

В. Г. ЛАПА

МЕТОДЫ
ПРЕДСКАЗАНИЯ
И
ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ
СИСТЕМЫ



В. Г. ЛАПА

МЕТОДЫ ПРЕДСКАЗАНИЯ И ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ

КИЕВ
ГОЛОВНОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»
1980

ББК 32.81
6Ф0.1
Л24

УДК 62—50:001

Лапа В. Г. Методы предсказания и предсказывающие системы.— Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1980.— 184 с.— 30501. 1502000000.

В монографии рассматривается качественно новый уровень производства и научных исследований с использованием методов предсказания, предсказывающих устройств и систем. Методы и системы прогнозирования и упреждения интенсивно разрабатываются и широко осваиваются в самых различных областях производственной и общественной деятельности.

Изложены принципы построения детерминированных вероятностных и адаптивных предсказывающих систем. Дано большое количество примеров использования методов и устройств предсказания во многих отраслях промышленности и в научных исследованиях.

Для научных работников различных направлений, инженеров, аспирантов, студентов.

Табл. 6. Ил. 56. Список лит.: 284 назв.

Редакция литературы по кибернетике, электронике и энергетике
Зав. редакцией *А. В. Дьячков*

Л $\frac{30501-028}{M211(04)-80}$ 191.80. 1502000000

© Издательское объединение
«Вища школа», 1980

В материалах XXV съезда КПСС отмечалось, что виды производимого в стране оборудования, отдельные типы машин, ряд технологических процессов отвечают лучшим мировым достижениям.

Качественно нового уровня производства и научных исследований можно достичь при использовании методов предсказания, предсказывающих устройств и систем. Экономика и транспорт, строительство и энергетика, химия и машиностроение, горнодобывающая промышленность, металлургия, медико-биологические исследования — вот далеко не полный перечень направлений, в которых применяются методы и средства предсказания и уже сегодня получен существенный экономический эффект.

Едва-ли не важнейшим в перспективе освоения и развития методов и устройств предсказания является изучение их при подготовке специалистов в высшей школе.

В книге предсказание рассмотрено на единой теоретико-методологической основе: общая постановка проблемы; классификация задач, методов и систем упреждения и прогнозирования; три подхода к решению задач — детерминированный, вероятностный и адаптивный. Все эти вопросы рассмотрены в главе 1. В последующих главах рассматриваются соответствующие предсказывающие системы: детерминированные (ДПС) — в главе 2, вероятностные (ВПС) — в главе 3 и адаптивные (АПС) — в главе 4, где самостоятельное значение имеет класс адаптивных комбинированных методов предсказания (АКОМП).

В главе 5 рассмотрены примеры конкретной реализации предсказывающих систем. При цифровом моделировании большое значение и перспективу имеют вопросы эффективности и качества вычислительных алгоритмов.

Первая книга¹ о методах и системах предсказания вышла в 1965 году, была переиздана в Польской Народной Республике, Германской Демократической Республике, Нидерландах и двумя издательствами США. В настоящее время насчитывается множество публикаций о методах и системах предсказания. Основные из них приводятся в списке литературы.

Автор выражает благодарность профессору И. В. Кузьмину за тщательное рецензирование монографии и высказанные замечания, способствовавшие улучшению содержания книги, а также профессорам В. В. Свиридову, Б. А. Сигову за критику и замечания.

Свои пожелания просим направлять в Головное издательство издательского объединения «Вища школа» по адресу: 252054, Киев-54, ул. Гоголевская, 7.

¹ Ивахненко А. Г., Лапа В. Г. Кибернетические предсказывающие устройства. Киев, Наукова думка, 1965.

Любая система управления располагает конечным временем принятия решений. Между моментом получения исходных данных об управляемом объекте и моментом принятия решения (выдачи управляющих воздействий) отрезок времени может быть достаточно велик. Продолжительность его соизмерима с временем переходных процессов в объекте. За время обработки информации объект «уходит», и принятые решения, выработанные управляющие воздействия, оказываются неадекватными текущему состоянию. На рис. В.1 система обработки информации (СОИ) реализует алгоритм принятия решения и выдачи управляющих воздействий за время Δt . В течение Δt изменяет свое состояние объект управления O — например, технологическая установка предприятия.

В алгоритме управления необходимо учесть предысторию и тенденции поведения объекта и изменений окружающей среды. Нужно формировать управляющие воздействия с учетом запаздывания на время обработки информации Δt .

Налицо скоротечность процессов, объем разнородной информации, большая ответственность, приобретающая в ряде случаев общегосударственный и общечеловеческий характер, наконец, необходимость полной гарантии того, что решение будет принято в срок. Необходимо обеспечить своевременность получения исходной информации, достоверность и качество ее переработки, своевременность принятия решений и выработки управляющих воздействий. Система должна обладать способностью предсказания.

Объем и полнота информации об объекте, о его измеряемых и неизмеряемых характеристиках, о состоянии и изменениях внешней среды обуславливает различный подход к решению задач предсказания.

При детерминистском подходе предполагается, что все сведения известны или могут быть определены с любой необходимой точностью.

При вероятностном подходе учитывается существенное влияние мешающих параметров, шумов или помех. Априорные характеристики рассматриваются как вероятностные. Их обычно определяют статистическими методами по известным реализациям.

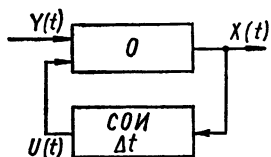


Рис. В.1. Системы управления

Адаптивный подход необходим в задачах, когда не только заранее не известно математическое описание объектов и среды (или их вероятностные характеристики), но и по ряду

причин не представляется возможным их определить. Процедура отыскания решения должна улучшаться по мере накопления информации. В этом плане значительные результаты получены с применением методов самоорганизации и самоорганизующих систем, в частности МГУА, разработанного А. Г. Ивахненко [78].

Изложенная точка зрения о трех подходах определяет методологические основы, конкретные приложения методов предсказания, разработку предсказывающих систем и устройств.

Задача предсказания в общем случае осложняется влиянием помех и решается совместно с задачей фильтрации. Поэтому для средств предсказания применяется термин *предсказывающие фильтры*.

Это могут быть специализированные технические устройства, алгоритмы и программы для ЭВМ, биологические структуры. Например, при создании эргатических систем, включающих человека в качестве оператора или как подсистему, принимающую решения. Важно оценить, насколько хорошо сможет человек выполнить задачу предсказания.

Одной из частных задач является *фильтрация* — выделение полезного сигнала из его смеси с помехами.

Если

$$X(t) = S(t) + N(t),$$

где $X(t)$ — вектор реальных сигналов в системе управления; $S(t)$ — вектор сигналов полезной информации;

$N(t)$ — вектор мешающих параметров (шум), то возможны три задачи:

1) фильтрация

$$X(t + \Delta t) = S(t + \Delta t) + N(t),$$

$$\Delta t \equiv 0, \quad N(t) = 0; \quad X(t) = ?;$$

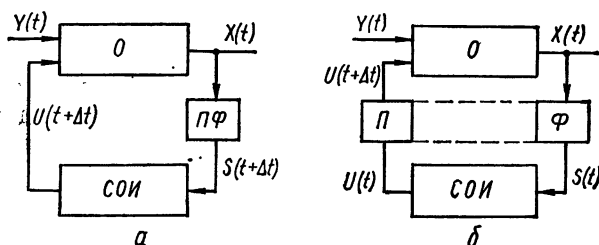


Рис В.2. Предсказывающий фильтр в системе управления.

2) определение упрежденных значений полезных сигналов

$$\Delta t \neq 0, \quad N(t) \equiv 0, \quad X(t + \Delta t) = ?;$$

3) задача фильтрации и предсказания

$$\Delta t \neq 0, \quad N(t) \neq 0, \quad X(t + \Delta t) = ? —$$

реальная задача определения упрежденных сигналов в системе управления.

Предсказывающими системами (ПРЕС) могут быть: специализированные технические устройства (в контурах управления); алгоритмы и программы (в управляющих вычислительных машинах и системах); биологические структуры (в эргатических системах).

Предсказывающий фильтр (ПФ) в контур управления может быть включен двояко. На рис. В.2, а ПФ включен на выходе объекта управления. Система обработки информации (СОИ) работает с отфильтрованной и уже упрежденной на Δt (время обработки и принятия решения) информацией.

Не будем сейчас останавливаться на точности решения задачи управления. Ясно, что точность эта определяется качеством ПФ, другими словами, точностью метода

решения задач предсказания. Это отдельный самостоятельный вопрос.

На рис. В.2, б фильтр (Ф) включен на входе объекта, а предсказатель (упредитель) (П) — на выходе СОИ. Теперь СОИ работает с информацией, свободной от помех, и, решая задачу в течение Δt , выдает управляющую информацию $U(t)$, в общем случае неадекватную текущему состоянию процесса в объекте. Упредитель должен превратить ее в $U(t + \Delta t)$ — управляющую информацию, соответствующую состоянию объекта в момент управления.

Очевидно, что представленные схемы отражают структурный прием, обеспечивающий большую наглядность.

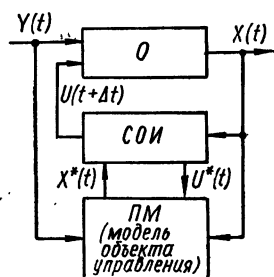


Рис. В.3. Предсказывающая модель в системе управления

Реально в системах управления и П и Ф представляют собой программы единой системы математического обеспечения СОИ. Дело лишь в том, в каком порядке решаются задачи фильтрации, предсказания, выработки управляющих воздействий (например, в корреляционно-экстремальных системах — КЭС).

Другой метод компенсации запаздывания при решении задачи управления — включение в систему управления предсказывающей модели (ПМ, рис. В.3.) ПМ является аналогом (физическим или математическим) управляемого объекта. В ПМ моделируются те же процессы, которые протекают в объекте, но в ускоренном времени. Тогда мы имеем возможность, воздействуя управляющей информацией $U(t)$ на ПМ, заранее определять характер изменений в ходе управляемых процессов и соответственно корректировать решение задачи управления в СОИ.

Еще один важный аспект в задачах принятия решений и управления. Часто измерение основного интересующего нас показателя, изучение его предыстории, чрезвычайно затруднено или просто невозможно, затруднен, нежелателен или невозможен прямой отбор информации с объекта. Однако есть данные об изменениях других параметров, связанных с основным корреляционной или функциональной зависимостью. Схема решения задачи

в этом случае очевидна: в формулах предсказания или распознавания основного показателя должны присутствовать члены, определяющие его зависимости с известными, наблюдаемыми «сопутствующими» параметрами. Эта идея о предсказании взаимно-коррелированных процессов используется и для решения задачи прогноза единичных событий, когда результаты обработки предыстории «сопутствующих» параметров пересчитываются на основной показатель.

Наконец о предсказании в задачах проектирования и создания систем. Одним из важных факторов, определяющих качество новых разработок, является своевременная, квалифицированно организованная научно-техническая информация. Это тем более справедливо, чем разработка сложнее. В полной мере это относится к разработкам систем управления. Существенным моментом в работах по реализации проектов является комплексная система управления качеством труда, система, призванная обеспечить бездефектное производство работ.

Однако, качество системы — это, прежде всего, качество идеи, заложенной в ее разработку. В самом деле, можно получить задание создать, например, средство передвижения.

Можно бездефектно разработать проект, выдать бездефектную документацию, по бездефектной технологии создать устройство. Но если получится телега, вряд ли нашу разработку назовут качественной. Дефектной, вероятно, была сама идея.

Современная большая система, например АСУ, создается два-три года. Для того, чтобы к моменту ввода система не устарела, не «опоздала», разработку нужно вести так, чтобы скомпенсировать запаздывание и учесть тенденции развития теории и технологии. За время создания системы необходимо учитывать:

- 1) предсказание развития отраслей и объектов управления и автоматизации;
- 2) предсказание развития математических методов, методов и средств моделирования, программного обеспечения систем;
- 3) предсказание развития технических средств.

Разработанные методы и системы предсказания применяются в энергетике (прогноз нагрузки энергосистем), нефтехимии и нефтепереработке (АСУ технологическими установками с предсказанием качества продукта), маши-

ностроении (внедрение типовой методики прогнозирования надежности в машиностроении), на транспорте (прогноз потребности подвижного состава), в нефте- и газодобывающей промышленности, в медико-биологических исследованиях (решение прогностических задач при заболеваниях и операциях), в мелиорации и водном хозяйстве (гидрологические, метеорологические прогнозы).

Вопросам теории, методологии и средствам решения этих и других задач упреждения и прогнозирования посвящена книга.

ЗАДАЧИ ПРЕДСКАЗАНИЯ. ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ УСТРОЙСТВА И СИСТЕМЫ

ПРЕДСКАЗАНИЕ СОБЫТИЙ

Для описания явлений в природе необходима система отсчета, т. е. система координат для указания положения объекта и часы, связанные с этой системой, для указания времени. Событие, происходящее с любым объектом, определяется местом (координатами пространства) и временем, когда оно происходит.

В любой теории, излагаемой в терминах алгебры и анализа, удобно использовать геометрическую интерпретацию. Если рассматривать величины как координаты точек в многомерном пространстве, то можно говорить о линиях, поверхностях, семействах кривых, о соприкосновении и пересечении, о векторных полях и т. д. Использование геометрических образов удобно не только потому, что облегчается формулировка и достигается определенная наглядность. Решение проблемы тоже часто находится легче и быстрее при использовании геометрических представлений.

С теоретической точки зрения, число измерений n пространства не имеет значения. Но, конечно, только $n = 4$ имеет действительный физический смысл. Для формулировки задач в реальном окружающем нас мире используется четырехмерное пространство. На его осях откладываются три пространственные координаты и время ($3 + 1$ -пространство).

Событие в таком пространстве изображается мировой точкой. Всякому объекту можно поставить в соответствие мировую линию. Все множество событий, прошедших и будущих, представляется точками внутри четырехмерного конуса

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0,$$

где x, y, z — пространственные координаты; t — время; c — скорость распространения взаимодействия. Последовательности мировых точек (мировые линии) заключены внутри поверхности этого конуса.

Пусть событие O — начало отсчета времени и пространственных координат. Рассмотрим, в каком отношении находятся все остальные события к событию O . Наглядно это можно показать на плоскости в системе двух координат (рис. 1.1) — одной пространственной

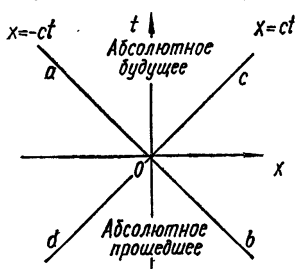


Рис. 1.1. Двумерное пространство — время

и времени. Прямолинейное равномерное движение объекта, проходящего точку $(x = 0, t = 0)$, представляется прямой линией, проходящей через O . Тангенс угла наклона этой линии к оси равен скорости объекта (скорости смены событий). Так как наибольшая возможная скорость равна c , существует и наибольший угол между осью t и линией, соответствующей этой скорости.

Все линии, соответствующие меньшим скоростям смены событий (движения объектов), могут лежать только внутри областей aOc и dOb .

В области aOc $t > 0$, т. е. все события в этой области происходят после события O . Причем все события области aOc являются будущими по отношению к O . Область aOb — абсолютно будущая по отношению к событию O . Аналогично все события области bOd являются «абсолютно прошедшими» по отношению к событию O , т. е. они происходят до события O . При рассмотрении всех трех пространственных координат будем иметь дело с конусом

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

в $3 + 1$ -пространстве координат x, y, z, t . Ось этого конуса совпадает с осью t (световой конус). Все интервалы между событиями внутри светового конуса называются «временеподобными». Только для таких событий существует причинная связь. И только для таких событий имеют абсолютный смысл понятия «позже» и «раньше».

В общем случае рассматривается постановка задачи предсказания событий, изображаемых точками в 4-пространстве — времени (мировыми точками). В реальных условиях (в отличие от классической физики) событие интерпретируется системой случайных величин $(X, Y,$

$Z, T)$ с функцией распределения

$$\Phi(x, y, z, t) = P \begin{pmatrix} X < x \\ Y < y \\ Z < z \\ T < t \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Если определить вероятностную меру события C как некоторую функцию множества $P_C(A)$, которая для каждого множества A возможных событий C равна вероятности какого-либо из C , принадлежащих множеству A

$$P_C(A) = P(C \in A), \quad (1.2)$$

то плотность вероятности события C

$$f(x, y, z, t) = \lim_{\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t} \frac{P_C(C \in A)}{\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t} = f(C); \quad (1.3)$$

$$\Delta x \rightarrow 0; \quad \Delta y \rightarrow 0; \quad \Delta z \rightarrow 0; \quad \Delta t \rightarrow 0.$$

Вероятность случайного события C произойти в точке с координатами (X, Y, Z, T) в произвольной области B определяется как

$$P(C \in B) = \iiint_B f(x, y, z, t) dx dy dz dt. \quad (1.4)$$

Используя понятие импульсной δ -функции, плотность вероятности в точке (x_0, y_0, z_0, t_0) можно выразить как

$$f(x, y, z, t) = P_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) \times \\ \times \delta(t - t_0) + f_1(x, y, z, t), \quad (1.5)$$

где $f_1(x, y, z, t)$ — функция, интеграл от которой по бесконечно малой окрестности точки (x_0, y_0, z_0, t_0) бесконечно мал, а P_0 — вероятность события (X, Y, Z, T) в точке 4-пространства (x_0, y_0, z_0, t_0) .

Вычисляя вероятность попадания случайной точки (X, Y, Z, T) в 4-квадрант $X < x; Y < y; Z < z; T < t$ по формуле (1.4), найдем выражение функции распределения 4-вектора через его плотность вероятности

$$\Phi(x, y, z, t) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^z \int_{-\infty}^t f(x, y, z, t) dx dy dz dt. \quad (1.6)$$

Выражение плотности вероятности события в 4-пространстве через функцию распределения имеет вид

$$f(x, y, z, t) = \frac{\partial^4 \Phi(x, y, z, t)}{\partial x \partial y \partial z \partial t}. \quad (1.7)$$

Условной функцией распределения события C_1 с координатами (X_1, Y_1, Z_1, T_1) относительно события C_2 с координатами (X_2, Y_2, Z_2, T_2) называется условная вероятность совместного выполнения неравенств

$$X_1 < x; \quad Y_1 < y; \quad Z_1 < z; \quad T_1 < t$$

относительно события C_2 .

Выражение для условной функции распределения события C_1 относительно C_2

$$\begin{aligned} \Phi_1(C_1/C_2) = \\ = \frac{\int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{y_1} \int_{-\infty}^{z_1} \int_{-\infty}^{t_1} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{y_2} \int_{-\infty}^{z_2} \int_{-\infty}^{t_2} f(x_1, y_1, z_1, t_1, x_2, y_2, z_2, t_2) dx_1 \dots dt_2}{\int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{y_2} \int_{-\infty}^{z_2} \int_{-\infty}^{t_2} (x_2, y_2, z_2, t_2) dx_2 \dots dt_2}, \quad (1.8) \end{aligned}$$

где $f(x_1, y_1, z_1, t_1, x_2, y_2, z_2, t_2)$ — совместная плотность вероятности, (C_1/C_2) — 8-вектор с координатами $(X_1, Y_1, Z_1, T_1, X_2, Y_2, Z_2, T_2)$.

Условная плотность вероятности события C_1 относительно C_2 определяется как

$$f(C_1/C_2) = \frac{f(x_1, y_1, z_1, t_1)}{\int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{y_2} \int_{-\infty}^{z_2} \int_{-\infty}^{t_2} f(x_2, y_2, z_2, t_2) dx_2, dy_2, dz_2, dt_2} \quad (1.9)$$

или в векторной форме

$$f(C_1/C_2) = \frac{f(C_1)}{\int_{C_2} f(C_2) dC_2}. \quad (1.10)$$

Математическое ожидание события (X, Y, Z, T)

$$M[(X, Y, Z, T)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x, y, z, t) f(x, y, z, t) dx \dots dt.$$

Центральный момент порядка $r_1, \dots, r_n$

$$\mu_{r_1, \dots, r_n} = M[X_1^{r_1} \dots X_n^{r_n}], \quad (1.11)$$

где

$$X_i^0 = X_i - m_x. \quad (1.12)$$

Математические ожидания m_x, m_y, m_z, m_t координат X, Y, Z, T определяют 4-вектор m_C , который назовем математическим ожиданием события C .

Полагая в (1.11) два из индексов $r_1, \dots, r_n$ равными единице, а остальные равными нулю, получим корреляционные моменты

$$K_{ij} = M[(X_i - m_{xi})(X_j - m_{xj})] = M[\overset{0}{X}_i \overset{0}{X}_j]. \quad (1.13)$$

Совокупность дисперсий и корреляционных моментов представляется корреляционной матрицей

$$K = \begin{vmatrix} D_x & k_{xy} & k_{xz} & k_{xt} \\ k_{yx} & D_y & k_{yz} & k_{yt} \\ k_{zx} & k_{zy} & D_z & k_{zt} \\ k_{tx} & k_{ty} & k_{tz} & D_t \end{vmatrix}.$$

Корреляционные моменты k_{xy} , k_{xz} , k_{xt} — координатные, характеризуют тесноту связи проекций отдельных мировых точек на гиперплоскости. Особое значение имеют корреляционные моменты k_{xt} , k_{yt} , k_{zt} — темпоральные, определяющие изменение проекций событий (мировых точек) во времени. Расширив идею о единстве 4-пространства на область случайных событий (X, Y, Z, T) , можно получить выражения инвариантности интервалов и сформулировать задачу о преобразовании систем координат для изменения направления времени.

РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ПОДХОД К ЗАДАЧЕ ПРЕДСКАЗАНИЯ СОБЫТИЯ

Принцип относительности и распространение взаимодействий. Законы природы объективны, не зависят от нашего сознания и, следовательно, от выбора системы координат. Это суть релятивистской природы. В классической механике предполагается, что взаимодействия материальных объектов распространяются мгновенно (принцип относительности Галилея). В действительности изменение одного из взаимодействующих объектов отразится на другом объекте лишь по истечении некоторого промежутка времени.

А. Эйнштейн объединил принцип относительности Галилея и конечность скорости распространения взаимодействий. В классической механике промежуток времени между данными событиями одинаков во всех системах отсчета (СО). При релятивистском подходе время течет по-разному в разных СО. События, одновременные в одной СО, будут неодновременными в другой СО. Эта

идея положена в основу универсального подхода к решению задачи предсказания будущих событий.

В соответствии с постулатом Эйнштейна, в мире, где происходят физические явления, инвариантом является форма

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2, \quad (1.14)$$

выражающая связь между пространственными координатами и временем. Полученный из физических рассуждений инвариант служит определением расстояния между точками рассматриваемого реального физического пространства, в котором происходят интересующие нас события. Введенное 4-пространство имеет геометрию, отличающуюся от Эвклидовой.

Интервалы. Инвариантность. В системах K и K' движутся друг относительно друга со скоростью V параллельные оси y и y' , z и z' . Оси x и x' совпадают [111].

Событие A — из точки с координатами X_1, Y_1, Z_1 в момент времени T_1 в системе K отправляется сигнал со скоростью c (максимальная скорость распространения взаимодействий).

Событие B — сигнал приходит в точку X_2, Y_2, Z_2 в момент времени T_2 . Расстояние между событиями A и B с ($T_2 - T_1$), а с другой стороны,

$$\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \quad (1.15)$$

Откуда для системы K справедливо

$$(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2 - c^2(T_2 - T_1)^2 = 0. \quad (1.16)$$

В K' события A и B имеют соответственно координаты X'_1, Y'_1, Z'_1, T'_1 и X'_2, Y'_2, Z'_2, T'_2 . Имеем

$$(X'_2 - X'_1)^2 + (Y'_2 - Y'_1)^2 + (Z'_2 - Z'_1)^2 - c^2(T'_2 - T'_1)^2 = 0, \quad (1.17)$$

$$S_{12} = \sqrt{(1.17)}. \quad (1.18)$$

Это — интервалы между событиями A и B . В пределе, бесконечно близкие события разделены интервалом

$$dS^2 = c^2dT^2 - dX^2 - dY^2 - dZ^2. \quad (1.19)$$

Обозначим

$$T_2 - T_1 = T_{12};$$

$$(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2 = L_{12}^2. \quad (1.20)$$

Для K имеем $S_{12}^2 = c^2 T_{12}^2 - L_{12}^2$, а для K' $S_{12}'^2 = c^2 T_{12}'^2 - L_{12}'^2$, причем $S_{12}^2 = S_{12}'^2$.

Потребуем вначале, чтобы в K' A и B произошли в одной точке: $L_{12}' = 0$. Учтем $S_{12}^2 = S_{12}'^2$. Тогда

$$S_{12}^2 = c^2 T_{12}'^2 - L_{12}'^2 = c^2 T_{12}'^2 > 0. \quad (1.21)$$

Если $S_{12}^2 > 0$ — интервал S_{12} между событиями вещественный — времениподобный. Существует CO , в которой оба события происходят в одном и том же месте. Время между ними

$$T_{12}' = \frac{1}{c} \sqrt{c^2 T_{12}'^2 - L_{12}'^2} = \frac{S_{12}}{c}. \quad (1.22)$$

Для нас более интересно выбрать такую CO K' , в которой оба события произошли бы одновременно.

Для $T_{12}' = 0$ из $S_{12}^2 = S_{12}'^2$ имеем

$$S_{12}^2 = c^2 T_{12}'^2 - L_{12}'^2 = -L_{12}'^2 < 0.$$

Искомая система координат получается, когда интервал между A и B — мнимый — пространственноподобный $S_{12} = iL_{12}'$.

Расстояние между событиями в такой CO

$$L_{12}' = \sqrt{L_{12}^2 - c^2 T_{12}^2} = iS_{12}. \quad (1.23)$$

Преобразования. Для классической механики в силу абсолютности времени $t = t'$. Если выбрать ось x совпадающей с x' , а оси y, z соответственно параллельными y', z' и скорость K относительно K' равной V , то

$$X = X' + VT; \quad Y = Y'; \quad Z = Z'; \quad T = T'. \quad (1.24)$$

Выражения (1.24) аналогичны преобразованиям Галилея. Они противоречат теории относительности, так как не оставляют инвариантными интервалы между событиями.

Вводятся преобразования, опирающиеся на два постулата:

1. При одинаковых начальных условиях физические явления во всех CO протекают одинаково.

2. Скорость распространения взаимодействий (максимальная) одинакова во всех CO по всем направлениям и не зависит ни от скорости источника, ни от скорости наблюдателя. С учетом этих постулатов получаем преобразования координат и времени типа Лоренцовых.

$$\begin{aligned} X' &= \Gamma(X + VT); \quad Y' = Y; \\ Z &= Z'; \quad T' = \Gamma\left(T - \frac{B}{c}X\right), \end{aligned} \quad (1.25)$$

где

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - B^2}}; \quad B = \frac{V}{c}. \quad (1.26)$$

Система отсчета, в которой $T_{12} = 0$, отыскивается из

$$T'_2 - T'_1 = \Gamma\left\{(T_2 - T_1) - \frac{B}{c}(X_2 - X_1)\right\}, \quad (1.27)$$

где

$$T'_2 = \Gamma\left(T_2 - \frac{B}{c}X\right); \quad T'_1 = \Gamma(T_1),$$

(для простоты формул рассматриваются события на оси x). Из (1.27) находим

$$V = \frac{c(T_2 - T_1)}{X_2 - X_1} c < c, \quad (1.28)$$

так как по условию $X_2 - X_1 > c(T_2 - T_1)$.

Можно всегда подобрать CO , движущуюся со скоростью $V < c$. Значение V из (1.28) обращает (1.27) в нуль; при малых B разность (1.27) — заведомо положительна. Следовательно, если выбрать CO с относительной скоростью V , удовлетворяющей условию $V < V' < c$, то независимо от знака $T_2 - T_1$, всегда будет $T'_2 - T'_1 < 0$. Если в CO K событие A произошло раньше B , то в K' последовательность событий обратная.

Таким образом, принцип относительности с учетом конечной скорости распространения взаимодействий позволяет изменять временные интервалы между событиями. Идея определения будущих событий состоит в преобразовании CO таким образом, чтобы интересующие нас события, будущие в одной системе координат, совместить с настоящими или сделать предшествующими

в других системах отсчета. Математический аппарат теории строится на базе Лоренцовых преобразований, тензорного анализа и теории функций комплексных переменных.

Геометрическая интерпретация теории может быть представлена в рамках геометрии Минковского [111].

Известные практические задачи предсказания являются частными случаями изложенной общей постановки.

Для событий, представляющих собой получения значений дискретной временной последовательности или непрерывного процесса (например, значения измеряемой физической величины), задача известна под названием «предсказание случайных процессов и последовательностей». Самостоятельное практическое значение имеет задача предсказания времени (момента) наступления события. Однако принципиально эта задача не отличается от сформулированной общей постановки. Просто в этом случае время рассматривается как случайная функция некоторого аргумента, например номера события.

ОБЩАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ ПРЕДСКАЗАНИЯ

Классификация задач предсказания, как и любая другая классификация, может опираться на самые различные признаки и свойства. Можно разделить задачи так: предсказание по параметрам в данный момент и с учетом предыстории, предсказание коррелированных процессов, одномерные и многомерные задачи предсказания — это тоже классификация. Можно было бы отдельно классифицировать экономические, метеорологические, биологические задачи предсказания. А можно было бы разделить задачи предсказания по типам технических средств, применяемых для их решения. Но подобная классификация, как легко видеть, будет слишком детализированной и нерациональной. Классификация должна основываться на наиболее общих принципах постановки тех или иных задач предсказания и учитывать общность методов и систем, с помощью которых они решаются, например, задача расчета траектории планеты или расчета траектории резца металлорежущего станка. Объекты исследования в этих задачах различны. Различными могут быть и технические средства, предназначен-

ные для расчетов (цифровые или аналоговые вычислительные машины, специализированное или жестко программированное счетно-решающее устройство).

А что же общее присуще этим задачам? То, что в обоих случаях идет речь о предвычислении будущего значения детерминированного процесса и для решения этих задач применяются методы интерполирования и экстраполирования детерминированных процессов.

По различным признакам задачи предсказания можно разделить на следующие классы:

1. По виду зависимой (предсказываемой) переменной, а также в зависимости от размерности пространства (количества аргументов) рассматриваются задачи предсказания:

процессов. В этом случае мы имеем дело с функцией одной переменной — времени;

моментов. Здесь время является предсказываемой (зависимой) переменной;

полей. Это когда предсказываемая переменная является функцией двух и большего числа аргументов.

II. По виду представления информации:

1. *Предсказание непрерывных объектов.* Например, информацию несет непрерывно изменяющийся во времени сигнал (напряжение, ток, давление).

Чаще всего подобная задача встречается при управлении непрерывными производственными процессами, в системах автоматического измерения и регулирования. Решается она, как правило, при помощи специализированных предсказывающих устройств аналогового типа, хотя в ряде случаев сам процесс решения (определение будущих значений) может осуществляться и в дискретных вычислительных устройствах. Тогда возникает необходимость в дополнительных аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразованиях.

2. *Предсказание дискретных объектов.* В этом случае информация может быть представлена в виде последовательностей значений в фиксированные моменты. Исходная последовательность может быть задана таблицей, например для решения экономических или социологических задач. Решение обычно осуществляется специализированными дискретными предсказывающими устройствами или соответствующие методы программируются для решения на универсальных цифровых вычислительных машинах.

III. По характеру неопределенности объекта предсказания:

1. *Предвидение детерминированных процессов, полей, моментов (экстраполирование и интерполирование)*. Эти задачи решаются с применением методов математического анализа (аналитическое приближение функций). К описываемому классу относятся многие задачи механики. Специализированные устройства, интерполяторы, решают эту задачу на производстве, например, при управлении станками, при раскрое металла в судостроении и т. д.

2. *Предсказание случайных процессов, полей или моментов*. До настоящего времени это и есть основной вопрос теории статистических предсказаний. В связи с большим многообразием задач, относящихся к этому классу, целесообразно его в свою очередь разделить на два подкласса:

предсказание стационарных случайных процессов, полей, моментов;

предсказание нестационарных случайных процессов, полей, моментов.

IV. По принципу постановки задачи предсказания:

1. *Задача прогнозирования (предсказание циклов)*. Пусть известно M выборочных функций (реализаций) или отрезков (циклов) процесса. Каждая выборочная функция $x(t)$ известна на конечном отрезке времени $[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_M - T_M, t_M]$. Требуется по известным значениям выборочных функций $x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)$ оценить значения $x_{M+l}(t), l = 1, 2, \dots$.

В такой интерпретации задача может быть поставлена применительно к протекающим длительное время реальным случайным процессам, когда данные о ходе процесса получаются периодическими в течение коротких (по сравнению с общей продолжительностью процесса) отрезков времени. Таким же образом задача может быть сформулирована для случайных периодических и почти периодических процессов. Предсказание в вышеизложенном смысле назовем *прогнозом*.

Примерами могут служить прогнозы изменения нагрузок энергосистемы, геофизические и метеорологические прогнозы, производственное планирование и прогнозы выполнения производственных планов и т. д.

2. *Задача упреждения*. Процесс $X(t)$ представлен непрерывно изменяющейся функцией времени. Требуется

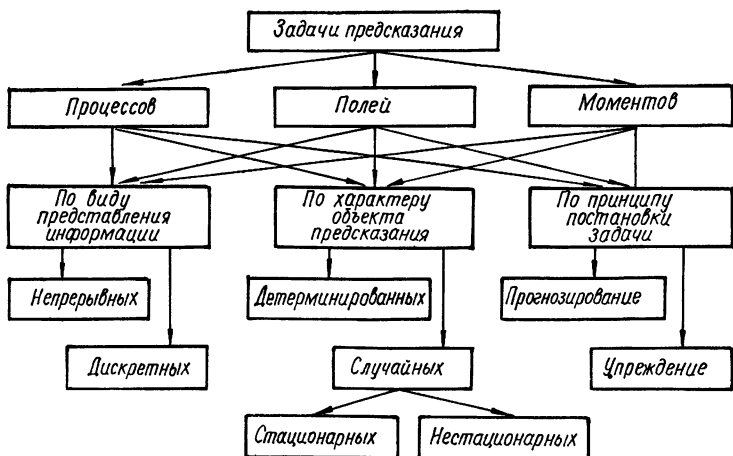


Рис. 1.2. Классификация задач предсказания

непрерывно оценивать будущее значение $x(t + \Delta t)$ в текущий момент t_n , пользуясь известными значениями $x(t)$ ($t < t_n$). В таком виде задача предсказания, как правило, ставится применительно к непрерывному вычислению будущих значений быстропротекающих процессов (например, при автоматическом управлении производственными процессами с предсказанием). В этом случае предсказание будем называть *упреждением*. Величина Δt называется временем упреждения.

Первая постановка является более общей. В частности, если при первой постановке выборочные функции вырождены, т. е. каждая $x(t)$ является дискретным значением x_i , то, сформулировав вторую постановку для дискретных процессов (последовательностей), мы автоматически можем применить ее к решению любой задачи предсказания в смысле 1, т. е. прогноза. Очевидно, что так же можно сформулировать задачу прогноза, если в качестве последовательности при второй постановке рассматривать последовательность векторных величин.

На рис. 1.2 приведена общая классификация задач предсказания в соответствии с изложенными принципами.

Решение различных задач предсказания осуществляется различными методами, путем реализации специальных алгоритмов на универсальных средствах цифровой и аналоговой вычислительной техники. Создаются специализированные устройства и системы для решения

конкретных задач предсказания. Устройства эти, как правило, предназначены для использования в определенных научных исследованиях и в промышленном производстве.

ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ УСТРОЙСТВА И СИСТЕМЫ

Охарактеризуем в общих чертах устройства и системы, предназначенные для решения задач предсказания. При этом не обязательно под устройством понимать специально сконструированную и реализованную техническую систему. К предсказывающим устройствам и системам будем относить все, что в состоянии решать задачи предсказания, т. е. равным образом и мозг и алгоритмы, реализованные в универсальной вычислительной машине.

В соответствии с разнообразными задачами предсказывающие устройства и системы, которые находятся в сфере рассмотрения, на сегодняшний день могут быть предназначены для:

- предсказания неизвестных неслучайных процессов;
- предсказания стационарных случайных процессов;
- фильтрации и предсказания стационарных случайных процессов при стационарных случайных помехах;
- предсказания нестационарных случайных процессов;
- предсказания и фильтрации нестационарных случайных процессов с помехами.

По установившейся в технической кибернетике классификации систем предсказывающие устройства и системы можно разделить на линейные и нелинейные, с постоянными и переменными параметрами (стационарные и нестационарные). С точки зрения применения и технической реализации, предсказывающие устройства и системы могут быть разделены на три группы:

1. В системах автоматического регулирования и управления обычно применяются предсказывающие фильтры достаточно простых конструкций. Они состоят из аналоговых или дискретных экстраполирующих звеньев и для предсказания требуется сравнительно ограниченный объем информации.

2. Для решения сложных задач предсказания, требующих обработки большого объема информации (метеорологические, геофизические, экономические задачи), применяются быстродействующие специализированные или универсальные аналоговые или цифровые вычислительные машины. Они должны обладать большой памятью

и осуществлять параллельное выполнение большого количества частных операций.

3. Для решения задач предсказания, связанных с информацией нечислового характера, с успехом применяются устройства и системы, способные к обучению (адаптивные).

В п. 1 мы употребили термин «предсказывающий фильтр», не дав этому термину определения. В гл. 3, когда будет рассматриваться математическая постановка задачи предсказания случайных процессов, более строго определим это понятие. Пока же дадим чисто описательное определение. Практически ни в одной реальной задаче не встречается проблема «чистого» предсказания. Все реальные процессы несут информацию о себе посредством тех или иных сигналов. А сигналы почти всегда в большей или меньшей степени подвержены влиянию помех (шумов), искажающих действительные сообщения (ошибки измерения, неточности при передаче и переработке и т. д.). Вот почему одной из основных является проблема фильтрации или выделения полезного сигнала из его смеси с шумами. Предсказание процесса производится на основании прошлых наблюдений, которые в общем случае представляются совокупностью полезных сообщений и шумов. Следовательно, предсказывающие устройства и системы должны решать две задачи: выделение полезного сигнала и определение его будущих значений. Поэтому будем называть соответствующие устройства и системы *предсказывающими фильтрами*.

КЛАССИФИКАЦИЯ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИХ ФИЛЬТРОВ

Исходя из общей постановки задачи предсказания событий дадим определение предсказывающего фильтра (ПФ) и рассмотрим возможную обобщенную классификацию ПФ в соответствии с характеристиками предсказываемых объектов (процессов, моментов или полей).

Реальные события проявляются и воспринимаются посредством сигналов, которые в общем случае представляют собой комбинации полезной информации и разного рода «мешающих параметров» — помех, шумов.

Пусть

$$Y = S \cap N,$$

где Y — множество интересующих событий, S — множество полезных характеристик событий, Y, N — множество помех (мешающих параметров).

Зная $\hat{Y}$, необходимо найти $\tilde{S}$, где $\hat{Y} \subset Y$, а $\tilde{S}$ — расширение $\hat{S}$ ($\hat{S} \leftrightarrow \hat{Y}$). При этом, как видно, решаются две задачи. Во-первых, требуется отфильтровать N , и во-вторых, — предсказать события $s \in \tilde{S}$ и $s \in \hat{S}$.

Итак, в общем случае решается задача фильтрации и предсказания.

Если предсказываемые объекты детерминированные и по любой совокупности наблюдений можно с помощью методов интерполирования и экстраполирования точно решить указанную задачу, то соответствующие устройства будем называть детерминированными предсказывающими фильтрами и системами (ДПФ, ДПС).

В реальных случаях, с учетом реальных условий изменений физических величин, предсказываемые объекты не могут быть определены однозначно. Предсказываемые процессы, моменты и поля рассматриваются как случайные. Описать их можно лишь в вероятностно-статистическом смысле при помощи статистических параметров или вероятностных характеристик.

Следовательно, в этих случаях речь может идти об определении и предсказании изменений вероятностных характеристик интересующих нас объектов. Устройства для решения задач предсказания случайных объектов с известными вероятностными характеристиками будем называть вероятностными предсказывающими фильтрами и системами (ВПФ, ВПС).

При известных вероятностных характеристиках предсказываемых последовательностей и помех (мешающих параметров) можно синтезировать оптимальный (см. гл. 3) предсказывающий фильтр.

В настоящее время в реальных сложных автоматических системах управления уравнения управляемых объектов и воздействия часто полностью неизвестны. Не известны и их вероятностные характеристики. Более того, множество причин просто не позволяет определить эти характеристики заранее. Однако, управление подобными объектами, хотя и существенно затруднено, не является невозможным. Если часть априорной информации отсутствует, недостающие характеристики необходимо

восстанавливать в ходе самого процесса фильтрации и предсказания.

Для таких задач характерен адаптивный подход [190]. Под адаптивной понимается система, которая в процессе работы накапливает опыт и улучшает качество функционирования. Если система решает задачу фильтрации и предсказания, будем называть ее адаптивным предсказывающим фильтром или системой (АПФ, АПС).

Последующие главы посвящены вопросам построения и исследования детерминированных, вероятностных и адаптивных предсказывающих фильтров и систем.

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ (ДПС)

ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ И ЭКСТРАПОЛИРОВАНИЕ

В детерминированных процессах случайные отклонения настолько малы, что эти процессы можно заранее достаточно точно рассчитать. Примерами может служить движение небесных тел, а также движение простых механизмов, например маятника, всякое изменение или перемещение, происходящее точно по расписанию или графику и т. п. Законы, управляющие такими процессами, иногда известны и могут быть выражены в виде аналитических функций, графиков или таблиц (например расписание движения поездов).

При изучении детерминированных процессов возникают два типа задач, связанных с определением значений некоторой функции в интересующих точках по известным значениям этих функций в других точках. Рассмотрим такие задачи.

Задача *интерполирования* заключается в нахождении значения функции внутри отрезка наблюдения. Сама функция, как указывалось, может при этом оставаться неизвестной. Однако в большинстве случаев необходимо знать, к какому классу функций она относится: выражается ли она прямой линией, параболой второй степени, кубической параболой, гармонической функцией и т. п.

Пусть известны значения функции $X(t_i)$; $i = 1, 2, \dots, n$ в точках $t_0 < t_1 < \dots < t_n$. Требуется определить значения этой функции в точках t_j , лежащих между заданными точками $t_i < t_j < t_{i+1}$.

Например, при линейном интерполировании значения функции в некоторой средней точке $t_0 < t < t_1$ равно

$$X(t) = \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} [X(t_1) - X(t_0)] + X(t_0). \quad (2.1)$$

Задача *экстраполирования* заключается в нахождении значений функции в точке, лежащей вне отрезка наблюдения, по ее значениям внутри этого отрезка. Наиболее

распространенным является линейное и параболическое экстраполирование, при котором функция выражается параболой второй, третьей и более высокой степени. Обычно чем меньше время, на которое экстраполируется процесс, тем точнее определение будущего значения функции. Это связано с тем, что указанные функции лишь аппроксимируют действительные законы, управляющие процессом.

ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ И ЭКСТРАПОЛИРОВАНИЕ ОРТОНОРМИРОВАННЫМИ ПОЛИНОМАМИ

Для интерполирования и экстраполирования функции $x(t)$ существуют различные методы, основанные на разложении в ряды по ортонормированным функциям.

Функции $x_i(t)$ и $x_j(t)$ ортогональны в интервале (a, b) , если

$$\int_a^b x_i(t) x_j(t) dt = 0, \quad i \neq j. \quad (2.2)$$

Если кроме (2.2) выполняется условие нормированности

$$\int_a^b x_i(t) x_j(t) dt = 1, \quad i = j, \quad (2.3)$$

то функции $x_i(t)$ и $x_j(t)$ называются ортонормированными.

Применяемые ортонормированные функции отличаются друг от друга интервалом, на котором ищется приближение, ошибкой приближения на различных участках интервала, полнотой разложения. Если функцию $x(t)$ можно представить без ошибки бесконечным числом членов ряда, то приближенный ряд называют полным.

Рассмотрим некоторые наиболее часто встречающиеся ортогональные функции [144].

Полиномы Лягерра. Функция $x(t)$ аппроксимируется в интервале $0 < t < \infty$ суммой $S_n(t)$, состоящей из $n + 1$ полиномов L_k k -го порядка:

$$S_n(t) = \sum_{k=0}^n A_k L_k(t), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

Полиномы $L_k(t)$ и коэффициенты A_k , определяющие $x(t)$, выбираются таким образом, чтобы интегральная

квадратичная ошибка с весовой функцией e^{-t}

$$E = \int_0^{\infty} |x(t) - S_n(t)|^2 e^{-t} dt \quad (2.5)$$

в интервале $0 < t < \infty$ была минимальной. Наиболее существенной будет ошибка при $t = 0$. С ростом t влияние разности между $x(t)$ и $S_n(t)$ уменьшается.

Учитывая (2.4), минимизируем интегральную квадратичную ошибку

$$\frac{\partial E}{\partial A_k} = 2 \int_0^{\infty} [x(t) - S_n(t)] L_k(t) e^{-t} dt = 0. \quad (2.6)$$

Получаем

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x(t) L_k(t) e^{-t} dt &= A_0 \int_0^{\infty} L_0(t) L_k(t) e^{-t} dt + \\ &+ A_1 \int_0^{\infty} L_1(t) L_k(t) e^{-t} dt + \dots + A_n \int_0^{\infty} L_n(t) L_k(t) e^{-t} dt. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Если для $x(t)$ ищется приближение в виде суммы $S_{n+1}(t)$ из $n+2$ полиномов, то в выражении (2.7) будет дополнительное слагаемое

$$A_{n+1} \int_0^{\infty} L_{n+1}(t) L_k(t) e^{-t} dt. \quad (2.8)$$

Этот член стремится к нулю, если заранее вычисленные коэффициенты A_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) остаются неизменными с увеличением числа аппроксимирующих полиномов.

Для конечного числа коэффициентов A_k условие ортогональности принимает вид

$$\int_0^{\infty} L_i(t) L_k(t) e^{-t} dt = 0, \quad i \neq k. \quad (2.9)$$

Полиномы $L_k(t)$ будут ортонормальны, если

$$\int_0^{\infty} L_k^2(t) e^{-t} dt = 1. \quad (2.10)$$

Из уравнений (2.9) и (2.10) можно получить оценки для $L_k(t)$

$$L_0 = 1;$$

$$\begin{aligned} L_1 &= -t + 1; \\ L_2 &= \frac{1}{2}t^2 - 2t + 1; \end{aligned} \quad (2.11)$$

и вообще нормированный n -й полином Лягерра имеет вид

$$L_n(t) = \frac{1}{n!} e^t \frac{d^n}{dt^n} (t^n e^{-t}). \quad (2.12)$$

Коэффициенты разложения Лягерра определяются выражением вида

$$A_k = \int_0^\infty x(t) L_k(t) e^{-t} dt. \quad (2.13)$$

Полиномы Эрмита. Функция $x(t)$ аппроксимируется в интервале $-\infty < t < \infty$ суммой $S_n(t)$, состоящей из полиномов $H_k(t)$

$$S_n(t) = \sum_{k=0}^n A_k H_k(t), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.14)$$

Полиномы $H_k(t)$ и коэффициенты A_k выбираются таким образом, чтобы интегральная квадратичная ошибка с весовой функцией e^{-t^2}

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) - S_n(t)]^2 e^{-t^2} dt \quad (2.15)$$

в интервале $-\infty < t < \infty$ была минимальной. Весовая функция e^{-t^2} представляет собой четную функцию t . При этом наиболее существенной будет ошибка приближения вблизи $t = 0$. С увеличением $|t|$ ошибка уменьшается.

Учитывая (2.14), минимизируем интегральную квадратичную ошибку

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial A_k} &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) - S_n(t)] H_k(t) e^{-t^2} dt = 0, \\ k &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.16)$$

Получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) H_k(t) e^{-t^2} dt = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} H_0(t) H_k(t) e^{-t^2} dt +$$

$$\begin{aligned}
 &+ A_1 \int_{-\infty}^{\infty} H_1(t) H_k(t) e^{-t^2} dt + \dots \\
 &\dots + A_n \int_{-\infty}^{\infty} H_n(t) H_k(t) e^{-t^2} dt.
 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Если $x(t)$ приближается суммой $S_{n+1}(t)$ из $n+2$ полиномов, то выражение (2.17) будет иметь в правой части дополнительное слагаемое

$$A_{n+1} \int_{-\infty}^{\infty} H_{n+1}(t) H_k(t) e^{-t^2} dt. \quad (2.18)$$

Если (2.18) стремится к нулю, то коэффициенты A_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) с увеличением числа аппроксимирующих полиномов остаются неизменными.

Для конечного числа коэффициентов A_k условие ортогональности принимает вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_i(t) H_k(t) e^{-t^2} dt = 0, \quad i \neq k. \quad (2.19)$$

Дополнительное условие нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_k^2(t) e^{-t^2} dt = 1. \quad (2.20)$$

Определим оценки полиномов Эрмита из уравнений (2.19) и (2.20)

$$\begin{aligned}
 H_0 &= \pi^{-\frac{1}{4}}; \\
 H_1(t) &= \sqrt{2} \pi^{-\frac{1}{4}} t; \\
 H_2(t) &= \sqrt{2} \pi^{-\frac{1}{4}} t^2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^{-\frac{1}{4}};
 \end{aligned} \quad (2.21)$$

и вообще нормированный n -й полином Эрмита имеет вид

$$H_n(t) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n!} \sqrt{\pi}} e^{t^2} \frac{d^n}{dt^n} e^{-t^2}. \quad (2.22)$$

Четные полиномы Эрмита содержат только четные степени t . Нечетные — содержат только нечетные степени t .

Коэффициенты разложения Эрмита определяются уравнением вида

$$A_k = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) H_k(t) e^{-t^2} dt. \quad (2.23)$$

Ряд Тейлора. Для того чтобы получить большую точность приближения в узкой области, например, в точке $t = 0$, можно при аппроксимации $x(t)$, $-\infty < t < \infty$ суммой

$$S_n(t) = \sum_{k=0}^n A_k t^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.24)$$

использовать импульсную весовую функцию $\delta(t)$.

Требуется минимизировать интегральную квадратичную ошибку

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) - S_n(t)]^2 \delta(t) dt. \quad (2.25)$$

При этом определяется только один коэффициент

$$A_0 = x(0). \quad (2.26)$$

Остальные коэффициенты:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{x'(0)}{1!}; \\ A_2 &= \frac{x''(0)}{2!}; \\ &\dots \dots \dots \\ A_n &= \frac{x^{(n)}(0)}{n!} \end{aligned} \quad (2.27)$$

получим из дополнительных требований. Они заключаются в том, чтобы первые n производных от $S_n(t)$ при $t = 0$ точно аппроксимировали первые n производных $x(t)$.

Полиномы Чебышева. Если для функции $x(t)$, определенной на конечном интервале $-1 < t < 1$, приближение осуществляется при условии минимума интегральной квадратичной ошибки с весовой функцией

$$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}, \quad (2.28)$$

то так же, как и для полиномов Лягерра и Эрмита, имеет место множество ортонормированных полиномов:

$$\begin{aligned}
T_0(t) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}}; \\
T_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} t; \\
T_2(t) &= \sqrt{\frac{8}{\pi}} \left(t^2 - \frac{1}{2} \right); \\
&\dots\dots\dots \\
T_n(t) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos(n \arccos t), \quad n \geq 1.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Приближаемая функция $x(t)$ определяется в виде суммы ряда

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k T_k(t), \tag{2.30}$$

а коэффициенты A_k — из выражения

$$A_k = \int_{-1}^1 x(t) T_k(t) \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} \tag{2.31}$$

Свойства ортонормированности этих полиномов на интервале $-1 < t < 1$ подтверждаются выражением

$$\begin{aligned}
&\frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \cos(n \arccos t) \cos(m \arccos t) \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt = \\
&= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \cos nz \cos mz dz = \begin{cases} 0; & n \neq m; \\ 1; & n = m \geq 1. \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Полиномы (2.29) можно получить из общего выражения для $T_n(t)$, если использовать разложение

$$\begin{aligned}
\cos nz &= \cos^n z - \frac{n!}{2!(n-2)!} \cos^{n-2} z \sin^2 z + \\
&+ \frac{n!}{4!(n-4)!} \cos^{n-4} z \sin^4 z - \dots
\end{aligned} \tag{2.33}$$

На рис. 2.1 представлены графики некоторых полиномов Чебышева, умноженных на постоянный коэффициент $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$. Из (2.29) и приведенных графиков видно, что $\sqrt{\frac{\pi}{2}} T_n$ имеет $n - 1$ экстремумов, по величине равных единице.

Функция $\sqrt{\frac{\pi}{2}} T_n(t)$ равна единице на обоих концах рассматриваемого интервала $-1 < t < 1$.

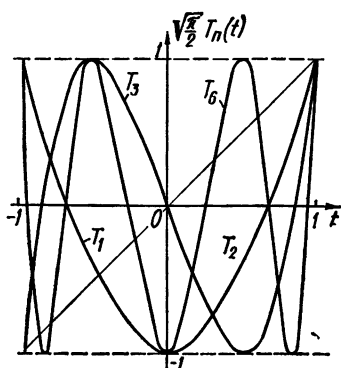


Рис. 2.1. Полиномы Чебышева

Рассмотрим пример приближения функции $x(t)$ с помощью разложения в ряд по ортонормированным функциям. Будем представлять функцию e^{-t} с помощью первых четырех полиномов Лягерра.

Из выражения (2.13) получаем

$$A_0 = \frac{1}{2}, \quad A_1 = \frac{1}{4}, \quad A_2 = \frac{1}{8}, \quad A_4 = \frac{1}{16}.$$

Приближение полиномами Лягерра теперь запишем в виде

$$\begin{aligned} e^{-t} &\approx \frac{1}{2}(1) + \frac{1}{4}(-t + 1) + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}t^2 - 2t + 1\right) + \\ &+ \frac{1}{16}\left(-\frac{1}{6}t^3 + \frac{3}{2}t^2 - 3t + 1\right) = \frac{15}{16} - \frac{11}{16}t + \\ &+ \frac{5}{32}t^2 - \frac{1}{96}t^3. \end{aligned}$$

Таблица 2.1

t	e^{-t}		
	Действительные значения	Приближение полиномами Лягерра	Приближение рядом Тейлора
0	1,000	0,938	1,000
0,1	0,905	0,871	0,905
0,2	0,819	0,806	0,819
0,3	0,741	0,746	0,740
0,4	0,670	0,687	0,669
0,5	0,607	0,632	0,604
1,0	0,368	0,396	0,333
2,0	0,135	0,106	-0,333
3,0	0,050	0,008	-2,011

Подставляя произвольное значение t в полученное выражение, можно определить интересующее нас значение функции в любой момент.

Если осуществить приближение e^{-t} с помощью первых

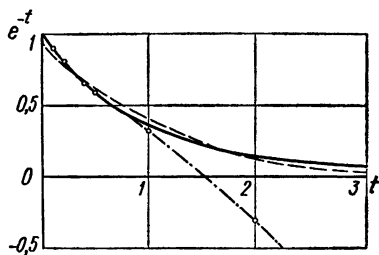


Рис. 2.2. Приближение функции e^{-t} ортогональными разложениями

четырёх членов ряда Тейлора, аппроксимирующий многочлен будет иметь вид

$$e^{-t} \approx 1 - t + \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{6}t^3.$$

Результаты приближения функции e^{-t} приведены в табл. 2.1 и на рис. 2.2.

ГАРМОНИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ И ЭКСТРАПОЛИРОВАНИЯ

Пусть интересующий процесс описывается некоторой функцией $x(t)$ в интервале $a < t < b$. Функция $x(t)$ не имеет бесконечно больших ординат и характеризуется конечным числом точек излома и разрыва в интервале (a, b) . Если график функции $x(t)$ периодически повторяется и длина периода равна $b - a$, то для $x(t)$ справедливо разложение Фурье

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos kt + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin kt. \quad (2.34)$$

Коэффициенты A_k и B_k разложения (2.34) определяются в виде

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x(t) \cos ktdt; \\ B_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x(t) \sin ktdt. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Выражения (2.35) решают задачу гармонического анализа: по заданной периодической функции $x(t)$ необходимо отыскать коэффициенты Фурье A_k и B_k .

Выражение (2.34) решает задачу гармонического синтеза: по заданным коэффициентам Фурье A_k и B_k необходимо отыскать периодическую функцию $x(t)$.

Этот подход может быть приемлем для решения задач интерполирования и экстраполирования. Идея заключается в том, чтобы на известном участке функции $x(t)$ решить задачу гармонического анализа и отыскать A_k и B_k , а затем решить задачу гармонического синтеза для произвольного значения аргумента t .

Задача гармонического синтеза принципиально решается выражением (2.34), но в виде суммы большого

числа тригонометрических функций. Сумма большого числа членов не удобна для исследований и вычислений (и, конечно, создает затруднения при аппаратурной реализации). Поэтому необходимо сумму (2.34) преобразовать таким образом, чтобы преобразованное выражение было более удобным (в определенном смысле) чем исходная сумма.

В зависимости от конкретных условий может быть поставлена задача получения $x(t)$ либо в виде, позволяющем получать частные значения функции при определенных значениях аргумента, либо в виде, дающем значения функции при любом значении аргумента. Методы, предназначенные для решения задач по первым условиям, известны под названием методов дискретного синтеза (2.34) и (2.35). Методы, соответствующие вторым условиям, называют методами непрерывного синтеза. При решении задач интерполирования и экстраполирования с помощью этого подхода могут быть широко использованы средства цифровой вычислительной техники.

Остановимся несколько подробнее на требованиях, предъявляемых к преобразованию выражения (2.34) с точки зрения интересующих задач [69].

Выражение сумм в замкнутом виде. В ряде случаев задача получения функции $x(t)$ не является единственной. Кроме определения значений функции в конкретных точках нужно иметь возможность проводить различные исследования функции $x(t)$. Например, распределение нулей и экстремумов, нахождение производных или интегралов в заданных интервалах и т. д. Выражение вида (2.34) не пригодно для таких целей. Его необходимо преобразовать так, чтобы новая функция имела существенно меньшее число членов другой функциональной структуры.

Подобные преобразования называют получением сумм в конечном виде или получением сумм в замкнутом (свернутом) виде. Первое определение относится только к рядам, второе — к рядам и многочленам. Обычно пользуются более общим вторым определением. Необходимо отметить, что в обычных выражениях типа (2.34) по сути содержатся две переменные: непрерывная — t и дискретная — k . В выражениях сумм в замкнутом виде содержится одна непрерывная переменная t . Очевидно, что если выражения сумм в замкнутом виде удобнее для исследований типа указанных выше, то они тем более удобны

и для вычислений значений функции в конкретных точках.

Улучшение сходимости. Иногда для вычисления значений функции $x(t)$ нужно «помнить» большое число членов ряда, так как исходный ряд медленно сходится. При этом возникают существенные трудности, связанные с большим объемом вычислений. Ставится задача преобразовать $x(t)$ таким образом, чтобы новый ряд имел лучшую сходимость, и, следовательно, был бы более удобным для вычислений.

Упрощение аппаратной реализации. Под этим требованием понимается получение определенного выигрыша при вычислении преобразованного выражения по сравнению с вычислениями непосредственно по (2.34). Безусловно, получение сумм в замкнутом виде и улучшение сходимости создают основу для упрощения операций. Однако этим требованиям не всегда можно удовлетворить. Специальные методы упрощения вычислений при суммировании представляют самостоятельный интерес.

Остановимся еще на двух очень важных задачах, которые необходимо бывает решать при интерполировании и экстраполировании функций гармоническими методами.

1. Сумма (2.34) сходится к функции $x(t)$ в смысле минимума средних квадратов. Иногда целесообразно осуществлять приближение, основываясь на другом критерии. При этом A_k и B_k должны быть определенным образом изменены. Следовательно, синтезируется уже не исходный, а некоторый новый ряд, отличающийся от исходного коэффициентами A_k и B_k . Подобные задачи известны под названием «суммирование рядов Фурье с изменением условий приближения».

2. Пусть функции $x(t)$ соответствует некоторый ряд Фурье. Ограничим этот ряд конечным числом членов. Требуется отыскать $S(t)$ — усеченный ряд Фурье. В такой постановке задачи называются нахождением частных сумм ряда Фурье.

Кроме указанных представляют интерес задачи, связанные с определением количества членов, необходимых при переходе от ряда к полиному и с определением шага аргументов.

Очевидно, все изложенные требования и описанные задачи вряд ли могут встретиться одновременно. Но при решении конкретных вопросов необходимо принимать во

внимание все критерии и ограничения данного случая — точность, объем вычислений, аппаратная реализация, быстродействие алгоритмов и устройств, реализующих решение задачи.

МЕТОДЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Экспоненциальное сглаживание основано на предположении, что предсказываемое значение некоторой функции может быть выражено рядом Тейлора:

$$x_{t+\Delta t} = x_t + \frac{dx}{dt} \Delta t + \frac{1}{2!} \frac{d^2x}{dt^2} (\Delta t)^2 + \dots \\ \dots + \frac{1}{n!} \frac{d^n x}{dt^n} (\Delta t)^n. \quad (2.36)$$

Члены ряда Тейлора выражаются формулами экспоненциального сглаживания. Приведем формулу для экспоненциально сглаженной величины первого порядка:

$$S_t(x) = \alpha x_t + (1 - \alpha) S_{t-1}. \quad (2.37)$$

Таким образом, новое усредненное значение $S_t(x)$ равно последнему известному значению функции $x(t)$, умноженному на коэффициент α (где $\alpha \leq 1$), плюс предыдущее усредненное значение S_{t-1} , умноженное на $(1 - \alpha)$. При $\alpha = 1$ получаем доверчивую перезапись прошлых значений, предсказание по правилу «без изменения».

Менее чувствительные системы, применяемые при больших помехах, используют значения $1 > \alpha > 0,5$, а наиболее консервативные — $0,5 > \alpha > 0,1$.

$$S_t^2(x) = \alpha S_t(x) + (1 - \alpha) S_{t-1}^2(x); \\ S_t^3(x) = \alpha S_t^2(x) + (1 - \alpha) S_{t-1}^3(x); \\ \dots \dots \dots \\ S_t^n(x) = \alpha S_t^{n-1}(x) + (1 - \alpha) S_{t-1}^n(x). \quad (2.38)$$

Теперь остается выразить члены ряда Тейлора через усредненные величины. В зависимости от того, сколько членов ряда мы используем, применяются следующие формулы.

Один член ряда:

$$x_{t+\Delta t} = x_t; \quad x_t = S_t(x). \quad (2.39)$$

Два члена ряда:

$$x_{t+\Delta t} = x_t + \frac{dx}{dt} \Delta t; \quad x_t = 2S_t(x) - S_t^2(x); \\ \frac{dx}{dt} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} [S_t(x) - S_t^2(x)]. \quad (2.40)$$

Три члена ряда:

$$\begin{aligned}
 x_{t+\Delta t} &= x_t + \frac{dx}{dt} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{d^2x}{dt^2} (\Delta t)^2; \\
 x_t &= 3S_t(x) - 3S_t^2(x) + S_t^3(x); \\
 \frac{dx}{dt} &= \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha) S_t^2(x) - 2(5-4\alpha) S(x) + \\
 &\quad + (4-3\alpha) S_t(x)]; \\
 \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} [S_t(x) - 2S_t^2(x) + S_t^3(x)]. \quad (2.41)
 \end{aligned}$$

Конкретные приложения метода экспоненциального сглаживания, реализация соответствующих предсказывающих фильтров и результаты исследований приведены в гл. 5.

ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ ФИЛЬТРЫ

Рассмотрение реальных физических (да и не только физических) процессов с точки зрения их спектральной структуры естественно наталкивает на мысль о создании полигармонических предсказывающих фильтров. В самом деле, подавляющее большинство реальных процессов в более или менее явной форме содержит периодические составляющие. Проблема выявления скрытых периодичностей возникла в связи с работами по астрономии и геофизике еще в конце XVIII века. В настоящее время методы выявления скрытых периодичностей используются в основном для изучения различного рода вибрационных процессов. Очень заманчиво использовать эти методы для предсказания процессов и последовательностей. Если из реального процесса удастся выделить определенное количество периодических составляющих, то задача предсказания существенно упрощается. Задача о предсказании детерминированных периодических процессов тривиальна. Время упреждения здесь может быть как угодно большим. Принципиально метод предсказания, основанный на выявлении скрытых периодичностей, заключается в следующем.

На определенном интервале задана функция $x(t)$ — результат некоторого наблюдения. Исходя из определенных соображений по поводу изучаемого процесса, существует предположение о том, что функция $x(t)$ содержит периодические составляющие $S(t)$ (например, в виде суммы):

$$x(t) = \sum_{i=1}^n s_i(t) + u(t). \quad (2.42)$$

Периодическая функция $S(t)$ полностью определяется значением частоты ω и значениями коэффициентов ряда Фурье

$$S(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\omega t + B_k \sin k\omega t) \quad (2.43)$$

Скрытая периодичность $S(t)$ будет выявлена, если определены параметры ω , A_k , B_k . В выражении (2.42) $u(t)$ — непериодическая функция.

Каждая из выявленных периодических составляющих $s_i(t)$ может быть экстраполирована на произвольное время упреждения Δt . В упрежденный момент $t + \Delta t$, произведя суммирование экстраполированных периодических составляющих, мы получим предсказанные значения периодической части процесса $x(t)$. Параллельно должна решаться задача предсказания непериодической составляющей.

Тогда в итоге получим

$$x^*(t + \Delta t) = \sum_{i=1}^n s_i(t + \Delta t) + u^*(t). \quad (2.44)$$

Если непериодическая составляющая имеет малый вес в предсказываемой функции и последняя с удовлетворительной точностью может быть представлена периодическими составляющими, задача предсказания решается достаточно просто, причем точность решения не зависит от времени упреждения. Структурная схема, реализующая решение задачи при этом допущении, представлена на рис. 2.3. Если же непериодическая составляющая $u(t)$ играет существенную роль и в значительной степени определяет характер предсказываемого процесса, то качество предсказания $x(t)$ будет в основном определяться качеством предсказания $u(t)$. При этом зависимость качества предсказания $x(t)$ от времени упреждения Δt определяется зависимостью качества предсказания $u(t)$ от величины Δt .

Реализация решения задачи в этом случае усложняется

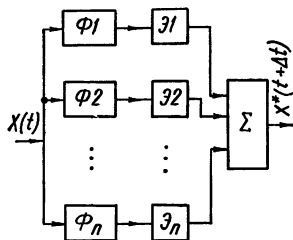


Рис. 2.3. Полигармонический предсказывающий фильтр:
Ф — фильтр; Э — экстраполятор; Σ — сумматор

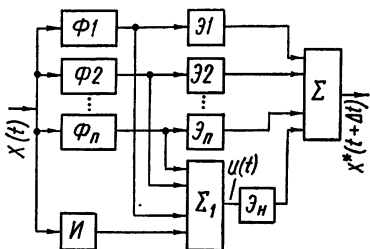


Рис. 2.4. Полигармонический предсказывающий фильтр с выделением непериодической составляющей:
И — инвертор; ЭН — экстраполятор не периодической составляющей (тренда)

(рис. 2.4). Теперь параллельно с экстраполированием периодических сигналов необходимо экстраполировать непериодическую часть предсказываемого процесса $u(t)$. Эта операция осуществляется каналом И — Σ_1 — $\mathcal{E}_H$.

Экстраполирование непериодической составляющей можно осуществить любым пригодным для данного вида сигнала методом. В качестве $\mathcal{E}_H$ может быть использован какой-либо из рассмотренных ранее экстраполяторов.

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ (ВПС)

В том случае, когда объект (событие, процесс, последовательность, момент времени) является случайным, задача ставится как задача фильтрации и предсказания вероятностных характеристик предсказываемых объектов.

Устройства, алгоритмы и системы, предназначенные для решения задачи фильтрации и предсказания случайных объектов с известными вероятностными характеристиками назовем вероятностными предсказывающими фильтрами (ВДФ) или системами (ВПС).

В данной главе формулируется задача предсказания случайных процессов и последовательностей и обсуждаются результаты, полученные при использовании вероятностных методов предсказания и вероятностных предсказывающих систем.

Рассматриваются два класса случайных процессов и последовательностей — стационарные и нестационарные. Поэтому глава содержит две части, каждая из которых посвящена соответствующему вопросу. Отдельное место занимает вопрос фильтрации и предсказания марковских процессов.

ПРЕДСКАЗАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ И ПРОЦЕССОВ

В практике исследования случайных процессов и последовательностей обычно используются вероятностные характеристики, учитывающие законы распределения не выше второго. Стационарность при этом предполагается в широком смысле [115].

Для стационарных в широком смысле случайных процессов задача определения неизвестных значений была сформулирована А. Н. Колмогоровым в 1941 г. Если стационарный случайный процесс $X(t)$ представлен

значениями в отдельные моменты времени t , его можно рассматривать как систему случайных величин — последовательность $\{X_t\}$. Пусть X_t представляет собой действительную случайную величину, соответствующую каждому целому t в интервале $-\infty < t < \infty$.

Если математическое ожидание постоянно

$$m_x(t) = M[X(t)] = m_x = \text{const}, \quad (3.1)$$

и корреляционная функция

$$K_x(t, t') = M[(X(t) - m_x)(X(t') - m_x)] = k(\tau) \quad (3.2)$$

при $\tau = t' - t$, то последовательность $\{X_t\}$ — стационарна (в широком смысле). Без ограничения общности можно рассматривать центрированную функцию $X^\circ(t)$.

Задача линейного экстраполирования стационарной случайной последовательности, удовлетворяющей условиям (3.1) и (3.2), заключается в подборе при заданных $n > 0$ и $\Delta t > 0$ таких действительных коэффициентов r_i , при которых линейная комбинация

$$O[\{X_t\}] = r_1 X_{t-1} + r_2 X_{t-2} + \dots + r_n X_{t-n} \quad (3.3)$$

случайных величин $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-n}$ является по возможности наиболее точным приближением к случайной величине $X_{t+\Delta t}$. В качестве меры точности такого приближения принят критерий

$$\overline{\varepsilon}_s^2 = M[X_{t+\Delta t} - O[\{X_t\}]]^2. \quad (3.4)$$

Если известны вторые моменты $k(\Delta t)$, то легко решается задача отыскания таких r_i , при которых $\overline{\varepsilon}_s^2$ достигает наименьшего значения:

$$\overline{\varepsilon}_s^2 = \varepsilon_{\min}^2.$$

Задача интерполирования ставится как задача отыскания оценки X_t по известным величинам:

$$\begin{aligned} &X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+n}; \\ &X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-n}. \end{aligned}$$

В качестве меры точности здесь также принят критерий

$$\overline{\varepsilon}_i^2 = M(X_t - Q[\{X_t\}])^2, \quad (3.5)$$

где Q — линейная форма

$$Q[\{X_t\}] = r_1 X_{t+1} + r_2 X_{t+2} + \dots + r_{-1} X_{t-1} + r_2 X_{t-2} + \dots \quad (3.6)$$

с действительными коэффициентами r .

Решение задачи интерполирования заключается в определении $\varepsilon_I^2 = \varepsilon_{\min}^2$.

Конкретные результаты получены при решении задач предсказания в нефтехимии с помощью оператора Колмогорова (3.3). Результаты цифрового моделирования упредителя Колмогорова и исследование полученных результатов приведены в гл. 5.

Для непрерывных случайных процессов задача была обобщена Н. Винером. При этом был учтен тот факт, что реальные процессы содержат не только полезные сигналы, но и различного рода помехи (шумы).

На вход динамической системы поступает сигнал

$$X(t) = S(t) + N(t). \quad (3.7)$$

В выражении (3.7) $S(t)$ — сигнал, несущий полезную информацию, а $N(t)$ — помеха (шум). В идеальном случае требуется определить такую систему, чтобы сигнал на ее выходе (реакция) был равен $S(t + \Delta t)$.

В случае $\Delta t = 0$ система называется фильтром. В случае $\Delta t > 0$ и $N(t) \equiv 0$ — упредителем. В общем случае при $\Delta t > 0$ и $N(t) \neq 0$ система должна одновременно выполнять обе операции — фильтрацию и упреждение.

Н. Винером [279] развита теория подобных систем, основанная на следующих допущениях:

1. Функции $S(t)$ и $N(t)$ являются стационарными и стационарно связанными.

2. Критерием для выбора «наилучшей» возможной системы является средний квадрат разности между действительным сигналом и ожидаемым сигналом на выходе системы:

$$\overline{\varepsilon^2} = M[S(t + \Delta t) - S^*(t + \Delta t)]^2. \quad (3.8)$$

3. Операции, осуществляемые для фильтрации и предсказания, предполагаются линейными операциями над имеющейся информацией.

Другими словами, система должна представлять собой линейный физически осуществимый фильтр. Физи-

ческую осуществимость не следует отождествлять с возможностью воплотить систему в реальной конструкции. Требование физической осуществимости заключается в том, чтобы реакция системы на единичную импульсную функцию обращалась в нуль для $t < 0$.

Поскольку свойства линейной системы полностью характеризуются импульсной переходной функцией $W(t)$, выходной сигнал системы можно представить в виде интеграла типа свертки:

$$S^*(t + \Delta t) = \int_0^{\infty} [S(t - \tau) + N(t - \tau)] W(\tau) d\tau. \quad (3.9)$$

Тогда для среднеквадратичной ошибки справедливо выражение

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon^2}(t) = & S^2(t + \Delta t) - 2 \int_0^{\infty} \overline{[S(t + \Delta t) S(t - \tau) +} \\ & + S(t + \Delta t) N(t - \tau)] W(\tau) d\tau + \int_0^{\infty} W(\tau_1) d\tau_1 \times \\ & \times \int_0^{\infty} \overline{W(\tau_2) [S(t - \tau_1) + N(t - \tau_1)] [S(t - \tau_2) +} \\ & + N(t - \tau_2)] d\tau_2. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Обозначим автокорреляционную функцию случайной функции $S(t)$ $K_{SS}(\tau)$; автокорреляционную функцию $N(t)$ $K_{NN}(\tau)$. Взаимные корреляционные функции сигнала и помехи обозначим $K_{NS}(\tau)$ и $K_{SN}(\tau)$.

С учетом

$$\begin{aligned} K_{SS}(\tau) + K_{NS}(\tau) &= \psi(\tau), \\ K_{SS}(\tau) + K_{NS}(\tau) + K_{SN}(\tau) + K_{NN}(\tau) &= \varphi(\tau) \end{aligned} \quad (3.11)$$

формула (3.10) переписется в виде

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon^2} = & K_{SS}(0) - 2 \int_0^{\infty} \psi(\Delta t + \tau) W(\tau) d\tau + \\ & + \int_0^{\infty} W(\tau_1) d\tau_1 \int_0^{\infty} W(\tau_2) \varphi(\tau_2 - \tau_1) d\tau_2. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Теперь задача может быть сформулирована следующим образом. Известны корреляционные функции K_{SS} ,

K_{NS}, K_{SN}, K_{NN} . Необходимо отыскать импульсную переходную функцию $W(t)$, такую, чтобы

$$\overline{\varepsilon^2} = \min.$$

Положив при этом $W(t)_{t < 0} = 0$, мы автоматически выполняем условие физической осуществимости.

Таблица 3.1

№ п.п	Отношение	Оцениваемая величина	$Y(p)$	$w(t)$
1.	$S^*(t) = S(t)$	Настоящее значение $S(t)$	1	$\delta(t)$
2.	$S^*(t) = S'(t)$	То же $S'(t)$	p	$\delta^{(1)}(t)$
3.	$S^*(t) = S''(t)$	То же $S''(t)$	p^2	$\delta^{(2)}(t)$
4.	$S^*(t) = S(t + \Delta t)$	Будущее или прошлое значение $S(t)$ (Δt «+» или «-»).	$e^{\Delta t p}$	$\delta(t + \Delta t)$

Из рассмотренной общей задачи следуют важные частные случаи, такие, как задача фильтрации ($\Delta t = 0$) и задача «чистого» предсказания $N(t) \equiv 0$.

Теория Винера рассматривает представление случайных процессов на временном интервале бесконечной протяженности. Расширение теории Винера для случая конечного временного интервала приводится в работах Л. Заде и Р. Рагазини [284]. Их метод основан на следующих допущениях:

1. Входной сигнал динамической системы состоит из:
а) неслучайной функции времени, которую можно представить полиномами не выше n -й степени. При этом о полиномах ничего, кроме значения n , не известно;
б) стационарной случайной функции времени, корреляционная функция которой известна.

2. Импульсная переходная функция $W(t) \equiv 0$ при $\begin{cases} t \leq 0, \\ t > T. \end{cases}$

Рассматривается временная функция $X(t)$, состоящая из $S(t)$ и $N(t)$.

Выход предсказывающего фильтра $S^*(t)$ связан с $S(t)$ линейным оператором $Y(p)$:

$$S^*(t) = Y(p) S(t). \quad (3.13)$$

$S^*(t)$ можно записать в виде интеграла типа свертки:

$$S^*(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) S(t - \tau) d\tau, \quad (3.14)$$

где $w(\tau)$ — импульсная переходная функция идеального упредителя.

В самом общем случае оцениваемая при предсказании или фильтрации величина $S^*(t)$ может быть функционалом от $S(t)$.

В табл. 3.1. даны некоторые возможные значения $Y(p)$ и $w(t)$ для различных $S^*(t)$.

Предполагается, что

$$S(t) = m(t) + p(t), \quad (3.15)$$

где $p(t)$ — неслучайная временная функция, ко-

торая может быть представлена полиномом по t порядка не выше n ; $m(t)$ — стационарная случайная составляющая; $m(t)$ и $N(t)$ описываются корреляционными функциями $K_{mm}(\tau)$ и $K_{NN}(\tau)$.

Кроме того, предполагается, что $m(t)$ и $N(t)$ центрированы и некоррелированы.

На рис. 3.1. представлена структурная схема предсказывающей системы для рассматриваемой задачи. Составляющие $p(t)$, $m(t)$, $N(t)$ входного сигнала $X(t)$ подаются на реальный упредитель с передаточной функцией $H(p)$ и импульсной переходной функцией $W(t)$.

Выход реального упредителя в операторной форме

$$X^*(t) = H(p) X(t), \quad (3.16)$$

или в интегральной форме

$$X^*(t) = \int_0^{\infty} W(\tau) X(t - \tau) d\tau. \quad (3.17)$$

Важной характеристикой реального упредителя является ошибка предсказания (оценка) ε , которая определяется как разность выхода упредителя и оцениваемой

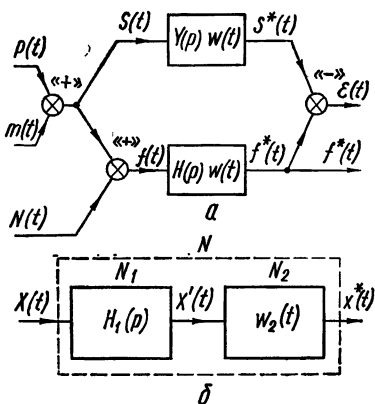


Рис. 3.1. Предсказывающий фильтр Задс-Рагазини

величины $S^*(t)$:

$$\varepsilon = X^*(t) - S^*(t). \quad (3.18)$$

При отсутствии шумов и физической реализуемости $Y(p)$ ошибка предсказания отсутствует и $H(p)$ совпадает с $Y(p)$.

Рассмотренные задачи определяли фильтрацию и предсказание во временной области. Для частотной области теория Колмогорова — Винера была расширена в работах К. Шеннона и А. Боде.

Для некогерентных частот средняя мощность ошибки

$$\varepsilon = S(t + \Delta t) - S^*(t + \Delta t).$$

может быть вычислена суммированием составляющих (различных частот). Если сигнал и шум некогерентны на всех частотах, то на частоте ω_1 составляющая ошибки, обусловленная шумом, равна $N(\omega_1) |Y(\omega_1)|^2$, где $N(\omega_1)$ — средняя мощность шума на частоте ω_1 .

Кроме того, существует составляющая ошибки, обусловленная ослаблением компонент сигнала при его прохождении через фильтр. Для составляющей частоты ω_1 амплитуды на входе и на выходе должны быть равны, а фаза на выходе должна опережать фазу на входе на $\Delta t \omega_1$. При этом ошибка в мощности имеет вид

$$|Y(\omega_1) - e^{j\Delta t \omega_1}|^2 P(\omega_1),$$

где $P(\omega_1)$ — мощность сигнала на частоте ω_1 .

Среднеквадратичная ошибка на частоте ω_1 представляется суммой этих двух составляющих

$$\varepsilon_{\omega_1}^2 = |Y(\omega_1)|^2 N(\omega_1) + |Y(\omega_1) - e^{j\Delta t \omega_1}|^2 P(\omega_1),$$

а общая среднеквадратичная ошибка на всех частотах равна

$$\overline{\varepsilon^2} = \int_{-\infty}^{\infty} [|Y(\omega)|^2 N(\omega) + |Y(\omega) - e^{j\Delta t \omega}|^2 P(\omega)] d\omega. \quad (3.19)$$

Требуется выбрать $Y(\omega)$ так, чтобы $\overline{\varepsilon^2} = \overline{\varepsilon_{\min}^2}$. При этом система с частотной характеристикой $Y(\omega)$ должна быть физически осуществимой. В выражении (3.19) сигнал и шум представлены только спектрами мощности. Таким образом, различные сигналы с одними и теми же спектрами мощности ведут к одному и тому же оптимальному предсказывающему фильтру и к той же самой среднеквадратичной ошибке.

Другими словами, линейный фильтр использует лишь информацию об амплитудах различных частотных составляющих. Для улучшения предсказания с учетом информации о фазовых сдвигах необходимы нелинейные предсказывающие фильтры.

В работах К. Шеннона и А. Боде сформулирован подход и изложен математический аппарат для задач фильтрации, чистого упреждения и общей задачи фильтрации и упреждения [215].

НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ И ПРЕДСКАЗАНИЕ

Все рассмотренные задачи основывались на общем допущении о том, что операция, выполняемая над исходной информацией, линейна. Нелинейные системы в сравнении с линейными при определенных обстоятельствах могут дать меньшую среднеквадратичную ошибку, чем самые лучшие (в смысле среднеквадратичной ошибки) линейные системы.

Так же, как и в линейных системах, задача заключается прежде всего в математическом описании нелинейной системы с постоянными параметрами. Описания при помощи дифференциальных уравнений обычно дают связь между входом и выходом в неявном виде. Кроме того, для того чтобы соответствие выхода входу было однозначным (решение единственное), необходимо задать начальные условия.

Был развит систематический подход к явному описанию зависимости между входом и выходом. Идея заключается в том, что реальная система описывается математическим функционалом. Функционал, являясь обобщением понятия функции, ставит в соответствие некоторое число $\Phi[x(t)]$ каждой функции $x(t)$, определенной в некоторой области функционального пространства. Это соответствует тому, что реальная система ставит в соответствие предшествующему входному сигналу (функции) некоторое мгновенное значение выходного сигнала (число). Таким образом, задача описания системы с заданным классом входных сигналов сводится к задаче описания функционала, заданного на некотором классе функций. Обычно имеется в виду класс реализации эргодического стационарного процесса. В качестве критерия служит критерий минимума среднеквадратичной ошибки.

Непрерывные функционалы могут быть описаны интегралами Вольтерра

$$\begin{aligned}
 y(t) = & h_0 + \int_{\Omega} h_1(\tau) x(t - \tau) d\tau + \\
 & + \int_{\Omega} \int_{\Omega} h(\tau_1, \tau_2) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \\
 & + \int_{\Omega} \int_{\Omega} \int_{\Omega} h(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) x(t - \tau_3) \times \\
 & \times d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

где Ω — область определения функции.

В таком виде может быть представлен любой непрерывный функционал $y[x(t)]$, определенный на множестве непрерывных функций $\{x(t)\}$, определенных на произвольном отрезке $[a, b]$.

Пусть представленный ряд описывает оптимальный предсказывающий фильтр, обеспечивающий наилучшую фильтрацию сигнала, или наилучшее предсказание сигнала, при некоторых общих ограничениях. Например, должно выполняться условие физической осуществимости. Требуется найти импульсные переходные функции $h_i = 1, 2, \dots, \infty$, определяющие фильтр.

В общем случае оптимальный фильтр может описываться любым числом ядер высоких порядков. С точки зрения технической реализации это сложно, а в ряде случаев и вовсе не приемлемо для решения практических задач. Поэтому целесообразно говорить не о явном выражении для оптимального фильтра, а о методе его аппроксимации. Приближение начинается с простых элементов. При постепенном усложнении оптимальный фильтр аппроксимируется с желаемой степенью точности.

Задача формулируется так же, как для линейных фильтров. Имеется входной сигнал в комбинации с шумом. Этот сигнал представляет собой реализацию стационарного случайного процесса. Требуется найти оптимальный в смысле минимума среднеквадратичной ошибки предсказывающий фильтр степени n ($h_1, h_2, \dots, h_n$). Оптимальный фильтр степени n по крайней мере эквивалентен первым n членам разложения Вольтерра. С увеличением n ошибка $\overline{\epsilon_n^2}$ убывает. При $n \rightarrow \infty$ фильтр, описываемый разложением с конечным числом ядер,

приближается к оптимальному. С этой точки зрения, линейный фильтр Колмогорова — Винера соответствует случаю $n = 1$.

Иметь полное аналитическое описание оптимально возможного фильтра не обязательно. Однако важно знать наименьшую возможную ошибку $\overline{\epsilon_\infty^2}$. Сравнение ее с ошибкой ϵ_n^2 позволяет определить точность аппроксимации, т. е. количество ядер в разложении Вольтерра.

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ ФИЛЬТРЫ С КОНЕЧНЫМ РАЗЛОЖЕНИЕМ

Пусть $x(t)$ — входной, а $y(t)$ — желаемый выходной сигналы предсказывающего фильтра.

Как $x(t)$, так и $y(t)$ — реализации стационарного случайного процесса. Требуется определить фильтр порядка n , минимизирующий среднеквадратичную ошибку

$$\overline{\epsilon^2} = M [y(t) - O\{x(t)\}]^2, \quad (3.21)$$

где $O\{x(t)\}$ — выходной сигнал фильтра.

Пусть h_0 — фильтр нулевого порядка, т. е. выход равен h_0 независимо от вида входного сигнала, h_1 и h_2 — физически возможные фильтры соответственно первого и второго порядков.

Среднеквадратическая ошибка на выходе имеет вид

$$\begin{aligned} \overline{\epsilon^2} = M \left[\left(y(t) - h_0 - \int_0^\infty h_1(\alpha) x(t - \alpha) d\alpha - \right. \right. \\ \left. \left. - \int_0^\infty \int_0^\infty h_2(\alpha, \beta) x(t - \alpha) x(t - \beta) d\alpha d\beta \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (3.22)$$

С помощью методов вариационного исчисления можно определить выражения для h_0 , h_1 , h_2 , которые приводят к минимуму в рассматриваемом случае [26]:

$$\begin{aligned} h_0 = \overline{y(t)} - \int_0^\infty h_1(\alpha) \overline{x(t - \alpha)} d\alpha - \\ - \int_0^\infty \int_0^\infty h_2(\alpha, \beta) \overline{x(t - \alpha) x(t - \beta)} d\alpha d\beta; \quad (3.23) \\ \int_0^\infty h_1(\alpha) \overline{x(t - \alpha) x(t - \tau_1)} d\alpha = \overline{y(t) x(t - \tau_1)} - \end{aligned}$$

$$- \overline{h_0 x(t - \tau_1)} - \\ - \int_0^\infty \int_0^\infty h_2(\alpha, \beta) \overline{x(t - \alpha) x(t - \beta) x(t - \tau_1)} d\alpha d\beta, \quad \tau_1 \geq 0; \quad (3.24)$$

$$\int_0^\infty \int_0^\infty h_2(\alpha, \beta) \overline{x(t - \alpha) x(t - \beta) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2)} d\alpha d\beta = \\ = y(t) \overline{x(t - \tau_1) x(t - \tau_2)} - h_1 x(t - \tau_1) \overline{x(t - \tau_2)} - \\ - \int_0^\infty h_1(\alpha) \overline{x(t - \alpha) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2)} d\alpha, \quad \tau_1, \tau_2 \geq 0. \quad (3.25)$$

Интегральные уравнения (3.23), (3.24), (3.25) линейны относительно неизвестных ядер. Таким образом, построение нелинейного фильтра n -го порядка сводится к решению n линейных интегральных уравнений.

Как видно из уравнений, фильтр первого порядка определяется автокорреляционной функцией входного сигнала и взаимной корреляционной функцией входного и желаемого выходного сигналов. Фильтр порядка n определяется заданием первых $2n$ автокорреляционных функций $\overline{x}$, $\overline{xx}$, $\overline{xxx}$, ..., и n взаимнокорреляционных функций между входным и желаемым выходным сигналами y , yx , yxx ,

В левых частях уравнений (3.23), (3.24), (3.25) все ядра симметричны по всем переменным, поскольку они представляют собой корреляционные функции четного порядка. Кроме того, ядра ограничены и могут быть сделаны интегрируемыми в квадрате, если уменьшить все предыстории, например по экспоненциальному закону. Тогда вместо $x(t - \alpha)$ и $x(t - \beta)$ фильтры $h_1(\alpha)$, $h_2(\alpha, \beta)$ будут оперировать соответственно с сигналами $x(t - \alpha) e^{-k\alpha}$ и $x(t - \beta) e^{-k\beta}$ ($k > 0$). Введем сокращенные обозначения:

$$\overline{xx} = 1(\alpha) 1(t_1) \overline{x(t - \alpha) x(t - t_1)} e^{-k(\alpha + t_1)}; \\ \overline{xxx} = 1(\alpha) 1(\beta) 1(t_1) \overline{x(t - \alpha) x(t - \beta) x(t - t_1)} \times \\ \times e^{-k(\alpha + \beta + t_1)}; \\ \overline{xxxx} = 1(\alpha) 1(\beta) 1(t_1) 1(t_2) \times \\ \times \overline{x(t - \alpha) x(t - \beta) x(t - t_1) x(t - t_2)} e^{-k(\alpha + \beta + t_1 + t_2)};$$

$$\overline{yx} = 1(t) \overline{y(t) x(t - t_1)} e^{-kr_1};$$

$$\overline{yxx} = 1(t_1) 1(t_2) \overline{y(t) x(t - t_1) x(t - t_2)} e^{-k(t_1 + t_2)};$$

$$\int h_1 \varphi d\alpha = \int_0^\infty h_1(\alpha) \varphi(\alpha) d\alpha;$$

$$\iint h_2 \varphi d\alpha d\beta = \iint_0^\infty h_2(\alpha, \beta) \varphi(\alpha, \beta) d\alpha d\beta.$$

Используя эти обозначения, запишем интегральные уравнения (3.23), (3.24), (3.25) в виде

$$h_0 = \bar{y} - \int h_1 d\alpha - \iint h_3 \bar{x} x d\alpha d\beta, \quad (3.26)$$

$$\int h_1 \bar{x} x d\alpha = \bar{y} x - h_0 \bar{x} - \iint h_2 \bar{x} x x d\alpha d\beta; \quad (3.27)$$

$$\iint h_2 \bar{x} x x d\alpha d\beta = \overline{yxx} - h_0 \bar{x} - \int h_1 \bar{x} x x d\alpha. \quad (3.28)$$

Полученная система характеризуется следующими свойствами. Ядра $\bar{x}x$, $\bar{x}xx$ в левых частях уравнений системы симметричны, интегрируемы в квадрате по каждой из переменных и по всей совокупности переменных. Каждое из этих ядер характеризуется системой положительных собственных значений и соответствующих собственных функций. Функции в правых частях уравнений могут быть определены в среднем при помощи системы собственных функций ядер, входящих в левые части соответствующих уравнений. Эти свойства положены в основу итерационного метода решения системы интегральных уравнений (3.2).

ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩЕГО ФИЛЬТРА

Метод предполагает поэтапное улучшение характеристик фильтров. При этом каждый этап включает в себя $n + 1$ шаг, где n — порядок фильтра. Рассмотрим итерационный процесс для фильтра в соответствии с уравнениями (3.26), (3.27), (3.28).

Первый этап. 1-й шаг. Определим оптимальный фильтр нулевого порядка h_0 . Результат получается из

(3.26) при $h_1 = 0$ и $h_2 = 0$. Получаем

$$h_0^1 = \bar{y}. \quad (3.29)$$

Ошибку на выходе h_0^1 обозначим ε_0^1 .

2 - й шаг. Фильтр первого порядка h_1^1 , включаемый параллельно с h_0^1 , определяется из (3.27) при h_0^1 и $h_0^2 = 0$. Получаем

$$\int h_1^1 \bar{x} x d\alpha = \bar{y} x - h_0^1 \bar{x}. \quad (3.30)$$

Решение (3.30) дает линейный фильтр h_1^1 . При $\bar{y} = 0$ — это винеровский оптимальный фильтр. Ошибку на выходе фильтра, состоящего из параллельно соединенных h_0^1 и h_1^1 , обозначим ε_1^1 .

3 - й шаг. Найдем оптимальный фильтр второго порядка h_2^1 при заданных h_0^1 и h_1^1 . Из уравнения (3.28) получаем

$$\int \int h_2^1 \bar{x} x x d\alpha d\beta = \bar{y} x x - h_0^1 \bar{x} x - \int h_1^1 \bar{x} x x d\alpha. \quad (3.31)$$

На выходе фильтра, состоящего из параллельно соединенных h_0^1 , h_1^1 , h_2^1 , получаем ошибку ε_2^1 .

Второй этап. Теперь можно улучшить результаты, полученные на первом этапе.

1 - й шаг. Имея значения h_1^1 и h_2^1 , найдем второе приближение для h_0 — h_0^2 . Из уравнения (3.26) получаем

$$h_0^2 = \bar{y} - \int h_1^1 \bar{x} d\alpha - \int \int h_2^1 \bar{x} x d\alpha d\beta. \quad (3.32)$$

Полученный фильтр — параллельное соединение h_0^2 , h_1^1 , h_2^1 характеризуется на выходе ошибкой ε_0^2 .

2 - й шаг. Определим второе приближение оптимального линейного фильтра — h_1^2 . При известных h_0^2 и h_2^1 получаем

$$\int h_1^2 \bar{x} x d\alpha = \bar{y} x - h_0^2 \bar{x} - \int \int h_2^1 \bar{x} x x d\alpha d\beta. \quad (3.33)$$

Ошибка на выходе фильтра, состоящего из h_0^2 , h_1^2 , h_2^1 — ε_2^2 .

3 - й шаг. По известным h_0^2 и h_1^2 получаем h_2^2 и ε_2^2 и т. д.

Для i -го этапа итерационного процесса имеем:

$$h_0^i = \bar{y} - \int h_1^{i-1} \bar{x} d\alpha - \int \int h_2^{i-1} \bar{x} x d\alpha; \quad (3.34)$$

$$\int h_1^i \overline{xx} d\alpha = \overline{yx} - h_0^i x - \iint h_2^{i-1} \overline{xxx} d\alpha d\beta; \quad (3.35)$$

$$\iint h_2^i \overline{xxxx} d\alpha d\beta = \overline{yxx} - h_0^i \overline{xx} - \int h_1^i \overline{xxx} d\alpha. \quad (3.36)$$

В результате итерации получаем ряд фильтров в общем случае:

$$h_0^1, h_1^1, h_2^1, \dots, h_n^1; \quad h_0^2, h_1^2, h_2^2, \dots, h_n^2; \quad h_0^3, h_1^3, \dots$$

Каждая группа фильтров, составляющая одно приближение, характерна тем, что последний фильтр (n -й) в группе является оптимальным, если присутствуют предшествующие n . Можно доказать, что итерационный процесс является сходящимся и что решение единственное, т. е. что фильтр $\{h_0, h_1, \dots, h_n\}$ не уменьшит среднеквадратичную ошибку [117].

Можно организовать итерационный процесс несколько по-другому, используя линейность интегральных уравнений.

Запишем:

$$\begin{aligned} \Delta h_0^i &= h_0^i - h_0^{i-1}; \\ \Delta h_1^i &= h_1^i - h_1^{i-1}; \\ \Delta h_2^i &= h_2^i - h_2^{i-1} \end{aligned} \quad (3.37)$$

при условии

$$h_0^0 = h_1^0 = h_2^0 = 0.$$

Вычтем из (3.34), (3.35), (3.36) при $i \neq j$ соответствующие уравнения при $i = j - 1$ и воспользуемся обозначениями (3.37). Получим:

$$\Delta h_0^i = - \int \Delta h_1^{i-1} \overline{x} d\alpha - \iint \Delta h_2^{i-1} d\alpha d\beta; \quad (3.38)$$

$$\int \Delta h_1^i \overline{xx} d\alpha = - \Delta h_0^i \overline{x} - \iint \Delta h_2^{i-1} \overline{xxx} d\alpha d\beta; \quad (3.39)$$

$$\iint \Delta h_2^i \overline{xxxx} d\alpha d\beta = - \Delta h_0^i \overline{xx} - \int \Delta h_1^i \overline{xxx} d\alpha. \quad (3.40)$$

Итерационный процесс на первом этапе проходит так же, как и в предыдущем случае. Из уравнений (3.26), (3.27), (3.28) определяются первые приближения h_0^1 ; h_1^1 ; h_2^1 . На втором этапе в соответствии с (3.38), (3.39), (3.40) отыскиваем приращения Δh_0^1 , Δh_1^1 , Δh_2^1 и т. д. Получаем ряд

$$h_0^1 (\Delta h_0^0); \quad h_1^1 (\Delta h_1^0); \quad \dots; \quad h_n^1 (\Delta h_n^0), \quad \Delta h_0^2, \Delta h_1^2, \dots, \Delta h_n^2, \dots$$

Оптимальный фильтр описывается выражениями:

$$h_0 = \sum_{i=0}^{\infty} \Delta h_0^i; \quad h_1 = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta h_1^i; \quad \dots; \quad h_n = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta h_n^i. \quad (3.41)$$

В этом варианте итерационный процесс как бы добавляет на каждом шаге к существующему фильтру коррекцию соответствующего порядка, причем сумма последовательных коррекций дает оптимальный фильтр.

С практической точки зрения, вторая модификация итерационного процесса более удобна, убывание Δh_1^k характеризует качество аппроксимации.

И в первой и во второй модификации итерационный процесс можно начинать с любого ядра $h_0, h_1, \dots$ на каждом этапе.

ВЫРАЖЕНИЕ ОСТАТОЧНОЙ ОШИБКИ ПРИ КОНЕЧНОМ РАЗЛОЖЕНИИ

Для оптимального фильтра $\{h_0, h_1, h_2\}$ среднеквадратичная ошибка определяется как

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon^2} &= M \left[y(t) - h_0 - \int_0^{\infty} h_1(\alpha) x(t - \alpha) d\alpha - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_2(\alpha, \beta) x(t - \alpha) x(t - \beta) d\alpha d\beta \right]^2 = \\ &= \overline{y^2} + \overline{h_0^2} + \iint h_1 \overline{xx} d\alpha d\beta + \\ &+ \iint h_2 \iint h_1 \overline{xxxx} d\alpha d\beta d\alpha d\beta - 2h_0 \overline{y} - 2h_0 \int h_1 x d\alpha - \\ &- 2h_0 \iint h_2 \overline{xx} d\alpha d\beta - 2 \int h_1 \overline{xy} d\alpha - \\ &- 2 \int h_1 \int h_2 \overline{xxx} d\alpha d\beta d\alpha - 2 \iint h_2 \overline{xy} d\alpha d\beta. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Используя (3.26), (3.27), (3.28), получаем выражение

$$\overline{\varepsilon^2} = \overline{y^2} - h_0 \overline{y} \int h_1 \overline{yx} d\alpha - \iint h_2 \overline{yxx} d\alpha d\beta, \quad (3.43)$$

напоминающее выражение для ошибки винеровского линейного фильтра.

ПРЕДСКАЗАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ И ПРОЦЕССОВ

Рассмотрим более общую задачу предсказания нестационарных случайных процессов.

Пусть известны значения $x(t)$ на отрезке $0 \leq t \leq T_0$. По этим данным мы хотим определить значения $x(t)$ в интервале $T_0 < t \leq T$.

Значения $x(t)$ можно представить в виде следующего сходящегося в среднем ряда [244]:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{\varphi_k(t)}{\sqrt{\lambda_k}}, \quad (3.44)$$

где $\varphi_k(t)$ — собственные функции интегрального уравнения

$$\lambda \varphi(t) = \int_0^T r(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau, \quad (3.45)$$

λ_k — соответствующие собственные значения.

В выражении (3.44) $\dot{a}_k$ — случайные величины такие, что математические ожидания

$$\begin{aligned} Ma_k &= 0, \quad Ma_k a_{k'} = \delta_{kk'}, \\ \delta_{kk'} &= \begin{cases} 1 & \text{при } k = k', \\ 0 & \text{при } k \neq k'. \end{cases} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Обозначим через $L_2(X)$ гильбертово пространство, порожденное величинами $x(t)$ при $0 \leq t \leq T$, и через $P_{L_2(X)}$ — оператор проектирования на это пространство. В данном случае $L_2(X)$ совпадает с пространством A , натянутым на ортонормированную систему векторов a_k ($k = 1, 2, \dots$), так, что для нахождения предсказанного значения в момент $t + \Delta t$ надо составить ряд

$$x^*(t + \Delta t) = P_{L_2(X)} \sum a_k Ma_k x(t + \Delta t). \quad (3.47)$$

Но

$$\begin{aligned} Ma_k x(t + \Delta t) &= \sqrt{\lambda_k} Mx(t + \Delta t) \int_T x(t) \varphi_k(t) dt = \\ &= \sqrt{\lambda_k} \int_T r(t, \tau) \varphi_k(t) dt, \end{aligned} \quad (3.48)$$

и так как при

$$0 \leq \tau \leq T, \quad \int_T r(t, \tau) \varphi_k(t) dt = \lambda_k \varphi_k(\tau), \quad (3.49)$$

то естественно положить

$$Ma_k x(t + \Delta t) = \frac{\varphi_k^*(t + \Delta t)}{\sqrt{\lambda_k}}. \quad (3.50)$$

Здесь $\varphi_k^*(t + \Delta t)$ — продолженные до точки $t + \Delta t$ собственные функции интегрального уравнения с ядром $r(t, \tau)$. Таким образом, наилучшее предсказанное значение может быть вычислено по формуле

$$x^*(t + \Delta t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{\varphi_k^*(t + \Delta t)}{\sqrt{\lambda_k}}. \quad (3.51)$$

Это представление было предложено Каруненом. Оно основано на определении наилучшего предсказанного значения как самой близкой к $x(t + \Delta t)$ точки пространства $L_2(X)$.

МЕТОД ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Исследуемые процессы часто могут содержать естественные составляющие, нахождение которых позволяет значительно облегчить решение задачи предсказания.

Для широкого класса процессов реализации (или выборочные функции) могут быть представлены небольшими количествами «характеристических составляющих». Эти составляющие обусловлены физической природой объекта, порождающего процесс.

При таких условиях использование большого числа выборочных функций не является ни необходимым, ни желательным. Более того, именно составляющие, а не корреляционная функция, характеризуют процесс. В этих случаях винеровское предсказание уже не является приемлемым.

Один из методов предсказания нестационарных случайных процессов предложен Э. Д. Фармером.

Пусть $x_m(t)$, ($m = 1, 2, \dots, M$) M выборочных функций нестационарного случайного процесса. Требуется определить характеристические (в каком-то смысле) составляющие процесса.

Один из простых способов определения 1-й составляющей заключается в отыскании функции $\varphi_1(t)$, скалярного множителя $\sqrt{\lambda_1}$ и последовательности коэффициентов a_m , таких, что функции $\sqrt{\lambda_1} a_m \varphi_1(t)$ ($m = 1, 2, \dots, M$) приближенно, в смысле минимума средних квадратов, равны выборочным функциям $x_m(t)$. Ошибка для m -й реализации имеет вид

$$\varepsilon_m(t) = x_m(t) - \sqrt{\lambda_1} a_m \varphi_1(t). \quad (3.52)$$

Среднеквадратичная ошибка, усредненная по времени и множеству, равна

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{MT} \sum_{m=1}^M \int_0^T [x_m - \sqrt{\lambda_1} a_m \varphi_1(t)]^2 dt. \quad (3.53)$$

Константы $\sqrt{\lambda_1} a_m$ и функции $\varphi_1(t)$ могут быть выбраны так, чтобы эта ошибка была минимальной. Минимум достигается, когда

$$\int_0^T \varphi_1(t) x_m(t) dt = \sqrt{\lambda_1} a_m \int_0^T \varphi_1^2(t) dt, \quad m = 1, 2, \dots, M;$$

$$\sum_{m=1}^M a_m x_m(t) = \sum_{m=1}^M \sqrt{\lambda_1} a_m \varphi_1(t), \quad 0 < t < T. \quad (3.54)$$

Функцию $\varphi_1(t)$ и вектор a_m без потери общности можно нормировать так, чтобы выполнялись соотношения

$$\int_0^T \varphi_1^2(t) dt = 1;$$

$$\sum_{m=1}^M a_m^2 = M.$$

Условия минимума при этом принимают вид

$$\left. \begin{aligned} a_m &= \sqrt{\lambda_1} \int_0^T \varphi_1(t) x_m(t) dt \\ \sqrt{\lambda_1} \varphi_1(t) &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M a_m x_m(t) \end{aligned} \right\}. \quad (3.55)$$

Исключение a_m из этих двух соотношений дает

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \int \varphi_1(\tau) x_m(\tau) d\tau x_m(t) = \lambda_1 \varphi_1(t),$$

или

$$\int_0^T R(t, \tau) \varphi_1(\tau) d\tau = \lambda_1 \varphi_1(t), \quad (3.56)$$

где $R(t, \tau)$ — корреляционная функция, образованная усреднением M выборочных функций:

$$R(t, \tau) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M x_m(t) x_m(\tau). \quad (3.57)$$

Из выражения (3.56) видно, что $\varphi_1(t)$ есть собственная функция видоизмененного интегрального уравнения Винера — Хопфа.

Объединяя уравнения (3.53) и (3.56), получим выражение для минимума среднеквадратичной ошибки

$$\overline{\varepsilon^2}_{\min} = \frac{1}{T} \left[\int_0^T R(t, \tau) d\tau - \lambda_1 \right]. \quad (3.58)$$

Ошибка минимальна в случае, если λ_1 — наибольшее, или доминантное, собственное значение и, следовательно, $\varphi_1(t)$ — доминантная собственная функция.

Вторую составляющую можно определить, потребовав, чтобы $\sqrt{\lambda_2} a_m \varphi_2(t)$ являлось наилучшей среднеквадратичной аппроксимацией. Из этого следует, что λ_2 должно быть вторым по величине собственным значением, а $\varphi_2(t)$ — соответствующей собственной функцией. Продолжая эти рассуждения, мы получим разложение функции в виде (3.44).

Задача предсказания является задачей оценки значений выборочной функции $x(t)$ нестационарного процесса в интервале $T_0 \leq t \leq T$ по известным значениям $x(t)$ в интервале $0 \leq t \leq T_0$.

Если процесс представляется в виде комбинации его характеристических составляющих, то интеграл от среднеквадратичной ошибки

$$\overline{\varepsilon^2 T} = \int_0^T R(\tau, \tau') d\tau' - \sum_{k=1}^K \lambda_k.$$

Соответственно такой точности выборочная функция $x(t)$ может быть представлена в виде

$$x(t) = \sum_{k=1}^K c_k \varphi_k(t), \quad 0 < t < T, \quad (3.59)$$

где c_k — постоянные коэффициенты.

Это разложение справедливо на всем интервале $(0, T)$, включая ту его часть, в которой нужно предсказать $x(t)$. Следовательно, задача предсказания сводится к задаче определения последовательности коэффициентов c_k . Этот метод предсказания автоматически описывает выборочную функцию как комбинацию ее характеристических составляющих.

Один из методов отыскания коэффициентов c_k заключается в удовлетворении следующему условию: разложение (3.59) должно быть наилучшей среднеквадратической аппроксимацией функции в интервале $0 \leq t \leq T_0$, на котором эта функция известна. При этом коэффициенты определяются из системы линейных уравнений

$$\sum_{k=1}^K c_k \int_0^{T_0} \varphi_k(\tau) \varphi_k(\tau) d\tau = \int_0^{T_0} x(\tau) \varphi_k(\tau) d\tau. \quad (3.60)$$

Первым применением метода характеристических составляющих было решение задачи прогноза суточной нагрузки энергосистемы. Однако именно для подобных нестационарных циклических процессов этот метод является излишне громоздким. Был предложен более простой метод, являющийся общим для циклических нестационарных процессов. Рассмотрим его.

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД ПРЕДСКАЗАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Существует широкий класс реальных нестационарных случайных процессов, которые могут быть представлены в виде некоторой неизвестной неслучайной функции времени $\varphi(t)$ и аддитивно наложенной на нее стационарной случайной функции $Z(t)$:

$$x(t) = \varphi(t) + Z(t) \quad (3.61)$$

(второй тип нестационарности по В. С. Пугачеву).

Выпадение осадков в определенном районе за год, потребление материалов и запасных частей на предприятии в течение периода отчетности при неизменном плане, суточное потребление электроэнергии, колебания температуры больных при идентичном протекании одной и той же болезни — все это примеры нестационарных процессов, которые описываются выражением (3.61) [148].

Пусть известны M реализаций нестационарного случайного процесса. Каждую реализацию представим в виде дискретной последовательности значений $\{x_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N$ (рис. 3.2). Значения x_j от реализации к реализации претерпевают изменения, которые описываются стационарной случайной функцией.

Если обозначить j -е значение i -й реализации — x_{ij} , то все элементы x_{ij} можно представить в виде прямоугольной случайной матрицы

$$X = (x_{ij})$$

$$i = 1, 2, \dots, M,$$

$$j = 1, 2, \dots, N.$$

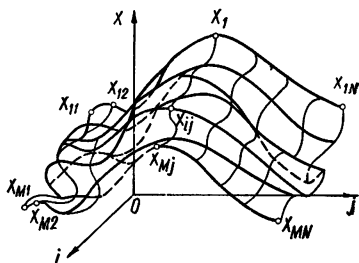


Рис. 3.2. Циклический нестационарный случайный процесс

Каждый вектор-столбец этой матрицы представляет собой стационарную последовательность значений $\{x_j\}$, а вектор-строка — одну реализацию нестационарного случайного процесса.

Пусть далее, из множества N значений реализации с номером $M + 1$ известно некоторое количество значений n . Эти значения обозначим $x_{M+1,j}$.

Задача предсказания заключается в оценке значений x_j^* ($j \in N - n$) по известным значениям x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, M$; $j = 1, 2, \dots, N$), x_j ($j \in n$).

Запишем предсказываемую реализацию (вектор-строку) в виде

$$x_{M+1}^* = \sum_{k=1}^K c_k F_k. \quad (3.62)$$

В выражении (3.62) F_k назовем составляющими векторами.

Требуется отыскать такие значения F_k и коэффициентов c_k , чтобы вектор x_{M+1}^* с компонентами $x_{M+1,j}^*$ наилучшим образом в смысле некоторого критерия приближался к x_{M+1} для $j \in n$.

Учитывая стационарный характер изменений x_j от реализации к реализации, можно определить $x_{M+1,j}^*$, пользуясь расширенным оператором предсказания

$$x_{M+1,j}^* = \sum_{i=1}^M x_{ij} f_i + \sum_{i_1=1}^M \sum_{i_2=1}^M x_{i_1 j} x_{i_2 j} f_{i_1 i_2} + \dots \quad (3.63)$$

Члены расширенного оператора предсказания представляют собой соответствующие компоненты F_{kj} составляющих векторов F_k :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M x_{ij} &= F_{1j}; \\ \sum_{i_1=1}^M \sum_{i_2=1}^M x_{i_1 j} x_{i_2 j} r_{i_1 i_2} &= F_{2j}; \\ &\dots \dots \dots \\ \sum_{i_1=1}^M \dots \sum_{i_k=1}^M r_{\{i_k\}K} \prod_1^K x_{i_k} &= F_{kj}. \end{aligned} \quad (3.64)$$

В качестве критерия наилучшего приближения предсказанных значений к действительным примем критерий минимума среднеквадратичной ошибки:

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \sum_{k=1}^K c_k F_{kj} \right)^2, \quad j \in n. \quad (3.65)$$

Тогда коэффициенты c_k определяются из уравнения

$$\sum_{k=1}^K c_k \left(\sum_{j=1}^n F_{kj} F_{k'j} \right) = \sum_{j=1}^n F_{k'j} x_j, \quad (3.66)$$

аналогичного тем, которые даются Фармером для вычисления коэффициентов при характеристических составляющих F_k . Значение K определяет количество составляющих F_k , необходимое для достижения заданной точности в соответствии с выбранным критерием.

Подставив найденные коэффициенты c_k в (3.62), получим предсказанные значения $x_{M+1,j}^*$.

Таким образом, полученные ранее с помощью расширенного оператора предсказания значения F_{kj} , являются по сути предсказанными значениями $M+1$ -й реализации процесса, вычисленными по M известным реализациям (предыстории). Значения $x_{m+1,j}^*$ представляют собой уточненные значения предсказываемой $M+1$ -й реализации, причем это уточнение производится за счет некоторого количества известных ее значений.

ВТОРАЯ МОДИФИКАЦИЯ КОМБИНИРОВАННОГО МЕТОДА

Значения $x_{M+1,l}^*$ можно определить, пользуясь методом экспоненциального сглаживания [78]:

$$x_{M+1}^*(t) = \bar{x}_M(t) + \frac{d\bar{x}_M(t)}{dt} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{d^2\bar{x}_M(t)}{dt^2} \Delta t^2 + \dots,$$

где $\bar{x}_M(t)$ — экспоненциально сглаженные значения функции.

Тогда компоненты F_{kj} составляющих векторов F_k запишутся в виде:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{Mj} &= F_{1j}; \\ \frac{d\bar{x}_{Mj}}{dt} \Delta t &= F_{2j}; \\ \frac{1}{k!} \frac{d^k \bar{x}_{Mj}}{dt^k} \Delta t^k &= F_{kj}.\end{aligned}$$

Если в качестве критерия принят критерий минимума среднеквадратичной ошибки, то коэффициенты c_k в выражении (3.62) определяются из системы уравнений (3.66).

С помощью предложенного метода может быть решена задача предсказания $M + l$ -й реализации нестационарного процесса (для $l > 1$). Однако точность предсказания при реализации как расширенного оператора предсказания, так и метода экспоненциального сглаживания падает с увеличением Δt . Следовательно, точность определения составляющих векторов F_k для $M + l$ -й реализации с увеличением номера l уменьшается.

Увеличение точности при предсказании комбинированным методом можно получить, реализуя алгоритм непрерывного вычисления коэффициентов c_k . Алгоритм заключается в том, что вычисленные по известным n значениям $M + l$ -й реализации коэффициенты c_k используются для определения будущих значений только до момента, когда становится известным $n + 1$ -е действительное значение $M + l$ -й реализации. После этого коэффициенты c_k пересчитываются с учетом $n + 1$ -го действительного значения.

Предложенным методом была решена задача прогноза нагрузки энергосистемы, причем точность получена

выше по сравнению с решением методом характеристических составляющих (при существенном уменьшении объема вычислений). Результаты решения практических задач комбинированным методом приведены в гл. 5.

В. Георгиевским и В. Степаненко [38] был предложен метод предсказания для нестационарностей вида

$$x(t) = Z(t) + \sum_{i=1}^n V_i \varphi_i(t),$$

где $Z(t)$ — стационарная случайная функция; V_i — случайные величины; $\varphi_i(t)$ — неизвестные неслучайные функции (IV тип нестационарности).

Дальнейшее расширение сферы приложения комбинированных методов стало возможным благодаря использованию преобразования масштаба времени. Этот прием сделал комбинированные методы достаточно универсальными.

МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МАСШТАБА НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Многие нестационарные случайные функции можно привести к некоторому новому виду, комбинации неслучайных функций и стационарных случайных. После этого становится возможным применять для предсказания комбинированные методы, включающие экстраполирование неслучайных функций и предсказание стационарных случайных. Идея такого выражения нестационарных случайных функций основана на преобразовании независимой переменной.

Пусть задан нестационарный случайный процесс $X(t)$ в виде аналитического выражения, дискретной последовательности значений или графика. Если вероятностные характеристики изменяются во времени достаточно медленно, а сама функция не имеет разрывов, то обычно можно найти такой новый нелинейный масштаб времени, в котором функция окажется стационарной, т. е. ее вероятностные характеристики будут постоянными.

Прежде всего, при помощи преобразования

$$Y(t) = X(t) - \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t) dt \quad (3.67)$$

определяется функция $Y(t)$, имеющая постоянное математическое ожидание. Затем можно добиться постоянства дисперсии.

На рис. 3.3. показан приближенный способ преобразования масштаба времени, при котором дисперсия также становится почти постоянной.

Кривая, расположенная сверху рисунка, показывает изменение $y^2(t)$. Разбив ось времени на участки (с номерами 1, 2, 3, 4, 5 и 6), мы можем найти для каждого из них текущее зна-

чение дисперсии $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} y^2(t) dt =$

— $\bar{\epsilon}^2$ (прямоугольники на втором графике). Теперь остается только ускорить ход времени на участках, где дисперсия мала, и замедлить там, где она больше среднего значения:

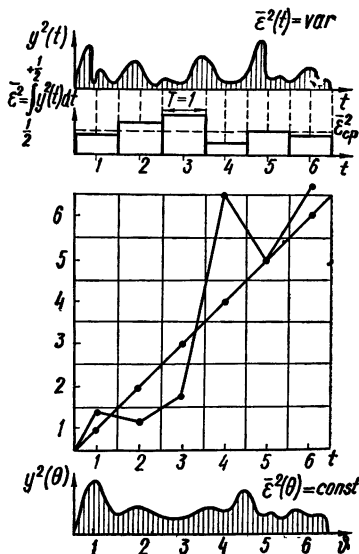


Рис. 3.3. Метод изменения масштаба независимой переменной

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t}(n) = \frac{\epsilon^2 - \epsilon_{\text{ср}}^2}{\epsilon_{\text{ср}}^2}; \quad \theta(n) = \sum_1^n \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta t} \right) \Delta t.$$

В новом масштабе времени математическое ожидание и дисперсия функции будут постоянными на всех участках оси времени.

Следовательно, мы можем считать функцию $y(\theta)$ стационарной и выполнять предсказание при новой шкале времени. Определив предсказанное значение функции по тому или другому методу, мы всегда при помощи графика $\theta(t)$ можем вернуться к реальному времени t .

ПРЕДСКАЗАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Дискретная нестационарная последовательность y_t может быть представлена суммой двух некоррелированных последовательностей:

$$y_t = s_t + \eta_t. \quad (3.68)$$

В (3.68) последовательность s_t является точно предсказуемой, так как каждое ее значение представляет собой линейную комбинацию бесконечного числа прошлых значений. Второе слагаемое η_t — значение линейного преобразования последовательности белого шума $\{\mu_t\}$. Последовательность $\{\eta_t\}$ имеет абсолютно непрерывный спектр

$$\eta_t = \sum_{k=0}^{\infty} b_k \mu_{t-k}, \quad (3.69)$$

где

$$M[\mu] = 0; \\ M[\eta_t \eta_{t'}] = \begin{cases} \varepsilon^2, & t = t', \\ 0, & t \neq t'. \end{cases} \quad (3.70)$$

Для того чтобы последовательность $\{\eta_t\}$ была стационарной, необходимо, чтобы

$$\sum_{k=0}^{\infty} |b_k|^2 < \infty.$$

Определим оператор обратного сдвига U :

$$U^k y_t = y_{t-k}, \quad (3.71)$$

и z — преобразование последовательности $\dots a_{-1}, a_0, a_1, \dots$,

$$A(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k z^k. \quad (3.72)$$

С помощью (3.72) выражение (3.69) можно переписать в виде

$$\eta_t = \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k U^k \right) \mu_t, \quad (3.73)$$

где $b_k = 0$ для $k < 0$.

Тогда корреляционная функция процесса η_t равна

$$K_{\eta\eta}(\tau) = M[\eta_t \eta_{t+\tau}] = \varepsilon^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k b_{k+\tau}, \\ \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.74)$$

Запишем z — преобразование функции

$$\hat{K}_{\eta\eta}(z) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K_{\eta\eta}(\tau) z^{\tau} = \varepsilon^2 \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k b_{k+\tau} z^{\tau} =$$

$$\begin{aligned}
&= \varepsilon^2 \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j z^{-j} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} b_{k-\tau} z^{k+\tau} = \\
&= \varepsilon^2 \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j z^j \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k z^{-k} = \varepsilon^2 B(z) B(z^{-1}), \quad (3.75)
\end{aligned}$$

где $B(z) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j z^j$, т. е. z — преобразование последовательности весовых коэффициентов в разложении η_i .

Пусть $z = e^{i\lambda}$ (z — преобразование $K_{\eta\eta}(z)$ на единичном контуре). Тогда (3.75) записывается так:

$$f'_{\eta\eta}(\lambda) = K_{\eta\eta}(e^{i\lambda}) = \varepsilon^2 |B(e^{i\lambda})|^2. \quad (3.76)$$

Для однозначности функции (3.76) необходимо, чтобы нули и область аналитичности функции $K_{\eta\eta}(z)$ удовлетворяли некоторым дополнительным условиям¹⁾.

Пусть $K_{\eta\eta}(z)$ не имеет нулей и полюсов в кольце $\rho < |z| < \rho^{-1}$. При этом $\log K_{\eta\eta}(z)$ функция аналитичности в этой области и может быть представлена рядом Лорана

$$\log K_{\eta\eta}(z) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j z^j = c_0 \sum_{j=1}^{\infty} c_j z^j + \sum_{j=1}^{\infty} c_{-j} z^{-j}. \quad (3.77)$$

Тогда можно принять

$$B(z) = e^{\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} c_j z^j \right\}}. \quad (3.78)$$

Вследствие того что функция $B(z)$ аналитична внутри контура $|z| = \rho^{-1}$, ее можно представить рядом Тейлора

$$B(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k z^k, \quad (3.79)$$

где b_k совпадают с весовыми коэффициентами в (3.69).

Из выражения (3.78) имеем

$$[B(z)]^{-1} = e^{\left\{ -\sum_{j=1}^{\infty} c_j z^j \right\}} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k = A(z). \quad (3.80)$$

Учитывая, что

$$[B(U)]^{-1} B(U)_{\mu_t} = A(U) \eta_t,$$

¹ Э. Хеннан. Анализ временных рядов. М., Наука, 1964.

можно записать формулу для обратного преобразования η_t в μ_t :

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \eta_{t-k} = \mu_t. \quad (3.81)$$

Если спектральная плотность процесса η_t дробно-рациональная функция, то z — преобразование корреляционной функции можно записать в виде отношения двух полиномов

$$K_{\eta\eta}(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}. \quad (3.82)$$

Если Q_z не имеет нулей на единичном контуре, то ряд Лорана функции $K_{\eta\eta}(z)$ симметричен относительно $|z| = 1$. Тогда $K_{\eta\eta} = |z|$ можно разложить на множители

$$K_{\eta\eta}(z) = \frac{e^{\frac{m}{2}} \prod_{k=1}^m (\beta_k - z)(\beta_k - z^{-1})}{\prod_{j=1}^n (\alpha_j - z)(\alpha_j - z^{-1})}, \quad (3.83)$$

где $\beta_k, \beta_k^{-1}; k = 1, 2, \dots, m$ — нули числителя; $\alpha_j, \alpha_j^{-1}; j = 1, 2, \dots, n$ — нули знаменателя.

Сравнивая (3.83) с (3.75), получаем

$$B(z) = \frac{\prod_{k=1}^m (\beta_k - z)}{\prod_{j=1}^n (\alpha_j - z)}, \quad (3.84)$$

где $\beta_1, \beta_2, \dots$ — нули $P(z)$, не лежащие внутри единичного круга; $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ — нули $Q(z)$, лежащие исключительно в единичном круге.

Обозначим $\prod_{k=1}^m (\beta_k - z)$ через $N(z)$, а $\prod_{j=1}^n (\alpha_j - z)$ через $D(z)$. Тогда процесс с дробно-рациональной спектральной плотностью представляется как решение уравнения

$$D(U)y_x = N(U)\mu_t. \quad (3.85)$$

Обозначим через y_{t+v}, t оптимальную, в смысле минимума среднеквадратичной ошибки, оценку y_{t+v} в момент t . Выразим оптимальное предсказание через

значения процесса

$$y_{t+v,t}^* = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k \mu_{t-k}, \quad (3.86)$$

где φ_k — некоторые коэффициенты.

Запишем выражение для среднеквадратичной ошибки

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon_v^2} &= M [y_{t+v,t}^* - y_{t+v}]^2 = \\ &= M \left[\sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k \mu_{t-k} - \sum_{k=0}^{\infty} b_k \mu_{t+v-k} \right]^2 = \\ &= M \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\varphi_k - b_{k+v}) \mu_{t-k} - \sum_{k=0}^{\infty} b_k \mu_{t+v-k} \right]^2 = \\ &= \overline{\varepsilon^2} \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\varphi_k - b_{k+v})^2 + \sum_{k=0}^{v-1} b_k^2 \right]. \end{aligned} \quad (3.87)$$

Минимум ошибки достигается при

$$\varphi_k = b_{k+v}. \quad (3.88)$$

В этом случае

$$\overline{\varepsilon_v^2} = \overline{\varepsilon^2} \sum_{k=0}^{v-1} b_k^2 = \min. \quad (3.89)$$

Подставляя (3.88) в (3.86), получаем выражение для оптимальной оценки в виде

$$y_{t+v,t}^* = \sum_{k=0}^{\infty} b_{k+v} \mu_{t-k}. \quad (3.90)$$

Запишем z -преобразование последовательности коэффициентов $\{b_k\}$:

$$\Phi_v(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_{k+v} z^k = \left[\frac{B(z)}{z^v} \right]. \quad (3.91)$$

При нахождении коэффициентов в решении (3.91) используются лишь z с неотрицательными показателями степени.

Запишем обратное преобразование процесса в белый шум

$$D(U) y_t = \sum_{j=0}^n \alpha_j y_{t-j} = \mu_t. \quad (3.92)$$

Поскольку $D(z)$ — полином n -й степени, уравнение $D(z) = 0$ имеет n корней. Обозначив их через $\alpha_1, \alpha_2, \dots$,

$\alpha_n, |\alpha_j| > 1, j = 1, 2, \dots$, запишем

$$D(z) = \prod_{i=1}^n (\alpha_i z) = \prod_{i=1}^n (1 - \lambda_i z) \left(\frac{1}{\prod_{j=1}^n \lambda_j} \right), \quad (3.93)$$

где $\lambda_j = \frac{1}{\alpha_j}$ лежит внутри единичного круга.

В [235] показано, что z — преобразование последовательности весовых коэффициентов представления y_i через белый шум имеет вид

$$B(z) = \frac{1}{D(z)} = \frac{\prod_{j=1}^n \lambda_j}{\prod_{j=1}^n (1 - \lambda_j z)}. \quad (3.94)$$

Если в представлении y_{t+v} через белый шум положить

$$\mu_{t+1} = \mu_{t+2} = \dots \mu_{t+\nu} = 0, \quad (3.95)$$

оптимальные оценки будущих значений получаем последовательно из решения уравнений

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^n \alpha_j y_{t-j+1}^* &= \mu_{t+1} = 0; \\ \sum_{j=0}^n \alpha_j y_{t-j+2}^* &= \mu_{t+2} = 0; \\ &\dots\dots\dots \\ \sum_{j=0}^n \alpha_j y_{t-j+v}^* &= \mu_{t+v} = 0. \end{aligned} \quad (3.96)$$

В каждом предсказании используются предшествующие значения y вплоть до момента предсказания t . Предсказание на любое число шагов вперед зависит от y_{t+1}^* , t , полученного из первого уравнения системы (3.96).

Можно применить этот подход и к задачам предсказания процессов с дробно-рациональными спектральными плотностями, которые можно рассматривать как решения уравнений вида (3.85). Для последовательностей вида

$$y_t = D(U) x_t = N(U) \mu_t \quad (3.97)$$

оптимальные предсказанные значения величин x_{i+v} , $v = 1, 2, \dots$, определяются последовательно из

уравнений:

$$x_{t+1,t}^* + \sum_{i=1}^n \alpha_i x_{t+1-i} = y_{t+1,t}^*;$$

$$x_{t+2,t}^* + \sum_{j=2}^n \alpha_j x_{t+2-j} + \alpha_1 x_{t+1,t}^* = y_{t+2,t}^*,$$

$$x_{t+v,t}^* + \sum_{j=1}^{v-1} \alpha_j x_{t+v-j,t}^* + \sum_{j=v}^n \alpha_j x_{t+v-j} = y_{t+v,t}^*, \quad (3.98)$$

где y_{t+k}^* ; $k = 1, 2, \dots, v$ — оптимальные предсказанные значения процесса $N(U)$ μ_t .

Описанная методика будет давать хорошие результаты и в том случае, когда не выполняется условие, требующее, чтобы все нули $D(z)$ находились вне единичного круга. Лишь бы последовательность $\{D(U)x_t\}$ оставалась стационарной. При этом предсказание будет осуществляться с минимальной среднеквадратичной ошибкой, так как ошибки предсказания образуют стационарную последовательность, хотя последовательность $\{x_t\}$ нестационарна.

Интересной является задача предсказания двумерных нестационарных объектов типа импульсного сигнала со случайно изменяющимися частотой и амплитудой. В гл. 5 представлены конкретные результаты решения задач такого типа.

АДАПТИВНЫЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ (АПС)

В качестве объектов общая теория предсказания рассматривает любые явления, в которых обнаруживается причинно-следственная связь. Причем, практически, на сегодняшний день основные условия в разработке теоретических методов и их практических приложений направлены на предсказание процессов, моментов времени и полей [78].

Объем и полнота априорной информации об объекте, о его измеряемых и неизменяемых характеристиках, о состоянии и изменениях внешней среды обуславливает различный подход к решению задач предсказания.

При детерминистском подходе предполагалось, что все сведения известны или могут быть определены с любой необходимой точностью.

По мере повышения требований к качеству приходится учитывать действие всякого рода мешающих параметров (шумов или помех). Априорные характеристики рассматриваются как характеристики вероятностные. Они обычно определяются заранее по известным реализациям соответствующих процессов.

При этом используется аппарат теории вероятностей и статистический анализ. Здесь мы имеем дело с вероятностным подходом.

Большинство существующих подходов к решению задач предсказания в той или иной мере опирается на аналитические методы. Сама постановка задач в основном касается либо предвидения будущих значений детерминированных процессов и последовательностей, либо процессов и последовательностей, изменение которых в значительной степени определяются случайными составляющими. В последнем случае речь идет уже о предсказании случайных процессов (стационарных или нестационарных), причем подразумевается, что вероятностные характеристики этих процессов известны или могут быть определены их достоверные статистические оценки

на базе достаточного экспериментального материала (предыстории).

В настоящее время аналитические методы совершенствуются и развиваются новые. Решение задач технической диагностики показало перспективность методов, основанных на выявлении скрытых периодичностей и создаваемых для реализации этих методов полигармонических предсказывающих фильтров.

Однако большинство практических задач предсказания сложны именно тем, что мы почти всегда располагаем короткой предысторией. Часто не только заранее не известно математическое описание объектов и среды (или их вероятностные характеристики), но и не представляется возможным их определить.

Для таких задач характерен адаптивный подход. По установившимся определениям для детерминистского и вероятностного подходов характерна аналитическая форма решения задач (иногда ее называют параметрической). Для задач, требующих адаптивного подхода, характерна алгоритмическая форма. Строгие аналитические методы описания процессов адаптации в настоящее время только разрабатываются.

Принято говорить, что аналитические (или параметрические) методы дают точные решения. Именно в классе этих методов решаются оптимальные задачи. Но, как правило, при этом принимаются определенные допущения относительно реальных процессов и объектов (допущения о виде законов распределения сигналов и помех, допущения о виде связи сигнала с помехой и т. д.). Реальные условия задачи не являются адекватными возможностями аналитических методов.

Адаптивный подход позволяет отказаться от упрощений или подгонки условий задачи к возможностям аналитических методов. Правда, в соответствии с существующей терминологией, говорят, что при адаптивном подходе ищется некоторое субоптимальное решение. Но оптимальность понимается в смысле аналитических форм решения. Такое оптимальное решение, если оно найдено, соответствует задаче с принятыми допущениями, так как для реальной системы и реальных условий это решение не является оптимальным. Поэтому на сегодняшний день сравнение аналитических форм и адаптивного подхода с точки зрения категорического решения, что лучше и что хуже, проводить трудно.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ И ПРЕДСКАЗАНИЯ

Для временных последовательностей можно построить оптимальный линейный фильтр (в смысле минимума среднеквадратичной ошибки), если известны математические ожидания и корреляционные функции сигнала и шума. Если же часть априорной информации отсутствует, недостающие характеристики приходится восстанавливать в ходе самого процесса фильтрации и предсказания. Для этого необходимо синтезировать адаптивную предсказывающую систему.

Если процессы стационарны (хотя бы в малом), то, как было показано в гл. 3, можно оценить спектральную плотность сигнала или его дисперсию и по этим оценкам синтезировать асимптотически оптимальный фильтр.

В более общем случае рассматриваются нестационарные процессы. Структура фильтра, как и в других случаях, определяется по критерию наименьших квадратов.

Имеются независимые дискретные последовательности значений сигнала и шума $\{s_k\}$ и $\{n_k\}$ соответственно. Наблюдаемые значения можно представить как

$$x_k = s_k + n_k. \quad (4.1)$$

Известно, что

$$M[\{n_k\}] = 0$$

и кроме того известна корреляционная функция

$$M[n_k, n_j] = K_n(k, j).$$

Требуется оценить N значений сигнала $\{s_k\}$ по результатам M наблюдений до рассматриваемого момента времени и L значений после этого момента, включая и значение в рассматриваемый момент.

Оценка может быть записана в виде

$$S_k = \sum_{j=-M}^L \beta_j(N) x_{k+j}, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (4.2)$$

Выражение (4.2) можно записать в векторах

$$S_k^* = B_N X_k, \quad (4.3)$$

где B_N и X_k представляют собой $(M + L + 1)$ вектор-столбцы:

$$\begin{aligned} B_N &= \{\beta_{-M}(N), \dots, \beta(N)\}; \\ X_k &= \{x_{k-M}, \dots, x_{k+L}\}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Вектор весов B_N определяется по результатам наблюдения $(M + N + L)$ значений $\{x_{1-M}, \dots, x_{M+L}\}$.

Если бы была известна корреляционная функция сигнала $K_s(i, j) = M [s_i, s_j]$, вектор B_N определялся бы при минимизации выражения для среднеквадратичной ошибки

$$M [S_k - B_N X_k]^2 = M [x_k - B_N X_k]^2 + \sum_{i=-M}^L ([2\beta_i(N) K_n(k, k+i)] - (k, k)). \quad (4.5)$$

Для случая, когда корреляционная функция сигнала не известна, целесообразно определять B_N из условия минимума среднего значения

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left\{ [x_k - B_N X_k]^2 + \sum_{i=-M}^L ([2\beta_i(N) K_n(k, k+i)] - K_n(k, k)) \right\}. \quad (4.6)$$

Сумма в выражении (4.6) при $n \rightarrow \infty$ может сходиться, а может и расходиться. В том случае, когда она сходится, получаем фильтр, совпадающий по структуре со схемой фильтра, полученного по оценкам спектральной плотности или корреляционной функции. Если сумма расходится, то минимизация (4.6) с целью отыскания B_N имеет смысл лишь для конечного числа значений $(N + M + L)$.

Выражение (4.6) минимально при

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [x_k x_{k+i} - K_n(k, k+i)] = \\ = \sum_{i=-M}^L \beta_i(N) \left[\frac{1}{N} \sum x_{k+i} x_{k+i} \right]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Введя обозначения

$$\begin{aligned} r &= \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{k+i} x_{k+i} \right\}; \\ g &= \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [x_k x_{k+i} - K_n(k, k+i)] \right\}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

из условия (4.7) в векторной форме получаем

$$B_N = r^{-1} g. \quad (4.9)$$

Очевидно, что для различных значений M, L, N величина минимума ошибки будет различной. Для стационарных последовательностей необходимо, чтобы $M, L \rightarrow \infty$, т. е. оценка каждого значения должна определяться из максимально известного количества наблюдений. При $N < \infty$ необходимо выбирать число $M + L$ таким образом, чтобы, с одной стороны $M + L + 1 \ll N$, а с другой, чтобы было достаточно информации для надежного определения B_N .

Можно оценить соотношение между $(M + L)$ и N .

Для большей конкретности дальнейших рассуждений целесообразно ввести некоторые предположения, которые не влияют на общность результатов. Предполагается, что сигнал и помеха — гауссовы стационарные процессы с нулевыми математическими ожиданиями и спектральными плотностями $S_s(\omega), S_n(\omega)$, т. е.

$$S_x(\omega) = S_s(\omega) + S_n(\omega). \quad (4.10)$$

Кроме того, пусть

$$S_x(\omega) \in L_2[-\pi, \pi], \text{ т. е. } \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_x^2(\omega) d\omega < \infty. \quad (4.11)$$

Поскольку $S_x^2(\omega)$ интегрируема, получаем:

$$1. M \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k x_{k+i} - M(x_k x_{k+i}) \right] \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k x_{k+m} - M(x_k x_{k+m}) \right] \right\} = \frac{1}{N\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos j\omega \cos m\omega S_x^2(\omega) d\omega + O\left(\frac{1}{N}\right); \quad (4.12)$$

$$M \left[\frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N (n_k x_{k+i} - M[n_k x_{k+i}]) \right] (x_m x_{m+n} - M[x_m x_{m+n}]) = \frac{1}{N\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos j\omega \cos n\omega S_n(\omega) \times \\ \times S_x(\omega) d\omega + O\left(\frac{1}{N}\right). \quad (4.13)$$

2. Корреляционная матрица $K = M[r]$ не особая, так что при $M, L \rightarrow \infty$ имеем $|K| \neq 0$.

Пусть $G = M[g]$. Поскольку K — не особая матрица, то при разложении вектора B_N вблизи значения

$B_\infty = K^{-1} G$ получаем

$$B_N = B_\infty + K^{-1} (g - rK^{-1}G) + \mu_N,$$

где

$$M \|\mu_N\|^2 = O\left(\frac{1}{N}\right).$$

Обозначим

$$Z_k = S_k - B'_\infty X_k, \quad \omega_k = Z_k + n_k. \quad (4.14)$$

С учетом этих обозначений находим:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_N^2 = \bar{\varepsilon}_\infty^2 + \frac{1}{N\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ 2S_n(\omega) \cos m\omega - S_x(\omega) \times \right. \\ \left. \times \left[\cos m\omega - \sum_{j=-M}^L \beta_j(\infty) \cos(m-j)\omega \right] \right\}; \quad (4.15) \\ K^{-1} \left\{ \cos m\omega - \sum_{j=-M}^L \beta_j(\infty) \cos(m-j)\omega \right\} \times \\ \times S_x(\omega) d\omega + O\left(\frac{1}{N}\right), \end{aligned}$$

где $\{\alpha_m\} = (M + L + 1) \times 1$ — вектор с элементами α_m , $m = -M, \dots, L$.

Выражение (4.15) зависит от неизвестной спектральной плотности $S_x(\omega)$.

Если при всех $\omega \in [-\pi, \pi]$ $S_x(\omega) > 0$, минимальное собственное значение положительно и так как K — не особая матрица, то при $M, L \rightarrow \infty$ почти для всех λ имеем:

$$1 - \sum_{j=-M}^L \beta_j(\infty) e^{jm\omega} = \frac{S_n(\omega)}{S_x(\omega)} + O_k(1),$$

где $K = \min(L, M)$, а индекс при K — переход к пределу по k .

Тогда имеем

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_N^2 = \bar{\varepsilon}_\infty^2 + \frac{1}{2N} \int_{-\pi}^{\pi} \{\cos m\lambda\}' K^{-1} \{\cos m\lambda\} S_n^2(\omega) d\omega + \\ + O\left(\frac{1}{N}\right) + \frac{1}{N} O_k(1). \quad (4.16) \end{aligned}$$

В каждой точке непрерывности функций $S_x(\omega)$, кроме $\omega = 0$, имеем

$$\{\cos m\omega\}' K^{-1} \{\cos m\omega\} = \frac{M + L + 2}{2S_x(\omega)} + O(M + L). \quad (4.17)$$

Если $S_x(\omega)$ непрерывна почти всюду, получаем с учетом (4.17)

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_N^2 = \bar{\varepsilon}_\infty^2 + \frac{M+L+2}{N} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{S_n^2(\omega)}{S_x(\omega)} d\omega + \\ + O\left(\frac{1}{N}\right) + \frac{1}{N} O_k(1) + \frac{O(M+L)}{N}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Обозначим отношение шум/сигнал на выходе фильтра Φ_{0N} . Если принять отношение шум/сигнал на входе $\Phi_i \rightarrow \infty$, то оценка сверху имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi_{0N} = \Phi_{0\infty} + \frac{M+L+2}{N} \Phi_i + O\left(\frac{1}{N}\right) + \\ + \frac{1}{N} [O_k(1) + (M+L+2) O(\Phi_i) + O(M+L)]. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Если значение $\Phi_{0\infty}$ неизвестно, положим его равным нулю, тогда

$$\Phi_{0N} \geq \frac{M+L+2}{N} \Phi_i. \quad (4.20)$$

Девиссоном [225] найдены выражения для расчетной среднеквадратичной ошибки и для определения оптимальных весовых коэффициентов $\beta_j(N)$ при адаптивной фильтрации временных последовательностей, обладающих следующими свойствами:

1. Спектральная плотность полезного сигнала отлична от нуля в ограниченной полосе частот.

2. В качестве помехи рассматривается белый шум с нулевым математическим ожиданием и неизвестной дисперсией.

3. Сигнал и помеха не коррелированы и действуют аддитивно.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И ПРИМЕРЫ СИСТЕМ С ОБУЧЕНИЕМ И ОРГАНИЗАЦИЕЙ

Но еще раньше аналитического подхода инженерами были предложены автоматические устройства, которые после некоторого периода начальной наладки (обучения) могут достаточно точно предсказывать протекание разнообразных процессов [78].

В качестве материала используются записи процесса в прошлом — предыстория. Качество предсказания,

получаемого с помощью таких устройств, легко оценить, если сравнить их выходные сигналы с действительными значениями предсказываемого процесса. Схему и параметры предсказывающего устройства можно при этом выбрать так, чтобы точность предсказания с течением времени повышалась. Если этот выбор осуществляется автоматически при помощи обратных связей, то имеем самонастраивающуюся предсказывающую систему.

Реализуя тот или иной алгоритм предсказания, самонастраивающаяся система автоматически улучшает свою структуру и уточняет значения параметров. Это происходит в результате наблюдения за ходом процесса. Система все время учитывает поступающие новые данные о ходе процесса и автоматически уточняет предсказание.

Примером подобных устройств может служить модель самонастраивающейся системы для обнаружения и оценки последовательности сигналов $S(t)$ фиксированной конечной длительности и постоянной известной формы. Наблюдается случайный сигнал

$$X(t) = S(t) + N(t),$$

где $X(t)$ измеряется в дискретные моменты времени t_m с постоянным шагом дискретности (частота временного квантования — r); $N(t)$ — нормальный случайный шум. Тогда имеем

$$X(t_m) = S(t_m) + N(t_m).$$

Полезный сигнал описывается вектором $S = (s_1, s_2, \dots, s_\alpha)$, где α — размерность вектора сигнала, $\alpha = rD$; r — частота квантования, а D — продолжительность сигнала. В момент t_m наблюдается α -мерный вектор $X_m = (x_{m-\alpha+1}, \dots, x_m)$; в момент t_{m+1} наблюдается α -мерный вектор $X_{m+1} = (x_{m-\alpha+2}, \dots, x_m, x_{m+1})$ и т. д.

Задача состоит в обнаружении полезного сигнала и оценке его формы. Сначала при помощи самой общей схемы нужно оценить форму полезного сигнала в настоящий момент. Далее с помощью этой случайной оценки требуется все более точно оценивать сигнал в будущем. Другими словами, оценки формы сигнала должны подстраиваться к истинной форме.

На рис. 4.1 представлена структурная схема системы, предназначенной для этой цели. Система состоит из пяти блоков: запоминающего устройства для полезного

сигнала, запоминающего устройства для входного сигнала, коррелографа, порогового устройства и арифметического блока.

Оценка M_t неизвестной формы сигнала в момент t содержится в запоминающем устройстве 3. Запоминающее устройство входного сигнала 1 хранит α величин, описывающих входной сигнал $X(t)$ в момент t . В коррелографе вычисляется и запоминается скалярное произведение β_t оценки полезного сигнала M_t и текущего входного сигнала x_t . Оба множителя являются α -мерными векторами.

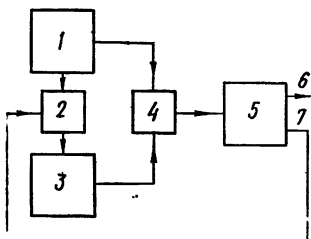


Рис. 4.1. Адаптивная предсказывающая система:

1 — память; 2 — сумматор; 3 — ЗУ полезного сигнала; 4 — коррелограф; 5 — пороговое устройство; 6 — ДА — переход к следующему импульсу; 7 — НЕТ — учет входного сигнала

Если в момент t_i корреляция β_i достаточно велика, значения координат входного сигнала усредняются вместе со значениями координат оценки полезного сигнала. Подобное выборочное усреднение приводит к постепенному уменьшению дисперсии помехи.

В запоминающем устройстве полезного сигнала накапливается его истинная оценка. Анализ β_i производится пороговым устройством 5.

В случае одномерного полезного сигнала S в любой момент времени t_i входной сигнал равен $S + N_i$, если на входе есть в этот момент полезный сигнал, или равен N_i , если на входе только помеха. Введем обозначение ξ для средней частоты появления полезного сигнала, равной вероятности появления суммы полезного сигнала с шумом на входе системы в момент t_i , $i = 1, 2, \dots$. Величина, хранящаяся в запоминающем устройстве для полезного сигнала 3 в момент времени t_i

$$M_i = S'_i + N'_i,$$

где S'_i — оценка полезного сигнала; N'_i — составляющая помехи оценки M_i .

Очевидно, что $S'_0 = 0$, а $N'_0 = N_0$. Предполагается, что помеха (а значит, и N_0) распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией σ^2 . С вероятностью ξ имеем $X_i = S + N_i$ и с вероятностью $1 - \xi$ $X_i = N_i$.

Пороговое значение θ_{i-1} определенным образом зависит от $x_0, x_1, \dots, x_{i-1}$. Если корреляция $\beta_i = M_i X_i$ между входным сигналом и сигналом, хранящимся в этот момент в запоминающем устройстве, окажется больше θ_{i-1} , арифметический блок вычисляет

$$M_i = \frac{\gamma M_{i-1} + X_i}{\gamma + 1}, \quad \gamma > 0.$$

Эта новая оценка передается в запоминающее устройство для полезного сигнала.

В каждый момент t_i происходит преобразование оценок полезного сигнала и составляющей помехи:

$$S'_i = \frac{\gamma S_{i-1} - S}{\gamma + 1}, \quad X_i = S + N_i;$$

$$S'_i = \frac{\gamma S_{i-1}}{\gamma + 1}, \quad X_i = N_i;$$

$$N'_i = \frac{\gamma N_{i-1} + N_i}{\gamma + 1}.$$

Работа системы во многом зависит от выбора порога θ . Для определения пороговой величины можно использовать формулы

$\theta_i = \beta_i$, если $\beta_i > \theta_{i-1}$ (учет входного сигнала);

$\theta_i = uT_{i-1}$, если $\beta_i < \theta_{i-1}$ (снижение порога),

где $0 < u < 1$.

В случае многомерного сигнала эти формулы преобразуются к виду

$\theta_i = \beta_i$, если $\beta_i > \theta_{i-1}$ и $\beta_{i+1} < \theta_{i-1}$ (учет входного сигнала);

$\theta_i = u\theta_{i-1}$, если $\beta_i < \theta_{i-1}$ (снижение порога).

Порог можно выбрать и несколько по другому

$\theta_i = \beta_i$, если $\beta_i > \beta_{i-1}$ (учет входного сигнала);

$\theta_i = uT_{i-1}$, если $\beta_i < \beta_{i-1}$.

При этом входные сигналы учитываются чаще, чем необходимо в действительности. Например, если на входе будет только помеха, то она будет подаваться в запоминающее устройство для полезного сигнала в среднем через шаг квантования.

Так как значение θ_i случайно, представляет интерес вычислить асимптотические значения его математического ожидания. Можно показать, что $M[\theta]$ оказывается порядка первого момента распределения вероятностей β .

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩАЯ СИСТЕМА С САМОНАСТРОЙКОЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Проблема синтеза оптимального линейного предсказывающего фильтра была впервые сформулирована Колмогоровым в 1941 г. Что касается нелинейного фильтра, то было высказано мнение, что формальное решение задачи не будет иметь практического значения из-за большого количества вычислений и объема работы по сбору данных.

В 1954 г. Д. Габор предложил определить круг математических задач, подлежащих решению и исследованию при создании оптимальной системы. Она должна представлять собой реализацию чрезвычайно гибкого математического оператора, учитывающего настоящие и прошлые значения любой функции времени.

Расширенный оператор предсказания

Наиболее общим функциональным выражением предыстории временной функции в ограниченном частотном диапазоне является следующая последовательность дискретных значений:

$$\begin{aligned} O[X(t)] = & \sum_{i=0}^N x_i r_i + \sum_{i_1=0}^N \sum_{i_2=0}^N x_{i_1} x_{i_2} r_{i_1 i_2} + \\ & + \sum_{i_1=0}^N \sum_{i_2=0}^N \sum_{i_3=0}^N x_{i_1} x_{i_2} x_{i_3} r_{i_1 i_2 i_3} \dots \end{aligned} \quad (4.21)$$

Оператор (4.21) представляет собой дискретный аналог континуального ряда Вольтерра

$$\begin{aligned} O[X(t)] = & \int_0^T r(\tau) x(t - \tau) d\tau + \int_0^T \int_0^T r(\tau_1 \tau_2) x \times \\ & \times (t - \tau_1) x(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \end{aligned} \quad (4.22)$$

Коэффициентами последовательности (4.21) являются переходные функции, определенные лишь для целых значений аргумента.

Нетрудно увидеть, что первая сумма — не что иное, как обобщенный линейный предсказывающий фильтр. Коэффициент r_i определяет влияние дискретного значения x_i функции, соответствующего моменту на i интервалов раньше, чем настоящий момент.

Вторая сумма составлена из произведений этих дискретных значений по два, включая квадраты. Коэффициенты $r_{i_1 i_2}$ определяют веса пар значений в моменты на i_1 и i_2 интервалов ранее настоящего момента и т. д. Эти суммы должны охватывать всю предысторию.

Если предыстория разделена на N интервалов, то оператор содержит $N + 1$ член первого порядка (первой суммы), $\frac{1}{2} (N + 1) (N + 2)$ членов второго порядка, $\frac{1}{6} (N + 1) (N + 2) (N + 3)$ членов третьего порядка и т. д. Совершенно очевидно, что количество членов оператора сильно возрастает с увеличением порядка.

Схема предсказывающей системы

Структурная схема предсказывающей системы показана на рис. 4.2. Блок задержки 1 представляет собой устройство записи на магнитной ленте с головками, расположенными ступенчато.

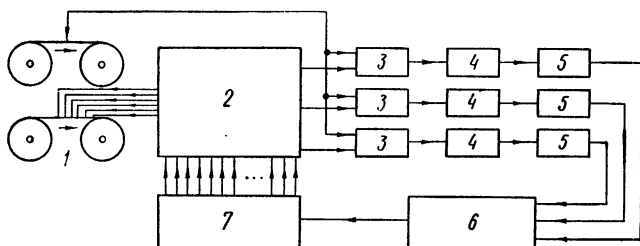


Рис. 4.2. Предсказывающий фильтр Д. Габора:

1 — устройство записи на магнитной ленте; 2 — блок настраиваемых параметров; 3 — блок сравнения; 4 — квадраторы; 5 — интеграторы; 6 — минимизатор; 7 — блок настройки переменных параметров

На одной из дорожек магнитной ленты записана искомая функция $O^*(t)$. В случае предсказания эта функция считывается сдвинутой вперед головкой со входной ленты.

Собственно фильтр 2 состоит из арифметического устройства и набора настраиваемых параметров. В качестве последних используются потенциометры.

Выходной сигнал фильтра и искомая функция заводятся в блок сравнения, определяющий ошибку предсказания. В качестве критерия, как и в теории линейных фильтров, принят критерий наименьшей среднеквадратичной ошибки:

$$\overline{\{O[X(t)] - O^*(t)\}^2} = \varepsilon_{\min}^2.$$

Левая часть этого выражения является положительно определенной квадратичной формой коэффициентов r . Следовательно, решение всегда существует. Кроме того, поскольку оператор предсказания — линеен относительно r , это решение единственно.

В функции аргументов r среднеквадратичную ошибку можно представить многомерным эллиптическим параболоидом. Поэтому достижение минимума неизбежно при использовании любого алгоритма.

Определение весовых коэффициентов методом регрессионного анализа

Рассмотрим конкретный пример предсказания по трем точкам предыстории. Для предсказания будущего значения функции по трем данным о ходе изменения этой функции в прошлом (предыстории) получим формулу в виде многочлена:

$$\begin{aligned} O^*[X(t)] = & x_1 r_1 + x_2 r_2 + x_3 r_3 + x_1^2 r_4 + x_2^2 r_5 + x_3^2 r_6 + \\ & + x_1 x_2 r_7 + x_1 x_3 r_8 + x_2 x_3 r_9 + x_1^3 r_{10} + x_2^3 r_{11} + \\ & + x_3^3 r_{12} + x_1^2 x_2 r_{13} + x_1^2 x_3 r_{14} + x_2^2 x_1 r_{15} + \\ & + x_2^2 x_3 r_{16} + x_3^2 x_1 r_{17} + x_3^2 x_2 r_{18} + x_1 x_2 x_3 r_{19}, \end{aligned}$$

где O^* — значение функции $X(t)$ в будущий момент времени $+T$; x_1 — значение функции $X(t)$ в момент времени $-2T$; x_2 — значение функции $X(t)$ в момент времени $-T$; x_3 — значение функции $X(t)$ в данный момент времени 0; $r_1, r_2, \dots, r_{19}$ — коэффициенты влияния (масы) каждого члена.

Среднеквадратичная ошибка предсказания определяется выражением

$$\Delta = \frac{1}{n} \sum (O - O^*)^2,$$

где O — действительное значение функции (в будущем);
 O^* — предсказываемое значение функции.

Введя обозначения

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1, & x_2 &= x_2, & x_3 &= x_3, & x_1^2 &= x_4, & x_2^2 &= x_5, & x_3^2 &= x_6, \\ x_1x_2 &= x_7, & x_1x_3 &= x_8, & x_2x_3 &= x_9, & x_1^3 &= x_{10}, & x_2^3 &= x_{11}, \\ x_3^3 &= x_{12}, & x_1^2x_2 &= x_{13}, & x_1^2x_3 &= x_{14}, & x_2^2x_1 &= x_{15}, & x_2^2x_3 &= x_{16}, \\ x_3^2x_1 &= x_{17}, & x_3^2x_2 &= x_{18}, & x_1x_2x_3 &= x_{19}, \end{aligned}$$

получим уравнение предсказания в линейном виде

$$\begin{aligned} O[X(t)] = & r_0 = r_1x_1 + r_2x_2 + r_3x_3 + r_4x_4 + r_5x_6 + r_7x_7 + \\ & + r_8x_8 + r_9x_9 + r_{10}x_{10} + r_{11}x_{11} + r_{12}x_{12} + r_{13}x_{13} + \\ & + r_{14}x_{14} + r_{15}x_{15} + r_{16}x_{16} + r_{17}x_{17} + r_{18}x_{18} + r_{19}x_{19}. \end{aligned}$$

Выражение для среднеквадратичной ошибки принимает вид

$$\Delta = \frac{1}{n} \sum (O - r_0 - r_1 x_1 - r_2 x_2 - \dots - r_{19} x_{19})^2.$$

Желая определить минимум среднеквадратичной ошибки, находим значения частных производных и приравниваем их нулю

$$\frac{\partial \Delta}{\partial r_0} = 0; \quad \frac{\partial \Delta}{\partial r_1} = 0; \quad \frac{\partial \Delta}{\partial r_2} = 0; \quad \dots, \quad \frac{\partial \Delta}{\partial r_{19}} = 0.$$

Эти уравнения являются основными расчетными уравнениями («нормальными уравнениями регрессии»). В развернутом виде получим (черточки над корреляционными коэффициентами обозначают операцию усреднения по всем данным обучающей последовательности):

$$\begin{aligned} r_0 + r_1 \bar{x}_1 + r_2 \bar{x}_2 + \dots + r_{19} x_{19} &= \bar{0}, \\ r_0 \bar{x}_1 + r_1 \bar{x}_1^2 + r_2 \overline{x_1 x_2} + \dots + r_{19} \overline{x_1 x_{19}} &= \overline{0x_1}; \\ r_0 \bar{x}_2 + r_1 \overline{x_1 x_2} + r_2 \bar{x}_2^2 + \dots + r_{19} \overline{x_2 x_{19}} &= \overline{0x_2}, \\ &\vdots \\ r_0 \bar{x}_{19} + r_1 \overline{x_1 x_{19}} + r_2 \overline{x_2 x_{19}} + \dots + r_{19} \bar{x}_{19}^2 &= \overline{0x_{19}}. \end{aligned}$$

Число уравнений для однозначного решения не может быть меньше числа неизвестных. Поэтому минимальная продолжительность обучающей последовательности равна числу членов формулы (4.21).

Самообучение предсказывающей системы по итерационному алгоритму Габора

Д. Габор [236] предложил итерационный алгоритм поиска минимума среднеквадратичной ошибки. Среднеквадратичная ошибка предсказания как функция коэффициентов влияния является многомерным эллиптическим параболоидом, вершина которого и является целью поиска. Поиск минимума ошибки можно выполнить различными методами: методом Гаусса — Зейделя (т. е. поочередным изменением коэффициентов), методом градиента, или наискорейшего спуска, и т. п. Д. Габор применил экстраполяционный метод поиска минимума. Положение минимума вычисляется по трем точкам параболы. Из условия минимума среднеквадратичной ошибки находим оптимальное значение некоторого коэффициента

$$\Delta = a_0 + a_1 r_i + a_2 r_i'^2,$$

$$\frac{d\Delta}{dr_i} = 0 \text{ или } r_{i\text{opt}} = -\frac{1}{2} \frac{a_1}{a_2}.$$

Уравнение параболы для любых трех избранных точек дает три расчетных уравнения:

$$\begin{aligned}\Delta' &= a_0 + a_1 r_i' + a_2 r_i'^2, \\ \Delta'' &= a_0 + a_1 r_i'' + a_2 r_i''^2, \\ \Delta''' &= a_0 + a_1 r_i''' + a_2 r_i'''^2.\end{aligned}$$

Определив отсюда значения коэффициентов a_1 и a_2 , получим искомую экстраполяционную формулу

$$r_{i\text{opt}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta' (r_i'''^2 - r_i''^2) + \Delta'' (r_i'^2 - r_i''^2) + \Delta''' (r_i''^2 - r_i'^2)}{\Delta' (r_i''' - r_i'') + \Delta'' (r_i' - r_i'') + \Delta''' (r_i'' - r_i')}.$$

Далее определение коэффициентов формулы (4.21) сводится к последовательности итераций: а) задавшись произвольными значениями коэффициентов, вычисляем три значения ошибки Δ' , Δ'' и Δ''' для трех значений одного из коэффициентов r_i' , r_i'' и r_i''' . По этим величинам, пользуясь экстраполяционной формулой, находим оптимальное значение коэффициента r_i ; б) приняв это оптимальное значение, повторяем вычисления для следующего коэффициента r_{i+1} и т. д. до тех пор, пока величина среднеквадратичной ошибки не стабилизируется на

каком-то значении. В процессе итераций ошибка должна монотонно уменьшаться. Величина ошибки в конце итерационного процесса является мерой точности предсказания.

Для увеличения быстродействия блоки сравнения 3, квадраторы 4 и интеграторы 5 повторены трижды, поэтому за каждый цикл обучения ошибка определяется для трех значений выбранного параметра r_i ; для $r_i = 0$ и для самых больших положительного и отрицательного значений. На основании этих значений минимизатор 6 автоматически определяет оптимальное значение, на которое должен быть настроен параметр r_i , и величину $\epsilon_{\min}^2$. Блок настройки 7 устанавливает необходимое значение r_i . Затем цикл обучения повторяется. Как правило, при наличии M настраиваемых параметров число циклов обучения, необходимых для достижения $\epsilon_{\min}^2$, составляет величину порядка $M^2/2$. После этого говорят, что система обучилась предсказанию значений данной случайной последовательности.

Другими словами, предсказывающая система, обучившаяся наилучшим (в смысле $\bar{\epsilon}^2 = \min$) образом предсказывать значения тренировочных последовательностей, будет аналогично работать с другими выборками той же стохастической последовательности. Это утверждение основано на следующих допущениях:

1. Рассматриваемые случайные процессы являются эргодическими, т. е. сохраняющими постоянство статистических параметров на каких угодно длинных последовательностях.

2. В процессе обучения система определяет все нужные статистические параметры и воспроизводит их.

Минимизация расширенного оператора предсказания

В работах В. В. Солодовникова и В. Л. Ленского описан интересный метод синтеза предсказывающих фильтров, реализующих расширенный оператор предсказания [175].

Любое слагаемое s -го порядка в операторе предсказания

$$x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_s}$$

можно рассматривать как значение случайного поля, заданного на s -мерном гиперкубе в точке

$$M = (\Delta i_1, \Delta i_2, \dots, \Delta i_s),$$

где Δ — интервал квантования предсказываемого случайного сигнала. Учитывая это представление, задачу синтеза предсказывающей системы можно связать с задачей интегрирования и интерполирования случайных полей. Теоретико-числовые методы интегрирования и интерполирования функций многих переменных, позволяющие существенно упростить квадратурные и интерполяционные формулы, разработаны Н. М. Коробовым.

Рассматривается класс случайных полей H_s^α , удовлетворяющих условию

$$\sqrt{\left(\frac{\partial^n f}{\partial \tau_1^{n_1} \partial \tau_2^{n_2} \dots \partial \tau_s^{n_s}} \right)} \leq C,$$

где $0 \leq n \leq \alpha s$; $0 \leq n_i \leq \alpha$.

Для квадратурной формулы

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \dots \int_0^1 f(\tau_1, \dots, \tau_s) d\tau_1 \dots d\tau_s = \\ & = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\left\{\frac{a_1 k}{n}\right\}, \dots, \left\{\frac{a_s k}{n}\right\}\right) - R, \end{aligned}$$

где $M_k = \left(\left\{\frac{a_1 k}{n}\right\}, \dots, \left\{\frac{a_s k}{n}\right\}\right)$ — узлы теоретико-чис-

ловой сетки; $a_1, \dots, a_s$ — оптимальные коэффициенты, определяемые по методу Н. М. Коробова [96];

$\{p\}$ — символ дробных долей числа p ; R — погрешность квадратурной формулы (случайная величина).

В. Л. Ленским доказана теорема, в соответствии с которой

$$\sqrt{R^2} \leq C \frac{\ln^\gamma n}{n^\alpha}$$

Таким образом, среднеквадратическая ошибка не зависит по порядку от кратности интеграла. Доказывается также, что для квадратурных формул вида

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \dots \int_0^1 f(\tau_1, \dots, \tau_s) d\tau_1 \dots d\tau_s = \\ & = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(\xi_1(k), \dots, \xi_s(k)) - R \end{aligned}$$

при любом размещении узлов $M_k = (\xi_1(k), \dots, \xi_s(k))$ всегда найдется случайное поле, принадлежащее классу H_1^α , для которого

$$\sqrt{\overline{R^2}} > \frac{c}{n^\alpha}.$$

Это означает, что теоретико-числовые квадратурные формулы интегрирования случайных полей оптимальны по порядку. Таким образом, в операторах (4.21) и (4.22) можно ограничиться лишь n компонентами в каждом обобщенном члене.

Если в полном расширенном операторе для каждого обобщенного члена необходимо определять весовые коэффициенты в количестве

$$\sum_{k=1}^m \frac{n(n-1) \cdot \dots \cdot (n+k-1)}{k!},$$

где m — номер обобщенного члена, то при использовании полученных результатов число этих коэффициентов в каждом обобщенном члене равно n , а для всего оператора — mn . Метод В. В. Солодовникова и В. Л. Ленского существенно уменьшает объем вычислений при определении весовых коэффициентов. Например, определение коэффициентов для $n = 10$ и $m = 3$ требует решения системы 285 нормальных уравнений (по методу наименьших квадратов), а при $m = 4$ имеем систему 1000 уравнений.

Метод минимизации снижает количество уравнений соответственно до 30 и 40.

КЛАССИФИЦИРУЮЩИЕ И РАСПОЗНАЮЩИЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРЕДСКАЗАНИЯ

Вероятно, самая интересная идея в развитии кибернетики — это идея создания модели мозга. Одна из таких моделей — перцептрон — синтезирована в виде абстрактной схемы, отражающей деятельность мозга так, как это представляли себе авторы модели. По утверждению Ф. Розенблатта, перцептрон обладает способностью к обучению и самообучению. Название «перцептрон» стали применять и к другим аналогичным системам.

Многочисленные перцептроны, создаваемые различными авторами, могли самостоятельно, без помощи человека, распознавать и классифицировать сигналы по признакам, которые заранее не были заданы.

На рис. 4.3 представлена упрощенная структурная схема системы Перцептрон. Воспринимающий слой (сенсорный) состоит из набора S -элементов. Чувствительный элемент S под действием окружающей среды вырабатывает сигнал, зависящий от внешнего воздействия. Сенсорные элементы связаны с ассоциативными — A -элементами (ассоциативными нейронами). A -элементы реаги-

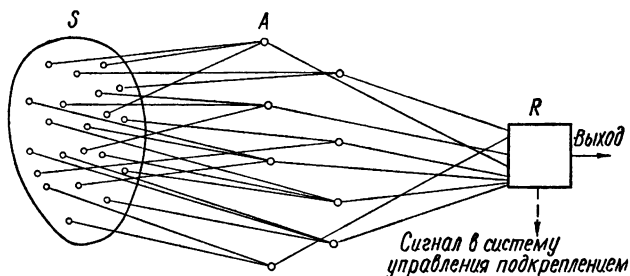


Рис. 4.3. Перцептрон Ф. Розенблатта

руют на совокупность сигналов с выходов S -элементов и вырабатывают в соответствии с этим некоторые выходные сигналы.

Сигналы с A -элементов поступают на входы реагирующих R -элементов, которые своими выходными сигналами воздействуют на окружающую среду.

О. Селфридж предложил модель распознающей системы, названной «пандемониум» [269].

По классификации А. Г. Ивахненко, пандемониум представляет собой кибернетическую систему, обучающуюся с самоулучшением по принципу отрицательной обратной связи. В пандемониуме возможно универсальное обучение. Пандемониум О. Селфриджа и некоторые другие условно-вероятностные системы, например система Аттли, действуют по принципу индуктивного метода, так как они воссоздают входной сигнал по некоторым частным, иногда неполным сведениям об этом сигнале. Обычно обратная связь в индуктивных системах не применяется.

Схема пандемониума представлена на рис. 4.4. Устройство имеет четыре уровня. Датчики $\alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}$ служат для накопления и передачи данных. Это «информационные демоны» (по терминологии О. Селфриджа), которые вырабатывают последовательность признаков. На следующем уровне вычисляющие или вспомога-

тельные датчики выполняют более или менее сложные вычисления по этим данным и передают результаты этих вычислений следующему уровню, т. е. к опознающим датчикам 1, 2, 3..., которые как бы оценивают показания. По терминологии О. Селфриджа, — это «распознающие демоны», каждая группа которых настроена на прием определенного образа. Группы ассоциирующих элементов сравнивают последовательности признаков с полюсами — собирают «подкрепление заданного специфического предположения» и вырабатывают напряжение, пропорциональное сходству этих последовательностей и полюсов.

Каждый опознающий датчик формирует сигналы, из которых датчик наивысшего уровня D , т. е. датчик-вычислитель, принимающий решения, выбирает максимальный сигнал.

Обучение пандемониума О. Селфриджа анализируется как процесс восхождения на гору. Оценкой обучения служит высота, которую можно и нужно довести до максимума путем соответствующих поисков в пространстве $\{\lambda\}$.

Перцептрон называют стохастической системой, так как входные сигналы случайны, и все основные элементы и выходные элементы (датчики, ассоциирующие элементы и выходные элементы) соединены случайно выбранными связями. Если применить детерминированные датчики, настроенные на прием определенных признаков, а элементы системы соединить всеми возможными связями, получим также систему типа перцептрон. Такая система была разработана А. Г. Ивахненко. Схема системы представлена на рис. 4.5.

Существенным отличием рассматриваемой системы является наличие в ней отдельного контура положительной обратной связи и индикатора наибольшего напряжения, указывающего, какая из групп ассоциирующих элементов дает наибольшее напряжение.

Каждому образу отвечает одна группа ассоциирующих элементов. Правильный ответ дает та группа, на

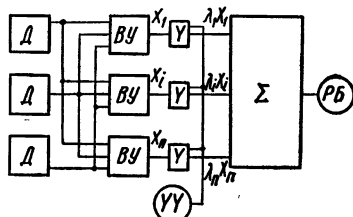


Рис. 4.4. Пандемониум О. Селфриджа:

D — датчик; ВУ — вычислительное устройство; У — усилитель; УУ — управляющее устройство; Σ — сумматор; РБ — решающий блок

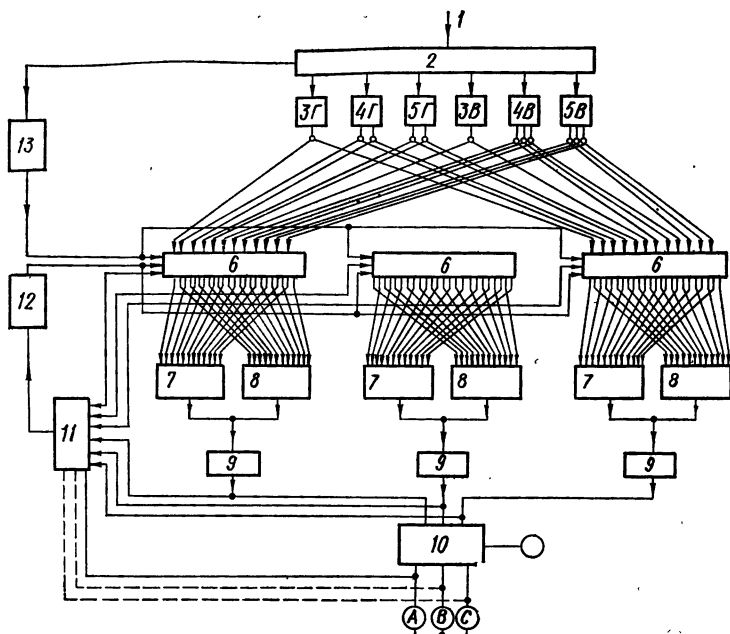


Рис. 4.5. Распознающая система А. Г. Ивахненко:

1 — входной сигнал; 2 — входное устройство; 3—5 — датчики; 6 — группы ассоциирующих ячеек; 7 — прямые усилители; 8 — реверсирующие усилители; 9 — сумматоры; 10 — индикатор большого напряжения; 11 — управление порядком самообучения; 12 — положительная связь самообучения; 13 — разомкнутая связь обучения

выходные которой получается наибольшее напряжение. Указанная система была в дальнейшем улучшена и получила название «Альфа».

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АДАПТИВНЫХ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИХ СИСТЕМ (АПС)

Первой попыткой математического описания АПС было использование стохастических моделей обучаемости Буша и Мостеллера [25]. При абстрактном рассмотрении обучающихся систем обычно не обращают внимание на их физическую природу, хотя основой для построения математических моделей служат эксперименты в самых различных областях: биологические модели Буша и Мостеллера, перцептроны Розенблатта, вероятностные системы Аттли [268], экономические модели Бира [17] и многие другие.

Стохастические модели обучаемости описывают взаимодействие обучающихся систем с внешней средой в зависимости от событий в этой среде и от реакции самих систем.

Однако, в результате исследований выяснилась ограниченность такого подхода. Потребовалось ввести дополнительные допущения о взаимосвязи системы и среды.

Рассмотрим общую постановку задачи.

Определено некоторое конечное множество, иначе поле, событий Y . Каждое из этих событий может произойти при испытании с определенной вероятностью. В простейшем случае — это одно событие, которое может произойти или не произойти при данном испытании. В более общем случае исходное поле является произвольным конечным множеством событий.

Если событие представляет собой получение какого-либо значения случайной величины (например, результат измерения технического параметра), то последовательность событий является случайной функцией одного или нескольких аргументов.

Задача предсказания заключается в оценке возможности наступления одного из возможных событий. Очевидно, это наиболее общая постановка, так как пользуясь понятием сечения случайной функции, значение непрерывной случайной функции или дискретной случайной последовательности можно рассматривать как последовательность событий.

В дальнейшем будем рассматривать задачу предсказания некоторого класса событий из произвольного множества классов возможных событий. При этом всегда будет подразумеваться, что предсказание случайных процессов или последовательностей является частным случаем поставленной задачи.

Большое самостоятельное практическое значение имеет задача предсказания времени наступления событий. Принципиально эта задача не отличается от рассмотренной выше общей постановки, просто в этом случае время рассматривается как случайная функция некоторых аргументов.

Реальные процессы и последовательности представляют собой комбинации полезной информации и разного рода «мешающих параметров» — помех или шумов. Поэтому в общем случае ставится *задача фильтрации и предсказания*.

При известных распределениях полезных сигналов и шумов можно синтезировать оптимальную (в смысле Колмогорова — Винера) предсказывающую систему. Нас не интересует природа предсказывающей системы. Это может быть специализированное техническое устройство, программа, реализуемая с помощью универсальной вычислительной машины, или некоторая биологическая структура.

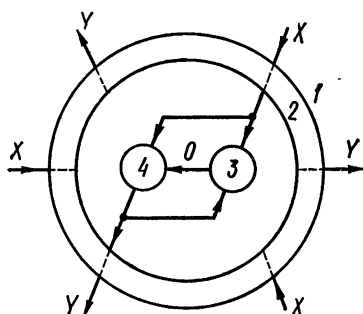


Рис. 4.6. Адаптивная система:

X — воздействия; Y — реакции; 0 — результаты; 1 — окружающая среда; 2 — рецепторно-эффекторный слой (система связи, преобразователи); 3 — блок оценки результата; 4 — система принятия решений с памятью

Полное или частичное отсутствие априорной информации о предсказываемых объектах, как указывалось, требует адаптивного подхода. Под адаптивным понимается процесс, при котором накапливается информация и улучшается качество решения поставленной задачи. Если такой задачей является задача фильтрации и предсказания, соответствующая система или алгоритм называется

адаптивным предсказывающим фильтром (АПФ) или адаптивной предсказывающей системой (АПС).

Обычно адаптивная система рассматривается как система, подверженная определенным входным воздействиям и отвечающая на эти воздействия некоторыми реакциями (рис. 4.6). Вначале зависимость между воздействиями X и реакциями Y не определена. В принципе, любому воздействию может соответствовать любая реакция. В ходе повторяющихся опытов система обучается выбирать ответ, соответствующий данному определенному воздействию. Для такого выбора нужно установить соответствие между множествами входных воздействий $\{x\}$ и реакций $\{y\}$. Соответствие имеется в виду с точки зрения достижения определенной цели. Например, соответствие определенной предыстории и будущих значений процессов. Предполагается, что такое соответствие $\{x\}$ и $\{y\}$ объективно существует, но система его не знает и должна выяснить в процессе работы. Каждый ответ (реакция) системы воздействует на окружающую среду и результат реакции, отраженный в

состоянии окружающей среды, возвращается в систему как сигнал обратной связи. Совокупность результатов реакций образует основу связи «взаимодействие — реакция».

МОДЕЛИ АПС, УЧИТЫВАЮЩИЕ ВНУТРЕННИЕ СОСТОЯНИЯ

Результаты моделирования и исследования стохастических моделей обучаемости класса «воздействие — реакция» свидетельствуют о возможности их применения в качестве предсказывающих систем с накоплением опыта. Однако, с точки зрения моделирования психофизиологических функций живого организма, возможности указанных моделей весьма ограничены.

В соответствии с принципом черного ящика системы переработки информации рассматривались как системы, получающие на входе воздействия и выдающие на выходе некоторые реакции. Если в процессе функционирования соответствие между воздействиями и реакцией улучшается, говорят, что система обучается. К входным воздействиям при этом можно отнести лишь те сигналы, реакции на которые нас интересуют. Однако всегда необходимо учитывать дополнительно влияние окружающей среды на цепь «воздействие — реакция», так как на одни и те же воздействия при различных состояниях среды система может отвечать различными реакциями. Или же при различных состояниях среды на различные воздействия система выдает одни и те же реакции.

Но и такая модель не отражает полностью влияние факторов на пути «воздействие — реакция». При одном и том же состоянии среды, при одних и тех же воздействиях могут быть различные реакции. Это объясняется различным внутренним состоянием системы. Реакция — это не непосредственная функция воздействия. Она обусловлена не только состоянием среды, но и промежуточными факторами, связанными с состоянием системы.

Для более полного представления адаптивной системы необходимо рассматривать схему влияния факторов на пути «воздействие — реакция» с учетом того или иного состояния самой системы. При этом будто бы нарушается принцип черного ящика. В самом деле, и состояния среды, и воздействия, и реакции — все это — вне системы и, хотя бы принципиально, может быть количественно

и качественно оценено. Что же касается самой системы, то ведь мы предполагаем ее «неизвестной», а с другой стороны, — требуем учета ее состояний.

Противоречие может быть снято, если рассматривать внутренние состояния системы как обобщенное отражение комплексов или комбинаций предшествующих состояний среды, воздействий и реакций. Эта предыстория обуславливает определенное состояние системы.

Таким образом, состояние системы, как таковое, не анализируется и не описывается. Анализируется и используется предыстория воздействий, состояний среды и реакций. Интересно в связи со сказанным обратить внимание на исследования психологической школы Д. Н. Узнадзе. Основное место в этих исследованиях занимает понятие «установки» как предрасположенности организма к той или иной реакции¹. Причем результаты по исследованию установки показывают, что она вырабатывается именно как результат определенных последовательностей (предыстории) воздействий и состояний среды.

Исследования адаптивных предсказывающих систем дали результаты, совпадающие с указанными психофизиологическими исследованиями. Это подтверждает гипотезу о соответствии внутреннего состояния адаптивной системы и предыстории воздействий.

$X = \{x\}$ — множество воздействий; $Q = \{q\}$ — множество состояний окружающей среды; $S = \{s\}$ — множество состояний АПС; $Y = \{y\}$ — множество реакций АПС.

Каждому $y \in Y$ можно поставить в соответствие тройку элементов $x \in X$, $q \in Q$, $s \in S$.

Рассмотрим объединение множеств

$$X \cup Q \cup S = G,$$

такое, что

$$X \cap Q \cap S = \emptyset,$$

где $\emptyset$ — пустое множество, т. е. X , Q , S — непересекающиеся. Это соответствует физическому смыслу задачи, поскольку воздействия x , состояния среды q и состояния АПС — s в общем случае физически различные объекты. Элемент $g \in G$ назовем ситуацией.

Таким образом, рассматривается отображение множества ситуаций G в множество реакций Y . При взаимно

¹ Б ж а л а в а И. Т. Психология установки и кибернетика М., 1966.

однозначном соответствии элементов g и y отображение G в Y — $\Gamma_Y(G)$ — является инъективным отображением. Если при этом образ всего множества G в Y совпадает с Y , мы имеем дело с биективным отображением.

Предполагается, что в начальный момент поле ситуаций и поле реакций статистически независимы, т. е. любой ситуации в принципе может соответствовать любая реакция. При этом для любой пары справедливо

$$p(g, y) = p(g) p(y).$$

Таким образом, неопределенность, которая имела в поле (Y, Q) , устраняется по мере накопления опыта (предыстории) о предыдущих воздействиях и состояниях среды. Устранение этой неопределенности ведет к увеличению потока информации между полями X и Y . АПС обучается, так как реакции y обусловлены теперь, во-первых, воздействиями x , во-вторых, состоянием окружающей среды и, в-третьих, — состоянием самой АПС на очередном шаге.

Справедливость этого утверждения доказывает следующая теорема: Если

$$H_{X,Q}(Y) \leq H_X(Y), \quad (4.23)$$

то

$$H_{X,Q,S}(Y) < H_X(Y). \quad (4.24)$$

Для доказательства теоремы воспользуемся следующим постулатом. Неопределенность, содержащаяся в поле реакций Y , обусловленных полем воздействий X , при неизвестном состоянии системы передачи информации больше неопределенности поля Y в том случае, когда состояние системы передачи информации S известно:

$$H_{X,S}(Y) < H_X(Y). \quad (4.25)$$

В теории информации доказано, что

$$H_{X,Q}(Y) \leq H_X(Y). \quad (4.26)$$

В памяти АПС записаны начальные вероятности

$$p(y, q) = p(y) p(q).$$

В процессе работы АПС определяет действительную зависимость. Начальные (субъективные) вероятности приближаются к объективным. Например, если это приближение осуществляется по линейному закону, то начальная вероятность изменяется по формуле

$$p_{y_{n+1}}(q) = \alpha p_{y_n}(q),$$

где α — скорость обучения; $0 \leq \alpha \leq 1$. Достаточно большое количество опытов, зависящих от α , дает возможность ликвидировать количественную неопределенность «реакция — состояние среды».

$$H_Y(Q) = 0$$

и поток информации в АПС об изменениях состояний окружающей среды становится максимальным:

$$T(Y, Q) = H(Q) - H_Y(Q) = H(Q).$$

Раскрытие указанной неопределенности позволяет усиливать или ослаблять те или иные зависимости между воздействиями и реакциями. В этом и заключается процесс адаптации. Кроме установления количественной зависимости $Y - Q$ необходимо определить зависимость между этими полями с точки зрения заданного критерия функционирования АПС, обычно подразумевается критерий качества предсказания. Таким критерием, как правило, служит критерий минимума среднеквадратичной ошибки. Указанная зависимость устанавливается на основании учета предыстории.

Среднее содержание информации, идущей от G к Y , равно

$$T(G, Y) = H(Y) - H_G(Y).$$

Поскольку вначале поля G и Y предполагаются статистически независимыми, можно записать

$$p_g(y) = p(y), \quad H_G(Y) = H(Y)$$

и

$$T(G, Y) = 0.$$

Точно так же для потока информации от Y к G :

$$T(Y, G) = H(G) - H_Y(G) = H(G) - H(G) = 0.$$

Таким образом, вначале потоки информации в АПС отсутствуют. Повторяющиеся опыты служат источником информации из окружающей среды. Реакции АПС, воздействуя на окружающую среду, меняют ее состояние и тем самым меняется ситуация g .

Рассмотрим поле вероятностей суммы $P(Y, Q)$. Вероятностная зависимость между реакциями и состояниями окружающей среды задается матрицей

$$p(Y, Q) = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1r} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{r1} & p_{r2} & & p_{rr} \end{vmatrix},$$

где

$$p_{ki} = p(y_k, q_i).$$

Зависимость «реакция — состояние среды» определяется в процессе работы. Вначале АПС не знает этой зависимости и оба поля Y и Q рассматриваются как статистически независимые.

С учетом постулата (4.25) из (4.26) немедленно следует справедливость теоремы (4.23; 4.24).

Из (4.24) следует, что в АПС имеет место увеличение потоков информации между полями X и Y :

$$T_{Q,S}(X, Y) = H(Y) - H_{X,Q,S}(Y) > T(X, Y). \quad (4.27)$$

СИНТЕЗ АПС

Итак, адаптивная предсказывающая система подвержена воздействиям окружающей среды. Эти воздействия совместно с внутренними состояниями АПС формируют реакцию — значение предсказываемой последовательности или процесса. Ситуация — это вся совокупность причин, определяющих реакцию АПС. Ситуация $g \in G$ объединяет характеристики состояния внешней среды, состояния АПС и предысторию поведения АПС и окружающей среды.

Множество значений, которые могут быть предсказаны, обозначим Y^* с элементами $y^* \in Y^*$. Элементам $g \in G$ соответствуют элементы $y^* \in Y^*$. Так что АПС осуществляет отображение $\Gamma_Y(G)$.

Единственным путем оценки правильности предсказания является сравнение полученных предсказаний с действительными событиями. Вводится в рассмотрение множество действительных событий Y с элементами $y \in Y$. В пределе, идеальным было бы такое положение, при котором каждое предсказанное значение совпадало бы с действительным

$$Y \cap Y^* = Y. \quad (4.28)$$

Тогда при сравнении мы не получаем никакой информации. Для (4.28) справедливо

$$H(Y^*) - H(Y) = 0, \text{ или } I(Y) - I(Y^*) = 0. \quad (4.29)$$

Для абсолютного несовпадения предсказанных событий с действительными справедливо

$$Y \cap Y^* = \emptyset, \quad (4.30)$$

где $\emptyset$ — пустое множество. Тогда

$$T(Y, Y^*) = I(Y) - I(Y)^* = \max. \quad (4.31)$$

Задачу улучшения качества предсказания можно ассоциировать с максимально возможным совмещением Y и Y^* , т. е. уменьшением потока информации (рис. 4.7)

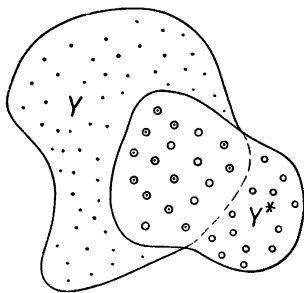


Рис. 4.7. Совмещение полей действительных Y и предсказанных Y^* реакций

$$T(Y, Y^*) \rightarrow \min. \quad (4.32)$$

Для правильного решения задачи предсказания должно быть установлено соответствие между G и Y^* такое, которое удовлетворяет (4.27). Предполагается, что такое соотношение существует, но априорно неизвестно и устанавливается в процессе решения. Поскольку множества предсказываемых событий рассматриваются как дискретные последовательности и АПС функционируют в дискретном времени, введенные множества рассматриваются как кортежи

$$G_{t_k} = \{g_k\}, \quad Y_{t_k} = \{y_k\}, \quad Y_{t_k}^* = \{y_k^*\}.$$

Применение оператора отображения к G_{t_k}

$$Y_{t_k}^* = R_{t_k} G_{t_k} \quad (4.33)$$

дает значения $Y_{t_k}^*$. Задача синтеза АПС заключается в отыскании такого R_{t_k} , который удовлетворяет критерию

$$\Phi_{t_k} = M_T \{ \Phi [(Y, Y^*)_{t_k}, \Delta t] \} \rightarrow \min \quad (4.34)$$

при увеличении T .

АЛГОРИТМЫ АДАПТАЦИИ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИХ СИСТЕМ

Существуют различные формы представления алгоритмов при решении задач адаптивными методами.

Для оптимизации R применимы два принципиально различных класса методов: регулярные и стохастические. Все рассматриваемые методы и алгоритмы адаптации являются рекуррентными (шаговыми). Оптимальный

вектор R отыскивается с помощью последовательных приближений

$$R_{N+1} = R - \Lambda_N \Delta \Phi(R_N), \quad (4.35)$$

где N — номер шага; $\Lambda_N = \|\lambda_{ij}\|_N$ — матрица, определяющая величины шагов по различным компонентам r^i .

Кроме (4.35) (рекуррентная форма) алгоритмы можно представить двумя другими эквивалентными формами. Учитывая обозначение первой разности

$$\Delta R_N = R_{N+1} - R_N, \quad (4.36)$$

получим разностную форму алгоритмов:

$$\Delta R_N = \Lambda_N \Delta \Phi(R_N). \quad (4.37)$$

Суммируя (4.37), получим алгоритмы в виде суммарного уравнения:

$$R_{N+1} = R_0 - \sum_{k=1}^N \Lambda_k \Delta \Phi(R_{k-1}). \quad (4.38)$$

Так как во всех случаях очередной $N + 1$ -й шаг производится от предыдущего значения R на величину ΔR_N , удобнее представлять алгоритм в разностной форме, виде (4.37). Эта форма к тому же и наиболее компактна с точки зрения записи.

Регулярные методы

Основными регулярными методами оптимизации являются: метод слепого поиска (сканирования), метод Гаусса — Зейделя (поочередного изменения параметров) и группа регулярных градиентных методов. Первые два метода характеризуются большим объемом вычислений, длительностью времени оптимизации. Результаты существенно зависят от выбора системы координат. Эффективность этих методов резко снижается при увеличении размерности оптимизируемой системы и при наличии ограничений.

Более эффективными являются регулярные градиентные методы.

1. *Метод градиента.* Алгоритм оптимизации R по методу градиента имеет вид

$$\Delta R_N = -\Lambda \text{grad } \Phi(R_N). \quad (4.39)$$

В записи по компонентам имеем

$$r_{N+1}^i = r_N^i - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial r^i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (4.40)$$

Значение $\lambda > 0$ определяет размер рабочего шага. При $\lambda = \text{const}$

$$|\Delta r_{N+1}| = \lambda |\text{grad } \Phi_N|, \quad (4.41)$$

т. е. величина модуля рабочего шага не постоянна, а пропорциональна модулю градиента. При выборе $\lambda = \beta / |\text{grad } \Phi_N|$ модуль остается постоянным для любого рабочего шага. Обычно λ выбирается на основании априорных данных о форме поверхности функции качества. В случае АПС параметр λ — тоже адаптивный, он может изменяться по мере накопления информации в процессе адаптации системы.

2. *Метод наискорейшего спуска.* Это развитие метода градиента. Идея состоит в том, что при уменьшении функции качества после рабочего шага, делается очередной рабочий шаг в том же направлении. Направление градиента определяется заново только в том случае, когда после очередного рабочего шага значение функции качества увеличилось по сравнению с предыдущим. Алгоритм метода имеет вид

$$\Delta R_N = \begin{cases} \Delta R_{N-1}, & \Phi_N < \Phi_{N-1}, \\ -\Lambda \text{grad } \Phi(R_N), & \Phi_N \geq \Phi_{N-1}. \end{cases} \quad (4.42)$$

3. *Реверсивный метод наискорейшего спуска.* В предлагаемом методе при неудачном шаге градиент вычисляется не в последней точке, соответствующей увеличению функции качества. Производится шаг в обратном направлении, а затем уже вычисляется Φ . Этот метод оказывается наиболее эффективным в тех случаях, когда время изменения вероятностных характеристик предсказываемой последовательности соизмеримо со временем процесса адаптации (нестационарные процессы). Алгоритм имеет вид

$$\Delta R_N = \begin{cases} \Delta R_{N-1} & \Phi_N < \Phi_{N-1}, \\ -\Delta R_{N-1} - \Lambda \text{grad } \Phi(R_N), & \Phi_N \geq \Phi_{N-1}. \end{cases} \quad (4.43)$$

Стохастические методы

А. АЛГОРИТМЫ БЕЗ НАКОПЛЕНИЯ

1. *Реверсивный алгоритм (с возвратом при неудачном шаге).* В пространстве R делается случайный шаг. Вычисляется значение Φ . Если $\Phi_N \geq \Phi_{N-1}$, проба считается

неудачной. Делается шаг в обратном направлении, после чего — снова шаг в случайном направлении. Если же $\Phi_N < \Phi_{N-1}$, шаг считается рабочим, и следующий случайный шаг делается уже из состояния R_{N+1} :

$$\Delta R_N = \begin{cases} \lambda \Xi, & \Phi_N < \Phi_{N-1}, \\ -\Delta R_{N-1}, & \Phi_N \geq \Phi_{N-1}, \end{cases} \quad (4.44)$$

где Ξ — случайный вектор с равномерно распределенными компонентами. Рассмотренный алгоритм исключает рабочие шаги в неудачном направлении.

2. *Пересчетный алгоритм.* Разностная форма алгоритма имеет вид

$$\Delta R_N = \begin{cases} \lambda \Xi, & \Phi_N < \Phi_{N-1}, \\ -\Delta R_{N-1} + \lambda \Xi, & \Phi_N \geq \Phi_{N-1}. \end{cases} \quad (4.45)$$

Как видно, он отличается от предыдущего тем, что после неудачной пробы система не делает обратного шага. Производится снова случайный шаг, но от старого состояния, полученного путем пересчета. Таким образом, функция качества после «обратного шага» не высчитывается, что существенно снижает потери на оптимизацию.

3. *Экстраполяционный алгоритм.* После неудачного случайного шага делается двойной шаг в противоположном направлении без промежуточного вычисления значения функции качества. Функция качества экстраполируется исходя из предположения о её линейности. Алгоритм записывается в виде:

$$\Delta R_N = \begin{cases} \lambda \Xi, & \Phi_N < \Phi_{N-1}, \\ -2\Delta R_{N-1}, & \Phi_N \geq \Phi_{N-1}. \end{cases} \quad (4.46)$$

В компонентах имеем:

$$\Delta r_N^i = \begin{cases} \lambda \xi_i, & \Phi_N < \Phi_{N-1}, \\ -2\Delta r_{N-1}^i, & \Phi_N \geq \Phi_{N-1}. \end{cases} \quad (4.47)$$

Б. АЛГОРИТМЫ С НАКОПЛЕНИЕМ

4. *Алгоритм наилучшей пробы.* Из исходного состояния R_N в пространстве параметров делается m независимых проб $\Xi_1, \Xi_2, \dots, \Xi_m$. Вычисляются соответствующие значения функции качества и рабочий шаг делается в направлении пробы, приведшей к наибольшему снижению

функции качества

$$\Delta R_N = \lambda \Xi^*, \quad (4.48)$$

где Ξ^* — случайный вектор, соответствующий наилучшей пробе.

5. *Алгоритм статистического градиента.* Из исходного состояния R_N производятся m случайных независимых проб $\Xi_1, \Xi_2, \dots, \Xi_m$ и вычисляются соответствующие приращения функции качества

$$\Delta\Phi_i = \Phi(R + \Xi_i) - \Phi(R).$$

Векторная сумма

$$f = \sum_{i=1}^m \Xi_i \Delta\Phi_i \quad (4.49)$$

в пределе, при $m \rightarrow \infty$ совпадает с направлением градиента функции качества. Математическое ожидание $M[f]$ по всем возможным реализациям проб также совпадает с направлением градиента. Следовательно, направление вектора f при конечном значении m представляет собой статистическую оценку градиентного направления. Направление рабочего шага выбирается в соответствии с этой оценкой:

$$\Delta R = - \frac{df}{|f|}. \quad (4.50)$$

В компонентах алгоритм может быть записан в виде

$$\Delta r_N^j = - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial r^j},$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial r^j} \approx \frac{1}{2\xi^j} [\Phi(r^1, r^2, \dots, r^j + \xi^j, r^n) - \\ - \Phi(r^1, r^2, \dots, r^j - \xi^j, \dots, r^n)], \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial r^j} \approx \frac{1}{\xi^j} [\Phi(r^1, r^2, \dots, r^j + \xi^j, \dots, r^n) - \\ - \Phi(r^1, r^2, \dots, r^j, \dots, r^n)]. \end{aligned}$$

Таким образом, решение о направлении шага можно принимать при любом $m < n$.

6. *Статистический наискорейший спуск.* Предлагается алгоритм, при котором для $\Phi_N < \Phi_{N-1}$ значение

статистического градиента не вычисляется, а делается следующий шаг в направлении предыдущего:

$$\Delta R_N = \begin{cases} \Delta R_{N-1}, & \Phi_N < \Phi_{N-1}, \\ -\Lambda \operatorname{grad}_c \Phi(R_N), & \Phi_N \geq \Phi_{N-1}, \end{cases} \quad (4.51)$$

где

$$\operatorname{grad}_c \Phi(R_N) = \sum_{i=1}^m \Xi_i \Delta \Phi_i.$$

7. Стохастическая аппроксимация. Эта группа алгоритмов основана на итеративной оценке статистических параметров распознаваемых совокупностей или предсказываемых последовательностей. Методы и алгоритмы стохастической аппроксимации развиты в работах Уидроу, Ходжеса, Кисенбери и Джессамана, Фу. Основные приложения этих алгоритмов — задачи классификации, в основном распознавания. В последнее время были развиты динамические методы стохастической аппроксимации (Дупач, Дворецкий, Зайченко и Павлов, Чен и Фу). Для АПС наиболее целесообразными являются алгоритмы динамической стохастической аппроксимации, позволяющие решать задачу обучения в нестационарных средах.

Предлагается двушаговый алгоритм стохастической аппроксимации последовательности векторов R :

$$\begin{aligned} R_N^* &= (1 + N^{-1}) R_N + O(N^M), \\ R_{N+1}^* &= R_N^* + \gamma_N (R_N - R_N^*), \end{aligned} \quad (4.52)$$

где γ_N — последовательность положительных чисел, удовлетворяющих условию

$$\begin{aligned} \lim \gamma_N &= 0, \quad \sum_{N=1}^{\infty} \gamma_N = \infty, \\ \sum_{N=1}^{\infty} \gamma_N^2 &< \infty, \end{aligned} \quad (4.53)$$

R — значение вектора весовых коэффициентов на N -м шаге.

Этот метод позволяет решать задачу обучения АПС при медленно меняющейся (по линейному или нелинейному закону) последовательности векторов весовых коэффициентов.

8. Метод группового учета аргументов. При решении задачи распознавания системы предъявляются призна-

ки распознаваемого объекта. Система определяет, к какому классу отнести данный объект. Здесь осуществляется идея классификации по подобию признаков.

В настоящее время, претерпев значительную эволюцию, этот подход обобщен в методе группового учета аргументов (МГУА), созданном А. Г. Ивахненко.

Методы адаптации требуют более или менее длительного времени обучения. Метод Гаусса часто затруднен из-за большой размерности матрицы и ее слабой обусловленности. МГУА позволяет учесть практически любое число аргументов (воздействий или признаков) небольшими группами, например попарно. Метод состоит в рекуррентном повторении решения элементарной системы нормальных уравнений с матрицей не более 6×6 элементов. Например, при десяти аргументах ($x_1, x_2, \dots, x_{10}$) вместо матрицы $2.10^5 \times 2.10^5$ элементов требуется девять раз решить элементарную систему. Общий вид уравнений по МГУА имеет вид:

$$y_2 = r_{02} + \sum_{i=1}^k r_{i2} x_i + \sum_{i=1}^k r_{k+i,2} x_i^k + r_{2k+1,2} \prod_{i=k+1}^{2k} x_i,$$

.....

$$y = r_0 + \sum_{i=1}^k r_i y_i + \sum_{i=1}^k r_{k+i} y_i^k + r_{2k+1} \prod_{i=1}^k y_i. \quad (4.54)$$

Задача решается при помощи нескольких ступеней отбора полезных признаков по коэффициентам взаимной корреляции, которые должны быть больше оптимальной величины порога, как в любой распознающей системе.

А. Г. Ивахненко и его учениками в настоящее время ведется большая работа по строгому обоснованию МГУА. Разработаны различные подходы к оптимизации порогов, ранжировке аргументов.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ

А. С ОБУЧЕНИЕМ НА ИЗВЕСТНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

1. Заданная исходная последовательность длины T делится на обучающую O и контрольную (экзаменационную) $\mathcal{E}$ (рис. 4.8). Для возможности сравнения все исследования алгоритмов проведены на одном и том же исходном материале. Предсказывались будущие значения импульсной последовательности со случайно изменяющимися частотой и амплитудой.

2. Значения исходной последовательности выражаются в информационных единицах

$$h_i = -p(x_i) \log p(x_i),$$

где $p(x_i)$ вычисляется как частота i -го значения X в обучающей последовательности.

3. Оператор предсказания берется в классе дискретных расширенных операторов

$$\begin{aligned} h^* = & \sum_{i=1}^n r^i h_i + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n r^{i_1 i_2} h_{i_1} h_{i_2} + \\ & + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \sum_{i_3=1}^n r^{i_1 i_2 i_3} h_{i_1} h_{i_2} h_{i_3} + \dots \end{aligned}$$

4. Размерность вектора оптимизируемых параметров R равна

$$n + \frac{1}{2!} n(n-1) + \frac{1}{3} n(n-1)(n-2) + \dots,$$

где n — количество значений предыстории.

5. Функция качества определяется в виде

$$\Phi(R) = \sum_{i=n+1}^O (h_i(R) - h_i^*(R))^2.$$

6. Адаптация предсказывающей системы производится всеми рассмотренными алгоритмами по обучающей последовательности O .

7. После определения $R_{\text{орт}}$ производится «экзамен» АПС на экзаменационной последовательности $\mathcal{E}$. Резуль-

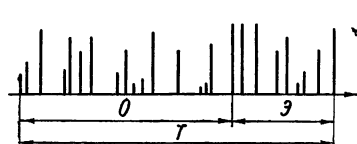


Рис. 4.8. Обучающая и экзаменационная последовательности

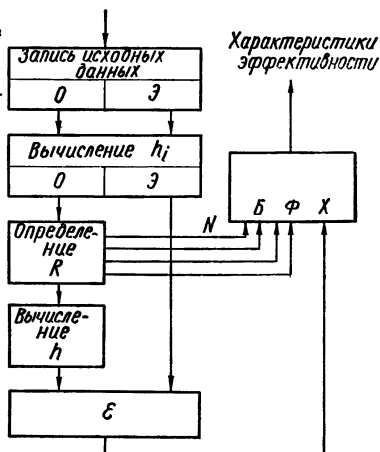


Рис. 4.9. Алгоритм исследования АПС

тат оценивается в % правильных предсказаний с точки зрения заданной точности совпадения действительных и предсказанных значений.

Б. С ОБУЧЕНИЕМ ПО МЕРЕ ПОСТУПЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Здесь могут быть два случая. Если имеется некоторая исходная последовательность O , по которой можно провести начальное обучение, то выполняются пункты 1—6. После чего:

8. Вычисляется $O + 1$ -е предсказанное значение.

9. С приходом последующего ($O + 1$ -го) действительного значения вновь производятся операции, начиная с п. 2.

Если же начальная априорная информация о предсказываемой последовательности отсутствует, АПС начинается с п. 9. Структурная схема процесса исследования АПС приведена на рис. 4.9.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ АДАПТАЦИИ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИХ СИСТЕМ

Принятые для сравнения АПС характеристики можно разделить на два класса: локальные, или удельные, и обобщенные (по Л. А. Растригину).

Первые определяют эффективность алгоритма на одном этапе, т. е. когда осуществляется однократный процесс сбора информации и принятия решения — один рабочий шаг. Вторые определяют эффективность алгоритма в целом, эффективность всего процесса адаптации.

А. УДЕЛЬНЫЕ (ХАРАКТЕРИСТИКИ ШАГА)

1. Удельные потери адаптации. Эта характеристика определяет среднюю скорость адаптации, т. е. быстродействие алгоритма на одном шаге. Численно шаговые потери выражаются отношением затрат по адаптации на одном шаге к полученному эффекту.

Затраты на адаптацию определяются числом проб, количеством вычислений или временем вычислений на этапе. Эффект характеризуется изменением функции качества. Удельные потери равны

$$L_i = \frac{M(N_i)}{|M(\delta_i)|}, \quad (4.55)$$

где N_i — число проб (количество вычислений) на i -м этапе, δ_i — относительное изменение функции качества на i -м этапе.

Можно оценивать алгоритм и по обратной величине

$$\lambda_i = \frac{1}{L_i}, \quad (4.56)$$

которая равна смещению в направлении градиента за одну пробу и называется средним смещением. При сопоставлении различных алгоритмов адаптации по этой характеристике лучшим следует считать алгоритм с меньшим L_i .

2. Вероятность появления ошибочного рабочего шага. Это такой рабочий шаг, в результате которого значение функции качества изменилось в худшую сторону. Например,

$$P = p[\Phi(R) < \Phi(R + \Delta R)], \quad (4.57)$$

где R — вектор исходного состояния системы, ΔR — вектор рабочего шага. Предполагается, что ошибочное решение ΔR может быть принято, например, в результате воздействия случайной помехи, которая не позволяет

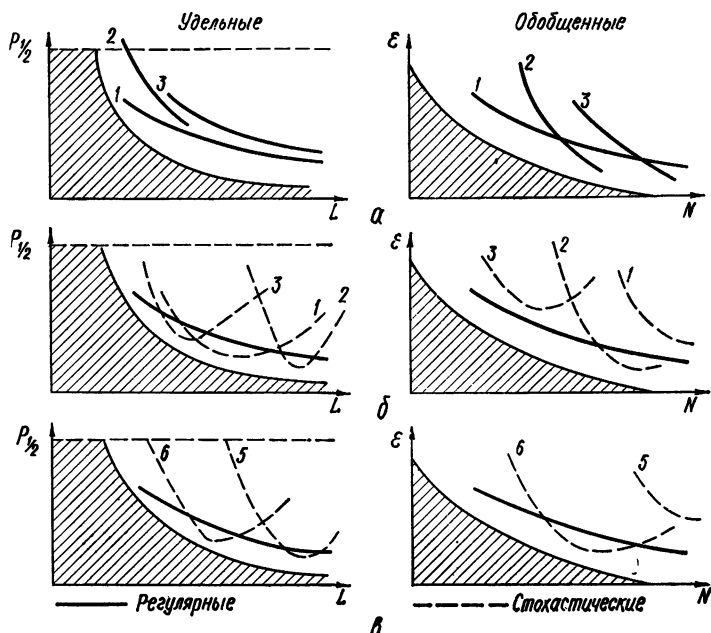


Рис. 4.10. Характеристики алгоритмов адаптации предсказывающих систем

точно определить значение функции качества в процессе адаптации.

Приведенная характеристика имеет важное практическое значение для оценки алгоритмов адаптации применительно к реальным системам, когда в режиме нормального функционирования ошибочные шаги приводят к значительному ущербу. При сопоставлении алгоритмов по этому критерию наилучшим следует считать тот, у которого вероятность ошибки P минимальна.

Сопоставление алгоритмов удобно производить в плоскости L, P , где каждому алгоритму соответствует определенная точка (рис. 4.10). Обратное утверждение неверно. Существует целая зона, точки которой не соответствуют никаким алгоритмам [151]. Граничная линия

соответствует алгоритмам с экстремальными свойствами по объему памяти, простоте реализации и другим показателям.

Рассмотренные удельные характеристики взаимно противоречивы. Уменьшение вероятности ошибки обычно требует увеличения потерь на оптимизацию и, наоборот, уменьшение потерь на адаптацию ведет к увеличению вероятности ошибки.

Таким образом, выбор алгоритма адаптации по удельным характеристикам представляет собой компромиссную задачу. Сформулировать ее можно двояко:

1. При прочих равных найти алгоритм адаптации с минимальными удельными потерями при заданном верхнем уровне вероятности ошибки

$$L = \min |P \leq P_{\text{det}}.$$

2. При прочих равных найти алгоритм адаптации с минимальной вероятностью ошибки при заданном верхнем уровне удельных потерь

$$P = \min |L \leq L_{\text{det}}.$$

Более общая задача может стоять следующим образом: найти алгоритм адаптации, обеспечивающий минимум удельных потерь для минимально возможной вероятности ошибки (при прочих равных) для данной ситуации

$$L = \min |P_{\text{min}}.$$

Для оптимальных значений «прочих» характеристик этот алгоритм будет соответствовать граничной линии зоны существования алгоритмов. Важным направлением дальнейших исследований является комбинирование различных алгоритмов в плоскости L, P для получения наилучшего процесса адаптации (приближение линии алгоритма к границе зоны существования). Для сравнения исследованных алгоритмов по локальным характеристикам результаты приведены на графике рис. 4.10, а.

Б. ОБОБЩЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

1 Число шагов, необходимое для решения задачи с заданной точностью. Точность оценивается ошибкой

$$\varepsilon = |\Phi(R_N) - \Phi_{\text{opt}}|, \quad (4.58)$$

где R_N — решение задачи, полученное после N шагов, Φ_{opt} — значение функции качества при точном решении. Предполагается, что точное решение R_{opt} — единственно, т. е. соответствует одной точке в пространстве оптимизируемых параметров $\{R^i\}$.

Величина ε — случайная с плотностью распределения $p(\varepsilon)$. При этом

$$p(0) = 0 \text{ и } M|\varepsilon| = \int_0^{\infty} \varepsilon p(\varepsilon) d\varepsilon = \varepsilon$$

— среднее значение ошибки решения задачи адаптации на базе N шагов.

В качестве лучшего следует выбирать тот алгоритм, который обеспечивает решение при наименьшем числе шагов и средней точности не меньше заданной

$$N_{\varepsilon} = \min_{\varepsilon \leq \varepsilon_{\text{det}}}$$

Это требование чаще всего встречается при решении математических задач, где обычно требуется заданная точность.

2. Адаптация в реальных системах автоматического управления обычно опирается на критерий минимальной ошибки решения при заданном числе шагов N , определяющих фактические затраты на оптимизацию

$$\varepsilon = \min_{N \leq N_{\text{det}}}$$

Сравнение различных алгоритмов, как и в случае локальных характеристик, удобно проводить в плоскости двух критериев. В данном случае это плоскость N, ε . И в этом случае существует целая зона (N, ε) , в которой не содержится никаких алгоритмов. На границе зоны сосредоточены алгоритмы с экстремальными характеристиками. Для сравнения по обобщенным характеристикам исследуемые алгоритмы приведены на графиках рис. 4. 10, б.

Для того чтобы иметь возможность сравнивать эффективность различных алгоритмов АПС по рассмотренным критериям, в процессе исследования кроме собственно результатов (предсказанных значений) в блоке фиксации характеристик (БФХ) запоминаются следующие характеристики алгоритмов (рис. 4.9):

1. Номер рабочего шага N ;
2. Количество проб (объем вычислений) на данном рабочем шаге;

3. Значения коэффициентов R_N ;
4. Значения функции качества $\Phi(R_N)$;
5. Приращение функции качества за рабочий шаг

$$\Phi(R_N) - \Phi(R_{N-1});$$
6. Ошибка $\varepsilon = |\Phi(R_N) - \Phi(R_{opt})|$;
7. Количество ошибочных рабочих шагов, приведших к ухудшению Φ .

Проблема латентной памяти в АПС

В соответствии с рассмотренной теорией в адаптивных системах в различных их участках и на различных этапах происходят «раскрытия неопределенностей», «установления зависимостей», например установление соответствий «вход — выход», «выход — состояние окружающей среды» и т. д. Этот опыт фиксируется в системе, запоминается в ней и служит основой для последующих решений.

Однако опыт, извлеченный из взаимодействия АПС с окружающей средой на очередном этапе обучения, может не понадобиться на следующем этапе. И вообще потребность в его использовании может не возникнуть в течение неопределенного времени. Относительно функционирования «живых» адаптивных систем в таких случаях говорят о «забывании» информации. Но при этом под забыванием следует понимать не полную утрату без возможности восстановления (вспоминания), а переход в *латентную* память. При возникновении определенной ситуации (внешних условий, ассоциаций, стимулов) эта информация вновь может быть использована как предыстория для предсказания и основа для принятия *решений*. В. Пенфилд, в частности, показал, что накопленная информация может быть вызвана в сферу сознания даже при искусственных воздействиях. Г. Франк делит память на кратковременную и «подсознательную». В первой запоминается информация, находящаяся в обработке в данный момент. Во второй длительно хранится информация, соответствующая определенным навыкам.

С учетом психофизиологической точки зрения на явления забывания и вспоминания при накоплении и использовании опыта целесообразно ввести понятие латентной памяти применительно к математическим и техническим

моделям конструируемых структур, и в частности при синтезе АПС.

Структурно АПС может быть представлена совокупностью слоев элементов, выполняющих определенные функции. Между элементами внутри слоев и между слоями происходит обмен информацией (рис. 4.11).

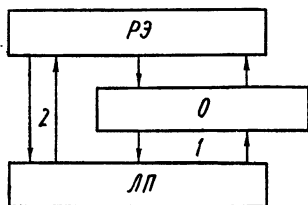


Рис. 4.11. Адаптивная система с латентной памятью

Первый (внешний) слой состоит из рецепторных и эффекторных (РЭ) элементов, непосредственно связанных с окружающей средой.

Второй слой — обучающаяся часть (О), включающая внешнюю память. О-слой обменивается информацией с

РЭ-слоем. В О-слое моделируются процессы, аналогичные процессам в «сфере сознания». Очевидно, эти два слоя полностью охватывают существующие модели адаптивных систем, в том числе и рассмотренную выше. Введем еще один слой — латентную память (ЛП). С течением времени в нее «перетекает» информация, поступающая через внешний слой. Следующее предложение заключается в том, что латентная память связывается с РЭ-слоем двояко. Из О-слоя в ЛП переходят результаты переработки информации (канал 1). А кроме того, результаты взаимодействия АПС с внешней средой и информация о внешних условиях могут непосредственно поступать в ЛП, минуя О-слой (канал 2). Этот канал функционально моделирует подсознательное восприятие и запоминание информации.

«Вспоминание», т. е. обратный переход информации из ЛП в О-слой зависит от множества факторов. Это повторяющиеся ситуации, яркость ассоциации, время, прошедшее со времени приобретения соответствующей информации, и многие другие отдельные стимулы и их комбинации. Психофизиологически эти факторы пока что характеризуются чисто качественно, в большинстве случаев — описательно.

При построении модели мы рассматриваем количественные зависимости в потоках информации между ЛП и другими слоями АПС.

Характер изменения во времени потока информации к (от) латентной памяти будем называть законом забывания (вспоминания).

Напряженностью латентной памяти будем называть количественный показатель, характеризующий готовность перехода информации из ЛП в О-слой.

Изменение напряженности латентной памяти может осуществляться, в частности, по каналу 2. Наличие такого канала обсуждается Б. И. Хачапуридзе и в исследованиях по внесенсорному формированию.

Обмен информацией между РЭ-, О-слоями и ЛП можно представить моделью, в которой рассматриваются:

1. Скалярное поле количества информации

$$I(r, t) = I(x_1, x_2, x_3, t),$$

где r — радиус-вектор точки поля с составляющими x_1, x_2, x_3 . Скалярное поле количественно характеризует объем информации в АПС.

2. Векторное поле потоков информации

$$A(r, t) = A(x_1, x_2, x_3, t).$$

3. Тензорное поле (второго ранга) напряженности памяти

$$D_{ik}(r, t) = D_{ik}(x_1, x_2, x_3, t).$$

Количество информации само по себе не определяет возможности перехода из ЛП в О-слой. Совокупность внешних стимулов изменяет напряженность ЛП. При достижении тензором $D_{ik}(r, t)$ критического значения в определенных точках или областях информация переходит из латентной памяти в О-слой.

На рис. 4.12 и 4.13 показаны результаты, полученные при решении задач с помощью АПС. Рис. 4.12 показывает сходимость процесса обучения в задаче предсказания дыхательных импульсов при изменении глубины наркоза.

На рис. 4.13 отражен процесс сходимости обучения при предсказании букв и слогов в словах. Как видно из приведенных кривых, обучение в АПС с латентной памятью качественно отличается от обучения в системах без таковой. Первоначально сходимость обучения в АПС с ЛП значительно хуже. Это легко объясняется тем, что забывание, т. е. переход информации в ЛП, начинается сразу же с начала функционирования системы. Зато с течением времени растущая напряженность ЛП приводит к своеобразному «взрыву» правильных ответов системы, накопившей опыт. Приведенные кривые получены при линейном законе забывания. Аналогичные по характеру

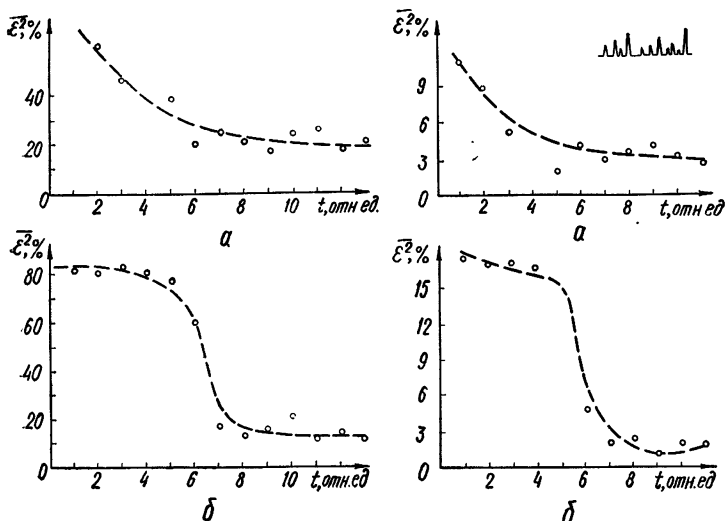


Рис. 4.12. Сходимость обучения АПС при предсказании случайного импульсного сигнала:

a — без латентной памяти; b — с латентной памятью

Рис. 4.13. Сходимость обучения АПС при предсказании букв и слогов: a — без латентной памяти; b — с латентной памятью

результаты получены при экспоненциальном законе и законе Джоста.

В последующих главах изложены конкретные результаты, полученные при практическом использовании методов и алгоритмов предсказания в различных сферах производства, в технике и научных исследованиях. Здесь изложены и результаты в аналитическом виде, и исследования моделей предсказывающих систем на ЦВМ, и специализированные разработки.

АДАПТИВНЫЕ КОМБИНИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ ПРЕДСКАЗАНИЯ (АКОМП)

Комбинированный метод предсказания, сочетающий нелинейный расширенный оператор с линейными представляющими векторами, впервые был предложен для предсказания нестационарностей второго типа (по В. С. Пугачеву) вида

$$X(t) = \Psi(t) + Z(t). \quad (4.59)$$

В общем виде задача может быть сформулирована для предсказания случайных полей-функций p переменных.

В дискретном представлении некоторая функция $X(t_1, t_2, \dots, t_p)$ задана M реализациями $\{x_i(t_1, t_2, \dots, t_p)\}$ $i = 1, 2, \dots, M$. Каждая i -я реализация задана $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_p$ дискретными значениями

$$\{x_{iel}\} \quad e = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, p.$$

Известны также значения

$$\{x_{ilj}\}_{l=1}^{M+l} \quad l = 1, 2, \dots; \quad l = 1, 2, \dots, k < n; \\ j = 1, 2, \dots, s < p.$$

Требуется определить значения $M + r$ -й реализации

$$\{x_{M+r, l_j}\}.$$

Для наглядности воспользуемся двумерным представлением. Без потери общности значения исследуемого поля можно интерпретировать матрицей

$$x_{ij} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} & x_{1,k+1} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} & x_{2,k+1} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{M1} & x_{M2} & \dots & x_{Mk} & x_{M,k+1} & \dots & x_{Mn} \\ \hline x_{M+1,1} & x_{M+1,2} & \dots & x_{M+1,k} & x_{M+1,k+1} & \dots & x_{M+1,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{M+l,1} & x_{M+l,2} & \dots & x_{M+l,k} & x_{M+l,k+1} & \dots & x_{M+l,n} \end{vmatrix} \quad (4.60)$$

Пунктирной линией ограничены элементы матрицы, представляющие собой неизвестные значения различных реализаций.

Из этой постановки со всей очевидностью вытекает ряд частных случаев задачи, которые можно разделить на два класса.

Интерполяционные задачи

По известным $\{x_{ij}\}$ $i = 1, 2, \dots, M, M + l$; $j = 1, 2, \dots, k$ определить $\{x_{ij}\}$ $i = M + 1, \dots, M + l - 1$; $j = 1, 2, \dots, n$.

Экстраполяционные задачи

1) По известным $\{x_{ij}\} i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, n$ определить $\{x_{ij}\} i = M + 1, M + 2, \dots; j = 1, 2, \dots, n$;

2) По известным $\{x_{M+l, j}\} j = 1, 2, \dots, k$ определить $\{x_{M+l, j}\} j = k + 1, \dots, n$.

Без потери общности можно положить $l = 1$.

Значение $x_{M+1, k+1}$ может быть вычислено «по горизонтали» (предсказание по строке) — в качестве предыстории используется $\{x_{M+1, j}\} j = 1, 2, \dots, k$ — и «по вертикали» (предсказание по столбцу) — в качестве предыстории используются $\{x_{i, k+1}\} i = 1, 2, \dots, M$.

Очевидно, будущие значения $x_{M+1, k+1}^*$, вычисленные по строке и по столбцу, отличны друг от друга. Основное предложение комбинированных методов заключается во взаимном уточнении предсказанных значений.

Любое $\{x_{M+1, j}\} j = 1, 2, \dots, k$ так же, как и при $j = k$, может быть вычислено по столбцу. Но известно соответствующее действительное значение. Поэтому процесс предсказания может быть уточнен за счет учета качества совпадения действительного

$$\{x_{M+1, j}\} \quad j = 1, 2, \dots, k$$

и предсказанных значений. Это уточнение используется при предсказании последующих значений ($j > k$).

Линейные комбинированные методы

1. *Метод линейных представляющих векторов.* Предсказываемую реализацию (вектор-строку) x_{M+1}^* запишем в виде

$$x_{M+1}^* = \sum_{S=1}^S C_S F_S, \quad (4.61)$$

где F — представляющие векторы. Требуется отыскать такие F и весовые коэффициенты C_S , чтобы вектор x_{M+1}^* с компонентами $x_{M+1, j}^*$ наилучшим образом, в смысле некоторого критерия, приближался к x_{M+1} для $j \in (k, n)$. В простейшем случае F можно определить линейным оператором Колмогорова

$$F_{Si} = \sum_{i=1}^M x_{Si} r_i, \quad (4.62)$$

т. е. представляющие векторы вычисляются как предсказанные значения «по вертикали». Окончательно имеем

$$x_{M+l}^* = \sum_{i=1}^M \sum_{s=1}^S C_{si} r_i x_{si}. \quad (4.63)$$

В (4.63) коэффициенты находятся из условий удовлетворения наперед заданному критерию, например, минимуму с. к. о.

2. *Линейно-ортогональные.* В (4.61) представляющие векторы вычисляются путем представления вектор-столбца последовательности $\{x_{ij}\}$ $i = 1, 2, \dots, M$ разложением по ортогональным полиномам. Например, для Чебышевского разложения получим (4.63) в виде

$$x_{M+l}^* = \sum_{i=1}^M \sum_{s=1}^S C_{si} a_i T_i^{(q)}, \quad (4.64)$$

где $T_i^{(q)}$ — значения полиномов Чебышева q -го порядка; a_i — коэффициенты, определяемые из условий минимума интегральной квадратичной ошибки с весовой функцией $\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$.

3. *Линейные полигармонические.* В (4.61) представляющие векторы определяют с использованием идеи о полигармонических предсказывающих фильтрах.

Дальнейшие работы позволили существенно расширить класс комбинированных методов предсказания, основанных на нелинейном представлении предыстории и представляющих векторов.

Нелинейные комбинированные методы

Предысторию можно сколь угодно точно представить нелинейными разложениями вида

$$\begin{aligned} O[X(t)] = & \int_0^n C(\tau) F(t - \tau) d\tau + \\ & + \int_0^n \int_0^n C(\tau_1 \tau_2) F(t - \tau_1) F(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \\ & + \int_0^n \int_0^n \int_0^n C(\tau_1 \tau_2 \tau_3) F(t - \tau_1) F(t - \tau_2) \times \\ & \times F(t - \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots \end{aligned} \quad (4.65)$$

(Обобщенный ряд Вольтерра);

$$O[X(t)] = \sum_{i=1}^n C_i F_i + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n C_{i_1 i_2} F_{i_1} F_{i_2} + \\ + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \sum_{i_3=1}^n C_{i_1 i_2 i_3} F_{i_1} F_{i_2} F_{i_3} + \dots \quad (4.66)$$

(расширенный оператор предсказания);

$$O[X(t)] = F_t + \frac{dF_t}{dt} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{d^2 F_t}{dt^2} \Delta t^2 + \dots + \\ + \frac{1}{n!} \frac{d^n F_t}{dt^n} \Delta t^n + R_n \quad (4.67)$$

(разложение в ряд Тейлора) и т. п.

В (4.65), (4.66), (4.67) F — представляющие векторы, которые могут быть вычислены линейными или нелинейными представлениями. В качестве линейных представляющих векторов можно использовать ортогональные полиномы, линейный оператор Колмогорова, гармонические составляющие.

Нелинейные представляющие векторы формируют более сложные комбинированные операторы.

Рассмотрим некоторые нелинейные комбинированные методы.

1. *Нелинейно ортогональные.* Если представляющий вектор вычисляется как линейный оператор Колмогорова

$$F = \sum_{m=1}^M r_m x_m, \quad (4.68)$$

то для (4.66) имеем

$$x_{M+1}^* = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^M C_i r_{mi} x_{mi} + \\ + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M C_{i_1 i_2} r_{m_1 i_1} r_{m_2 i_2} x_{m_1 i_1} x_{m_2 i_2} + \\ + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \sum_{i_3=1}^n \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \sum_{m_3=1}^M C_{i_1 i_2 i_3} r_{m_1 i_1} r_{m_2 i_2} r_{m_3 i_3} x_{m_1 i_1} x_{m_2 i_2} x_{m_3 i_3}. \quad (4.69)$$

При вычислении F в виде ортогональных разложений, например, по Эрмиту, получим

$$x_{M+1}^* = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K C_i a_{ki} H_{ki} +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \sum_{k_1=1}^K \sum_{k_2=1}^K C_{i_1 i_2} a_{k_1 i_1} a_{k_2 i_2} H_{k_1 i_1} H_{k_2 i_2} + \\
& + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \sum_{i_3=1}^n \sum_{k_1=1}^K \sum_{k_2=1}^K \sum_{k_3=1}^K C_{i_1 i_2 i_3} a_{k_1 i_1} a_{k_2 i_2} a_{k_3 i_3} \times \\
& \times H_{k_1 i_1} H_{k_2 i_2} H_{k_3 i_3} + \dots
\end{aligned} \quad (4.70)$$

2. *Обобщенный расширенный оператор.* При определении F по (4.66) имеем

$$F_i = \sum_{m=1}^M r_{mi} x_{mi} + \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M r_{m_1 m_2} x_{m_1 i} x_{m_2 i} + \dots \quad (4.71)$$

Подставляя (4.71) в (4.66), получим

$$\begin{aligned}
x_{M+1}^* = & \sum_{i=1}^n C_i \left(\sum_{m=1}^M r_{mi} x_{mi} + \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M r_{m_1 m_2} x_{m_1 i} x_{m_2 i} + \dots \right) + \\
& + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n C_{i_1 i_2} \left(\sum_{m=1}^M r_{mi} x_{mi} + \right. \\
& + \left. \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M r_{m_1 m_2} x_{m_1 i_1} x_{m_2 i_2} + \dots \right) \times \\
& \times \left(\sum_{m=1}^M r_{mi} x_{mi} + \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M r_{m_1 m_2} x_{m_1 i_1} x_{m_2 i_2} + \dots \right). \quad (4.72)
\end{aligned}$$

3. *Обобщенный метод последовательной обработки.* Используя (4.67), можно получить соответственно (4.69)

$$\begin{aligned}
x_{M+1}^* = & \sum_{m=1}^M r_m x_m + \frac{d \left(\sum_{m=1}^M r_m x_m \right)}{dt} \Delta t + \\
& + \frac{1}{2!} \frac{d^2 \left(\sum_{m=1}^M r_m x_m \right)}{dt^2} \Delta t^2 + \dots + \\
& + \frac{1}{n!} \frac{d^n \left(\sum_{m=1}^M r_m x_m \right)}{dt^n} \Delta t^n + R_n,
\end{aligned} \quad (4.73)$$

соответственно (4.70)

$$x_{M+1}^* = \sum_{k=1}^K x_k H_k + \frac{d \left(\sum_{k=1}^K a_k H_k \right)}{dt} \Delta t +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2!} \frac{d^2 \left(\sum_{k=1}^K a_k H_k \right)}{dt^2} \Delta t^2 + \dots + \\
& + \frac{1}{n!} \frac{d^n \left(\sum_{k=1}^K a_k H_k \right)}{dt^n} \Delta t^n + R_n, \quad (4.74)
\end{aligned}$$

а соответственно (4.72)

$$\begin{aligned}
x_{M+1}^* &= \sum_{m=1}^M r_m x_m + \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M r_{m_1 m_2} x_{m_1} x_{m_2} + \dots + \\
& + \frac{d(\Sigma + \Sigma\Sigma + \dots)}{dt} \Delta t + \frac{1}{2!} \frac{d^2(\Sigma + \Sigma\Sigma + \dots)}{dt^2} \Delta t^2 + \dots \\
& \dots + \frac{1}{n!} \frac{d^n(\Sigma + \Sigma\Sigma + \dots)}{dt^n} \Delta t^n + R_n. \quad (4.75)
\end{aligned}$$

4. Комбинированный обобщенный метод, использующий расширенный оператор и последовательную обработку. Если F вычислять из (4.66), то (4.67) представляется в виде

$$\begin{aligned}
x_{M+1}^* &= \sum_{m=1}^M r_m x_m + \sum \sum \dots + \dots + \frac{d(\Sigma + \Sigma\Sigma + \dots)}{dt} \Delta t + \\
& + \frac{1}{2!} \frac{d^2(\Sigma + \Sigma\Sigma + \dots)}{dt^2} \Delta t^2 + \dots + \\
& + \frac{1}{n!} \frac{d^n(\Sigma + \Sigma\Sigma + \dots)}{dt^n} \Delta t^n + R_n. \quad (4.76)
\end{aligned}$$

Наоборот, определяя F из (4.67), получим (4.66) в виде

$$\begin{aligned}
x_{M+1}^* &= \sum_{i=1}^n C_i \left(x_{ti} + \frac{dx_{ti}}{dt} \Delta t + \frac{1}{2!} \frac{d^2 x_{ti}}{dt^2} \Delta t^2 + \dots \right) + \\
& + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n C_{i_1} C_{i_2} \left(x_{ti_1} + \frac{dx_{ti_1}}{dt} \Delta t + \frac{1}{2!} \frac{d^2 x_{ti_1}}{dt^2} \Delta t^2 + \dots \right) \times \\
& \times \left(x_{ti_2} + \frac{dx_{ti_2}}{dt} \Delta t + \frac{1}{2!} \frac{d^2 x_{ti_2}}{dt^2} \Delta t^2 + \dots \right) + \dots \quad (4.77)
\end{aligned}$$

5. Комбинированные полигармонические. Вычисляя F методами гармонического анализа соответственно (4.66) и (4.67), получим

$$x_{M+L}^* = \sum_{i=1}^n C_i \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^L a_{li} \cos lt + \sum_{l=1}^L b_{li} \sin lt \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^n \sum_{i_2=1}^n C_{i,i_2} \left(\frac{a_{0i_1}}{2} + \sum_{l=1}^L a_{li_1} \cos lt + \sum_{l=1}^L b_{li_1} \sin lt \right) \times \\
& \times \left(\frac{a_{0i_2}}{2} + \sum_{l=1}^L a_{li_2} \cos lt + \sum_{l=1}^L b_{li_2} \sin lt \right) + \dots \quad (4.78)
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
x_{M+1}^* &= \frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^L a_l \cos lt + \sum_{l=1}^L b_l \sin lt + \\
& + \frac{d \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^L a_l \cos lt + \sum_{l=1}^L b_l \sin lt \right)}{dt} \Delta t + \\
& + \frac{1}{2!} \frac{d^2 \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^L a_l \cos lt + \sum_{l=1}^L b_l \sin lt \right)}{dt^2} \Delta t^2 + \dots + \\
& + \frac{1}{n!} \frac{d^n \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^L a_l \cos lt + \sum_{l=1}^L b_l \sin lt \right)}{dt^n} \Delta t^n + R_n. \quad (4.79)
\end{aligned}$$

Для описанных методов синтезированы цифровые модели соответствующих предсказывающих систем. Наибольший интерес представляют исследования, позволяющие дать сравнительную оценку различных предсказывающих систем по точности, быстродействию, сходимости процессов адаптации, объему вычислений, сложности аппаратурной реализации.

РЕАЛИЗАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ И АДАПТИВНЫХ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИХ СИСТЕМ

Дальнейшее повышение качества автоматического управления основано на использовании новейших достижений теории, методов и алгоритмов оптимизации процессов. Важные результаты в этом направлении достигаются в связи с применением методов и алгоритмов предсказания в научных исследованиях, технике, различных отраслях промышленности. Значительный эффект может быть получен при использовании методов и устройств предсказания в больших автоматизированных системах управления (АСУ) и системах управления инерционными объектами.

Рассмотрим ряд конкретных приложений алгоритмов для предсказания измерений параметров промышленных установок и в других технических и научных задачах.

ПРЕДСКАЗЫВАЮЩАЯ СИСТЕМА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКОЙ ДАННЫХ

Цифровое моделирование

Предсказывающая система, реализующая оператор (2.36), должна выполнять следующие операции:

1. Вычисление экспоненциально сглаженных величин требуемых порядков в соответствии с (2.38).

2. Определение членов оператора $x(t)$, $\frac{dx(t)}{dt}$, $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$, ... в соответствии с (2.39) — (2.41).

3. Суммирование членов ряда (2.36).

Алгоритм работы предсказывающей системы запишем в виде

$$\downarrow^4 T \downarrow^1 S_\alpha \uparrow^1 \downarrow^2 D_\beta \uparrow^2 \Sigma \uparrow^3 O \downarrow^3 \omega \uparrow^4,$$

где T — оператор выдачи значений точек предистории (сдвиги по предсказываемой последовательности);

S — оператор вычисления экспоненциально сглаженных величин; α — логическое условие, выполненное при получении S_i ; D — оператор вычисления членов второго, третьего и т. д. порядков; β — логическое условие, выполненное при получении члена оператора высшего порядка; Σ — оператор суммирования членов ряда (2.36); γ — логическое условие, выполненное при окончании цикла упреждения; O — останов; ω — тождественно ложное условие.

Кроме собственно реализации алгоритма предсказания программа предусматривает работу в режиме с переменным коэффициентом α . Качество предсказания оценивается по величине среднеквадратичной ошибки при различных значениях α . Как будет показано далее, коэффициент α зависит от статистических характеристик предсказываемой последовательности и для различных реальных процессов может принимать различные значения.

Программа позволяет в процессе работы с исходными данными исследуемого процесса выбирать оптимальное значение α , при котором получается наилучшее качество предсказания (в смысле $\bar{\epsilon}_{\min}^2$). Таким образом, цифровая модель предсказывающего фильтра может работать в режиме обучения, а после определения $\alpha_{\text{опт}}$ включаться в общую программу решения задачи управления.

Предсказание изменений качества продукции

В качестве примера рассматривается предсказание показателя качества продукции химического реактора.

Зададимся значением $\alpha = 0,1$. Интервал предсказания, равный 30 мин, примем за единицу. Предсказание будем осуществлять по 2, 3, 4 и 5 точкам предыстории.

Для $K = 2$

$$\text{при } t = -2 \quad S_{-1}(x) = 182; \quad S_{-2}^2(x) = 182;$$

$$\text{при } t = -1 \quad S_{-1}(x) = 0,1 \cdot 182 + 0,9 \cdot 182 = 182;$$

$$S_{-2}(x) = 0,1 \cdot 182 + 0,9 \cdot 182 = 182.$$

Используем два члена ряда (2.36)

$$x_{-1} = 2S_{-1}(x) - S_{-1}^2(x) = 2 \cdot 182 - 182 = 182;$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\alpha}{1-\alpha} [S_{-1}(x) - S_{-1}^2(x)] = 0;$$

$$x_0 = x_{-1} + \frac{dx}{dt} \Delta t = 182.$$

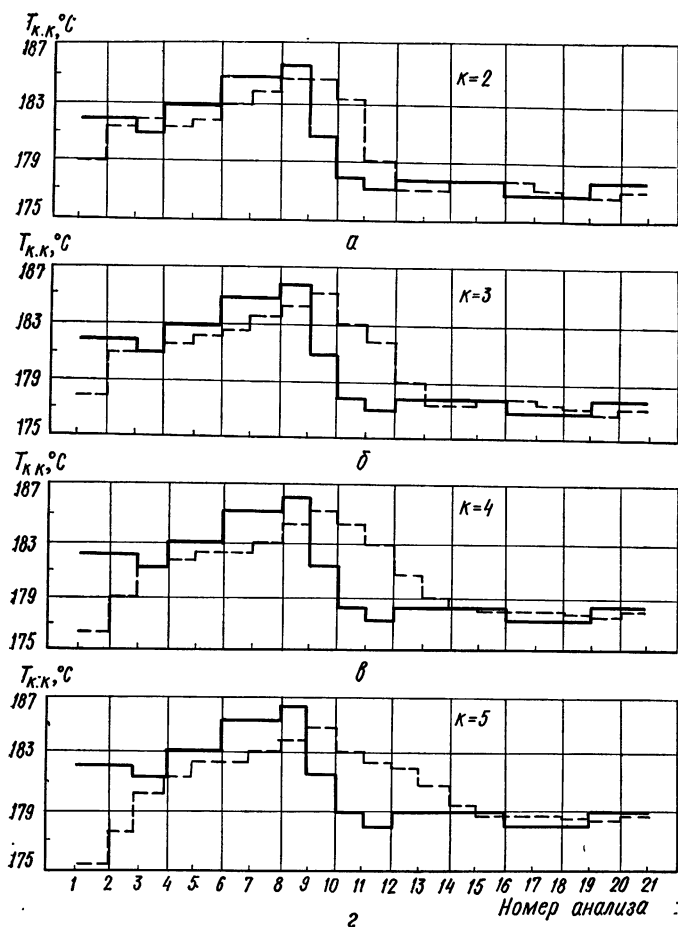


Рис. 5.1. Предсказание показателя качества продукта

Для $K = 3$,

$$\text{при } t = -3 \quad S_{-3}(x) = 182; \quad S_{-3}^2(x) = 182;$$

$$\text{при } t = -2 \quad S_{-2}(x) = 0,1 \cdot 182 + 0,9 \cdot 182 = 182;$$

$$S_{-2}^2(x) = 0,1 \cdot 182 + 0,9 \cdot 182 = 182;$$

$$\text{при } t = -1 \quad S_{-1}(x) = 0,1 \cdot 181 + 0,9 \cdot 182 = 181,9;$$

$$S_{-1}^2(x) = 0,1 \cdot 181,9 + 0,9 \cdot 182 = 181,99.$$

Таблица 5.1

Действительные значения	Предсказанные значения			
	$K = 2$	$K = 3$	$K = 4$	$K = 5$
178	181	185	183,2	181,8
177	178	185,1	183,4	183,4
178	177	185,4	185,1	183,7
178	178	180,7	184,7	184,7
178	178	177,9	184,6	183,9
177	178	178	178	180
177	177	178	178	177,3
178	178	177,9	178	178
178	178	177	177,9	177,9
180	178	177	177,8	177,8
180	180	177,1	177	177,7
179	180	177,9	177,1	177,1
177	179	178,2	177,2	177,2
173	177	178	178,2	177,5
174	173	179,9	178,4	178,4
171	174	178,8	179,9	178,5
173	171	176,6	179,6	179,6
171	173	173,1	178,1	178,8

Используя два члена ряда (2.36), получим:

$$x_{-1} = 2S_{-1}(x) - S_{-1}^2(x) = 182,$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\alpha}{1-\alpha} [S_{-1}(x) - S_{-1}^2(x)] = 0,01,$$

$$x_0 = x_{-1} + \frac{dx}{dt} \Delta t = 181,99$$

и т. д.

Результаты решения задачи на универсальной цифровой вычислительной машине приведены в табл. 5.1. На рис. 5.1 представлены графики изменения действительных и предсказанных значений для различного числа точек предыстории ($K = 2, 3, 4, 5$).

Исследование предсказывающей системы

Сформулируем основные задачи исследования предсказывающей системы.

1. Исследование влияния длины предыстории K на качество предсказания.

2. Исследование зависимости качества предсказания от параметра α .

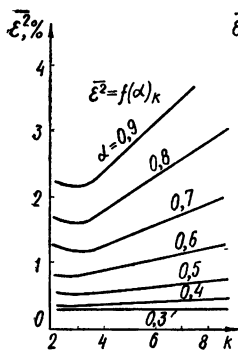


Рис. 5.2. Зависимость $\bar{\varepsilon}^2$ от длины предыстории

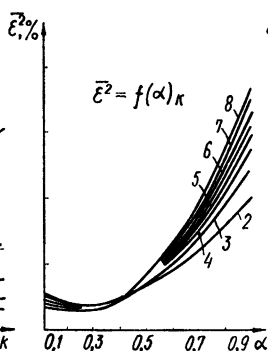


Рис. 5.3. Зависимость $\bar{\varepsilon}^2 = f(\alpha)$

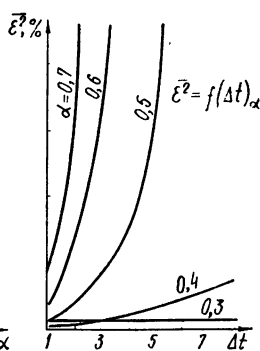


Рис. 5.4. Зависимость точности от времени упреждения

3. Исследование зависимости качества предсказания от времени упреждения.

4. Исследование временных параметров предсказывающей системы.

На рис. 5.2 приведен график, отражающий изменение среднеквадратичной ошибки предсказания от количества точек K , участвующих в вычислении экспоненциально сглаженных значений и производных. Зависимость $\bar{\varepsilon}^2 = f(K)$ имеет минимум при $K = 3$ (для $\alpha \geq \alpha_{\text{opt}}$). Для $K > K_{\text{opt}}$ ошибка возрастает с ростом K .

Аналогичные исследования, проведенные при предсказании показателей качества других нефтепродуктов, подтвердили вывод о том, что для предсказания подобных процессов следует выбирать $K = 3$. Этот вывод справедлив только для принятого быстрогодействия автоматического анализатора качества.

На рис. 5.3 видно, что для исследуемых процессов существует некоторое определенное значение $\alpha = \alpha_{\text{opt}}$, при котором ошибка предсказания минимальна. В каждом конкретном случае величина α_{opt} характеризуется статистикой процесса. Для процессов, отражающих изменения η данного продукта, величина α_{opt} лежит в пределах 0,2 ... 0,4.

На рис. 5.4 приведены графики зависимости качества предсказания от величины времени упреждения $\bar{\varepsilon}^2 = f(\Delta t)$. Предыдущие исследования проводились при $\Delta t = 1$, т. е. при предсказании $(k + 1)$ -го значения по k

предыдущим. Ошибка определялась как средняя по множеству предсказанных таким образом значений.

При исследовании $\bar{\varepsilon}^2 = f(\Delta t)$ по K известным значениям определялось $(k + 1)$ -е, а $(k + 2)$ -е значение вычислялось с учетом $(k + 1)$ -го предсказанного значения, а не действительного.

Из рис. 5.4 видно, что среднеквадратичная ошибка предсказания резко возрастает с увеличением Δt . Однако при $\alpha = \alpha_{\text{opt}}$ эта ошибка минимальна.

Объем вычислений, а следовательно, и время реализации описываемого алгоритма, зависят только от количества точек предыстории, участвующих в вычислении экспоненциально сглаженных значений и производных. Поскольку время цикла вычисления экспоненциально сглаженных величин постоянно, зависимость $t_{\text{предсказ}} = f(K)$ — линейна.

Таким образом, результаты этих исследований позволяют выбрать наилучшим образом параметры предсказывающей системы.

В связи с изменением внешних условий и параметров регулируемых процессов возможно переключение предсказывающих систем из режима предсказания в режим обучения. Наибольший эффект при этом можно получить, если использовать в качестве управляющей вычислительную машину, работающую по мультипрограммному принципу. Подобная машина позволяет реализовать одновременно несколько независимых программ и в нашем случае дает возможность осуществлять управление с предсказывающей системой в качестве параллельного корректора

ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ В ЗАДАЧАХ ПРЕДСКАЗАНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЦЕФАЛОГРАММ

Многие комплексные исследования живых организмов включают регистрацию биотоков коры головного мозга в различных его участках. Полученные при этом кривые записей изменений биотоков (электроэнцефалограммы, ЭЭГ) играют важную роль в решении диагностических задач.

В последнее время анализу электроэнцефалограмм уделяется много внимания. Изучаются их временные

характеристики, определяются авто- и взаимные корреляционные функции с тем, чтобы установить взаимосвязь между различными состояниями нервной системы на различных стадиях протекания заболеваний. Производится спектральный анализ электроэнцефалограмм как с помощью спектральных анализаторов, так и с применением ЦВМ.

Мы заинтересовались ЭЭГ как объектом для предсказания. Поскольку ЭЭГ отражают функциональное состояние организма, решение задачи предсказания изменений ЭЭГ позволит решить задачу предсказания изменений в течении болезни. А это позволит своевременно вмешиваться в курс лечения и прогнозировать результаты различных вмешательств.

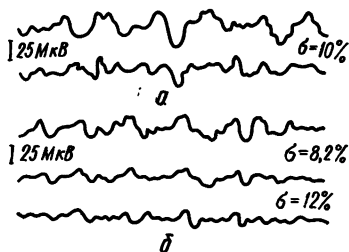


Рис. 5.5. Предсказание ЭЭГ

ЭЭГ представляют собой явно выраженные полигармонические сигналы, в которых в различных сочетаниях, в зависимости от состояния организма, встречаются те или иные гармонические составляющие (α -ритм, β -ритм, θ -ритм и т. д.).

Для решения задачи предсказания ЭЭГ были использованы цифровые модели полигармонических предсказывающих фильтров двух типов: без выделения непериодической составляющей (рис. 2.3) и с экстраполяцией непериодической составляющей (рис. 2.4). Моделирование производилось на ЦВМ. В качестве иллюстрации на рис. 5.5, а приведены действительная (вверху) и предсказанная ЭЭГ по схеме рис. 2.3. На рис. 5.5, б верхняя кривая — действительная ЭЭГ, нижняя — предсказанная по схеме на рис. 2.3, средняя — предсказанная с экстраполяцией непериодической составляющей (рис. 2.4).

В описанном примере выделение скрытых периодичностей осуществлялось корреляционным методом и производилась экстраполяция непериодической составляющей по первой производной (два члена ряда (2.36)).

Использование и исследование полигармонических предсказывающих фильтров — важный самостоятельный раздел теории и техники предсказаний. Развитие

работ в этом направлении даст существенный эффект в задачах предсказания процессов с периодическими составляющими.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПРОГНОЗ МЕТОДОМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Предсказание потребления электроэнергии требуется для того, чтобы заранее упорядочить работу электростанций и заблаговременно обеспечить безаварийную работу сетей электроснабжения.

Для предсказания кривые ежедневного изменения нагрузки нужно разделить на части, соответствующие периодам в несколько часов. Эти периоды включают интервал $T_0 < t \leq T$ и непосредственно предшествующий отрезок $0 \leq t \leq T_0$.

Нагрузка зависит от метеорологических условий, потребления энергии предприятиями, радио, телевидением и т. д. Причем наибольшее влияние оказывают метеорологические условия. Нагрузку x_{mn} в m -й части дня n -й момент можно представить в виде

$$x_{mn} = \alpha_n + f_1(T_m) \beta_n + f_2(L_m) \gamma_n + f_3(W_m) \delta_n + \dots$$

В этом выражении $f_1(T_m)$, $f_2(L_m)$, $f_3(W_m)$ — соответственно обозначены функции температуры T_m , интенсивности света L_m , скорости ветра W_m . Величина α_n — основная нагрузка. Коэффициенты β_n , γ_n , δ_n , ... учитывают изменяющееся со временем влияние параметров погоды. Каждый вектор нагрузки линейно зависит от векторов α , β , γ , δ , ... Если нагрузка представлена K членами в виде комбинации ее характеристических составляющих, то x_{mn} записывается в виде

$$x_{mn} = \sum_{k=1}^K C_{mk} \Phi_{kn}.$$

Ошибка разложения не изменится, если вектор составляющих заменить линейно независимыми комбинациями.

Поскольку вектор минимизирует ошибку разложения, k -мерное многообразие, образованное векторами составляющих и их линейными комбинациями, дает по сравнению с другими k -мерными многообразиями минимальную ошибку. α , β , γ , δ в уравнении можно рассматривать как векторы, принадлежащие многообразию векторов со-

ставляющих. Таким образом, составляющие описывают основные тенденции нагрузки при средних для периода регистрации условий погоды. Весовые коэффициенты C_{mk} зависят от метеорологических параметров, относящихся к m -й доле дня.

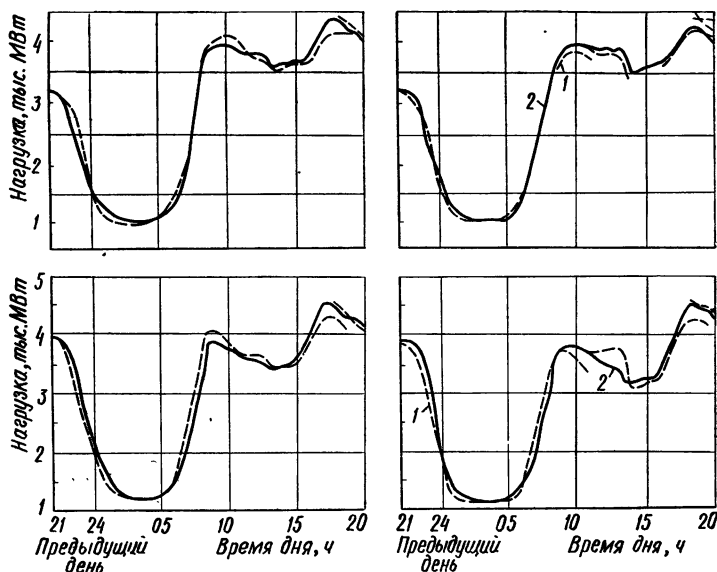


Рис. 5.6. Предсказание нагрузки энергосистемы:
1 — прогноз; 2 — действительные значения

На рис. 5.6 приведены кривые действительной и предсказанной нагрузок для четырех дней. Нагрузка предсказывалась на интервал в 8 ч в большом районе с максимальным потреблением 5000 мВт. Характеристические составляющие вычислялись по данным за 20 предшествующих дней. Каждая из предсказанных кривых была вычислена за полчаса до ее начала.

Результаты, полученные для утреннего пика, хорошо согласуются с предсказанием, выполненным центром управления с использованием метеорологических данных.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПРОГНОЗ КОМБИНИРОВАННЫМ МЕТОДОМ

В качестве примера применения комбинированного метода предсказания нестационарных случайных процессов рассмотрим задачу предсказания изменений нагрузки

энергосистемы. Эти изменения находят свое отражение в суточных графиках. Для удобства применения метода функции изменения нагрузки во времени представляются в виде дискретной последовательности значений. Шаг дискретности во времени примем таким же, каким обычно пользуются в энергосистемах, — 1 ч.

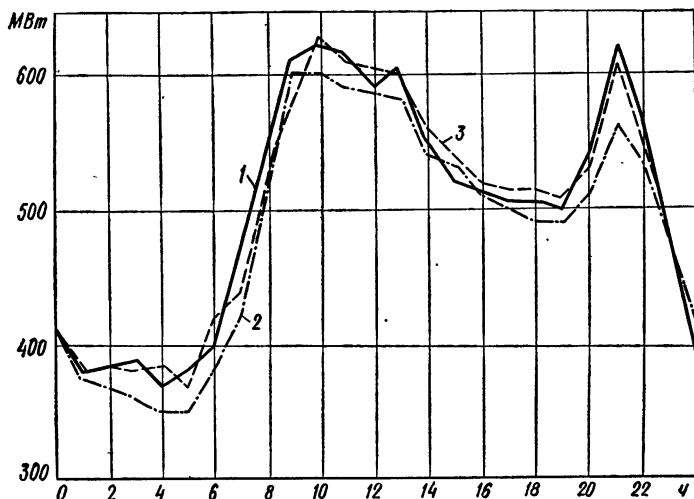


Рис. 5.7. Предсказание нагрузки энергосистемы — действительные значения; — — — прогноз по существующей методике; — — — прогноз комбинированным методом

Пусть требуется предсказать изменения нагрузки в какой-либо определенный день недели, например в субботу. В качестве предыстории используем суточные графики изменения нагрузки за соответствующие дни недели в прошлом, т. е. за несколько прошедших суббот. По данным графиков, составляющих предысторию, пользуясь (3.64), отыщем значения $c_k F_k$. Далее, используя (3.66) и (3.65), получим предсказанные значения интересующего нас суточного графика.

Для рабочих дней комбинированный метод позволяет получить предсказание со среднеквадратическим отклонением в пиках $\sigma = \sqrt{\bar{\varepsilon}^2} = 6 - 8$.

На рис. 5.7 приведен график изменения нагрузки. Предсказанные значения, полученные с помощью описанного метода, нанесены на график вместе с действительными значениями. На этом же графике отмечены значения, полученные при прогнозировании в соответствии с действующей в настоящее время методикой.

ПРЕДСКАЗАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНО ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ЧАСТОТОЙ И АМПЛИТУДОЙ

Во многих практических задачах приходится иметь дело с процессами, представленными последовательностью импульсов переменной частоты и амплитуды (в импульсных системах измерения и автоматического регулирования, в системах измерений и регистрации некоторых

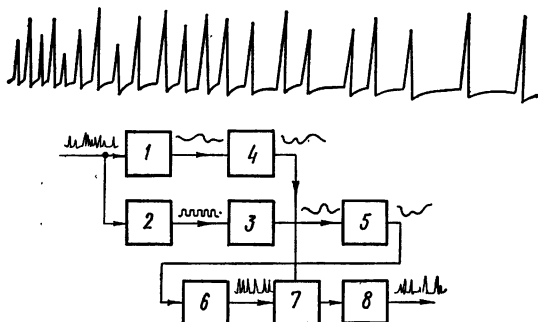


Рис. 5.8. Предсказание импульсных сигналов:

1 — амплитудный детектор; 2 — ограничитель; 3 — частотный детектор; 4, 5 — экстраполяторы; 6 — генератор импульсов; 7 — ограничитель; 8 — формирователь

физиологических параметров, например дыхания). На рис. 5.8 показан импульсный сигнал, характеризующийся двумя переменными во времени параметрами — амплитудой и частотой следования импульсов. Посмотрим, каким образом можно решить задачу упреждения такого сигнала.

Предположим, что нам удалось сформировать два различных сигнала, один из которых $A(t)$ представляет собой изменение амплитуды, а другой $F(t)$ — изменение частоты следования импульсов. Тогда, применив к функциям $A(t)$ и $F(t)$ тот или иной метод экстраполирования, мы получим упрежденные значения $A^*(t)$ и $F^*(t)$ соответственно. Теперь остается лишь сформировать последовательность импульсов с частотой $F^*(t)$ и амплитудой $A^*(t)$, и задача упреждения решена. Эта идея положена в основу предсказывающего фильтра, изображенного на рис. 5.8.

Входной сигнал в виде импульсов напряжения переменной частоты и амплитуды подается одновременно на

амплитудный детектор 1 и частотный детектор 3. Амплитудный детектор выделяет огибающую случайного процесса, которая поступает на экстраполятор 4. На выходе экстраполятора получаем ту же огибающую, только сдвинутую на время упреждения Δt . Параллельно с этим каналом работает и частотный канал. Случайный процесс подается на ограничитель амплитуды 2, а затем на частотный детектор 3, на выходе которого получаем сигнал, амплитуда которого меняется в зависимости от изменения частоты следования импульсов. С выхода частотного детектора сигнал поступает на экстраполятор 5, на выходе которого получаем сигнал, сдвинутый во времени на Δt относительно входного. Затем сигнал поступает на генератор импульсов 6, генерирующий импульсы переменной частоты и амплитуды. Частота импульсов генератора определяется сигналом с экстраполятора частоты 5, а амплитуда — сигналами с экстраполятора амплитуды 4. Таким образом, на выходе получаем упрежденную последовательность импульсов $X^*(t)$.

Описанный способ может быть, в частности, применен для определения с упреждением состояния организма при хирургических операциях и при остром протекании различных заболеваний. Будучи подключенным к выходам приборов, регистрирующих изменения физиологических параметров (регистратор дыхания, кардиограф и т. п.), устройство, реализующее предлагаемый способ, позволит заранее определять возможные нарушения и принимать меры.

АПС, РЕАЛИЗУЮЩАЯ РАСШИРЕННЫЙ ОПЕРАТОР ПРЕДСКАЗАНИЯ

Предсказание изменений показателя качества продукции

Рассмотрим пример применения предсказывающей системы, реализующей дискретный расширенный оператор предсказания.

На рис. 5.9 представлена схема автоматического управления одной из технологических установок нефтеперерабатывающего завода.

Выходным продуктом этой установки является бензин прямой гонки. В схему управления включен анали-

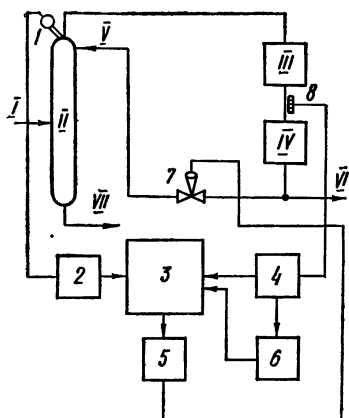


Рис. 5.9. Управление технологическим процессом с предсказанием:

I — сырье; II — реактор; III — холодильник; IV — сборник орошения; V — поток орошения; VI — продукт; VII — остаток; 1 — датчик температуры; 2 — потенциометр; 3 — сумматор; 4 — анализатор качества; 5 — исполнительный механизм; 6 — предсказывающий фильтр (ПФ); 7 — управляющий клапан; 8 — отбор продукта для анализа

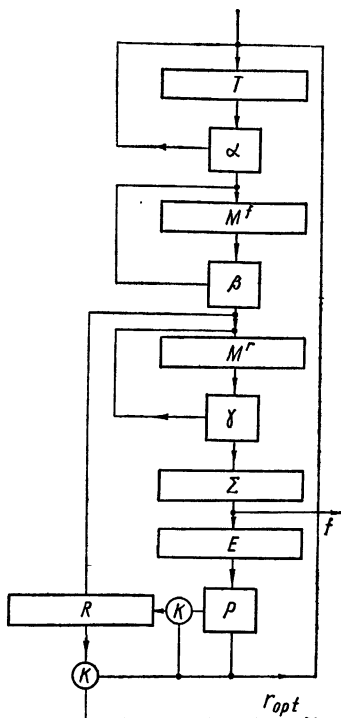


Рис. 5.10. Алгоритм реализации расширенного оператора предсказания

затор качества, автоматически определяющий температуру конца кипения бензина. При осуществлении управления по показателю качества выходного продукта важно знать не только текущие значения показателя и его отклонения от нормы, но и значения показателя в некоторые будущие моменты. Это дает возможность управлять процессом с упреждением, учитывая возможные будущие отклонения. Подобный метод известен под названием «опережающей компенсации». Предсказывающий фильтр определяет будущие значения показателя качества, которые используются как исходная информация в системе автоматического управления технологической установкой. Если в системе управления производственным процессом имеется универсальная цифровая вычислительная машина, то во многих случаях функции предсказывающего фильтра целесообразно возложить на нее.

Всю известную последовательность длины N назовем обучающей последовательностью. Опираясь на значения этой последовательности, мы должны отыскать такие весовые коэффициенты $r_{\{i_k\}}$, при которых среднеквадратичная ошибка $\bar{\epsilon}^2$, определенная по множеству известных значений, была бы минимальной, т. е. должно выполняться условие (4.22).

Коэффициенты $r_{\{i_k\}}$ представляют собой переходные функции, определенные для целых значений аргумента.

Количество n известных значений x_i , участвующих в вычислении расширенного оператора, назовем длиной предыстории.

Предсказывающая система, реализующая расширенный оператор предсказания, должна выполнять следующие операции:

а) умножение известных значений обучающей последовательности x_i (точек предыстории) на соответствующие весовые коэффициенты;

б) перемножение x_i по два, по три, ..., образование величин $x_i^2, x_i^3, \dots$;

в) умножение величин $x_i^2, x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_1}^2, x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}, \dots$ на соответствующие весовые коэффициенты;

г) определение среднеквадратичной ошибки аппроксимации последовательности N значений x_i ;

д) изменение коэффициентов $r_{\{i_k\}}$ с целью минимизации среднеквадратичной ошибки.

Алгоритм работы предсказывающей системы запишем в виде

$$\overset{1}{\uparrow} T \alpha \overset{1}{\uparrow} \downarrow M_{\beta}^x \overset{2}{\uparrow} \downarrow \downarrow M^r \gamma \overset{3}{\uparrow} \Sigma E_p \overset{4}{\uparrow} S \downarrow R \omega \overset{5}{\uparrow},$$

где T — оператор выдачи задержанных значений x_i ($i = 1, 2, \dots, n$); α — логическое условие, считающееся выполненным при $i = n$; M^x — оператор вычисления произведений задержанных значений; β — логическое условие, считающееся выполненным, когда получены все произведения; M^r — оператор умножения значений x_i и произведений $x_i, x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_1}^2, x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}$ и т. д. на весовые коэффициенты; γ — логическое условие, считающееся выполненным, когда получены все члены оператора предсказания; Σ — оператор суммирования членов ряда;

p — логическое условие, считающееся выполненным при

$$\overline{[x(t + \Delta t) - x^*(t + \Delta t)]^2} = \bar{\varepsilon}_{\min};$$

S — конец обучения; R — оператор вычисления новых коэффициентов веса r_i ; ω — тождественно ложное условие.

Обучение расширенного оператора предсказания

1-й шаг. Из всего количества N известных значений процесса (обучающей последовательности) выбираются значения $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}$ и вычисляется значение $(x_{n+1}^* - x_{n+1})$, где

$$\begin{aligned} x_{n+1}^* = & \sum_{i=1}^n x_i r_i + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n x_{i_1} x_{i_2} r_{i_1 i_2} + \\ & + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \sum_{i_3=1}^n x_{i_1} x_{i_2} x_{i_3} r_{i_1 i_2 i_3} + \dots \end{aligned}$$

После этого выбираются значения $x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, x_{n+2}$ и вычисляется значение $(x_{n+2}^* - x_{n+2})^2$, где

$$\begin{aligned} x_{n+2} = & \sum_{i=2}^{n+1} x_i r_i + \sum_{i_1=2}^{n+1} \sum_{i_2=2}^{n+1} x_{i_1} x_{i_2} r_{i_1 i_2} + \\ & + \sum_{i_1=2}^{n+1} \sum_{i_2=2}^{n+1} \sum_{i_3=2}^{n+1} x_{i_1} x_{i_2} x_{i_3} r_{i_1 i_2 i_3} + \dots \end{aligned}$$

и т. д.

Среднеквадратичная ошибка по множеству известных значений обучающей последовательности определяется выражением

$$\bar{\varepsilon}_1^2 = \frac{\sum_{p=n+1}^N (x_p^* - x_p)^2}{N - n + 1}.$$

Затем проверяется выполнение логического условия p . Если оно не выполнено, осуществляется второй шаг обучения.

Изменяются начальные значения r_i в соответствии с алгоритмом минимизации функции $\bar{\varepsilon}^2 = f[r_{\{i_k\}}]$, вычисляется новая ошибка $\bar{\varepsilon}_2^2$, проверяем логическое условие p и т. д.

Если после очередного шага логическое условие p выполняется, процесс обучения заканчивается. Найденные

при последнем шаге коэффициенты $r_{\{t_k\}}$ — оптимальны, а расширенный оператор считается обученным предсказанию будущих значений данного процесса.

Предсказание следующего значения, не входящего в обучающую последовательность, осуществляется путем реализации приведенного алгоритма при $r_t = r_{i\text{opt}}$.

Программа моделирования

На рис. 5.10 приведена структурная схема программы реализации описанного алгоритма на ЭВМ.

Программа состоит из десяти блоков. Каждый блок либо реализует один из операторов алгоритма, либо осуществляет проверку логического условия.

Блоки T , α , M^* , β , M' , γ , Σ , E срабатывают последовательно. После срабатывания блока программы p (проверка условия минимума среднеквадратичной ошибки) могут возникнуть два случая.

Если условие p не выполняется, блок R вычисляет новые значения весовых коэффициентов, и далее программа работает снова, начиная с блока T . При этом в блоке M' каждый раз осуществляется умножение известных значений (точек предыстории) и их комбинаций на новые коэффициенты r_t , вычисляемые в соответствии с принятым методом минимизации среднеквадратичной ошибки.

Если логическое условие p выполняется, то, как указывалось ранее, полученные при этом коэффициенты оптимальны. При предсказании следующего значения блок M' осуществляет умножение известных значений и их комбинаций на оптимальные коэффициенты. В результате срабатывания блока Σ выдается предсказанное значение x^* .

Для случайных процессов, удовлетворяющих условиям стационарности, после получения $r_{i\text{opt}}$ обучение расширенного оператора можно считать законченным.

Для реальных процессов коэффициенты $r_{i\text{opt}}$, полученные при обучении на выбранной обучающей последовательности, не остаются постоянными длительное время. Поэтому программа предусматривает проверку логического условия p после каждого цикла (после получения каждого предсказанного значения). В случае невыполнения этого условия после какого-либо цикла программа снова переходит в режим обучения. Переключение

режимов (обучение — предсказание) осуществляется при знаком, формирующимся в блоке p , и клапанами K_1 и K_2 .

В рассматриваемой задаче алгоритм был реализован на универсальной цифровой вычислительной машине.

Таблица 5.2

Действительные значения	Предсказанные значения			
	$K = 2$	$K = 3$	$K = 4$	$K = 5$
196	196,5	195,5	196	197
203	197	196,5	195,5	196
199	199,5	199	198	197
198	201	199,5	199	196
189	198,6	200	199	199
197	193,5	195,5	197	197
193	193	195	196	197
194	195	193	194	195
198	193	194,5	193	194
200	196	195	195,5	194
195	199	197,5	196	195,5
202	197,5	197,5	197	194
196	198,5	199	199	198
194	199	198	198	198
193	194,5	197	196,5	198
192	193	194	196,5	196
196	192,5	193	193,5	194
192	194	194	193,5	194
202	194	193,5	193,5	195
197	197	196,5	195,5	194

Действительные и предсказанные значения показателя $T_{к.к}^{\circ}\text{C}$ приведены в табл. 5.2. На рис. 5.11 представлены графики действительных и предсказанных значений $T_{к.к}^{\circ}\text{C}$. Обучение оператора производилось при различном количестве значений предыстории ($k = 2, 3, 4, 5$).

Для того чтобы осуществить оптимальное предсказание случайного процесса, т. е. определить $r_{\{i_k\}}$ таким образом, чтобы среднеквадратичная ошибка была минимальна, длина обучающей последовательности должна быть достаточной для определения статистических закономерностей процесса.

Кроме того, качество предсказания, при прочих равных условиях, зависит от длины предыстории, т. е. от количества известных значений, по которым вычисляется

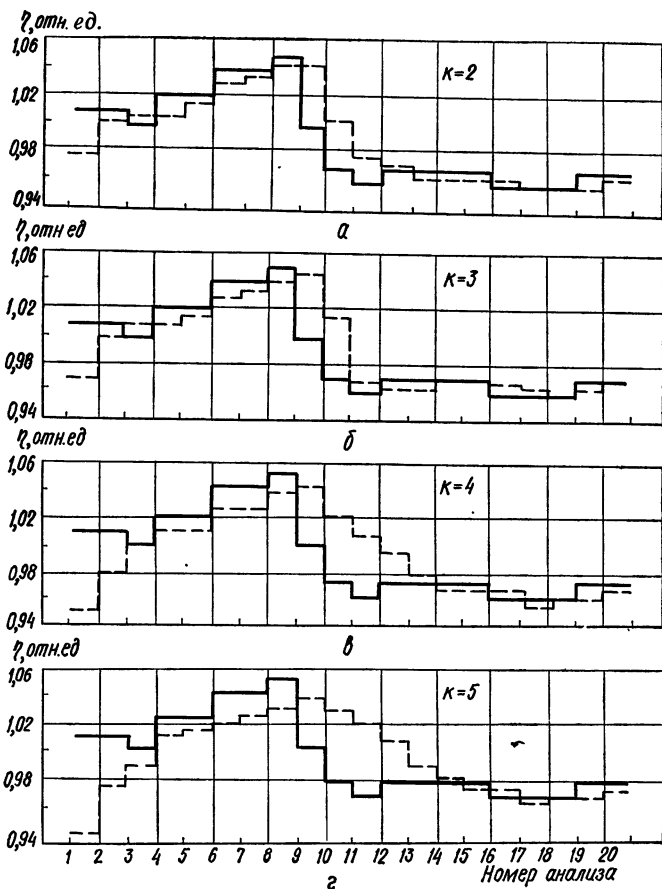


Рис. 5.11. Предсказание температуры конца кипения нефтепродукта

предсказанное значение. Оператор (4.21) должен охватывать всю предысторию.

Таким образом, в случае предсказания значений реальных процессов возникает задача об оптимальном соотношении количества членов оператора и длины предыстории. Это соотношение должно быть таким, чтобы достигалась заданная точность при минимальном объеме вычислительных операций (в случае решения задачи на вычислительной машине) либо при минимальном количестве аппаратуры (в случае поэлементной реализации предсказывающей системы в виде специализированного вычислительного устройства).

Исходя из всех изложенных выше соображений, интересно выяснить некоторые особенности и исследовать характеристики системы, реализующей расширенный оператор предсказания:

- 1) влияние длины предыстории n на качество предсказания;
- 2) влияние длины обучающей последовательности N на качество предсказания;
- 3) зависимость качества предсказания от времени упреждения;
- 4) влияние n и N на объем вычислительных операций;
- 5) значимость членов расширенного оператора предсказания и влияние каждого из них на качество предсказания.

Эти исследования позволяют более отчетливо представить задачу нахождения оптимального оператора, обеспечивающего требуемое качество предсказания.

Влияние количества точек предыстории на качество предсказания

Был реализован оператор предсказания третьего порядка. В качестве критерия служил минимум средне-квадратической ошибки.

На рис. 5.12 представлены графики функции $\bar{\epsilon}^2 = f(n)$, из которых видно, что изменение $\bar{\epsilon}^2$ в зависимости от n не является монотонным, как этого следовало бы ожидать в случае строгого удовлетворения условиям стационарности. Оптимальное предсказание осуществляется при $n = 3$.

Проведенные аналогичные исследования по данным КГФ и бензина АВТ подтверждают вывод о том, что количество точек предыстории, необходимое для оптимального (в смысле $\bar{\epsilon}_{\min}^2$) упреждения процессов изменения температуры кипения, следует брать равное трем. Увеличение длины предыстории ухудшает качество упреждения, т. е. значения анализов в моменты на $i = 4, 5 \dots$ ранее настоящего не следует учитывать (предсказывающая система с конечной памятью).

Влияние длины обучающей последовательности на качество предсказания. Как видно из графиков (рис. 5.13), функция $\bar{\epsilon}^2 = f(N)$ монотонно убывает с увеличением N ,

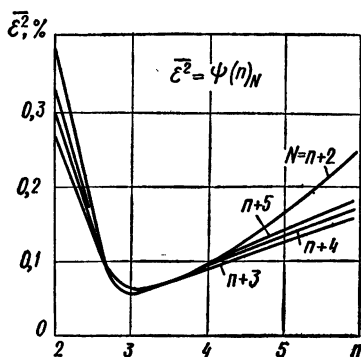


Рис. 5.12. Зависимость качества предсказания от длины предыстории

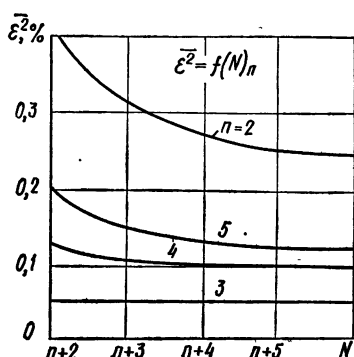


Рис. 5.13. Зависимость качества предсказания от длины обучающей последовательности

асимптотически приближаясь к уровню наилучшего предсказания при данном количестве точек предыстории. Интересным является то, что при $n = n_{\text{opt}}$ (для рассматриваемых процессов $n_{\text{opt}} = 3$) величина $\bar{\varepsilon}^2$ мало зависит от длины обучающей последовательности. Другими словами, для достижения $\bar{\varepsilon}_{\text{min}}^2$ при $n = n_{\text{opt}}$ следует брать минимальную длину обучающей последовательности N , позволяющую определить весовые коэффициенты $r_{\{t_k\}}$ при данном количестве n точек предыстории. Увеличение длины обучающей последовательности при $n = n_{\text{opt}}$ существенно не улучшает качества предсказания.

Исследование экспериментальных данных, полученных при $n = n_{\text{opt}}$, показывает, что наибольшими по абсолютной величине весовыми коэффициентами являются $r_2, r_{22}, r_{222}, r_{221}, r_{223}$, стоящие соответственно при значениях точек предыстории x_2 , квадратах x_2^2 , кубах x_2^3 и комбинациях $x_2 x_1, x_2^2 x_3$ (табл. 5.3). Эти результаты подтвердились при исследовании большого количества выборочных последовательностей $T_{\text{к.к}}^\circ\text{C}$ (бензин АВТ, КГФ).

Таким образом, наибольшее влияние на качество предсказания следующего значения $T_{\text{к.к}}^\circ\text{C}$ оказывает среднее из трех (при $n = 3$) значений точек предыстории. В общем случае, при $n > 3$ результаты также свидетельствуют о наибольшем весе предпоследнего (по отношению к предсказываемому) значения $T_{\text{к.к}}^\circ\text{C}$. Последнее известное значение имеет меньший вес. Этот факт свидетель-

Таблица 5.3

№ п.п	x_3	x_2	x_1	x_3^2	x_1^2	x_2x_3	x_1x_2	x_1^2	x_2^2	x_2x_1
$n+2$	0,120	-0,149	0,034	-0,196	-0,837	-0,333	-0,972	-0,808	0,339	
$n+3$	-0,029	0,155	-0,051	-1,383	-0,365	-0,811	-1,262	1,159	-0,309	
$n+4$	0,847	-1,217	-1,437	-0,125	1,476	-1,937	-4,076	-2,420	-0,144	
$n+5$	-0,764	-1,551	-0,913	0,358	5,986	0,879	-5,188	1,156	-2,229	
Среднее	0,041	-0,691	-0,592	-0,411	1,315	-0,475	-2,874	0,173	-0,608	
Продолжение табл.										
№ п.п	x_3^3	$x_3^2x_2$	$x_2^2x_1$	$x_1x_2^2$	x_3^3	$x_2^2x_1$	$x_1^2x_2$	x_1^3		
$n+2$	2,222	1,914	-2,387	5,326	7,344	-4,714	3,048	-7,212	-4,488	
$n+3$	10,290	-1,328	3,415	6,992	7,214	-3,734	7,005	-2,204	-1,244	
$n+4$	14,918	-5,107	-3,796	-7,337	22,159	21,839	17,131	7,568	-11,211	
$n+5$	14,979	-25,322	-10,506	-23,341	28,565	3,994	18,632	12,382	-5,985	
Среднее	10,602	-7,461	-3,318	-4,590	16,321	4,344	17,454	2,809	-5,732	

ствуется о том, что результат очередного анализа не учитывает полностью предыдущее изменение регулирующего воздействия. Следовательно, быстродействие анализатора качества является большим, чем это требуется исходя из инерционности объекта.

Зависимость качества предсказания от времени упреждения

Представленные выше результаты были получены при $\Delta t = 1$, т. е. при предсказании $(n + 1)$ -го значения по n предыдущим. Ошибка $\bar{\varepsilon}^2$ определялась как средняя по множеству предсказанных таким образом значений.

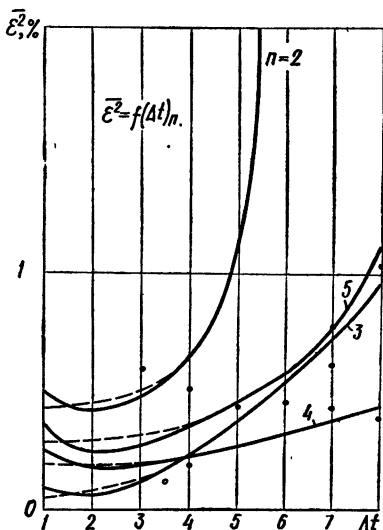
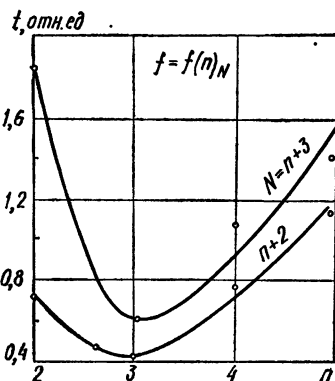


Рис. 5.14. Зависимость качества предсказания от времени упреждения

Рис. 5.15. Временные характеристики



Отдельно были получены результаты, отражающие зависимость изменения качества предсказания от времени упреждения Δt . При этом, после обучения оператора и получения r_{iopt} по известным n значениям определялось только $(n + 1)$ -е значение. Значение $(n + 2)$ -е определялось уже с учетом $(n + 1)$ -го предсказанного, а не действительного, и т. д.

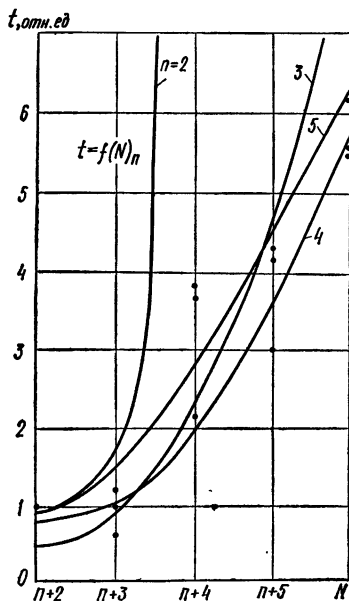
Функция $\bar{\varepsilon}^2 = f(\Delta t)$ (рис. 5.14) оказалась не монотонной, как этого следовало бы ожидать в случае стационарности процессов (штриховая линия). Кривые имеют явно выраженный минимум при $n = 2$. Этот факт еще

раз подтверждает сделанный выше вывод о том, что следующее за n известными значениями $(n + 1)$ -е значение недостаточно учитывает влияние последнего регулирующего воздействия. В то время как $(n + 2)$ -е — учитывает его в основном.

Временные характеристики цифровой модели

На рис. 5.15 приведены графики, отражающие время, затрачиваемое ЭЦВМ на отыскание $\bar{\varepsilon}_{\min}^2$ при различных

Рис. 5.16. Временные характеристики в зависимости от длины обучающей последовательности



значениях n и N . Как видно из графиков, время обучения резко возрастает с увеличением длины обучающей последовательности. Наименьшее время затрачивается на обучение оператора (при $n = n_{\text{opt}}$) при минимальной длине обучающей последовательности, позволяющей определить $r_{\{ik\}}$ (рис. 5.16).

Значимость членов расширенного оператора и зависимость качества предсказания от модификации оператора. В табл. 5.4 приведены величины среднеквадратичной ошибки предсказания, полученные при различных модификациях расширенного оператора.

Как видно из полученных данных, при реализации одночленных операторов предсказания наименьшую ошибку, в среднеквадратичном смысле, дал оператор третьего порядка. Однако эта ошибка превышает ошибку, полученную при реализации полного оператора (трехчленного).

Наименьшая ошибка во всех случаях для исследуемых процессов была получена при реализации двучленного оператора вида $\Sigma + \Sigma\Sigma\Sigma$. Таким образом, можно

Таблица 5.4

Опера- тор пред- сказа- ния	Σ	$\Sigma\Sigma$	$\Sigma\Sigma\Sigma$	$\Sigma + \Sigma\Sigma$	$\Sigma + \Sigma\Sigma\Sigma$	$\Sigma\Sigma + \Sigma\Sigma\Sigma$
$\bar{e}^2 \%$	0,936	0,976	0,792	0,980	0,693	0,785

$$\text{При } x(t + \Delta t) = \Sigma + \Sigma\Sigma\Sigma \\ \bar{e}^2 = 0,693.$$

сделать вывод, что наилучшее качество предсказания для исследуемых процессов достигается при реализации оператора предсказания, включающего линейный член в ковариацию второго порядка (комбинации значений предыстории по три).

МНОГОСЛОЙНЫЕ АДАПТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ В КАЧЕСТВЕ АПС

Создание многослойных адаптивных структур (МАС) всегда в большей или меньшей степени опирается на идеи структурной и функциональной организации нервной деятельности. Первые перцептроны создавались как «модели мозга», а элементы МАС вплоть до терминологии ассоциировались с нервными клетками живых организмов.

В процессе эволюции организма произошла дифференциация нейронов. Все нейроны, входящие в нервную систему, специализированы и различаются как по функциональным, так и по структурным свойствам.

Пороговые элементы

Простейшим аналогом нейрона является пороговый элемент (рис. 5.17). У него $(n + 1)$ вход x_i , где $i = 0, 1, \dots, n$, каждый из входных сигналов умножается на соответствующий настраиваемый весовой коэффициент W_i . Далее все эти сигналы попадают в сумматор, после чего подаются на собственно пороговое устройство, осуществляющее преобразование непрерывных сигналов в цифровое с двоичным выходом, равным $+1$, если входной сигнал не отрицателен, или -1 в противном случае.

Совокупность текущих значений входных сигналов

образует вектор-строку $r = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)$, а совокупность весовых коэффициентов — вектор-столбец $g = (W_0, W_1, W_2, \dots, W_n)$. Таким образом, непрерывный входной сигнал преобразователя y равняется скалярному произведению (rg) этих двух векторов, а его цифровой векторный сигнал равен $\text{sign } y$.

Если рассмотреть теперь некоторое $(n + 1)$ -мерное пространство двоичных векторов с коэффициентами, равными ± 1 , такое, что каждый из этих

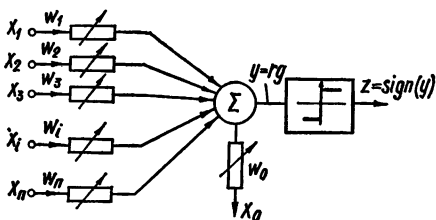


Рис. 5.17. Пороговый элемент

векторов можно отнести к одному из двух классов, то векторам одного из этих классов необходимо ставить в соответствие $+1$, а векторам другого -1 .

Допустим, что входные векторы первого класса образуют строки матрицы p^+ , а входные векторы, принадлежащие второму классу, — строки матрицы p^- .

Тогда, если существует такой вектор весовых коэффициентов, что входные векторы из первого класса будут преобразовываться адаптивным нейрореподобным элементом в $(+1)$, то относительно этих двух классов задача дихотомии может быть успешно решена. Для компактной записи условной дихотомии введем в рассмотрение матрицу

$$M = \begin{vmatrix} p^+ \\ p^- \end{vmatrix}.$$

Если дихотомия классов возможна, то существует такой вектор весовых коэффициентов $g > 0$, что

$$Mg > 0.$$

С практической точки зрения полезно ввести дополнительное условие, накладываемое на выбор весовых коэффициентов, а именно потребовать, чтобы абсолютное значение y было не меньше некоторой положительной постоянной Δ , называемой шириной зоны нечувствительности порогового устройства адаптивного нейрореподобного элемента. Другими словами,

$$Mg \geq \alpha.$$

Это неравенство следует понимать в том смысле, что каждая компонента вектора Mg должна быть не менее соответствующей компоненты вектора α , где α — вектор с компонентами Δ . Следует отметить, что ширина зоны нечувствительности не играет никакой роли, поскольку при изменении Δ достаточно во столько же раз изменить весовые коэффициенты для того, чтобы сохранить характер неравенства.

Алгоритмы настройки весовых коэффициентов по возможности должны удовлетворять следующим условиям: 1) предпочтительно, чтобы процесс обучения сходил к минимуму за минимальное конечное число шагов; 2) объем необходимой памяти в контурах самонастройки должен быть сведен к минимуму; 3) решение, полученное в результате, должно быть нечувствительным к малым изменениям в значениях весовых коэффициентов.

АПС на пороговых элементах

Простые сети из пороговых элементов успешно используются для распознавания речи, при решении задач предсказания, в системах автоматического управления и при решении задач медицинской диагностики (например, анализа электрокардиограмм).

Один из вариантов построения АПС показан на рис. 5.18.

Выходы пороговых элементов $z_1, z_2, \dots, z_L$ могут рассматриваться как компоненты некоторого M -мерного бинарного вектора z . Допустим, нам нужно распознать L образов. Из всего множества 2^L выходных векторов могут быть выбраны L векторов, которые наилучшим образом представляют распознаваемые. Эти выбранные векторы обозначим $v_1, v_2, \dots, v_L$. Тогда вектор z будет отнесен к тому образу i , представляющий вектор которого v_i ближе всех остальных к z . Это означает, что скалярное произведение

$$zv_i = \max_j zv_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, L).$$

Индикатор большего напряжения показывает, к какому из векторов v_i ближе всего располагается z .

Весовые коэффициенты первоначально устанавливаются равными нулю. На входы поступает комбинация признаков $x_1, x_2, \dots, x_N$, соответствующая первому образу. Если ответ, данный машиной, верен, никаких

изменений не производится. Если же ответ не верен, тогда некоторые из компонентов вектора z отличаются от соответствующих компонентов вектора v_i . В этом случае выходные сигналы некоторых пороговых элементов (из тех, которые дали несовпадение) меняются на обратные с тем, чтобы приблизить z к v_i .

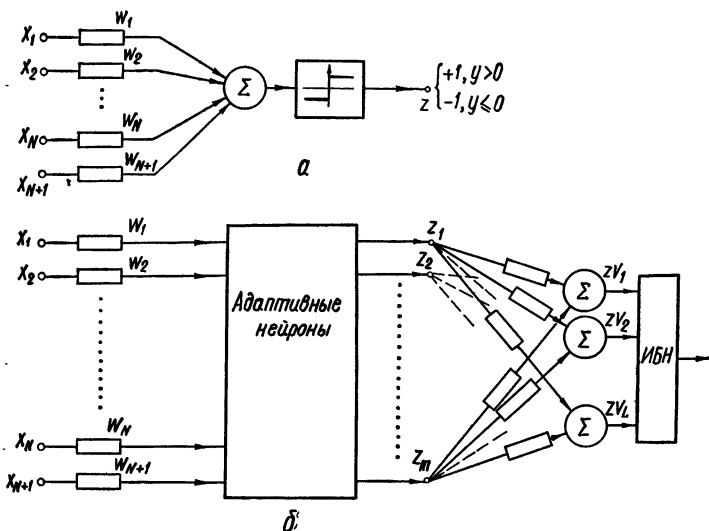


Рис. 5.18. АПС на пороговых элементах

Количество корректируемых элементов принимается равным некоторому числу $\alpha' = \rho d$, где d — число всех нейронов, которые дали несовпадение, а ρ — некоторая величина, меняющаяся в пределах $0 \leq \rho \leq 1$. Значение ρ определяется экспериментально. Если, например, $\rho = \frac{1}{3}$, то это означает, что корректируется третья часть всех нейронов, давших несовпадение.

Если описанная система применяется для целей предсказания, то в этом случае входными сигналами служит предыстория, а выход представляет собой предсказанные значения интересующего нас процесса. В качестве примера применения обучающейся системы для предсказания рассмотрим задачу определения будущих значений атмосферного давления (рис. 5.19). Предысторией служит последовательность четырех значений давления —

давление в данный момент и величины давлений за три последних часа, измененные на двух различных уровнях.

Было проведено цифровое моделирование АПС на ЦВМ. Качество предсказания оценивалось по величине понижения вариации $q = \left[1 - \frac{(x - x^*)^2}{x^2 - \bar{x}^2} \right] \cdot 100\%$. В описанном примере было получено понижение вариации

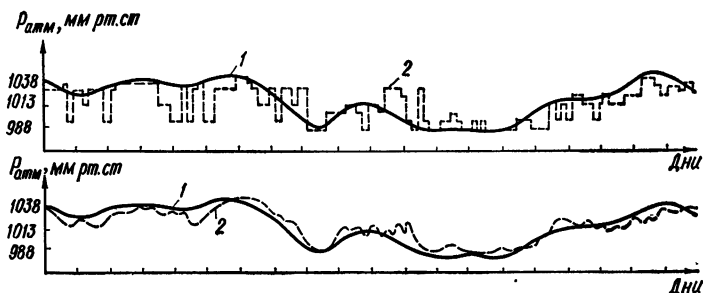


Рис. 5.19. Предсказание атмосферного давления

$q = 68,2\%$. Оптимальное предсказание (по минимуму среднеквадратичной ошибки) для тех же исходных данных дает величину понижения вариации $q = 80,2\%$, а при применении линейного регрессионного анализа $q = 64,8\%$. Результат оптимального предсказания представлен на рис. 5.19.

Результаты, полученные на цифровой модели АПС, хорошо согласуются с результатами, полученными в исследованиях Дуда и Маханика [228] на специализированной пороговой распознающей системе типа Adaline. Ошибки предсказания как с помощью АПС, так и в случае оптимального предсказания и при регрессионном анализе характеризуются некоторой общей тенденцией. Это свидетельствует о том, что ошибки предсказания в большей степени объясняются вероятностным характером процесса и наличием непредсказуемой «чистой» случайности, чем применением того или другого метода (например, применением обучающейся системы).

НЕЙРОПОДОБНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ С СИНАПТИЧЕСКИМ МЕХАНИЗМОМ

Главным недостатком большинства элементов распознающих систем является отсутствие памяти. В связи с этим невозможно осуществлять операции автономной наст-

ройки и запоминания информации. Дальнейшее повышение требований к качеству классификации предполагает и дальнейшее совершенствование МАС и, в частности, нейроподобных элементов.

На наш взгляд, целесообразно разбить схему нейрона на три функциональных звена:

1. Суммирующее устройство (входное устройство).
2. Динамическое устройство (центральная часть).
3. Синаптический механизм.

Прежде чем перейти к схемным решениям, рассмотрим суть функционирования этих составных элементарных частей, которые должны составлять схему нейрона.

Суммирующее устройство. Механизм суммирования в схеме нейрона должен осуществлять функции пространственно-временного суммирования входных сигналов. Наиболее простая модель пространственного суммирования может быть осуществлена сумматором на сопротивлениях, а временное суммирование проще всего осуществляется при использовании в качестве временного накопителя обычного конденсатора (рис. 5.20). Через входные сопротивления $R_1, R_2, \dots, R_n$ входные возбуждающие сигналы поступают в виде положительных импульсов, а тормозящие — в виде отрицательных импульсов. На верхней обкладке $C_{вх}$ появляется потенциал, соответствующий пространственному суммированию вход-

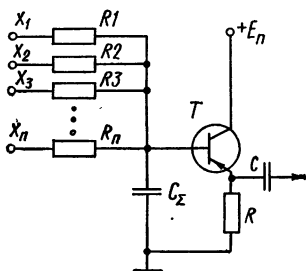


Рис. 5.20. Сумматор

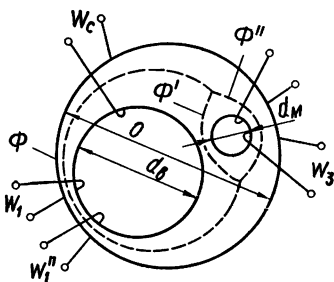


Рис. 5.21. Трансфлюксор

ных сигналов $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Временное суммирование осуществляется благодаря конденсатору $C_{вх}$, потенциал на обкладках которого изменяется в соответствии с временным характером сигналов $x_1, x_2, \dots, x_n$. Вероятно, в биологической модели нейрона (если это требуется, то и в инженерной) должно быть устройство, позволяющее изменять значение порога срабатывания. Одним из

возможных вариантов такого устройства может быть эмиттерный повторитель с переменной величиной базового смещения, которая и определяет порог нейрона, кроме того, эмиттерный повторитель будет служить каскадом, согласующим входное устройство с динамическим устройством нейрона. Сумматор может также выполняться на ферритовых элементах: на обычных тороидальных ферритовых сердечниках с прямоугольной петлей гистерезиса, где изменение порога можно регулировать изменением величины постоянного подмагничивания; на трансфлюксорах (рис. 5.21).

Известны также устройства порогового типа, выполненные на импульсных трансформаторах, работающих на транзисторный усилитель со смещением в режиме насыщения; на параметронах; пара Гото на туннельных диодах; на криотронах, выведенных из сверхпроводящего состояния постоянным полем; по схеме суммирующего усилителя постоянного тока с насыщением.

Динамическое устройство. Схемное решение центральной части нейрона определяется конечными целями моделирования. Среди схемных разработок, имеющих на сегодняшний день, есть как статические, так и динамические центральные части нейрона. В основе статических устройств обычно используются различные триггерные схемы статического действия. Эти схемы имеют ряд достоинств, основным из которых является относительная простота и надежность, но они не достаточно точно отражают суть процессов, проходящих в нейроне. С точки зрения наиболее точного отражения процессов переработки информации в нейроне целесообразно использовать частные динамические устройства в качестве центральной части нейрона. Существует достаточно большое количество динамических устройств нейроподобных элементов. А. А. Павловым разработаны динамические устройства центральной части нейрона на туннельном диоде, на четырехслойном переключающем диоде (рис. 5.22).

Синаптический механизм. Наиболее интересными с точки зрения инженерного моделирования синаптиче-

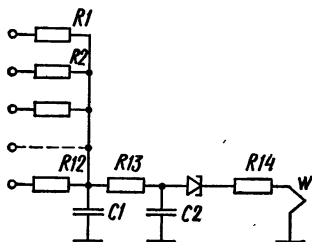


Рис. 5.22. Динамическое устройство на туннельном диоде

ского механизма нейрона является использование новых достижений в области учения о ферромагнетизме, а также достижения в таких новых отраслях науки, как химотроника и квантовая механика. Как указывалось выше, через синапсы импульсы входных сигналов, возбуждающие или тормозящие нейрон, поступают в нервную клетку. По предположению Н. Винера, информация сохраняется в нервных сетях в виде определенной структуры, обусловленной изменениями синаптической проницаемости, т. е. как частность синаптическому механизму приписываются функции запоминающих устройств. Это и наталкивает исследователей на мысль об использовании для моделирования синаптического механизма элементов с изменяющейся внутренней структурой, используемой в функции переменной памяти нервной клетки, следовательно, такая память должна отвечать еще ряду требований, а именно:

- а) возможность неразрушающего считывания;
- б) возможность плавного изменения веса синаптического механизма от условного нуля до 1, если выбран соответствующий критерий оценки объема памяти;
- в) плавность изменения шкалы веса синапса;
- г) хранение информации в синапсе должно происходить без затраты энергии, т. е. информация в синапсе должна сохраняться при отключении питания;
- д) характеристика изменения веса синапса должна быть линейной.

Появились сообщения [78] об использовании в качестве синаптических механизмов при инженерном моделировании нейронов мемисторов — элементов, где в качестве изменяемой структуры используется явление изменения сопротивления и запоминание установленной величины этого сопротивления.

В литературе имеются также сведения о моделировании синаптического механизма на трансфлюксорах.

ФЕРРОТРАНЗИСТОРНЫЙ НЕЙРОПОДОБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ С СИНАПТИЧЕСКИМ МЕХАНИЗМОМ

Важно, что при моделировании и изучении свойств биологического нейрона отсутствие синаптического механизма не является ощутимым недостатком, так как он может стать предметом отдельного исследования. Но при синтезе адаптивных устройств применение указанных

схем затруднено, так как необходимым свойством адаптивной системы, и в частности АПС, является память. Кроме того, в большинстве схем используется в качестве центрального звена статическое пороговое устройство. А это также создает определенные трудности при исполь-

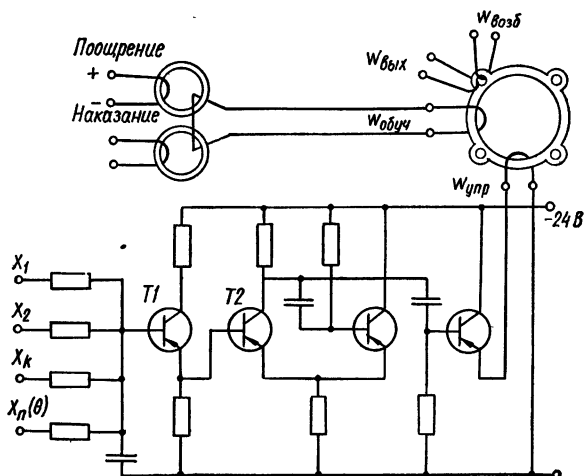


Рис. 5.23. Нейроподобный элемент с синаптическим механизмом

зовании таких нейроподобных элементов для синтеза адаптивных структур. Рассмотрим нейроподобный элемент, свободный от этих недостатков. Он разрабатывался как элемент для синтеза адаптивных структур, что в конечном итоге отразилось на внутренней структуре нейроподобного элемента.

Схема ФТНПЭ, изображенная на рис. 5.23, состоит из трех основных функциональных звеньев и двух вспомогательных, согласующих.

ФТНПЭ выполняет следующие функции:

1. Суммирование входных возбуждающих и тормозящих сигналов.
2. Сравнение алгебраической суммы входных сигналов с величиной абсолютного порога, причем, если эта сумма превышает значение абсолютного порога, то ФТНПЭ возбуждается.

3. Запоминание «веса» — синаптическая память, причем, величина выходного сигнала ФТНПЭ зависит от текущего значения «веса» синаптического механизма.

Практически было установлено, что характер работы схемы, характеристики ФТНПЭ не зависят от формы сигналов, подаваемых на его входы (имеются в виду сигналы в виде скачка напряжения и сигналы в виде импульса напряжения). Эти сигналы удовлетворительны с технической точки зрения. С позиций нейрофизиологии такие сигналы также близки к реальности, так как считается, что раздражение нейрона происходит одним из этих двух видов сигналов.

Выходным сигналом ФТНПЭ является двуполярное импульсное напряжение. Вольт-секундная площадь импульсов зависит от интенсивности возбуждения и текущего значения «веса» — v . Текущее значение «веса» может меняться в зависимости от сигналов подкрепления, поступающих по цепи обратной связи от «R»-слоя адаптивной структуры (эта цепь может замыкаться через оператора или через некоторое логическое устройство). Причем изменение текущего значения «веса» возможно только в возбужденном синаптическом звене.

Сложные линейные обобщения нагрузки содержат X отдельных блоков, определяемых техническими особенностями моделей.

ФТНПЭ, разработанный как функциональное звено адаптивной системы, адекватно отражает процессы в биологических нейронах. Появилась возможность представить различные функции рецепторных, ассоциирующих, эффекторных структур.

Правда, и в то время, когда создание адаптивных сетей основывалось на логике простейших формальных нейронов, уже существовали искусственные элементы, более полно отражающие функционирование нейронов.

Но, как писал Ф. Розенблатт: «В применении к модели мозга использование нейронов столь сложного вида привело бы к тому, что система стала бы необозримой и неподдающейся анализу теми аналитическими и математическими средствами, которыми мы в настоящее время располагаем».

Если говорить о геометрических размерах, эта точка зрения с каждым годом становится все более сомнительной. В научно-популярных лекциях 60-х годов

вычислительная машина — модель мозга — представлялась 150-этажным небоскребом, для питания которого необходима вся энергия Ниагарского водопада.

В современном исполнении машина поместилась бы на столе исследователя. А в дальнейшем, при создании устройств на молекулярном и атомном уровне, искусственные нейроны будут наверняка меньше естественных. Это вопрос технологии.

Что же касается невозможности описания сложных систем «теми аналитическими и математическими средствами, которыми мы в настоящее время располагаем», то это уже с самого начала было неверно.

Конечно, если каждое функциональное изменение, каждую новую связь в элементах учитывать строго определенными методами поэлементного описания, вряд ли можно себе представить окончательное математическое выражение всей структуры в целом. Но в случае сложных объектов мы поступаем иначе.

Работу двигателя описывают дифференциальным уравнением его обобщенных координат (обороты, перемещения, моменты), а не совокупностью уравнений движения элементарных частиц в его атомах.

Механические перемещения и энергетические преобразования также описывают в интегральных характеристиках и координатах. И методы и устройства так или иначе преобразуют интегральные координаты пространства, объединяющего множества полей: поля сильных и слабых взаимодействий, поле гравитации, электромагнитное поле.

Аппарат теории поля и тензорное исчисление позволяет описать поведение адаптивных систем элементов любой сложности. Таким образом, с усложнением элементов и увеличением их количества можно избежать необозримых систем, если отказаться от поэлементного описания сложных структур и формулировать их существование и поведение интегральными координатами.

Адаптивная структура из нейроподобных элементов может рассматриваться как структура некоторого участка информационного поля.

Построение теории информационного поля — это самостоятельная проблема. Ранее было введено понятие информационного поля [78]. Рассматриваются характеристики: количество информации — скалярное поле $I(x_1, x_2, x_3, t)$, векторное поле потоков информации $A(x_1,$

x_2, x_3, t) и тензорное поле напряженности информационного поля $a_{ij}(x_1, x_2, x_3, t)$ ¹.

Для формулировки преобразования в поле информации рассматривается тензорное поле, так как векторное и скалярное поля и преобразования в них могут быть получены как частные случаи.

Будем считать, что в области $V \subset E$ задано тензорное поле, если каждой точке $M \in V$ поставлен в соответствие тензор одного и того же ранга, называемый тензором поля. В общем случае он меняется от точки к точке. Частными случаями тензорных полей являются: скалярное поле (поле тензора нулевого ранга)

$$\varphi = \varphi(M) = \varphi(x_1, x_2, x_3);$$

векторное поле (поле тензора первого ранга)

$$a_i = a_i(x_1, x_2, x_3), \quad a = a_i e_i.$$

Алгебраические операции над тензорами естественным образом переносятся на тензорное поле. Считается, что эти операции производятся над тензором поля в каждой точке $M \in V$.

Поля, тензоры которых не зависят от момента времени, а зависят лишь от положения точки в пространстве, называют стационарными. Известными примерами стационарных тензорных полей являются поля напряжений и деформаций твердого тела. Если тензор поля зависит не только от положения точки в пространстве, но и от времени, то поле называется нестационарным.

Компоненты нестационарного тензорного поля являются функциями координат x_1 точки M и времени t

$$a_{ij} = a_{ij}(x_1, x_2, x_3, t).$$

Скорость изменения тензорного поля описывается частными производными $\frac{\partial a_{ij}}{\partial t}$, которые образуют поле того же ранга, что и исходное.

Пусть нестационарное поле a_{ij} описывает информационные свойства материальной среды (пространства времени E_4). Элементарные частицы — инфоны — частицы-носители материального поля информации.

Пусть траектория инфона описывается уравнением

$$x_i = x_i(t).$$

¹ Автоматика, № 3, 1969.

Тогда скорость изменения компонентов тензора a_{ij} , связанных с инфоном,

$$\frac{\partial a_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial a_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial a_{ij}}{\partial x_l} \frac{\partial x_l}{\partial t}.$$

Учитывая, что $\frac{\partial a_{ij}}{\partial x_l} = a_{il}$, l и $\frac{\partial x_l}{\partial t} = v_l$ — компоненты скоростей инфона, получаем

$$\frac{\partial a_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial a_{ij}}{\partial t} + a_{il} v_l.$$

Здесь первый член правой части описывает изменение компонент тензора a_{ij} в неподвижной точке M , а второй, переносный, связан с движением инфона в пространстве.

Приведенные выражения справедливы для нестационарного тензорного поля любого ранга. Для скалярного поля количества информации $I(M, t)$ имеем

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\partial I}{\partial t} + I_l V_l = \frac{\partial I}{\partial t} + V \operatorname{grad} I.$$

Для нестационарного векторного поля $\underline{A}(M, t)$ имеем

$$\frac{d\underline{A}}{dt} = \frac{\partial \underline{A}_i}{\partial t} + a_{il} k V_k,$$

что равносильно

$$\frac{d\underline{A}}{dt} = \frac{\partial \underline{a}}{\partial t} + \underline{A}(M) V,$$

где $\underline{A}(M)$ — линейное преобразование, определяемое тензором a_{lk} .

При рассмотрении поля информации в замкнутом объеме, например для потоков информации в адаптивных системах, удобно исходить из такого описания поля, которое содержит хотя и бесконечный, но дискретный ряд переменных. Тогда становится возможным непосредственно применить обычный аппарат квантовой механики и описание с помощью дискретного ряда переменных осуществляется при рассмотрении поля в некотором конечном (хотя и достаточно большом) объеме пространства.

Необходимо отметить, что инфон относится к частицам, пока экспериментально не обнаруженным (так же, как и гравитон — частица гравитационного поля).

Мы не отказались от использования в адаптивных структурах сложных элементов, реализующих функции биологических нейронов, причем элементы создаются

различные для рецепторного, ассоциирующего и эффекторного слоев с учетом специфики приема, преобразования и передачи сигналов в том или ином слое.

АДАПТИВНАЯ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩАЯ СИСТЕМА НА НЕЙРОПОДОБНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ С СИНАПТИЧЕСКОЙ ПАМЯТЬЮ

Предлагаемое устройство представляет собой адаптивное и замкнутое устройство биологического типа (по классификации, данной в [268]).

Здесь имеется в виду, что

адаптация выражается в способности производить контролируемые изменения свойств системы и в типе этих контролируемых изменений — самоизменение параметров системы;

активность выражается в способе осуществления контролируемых изменений — изменений в зависимости от текущей, а не только априорной информации;

замкнутость характеризуется возможностью самообучения, что конструктивно выражается наличием контура приспособления.

Замкнутые системы являются системами с «двойной оптимизацией». Они обладают средствами для отыскания экстремума показателя качества предсказания $\bar{\epsilon}^2$ и экстремума показателя качества Q , т. е. они могут производить самоанализ успешности изменений свойств системы предсказания;

биологический тип системы характеризуется тем, что система предсказания состоит из большого числа почти идентичных элементов (нейроподобных ячеек), действующих на основании неполной входной информации, и моделирует с определенным приближением деятельность системы предсказания живых существ.

Розенблаттом доказано, что трехслойные перцептронные структуры с последовательными связями далеко отстают от биологических систем. И различие здесь не в том, что именно минимальная топологическая структура может научиться делать, а в скорости, эффективности, экономичности и надежности обучения или адаптации. Кроме того, в работах Ф. Розенблатта подробно излагаются недостатки, характерные для перцептронов

с минимальной топологической структурой, которые сводятся к следующему:

1) для выполнения той или иной задачи может потребоваться чрезмерно большая система;

2) время обучения может оказаться чрезмерно длительным;

3) система может оказаться в очень сильной зависимости от внешних оценок, производимых независимой системой подкрепления в процессе обучения;

4) способность минимальных топологических структур к обобщению (индукция) недостаточна;

5) недостаточна также их способность к выделению существенных элементов в сложном сенсорном поле (анализ), т. е. способность к самообучению выражена очень слабо, так как наблюдается неспособность минимального перцептрона достигать конечного полезного состояния при помощи автоматической системы подкрепления.

Эти недостатки частично устраняются многослойными перцептронами и перцептронами с перекрестными связями.

Перцептроны:

1) обнаруживают способность обучаться ассоциировать образы, а также вырабатывать принципы подобия по преобразованной последовательности;

2) все такие системы при работе с когерентными случайными образами дают лучшие результаты, чем при работе со случайными точечными образами;

3) для моделей с перекрестными связями характерна зависимость от предыстории, вследствие чего их текущее состояние является функцией прошлой последовательности событий, а не только предшествующего события. Это означает, что все системы с перекрестными связями обладают некоторой способностью к распознаванию временных образов;

4) у систем с перекрестными связями значительно быстрее достигается конечное состояние, причем вначале степень адаптации ускоряется.

Эти характерные выводы для перекрестных связей между S- и A-элементами, хотя и могут оказаться полезными в некоторых системах управления, но принципиально ничего нового в перцептронную структуру не вносят.

Наиболее значительным свойством, обнаруживаемым в системах с перекрестными связями, является присущая

системам с ассоциативными перекрестными связями способностью к обобщению по подобию;

5) в системах с перекрестными связями возникает фундаментальная проблема устойчивости. Некоторые сети, будучи однажды возбуждены, становятся полностью активными, что приводит к тому, что новые стимулы уже не оказывают никакого влияния на сеть. В других сетях возникают колебательные режимы, но в принципе возможно осуществление и сетей с установившимся режимом;

6) многослойные перцептроны и системы с перекрестными связями при некоторых разумных предположениях могут обладать «самоорганизующейся» способностью к обобщению.

Иначе говоря, система может научиться формировать приемлемые классы стимулов на основании критерия подобию при условии, что в этом принимает определенное участие внешняя среда. Это участие выражается в «требовании непрерывности», которое фактически сводится к тому, чтобы стимулы появлялись не в виде мгновенных всплесков, а задерживались бы на некоторое время на S -слое, причем за это время они претерпевали бы ряд перемещений и преобразований.

Если сеть адаптации существует и между A -элементами системы с перекрестными связями, то здесь может наблюдаться обобщение по подобию еще в более общем и эффективном виде.

Система с перекрестными связями не только распознает последовательность стимулов произвольной длины, но и проявляет тенденцию к ускорению процесса адаптации из-за наличия положительной обратной связи внутри системы. Такая замкнутая система с перекрестными связями эквивалентна бесконечной разомкнутой системе с перекрестными связями.

При разработке предсказывающей системы возникло предположение о возможности сочетания достоинств систем с перекрестными связями, в смысле обобщения по подобию непрерывных последовательностей с достоинствами систем с отрицательными обратными связями, что позволило бы устранить неустойчивость структуры с перекрестными связями.

Наиболее эффективным средством для достижения этой цели является применение обратных связей в виде так называемых «систем с сервоуправляемым порогом».

До сих пор речь шла о перцептронах, где пороговое значение A -элементов считалось неизменным во времени. Очевидно, эффективное значение порога A -элемента можно изменить, добавив к его входному сигналу возбуждающую или тормозящую составляющую. Если это выполнить для всех A -элементов системы, то прои-

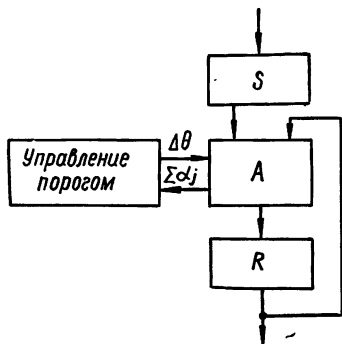
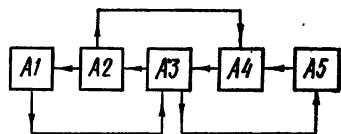


Рис. 5.24. Перцептрон с обратной связью и сервоуправляемыми порогами

Рис. 5.25. Перекрестные связи в A -слое



зойдет увеличение или уменьшение относительной роли элементов, реагирующих на данный стимул.

На рис. 5.24 приведена схема перцептрона с обратной связью, в котором результирующая активность непрерывно регулируется следящей системой, изменяющей величину порогов таким образом, что полное возбуждение остается постоянным. Если процент активных элементов, характеризующий $\Sigma \theta_i$, где θ_i — текущее значение порога i -го A -элемента ассоциирующего слоя, становится ниже заданного, то следящая система подает возбуждающий сигнал на входы всех A -элементов. Если же возбуждение становится выше заданного уровня, то на все A -элементы подается сигнал торможения.

Такая система обладает рядом преимуществ по сравнению с рассматривавшимися ранее перцептронами. Например:

1) сервомеханизм может обеспечить оптимальный уровень возбуждения A -элементов независимо от размеров и интенсивности стимулов;

2) в системах с перекрестными связями сервомеханизм управления порогом θ может быть использован для предотвращения «взрыва» активности, так как он представляет собой эффективный механизм для уравнивания роста весов возбуждающих связей;

3) в перцептронах с обратными связями может быть достигнуто избирательное влияние по отношению к знаковым объектам, находящимся в сложном поле. Для такого перцептрона возможна также избирательная концентрация внимания на объектах, движущихся относительно фона. Таковы теоретические предпосылки, заложенные в структуру предсказывающей системы. Таким образом, система, реализующая усовершенствованный алгоритм предсказания при помощи перцептронных структур, представляет собой самоорганизующуюся систему, построенную на принципе минимальных топологических структур с перекрестными связями в A -слое, с сервомеханизмом в цепи обратной связи. В контуре подкрепления использована R -система подкрепления и система подкрепления с коррекцией ошибки.

Перекрестные связи в A -слое выполнены по схеме, изображенной на рис. 5.25.

1. Аверинцев М. Б. Об одном способе описания случайных полей с дискретным аргументом.— Проблемы передачи информации, 1970, № 6, 2.
2. Автоматы. /Под ред. К. Э. Шеннона, Дж. Маккарти, М., МЛ, 1956.
3. Аганин И. Х., Маркова Е. В., Звягинцева В. И. Определение оптимальных режимов химических процессов методами математической статистики.— Химическая промышленность, 1961, № 12.
4. Азерников В. Неслучайные случайности. М., Дет. лит., 1972.
5. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Теоретические основы метода потенциальных функций в задаче об обучении автоматов разделению входных ситуаций на классы. М., изд. Института автоматизации и телемеханики АН СССР, 1964.
6. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Вероятностная задача об обучении автоматов распознаванию классов и метод функций. М. изд. Института автоматизации и телемеханики АН СССР, 1964.
7. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в задаче о восстановлении характеристики функционального преобразования по случайно наблюдаемым точкам. М., изд. Института автоматизации и телемеханики АН СССР, 1964.
8. Алексин Ю. М. Статистические прогнозы в геофизике. Л., Изд-во Ленинградского ун-та, 1963.
9. Алексеев В. А., Гвоздинский А. Н., Кузьмин И. В. Выбор оптимального количества ЭВМ в структуре АСУ. Киев, Изд. ИК АН УССР, 1976.
10. Амосов М. М., Косиль Э. М. Алгоритм и техническое обеспечение искусственного разума.— В кн.: Электроника и моделирование, вып. 3, Киев, Наукова думка, 1974.
11. Амосов М. М., Шкабара Е. А. Про застосування методів кібернетики при постановці діагнозу.— Фізіологічний журнал, 1962, т. 8, вип. 6; Автоматика, 1959, № 3; 1961, № 1; 1962, № 4, 5.
12. Баженов Л. Г., Кнопов П. С. О задачах случайных полей, удовлетворяющих стохастическим дифференциальным

уравнениям.— Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1976, № 6, с. 153—157.

13. Б а р а б а ш Ю. Л. и др. Вопросы статистической теории распознавания. М., Сов. радио, 1967.
14. Б е л л м а н Р. Процессы регулирования с адаптацией. М., Наука, 1964.
15. Б е н д а т Д ж. Основы теории случайных шумов и ее применения /Под ред. В. С. Пугачева. Пер. с англ. М., Наука, 1965.
16. Б е н е н с о н З. М., Х а з е н Э. М., Методы последовательного анализа в задачах распознавания многих гипотез.— Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1966, № 4.
17. Б и р С. Кибернетика и управление производством. М., Физматгиз, 1963.
18. Б о м а с В. В., И н о з е м ц е в С. П. К оценке надежности адаптивных систем.— Изв. ЛЭТИ им. В. И. Ульянова (Ленина), 1966, вып. 56, ч. 3.
19. Б о н г а р д М. М. Проблема узнавания. М., Наука, 1967.
20. Б о р н М а к с. Возможно ли предсказание в классической механике.— Успехи физ. наук, 1959, т. 19, вып. 2.
21. Б р а в е р м а н Э. М. Некоторые вопросы построения машин, классифицирующих объекты по заранее заданному признаку.— Автоматика и телемеханика, 1960, вып. 10.
22. Б р а й н е с С. Н., Н а п а л к о в А. В., С в е ч и н с к и й В. Б. Нейрокибернетика. М., Медгиз, 1962.
23. Б р а у н Б. М. Непрерывная компенсация в линейных импульсных системах автоматического регулирования с обратной связью.— Труды / II Междун. конгр. ИФАК. М., 1963.
24. Б у т а к о в Е. А. Алгоритм синтеза порогового элемента.— Кибернетика, 1966, № 6.
25. Б у ш Р., М о с т е л л е р Ф. Стохастические модели обучаемости. М., Физматгиз, 1962.
26. В а н - Т р и с Г. Синтез оптимальных нелинейных систем управления. М., Мир, 1964.
27. В а н - Т р и с Г. Теория обнаружения оценок и модуляции. М., Сов. радио, 1972.
28. В а л ь д А. Последовательный анализ. М., Физматгиз, 1960.
29. В а с и л ь е в В. И., С в е т а л ь с ь к и й Б. К. Про точність передбачаючих пристроїв.— Автоматика, 1965, № 4.
30. В о р о п а е в В. И. Модели и методы календарного планирования в АСУ. М., Стройиздат, 1975, с. 211—220.
31. В е к к е р Л. М. Восприятие и основы его моделирования. Л., Изд-во Ленинградского ун-та, 1964.
32. В и н е р Н. Мое отношение к кибернетике, ее прошлое и будущее. М., Сов. радио, 1969.
33. В я л ь ц е в А. Н. Дискретное пространство — время. М., Наука, 1965.
34. В о р о н и н Г. В. Об «элементарных звеньях» биологических систем управления.— В кн.: Теория и применение автоматических систем, М., Наука, 1964.

35. Гаврилов В. М. Оптимальные процессы в конкретных ситуациях. М., Сов. радио, 1969.
36. Галушкин А. И. Синтез многослойных систем распознавания образов. М., Энергия, 1974.
37. Галушкин О. І. Про алгоритми адаптації в багатошарових системах розпізнавання образів.— ДАН УРСР, 1973, т. 4, № 1.
38. Георгіївський В. Б., Степаненко В. М. Про екстраполяцію одного класу стаціонарних випадкових процесів.— Автоматика, 1966, № 5.
39. Герцбах И. Б. О профилактике по прогнозирующему параметру.— Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1967, № 1.
40. Гладышев Е. Г. О периодически коррелированных случайных последовательностях.— ДАН СССР, 1961, т. 137, с. 1026.
41. Гончаров В. Л. Теория интерполирования и приближения функций. М., Гостехиздат, 1954.
42. Горшенина Н. Л. Оптимальное управление запасами со случайным пополнением при наличии предсказаний.— Труды Ин-та электрон. управл. машин, 1973, вып. 31, с. 56—62.
43. Граве П. С., Растрингин Л. А. Об одной математической модели синтеза поведения (подсознательный уровень).— Адаптивные системы, вып. 2, Рига, Зинатне, 1972.
44. Гренандер У. Случайные процессы и статические выводы. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
45. Григорьев С. В. Линейный прогноз по всему прошлому для некоторых вероятностных процессов.— В кн.: Итоговая научн. конф. Казан. ун-та, 1963 г. Техническая кибернетика, Казань, 1964.
46. Григорьев С. В. Линейное прогнозирование процессов, связанных с марковским стационарным процессом линейными преобразованиями.— В кн.: Итоговая научн. конф. Казан. ун-та, 1963 г. Техническая кибернетика, Казань, 1964.
47. Грубов В. И., Ивахненко А. Г., Мандровский И.-Соколов Б. Ю. Промышленная кибернетика. Киев, Наукова думка, 1965.
48. Гулько Ф. Б., Коган Б. Я. Метод оптимального управления с прогнозированием.— Труды/ II Междун. конгр. ИФАК, т. 2. М., Наука, 1963.
49. Гулько Ф. Б., Коган Б. Я., Лернер А. Я. и др. Метод прогнозирования при помощи быстродействующих аналоговых вычислительных машин.— Автоматика и телемеханика, 1963.
50. Гурфинкель В. С. Биоелектрическое управление в медицине.— Вестн. АМН СССР, 1964, № 2.
51. Гутчин Н. Б., Кузичев А. С. Бионика и надежность. Элементы теории формальных нейронов. М., Наука, 1967.
52. Гутчин Н. Б., Кузичев А. С. К вопросу о синтезе формальных нейронов.— Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1966, № 5.
53. Давенпорт В. Б., Рут В. Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов. М., Изд-во иностр. лит., 1960.

54. Джабарзаде Р. М. Применение вычислительных машин для оперативного прогноза погоды.— Труды/Всесоюз. совещ. по вычислит. технике. Баку, 1961.
55. Джапаридзе К. О. О статистической задаче прогнозирования стационарного процесса с трендом.— В кн.: Вопросы исследования операций, Тбилиси, Мецниереба, 1966.
56. Дмитриев С. П., Петрова И. Г. Определение оптимального многомерного фильтра, удовлетворяющего условию абсолютной инвариантности.— Автоматика и телемеханика, 1966, № 3.
57. Дуб Д. Вероятностные процессы. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
58. Дубровский Д. И. Категория информации и некоторые аспекты деятельности мозга.— Мысль, 1969.
59. Дынкин Е. Б. Марковские процессы. М., Физматгиз, 1963.
60. Есипович Е. М. Об импульсных и непрерывных системах, содержащих экстраполирующие элементы. М., Изд-во АН СССР, 1960.
61. Егоров Л. П. Сравнительный анализ ошибок распознавания образов при прогнозировании отказов полупроводниковых приборов.— Электронная техника, сер. 8. Управление качеством и стандартизация, МЭИ, вып. 9, 1972, № 15.
62. Егоров Л. П. Сравнительный анализ ошибок распознавания образов.— Электронная техника, сер. 8. Управление качеством и стандартизация, МЭИ, вып. 10, 1972, № 15.
63. Ермаков С. С., Есипович Е. М. Методика составления импульсных систем регулирования, содержащих экстраполирующие устройства.— Автоматика и телемеханика, 1958, т. 19, № 5.
64. Живоглазов В. П. Автоматические системы с накоплением информации. Фрунзе, Илим, 1966.
65. Жовинский В. И. Схемы запоминания напряжения и блоки запаздывания. М., Энергия, 1963.
66. Заездный А. М. Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи. М.—Л., ГЭИ, 1961.
67. Зайцев А. Г. Аналитическое конструирование систем, воспроизводящих полезный сигнал в присутствии помех.— Автоматика и телемеханика, 1963, № 2.
68. Зелькин Э. Г. Построение экстраполяторов.— Автоматика и телемеханика, 1962, т. 23, № 9.
69. Заездный А. М. Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи. М.—Л., ГЭИ, 1961.
70. Ивахненко А. Г. Самообучающиеся системы с положительной обратной связью. Киев, Изд-во АН УССР, 1963 (см. также Автоматика, 1962, № 3).
71. Ивахненко О. Г. Принципи побудови системи керування складними процесами.— Автоматика, 1963, № 4.
72. Ивахненко О. Г., Фіногеева Г. Г. Про проблему побудови комбінованої (детерміновано-самонавчальної) лікувальної системи.— Автоматика, 1963, № 1.

73. І в а х н е н к о О. Г. Про переваги однорядних розпізнаючих систем.— Автоматика, 1962, № 6.
74. І в а х н е н к о О. Г. Кібернетичні системи з комбінованим керуванням. К., Держтехвидав УРСР, 1963.
75. І в а х н е н к о О. Г., В о р о н о в а Л. І. Розпізнаюча система «Альфа» як передбачаючий фільтр і екстремальний регулятор без пошукових коливань.— Автоматика, 1964, № 3.
76. І в а х н е н к о О. Г. Схеми комбінованих детерміновано-самонавчальних систем керування неперервними процесами.— Автоматика, 1963, № 5.
77. І в а х н е н к о О. Г. Розпізнаючі системи як позиційний коректор розімкнутих систем екстремального керування.— Автоматика, 1965, № 1.
78. І в а х н е н к о А. Г., Л а п а В. Г. Предсказание случайных процессов. Киев, Наукова думка, 1971.
79. І в а х н е н к о А. Г., З а й ч е н к о Ю. П., Д и м и т р о в В. Д. Принятие решений на основе самоорганизации. М., Сов. радио, 1976.
80. І в а х н е н к о О. Г. Кібернетичні системи автоматичного керування, що самопокращуються, здатні до «навчання».— Автоматика, 1959, № 4.
81. І в а х н е н к о А. Г. Техническая кибернетика. Киев, Гостехиздат УССР, 1959.
82. І в а х н е н к о О. Г. Зв'язок умови неабсолютної інваріантності з роботами по синтезу структур систем високої точності.— Автоматика, 1960, № 1.
83. І в а х н е н к о О. Г. Кореляційні методи в кібернетичних системах автоматичного керування. — Автоматика, 1960, № 2.
84. І в а х н е н к о А. Г. Кибернетические системы с комбинированным управлением. Киев, Техніка, 1966.
85. І в а х н е н к о О. Г. Індетерміновані передбачаючі моделі.— Автоматика, 1966, № 6.
86. И р г е р Д. С. Об оптимальной фильтрации по минимаксному критерию.— Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1966, № 5.
87. К а л и н и н Г. П. Простая электронная моделирующая установка для прогноза паводков.— Метеорология и гидрология, 1960, № 8.
88. К а с т л е р Г. Возникновение биологической организации. М., Мир, 1967.
89. К а р и б с к и й В. В., Ч е р н ы ш е в А. В. Цифровые интерполяторы для систем программного управления. М., ЦИТИИ, 1962.
90. К е м е н и Д., С н е л л Д., Т о м п с о н Д. Введение в конечную математику. М., Мир, 1965.
91. К е р е к е с н е р І. П., Ч е х о в и й Ю. М. Алгоритми навчання розімкненої системи екстремального керування.— Автоматика, 1965, № 2.

92. Желев О. Н., Попков Ю. С. Некоторые вопросы синтеза одного класса оптимальных нелинейных фильтров.— Автоматика и телемеханика, 1966, № 11.
93. Ковалевский В. А. Корреляционный метод распознавания изображений.— Вычислительная математика и математическая физика, 1962, № 4.
94. Колмогоров А. Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей.— Изв. АН СССР. Матем. и естеств. науки, 1941, № 5.
95. Колосов Г. Е. Задачи оптимального управления в условиях априорной неопределенности.— Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1972, № 6.
96. Коробов Н. М., Теоретико-числовые методы в приближенном анализе. Киев, Физматгиз, 1963.
97. Костюк В. И. Самонастраивающиеся следящие системы. Киев, Техніка, 1966.
98. Костюк В. И., Ходаков В. Е. Системы отображения информации и инженерная психология, Киев, Вища школа, 1977.
99. Кравченко Л. Д. Трансфлюксоры в устройствах телеуправления. Киев, Гостехиздат, 1963.
100. Крамер Г. Случайные величины и распределение вероятностей. М., Изд-во иностр. лит., 1947.
101. Крементуло Ю. В. До умови абсолютної інваріантності для розімкнутих імпульсних систем.— Автоматика, 1960, № 2.
102. Крементуло Ю. В. Синтез інтерполяторів з умов інваріантності.— Автоматика, 1961, № 5.
103. Круг Г. К. и др. Обучающиеся системы управления. МЭИ, 1963, № 44, 49; 1964, № 51.
104. Кузьмин И. В. и др. Синтез вычислительных алгоритмов контроля и управления. Киев, Техніка, 1975.
105. Кузьмин И. В. Элементы вероятностных моделей АСУ, М., Сов. радио, 1975.
106. Кулик В. Т. Алгоритмизация объектов управления. Киев, Наукова думка, 1968.
107. Куликов М. А. Використання методу умовних імовірностей для постановки медичного діагнозу.— Автоматика, 1961, № 5.
108. Куликовский Р. Оптимальные и адаптивные процессы в системах автоматического регулирования. М., Наука, 1967.
109. Лаббок Д. К. Оптимизация одного класса нелинейных фильтров.— Труды/ I междунар. конгр. ИФАК. М., 1961, № 3.
110. Лабутин В. К., Молчанов А. П. Слух и анализ сигналов. М., Энергия, 1967.
111. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., Наука, 1977.
112. Лапа В. Г. Оценка эффективности алгоритмов адаптации предсказывающих фильтров.— Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1970, № 6, с. 151—158.

113. Лапа В. Г., Краскевич В. Е. Нейроподобный элемент для адаптивных структур.— Автоматика, 1967, № 4.
114. Лапа В. Г., Файнерман В. И. Предсказание показателей качества нефтепродуктов в процессе нормальной эксплуатации технологических установок НПЗ.— Нефть и газ, 1966, № 7.
115. Лапа В. Г. Математические основы кибернетики. Киев, Вища школа, 1974.
116. Ленинг Дж., Беттин Р. Г. Случайные процессы в задачах автоматического управления. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
117. Ли Р. Оптимальные оценки, определение характеристик и управление. М., Наука, 1966.
118. Линник Ю. В. Статистические задачи с мешающими параметрами. М., Наука, 1966.
119. Ломовацкий Г. И., Штаерман Э. Я. Комплекс алгоритмов и программ по распознаванию образов и автоматическому прогнозированию временных рядов. Донецк, Изд-во АН УССР, Ин-т эконом., 1974.
120. Лукомский Я. И. Теория корреляции и ее применение к анализу производства. М., Госстатиздат, 1958.
121. Любинский И. А., Позин Н. В. Моделирование процессов переработки информации в нейроне. Принципы построения модели нейрона.— Автоматика и телемеханика, 1965, т. 26, № 12.
122. Ляпунов А. А. О некоторых общих вопросах кибернетики.— В кн.: Проблемы кибернетики, М., Физматгиз, 1958, № 1.
123. Мандровский-Соколов Б. Ю. Про реалізацію екстраполюючих фільтрів з експоненціальним згладжуванням.— Автоматика, 1964, № 3.
124. Марголис М., Леондес Ц. Теория приспособляющихся систем управления с обучающей моделью.— Труды I Междунар. конгр. ИФАК, М., 1961.
125. Математические проблемы в биологии /Под ред. Р. Беллмана. М., Мир, 1966.
126. Мейтус В. Ю. Об одном статистическом методе определения выходного сигнала нервных сетей.— Кибернетика, 1966, № 6.
127. Наука — техника — управление /Под ред. Ф. Каста и Д. Розенцвейга, пер. с англ. М., 1966.
128. Невалинна Р. Пространство, время и относительность. М., Мир, 1966.
129. Новосельцев В. Н. О построении систем с предсказанием, работающих в условиях помех.— В кн.: Теория и применение автоматических систем. М., Наука, 1964.
130. Общая теория систем /Пер. с англ. М., Мир, 1966.
131. Ольшески Я. Модель автомата для выбора коэффициентов следящей системы.— Кибернетика, 1966, № 2.
132. Основы автоматического управления/Под ред. В. С. Пугачева, М., Физматгиз, 1963.

133. Отхмезури Г. Л. Провластивості ознак шостого зворотного додаткового зв'язку.— Автоматика, 1963, № 2.
134. Оуэн А. Статистические таблицы. М., Физматгиз, 1966.
135. Павлов В. В. Управляющие устройства логического типа. М., Энергия, 1968.
136. Пареев Ю. И. Предсказание траектории стохастических систем при инерционном измерительном устройстве.— Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1967, № 1.
137. Первозванский А. А. Случайные процессы в нелинейных автоматических системах. М., Физматгиз, 1962.
138. Питання розпізнавання образів на Всесоюзній конференції по самонастроювальних системах.— Автоматика, 1964, № 2.
139. Плакс Б. И. Распознающий автомат как информационная система.— Труды Ленингр. ин-та авиац. приборостроения, 1966, № 48.
140. Поляк Г. Л. Применение метода прогнозирования к некоторым нелинейным системам.— Автоматика и телемеханика, 1966, № 8.
141. Поморцев М. Очерк учения о предсказании погоды (синоптическая метеорология). СПб, 1889.
142. Предсказание заморозков и ночного минимума температуры. Л., Гидрометеиздат, 1961, № 29.
143. Принципы самоорганизации. Пер. с англ. /Под ред. А. Я. Лернера, М., Мир, 1966.
144. Приспосабливающиеся автоматические системы /Под ред. Э. Мишкина и Л. Брауна. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
145. Проблемы нейрокибернетики. Ростов, изд. Ростов. ун-та, 1962.
146. Прогноз в защите растений от вредителей и болезней. Рига, Изд-во АН Латв. ССР, 1964.
147. Прохоров А. И. Бионика. М., Знание, 1963.
148. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.
149. Пупков К. А., Дарчиашвили В. В. Тензорный анализ способности мозга к усвоению информации.— Труды Моск. ин-та электрон. машиностр., вып. 28, 1972.
150. Раймман Н. С., Чадеев В. М. Адаптивные модели в системах управления. М., Сов. радио, 1966.
151. Растрингин Л. А. Статистические методы поиска. М., Наука, 1968.
152. Растрингин Л. А., Эйдук Я. Ю. Информационные свойства магнитного поля (в задаче управления человеком-оператором).— В сб.: Нейробионика и проблемы биоэлектрического управления, Киев, изд. ИК АН УССР. 1976.
153. Росин М. Ф. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления. М., Машиностроение, 1970.
154. Розенблатт Ф. Аналитические методы изучения нейронных сетей.— Зарубежная радиоэлектроника, 1965, № 8.
155. Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики, М., Мир, 1965.

156. Рыбальский В. И. и др. Решение многосетевых и многоцелевых задач с учетом рационального использования ресурсов. К., Изд-во НИИАС, 1969.
157. Рябов Г. Г. Применение методов распознавания образов к техническому прогнозированию.— В сб.: Самообучающиеся автоматические системы. М., Наука, 1966.
158. Себестян Г. С. Процессы принятия решений при распознавании образов. Киев, Техніка, 1965.
159. Сергиенко Т. М., Лапа В. Г., Волошин М. Я. Применение комбинированного метода предсказания нестационарных случайных процессов для суждения об изменении кривой ликворного давления при вдыхании углекислоты в динамике развития внутричерепной гипертензии.— Вопросы нейрохирургии, 1967, № 3.
160. Сергиенко Т. М., Волошин М. Я., Лапа В. Г. Использование методов математического прогнозирования в нейрохирургической практике.— Тез. докл. на Всесоюз. конф. нейрохирургов. Л., 1964.
161. Серебрянников М. Г., Первозванский А. А. Выявление скрытых периодичностей. М., Наука, 1965.
162. Сігов Б. О. Підвищення точності роботи цифрового інтегратора, побудованого на основі подільника частоти.— Автоматика, 1962, № 1.
163. Салыга В. И., Левин М. Б., Руденко О. Г., Штонда А. Н. К вопросу построения адаптивных комбинированных алгоритмов идентификации. Киев, изд. ИК АН УССР, 1976.
164. Сламчинская Т. И., Житейская Т. П. Применение одного метода прогнозирования в системе оперативного управления ГОК.— Труды семинара «Управляющие машины и системы черной металлургии», вып. 1. Киев, 1969.
165. Случайные колебания / Под ред. С. Кренделя. М., Мир, 1967.
166. Солодовников В. В. Современные проблемы теории управления.— В кн.: Вычислительная техника для управления производством. М., Машиностроение, 1969.
167. Стефанов Н., Яхиел Н., Качаупов С. Управление, моделирование и прогнозирование. Пер. с болг. М., Экономика, 1972.
168. Стратонович Р. Л. Ценность информации при наблюдении случайного процесса в системах, содержащих конечные автоматы.— Известия АН СССР. Техническая кибернетика, 1966, № 6.
169. Стратонович Р. П., Сосулин Ю. Г. Оптимальное обнаружение марковского процесса в шуме.— Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1966, № 4.
170. Танаев В. С., Поварич Н. П. Синтез граф-схем алгоритмов выбора решений. Минск, Наука и техника, 1974.
171. Таран В. А. и др. Математические вопросы автоматизации производственных процессов. М., Высшая школа, 1968.

172. Т е р д о х л е б Н. Г. Машинная обработка экономической информации промышленных предприятий. М., Статистика, 1971.
173. Тематическая подборка УкрНИИНТИ Госплана УССР. «АСУ и АСУ ТП предприятий химической и нефтехимической промышленности». Киев, 1974.
174. Т е м н и к о в Ф. Е. и др. Теоретические основы информационной техники. М., Энергия, 1971.
175. Техническая кибернетика (серия инженерных монографий) /Под ред. проф. В. В. Солодовникова, кн. 1, 2, 3 (ч. 1 и 2). М., Машиностроение, 1969.
176. Т и м о ф е е в Б. Б. и др. Алгоритмизация в автоматизированных системах управления. Киев, Техніка, 1972.
177. Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений. М., Экономика, 1969.
178. У е м о в А. И. Системы и системные параметры.— В кн.: Проблемы формального анализа систем. М., Наука, 1968.
179. У е м о в А. И., С а д о в с к и й В. С., Ч у д и н о в Э. М. Философские проблемы современного естествознания. М., Высшая школа, 1974.
180. Ф а р м е р Э. Д. Метод предсказания нестационарных процессов и его применение к задаче оценки нагрузки.— В кн.: Труды II Междунар. конгр. ИФАК, М., 1963.
181. Ф е л ь д б а у м А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М., Физматгиз, 1963.
182. Ф о г а р а ш и Б. Логика. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
183. Ф о р Р., К о ф м а н А., Д е н и - П а п е н М. Современная математика. М., Мир, 1966.
184. Ф р е н к е л ь Я. И. Статистическая физика. М., Изд-во АН СССР, 1948.
185. Х а л ф е н Э. Ш., Я ц е н к о К. С., З а ф е р м а н Д. М. Прогнозирование исходов инфаркта миокарда по формулам, выведенным методом динамического программирования. М., Наука, 1973.
186. Х а р к е в и ч А. А. О выборе признаков при машинном опознавании.— Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1963, № 2.
187. Х а р к е в и ч А. А. Борьба с помехами. М., Наука, 1965.
188. Х е л с т р о м К. Статистическая теория обнаружения сигналов. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
189. Х о л к и н И. И. Прогнозирование спроса с введением адаптации. Труды Рязан. радиотехн. ин-та, 1974, вып. 58, 82—87.
190. Х р о л е н к о В. Н. Организация многоуровневых иерархических систем сетевого планирования и управления. Автоматизированные системы управления. Часть I. Тезисы докладов 4 республиканской школы молодых ученых и специалистов по АСУ и автоматизации проектирования, с. 75—79. Ташкент, 1978 г.
191. Ц ы п к и н Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М., Наука, 1968.

192. Ч а в ч а н и д з е В. В., Г е л ь м а н О. Я. Моделирование в науке и технике. М., Наука, 1966.
193. Ч е л п а н о в И. Б. Проектирование оптимального стационарного фильтра с конечной памятью для случайных временных интервалов.— Автоматика и телемеханика, 1963, № 1.
194. Ч е р н о в Г., М о з е с Л. Элементарная теория статистических решений. М., Сов. радио, 1962.
195. Ч е р н ы ш В. И., Н а п а л к о в А. В. Математический аппарат биологической кибернетики. М., Медицина, 1964.
196. Ч е р н я к И. Л., Б о ж е н о в а С. Г. К вопросу об использовании ЭЦВМ для решения задачи прогноза устойчивости почвы горных выработок.— В кн.: Применение математических методов и вычислительной техники в горном деле. М., 1966.
197. Ч е х о в и й Ю. Н. Навчальні системи оптимізації режиму горіння.— Автоматика, 1964, № 3.
198. Ч и н а е в П. И. Многомерные автоматические системы. Киев, Гостехиздат УССР, 1963.
199. Ч и н а е в П. И. К вопросу синтеза линейных систем связанного регулирования.— В кн.: Теория инвариантности и ее применение в автоматических устройствах. М., 1959.
200. Читающие автоматы и распознавание образов. Киев, Наукова думка, 1965.
201. Ш л е з и н г е р М. І. Досліди по моделюванню системи «Альфа» з додатним зворотним зв'язком в обчислювальній машині.— Автоматика, 1963, № 2.
202. Ш т е й н б у х К. Человек и автомат. М., Сов. радио, 1957.
203. Э ш б и У. Росс. Введение в кибернетику. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
204. Я в о р с к и й В. Н. и др. Проектирование инвариантных следящих приводов. М., Высшая школа, 1963.
205. Я г л о м А. М. Экстраполирование, интерполирование и фильтрация стационарных случайных процессов.— Труды Моск. мат. о-ва, 1955, № 4.
206. Я с т р е м с к и й Б. С. Некоторые вопросы математической статистики. М., Госстатиздат, 1961.
207. Archer D. H. An optimizing control for the chemical process industries, New products engineering department, Westinghouse Electric Corporation, Report 9091-6-6781-5, (27), 1959.
208. Balakrishnan A. V. An adaptive nonlinear data predictor, Nati Telemetering Conf. Proc., 1962.
209. Belis M. Informations theoretisches Lernmodel.— Kibernetik, 1967, 3, 5.
210. Bellman R. Mathematical experimentation and biological research, Computer techniques in physiology, 1962, 21, 1.
211. Benedict T. R. Predictor — Relay with Random Inputs, Trans. IRE, v. EC-4, 6, 1958.
212. Bierman Gerald J. An efficient smoothing algorithm for discrete linear systems. Automatica, 1974, 10, 5, 559—563.

213. Blackman R. B. Smoothing and Prediction of Time Series by Cascaded Simple Averages.— Proc. ASME, 1958, 10.
214. Blackman R. B., Bode H. W., Shannon C. E. Data — smoothing and Prediction in Fire Control Systems.— Res. and Development Board, 1948, Aug.
215. Bode H. W., Shannon C. E. A Simplified Derivation of Linear Least — Square Smoothing and Prediction Theory.— Proc. IRE, 1959, 38, 4.
216. Brown J. L. Asymmetric Non — Mean — Square Error Criteria.— IRE Trans., v. AC-7, 1, 1962.
217. Brown R. G. Statistical Forecasting for Inventory Control, McGraw Hill, N. Y., 1959.
218. Brown R. G., Meyer R. F. The fundamental Theory of Exponential Smoothing.— Oper. Res., 1961, 9.
219. Chestnut H., Sollecito W. E., Trontman P. H. Predictive Control Systems Application.— Appl. and Industry, 1961, 55, July.
220. Chen Chi — hau. A note on sequential decision approach to pattern recognition and machine learning, Inform. and Control, 1966, 9, 6.
221. Chen G. K. C., Winters P. R. Forecasting peak demand for an electric utility with a hybrid exponential model. *Manag. Sci.*, 1966, 12, 12.
222. Coales J. F. An on — off servomechanism with predicted changeover. — Proc. of IRE, 1956, 103, 13, 10.
223. Couts D., Grether D., Nerlove M. Forecasting non — stationary economic time series.— *Manag. Sci.*, 1966, 13, 1.
224. Davis R. C. On the theory of non—stationary stochastic processes.— *J. Appl. Phys.*, 1952, 23, Sept.
225. Davisson L. D. A theory of adaptive filtering.— *IEEE Trans.*, I. T., 1966, 12, 2.
226. Davisson L. D. Filtering of time series with unknown mean value.— *SIAM J. Appl. Math.*, 1966, 14, 6.
227. Decowski M. The transistor model of neuron and neuron net., — *Kybernetika*, 1966, 2, 6.
228. Duda R. O., Machanik J. M. An Adaptive Prediction Technique and its Application to Weather Forecasting.— *Wescon Techn. Papers*, 1963, 7.
229. Elgerd Olle I. Hybrid computation a means to study predictive control system behavior,— *IEEE Internat. Convent. Rec.*, 1964, 12, 1.
230. Esposito R. A class of estimators for optimum adaptive detection,— *Inform. and Control*, 1967, 10, 2.
231. Farley B. G. and Clark W. A. Simulation of self — organizing systems by digital computer,— *IRE Trans.*, PGIT—4, 1954, 76—84.
232. Fralick S. C. Learning to recognize patterns without a teacher, *IEEE Trans. IT*, 1967, 13, 1.
233. Frechet M. Sur les Fonctionnelles Continues,—*Ann. Ec. Norm. Sup.*, 27, 1910.
234. Friedland B. Least squares filtering and prediction on non-

- stationary sampled data.— Inform. and Control, 1958, 1, 4, 297—313.
235. Gabor D., Wilby W. R. and Woodcock R. A. A universal nonlinear filter, predictor and simulator which optimizes it self by a learning process,— Proc. Inst. Electr. Engr., v. 108, Part B, No 40, 1961 (см. также Экспресс—информация, «Приборы и элементы промышленной автоматки», рефераты 269—271, 1961, № 47).
 236. Gabor D. Predicting Machines, Scientia,— Rev. Int. Syntese Sci., Milano, 1962, 5, Mai.
 237. Glover C. C. Optimum prediction with a mean weighted square error criterion,— Trans. IRE, AC—6, 7, 1950.
 238. Hamus L. von. Nichtlineare Regelungsvorgänge in der Technik und in der Biologie,— Electron. Rechenanlag, 1964, 6, 7.
 239. Helstrom C. W. Detection theory and quantum mechanics,— Inform. and Control, 1967, 10, 3.
 240. Hinich M. J. A model for a self—adapting filter,— Inform. and Control, 1962, 5, 3.
 241. Htun L. Tin. Reliability prediction techniques for complex systems,— IEEE Trans. Reliabil., 1966, 15, 2.
 242. Ivakhnenko A. G. New methods of control system investigation,— Control, December, 1960 and February, 1961.
 243. Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problem,— J. of Basic Engr., 1960, 82, Ser. 1, 1, 35—45.
 244. Karhunen K. Über ein Extrapolationproblem in dem Hilbertshem Raum, II Skand. mat. Kongress, 1959.
 245. Katznelson I., Gould L.— Inform. and Control, 3, 8, 5, 1962.
 246. Kaufman H., De Russo P. M. An adaptive predictive control system for random signals,— IEEE Trans. Autom. Control, 1964, 9, 4.
 247. Kaufman H., De Russo P. M. Stability Analysis of Predictive Control Systems.— IEEE Trans. AC, 1966, 11, 3.
 248. Labin E. Perfectionnements aux calculateurs electroniques de prevision, Франц. патент. GO6F, 1209834.
 249. Laning I. Prediction and filtering in the presence of gaussian interference, Report R—27, M. I. T. Instr. Lab., October, 1951.
 250. Lawler E. A., Druml F. V. Hydraulics problem solution on electronic Computers, Weterways and Harbors Division,— Proc. Amer. Soc. Civil Engr., 1958, 84, 1.
 251. Lebel F., Gelci R. La prevision numerique de L'etat de la mer a l'aide d'un calculateur,— J. mec. et phys. atmosph., 1959, 1, 2.
 252. Ling Kang. On two—move prediction games.— Ann. Statist., 1974, 2, 5, 988—999.
 253. Little John D. C. A model of adaptive control of promotional spending,— Oper. Res., 1966, 14, 6.
 254. Mason B. J. Weather forecasting by computer,— New scientist, 1966, 32, 517.

255. Malt G. Bestimmung statistisch gesicherter Koeffizienten bei der exponentiellen Auskeichung.— *Unternehmenstorschung*, 1966, 10, 1.
256. Mays C. Hugh. Effects of adaptation parameters on convergence time and tolerance for adaptive three shold elements.— *IEEE Trans., EC*, 1964, 13, 4, 465—468.
257. McKay D. M., Ainsworth W. A. Electrolitic growth processes with applications to self-adjusting automata.— *Electron. Rechenanlag*, 1964, 6, 7.
258. McLaren R. W. A stochastic automation model for the synthesis of learning systems.— *IEEE Trans. Syst. Sci., and Cybernat.*, 1966, 2, 2.
259. Nagar A. L., Kakwani N. C. Best linear unbiased prediction for a structural econometric model.— *Indian Econ. Rev.*, 1963 (1965), 6, 3.
260. Nenadal Zdenek. Optimum filtration and prediction using digital computers.— *Stroje Zpracov. inform.*, 1966, 12.
261. Nilsson N. J. *Learning machines*, McGraw—Hill, N. Y., 1965.
262. Pattercon J. D., Wagner T. J., Womack B. F. A meansquare performance criterion for adaptive pattern classification systems.— *IEEE Trans. Automat. Control*, 1967, 12, 2.
263. Patterson J. D., Womach B. F. An adaptive pattern classification system.— *IEEE Trans. Syst. Sci. and Cybernet.*, 1966, 2, 1.
264. Powers K. H. A prediction theory approach to information rates.— *IRE Convantion Record*, 1956, 4, 4, 132—239.
265. Predictive control.— *Control*, 1, Jan., 1962, 113.
266. Rissanen J. A. fast algorithm for optimum linear predictors.— *IEEE Trans. AC*, 1973, 18, 5, 555.
267. Rochester N., Holland J. H—, Habit L. H. and Duda W. L. Tests of a cell assembly theory of the brain, using a large digital computer.— *IRE—PGIT—2*, Sept., 1956, 80—93.
268. Rosenblat F. *Principles of Neurodynamics*, Spartans Books, Washington, 1962.
269. Selfridge O. G. Pandemonium a paradigm for learning. Symposium on the Mechanisation of Thought Process, England, 1958.
270. Shannon K. Prediction and enthory of printed English.— *Bell System Tech.*, J., 1951, 30, 1.
271. Sklansky J. Learning systems for automatic control.— *IEEE Trans. AC*, 1966, 11, 1.
272. Stone R. Input—output and demografic accounting — a tool for educational planning.— *Minerva*, 1966, IV, 3; A model of the Educational System.— *Minerva*, 1965, III, 2.
273. *Studies in item analysis and prediction*, Ed. Solomon Herbert, Stanford,— *Univ. Press*, 1961, xii, 310, 70 sh.
274. Sylven Erik. Traffic forecasting: conspts and approaches.— *Reg. Sci., Assoc. Papers*, 1965, 14.
275. Thomas R. B., Kassler M. Character recognition in context.— *Inform. and Control*, 1967, 10, 1.

276. Titanus C. B., Harkema R. Input—output predictions of primary demand, The Netherlands, 1948—1958; Rev. Econ. and Statist., 1966, 48, 1.
277. Weinman A. Di sichere Prädiction in linearen totzeitfreien Abtastregelungen,— Atch. Electrotechn., 1966, 50, 5.
278. White D. I. Forecasts and decisionmaking,— J. Math. Analysis and Appl., 1966, 14, 2.
279. Wiener N. The Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time—Series, J. Willey, N. Y., 1949.
280. Wolf S. S., Gastvirth J. L., Thomas J. B. Linear optimum predictors.— IEEE Trans. IT, 1967, 13, 1.
281. Wyatt J. K. Prediction by computer. Data Process, 1959, 1, 3.
282. Zadeh L. A. Optimum nonlinear filtering.— J. Appl. Phys., 1953, 24.
283. Zadeh L. On stability of linear varying—parameter Systems.— J. Appl. Phys., 1951, 22.
284. Zadeh L., Ragazzini J. R. An Extention of Wiener's Theory of Prediction.— J. Appl. Phys., 1950, 21, 7.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5

Глава 1

ЗАДАЧИ ПРЕДСКАЗАНИЯ. ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ УСТРОЙСТВА И СИСТЕМЫ

11

Предсказание событий	11
Релятивистский подход к задаче предсказания событий . . .	15
Общая классификация задач предсказания	19
Предсказывающие устройства и системы	23
Классификация предсказывающих фильтров	24

Глава 2

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ (ДПС)

27

Интерполирование и экстраполирование	27
Интерполирование и экстраполирование ортонормированными полиномами	28
Гармонические методы интерполирования и экстраполирования	35
Методы последовательной обработки данных	38
Полигармонические предсказывающие фильтры	39

Глава 3

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ (ВПС)

41

Предсказание стационарных случайных последовательностей и процессов	41
Нелинейная фильтрация и предсказание	48

Оптимальные предсказывающие фильтры с конечным разложением	50
Итерационный процесс решения уравнений предсказывающего фильтра	52
Выражение остаточной ошибки при конечном разложении	55
Предсказание нестационарных случайных последовательностей и процессов	56
Метод характеристических составляющих	57
Комбинированный метод предсказания нестационарных случайных процессов	60
Вторая модификация комбинированного метода	63
Метод преобразования масштаба независимой переменной	64
Предсказание нестационарных дискретных последовательностей	65

Глава 4

АДАПТИВНЫЕ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ (АПС)	72
---	-----------

Элементы теории адаптивной фильтрации и предсказания	74
Общая характеристика и примеры систем с обучением и организацией	78
Универсальная предсказывающая система с самонастройкой в процессе обучения	82
Расширенный оператор предсказания	82
Схема предсказывающей системы	83
Определение весовых коэффициентов методом регрессионного анализа	84
Самообучение предсказывающей системы по итерационному алгоритму Габора	86
Минимизация расширенного оператора предсказания	87
Классифицирующие и распознающие системы для задач предсказания	89
Математические модели адаптивных предсказывающих систем (АПС)	92
Модели АПС, учитывающие внутренние состояния	95
Синтез АПС	99
Алгоритмы адаптации предсказывающих систем	100
Регулярные методы	101
Стохастические методы	102

А. Алгоритмы без накопления	102
Б. Алгоритмы с накоплением	103
Методика экспериментального исследования алгоритмов	107
А. С обучением на известной последовательности	107
Б. С обучением по мере поступления информации	108
Характеристики эффективности алгоритмов адаптации пред- сказывающих систем	109
А. Удельные (характеристики шага)	109
Б. Обобщенные характеристики	111
Проблема латентной памяти в АПС	113
Адаптивные комбинированные методы предсказания (АКОМП)	116
Линейные комбинированные методы	118
Нелинейные комбинированные методы	119

Глава 5

РЕАЛИЗАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРО- ЯТНОСТНЫХ И АДАПТИВНЫХ ПРЕДСКА- ЗЫВАЮЩИХ СИСТЕМ 124

Предсказывающая система с последовательной обработкой дан- ных	124
Цифровое моделирование	124
Предсказание изменений качества продукции	125
Исследование предсказывающей системы	127
Полигармонические предсказывающие системы в задачах предсказания электроэнцефалограмм	129
Энергетический прогноз методом характеристических составля- ющих	131
Энергетический прогноз комбинированным методом	132
Предсказание импульсных сигналов со случайно изменяющими- ся частотой и амплитудой	134
АПС, реализующая расширенный оператор предсказания	135
Предсказание изменений показателя качества продукции	135
Цифровая модель АПС	137
Обучение расширенного оператора предсказания	138
Программа моделирования	139
Исследование АПС	142
Влияние количества точек предыстории на качество пред- сказания	142
Зависимость качества предсказания от времени упреждения	145

Временные характеристики цифровой модели	146
Многослойные адаптивные структуры в качестве АПС	147
Пороговые элементы	147
АПС на пороговых элементах	149
Нейроподобные элементы с синаптическим механизмом	151
Ферротранзисторный нейроподобный элемент с синаптическим механизмом	154
Адаптивная предсказывающая система на нейроподобных элементах с синаптической памятью	160
Список литературы	179

Валентин Григорьевич Лапа

МЕТОДЫ ПРЕДСКАЗАНИЯ И ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Редактор **Ж. Г. Давиденко**

Переплет художника **А. Ф. Давиденко**

Художественный редактор **С. П. Духленко**

Технический редактор **Т. И. Трофимов**

Корректор **Н. В. Волкова**

Информ. бланк № 4630

Сдано в набор 27.02.79. Подписано в печать 6.09.79. БФ-09205.
Формат 84×108¹/₃₂. Бумага типогр. № 1. Лит. гарн. Выс.
печать. 9,66 усл.-печ. л. 10,91 уч.-изд. л. Тираж 1700 экз. Изд.
№ 4278. Зак. № 9-467. Цена 1 р. 90 к.

Головное издательство издательского объединения
«Вища школа», 252054, Киев-54, ул. Гоголевская, 7.

Книжная фабрика «Коммунист» РПО «Полиграфкнига»
Госкомиздата УССР, 310012, Харьков-12, Энгельса, 11.

