \frac{\gamma_t}{\gamma_0}$, где индексы t и 0 соответствуют плотности при температуре $t^\circ \text{C}$ и 0° ; при $t = 3,97^\circ \text{C}$ плотность $\gamma_t = 1000 \text{ кг/м}^3$.

² Proceedings of the Royal Soc. of London, t. XXXV, 1883.

остаётся неокрашенной. В этом случае движение жидкости в трубке T состоит из параллельных струй, происходит слоями и называется *ламинарным*. На поверхности стенок частицы жидкости прилипают к трубке и остаются неподвижными. Эти неподвижные частицы в силу вязкости жидкости оказывают тормозящее влияние на соседние слои и уменьшают скорость последних. По мере удаления от стенки скорости постепенно возрастают и на оси трубки достигают наибольшей величины. Равноудаленные от стенок частицы имеют одинаковые скорости и движутся как одно целое, образуя весьма тонкий слой. Поток разбивается таким образом на

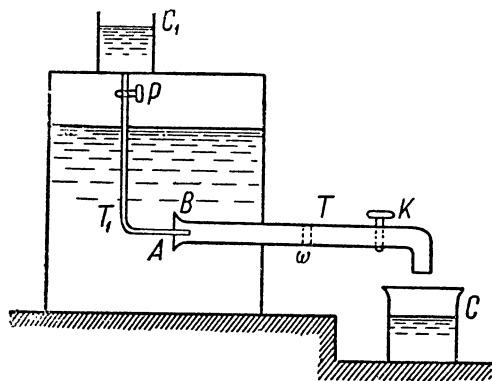


Рис. 125

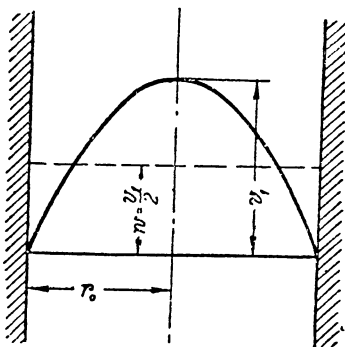


Рис. 127. Эпюра скоростей ламинарного движения жидкости в трубе

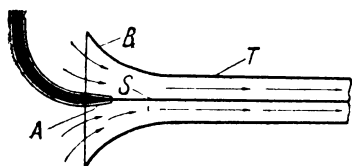


Рис. 126. Ламинарное движение потока

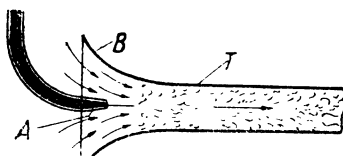


Рис. 128. Турбулентное движение потока

ряд цилиндрических поверхностей, скользящих друг по другу. Эпюра скоростей по диаметру представляет параболу второй степени (рис. 127).

С увеличением скорости течения до некоторого достаточно большого значения v движение в трубке почти внезапно меняется, и вся жидкость в трубке равномерно окрашивается. Это происходит вследствие того, что струйное движение переходит в беспорядочное, *турбулентное*, и окрашенные частицы, введенные в коллектор B , распыляются по всему объему трубы (рис. 128).

Частицы жидкости, непосредственно прилегающие к трубке так же, как и при ламинарном режиме, прилипают к ее стенкам, но распределение скоростей по диаметру носит уже иной характер. На весьма малом расстоянии от стенок скорости достигают значи-

тельных величин и в других точках поперечного сечения возрастают гораздо медленнее (рис. 129). При турбулентном движении имеют в виду не мгновенные, а осредненные (по времени) скорости потока. Коэффициент динамической вязкости μ в применении к осредненной скорости для случая турбулентного движения уже не является постоянным, но увеличивается с увеличением средней скорости по линейному закону; он называется коэффициентом кажущейся динамической вязкости и может во много раз превосходить по величине свое значение для ламинарного режима. Скорость, соответствующая переходу от одного режима к другому, называется критической. Из опытов Рейнольдса и других позднейших исследователей выяснилась необходимость различать две критические скорости: верхнюю $v'_{кр}$ и нижнюю $v_{кр}$.

Пока скорость $v < v_{кр}$, в трубе возможно только ламинарное движение. Случайное нарушение ламинарного движения вызывает

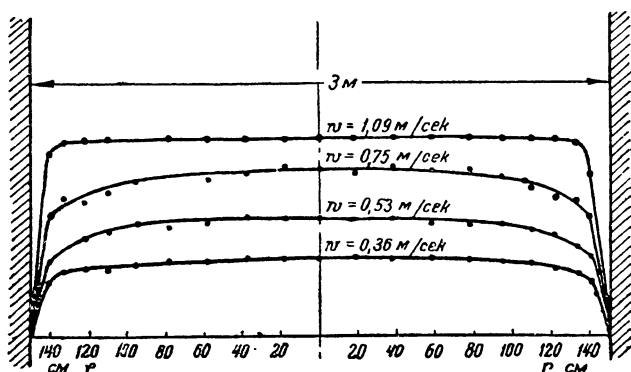


Рис. 129. Эпюра скоростей турбулентного движения жидкости в трубе

лишь местные возмущения; ламинарное движение является устойчивым.

Если $v > v'_{кр}$, то возможно только турбулентное движение, которое с этим случае также устойчиво и не может быть изменено какой-либо случайной причиной.

Когда скорость v лежит между значениями критических скоростей

$$v_{кр} < v < v'_{кр},$$

возможны оба режима.

Величины критических скоростей $v_{кр}$ и $v'_{кр}$ для трубы, имеющей внутренний диаметр d , даются Рейнольдсом в следующем виде:

$$v_{кр} = v \frac{c}{d}, \quad v'_{кр} = v \frac{c'}{d}, \quad (9)$$

где c — некоторый отвлеченный коэффициент, постоянный для геометрически подобных форм и обозначаемый часто символом Re (число Рейнольдса).

Так для труб

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр} d}{\nu}. \quad (10)$$

Нижнее значение числа Рейнольдса по опытам различных исследователей (табл. 44) для круглых труб имеет порядок приблизительно 2000.

ТАБЛИЦА 44

Автор	Материал	Метод определения	$Re_{кр}$
Reynolds	Вода в свинцовых трубах	Потеря напора	2000—2100
Barnes и. Coker	Вода	Термометрический	1900—2040
Ruckes	Сжатый воздух в стеклянной трубке	Потеря напора	2000—2400
Stanton и. Pannel	Воздух и вода	То же	2140—2250
Kohlrausch	Воздух в медных трубках	То же	2080
Wildhahen	Сильно сжатый воздух в стекл. трубках	Распред. скоростей	1900—2600
Stanton и. Pannel	Воздух и вода	То же	4000
Coehn и. Reichardt	Вода	Истечение	1500
Schiller	Вода	Потеря напора	2360

Опыты проф. Гопфа (1910 г.), произведенные в прямоугольном лотке с открытым руслом относительно большой ширины, подтверждают правильность формулы (10); для этого случая $Re_{кр}$ равно приблизительно 300, причем линейный размер представляет глубину воды в лотке.

Верхнее критическое число Рейнольдса для круглых гладких труб по первоначальным опытам составляет 12 000—13 000, но позднейшие опыты дали очень отличающиеся значения в зависимости от условий эксперимента. Опыты Гершеля с трубами (1921 г., Америка) и специальные работы Л. Шиллера (1922 г.) показали, что критическое число Рейнольдса может быть доведено при тщательном соблюдении условий эксперимента до величин, в несколько раз превышающих значение, установленное Рейнольдсом.

Теория ламинарного потока не налагает ограничения на размеры числа Рейнольдса, т. е. ламинарное движение является формой, теоретически возможной при любых значениях этого числа; в действительности же ламинарное движение никогда не обнаруживается при больших числах Рейнольдса. Расхождение теории с опытными исследованиями были объяснены Ф. Нетером, который пришел к выводу, что переход к турбулентному режиму определяется возмущением конечных размеров и для заданной величины возмущения можно определить соответствующее критическое число. Чем больше это число, тем легче нарушить устойчивость лами-

нарного движения; поэтому при больших реynольдсовых числах практически всегда наблюдается турбулентный режим.

Диаграмма, изображенная на рис. 130, дает наглядную иллюстрацию различных режимов движения жидкости в трубах. По оси абсцисс отложены числа Рейнольдса, а по оси ординат — значения кажущейся динамической вязкости. Заштрихованная зона представляет область неустойчивых режимов движения.

Опытные исследования показали, что пока движение жидкости в трубе происходит со скоростью ниже критической, т. е. имеет струйную форму, сопротивление R участка трубы пропорционально первой степени скорости:

$$R = k_1 v. \quad (11)$$

Эта формула дает полное согласие с теоретической формулой (12) для сопротивления трубы при прохождении в ней вязкой жидкости:

$$R = 4\pi\mu lv, \quad (12)$$

где μ — коэффициент динамической вязкости, l — длина участка трубы, v — скорость жидкости на оси трубы.

При переходе через критическую скорость закон сопротивления труб меняет свой характер. Если считать сопротивление пропорциональным некоторой степени m средней скорости v турбулентного потока, т. е. положить

$$R = k_2 v^m, \quad (13)$$

то показатель этой степени за критической скоростью становится равным или несколько меньшим, чем 2.

В табл. 45 ¹ помещены численные значения показателя m по Рейнольдсу.

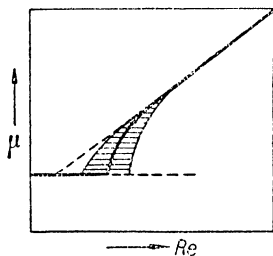


Рис. 130. Зависимость кажущейся динамической вязкости от числа Рейнольдса

ТАБЛИЦА 45

Материал стенок	m
Свинцовые трубы	1,79
Стеклянные	1,79
Асфальтированные трубы . . .	1,82
Новые чугунные	1,88
Вычищенные	1,91
Старые чугунные	2,00

Блазиус ² на основании своих исследований считает, что для вполне гладких стенок m равно приблизительно 1,75. Это значение подтверждается также и Карманом. ³

¹ Акад. Н. Н. Павловский, Гидравлика, стр. 231, Издание Управл. водного хозяйства Средней Азии и Гос. научно-мелиорационного ин-та, 1928.

² Z. V. D. I., 1912, т. 56.

³ V. Kármán, Über die Stabilität der Laminarströmung und Theorie der Turbulenz. Proceedings of the first international Congress for applied Mechanics, Delft, 1924.

Построение логарифмических анаморфоз (рис. 131) уравнений (12) и (13) дает возможность определить численное значение коэффициента m .

Из указанных выше опытов вытекают важные следствия: 1) при ламинарном движении сопротивление не зависит от рода внутренней поверхности стенки, т. е. от степени шероховатости, и 2) при турбулентном движении, даже несмотря на то, что жидкость прилипает к стенке, сопротивление зависит от шероховатости и с увеличением последней оно также увеличивается.

В настоящее время мы не имеем способов для количественного определения степени шероховатости поверхностей, вследствие чего не представляется возможной постановка испытаний на сопротивление поверхностей с геометрически подобной шероховатостью.

Размер шероховатости в общих чертах геометрически можно характеризовать средним возвышением a (рис. 132) смоченной поверхности над средней линией стенки или дна $D—D$; $B—B$ есть линия среднего воз-

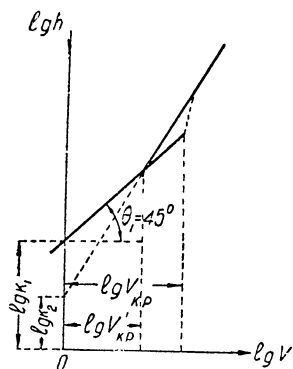


Рис. 131

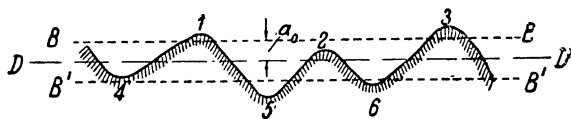


Рис. 132

вышения точек 1, 2, 3, а $B'—B'$ —линия среднего понижения точек 4, 5, 6 смоченной поверхности. По опытам Кемпфа для крашеного железа $a=0,7$ мм, а для полированной поверхности $a=0,2$ мм.

§ 4. Сопротивление трения

Сопротивление трения представляет собой равнодействующую касательных сил, приложенных к смоченной поверхности лодки и появляющихся в пограничном слое.

Понятие о пограничном слое было введено в науку проф. Прандтлем¹ в 1904 г., предложившим теорию обтекания тела маловязкой жидкостью. В основе этой теории лежит исследование вопроса о поведении жидкости у стенок твердого тела. В противоположность старой теории, основанной на допущении перепада величины скоростей, Прандтль полагает, что скорость близ стенок изменяется не скачками, а непрерывно. Прилипая к телу на самой поверхности, жидкость образует прилегающий к этой поверхности весьма тонкий пограничный слой (Grenzschicht), в котором совершается быстрый переход от нулевой скорости у стенки к скорости свободного потока.

На весьма малом расстоянии от поверхности тела влияние внутреннего трения в жидкости становится настолько незначительным,

¹ L. Prandtl, Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. Verhandlungen des Dritten Internat. Mathemat. Kongresses in Heidelberg 1904. Leipzig, 1905.

что свободный поток можно считать потенциальным, подчиняющимся законам гидромеханики идеальной жидкости.

Перемещение элементов жидкости в пограничном слое вызывает возникновение ньютоновских касательных сил $\mu \frac{\partial v}{\partial n}$, обуславливающих в свою очередь вращение частиц и образование отделяющихся от тела вихрей. В мало вязких жидкостях, каковыми являются вода и воздух, значение коэффициента μ невелико, но зато в этих жидкостях изменение скоростей между соседними струями, несдерживаемое силами вязкости, может получиться столь резким, что значение производной в пограничном слое может достигнуть весьма большой величины; следовательно при конечной скорости и длине поверхности размер пограничного слоя должен быть весьма тонким по сравнению с протяжением того же слоя.

Течение жидкости в пограничном слое при обтекании твердого тела может быть ламинарным и турбулентным.

В случае ламинарного пограничного слоя толщина δ последнего для плоско-параллельного потока аналитически выражается формулой:

$$\delta = 5,5 \sqrt{\nu \frac{v_{\infty}}{x}}, \quad (14)$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости, v_{∞} — скорость свободного потока („скорость на бесконечности“), x — расстояние от входной кромки.

Распределение скоростей по нормали к поверхности трения удовлетворяет уравнению:

$$v = v_{\infty} \left[2 \frac{y}{\delta} - \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right], \quad (15)$$

где y — расстояние по нормали к поверхности.

Ламинарное движение в пограничном слое при обтекании твердых тел в воде и воздухе занимает небольшой участок длины. Начальные возмущения у входной кромки и шероховатость поверхности оказываются достаточными, чтобы создать турбулентный пограничный слой. Кромочный эффект был изучен на опытах Кемпфом, Стантоном, Прандтлем и др. Эти опыты показывают, что в зависимости от характера заострения входной кромки сопротивление трения может быть повышено при одном и том же числе Рейнольдса более чем в два раза, причем с увеличением длины поверхности влияние кромки быстро падает и для размеров судов в натуральную величину становится неощутимым.

На рис. 133 приведены результаты испытаний трения Геберса, Кемпфа, Бекера, Прандтля и др.¹ По оси абсцисс отложены числа Рейнольдса, а по оси ординат — коэффициенты трения. Пределы расхождения отдельных результатов заключены в заштрихованную зону. При числах Рейнольдса, превышающих $8 \cdot 10^6$, отклонение коэффициента сопротивления получается уже не столь значительным.

¹ Г. Е. Павленко, Методология испытания моделей речных судов и их движителей. Первый сборник И-та судостр. и судорем. Транспечать НКПС, Москва, 1930.

Наибольшее расхождение, как видно из чертежа, лежит в пределах рейнольдсовых чисел $10^5—10^6$. С отмеченным свойством коэффициентов сопротивления приходится сталкиваться при испытании моделей по способу Фруда,¹ если эти испытания соответствуют умеренным числам Рейнольдса.

Влияние шероховатости при больших числах Рейнольдса на величину коэффициента сказывается в значительно меньшей степени. В 1929 г. Кемпф произвел опыты над измерением сопротивления подвижных листов в днище понтона, буксируемого в бассейне. Рис. 134 дает значения коэффициентов сопротивления в функции от числа Рейнольдса для различного рода поверхности обшивки.

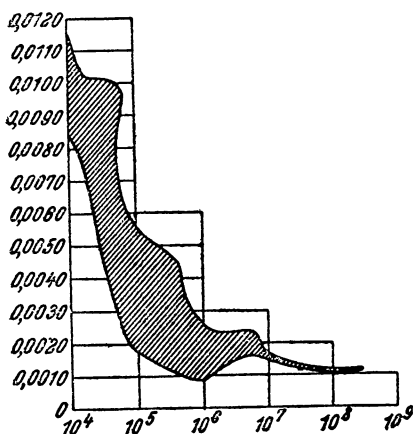


Рис. 133. Диаграмма предельных значений коэффициента трения в зависимости от числа Рейнольдса

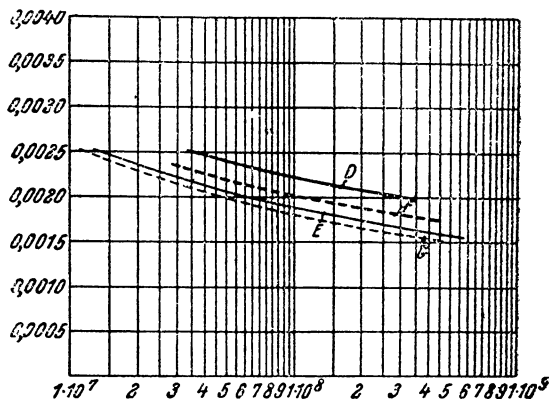


Рис. 134. Коэффициенты трения по Кемпфу для различной степени шероховатости отливки корпуса.

D — железо крашеное со стыками; *E* — железо крашеное без стыков; *F* — железо лакированное, навошенное и полированное со стыками; *G* — железо лакированное, навошенное и полированное без стыков

Закон распределения скоростей и толщина турбулентного пограничного слоя получаются иными, чем в случае ламинарного режима. Опытным путем найдено, что средняя скорость изменяется по соотношению:

$$v = v_{\infty} \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7}, \quad (16)$$

причем изменение толщины слоя вдоль поверхности при большой степени гладкости определяется теоретической зависимостью:

$$\delta = 0,37x \left(\frac{v}{xv_{\infty}} \right)^{1/5}. \quad (17)$$

По опытам различных исследователей эта толщина слоя зависит от шероховатости поверхности корпуса и может вдвое превышать значения, даваемые формулой (17).

¹ Способ Фруда см. ниже, в § 8 этой главы.

§ 5. Формулы Бофуа и Фруда

Определением законов сопротивления трения занимался целый ряд исследователей, из которых к старейшим относятся Бофуа, Фруд, Тидеман и др.

Бофуа производил опыты над трением деревянных досок и дал формулу:

$$R_s = 0,182 S v^{1,83}, \quad (18)$$

где R_s — сила трения в кг, S — поверхность трения в m^2 , v — скорость в $m/сек$.

Большое число опытов над досками различной длины и степени шероховатости было поставлено В. Фрудом.¹ Стремясь по возможности устранить сопротивление формы, Фруд пользовался тонкими досками (около 5 мм). Ширина всех досок была одинаковой и равнялась 485 мм (19 дюймов). Длина досок колебалась в пределах от 305 мм до 15 240 мм. Скорость буксировки при опытах изменялась от 30 до 240 м/мин. Носовая оконечность досок имела острую кромку; доски испытывались в состоянии полного погружения в неподвижной воде в специальном бассейне длиной около 280 фут.

Эти опыты привели В. Фруда к одночленной формуле сопротивления вида:

$$R_s = \lambda \gamma S v^m, \quad (19)$$

в которой R_s — сопротивление трения в кг, λ — коэффициент трения, γ — удельный вес воды, S — смоченная поверхность в m^2 , v — скорость в $m/сек$, m — показатель степени (принятый в дальнейшем равным 1,825).

Фруд нашел, что трение в воде:

- 1) прямо пропорционально плотности воды,
- 2) прямо пропорционально смоченной поверхности,
- 3) зависит от рода поверхности, но не зависит от давления и глубины погружения тела,
- 4) возрастает с увеличением скорости в степени, близкой к 2, причем показатель степени у скорости с увеличением длины досок стремится к определенному пределу,
- 5) отнесенное к единице поверхности трение уменьшается по мере удаления от входящей кромки; это объясняется уменьшением относительных скоростей воды в пограничном слое, увлекаемой трущейся поверхностью; увлеченные массы воды обладают скоростями меньшими, чем скорость доски, и поэтому отстают от нее, образуя за ее оконечностью *попутный поток*.

В табл. 46 даны значения λ и m для досок различной длины и степени шероховатости.

¹ Report of British Association, 1872.

ТАБЛИЦА 46

Длина досок		Покрытые лаком		Покрытые парафином		Покрытые оловом	
Метры	Футы	λ	m	λ	m	λ	m
0,61	2	0,215 0,205	} 2	0,211 0,205	} 1,95	0,132 0,130	} 2,16
2,44	8	0,202 0,164	} 1,85	0,176 0,146	} 1,94	0,148 0,140	} 1,99
6,10	20	0,173 0,149	} 1,85	0,154 0,135	} 1,93	0,154 0,143	} 1,90
15,24	50	0,159 0,144	} 1,85	0,159 0,144	} 1,83	0,156 0,147	} 1,83

§ 6. Одночленные формулы трения

Затруднения, связанные с выполнением динамического подобия для трения, и невозможность достигнуть на моделях больших чисел Рейнольдса привели, с одной стороны, к необходимости экстраполяции результатов опытов Фруда, а с другой — к составлению ряда экспериментальных и теоретических формул, дающих зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса.

В настоящее время нет формулы, которая давала бы точное выражение коэффициента трения для любых чисел Рейнольдса. В практике расчетов часто пользуются приведенными ниже одночленными формулами.

Вид функции $f_1\left(\frac{vl}{v}\right) = c$ общего выражения сопротивления

$$R = f_1\left(\frac{vl}{v}\right) \rho l^2 v^2 = c \rho S v^2 \quad (20)$$

предлагается некоторыми исследователями в форме ¹

$$c = A \left(\frac{vl}{v}\right)^{m-2}, \quad (21)$$

где A — постоянная, не зависящая от v , l и v , а m — показатель, соответствующий показателю при скорости в формуле Фруда (19).

Формула Блазиуса: ²

$$m = 1,864$$

$$c = 0,0123 \left(\frac{vl}{v}\right)^{-0,136}; \quad (22)$$

¹ Формуле (20) может быть придан вид формулы Фруда:

$$R = c \rho S v^2 = A \left(\frac{vl}{v}\right)^{m-2} \rho S v^2 = \frac{A}{g} \left(\frac{l}{v}\right)^{m-2} \gamma S v^m, \text{ где } \frac{A}{g} \left(\frac{l}{v}\right)^{m-2} = \lambda.$$

² Blasius, Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. Forschungsarbeiten VDI, Heft 131, 1913.

Отсюда для сопротивления получается:

$$R_s = 0,0123 \left(\frac{vl}{\nu} \right)^{-0,136} \rho S v^2.$$

Так, если

$$\rho = 102 \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}^3}, \quad \nu = 1,31 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{сек}} (10^\circ \text{C}),$$

то получаем формулу, аналогичную формуле Фруда:

$$R_s = \frac{0,200}{l^{0,136}} \gamma S v^{1,864}; \quad \lambda = \frac{0,200}{l^{0,136}}.$$

Формула Геберса для гладких плоских пластин: ¹

$$c = 0,0103 \left(\frac{vl}{\lambda} \right)^{-0,125} \quad (23)$$

и сопротивление

$$R_s = 0,0103 \, l^{-0,125} \nu^{0,125} S v^{1,875}.$$

Принимая прежние значения (см. формулу Блазиуса) для ρ и ν , получаем формулу типа формулы Фруда:

$$R_s = \frac{0,193}{l^{0,125}} \gamma S v^{1,875}; \quad \lambda = \frac{0,193}{l^{0,125}}.$$

Формула Прандтля для ламинарного потока (только для острых входящих кромок и $\frac{vl}{\nu}$, не превышающем $10^5 - 10^6$):

$$c = 0,663 \left(\frac{vl}{\nu} \right)^{-0,5}. \quad (24)$$

Формула Кармана ² (полуэмпирическая) для турбулентного потока в пределах $\frac{vl}{\nu}$ от $5 \cdot 10^4$ до $2 \cdot 10^7$:

$$c = 0,036 \left(\frac{vl}{\nu} \right)^{-0,2}. \quad (25)$$

Формула Английского бассейна:

$$c = 0,016 \left(\frac{vl}{\nu} \right)^{-0,138}. \quad (26)$$

В немецких бассейнах пользуются формулой Фруда (19):

$$R_s = \lambda \gamma S v^{1,825},$$

причем значения λ берутся из табл. 47, в которой l — в метрах.

¹ Gebers, Das Ähnlichkeitsgesetz für den Flächenwiderstand gradlinig fortbewegter, polierter Platte. Schiffbau, 1921.

² Kármán, „Über laminare und turbulente Reibung“, ZAMM, 1921.

ТАБЛИЦА 47

l	λ	l	λ	l	λ	l	λ
0,25	0,2400	3,75	0,1800	7,25	0,1651	55,00	0,1442
0,50	0,2280	4,00	0,1782	7,50	0,1645	60,00	0,1439
0,75	0,2198	4,25	0,1766	7,75	0,1640	70,00	0,1434
1,00	0,2132	4,50	0,1752	8,00	0,1634	80,00	0,1430
1,25	0,2078	4,75	0,1739	8,25	0,1629	90,00	0,1426
1,50	0,2033	5,00	0,1727	10,00	0,1591	100,00	0,1422
1,75	0,1994	5,25	0,1716	15,00	0,1537	120,00	0,1415
2,00	0,1960	5,50	0,1706	20,00	0,1508	140,00	0,1408
2,25	0,1930	5,75	0,1696	25,00	0,1488	160,00	0,1402
2,50	0,1903	6,00	0,1687	30,00	0,1474	180,00	0,1396
2,75	0,1879	6,25	0,1679	35,00	0,1464	200,00	0,1391
3,00	0,1856	6,50	0,1671	40,00	0,1457	250,00	0,1378
3,25	0,1836	6,75	0,1664	45,00	0,1451	300,00	0,1367
3,50	0,1817	7,00	0,1657	50,00	0,1446	350,00	0,1356

§ 7. Двучленные формулы

Формула Прандтля¹ для турбулентного потока при ламинарном набегаии на носовую часть доски:

$$c = 0,037 \left(\frac{vl}{\nu} \right)^{-0,2} - 850 \left(\frac{vl}{\nu} \right)^{-1}. \quad (27)$$

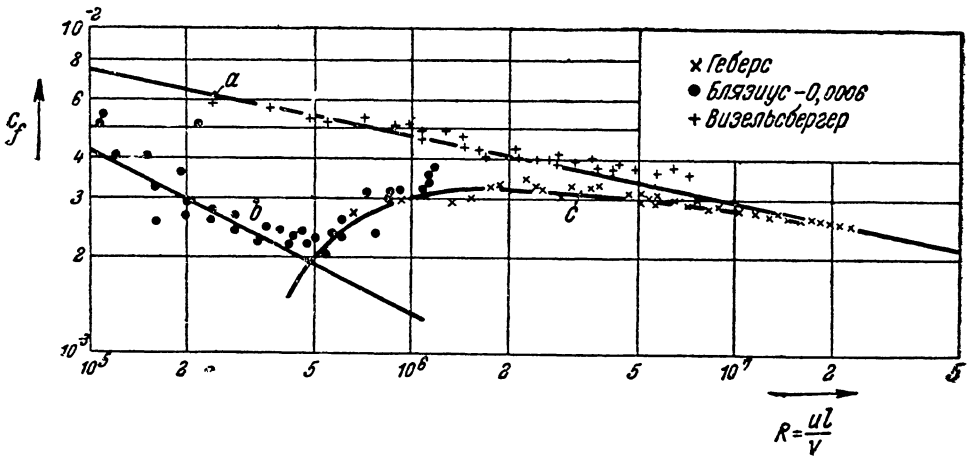


Рис. 135. Диаграмма коэффициентов трения
а) турбулентный режим, б) ламинарный режим, с) переходный режим

Формула Кемпфа 1926 г.:

$$c = 0,001116 + 1,075 \left(\frac{vl}{\nu} \right)^{-0,538}. \quad (28)$$

Формула Кемпфа 1928 г.:

$$c = 0,000555 + 0,036 \left(\frac{vl}{\nu} \right)^{-0,2}. \quad (29)$$

¹ Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, I. Lieferung.

На рис. 135 изображены кривые изменения коэффициента трения в зависимости от числа Рейнольдса.¹ Коэффициент трения зависит от режима потока и как для случая ламинарного режима (кривая *a*), так и для режима турбулентного (кривая *b*) уменьшается с увеличением масштаба (т. е. с увеличением рейнольдсова числа). Исключение составляет кривая *c*, дающая увеличение коэффициента от $\frac{vl}{\nu} = 5 \cdot 10^5$ до $\frac{vl}{\nu} \approx 2 \cdot 10^6$. Эта кривая расположена в переходной области, в которой с увеличением числа Рейнольдса ламинарный режим переходит в турбулентный.

§ 8. Пересчет сопротивления модели на полноразмерное судно (гидросамолет) по способу Фруда

Метод пересчета полного сопротивления модели на полноразмерное судно по Фруд, широко применяемый в кораблестроении, ограничивается в гидроавиации такими скоростями, при которых лодка гидросамолета находится в движении плавания.

Для определения сопротивления трения судов Фруд пользуется результатами своих опытных исследований над сопротивлением досок и полагает, что данные опытов с досками можно экстраполировать для судов и что сопротивление трения поверхности судна может быть принято равным сопротивлению воображаемой доски, имеющей те же длину и смоченную поверхность, как и судно.

Следует указать, что при таком допущении остается неучтенным влияние формы на сопротивление трения, несколько увеличивающее это последнее.

Обозначим: r — полное измеренное сопротивление модели, r_s — сопротивление трения модели, v — скорость ее буксировки, s — площадь ее смоченной поверхности, $L = \frac{\text{длина лодки}}{\text{длина модели}}$, т. е. масштаб.

Прописными буквами обозначим соответствующие величины для лодки. Остаточным сопротивлением r_0 (residuary Resistance) Фруд называет сопротивление, которое получается путем вычитания сопротивления трения r_s из полного, причем r_s соответствует трению плоской поверхности [см. формулу (6)]:

$$r_0 = r - r_s = r_w + r_e. \quad (30)$$

К остаточному сопротивлению, представляющему сумму волнового сопротивления и водоворотного, Фруд применяет способ пересчета, который основан на законе подобия волновых явлений. При одинаковости удельного веса имеем:

$$R_0 = r_0 L^3, \quad (31)$$

и потому полное сопротивление лодки равно:

$$R = R_s + r_0 L^3. \quad (32)$$

Формула (31), являясь точной для волнового сопротивления, дает в данном случае некоторую погрешность вследствие присо-

¹ Кривые коэффициента c_f на диаграмме рис. 135 соответствуют формуле типа $R_s = c_f S \frac{v^2}{2}$, т. е. $c_f = 2c$.

единения сопротивления формы r_e к волновому сопротивлению, так как r_e подчиняется закону Рейнольдса.

На основании формулы Фруда имеем:

$$r_s = \lambda' \gamma' s v^{1,825}, \quad R_s = \lambda \gamma S V^{1,825},$$

где λ' и λ — коэффициенты трения для модели и для полноразмерной лодки, γ' и γ — удельные веса воды в бассейне и в реальной обстановке, причем значения λ' и λ берутся из табл. 47.

Таким образом

$$r_0 = r - \lambda' \gamma' s v^{1,825}, \quad R_0 = \frac{\gamma}{\gamma'} L^3 r_0 = \frac{\gamma}{\gamma'} (r - \lambda' \gamma' s v^{1,825}) L^3.$$

Принимая во внимание, что

$$s = \frac{S}{L^2} \quad \text{и} \quad v = \frac{V}{\sqrt{L}},$$

окончательно получаем

$$R = R_s + R_0 = \frac{\gamma}{\gamma'} r L^3 - \gamma (\lambda' L^{0,0875} - \lambda) S V^{1,825}. \quad (33)$$

§ 9. Метод Феттингера¹

С целью определения волнового сопротивления, которое при пользовании способом Фруда (§ 8) в чистом виде не получается и включает в себе сопротивление формы, Феттингером был предложен способ, позволяющий разделить полное сопротивление на его составные части.

Сущность способа Феттингера заключается в следующем: к обычному испытанию модели добавляется испытание дублированной модели, симметрично скрепленной по плоскости грузовой ватерлинии и представляющей только подводную часть корпуса (рис. 136). Дублированная модель протаскивается под водой при таком погружении, которое не порождало бы волнообразования на свободной поверхности воды и волновое сопротивление было бы исключенным.

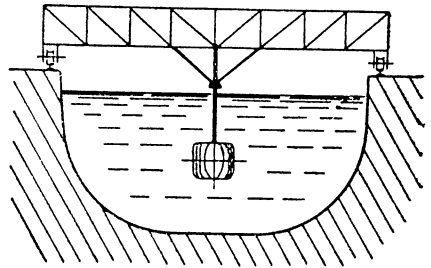


Рис. 136. Схема испытаний дублированной модели

Полное сопротивление дублированной модели с учетом поправок на штанги крепления равно:

$$r' = 2r_s + 2r_e.$$

Вычисляя r_s по способу Фруда, выделяем сопротивление формы r_e :

$$r_e = \frac{r' - 2r_s}{2}. \quad (34)$$

¹ H. Föttinger, Fortschritte der Strömungslehre im Maschinenbau und im Schiffbau. Jahrb. d. SBTG, 1924.

Волновое сопротивление r_w при этом будет равно:

$$r_w = r - \frac{r'}{2}, \quad (35)$$

где r — полное сопротивление модели, измеренное по способу Фруда.

К недостаткам метода Феттингера следует отнести: 1) невозможность учесть влияние изменения смоченной поверхности вследствие волнообразования на поверхности воды, 2) невозможность учесть изменение диферента и осадки модели на различных скоростях, 3) невозможность целиком избавиться от волнообразования при протасках дублированной модели, ибо слишком глубокое погружение последней создает значительное сопротивление штанг.

Отмеченный третий недостаток уничтожается перенесением опыта из бассейна в аэродинамическую трубу, если обстановка и условия опыта в аэродинамической лаборатории позволяют сохранить необходимые числа Рейнольдса.

Отметим, что применение метода Феттингера также не учитывает влияния формы на сопротивление трения.

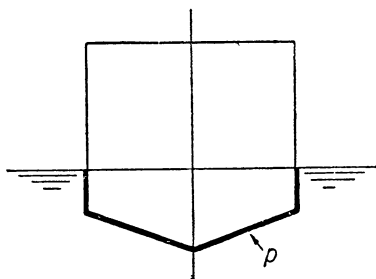


Рис. 137

§ 10. Определение смоченной поверхности лодки

Смоченная поверхность S лодки входит во все формулы трения. Поэтому применение этих формул сопряжено с предварительным определением величины смоченной поверхности. Смоченная поверхность вы-

числяется либо одним из способов графического интегрирования, либо по приближенным формулам.

Так, по формуле трапеций площадь смоченной поверхности равна:

$$S = \Delta x \left[\frac{1}{2} p_0 + p_1 + \dots + p_{n-1} + \frac{1}{2} p_n \right], \quad (36)$$

где Δx — расстояние между шпангоутами, p_i — периметр смоченной части шпангоута (рис. 137).

Из приближенных формул укажем лишь на формулу Тейлора, дающую для лодок с вертикальным бортом наиболее близкий к действительности результат:

$$S = c \sqrt{DL}, \quad (37)$$

где c — коэффициент из табл. 48, D — водоизмещение в тоннах, L — длина по грузовой ватерлинии в футах.

ТАБЛИЦА 48

$\frac{B}{H}$	c	$\frac{B}{H}$	c	$\frac{B}{H}$	c
2,00	15,63	2,50	15,50	3,00	15,62
2,10	15,58	2,60	15,51	3,10	15,66
2,20	15,54	2,70	15,53	3,20	15,71
2,30	15,51	2,80	15,55	3,30	15,77
2,40	15,50	2,90	15,58	3,40	15,83

Примечание. $\frac{B}{H}$ — отношение наибольшей ширины корпуса лодки к ее осадке.

§. 11. Влияние формы на сопротивление трения

Замена смоченной поверхности судна равновеликой поверхностью доски, имеющей длину судна, включает в себя известную погрешность. Действительно, скорость воды относительно доски по мере удаления от носовой кромки все время уменьшается. В случае же корабля, корпус которого представляет криволинейную поверхность, закон распределения скоростей вдоль этой поверхности будет иной. Анализ потенциального обтекания тел, а также опытные наблюдения приводят к выводу, что в наиболее широкой части корпуса скорости получаются большие, нежели скорости свободного потока. В качестве примера укажем на опыты Бекера, который нашел среднее увеличение скорости струи при обтекании ими ватерлиний различной полноты. В табл. 49 даны результаты этих опытов. ¹

ТАБЛИЦА 49

Коэффициент полноты ватерлинии	0,50	0,55	0,65	0,72	0,76
Среднее увеличение скорости	6%	7,7%	9%	9,3%	10,5%

Для сильно вытянутых тел вращения и корпусов летающих лодок увеличение скорости получается значительно меньшее (порядка 2%).

В итоге повышения относительных скоростей воды наблюдается некоторое повышение сопротивления трения по сравнению с вычисленным по формуле Фруда; иначе говоря, для вычисления истинного сопротивления трения следовало бы взять доску прира-

¹ Проф. Б. Г. Харитонович, Сопротивление воды при движении судов. Изд. НТК кораблестроителей, 1929.

щенной поверхности S_1 . Приращенной поверхностью Ренкин называет поверхность такой доски, которая, двигаясь в своей плоскости, испытывает то же самое сопротивление от трения, что и корпус корабля. Определение приращенной поверхности в известной степени аналогично площади эквивалентной пластинки, которой пользуются при подсчете вредных сопротивлений самолета.

Вычисление приращенной поверхности целесообразно только в том случае, когда тело омывается потоком жидкости с потенциалом скоростей и без срыва струи. Если форма тела плохо обтекаемая, то теория Ренкина к ней неприменима.

Положим, что тело имеет струйную форму и направление скорости совпадает с касательной к меридиану. Тогда проекция силы трения элементарной площадки $d\omega$ на ось тела будет равна:

$$dR = \lambda \gamma v^m \cos \alpha d\omega = \lambda \gamma q^m v_\infty^m \cos \alpha d\omega,$$

где α есть угол между осью тела и направлением струи, $q = \frac{v}{v_\infty}$ есть некоторая функция от координат точки на поверхности корпуса.

Интегрированием определяем силу трения R_s :

$$R_s = \lambda \gamma v_\infty^m \iint q^m \cos \alpha d\omega.$$

Выражение

$$S = \iint q^m \cos \alpha d\omega \quad (38)$$

есть приращенная площадь по теории Ренкина.

Кроме отмеченного местного изменения скоростей на величину трения влияют также отдельные вихревые системы, зарождающиеся в кормовой оконечности и отсутствующие при движении тонких досок.

Влияние формы на сопротивление трения невелико и это влияние в практике гидродинамических испытаний обычно не учитывается.

§ 12. Сопротивление формы

Давление воды на элементарную площадь смоченной поверхности тела при его движении в безграничной среде распадается на две составляющие силы: 1) касательную и 2) нормальную к рассматриваемой поверхности. Совокупность касательных сил дает сопротивление трения, а равнодействующая нормальных давлений составляет сопротивление формы. Сопротивление формы возникает вследствие отрыва вихрей, образующихся в пограничном слое там, где нарушается струйность обводов корпуса, например — непосредственно позади реданов или за тупо обрубленной кормовой оконечностью поплавка.

Образование вихрей по Прандтлю происходит следующим образом. Давление в пограничном слое, как известно, принимается постоянным для каждой нормали и равным давлению на границе внешней массы жидкости. Изменение давления в пограничном слое в направлении потока связано с соответствующим изменением

давления в окружающей среде. До тех пор пока скорость в этой среде увеличивается или остается неизменной, давление в направлении потока, согласно уравнению Бернулли, понижается или остается неизменным, обеспечивая прилегание пограничного слоя к телу. Вследствие постепенного уменьшения поперечного сечения тела происходит замедление скоростей струй внешней массы жидкости, т. е. увеличивается давление. Это увеличение давления будет передаваться и в пограничный слой, в котором, сохраняясь одинаковым по всей толщине, вызывает замедление движения всех рядов слоя. В тех местах слоя, где раньше были нулевые скорости, жидкость потечет в обратном направлении (рис. 138). Отрыв пограничного слоя от поверхности тела (точка *A*) определяется условием:

$$\frac{\partial v_x}{\partial y}_{y=0} = 0.$$

Линия раздела, изображенная на рис. 138 пунктиром, проходит через точки нулевых скоростей. Появление обратных скоростей у поверхности тела в связи со скоростями поперечных перемещений жидкости дает начало возникновению отдельных вихрей за телом, рассмотренных в теории Кармана¹ и обуславливающих сопротивление формы.

Образование вихрей создает область пониженного давления позади тела и увеличивает его общее сопротивление. Работа, затрачиваемая на преодоление сопротивления формы, теряется в виде кинетической энергии движения вихрей, отстающих от тела и уносящих с собой приобретенное количество живой силы.

Для плоско-параллельного потока вопрос вихревого сопротивления разработан весьма глубоко как с теоретической, так и с практической стороны. Картина вихреобразований была обрисована Г. Бенаром (H. Benard)² в 1908 г.: „при достаточной скорости (эта предельная скорость растет с увеличением вязкости и уменьшается при сокращении поперечных размеров преграды) периодически образующиеся вихри отделяются попеременно с правой и левой стороны попутной струи, следующей за телом. Они почти мгновенно достигают своего окончательного расположения, состоящего в том, что за телом образуется двойной ряд попеременно расположенных воронок, правых с правым вращением и левых — с левым, на одинаковых интервалах“ (рис. 139).

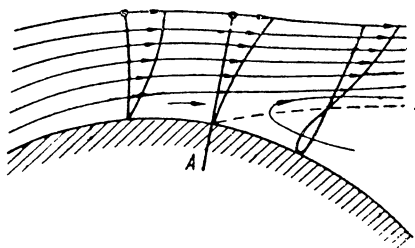


Рис. 138. Образование вихря

¹ V. Kármán, Ueber den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt, Göttingen, 1911, а также K. V. Kármán und H. I. Rubach, Ueber den Mechanismus der Flüssigkeits- und Luftwindzustandes. Physik. Zeitschr., 1912.

² Comptes Rendues, 1908.

Наблюдения над расположениями вихрей мы встречаем также у Маллока¹ и Борна.²

Устойчивость системы вихрей за обтекаемым телом теоретически была изучена Карманом.³

Карман доказал, что из двух возможных расположений вихрей, цепного и шахматного, устойчивой формой является шахматная при отношении $\frac{b}{l} = 0,2805$ и при соответствующей скорости перемещения вихрей $u = \frac{\Gamma}{l\sqrt{8}}$.

Применяя закон количества движения, Карман получил формулу сопротивления в следующем виде:

$$R_e = \left[0,793 \frac{u}{v} - 0,314 \left(\frac{u}{v} \right)^2 \right] \frac{l}{S} \rho S v^2. \quad (39)$$

В написанных выражениях буквы означают: b — расстояние между вихревыми цепочками, l — расстояние между отдельными вихрями в цепочке, v — скорость движения тела (или скорость потока), S — поперечный размер тела, ρ — плотность жидкости, Γ — интенсивность вихря.



Рис. 139. Схема распределения вихрей за телом

Значения параметров $\frac{u}{v}$ и $\frac{l}{S}$ теоретически не определяются; их приходится брать из наблюдений.

Наблюдения над вихрями, отделяющимися у кромок пластинки и у миделя круглого цилиндра, показывают, что в первом случае следует брать $\frac{u}{v} = 0,20$ и $\frac{l}{S} = 5,5$, а во втором: $\frac{u}{v} = 0,14$ и $\frac{l}{S} = 4,2$.

Таким образом получаются следующие формулы сопротивления:

$$\text{для пластинки} \dots \dots \dots R = 0,80 \rho S v^2, \quad (40)$$

$$\text{для круглого цилиндра} \dots \dots \dots R = 0,46 \rho S v^2. \quad (41)$$

На рис. 140 дана картина струи потока при шахматном расположении вихрей позади преграды на достаточном от нее удалении.

Для экспериментального определения сопротивления формы существуют два метода. Первый из них состоит в нахождении распределения давлений по поверхности тела путем опыта и соответственного вычисления сопротивления трения. Второй метод заключается в опытном измерении полной величины сопротивления

¹ Proc. Royal Soc., vol. 84A, 1910.

² Tagung der Vortreter der Flugwissenschaft, Göttingen, 1911.

³ V. Kármán, Ueber der Mechanismus des Widerstandes, der ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt, Göttingen, 1911.

В русском изложении см. проф. Н. Е. Жуковский, Вихревая теория лобового сопротивления, данная проф. Карманом. Труды отд. физ. наук. Общ. любит. естеств., т. 17, 1914.

Проф. А. А. Саткевич, Аэродинамика как теоретическая основа авиации. Петроград, 1923.

Его же, Теоретические основы гидро-аэродинамики, Ленинград, 1933.

среды с последующим вычитанием сопротивления трения по Фруду.

На рис. 141 показано распределение давлений по длине модели, представляющей тело вращения. Пунктирная кривая соответствует теоретическому давлению, а сплошная — наблюдаемому. Ось модели соответствует давлению в потоке при скорости v , верхняя пунктирная черта — статическому давлению, превышающему давление потока на $\frac{\rho v^2}{2}$.

Сравнение теоретического давления с наблюдаемым показывает почти полное их совпадение на всем протяжении кроме кормо-

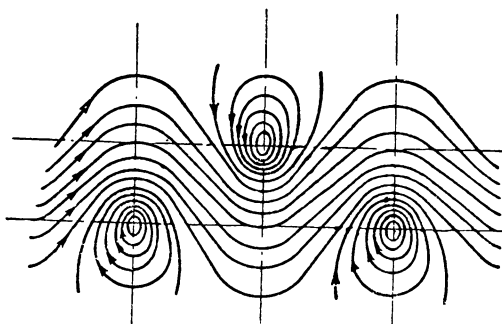


Рис. 140. Картина потока при шахматном распределении вихрей на достаточном удалении от тела

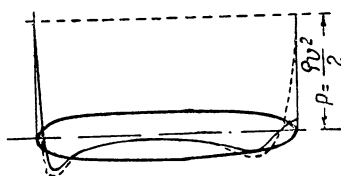


Рис. 141. Распределение давлений по длине модели (тело вращения)

Пунктирная кривая — теоретическое давление; сплошная кривая — наблюдаемое давление.

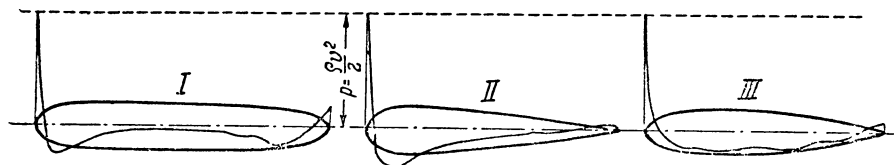


Рис. 142. Распределение давления вдоль тел различных очертаний

вого конца модели, где наблюдаемое давление выше, чем давление в потоке, но значительно меньше теоретического. Расхождение кривых в кормовой оконечности поясняет существование сопротивления формы; это обстоятельство приводит к заключению, что решающее влияние на величину сопротивления формы оказывает очертание кормовой оконечности тела, а не носовой.

На рис. 142 представлено распределение давления вдоль тел вращения различных очертаний.

Сопротивление формы для судов плавных очертаний, как показывают наблюдения, составляет в среднем около 10% от сопротивления трения. В поплавках и лодках гидросамолетов сопротивление формы может превышать указанную величину.

§ 13. Волновое сопротивление

При неотрывном потенциальном обтекании твердого тела неограниченным потоком идеальной жидкости воздействие последней выражается в форме нормальных давлений, связанных с величинами скоростей, распределенных вдоль этого тела определенным образом; сила сопротивления движению в этом случае, как известно, равна нулю.

Если тело движется вблизи свободной поверхности, находясь в погруженном или полупогруженном состоянии, то на свободной поверхности давления изменены быть не могут и остаются всюду

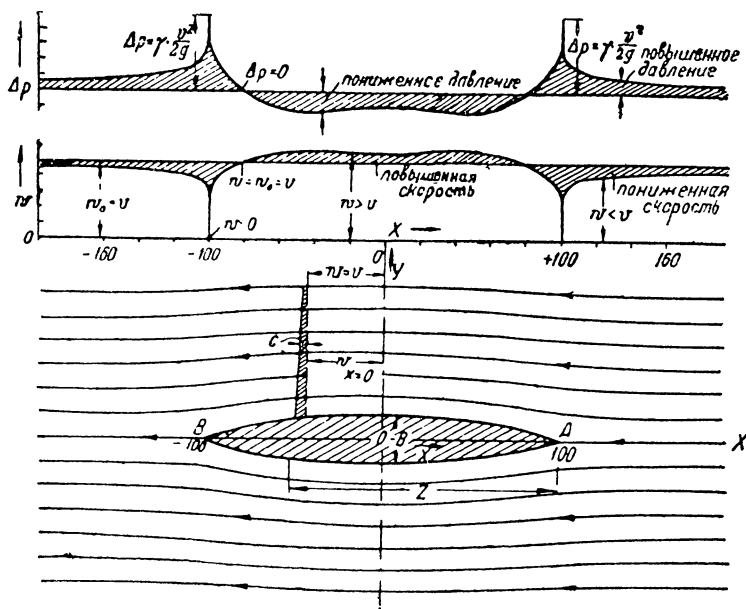


Рис. 143. Распределение скоростей и давлений вдоль тела кораблеобразной формы в случае плоско-параллельного потока

равными атмосферному давлению; скорости воды, созданные движением тела, компенсируются изменением уровня свободной поверхности в виде волнообразования, следствием которого является волновое сопротивление.

Рис. 143 иллюстрирует распределение скоростей и давлений вдоль тела кораблеобразной формы в случае плоско-параллельного потока. Критическим точкам A и B соответствуют крайние изменения скорости и давления. Из диаграммы видно, что в носовой и кормовой областях имеют место повышенные давления (пониженные скорости), а в средней части тела — наоборот. Повышение давления в оконечностях и его понижение в середине является причиной возникновения носовой и кормовой волн. Изменение скорости по нормали к оси потока происходит весьма медленно и изображено кривой C .

Общее представление о картине расположения волн, вызываемых местным изменением давления, может дать задача Кельвина.¹

Кельвин произвел математическое рассмотрение задачи о системе волн, вызываемых движением точки повышенного давления возмущающего центра по поверхности весомой жидкости, и нашел, что возмущающий центр порождает систему волн поперечных и расходящихся. Эти волны имеют вид криволинейных треугольников (рис. 144). Одна из вершин всех криволинейных треугольников находится в возмущающем центре O , а другие вершины расположены на прямых OB , которые исходят из возмущающего центра и составляют с линией его движения углы в $19^\circ 28'$. Расстояние между последовательными гребнями поперечных волн постоянно и равно длине свободной волны, движущейся с той же скоростью. Высоты последовательных поперечных волн убывают пропорционально квадратному корню из расстояния от возмущающего центра.

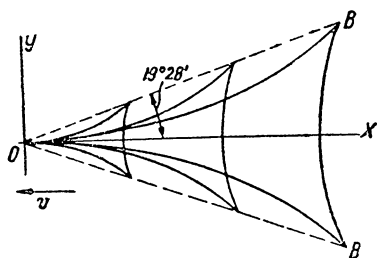


Рис. 144. Система волн, полученная Кельвином

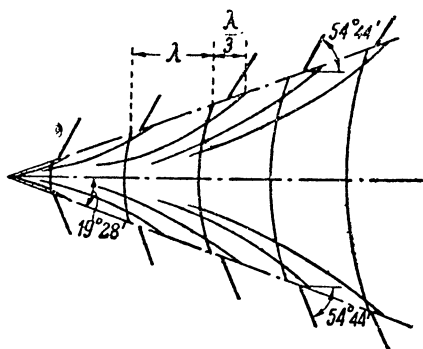


Рис. 145. Система волн, полученная Хогнером

В решении Кельвина амплитуда волн в вершинах криволинейных треугольников равна бесконечно-большой величине.

Эта картина волн перемещается в неизменном виде вместе с точкой O . Согласно позднейшим работам было показано (Е. Хогнер), что существует некоторая разность фаз в концах расходящихся волн, лежащих на линии OB . Картина волн принимает при этом несколько иной вид, данный на рис. 145. Амплитуда волн в решении Хогнера кроме точки O везде имеет конечную величину.

Система волн, возникающих при движении плавания, имеет большое сходство с системой, полученной теоретическим путем Кельвином и Хогнером.

Сопровождающие корабль волны могут быть также разделены на две группы: 1) волн расходящихся и 2) волн поперечных.

Расходящиеся волны имеют приблизительно параллельные гребни небольшой длины, расположенные в эшелонном порядке; каждая волна этой системы, следуя за предыдущей, несколько

¹ Lord Kelvin, Popular lectures and addresses, II. London, 1891; Math. and Phys. papers, Cambridge, 1910.

сдвинута по направлению своего гребня. Середины расходящихся волн лежат приблизительно на прямой линии, составляющей с направлением движения судна угол α от 18 до 20°. Этот угол весьма мало меняется при изменении скорости и формы обводов корпуса. Гребни отдельных волн с направлением движения составляют угол β , приблизительно удовлетворяющий равенству:

$$\beta = 2\alpha. \quad (42)$$

При движении судна возникают две системы расходящихся волн: носовые и кормовые. Последняя система сходна с первой по форме и характеру, но высоты кормовых волн меньше, нежели носовых.

Линейные размеры судна мало влияют на конфигурацию и длину расходящихся волн, если скорость его движения остается одинаковой. Для одного и того же судна при изменении его скорости система расходящихся волн увеличивается

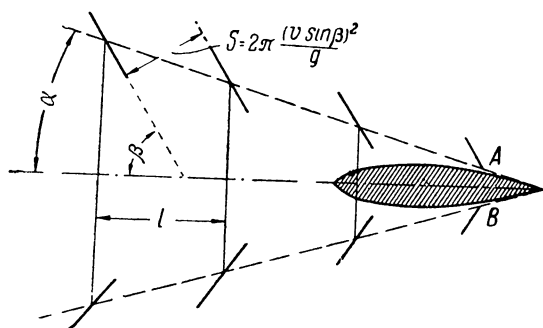


Рис. 146. Схема расположения носовой системы волн, порождаемой судном

все горизонтальные размеры пропорционально квадрату отношения скоростей, оставаясь почти геометрически подобной сама себе.

Зарождение носовых волн происходит несколько позади форштевня, а кормовых — у кормовой оконечности (кормовая система на рис. 146 не показана).

Расстояние между гребнями расходящихся волн таково:

$$S = 2\pi \frac{v^2 \sin^2 \beta}{g}. \quad (43)$$

Поперечные волны располагаются перпендикулярно к направлению движения судна. Одна система поперечных волн, как и в случае расходящихся, вызывается носовой оконечностью, а другая — кормовой. Первая поперечная волна носовой системы зарождается там же, где начинается группа носовых расходящихся волн (точки A и B на рис. 146).

Последующие поперечные волны отстоят друг от друга на одинаковом расстоянии λ , связанном со скоростью движения v такой же зависимостью, какая установлена для свободных волн:

$$v^2 = \frac{g\lambda}{2\pi}$$

(эта зависимость является точной лишь для волн, движущихся на значительном расстоянии от места зарождения).

Поперечные волны лежат в пределах угла α , образуемого группой носовых расходящихся волн. Длина гребней носовых попереч-

ных волн по мере приближения к корме увеличивается при одновременном уменьшении их высоты. Первая поперечная носовая волна начинается гребнем, а кормовая — впадиной несколько впереди ахтерштевня.

Волнообразование следует фрудовскому закону подобия, и при соответствующих скоростях топографии водной поверхности для моделей и судна геометрически подобны. На малых скоростях движения наиболее рельефно образуются расходящиеся волны, на больших — наибольшего развития достигают поперечные волны.

Теорией свободных волн установлено, что скорость переноса энергии волны вдвое меньше, чем скорость распространения самой волны. Вследствие этого судно при своем движении должно постоянно затрачивать работу, численно равную отставшей от него энергии волн.

Обозначая через c — коэффициент пропорциональности, γ — удельный вес воды, λ — длину поперечной волны, r_0 — ее амплитуду, b — ширину волны, R_w' — волновое сопротивление от поперечных волн, можем написать выражение энергии волны, приходящейся на ее длину λ :

$$R_w' \lambda = c \gamma b \lambda r_0^2,$$

откуда для волнового сопротивления от поперечных волн получаем:

$$R_w' = c \gamma b r_0^2.$$

Поперечные волны носовой системы, которые распространяются от носа к корме, налагаются в области кормы на поперечные волны кормовой системы, причем создается интерференция обеих групп волн. Суммарная амплитуда r вследствие этой интерференции на основании теории гармонического колебания будет равна:

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \theta,$$

где r_1 и r_2 — амплитуды волн носовой и кормовой групп и θ — разность фаз этих групп.

Расстояние между вершиной первой носовой волны и впадиной первой кормовой называется *волнообразовательной длиной* Z судна и выражается в долях длины l корпуса (по грузовой ватерлинии):

$$Z = \beta l.$$

При таком обозначении расстояние между вершинами первой носовой и первой кормовой волны равно:

$$D = Z + \frac{\lambda}{2},$$

причем разность фаз равна:

$$\theta = 2\pi \frac{D}{\lambda}$$

и

$$\cos \theta = \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} = \cos \left(\frac{2\pi Z}{\lambda} + \pi \right) = -\cos 2\pi \frac{Z}{\lambda}.$$

Заменяя Z через βl , а λ через $2\pi \frac{v^2}{g}$, получим:

$$\cos \theta = -\cos 2\pi \frac{\beta}{2\pi \frac{v^2}{gl}} = -\cos \frac{\beta}{\left(\frac{v^2}{gl}\right)}.$$

Волновое сопротивление в результате интерференции будет равно:

$$R_w' = Cr^2 = C \left[r_1^2 + r_2^2 - 2kr_1 r_2 \cos \frac{\beta}{\left(\frac{v^2}{gl}\right)} \right],$$

где $k < 1$ и есть коэффициент понижения амплитуды r_1 при достижении кормовой оконечности.

Полагая в виде приближения, что r_1 и r_2 пропорциональны избыточным давлениям Δp_1 и Δp_2 , т. е.

$$r_1 = A \frac{v^2}{2g}, \quad r_2 = B \frac{v^2}{2g},$$

величину волнового сопротивления можно представить в виде:

$$R_w' = C \left[A^2 + B^2 - 2kAB \cos \frac{\beta}{\left(\frac{v^2}{gl}\right)} \right] \frac{v^4}{4g^2} = Mv^4. \quad (44)$$

Отсюда следует, что *сопротивление от поперечных волн изменяется в среднем как четвертая степень скорости.*

Из общей формулы волнового сопротивления

$$R_w' = f\left(\frac{v^2}{gl}\right) \rho l^2 v^2$$

путем сопоставления с только-что полученным выражением (44) определяем коэффициент волнового сопротивления:

$$\zeta_w = f\left(\frac{v^2}{gl}\right) = C_1 \frac{v^2}{gl} \left[A^2 + B^2 - 2kAB \cos \frac{\beta}{\left(\frac{v^2}{gl}\right)} \right], \quad (45)$$

где C_1 — постоянная, независящая от числа Фруда.

На рис. 147 дано примерное графическое изображение коэффициента ζ_w в функции от числа Фруда. Множитель k в последнем члене в скобках не является постоянным. На малых скоростях этот множитель вследствие ничтожного влияния носовой системы волн на кормовую близок к нулю, чем и объясняется слабое выражение максимумов и минимумов кривой волнового сопротивления в области малых чисел Фруда.

Максимумы периодического члена в выражении волнового сопротивления соответствуют значениям косинуса, равным -1 , и определяются условием:

$$\cos \frac{\beta}{\left(\frac{v^2}{gl}\right)} = n\pi, \quad (46)$$

где n — любое нечетное целое число.

Этот случай имеет место при длине волны

$$\lambda = \frac{2\beta l}{n} = \frac{2Z}{n},$$

т. е. когда впадина или вершина носовой волны совпадает со впадиной или вершиной первой кормовой волны. Полагая для при-

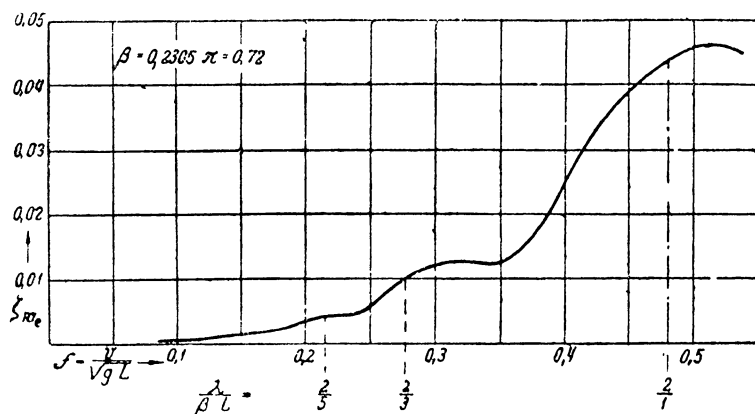


Рис. 147. Кривая коэффициента волнового сопротивления

мера $n=1$, получим расстояние между вершиной носовой волны и впадиной кормовой, равное половине длины волны:

$$\beta l = \frac{\lambda}{2}.$$

Значение $n=1$ соответствует на рис. 147 наиболее ярко выраженному максимуму ζ_w . Прочие максимумы кривой совпадают со значениями $n=3$ и 5 и так же хорошо выделяются на этой фигуре.

Минимумы кривой периодического члена в выражении получаются при четных значениях n , при которых вершина кормовой волны совпадает со впадиной носовой.

На диаграмме рис. 148 изображено семейство кривых, отвечающих наибольшим (сплошные линии) и наименьшим (пунктирные линии) значениям волнового сопротивления в координатах v и l . Величина n указывает число полуволн, расположенных на волнообразовательной длине судна.

Вычислим теперь¹ приближенную зависимость волнового сопротивления от расходящихся волн.

Скорость расходящихся волн по направлению нормали к их гребням равна, как видно из рис. 149, $v \sin \beta$. Увеличение же длины гребней этих волн в секунду составляет величину $v \cos \beta$. Следовательно, скорость увеличения площади водной поверхности, покрытой расходящимися волнами, пропорциональна $sv \cos \beta$

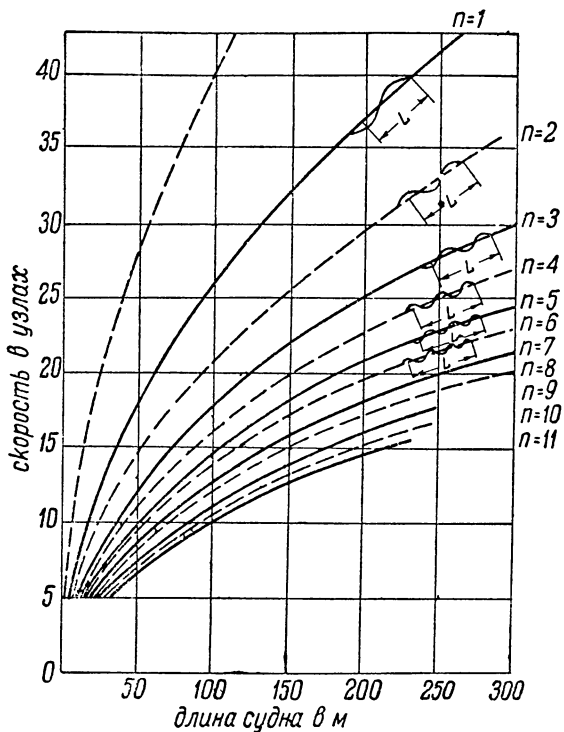


Рис. 148. Семейство кривых, отвечающих наибольшим (сплошные линии) и наименьшим (пунктирные линии) значениям волнового сопротивления

(s — расстояние между гребнями), причем затрата энергии в секунду пропорциональна $sv \cos \beta \cdot r_0^2$, т. е.

$$R_w'' v = asv \cos \beta \cdot r_0^2,$$

откуда получается волновое сопротивление от расходящихся волн:

$$R_w'' = as \cos \beta \cdot r_0^2.$$

Принимая во внимание, что амплитуда r_0 пропорциональна квадрату скорости

$$r_0 = b \frac{v^2}{2g}$$

¹ Проф. Б. Г. Харитонович, Сопротивление воды при движении судов. Изд. НТК кораблестроителей, 1929.

и что

$$s = 2\pi \frac{v^2 \sin^2 \beta}{g},$$

получаем

$$R_w'' = a \frac{2\pi}{g} v^2 \sin^2 \beta \cos \beta \cdot b^2 \frac{v^4}{4g^2} = \frac{2\pi ab^2 \sin^2 \beta \cos \beta}{4g^3} \cdot v^6 = N v^6, \quad (47)$$

т. е. сопротивление от расходящихся волн в среднем пропорционально шестой степени скорости.

В итоге суммарное волновое сопротивление оказывается:

$$R_w = R_w' + R_w'' = M v^4 + N v^6. \quad (48)$$

На малых скоростях движения наиболее рельефно образуются расходящиеся волны и первое слагаемое получается незначительным; на больших скоростях наибольшего развития достигают по-

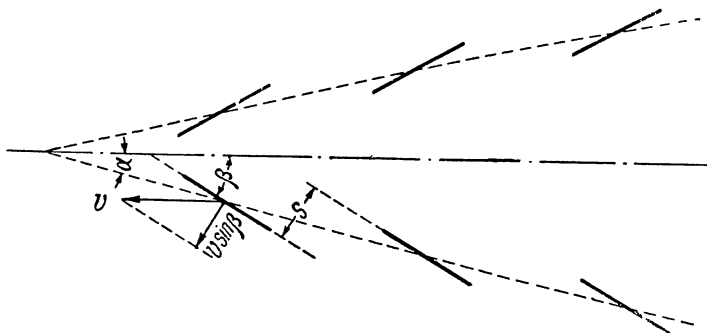


Рис. 149

перечные волны. В этом случае первым слагаемым формулы (48) уже пренебрегать нельзя, в то время как второе слагаемое относительно невелико. Поэтому на больших скоростях принимают волновое сопротивление

$$R_w \approx M v^4. \quad (49)$$

Примером волнового сопротивления по типу формулы (49) служит применяемая в кораблестроении эмпирическая формула Тейлора:

$$R_w = c \frac{D^{2/3}}{L} v^4, \quad (50)$$

где $c \approx 0,0036$, D — водоизмещение в тоннах, L — длина судна между перпендикулярами в метрах, v — скорость судна в узлах.

§ 14. Зависимость Кента

Из опытов с моделями Кент пришел к заключению, что расстояние между точкой перегиба B (рис. 150) на скате первого носового гребня и местом зарождения первой впадины кормовой си-

стемы (точка C) не зависит от скорости v движения судна и равно φl , где l есть длина судна по грузовой ватерлинии, а φ — его призматический коэффициент полноты. При этом вполне определяется величина волнообразовательной длины судна на заданной скорости и, следовательно, определяются скорости, соответствующие наибольшим и наименьшим значениям периодического члена.

Если, как и в предыдущем параграфе, через D обозначить расстояние между вершинами первой носовой и первой кормовой волны, то будем иметь:

$$D = \frac{\lambda}{2} + \varphi l + \frac{\lambda}{4} = \varphi l + \frac{3}{4} \lambda.$$

Разность фаз θ попрежнему выразится формулой:

$$\theta = 2\pi \frac{D}{\lambda},$$

но только $\cos \theta$ в этом случае получится равным:

$$\cos \theta = \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} = \cos \left(2\pi \frac{\varphi l}{\lambda} + \frac{3}{2} \pi \right) = \sin 2\pi \frac{\varphi l}{\lambda}.$$

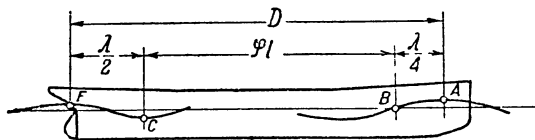


Рис. 150

Вводя по Кенту вместо обычного числа Фруда величину

$$p = \sqrt{\frac{\lambda}{\varphi l}} = \sqrt{\frac{1}{\varphi l} \frac{2\pi v^2}{g}} = \frac{v}{\sqrt{\frac{\varphi}{2\pi} g l}}, \quad (51)$$

напишем выражение волнового сопротивления:

$$R_w = C \left(A^2 + B^2 + 2kAB \sin \frac{2\pi}{p^2} \right). \quad (52)$$

Наибольшие значения волнового сопротивления определяются здесь условием:

$$\sin \frac{2\pi}{p^2} = 1, \quad (*)$$

наименьшие значения:

$$\sin \frac{2\pi}{p^2} = -1, \quad (**)$$

а средние значения — условием:

$$\sin \frac{2\pi}{p^2} = 0. \quad (***)$$

Нетрудно убедиться, что значения

$$p^2 = \frac{4}{1}, \frac{4}{5}, \frac{4}{9}, \dots$$

определяют невыгодные скорости движения. Действительно, условие (*) выполняется при величинах аргумента $\frac{2\pi}{p^2}$, равных:

$$\frac{2\pi}{p^2} = \frac{\pi}{2} + 2m\pi,$$

где m — любое целое число. Полагая последовательно:

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

получим

$$\frac{2\pi}{p^2} = \frac{\pi}{2} \quad \text{или} \quad p^2 = 4$$

$$\frac{2\pi}{p^2} = \frac{5}{2} \pi \quad " \quad p^2 = \frac{4}{5}$$

$$\frac{2\pi}{p^2} = \frac{9}{2} \pi \quad " \quad p^2 = \frac{4}{9}$$

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$$

Значения

$$p^2 = \frac{4}{3}, \frac{4}{7}, \frac{4}{11}, \dots$$

определяют выгодные скорости и, наконец, значения

$$p^2 = \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{6}, \dots$$

соответствуют средним значениям волнового сопротивления.

В результате получаем ряд с последовательным чередованием величин сопротивлений:

$$p^2 = \underset{\text{max}}{\frac{4}{1}}, \underset{\text{ср.}}{\frac{4}{2}}, \underset{\text{min}}{\frac{4}{3}}, \underset{\text{ср.}}{\frac{4}{4}}, \underset{\text{max}}{\frac{4}{5}}, \underset{\text{ср.}}{\frac{4}{6}}, \underset{\text{min}}{\frac{4}{7}}, \underset{\text{ср.}}{\frac{4}{8}}, \underset{\text{max}}{\frac{4}{9}}, \dots$$

Для перехода от величин p к действительным скоростям судна на основании формулы (47) получим

$$\text{в метрич. мерах} \quad \dots \quad v = 1,25 \, p \sqrt{\varphi l}, \tag{53}$$

$$\text{в англ. мерах (футы, узлы)} \quad \dots \quad v = 1,34 \, p \sqrt{\varphi l}, \tag{54}$$

и, обратно, из формул (49) и (50) имеем соответствующие значения

$$\text{в м и м/сек} \quad \dots \quad p = 0,8 \frac{v}{\sqrt{\varphi l}}, \tag{55}$$

$$\text{в футах и узлах} \quad \dots \quad p = 0,746 \frac{v}{\sqrt{\varphi l}}. \tag{56}$$

§ 15. Волновое сопротивление на мелкой воде

Испытание судов и их моделей на мелкой воде показывает, что на очень малых скоростях сопротивление на мелководьи почти не отличается от сопротивления на глубокой воде. При увеличении скорости замечается расхождение, причем сопротивление на мелкой воде оказывается больше, чем на глубокой.

Кривая волнового сопротивления имеет характер, представленный на фиг. 151. Вид этой кривой находится в тесной связи с формой волнообразования на мелководьи. Изменение в характере волнообразования определяется числом $\frac{v}{\sqrt{gh}}$.

При скорости

$$v = \sqrt{gh}, \quad (57)$$

где h — глубина воды, отмеченное выше это расхождение, резко вырастая, достигает своего максимума, после чего сопротивление на мелкой воде несколько понижается и далее снова возобновляет свой рост, но уже оставаясь по величине (рис. 151) меньше

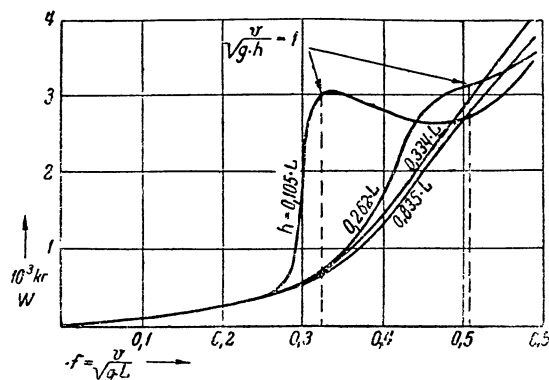


Рис. 151. Кривые волнового сопротивления на мелководьи

сопротивления на глубокой воде. Скорость, соответствующая максимуму сопротивления, называется *критической*.

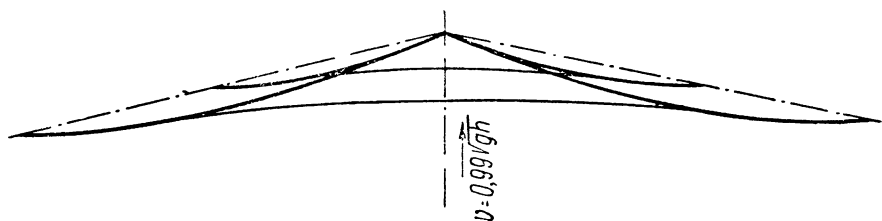


Рис. 152. Картина волнообразования на мелководьи при критической скорости

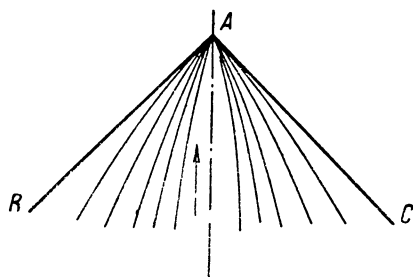


Рис. 153. Картина волнообразования на мелководьи при скорости большей, чем критическая

При $\frac{v}{\sqrt{gh}} < 0,7$ волнообразование на мелкой воде практически не отличается от такового на глубокой воде.

По мере приближения этого числа к единице угол α между линией расположения гребней расходящихся волн и направлением

скоростей приближается к 90° (рис. 152). Когда $\frac{v}{\sqrt{gh}} = 1$, система периодических волн исчезает, и за кормой появляется одна поперечная волна, имеющая свойства одиночной волны.

При переходе за критическую скорость угол α снова уменьшается, но теперь поперечные волны отсутствуют, и гребни расходящихся волн имеют вид кривых линий, исходят из одного места у носовой оконечности и располагаются выпуклостью наружу (рис. 153). Эти изменения сопровождаются понижением волнового сопротивления; последнее создается только расходящимися волнами.

§ 16. Буксировка гидросамолета

Для лучшего выяснения явлений, сопровождающих движение гидросамолета при буксировке будем пока считать, что на гидросамолет действуют силы сопротивления лишь со стороны воды, т. е. силы аэродинамические отсутствуют.

Положим, что гидросамолет снабжен водяным рулем, назначение которого заключается: 1) в изменении курса гидросамолета по желаемому направлению и 2) в удержании гидросамолета на определенном курсе.

С первым назначением связана *поворотливость* гидросамолета на воде, т. е. способность последнего реагировать на отклонение руля, со вторым — связана *устойчивость на курсе*, т. е. способность гидросамолета противостоять действию внешних сил, стремящихся отклонить гидросамолет от курса.

Рассмотрим поступательное движение гидросамолета под действием силы P натяжения буксирного троса. Пусть скорость буксировки v составляет некоторый угол δ с диаметральной плоскостью лодки (рис. 154). Слагающие скорости относительно продольной и поперечной оси обозначим через v_l и v_n . Скорость v_n представляет собой *скорость дрейфа*, а угол δ , образованный скоростью v с продольной осью, называется *углом дрейфа*. Каждой скорости v , направленной под определенным углом δ , соответствует вполне определенное направление, величина и положение равнодействующей сил сопротивления воды, равной и противоположной силе P . Угол β между направлением этой равнодействующей и продольной осью, вообще говоря, не равен углу δ .

Если для достаточного числа углов дрейфа, лежащих в пределах $0-180^\circ$, определить (например, путем испытания модели) направление и точку приложения силы сопротивления воды, то можно построить огибающую кривую A .

Каждому положению равнодействующей силы сопротивления R , которая является касательной к кривой A , будет отвечать опре-

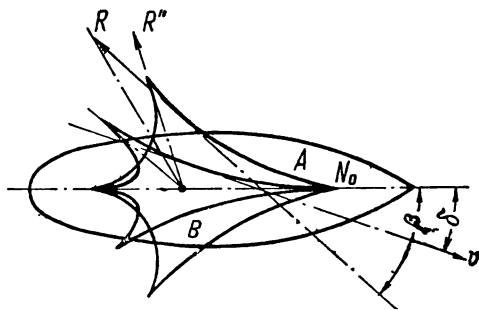


Рис. 154

деленное направление скорости v . Строим огибающую кривую B скоростей v , проводя их через точку пересечения N (на рисунке не показана) диаметрали с вектором R , скользящую при изменении углов δ и β вдоль диаметральной плоскости гидросамолета. Наличие кривых A и B позволяет найти направление и положение внешней силы для движения гидросамолета при любом угле дрейфа.

Пусть на гидросамолет действует сила P_1 , приложенная к точке N_1 и несовпадающая с какой-либо касательной к кривой A (рис. 155). При этом чистое поступательное движение невозможно, и гидросамолет будет поворачиваться в сторону уменьшения (в данном случае) дрейфа до тех пор, пока сила не станет касательной к A . Если бы, тем не менее, мы пожелали поддерживать только поступательное движение, мы должны будем добавить новую силу с помощью отклонения руля — силу давления на руль F'_n . Эта сила вместе с силой P_1 должна дать равнодействующую P'_1 ,

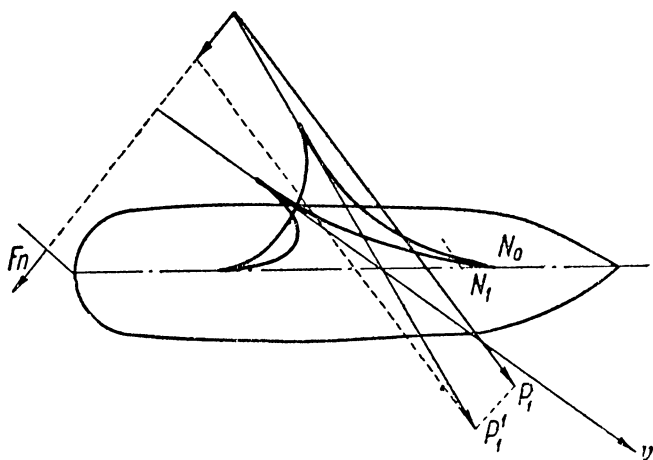


Рис. 155

проходящую по касательной к кривой A . Только при этом условии возможно поступательное движение; оно будет иметь направление v_1 . Если же при отклоненном руле это условие выполнено быть не может, то гидросамолет будет поворачиваться до тех пор, пока оно не окажется соблюденным. Таким образом не всегда можно держать гидросамолет при буксировке на желаемом курсе, если величина и направление внешней силы P_1 остается неизменной.

Для гидросамолета с отклоненным рулем можно также построить опытным путем кривые, аналогичные кривым A и B , но уже не симметричного вида. Выполнение устойчивости равновесия требует, чтобы точка приложения внешней силы P лежала перед точкой N . Отсюда получается вывод, что при буксировке гидросамолетов буксирный гак (или рым) должен быть расположен перед точкой N_0 , которая в вопросе об устойчивости на курсе играет роль начального метacentра, а кривая A — метacentрической эволюты.

Приведенные рассуждения могут быть целиком применены к чисто авиационным вопросам, которым в настоящее время уде-

ляется много внимания, а именно — к буксировке планера самолета.

Дополнительный учет аэродинамических сил воздействия на гидросамолет при его буксировке на воде может быть произведен аналогичным способом. Для этого нужно кроме кривых A и B иметь кривые продувки надводной части гидросамолета и решать задачу способом наложения.

§ 17. Общий случай рулежки гидросамолета при безветрии с отклоненным воздушным рулем

Отклонение руля от его нормального положения нарушает симметрию обтекания и создает некоторую силу давления F , которую без большой ошибки можно считать перпендикулярной к плоскости руля.

Продольная составляющая этой силы F_l , увеличивая сопротивление, понижает скорость движения гидросамолета до величины w_l , а ее поперечная составляющая F_n создает скорость дрейфа w_n ;

равнодействующей скорости w , как известно, будет соответствовать определенное положение равнодействующей сопротивления воды с компонентами R_l и R_n (рис. 156). В результате действия сил R и F возникает некоторый момент относительно точки G

(центра инерции), который будет поворачивать гидросамолет; движение будет слагаться из: 1) поступательного движения с дрейфом под углом δ и 2) вращения относительно вертикальной оси, проходящей через центр инерции G .

Пренебрегая влиянием изменения осадки, диферента, крена и силами аэродинамического воздействия на надводную часть корпуса, получим уравнения движения:

$$\frac{D}{g} \frac{dw}{dt} \cos \delta + \frac{D}{g} \frac{w^2}{r} \sin \delta = P - R_l - F_l, \quad (a)$$

$$-\frac{D}{g} \frac{dw}{dt} \sin \delta + \frac{D}{g} \frac{w^2}{r} \cos \delta = R_n - F_n, \quad (b)$$

$$J_g \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = E - M_R, \quad (c)$$

где D — водоизмещение гидросамолета, P — тяга винтов, r — радиус кривизны траектории, E — момент силы давления на руль относительно точки G , M_R — момент сил сопротивления относительно той же точки, состоящий из двух частей: 1) из момента

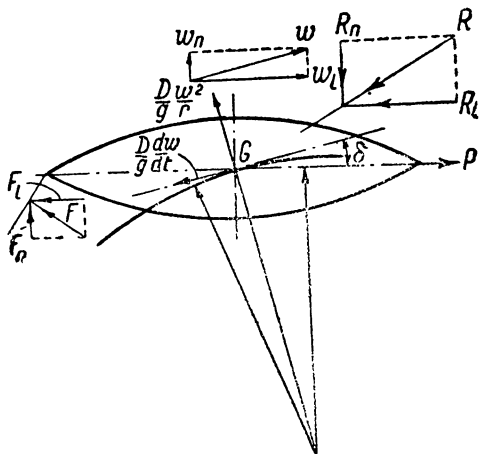


Рис. 156.

сил сопротивления вращению с мгновенной угловой скоростью ω и 2) момента сил сопротивления поступательного движения, J_φ — момент инерции массы гидросамолета относительно главной вертикальной оси, φ — угол, составленный диаметральной плоскостью гидросамолета за время t с ее начальным направлением; этот угол выражается так:

$$\varphi = \delta + \int_0^t \frac{\omega}{r} dt. \quad (d)$$

В уравнениях (a), (b), (c) и (d) для заданного гидросамолета и заданного угла отклонения руля α , силы R_l и R_n суть функции от ω и δ , значения же F_l , F_n , E и M_R — функции от ω , $\frac{d\varphi}{dt}$ и δ .

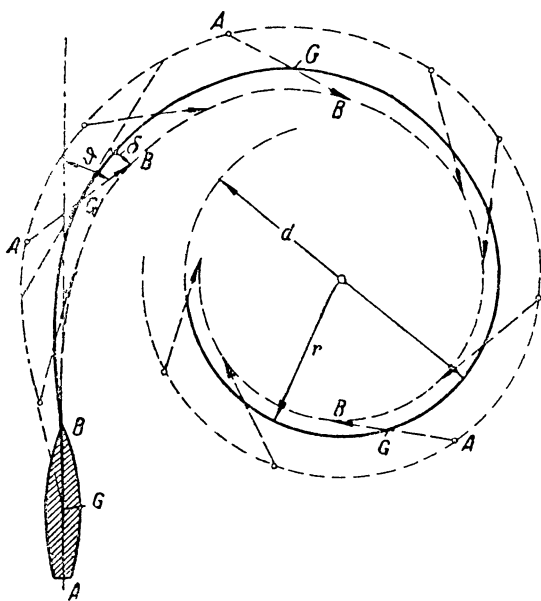


Рис. 157. Циркуляция судна

Эти четыре уравнения позволяют определить искомые ω , φ , δ и r , если известны все упомянутые функциональные зависимости.

§ 18. Циркуляция гидросамолета

Циркуляцией называется такое движение гидросамолета, при котором его центр тяжести описывает траекторию, близкую по форме к окружности. Это движение возникает в том случае, если в продолжение достаточного времени держать руль под постоянным углом α к диаметральной плоскости. Процесс перехода гидросамолета из прямолинейно-

поступательного движения по AB (рис. 157) в движение по круговой траектории с установившимся радиусом циркуляции r может быть разделен на три фазы.

Первая фаза определяется временем, необходимым для перекладки руля из нормального положения на угол α .

В этом промежутке времени возникает и увеличивается сила давления на руль. Вследствие инерции вращения гидросамолета угловая скорость его ω успевает приобрести практически небольшую величину; поперечная составляющая давления руля F_n , не уравновешиваемая поперечным сопротивлением судна R_n , дает, как правило, смещение центра тяжести в сторону, обратную повороту. Момент действия руля E возрастает значительно быстрее, чем M_R .

Наибольшее значение E соответствует началу второй фазы движения. Постепенное увеличение ω , с одной стороны, уменьшает угол атаки руля, а следовательно F и E , с другой — повышает M_R . В конце концов моменты взаимно уравниваются, что дает:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = 0,$$

т. е. угловая скорость гидросамолета становится постоянной.

Написанное выше условие определяет начало третьей фазы движения, а именно — установившуюся циркуляцию.

Все точки гидросамолета описывают круговые траектории около общего центра O . Все силы давления уравниваются центробежной силой.

В то время как гидросамолет совершает циркуляцию, нос его поворачивается внутрь от касательной к описываемой траектории; эта траектория для центра тяжести показана на рис. 157 сплошной линией. Угол дрейфа δ между касательной к траектории и диаметральной плоскостью гидросамолета для каждой точки, лежащей в диаметральной плоскости, тем меньше, чем ближе к форштевню расположена эта точка. Если из центра O опустить перпендикуляр на продольную ось лодки, то наблюдателю, находящемуся на палубе, будет казаться, что гидросамолет вращается около этой точки, для которой $\delta = 0$.

§ 19. Углы крена при циркуляции

В начальный период переключивания руля, когда еще не возникли центробежные силы, момент давления на руль уравнивается моментом остойчивости (пренебрегая моментом реакции работающего винта).

Уравнение равновесия имеет вид:

$$Dh \sin \theta = F_n p, \quad (58)$$

где D — водоизмещение гидросамолета, h — метацентрическая высота, θ — угол крена, F_n — сила поперечного давления руля, p — плечо силы F_n от точки ее приложения до центра тяжести самолета.

Это условие будет иметь место при достаточно медленной переключке руля; в противном случае в него следует добавить силы инерции при наклонении гидросамолета и исследовать вопрос с динамической стороны. Чем быстрее производится переключка руля, тем больше величина первого размаха. Если бы руль был переложён мгновенно, то этот размах был бы равен приблизительно удвоенному углу θ , получаемому из приведенного выше статического условия.

При движении гидросамолета на установившейся циркуляции на него кроме кренящих сил давления на руль F_n и бокового сопротивления R_n действует также центробежная сила, приложенная к центру его тяжести.

В результате действия этих сил гидросамолет примет крен, направленный в сторону, обратную изменению курса.

§ 20. Формулы давления на руль

Из приближенных формул, определяющих давление на пластинку, укажем две наиболее употребительные.

Формула Ренкина (для воды):

$$R_n = 11 S v^2 \sin^2 \alpha, \quad (59)$$

где S — площадь руля в m^2 , v — скорость в узлах.

Формула Вейсбаха:

$$R_n = \zeta \rho S v^2 (1 - \cos \alpha) \sin \alpha,$$

где $\zeta = 1,25$ и v — скорость в $m/сек$.

Глава X

ДВИЖЕНИЕ „ГЛИССИРОВАНИЯ“

§ 1. Гидроглиссирование и условия, его определяющие. Общая формула сопротивления

Гидроглиссированием называется такой режим движения судна (гидросамолета), при котором равнодействующая сил сопротивления воды имеет настолько большую по величине вертикальную составляющую, что судно большей частью своего водоизмещения выходит из воды и скользит по ее поверхности. Вертикальная составляющая от динамических сил воздействия воды A называется *гидродинамической поддерживающей силой*, а ее горизонтальная составляющая W — *силой гидродинамического сопротивления*.

Переход от „движения плавания“ к „движению гидроглиссирования“ происходит в следующем порядке.

В диапазоне обычных скоростей, т. е. скоростей плавания, равнодействующая R сил сопротивления воды близка к горизонтальному положению.¹ Укажем, что в этом диапазоне местное увеличение скорости относительно средней части корпуса способствует подсасыванию и увеличению осадки против нормальной; скорость судна, как известно, равна скорости сопровождающих его волн, скорость же последних связана с их длиной λ соотношением:

$$\lambda = \frac{2\pi}{g} v^2.$$

Чем больше скорость v , тем меньшее число n полуволн укладывается на волнообразовательной длине корпуса. Перемена режима наступает при $n = 1$. Этому моменту предшествует увеличение диферента на корму, вызванное смещением заднего ската носовой волны к корме, а переднего ската кормовой волны — за корму. Вследствие изменения диферента изменяется картина обтекания: днище начинает испытывать большие нормальные давления,

¹ Закон сопротивления в диапазоне обычных скоростей разобран выше (гл. IX, § 13).

которые отклоняют силу сопротивления от ее начального горизонтального положения и создают гидродинамическую силу поддержания. Эта последняя вызывает заметное всплытие корпуса и как результат всплытия — уменьшение сопротивления (рис. 158). Если бы вода не обладала сопротивлением трения о поверхность днища, то равнодействующая сил сопротивлений воды сводилась бы только к силам нормальных давлений N , т. е. была бы перпенди-

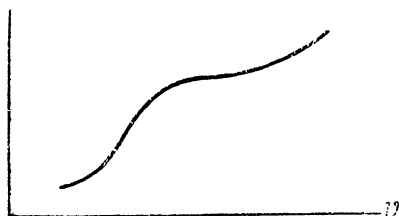


Рис. 158. Примерный вид кривой гидродинамического сопротивления глисера

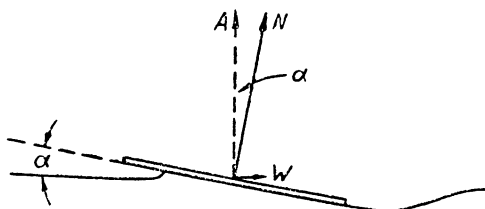


Рис. 159. Схема действия сил со стороны воды на глissирующую пластинку в предположении отсутствия сил трения

кулярна к плоскости глissирования (плоскости днища). Для иллюстрации этого положения на рис. 159 изображен простейший глissер — плоская пластинка, движущаяся по поверхности воды под малым углом атаки α .

Сила N (рис. 159) имеет две составляющие: 1) вертикальную (силу поддержания)

$$A = N \cos \alpha \quad (1)$$

и 2) горизонтальную (силу сопротивления):

$$W = N \sin \alpha, \quad (2)$$

или, выражая W через A :

$$W = A \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$

В действительности вследствие вязкости воды и шероховатости поверхности пластинки к силе N нормальных давлений прибавляется еще сила трения T , лежащая в плоскости пластинки. Обе силы (рис. 160) дадут равнодействующую N' , образующую с плоскостью глissирования острый угол. Вертикальная составляющая A силы N' будет меньше, чем в первом случае (т. е. при условии отсутствия трения) на величину $T \sin \alpha$.

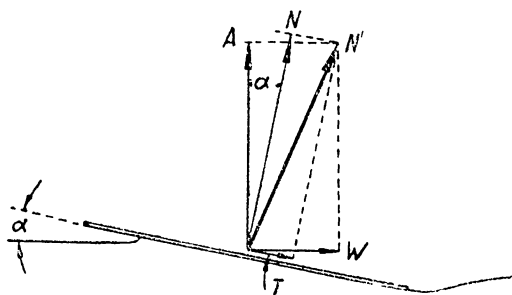


Рис. 160. Схема силового воздействия потока на пластинку, глissирующую по поверхности вязкой жидкости

Полная сила сопротивления R в отличие от плавающих судов, которые имеют дополнительное сопротивление формы, зависящее от плавности очертаний подводной части корпуса, будет складываться из следующих сил: 1) сопротивления трения R_t , которое подчиня-

ется закону Рейнольдса, и 2) сопротивления нормальных давлений W , которое подчиняется закону Фруда:

$$R = R_s + W. \quad (4)$$

Согласно чертежу на рис. 160 полное сопротивление для планки будет равно:

$$R = \frac{T}{\cos \alpha} + A \operatorname{tg} \alpha. \quad (5)$$

Сопротивление нормальных давлений, в свою очередь, состоит из волнового сопротивления и сопротивления брызгового, являющегося результатом образования брызговой пелены и водяных усов, отбрасываемых корпусом в воздух и потребляющих заметную часть энергии движения.

К числу сопротивления от нормальных давлений следует также отнести сопротивление гидростатическое как результат разности уровней свободной поверхности воды между носовой и кормовой кромкой смоченной части днища. Однако этот вид сопротивления при чистом глиссировании составляет ничтожную часть полного сопротивления и им часто пренебрегают.

Общий вид формулы сопротивления [гл. IX, формула (5)] остается прежним:

$$R = f_1 \left(\frac{vl}{v} \right) \rho l^2 v^2 + f_2 \left(\frac{v}{gl} \right) \rho l^2 v^2$$

с тем лишь внутренним отличием, что в данном случае в первый член обычно не входит сопротивление формы (водоворотное), а второй — включает в себе дополнительно брызговое сопротивление.

Количественно режим движения гидросамолета определяется числом Фруда. Это число в вопросах глиссирования выражают в несколько видоизмененной форме; при движении плавания за линейный размер l принимают длину грузовой ватерлинии, которая на всех скоростях плавания практически остается неизменной. При глиссировании вследствие большого изменения длины l , зависящей от скорости глиссирования, угла наклона днища и осадки лодки, число Фруда удобнее выражать не через длину, а через $\sqrt[3]{V_0}$, где V_0 есть объемное водоизмещение корпуса в состоянии покоя.

Для глиссирующих катеров число Фруда F будет иметь вид:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \sqrt[3]{V_0}}}. \quad (6)$$

Для гидросамолетов, иначе говоря — глиссеров переменного водоизмещения, число Фруда представляется в форме:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \sqrt[3]{\frac{Q - R_y}{\gamma}}}} \quad \text{или} \quad F = \frac{v}{\sqrt{g \sqrt[3]{V}}}, \quad (7) \text{ и } (7')$$

где v — скорость движения, g — земное ускорение, Q — полетный вес гидросамолета, R_y — подъемная сила крыльев при движении

гидросамолета на воде со скоростью v , $Q - R_y$ — вес гидросамолета на воде, γ — абсолютный удельный вес воды, $V = \frac{Q - R_y}{\gamma}$ — объемное водоизмещение лодки, соответствующее весу на воде.¹

Режим движения плавания отвечает числам Фруда $F < 1$. В пределах фрудовых чисел $1 < F < 3$ лежит переходный режим движения, и, наконец, при $F > 3$ мы имеем чистое глиссирование. В этом последнем случае гидростатическая сила поддержания близка к нулю и вес на воде почти исключительно уравнивается вертикальной составляющей от равнодействующей нормальных давлений. Вода при этом оттесняется вниз и в стороны, сбегая в области скул и редана по направлению касательной к днищу.

В табл. 50 даны категории судов, удовлетворяющих различным режимам движения.

ТАБЛИЦА 50

Наименование судна	Число Фруда	Характер движения
Грузовые суда	0,25—0,5 и ниже	} Плавание
Пассажирские и почтовые пароходы	0,3—0,5	
Лайнеры	0,6—0,8	
Линейные корабли	0,6—0,75	
Миноносцы и лидеры	1,5—2,0	} Переходный режим
Моторные катера	1,5—2,5	
Глиссирующие катера (глиссеры)	3,0—13,0	Чистое глиссирование

Гидросамолеты обладают наибольшим диапазоном чисел Фруда. Действительно, с увеличением скорости их вес на воде падает до нуля (в момент отрыва), и число Фруда достигает бесконечности.

§ 2. Краткий обзор существующих теорий глиссирования

До 1929 г. теории глиссирования не существовало. Теоретическое решение задачи о глиссировании плоской или слегка изогнутой пластины, движущейся под малым углом атаки в плоскопараллельном потоке идеальной несжимаемой жидкости было дано впервые у нас в СССР проф. Г. Е. Павленко;² путем подсчета энергии волн, отходящей в единицу времени от движущейся пластинки,

¹ Если движение гидросамолета происходит при наличии ветра, скорость которого есть u , то подъемная сила крыльев будет изменяться пропорционально $(v \pm u)^2$ и примет иное значение. Знак плюс соответствует встречному ветру, а минус — попутному. Числитель формул (7) и (7') остается прежним.

² Г. Е. Павленко, Движение элемента пластинки под малым углом к поверхности воды, Бюллетень НТКМ, № 2, 1929, а также G. Pavlenko, On the Theorie of Glyding, Proceedings of the III-rd International Congress for applied mechanics, Stockholm, 1930.

и предполагая неизменность угла атаки и положения пластинки относительно поверхности уровня невозмущенной воды, он нашел, что волновое сопротивление выражается формулой:

$$W = \frac{\rho \operatorname{tg}^2 \alpha}{4g} v^4. \quad (8)$$

Если принять условие постоянства вертикальной силы поддержания для всех скоростей, что приближает эту задачу к условиям движения глссера, и воспользоваться формулой (3), то сопротивление на основании формулы (8) будет равно:

$$W = \frac{4gA^3}{\rho v^4}. \quad (9)$$

Из последней формулы следует, что 1) волновое сопротивление убывает с увеличением скорости и при $v = \infty$ обращается в нуль; 2) волновое сопротивление пропорционально квадрату поддерживающей силы (водоизмещению); 3) в соленой воде волновое сопротивление меньше, чем в пресной, и следует закону обратной пропорциональности первой степени плотности; 4) угол атаки с увеличением скорости уменьшается до нуля, когда скорость становится бесконечной, и определяется зависимостью:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4gA}{\rho v^4}. \quad (10)$$

Четыре года спустя, в 1933 г., сотрудником ЦАГИ Л. Сретенским была решена, но только иным способом, подобная же задача о движении глссера на глубокой воде,¹ причем было найдено общее выражение для силы нормальных давлений, точка ее приложения и форма возмущенной водной поверхности. Отсылая интересующихся к оригиналу, мы приводим лишь формулу нормальных давлений

$$N = B \frac{\rho}{g} \operatorname{tg} \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot v^4, \quad (11)$$

где B есть некоторый отвлеченный коэффициент, величина которого автором не определена.

Принимая угол α малым, выражению силы сопротивления можно придать вид:

$$W \approx B \frac{\rho \operatorname{tg}^2 \alpha}{g} v^4, \quad (12)$$

аналогичный формуле (8).

Двухмерная задача не могла быть использована в практических вопросах, и ее решение могло быть приближенно применено к лодкам и гидроглссерам лишь с очень большим отношением ширины к длине. Однако эта задача позволила установить основные зависимости, которым гидроглиссирование подчиняется, и дала импульс к дальнейшему развитию теории на базе тех достижений, которыми располагает современная аэрогидродинамика. Вполне естественно, что в построении теории глиссирования в первую очередь были

¹ L. Sretenskij, On the motion of a glider on deep water. Известия Академии наук СССР, № 6, 1933, VII серия, Отделение естественных и математических наук.

использованы методы теоретической аэродинамики и теории корабля, породившие два основных направления в развитии этого вопроса, а именно: авиационное и корабельное.

Одним из главных представителей авиационного направления является Г. Вагнер, который применяет к глиссирующей пластинке теорию крыла конечного размаха, считает пластинку присоединенным вихрем и дает формулу индуктивного сопротивления. Кроме того Г. Вагнер приводит решение частных задач как для глиссирования в невесомой жидкости (плоская задача), так и для движения в весоной среде; в последнем случае он приходит к выводу, что для относительно узких пластин ($b < \frac{1}{5} l$) сопротивление весоности (т. е. волновое, „если его угодно называть так“) незначительно и близко по величине к индуктивному сопротивлению в невесомой среде.¹

Термином „индуктивное сопротивление“ пользуется в своих теоретических представлениях также Зотторф, выполнивший в Гамбургском бассейне большое число систематических опытов с плоскими глиссирующими пластинками. Зотторф разделяет полное сопротивление R на сопротивление трения R_s и сопротивление „формы“ R_F , состоящее в свою очередь из сопротивления волнового R_w и индуктивного R_i :

$$R = R_s + R_F = R_s + R_w + R_i.$$

Если ввести обозначения: $S' = bh$ — поперечное сечение приводимой в движение массы воды, b — ширину пластины, h — среднюю высоту увлекаемой массы воды, v — среднюю скорость движения воды на пластинке, w — вертикальную составляющую скорости, направленную вниз, массы воды, α — угол атаки, ρ — плотность воды, A — гидродинамическую силу поддержания, то на основании закона количества движения можно написать:

$$\rho S' v w = A,$$

т. е. ежесекундно воспроизводимое количество движения равно силе поддержания.

Производимая в единицу времени кинетическая энергия равна работе индуктивного сопротивления:

$$\rho h b v \frac{w^2}{2} = R_i v,$$

следовательно

$$R_i = \frac{\rho h b w^2}{2} = \frac{A^2}{2 \rho v^2 h b}.$$

Применение понятия индуктивного сопротивления далеко не разделяется всеми исследователями. Так например, Вейнблум говорит, что „применение этого понятия, заимствованного из теории несущего крыла, к явлению гидроглиссирования представляется непрочным. Гидродинамическое объяснение сопротивления несущего

¹ H. Wagner, Über das Gleiten von Wasserfahrzeugen. Jahrbuch der Schiffbau-technischen Gesellschaft, Berlin, 1933.

щего крыла конечной длины и глсссирующего тела совершенно различны; в первом случае возникают присоединенные и свободные вихри, во втором случае движение характеризуется потенциалом скоростей; общим для обеих проблем является только появление сопротивления в идеальной среде. Соответственно этому и законы сопротивления являются различными“.

Наблюдения, проведенные автором этой книги совместно с инж. Н. С. Володиным и инж. К. П. Харитоновым в 1932—1933 г. в Научно-исследовательском институте военного кораблестроения,¹ за поведением потока позади глсссирующих плоских и килеватых пластин, а также за глсссерами в натуральную величину, подтверждают точку зрения Вейнблума: свободных вихрей за глсссирующим телом не возникает; вода оттекает лишь вниз и в стороны, сбегает по касательной с днища и за кормой приходит в волновое движение.

В 1932 г. была опубликована теория Н. А. Соколова² (ЦАГИ), относящаяся к движению твердого тела в плоском потоке на границе двух жидких средин. В результате своих рассуждений Н. А. Соколов приходит к теореме проф. Н. Е. Жуковского о подъемной силе крыла. Для частного случая движения полупогруженной плоской пластинки Н. А. Соколов получает формулы, определяющие силы воздействия жидкости на пластинку, аэромеханического типа:

$$R = c_p R v^2.$$

Числовые значения коэффициента c определяются опытным путем. Обработка результатов опытов Зотторфа позволила найти величины этого коэффициента для плоских пластин конечной ширины и дать удобный в практическом отношении способ расчета.

Попытка теоретиков определить силу гидродинамического сопротивления (следовательно и силу поддержания) пластины конечных размеров путем вычисления энергии порождаемого при глсссировании волнового движения в настоящее время еще не разрешила вопроса. Сторонники „авиационной теории глсссирования“, которая, может быть, является неправильной по своему существу, все-таки сделали больше успехов и применительно к некоторым случаям дали расчетные формулы для глсссеров конечной ширины.

Совершенно независимо от обоих направлений теории глсссирования стоит теория проф. Г. Е. Павленко 1932 г.³ Эта теория основана на допущении, которое вводит и Вагнер в теорию удара, что воздействие жидкости на твердое тело, движущееся по ее поверхности, является результатом преодоления инерционных сопротивлений со стороны жидкости. Для случая плоского днища теория Г. Е. Павленко приводит к исключительно простым формулам,

¹ К. Косоуров, Н. Володин, К. Харитонов, Исследование явлений гидроглсссирования. Сборник НИВК, № 2, Ленинград, 1934 г.

² Н. А. Соколов, Материалы по гидродинамическому расчету глсссеров и гидросамолетов. ЦАГИ, вып. № 149, 1932.

³ Г. Е. Павленко, Основы теории глсссирования. Труды Н.-иссл. аэронинститута, Ленинград, 1932.

вычисление по которым дает для определенного диапазона отношений длины к ширине достаточно хорошее совпадение с экспериментом.

Наконец, следует указать на ряд двухмерных задач по глссированию, решенных работниками ЦАГИ при помощи метода конформных преобразований. К сожалению, далеко не все задачи к настоящему времени попали в печать, и мы не имеем возможности ознакомить читателя с их содержанием. Так например, Р. Янпольский и М. Гуревич,¹ рассматривая движение пластины, глссирующей по поверхности идеальной и невесомой жидкости в предположении установившегося потенциального потока (рис. 161), вывели следующую формулу давления на пластину:

$$N = \frac{\pi \rho l v^2}{\pi + \frac{2}{\sin \alpha} + 2 \operatorname{tg} \alpha \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}, \quad (13)$$

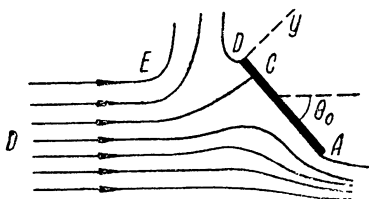


Рис. 161. Картина обтекания пластинки, глссирующей по поверхности идеальной невесомой жидкости в установившемся потенциальном потоке

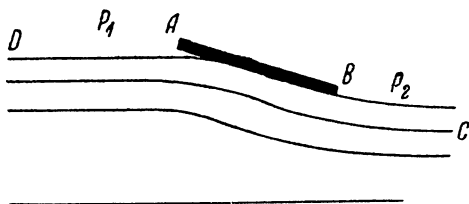


Рис. 162. Картина обтекания пластины с плавным подтеканием жидкости и с учетом влияния дна

которая для малых α может быть упрощена:

$$N \approx \frac{\pi \rho}{2} \alpha l v^2.$$

Ими же рассмотрены еще два случая: 1) глссирующая пластина с плавным подтеканием жидкости и с учетом влияния дна (рис. 162) и 2) глссирующая пластина с отбрасываемой вперед струей жидкости и с застойной областью жидкости постоянного давления, ограниченной раздвоенной линией тока.

Перечисленные здесь в весьма кратком виде основные теории глссирования, различные по своей идее, говорят о том, что сейчас проблема глссирования еще не получила своего определенного разрешения, как например — теория крыла конечного размаха.

§ 3. Теория проф. Г. Е. Павленко

Пусть ABC (рис. 163) представляет собой поверхность глссера, находящегося в равновесии на воде и сначала не имеющего скорости. Считаем заднюю стенку вертикальной, а днище AB — в об-

¹ Р. Янпольский и М. Гуревич, Движение глссирующей пластины, Техн. бюлл. Бюро ИТС и Авио НИТО ЭГО ЦАГИ, № 1, 1933, а также „Техника воздушного флота“, № 10, 1933.

щем случае — криволинейным двоякой кривизны. Пока скорость глйсера равна нулю, сила реакции воды сводится лишь к силе гидростатического поддержания A_c , причем в состав этой силы войдут только давления на днище, так как силы давления на поверхность BC вертикальной составляющей не имеют. Абсцисса точки приложения силы поддержания определяется только давлениями по поверхности AB и может быть найдена по законам гидростатики.

Горизонтальная составляющая R_c сил давления по поверхности должна быть равна и противоположна равнодействующей сил давления на поверхность CB . Приведем теперь глйссер в движение в направлении, показанном стрелкой, с такой минимальной скоростью, чтобы вызвать только отрыв воды от стенки BC . Так как скорость мала, то динамические давления будут незначительны и основными силами явятся попрежнему силы гидростатического происхождения. Если пренебрегать деформацией свободной поверхности воды в носовой части глйсера и считать диферент и осадку глйсера постоянными, силу A_c при движении следует считать рав-

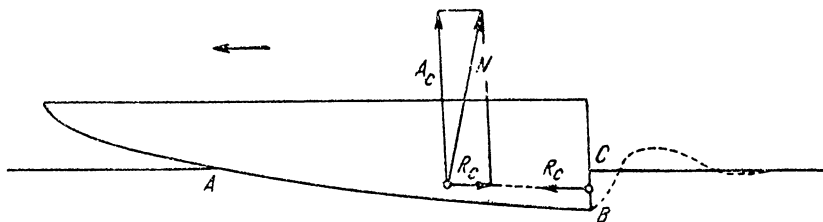


Рис. 163. Схема действия гидростатических сил при глйссировании

ной этой же силе в состоянии покоя. Что касается сопротивления, то последнее станет равным R_c , так как давление на стенку BC будет отсутствовать. Сила R_c есть сила гидростатического сопротивления.

При дальнейшем увеличении скорости начнут возрастать силы динамического давления, которые на больших скоростях приобретут доминирующее значение; относительная величина гидростатических сил будет невелика и их влиянием в некоторых случаях можно пренебречь.

Возникновение динамических давлений на поверхности AB является следствием преодоления инерции масс воды, которые при движении глйсера отесняются вниз и в стороны со скоростью тем большей, чем больше скорость движения глйсера и чем больше углы атаки поверхности AB .

Вычислив силу динамического давления на элементарном участке днища, путем интегрирования мы можем найти давление по всей поверхности AB и, следовательно, силы гидродинамического поддержания A и гидродинамического сопротивления W . Прибавляя к этим силам архимедову силу, определение которой никаких затруднений не представляет, мы получим величину полной подъемной силы, точку ее приложения и величину сопротивления в идеальной жидкости. Чтобы перейти затем к движению в вязкой среде, стоит

только добавить силы трения, вычисленные каким-либо иным способом.

Существование у интересующих нас форм тел продольной плоскости симметрии в значительной степени облегчает задачу определения динамических сил; все горизонтальные поперечные составляющие давлений, действующих в любом поперечном сечении, взаимно уничтожаются, и результирующая этих давлений лежит в диаметральной плоскости. Поэтому представляется возможным не интересоваться распределением давлений по ширине и разделить днище на бесконечно-малые поперечные полоски, простирающиеся до границ глissирующей поверхности.

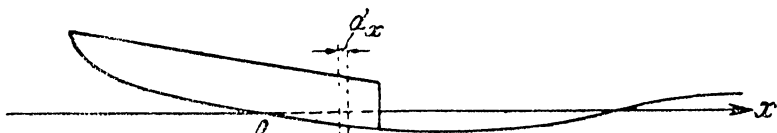


Рис. 164

Выделим двумя вертикально-поперечными плоскостями, отстоящими друг от друга на расстоянии dx , полоску днища (рис. 164) и введем следующие обозначения:

v — скорость поступательного движения глissера вдоль оси,

$b(x)$ — переменная по оси OX ширина глissирующей поверхности,

$s(x)$ — переменная по оси OX площадь погруженной части шпангоута,

$\tau(x) = \frac{s}{b}$ — средняя осадка в сечении x ,

$\alpha(x) = \frac{d\tau}{dx}$ — средний тангенс угла наклона, составляемого поверхностью днища с направлением движения в сечении x ,
 $w(x) = v\alpha$ — средняя скорость вертикального смещения поверхности при прохождении сечения x через рассматриваемую неподвижную точку пространства.

Инерцию воды, противодействующую вертикальному смещению поверхности при прохождении сечения x через рассматриваемую точку пространства, Г. Е. Павленко выражает при помощи виртуальной массы, приходящейся на единицу длины по оси OX ; величина виртуальной массы зависит от формы и размеров поперечного сечения x . Виртуальная масса есть такая фиктивная масса, которая заменяет собою инерцию жидкости, приводимой телом в движение. Применением виртуальной массы пользуются В. Пабсти и Г. Вагнер в своих исследованиях по определению сил, действующих на тело при его падении на поверхность воды. Так как скорость w погружения днища глissера и скорость при падении тела в указанных выше исследованиях физически идентичны, реакция воды при глissировании является как бы результатом непрерывного удара днища (непрерывно действующего импульса). В этой части теория глissирования Г. Павленко и теория удара имеют общие точки соприкосновения.

Обозначим виртуальную массу, приходящуюся на длину dx через $m(x) dx$. На основании закона количества движения вертикальная составляющая силы динамических давлений, приложенной в сечении x , будет:

$$dA = \frac{dmw}{dt} dx.$$

Интегрируя по длине смоченной поверхности дна от 0 до l , найдем полную подъемную силу динамических давлений поверхности:

$$A = \int_0^l \frac{dmw}{dt} dx.$$

Выразим t через x :

$$x = vt, \quad dt = \frac{dx}{v};$$

после этого получаем:

$$A = v \int_0^l \frac{dmw}{dx} dx = v \cdot m(l) \cdot w(l). \quad (14)$$

Выражаем скорость w через v при помощи зависимости:

$$w(l) = v \cdot \alpha(l),$$

что дает возможность переписать формулу (14) в таком виде:

$$A = v^2 m(l) \cdot \alpha(l). \quad (14')$$

Формула (14') показывает, что: 1) динамическая подъемная сила не зависит от длины и формы всей глассирующей поверхности, 2) эта сила определяется лишь шириной и формой реданного сечения и углами наклона, составляемыми поверхностью в реданном сечении с направлением движения, 3) сила A изменяется пропорционально квадрату скорости движения.

Найдем теперь абсциссу x_0 точки приложения силы A .

Момент силы, приложенной в сечении x , относительно начала координат O равен:

$$x dA = x \frac{dmw}{dt} dx,$$

а полный момент равен:

$$x_0 A = \int_0^l x \frac{dmw}{dt} dx,$$

откуда, вводя прежнюю замену переменной t через x , будем иметь:

$$x_0 A = v \int_0^l x \frac{dmw}{dx} dx.$$

Производим интегрирование по частям:

$$\begin{aligned} x_0 A &= v l m(l) \cdot w(l) - v \int_0^l m(x) w(x) dx = \\ &= v^2 l m(l) \cdot \alpha(l) - v^2 \int_0^l m(x) \alpha(x) dx = A l - v^2 \int_0^l m(x) \alpha(x) dx, \end{aligned}$$

откуда

$$x_0 = \frac{A l - v^2 \int_0^l m(x) \alpha(x) dx}{A} = l - \frac{\int_0^l m(x) \alpha(x) dx}{m(l) \alpha(l)}, \quad (15)$$

или, отсчитывая центр давлений от редана:

$$l - x_0 = \frac{\int_0^l m(x) \alpha(x) dx}{m(l) \alpha(l)}. \quad (15')$$

Из формул (15) и (15') видно, что *положение центра давления силы A определяется формой всей глissiрующей поверхности*.

Принимая угол атаки α по ширине днища постоянным, напомним выражение элементарной силы гидродинамического сопротивления в поперечном сечении x :

$$dW = \alpha dA.$$

Подставляем вместо dA его прежнее значение:

$$dW = \alpha \frac{dmw}{dt} dx = \alpha v \frac{dmw}{dx} dx$$

и для полной величины гидродинамического сопротивления получаем:

$$W = v \int_0^l \alpha \frac{dmw}{dx} dx = v^2 \int_0^l \alpha \frac{d\alpha}{dx} dx. \quad (16)$$

Интеграл, входящий в формулу (16), содержит величины, которые зависят только от размеров, формы и положения глissiрующей поверхности и не зависят от скорости. Это приводит к следующим выводам: 1) *динамическое сопротивление зависит не только от формы и наклона поверхности у редана, но и от изменения этой формы на протяжении всей поверхности*, 2) *динамическое сопротивление изменяется пропорционально квадрату скорости движения*.

В § 1 гл. III было доказано, что вертикальная составляющая силы гидростатического давления dP_z , действующего на элементарную площадку $d\omega$, равняется

$$dP_z = p_z dx dy = \gamma z dx dy,$$

где $dx dy$ есть проекция этой площадки на свободную горизонтальную поверхность (воды), а z — глубина погружения этой площадки под свободную поверхность.

Сила гидростатического поддержания, приходящаяся на элементарную полоску, равна:

$$dA_c = \gamma \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} z \, dx \, dy = \gamma S \, dx,$$

а полная величина этой силы равна:

$$A_c = \gamma \int_0^l S \, dx = \gamma V, \quad (17)$$

где V — объем, ограниченный поверхностью и горизонтом воды.

Абсцисса силы гидростатического поддержания дается известной формулой:

$$x'_0 = \frac{\int_0^l x S \, dx}{\int_0^l S \, dx}. \quad (18)$$

Гидростатическое сопротивление равно:

$$R_c = \gamma \int_0^l \alpha S \, dx. \quad (19)$$

При одновременном учете динамических и статических сил получаем следующую формулу для полной подъемной силы:

$$A_0 = v^2 m(l) \alpha(l) + \gamma V, \quad (20)$$

причем абсцисса точки ее приложения на основании теоремы моментов такова:

$$X_0 = \frac{v^2 l \cdot m(l) \cdot \alpha(l) - v^2 \int_0^l m(x) \alpha(x) \, dx + \gamma \int_0^l x S(x) \, dx}{v^2 m(l) \cdot \alpha(l) + \gamma V}, \quad (21)$$

для полной силы сопротивления (без учета трения) получаем:

$$R_0 = v^2 \int_0^l \alpha(x) \frac{d[m(x) \alpha(x)]}{dx} \, dx + \gamma \int_0^l \alpha(x) S(x) \, dx. \quad (22)$$

Чтобы формулы (20), (21) и (22) сделать годными для практического применения, следует подставить в них выражения виртуальной массы.

При движении тела в безграничной идеальной жидкости с потенциалом скоростей оно не будет испытывать со стороны жидкости никакого сопротивления до тех пор, пока скорость движения сохраняется постоянной. Всякое изменение скорости движения сопровождается изменением кинетической энергии, на кото-

рое затрачивается работа преодоления возникающих при этом сил, действующих на тело. Так как силы зависят от величины ускорения, то они аналогичны силам инерции некоторой массы, присоединенной к телу.

Вертикальные скорости w частиц воды при движении глissера изменяются от нуля до своего наибольшего значения вблизи корпуса глissера и образуют по его бокам веерообразные струи (рис. 165). Если пренебречь отклонением этих скоростей от вертикали у свободной поверхности, то картина движения воды будет аналогична картине нижней половины потока для такого тела, поперечное сечение которого может быть получено дублированием поперечного сечения погруженной части глissера по способу зеркального изображения (рис. 166); поэтому кинетическая энергия в случае глissера может быть принята равной половине кинетической энергии в случае тела, движущегося в безграничной среде.

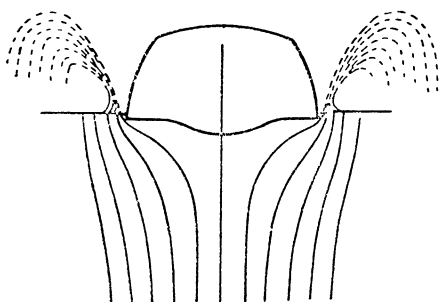


Рис. 165

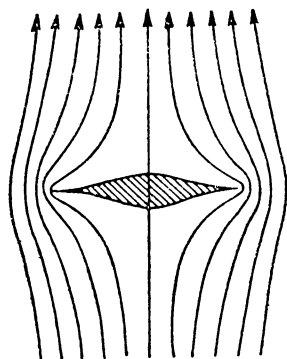


Рис. 166

Представим, что движущееся в безграничной среде тело есть плоская пластинка шириной b и длиной, равной бесконечности; пусть пластинка движется в направлении, перпендикулярном к своей плоскости, со скоростью w .

Теоретическая гидродинамика дает выражение кинетической энергии T жидкости в виде:

$$T = \frac{\pi \rho}{8} b^2 w^2. \quad (23)$$

Длина пластинки в формуле (23) принята равной единице. Кинетическая энергия половины потока равна:

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi \rho}{16} b^2 w^2$$

и может быть представлена как живая сила виртуальной массы m :

$$\frac{T}{2} = \frac{m w^2}{2},$$

откуда

$$m = \frac{\pi \rho}{8} b^2. \quad (24)$$

Формула (24) дает теоретически точное выражение виртуальной массы не только для плоской глсссирующей поверхности, но и для случая сечений, имеющих форму эллипса с поперечной осью b , в том числе для круга с диаметром b .

Поперечная килеватость глсссирующей поверхности в форме двугранного угла уменьшает виртуальную массу в незначительной степени и для углов β килеватости, при которых $\operatorname{tg} \beta \leq 0,1$, может не приниматься в расчет.

При больших углах килеватости виртуальная масса получается меньше единицы и вычисляется аналогичным решением задачи кинетической энергии движения жидкости, обтекающей призму ромбического сечения по направлению диагонали ромба (рис. 167).

В этом случае

$$m = \xi \frac{\pi \rho}{8} b^2, \quad (24')$$

причем ξ берется из диаграммы на рис. 167 а.

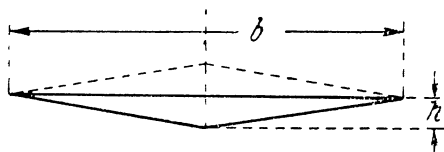


Рис. 167

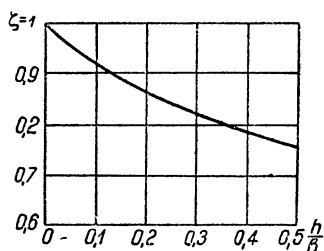


Рис. 167а Кривая коэффициента уменьшения ξ виртуальной массы в зависимости от килеватости днища $\frac{h}{b}$

Влияние погружения h (рис. 168) скуловых кромок на величину виртуальной массы учитывается коэффициентом $\eta > 1$:

$$m = \eta \frac{\pi \rho}{8} b^2, \quad (24'')$$

где $\eta = f\left(\frac{h}{b}\right)$ берется из диаграммы 168 а.

В действительности уменьшение виртуальной массы, как показывают опыты с килеватыми пластинками, происходит более интенсивно, чем это получается по теории. Некоторое расхождение опыта с теорией объясняется в известной степени тем, что в теории не принимается во внимание продольное перетекание воды. Это расхождение подмечает и сам автор теории глсссирования: „... величина виртуальной массы в нашем рассмотрении получается больше действительной вследствие неприятия во внимание продольного перетекания воды...“, и далее: „применение коэффициентов ξ и η в количественном расчете было бы целесообразно только в том случае, если бы мы имели возможность... учитывать также влияние конечного отношения ширины к длине глсссирующей поверхности, определяющее размеры продольного перетекания жидкости и влекущее уменьшение виртуальной массы“.

Подставляя выражение виртуальной массы (24) в формулы (20)—(22), окончательно получаем:¹

$$A_0 = \frac{\pi\rho}{8} b_0^2 \alpha_0 v^2 + \gamma V, \quad (25)$$

$$X_0 = \frac{\frac{\pi\rho}{8} l b_0^2 \alpha_0 v^2 - \frac{\pi\rho}{8} v^2 \int_0^l b^2 \alpha \, dx + \gamma \int_0^l x s \, dx}{\frac{\pi\rho}{8} b_0^2 \alpha_0 v^2 + \gamma V}, \quad (26)$$

$$R_0 = \frac{\pi\rho}{8} v^2 \int_0^l \alpha \frac{d(b^2 \alpha)}{dx} dx + \gamma \int_0^l \alpha s \, dx. \quad (27)$$

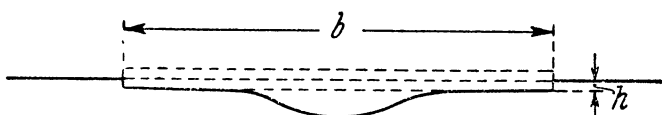


Рис. 168

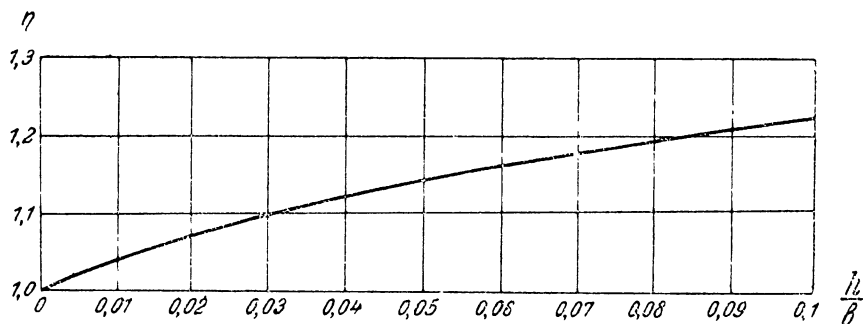


Рис. 168 а. Кривая коэффициента увеличения η виртуальной массы в зависимости от относительного погружения $\frac{h}{b}$

Для определения искомых значений A_0 , X_0 и R_0 необходимо знать распределение по длине поверхности величин $b(x)$, $s(x)$ и $\alpha(x)$, которые позволяют, в свою очередь, определить, подинтегральные функции $b^2 \alpha$; $x s$; $\alpha \frac{d(b^2 \alpha)}{dx}$ и αs и взять интегралы:

$$\int_0^l b^2 \alpha \, dx, \int_0^l x s \, dx, \int_0^l \alpha \frac{d(b^2 \alpha)}{dx} dx, \int_0^l \alpha s \, dx$$

одним из приближенных способов, изложенных в гл. II.

¹ Значком $_0$ отмечены частные значения переменных при $x = l$ (т. е. на редане).

Для частного случая плоской пластины постоянной ширины формулы (25) — (27) приобретают весьма простой вид:

$$A_0 = \frac{\pi\rho}{8} b^2 \alpha v^2 + \frac{1}{2} \gamma l^2 b \alpha, \quad (25')$$

$$X_0 = \frac{2}{3} \frac{l}{1 + \frac{\pi}{4} \frac{b}{l} \frac{v^2}{g l}}, \quad (26')$$

$$R_0 = \frac{\pi\rho}{8} b^2 \alpha^2 v^2 + \frac{1}{2} \gamma l^2 b \alpha^2. \quad (27')$$

Сравним теперь выражение гидродинамического сопротивления по только что изложенной теории глссирования с выражением сопротивления, найденного для случая плоско-параллельного потока. Имеем:

$$W = \frac{\pi\rho}{8} b^2 \alpha^2 v^2,$$

$$W = \frac{\rho}{4g} b \alpha^2 v^4.$$

Сравнение формул показывает, что в обоих случаях гидродинамическое сопротивление W прямо пропорционально плотности жидкости и квадрату угла атаки α .

Если перейти от пластины конечной ширины к пластине бесконечного размера, то зависимость сопротивления W от ширины изменяется от пропорциональности второй степени на пропорциональность первой степени. Правильность этого изменения подтверждается особенно наглядно опытными исследованиями Пабста по определению величины виртуальной массы m для пластинок конечных размеров. На основании опытов с поступательно-колеблющимися пластинами Пабст предложил следующую формулу:

$$m = \frac{\pi\rho}{8} \frac{b^2 l^2}{\sqrt{b^2 + l^2}} \left[1 - 0,425 \frac{b l}{b^2 + l^2} \right].$$

При малой ширине b выражение в скобках мало отличается от единицы, и в этом случае виртуальная масса получается:

$$m = \frac{\pi\rho}{8} b^2 l,$$

куда входит ширина пластины в квадрате.

В случае очень большого b (теоретически — бесконечно-большого) множитель в скобках попрежнему стремится к единице, и формула Пабста принимает вид:

$$m = \frac{\pi\rho}{8} b l^2,$$

в которую ширина входит в первой степени.

В формуле для пластинки конечной ширины показатель степени при скорости равен двум, в то время как для пластинки бесконечного размаха этот показатель равен четырем. „Указанное изменение, — говорит проф. Г. Павленко, — становится совершенно понятным, если принять во внимание, что в первом случае мы имеем

дело с силами инерционного характера, а во втором с силами гравитационного характера (связанные с возникновением волнообразования). Это же изменение вытекает и из соображений о размерностях*.

Проф. Г. Е. Павленко исследовано также влияние профиля глессирующей поверхности на сопротивление. Не приводя промежуточных выкладок, мы даем лишь окончательный вид формулы гидродинамического сопротивления для пластины постоянной ширины, имеющей форму цилиндрической поверхности с образующей, перпендикулярной к продольной плоскости симметрии:

$$W = \frac{\pi \rho}{8} b^2 v^2 \left[\frac{\alpha_1^2 + \alpha_0^2}{2} \right], \quad (28)$$

где α_1 — угол наклона касательной к днищу с поверхностью воды в крайней носовой точке, α_0 — угол наклона этой же касательной на редане.

Формула (28) показывает, что гидродинамическое сопротивление состоит из двух частей:

$$W_1 = \frac{\pi \rho}{16} b^2 \alpha_1^2 v^2 \quad \text{и} \quad W_2 = \frac{\pi \rho}{16} b^2 \alpha_0^2 v^2,$$

из которых первая по физическому смыслу зависит от потерь при входе на переднюю часть днища, а другая — от потерь при выходе с кормовой кромки. Теоретически потери W_1 от входа могут быть сделаны путем уменьшения α_1 сколь угодно малыми.

Потери от выхода W_2 получаются вследствие сообщения виртуальной массе вертикальных скоростей w и при ограниченной ширине b пластины и заданной нагрузке неизбежны. Ежесекундно приводимая в вертикальное движение масса

$$mv = \frac{\pi \rho}{8} b^2 v$$

определяет расход кинетической энергии:

$$\frac{1}{2} (mv) w^2 = \frac{\pi \rho}{16} b^2 v (v \alpha_0)^2 = \frac{\pi \rho}{16} b^2 v^3 \alpha_0^2,$$

который должен быть равен ежесекундной работе на преодоление сопротивления W_2 :

$$W_2 v = \frac{\pi \rho}{16} b^2 v^3 \alpha_0^2,$$

откуда

$$W_2 = \frac{\pi \rho}{16} b^2 v^2 \alpha_0^2,$$

что совпадает с полученным ранее выражением для W_2 .

Сопротивление W_2 представляет известную аналогию индуктивному сопротивлению крыла, „хотя механизм потерь в том и другом случае совершенно различен“.

Для прямоугольной пластинки $\alpha_1 = \alpha_0$ и $W_1 = W_2$, следовательно $W = 2W_2$, т. е. плоская пластинка обладает динамическим сопротивлением вдвое большим, чем теоретически неизбежное, и не является теоретически наивыгоднейшей формой днища.

Практически поверхность с безударным входом ($\alpha_1 = 0$) „вероятно не окажется наивыгоднейшей, так как увеличение ее длины сопровождается возрастанием сопротивления трения. Но можно ожидать, что будет существовать некоторый угол α , при котором сумма всех частей сопротивления окажется наименьшей, и настоящее исследование показывает, в каком направлении искать этот наивыгоднейший угол“.

Теория Г. Павленко, объясняя механизм глассирования, отличается, как видно из всего изложенного, большой простотой и дает в итоге весьма несложные формулы; порядок величины сил, вычисленных по этой теории для $\frac{l}{b} > 0,6$, достаточно хорошо со-

гласуется с опытами. Конечно, на формулы Г. Павленко нельзя смотреть как на формулы, пригодные для непосредственных целей практики. Влияние продольного перетекания воды, торможение потока в области днища и сложность явлений трения заставляют обращаться в каждом конкретном случае к опытным исследованиям и вводить коррективы в виде опытных коэффициентов анало-

логично тому, как это имеет место в гидравлике и экспериментальной аэродинамике.

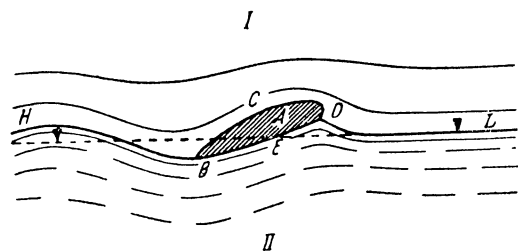


Рис. 169

§ 4. Теория Н. А. Соколова

Н. А. Соколов рассматривает движение твердого тела на границе двух тяжелых жидкостей в плоском потенциальном потоке

и дает общие формулы воздействия среды для тела произвольных очертаний. В частном случае движения тела в однородной, невесомой и несжимаемой жидкости Н. А. Соколов приходит к теореме проф. Н. Е. Жуковского о подъемной силе крыла.

Применяя в дальнейшем результаты своих теоретических построений к движению полупогруженной пластинки и ограничиваясь определением сил лишь со стороны одной жидкости (воды), Н. А. Соколов получает обычные в аэродинамике формулы с безразмерными коэффициентами, которые являются функциями относительного торможения потока и угла атаки. Влияние конечного размаха автор этой теории не учитывается в аналитической форме; эта поправка на конечный размах определяется на основании опытных данных но систематическим испытаниям плоских пластин, проведенным в 1929 г. Зотторфом в Гамбургском бассейне.

Пусть твердое тело A движется поступательно с постоянной скоростью v_0 на границе двух тяжелых несжимаемых жидкостей, плотности которых равны ρ_1 и ρ_2 (рис. 169). Оба потока I и II обладают потенциалом скоростей, имеют установившееся движение и обтекают тело A без срыва струй, причем поток I омывает тело по контуру DCB , а поток II —по контуру DEB . Точки D и B являются местом расхождения и смыкания потоков. Поверхность

раздела в относительном движении неподвижна. На поверхности раздела есть разрыв сплошности у первых производных давления по координатам и разрыв скоростей.

Уравнения гидродинамики позволяют определить результирующую давлений от I и II потоков и затем найти суммарную силу, действующую на тело при его движении.

Направим ось X по поверхности раздела жидкостей в невозмущенном состоянии в сторону движения тела и ось Y — вертикально вверх.

Давление p потока II в любой точке контура DEB определяется интегралом Бернулли-Эйлера:

$$p = C - \frac{\rho v^2}{2} - \gamma y. \quad (29)$$

Компоненты давления для элементарного контура ds по координатным осям будут равны:

$$\text{по оси } X \dots (-C + \frac{\rho v^2}{2} + \gamma y) dy$$

$$\text{по оси } Y \dots (C - \frac{\rho v^2}{2} - \gamma y) dx.$$

Производя интегрирование по контуру BED , найдем компоненты давлений равнодействующей силы P со стороны потока II . Обозначая эти компоненты через X_2 и Y_2 , получим:

$$X_2 = -C \int_{BED} dy + \gamma_2 \int_{BED} y dy + \frac{\rho_2}{2} \int_{BED} v^2 dy, \quad (30)$$

$$Y_2 = C \int_{BED} dx - \gamma_2 \int_{BED} y dx - \frac{\rho_2}{2} \int_{BED} v^2 dx. \quad (31)$$

Постоянная C находится по (29) из условий для бесконечности ($y=0$; $v=v_0$; $p=p_0$):

$$C = p_0 + \frac{\rho v_0^2}{2}.$$

Считаем, что в области II поток определяется комплексным потенциалом

$$w_2 = \varphi_2 + i\psi_2,$$

где φ_2 — потенциал скоростей, ψ_2 — функция тока.

Потенциальную функцию скорости Н. А. Соколов принимает в форме, предложенной Н. Е. Жуковским ¹ для потока, обтекающего крыло:

$$\varphi = -v_0 x + f, \quad (32)$$

причем f удовлетворяет уравнению Лапласа, а производные f по координатам на бесконечном удалении от тела

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

¹ См., например, проф. Н. Е. Жуковский, Теоретические основы воздухоплавания и авиации. Издание второе под ред. В. П. Ветчинкина и Н. Г. Ченцова. Г. Т. И., 1925, стр. 136.

Так как линия BED есть линия тока, то для нее

$$\psi = \text{const}, \quad d\psi = 0. \quad (*)$$

Но с другой стороны:

$$d\psi = v_x dy - v_y dx,$$

или, выражая v_x и v_y через производные потенциала скоростей (32) по координатам:

$$d\psi = \left(-v_0 + \frac{\partial f}{\partial x}\right) dy - \frac{\partial f}{\partial y} dx;$$

для контура BED будем иметь:

$$\left(-v_0 + \frac{\partial f}{\partial x}\right) dy - \frac{\partial f}{\partial y} dx = 0.$$

Интеграл от функции тока ψ по контуру BED в силу условия (*) равен нулю; поэтому если к X_2 прибавить

$$-\rho_2 \int_{BED} \frac{\partial f}{\partial x} d\psi, \quad (**)$$

а к Y_2 прибавить

$$-\rho_2 \int_{BED} \frac{\partial f}{\partial y} d\psi, \quad (***)$$

то выражения (30) и (31) не изменятся.

Преобразовываем выражения (**) и (***):

$$-\rho_2 \int_{BED} \frac{\partial f}{\partial x} d\psi = \frac{\rho_2}{2} \int_{BED} \left[2v_0 \frac{\partial f}{\partial x} dy - 2 \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 dy + 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} dx \right],$$

$$-\rho_2 \int_{BED} \frac{\partial f}{\partial y} d\psi = \frac{\rho_2}{2} \int_{BED} \left[2v_0 \frac{\partial f}{\partial y} dy + 2 \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 dx - 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} dy \right].$$

Скорость потока v определяется по ее компонентам на координатные оси:

$$\begin{aligned} v^2 &= v_x^2 + v_y^2 = \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 = \left(-v_0 + \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 = \\ &= v_0^2 - 2v_0 \frac{\partial f}{\partial x} + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2. \end{aligned} \quad (****)$$

В итоге получаем

$$\begin{aligned} X_2 &= - \left(p_0 + \frac{\rho_2 v_0^2}{2} \right) \int_{BED} dy + \gamma_2 \int_{BED} y dy + \\ &+ \frac{\rho_2}{2} \int_{BED} \left[v_0^2 - 2v_0 \frac{\partial f}{\partial x} + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right] dy = -p_0 \int_{BED} dy + \gamma_2 \int_{BED} y dy - \\ &- \frac{\rho_2}{2} \int_{BED} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 dy - \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 dy - 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} dx \right]; \end{aligned} \quad (30')$$

$$\begin{aligned} Y_2 &= p_0 \int_{BED} dx - \gamma_2 \int_{BED} y dx + \frac{\rho_2}{2} \int_{BED} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 dx - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 dx - 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} dy \right] + \\ &+ \rho_2 v_0 \int_{BED} \left[\frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \right]. \end{aligned} \quad (31')$$

Аналогичные выражения можно написать и для жидкости I , стоит только заменить ρ_2 и γ_2 на ρ_1 и γ_1 и контур BED на контур DCB .

Рассмотрим первые интегралы для среды I и II ; сумма этих интегралов, как интегралов по замкнутому контуру $DCBED$, равна нулю:

$$\begin{aligned} p_0 \int_{DCB} dx + p_0 \int_{BED} dx &= 0, \\ p_0 \int_{DCB} dy + p_0 \int_{BED} dy &= 0. \end{aligned} \quad (32)$$

Вторые интегралы представляют собой силы сопротивления и поддержания от гидростатического давления на контуры DCB и BED . Напишем выражения этих сил:

$$\begin{aligned} X_{1c} &= \gamma_1 \int_{DCB} y dy, \\ X_{2c} &= \gamma_2 \int_{BED} y dy, \\ Y_{1c} &= -\gamma_1 \int_{DCB} y dx, \\ Y_{2c} &= -\gamma_2 \int_{BED} y dx. \end{aligned} \quad (33)$$

Введем следующие обозначения (рис. 170): b_0 — проекция контура BED' на вертикальную ось, b_y — проекция контура BED на ту же ось, h_1 — ордината точки D , h_2 — ордината точки B , $F_1 = \text{пл. } B'CDD'B'$, $F_2 = \text{пл. } B'D'EBB'$, $F_3 = \text{пл. } D'DdD'$, $F_4 = \text{пл. } BbB'B$; тогда гидростатические силы можно выразить так:

$$\begin{aligned} X_{1c} &= \gamma_1 \frac{h_1^2 - h_2^2}{2} = \gamma_1 \frac{b_y(2b_0 - b_y)}{2}, \\ X_{2c} &= \gamma_2 \frac{h_2^2 - h_1^2}{2} = -\gamma_2 \frac{b_y(2b_0 - b_y)}{2}, \\ Y_{1c} &= \gamma_1 (F_1 + F_3 - F_4), \\ Y_{2c} &= \gamma_2 (F_2 + F_4 - F_3). \end{aligned} \quad (33')$$

Сила X_{1c} направлена по движению, а сила X_{2c} направлена в противоположную сторону. Их сумма дает величину гидростатического сопротивления. В частном случае, для однородной жидкости, когда $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$,

$$X_c = X_{1c} + X_{2c} = \gamma \frac{h_1^2 - h_2^2}{2} + \gamma \frac{h_2^2 - h_1^2}{2} = 0,$$

$$Y_c = Y_{1c} + Y_{2c} = \gamma (F_1 + F_2) = \gamma F,$$

т. е. сила сопротивления равна нулю, сила же поддержания есть не что иное, как архимедова подъемная сила.

Третьи интегралы для потока II обозначим через $X_{2\phi}$ и $Y_{2\phi}$:

$$\begin{aligned} X_{2\phi} &= -\frac{\rho}{2} \int_{BED} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 dy - \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 dx - 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} dx \right], \\ Y_{2\phi} &= \frac{\rho}{2} \int_{BED} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 dx - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 dy - 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} dy \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

Для потока I будем иметь аналогичные выражения $X_{1\phi}$ и $Y_{1\phi}$, причем равнодействующие суть:

$$\begin{aligned} X_{\phi} &= X_{1\phi} + X_{2\phi}, \\ Y_{\phi} &= Y_{1\phi} + Y_{2\phi}. \end{aligned}$$

За контуры интеграции Н. А. Соколов для жидкости I берет контур $DLWHB$, а для жидкости II — контур $BHVLD$ (рис. 171), в сумме составляющие окружность $LWHV$ бесконечно-большого радиуса с бесконечно-большими ветвями DL и BH ; эти последние лежат на поверхности раздела жидкостей.

Когда жидкость однородна, то не существует ни поверхности

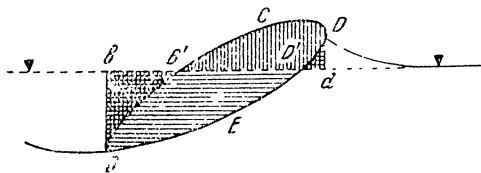


Рис. 170

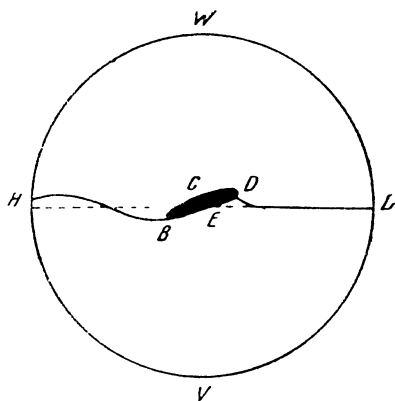


Рис. 171

раздела, ни разрыва сплошности. Заменяем контуры DCB и BED контурами $DLWHB$ и $BHVLD$. Сумма контуров $DCB + BHVLD$ и $BED + DLWHB$ дает два замкнутых контура $DCBHVLD$ и $BEDLWHB$. Но для замкнутых контуров X_{ϕ} и Y_{ϕ} равны нулю, если подинтегральные выражения суть полные дифференциалы от некоторых функций, т. е.:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right] &= -2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \right] &= -2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \right). \end{aligned}$$

После дифференцирования получаем:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) = 0.$$

Но функция f должна по условию удовлетворять уравнению Лапласа; следовательно $X_{\phi} = 0$, и замена контуров DCB и BED контурами $BHVLD$ и $DLWHB$ возможна.

Точно так же можно доказать, что и $Y_\phi = 0$.

Интегрирование выражений (34) по DL и BH в сумме дает нуль, так как порядок обхода этих контуров для областей I и II противоположен.

Интегрирование этих же выражений по кругу $LWHV$ бесконечно-большого радиуса приведет к нулю, так как на бесконечном удалении от тела производные f по координатам равны нулю:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

Таким образом X_ϕ и Y_ϕ по замкнутому контуру тела при движении в однородной жидкости равны нулю.

Наконец, последнее слагаемое выражения (31') для второго потока

$$\rho v_0 \int_{BED} \left[\frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \right] = \rho v_0 \int_{BED} df = Y_{2\Gamma}. \quad (35)$$

Производя интегрирование по контурам $BHVLD$ и $DLWHB$, приходим к теореме Жуковского о подъемной силе крыла

$$Y_\Gamma = \rho v_0 \Gamma, \quad (36)$$

где Γ — циркуляция по любому контуру, охватывающему тело.

Когда потоки имеют различные плотности, соответственно равные ρ_1 и ρ_2 , то существует поверхность раздела и члены X_ϕ и Y_ϕ нулю не равны, так как „волновая поверхность“ сзади движущегося тела не уменьшает амплитуды своих волн... Поэтому скорости дополнительного потока f , даже в бесконечном удалении от движущегося тела, но в достаточной близости от поверхности раздела, в этом случае сохраняют конечное значение“.

Член X_ϕ Н. А. Соколов называет условно „сопротивлением формы“. Этот член представляет гидродинамическое сопротивление в идеальной жидкости.

Для потоков различной плотности

$$Y_\Gamma = Y_{1\Gamma} + Y_{2\Gamma},$$

где

$$Y_{1\Gamma} = \rho_1 v_0 \int_{DCB} df = \rho_1 v_0 \Gamma_1$$

$$Y_{2\Gamma} = \rho_2 v_0 \int_{BED} df = \rho_2 v_0 \Gamma_2.$$

Выражения $Y_{1\Gamma}$ и $Y_{2\Gamma}$ дают величину подъемной силы от циркуляционного эффекта. Теорему Жуковского Н. А. Соколов в этом случае формулирует следующим образом: *при движении тела на поверхности двух жидких средин разной плотности подъемная сила от циркуляционного эффекта равна сумме сил, из которых каждая определяется как произведение циркуляции по смоченному данной жидкостью контуру на плотность данной жидкости и скорость потока в бесконечности.*

Суммируя отдельно горизонтальные и вертикальные силы, в итоге получаем равнодействующие X и Y сил сопротивления и поддержания, возникающих при движении твердого тела на поверхности раздела двух тяжелых невязких жидкостей:

$$X = X_{1c} + X_{2c} + X_{1\phi} + X_{2\phi}, \quad (37)$$

$$Y = Y_{1c} + Y_{2c} + Y_{1\phi} + Y_{2\phi} + Y_{1\Gamma} + Y_{2\Gamma}, \quad (38)$$

где

$$\left. \begin{aligned} X_{1c} &= \gamma_1 \frac{b_y(2b_0 - b_y)}{2} \\ X_{2c} &= -\gamma_2 \frac{b_y(2b_0 - b_y)}{2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{силы гидростатического} \\ \text{сопротивления} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} X_{1\phi} &= -\frac{\rho_1}{2} \int_{DCB} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 dy - \left(\frac{df}{dy} \right)^2 dy - 2 \frac{df}{dx} \frac{df}{dy} dx \right] \\ X_{2\phi} &= -\frac{\rho_2}{2} \int_{BED} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 dy - \left(\frac{df}{dy} \right)^2 dy - 2 \frac{df}{dx} \frac{df}{dy} dx \right] \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{сопротивление} \\ \text{формы (гидродинамическое)} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{1c} &= \gamma_1(F_1 + F_3 - F_4) \\ Y_{2c} &= \gamma_2(F_2 - F_3 + F_4) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{силы гидростатического} \\ \text{поддержания} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{1\phi} &= \frac{\rho_1}{2} \int_{DCB} \left[\left(\frac{df}{dy} \right)^2 dx - \left(\frac{df}{dx} \right)^2 dx - 2 \frac{df}{dx} \frac{df}{dy} dy \right] \\ Y_{2\phi} &= \frac{\rho_2}{2} \int_{BED} \left[\left(\frac{df}{dy} \right)^2 dx - \left(\frac{df}{dx} \right)^2 dx - 2 \frac{df}{dx} \frac{df}{dy} dy \right] \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{подъемные силы от} \\ \text{эффекта „формы“} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{1\Gamma} &= \rho_1 v_0 \Gamma_1 \\ Y_{2\Gamma} &= \rho_2 v_0 \Gamma_2 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{силы от циркуляционного} \\ \text{эффекта} \end{array}$$

В дальнейшем Н. А. Соколов применяет формулы (37) и (38) к случаю движения плоской пластинки на поверхности раздела двух жидкостей (воды и воздуха; рис. 172) и ограничивается расчетом сил, действующих лишь со стороны воды.

Вследствие большого разнообразия форм самолетов и глиссеров силы аэродинамического происхождения целесообразнее и точнее определять в каждом частном случае из опыта в аэродинамической трубе.

Силы гидростатического воздействия воды на пластинку на основании формул (37) и (38) будут равны:

$$X_c = -0,5\gamma l(2l_0 - l) \sin^2 \alpha, \quad (39)$$

$$Y_c = 0,25\gamma l(2l_0 - l) \sin 2\alpha, \quad (40)$$

где γ — абсолютный удельный вес воды, l_0 — длина смоченной части днища от кормовой кромки до горизонта воды, l — полная смоченная длина днища, причем ширина пластины принимается равной единице.

В остальные формулы Н. А. Соколов вводит на участке днища DEB среднюю относительную скорость торможения потока ϵ , опре-

деляемую опытным путем на основании экспериментальных исследований.

Средняя относительная скорость торможения такова:

$$\varepsilon = \frac{v_0 - v}{v} = \left(\frac{\Delta v}{v} \right)_{\text{ср}} = \int_{BED} \frac{\Delta v}{v_0} \frac{dl}{l} \quad (41)$$

и представляет среднее арифметическое из величин $\frac{\Delta v}{v_0}$, взятых по контуру BED . Картина скоростей в некоторой точке контура дана на рис. 173. Из этой фигуры видно, что

$$\frac{\partial f}{\partial x} = v_0 - v \cos \alpha = -v_0 [1 - (1 - \varepsilon) \cos \alpha],$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -v \sin \alpha = -v_0 (1 - \varepsilon) \sin \alpha.$$

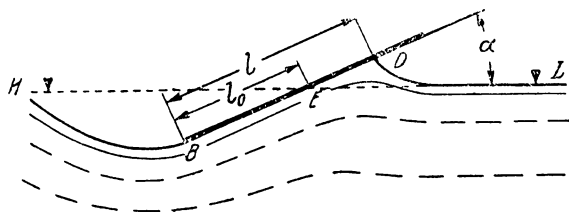


Рис. 172

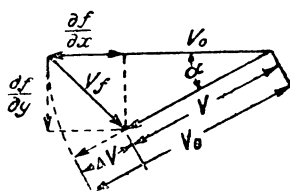


Рис. 173

Подставляя найденные значения $\frac{\partial f}{\partial x}$ и $\frac{\partial f}{\partial y}$ в основные формулы и заменяя интеграл от квадратов относительных скоростей торможения квадратом средней относительной скорости

$$\int_{BED} \left(\frac{\Delta v}{v} \right)^2 \frac{dl}{l} = \left(\frac{\Delta v}{v_0} \right)_{\text{ср}}^2 = \varepsilon^2,$$

что дает практически малую погрешность, получаем:

$$X_\phi = -\varepsilon (2 - \varepsilon) \sin \alpha \frac{\rho}{2} l v_0^2, \quad (42)$$

$$Y_\phi = [\varepsilon (2 - \varepsilon) \cos \alpha - 2 (\cos \alpha + \varepsilon - 1)] \frac{\rho}{2} l v_0^2, \quad (43)$$

$$Y_\Gamma = 2 (\cos \alpha + \varepsilon - 1) \frac{\rho}{2} l v_0^2. \quad (44)$$

Учтем теперь силы трения. Для силы трения, действующей на элементарную поверхность dS , имеем формулу:

$$dR_s = c_s \frac{\rho}{2} v^2 dS, \quad (45)$$

где $c_s = f\left(\frac{v^l}{v}\right)$ — безразмерный коэффициент, определяемый либо из опыта, либо по формулам главы IX; заменяя v через $v_0 - \Delta v$ и интегрируя уравнение (45) по площади, будем иметь:

$$R_s = c_s (1 - \varepsilon)^2 \frac{\rho}{2} S v_0^2. \quad (46)$$

Компоненты силы трения суть:

$$X_s = c_s (1 - \varepsilon)^2 \cos \alpha \frac{\rho}{2} S v_0^2, \quad (47)$$

$$Y_s = -c_s (1 - \varepsilon)^2 \sin \alpha \frac{\rho}{2} S v_0^2. \quad (48)$$

Коэффициент $(1 - \varepsilon)^2$ дает поправку на трение от торможения потока для заданного угла атаки α .

В результате приходим к формулам, относящимся к плоской глissирующей пластине. Полная сила сопротивления складывается: 1) из силы гидростатического сопротивления, 2) из силы сопротивления формы и 3) из силы трения:

$$X_2 = X_c + X_\phi + X_s = -[0,5 \gamma \sin^2 \alpha (2l_0 - l) S + \varepsilon (2 - \varepsilon) \sin \alpha \frac{\rho}{2} S v_0^2 + c_s (1 - \varepsilon)^2 \cos \alpha \frac{\rho}{2} S v_0^2]. \quad (49)$$

Полная подъемная сила представляет собой сумму: 1) гидростатической подъемной силы, 2) подъемной силы от эффекта „формы“ и 3) подъемной силы от циркуляционного эффекта:

$$Y_2 = Y_c + Y_\phi + Y_\Gamma = 0,25 \gamma \sin 2\alpha (2l_0 - l) S + [\varepsilon (2 - \varepsilon) \cos \alpha - 2(\cos \alpha + \varepsilon - 1)] \frac{\rho}{2} S v_0^2 + 2(\cos \alpha + \varepsilon - 1) \frac{\rho}{2} S v_0^2. \quad (50)$$

В последующем силою Y_s пренебрегаем вследствие малости ее.

Найденные силы для плоско-параллельного потока могут быть применены к глissирующей пластинке конечной ширины b . В зависимости от относительной ширины $\frac{b}{l}$ и α коэффициент ε будет изменяться. Эти изменения учитываются Н. А. Соколовым на основании обработки экспериментальных данных Зотторфа.

Н. А. Соколов полагает возможным учесть поправку на конечный размах и теоретическим путем — „введением индуктивного сопротивления от сбегающих с поверхности пластинки вихрей. Это можно было бы сделать, если по аналогии с теорией крыла принять гипотезу П-образных вихрей и считать, что теорема Био-Савара без всяких изменений применима и здесь в случае движения на поверхности раздела двух жидких средин“.

Но вихрей-то при глissировании, как показывают опытные наблюдения, не получается. В этом и состоит спорный пункт всех теорий „циркуляционного“ происхождения.

Компоненты сил гидродинамического воздействия автор теории выражает в дальнейшем при помощи введения безразмерных коэффициентов c_ϕ , c_r , c_y :

$$X_\phi = c_\phi \frac{\rho}{2} S v_0^2, \quad (51)$$

$$X_r = c_r \frac{\rho}{2} S v_0^2, \quad (52)$$

$$Y_2 = Y_\phi + Y_r = c_y \frac{\rho}{2} S v_0^2, \quad (53)$$

т. е. дает обычные аэродинамические формулы, где

$$c_\phi = \varepsilon (2 - \varepsilon) \sin \alpha,$$

$$c_r = c_s (1 - \varepsilon)^2 \cos \alpha,$$

$$c_y = \varepsilon (2 - \varepsilon) \cos \alpha.$$

§ 5. Диаграммы Н. А. Соколова

Диаграммы Н. А. Соколова представляют собой, как было выше упомянуто, обработку опытов Зотторфа¹ над плоскими прямоугольными глиссирующими поверхностями (днищами) и являются средством практического расчета. Основные диаграммы дают зависимость между коэффициентами, углами атаки и удлинением в виде графиков:

- I. $\varepsilon = f_1(\alpha, \lambda)$ рис. 174,
- II. $c_\phi = f_2(\alpha, \lambda)$ рис. 175,
- III. $c_y = f_3(\alpha, \lambda)$ рис. 176,
- IV. $\frac{c_r}{c_s} = f_4(\alpha, \lambda)$ рис. 177,
- V. $\frac{c_y}{\lambda} = f_5(\alpha, \lambda)$ рис. 178,
- VI. $c_m = f_6(\varepsilon)$ рис. 179,
- VII. $\mu = f_7(\alpha, \lambda)$ рис. 180,

где c_m — коэффициент момента, исчисленного относительно задней кромки пластины, $\mu = \frac{1}{k}$ — величина, обратная качеству.

Пользование диаграммами поясним на частном примере. Обычно в число заданных величин входят: 1) вес на воде (водоизмещение), 2) скорость, 3) угол атаки днища и 4) ширина днища.

Найдем величину гидродинамического сопротивления плоскодонного глиссера водоизмещением $D = Y_2 = 1500$ кг, при скорости хода $v_0 = 12$ м/сек и при ширине корпуса $b = 2$ м; угол атаки днища α принимаем равным 4° , поскольку этот угол лежит в диапазоне углов наилучшего качества (рис. 180).

¹ W. Sottorf, Versuche mit Gleitflächen. WRH, H. 21, XI — 1929.

Прежде всего определяем удлинение λ как параметр, входящий во все основные диаграммы. Множим выражение (53) на λ ; тогда будем иметь:

$$D\lambda = c_y \frac{\rho}{2} b^2 v_0^2,$$

откуда

$$\frac{c_y}{\lambda} = \frac{D}{\frac{\rho}{2} b^2 v_0^2}.$$

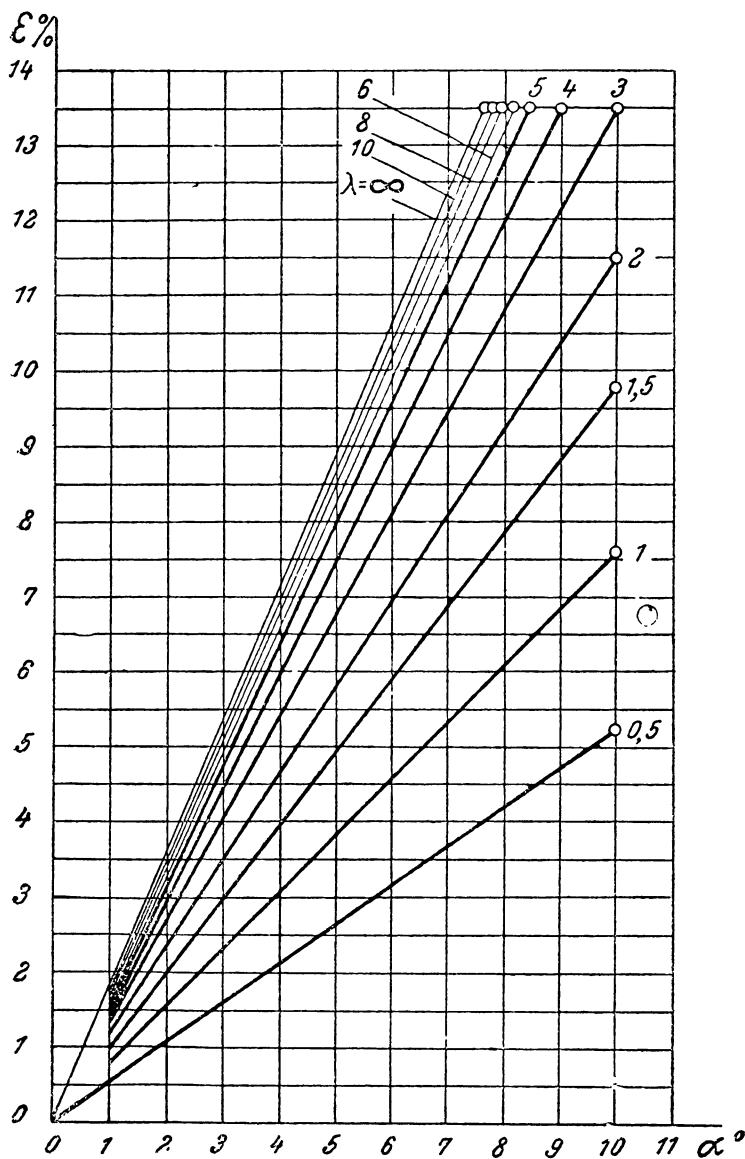


Рис. 174. Диаграмма значений коэффициента относительного торможения ϵ в зависимости от α и λ . Кривая I

В нашем примере (см. диаграмму V, рис. 178):

$$\frac{c_y}{\lambda} = \frac{1500}{\frac{102,4}{2} \cdot 2^2 \cdot 12^2} = 0,051.$$

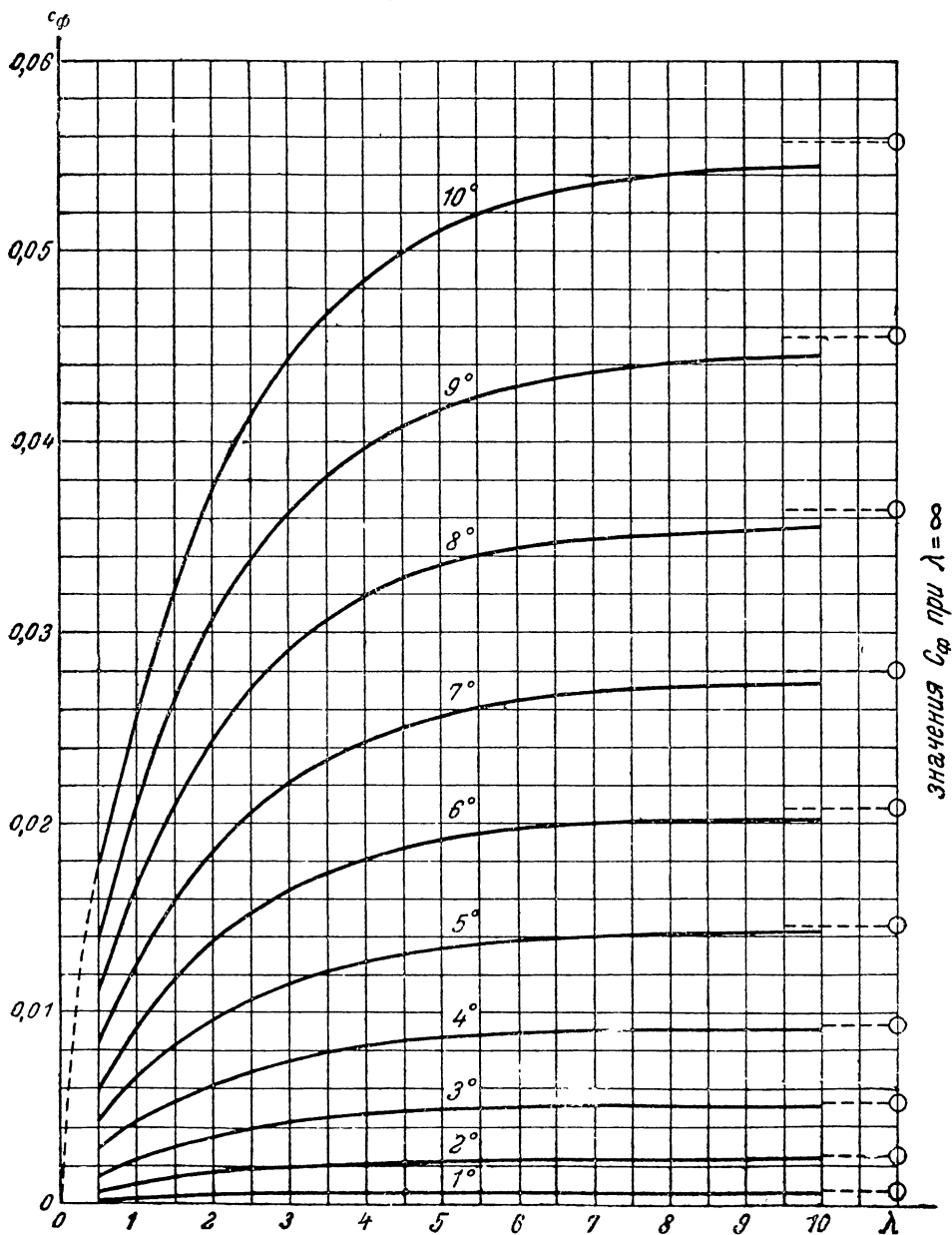


Рис. 175. Диаграмма значений коэффициента сопротивления формы c_ϕ в зависимости от α и λ . Кривая II

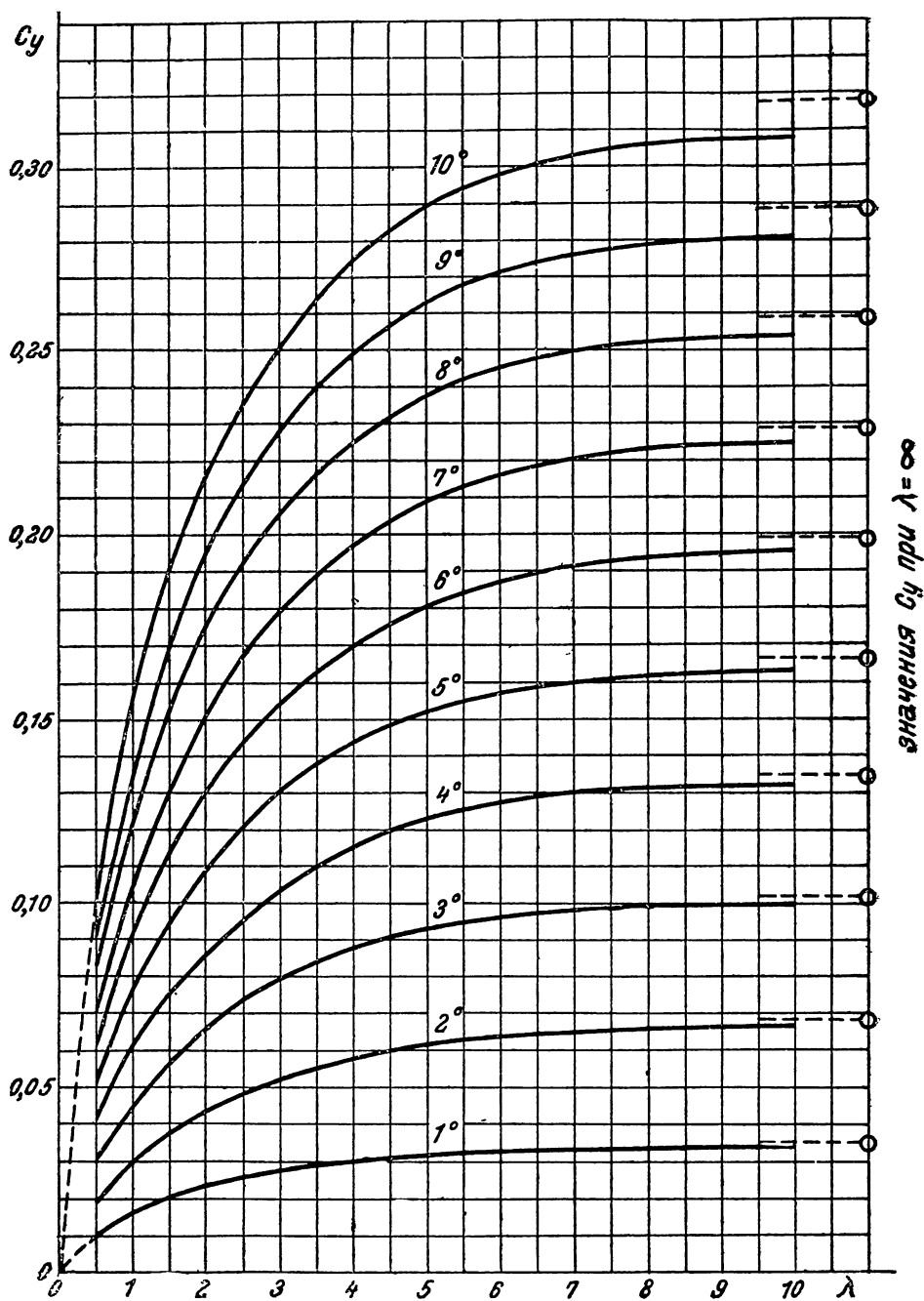


Рис. 176. Диаграмма значений коэффициента гидродинамического поддержания ϵ_y в зависимости от α и λ . Кривая III

Из этой диаграммы для $\alpha = 4^\circ$ находим $\lambda = 1,5$, а потому длина смоченной части днища

$$l = \frac{b}{\lambda} = \frac{2}{1,5} = 1,33,$$

а площадь

$$S = bl = 2 \cdot 1,33 = 2,66 \text{ м}^2.$$

Далее из диаграммы II (рис. 175) получаем $c_\phi = 0,0055$, а из графика IV (рис. 177) находим $\frac{c_r}{c_s} = 0,925$ или $c_r = 0,925 c_s$.

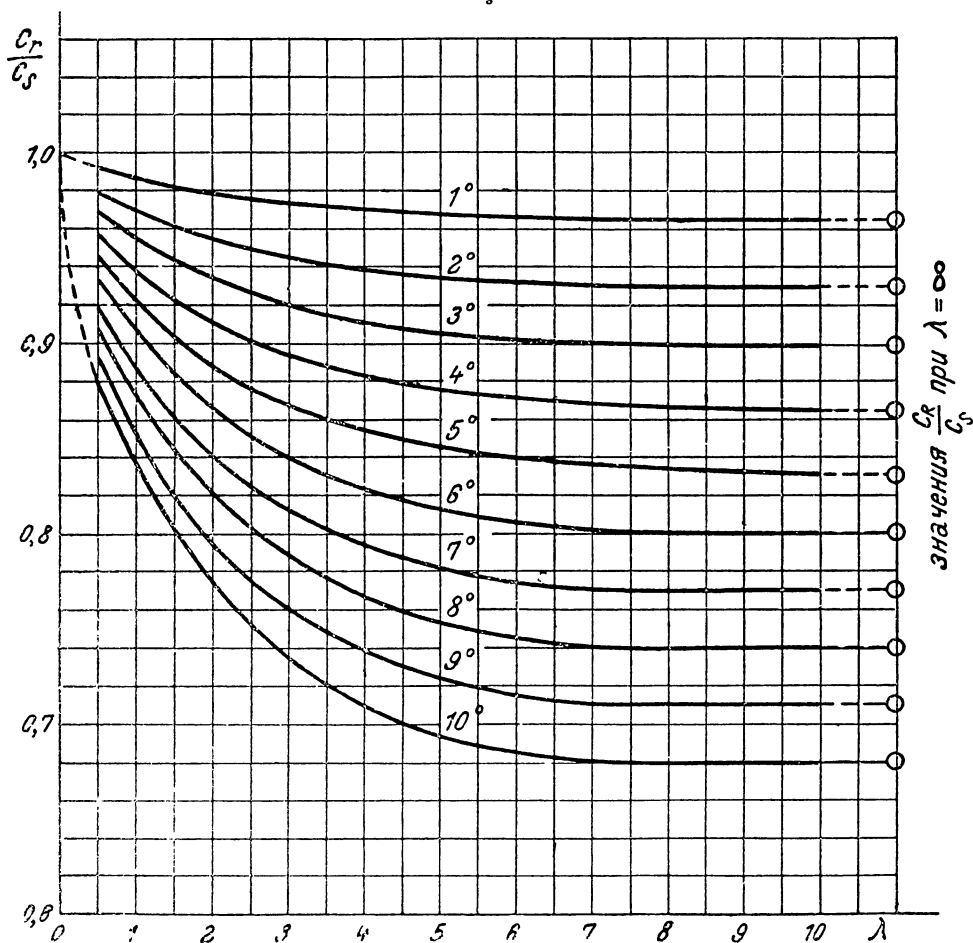


Рис. 177. Кривая IV

Коэффициент трения c_s можно определить, например, из кривой трения (рис. 135, стр. 203); для этого следует только вычислить число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{vl}{\nu} = \frac{12 \cdot 1,33}{1,31} 10^6 \approx 1,2 \cdot 10^7;$$

соответствующий этому числу Рейнольдса коэффициент трения $c_s \approx 0,0027$, после чего получаем, что $c_r = 0,925 \cdot 0,0027 = 0,0025$.

Искомая сила гидродинамического сопротивления получается:

$$X_2 = X_\phi + X_s = (c_\phi + c_r) \frac{\rho}{2} S v_0^2 =$$

$$= (0,0055 + 0,0025) \cdot \frac{102,4}{2} \cdot 2,66 \cdot 12^2 = 158 \text{ кг.}$$

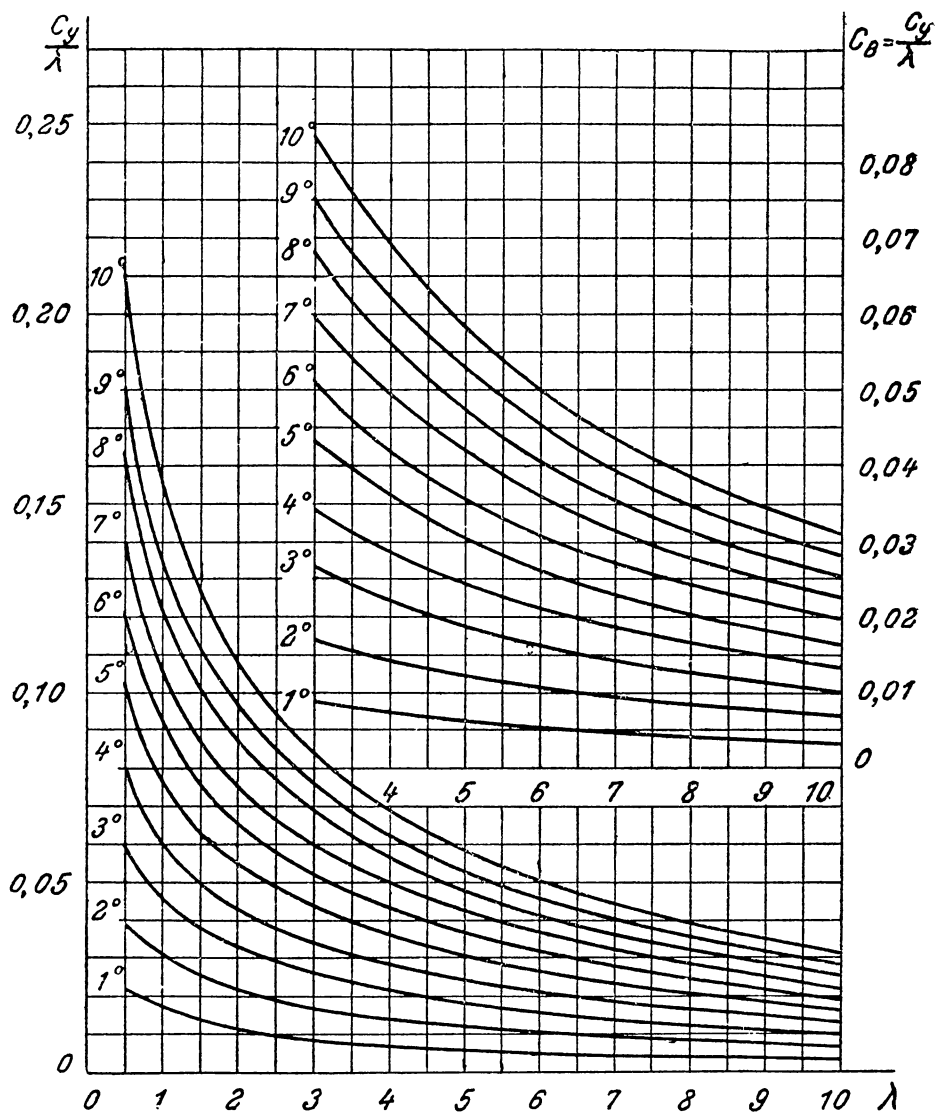


Рис. 178. Кривая V

Качество днища k есть отношение силы поддержания к силе сопротивления:

$$k = \frac{Y_2}{X_2};$$

для нашей задачи k получается равным 9,5; обратная же ему величина

$$\mu = \frac{1}{k} = 0,105.$$

Н. А. Соколов вычисляет μ в следующей форме: ¹

$$\mu = \frac{X_2}{Y_2} = \frac{X_\phi + X_s}{Y_2} = \frac{X_\phi}{Y_2} + \frac{X_s}{Y_2}, \quad (54)$$

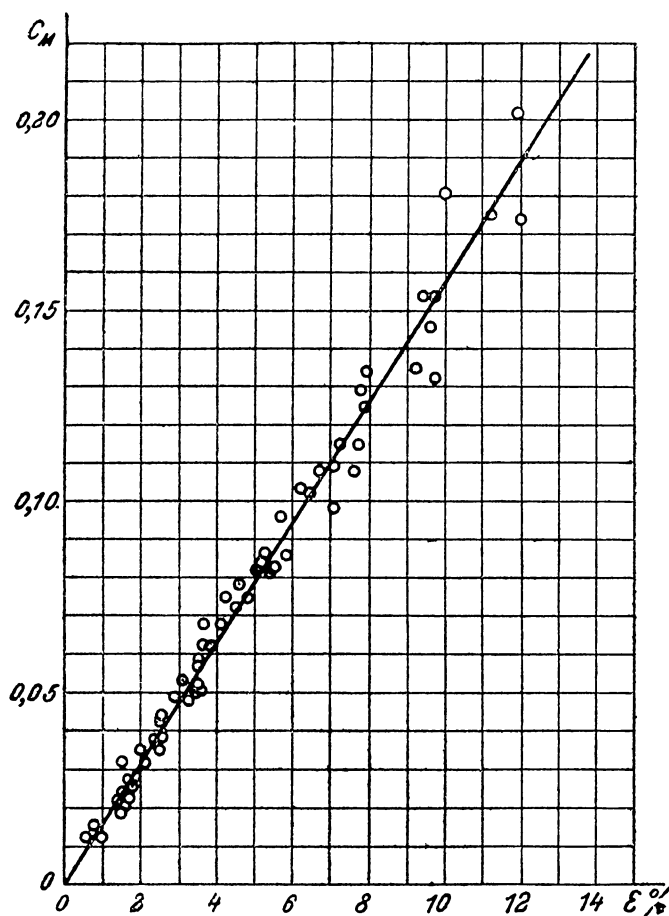


Рис. 179. Кривая VI

т. е. он выделяет первый член, который содержит компоненты сил только от нормальных давлений; следовательно

$$\frac{X_\phi}{Y_2} = \operatorname{tg} \alpha.$$

¹ Члены X_c и Y_c мы пропускаем.

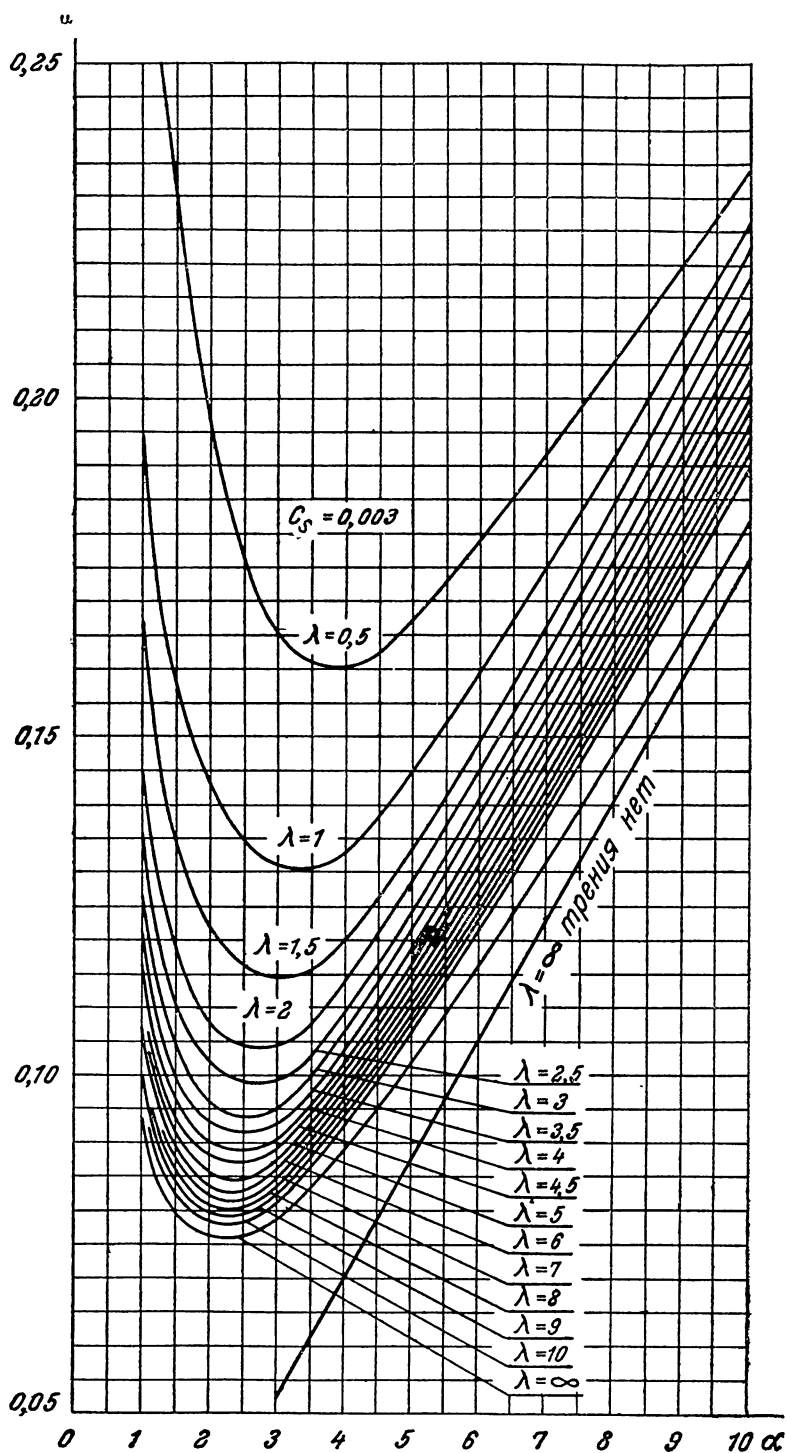


Рис. 180. Кривая VII

Второе слагаемое есть

$$\frac{X_s}{Y_2} = \frac{c_s (1-\varepsilon)^2 \cos \alpha \frac{\rho}{2} S v_0^2}{\varepsilon (2-\varepsilon) \frac{\rho}{2} S v_0^2} = \frac{c_s (1-\varepsilon)^2}{\varepsilon (2-\varepsilon)}.$$

Заменяем слагаемые формулы (54) только что найденными выражениями, получаем:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha + \frac{c_s (1-\varepsilon)^2}{\varepsilon (2-\varepsilon)}; \quad (54')$$

для подсчета μ Н. А. Соколов этой формулой и пользуется. Принимая в среднем

$$c_s = 0,003 = \text{const},$$

Н. А. Соколов получает семейство кривых (рис. 180)

$$\mu = f_7(\alpha, \lambda).$$

Каждая из кривых семейства имеет минимум, который смещается несколько в сторону меньших углов атаки при увеличении удлинения. Эта диаграмма, а также и непосредственное рассмотрение результатов опытов Зотторфа, указывает, что область наилучшего качества пластинок лежит в пределах 2—4°. Среднее значение наибольшего качества получается равным 7—8 (для λ порядка 1—1,5).

Коэффициент относительного торможения ε , входящий в формулу (54'), берется из диаграммы на рис. 174.

Наконец, момент гидродинамических сил¹

$$M = c_m \rho \frac{v_0^2}{2} S l = f(\varepsilon) \rho \frac{v_0^2}{2} l^2 b. \quad (55)$$

Вычисленный коэффициент момента c_m достаточно хорошо, как видно из диаграммы на рис. 179, выражается прямой линией, уравнение которой есть

$$c_m = 1,58 \varepsilon.$$

Опыты Зотторфа ограничиваются удлинениями $\lambda < 5$. Участки диаграмм, отвечающие значениям

$$5 < \lambda < 10,$$

получены Н. А. Соколовым путем экстраполяции и теоретических расчетов.

Впоследствии по предложению Н. А. Соколова его графики были перестроены А. М. Перельмутером² в более компактном виде, но из печати в готовом виде, по нашим сведениям, еще не вышли.

§ 6. Опыты с глиссирующими пластинками

К наиболее ранним испытаниям над глиссирующими пластинками следует отнести опыты Миллара,³ произведенные им прибли-

¹ Этот момент создают лишь силы нормальных давлений.

² А. М. Перельмутер, График для расчета глиссирующей пластинки. Техн. бюлл. № 1, Бюро ИТС ЭГО ЦАГИ, 1933.

³ Reports and Memoranda of the Advisory Committee for Aeronautics, № 70, November 1912, а также G. H. Millar, Some Notes of the Design of Floats for Hydroaeroplanes. Trans. of the Inst. of Naval Architects, 1914.

зительно в 1911 г. в Английском национальном бассейне. Миллар производил испытания с прямоугольными плоскими пластинками, имеющими ширину в один фут и, меняя величину погружения, угол наклона и скорость движения, измерял подъемную силу и сопротивление.

В результате своих наблюдений Миллар установил, что подъемная сила изменяется как квадрат скорости, — вывод, подтвержденный в дальнейшем теорией.

Последующие более обширные и систематические испытания были проведены сравнительно недавно (с 1929 г.) В. Зотторфом в Гамбургском бассейне.¹ Объектом экспериментирования служила плоская прямоугольная пластинка постоянной ширины $b = 0,3$ м.

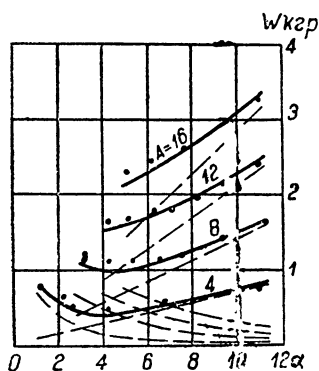


Рис. 181. Кривые гидродинамического сопротивления плоской пластинки (Зотторф, Германия)

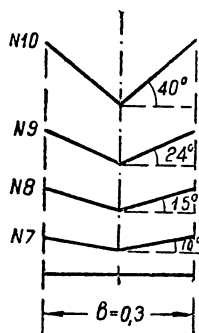


Рис. 182. Различные формы плоско-килеватых пластин (Зотторф, Германия)

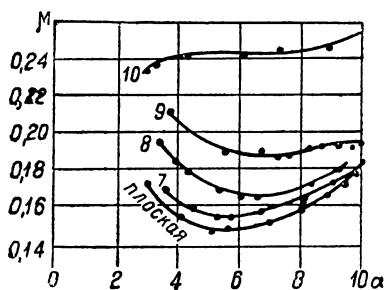


Рис. 183. Кривые гидродинамического сопротивления плоско-килеватых пластин

Пластика буксировалась на различных углах атаки при постоянных подъемных силах от 4 до 45,2 кг в диапазоне скоростей от 4 до 9,5 м/сек. Кроме величин сил определялся центр давления, эпюра давлений и брызгообразование. Так как главнейшие результаты опыта представлены выше в виде диаграмм Н. А. Соколова, мы ограничиваемся здесь приведением лишь одного кадра испытаний в форме, данной Зотторфом. На рис. 181 изображены кривые сопротивления в функции от угла атаки для различных нагрузок пластины $A = 4, 8, 12$ и 16 кг и при постоянной скорости $v = 4$ м/сек. На этой фигуре кривые сопротивления от нормальных давлений (называемые автором кривыми сопротивления формы W_F) вычислены по формуле:

$$W_F = A \operatorname{tg} \alpha, \quad (*)$$

кривые сопротивления трения — по формуле Прандтля:

$$R_s = c_f \frac{\rho}{2} v_m^2 S, \quad (**)$$

¹ W. Sottorf, Versuche mit Gleichflächen. Werft-Reederie-Hafen, 1929, Н. 21; 1932, Н. 19; 1933, февраль—март.

где v_m — средняя скорость воды под пластиной, установленная из измерения давлений, S — измеренная смоченная поверхность и

$$c_f = 0,073 \left(\frac{1}{Re} \right)^{0,2} - \frac{1600}{Re}.$$

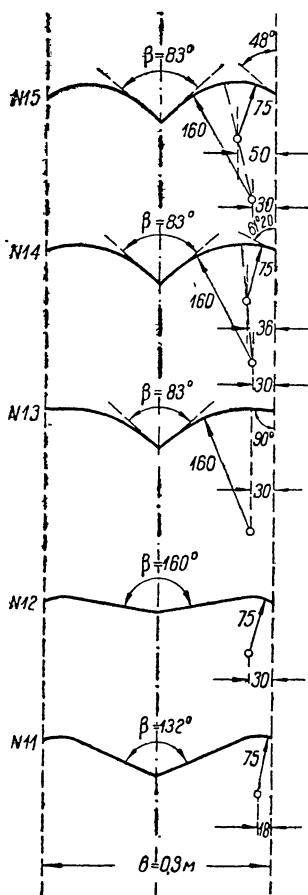


Рис. 184. Различные формы криволинейно-килеватых пластин

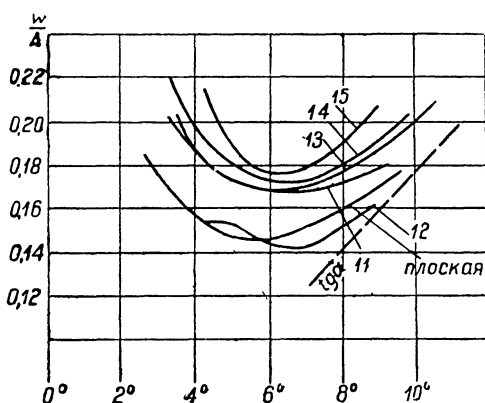


Рис. 185. Кривые гидродинамического сопротивления криволинейно-килеватых пластин (Зотторф, Германия)

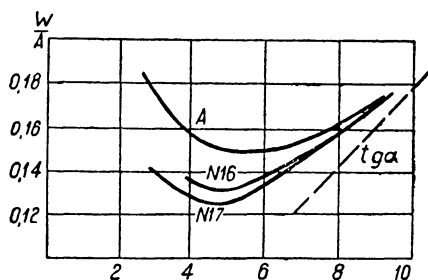


Рис. 186. Кривые гидродинамического сопротивления пластин, изогнутых по цилиндрической поверхности, с образующей, перпендикулярной к скорости движения

Верхние кривые представляют собой суммарное сопротивление

$$R = W_F + R_s, \quad (***)$$

вычисленное по формулам (*) и (**). Нанесенные на диаграмме точки относятся к опытным измерениям и дают хорошее согласие с кривой суммарного сопротивления (***), особенно при малых нагрузках.

В 1932 г. Зотторф опубликовал результаты испытаний масштабной серии пластин. Для опытов были взяты шесть пластинок шириной 0,6, 0,3, 0,225, 0,15, 0,1 и 0,075 м, скорости которых и нагрузка находились в соответствии с законом подобия Фруда. Проблему подобия при глссировании Зотторфу разрешить не удалось; эта проблема была решена в СССР проф. Г. Павленко в 1931 г. и несколько позже Н. А. Соколовым (1933 г.); масштабные испытания Зотторфа легли в основу проверки масштабного

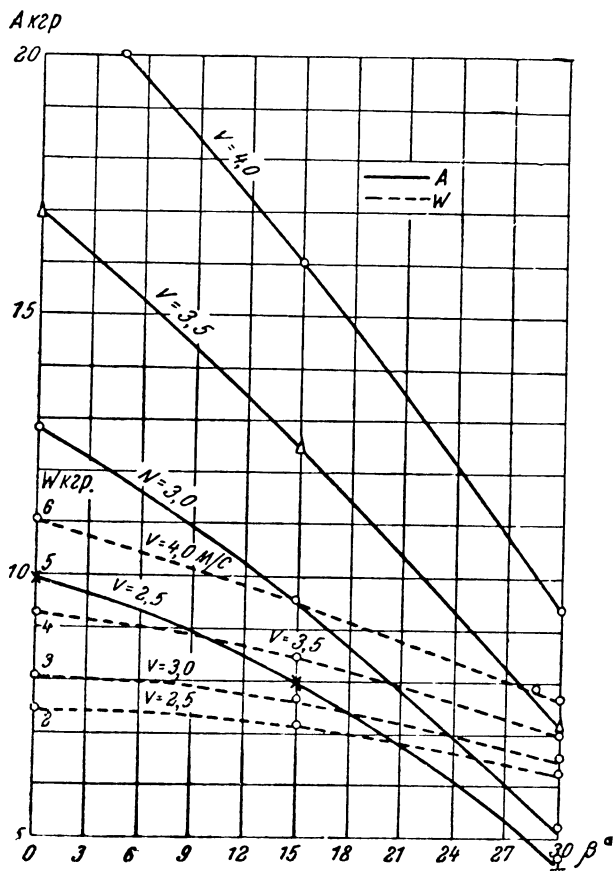


Рис. 187. Кривые, дающие зависимость изменения сил A и W в зависимости от угла килеватости (Ленинград)

пересчета и показали хорошие совпадения с этой теорией. Заключительный цикл работ с глссирующими пластинками был завершен Зотторфом в 1933 г. Его последние опыты относятся к испытаниям килеватых пластин типа прямого и криволинейного „вэ“, а также цилиндрических поверхностей с образующей, перпендикулярной к скорости движения. Заключительные опыты проведены при постоянной нагрузке $A=18 \text{ кг}$, постоянной скорости буксировки $v=6 \text{ м/сек}$ и постоянной ширине поверхности $b=0,3 \text{ м}$.

Пластины с прямым „вэ“ имели углы килеватости β , равные 10, 15, 24 и 40° (рис. 182). Как видно из рис. 183, увеличение килеватости сопровождается гидродинамическим ухудшением модели,

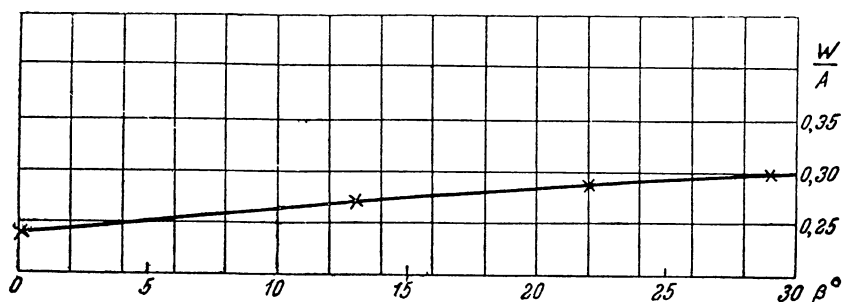


Рис. 188. Кривая изменения коэффициента скольжения в зависимости от угла килеватости (Ленинград)

так как коэффициент скольжения μ (величина, обратная качеству) с увеличением килеватости возрастает.

Из испытанных пластин типа криволинейного „вэ“ (рис. 184) одна из пластин (№ 12) оказывается даже выгоднее, чем плоская

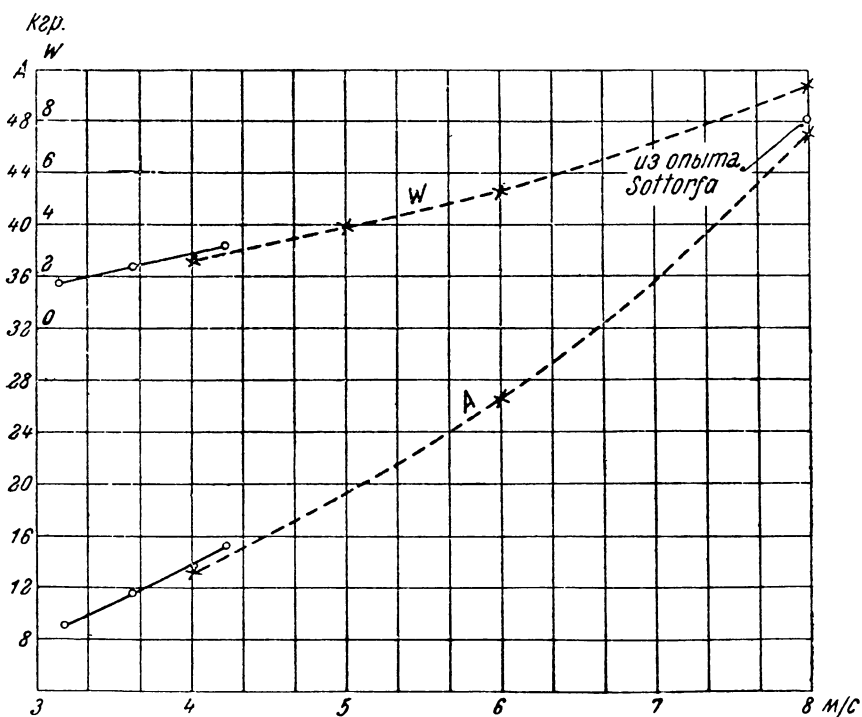


Рис. 189. Проверка немецких опытов Зотторфа (Ленинград)

(рис. 185). Отогнутость боковых кромок книзу, что способствует уменьшению брызгообразования, и малая килеватость пластины, что обеспечивает незначительную потерю силы гидродинамического

поддержания, объясняет в известной мере преимущество пластины № 12 перед плоскостным типом.

К цилиндрическим поверхностям относятся две пластинки: с радиусом 11,5 м (№ 16) и с радиусом 6 м (№ 17). Кривые $\mu = \frac{W}{A} = f(\alpha)$ для этих пластин даны на рис. 186 и расположены

ниже, чем для плоской пластины, т. е. плоская пластина оказывается гидродинамически, как и следовало ожидать, менее выгодной.

В 1931 г., еще до соответствующих немецких испытаний, К. Ф. Косоуровым совместно с Н. С. Володиным и К. П. Харитоновым начали подготавливаться опыты по гидродинамическому испытанию килеватых пластин¹ (Ленинград, НИВК). Целью этих работ являлись, с одной стороны, проверка опытов Зотторфа с плоскими пластинами, а с другой — выяснение влияния поперечной килеватости на гидродинамические компоненты. В ленинградских опытах ширина пластинки была взята равной 0,3 м (как и у немцев); углы килеватости лежали в пределах $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 30^\circ$. Влияние килева-

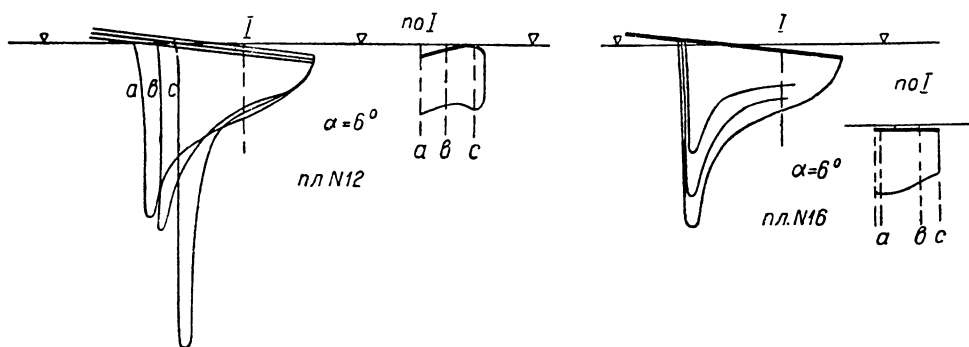


Рис. 190. Эпюры давлений по глиссирующим пластинкам

тости на силы воздействия воды представлено на рис. 187. Между действующими силами и углами β получается почти линейная зависимость. Рис. 188 представляет изменение удельного сопротивления от β при $A = \text{const} = 10$ кг. Увеличение килеватости ухудшает (увеличивает) удельное сопротивление, но не так сильно, как следовало бы ожидать. Относительное увеличение удельного сопротивления при $\beta = 30^\circ$ составляет 21% по сравнению с его значением для плоской поверхности скольжения.

Для проверки немецких опытов в ленинградских была взята пластина с углом атаки $\alpha = 6^\circ 53'$ (протаска № 49 первой немецкой серии). Результат проверки (рис. 189) показал хорошее совпадение ленинградских и гамбургских исследований (сплошные линии относятся к ленинградским опытам, а пунктирные — к немецким, пересчитанным по графикам Н. А. Соколова).

¹ К. Косоуров, Н. Володин, К. Харитонов, Исследование явлений гидроглиссирования. Сборник Научно-иссл. ин-та военного кораблестроения, № 2, 1934.

Эпюра распределения давлений по глассирующей пластине представлена на рис. 190. В качестве примера взяты пластины № 12 и № 16. Распределение давлений в продольном направлении для всех испытанных Зотторфом пластин, примерно, одно и то же: давление наибольшей величины наблюдается в области носового уреза воды, затем оно резко падает и у кормовой кромки плавно доходит до нуля. Продольная эпюра давлений, полученная из опытов, по форме близко совпадает с теоретической.

§ 7. Гидродинамические характеристики летающих лодок. Некоторые данные опытных исследований

Многообразие очертаний корпуса летающих лодок и поплавков, а также сложность процессов обтекания в области смоченной части днища служат серьезным препятствием успешному разрешению практических задач методами гидромеханического анализа.

Даже простейшие задачи о гидрогласировании плоской пластинки конечной ширины, дающие в результате своего решения простые формулы и устанавливающие закономерность движения, требуют в конечном итоге в каждом частном случае введения опытных коэффициентов на основе экспериментальных исследований. В гидроавиации эксперимент так же необходим, как и в аэродинамике.

Аэродинамические исследования проще в том отношении, что они связаны с изучением обтекания вполне погруженных тел. Лодка же гидросамолета движется в полупогруженном состоянии *по поверхности раздела* и имеет в зависимости от веса на воде и дифферента *различную форму* погруженной части.

Эта переменность формы для одной и той же лодки вносит новый аргумент, влияющий на гидродинамическую характеристику корпуса; кроме того, одна и та же лодка может находиться и в режиме „плавания“ и в режиме „гласирования“. Сопротивление крыла, например, вполне определяется, если известна кривая его коэффициента сопротивления c . Лодка же гидросамолета в зависимости от веса на воде даже при постоянном угле дифферента будет иметь для каждого веса соответствующую величину гидродинамического сопротивления, иными словами: полная гидродинамическая характеристика лодки должна выражаться не одной кривой, а целым семейством таковых.

Определение полной гидродинамической характеристики требует большого числа испытаний и производится не всегда. Во многих случаях практики ограничиваются, из соображений экономии времени и средств, определением частных гидродинамических характеристик, которые и излагаются в этом параграфе.

Основной гидродинамической характеристикой является кривая гидродинамического сопротивления в функции скорости (рис. 191):

$$W = f(v). \quad (56)$$

Сопротивление, как видно из рис. 191, сначала возрастает, доходит до *критического* (наибольшего) $W_{кр}$ и затем начинает падать.

При скорости отрыва v_0 это сопротивление падает до нуля. Скорость $v_{кр}$, соответствующая критическому сопротивлению, называется *критической* и составляет в среднем 35—40% от v_0 . Когда скорость движения самолета $v < v_{кр}$, мы имеем движение плавания; при $v > v_{кр}$ наблюдается движение гидрогλισсирования; область наибольших сопротивлений относится к переходному режиму движения.

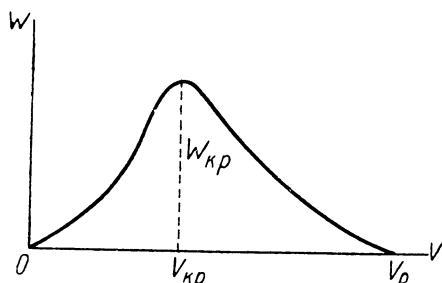


Рис. 191. Характер кривой гидродинамического сопротивления гидросамолета

Переход от движения плавания к движению глissирования описан в § 1 этой главы. В отличие от глissеров у гидросамолетов меняется вес на воде вследствие разгрузки от подъемной силы крыльев, поэтому кривая гидродинамического сопротивления самолетов отличается по своему характеру от кривой для глissеров и достигает нулевого значения в момент отрыва от поверхности воды (ср. с кривой сопротивления для глissера рис. 158).

Определение кривой (56) производят следующим образом: задаются частными значениями скоростей v и перед каждым испытанием разгружают модель на величину, соответствующую подъемной силе крыльев r_y .

Если опыт производится при постоянном угле атаки крыла, то

$$c_{y_{\text{крыла}}} = \text{const} \text{ и } r_y = c_{y_{\text{крыла}}} \cdot \rho S v^2 = k_y v^2.$$

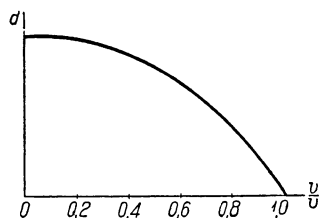


Рис. 192. Кривая изменения веса гидросамолета на воде в функции относительной скорости

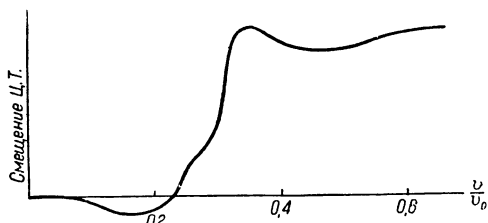


Рис. 193. Кривая вертикального перемещения Ц. Т. гидросамолета при взлете

Коэффициент k_y определяется из условий при отрыве: при $v = v_0$ подъемная сила должна равняться полетному весу $r_y = q$, откуда

$$r_y = q_n \left(\frac{v}{v_0} \right)^2.$$

Далее замеряют гидродинамическое сопротивление модели, вес которой на воде равен:

$$d = q - r_y = q - q_n \left(\frac{v}{v_0} \right)^2,$$

и затем по точкам строят кривую (56).

Когда угол атаки является переменным, то приходится вводить для точности результатов поправку на r_y , т. е. на d :

$$d_1 = q - nq \left(\frac{v}{v_0} \right)^2.$$

Углы атаки (для днища) отмечаются на кривой гидродинамического сопротивления точками, как на поляре Лилиентала для крыла.

Кривую гидродинамического сопротивления дополняют: 1) кривая веса на воде, 2) кривая углов атаки (если эти углы не отмечены на кривой сопротивления), 3) кривая смещения по вертикали центра тяжести, 4) кривая гидродинамического качества, 5) кривая

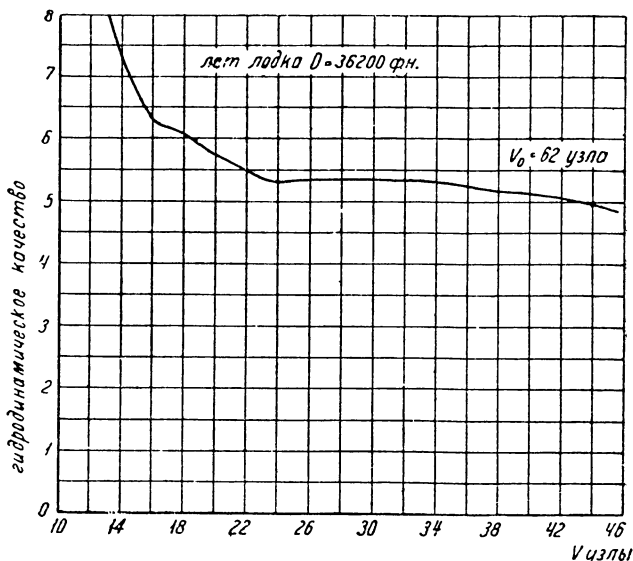


Рис. 194. Кривая гидродинамического качества летящей лодки

моментов сил воды относительно центра тяжести или редана и 6) кривая гидродинамического сопротивления в функции от угла атаки днища.

Кривая веса на воде (рис. 192) строится по точкам, удовлетворяющим уравнению:

$$d_1 = q - nq \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 \quad \text{или} \quad d = q \left[1 - \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 \right].$$

Кривая вертикального смещения центра тяжести (рис. 193) строится на основании опытного замера положения центра тяжести. Из этой кривой видно, что на малых скоростях движения, т. е. до выхода на редан, центр тяжести смещен вниз; это объясняется понижением давления под днищем вследствие местного увеличения скоростей воды в наиболее широкой части корпуса. Дальнейшее увеличение скорости сопровождается постепенной потерей осадки и выходом на редан; на этом участке движения

центр тяжести находится в приподнятом положении по сравнению с его положением в состоянии покоя.

Гидродинамическим качеством лодки χ называется отношение веса гидросамолета на воде к гидродинамическому сопротивлению:

$$\chi = \frac{Q - R_y}{W}. \quad (57)$$

Чем качество больше, тем при прочих неизменных условиях сопротивление меньше, т. е. лодка более совершенна. Наименьшее качество расположено в области критического сопротивления и практически соответствует критической скорости.

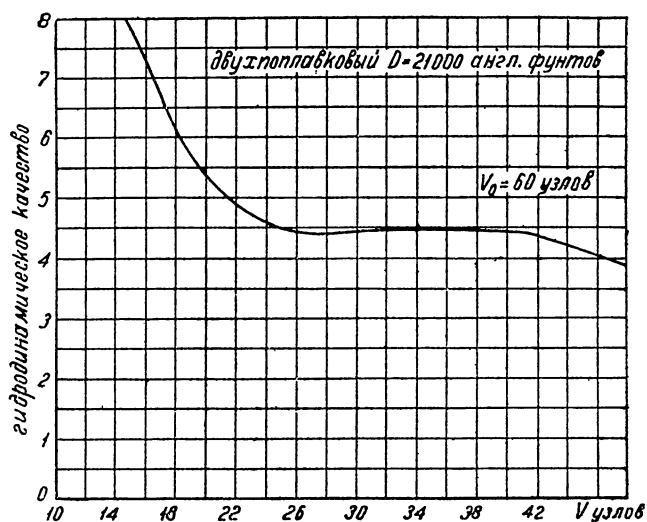


Рис. 195. Кривая гидродинамического качества двухпоплавкового гидросамолета

Для лодочных гидросамолетов χ колеблется в среднем в пределах 4,5—5,5; для поплавковых машин оно несколько меньше и равно 3,5—4,5. На рис. 194 дана кривая качества летающей лодки, а на рис. 195 — двухпоплавкового гидросамолета, в функции скорости.

Кривая моментов сил воды строится в функции от угла атаки или угла диферента и относится к постоянной скорости движения. Чтобы получить картину изменения моментов на различных скоростях, следует иметь серию этих кривых. На рис. 196 изображена кривая моментов для летающей лодки. Положительные моменты соответствуют малым углам атаки и дают пикирующий эффект. На больших углах атаки моменты меняют знак и создают кабрирование; в частности, при посадке гидросамолет имеет пониженную продольную управляемость, и момент сил горизонтального переноса может не уравновесить момента сил воды; следствием этого является стремление самолета увеличить диферент на корму, что часто и имеет место. Сопоставление кривых моментов сил

воды и воздуха позволяет проверить достаточность размеров горизонтального оперения для обеспечения продольной управляемости и устойчивости при разбеге и посадке.

Рис. 197 изображает примерную зависимость $W=f(\alpha)$ при $v=\text{const}$. Из этого рисунка видно, что с увеличением угла атаки днища гидродинамическое сопротивление начинает падать, достигает в области $6-8^\circ$ наименьшего значения, затем возрастает и наконец опять падает. Наименьшее сопротивление для лодок при постоянной

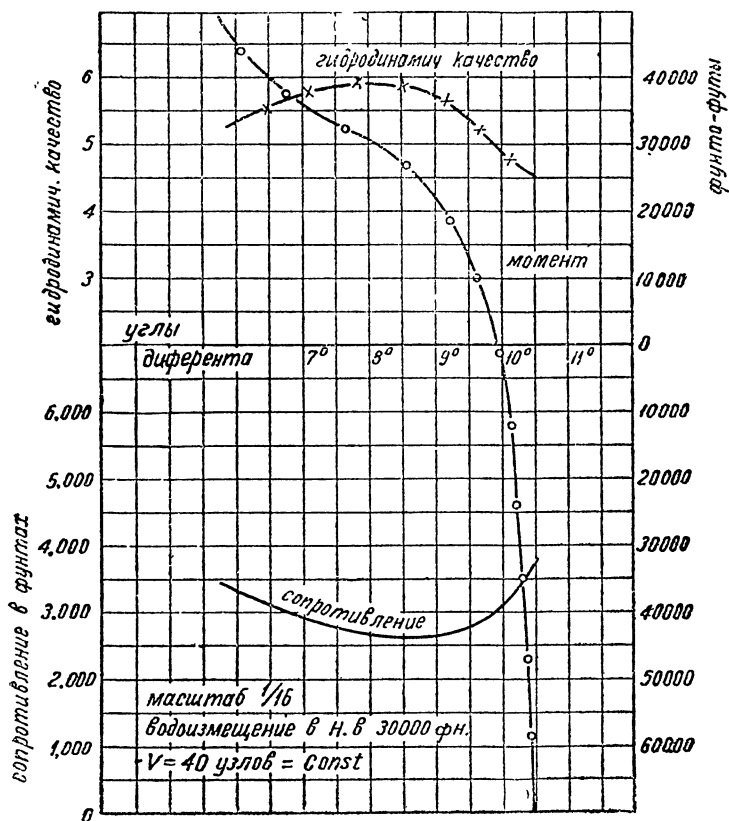


Рис. 196. Кривые моментов сопротивления и гидродинамического качества для летающей лодки при постоянной скорости $v = 40$ узлов

скорости соответствует более высоким углам атаки, чем это наблюдается у пластин. Кривая $W=f(\alpha)$ позволяет определить наиболее выгодный угол бега днища при взлете. Для суждения о наиболее выгодном угле диферента лодки на различных режимах глиссирования необходимо иметь семейство кривых $W=f(\alpha)$, соответствующих различным частным значениям $v = \text{const}$.

Первые исследования по влиянию формы корпуса на его гидродинамические характеристики относятся примерно к 1909 г. и принадлежат Английскому национальному бассейну. Впоследствии,

с развитием гидроавиации, подобные исследования начали проводиться и в лабораториях других стран. Ниже мы приводим некоторые из этих работ.

Варианты ширины днища. Для определения степени влияния ширины днища на кривую гидродинамического сопротивления

$W = f(v)$ Бекером и мисс Кири (Keary) были произведены опыты над двумя моделями 389С и 390С.

Каждая модель подвергалась испытанию для трех вариантов ширины днища в носовой части: B ; $1,25B$ и $1,5B$ (рис. 198). Ширина изменялась двумя путями: 1) с сохранением угла поперечной килеватости (мод. 390) и 2) с уменьшением этого угла при увеличении ширины (мод. 389).

Из полученных диаграмм (рис. 199 и 200) видно, что с

увеличением ширины редана 1) повышается сопротивление на малых скоростях бега, 2) повышается критическое сопротивление и 3) критическая скорость наступает раньше.

Сопротивление уширенной модели 390 за критической скоростью превышает то же сопротивление для модели неуширенной.

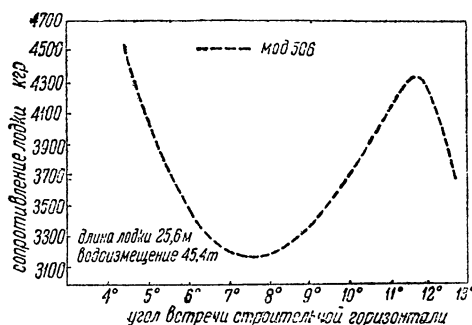


Рис. 197

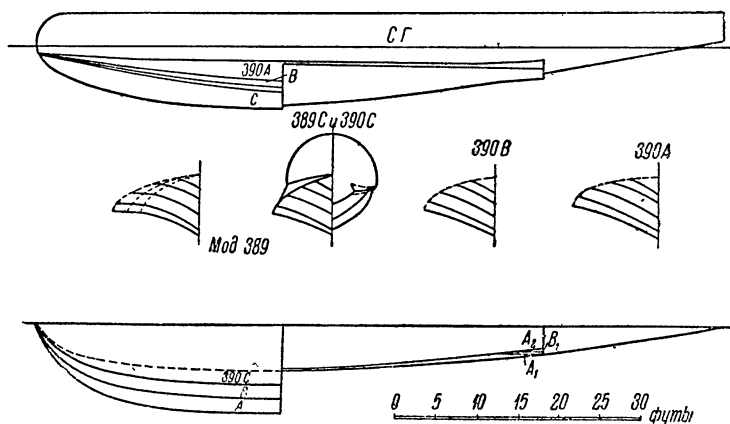


Рис. 198

Некоторое отклонение представляет группа 389, для которой уширение днища способствует понижению гидродинамического сопротивления на скоростях от 24 до 36 узлов.

Модели 389А и 389В были испытаны при двух ширинах заднего редана. Для модели В₁ второй редан был сделан на 13% шире,

чем для модели В, а для модели A_1 — на 26%. Изменение размеров заднего редана имело небольшое влияние. На малых скоростях суженный редан в обоих случаях давал сопротивление меньшее, чем уширенный.

В табл. 51 показаны отношения ширины заднего редана к ширине переднего, а в табл. 52 даны главные размеры лодок.

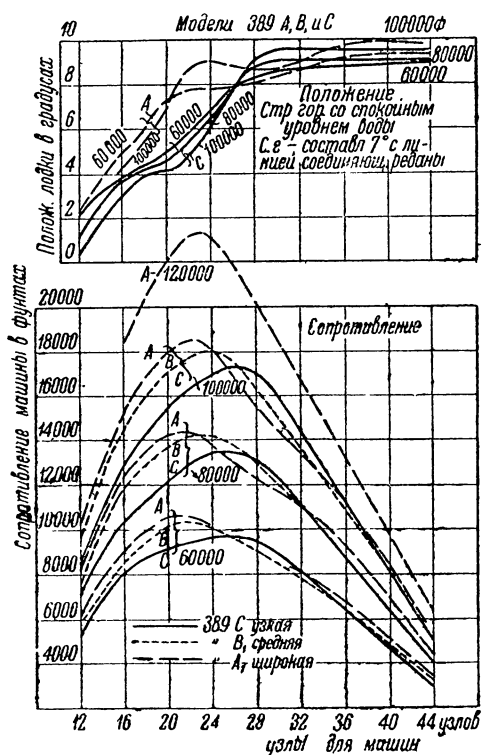


Рис. 199. Гидродинамические характеристики английских моделей

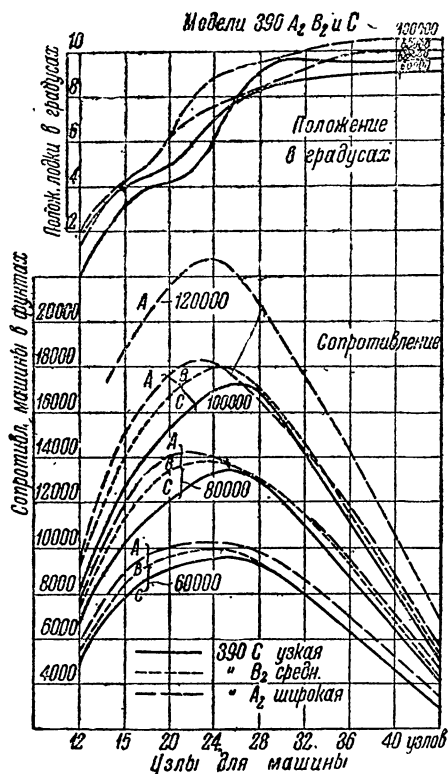


Рис. 200. Гидродинамические характеристики английских моделей

ТАБЛИЦА 51

№ модели	Ширина по скулам		Отношение ширины заднего редана к ширине переднего
	передний редан	задний редан	
389C	14,08	5,44	0,387
389B ₁	17,06	6,15	0,350
389B ₂	17,06	5,44	0,309
389A ₁	21,12	6,25	0,324
389A ₂	21,12	5,44	0,257

ТАБЛИЦА 52

Масштаб моделей 1:16. Данные для самолета в натуральную величину:

скорость взлета	50 узлов
длина носовой части корпуса	30 фут
„ между реданами	32 „
„ полная	84 „
возвышение Ц. Т. над передним реданом	15'2"
положение Ц. Т. по длине лодки относительно переднего редана	0
возвышение тяги винта над Ц. Т.	5'4"

№ модели	Ширина по скулам в футах		Угол между прямой, соединяющей реданы на киле, и	
	передний редан	задний редан	строительной горизонталью	касательной к переднему редану
389C	14,08	5,44	— 7°	— 8°,5
390C	14,08	5,44	— 7°	— 8°,5
389B ₁	17,60	6,15	— 7°	— 8°,5
389B ₂	17,60	5,44	— 7°	— 8°,5
389A ₁	21,12	6,85	— 7°	— 8°,5
389A ₂	21,12	5,44	— 7°	— 8°,5
390A	17,60	5,44	— 7°	— 8°,5
390B	21,12	5,44	— 7°	— 8°,5

Аналогичные испытания были произведены еще ранее с моделями 222, 223А и 223В (11-я серия, рис. 201—204). Результаты этих испытаний вполне согласуются с результатами протасок моделей 389 и 390.

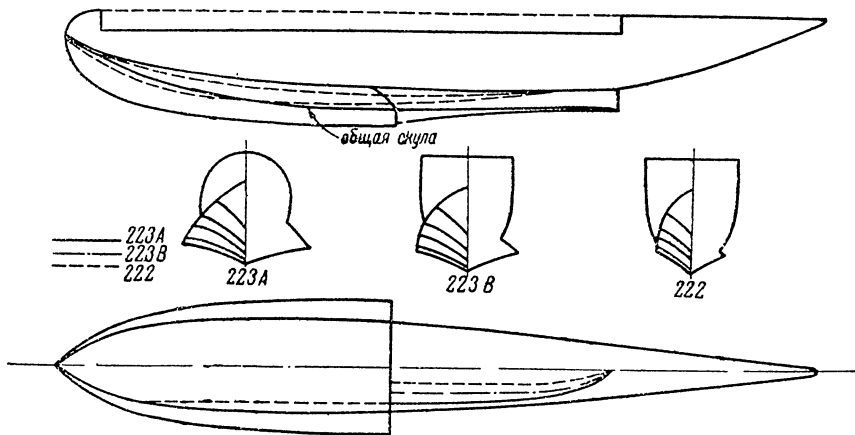


Рис. 201

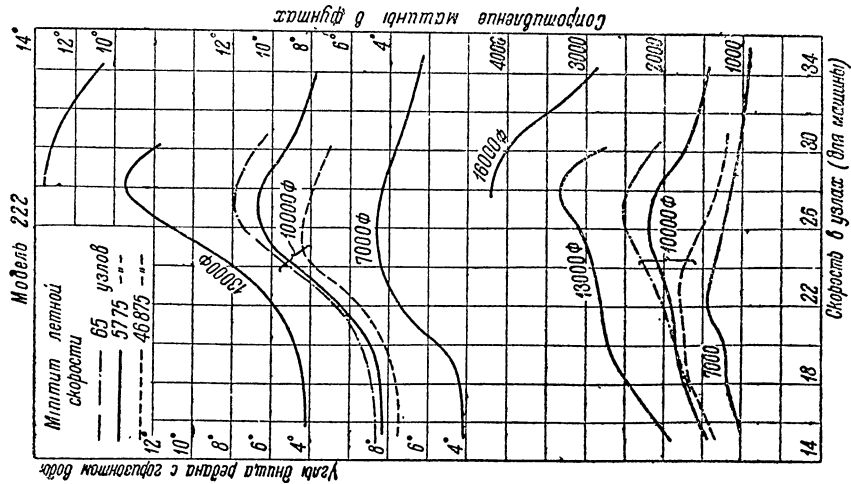


Рис. 202. Гидродинамические характеристики английских моделей

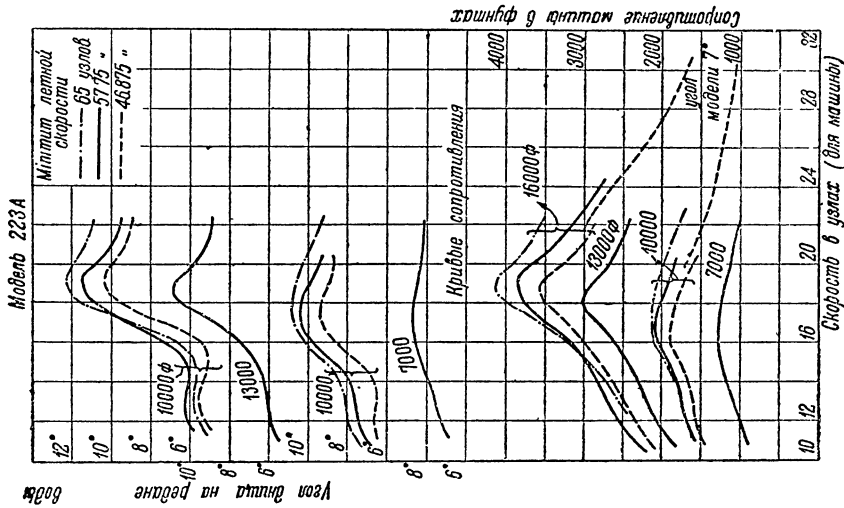


Рис. 203. Гидродинамические характеристики английских моделей

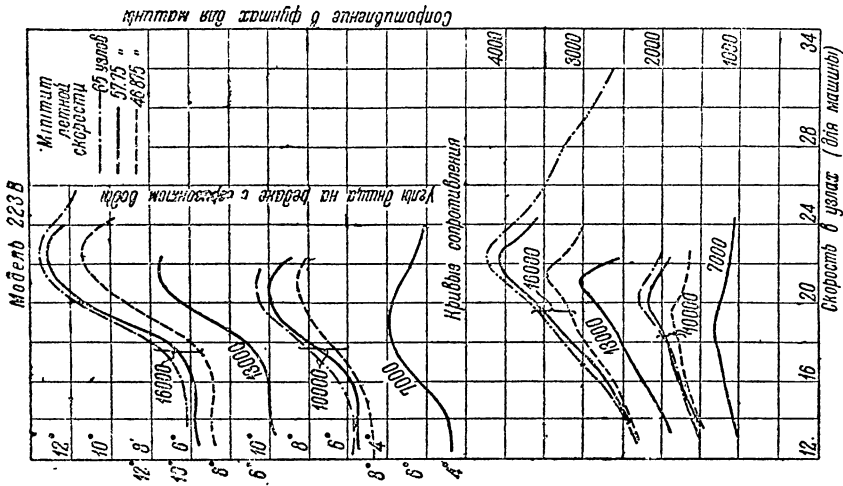


Рис. 204. Гидродинамические характеристики английских моделей

Заметим, что наибольшие углы диферента лодок соответствуют критической скорости (модели 222 и 223) или же сдвинуты несколько вперед (модели 389 и 390).

Варианты нагрузок. Одновременно с исследованием влияния ширины днища были поставлены опыты с вариантами весов лодок для весов 60 000, 80 000 и 100 000 фунтов (модели 389 и 390); модель 390А испытывалась кроме того еще при нагрузке 7 000, 10 000, 13 000 и 16 000 фунтов.

Картина изменения гидродинамического сопротивления во всех случаях была одинаковой, а именно: с увеличением нагрузки повышалась величина критической скорости¹ и критического сопротивления. Из табл. 53 видно, что критическая скорость для моделей 389А и 389В увеличивается на один узел при увеличении веса на 25%, если принять за исходную нагрузку 80 000 фунтов; для 11-й серии увеличение веса на 30% относительно лодки водоизмещением 100 000 фунтов сдвигает критическую скорость также примерно на один узел (табл. 54).

ТАБЛИЦА 53

Вес (в фунтах)	389А ₁	389В ₁	389С ₁
Ширина (футы) .	21,12	17,60	14,08
60 000	20,5 узл.	22,0 узл.	26 узл.
80 000	21,0 "	23,0 "	26 "
100 000	22,0 "	24 "	26 "
120 000	23,0 "	—	—

ТАБЛИЦА 54

№ модели	Вес в фунтах	Ширина по скулам в футах	$v_{кр}$ в узлах
222	7 000	3,5	22,2
222	10 000	3,5	26,4
222	13 000	3,5	27,6
222	16 000	3,5	28,0
223В	7 000	5,25	18,6
223В	10 000	5,25	20,0
223В	13 000	5,25	20,8
223В	16 000	5,25	22,0
223А	7 000	7,0	15,8
223А	10 000	7,0	16,8
223А	13 000	7,0	18,2
223А	16 000	7,0	19,0

¹ Модель С для всех нагрузок имела $v_{кр}$ постоянной.

Критическое сопротивление составляет обычно 20—25% всего веса гидросамолета. $W_{кр} > 0,25Q$ встречается у лодок неудачных очертаний и должно быть признано неудовлетворительным.

В табл. 55 и 56 даны отношения $\frac{W_{кр}}{Q}$ для рассмотренных в этом параграфе моделей.

ТАБЛИЦА 55

Относи- тельный вес	$\frac{W_{кр}}{Q}$	Относительная критическая скорость
1,5	0,19	—
1,25	0,18	1,04
1,00	0,17	1,00
0,75	0,16	0,96

ТАБЛИЦА 56

Относи- тельный вес	$\frac{W_{кр}}{Q}$	Относительная критическая скорость
1,6	0,25	1,10
1,3	0,23	1,05
1,0	0,22	1,00
0,7	0,20	0,95

Опыты показали, что увеличение грузоподъемности влияет также и на чистоту бега. Так например, при весе в 100 000 фунтов и скорости 12 узлов вода начинала заливать носовую часть, и лодка,

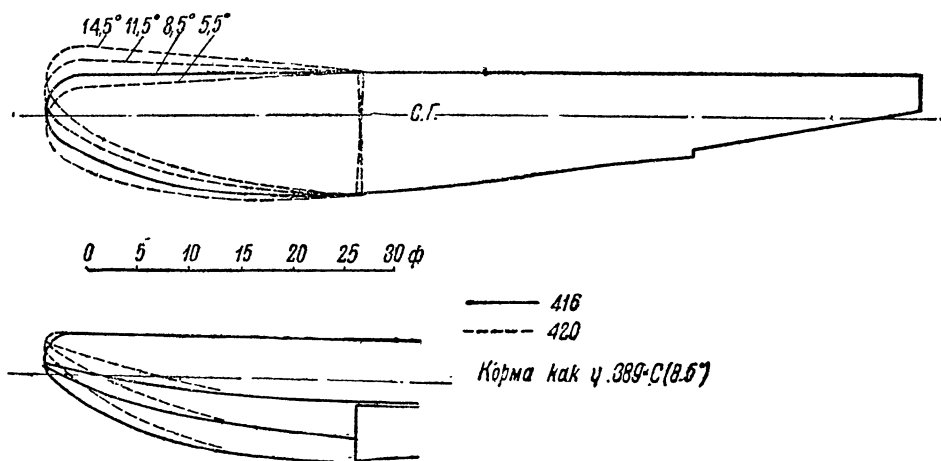


Рис. 205

если своевременно не уменьшалась скорость, стремилась погрузиться в воду. Увеличение ширины лодки немного улучшало чистоту бега, так как тогда получалась большая несущая поверхность.

Варианты продольной килеватости. Продольная килеватость корпуса лодки имеет существенное значение при отрыве и посадке. Малый угол между поверхностью носовой части днища и кормовой его частью затрудняет обеспечение необходимого угла атаки крыльев и повышает скорость отрыва. Глубоко погру-

женная корма при посадке и взлете создает повышенные моменты, самолет стремится принять диферент на нос и сильно увеличить брызгообразование. Германи считает, что в хорошей конструкции этот угол должен быть 10—15°. Невыгодность малого угла килеватости доказана практикой: опытная лодка Кертиса „America“, имевшая угол продольной килеватости в 7°, была вынуждена повысить скорость взлета; первый вариант этой лодки оторвался от воды при меньшей скорости и имел этот угол равным 10°.

Характерных протасок лодок современных очертаний для различных углов подъема кормовой части мы не встречали. Материал по этому вопросу, помещенный в RAC за 1913—1914 г. („Reports and Memoranda“ № 98) относится к устаревшему поплавку плоскодонной формы с короткой хвостовой частью и потому не интересен.

Протаски с различным углом наклона носовой части лодки в литературе имеются. Эти протаски производились с упомянутой выше моделью 389С, а также с моделями 416 и 420 (рис. 205).

Для каждого испытания носовой угол увеличивался последовательно на 3°, причем кормовая часть оставлялась без изменения. За меру сравнения была взята модель 389С, соответствующая водоизмещению 80 000 фунтов (табл. 57).

ТАБЛИЦА 57

№ модели	Ширина по скулам		Вес	Угол между прямой, соединяющей реданы на киле, и	
	передний редан	задний редан		строительной горизонтально	касательной к переднему редану
389С (5°,5)	14,08	5,44	7 0000	— 7°	— 5°,5
389С (8°,5)	14,08	5,54	8 0000	— 7°	— 8°,5
389С (11°,5)	14,08	5,44	9 0000	— 7°	— 11°,5
389С (14°,5)	14,08	5,44	10 0000	— 7°	— 14°,5
416	14,08	5,44	9 0000	— 7°	— 8°,5
420	14,08	5,44	9 0000	— 7°	— 8°,5

Кривые гидродинамических сопротивлений даны на рис. 206. Оказывается, что перемена угла на 3° меняет вес примерно на 10 000 фунтов (для неизменной грузовой ватерлинии). Увеличение подъема носа при условии постоянного водоизмещения в 80 000 фунтов увеличивает критическое сопротивление на 17%.

В табл. 58 помещено среднее увеличение критического сопротивления в зависимости от увеличения угла носовой части для модели 389.

Влияние форм оконечности лодки на ее мореходные свойства. Форма носовой и хвостовой оконечностей лодки или поплавок отражается не только на кривой гидродинамического сопротивления, но также на чистоте бега, легкости отрыва и поведении самолета на воде.

ТАБЛИЦА 58

Углы изменения	5°,5	8°,5	11°,5	14°,5
Модель 389				
Вес в фунтах	70 000	80 000	90 000	100 000
Процентное увеличение сопротивления	— 8,9	0	+ 16,7	+ 35,2

Нос с большим углом поперечной килеватости и достаточно полной надводной частью способствует уничтожению бурунов и обеспечивает лодку от заливания водой. При слишком тупом и коротком носе момент тяги винта создает большой дифферент на нос и сильное вспенивание воды, что вредно отражается на времени и чистоте бега.

Центральная часть должна иметь в плане плавное сопряжение с оконечностями. Угол между прямой, соединяющей реданы на киле, и касательной к переднему редану должен быть не менее 7—8°, иначе трудно достигнуть необходимого угла при посадке и отрыве; эта прямая с хордой крыла обычно составляет посадочный угол.

В однореданных лодках киль между реданом и ахтерштевнем выгодно делать прямолинейным, а днище плоское или V-образное, с острыми скулами, чтобы избежать затопления хвоста при разбеге.

В двухреданных лодках почти вся хвостовая часть находится над водой, поэтому поперечное сечение хвоста может быть сделано любой формы.

Варианты формы поперечных сечений. Результаты сравнений различных форм поперечных сечений лодок и поплавков дали возможность определить их преимущества и недостатки.

Плоская форма днища, которая употреблялась главным образом в первые годы развития гидроавиации, была постепенно вытеснена килеватым типом. С увеличением веса гидросамолетов и посадочных скоростей пришлось считаться с динамической нагрузкой на днище и изыскивать средства повышения жесткости конструкции и смягчения амортизации удара. Плоскодонный тип обеспечивает

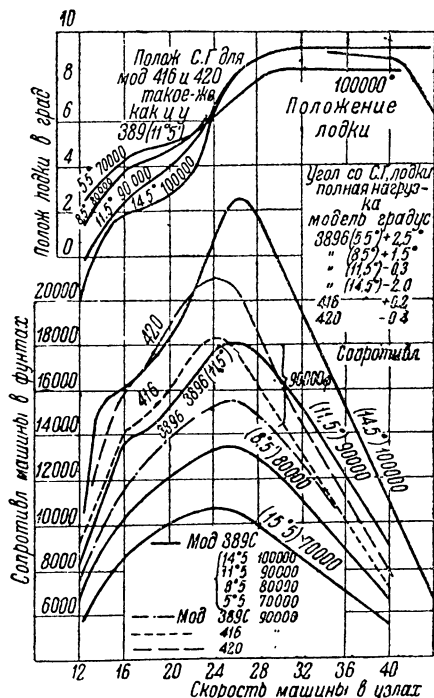


Рис. 206. Гидродинамические характеристики английских моделей

большую силу динамического поддержания, но пригоден только для легких машин на спокойной воде. Его применение в открытом море в свежую погоду сопряжено с риском аварии вследствие чрезвычайно сильных ударов воды о днище.

V-образная прямолинейная форма в меньшей мере обладает последним указанным недостатком, но повышает сопротивление трения и брызгообразование. Видоизменением „прямого V“ является „криволинейное V“, так называемый, волнособираательный тип (Wellenbinderform), рассчитанный на то, что образуемая носовая волна устремится во впадины днища у скул, повысит динамический эффект поддержания и уменьшит брызгообразование. В некоторых случаях сечение типа „криволинейное V“ дает выигрыш по сравнению с плоскодонным типом (см., например, пластинку № 12 в опытах Зотторфа, выше, § 6).

Днища с синусоидальной погيبью (тип Торникрофт) также относятся к V-образным с тем лишь различием, что в области киля шпангоут имеет выпуклую форму. Плавность выгиба шпангоута, сохраняя все преимущества килеватых днищ, уменьшает сопротивление трения и дает в итоге выигрыш в полном сопротивлении.

Проблема волнособираения нашла разрешение в особом типе корпуса — „водяных санях“. Этот тип был запатентован в применении к глиссерам американцем Хикманном около двадцати лет тому назад. Форма „саней“ исключительно проста: в поперечном сечении сани представляют опрокинутое прямое V, которое идет вдоль корпуса. Сани скользят по подушке, образованной из смеси воды с воздухом, и этим уменьшают сопротивление по сравнению с V-образным типом. Кроме формы Хикманна употребляется еще сводчатая форма сечения, известная под названием формы „Саундерс“ или итальянской формы. Лодки типа „саней“ быстро выходят на редан, но могут иметь затяжной разбег; вогнутая форма создает подсасывание и затрудняет отрыв от гладкой поверхности воды, но хорошо амортизирует удары. Указанные недостатки заставили, например, при постройке тяжелых самолетов Савойя отказаться от вогнутого типа корпуса и предпочесть килеватый.

Выпуклая форма поперечного сечения в рабочей части днища не употребляется: эта форма не обеспечивает хорошего глиссирования, подсасывает воду и встречается в надводной части лодок за вторым реданом (Англия).

Реданы, положение центра тяжести и устойчивость бега. Редан, как уже было сказано в § 3 главы I, на больших скоростях способствует срыву струи воды; хвостовая часть днища при глиссировании благодаря наличию редана возвышается над водой и уменьшает поверхность трения корпуса. В момент взлета, когда требуется увеличить угол атаки и дать необходимый диферент на корму, возвышенная хвостовая часть реданной лодки (рис. 207) не будет этому препятствовать. Если взять подобную же лодку без редана, хотя бы и с большим углом продольной килеватости, то не только увеличатся гидродинамическое сопротивление и потребная для преодоления его мощность, но возникнет также до-

полнительный момент давления воды, на погашение которого требуется соответствующий дополнительный момент горизонтального оперения и, следовательно, дополнительное усилие на штурвал. Безреданная лодка Кертиса „America“ может служить хорошим примером: попытка взлета без редана не удавалась, и мощность мотора оказалась недостаточной для отрыва; стоило поставить редан — и лодка свободно оторвалась от воды, имея полетный вес в 1900 кг.

В однореданных лодках редан располагается позади центра тяжести самолета. Такое положение редана является наиболее выгодным особенно при взлете на волне: когда самолет скользит по поверхности воды, соприкосновение с гребнями волн происходит на реданной части лодки; возникающие силы гидродинамического давления не препятствуют к созданию некоторого диферентующего момента на нос, самолет при этом не теряет скорости и продолжает разбег. Сильно вынесенный назад редан может значительно увеличить пикирующий момент; при отсутствии мощного горизонтального оперения увеличится длина, продолжительность и скорость разбега. Момент хвостового оперения должен быть такой величины, чтобы всегда компенсировать возникающий момент водяных сил.

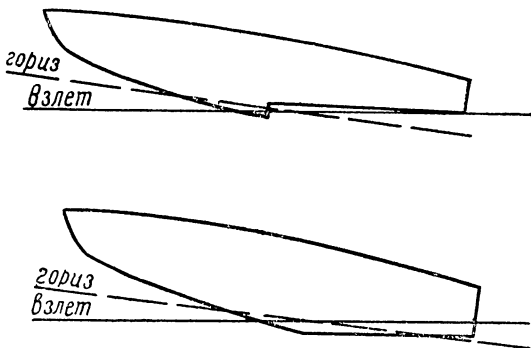


Рис. 207

Если редан расположен впереди центра тяжести самолета, то в этом случае при посадке и разбеге будут возникать кабрирующие моменты, способствующие заливанию хвостовой части. Укорочение носовой оконечности улучшения не дает, так как высоко расположенная линия тяги винта повышает склонность самолета зарываться носом.

В двухреданных конструкциях передний редан находится примерно под центром тяжести самолета; задний редан воспринимает меньшую часть нагрузки, ставится главным образом из соображений продольной устойчивости бега, а при посадке играет роль костыля в сухопутных машинах.

Иногда при разбеге у самолета начинает возникать килевая качка с всплыванием корпуса, именуемая в дословном переводе „дельфением“ (porpoising). Дельфение может сопровождаться возрастающим периодическим давлением на днище; это давление, в свою очередь, может дойти до такой величины, что превысит вес самолета и выбросит его из воды. Самолет, как говорят, делает „барс“. Барс особенно опасен на малых скоростях глиссирования; на малых скоростях подъемная сила несущих поверхностей весьма мала и не в состоянии уравновесить вес самолета; следствием этого является провал аппарата на воду и большие перегрузки

в корпусе лодки. Так, зарегистрированы случаи аварии гидросамолетов благодаря барсам.

На скоростях, близких к скорости отрыва, возникновение дельфения не опасно, так как тогда интенсивно действуют рули глубины, которыми можно погасить килевую качку, и крылья имеют значительную подъемную силу.

Дельфение и барсы могут возникать от следующих причин: 1) от слишком большой скользящей поверхности днища, 2) от неудачного распределения масс самолета относительно главной поперечной оси, 3) от угла продольной килеватости днища, 4) от резонанса возмущающей силы со свободными колебаниями гидросамолета.

Опыты, произведенные мисс Кири в бассейне Фруда, показали, что увеличение расстояния между реданами повышает устойчивость бега и отодвигает скорость начала дельфения к взлетной. В табл. 59 даны скорости, соответствующие началу дельфения, в зависимости от относительного расстояния между реданами.¹

ТАБЛИЦА 59

Тип лодки	Расстояние между реданами		Скорость начала дельфения в % от скорости отрыва
	в футах	в % от „полной“ длины лодки	
Американский тип (однореданный) . .	0	0	44,5
F-3	14,2	15,6	51,0
F-5	14,2	15,6	62,0
Wickers F-5	14,2	17,0	51,0
Felixtow Fury	15,0	15,5	50,0
Wickers F-5-II	26,4	—	62,0
Vigilant (84 ф.)	32,0	38	92,0
Bolton et Paul	38,5	—	87,0
Vigilant (124 ф.)	45,9	37	92,0

Из табл. 59 видно, что наивыгоднейшее расположение реданов составляет 0,35—0,40 от полной длины испытанных лодок; в этом случае дельфение начинается почти на взлетной скорости.

Кроме испытания лодок с поперечными реданами известны испытания лодок с продольными реданами. Результаты этих испытаний показали, что лодки, имеющие продольные реданы, гидродинамически менее выгодны, чем лодки обычного типа (т. е. с поперечными реданами).

Для исследования были взяты пять моделей одного семейства. Основные данные этих лодок приведены в табл. 60 (стр. 286), а форма их очертаний — на рис. 208.

¹ Вопрос об устойчивости глиссирования с теоретической стороны рассматривался Гаауертом и Перрингом (1933). По техническим причинам эту задачу мы здесь не приводим.

Критическое сопротивление увеличивается с увеличением числа реданов. Наименьшее сопротивление на всех скоростях имеет однореданная модель 579 А, наибольшее — пятиреданная 574. Модель 570 нормального типа является наилучшей (рис. 209).

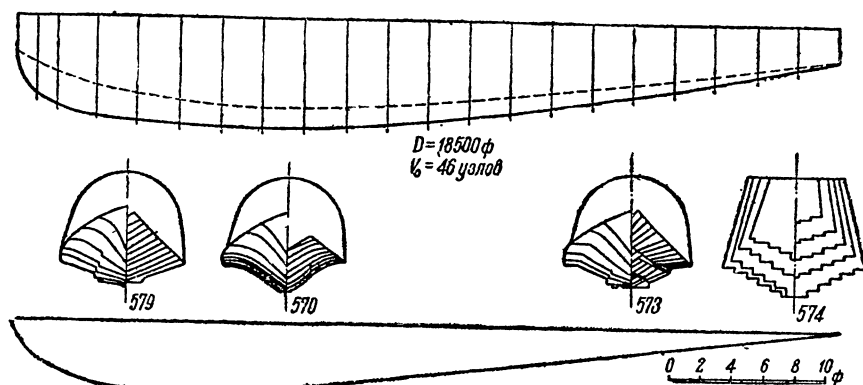


Рис. 208

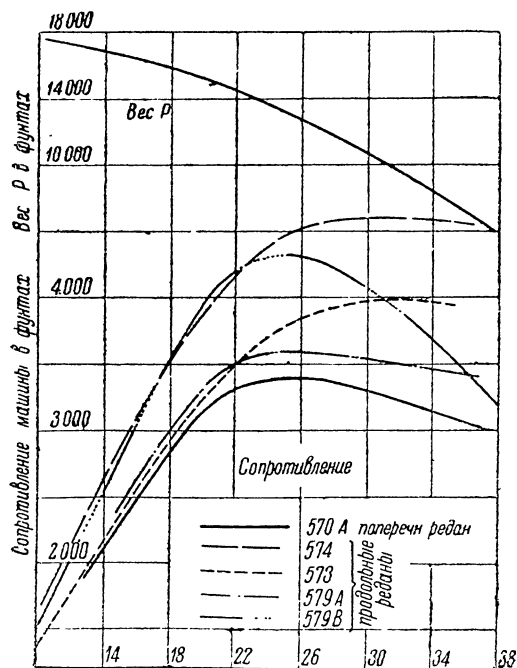


Рис. 209. Гидродинамические характеристики английских моделей

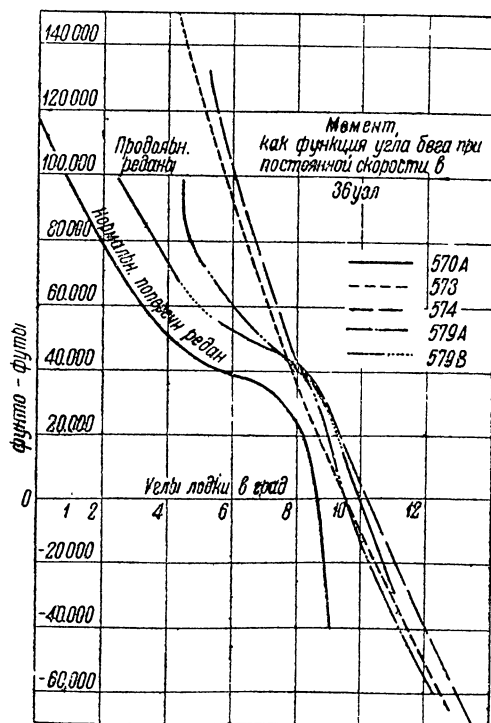


Рис. 210. Гидродинамические характеристики английских моделей

ТАБЛИЦА 60

Размеры даны для лодки в натуральную величину.

Название	Размеры лодки в натуральную величину	Примечание
Полный вес	18 500 фунт.	
Скорость взлета	46 узл.	
Полная длина	53 фут.	
574	9,0 "	Пять реданов
573	8,5 "	Два редана
Наибольшая шири- на по скулам 579 А и В	8,5 "	Два редана
570	8,5 "	Нормальная лодка
Возвышение Ц. Т. над палубой . . .	1,0 "	С двумя попереч- ными реданами
Расстояние Ц. Т. от носовой оконеч- ности	21 $\frac{1}{2}$ "	
Возвышение тяги винта над Ц. Т. .	5,0 "	
Масштаб модели	1 $\frac{1}{12}$	

К недостаткам лодок с продольными реданами следует отнести возникновение большого пикирующего момента на малых углах

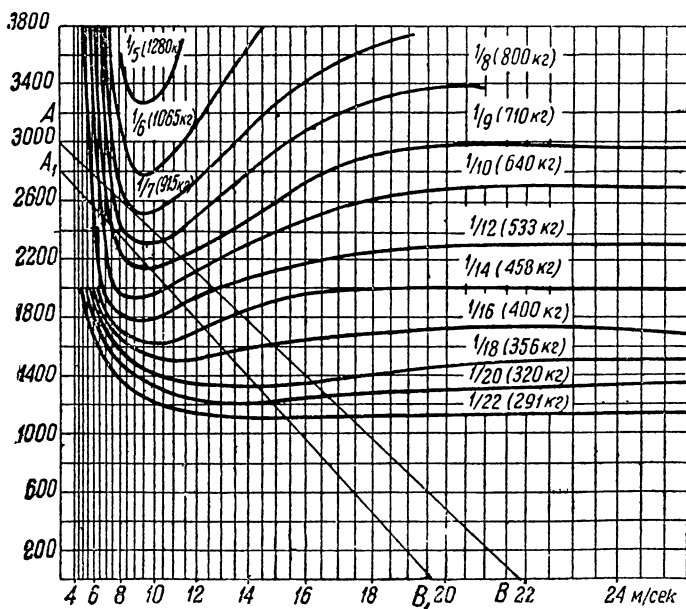


Рис. 211. Диаграмма Маделунга

атаки (рис. 210). Дельфение этих лодок начинается при скорости в 30 узлов; за скоростями, превышающими 38 узлов и на тихой воде дельфение прекращается.

§ 8. Диаграмма Маделунга

Диаграмма Маделунга представляет собой серию кривых равных гидродинамических сопротивлений в функции от веса самолета на воде и от его скорости. По оси ординат откладывается вес самолета на воде, а по оси абсцисс — скорость в квадратичном масштабе; кривые равных сопротивлений выражаются в долях от полного водоизмещения лодки (рис. 211).

При разбеге подъемная сила крыльев R_y растет пропорционально квадрату скорости, и вес самолета на воде выражается как разность:

$$D = Q - R_y$$

Очевидно, что $D = Q$ при $v = 0$, а $D = 0$ при $v = v_0$. Кривая веса есть парабола второй степени, пересекающая координатные оси в точках $A(0, Q)$ и $B(v_0, 0)$. Эта парабола при квадратичном

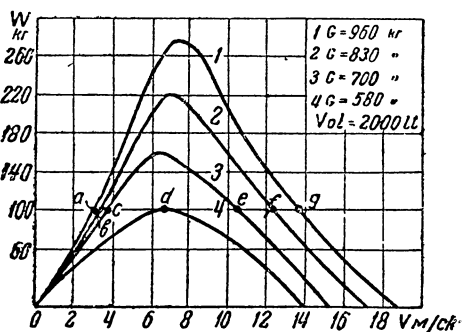


Рис. 212. Кривые гидродинамического сопротивления гидросамолета для различного полетного веса

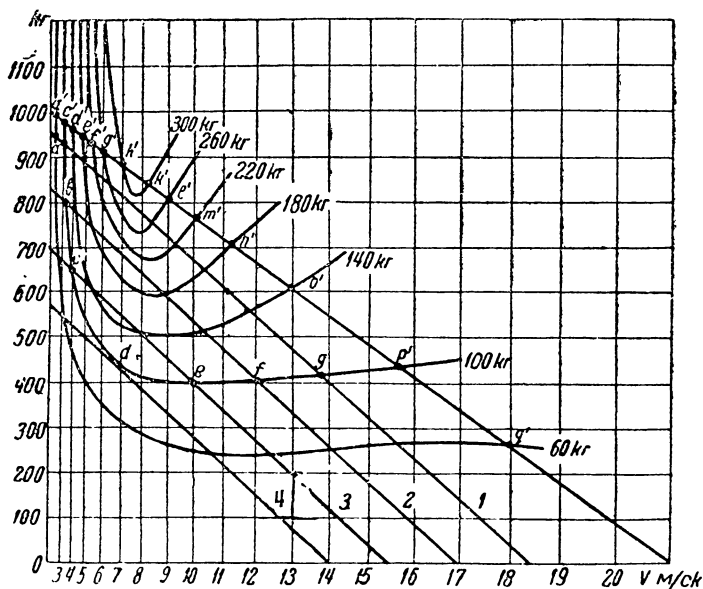


Рис. 212а. Схема построения диаграммы Маделунга

масштабе оси абсцисс изображается на диаграмме прямой линией; точки ее пересечения с кривыми определяют величины гидродинамических сопротивлений W самолета для соответствующих скоро-

стей v . Кривая, построенная по этим точкам в координатах vOW , дает частную гидродинамическую характеристику $W=f(v)$. Порядок построения понятен из чертежа на рис. 212 и 212а.

В случае изменения полетного веса и скорости взлета новая прямая (рис. 211), проведенная через точки $A_1(0, Q')$ и $B_1(v_0', 0)$, даст возможность построить новую характеристику лодки $W=f_1(v)$.

Таким образом, при помощи диаграммы Маделунга можно быстро получать кривые $W=f(v)$ для различных значений веса и взлетной скорости данного самолета. Чтобы иметь возможность сравнивать между собой различные типы лодок и поплавков, необходимо иметь кривые, построенные для одинакового начального водоизмещения. На диаграмму целесообразно нанести и серию кривых одинаковых углов бега (атаки днища).

Глава XI

ОПЫТОВЫЕ БАССЕЙНЫ ¹

§ 1. Типы бассейнов

Первым исследователем, применявшим метод испытания моделей для определения гидромеханических свойств судов, был гидравлик Борда, опыты которого относятся, как полагают, к 1765 г. Последующими экспериментаторами в этой области являются адмирал Тевенар (Thevenard, 1769—1771), а затем М. Бофуа (M. Beaufo), ставивший испытания моделей в Гренландском доке (Лондон, 1795—1798).

Однако только с конца шестидесятых годов прошлого столетия была установлена научно-обоснованная методика испытаний моделей, обязанная своим появлением классическим работам В. Фруда.

В. Фруд в 1871 г., при содействии английского адмиралтейства, построил опытовый бассейн в Торквей и оборудовал его специальной буксировочной тележкой, перемещающейся с различной скоростью вдоль бассейна и приводимой в движение от паровой машины (длина бассейна $L \approx 85$ м, ширина $B \approx 11$ м и глубина воды $H \approx 3$ м).

Модель располагается под тележкой на воде; измерительные приборы помещаются на специальном столе на самой тележке. Размеры тележки допускают присутствие экспериментаторов, чем облегчается наблюдение за поведением модели и фиксирование условий, сопровождающих ее движение.

Дальнейший непрерывный рост потребностей судостроительной промышленности и достижений научно-исследовательской мысли вызвал появление ряда бассейнов в различных странах. Большинство этих бассейнов построено, в основном, по идее бассейна В. Фруда, и поэтому им присуждено название бассейнов „типа Фруда“.

¹ F. Horn, Schiffsschleppversuche, Hydro- und Aerodynamik, 3. Teil, Technische Anwendungen. Leipzig, 1930.

На ряду с бассейном типа Фруда, ставшим в конце концов основной системой сооружений этого рода, в 1908 г. Велленкампом был предложен иной способ испытания моделей.¹

Модель судна буксируется при помощи тонкого троса (рис. 213), с грузом G на его конце. Этот груз ходит в особом колодце с высотой подъема, равной длине бассейна. Ролик R , через который перекинут буксирный трос, имеет длину по окружности, равную 1000 мм, и соединен с барабаном T .

Окружная скорость ролика равна скорости буксировки модели. Время вращения отсчитывается по волнообразной записи пера, соединенного с камертоном известной частоты. По длине окружности ролика и частоте колебаний камертона определяется скорость движения модели. Начальный разгон модели осуществляется вспомогательным грузом V , имеющим тот или иной вес в зависимости от желаемой скорости буксировки и действующим только на разгонном участке. Дальнейшее поддержание скорости производится с помощью заранее положенного рабочего груза G . Устойчивость модели на курсе обеспечивается двумя направляющими троса на бушприте и на мачте.

Достаточная длина бассейна по Велленкампу составляет 4,5 длин модели.² Однако для достижения устойчивой картины волнообразования лучше эту длину брать равной не менее 6,5 длин.

Несмотря на экономичность и простоту устройства, бассейн типа Велленкампа большого распространения не получил. Основанный в 1909 г. в Лихтенrade (Германия) бассейн был закрыт в 1920 г. Главными его недостатками по сравнению с бассейном Фруда являются: малая пропускная способность и плохая возможность наблюдения за моделью и картиной волнообразования.

Из функционирующих бассейнов, близких к типу Велленкампа, следует отметить бассейн научно-исследовательского института судостроения в Ленинграде, построенный Г. Е. Павленко в 1927 г., а также бассейн в Одессе. Ленинградский бассейн отличается особенно малыми размерами (длина около 8,5 метров) и, следовательно, малыми измеряемыми величинами, потребовавшими некоторых видоизменений измерительной аппаратуры и вспомогательных приспособлений по сравнению с прототипом.

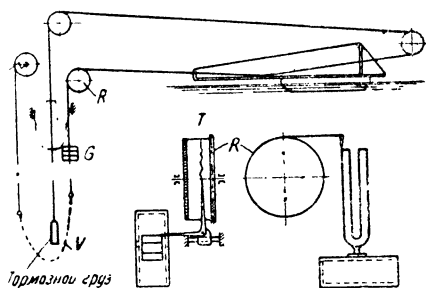


Рис. 213. Буксировочное устройство бассейна типа Велленкампа

§ 2. Бассейн системы Фруда и его оборудование

Бассейн представляет собой прямолинейный канал из водонепроницаемого материала (обычно бетон) и имеет ту или иную

¹ Wellenkamp, Eine neue Modellschleppmethode. Jahrb. SBTG, 1908.

² Эта длина принимается достаточной только для судов.

форму поперечного сечения. На боковых стенках бассейна на чугунных шпалах с клинообразными прокладками укладываются пришлифованные рельсы для тележки. В своих торцевых оконечностях бассейн имеет доки, служащие для баллаستировки, удиферентовки и стоянки моделей, а также волногасители, обычно — в виде вертикальных решетчатых переборок или пологой попереч-

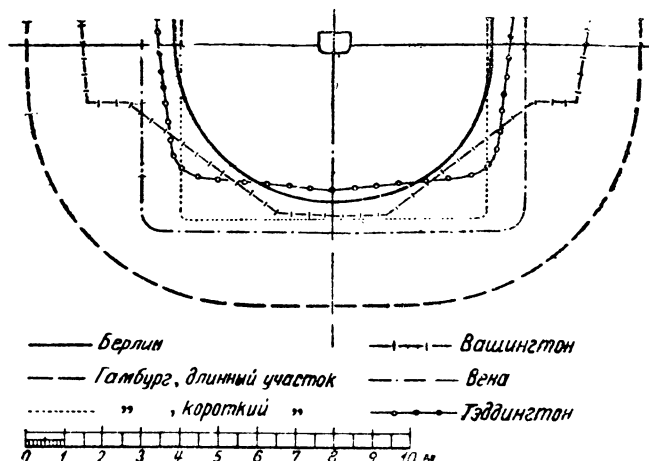


Рис. 214. Формы поперечных сечений существующих бассейнов

ной стенки с подъемом к берегу. В центральной части бассейна устраиваются окна из зеркального толстого стекла для наблюдения за моделью и попутным потоком; такие же окна устраиваются в доках, что облегчает контроль точности начального положения модели на воде.

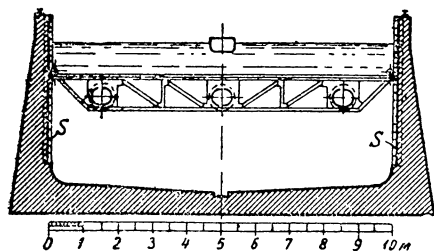


Рис. 215. Схема устройства для испытаний моделей на мелководьи (Вена)

Питание бассейна водой осуществляется при помощи труб от центральной насосной станции; опораживается бассейн естественным сливом и откачкой.

При сливе воды с целью лучшего осушения днища последнее имеет небольшой уклон к отливной трубе.

Габарит бассейнов определяется, с одной стороны, размерами моделей, их скоростями и временем, необходимым для разгона тележки, производства замеров и торможения, а с другой — условием минимального влияния береговых стенок и днища. Геберс рекомендует брать глубину воды в 20 раз больше осадки модели и ширину зеркала воды в 15 раз больше ширины модели; таким образом отношение площади живого сечения воды в бассейне к площади погруженной части миделя модели составляет 300. Для тихоходных судов это отношение может быть понижено до 100.

При испытании глиссеров и лодок гидросамолетов влияние стенок сказывается значительно слабее; в этом случае ширина бассейна может быть сделана на много меньше.

На рис. 214 приведены поперечные сечения некоторых зарубежных бассейнов.

Для испытания на мелководьи в настоящее время применяются два устройства: 1) постоянная мелководная часть бассейна или специально мелководный бассейн с изменением высоты уровня воды и 2) подъемное днище (рис. 215) в виде понтона.

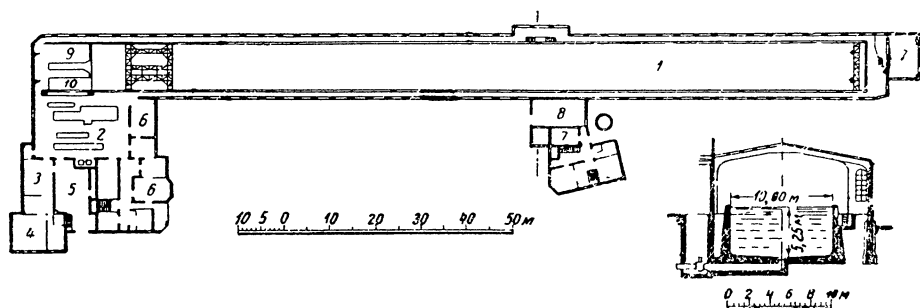


Рис. 216. Венский опытовый бассейн

1 — собственно бассейн; 2 — мастерские обработки моделей; 3 — столярная; 4 — слесарная; 5 — материальная кладовая; 6 — расчетное бюро и комнаты для научного персонала; 7 — аккумуляторная; 8 — машинный зал с силовой установкой; 9 — док для удифертовки моделей; 10 — док (гавань) для стоянки моделей

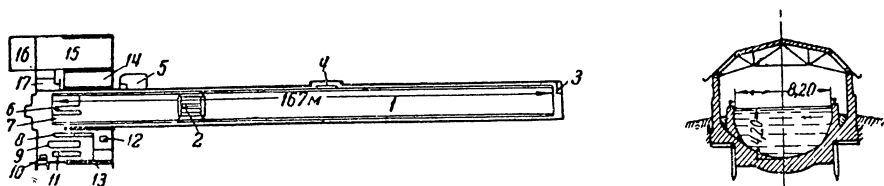


Рис. 217. Берлинский опытовый бассейн

1 — собственно бассейн; 2 — тележка; 3 — пульт управления; 4 — окна для наблюдений (ниже уровня воды); 5 — аккумуляторная; 6 — док для удифертовки моделей; 7 — док (гавань) для стоянки моделей; 8 — фрезерный станок для обработки моделей; 9 — поверочная плита; 10 — печь для плавки парафина; 11 — формовочная ванна; 12 — станок для обработки гребных винтов; 13 — помещение для рабочих; 14 — запасный генератор; 15 — помещение для гидротехнических опытов; 16 — силовая установка (турбогенератор); 17 — бюро

Примером второго типа может служить Венский бассейн. Подвижное днище разделено на отдельные понтоны восьмиметровой длины. В каждом понтоне проходит по три воздушных трубы, которые укрепляются на двух поперечных фермах. На торцовых ребрах понтонов проложены для водонепроницаемости резиновые набивки. Вертикальные направляющие S (рис. 215) понтонов крепятся в стенах бассейна. Нагнетание воздуха в трубы производится при помощи электрического компрессора.

К недостаткам второго типа следует отнести трудность осуществления гладкого стыка отдельных понтонов, что может сказаться при испытаниях моделей на мелководьи.

Более надежным для этих испытаний является постоянный мелководный участок или бассейн.

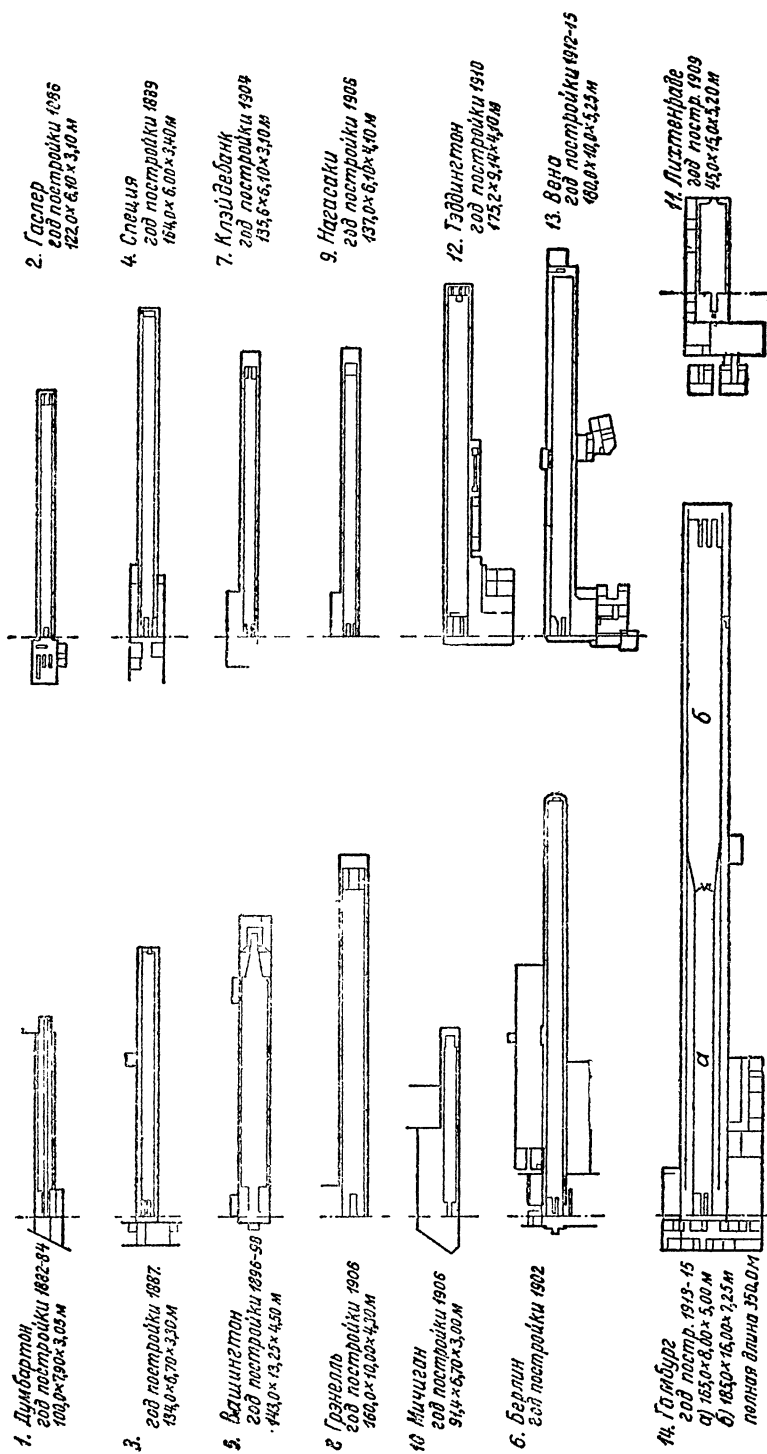


Рис. 218. Схемы опытовых бассейнов различных стран

При бассейнах имеются мастерские, силовая станция, расчетное бюро и необходимые хозяйственные помещения. В качестве примера приводим планы общего расположения Венского (рис. 216) и Берлинского (рис. 217) бассейнов.

Ниже приведена сравнительная таблица размеров бассейнов (табл. 61) и вид некоторых из них в плане (рис. 218).

ТАБЛИЦА 61
Основные размеры опытовых бассейнов

Местонахождение	Р а з м е р ы				Наибольшая скорость тележки м/сек
	длина м	ширина м	глубина м	площ. сеч. м^2	
Берлин	208	8,2	4,2	27,75	7,2
а) Гамбург					
1) большой участок . .	185	16,0	7,25	92,7	10,0
2) малый	165	8,0	5,0	36,0	6,0
б) Гамбург (для быстроходных испытаний) .	320	5,0	2,50	12,50	20,0
Теддингтон	175,2	9,15	3,81	33,40	7,6
Вашингтон	143	13,60	4,50	38,80	9,0
Вена	180	10,00	5,25	50,00	8,5
Москва (ЦАГИ)	200	12,00	6,50	72,00	15,0
Ленинград	134	6,70	3,30	22,00	4,0
Думбартон	100	7,90	3,05	3,66	6,1
Гренелль	160	10,00	4,30	28,60	6,0
Гаслар	122	6,10	3,10	—	4,9
Рим	275	12,50	6,30	82 00	12,0
Токио	200	12,50	6,30	73,00	13,0
Нагасаки	137	6,10	4,10	—	—
Клейдебанк	135,6	6,10	3,10	—	—
Специя	164,0	6,00	3,40	—	—
Мичиган	91,4	6,70	3,00	—	—
Лихтенrade	45,0	15,0	5,20	—	—

Тележка. Форма тележки в бассейнах бывает самой разнообразной. По своему внешнему виду тележка напоминает мостовой кран; ее остов состоит из клепаных или сварных поперечных и продольных ферм. С целью уменьшения вибраций фермы делаются достаточно высокими и жесткими. Центральная поперечная ферма служит для крепления измерительного стола с приборами. Размеры тележек обычно таковы, что свободно допускают присутствие нескольких экспериментаторов.

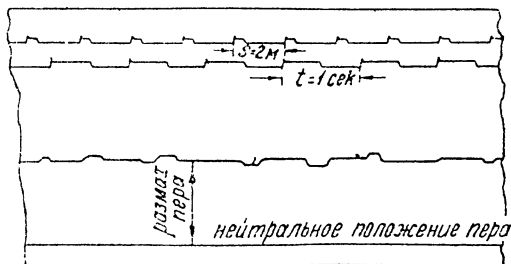


Рис. 219. Образец записи приборов на барабане

Вес тележки воспринимается четырьмя колесами (безребордными) со шлифованным бандажем. Поперечному смещению тележки препятствуют горизонтальные ролики, катящиеся по боковым по-

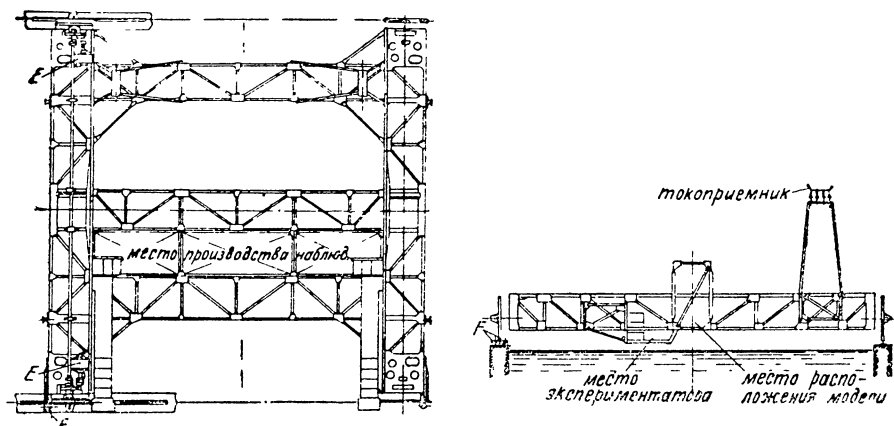


Рис. 220. Схема тележки в бассейне системы Фруда

верхностям шлифованной головки рельса. Вдоль бассейна на равном расстоянии друг от друга идут контакты, которые при движении тележки по очереди замыкают электрическую цепь; замыкание цепи отмечается самопишущим пером на вращающемся барабане. На этом же барабане производится одновременно запись электрического хронографа. Обе записи на барабане позволяют определять скорость движения тележки с большой точностью. Характер записей, получаемых на барабане, показан на рис. 219.

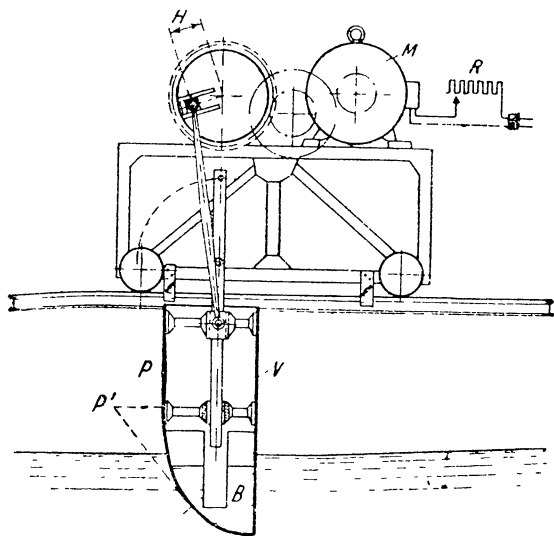


Рис. 221. Схема волнообразователя

V — волнообразующее тело; P — профиль для мертвой зыби (сплошная линия); P' — профиль для ветровой волны; R — реостат; M — электромотор; H — эксцентрик

Двигателями тележки являются электромоторы постоянного тока. В новейших конструкциях на каждом колесе ставится отдельный электромотор. Электроэнергия к моторам подводится по воздушным проводам через токоприемник (бугель).

В качестве примера на рис. 220 дан схематический чертеж тележки Венского бассейна.

Необходимая при буксировке модели равномерность движения тележки и потребность в широкой регулировке моторов обеспечивается специальной аккумуляторной станцией и особой схемой питания.

Торможение производится электрическими, воздушными или механическими тормозами; кроме того тележка обязательно снабжается аварийным тормозом.

Пост управления располагают или на берегу или на самой тележке.

Волнообразователи. При исследовании вопросов сопротивления моделей на волновой поверхности воды и при опытах по качке судов приходится создавать искусственное волнообразование; волнообразователь устанавливается поперек бассейна в его концевой части. Схема такого волнообразователя дана на рис. 221 (Гамбургский бассейн). Период колебаний регулируется реостатом, а их амплитуда — переменным эксцентриком.

§ 3. Измерительные приборы (устройства)

К главнейшим измерительным устройствам опытовых бассейнов относятся:

- 1) динамометр сопротивлений,
- 2) устройство для исследования всплывания и диферента движущихся моделей,
- 3) прибор (динамометр) для испытания упорного давления и вращающего момента моделей гребных винтов,

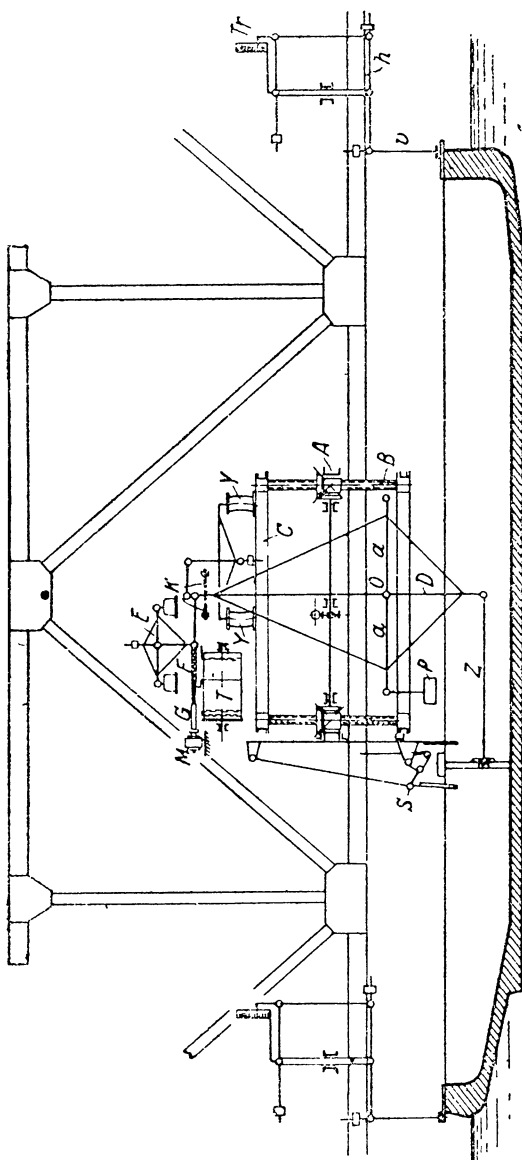


Рис. 222. Схема динамометра сопротивлений

- 4) то же для гребных колес (для судов),
- 5) устройство для измерения попутного потока,
- 6) устройство для испытания рулей,
- 7) устройство для испытания вполне погруженных моделей (подводных лодок, мин, дублированных судов и пр.),
- 8) устройство для испытания глиссеров и лодок гидросамолетов,
- 9) устройство для испытания пластин.

Схемы некоторых из перечисленных установок приводятся ниже.

1. Динамометр сопротивления. Динамометр сопротивлений служит для производства замеров горизонтальных сил сопротивления воды, возникающих при буксировании модели. Для примера на рис. 222 представлена схема динамометра Венского бассейна системы Геберса.

В основной раме A , жестко связанной с фермой тележки, установлены четыре винтовых колонки B , поддерживающие стол для измерения C . Четырехплечное коромысло динамометра опирается

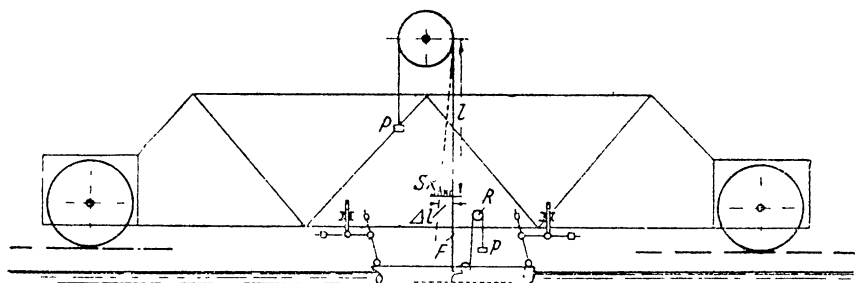


Рис. 223. Схема динамометра для малых нагрузок

на призматический шарнир O . К концу нижнего плеча коромысла крепится на шарнире буксирная штанга Z , совпадающая с направлением оси гребного вала. На одно из горизонтальных плеч коромысла подвешивается груз P , уравнивающий основную часть ожидаемого сопротивления; остаточная небольшая часть сопротивления модели передается через верхнее плечо коромысла (вдвое большее по длине, чем остальные плечи коромысла) на добавочные весы E и на пружину F , соединенную с сервомотором G . Наличие сервомотора и электрических контактов K допускает автоматическую регулировку натяжения пружины. В зависимости от прикосновения плеча коромысла к правому или левому контакту сервомотор вращается в ту или иную сторону и стремится удержать всю систему в положении равновесия. Запись усилий производится на барабане T самопишущим пером, насаженным на пружину.

Для погашения вибраций пера и пружины служит двусторонний масляный успокоитель Y . Ограничитель хода (люфта) модели служит для восприятия сил инерции, возникающих при разгоне и торможении тележки. Этот ограничитель выключается при установившейся скорости буксировки. Изменения диферента и погружения модели регистрируются на вертикальных барабанах указате-

лями T , при помощи систем рычагов v и h , установленных в носовой и кормовой частях модели.

При испытании весьма малых моделей, вес которых по условиям их изготовления превышает их водоизмещение и величины сил сопротивления которых весьма малы, чувствительность обычного динамометра может оказаться недостаточной. В этом случае применяют динамометры другого типа. Такой динамометр изображен на рис. 223 (Берлинский бассейн).

Груз P , перекинутый на гибкой нити F через легкий ролик большого диаметра, служит для уравнивания модели и измерения силы сопротивления.

Если модель под действием сил сопротивления подвинется от своего первоначального состояния назад, то сразу же возникает вследствие отклонения от вертикального положения нити F гори-

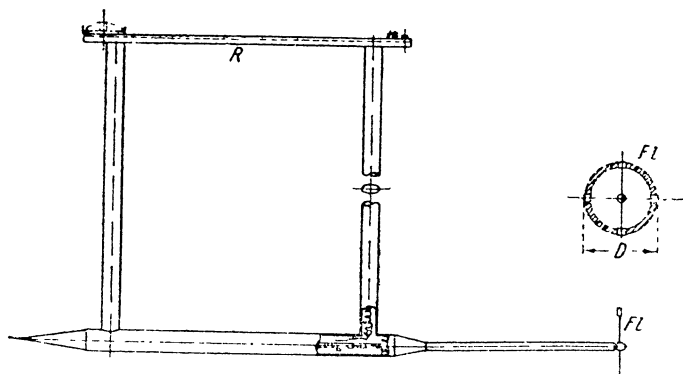


Рис. 224. Прибор для измерения скоростей попутного потока

зонтальная составляющая S , которая за малостью углов перекашивания может быть определена по формуле:

$$S = P \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl отсчитывается по шкале S_k .

Точность отсчета на таком динамометре составляет 0,5 г на 1 кг. Если силы сопротивления дают такое отклонение нити, при котором отсчета по шкале произвести нельзя, то модель уравнивают дополнительным грузом p , действующим через ролики R .

II. Устройство для измерения скоростей попутного потока. В некоторых вопросах, связанных с исследованием движения судов, необходимо изучать строение попутного потока с точки зрения распределения в нем скоростей.

Для этой цели служит или трубка Пито или специальные вертушки (Mitstromräder). При помощи трубки Пито можно измерять скорость только в точке; напротив, вертушки показывают среднюю скорость потока.

Устройство вертушки, измеряющей среднюю скорость в кольцевом сечении потока, показано на рис. 224.

Верхняя часть рамы R закрепляется неподвижно на тележке. К корпусу вертушки, в котором помещается ее вал, идут две стойки обтекаемой формы. Вращение вала регистрируется при помощи электрического контактного пера на особом барабане. Самая вертушка состоит из четырех легких круглых спиц ($d \approx 2$ мм), с малыми лопатками ($\approx 10 \times 10$ мм) на конце F_v .

III. Устройство для испытания рулей. На подшипнике B (рис. 225) установлена подвижная коробка G со стопорной гайкой W . В коробку проходит баллер руля X , который может вращаться относительно от Y . Силы давлений воспринимаются коромыслом H и уравниваются натяжением пружин F_1 и F_2 . Назначаемый

угол отклонения руля осуществляется соответствующим поворотом коробки.

Поочередным включением стопоров H_1 и H_2 измеряют моменты M_1 (относительно X) и M_2 (относительно Y).

Сила давления на руль A определяется по формуле:

$$A = \frac{M_2 - M_1}{b - a},$$

где b и a — плечи моментов; положение центра давления руля определяется плечом x :

$$x = \frac{M_1}{A}.$$

Правильность положения руля при производстве измерений контролируется указателем Z .

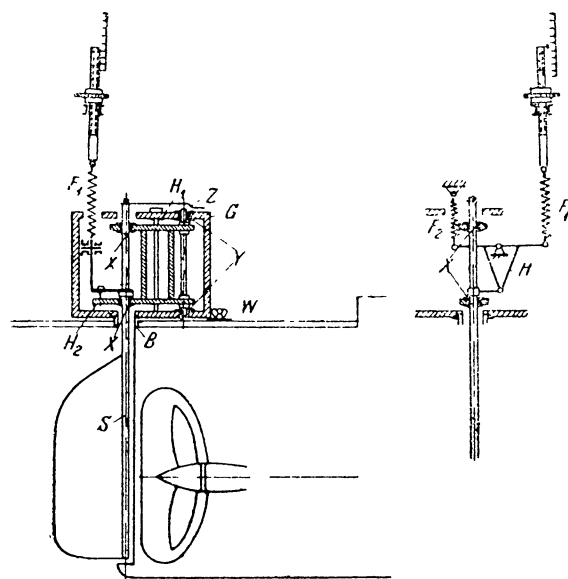


Рис. 225. Установка для испытания рулей

Рис. 226 изображает схему динамометра Боттомлея. Этот динамометр употребляется при измерении начальных моментов, отклоняющих судно от прямого курса; он состоит из двух пружинных весов F , поставленных в перпендикулярных к оси модели плоскостях. Принцип действия понятен из чертежа.

Сумма моментов, найденных относительно центра тяжести сил, дает величину искомого момента.

IV. Устройство для испытания вполне погруженных моделей. При испытании вполне погруженных тел бывает необходимо получать не только горизонтальную составляющую действующей силы, но также и вертикальную ее составляющую (динамическую силу поддержания) и центр давления воды. Для указанной цели может быть применено устройство, предложенное Геберсом (рис. 227) и имеющееся в Венском бассейне.

Испытуемая модель подвешивается в шарнирах W_1 и W_2 на двух легких вертикальных штангах L , оканчивающихся внизу нержавеющими металлическими ножами обтекаемой формы.

В своей верхней части штанги крепятся в шарнире C , расположенном на горизонтальном рычаге с осью вращения рычага в точке O . На одном плече рычага имеется передвижной груз L_g , а на другом его конце — указатель со стрелкой. При помощи этих грузов перед пробегом модели придают необходимый диферент и определяют статическую силу поддержания. Во время пробега грузы

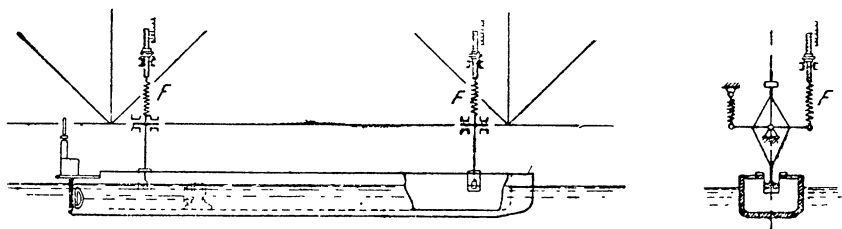


Рис. 226. Установка для измерения начальных моментов, отклоняющих судно от прямого курса

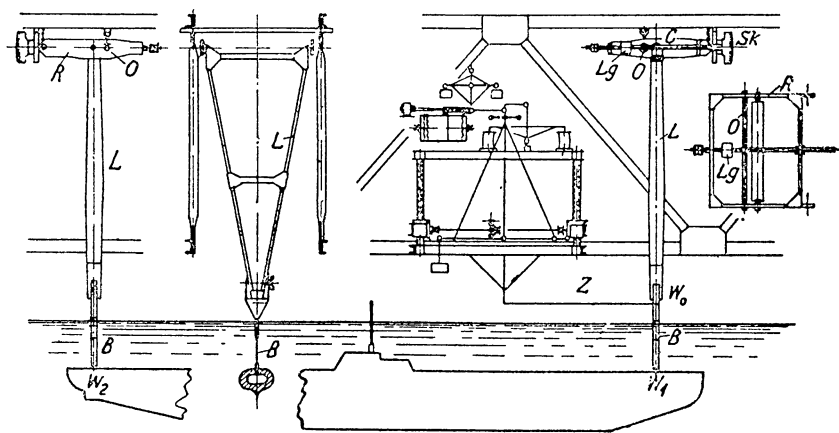


Рис. 227. Устройство для испытания вполне погруженных моделей

устанавливают так, чтобы показание стрелок на шкалах S_k было неизменным. По моментам перемещений грузов находят компоненты вертикальной силы и центр давления. Горизонтальная составляющая определяется при помощи динамометра сопротивления с учетом поправки на отношение плеч $\frac{W_1 C}{W_0 C}$.

V. Устройство для испытания глиссеров и летающих лодок.

Одна из схем устройства подобного рода изображена на рис. 228. Модель подвешивается в точке G (центре тяжести) за нить, перекинутую через ролик Sch . Нить оканчивается грузом E который позволяет регулировать начальную осадку. Натяжение внешних

нитей L_1 и L_2 , также соединенных с моделью, уравнивается постоянным по весу и подвижным грузом K . Этот груз служит для измерения диферентующих моментов.

Буксирный трос Z совпадает с линией гяги пропеллера. По шкале S_{k1} отсчитывается всплытие модели, а по шкале S_{k2} — углы диферента. Грузы q имеют вспомогательное назначение, ими пользуются только при весовой центровке лодки (на берегу).

Начальное водоизмещение определяется по формуле:

$$D = Q - (E + K),$$

где Q — полный вес модели.

Суммарная сила давления на лодку (статическая и динамическая) определяется из силового треугольника GWR . Получить из опыта

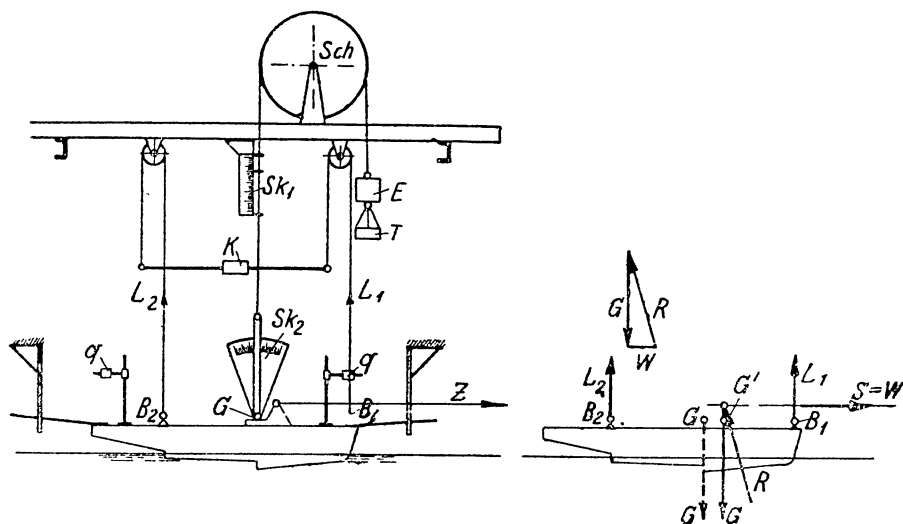


Рис. 228. Установка для испытания летающих лодок

динамическую силу R не представляется возможным вследствие трудности определения грузовой ватерлинии при глиссировании модели.¹

На рис. 229 изображена схема установки в бассейне Фруда. Модель закрепляется на шарнире B посредством легкой алюминиевой рамы. Последняя соединена с рамой A , имеющей вертикальное перемещение и расположенной на острой призме K . Гнездо призмы соединяется тонкой проволокой, перекинутой через ролики P , с противовесом W . Направляющие T жестко соединены с неподвижной шкалой S , на которой отсчитывается всплытие и погру-

¹ Если желают получить силу R при заранее намеченном угле диферента, то этот угол может быть сохранен неизменным путем перемещения груза K . Перемещение этого груза равносильно перемещению центра тяжести из точки G в G_1 . Вследствие этого треугольник сил строится с вершиной именно около этой точки. Груз T навешивается только при испытаниях летающих лодок и соответствует подъемной силе крыльев.

жение модели. На переднем конце алюминиевой рамки находится круговая шкала (в градусах) L с центром кривизны в точке B . Эта шкала может быть укреплена стопором с горизонтальной рамой C , передающей усилие на динамометр сопротивления D . Динамометр посредством рычагов сообщает передвижение перу M , которое записывает усилия на барабане R . Передняя рама F под-

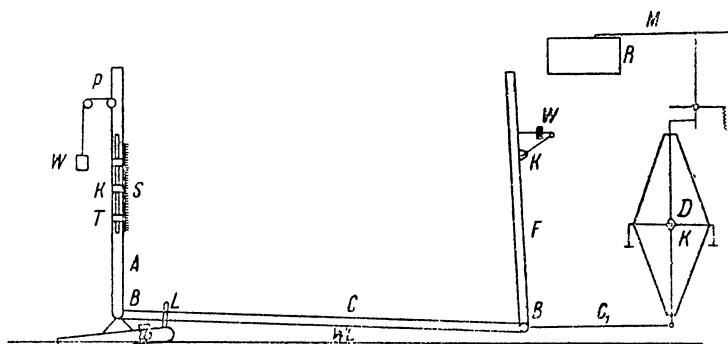


Рис. 229. Установка для испытания летающих лодок

держивает горизонтальные стержни CC_1 и уравнивается специальными грузами.

Установка Гамбургского бассейна для испытания лодок и поплавков дана на рис. 230. Динамометр сопротивления W состоит из свободно качающегося в виде коромысла рычага, укрепленного на призматической опоре. Усилие определяется по его отклонению или при помощи натяжения пружины, или при помощи груза K . Для точности измерений рычаг помещен между двумя электрическими контактами. При повороте рычага контакты будут попеременно замыкаться, вследствие чего сервомотор начнет вращаться с переменной направления вращения. То или другое вращение мотора создаст натяжение или ослабление тонкой измерительной пружины F . На пружине насажено перо, которым производится на барабане запись сопротивления.

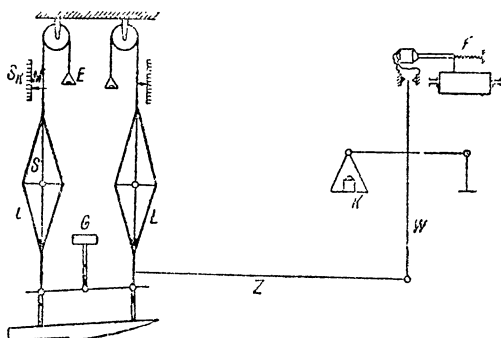


Рис. 230. Установка для испытания летающих лодок

К измерительной тележке прикреплены две рамы L , имеющие возможность качаться на двух призматических опорах; рамы служат направляющими для двух вертикальных штанг S . Нижний конец измерительного рычага соединяется тягой Z с моделью. Тяга присоединена в таком месте на раме, которое соответствует положению винта на самолете.

Поплавки прикреплены (каждый в двух точках) своим корпусом к штангам S и могут таким образом во время протаски свободно погружаться и всплывать. По движению двух указателей M , соединенных со штангами против измерительных шкал S_k , можно измерять степень погружения и всплывания; шкала S_k прикреплена к тележке неподвижно. От штанг идут две проволоки, перекинутые через рамки; на свободном конце каждой проволоки висит по чашке от весов. Груз E на этих чашках разгружает пару поплавков на величину подъемной силы крыльев. Вес пары поплавков уравнивается грузом G , который помещен в центре тяжести движущихся штанг так, что во время протаски он остается постоянным, несмотря на все движения модели.

Аналогичной установкой пользовался Зотторф в своих опытах над глиссирующими пластинками.

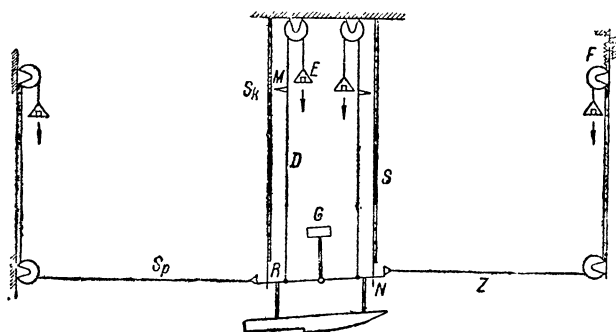


Рис. 231. Установка для испытания летающих лодок

В том случае, если приходится испытывать модели, длина которых не уместается в указанные выше размеры, пользуются другой схемой установки.

Пара поплавков (рис. 231) подвешивается на двух проволоках D , отстоящих на произвольных расстояниях друг от друга и перекинутых через два ролика. К концам этих проволок подвешиваются чашки с разгрузочным весом E . Чтобы удержать поплавки в вертикальной плоскости и помешать их боковому передвижению, служат две штанги S ; продолжения штанг в виде двух стальных трубок входят в два прореза R , которые сделаны в остовах поплавков. Буксирный трос Z ведет к измерителю сопротивления, через два ролика — к чашке весов. Для измерения малых усилий употребляется кроме этого калиброванная слабая пружина F . Чтобы уравновесить вес измерительной чашки, служит проволока S_p , перекинутая также через два ролика и соединенная с чашкой для уравнивающего груза. Для измерения всплывания и погружения к вертикальным проволокам прикреплены указатели M . Отсчет производится по шкалам на вертикальных штангах. От натяжений горизонтальных проволок Z и S_p при увеличении диферента модели образуется пикирующий момент, который будет тем меньше, чем дальше от модели расположены нижние рамки. Этот момент

можно уничтожить кабрирующим моментом, если только известно всплытие и погружение поплавков.

Установка позволяет измерять усилия от 0,01 кг до 200 кг с относительной погрешностью в $1-\Sigma\%$.

Процесс испытания модели производится в следующем порядке: модель с нанесенной на ней ватерлинией крепится к раме тележки и затем погружается до грузовой ватерлинии; погружение регулируется соответствующим подбором разгрузочных гирь E . Измерения сопротивлений при протаске могут производиться или с возрастающей скоростью, или с постоянной. Модель при протаске принимает естественный диферент, угол φ которого вычисляется по разности измерений показателей M .

В перечисленных выше устройствах для испытания глissирующих тел вес этих тел задается заранее и определению подлежит гидродинамическое сопротивление и положение на воде. Можно сделать наоборот, т. е. задавать определенное положение на воде

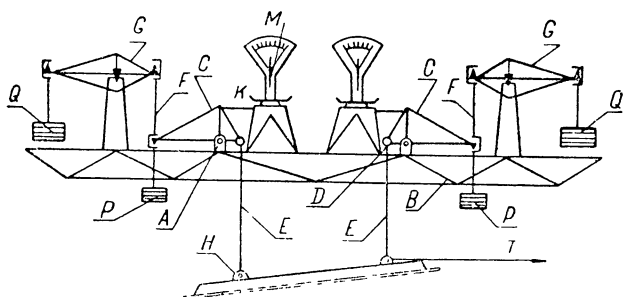


Рис. 232. Динамометр для испытания глissирующих тел

и отыскивать гидродинамическое сопротивление и подъемную силу. К числу устройств для испытания по последнему способу относится динамометр К. Ф. Косоурова.

Динамометр представляет собой систему рычажных весов, симметрично расположенных относительно вертикальной оси (рис. 232). В подшипниках А, укрепленных на дуралюминиевой ферме В, установлено нижнее коромысло С, к внутреннему концу которого D подвешена штанга Е. Верхнее коромысло соединено с нижним коромыслом штангой F, качающейся на трехгранных призмах из закаленной стали. Цапфы H служат для подвешивания пластины. От передней (носовой) цапфы идет трос на динамометр сопротивления. Грузы P служат для уравнивания в надводном состоянии всей установки. Измерения вертикальных составляющих сил давления воды производятся на внешних чашках динамометра при помощи гирь Q. Остаточная часть нагрузки воспринимается весами Майхака М, которые расположены над центральной частью станины и соединены тягами К с вершинами нижних коромысел. Все подвижные части динамометра имеют призматические опоры за исключением точек А и D, где поставлены шариковые подшипники. Изменение углов атаки и степени погружения пластины осу-

ществляется при помощи изменения длины штанг *E*, которые сделаны раздвижными. Раздвижение штанг на одно отверстие соответствует изменению угла атаки на 2° и погружению кормовой кромки пластины на 28 мм. Винтовая резьба верхней части этих штанг (на рис. 232 не показана) позволяет довести установку пластины до желаемой степени точности. Для предохранения весов динамометра от внезапных нагрузок в опорных подшипниках *A* установлены специальные ограничители отклонения коромысел. Динамометр измеряет усилия от 100 грамм до 100 килограмм.

IV. Испытания пластин. Как образец установки для определения сил трения о воду плоских пластин (досок) на рис. 233 представлена схема прибора Геберса (Венский бассейн).

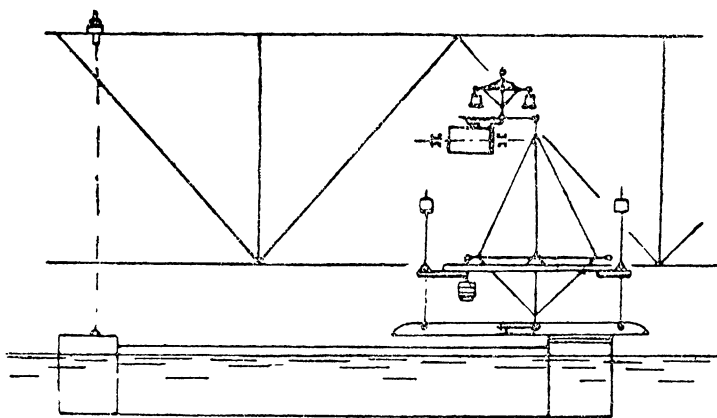


Рис. 233. Схема установки для протасок плоских пластин

На деревянные доски длиною до 10 м устанавливаются по торцевым концам латунные водорезы; передний водорез соединяется с динамометром. Для обеспечения остойчивости к нижней (килевой) части доски нашивается металлический брусок. Принцип измерений понятен из чертежа.

Глава XII

ВЫЧИСЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ (СОПРОТИВЛЕНИЯ) ГИДРОСАМОЛЕТА ПО ДАННЫМ ИСПЫТАНИЙ ЕГО МОДЕЛИ

§ 1. Прежний метод вычисления и его недостатки

Масштабный пересчет сил сопротивления модели судна на его натуральную величину базируется на законе динамического подобия как для судов плавающих, так и для глиссирующих. В главе VII мы видели, что выполнение закона подобия, требующего одно-

временного сохранения для модели и судна постоянства отношений

$$\frac{vl}{v} = \text{const} \quad \text{и} \quad \frac{v^2}{gl} = \text{const},$$

практически неосуществимо. Предложенная В. Фрудом гипотеза о возможности расчленения полного сопротивления на две части — сопротивление трения и сопротивление остаточное — достаточно хорошо подтвердилась для плавающих судов и была принята судостроительными кругами.

Когда же лабораториям и отдельным исследователям в связи с развитием судостроительной и гидроавиационной техники пришлось столкнуться с масштабным пересчетом глиссирующих судов, то здесь возникли новые осложнения: во-первых, вследствие брызгообразования и бурунов затруднительно было определить площадь смоченной поверхности корпуса модели и, во-вторых, изменялась сама структура потока, причем местные изменения скорости воды значительно отличались от скорости движения модели как по величине, так и по направлению. В результате метод Фруда для глиссирующих судов оказался неприменимым.

Оценивая степень пригодности метода Фруда, Зотторф говорит:¹

„По методу Фруда сопротивление для натурального судна по модели устанавливается формулой:

$$R = \underbrace{\left(r - c_{\mu} f \frac{\rho}{2} v^2 \right)}_{\text{I}} L^3 + \underbrace{c_o \frac{F \rho}{2} V^2}_{\text{III}},$$

где R и r — полное сопротивление судна и модели,

F и f — смоченная поверхность „ „ ,

V и v — скорость в м/сек „ „ ,

c_o и c_{μ} — коэффициенты трения „ „ ,

L — масштаб.

„Здесь член I представляет полное сопротивление модели, член II — трение модели и член III — сопротивление трения судна.

„Сопротивление трения II и III в практике испытаний при пересчете выполняется по эмпирически установленным коэффициентам трения c_{μ} и c_o , причем предполагается, что модель и натуральное судно образуют поток того же состояния, что и плоская поверхность, которая была испытана для установления коэффициента трения. Далее принимается, что смоченные поверхности f и F во время хода не меняются по сравнению со смоченной поверхностью в покое, а также что местные изменения добавочных скоростей, которые имеют место у судна в противоположность плоской, почти не имеющей объема поверхности, в среднем пренебрежимо малы по сравнению с входящими в формулы скоростями движения судна и модели.

„Большая точность пересчета, которая в среднем может быть оценена величиной порядка 2% для мощности и 1% для числа

¹ Проф. Г. Павленко, Проблемы глиссирования. Изд. НКВМ, 1934.

оборотов винта, показывает, что эти упрощения в формуле пересчета допустимы.

„При пересчете данных испытания для глиссирующих судов, следовательно для поплавков и глиссеров, применение упомянутой методики пересчета усложняется и практически становится невозможным:

„потому, что смоченная поверхность меняется со скоростью и при постоянной скорости меняется с углами установки так, что пересчет для каждой точки должен быть особым, причем постоянно должна замеряться смоченная поверхность,

„потому, что средняя скорость воды на поверхности глиссирования сильно отличается от скорости буксировки, как показывают

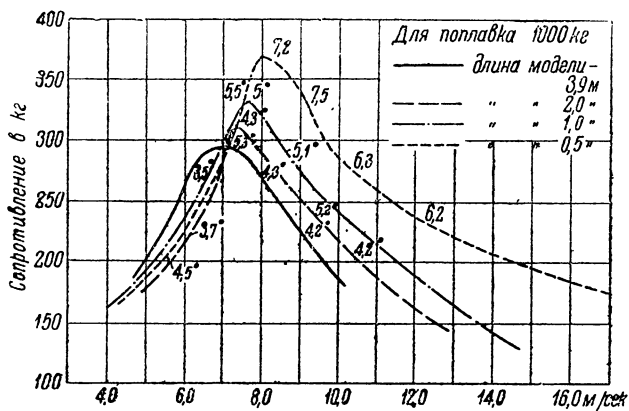


Рис. 234. Результаты масштабного пересчета четырех геометрически-подобных моделей по кубическому закону

измерения давлений, так что включение в формулу скорости буксировки повело бы к ошибкам,

„потому что установление коэффициента трения для модели ненадежно, так как при небольших масштабах модели коэффициент трения как функция числа Рейнольдса попадает в область, где при одном и том же Re могут быть различные значения в зависимости от того, какое состояние граничного слоя устанавливается по причине условия набегающего течения“.

Невозможность применения метода Фруда привело к тому, что полное сопротивление лодки или поплавков пересчитывали прямо по кубическому закону:

$$R = rL^3,$$

делая при этом заведомую ошибку в сторону преувеличения результата, так как сопротивление трения пропорционально скорости в степени, меньшей 2 (§ 6, гл. IX).

Для суждения о величине погрешности при пересчете сопротивления по кубическому закону на рис. 234 даны результаты пересчета четырех подобных моделей поплавков разного масштаба $L = 1, 1,95, 3,9$ и $7,8$, произведенного в Гамбургском бассейне

в 1928—1929 г.¹ Из этого рисунка видно, что наименьшая модель ($L=7,8$) дает наибольшее сопротивление по сравнению с сопротивлением для натурального поплавка ($L=1$). Смещение критических скоростей на диаграмме объясняется тем, что при одних и тех же числах Фруда углы бега были различны.

Если бы трения не существовало, то кубический закон оказался бы справедливым; очевидно, что чем большую долю полного сопротивления составляет трение, тем большая погрешность получается, если применяется этот закон; но при прочих равных условиях коэффициент трения зависит от длины, т. е. от масштаба модели. Следовательно, *суммарная поправка на трение зависит от относительной величины трения и масштаба модели*. Поэтому одна и та же модель может требовать введения различной величины поправки в зависимости от того, насколько велико относительное сопротивление трения. Отсюда видна полная необоснованность применявшихся до сих пор корректур к кубическому закону, которые заключались в уменьшении вычисленного сопротивления R на какую-то постоянную величину довольно растяжимого порядка от 10 до 25%.

§ 2. Метод Г. Павленко (Н. Соколова)

Несостоятельность метода Фруда в его применении к глиссирующим судам заставила искать более совершенные новые способы масштабного пересчета. Эту задачу удалось разрешить проф. Г. Е. Павленко еще в 1931 г., но по ряду причин метод масштабного пересчета был оглашен им только в июне 1933 г., а в печати появился лишь в 1934 г.² Независимо от проф. Г. Е. Павленко в июне 1933 г. аналогичный метод был предложен начальником ЭГО ЦАГИ инж. Н. А. Соколовым.

В основу своих рассуждений проф. Г. Е. Павленко принимает гипотезу, что отношение сопротивления трения модели и натуры может быть *приближенно* выражено формулой вида:

$$\frac{R_s}{r_s} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^n, \quad (1)$$

где r_s — сопротивление трения модели, R_s — сопротивление трения судна, l_2 — любой линейный размер модели, l_1 — соответствующий линейный размер судна, n — пока неопределенный показатель степени.

„Отметим сразу же, — говорит проф. Г. Е. Павленко, — что эта формула не далека от действительности и в скрытом виде применяется даже в значительно более широком диапазоне чисел Рейнольдса“ (т. е. по сравнению с диапазоном чисел Рейнольдса, охватывающим только глиссеры и гидросамолеты), „так как она является точным следствием всех эмпирических или теоретических формул трения, имеющих одночленный вид с постоянными коэффициентами (например: Геберса, Блазиуса, Геттингенской лабо-

¹ Luftfahrtforschung Berichte und Abhandlungen (ZFM), 1929, Heft 1. Hermann, Kempf, Kloess.

² Проф. Г. Е. Павленко, Проблемы глиссирования. Изд. НКВМ, 1934.

ратории, Английского национального бассейна, Кармана и др). Следовательно, этим выражением мы не вносим никаких новых источников погрешности по сравнению с упомянутыми формулами трения, а, принимая во внимание сравнительно узкий диапазон предназначаемого применения, мы в значительной мере ограничиваем пределы погрешностей, с которыми практически применяются эти формулы в области плавающих судов.

„Все эти формулы показывают, что с увеличением масштаба сопротивление трения становится меньшим, чем это было бы, если бы оно следовало закону подобия Фруда“.

Опытные исследования Гамбургского бассейна и в частности опыты Зотторфа с глассирующими пластинками (вторая „масштабная“ серия опытов) подтверждают не только падение коэффициента трения с увеличением масштаба, но также указывают, что значения этого коэффициента располагаются в зоне турбулентного режима

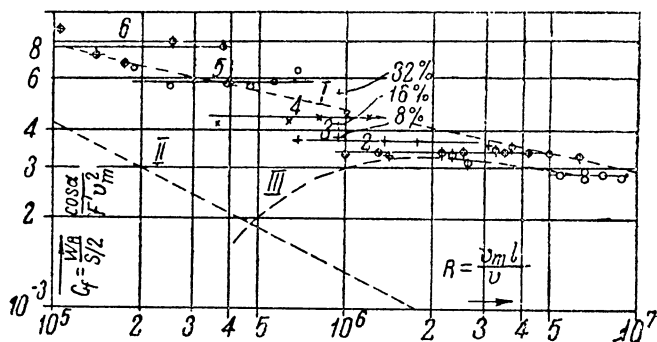


Рис. 235

(рис. 235). Для определения величины показателя степени n формулы (1) проф. Г. Е. Павленко пишет отношения сопротивлений трения, выражая последние через одночленные формулы с постоянными коэффициентами, и полагает, что модель и судно движутся в воде, имеющей одну и ту же плотность и вязкость.

Обозначая индексами „1“ и „2“ соответствующие величины для судна и модели, напишем отношение сопротивлений трения, применяя, например, формулу Геберса:

$$\frac{R_s}{r_s} = \frac{S_1 v_1^2 \left(\frac{\nu}{v_1 l_1} \right)^{0,125}}{S_2 v_2^2 \left(\frac{\nu}{v_2 l_2} \right)^{0,125}} = \frac{S_1 (v_1)^{1,875} (l_1)^{-0,125}}{S_2 (v_2)^{1,875} (l_2)^{-0,125}}.$$

Так как скорости протаски моделей в бассейне связаны со скоростями судна соотношением (законом Фруда):

$$\frac{v_1}{v} = \left(\frac{l_1}{l} \right)^{0,5}$$

и так как $S \div l^2$, то

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{l_1^2}{l_2^2} \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{1,875} = \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^{0,9375},$$

откуда

$$\frac{R_s}{r_s} = \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^{0,9375} \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^{-0,125}$$

или

$$\frac{R_s}{r_s} = \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^{2,8125} = L^{2,8125}.$$

Как видно из последнего выражения, формула Геберса дает значение

$$n = 2,8125.$$

Аналогичным путем можно получить значение для n , применяя другие одночленные формулы, в частности — формулу Фруда [§ 6, гл. IX, формула (27)], если предварительно найти зависимость коэффициента трения λ от l , что и было сделано профессором Г. Е. Павленко.

В результате применения различных формул проф. Г. Е. Павленко составил табл. 62, в которой помещены значения n , отвечающие различным формулам.

ТАБЛИЦА 62

Наименование	n
Формула Геберса	2,8125
„ Английского бассейна . .	2,793
„ Блазиуса	2,796
„ Фруда	2,806
Исследования Шиллера и Германа .	2,806
Новая теория Кармана	2,803
Среднее значение . . .	2,8027

Из таблицы видно, что колебания n относительно невелики. Ограничиваясь в практических расчетах тремя значащими цифрами, получаем:

$$n \approx 2,80.$$

Таким образом формула (1) будет иметь следующий окончательный вид

$$\frac{R_s}{r_s} = L^{2,8}. \quad (1')$$

По Н. А. Соколову показатель n получается равным 2,7.

Удобство формулы (1) заключается в том, что для пересчета не требуется знать ни величины смоченной поверхности, ни скоростей обтекания. В противоположность методу Фруда сопротивление трения модели определяется не по формулам трения, а иным способом, изложенным в следующем параграфе.

Сопротивление нормальных давлений R_p пересчитывается по закону Фруда:¹

$$R_p = r_p L^3.$$

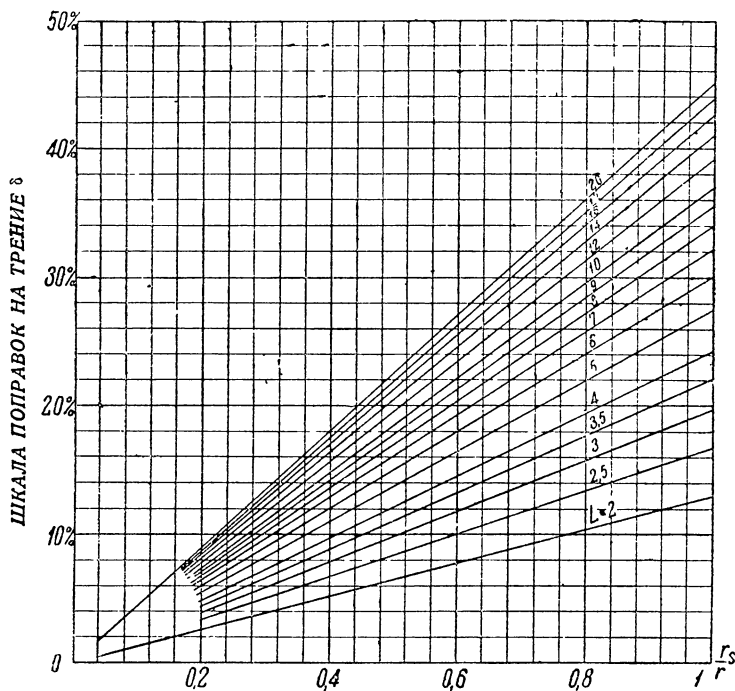


Рис. 236. Диаграмма проф. Г. Павленко для нахождения поправки на трение при масштабном пересчете

В результате полное сопротивление судна пересчитывается по формуле:

$$R = r_p L^3 + r_s L^{2,8}. \quad (2)$$

Формула (2) позволяет оценить и исключить погрешность, получаемую при пересчете полного сопротивления по кубическому

¹ Остаточное сопротивление по Фруду и по Павленко обозначено различными символами (r_0 и r_p), так как в первом случае туда входят составными частями сопротивление водоворотное и волновое, а во втором — сопротивление волновое, брызговое и гидростатическое, причем сопротивление водоворотное (т. е. вихревое) у судов, не имеющих выступающих частей (например гидросамолетов), обычно при глиссировании отсутствует.

закону. Действительно, подсчитывая это сопротивление по закону кубов, мы имели бы:

$$R' = r_p L^3 + r_s L^3 = r L^3.$$

Абсолютное преувеличение ΔR полного сопротивления в этом случае равняется $\Delta R = R' - R$ при относительной его величине равной:

$$\delta = \frac{\Delta R}{R'} = \frac{R' - R}{R'} = \frac{r_p L^3 + r_s L^3 - r_p L^3 - r_s L^{2,8}}{r L^3} = \frac{r_s}{r} (1 - L^{0,2}). \quad (3)$$

Нетрудно видеть, что δ было бы равно нулю, если бы отсутствовало трение или если бы $L=1$. При $L=\text{const}$ между δ и $\frac{r_s}{r}$ получается линейная зависимость.

Истинное сопротивление глисера равно:

$$R = R' (1 - \delta) = r L^3 (1 - \delta). \quad (4)$$

Этой формулой и рекомендует пользоваться проф. Г. Павленко, причем для облегчения расчетной работы он дает диаграмму, по которой легко определить поправку δ , если известно относительное трение $\frac{r_s}{r}$ и масштаб L . Диаграмма поправок представлена на рис. 236; на ней по оси абсцисс отложены значения $\frac{r_s}{r}$, а по оси ординат величина поправки δ . Каждая прямая, нанесенная на диаграмме, соответствует поправкам для постоянного масштаба в вычисленных пределах L от 2 до 20. Например, если $\frac{r_s}{r} = 0,44$ и $L=5$, мы получаем δ равное 0,12.

Изложенный способ пересчета, отличаясь большой простотой и практической точностью, проверенной на результатах опытов с „масштабной“ серией пластин Зотторфа, исключает тот произвол поправок на масштабный эффект, который применялся до настоящего времени.

Проверка нового способа масштабного пересчета для глисеров и гидросамолетов не закончена. Поэтому пока еще трудно говорить о точности этого способа в его приложении к реальным объектам. Однако можно думать, что он подтвердит себя в области гидросамолетов и глисеров в той же мере, в какой подтвердил себя в области простейших глессирующих тел (пластин).

§ 3. Определение составных частей полного сопротивления для глессирующих судов

При гидроглиссировании судна на последнее действуют со стороны воды силы нормальных давлений, приложенных по нормали к смоченной поверхности, и силы трения, которые будем считать совпадающими с касательной к трущейся поверхности.

Вследствие продольной симметрии корпуса поперечные составляющие действующих сил в сумме дадут нуль. Таким образом рас-

смотрению будут подлежать лишь силы в их проекции на плоскость симметрии.

Обозначим через A_p и A_s вертикальные составляющие нормальных давлений и сил трения и через R_p и R_s горизонтальные составляющие нормальных давлений и сил трения. Тогда подъемная сила глissiрующей поверхности будет $A = A_p + A_s$, а сила сопротивления будет $R = R_p + R_s$.

Если принять движение глissiрующего судна установившимся, то уравнения движения сведутся к уравнениям статики. Проф. Г. Павленко составил уравнения равновесия и в результате их решения получил для различных типов глissiрующих судов формулы, которые позволяют вычислить составные части полного сопротивления.

В задаче рассматриваются только такие формы днищ, углы наклона которых по длине в пределах смоченной поверхности имеют

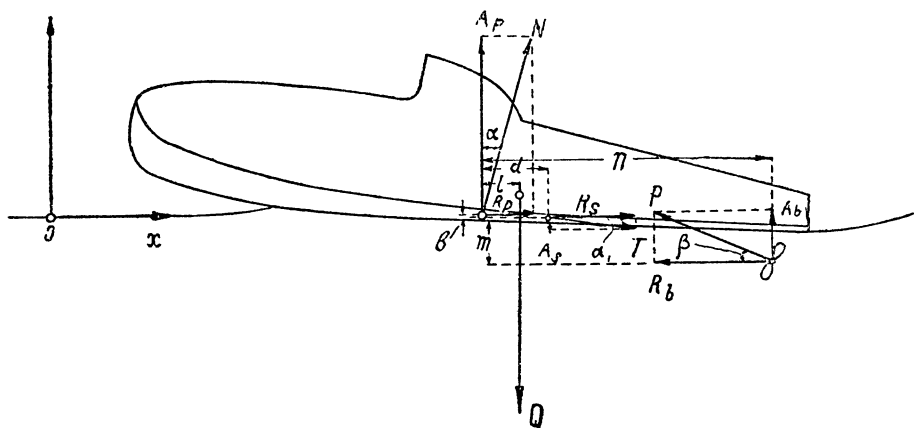


Рис. 237

незначительное изменение, что позволяет без большой погрешности заменить их некоторым постоянным, средним по величине, углом атаки α . Этому условию точно удовлетворяют все цилиндрические поверхности, образующая которых параллельна плоскости симметрии, и в частности — плоские днища и днища в виде двугранного угла.

„Поверхности, существенно отступающие от этого требования, встречаются сравнительно редко и по отношению к ним выводы будут иметь значение второго приближения по сравнению с простым пересчетом по закону подобия“.

I. Глissер с одной несущей поверхностью (однореданный) и с водяным винтом. На глissер (рис. 237) действуют следующие силы: 1) сила нормальных давлений N с составляющими A_p и R_p , 2) сила трения T с составляющими A_s и R_s , 3) упорное давление винта P с составляющими A_v и R_v , 4) сила веса Q .

Координатные оси, неподвижно связанные с глissером, располагаем так, что ось OZ направлена вертикально вверх, а ось Ox — горизонтально, в сторону, обратную скорости движения.

Уравнение равновесия сил относительно оси OX будет иметь следующий вид:

$$R_p + R_s - R_v = 0$$

или

$$N \sin \alpha + T \cos \alpha - P \cos \beta = 0, \quad (5)$$

где β есть угол между силой упорного давления и скоростью движения (горизонтом).

Относительно оси OZ будем иметь уравнение:

$$A_p - A_s + A_v - Q = 0$$

или

$$N \cos \alpha - T \sin \alpha + P \sin \beta - Q = 0. \quad (6)$$

Исключая из системы уравнений (5) и (6) неизвестную величину N , получаем формулу для сопротивления трения:

$$R_s = T \cos \alpha = \frac{P(\cos \beta + \sin \beta \operatorname{tg} \alpha) - Q \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (7)$$

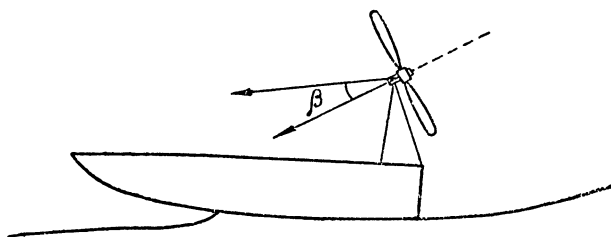


Рис. 238

и формулу для сопротивления нормальных давлений:

$$R_p = R_v - R_s = P \cos \beta - R_s = P \cos \beta - \frac{P(\cos \beta + \sin \beta \operatorname{tg} \alpha) - Q \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (8)$$

Когда углы α и β малы, то формулы (7) и (8) упрощаются:

$$R_s = P - Q\alpha, \quad (7')$$

$$R_p = Q\alpha. \quad (8')$$

Входящие в формулы (5) и (6) величины P , Q , α и β являются известными и замеряются непосредственно в процессе эксперимента в опытовом бассейне.

Если вместо водяного винта имеется воздушный винт, то расчетные формулы сохраняют свой прежний вид.

При направлении силы тяги пропеллера, как показано на рис. 238, $\sin \beta$ становится отрицательным, и формула сопротивления трения принимает вид:

$$R_s = \frac{P(\cos \beta - \sin \beta \operatorname{tg} \alpha) - Q \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (7'')$$

Сила аэродинамического сопротивления R_x учитывается отдельно и в формулу (7) не включена.

II. Гидросамолет с однореданной лодкой. В отличие от глссера к гидросамолету добавляются еще силы аэродинамического сопротивления R_y и поддержания R_x . Сила R_x так же, как и в первой задаче, прибавляется к силе R_s , но эта последняя будет иметь уже иное значение, так как уменьшение веса гидросамолета на воде за счет подъемной силы крыльев изменит осадку лодки и соотношение горизонтальных сил. Существование силы R_y равносильно тому, что глссер вместо прежнего веса Q будет иметь вес $Q - R_y$, а натяжение буксирного троса P примет значение P_1 .

В результате сила сопротивления трения будет:

$$R_s = \frac{P_1 (\cos \beta + \sin \beta \operatorname{tg} \alpha) - (Q - R_y) \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (9)$$

III. Глссер с двумя несущими поверхностями (двухреданный) с водяным винтом. В глссере с двумя несущими поверхностями

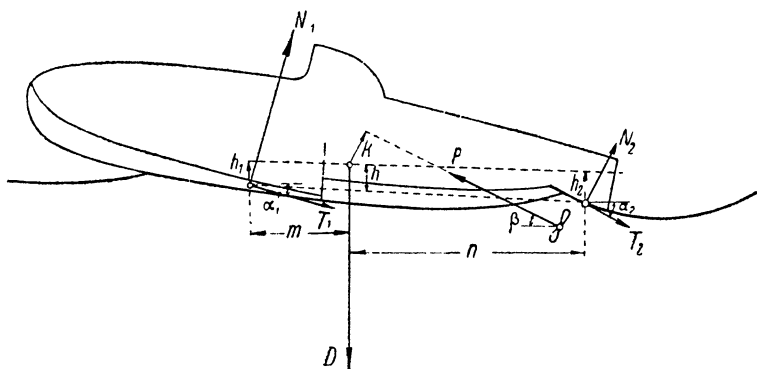


Рис. 239

получаются два участка сил воздействия воды: носовой и кормовой (рис. 239). На каждый из этих участков будут со стороны воды приложены силы, перечисленные выше. Силы, действующие на носовую часть, обозначим значком „1“, а на кормовую часть — значком „2“.

Уравнение проекций сил на ось OX будет следующее:

$$N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 + T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2 - P \cos \beta = 0 \quad (10)$$

или

$$R_p + R_s = P \cos \beta,$$

где

$$R_p = R_{p1} + R_{p2} = N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2,$$

$$R_s = R_{s1} + R_{s2} = T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2.$$

Составляем уравнение проекций сил на вертикальную ось OZ :

$$N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 - T_1 \sin \alpha_1 - T_2 \sin \alpha_2 + P \sin \beta - Q = 0 \quad (11)$$

или

$$A_p + A_s + P \sin \beta - Q = 0,$$

где

$$A_p = A_{p_1} + A_{p_2} = N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2,$$

$$A_s = A_{s_1} + A_{s_2} = -T_1 \sin \alpha_1 - T_2 \sin \alpha_2.$$

Далее составляем уравнение моментов относительно центра тяжести. Для этого необходимо знать координаты точек приложения равнодействующих. Проф. Г. Е. Павленко принимает реакцию воды для плоских днищ, поскольку „речь идет о выявлении лишь приближенной поправки к пересчету сопротивления“, приложенной в точке пересечения днища с горизонтом невозмущенной воды, что достаточно хорошо согласуется с результатами опытов; для килеватых днищ эта точка принимается расположенной на половине длины части днища, погруженной ниже горизонта невозмущенной воды.

Уравнение моментов имеет вид:

$$mN_1 \cos \alpha_1 - nN_2 \cos \alpha_2 - mT_1 \sin \alpha_1 + nT_2 \sin \alpha_2 - h_1 N_1 \sin \alpha_1 - \\ - h_2 N_2 \sin \alpha_2 - h_1 T_1 \cos \alpha_1 - h_2 T_2 \cos \alpha_2 - Pk = 0, \quad (12)$$

где h_1 и h_2 — расстояния по вертикали точек приложения сил давления воды до центра тяжести, k — плечо упорного давления (тяги винта).

Система уравнений (10), (11) и (12) имеет четыре неизвестных: N_1 , N_2 , T_1 и T_2 . Пренебрегая, вследствие малости углов α , членами вида $T \sin \alpha$ по сравнению с членами $N \cos \alpha$ и рассматривая совокупность членов $T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2$, приходим к упрощенной системе трех уравнений с тремя неизвестными N_1 , N_2 и R_s .

Решение этих уравнений дается в форме

$$A_{p_1} = \frac{nQ - Pv}{n + m}, \quad (13)$$

$$A_{p_2} = \frac{mQ - Ps}{n + m}, \quad (14)$$

$$R_p = \frac{(nQ - Pv) \operatorname{tg} \alpha_1 - (mQ - Ps) \operatorname{tg} \alpha_2}{n + m}, \quad (15)$$

причем сопротивление трения равно:

$$R_s = P \cos \beta - R_p;$$

в этих формулах (рис. 240) n и m — абсциссы точек приложения равнодействующих, $v = n \sin \beta - k - h \cos \beta$, $s = m \sin \beta + k + h \cos \beta$, k — расстояние от центра тяжести до линии вала, h — расстояние от центра тяжести до точки пересечения линии веса с прямой, соединяющей точки приложения сил к несущим поверхностям днища.

Отрезки s и v могут быть получены графическим путем: они представляют расстояния от оси вала некоторых точек a и b с соответствующими координатами $(h, -m)$ и (h, n) относительно центра тяжести (рис. 240).

Когда глиссер снабжен воздушным винтом, решение системы уравнений дается формулами:

$$A_{p_1} = \frac{nQ + P\nu'}{n + m}, \quad (13')$$

$$A_{p_2} = \frac{mQ - Ps}{n + m}, \quad (14')$$

$$R_p = \frac{(nQ + Pv') \operatorname{tg} \alpha_1 + (mQ - Ps) \operatorname{tg} \alpha_2}{n + m}, \quad (15')$$

а сопротивление трения получается попрежнему в виде разности:

$$R_g = P \cos \beta - R_p.$$

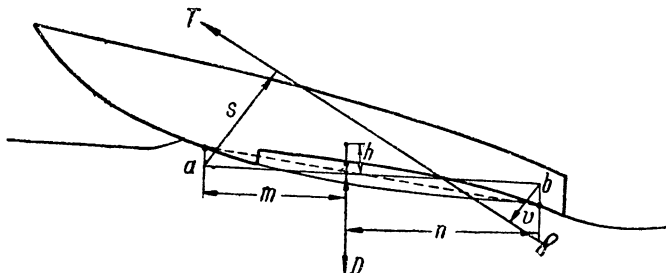


Рис. 240

Вместо величины v , которая получилась бы здесь при графическом построении отрицательной, вводится величина v' , причем v' и s представляются в новой форме:

$$v' = k + h \cos \beta - n \sin \beta,$$

$$s = k + h \cos \beta - m \sin \beta,$$

в которой обе величины положительны и берутся из построения как абсолютные длины отрезков.

IV. Гидросамолет с двухреданной лодкой. Эта задача аналогична предыдущей с той разницей, что сюда мы добавляем подъемную силу крыльев R_y и момент этой силы fR_y . Уравнение (10) остается без изменения, а в уравнения (11) и (12) добавляется по одному члену.

Уравнения равновесия принимают вид:

$$N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 + T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2 - P \cos \beta = 0, \quad (*)$$

$$N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 - T_1 \sin \alpha_1 - T_2 \sin \alpha_2 + P \sin \beta - Q + R_y = 0, \quad (**)$$

$$mN_1 \cos \alpha_1 - nN_2 \cos \alpha_2 - mT_1 \sin \alpha_1 + nT_2 \sin \alpha_2 - h_1 N_1 \sin \alpha_1 - \\ - h_2 N_2 \sin \alpha_2 - h_1 T_1 \cos \alpha_1 - h_2 T_2 \cos \alpha_2 - Pk + fR_v = 0. \quad (***)$$

В уравнении (***) принимаем $f > 0$, когда центр давления крыла располагается в нос от центра тяжести самолета.

Решение получаем в таком виде:

$$A_{p_1} = \frac{nQ - (n+f)R_y + Pv'}{n+m}, \quad (16)$$

$$A_{p_2} = \frac{mQ - (m-f)R_y - Ps}{n+m}, \quad (17)$$

$$R_p = \frac{[nQ - (n+f)R_y + Pv'] \operatorname{tg} \alpha_1 + [mQ - (m-f)R_y - Ps] \operatorname{tg} \alpha_2}{n+m}. \quad (18)$$

Сопротивление трения равно:

$$R_s = P \cos \beta - R_n.$$

Величины v' и s выражаются при помощи прежних формул и могут быть найдены графически, как показано на рис. 241.

§ 4. Поправки при испытании моделей глиссирующих судов

Если бы сопротивление трения при глиссировании подчинялось закону Фруда, то сохранение в моделях глиссирующих судов подобного расположения центра тяжести и линии тяги винта, а также соответствующей весовой нагрузки и скорости обеспечивало бы условие подобия. Однако мы знаем, что сопротивление трения с изменением масштаба модели изменяется медленнее, чем сопротивление нормальных давлений. Сила сопротивления с силой тяги винта дают пикирующий мо-

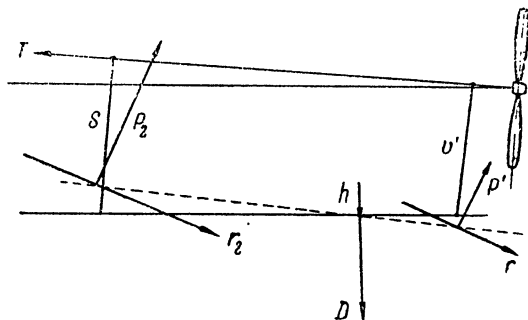


Рис. 241

мент; чем меньше масштаб модели, тем больше относительная величина горизонтальных сил и пикирующего момента. Вследствие этого модель приобретает увеличенный дифферент на нос по сравнению с полноразмерным судном и условие геометрического подобия нарушается.¹ Таким образом модель будет соответствовать не заданному судну, а такому, у которого центр тяжести смещен в нос.

Величина веса модели также будет отличаться от заданной, так как вертикальная составляющая силы трения будет относительно больше; значит модель будет соответствовать судну несколько увеличенного веса по сравнению с весом заданным. Заметим, что эта поправка получается весьма небольшой.

Пользуясь уравнениями равновесия, можно учесть величину поправок на положение центра тяжести (момент) и на водоизме-

¹ Углы атаки днища модели не будут равны углам атаки днища полноразмерного судна. Примером нарушения геометрического подобия могут служить кривые сопротивления поплавков (рис. 234) масштабной серии.

шение. В качестве примера проф. Г. Павленко приводит формулы поправок для случая двухреданного глссера с водяным винтом.

Равновесие модели определяется следующими тремя уравнениями: уравнением горизонтальных сил

$$N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 + T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2 - P \cos \beta = 0, \quad (*)$$

уравнением вертикальных сил

$$N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 - T_1 \sin \alpha_1 - T_2 \sin \alpha_2 + P \sin \beta - Q = 0, \quad (**)$$

уравнением моментов

$$mN_1 \cos \alpha_1 - nN_2 \cos \alpha_2 - h_1 N_1 \sin \alpha_1 - h_2 N_2 \sin \alpha_2 - h_1 T_1 \cos \alpha_1 - \\ - h_2 T_2 \cos \alpha_2 - Pk = 0. \quad (***)$$

Предположим, что удельное трение модели (т. е. трение, приходящееся на единицу веса) сделалось равным удельному трению глссера. Тогда, сохраняя для модели прежнюю величину скорости ее буксировки и удерживая модель *внешними усилиями* в ее прежнем положении, мы получим уменьшенную величину сопротивления потребной тяги. Чтобы найти новое значение потребной тяги, необходимо предварительно вычислить δ ; эта последняя лежит в пределах $0 < \delta < 1$ и для простоты берется в данном примере из диаграммы на рис. 236, как наибольшая ордината (т. е. при $\frac{r_s}{r} = 1$) прямой заданного масштаба.

Новое уравнение сопротивления будет:

$$N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 + (1 - \delta) (T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2) - P' \cos \beta = 0.$$

Вычитая последнее уравнение из уравнения (*), находим новую величину потребной тяги P' :

$$P' = P - \frac{\delta (T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2)}{\cos \beta} = P - \frac{\delta R_s}{\cos \beta}.$$

Внешние усилия, приложенные к модели, заставляют ввести в уравнения (**) и (***) по дополнительному члену; уравнение вертикальных сил напишется в таком виде:

$$N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 - (1 - \delta) (T_1 \sin \alpha_1 + T_2 \sin \alpha_2) + \\ + P' \sin \beta - Q - \eta = 0,$$

а уравнение моментов в виде:

$$mN_1 \cos \alpha_1 - nN_2 \cos \alpha_2 - h_1 N_1 \sin \alpha_1 - h_2 N_2 \sin \alpha_2 - \\ - (1 - \delta) (h_1 T_1 \cos \alpha_1 + h_2 T_2 \cos \alpha_2) - P'k - \mu = 0.$$

Вычитание написанных уравнений из соответствующих уравнений (**) и (***) дает:

$$\eta = \delta R_s \operatorname{tg} \beta - \delta (T_1 \sin \alpha_1 + T_2 \sin \alpha_2). \quad (19)$$

$$\mu \approx - \delta R_s \left(h + \frac{k}{\cos \beta} \right) = - \delta R_s H. \quad (20)$$

Величина H представляет собой отрезок проходящей через центр тяжести вертикали, отсекаемый с одной стороны линией тяги, а с другой — „линией трения“ (пунктир на рис. 239).

Формулы (19) и (20) дают поправки на вес и положение центра

тяжести модели. Таким образом, чтобы модель с уменьшенным трением сохранила свое прежнее положение, необходимо добавить к ней груз величиной η и создать момент на нос, равный μ .

При испытании модели действительная задача заключается в обратном: модель требуется привести в положение, в котором находится судно в натуральную величину. Для этого нужно: 1) вес модели уменьшить на величину η и 2) путем переноса грузов создать дополнительный момент на корму, равный $\delta R_s H$. В этом и заключается поправка, внесенная проф. Г. Павленко.

„Строго говоря, — замечает проф. Г. Павленко, — в этом случае мы допускаем неточность, так как величины R_s , β и H должны быть вычислены по положению модели с уменьшенным трением, которое однако является искомым и заранее неизвестно. В обычных случаях эта неточность не играет роли в силу малости самих поправок; принимая во внимание, что нынешняя международная практика обходится вовсе без поправок, трудно ожидать, чтобы приближенное их вычисление оказалось недостаточным.

„Однако в тех особых случаях, когда точность установки модели желательно довести до более высокой степени, или когда получаемые поправки имеют не малую величину, всегда имеется путь для уточнения этих поправок до каких угодно пределов. Для этого достаточно на основании испытания моделей в исправленном положении вычислить заново величины поправок и, введя их, произвести испытание еще раз“.

Учет поправок для других задач, разобранных в § 3, производится аналогичным путем. Поправки η и μ могут быть введены лишь на основании опыта, т. е. когда положение модели на воде и ее сопротивление будут известны. Предварительно необходимо произвести протаску обычным путем (без поправок), а затем вычислить поправки по формулам (19) и (20).¹

§ 5. Пример масштабного пересчета

В качестве примера, иллюстрирующего способ масштабного пересчета, изложенного в этой главе, приводим расчет двухлодочного гидросамолета, модель которого испытывалась в Ленинграде в 1933 г. и данные для которого таковы:

вес в полете	$Q = 2500 \text{ кг}$
площадь крыльев	$S = 46 \text{ м}^2$
взлетная скорость	$v_0 = 25 \text{ м/сек}$
координаты центра тяжести:	
вверх от киля на редане	$z_0 = 1,62 \text{ м}$
в нос от редана	$x_0 = 0,60 \text{ м}$
возвышение линии тяги над килем	$z_p = 3,44 \text{ м}$
наклон днища на редане к С. Г.	$\alpha_0 = 2^\circ 20'$
угол начального грузового диферента	$\varphi_0 = 4^\circ$
тип гидросамолета	двухлодочный однореданный
масштаб модели	$\frac{1}{L} = \frac{1}{10}$
соответственная скорость взлета для модели $v_{0м} = 7,9 \text{ м/сек}$.	

¹ Величина поправок для каждой скорости будет различна.

Диапазон скоростей протасок лежал в пределах от 1,3 м/сек до 3,8 м/сек, что согласно закону Фруда соответствует скоростям гидросамолета от 4,1 м/сек до 11,7 м/сек.

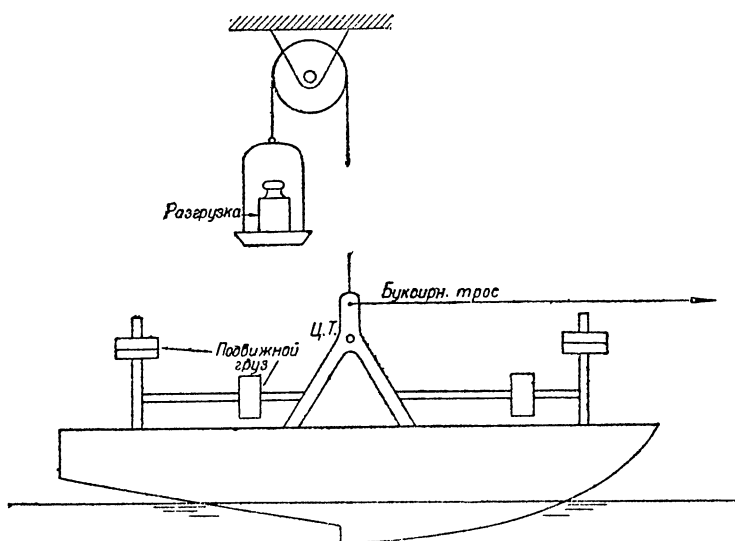


Рис. 242. Схема установки для испытания модели АСК

Схема установки показана на рис. 242 и ясна из чертежа. Протокол испытаний дан в табл. 63.

ТАБЛИЦА 63

№ протаски	Скорость v модели м/сек	Сопротивление на динамометре r кг	Отсчеты носовых и кормовых перпендикуляров в мм		Вес на воде кг d	Примечание
			h_n	h_k		
1	1,75	0,39	211	250	2,40	Переход на глассирование
2	2,3	0,51	205	245	2,29	
2a	2,28	0,57	202	245	2,29	
3	2,59	0,58	168	245	2,23	
3a	2,64	0,58	150	245	2,23	
3b	2,70	0,64	150	245	2,23	
4	3,08	0,63	157	237	2,17	
5	3,33	0,59	162	233	2,10	
6	3,53	0,50	191	255	2,02	
7	3,82	—	—	—	1,94	

Вычисление углов атаки дна произведено по схеме табл. 64. Отсчеты носовых и кормовых перпендикуляров h_n и h_k производились при помощи реек, жестко соединенных с моделью, и нити, неподвижной относительно тележки (на чертеже не показанных).

ТАБЛИЦА 6

№ про- таски	Δh_n	Δh_k	$\Delta h_n + \Delta h_k$	$\operatorname{tg} \Delta \varphi$	$\Delta \varphi$	Угол грузового дифферента $\varphi = \Delta \varphi + \varphi_0$	α редана
1	16	10	26	0,0406	2°20'	6°20'	8°40'
2	22	5	27	0,0422	2°25'	6°25'	8°45'
2a	25	5	30	0,0469	2°40'	6°40'	9°
3	59	5	64	0,100	5°40'	9°40'	12°
3a	77	5	83	0,128	7°20'	11°20'	13°40'
3b	77	5	83	0,128	7°20'	11°20'	13°40'
4	70	— 3	67	0,105	6°	10'	12°20'
5	65	— 7	58	0,906	5°10'	9°10'	11°30'
6	54	—22	32	0,050	2°50'	6°50'	9°10'
7	—	—	—	—	—	—	—

Вертикальное смещение носа и кормы вычислялось по формулам:

$$\Delta h_n = h_{0n} - h_n, \quad \Delta h_k = h_{0k} - h_k,$$

где h_{0n} и h_{0k} — начальные отсчеты по рейкам, когда скорость модели $v_m = 0$.

Изменение угла дифферента $\Delta \varphi$ при беге равно:

$$\Delta \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\Delta h_n + \Delta h_k}{l},$$

где l — расстояние между рейками.

Наконец угол атаки днища равен:

$$\alpha = \varphi_0 + \alpha_0 + \Delta \varphi = 6^\circ 20' + \Delta \varphi.$$

Направление буксирной нити в опыте было почти горизонтально, что позволило принять $\cos \beta = 1$ и вычислять сопротивление трения по формуле:

$$r_s = \frac{r - (q - r_y) \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{r - d \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Масштабный пересчет выполнен по форме табл. 65.

Поправка на трение δ взята из диаграммы проф. Г. Павленко. Наибольшая величина поправки, как видно из таблицы, составляет 13%. Первые два значения сопротивления для скоростей гидро-самолета 5,53 м/сек и 7,28 м/сек мы не помещаем, поскольку эти скорости отвечают движению плавания.

Интересно отметить, что критическое сопротивление соответствует скорости гидросамолета 8,55 м/сек т. е. получается на скорости более высокой, чем начало глиссирования (8 м/сек).

ТАБЛИЦА 65

№ протаски	$\operatorname{tg} \alpha$	Вес на воде d (кг)	$d \operatorname{tg} \alpha$	Полное со- противл. r (кг)	$r - d \operatorname{tg} \alpha$	$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$	Сопротивл. трения r_s	$\frac{r_s}{r}$	δ	Полн. сопр.- гидросамолета R (кг)	Скорость гидросамолета в м/сек.
1	0,152	2,40	0,365	0,39	0,029	1,02	—	—	—	—	5,53
2	0,153	2,29	0,351	0,61	0,259	1,02	—	—	—	—	7,28
2a	0,158	2,29	0,362	0,57	0,208	1,03	0,202	0,355	0,13	495	7,22
3	0,213	2,23	0,476	0,58	0,104	1,05	0,100	0,175	0,106	545	8,20
3a	0,243	2,23	0,542	0,58	0,036	1,06	0,034	0,059	0,02	568	8,35
3b	0,243	2,23	0,542	0,64	0,098	1,06	0,093	0,014	0,06	600	8,55
4	0,219	2,17	0,471	0,63	0,159	1,05	0,152	0,241	0,09	573	9,75
5	0,204	2,10	0,428	0,59	0,162	1,04	0,156	0,265	0,10	530	10,50
6	0,161	2,02	0,326	0,50	0,174	1,03	0,169	0,338	0,12	440	11,2
7	—	1,94	—	—	—	—	—	—	—	—	—

На рис. 243 приведены кривые гидродинамического сопротивления, пересчитанные по закону кубов (пунктир) и с учетом трения (сплошная линия).

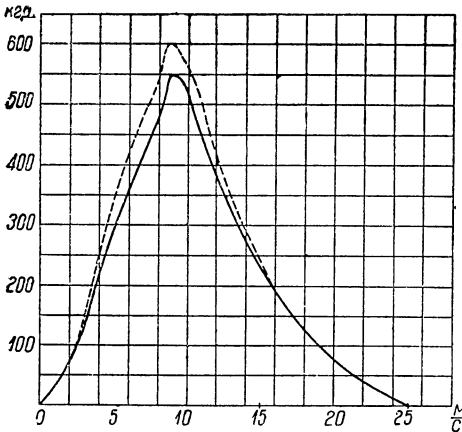


Рис. 243. Кривые сопротивлений АСК, пересчитанные по кубическому закону (пунктирная) и с учетом поправки на трение (сплошная)

Поправка на момент равна:

$$\mu \approx \delta r_s h,$$

откуда потребное смещение центра тяжести модели в нос получалось:

$$\Delta x = \frac{\mu}{d} = \frac{\delta r_s h}{d}.$$

Для $L = 10$ из диаграммы Павленко находим:

$$\delta = 0,37.$$

Выбирая наибольшее значение сопротивления трения $r_s = 0,202$ кг, получаем:

$$\mu \approx 0,37 \cdot 0,202 \cdot 0,34 = 0,00254 \text{ кг},$$

где $h = 0,34$ взято из чертежа (по данным опыта);

$$\Delta x = \frac{0,00254}{2,29} = 0,00111 \text{ м} \approx 1 \text{ мм}.$$

Поправка на момент, вообще говоря, будет меньше, так как поправка δ , которая входит множителем в выражение для μ , взята наибольшей возможной.

Поправкой на вес, за малостью ее, пренебрегаем.

ВЗЛЕТ И ПОСАДКА

§ 1. Процесс взлета

Движение гидросамолета при его разбеге по воде можно разделить на следующие стадии: 1) трогание с места и движение до выхода на редан (плавание), 2) выход на редан и 3) собственно разбег (глиссирование) с отделением от поверхности воды; по существу сюда следовало бы добавить: 4) разгон, 5) переход на подъем. Однако последние две стадии являются общими как для

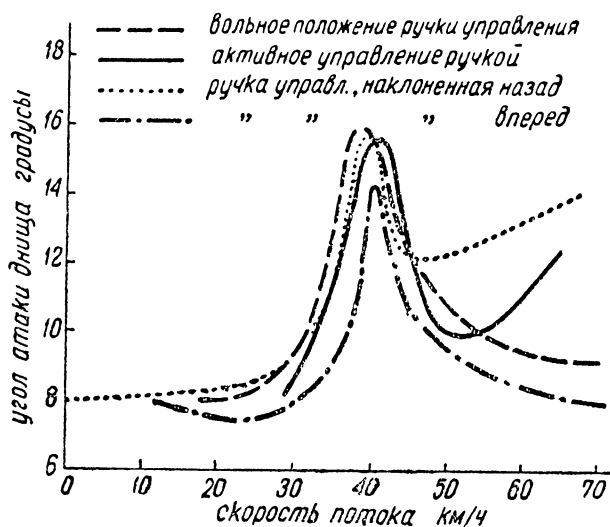


Рис. 244. Кривые изменения углов диферента при разбеге гидросамолета

сухопутных, так и для морских аппаратов и разобраны с достаточной полнотой в курсах динамики полета.¹

В первой стадии разбега гидросамолет под действием избыточной силы тяги винта начинает набирать скорость, причем пикирующий момент винта создает вначале диферент лодки на нос. При дальнейшем увеличении скорости этот диферент выравнивается и лодка ко времени выхода на редан успевает приобрести достаточный диферент на корму, увеличить угол атаки дна и воспринять гидродинамическое давление. Изменение угла диферента иллюстрируется кривой, изображенной на рис. 244.

Первая стадия разбега гидросамолета представляет некоторую аналогию соответствующей стадии сухопутного аппарата, когда са-

¹ См., например, проф. В. П. Ветчинкин, Динамика самолета, 1933, Госмашметиздат, или проф. Е. В. Красноперов, Лекции по динамике полета, изд. УКГВФ, Ленинград.

молет бежит с опущенным хвостом и когда костыль или хвостовое колесо касается земли.

Различие заключается в том, что 1) гидродинамическое сопротивление морского самолета сильно возрастает, в то время как в сухопутном сопротивление трения колес уменьшается или на малых скоростях сохраняется практически постоянным вследствие малой разгрузки от подъемной силы крыльев, 2) углы атаки гидросамолета убывают и затем возрастают, а у сухопутного аппарата остаются постоянными.

Первая стадия гидросамолета составляет по времени около 35% всего времени, потребного на отрыв, а по пути — около 15—20%.

Выход на редан занимает относительно небольшую часть времени (следовательно и пути), если гидросамолет имеет достаточный избыток тяги и если его лодка достаточно мореходна. Выход на редан сопровождается возрастанием и затем уменьшением углов бега (рис. 244) и постепенным падением гидродинамического сопротивления.

Разбег в собственном смысле слова протекает в режиме гидроглиссирования и представляет собой последнюю стадию нахождения гидросамолета на воде. Эта стадия разбега аналогична движению сухопутного самолета с поднятым хвостом.

Гидродинамическое сопротивление в третьей стадии так же, как и сопротивление трения колес в сухопутном аппарате, с увеличением скорости уменьшается, но только следует, конечно, другому закону.

Самый взлет может происходить с подрывом и без подрыва в зависимости от заданных условий и внешней обстановки.

§ 2. Силы, действующие при взлете

На гидросамолет при его спокойном состоянии на плаву действуют только две взаимно уравновешивающиеся силы: сила веса Q и сила гидростатического поддержания D , причем моменты этих сил относительно центра тяжести равны нулю.

Теперь предположим, что мотору дан полный газ. В этом случае возникающая тяга винта начнет сообщать самолету ускорение, и последний перейдет из состояния покоя в состояние движения. Во время разбега на гидросамолет будут действовать следующие силы¹:

- 1) Q — постоянная сила веса, приложенная в центре тяжести, направленная вертикально вниз и независимая от скорости,
 - 2) P — сила тяги винта,
 - 3) R_x — сила аэродинамического сопротивления,
 - 4) W — сила гидродинамического сопротивления,
 - 5) R_y — подъемная сила крыльев,
 - 6) A_∂ — гидродинамическая подъемная сила,
 - 7) A_c — гидростатическая подъемная сила,
 - 8) I — сила инерции разбега,
- причем силы 2 — 8 суть величины переменные.

¹ Моменты этих сил мы не рассматриваем.

Когда скорость гидросамолета мала, то действующие моменты сил воды не могут быть уравновешены целиком моментами горизонтального оперения; поэтому гидросамолет в первой и отчасти во второй стадиях движения сравнительно мало управляем и представлен в основном самому себе. При разбеге управляемость гидросамолета уже достаточна, так как моменты оперения достигают уже необходимой величины и позволяют удерживать гидросамолет на взлетном угле атаки.

Из этих соображений в основу ряда методов расчета взлета положено постоянство угла атаки, что упрощает анализ. Задача о взлете решается в итоге интегрированием лишь одного дифференциального уравнения движения в проекции на горизонтальную ось (1); плавность и незначительность вертикального перемещения центра инерции позволяет принять статический характер распределения сил в их проекции на вертикаль и не рассматривать в дальнейшем уравнения (3).

Разложим все действующие силы на два направления: горизонтальное, параллельное оси OX , и вертикальное, параллельное оси OZ . Начало координат примем в центре тяжести гидросамолета (рис. 245).

Составим уравнение динамического равновесия самолета относительно оси OX . Если ко всем действующим силам прибавить силу инерции, то согласно принципу Даламбера система будет находиться в равновесии:

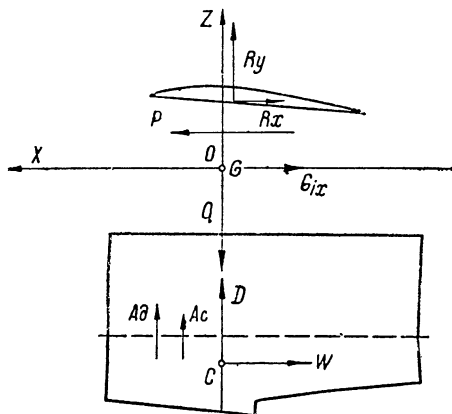


Рис. 245. Схема сил, действующих на гидросамолет при взлете

$$P - R_x - W - I_x = 0. \quad (1)$$

Силы P , R_x и W представляют некоторые функции от v : $P = f_1(v)$, $R_x = f_2(v)$, $W = f_3(v)$, примерный вид которых дан графически на рис. 246.

Сила тяги винта P с увеличением скорости разбега начинает падать, причем получается плоская парабола, близкая по форме к прямой.

Сила аэродинамического сопротивления R_x при условии $\alpha = \text{const}$ изменяется прямо пропорционально квадрату скорости и выражается уравнением второй степени.

Сила гидродинамического сопротивления W изменяется от нуля (при скорости $v = 0$) до своего критического значения; затем она начинает падать и при скорости отрыва v_0 вторично обращается в нуль. Аналитический вид этой функции неизвестен.

Сила инерции для каждой скорости выражается графически как

разность ординат P и $R_x + W$ и численно равна избытку тяги ΔP , сообщающей ускорение гидросамолету:

$$I_x = \Delta P. \quad (2)$$

Взлет возможен только в том случае, если кривая тяги проходит выше суммарной кривой $R_x + W$. В случае, если кривая тяги пересекает кривую суммарного сопротивления в некоторой точке A

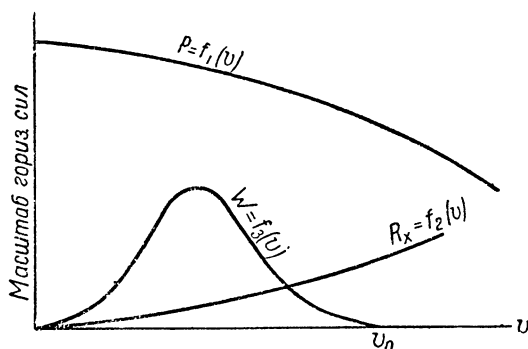


Рис. 246. Кривые действующих горизонтальных сил в функции скорости

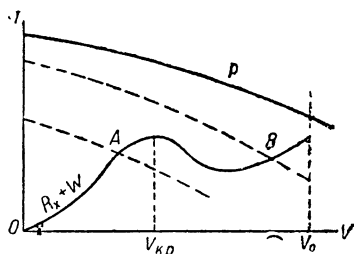


Рис. 247. Кривые действующих вертикальных сил в функции скорости при различных значениях тяги

(рис. 247), соответствующей скорости $v < v_{кр}$, то самолет не сможет даже выйти на редан; если пересечение кривых произойдет в точке B , то самолет хотя и выйдет на редан, но не оторвется, так как потребная тяга при отрыве будет больше, чем располагаемая тяга.

Уравнение динамического равновесия вертикальных сил можно представить в таком виде:

$$-Q + (A_c + A_\partial + R_y) \pm I_y = 0. \quad (3)$$

Кривая полетного веса гидросамолета Q представляет собой прямую линию.

Архимедова сила A_c с увеличением скорости начнет уменьшаться и при отрыве дойдет до нуля. Наиболее резкое падение этой силы будет лежать в области выхода самолета на редан.

Закон изменения силы R_y выразится параболой второй степени. При условии отсутствия вертикального ускорения

$$A_\partial = Q - (A_c + R_y),$$

так как $I_y = 0$.

Внезапное увеличение силы A_∂ (например, удар волны или потеря подъемной силы крыльев), которое обозначим через ΔA , вызывает появление силы инерции $I_y = \Delta A$.

Заметим, что возникновение силы ΔA связано с появлением значительных напряжений в корпусе лодки.

На рис. 248 изображено примерное распределение вертикальных сил при взлете. Ординаты заштрихованной площади представляют силы гидродинамического поддержания в предположении отсутствия вертикальных ускорений.

§ 3. Методы расчета разбега и пробега

Аналитическое решение уравнения разбега может быть получено лишь при знании всех входящих в эти уравнения функций. Если в вопросах сухопутных самолетов существенных затруднений не встречается, то в области гидроавиации приходится встречаться с неизвестной функцией гидродинамического сопротивления $W = f_3(v)$, которая в точном виде аналитически не выражается. Невозможность аналитического определения времени и длины разбега морского самолета заставила конструкторов и исследователей заменить действительную кривую гидродинамического сопротивления другой кривой, определяемой в аналитической форме и достаточно близко подходящей к заданной кривой $f_3(v)$. Следует попутно указать, что разнообразие форм и типов гидросамолетов, связанное с разнообразием кривой гидродинамического сопротивления, привело лишь к приближенным формулам, более или менее удачно отражающим процесс взлета.

До 1927 г. гидроавиация имела в своем распоряжении лишь один метод решения задачи, а именно *метод графического интегрирования*, сохранившийся и до настоящего времени. Этот метод хорош тогда, когда вид всех функций известен из опыта. При отсутствии достаточного и необходимого числа данных, несмотря на большую практическую точность, метод графического интегрирования все же дает значительные расхождения с действительностью. В порядке последовательного рассмотрения существующих в настоящее время методов определения времени и длины разбега мы коснемся его более подробно, а сейчас перейдем к изложению тех приемов интегрирования дифференциального уравнения разбега, которые были предложены с 1927 г.

I. Способ Гоуджа.¹ Этот способ основан на следующих упрощениях: 1) тяга принимается постоянной по величине и пропорциональной мощности мотора и 2) функция $f_3(v)$ заменяется параболой второй степени с максимумом на половине скорости отрыва.

Таким образом имеем

$$P = N(\text{HP}) = f_1(v) = \text{const}, \quad (4)$$

$$W = f_3(v) = Qb \left[\frac{v}{v_0} - \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 \right], \quad (5)$$

¹ Flight, 1927, 24/IX, № 987 (47).

где N — коэффициент пропорциональности тяги P по мощности HP , W — гидродинамическое сопротивление лодки, b — постоянная, характеризующая форму лодки (гидродинамический коэффициент формы), Q — полетный вес гидросамолета, v_0 — скорость отрыва, v — текущее значение скорости в пределах $0 < v < v_0$.

Из уравнения (5) видно, что гидродинамическое сопротивление W представляет параболу второй степени, проходящую через начало координат и имеющую максимум, т. е. критическое сопротивление, при скорости

$$v = \frac{v_0}{2}.$$

„Это не совсем точно, — замечает автор, — но близко совпадает с кривыми для лодок английского типа“.

Аэродинамическое сопротивление Гоудж представляет, как обычно, параболой второй степени, уравнение которой есть:

$$R_x = \mu Q \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 = f_2(v), \quad (6)$$

где $\mu = \frac{C_x}{C_y}$.

На основании общей формулы (1) напомним уравнение движения в раскрытом виде:

$$\frac{Q}{g} \frac{d^2 x}{dt^2} = N(HP) - \mu Q \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 - bQ \left[\frac{v}{v_0} - \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 \right],$$

откуда

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{g}{Q} \left\{ N(HP) - \mu Q \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 - bQ \left[\frac{v}{v_0} - \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 \right] \right\}$$

или

$$\frac{dv}{dt} = \frac{gN(HP)}{Q} - \frac{gb}{v_0} v + \frac{g}{v_0^2} (b - \mu) v^2. \quad (7)$$

Уравнение это по своему типу напоминает уравнение для сухопутного самолета.

Производя замену $\frac{dv}{dt}$ на $\frac{v dv}{dx}$, получим

$$\frac{v dv}{dx} = \frac{gN(HP)}{Q} - \frac{gb}{v_0} v + \frac{g}{v_0^2} (b - \mu) v^2. \quad (8)$$

Вводя обозначения: $v_0 = k \sqrt{g}$, $q = \frac{Q}{S}$ (удельная нагрузка на крылья), $k = \frac{1}{\sqrt{\rho C_{y_{\max}}}}$, $p = \frac{Q}{HP}$ (удельная нагрузка на силу), перепишем уравнение (7) в таком виде:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{gN}{p} - \frac{gb}{k \sqrt{q}} v + \frac{g}{k^2 q} (b - \mu) v^2. \quad (9)$$

Интегрирование уравнения (9) дает время разбега:

$$t = \int_0^{v_0} \frac{dv}{\frac{gN}{p} - \frac{gb}{k\sqrt{q}}v + \frac{g}{k^2q}(b-\mu)v^2} =$$

$$= \frac{2k\sqrt{qp}}{Cg} \left[\operatorname{arctg} \frac{(b-2\mu)\sqrt{p}}{C} + \operatorname{arctg} \frac{b\sqrt{p}}{C} \right]. \quad (10)$$

Интегрированием уравнения (8) находим длину разбега:

$$L = \frac{k^2q}{g(b-\mu)} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{p\mu}{N} \right) + \frac{b\sqrt{p}}{C} \left[\operatorname{arctg} \frac{(b-2\mu)\sqrt{p}}{C} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \operatorname{arctg} \frac{b\sqrt{p}}{C} \right] \right\}, \quad (11)$$

причем в уравнениях (10) и (11) положено:

$$C = \sqrt{4N(b-\mu) - b^2p}.$$

Уравнение (10) показывает, что время разбега становится бесконечно-большим, когда $C=0$, т. е. когда

$$p = \frac{4N(b-\mu)}{b^2}. \quad (12)$$

Если коэффициенты N , b и μ известны, то можно определить критическую нагрузку на лошадиную силу, при которой гидросамолет не сможет оторваться. Подставляя в формулу (12) вместо коэффициентов их значения, получаем:

$$\frac{Q}{HP} = \frac{4 \frac{P}{HP} \left(\frac{4W_{\max}}{Q} - \frac{R_{x\text{отр}}}{Q} \right)}{\frac{16W_{\max}^2}{Q^2}},$$

откуда

$$P = \frac{W_{\max}^2}{W_{\max} - \frac{R_{x\text{отр}}}{4}} = W_{\max} + \frac{R_{x\text{отр}}}{4} + \frac{R_{x\text{отр}}^2}{16 \left(W_{\max} - \frac{R_{x\text{отр}}}{4} \right)},$$

или, пренебрегая третьим и следующими членами ряда за их малостью, как это делает В. Болховитинов,¹ имеем, что при критической нагрузке $p_{\text{кр}}$

$$P = W_{\max} + \frac{R_{x\text{отр}}}{4}$$

избытка тяги не имеется.

Для исследования и возможного упрощения выражения t и L установим пределы колебания коэффициентов:

$N = 1,6 - 2,0$ кг/л. с.; нижний предел соответствует скоростным винтам большого шага, а верхний — тихоходным винтам;

¹ См. Техника воздушного флота, № 3, 1929.

$b = 0,6$ для лодок с хорошими обводами, $1,0$ для лодок с плохими обводами;

$k = 4$, считая C_y при отрыве равным $0,5$;

$\mu = 0,12$ для самолетов с хорошими аэродинамическими данными, $0,15$ — для самолетов с плохими аэродинамическими данными;

$q = 30-120 \text{ кг/м}^2$;

$p = 3-10 \text{ кг/л.с.}$

В. Ф. Болховитинов рассмотрел влияние на t коэффициентов формулы (10), приняв $b = 0,8$, $k = 4$, $\mu = 0,135$, и нашел величину, пропорциональную t , для различных N . Результаты даны на рис. 249.

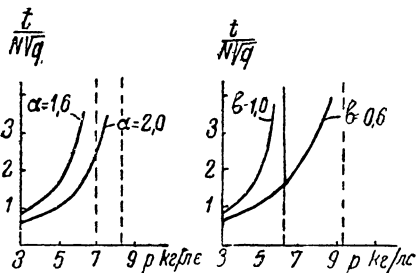


Рис. 249

Рис. 250

При $N = 1,8$, $k = 4$, $\mu = 0,135$ и разных b результаты подсчета изображены на рис. 250, дающем зависимость $\frac{t}{N\sqrt{q}}$ от p при различных b .

Время отрыва пропорционально $\sqrt{\frac{1}{C_y}}$; влияние качества

самолета на время отрыва не велико; влияние же нагрузки на лошадиную силу значительно при p близком к $p_{кр}$.

Из кривых на рис. 249 и 250 видно, что влияние b сильнее, чем влияние N , а именно: изменение N дало по расчетам В. Болхови-

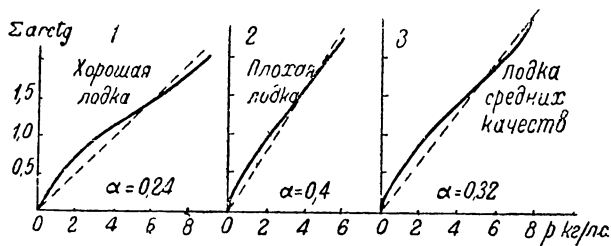


Рис. 251

тинова изменение $p_{кр}$ на $1,4$, а изменение b дало изменения $p_{кр}$ на $3,0 \text{ кг/л. с.}$, т. е. в два раза больше.

„Возрастание p влияет на время сначала не особенно сильно, но по мере приближения p к $p_{кр}$ катастрофично возрастает. Отсюда следует вывод, что при расчете гидросамолетов, для которых не требуется большого потолка (пассажирский, грузовой), т. е. с большой нагрузкой на л. с., следует последнюю выбирать или проверять на возможность отрыва“.

Для упрощения расчета В. Болховитиновым были подсчитаны суммы:

$$\arcsin \frac{(b-2\mu)\sqrt{p}}{C} + \arcsin \frac{b\sqrt{p}}{C}$$

для трех случаев: 1) хорошей машины, у которой принято $k=4$, $b=0,6$, $\mu=0,12$, $N=2$,

2) средней машины, у которой $k=4$, $b=0,8$, $\mu=0,135$, $N=2$,

3) плохой машины у которой $k=4$, $b=1,0$, $\mu=0,15$, $N=2$.

Количественные результаты даны на графиках рис. 251. В пределах изменения p от 3 до 9 кг/л.с. сумма арктангенсов изменяется, близко следуя линейному закону, т. е. вышеупомянутая сумма равна αp , где α — некоторый коэффициент.

Тогда время отрыва равно:

$$t = \frac{2k \sqrt{pq}}{Cg} \alpha p. \quad (13)$$

Вводя числовые коэффициенты, окончательно получаем:

$$1) \text{ хорошая лодка} \dots\dots\dots t = 0,3 \sqrt{q} \sqrt{\frac{p^3}{10-p}},$$

$$2) \text{ лодка средних качеств} \dots\dots t = 0,31 \sqrt{q} \sqrt{\frac{p^3}{8,5-p}},$$

$$3) \text{ плохая лодка} \dots\dots\dots t = 0,32 \sqrt{q} \sqrt{\frac{p^3}{7-p}}.$$

Аналогичное упрощение формулы для длины разбега приводит к следующему приближенному выражению для L :

$$1) \text{ хорошая лодка} \dots\dots\dots L = q \left[0,168(p-1) + \frac{0,75 \sqrt{p^3}}{\sqrt{10-p}} \right],$$

$$2) \text{ лодка средних качеств} \dots\dots L = q \left[0,140(p-1) + \frac{0,75 \sqrt{p^3}}{\sqrt{8,5-p}} \right],$$

$$3) \text{ плохая лодка} \dots\dots\dots L = q \left[0,113(p-1) + \frac{0,75 \sqrt{p^3}}{\sqrt{7-p}} \right].$$

Малость первого члена в скобках позволяет положить его числовой коэффициент постоянным и равным в среднем 0,14. Тогда получим окончательные формулы, позволяющие определить длину разбега:

$$1) \text{ хорошая лодка} \dots\dots\dots L = q \left[0,14(p-1) + \frac{0,75 \sqrt{p^3}}{\sqrt{10-p}} \right],$$

$$2) \text{ лодка средних качеств} \dots\dots L = q \left[0,14(p-1) + \frac{0,75 \sqrt{p^3}}{\sqrt{8,5-p}} \right],$$

$$3) \text{ плохая лодка} \dots\dots\dots L = q \left[0,14(p-1) + \frac{0,75 \sqrt{p^3}}{\sqrt{7-p}} \right].$$

Формулы Гоуджа, являясь приближенными, все же дают возможность оценить для данной машины влияние перегрузки на время и длину разбега, что представляет большой практический интерес.

II. Способ В. И. Дудакова.¹ Метод определения времени и длины разбега В. Дудакова является по существу усовершенствованием метода Гоуджа. В. Дудаков полагает, что 1) тяга изме-

¹ В. Д у д а к о в, Теория гидросамолета, 1930; также — Труды ЛИИПС, вып. 104.

няется по параболическому закону, 2) гидродинамическое сопротивление удовлетворяется тригонометрической функцией, имеющей максимум на 40% от скорости.

В. И. Дудаков составляет вместо уравнения сил уравнение работ:

$$U_j = U_p - U_x - U_w, \quad (14)$$

где U_j — работа сил инерции, U_p — работа силы тяги, U_x — работа аэродинамического сопротивления, U_w — работа сил гидродинамического сопротивления.

При помощи уравнения (14) находим время разбега t_0 .

Длину разбега определим из условия:

$$dx = v dt \text{ и } L = \int_0^t v dt.$$

Считаем, что гидродинамическое сопротивление в пределах скорости $0 < v < 0,4 v_0$ может быть выражено уравнением:

$$W = W_{кр} \sin^2 \frac{\pi}{0,8} \frac{v}{v_0}, \quad (15)$$

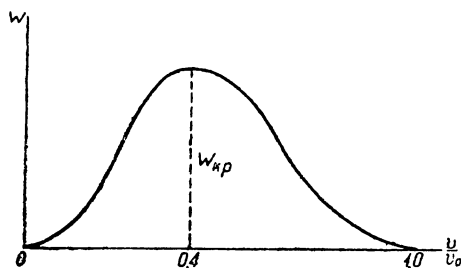


Рис. 252

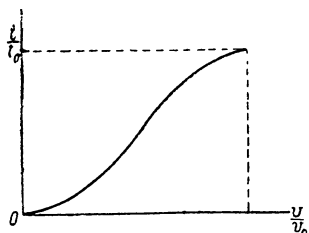


Рис. 253

а в промежутке: $0,4 v_0 < v < v_0$ — уравнением:

$$W = W_{кр} \sin^2 \frac{\pi}{1,2} \left(1 - \frac{v}{v_0}\right), \quad (16)$$

где $W_{кр}$ есть критическое сопротивление.

Кривая, изображенная этими уравнениями, имеет максимум, равный действительному максимуму, причем горб сопротивления приходится на 40% скорости отрыва. Вид кривой изображен на рис. 252.

Возрастание скорости в функции от времени В. Дудаков принимает происходящим по уравнению:

$$\frac{t}{t_0} = \sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{v}{v_0}, \quad (17)$$

график которого дан на рис. 253 и хорошо совпадает с действительным характером этой кривой.

Изменение коэффициента полезного действия винтомоторной группы в функции от скорости принимаем по формуле Г. Бленка:¹

$$\eta = \frac{3}{2} \frac{v}{v'} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{v}{v'}\right)^2\right] \eta_{\max}, \quad (18)$$

¹ H. B lenk, Startformeln für Landsflugzeuge ZFM, № 2, 1927.

где v' — скорость, соответствующая максимальному значению коэффициента полезного действия винта η_{\max} .

Принимая во внимание, что

$$dt = 1,57 t_0 \sin \pi \frac{v}{v_0} d\left(\frac{v}{v_0}\right),$$

и пользуясь уравнениями (15) и (16), получаем следующее выражение для работы гидродинамического сопротивления:

$$U_w = \left| U_w \right|_0^{0,4v_0} + \left| U_w \right|_{0,4v_0}^{v_0} = 1,57 W_{\text{кр}} v_0 t_0 \left[\int_0^{0,4} \frac{v}{v_0} \sin^2 \frac{\pi}{0,8} \frac{v}{v_0} \sin \pi \frac{v}{v_0} d\left(\frac{v}{v_0}\right) + \right. \\ \left. + \int_{0,4}^{1,0} \frac{v}{v_0} \sin^2 \frac{\pi}{1,2} \left(1 - \frac{v}{v_0}\right) \sin \pi \frac{v}{v_0} d\left(\frac{v}{v_0}\right) \right].$$

Входящие в эту формулу интегралы были определены В. И. Дудаковым графическим путем и оказались равными: 0,044 — первый интеграл и 0,1534 — второй интеграл; таким образом получается:

$$U_w = 1,57 (0,0444 + 0,1534) W_{\text{кр}} v_0 t_0 = 0,31 W_{\text{кр}} v_0 t_0. \quad (19)$$

В случае, если величина критического сопротивления неизвестна, можно в среднем принять:

$$W_{\text{кр}} \approx \frac{Q}{5}.$$

Тогда:

$$U_w = 0,062 Q v_0 t_0. \quad (19')$$

Полагая угол атаки при разбеге постоянным, будем иметь:

$$R_x = c_x \rho_0 S v^2 \frac{\rho_z}{\rho_0} = r_x \Delta v^2,$$

где c_x — коэффициент сопротивления (аэродинамического) гидросамолета, ρ_0 — плотность воздуха на уровне моря, ρ_z — плотность воздуха на высоте z , $\frac{\rho_z}{\rho_0} = \Delta$ — относительная плотность воздуха, S — площадь крыльев, $r_x = c_x \rho_0 S$.

Элементарная работа сил аэродинамического сопротивления есть

$$dU_x = R_x dx = r_x \Delta v^3 dt.$$

Пользуясь зависимостью (17) и произведя интегрирование, определяем полную работу сил аэродинамического сопротивления:

$$U_x = 1,57 r_x \Delta v_0^3 t_0 \int_0^{1,0} \left(\frac{v}{v_0}\right)^3 \sin \pi \frac{v}{v_0} d\left(\frac{v}{v_0}\right) = 0,195 r_x v_0^3 t_0. \quad (20)$$

Интеграл найден графически и оказался равным 0,124.

Работа сил инерции U_j за время разбега численно равна живой силе самолета в момент отрыва:

$$U_j = \frac{Q}{g} \frac{v_0^2}{2}. \quad (21)$$

Нам осталось определить работу сил тяги U_p . Напишем формулу винтомоторной группы:

$$Pv = 75N\eta$$

или

$$P = \frac{75N\eta}{v}.$$

Подставляя вместо η его выражение из формулы (18), будем иметь:

$$P = 112,5 \frac{N}{v'} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{v}{v'} \right)^2 \right], \quad (22)$$

откуда элементарная работа тяги

$$dU_p = P dx = Pv dt.$$

Пользуясь зависимостью (17) и интегрируя, получим:

$$U_p = 2,35 \cdot 75N\eta_{\max} t_0 \frac{v_0}{v'} \left[\int_0^1 \frac{v}{v_0} \sin \pi \frac{v}{v_0} d\left(\frac{v}{v_0}\right) - \frac{1}{3} \left(\frac{v_0}{v'}\right)^2 \int_0^1 \left(\frac{v}{v_0}\right)^3 \sin \pi \frac{v}{v_0} d\left(\frac{v}{v_0}\right) \right]. \quad (23)$$

Входящие в выражение интегралы имеют следующие численные значения:

$$\int_0^1 \frac{v}{v_0} \sin \pi \frac{v}{v_0} d\left(\frac{v}{v_0}\right) = 0,317, \quad \int_0^1 \left(\frac{v}{v_0}\right)^3 \sin \pi \frac{v}{v_0} d\left(\frac{v}{v_0}\right) = 0,124.$$

Подставляя эти численные значения в формулу (23), находим:

$$U_p = \frac{75N}{v'} \left[0,745 - 0,098 \left(\frac{v_0}{v'}\right)^2 \right] v_0 t_0 \eta_{\max}. \quad (24)$$

Если теперь заменить в формуле (14) значения входящих в нее членов соответственно через выражения (19), (20), (21) и (24), то после преобразований придем к следующей формуле для времени разбега:

$$t_0 = \frac{0,051 Q v_0}{75 \frac{N}{v'} \left[0,745 - 0,098 \left(\frac{v_0}{v'}\right)^2 \right] \eta_{\max} - \left[0,31 W_{\text{кр}} + 0,195 r_x \Delta v_0^2 \right]} \quad (25)$$

или при $W_{\text{кр}} \approx \frac{Q}{5}$:

$$t_0 = \frac{0,051 Q v_0}{75 \frac{N}{v'} \left[0,745 - 0,098 \left(\frac{v_0}{v'}\right)^2 \right] \eta_{\max} - \left[0,062 Q + 0,195 r_x \Delta v_0^2 \right]}. \quad (26)$$

Так как

$$dx = v dt = \frac{\pi}{2} t_0 \frac{v}{v_0} \sin \pi \frac{v}{v_0} dv,$$

то расчетная длина разбега получается такой:

$$L = \frac{\pi}{2} t_0 v_0 \int_0^{1,0} \frac{v}{v_0} \sin \pi \frac{v}{v_0} d\left(\frac{v}{v_0}\right) = 0,5 v_0 t_0. \quad (27)$$

Формулы В. Дудакова (25) и (27) обладают большой простотой и дают для целей практики, когда неизвестны точные аэро-гидродинамические данные, весьма близкий к действительности результат.

Для случая посадки полагаем, что скорость изменяется по закону:

$$v = v_e \cos^2 \frac{\pi}{2} \frac{t}{t_e}, \quad (28)$$

где v_e — посадочная скорость, t_e — время посадки.

Из последнего уравнения имеем:

$$\frac{t}{t_e} = \frac{2}{\pi} \arccos \sqrt{\frac{v}{v_e}}$$

и

$$d\left(\frac{t}{t_e}\right) = -\frac{2}{\pi} \frac{d\left(\frac{v}{v_e}\right)}{\sqrt{\frac{v}{v_e}\left(1-\frac{v}{v_e}\right)}}.$$

Выражение работы аэродинамического сопротивления будет иметь вид:

$$\begin{aligned} U_w &= -\left|U_w\right|_0^{0,4v_e} - \left|U_w\right|_{0,4v_e}^{v_e} = \\ &= \frac{1}{\pi} W_{кр} v_e t_e \left[\int_0^{0,4} \sqrt{\frac{v:v_e}{1-v:v_e}} \sin^2 \frac{\pi}{0,8} \frac{v}{v_e} d\left(\frac{v}{v_e}\right) + \right. \\ &+ \left. \int_{0,4}^{1,0} \sqrt{\frac{v:v_e}{1-v:v_e}} \sin^2 \frac{\pi}{1,2} \left(1-\frac{v}{v_e}\right) d\left(\frac{v}{v_e}\right) \right] = \frac{0,1402+0,4270}{3,14} W_{кр} v_e t_e = \\ &= 0,18 W_{кр} v_e t_e. \end{aligned} \quad (29)$$

Если кривой $W=f_s(v)$ не имеется, то, полагая попрежнему

$$W_{кр} \approx \frac{Q}{5},$$

получим:

$$U_w = 0,036 Q v_e t_e. \quad (29')$$

Работа сил аэродинамического сопротивления, принимая во внимание зависимость (28), равна:

$$U_x = 0,312 r_x \Delta v_e^3 t_e. \quad (30)$$

Работа сил инерции, как и в случае разбега, равна живой силе в момент посадки:

$$U_j = \frac{Q}{g} \frac{v_e^2}{2}. \quad (31)$$

Уравнение работ при посадке можно представить так:

$$U_j = U_w + U_x$$

или в раскрытом виде:

$$\frac{Q}{g} \frac{v_e^2}{2} = 0,18 W_{кр} v_e t_e + 0,312 r_x \Delta v_e^3 t_e,$$

откуда

$$t_e = \frac{0,051 Q v_e}{0,18 W_{кр} + 0,312 r_x \Delta v_e^2}, \quad (32)$$

а при $W_{кр} \approx \frac{Q}{5}$ имеем:

$$t_e = \frac{0,051 Q v_e}{0,036 Q + 0,312 r_x \Delta v_e^2}. \quad (32')$$

Так как

$$dx = v dt = v_e t_e \cos^2 \frac{\pi}{2} \frac{t}{t_e} d\left(\frac{t}{t_e}\right),$$

то длина пробега по воде равна:

$$L_e = v_e t_e \int_0^{1,0} \cos^2 \frac{\pi}{2} \frac{t}{t_e} d\left(\frac{t}{t_e}\right) = 0,5 v_e t_e, \quad (33)$$

т. е. длина пробега выражается аналогично формуле (27), служащей для определения длины разбега.

III. Графический способ. Графический способ определения длины и времени разбега базируется на аналитических формулах. Представим уравнение разбега в таком виде:

$$\frac{Q}{g} \frac{d^2 x}{dt^2} = T - R_x - W.$$

Поскольку члены, входящие в правую часть уравнения являются некоторыми функциями от v , то и их разность будет являться функцией от того же аргумента:

$$T - R_x - W = f_1(v) - f_2(v) - f_3(v) = \varphi(v). \quad (34)$$

Имея в виду, что $\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$, уравнение разбега можно представить в такой форме:

$$\frac{Q}{g} \frac{dv}{dt} = \varphi(v),$$

или

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g}{Q} \varphi(v). \quad (*)$$

Отделяя переменные, получаем:

$$dt = \frac{Q}{g} \frac{dv}{\varphi(v)},$$

откуда

$$t = \frac{Q}{g} \int_0^v \frac{dv}{\varphi(v)} = F(v). \quad (35)$$

Как интеграл с переменным верхним пределом, формула (35), очевидно, будет идентична формуле (17), выраженной только иным способом.

Для времени разбега получается:

$$t_0 = \frac{Q}{g} \int_0^{v_0} \frac{dv}{\varphi(v)}, \quad (36)$$

что представляет частное предельное значение функции (35).

Имея зависимость $t = F(v)$, можно написать обратную зависимость:

$$v = \Phi(t). \quad (37)$$

Так как $dx = v dt$, то для длины разбега получается:

$$L = \int_0^{t_0} v dt = \int_0^{t_0} \Phi(t) dt. \quad (38)$$

Формулы (36) и (38) решают вопрос о времени и длине разбега, если выражения подинтегральных функций известны. Эти выражения даются графически путем диаграмм, изображающих зависимость T , R_x и W от скорости v . Таким образом, зная эти зависимости, можно определить функцию $\varphi(v)$, а затем путем графического интегрирования, пользуясь формулами (35), (36) и (38), найти искомые величины t_0 и L . Заметим, что $\varphi(v)$, представляющая избыточную силу тяги ΔT , легко находится непосредственным путем из диаграммы:

$$\Delta T = \varphi(v).$$

Заменяя ускорение разбега $\frac{dv}{dt}$ через переменную a , можно написать вместо формулы (*):

$$a = \frac{g}{Q} \Delta T = \frac{dv}{dt}. \quad (39)$$

Эта формула показывает, что ускорение при разбеге прямо пропорционально избытку тяги на заданной скорости.

Формула (35) принимает вид:

$$t = \int_0^v \frac{dv}{a}. \quad (35')$$

Задаваясь частными значениями скорости, строим подинтегральную функцию $\frac{1}{a}$, вычисляя a по зависимости (39). Эта функция имеет вид, изображенный на рис. 254.

Площадь кривой $\frac{1}{a}$, заштрихованная на чертеже, дает время разбега t_0 . Интегральная кривая этой площади представляет графическое изображение функции $t = F(v)$ и дана на этом же рисунке в координатах tOv .

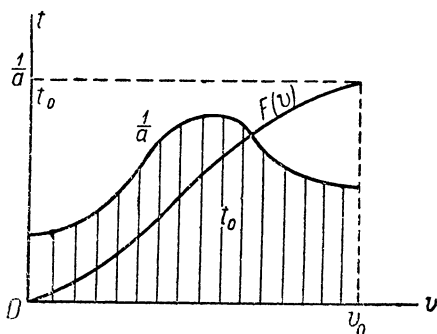


Рис. 254

Чтобы найти длину разбега

$$L = \int_0^{t_0} v dt,$$

следует взять площадь кривой $t = F(v)$, ограниченную этой кривой и осью t в пределах от 0 до t_0 .

Если все функции заданы графически, то из всех перечисленных приближенных способов способ графического интегрирования является наилучшим.

При определении пробега в уравнении движения выпадает тяга, т. е. силы инерции будут уравниваться только сопротивлениями, действующими со скоростью воды и воздуха.

Так как к моменту полной остановки гидросамолета ускорение a будет стремиться к нулю, то время t будет стремиться к бесконечности. Здесь мы имеем аналогию с определением величины абсолютного потолка самолета в аэродинамическом расчете.

Чтобы формула (35) и (35') имела место в расчетах гидросамолетов при их посадке, мы рекомендуем определять практическое время для посадки, т. е. время, необходимое для достижения скорости движения по воде $v = 0,05v_{\text{пог.}}$.

IV. Способ треугольников (Маделунга). Способ треугольников состоит в следующем: строим кривую избытка тяги ΔT и по оси абсцисс откладываем скорость v , численно равную земному ускорению $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$ (рис. 255). Далее, из середины отрезка основания, т. е. от $v = \frac{g}{2}$ восстанавливаем перпендикуляр, равный половине веса гидросамолета (вес берем в масштабе оси ординат). Вершину перпендикуляра соединяем с началом координат и с точкой $v = 9,8 \text{ м/сек}$. Из точки A пересечения стороны основного равнобедренного треугольника с линией избытка тяги строим треугольники подобные основному так, чтобы их вершины касались линии избытка тяги ΔT , а основания лежали на оси абсцисс.

Время разбега t_0 равно удвоенному числу n треугольников:

$$t_0 = 2n, \quad (40)$$

а длина разбега равна

$$L = 2 \sum v_{\text{ор}}$$

и представляет собой удвоенную сумму абсцисс вершин треугольников.

Обоснование этого способа таково. Заменим линию избытка тяги ΔT ломаной $abcd\dots$ (изображенной на рисунке пунктиром) с горизонтальными отрезками ab , cd, \dots , равными основаниям соответствующих треугольников и проходящими через вершины этих треугольников. Иными словами, будем считать, что избыток тяги изменяется прерывно и сохраняет в области каждого треугольника постоянное (осредненное) значение ΔT_c , равное высоте треугольника. При таком допущении скорость разбега в интервалах

$0 - v_2, v_2 - v_4, \dots$ будет изменяться линейно по времени и равна:

$$v = at = \frac{\Delta T_c}{M} \cdot t = \frac{\Delta T_c g}{M} \cdot t,$$

где a — среднее ускорение при разбеге.

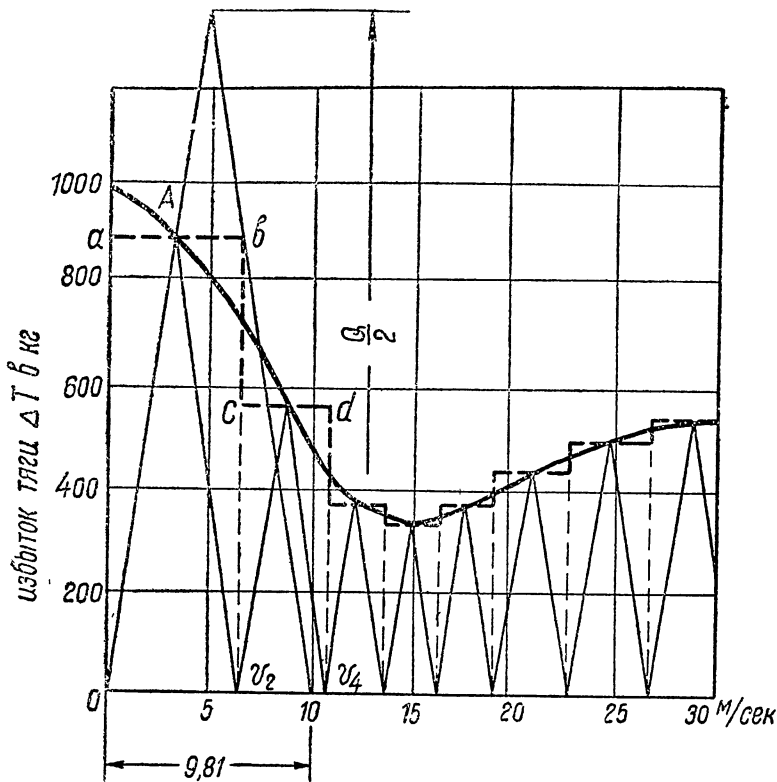


Рис. 255. Расчет взлета гидросамолета по Маделунгу

Найдем теперь зависимость между избыточной силой F и временем, которая определяла бы выполнение условия

$$v = g.$$

Для этого необходимо, чтобы

$$\frac{F}{Q} \cdot t = 1$$

— зависимость, дающая бесчисленное множество решений.

Маделунг принимает $F = \frac{Q}{2}$ и получает $t = 2$ сек. Последнее можно сформулировать так: сила, приложенная к гидросамолету и равная половине его веса, сообщает к концу второй секунды своего действия скорость разбега, численно равную земному ускорению. Но на гидросамолет действуют не сила F , а сила ΔT_c . Из подобия основного треугольника остальным треугольникам следует, что избыточная сила тяги ΔT_c сообщает скорость во столько раз

меньшую, во сколько Δl_c меньше, чем $\frac{Q}{2}$. Таким образом основание каждого треугольника дает приращение скорости движения за каждые две секунды; к концу второй секунды гидросамолет будет иметь скорость v_2 , к концу четвертой — v_4 и т. д.; отсюда мы приходим к формуле (40).

Принимая во внимание, что скорость в промежутке времени двух секунд нарастает по линейному закону, приращение пути в интервале времени двух секунд будет равно:

$$\Delta L_2 = \frac{0 + v_2}{2} \cdot t = \frac{0 + v_2}{2} \cdot 2 \quad (\text{за первые две секунды})$$

$$\Delta L_{2-4} = \frac{v_2 + v_4}{2} \cdot 2 \quad (\text{от конца второй до конца четвертой секунды})$$

Множители $\frac{0 + v_2}{2}$, $\frac{v_2 + v_4}{2}$, ..., представляя средние скорости $v_{\text{ср}}$ в промежутке соответствующих двух секунд, являются абсциссами вершин треугольников. Искомый путь L , очевидно, будет равен:¹

$$L = \sum \Delta L = 2 \sum v_{\text{ср}}. \quad (41)$$

Время и длина после посадочного пробега находятся аналогичным построением, только основной треугольник своим основанием имеет отрезок по оси скорости v_c — $(v_c - 9,8)$.

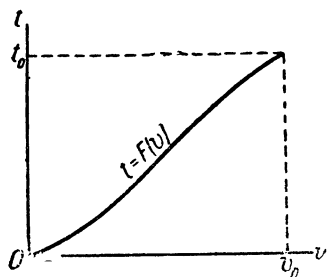


Рис. 256

V. Способ К. Ф. Косоурова. Специфичный характер кривой гидродинамического сопротивления и связанной с нею кривой $t = F(v)$ позволяют, как показывают материалы по летающим лодкам и поплавкам, предложить более упрощенные формулы по определению времени разбега и пробега сравнительно с теми, которые были разобраны выше.

Способ К. Ф. Косоурова при незначительном количестве вычислительных операций дает достаточную для практики точность и позволяет построить по основным параметрам гидросамолета, не имея под рукой числовых аэро-гидродинамических данных, кривые, определяющие длину и время разбега.

Если взять кривые $t = F(v)$, полученные методом графического интегрирования для самых разнообразных гидросамолетов, то каждая из этих кривых будет разделять площадь прямоугольника со сторонами $O - v_0$ и $O - t_0$ (рис. 256) почти точно на две равные части, причем сама кривая будет мало отличаться от прямой. Положим, что функцию F можно заменить уравнением:

$$t = Av, \quad (42)$$

¹ Можно было бы построить треугольник с другой высотой, например — равной Q или $\frac{Q}{4}$; тогда мы соответственно получили бы время t , равное или числу треугольников, или учетверенному числу их. В первом случае диаграмма была бы слишком высокой, а во втором получилась бы увеличенная погрешность вследствие малости числа треугольников.

где A — некоторый постоянный коэффициент, зависящий от величины избыточной силы тяги.

По физическому смыслу

$$A = \frac{1}{a}, \quad (43)$$

т. е. A представляет величину, обратную ускорению при разбеге. Поскольку мы, исходя из анализа сравнения кривых $F(v)$, могли принять $A = \text{const}$, постольку величина a тоже должна быть принята постоянной и численно равной некоторому *среднему* ускорению.

Но

$$a = \frac{g}{Q} \Delta T,$$

следовательно в нашей постановке ΔT тоже должно быть постоянным и отвечать среднему избытку тяги.

Согласно закону количества движения имеем:

$$\Delta T_{\text{ср}} t_0 = \frac{Q}{g} v_0.$$

Левая часть этого уравнения есть импульс силы $\Delta T_{\text{ср}}$, действующей за весь период разбега. Строго говоря, ΔT переменна по времени, поэтому импульс силы ΔT равен:

$$P = \int_0^{t_0} \Delta T \cdot dt = \int_0^{t_0} F(t) dt, \quad (**)$$

т. е. P выражается площадью кривой $F(t)$ в пределах от 0 до t_0 , ординаты которой суть частные значения избыточной силы тяги. Когда задан вес гидросамолета и его взлетная скорость, то импульс силы ΔT равен:

$$P = \frac{Q}{g} v_0.$$

Нас не интересует закон изменения ΔT по времени; ΔT может изменяться как угодно, но при одном лишь условии, чтобы зависимость $(**)$ имела место, т. е. чтобы

$$\int_0^{t_0} F(t) dt = \text{const} = \frac{Q}{g} v_0.$$

Не ограничивая характера изменения ΔT , мы берем среднее значение подинтегральной функции и, заменяя переменную t через v по зависимости (43), получаем выражение импульса по скорости:

$$P = \Delta T_{\text{ср}} t_0 = \Delta T_{\text{ср}} A v_0. \quad (***)$$

Среднее значение избытка тяги $\Delta T_{\text{ср}}$ складывается из алгебраической суммы средних значений функций, входящих в уравнение разбега:

$$\Delta T_{\text{ср}} = T_{\text{ср}} - R_{\text{ср}} - W_{\text{ср}}. \quad (44)$$

Определим эти средние значения. Примем линейное изменение тяги:

$$T = T_0 \left(1 - k \frac{v}{v_0} \right),$$

где $k = 0,29$.¹

¹ Проф. Могилянский, Воздушные порты, гл. IX.

Тогда среднее значение тяги будет соответствовать $v = 0,5v_0$, следовательно:

$$T_{\text{ср}} = T_0(1 - 0,29 \cdot 0,5) = 0,86 T_0. \quad (45)$$

Среднее значение аэродинамического сопротивления равно:

$$R_{\text{ср}} = \frac{\int_0^{v_0} c_{x\rho} S v^2 dv}{v_0} = \frac{c_{x\rho} S v_0^2}{3}. \quad (46)$$

Кривую гидродинамического сопротивления берем по формулам Дудакова (15) и (16).

Площадь этой кривой равновелика площади треугольника высотой $W_{\text{кр}}$ и основанием, равным $0 - \frac{v_0}{v}$ (рис. 257). Следовательно

$$W_{\text{ср}} = \frac{W_{\text{кр}}}{2}. \quad (47)$$

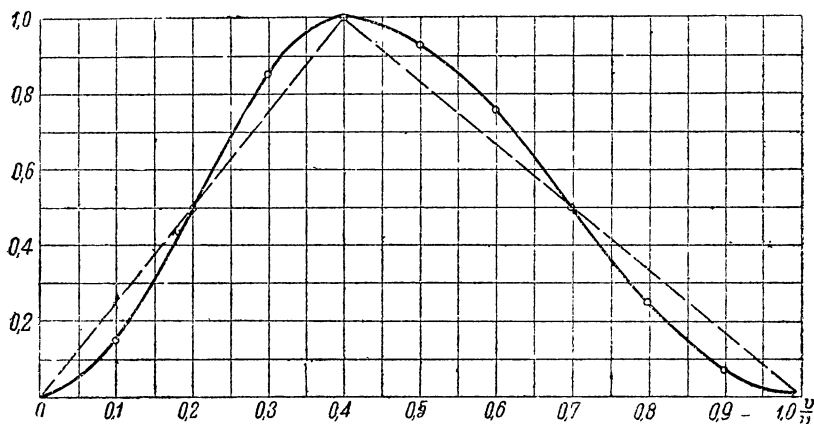


Рис. 257

Подставляем найденные значения в формулу (44):

$$\Delta T_{\text{ср}} = 0,86 T_0 - \frac{c_{x\rho} S v_0^2}{3} - \frac{W_{\text{кр}}}{2}. \quad (48)$$

Время разбега согласно выражению (42) или (***) получается:

$$t_0 = \frac{v_0}{a_{\text{ср}}} = \frac{v_0}{\frac{g}{Q} \Delta T_{\text{ср}}} = \frac{Q}{g} v_0 \frac{1}{0,86 T_0 - \frac{c_{x\rho} S v_0^2}{3} - \frac{W_{\text{кр}}}{2}} = D \frac{v_0}{g}. \quad (49)$$

Длина пути, не повторяя рассуждений, приводимых выше, будет:

$$L_1 = 0,5 v_0 t_0 = D \frac{v_0^2}{2g}, \quad (50)$$

где

$$D = \frac{Q}{0,86T_0 - \frac{c_x \rho S v_0^2}{3} - \frac{W_{кр}}{2}}. \quad (51)$$

Формулы (49) и (50) позволяют определить t_0 и L с большой точностью, если известны T_0 , c_x , S , v_0 и $W_{кр}$.

Для оценки степени точности перечисленных выше формул произведем сравнительные расчеты способами: графического интегрирования, Гоуджа, Маделунга, Дудакова и Косоурова, причем возьмем гидросамолеты АСК и Дорнье-Валь. Результаты сравнения даны в табл. 66.

ТАБЛИЦА 66

Название самолета		АСК	Дорнье-Валь
1	2	3	4
Графическое интегрирование	t_0 L	13,53 167	30,66 450
Гоудж	t_0 L	20,6 323	70 1230
Маделунг	t_0 L	13 160	29 440
Дудаков	t_0 L	12,9 161	28 400
Косоуров	t_0 L	13 162,5	31,1 436
Отклонения от способа графического интегри- рования, в %	Гоудж	t_0 L	$+15\%$ $+192$
	Маделунг	t_0 L	-4% -4
	Дудаков	t_0 L	-5 -4
	Косоуров	t_0 L	-5 -3
			$+228$ $+273$
			-5 -2
			-10 -2
			$+2$ -3

Из табл. 66 видно, что наиболее плохим из способов является способ Гоуджа, пользоваться которым мы не рекомендуем; все остальные приближенные формулы дают хорошие результаты.

§ 4. Расчетные формулы и диаграммы К. Косоурова для определения времени и длины разбега

Выражение (51) коэффициента D , входящего в формулы (49) и (50), позволяет после некоторых преобразований получить расчетные графики.

Рассмотрим этот коэффициент, который включает в себя главные параметры гидросамолета.

Выразим тягу винта на месте через мощность мотора по зависимости, весьма близкой к действительной:

$$T_0 = 1,9N,$$

где T_0 — в кг, N — в л. с.

Второе слагаемое знаменателя $\frac{c_x \rho S v_0^2}{3}$ может быть выражено через вес Q и $\mu = \frac{1}{\text{качество}}$:

$$\frac{c_x \rho S v_0^2}{3} = \frac{R_{\text{хотр}}}{3} = \frac{\mu Q}{3}.$$

Наконец третье слагаемое знаменателя равно:

$$\frac{W_{\text{кр}}}{2} = \frac{1}{2} \frac{Q}{\kappa},$$

где κ — гидродинамическое качество лодки или поплавков.

Таким образом получаем:

$$D = \frac{Q}{1,64N - \frac{\mu Q}{3} - \frac{Q}{2\kappa}} \quad (51')$$

или, разделяя на Q числитель и знаменатель:

$$D = \frac{1}{\frac{1,64}{p} - \frac{\mu}{3} - \frac{1}{2\kappa}}, \quad (51'')$$

где через p обозначена удельная нагрузка на лошадиную силу.

Из формулы (51'') видно, что μ по сравнению с p и κ меньше всего влияет на величину D . Этот вывод вполне согласуется с анализом Гюуджа.

Положим, например:

$$\mu = \frac{1}{8} = 0,125$$

и найдем, какому значению удельной нагрузки на лошадиную силу $p_{\text{кр}}$ соответствует длина разбега $L = \infty$. Для этого, очевидно, нужно, чтобы

$$\frac{1,64}{p} = \frac{\mu}{3} + \frac{1}{2\kappa}$$

или

$$p = \frac{1,64}{\frac{\mu}{3} + \frac{1}{2\kappa}} = \frac{1,64}{0,042 + \frac{1}{2\kappa}}.$$

Принимая наиболее вероятное выражение для κ от 4 до 5,5, получим табл. 67 предельных значений p :

ТАБЛИЦА 67

κ	4,0	4,5	5,0	5,5
$p_{\text{кр}}$	9,8	10,7	11,5	12,3

Расчетные графики $D=f(p)$ построены для трех значений κ : 4, 4,5, 5,0. Эти графики изображены на рис. 258. Возрастание κ , как и следовало ожидать, дает резкое возрастание D . При малых p гидродинамическое качество лодки сказывается относительно слабо, и все кривые идут близко друг к другу. Увеличение p заставляет уже обращать внимание на мореходность формы гидросамолета. Действительно, при $p=5$ кг/л. с. D имеет значения 5,3, 5,7, 6,3, что в относительных единицах даст 1,0, 1,07, 1,19. Стоит взять p больше, например $p=7$ кг/л. с., и D получит значения 10,9, 12,3, 15,0 или 1,0, 1,13, 1,38.

Числовая обработка диаграмм дана в табл. 68.

Необходимо указать, что $p > 9$ требует уточнения μ и κ , так как иначе мы получим большой диапазон колебаний D .

Проверка графиков. Для проверки правильности и степени практической точности предлагаемого нами метода мы воспользовались данными по До-Х, устанавливающими графическую зависимость между t_0 и различным полетным весом.

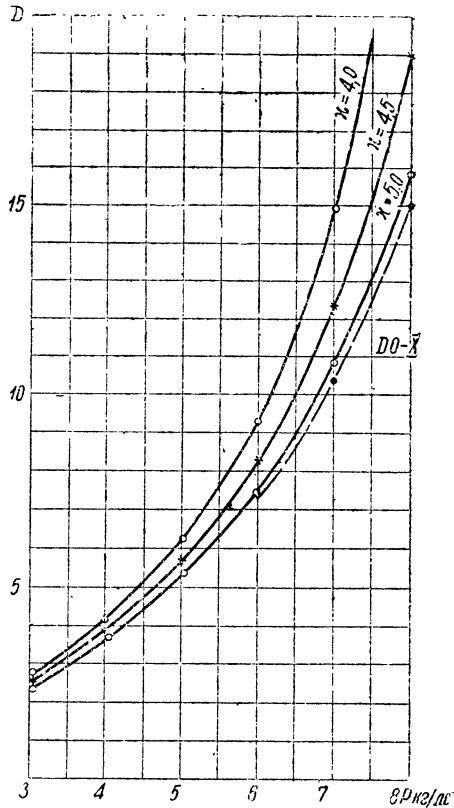


Рис. 258. Диаграмма К. Ф. Косоурова для расчета взлета; $\mu = \frac{1}{8}$.

ТАБЛИЦА 68

	p	3	4	5	6	7	8	9	10
	$\frac{1,64}{p}$	0,546	0,410	0,328	0,274	0,234	0,203	0,182	0,149
$\kappa = 4$	Знаменатель	0,379	0,243	0,161	0,107	0,067	0,038	0,015	—
	D	2,64	4,11	6,22	9,35	14,9	25,7	66,6	—
$\kappa = 4,5$	Знаменатель	0,393	0,257	0,175	0,121	0,081	0,052	—	—
	D	2,54	3,90	5,72	8,25	12,3	19,2	—	—
$\kappa = 5,0$	Знаменатель	0,404	0,268	0,186	0,134	0,092	0,063	—	—
	D	2,27	3,73	5,37	7,46	10,9	15,9	—	—

Эта графическая зависимость дана д-ром Дорнье и воспроизведена на рис. 259. Мы взяли за исходный вес $Q = 48\,000$ кг и за исходную скорость взлета $v_0 = 36$ м/сек. Уменьшение веса влечет за собой уменьшение взлетной скорости, что выражается аналитически в форме:

$$v'_0 = v_0 \sqrt{\frac{Q'}{Q_0}}.$$

Проверка сведена в табл. 69.

ТАБЛИЦА 69

v_0	p	Q	t_0	L	$D = \frac{2gL}{v_0^2}$
36	8	48 000	55	990	15,0
33,5	7	42 000	35	595	10,4
31,2	6	36 000	24	395	7,95

Вычисленные значения D отложены на диаграмме рис. 258 и соединены пунктирной кривой. Так как лодка Дорнье имеет качество порядка 5,2, то вполне естественно, что кривая для Do-X

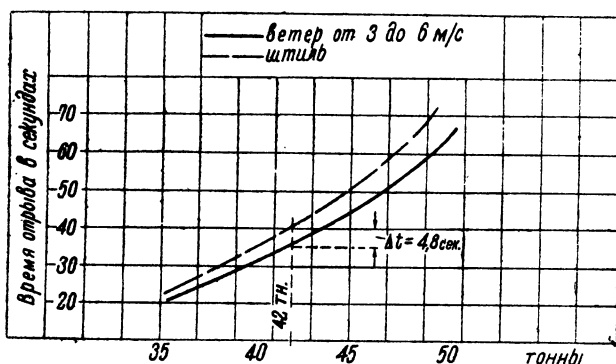


Рис. 259

легла несколько ниже кривой $\kappa = 5$. Характер кривой Do-X и ее численные значения дают хорошие совпадения с нашими выводами, полученными аналитическим путем.

Учет ветра. Если скорость встречного ветра есть u , то при $u \leq 0,25 v_0$ время разбега с достаточной точностью может быть принято равным:

$$t'_0 \approx D \frac{v_0 - u}{g}, \quad (52)$$

а длина разбега

$$L' \approx D \frac{(v_0 - u)^2}{2g}. \quad (53)$$

Строго говоря, коэффициент D вследствие изменения κ будет также несколько изменяться; учет этого может быть произведен лишь на основании протасок в опытовом бассейне.

Пример. Определить величину уменьшения времени и длины разбега гидросамолета Do-X, если известно, что

$$\begin{aligned} Q &= 42\,000 \text{ кг}, \\ v_0 &= 33,5 \text{ м/сек}, \\ u &= 4,5 \text{ м/сек}. \end{aligned}$$

Имеем:

$$t_0 = D \frac{v_0}{g}, \quad t_0' = D \frac{v_0 - u}{g},$$

откуда получаем:

$$\Delta t = t_0 - t_0' = \frac{10,4}{9,8} \cdot 4,5 = 4,75 \text{ сек.}^1$$

По данным испытаний, как видно из диаграммы на рис. 259, $\Delta t = 4,8$ сек., т. е. получается достаточное совпадение.

Вычисляем ΔL :

$$\begin{aligned} L &= D \frac{v_0^2}{2g} = 595 \text{ м},^1 \\ L' &= D \frac{(v_0 - u)^2}{2g} = \left(\frac{v_0 - u}{v_0} \right)^2 L = \\ &= \left(\frac{33,5 - 4,5}{33,5} \right)^2 595 = 445 \text{ м}; \Delta L = 595 - 445 = 150 \text{ м}. \end{aligned}$$

Расчет посадки. При посадке действующими на гидросамолет горизонтальными силами являются силы R_x и W ; тяга будет отсутствовать. Тормозный эффект сил $R_x + W$ приведет к потере скорости.

Принимая закон распределения сил R_x и W прежним (т. е. как и в случае взлета), мы получим следующие формулы:

$$t_e = D_e \frac{v_e}{g}, \quad (54)$$

$$L_e = D_e \frac{v_e^2}{2g}, \quad (55)$$

где

$$D_e = \frac{1}{\frac{\mu_e}{3} + \frac{1}{2\kappa_e}}. \quad (56)$$

Следует заметить, что гидросамолеты производят посадку на другом угле, чем при взлете; поэтому характер и величина гидродинамических сил воздействия воды будут иные.

На рис. 260 изображены кривые $D = f(\mu)$ при $\kappa = \text{const}$ в предположении, что процесс посадки идентичен взлету.

Из этой диаграммы видно, что влияние μ мало сказывается на величине D . Здесь, как и при взлете, κ имеет доминирующее значение.

¹ См. табл. 69.

Из рис. 258 и 260 легко определить соотношение длины разбега и пробега.¹ Так, для среднего значения $\kappa = 4,5$ $D_e \approx 7$ для всех значений μ длина пробега будет больше длины разбега, если $D_e > D$. Равенство длины наступает при $p \approx 5,5$ кг/л. с. Если $p < 5,5$, то следует ожидать превышения L_e над $L_{\text{разб.}}$.

Учет волны. Гидроавиация не имеет методов для расчета потери скорости от влияния волны. Приближенное решение задачи дано К. Ф. Косоуровым в 1933 г., однако возможность числового решения требует знания закона распределения периодических сил торможения, которые как раз и неизвестны.

Можно лишь указать, что небольшая волна способствует укорочению длины разбега; большое волнение (при больших $\frac{h}{\lambda}$)

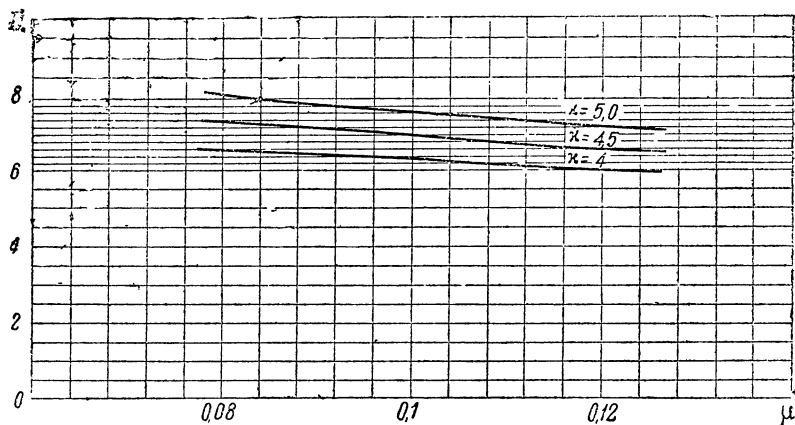


Рис. 260

оказывает обратный эффект. Учет волны требует систематических наблюдений за взлетом гидросамолета; только на основании опытных данных можно получить надежные для расчетов поправочные коэффициенты.

Глава XIV

ДАВЛЕНИЕ НА ДНИЩЕ

§ 1. Современное состояние работ по давлению на днище

Вопрос о распределении давления воды на днище гидросамолета при посадке и взлете является весьма важным с точки зрения разработки норм прочности. В практике эксплуатации гидросамолетов зарегистрирован ряд случаев, когда резкая посадка на воду сопровождалась поломкой днища и, следовательно, аварией машины.

¹ Полагаем для простоты, что $v_0 = v_e$. Если $v_0 \neq v_e$, то найти новое соотношение между D и D_e никакого затруднения не представляет.

Стремление обеспечить лодке достаточную прочность без излишнего утяжеления ее корпуса заставило исследователей за последние годы обратить серьезное внимание на изучение физической стороны удара и попытаться осветить его теоретическую сущность.

Явление удара весьма сложно; форма обводов корпуса, тип посадки, состояние поверхности воды и пр., — все это имеет влияние на характер действующих со стороны воды сил и инерционных перегрузок аппарата. В настоящее время проводятся систематические опытные и теоретические исследования как у нас, так и за границей, относящиеся к области проблемы удара.

Полученные результаты опытных испытаний представляют большой интерес и дают ценный, хотя еще и далеко недостаточный, материал.

Теоретического решения вопроса об ударе о свободную поверхность несжимаемой жидкости тела конечных размеров и произвольных очертаний гидродинамика не имеет. Современные достижения теории ограничиваются решением частных, главным образом двухразмерных задач, позволяющих все же произвести количественную оценку явления, сравнить теоретические результаты с опытами и направить эксперимент по правильному пути.

Основоположниками в теории удара при посадке гидросамолетов являются немецкие исследователи В. Пабст (1928 г.) и Г. Вагнер (1930 г.), предложившие в результате своих теоретических изысканий формулы для расчета давления на днище. Не считая задачи проф. Н. Жуковского (1883 г.) об ударе шара, плавающего на горизонтальной поверхности тяжелой жидкости, у нас в этой области имеются работы М. Лаврентьева, М. Келдыша, М. Седова и Маркушевича, которые будут опубликованы в трудах ЦАГИ.

Подробное изложение теории Пабста и Вагнера выходит за пределы настоящей книги, поэтому мы ограничиваемся некоторыми выдержками и окончательными формулами, отсылая интересующихся этим вопросом к оригинальным сочинениям¹ и к переводам, выпущенным в 1933 г. под редакцией проф. В. Л. Александрова.² Здесь мы заметим только, что оба немецких ученых представляют реакционное воздействие воды как следствие проявления инерционных сил последней, имеющей некоторую виртуальную массу.

§ 2. Задача Пабста

Удар самолета с плоским днищем. Пабст представляет систему гидросамолета и поплавка в виде схемы, изображенной на рис. 261. Масса самолета принимается сконцентрированной в одной точке, причем между этой массой и невесомым днищем имеется невесомая упругая связь, действующая с силой P . При ударе плоско-

¹ S. Pabst, Theorie des Landestosses von Seeflugzeugen. ZFM, № 9, 1930.

Lewe, ZFM, 1920, H. 9, S. 125.

H. Wagner, Über die Landung von Seeflugzeugen. ZFM, № 1, 1931.

H. Wagner, Zur Mechanik des Starts und der Landung von Seeflugzeugen Schiffbau, Heft 14, 30. Jahrgang.

² Сборник по аэро-гидродинамике, под ред. проф. В. Л. Александрова, Госмашметиздат, 1933.

донного поплавка присоединенная масса воды получает ускорение создавая этим инерционное сопротивление.

Введем обозначения:

масса самолета M_1
 присоединенная масса воды M_2
 сила упругости $P = kf$
 упругая деформация f
 длина упругой связи L
 вес самолета за вычетом подъемной силы крыльев . νQ

Таким образом можно написать следующие дифференциальные уравнения:

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= kf - \nu Q, \\ M_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} &= -kf. \end{aligned} \quad (1)$$

Но $x_1 - x_2 = L - f$; поэтому, дифференцируя последнее равенство два раза, получим:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} - \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -\frac{d^2 f}{dt^2}$$

что после подстановки из уравнений (1) дает:

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + kf \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) - \nu g = 0. \quad (2)$$

Интеграл уравнения (2) имеет вид:

$$f = A \sin \omega t + B \cos \omega t + \frac{\nu g}{\omega^2}, \quad (3)$$

где

$$\omega^2 = k \frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2} = \frac{k}{\mu}.$$

Коэффициенты A и B определяем из начальных условий $\omega t = 0$ при $f = 0$; следовательно

$$B = -\frac{\nu g}{\omega^2}.$$

Замечая, что x_1 есть путь центра тяжести самолета, а x_2 — путь присоединенной массы воды, при $\omega t = 0$ будем иметь:

$$\frac{dx_1}{dt} = c_a,$$

где c_a — вертикальная скорость снижения и

$$\frac{dx_2}{dt} = 0.$$

Следовательно

$$\frac{df}{dt} = \frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} = -c_a$$

и

$$A = \frac{c_a}{\omega}.$$

Таким образом получаем:

$$f = \frac{c_a}{\omega} \sin \omega t - \frac{\nu g}{\omega^2} \cos \omega t + \frac{\nu g}{\omega^2} = A \sin(\omega t - \beta) + \frac{\nu g}{\omega^2}, \quad (4)$$

где

$$A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{\nu g}{\omega}\right)^2 + c_a^2} + \frac{\nu g}{\omega^2}$$

и

$$\beta = \arctg \frac{g}{c_a} \frac{\nu}{\omega}.$$

Наибольшая сила удара будет:

$$P_{\max} = k f_{\max} = A + \frac{\nu g}{\omega^2} = \sqrt{(\nu g \mu)^2 + c_a^2 k \mu} + \nu g \mu. \quad (5)$$

Через μ обозначено здесь отношение:

$$\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}.$$

Присоединенная масса M_2 , как показывают приближенные вычисления для самолета Хейнкель HE-5, составляет всего около 20% от M_1 ; ν при посадке обычно меньше единицы; коэффициент же упругости k очень велик. Поэтому членом $\nu g \mu$, по сравнению с членом $c_a^2 k \mu$, можно пренебречь. Тогда будем иметь:

$$P_{\max} \approx c_a \sqrt{k \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}} = c_a \sqrt{k M_1} \varphi, \quad (5')$$

где

$$\varphi = \sqrt{\frac{w}{1+w}}, \quad w = \frac{M_2}{M_1}.$$

Если предполагать, что сила удара пропорциональна квадрату отношения линейных размеров λ :

$$P \div \lambda^2,$$

то для напряжения в материале имеем:

$$\sigma = \frac{Pl}{W} = \frac{\lambda^3}{\lambda^3} = 1,$$

т. е. оно не зависит от увеличения длины поплавков.

Упругий удар, как мы видели, вызывает колебание системы, масса которой складывается из соударяющихся тел.

В рассмотренном примере самолет является жестким и только днище считается упругим; следовательно, для всех частей самолета получается одинаковая перегрузка, что не соответствует действительности. „Учесть упругость всех частей, — говорит Пабст, — не представляется возможным; поэтому необходимо стремиться подразделить всю систему на отдельные массы, которые соединяются между собою и массой воды посредством упругих невесомых звеньев. Подразделение самолета даже на две массы ведет обычно к трудной расчетной работе, но однако в конечном счете дает в аналитической форме простые результаты и возможность отвечать на ряд вопросов“.

В частности, при центральном ударе¹ на редан и при существовании упругих связей между водой, поплавком и фюзеляжем, усилие на фюзеляж будет:

$$P_1 = c_a \sqrt{kM} (\varphi_1 \sin \lambda_1 t - \varphi_2 \sin \lambda_2 t), \quad (6)$$

усилие на поплавок будет:

$$P_2 = c_a \sqrt{kM} (-\psi_1 \sin \lambda_1 t + \psi_2 \sin \lambda_2 t), \quad (7)$$

причем

$$\varphi_1 = \frac{ec/s}{2B\sqrt{A+B}}, \quad \varphi_2 = \frac{ec/s}{2B\sqrt{A-B}},$$

$$A = \frac{1}{2} \left[c \frac{r+s}{rs} + e \frac{s+w}{sw} \right], \quad B = \frac{1}{2} \sqrt{\left(c \frac{r+s}{rs} - e \frac{s+w}{sw} \right)^2 + \frac{4ec}{s^2}},$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{k}{M}} (A+B), \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{k}{M}} (A-B),$$

$$\psi_1 = \frac{c}{2B} \left(\frac{A+B-C}{\sqrt{A-B}} \right), \quad \psi_2 = \frac{e}{2B} \left(\frac{A-B-C}{\sqrt{A-B}} \right),$$

$$C = c \frac{r+s}{cs}.$$

Здесь введены следующие обозначения:

масса всего самолета	$M = M_1 + M_3,$
масса фюзеляжа	$M_1 = rM,$
масса поплавка	$M_2 = sM,$
масса воды	$M_3 = wM,$
коэффициент упругости между M_1 и M_2 . . .	$k_1 = ck,$
коэффициент упругости между M_2 и M_3 . . .	$k_2 = ek,$
коэффициент упругости между M_1 и M_3 . . .	$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

В теории глиссирования (Г. Павленко) мы привели выражение присоединенной массы, приходящейся на единицу длины пластинки в плоско-параллельном потоке [формула (24)]. При рассмотрении бесконечно-длинной пластинки ширина днища входит в квадрате, в то время как для пластинки конечной длины эта ширина будет входить в более низкой степени. Величина присоединенной массы пластинки с конечным отношением сторон была определена Пабстом экспериментальным путем при помощи малых колебаний пластинок в воде в направлении, перпендикулярном к их плоскости. Записи колебаний производились алмазом на стекле и затем расшифровывались. Результаты опытов над четырьмя пластинками с различным соотношением сторон даны на рис. 262. При больших отношениях сторон пластинки $\frac{a}{b}$ кривая идет параллельно линии $\rho \frac{\pi}{8} b^3 a$ для участка длиной a бесконечно-длинной пластинки; при малых отношениях $\frac{a}{b}$ кривая приближается к параболе.

¹ Сила удара проходит через центр инерции самолета.

Формула, определяющая величину присоединенной массы, имеет вид:

$$M_w = \frac{\pi}{8} \rho \frac{a^2 b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \left(1 - 0,425 \frac{ab}{a^2 + b^2} \right).$$

Удар самолета с килеватым днищем. Пусть самолет массы M_1 , соединенный упругой связью с невесомым днищем, имеющим угол килеватости 2φ , погружается в воду с вертикальной скоростью $\frac{dx_2}{dt}$ (рис. 263). Погруженному за время t участку днища шириной y

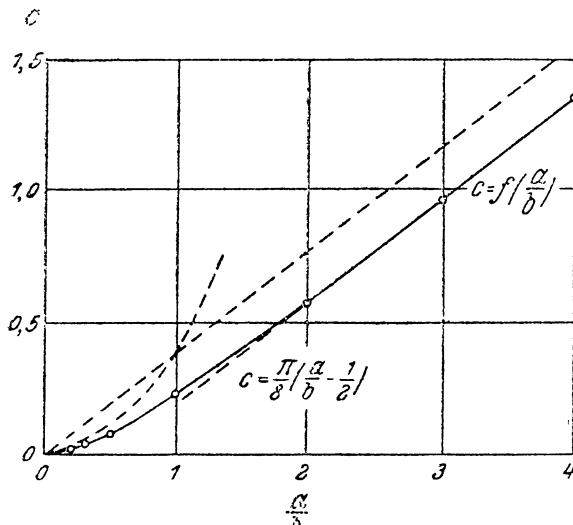


Рис. 262. Присоединенная масса воды для прямоугольной пластинки. $M_w = c\rho b^3$; $c = f\left(\frac{a}{b}\right)$; $\frac{a}{b} \geq 1$

на глубину x_2 соответствует масса воды M_2 , которая является функцией глубины погружения:

$$M_2 = f(x_2).$$

По аналогии с уравнениями (1) имеем:

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= kf, \\ \frac{d\left(M_2 \frac{dx_2}{dt}\right)}{dt} &= -kf, \\ x_1 - x_2 &= L - f. \end{aligned} \tag{8}$$

Если днище имеет большую килеватость и k очень велико, то можно принять, что

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = \frac{dx}{dt}.$$

Тогда имеем:

$$M_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{d \left(M_2 \frac{dx}{dt} \right)}{dt}$$

и интегрированием получаем:

$$M_1 \frac{dx}{dt} = - M_2 \frac{dx}{dt} + C.$$

Произвольная постоянная определяется из начальных условий: если $t=0$, то $M_2=0$; поэтому

$$C = M_1 \frac{dx}{dt} = c_a.$$

Подставляя выражение для C в последнее уравнение, найдем:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{M_1}{M_1 + M_2} c_a.$$

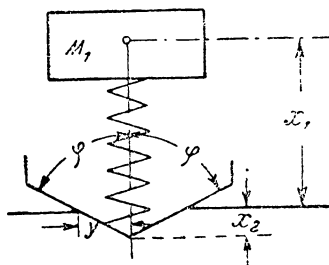


Рис. 263

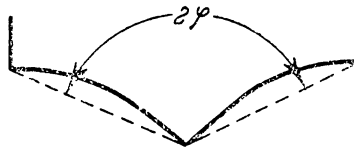


Рис. 264

Сила удара будет равна:

$$P = M_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{M_1^2 c_a^2}{(M_1 + M_2)^2} \frac{dM_2}{dx} \frac{dx}{dt}.$$

Замечая, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx},$$

будем иметь:

$$P = \operatorname{tg} \varphi \frac{M_1^3 c_a^2}{(M_1 + M_2)^3} \frac{dM_2}{dy}.$$

Наибольшая величина силы P получится при значении $y = \frac{b}{2}$.

Если воспользоваться приближенным выражением для присоединенной массы

$$M_2 = M_w = \frac{\pi \rho}{8} \left(ab^2 - \frac{b^3}{2} \right) = \frac{\pi \rho}{2} (ay^2 - y^3), \quad a > b,$$

то

$$\frac{dM_2}{dy} \left(y = \frac{b}{2} \right) = \frac{\pi \rho}{8} \left(ab - \frac{3}{4} b^2 \right),$$

и сила удара на корпус летающей лодки равна:

$$P = \operatorname{tg} \varphi \frac{\frac{\pi}{2} \rho \left(ab - \frac{3}{4} b^2 \right)}{\left(1 + \frac{M_2}{M_1} \right)^3} c_a^2. \quad (9)$$

Для двухпоплавковых или двухлодочных гидросамолетов будет:

$$P = \operatorname{tg} \varphi \frac{\frac{\pi}{2} \rho \left(ab - \frac{3}{4} b^2 \right)}{\left(1 + \frac{M_2}{M_1} \right)^3} c_a^2 \quad (10)$$

при $M^2 = \frac{\pi}{4} \rho \left(ab^2 - \frac{b^3}{3} \right)$ и $a > b$.

Из формул (9) и (10) видно, что при $\varphi = 90^\circ$ сила удара бесконечно-велика. Даже при малой килеватости удар очень велик, так что приходится учитывать упругость самолета.

Для первого приближения Пабст считает возможным определить по вышеуказанным формулам удар плоского днища, учитывая упругость, и удар днища с большой килеватостью. Силу удара на днище с малой килеватостью можно вычислить интерполированием, проводя касательную через точку $\varphi = 90^\circ$ к кривой для сильно килеватого днища.

Для вогнутых килеватых днищ (рис. 264) применять указанный метод не вполне возможно.

Рис. 265 и 266 дают величины теоретических нагрузок на днище для моноплана Хейнкель в зависимости от посадочной скорости $v_{\text{пос}}$ и угла φ , при геометрически подобном увеличении самолета.

Принимая силу удара пропорциональной квадрату поверхности днища, можно написать следующую зависимость силы удара от веса:

$$P = c \sqrt[3]{Q^2},$$

где коэффициент $c = f(v_{\text{пос}}, \varphi)$. При этом перегрузка будет:

$$e = \frac{P}{Q} = \frac{c}{\sqrt[3]{Q}}.$$

На рис. 267 даны кривые перегрузки в зависимости от полетного веса, вычисленные по теории и по нормам, принятым DVL.

Рис. 267 показывает зависимость изменения силы удара от угла килеватости φ . Там же нанесена точка, взятая по испытаниям модели (Боттомлей), которая расположена ближе к теоретической кривой, чем к кривой DVL.

„В общем можно сказать, — заключает Пабст, — что в основном теория хорошо согласуется с результатами, полученными опытным путем, однако преимущества теории состоят в том, что она допускает анализ явления, благодаря которому возможно найти наилучший компромисс между различными функциями гидросамолета, в особенности принимая во внимание быстрый взлет и достаточную прочность“.

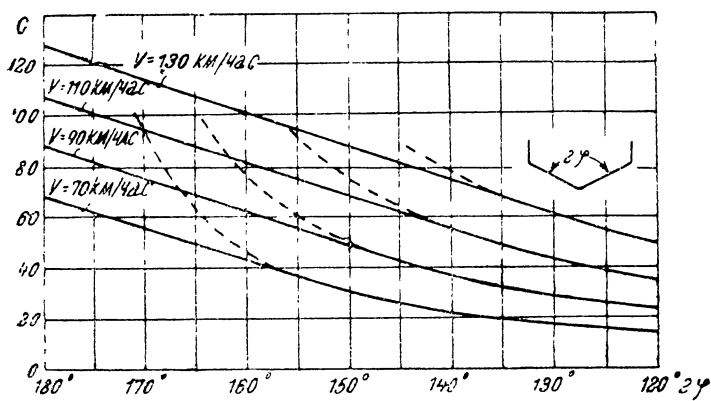


Рис. 265

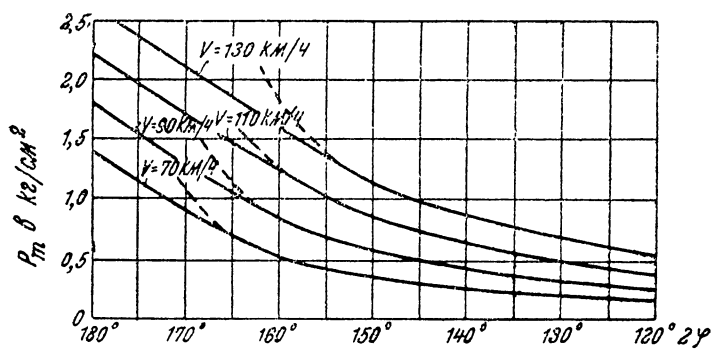


Рис. 266

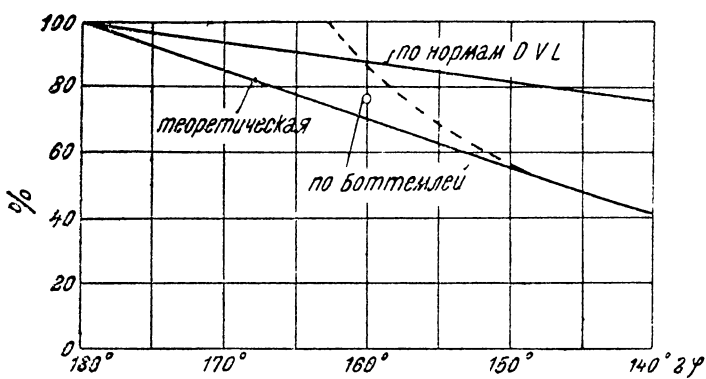


Рис. 267

§ 3. Некоторые экспериментальные исследования

Экспериментальные работы по исследованию удара при посадке и взлете гидросамолетов проводятся в течение нескольких лет в ряде стран, в том числе в СССР, Германии, Англии, Америке и др.

Параллельно с изучением чисто физической стороны явления удара, которыми занимался Ватанабе в своих опытах над падением в воду конуса,¹ международная практика насчитывает серии опытов с моделями летающих лодок и поплавков, а также опытов с самолетами в натуральную величину. Цель этих опытов заключается в определении перегрузок, возникающих при ударе, и эпюр давления на днище и местных нагрузок, представляющих интерес при расчетах местной прочности корпуса.

„Испытание моделей в канале, — говорит Пабст, — имеет большое значение для расчета взлета. При испытании модели на удар

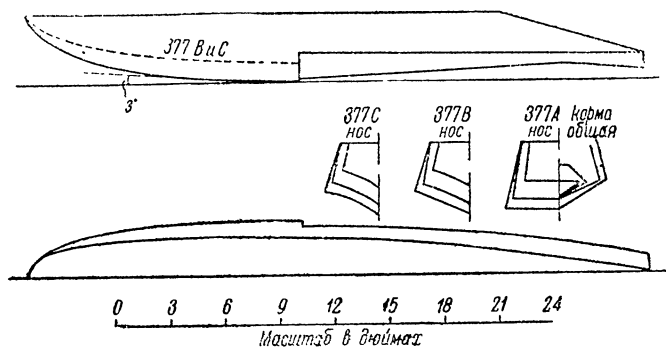


Рис. 268

обычно возникают некоторые затруднения вследствие неясности в этом случае закона пересчетов моделей на натуру. Силы, возникающие при ударе, обычно бывают очень большими по сравнению с силами сопротивления при взлете, поэтому возможно в этом случае пренебрегать силами трения и волнообразования. Следовательно, при пересчете модели на натуру мы можем не принимать во внимание законов Фруда и Рейнольдса, ньютоновский же закон подобия приходится применять с некоторыми ограничениями. Мы указывали ранее, что упругость играет значительную роль при ударе. Итак, на ряду с силами инерции существуют еще упругие силы, так что приходится применять закон подобия Коши, по которому пересчет модели на натуру возможен только в том случае, когда число Коши у модели и в натуре одинаково. Однако необходимое подобие упругости в модели и действительном самолете сохранить очень трудно, в особенности в малых моделях. Подобные испытания проводятся вполне хорошо, если они служат или только для общего изучения удара, при котором различные

¹ S. Watanabe, Resistance of Impact on Water Surface. Scientific Papers of the Inst. of Phys. and Chem. Research, II — 1930, vol. 12, № 226, Tokio.

факторы, в особенности упругость, точно определены, или упругость при испытании действительного самолета вполне сохраняется на модели соответственно закону подобия Коши. При сильно килеватых днищах, при которых влияние упругости мало, испытания моделей вполне допустимы.

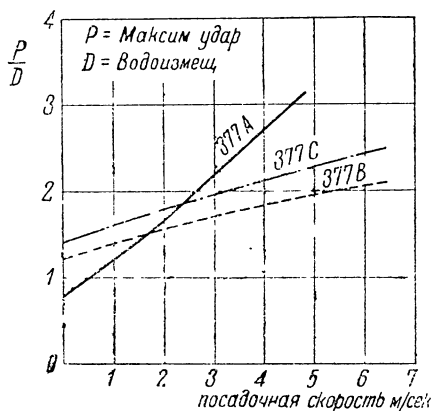


Рис. 269

удачны; то же происходит при опытах с моделями, так как быстрые, но незначительные деформации измеряемого агрегата с трудом регистрируются приборами.

„Указанные соображения приводят к тому, что следует производить опыты в натуре. Но если даже не принимать во внимание технических затруднений при подобных измерениях, то тем не менее таковые все же имеются, особенно для доказательства

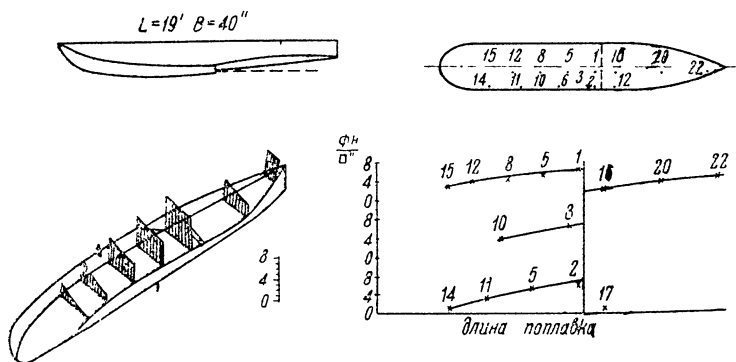


Рис. 270

пригодности теории, так как условия, при которых происходит опыт, и прежде всего волна, посадочная скорость, угол посадки самолета и т. п. очень трудно точно установить“.

К одним из более ранних опытов с моделями следует отнести опыты с тремя поплавками 337 А, 337 В, 337 С (рис. 268). Первая из этих моделей имела плоское днище в носовой части, вторая —

прямое V и третья—криволинейное V. Хвостовая часть всех моделей была взята одинаковой. Определение силы удара производилось путем подсчета ускорения при посадке. Сила удара плоскостонной модели, как видно из рис. 269, быстро возрастает с увеличением посадочной скорости и на скоростях, больших $2,5 \text{ м/сек}$,

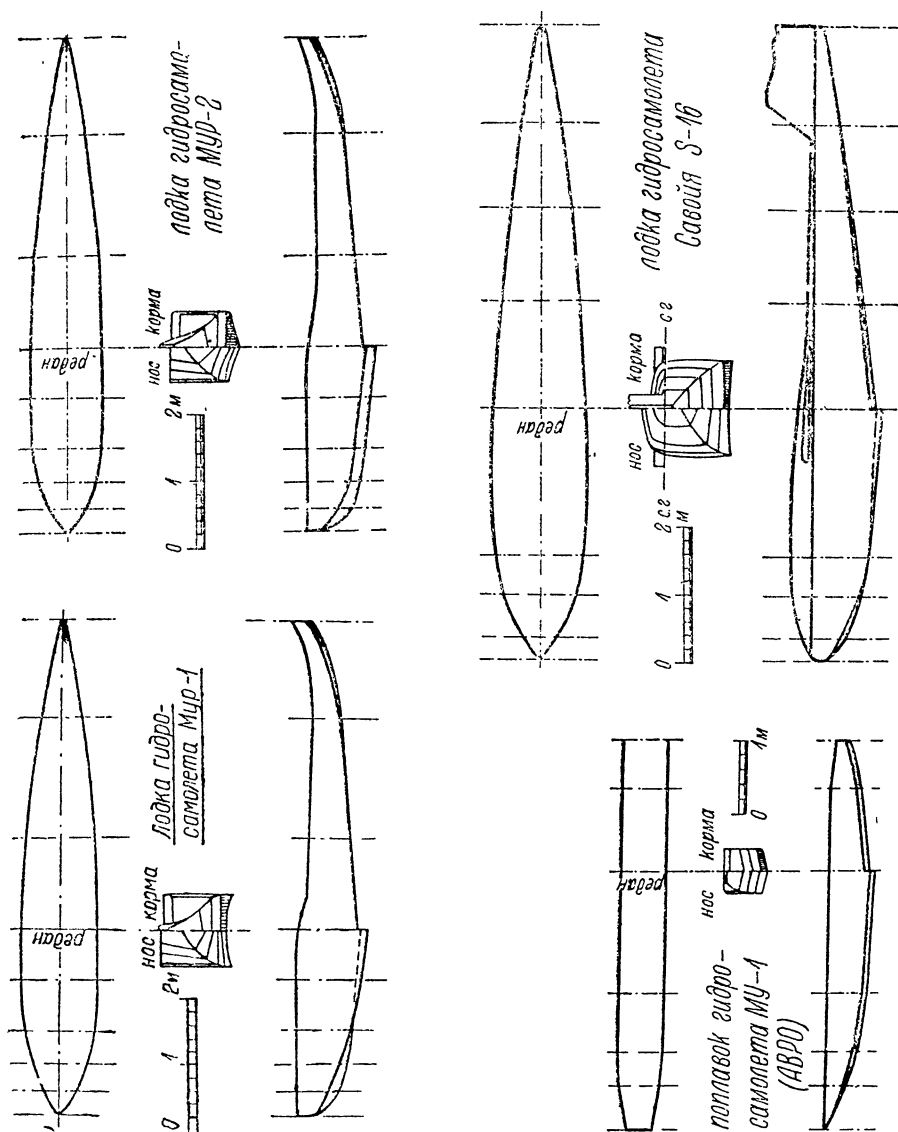


Рис. 271. Формы реданов гидросамолетов МУР-1, МУР-2, Савойя-16 и МУ-1 (Авро)

превосходит силу удара килеватых моделей. Днище с прямым V несколько лучше, чем с криволинейным V.

Опытами, произведенными несколько лет тому назад над лодками в Англии, было установлено наибольшее местное давление в 0,61 атмосфер и наибольшее среднее давление 0,45 атмосферы.

Возрастание удельных давлений шло от носа к редану и от скул к килю. Давление достигало наибольшей величины при посадке на волну с большей скоростью.

Аналогичные опыты были произведены в Америке в 1928 г. на однопоплавковом биплане весом в 1250 кг при посадочной скорости $v_{\text{пос}} = 102 \text{ км/час}$. Наибольшие удельные давления не превышали 0,46 атмосферы. На рис. 270 показано распределение давлений по днищу и точки замеров местных давлений.

К более новым опытам относятся немецкие испытания поплавкового гидросамолета Хейнкель HE-9 весом в 3000 кг, установившие при волне в 2 балла перегрузку машины несколько большую 6.

У нас в СССР систематические испытания по удару ведутся в ЦАГИ с 1929 г. По своему содержанию материал Испытательной

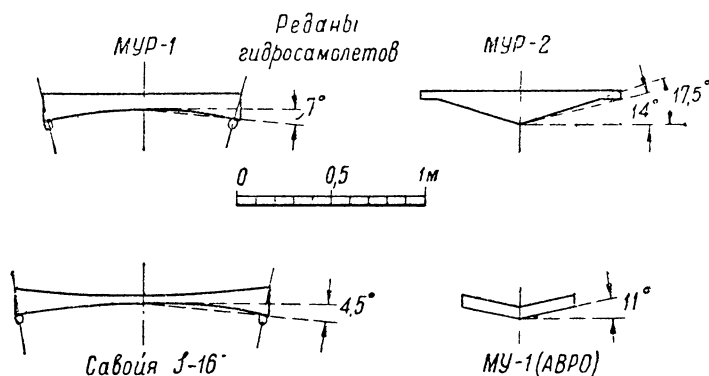


Рис. 272

станции ЭГО ЦАГИ является наиболее полным сравнительно с материалами зарубежных стран. Мы приводим здесь лишь основные данные гидросамолетов и результаты исследований, подробно описанные Н. Н. Подсеваловым в журнале „Техника воздушного флота“.¹

Испытаниям подвергались четыре гидросамолета: МУР-1 (лодка), МУР-2 (лодка), Савойя S-16 (лодка) и МУ-1 (двухпоплавковый Авро). Главнейшие данные этих машин помещены в табл. 70 и 71, а теоретические чертежи на рис. 271.

Давления замерялись специально спроектированными и выстроенными индикаторными приборами (принцип мембраны), расположенными в гнездах по днищам лодок. Координаты гнезд даны в табл. 72, а эпюры давлений представлены на рис. 273—277. Анализ этих опытов дан Н. И. Подсеваловым.

¹ К. И. Подсевалов, О давлении на днище лодок гидросамолетов, ТВФ, № 8/9, 1931; О давлении на днище лодок и поплавковых гидросамолетов, ТВФ, № 4, 1933.

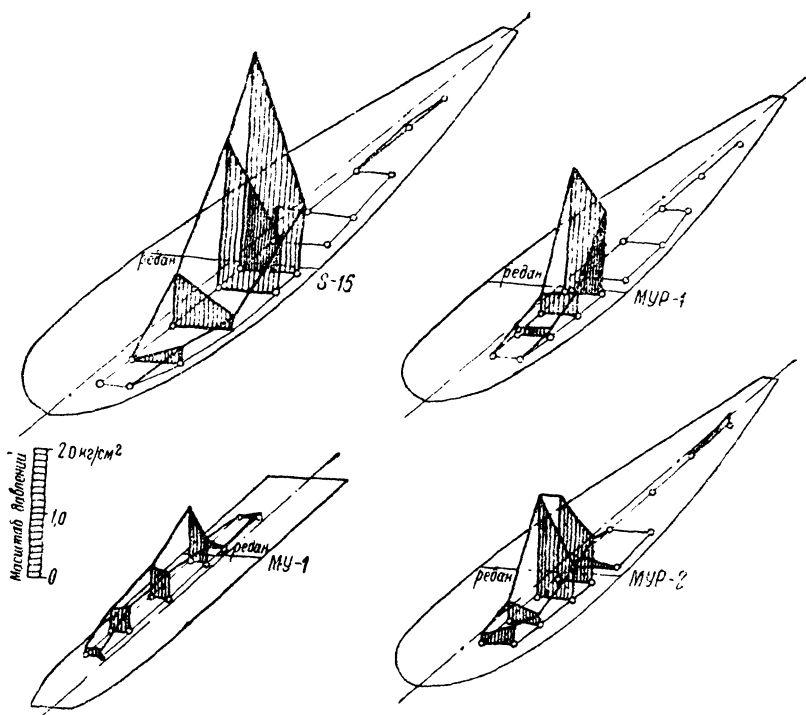


Рис. 273

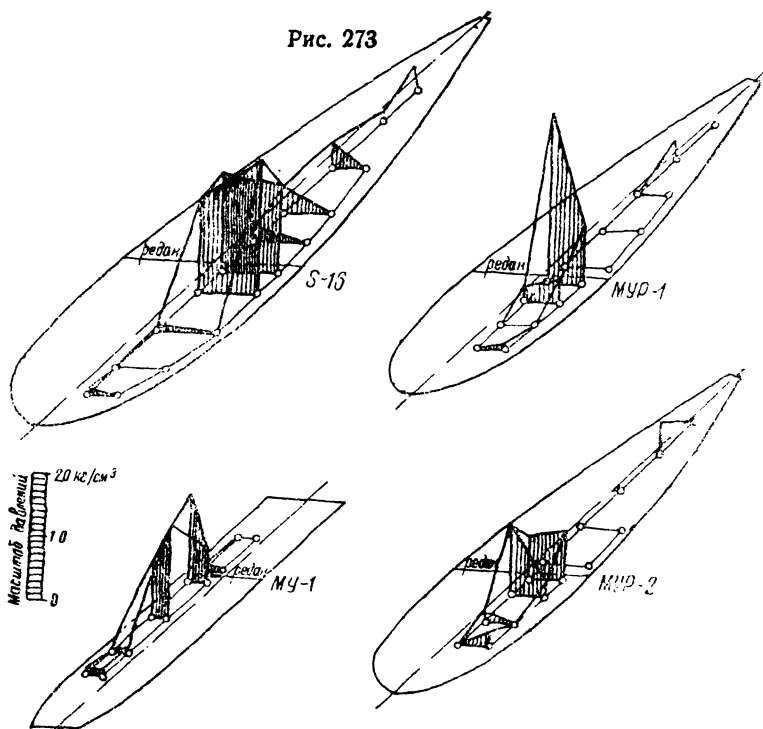


Рис. 274

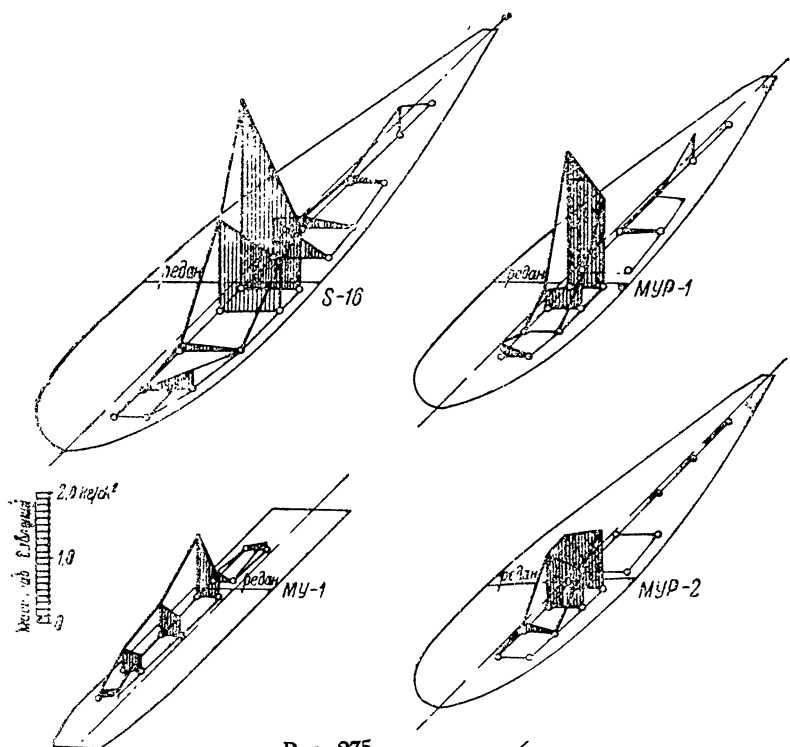


Рис. 275

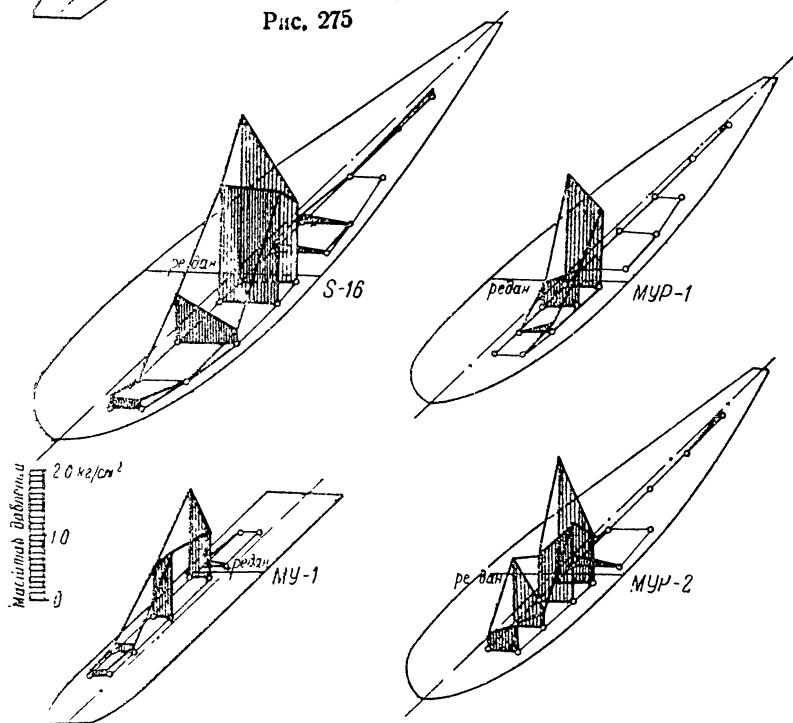


Рис. 276

ТАБЛИЦА 70

Основные данные гидросамолетов МУР-1, МУР-2, МУ-1 и S-16

№	Данные гидросамолетов	МУР-1	МУР-2	МУ-1	S-16
1	2	3	4	5	6
1	Полный полетный вес кг	1070	1100	1050	—
2	Полный полетный вес при начале каждого экспериментального полета кг	1050	1050	960	1950
3	Мощность мотора л. с.	120	120	120	300
4	Площадь крыльев м ²	33	33	27,6	52
5	Нагрузка на м ² площади крыльев, кг/м ²	31,8	31,8	34,8	37,5
6	Наибольшая длина лодки или поплавка м	7,36	7,36	5,23	9,39
7	Длина носовой части лодки или поплавка (от реданного форштевня до шпангоута) м	2,76	2,76	3,50	371
8	Длина кормовой части лодки или поплавка (от реданного шпангоута до ахтерштевня) м	4,60	4,60	1,73	5,68
9	Ширина днища лодки или поплавка у редана м	1,05	1,05	0,610	1,35
10	Нагрузка на единицу ширины редана м/кг	1000	1000	Одн. попл. 787	1445
11	Угол касательной к килю носовой части при редане со строительной горизонталью	+5°	+5°	+2°	+3°
12	Угол касательной к килю хвостовой части при редане со строительной горизонталью	—5°30'	—5°30'	—5°30'	—6°30'
13	Угол продольного V при редане . .	10°30'	10°30'	7°30'	7°30'
14	Расстояние по перпендикуляру к строительной горизонтали от проекции на диаметральную плоскость гидросамолета нижних точек редана до центра тяжести м	1,300	1,300	1,700	1,470
15	Расстояние по параллели к строительной горизонтали от проекции на диаметральную плоскость гидросамолета нижних точек редана до центра тяжести м	—0,195	—0,195	+0,545	+0,030
16	Расстояние по перпендикуляру к строительной горизонтали от проекции на диаметральную плоскость гидросамолета нижних точек редана до линии тяги винта м	2,200	2,225	2,060	—
17	Угол между линией тяги винта и строительной горизонталью . . .	+1°	+1°	0°	0°
18	Средний угол установки верхнего крыла по отношению к строительной горизонтали	1°45'	1°45'	4°30'	2°30'
19	Средний угол установки нижнего крыла по отношению к строительной горизонтали	4°	3°45'	4°50'	3°30'

ТАБЛИЦА 71

Данные относительно реданов гидросамолетов

Данные гидросамолетов	МУР-1	МУР-2	МУ-1	S-16
Ширина редана мм	1050	1050	610	1360
Высота редана у киля . . мм	90	180	60	35
Высота редана у борта . мм	155	50	60	120
Угол килеватости при киле .	0°	17°,5	11°	0°
Угол килеватости средний . .	—7°	14°	11°	—4°,5
Форма днища	Вогнутое	Килеватое	Плоскокилеватое	Вогнутое

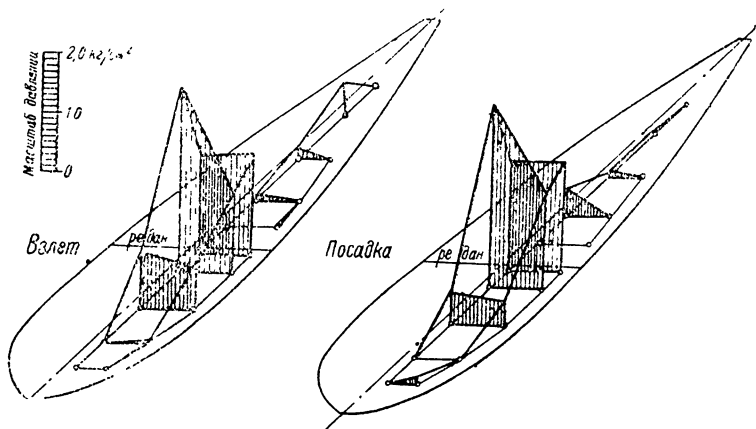


Рис. 277

„Рассматривая диаграммы давлений,—говорит Н. Н. Подсева-лов,—мы можем сравнить гидросамолеты между собой. Сравни-вать гидросамолеты мы будем попарно в следующем порядке:

„1) лодочные гидросамолеты с вогнутым днищем у редана (S-16 и МУР-1),

„2) лодочные гидросамолеты одинакового тоннажа, но один с вогнутым днищем у редана, а другой—с килеватым днищем (МУР-1 и МУР-2),

„3) гидросамолеты с килеватым днищем у редана, один—лодоч-ный, а другой—двухпоплавковый (МУР-2 и МУ-1).

„При всех количественных сравнениях, приведенных в процентах, данные по гидросамолетам МУР-1 и МУР-2 у нас приняты в 100%.

„Сравнивая гидросамолеты S-16 и МУР-1, мы видим, что у них углы продольного V при редане по своей величине близки друг к другу (табл. 70).

„Днище лодки при редане у S-16 имеет меньшую вогнутость, чем днище лодки МУР-2 (табл. 71 и рис. 272). Далее, у гидросамолета S-16 нагрузка на единицу ширины редана и нагрузка на м²

ТАБЛИЦА 72

Расположение гнезд по днищам ложек гидросамолетов

Самолеты	МУР-1		МУР-2		МУ-1		S-16
	Расстояние от редана, измеренные по днищу	Расстояние ки-леватых гнезд от редана, измеренные по днищу	Расстояние ки-леватых гнезд от редана, измеренные по днищу	Расстояние ки-леватых гнезд от редана, измеренные по днищу	Расстояние ки-леватых гнезд от редана, измеренные по днищу	Расстояние ки-леватых гнезд от редана, измеренные по днищу	
Гнезда	Р а с с т о я н и я	д а н ы	в м н л н	м е т р а х			
	—	—	—	—	—	—	—
	+1630	+1648	93	+2360	+2958	112	112
	+1137	+1116	93	+1775	+345	112	112
	+644	+551	93	+955	+1500	112	112
	+106	+112	93	+140	+600	112	112
	—250	—230	69	—165	+145	112	112
	—1140	—1030	69	—897	—532	112	112
	—1930	—930	69	—	—1186	112	112
	—2710	—2720	69	—	—2220	112	112
	—3490	—3490	69	—	—3260	112	112
	—	—	—	—	—3975	112	112
	+1630	+1648	143	+2360	+2958	131	131
	+1137	+1116	143	+1775	+2345	131	131
	+644	+551	143	+955	+1500	131	131
	+106	+112	143	+140	+600	131	131
	—250	—230	98	—165	+145	115	115
	—1140	—1030	98	—897	—532	115	115
	—1930	—1930	98	—	—1186	115	115

площади крыльев больше, чем у гидросамолета МУР-2: первая — на $44\frac{1}{2}\%$, а вторая — на 18% (табл. 70 и 71). За счет этого мы видим, что давления по гидросамолету S-16 в общем больше, чем по гидросамолету МУР-1, и область, в которой получаются высокие давления, у S-16 распространяется по днищу несколько далее вперед от редана, чем у МУР-1. Это относится как к посадочным, так и к взлетным давлениям. Наибольшие давления как при взлетах, так и при посадках получаются в обоих гидросамолетах в гнезде +1 к.

„Перейдем теперь к сравнению между собой гидросамолетов МУР-1 и МУР-2. Оба гидросамолета почти во всем схожи между собой. Разница между ними заключается в форме редана и в очертаниях днища лодки непосредственно впереди редана. Сравнивая эти два гидросамолета, мы сравниваем вогнутую и килеватую форму днища при редане при равенстве всех прочих параметров, характеризующих гидросамолеты с аэродинамической и гидродинамической точек зрения. Рассматривая посадочные давления, мы видим, что максимальные посадочные давления по МУР-2 в общем ниже, чем по МУР-1.

„У самолета МУР-1 они получаются в гнезде +1 к, у МУР-2 — в гнездах +1 к, +2 к и +1 б.

„Рассматривая максимальные взлетные давления, мы видим, что разница между ними у гидросамолетов МУР-1 и МУР-2 невелика. При взлетах килеватая лодка МУР-2 более склонна к продольным колебаниям, чем лодка с вогнутым днищем МУР-1. В соответствии с этим сравнительно высокие давления у МУР-2 встречаются и в области днища, более близкой к носу, в то время как у МУР-1 эта область ограничена площадью днища, прилегающей к редану.

„Теперь нам осталось сравнить между собой МУР-2 и МУ-1, имеющие килеватые днища. Сравнение это является более трудным, чем предыдущие сравнения, так как один из этих гидросамолетов — лодочный, а другой — двухпоплавковый. Предварительно надо сделать некоторые замечания относительно расположения гнезд на днище поплавка МУ-1.

„Гнезда для приборов были установлены на левом поплавке, причем гнезда близ килевой линии были расположены справа от киля, а бортовые гнезда — близ скуловой линии левого борта поплавка. Благодаря такому расположению гнезд при посадке с креном на левый борт бортовые гнезда могли несколько перегружаться против нормальной посадки, а килевые гнезда, наоборот, несколько разгружаться.

„Чтобы получить картину распределения давлений, отнесенную к одной стороне днища, на пространственной диаграмме килевые гнезда перенесены на левую сторону днища поплавка симметрично относительно килевой линии, причем по ним построены те давления, которые в них наблюдались.

„Сравнивая между собой МУР-2 и МУ-1, можем сказать, что нагрузка на $1 м^2$ площади крыльев у МУ-1 больше приблизительно на $9\frac{1}{2}\%$, чем у МУР-2.

„Угол килеватости при редане у МУ-1 меньше, чем у МУР-2 (табл. 71). Эти факторы должны способствовать увеличению

давления на днище поплавка гидросамолета МУ-1 по сравнению с гидросамолетом МУР-2.

„Влияющими в противоположную сторону будут следующие факторы: 1) нагрузка на единицу ширины редана у МУ-1 на 21,3% меньше, чем у МУР-2 (табл. 71); 2) угол продольного V при редане и за счет этого посадочный угол атаки днища у МУ-1 меньше, чем у МУР-2; 3) у поплавка МУ-1 отсутствуют горизонтальные площадки, имеющиеся у скул лодки МУР-2 впереди редана.

„Кроме того у МУ-1 за счет расположения центра тяжести на 0,545 м впереди редана создается при взлетах и посадках некоторый добавочный момент, дифференцирующий гидросамолет на нос, благодаря чему давление распределяется по большей площади днища, а максимальное давление у самого редана несколько уменьшается.

„В результате совместного влияния всех факторов, как это видно из пространственных диаграмм, максимальные взлетные и посадочные давления у МУ-1 в общем ниже, чем у МУР-2.

„Сравнивая между собой взлетные и посадочные давления, представленные на пространственных диаграммах для четырех гидросамолетов, мы видим, что для трех лодочных гидросамолетов (S-16, МУР-1, МУР-2) при взлетах область высоких давлений распространена по днищу несколько далее вперед от редана, чем при посадке. Объясняется это тем, что при взлетах, когда гидросамолет достигает уже большой скорости, летчик, действуя рулями глубины, старается дифференцировать гидросамолет на нос, а при посадках, когда гидросамолет сохраняет еще большую скорость, летчик с помощью рулей глубины старается дифференцировать гидросамолет на корму. Таким образом в последние моменты взлета гидросамолет бывает больше дифференцирован на нос, чем в первые моменты посадки.

„В поплавковом гидросамолете МУ-1 особой разницы в распределении взлетных и посадочных давлений незаметно. Это может быть объяснено короткохвостостью поплавков за реданом. Благодаря этому при большом дифференте на корму при посадке корма может вся погрузиться в воду, причем уменьшаются площадь действующей ватерлинии и продольная остойчивость гидросамолета, и гидросамолет может удариться хвостовой частью фюзеляжа о воду. Чтобы избежать погружения кормы в воду, летчик после первого соприкосновения гидросамолета с водой при посадке несколько отпускает ручку управления от себя, чтобы дать возможность гидросамолету несколько дифференцироваться на нос.

„Таким образом у МУ-1 дифферент в последние моменты взлета и дифферент в первые моменты посадки не сильно разнятся между собой.

„Рассматривая пространственные диаграммы, полученные при полетах со средней высотой волны 0,10 м, интересно отметить влияние на распределение давлений положения центра тяжести относительно редана гидросамолета.

„Данные относительно положения центра тяжести всех гидросамолетов приведены в табл. 70.

„У МУР-1 и МУР-2 центр тяжести находится сзади редана, в соответствии с этим при посадке создается некоторый момент, дифференцирующий на корму, и благодаря этому область высоких посадочных давлений распространяется вперед от редана на сравнительно небольшую площадь.

„В гидросамолете S-16 центр тяжести помещается приблизительно над самым реданом, и область высоких посадочных давлений распространяется несколько далее вперед от редана.

„На гидросамолете МУ-1 центр тяжести расположен на довольно значительном расстоянии впереди редана, в соответствии с этим при посадке создается некоторый момент, дифференцирующий гидросамолет на нос, и благодаря этому посадочные давления впереди от редана распределяются более равномерно и по большей площади, чем у ранее рассмотренных гидросамолетов.

„В заключение можно сказать, что картина распределения максимальных взлетных и посадочных давлений по днищам лодок и поплавков рассмотренных гидросамолетов дает материалы лишь по расчету местной прочности днищ гидросамолетов соответствующих типов, а материалами для расчета продольной прочности плавательных приспособлений гидросамолетов могут служить только результаты опытов с синхронной записью давлений сразу по всему днищу лодки или поплавка. Чтобы выявить методику таких испытаний, опыты такого рода в небольшом масштабе были проведены в 1931 г. только на одном гидросамолете S-16“.

1.1-31-1917

20-1-5-2