



**ПРАВОВОЧНАЯ  
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
БИБЛИОТЕКА**

**ТАБЛИЦЫ  
ИНТЕГРАЛЬНЫХ  
ПРЕОБРАЗОВАНИЙ**

**ТОМ I**

**ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ,  
ЛАПЛАСА, МЕЛЛИНА**



# TABLES OF INTEGRAL TRANSFORMS

Volume 1

BASED, IN PART, ON NOTES LEFT BY  
HARRY BATEMAN

AND COMPILED BY THE  
STAFF OF THE BATEMAN MANUSCRIPT PROJECT  
DIRECTOR ARTHUR ERDÉLYI

NEW YORK TORONTO LONDON  
MCGRAW-HILL BOOK COMPANY, INC.

1954

Г. БЕЙТМЕН и А. ЭРДЕЙИ

при участии

В. МАГНУСА, Ф. ОБЕРХЕТТИНГЕРА, Ф. ТРИКОМИ

ТАБЛИЦЫ  
ИНТЕГРАЛЬНЫХ  
ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

ТОМ I

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ,  
ЛАПЛАСА, МЕЛЛИНА

Перевод с английского  
Н. Я. ВИЛЕНКИНА



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1969

**АННОТАЦИЯ**

Настоящая книга представляет собой перевод первого тома вышедших в США «Таблиц интегральных преобразований», непосредственно примыкающих к ранее опубликованному справочнику «Высшие трансцендентные функции». Этот том содержит таблицы для преобразований Фурье, Лапласа и Меллина. По полноте охвата материала издание уникально.

Книга явится настольной для физиков теоретиков и экспериментаторов, инженеров-исследователей, математиков-прикладников и др.

**ШТАБ ПО ОСУЩЕСТВЛЕНИЮ ПРОЕКТА ВЕЙТМЕНА**

**Директор**  
**АРТУР ЭРДЕЙИ**

**Руководство штаба:**  
**ВИЛЬГЕЛЬМ МАГНУС, ФРИЦ ОБЕРХВЕТТИНГЕР,**  
**ФРАНЦИСКО Г. ТРИКОМИ**

**Ассистенты:**  
**Д. Бертин, Д. Л. Томсон,**  
**В. Б. Фалкс, Мария А. Вебер,**  
**А. Р. Харви, Е. Л. Уитней**

**Варитивистка**  
**Розмари Стемифел**

## ОГЛАВЛЕНИЕ

От переводчика . . . . .	8
Введение . . . . .	9
Стандартные формы преобразований . . . . .	13

### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

#### Глава I

##### КОСИНУС-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

1.1. Общие формулы . . . . .	16
1.2. Алгебраические функции . . . . .	17
1.3. Степени с любым показателем . . . . .	19
1.4. Показательные функции . . . . .	23
1.5. Логарифмические функции . . . . .	26
1.6. Тригонометрические функции аргумента $kx$ . . . . .	27
1.7. Тригонометрические функции других аргументов . . . . .	31
1.8. Обратные тригонометрические функции . . . . .	36
1.9. Гиперболические функции . . . . .	37
1.10. Ортогональные многочлены . . . . .	43
1.11. Гамма-функция (включая неполную гамма-функцию) и связанные с ней функции; функции Лежандра . . . . .	45
1.12. Функции Бесселя аргумента $kx$ . . . . .	47
1.13. Функции Бесселя других аргументов . . . . .	54
1.14. Другие высшие трансцендентные функции . . . . .	62

#### Глава II

##### СИНУС-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

2.1. Общие формулы . . . . .	64
2.2. Алгебраические функции . . . . .	64
2.3. Степени с произвольным показателем . . . . .	68
2.4. Показательные функции . . . . .	71
2.5. Логарифмические функции . . . . .	75
2.6. Тригонометрические функции аргумента $kx$ . . . . .	77
2.7. Тригонометрические функции других аргументов . . . . .	81
2.8. Обратные тригонометрические функции . . . . .	84
2.9. Гиперболические функции . . . . .	85
2.10. Ортогональные многочлены . . . . .	91
2.11. Гамма-функция (включая неполную гамма-функцию) и связанные с ней функции; функции Лежандра . . . . .	92
2.12. Функции Бесселя аргумента $kx$ . . . . .	95
2.13. Функции Бесселя других аргументов . . . . .	103
2.14. Другие высшие трансцендентные функции . . . . .	110

## Глава III

## ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРИЕ

3.1. Общие формулы . . . . .	112
3.2. Элементарные функции . . . . .	113
3.3. Высшие трансцендентные функции . . . . .	117

## ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

## Глава IV

## ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

4.1. Общие формулы . . . . .	120
4.2. Алгебраические функции . . . . .	124
4.3. Степени с произвольным показателем . . . . .	127
4.4. Ступенчатые и другие кусочно-рациональные функции . . . . .	131
4.5. Показательные функции . . . . .	133
4.6. Логарифмические функции . . . . .	136
4.7. Тригонометрические функции . . . . .	133
4.8. Обратные тригонометрические функции . . . . .	147
4.9. Гиперболические функции . . . . .	148
4.10. Обратные гиперболические функции . . . . .	152
4.11. Ортогональные многочлены . . . . .	155
4.12. Гамма-функция, функция ошибок, интегральная показательная функция и связанные с ними функции . . . . .	159
4.13. Функции Лежандра . . . . .	162
4.14. Функции Бесселя аргументов $kt$ и $kt^{1/2}$ . . . . .	164
4.15. Функции Бесселя от других аргументов . . . . .	172
4.16. Модифицированные функции Бесселя от аргументов $kt$ и $kt^{1/2}$ . . . . .	176
4.17. Модифицированные функции Бесселя от других аргументов . . . . .	180
4.18. Функции Кельвина и родственные им функции . . . . .	183
4.19. Функции, родственные функциям Бесселя, функции Струве, Ломмеля и интегральные функции Бесселя . . . . .	185
4.20. Функции параболического цилиндра . . . . .	189
4.21. Гипергеометрическая функция Гаусса . . . . .	191
4.22. Вырожденные гипергеометрические функции . . . . .	193
4.23. Обобщенные гипергеометрические ряды . . . . .	196
4.24. Гипергеометрические функции многих переменных . . . . .	200
4.25. Эллиптические функции . . . . .	202
4.26. Прочие функции . . . . .	203

## Глава V

## ОБРАТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

5.1. Общие формулы . . . . .	205
5.2. Рациональные функции . . . . .	207
5.3. Иррациональные алгебраические функции . . . . .	210
5.4. Степени с произвольными показателями . . . . .	214
5.5. Показательные функции от аргументов $p$ и $1/p$ . . . . .	217
5.6. Показательные функции других аргументов . . . . .	220
5.7. Логарифмические функции . . . . .	224
5.8. Тригонометрические функции . . . . .	227
5.9. Гиперболические функции . . . . .	228
5.10. Ортогональные многочлены . . . . .	232
5.11. Гамма-функция, неполные гамма-функции, дзета-функция и родственные им функции . . . . .	233
5.12. Функция ошибок, интегральная показательная функция и родственные им функции . . . . .	236

5.13. Функции Лежандра . . . . .	240
5.14. Функции Бесселя . . . . .	242
5.15. Модифицированные функции Бесселя от аргументов $kr$ и $kr^2$ . . . . .	245
5.16. Модифицированные функции Бесселя других аргументов . . . . .	247
5.17. Функции, родственные функциям Бесселя . . . . .	252
5.18. Функции параболического цилиндра . . . . .	255
5.19. Гипергеометрическая функция Гаусса . . . . .	257
5.20. Вырожденные гипергеометрические функции . . . . .	259
5.21. Обобщенные гипергеометрические функции . . . . .	262
5.22. Эллиптические функции и зета-функции . . . . .	264

## ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

### Глава VI

#### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

6.1. Общие формулы . . . . .	268
6.2. Алгебраические функции и степени с произвольным показателем . . . . .	269
6.3. Показательные функции . . . . .	272
6.4. Логарифмические функции . . . . .	274
6.5. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции . . . . .	277
6.6. Гиперболические и обратные гиперболические функции . . . . .	282
6.7. Ортогональные многочлены, гамма-функции, функции Лежандра и родственные им функции . . . . .	283
6.8. Функции Бесселя и родственные им функции . . . . .	286
6.9. Другие высшие трансцендентные функции . . . . .	294

### Глава VII

#### ОБРАТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

7.1. Алгебраические функции и степени с любыми показателями . . . . .	298
7.2. Другие элементарные функции . . . . .	300
7.3. Гамма-функция и родственные функции; дзета-функция Римана . . . . .	303
7.4. Функции Бесселя . . . . .	309
7.5. Другие высшие трансцендентные функции . . . . .	314

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Обозначения в определениях высших трансцендентных функций . . . . .	319
Цитированная литература . . . . .	336
Указатель важнейших обозначений . . . . .	338
Предметный указатель . . . . .	341

*Этот труд посвящен памяти  
ГАРРИ БЕЙТМЕНА,  
создавшего столь грандиозный  
проект и продвинувшего свой  
замысел столь далеко по пути  
к завершению*



## ОТ ПЕРЕВОДЧИКА

Одним из наиболее мощных средств решения дифференциальных уравнений, как обыкновенных, так, особенно, в частных производных, является метод интегральных преобразований. Преобразования Фурье, Лапласа, Ганкеля и другие применяются для решения задач теории упругости, теплопроводности, электродинамики и других разделов математической физики. Однако практическое применение метода интегральных преобразований приводит обычно к довольно сложным интегралам, вычисление которых представляет затруднения не только для инженера или физика, но и для математика-специалиста. Чтобы избежать этих трудностей, широко пользуются различными таблицами, содержащими формулы как для прямых, так и для обратных интегральных преобразований.

Предлагаемые вниманию читателя таблицы интегральных преобразований являются одними из самых полных в мировой математической литературе. Они охватывают самые разнообразные виды интегральных преобразований, причем содержащийся в них громадный материал расположен в весьма удобном для использования порядке.

Эта книга непосредственно примыкает к ранее вышедшему трехтомному руководству «Высшие трансцендентные функции».

Этот том таблиц содержит формулы для преобразований Фурье, Лапласа и Меллина. В следующем томе будут даны таблицы для преобразований Ганкеля, Конторовича—Лебедева, Гильберта и др., а также формулы для некоторых определенных интегралов.

*Н. Виленкин*

## ВВЕДЕНИЕ

Эта книга является первым из двух томов, которые были задуманы как дополнение и продолжение монографии «Высшие трансцендентные функции». Первый том этой работы содержит общее введение, в котором изложены история и цели так называемого «проекта Бейтмена».

Значительную часть громадного материала, собранного покойным профессором Гарри Бейтменом, составляют определенные интегралы. Организация и изложение этого материала является весьма сложной задачей, которой Бейтмен уделял много внимания. Совершенно ясно, что порядок, принятый в кратких таблицах интегралов, непригоден для собрания, почти втрое превосходящего по своим размерам известные таблицы Биренс де Хаана. То обстоятельство, что многие из этих интегралов содержат высшие трансцендентные функции, множество которых почти необозримо, а для некоторых из которых до сих пор нет общепринятых обозначений, не могло, разумеется, облегчить эту задачу. По-видимому, Бейтмен предполагал разбить свои таблицы интегралов на несколько более или менее замкнутых в себе частей, классифицируя интегралы по областям их применения. Им было подготовлено собрание интегралов, встречающихся в теории потенциалов с осевой симметрией, за которым должны были последовать аналогичные собрания. Очевидно, что такой принцип классификации мог повести к значительным повторениям, но был бы очень удобен для применений.

При подготовке нашего труда об определенных интегралах мы оказались в выгодном положении, так как смогли значительно сузить поставленные перед собой цели. За последние годы вышло много превосходных таблиц определенных интегралов от элементарных функций (отметим, например, таблицы В. Мейер цур Каппелена, а также В. Гробнера и Н. Гофрейтера). Мы знали также, благодаря любезности авторов, что заканчивается подготовка руководства по эллиптическим интегралам П. Ф. Берда и М. Д. Фридмана (в настоящее время это руководство уже вышло в свет). Надеюсь, что наше руководство будет применяться вместе с другими существующими в настоящее время таблицами, мы смогли сосредоточить свое внимание на интегралах, содержащих высшие трансцендентные функции. Мы не даем двойных интегралов, а также контурных интегралов, за исключением интегралов, встречающихся в обратных преобразованиях.

Мы использовали идею Бейтмена разбить таблицы интегралов на несколько более или менее независимых друг от друга частей; однако принцип разбиения был изменен. Мы пришли к выводу, что большая часть материала может быть представлена в виде таблиц интегральных преобразований. Соответственно с этим весь первый том, равно как и первая половина второго тома, содержит таблицы интегральных преобразований; те из интегралов, которые нельзя рассматривать как относящиеся к интегральным преобразованиям, собраны во второй половине тома II. Мы надеемся, что такое расположение материала окажется полезным. Интегральные преобразования имеют весьма широкое поле приложений, причем возможность их

использования существенно зависит от наличия таблиц таких преобразований. Преобразования Лапласа являются почти единственным примером преобразований, для которых сейчас существуют вполне удовлетворительные таблицы. Для преобразований Фурье есть превосходное собрание интегралов, но оно было составлено в 1931 году, и ни одно издание не содержало дополнительного материала. Для преобразований Ганкеля и Меллина, равно как и для других интегральных преобразований, мы не знаем достаточно обширных таблиц. В добавление к таблицам хорошо известных преобразований мы даем таблицы интегральных преобразований, ядрами которых являются функции Бесселя второго рода, модифицированные функции Бесселя, функции Струве и подобные им функции. Эти таблицы приведены отчасти потому, что некоторые из этих преобразований полезны при решении некоторых краевых задач и интегральных уравнений, а отчасти потому, что они позволяют дать удобную классификацию интегралов.

Запись интегралов в виде интегральных преобразований позволяет обойти одну из самых значительных трудностей в составлении таблиц интегралов. Замена переменной интегрирования позволяет записать каждый определенный интеграл разными способами. Поэтому, если мы встречаемся с таким интегралом, то неясно, где его искать: он может встретиться и как интеграл от алгебраической функции, и как тригонометрический интеграл, и как несобственный интеграл, содержащий показательную функцию. В интегральных преобразованиях переменная интегрирования обычно стандартизирована с точностью до постоянного множителя (или, как в случае преобразования Меллина, с точностью до постоянного показателя). Это преимущество, к сожалению, в значительной степени зачеркивается тем обстоятельством, что такие интегралы, как

$$\int_0^{\infty} x^{s/2} e^{-ax} J_s(bx) dx,$$

можно поместить и в таблицах преобразования Лапласа, и в таблицах преобразования Меллина, и в таблицах преобразования Ганкеля. Мы попытались преодолеть это затруднение, повторяя многие из наших интегралов (в частности, большую часть основных интегралов) в разных разделах книги.

Как и в книге «Высшие трансцендентные функции», мы лишь ограниченно использовали материалы Бейтмена, добавив к ним практически все доступные нам таблицы интегралов, взятые из периодической литературы и учебников, и вычисляя некоторые интегралы, которые мы не нашли в литературе. Большая работа по подготовке этих таблиц была проделана нашими ассистентами, имена которых приведены на стр. 4. Профессор Оберхеттингер собрал многие из интегралов, которые приведены во второй половине тома II этих таблиц, и он продолжал эту работу после того, как присоединился к штабу Американского университета.

Перепечатка получившегося конгломерата сложных формул представляла весьма серьезные трудности, и мы были очень счастливы сотрудничеству мисс Стемфел, позволившему их преодолеть.

### Организация и использование таблиц

Большая часть интегралов, приведенных в этой книге, расположена в виде таблиц интегральных преобразований. Данный том содержит преобразования Фурье, Лапласа и Меллина, а также обратные им преобразования. Другие преобразования даны во втором томе, который также содержит в главе «Интегралы от высших трансцендентных функций» некоторые интегралы, не встречающиеся в таблицах интегральных преобразований. Сами

таблицы интегральных преобразований содержат также и интегралы, для которых подынтегральными функциями являются элементарные.

Для каждого интегрального преобразования мы применяем стандартную форму. Список стандартных форм для преобразований Фурье, Лапласа и Меллина приведен на стр. 13. Соответствующие списки будут приведены и во втором томе. Для того чтобы найти значение какого-нибудь определенного интеграла, надо привести его к одной из этих стандартных форм, после чего найти в соответствующей таблице. Во многих случаях интеграл можно привести к стандартной форме различными способами. В случае, когда эти интегралы достаточно важны или имеют простой вид, мы давали результат в нескольких (а иногда и во всех) таблицах. Если же интеграл весьма сложен или редко применяется, то он приводится лишь в первой из таблиц, к которой он относится. Например, если данный интеграл можно записать и как преобразование Фурье, и как преобразование Лапласа, то его можно найти либо в обеих таблицах, либо только в таблицах преобразования Фурье. Исключение делалось для тех случаев, когда интеграл было «естественнее» записать в виде преобразования Лапласа. В этих случаях он дается в таблицах преобразований Лапласа.

Некоторые интегралы, содержащие высшие трансцендентные функции и не попавшие ни в одну из таблиц интегральных преобразований, содержатся во второй половине тома II. Там есть не только те интегралы, которые нельзя представить в виде некоторого интегрального преобразования, но и интегралы, которые мы по тем или иным причинам не включили в таблицы соответствующего интегрального преобразования.

Из приведенных в этих таблицах интегралов можно теми или иными способами получить много других интегралов. Одним из наиболее плодотворных методов является специализация значений параметров. Например, придавая специальные значения параметрам в интеграле, содержащем вырожденные гипергеометрические функции, можно получить интегралы, содержащие функции Бесселя, многочлены Лагерра, функции параболического цилиндра и многие другие функции. Мы надеемся приложить ко второму тому этих таблиц обширный список специальных случаев высших трансцендентных функций. С другой стороны, можно пользоваться книгой «Высшие трансцендентные функции» или какой-нибудь другой книгой по теории специальных функций. Отметим, в частности, что введенная Мейером  $G$ -функция содержит как частные случаи все функции гипергеометрического типа. Мы даем много интегралов, содержащих эту функцию, а на стр. 325 приводим список ее частных случаев (по большей части выражающихся через функции Бесселя и родственные им функции и через вырожденную гипергеометрическую функцию).

Другими приемами вывода новых интегралов из приведенных здесь являются: дифференцирование или интегрирование по параметру, входящему в подынтегральную функцию, интегрирование по частям, подстановка интегрального представления для той или иной входящей в интеграл функции и, в случае интегральных преобразований, применение формулы обращения. Для некоторых интегральных преобразований существуют иные приемы получения новых формул, перечисленные обычно в кратком введении к таблицам этих преобразований и в приведенных для них «общих формулах».

Для каждой формулы указываются условия ее применимости. Обычно они не являются самыми общими. В частности, при некоторых специальных значениях тех или иных параметров, входящих в интеграл, либо при некоторых иных дополнительных условиях область сходимости интегралов значительно шире, чем указанная в таблицах. Далее, в случае преобразований Фурье и Ганкеля мы считаем переменной вещественной, хотя многие из интегралов сходятся и при некоторых комплексных значениях этой переменной. Вообще говоря, мы надеемся, что читатель, применяющий эти

таблицы, достаточно знаком с теорией функций, чтобы быть в состоянии самостоятельно определить в каждом случае область сходимости соответствующего интеграла.

Каждому преобразованию посвящена особая глава. В начале каждой страницы приводится стандартная форма соответствующего преобразования, а результаты представлены в форме соответствия двух функций. В каждой главе сначала дается список общих формул, имеющих место для данного преобразования (обычно без указания условий их справедливости), после чего пары соответствующих друг другу функций располагаются в порядке, соответствующем функциям из левого столбца. Сначала идут элементарные функции в следующем порядке: рациональные функции, алгебраические функции, функции, содержащие степени с любым (не обязательно рациональным) показателем, показательные функции, логарифмы, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, гиперболические и обратные гиперболические функции. Высшие трансцендентные функции приведены в следующем порядке: ортогональные многочлены, гамма-функция и родственные ей функции, функции Лежандра, функции Бесселя и родственные им функции, функции параболического цилиндра, гипергеометрические функции и их обобщения, эллиптические функции и различные другие функции. Каждая глава разбита на соответствующее число пунктов, причем как число этих пунктов, так и их группировка меняются от главы к главе. Сложные функции классифицируются по «высшей» входящей в них функции. Например, функция  $\ln(e^x - 1)$  находится в пункте, относящемся к логарифмам. В некоторых случаях возникает неопределенность. Например, функцию

$$\left(\frac{x+ia}{x-ia}\right)^\lambda + \left(\frac{x-ia}{x+ia}\right)^\lambda = 2 \cos \left[ 2\lambda \operatorname{arctg} \frac{a}{x} \right]$$

в зависимости от способа ее записи можно отнести либо к степеням с произвольным показателем, либо к обратным тригонометрическим функциям. Так как мы не смогли придумать вполне систематическое и абсолютно надежное упорядочение материала, пришлось отказаться от того, чтобы быть до конца систематичными. Мы надеемся, что читатель сам сумеет найти путь в лабиринте формул.

Применяемые здесь обозначения для специальных функций, как правило, те же самые, что и в книге «Высшие трансцендентные функции», хотя и встречаются небольшие отклонения. Наиболее важными являются расхождения в обозначениях для интегралов вероятностей, многочленов Эрмита и вырожденных гипергеометрических функций. Полный список обозначений, использованных в этом томе, приведен на стр. 319 и в указателе обозначений в конце книги.

В случае более громоздких результатов мы избегали повторений, используя перекрестные ссылки на другие разделы таблиц. При этом, например, ссылка на 3.2 (5) обозначает ссылку на формулу (5) из п. 3.2. Иногда, если результат казался нам слишком громоздким, мы ограничивались указанием книги или статьи, где его можно найти. Точно так же мы иногда указывали источники, где можно найти дополнительные интегралы, не вошедшие в наши таблицы. Если не считать перекрестных ссылок, каждую главу книги можно использовать независимо от других, хотя в случаях преобразований Фурье, синус-преобразований, косинус-преобразований и экспоненциальных преобразований, а также в случаях преобразований Меллина и Лапласа таблицы прямых и обратных преобразований в некотором смысле дополняют друг друга. Можно использовать также различные связи между протабулированными здесь преобразованиями, причем эти связи особо указаны в кратких сведениях, предпосланных каждой таблице преобразований.

## СТАНДАРТНЫЕ ФОРМЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Косинус-преобразование Фурье

$$\int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx.$$

Синус-преобразование Фурье

$$\int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx.$$

Экспоненциальное преобразование Фурье

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixy} dx.$$

Преобразование Лапласа

$$\int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt.$$

Обратное преобразование Лапласа

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} g(p) e^{pt} dp.$$

Преобразование Меллина

$$\int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx.$$

Обратное преобразование Меллина

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} g(s) x^{-s} ds.$$

# ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

---

Мы будем различать следующие виды преобразований Фурье:  
Косинус-преобразование Фурье

$$\mathfrak{F}_c \{f(x); y\} = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx.$$

Синус-преобразование Фурье

$$\mathfrak{F}_s \{f(x); y\} = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx.$$

Экспоненциальные (или комплексные) преобразования Фурье

$$\mathfrak{F}_e \{f(x); y\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixy} dx.$$

В первых двух видах переменная  $y$  предполагается положительной, а в третьем  $y$  — вещественное число. Из соображений удобства мы опустили в определении первых двух преобразований множитель  $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}$ , а в определении третьего преобразования множитель  $(2\pi)^{-1/2}$ . Правда, это приводит к несимметричности общих формул (в частности, формулы обращения), но значительно упрощает вид многих пар двойственных функций.

Основные труды, посвященные теории и приложениям преобразования Фурье, указаны на стр. 335. Наиболее обширные опубликованные до сих пор таблицы преобразований Фурье принадлежат Кемпбеллу и Фостеру. Преобразование Фурье тесно связано с преобразованиями Лапласа и Меллина, и поэтому могут быть полезными ссылки, сделанные относительно этих преобразований. Кроме того, много материала о преобразовании Фурье содержится в указанных учебниках и статьях.

Из приведенных в главах I—III пар двойственных функций могут быть получены многие новые пары функций путем применения общих формул (правил), указанных в пп. 1.1, 2.1, 3.1, или путем применения некоторых из методов, указанных во введении к этому тому. Кроме того, различные виды преобразований Фурье связаны друг с другом и с преобразованиями Лапласа, Меллина и Ганкеля указанными ниже формулами. Эта связь может быть использована для того, чтобы вычислять дальнейшие преобразования Фурье путем комбинирования приведенных здесь формул или с помощью

таблиц преобразований Лапласа, Меллина и Ганкеля, данных в главах IV, VI и VII.

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_c \{f(x); y\} &= \int_0^{\infty} f(x) dx - y \mathfrak{F}_s \left\{ \int_x^{\infty} f(t) dt; y \right\} \\ &= {}^{1/2} \mathfrak{F}_e \{(|x|); y\}, \\ &= {}^{1/2} \mathfrak{L} \{f(x); iy\} + {}^{1/2} \mathfrak{L} \{f(x); -iy\}, \\ &= {}^{1/2} \mathfrak{M} \{f(|\ln x|); iy\}, \\ &= ({}^{1/2} \pi)^{1/2} \mathfrak{G}_{-1/2} \{f(x); y\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_s \{f(x); y\} &= y \mathfrak{F}_c \left\{ \int_x^{\infty} f(t) dt; y \right\}, \\ &= {}^{1/2} i \mathfrak{F}_e \{\operatorname{sgn} x f(|x|); y\}, \\ &= {}^{1/2} i \mathfrak{L} \{f(x); iy\} - {}^{1/2} i \mathfrak{L} \{f(x); -iy\}, \\ &= {}^{1/2} i \mathfrak{M} \{\operatorname{sgn}(\ln x) f(|\ln x|); -iy\}, \\ &= ({}^{1/2} \pi)^{1/2} \mathfrak{G}_{1/2} \{f(x); y\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_e \{f(x); y\} &= \mathfrak{F}_c \{f(x) + f(-x); y\} - i \mathfrak{F}_s \{f(x) - f(-x); y\}, \\ &= \mathfrak{L} \{f(x); iy\} + \mathfrak{L} \{f(-x); -iy\}, \\ &= \mathfrak{M} \{f(\ln x); -iy\}. \end{aligned}$$



**ГЛАВА I**  
**КОСИНУС-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ**

**1.1. Общие формулы**

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(1)	$g(x)$	$2^{-1}\pi f(y)$
(2)	$f(ax), \quad a > 0$	$a^{-1}g(a^{-1}y)$
(3)	$f(ax) \cos(bx), \quad a, b > 0$	$\frac{1}{2a} \left[ g\left(\frac{y+b}{a}\right) + g\left(\frac{y-b}{a}\right) \right]$
(4)	$f(ax) \sin(bx), \quad a, b > 0$	$\frac{1}{2a} \int_0^{\infty} f(x) \sin\left(\frac{y+b}{a}x\right) dx -$ $-\frac{1}{2a} \int_0^{\infty} f(x) \sin\left(\frac{y-b}{a}x\right) dx$
(5)	$x^{2n}f(x)$	$(-1)^n \frac{d^{2n}g(y)}{dy^{2n}}$
(6)	$x^{2n+1}f(x)$	$(-1)^n \frac{d^{2n+1}}{dy^{2n+1}} \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx$

## 1.2. Алгебраические функции

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(1)	1, $0 < x < a$ 0, $a < x < \infty$	$y^{-1} \sin(ay)$
(2)	$x$ , $0 < x < 1$ $2-x$ , $1 < x < 2$ 0, $2 < x < \infty$	$y^{-2} (2 \cos y - 1 - \cos 2y)$
(3)	0, $0 < x < a$ $1/x$ , $a < x < \infty$	$- \text{Ci}(ay)$
(4)	$x^{-1/2}$	$\pi^{1/2} (2y)^{-1/2}$
(5)	$x^{-1/2}$ , $0 < x < 1$ 0, $1 < x < \infty$	$(2\pi)^{1/2} y^{-1/2} C(y)$
(6)	0, $0 < x < 1$ $x^{-1/2}$ , $1 < x < \infty$	$(2\pi)^{1/2} y^{-1/2} [^{1/2}C(y)]$
(7)	$(\alpha + x)^{-1}$ , $ \arg \alpha  < \pi$	$- \text{si}(ay) \sin(ay) -$ $- \text{Ci}(ay) \cos(ay)$
(8)	$(a - x)^{-1}$ , $a > 0$	$\cos(ay) \text{Ci}(ay) +$ $+ \sin(ay) [\pi/2 + \text{Si}(ay)]$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(9)	$(x + a)^{-1/2}$ , $ \arg \alpha  < \pi$	$\pi^{1/2} (2y)^{-1/2} [\cos(ay) +$ $+ \sin(ay) - 2C(ay) \cos(ay) -$ $- 2S(ay) \sin(ay)]$
(10)	0, $0 < x < a$ $(x - a)^{-1/2}$ , $a < x < \infty$	$\pi^{1/2} (2y)^{-1/2} [\cos(ay) - \sin(ay)]$
(11)	$(x^2 + a^2)^{-1}$ , $\text{Re } a > 0$	$2^{-1} \pi a^{-1} e^{-ay}$
(12)	$x(x^2 + a^2)^{-1}$ , $a > 0$	$2^{-1} [e^{-ay} \bar{\text{Ei}}(ay) +$ $+ e^{ay} \text{Ei}(-ay)]$
(13)	$\frac{\beta}{\beta^2 + (a-x)^2} + \frac{\beta}{\beta^2 + (a+x)^2}$ , $ \text{Im } \alpha  < \text{Re } \beta$	$\pi \cos(ay) e^{-\beta y}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(14)	$\frac{\alpha + x}{\beta^2 + (\alpha + x)^2} + \frac{\alpha - x}{\beta^2 + (\alpha - x)^2},$ $ \operatorname{Im} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$\pi e^{-\beta y} \sin(\alpha y)$
(15)	$(a^2 - x^2)^{-1}, \quad a > 0$	$2^{-1} \pi a^{-1} \sin(\alpha y)$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(16)	$x(a^2 - x^2)^{-1}, \quad a > 0$	$\cos(\alpha y) \operatorname{Ci}(\alpha y) + \sin(\alpha y) \operatorname{Si}(\alpha y)$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(17)	$(x^2 + a^2)^{-1/2}, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$K_0(\alpha y)$
(18)	$[(\alpha^2 + x^2)(\beta^2 + x^2)]^{-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} \pi (\beta^{-1} e^{-\beta y} - \alpha^{-1} e^{-\alpha y}) \times$ $\times (\alpha^2 - \beta^2)^{-1}$
(19)	$(x^4 + a^4)^{-1},  \arg a  < \pi/4$	$2^{-1} \pi a^{-2} \exp(-2^{-1/2} \alpha y) \times$ $\times \sin(\pi/4 + 2^{-1/2} \alpha y)$
(20)	$[x^4 + 2a^2 x^2 \cos(2\theta) + a^4]^{-1},$ $a > 0, -\pi/2 < \theta < \pi/2$	$\frac{\pi \sin(\theta + \alpha y \sin \theta)}{2a^2 e^{\alpha y \cos \theta} \sin 2\theta}$
(21)	$x^2 [x^4 + 2a^2 x^2 \cos(2\theta) + a^4]^{-1},$ $a > 0, -\pi/2 < \theta < \pi/2$	$\frac{\pi \sin(\theta - \alpha y \sin \theta)}{2a e^{\alpha y \cos \theta} \sin 2\theta}$
(22)	$x^{-1/2} (x^2 + a^2)^{-1/2}, \quad a > 0$	$(2^{-1} \pi y)^{1/2} \times$ $\times I_{-1/4}(2^{-1} \alpha y) K_{1/4}(2^{-1} \alpha y)$
(23)	$x^{-1/2} (a^2 - x^2)^{-1/2}, \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$	$2^{-2/2} \pi^{3/2} y^{1/2} [J_{-1/4}(2^{-1} \alpha y)]^2$
(24)	$0, \quad 0 < x < a$ $x^{-1/2} (x^2 - a^2)^{-1/2}, \quad a < x < \infty$	$-2^{-2/2} \pi^{3/2} y^{1/2} J_{-1/4}(2^{-1} \alpha y) \times$ $\times Y_{-1/4}(2^{-1} \alpha y)$
(25)	$(a^2 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times [(\alpha^2 + x^2)^{1/2} + \alpha]^{1/2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(2y/\pi)^{-1/2} e^{-\alpha y}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(26)	$\frac{x^{1/2} (R_2 + R_1)^{1/2}}{R_1 R_2 (R_2 - R_1)},$ $R_1 = [a^2 + (b - x)^2]^{1/2}$ $R_2 = [a^2 + (b + x)^2]^{1/2}$ $a > 0$	$b^{-1/2} K_0(ay) \cos(by)$
(27)	$x^{-1/2} (x^2 + a^2)^{-1/2} \times$ $\times [x + (x^2 + a^2)^{1/2}]^{-1/2}$ $\operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1/2} a^{-3} \operatorname{sh}(2^{-1}ay) K_1(2^{-1}ay)$
(28)	$x^{2m} (x^2 + z)^{-n-1},$ $n + 1 > m \geq 0, \quad  \arg z  < \pi$	$(-1)^{m+n} 2^{-1\pi} (n!)^{-1} \times$ $\times \frac{d^n}{dz^n} (z^{m-1/2} e^{-yz^{1/2}})$
(29)	$\frac{x^{m-1}}{x^{2n} + a^{2n}}, \quad 2n + 1 > m > 0$	<p>0 при <math>m</math> четном</p> $\frac{\pi}{2na^{2n-m}} \times$ $\times \sum_{k=1}^n \exp\left[-ay \sin \frac{(2k-1)\pi}{2n}\right] \times$ $\times \sin\left[\frac{(2k-1)m\pi}{2n} + ay \cos \frac{(2k-1)\pi}{2n}\right]$ <p>при <math>m</math> нечетном</p>

## 1.3. Степени с любым показателем

(1)	$x^{-\nu}, \quad 0 < \operatorname{Re} \nu < 1$	$\frac{\pi \nu^{\nu-1}}{2\Gamma(\nu) \cos(2^{-1}\nu\pi)}$
(2)	$x^{\nu-1}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$(2\nu)^{-1} [{}_1F_1(\nu; \nu + 1; iy) +$ $+ {}_1F_1(\nu; \nu + 1; -iy)]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(3)	$(1-x)^\nu, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-1} i y^{-\nu-1} [e^{-i(2^{-1}\nu\pi+y)} \times$ $\times \gamma(\nu+1, -iy) +$ $+ e^{i(2^{-1}\nu\pi+y)} \gamma(\nu+1, iy)]$
(4)	$x^\nu (1-x)^\nu, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\pi^{1/2} \Gamma(\nu+1) (2y)^{-\nu-1/2} \times$ $\times \cos y J_{\nu+1/2}(y)$
(5)	$x^{\nu-1} (1-x)^{\mu-1}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} \mu > 0$	$2^{-1} B(\nu, \mu) [{}_1F_1(\nu; \nu+\mu; iy) +$ $+ {}_1F_1(\nu; \nu+\mu; -iy)]$
(6)	$x^\nu (1+x^2)^{-1}, \quad -1 < \operatorname{Re} \nu < 2$	$\frac{\pi \operatorname{ch} \nu}{2 \sin [2^{-1}\pi(\nu+1)]} +$ $+ 2^{-1} \Gamma(\nu+1) \cos [2^{-1}\pi(\nu+1)] \times$ $\times [e^{-y-i\nu\pi} \gamma(-\nu, -y) -$ $- e^\nu \gamma(-\nu, y)]$
(7)	$(x^2+a^2)^{-\nu-1/2},$ $\operatorname{Re} a > 0, \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$(2^{-1}y/a)^\nu \pi^{1/2} \times$ $\times [\Gamma(\nu+1/2)]^{-1} K_\nu(ay)$
(8)	$(a^2-x^2)^\nu \pi^{-1/2}, \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{\nu-1} \Gamma(\nu+1/2) \pi^{1/2} a^\nu y^{-\nu} J_\nu(ay)$
(9)	$0, \quad 0 < x < a$ $(x^2-a^2)^{-\nu-1/2}, \quad a < x < \infty$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$-2^{\nu-1} \pi^{1/2} y^\nu a^{-\nu} \Gamma(1/2-\nu) Y_\nu(ay)$
(10)	$x(a^2-x^2)^\nu \pi^{-1/2}, \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$-a^{\nu+1} y^{-\nu} S_{\nu, \nu+1}(ay) =$ $= 2^{-1} (\nu+1/2) a^{2\nu+1} -$ $- 2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^{\nu+1} y^{-\nu} \times$ $\times \Gamma(\nu+1/2) H_{\nu+1}(ay)$
(11)	$0, \quad 0 < x < a$ $x(x^2-a^2)^{-\nu-1/2}, \quad a < x < \infty$ $0 < \operatorname{Re} \nu < 1/2$	$2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^{-\nu+1} \Gamma(1/2-\nu) \times$ $\times y^\nu J_{\nu-1}(ay)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(12)	0, $0 < x < 2a$ $(x^2 - 2ax)^{-\nu - 1/2}, 2a < x < \infty$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$-2^{-1} \pi^{1/2} \Gamma(1/2 - \nu) (2a)^{-\nu} y^{\nu} \times$ $\times [J_{\nu}(ay) \sin(ay) +$ $+ Y_{\nu}(ay) \cos(ay)]$
(13)	$(x^2 + 2ax)^{-\nu - 1/2},  \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$-y^{\nu} a^{-\nu} \pi^{1/2} 2^{-\nu-1} \Gamma(1/2 - \nu) \times$ $\times [Y_{\nu}(ay) \cos(ay) -$ $- J_{\nu}(ay) \sin(ay)]$
(14)	$(2ax - x^2)^{\nu - 1/2}, 0 < x < 2a$ 0, $2a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{1/2} \Gamma(\nu + 1/2) (2a)^{\nu} y^{-\nu} J_{\nu}(ay) \times$ $\times \cos(ay)$
(15)	$(\alpha^2 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times [x + (\alpha^2 + x^2)^{1/2}]^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > -1$	$\frac{\pi}{2\alpha^{\nu} \sin(\nu\pi)} [J_{\nu}(i\alpha y) + J_{\nu}(-i\alpha y) -$ $- 2I_{\nu}(ay) \cos(2^{-1}\pi\nu)]$
(16)	$x^{-1/2} (\alpha^2 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times [(\alpha^2 + x^2)^{1/2} + x]^{\nu},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu < 3/2$	$\alpha^{\nu} 2^{-1/2} (\pi y)^{1/2} \times$ $\times I_{-1/4 - \nu/2}(2^{-1}\alpha y) \times$ $\times K_{-1/4 + \nu/2}(2^{-1}\alpha y)$
(17)	$x^{-1/2} (\alpha^2 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times [(\alpha^2 + x^2)^{1/2} - x]^{\nu},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > -3/2$	$\alpha^{\nu} 2^{-1/2} (\pi y)^{1/2} \times$ $\times I_{-1/4 + \nu/2}(2^{-1}\alpha y) \times$ $\times K_{-1/4 - \nu/2}(2^{-1}\alpha y)$
(18)	$x^{-\nu - 1/2} (x^2 + \alpha^2)^{-1/2} \times$ $\times [\alpha + (x^2 + \alpha^2)^{1/2}]^{\nu},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu < 1/2$	$\alpha^{-1} (2y)^{-1/2} \Gamma(1/4 - \nu/2) \times$ $\times W_{\nu/2, -1/4}(\alpha y) M_{-\nu/2, -1/4}(\alpha y)$
(19)	$(\alpha + ix)^{-\nu} + (\alpha - ix)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$\pi [\Gamma(\nu)]^{-1} y^{\nu-1} e^{-\alpha y}$
(20)	$x^{2n} [(\alpha + ix)^{-\nu} + (\alpha - ix)^{-\nu}],$ $0 \leq 2n < \operatorname{Re} \nu, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(-1)^n \pi [\Gamma(\nu)]^{-1} (2n)! e^{-\alpha y} \times$ $\times y^{\nu-1-2n} L_{2n}^{\nu-1-2n}(\alpha y)$
(21)	$x^{2n-1} [(\alpha - ix)^{-\nu} - (\alpha + ix)^{-\nu}],$ $2 \leq 2n < \operatorname{Re} \nu + 1$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(-1)^n \pi i [\Gamma(\nu)]^{-1} \times$ $\times (2n-1)! e^{-\alpha y} \times$ $\times y^{\nu-2n} L_{2n-1}^{\nu-2n}(\alpha y)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(22)	$(\alpha^2 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times \{[(\alpha^2 + x^2)^{1/2} + x]^{\nu} +$ $+ [(\alpha^2 + x^2)^{1/2} - x]^{\nu}\},$ $\text{Re } \alpha > 0,  \text{Re } \nu  < 1$	$2\alpha^{\nu} K_{\nu}(ay) \cos(\pi\nu/2)$
(23)	$\{[x + a + (x^2 + 2ax)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [x + a - (x^2 + 2ax)^{1/2}]^{\nu}\} \times$ $\times (x^2 + 2ax)^{-1/2},$ $ \text{Re } \nu  < 1$	$\pi a^{\nu} [J_{\nu}(ay) \sin(ay - \pi\nu/2) -$ $- Y_{\nu}(ay) \cos(ay - \pi\nu/2)]$
(24)	$(a^2 - x^2)^{-1/2} \times$ $\times \{[x + i(a^2 - x^2)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [x - i(a^2 - x^2)^{1/2}]^{\nu}\},$ $0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $ \text{Re } \nu  < 1$	$\frac{\pi a^{\nu} [J_{\nu}(ay) + J_{-\nu}(ay)]}{2 \cos(\pi\nu/2)}$
(25)	$0, \quad 0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{-1/2} \times$ $\times \{[x + (x^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [x - (x^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu}\},$ $a < x < \infty$ $ \text{Re } \nu  < 1$	$-\pi a^{\nu} [Y_{\nu}(ay) \cos(\pi\nu/2) +$ $+ J_{\nu}(ay) \sin(\pi\nu/2)]$
(26)	$0, \quad 0 < x < a$ $x^{-1/2} (x^2 - a^2)^{-1/2} \times$ $\times \{[x + (x^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [x - (x^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu}\},$ $a < x < \infty$ $\text{Re } \nu < 3/2$	$-\frac{1}{2} \pi (\pi y \cdot 2)^{1/2} \times$ $\times a^{\nu} [J_{-1/4+\nu/2}(ay/2) \times$ $\times Y_{-1/4-\nu/2}(ay/2) +$ $+ J_{-1/4-\nu/2}(ay/2) \times$ $\times Y_{-1/4+\nu/2}(ay/2)]$
(27)	$(4b^2x - x^3)^{-1/2} \times$ $\times \{[(2b+x)^{1/2} +$ $+ i(2b-x)^{1/2}]^{4\nu} +$ $+ [(2b+x)^{1/2} -$ $- i(2b-x)^{1/2}]^{4\nu}\},$ $0 < x < 2b$ $0, \quad 2b < x < \infty$	$(4b)^{2\nu} \pi^{3/2} y^{1/2} 2^{-1/2} J_{\nu-1/4}(by) \times$ $\times J_{-\nu-1/4}(by)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(28)	$\frac{x^{2m}}{(x^2 + \alpha^2)^{\nu + 1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$ $0 \leq m < \operatorname{Re} \nu + 1/2$	$\frac{(-1)^m \alpha^{-\nu} \pi^{1/2}}{2^{\nu} \Gamma(\nu + 1/2)} \frac{d^{2m}}{dy^{2m}} [y^{\nu} K_{\nu}(\alpha y)]$
(29)	$x^{\nu} (\lambda^2 + \alpha^2)^{-\mu-1}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$ $1 < \operatorname{Re} \nu < 2\operatorname{Re} \mu + 2$	$2^{-1} \alpha^{\nu-2\mu-1} B[2^{-1}(\nu+1),$ $\mu-2^{-1}(\nu-1)] \times$ $\times {}_1F_2[2^{-1}(\nu+1);$ $2^{-1}(\nu+1)-\mu, 2^{-1}; 2^{-2}\alpha^2 y^2] +$ $+ \pi^{1/2} 2^{-2\mu+\nu-2} \times$ $\times [\Gamma(\mu-2^{-1}\nu+1)]^{-1} \times$ $\times y^{2\mu-\nu+1} \Gamma[2^{-1}(\nu-1)-\mu] \times$ $\times {}_1F_2[\mu+1; \mu+1-2^{-1}\nu,$ $\mu-2^{-1}(\nu-3); 2^{-2}\alpha^2 y^2]$
(30)	$x^{\mu} (1-x^2)^{\lambda}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	См. в преобразованиях Ганкеля

#### 1.4. Показательные функции

Относительно других интегралов, содержащих показательные функции, см. таблицы преобразований Лапласа.

(1)	$e^{-\alpha x}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha (\alpha^2 + y^2)^{-1}$
(2)	$x^{-1} (e^{-\beta x} - e^{-\alpha x}),$ $\operatorname{Re} \alpha, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} \ln \frac{\alpha^2 + y^2}{\beta^2 + y^2}$
(3)	$x^{1/2} e^{-\alpha x}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \pi^{1/2} (\alpha^2 + y^2)^{-3/4} \times$ $\times \cos\left(\frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{y}{\alpha}\right)$
(4)	$x^{-1/2} e^{-\alpha x}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi^{1/2} 2^{-1/2} (\alpha^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times [(\alpha^2 + y^2)^{1/2} + \alpha]^{1/2}$
(5)	$x^n e^{-\alpha x}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$n! \left(\frac{\alpha}{\alpha^2 + y^2}\right)^{n+1} \times$ $\times \sum_{0 \leq 2m \leq n+1} (-1)^m \times$ $\times \binom{n+1}{2m} \left(\frac{y}{\alpha}\right)^{2m}$



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(6)	$x^{n-1/2} e^{-ax}, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$(-1)^n \pi^{1/2} 2^{-1/2} y \times$ $\times \frac{d^n}{da^n} \{(\alpha^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times [(\alpha^2 + y^2)^{1/2} - \alpha]^{-1/2}\}$
(7)	$x^{\nu-1} e^{-ax},$ $\operatorname{Re} a > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$\Gamma(\nu) (\alpha^2 + y^2)^{-\nu/2} \cos[\nu \operatorname{arctg}(y/\alpha)]$
(8)	$x (e^{ax} - 1)^{-1}, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$\frac{1}{2y^2} - \frac{\pi^2}{2a^2 [\operatorname{sh}(\pi\alpha^{-1}y)]^2}$
(9)	$(e^x - 1)^{-1} - x^{-1}$	$\ln y - 2^{-1} [\psi(iy) + \psi(-iy)]$
(10)	$e^{-ax} (1 - e^{-\beta x})^{\nu-1},$ $\operatorname{Re} a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$\frac{1}{2\beta} \left[ B\left(\nu, \frac{\alpha - iy}{\beta}\right) + B\left(\nu, \frac{\alpha + iy}{\beta}\right) \right]$
(11)	$e^{-\alpha x^2}, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1} \pi^{1/2} \alpha^{-1/2} \exp\left(-\frac{y^2}{4\alpha}\right)$
(12)	$x^{-1/2} e^{-\alpha x^2}, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$\frac{\pi y^{1/2}}{(8\alpha)^{1/2}} \exp\left(-\frac{y^2}{8\alpha}\right) I_{-1/4}\left(\frac{y^2}{8\alpha}\right)$
(13)	$x^{2n} e^{-\alpha^2 x^2}, \quad  \arg \alpha  < \pi/4$	$(-1)^n \pi^{1/2} 2^{-n-1} \alpha^{-2n-1} \times$ $\times \exp\left(-\frac{y^2}{8\alpha^2}\right) D_{2n}(2^{-1/2} \alpha^{-1} y) =$ $= (-1)^n \pi^{1/2} 2^{-n-1} \times$ $\times \alpha^{-2n-1} \exp\left(-\frac{y^2}{4\alpha^2}\right) \times$ $\times \operatorname{He}_{2n}(2^{-1/2} \alpha^{-1} y)$
(14)	$x^{\nu} e^{-\alpha x^2},$ $\operatorname{Re} a > 0, \operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-1} \alpha^{-\nu-1} (1+\nu) \Gamma(1/2 + \nu/2) \times$ $\times {}_1F_1[1/2 + \nu/2; 1/2; -y^2/(4\alpha)]$
(15)	$(\beta^2 + x^2)^{-1} e^{-\alpha x^2},$ $\operatorname{Re} a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-2} \pi \beta^{-1} e^{\alpha \beta^2} [e^{-\beta y} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} \beta -$ $- 2^{-1} \alpha^{-1/2} y) +$ $+ e^{\beta y} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} \beta + 2^{-1} \alpha^{-1/2} y)]$
(16)	$e^{-\alpha x - \beta x^2}, \quad \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-2} \pi^{1/2} \beta^{-1/2} \{e^{2^{-2} \beta^{-1} (\alpha - iy)^2} \times$ $\times \operatorname{Erfc}[2^{-1} \beta^{-1/2} (\alpha - iy)] +$ $+ e^{2^{-2} \beta^{-1} (\alpha + iy)^2} \times$ $\times \operatorname{Erfc}[2^{-2} \beta^{-1/2} (\alpha + iy)]\}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(17)	$x e^{-\alpha x - \beta x^2}, \quad \operatorname{Re} \beta > 0$	$-2^{-3} \pi^{1/2} \beta^{-3/2} (\alpha - iy) \times$ $\times e^{2^{-2} \beta^{-1} (\alpha - iy)^2} \times$ $\times \operatorname{Erfc} [2^{-1} \beta^{-1/2} (\alpha - iy)] -$ $-2^{-3} \pi^{1/2} \beta^{-3/2} \times$ $\times (\alpha + iy) e^{2^{-2} \beta^{-1} (\alpha + iy)^2} \times$ $\times \operatorname{Erfc} [2^{-1} \beta^{-1/2} (\alpha + iy)] + 2^{-1} \beta^{-1}$
(18)	$x^{\nu-1} e^{-\alpha x - \beta x^2},$ $\operatorname{Re} \beta > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{-1} \Gamma(\nu) (2\beta)^{-\nu/2} e^{(\alpha^2 - \nu^2)/(8\beta)} \times$ $\times \{e^{-\alpha y i/(4\beta)} \times$ $\times D_{-\nu} [(\alpha - iy)/(2\beta)^{1/2}] +$ $+ e^{\alpha y i/(4\beta)} D_{-\nu} [(\alpha + iy)/(2\beta)^{1/2}]\}$
(19)	$x^{-1/2} e^{-\alpha/x}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi^{1/2} (2y)^{-1/2} e^{-(2\alpha y)^{1/2}} \times$ $\times [\cos(2\alpha y)^{1/2} - \sin(2\alpha y)^{1/2}]$
(20)	$x^{-3/2} e^{-\alpha/x}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi^{1/2} \alpha^{-1/2} e^{-(2\alpha y)^{1/2}} \cos(2\alpha y)^{1/2}$
(21)	$x^{-\nu-1} e^{-\alpha^2/(4x)},$ $ \arg \alpha  < \pi/4, \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{\nu} \alpha^{-\nu} y^{\nu/2} [e^{i\pi\nu/4} K_{\nu}(\alpha e^{i\pi/4} y^{1/2}) +$ $+ e^{-i\pi\nu/4} K_{\nu}(\alpha e^{-i\pi/4} y^{1/2})]$
(22)	$x^{-1/2} e^{-\alpha x - \beta/x},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\pi^{1/2} (y^2 + \alpha^2)^{-1/2} e^{-2\beta^{1/2} u} \times$ $\times [u \cos(2\beta^{1/2} v) - v \sin(2\beta^{1/2} v)],$ $u = 2^{-1/2} [(y^2 + \alpha^2)^{1/2} + \alpha]^{1/2}$ $v = 2^{-1/2} [(y^2 + \alpha^2)^{1/2} - \alpha]^{1/2}$
(23)	$x^{-3/2} e^{-\alpha x - \beta/x},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\pi^{1/2} \beta^{-1/2} e^{-2\beta^{1/2} u} \cos(2\beta^{1/2} v),$ $u = 2^{-1/2} [(y^2 + \alpha^2)^{1/2} + \alpha]^{1/2}$ $v = 2^{-1/2} [(y^2 + \alpha^2)^{1/2} - \alpha]^{1/2}$
(24)	$x^{-1/4} e^{-\alpha x^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi \alpha^{1/2}}{2y^{1/2}} \left[ J_{1/4} \left( \frac{\alpha^2}{8y} \right) \sin \left( \frac{\alpha^2}{8y} + \frac{\pi}{8} \right) - \right.$ $\left. - Y_{1/4} \left( \frac{\alpha^2}{8y} \right) \cos \left( \frac{\alpha^2}{8y} + \frac{\pi}{8} \right) \right]$
(25)	$\exp[-\beta(x^2 + \alpha^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\alpha \beta (y^2 + \beta^2)^{-1/2} K_1[\alpha (y^2 + \beta^2)^{1/2}]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(26)	$(x^2 + a^2)^{-1/2} \times$ $\times \exp[-\beta(x^2 + a^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \beta > 0$	$K_0[\alpha(\beta^2 + y^2)^{1/2}]$
(27)	$x^{-1/2}(\beta^2 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times \exp[-\alpha(\beta^2 + x^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \beta > 0$	$(\pi y)^{1/2} 2^{-1/2} \times$ $\times I_{-1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2 + y^2)^{1/2} - \alpha]\} \times$ $\times K_{1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2 + y^2)^{1/2} + \alpha]\}$
(28)	$x[(\beta^2 + x^2)^{1/2} - \beta]^{-1/2} \times$ $\times (\beta^2 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times \exp[-\alpha(\beta^2 + x^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \beta > 0$	$\pi^{1/2} 2^{-1/2} [\alpha + (\alpha^2 + y^2)^{1/2}]^{1/2} \times$ $\times (\alpha^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times \exp[-\beta(\alpha^2 + y^2)^{1/2}]$
(29)	$(e^{2\pi x^{1/2}} - 1)^{-1}$	См. Ramanujan Srinivasa, 1915, Mess. Math. (44), стр. 75—85

### 1.5. Логарифмические функции

(1)	$\ln x,$ $0,$	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$	$-y^{-1} \text{Si}(y)$
(2)	$x^{-1/2} \ln x$		$-(2y/\pi)^{-1/2} [\ln(4y) + C + \pi/2]$
(3)	$(x^2 + a^2)^{-1} \ln(\beta x),$ $\text{Re } \alpha > 0$		$2^{-2}\pi\alpha^{-1} [2e^{-\alpha y} \ln(\alpha\beta) +$ $+ e^{\alpha y} \text{Ei}(-\alpha y) - e^{-\alpha y} \text{Ei}(\alpha y)]$
(4)	$(x^2 - a^2)^{-1} \ln x,$ $a > 0$		$2^{-1}\pi a^{-1} \{\sin(\alpha y) \times$ $\times [\text{ci}(\alpha y) - \ln a] -$ $- \cos(\alpha y) [\text{si}(\alpha y) - \pi/2]\}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(5)	$x^{\nu-1} \ln x,$	$0 < \text{Re } \nu < 1$	$\Gamma(\nu) y^{-\nu} \cos(2^{-1}\nu\pi) [\psi(\nu) -$ $- 2^{-1}\pi \text{tg}(2^{-1}\nu\pi) - \ln y]$
(6)	$e^{-\alpha x} \ln x,$ $\text{Re } \alpha > 0$		$-(y^2 + a^2)^{-1} [\alpha C +$ $+ 2^{-1}\alpha \ln(y^2 + a^2) + y \text{arctg}(y/a)]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(7)	$x^{\nu-1} e^{-ax} \ln x,$ $\operatorname{Re} \nu > \frac{1}{2}, \operatorname{Re} a > 0$	$\{[\psi(\nu) - \ln(a^2 + y^2)^{1/2}] \times$ $\times \cos[\nu \operatorname{arctg}(y/a)] -$ $- \operatorname{arctg}(y/a) \sin[\nu \operatorname{arctg}(y/a)]\} \times$ $\times \Gamma(\nu) (a^2 + y^2)^{-\nu/2}$
(8)	$x^{-1} \ln(1+x)$	$2^{-1} \{[\operatorname{ci}(y)]^2 + [\operatorname{si}(y)]^2\}$
(9)	$\ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right ,$ $a > 0$	$2y^{-1} [\operatorname{Si}(ay) \cos(ay) -$ $- \operatorname{Ci}(ay) \sin(ay)]$
(10)	$\ln(1 + a^2/x^2),$ $\operatorname{Re} a > 0$	$\pi y^{-1} (1 - e^{-ay})$
(11)	$x^{-1} \ln \left( \frac{a+x}{a-x} \right)^2,$ $a > 0$	$-2\pi \operatorname{si}(ay)$
(12)	$\ln \frac{\alpha^2 + x^2}{\beta^2 + x^2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$(e^{-\beta y} - e^{-\alpha y}) \pi y^{-1}$
(13)	$\ln(1 + e^{-cx}),$ $\operatorname{Re} a > 0$	$\frac{a}{2y^2} - \frac{\pi}{2y \operatorname{sh}(\pi a^{-1}y)}$
(14)	$\ln(1 - e^{-ax}),$ $\operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1} a y^{-2} - 2^{-1} \pi y^{-1} \operatorname{cth}(\pi a^{-1}y)$

### 1.6. Тригонометрические функции аргумента $kx$

(1)	$x^{-1} \sin(ax),$ $a > 0$	$\pi/2,$ $\pi/4,$ $0,$ $y < a$ $y = a$ $y > a$
(2)	$x^{\nu-1} \sin(ax),$ $a > 0,  \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\pi \frac{(y+a)^{-\nu} -  y-a ^{-\nu} \sin(y-a)}{4\Gamma(1-\nu) \cos(\frac{1}{2}\pi\nu)}$
(3)	$x(x^2 + \beta^2)^{-1} \sin(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} \pi e^{-a\beta} \operatorname{ch}(\beta y),$ $-2^{-1} \pi e^{-\beta y} \operatorname{sh}(a\beta),$ $y < a$ $y > a$
(4)	$x^{-1} (x^2 + \beta^2)^{-1} \sin(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$-2^{-1} \pi \beta^{-2} e^{-a\beta} \operatorname{ch}(\beta y) + 2^{-1} \pi \beta^{-2},$ $2^{-1} \pi \beta^{-2} e^{-\beta y} \operatorname{sh}(a\beta),$ $y < a$ $y > a$
(5)	$x^{-1} (1 - 2a \cos x + a^2)^{-1} \sin x,$ $0 < a < 1$	$2^{-1} \pi (1 - a)^{-1} a^{ y },$ $y \neq 0, 1, 2, \dots$ $2^{-1} \pi (1 - a)^{-1} a^{ y } + 2^{-2} \pi a^{ y -1},$ $y = 0, 1, 2, \dots$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(6)	$e^{-\beta x} \sin(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{2^{-1}(a+y)}{\beta^2 + (a+y)^2} + \frac{2^{-1}(a-y)}{\beta^2 + (a-y)^2}$
(7)	$x^{-1} e^{-x} \sin x$	$2^{-1} \operatorname{arctg}(2^1 y^2)$
(8)	$x^{-2} \sin^2(ax),$ $a > 0$	$2^{-1} \pi (a - y/2), \quad y < 2a$ $0, \quad y > 2a$
(9)	$x^{-2} \sin^3(ax),$ $a > 0$	$2^{-3} (y + 3a) \ln(y + 3a) +$ $+ 2^{-3} (y - 3a) \ln y - 3a  -$ $- 2^{-3} (y + a) \ln(y + a) -$ $- 2^{-3} (y - a) \ln y - a $
(10)	$x^{-3} \sin^3(ax),$ $a > 0$	$(\pi/8) (3a^2 - y^2), \quad 0 < y < a$ $(\pi/4) y^2, \quad y = a$ $(\pi/16) (3a - y)^2, \quad a < y < 3a$ $0, \quad 3a < y < \infty$
(11)	$\left(\frac{\sin x}{x}\right)^n, \quad n = 2, 3, \dots$	$\frac{\pi}{2^n} \sum_{0 \leq r < (y+n)/2} \frac{(-1)^r (y+n-2r)^{n-1}}{r!(n-r)!},$ $0 < y < n$ $0, \quad n \leq y < \infty$
(12)	$e^{-\alpha x} (\sin x)^{2n}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{(-1)^n i}{(2n+1) 2^{2n+2}} \left[ \left( \frac{y/2 + i\alpha/2 + n}{2n+1} \right)^{-1} - \right.$ $\left. - \left( \frac{y/2 - i\alpha/2 + n}{2n+1} \right)^{-1} \right]$
(13)	$e^{-\alpha x} (\sin x)^{2n-1}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{(-1)^n}{n 2^{2n+2}} \left[ \left( \frac{y/2 - i\alpha/2 - 1/2 + n}{2n} \right)^{-1} + \right.$ $\left. + \left( \frac{y/2 + i\alpha/2 - 1/2 + n}{2n} \right)^{-1} \right]$
(14)	$[\sin(\pi x)]^{\nu-1}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$[2^{1-\nu} \cos(y/2) \Gamma(\nu)] \times$ $\times \{\Gamma[2^{-1}(\nu+1+\pi^{-1}y)]\} \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(\nu+1-\pi^{-1}y)]\}^{-1}$
(15)	$(a^2 + x^2)^{-1} \ln[4\sin^2(x/2)],$ $0 < a < \pi$	$\pi a^{-1} \operatorname{ch}(ay) \ln(1 - e^{-a}),$ $0 < y < 1$
(16)	$x^{-2} (1 - \cos ax),$ $a > 0$	$2^{-1} \pi (a - y), \quad y < a$ $0, \quad y > a$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(17)	$x^{\nu-1} \cos(ax), \quad 0 < \operatorname{Re} \nu < 1$	$2^{-1} \Gamma(\nu) \cos(\nu\pi/2) \times$ $\times [ y-a ^{-\nu} + (y+a)^{-\nu}]$
(18)	$(x^2 + \beta^2)^{-1} \cos(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} \pi \beta^{-1} e^{-a\beta} \operatorname{ch}(\beta y), \quad y < a$ $2^{-1} \pi \beta^{-1} e^{-\beta'} \operatorname{ch}(a\beta), \quad y > a$
(19)	$e^{-\beta x} \cos(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \beta >  \operatorname{Im} \alpha $	$2^{-1} \beta \{[\beta^2 + (\alpha - y)^2]^{-1} +$ $+ [\beta^2 + (\alpha + y)^2]^{-1}\}$
(20)	$e^{-\beta x^2} \cos(\alpha x), \quad \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} (\pi/\beta)^{1/2} \times$ $\times \exp\left(-\frac{\alpha^2 + y^2}{4\beta}\right) \operatorname{ch}\left(\frac{\alpha y}{2\beta}\right)$
(21)	$(\alpha^2 + x^2)^{-1} (1 - 2\beta \cos x + \beta^2)^{-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0,  \beta  < 1$	$2^{-1} \pi \alpha^{-1} (1 - \beta^2)^{-1} (e^\alpha - \beta)^{-1} \times$ $\times (e^{\alpha \cdot y} + \beta e^{\alpha y}), \quad 0 \leq y < 1$
(22)	$(\alpha^2 + x^2)^{-1} (1 - 2\beta \cos x + \beta^2)^{-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0,  \beta  < 1$	$2^{-1} \pi \alpha^{-1} (1 - \beta^2)^{-1} \left( e^{-\alpha y} + \right.$ $\left. + \frac{\beta e^{-\alpha y} - \beta^{m+1} e^{-\gamma \alpha}}{e^{-\alpha} - \beta} + \right.$ $\left. + \frac{\beta e^{-\alpha(m+\eta)} + \beta^{m+1} e^{\eta \alpha}}{e^{-\alpha} - \beta} \right),$ $y = m + \eta, \quad m - \text{целое}$ $0 \leq \eta < 1$
(23)	$(\alpha^2 + x^2)^{-1} \frac{\cos x - \beta}{1 - 2\beta \cos x + \beta^2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0,  \beta  < 1$	$2^{-1} \pi \alpha^{-1} (e^\alpha - \beta)^{-1} \operatorname{ch} \alpha y,$ $0 \leq y < 1$
(24)	$(\alpha^2 + x^2)^{-1} \frac{\cos x - \beta}{1 - 2\beta \cos x + \beta^2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0,  \beta  < 1$	$\frac{\pi}{4\alpha} \left( \frac{e^{-\alpha(m+\eta)} - \beta^m e^{\eta \alpha}}{e^{-\alpha} - \beta} + \right.$ $\left. + \frac{e^{-\alpha(m+\eta)} - \beta^m e^{-\eta \alpha}}{e^{-\alpha} - \beta} \right),$ $y = m + \eta, \quad m - \text{целое}$ $0 \leq \eta < 1$
(25)	$x^{-n} (\sin ax)^m (\cos bx)^p$	Интегралы такого типа могут быть вычислены с помощью фор- мулы (11) этого пункта
(26)	$x^{m/2-1} \prod_{n=1}^m \cos(a_n x),$ $a_n > 0$	$0, \quad y > \sum_{n=1}^m a_n$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(27)	$[\cos(2^{-1}\pi x)]^{\nu-1}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{1-\nu} \Gamma(\nu) [\Gamma(\nu/2 + 1/2 + y/\pi) \times$ $\times \Gamma(\nu/2 + 1/2 - y/\pi)]^{-1}$
(28)	$(\cos x - \cos \theta)^{\nu-1/2}, \quad 0 < x < \theta$ $0, \quad \theta < x < \infty$ $0 < \theta < \pi, \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$(\pi/2)^{1/2} (\sin \theta)^{\nu} \times$ $\times \Gamma(\nu + 1/2) P_{\nu-1/2}^{-\nu}(\cos \theta)$
(29)	$x^{-2} \ln[\cos^2(ax)]$	$\pi y \ln 2 - a\pi, \quad 0 \leq y \leq 2a$
(30)	$(x^2 + a^2)^{-1} \ln[4 \cos^2(2^{-1}bx)]$	$\pi a^{-1} \operatorname{ch}(ay) \ln(1 + e^{-ab}),$ $0 < y < b < \pi/a$
(31)	$x^{-2} (1 + x^2)^{-1} \ln[\cos^2(ax)],$ $a > 0$	$-\pi \ln(1 + e^{-2a}) \operatorname{ch} y +$ $+ (y + e^{-y}) \pi \ln 2 - a\pi,$ $0 \leq y < 2a$
(32)	$(x^2 + a^2)^{-1} \ln(2 \pm 2 \cos x),$ $a > 0$	$\pi a^{-1} \operatorname{ch}(ay) \ln(1 \pm e^{-a}),$ $0 < y < 1$
(33)	$\frac{\ln(1 - 2r \cos x + r^2)}{x^2 + a^2},$ $ r  < 1$	$\pi a^{-1} \ln(1 - re^{-a}) \operatorname{ch}(ay) +$ $+ \pi a^{-1} \sum_{1 \leq n \leq y} n^{-1} r^n \operatorname{sh}[a(y - n)]$
(34)	$x(x^2 + \beta^2)^{-1} \operatorname{tg}(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\pi \operatorname{ch}(\beta y) [e^{2a\beta} + 1]^{-1}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(35)	$x(x^2 + \beta^2)^{-1} \operatorname{ctg}(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\pi \operatorname{ch}(\beta y) [e^{2a\beta} - 1]^{-1}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(36)	$\frac{1}{(x^2 + a^2) \cos(bx)},$ $\operatorname{Re} a > 0, b > 0$	$\frac{\pi \operatorname{ch}(ay)}{2a \operatorname{ch}(ab)}, \quad 0 < y < b$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(37)	$\frac{x}{(x^2 + a^2) \sin(bx)},$ $\operatorname{Re} a > 0, b > 0$	$\frac{\pi \operatorname{ch}(ay)}{2 \operatorname{sh}(ab)}, \quad 0 < y < b$

## 1.7. Тригонометрические функции других аргументов

	$f(x)$		$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(1)	$\sin(ax^2),$	$a > 0$	$\frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{a}\right)^{1/2} \left[ \cos\left(\frac{y^2}{4a}\right) - \sin\left(\frac{y^2}{4a}\right) \right]$
(2)	$\sin[a(1-x^2)],$	$a > 0$	$-2^{-1}\pi^{1/2}a^{-1/2} \times$ $\times \cos[a + \pi/4 + 2^{-2}a^{-1}y^2]$
(3)	$x^{-2} \sin(ax^2),$	$a > 0$	$2^{-1}\pi y \times$ $\times \{S(2^{-2}a^{-1}y^2) - C(2^{-2}a^{-1}y^2)\} +$ $+ (\pi a)^{1/2} \sin(2^{-2}a^{-1}y^2 + \pi/4)$
(4)	$x^{-1/2} \sin(ax^2),$	$a > 0$	$-\frac{\pi}{2} \left(\frac{y^2}{2a}\right)^{1/2} \times$ $\times \sin\left(\frac{y^2}{8a} - \frac{\pi}{8}\right) J_{-1/4}\left(\frac{y^2}{8a}\right)$
(5)	$e^{-\alpha x^2} \sin(\beta x^2),$	$\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$2^{-1}\pi^{1/2}(\alpha^2 + \beta^2)^{-1/4} \times$ $\times e^{-\alpha y^2 / [4(\alpha^2 + \beta^2)]} \times$ $\times \sin\left[\frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) - \frac{\beta y^2}{4(\alpha^2 + \beta^2)}\right]$
(6)	$e^{-\alpha x^2} \cos(\beta x^2),$	$\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$2^{-1}\pi^{1/2}(\alpha^2 + \beta^2)^{-1/4} \times$ $\times e^{-\alpha y^2 / [4(\alpha^2 + \beta^2)]} \times$ $\times \cos\left[\frac{\beta y^2}{4(\alpha^2 + \beta^2)} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\right]$
(7)	$\cos(ax^2),$	$a > 0$	$2^{-2}(2\pi/a)^{1/2} [\cos(2^{-2}a^{-1}y^2) +$ $+ \sin(2^{-2}a^{-1}y^2)]$
(8)	$\cos(2^{-1}x^2 - \pi/8)$		$\pi^{1/2}2^{-1/2} \cos(2^{-1}y^2 - \pi/8)$
(9)	$x^{-1/2} \cos(ax^2),$	$a > 0$	$2^{-1}\pi y^{1/2} (2a)^{-1/2} \times$ $\times \cos(a^{-1}y^2/8 - \pi/8) J_{-1/4}(a^{-1}y^2/8)$
(10)	$\cos[a(1-x^2)],$	$a > 0$	$2^{-1}\pi^{1/2}a^{-1/2} \times$ $\times \sin[a + 2^{-2}\pi + 2^{-2}a^{-1}y^2]$
(11)	$\cos(a^3x^3),$	$a > 0$	$2^{-1}(3a)^{-3/2}y^{1/2} \times$ $\times \{3^{1/2}K_{1/3}[2(3a)^{-3/2}y^{3/2}] +$ $+ \pi J_{1/3}[2(3a)^{-3/2}y^{3/2}] +$ $+ \pi J_{-1/3}[2(3a)^{-3/2}y^{3/2}]\}$



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(12)	$x^{-1} \cos(1/x)$	$-2^{-1} \pi Y_0(2y^{1/2}) + K_0(2y^{1/2})$
(13)	$x^{-1/2} \sin(a^2/x), \quad a > 0$	$2^{-3/2} \pi^{1/2} y^{-1/2} [\sin(2ay^{1/2}) + \cos(2ay^{1/2}) - e^{-2ay^{1/2}}]$
(14)	$x^{-1/2} \cos(a^2/x), \quad a > 0$	$2^{-3/2} \pi^{1/2} y^{-1/2} [\cos(2ay^{1/2}) - \sin(2ay^{1/2}) + e^{-2ay^{1/2}}]$
(15)	$x^{-3/2} \sin(a^2/x), \quad a > 0$	$2^{-3/2} \pi^{1/2} a^{-1} [\sin(2ay^{1/2}) + \cos(2ay^{1/2}) + e^{-2ay^{1/2}}]$
(16)	$x^{-3/2} \cos(a^2/x), \quad a > 0$	$2^{-3/2} \pi^{1/2} a^{-1} [e^{-2ay^{1/2}} + \cos(2ay^{1/2}) - \sin(2ay^{1/2})]$
(17)	$x^{\nu-1} \sin(a^2/x), \quad a > 0,  \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi a^{\nu} y^{-\nu/2}}{4 \cos(\nu\pi/2)} [J_{\nu}(2ay^{1/2}) + J_{-\nu}(2ay^{1/2}) + I_{\nu}(2ay^{1/2}) - I_{-\nu}(2ay^{1/2})]$
(18)	$x^{\nu-1} \cos(a^2/x), \quad a > 0,  \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi a^{\nu} y^{-\nu/2}}{4 \sin(\nu\pi/2)} [J_{-\nu}(2ay^{1/2}) - J_{\nu}(2ay^{1/2}) + I_{-\nu}(2ay^{1/2}) - I_{\nu}(2ay^{1/2})]$
(19)	$x^{-1/2} \sin(ax^{1/2}) \sin(bx^{1/2})$	$\left(\frac{\pi}{y}\right)^{1/2} \sin\left(\frac{ab}{2y}\right) \sin\left(\frac{a^2+b^2}{4y} - \frac{\pi}{4}\right)$
(20)	$x^{-1/2} \cos(ax^{1/2}) \cos(bx^{1/2})$	$\left(\frac{\pi}{y}\right)^{1/2} \cos\left(\frac{ab}{2y}\right) \sin\left(\frac{a^2+b^2}{4y} + \frac{\pi}{4}\right)$
(21)	$x^{-1/2} \cos(ax^{1/2} - \pi/4)$	$2^{-1} \pi^{1/2} y^{-1/2} \exp(-2^{-1} a^2 y^{-1/2})$
(22)	$x^{-1/4} \sin(2ax^{1/2}), \quad a > 0$	$-2^{-1} \pi (a/y)^{3/2} \times$ $\times [\sin(2^{-1} a^2 y^{-1} - \pi/8) \times$ $\times J_{-1/4}(2^{-1} a^2 y^{-1}) +$ $+ \cos(2^{-1} a^2 y^{-1} - \pi/8) \times$ $\times J_{3/4}(2^{-1} a^2 y^{-1})]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(23)	$x^{-1/4} \cos(2ax^{1/2}), \quad a > 0$	$-2^{-1}\pi (a/y)^{3/2} \times$ $\times [\sin(2^{-1}a^2y^{-1} + \pi/8) \times$ $\times J_{-3/4}(2^{-1}a^2y^{-1}) +$ $+ \cos(2^{-1}a^2y^{-1} + \pi/8) \times$ $\times J_{-1/4}(2^{-1}a^2y^{-1})]$
(24)	$x^{-3/4} \sin(ax^{1/2}), \quad a > 0$	$\pi a^{1/2} (2y)^{-1/2} \cos\left(\frac{a^2}{8y} - \frac{3\pi}{8}\right) \times$ $\times J_{1/4}\left(\frac{a^2}{8y}\right)$
(25)	$x^{-3/4} \cos(ax^{1/2}), \quad a > 0$	$\pi a^{1/2} (2y)^{-1/2} \cos\left(\frac{a^2}{8y} - \frac{\pi}{8}\right) \times$ $\times J_{-1/4}\left(\frac{a^2}{8y}\right)$
(26)	$x^{-1/2} e^{-\alpha x} \cos(\beta x^{1/2}),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$\pi^{1/2} (\alpha^2 + y^2)^{-1/4} \times$ $\times e^{-\alpha\beta^2/[4(\alpha^2 + \beta^2)]} \times$ $\times \cos\left[\frac{\beta^2 y}{4(\alpha^2 + y^2)} - \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{y}{\alpha}\right)\right]$
(27)	$e^{-\alpha x^{1/2}} \cos(\alpha x^{1/2}),$ $\text{Re } \alpha >  \text{Im } \alpha $	$2^{-3/2} \pi^{1/2} \alpha y^{-3/2} e^{-2^{-1}\alpha^2 y^{-1}}$
(28)	$x^{-1/2} e^{-\alpha x^{1/2}} \times$ $\times [\cos(\alpha x^{1/2}) - \sin(\alpha x^{1/2})],$ $\text{Re } \alpha >  \text{Im } \alpha $	$(\pi/2)^{1/2} y^{-1/2} e^{-2^{-1}\alpha^2 y^{-1}}$
(29)	$(x^2 + a^2)^{-3/2} \sin[b(x^2 + a^2)^{1/2}],$ $a > 0$	$2^{-1} \pi a^{-1} b e^{-ay}, \quad y > a$
(30)	$(a^2 + x^2)^{-1/2} \sin[b(a^2 + x^2)^{1/2}]$	$2^{-1} \pi J_0[a(b^2 - y^2)^{1/2}], \quad 0 < y < b$ $0, \quad b < y < \infty$
(31)	$\frac{\sin[b(x^2 + a^2)^{1/2}]}{(x^2 + c^2)(x^2 + a^2)^{1/2}}, \quad c > 0$	$\frac{\pi e^{-cy} \sin[b(a^2 - c^2)^{1/2}]}{2c(a^2 - c^2)^{1/2}}, \quad c \neq a$ $2\pi e^{-cy} b/c, \quad c = a$ $y \geq b$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(32)	$x^{-1/2}(x^2 + a^2)^{-1/2} \times$ $\times \sin [b(x^2 + a^2)^{1/2}],$ $a, b > 0$	$(2^{-1}\pi)^{3/2} y^{1/2} \times$ $\times J_{-1/4} \{2^{-1}a [b - (b^2 - y^2)^{1/2}]\} \times$ $\times J_{1/4} \{2^{-1}a [b + (b^2 - y^2)^{1/2}]\},$ $0 < y < b$
(33)	$\cos [b(x^2 + a^2)^{1/2}] (x^2 + c^2)^{-1},$ $c > 0$	$2^{-1}\pi c^{-1} e^{-cy} \cos [b(a^2 - c^2)^{1/2}],$ $y \geq b$
(34)	$(x^2 + a^2)^{-1/2} \cos [b(x^2 + a^2)^{1/2}],$ $a > 0$	$-2^{-1}\pi Y_0 [a(b^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < b$ $K_0 [a(y^2 - b^2)^{1/2}], \quad b < y < \infty$
(35)	$(x^2 + a^2)^{-3/2} \cos [b(x^2 + a^2)^{1/2}],$ $a > 0$	$2^{-1}\pi a^{-1} e^{-ay}, \quad y > a$
(36)	$x^{-1/2} (b^2 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos [a(b^2 + x^2)^{1/2}],$ $b > 0$	$-2^{-1}\pi (2^{-1}\pi y)^{1/2} \times$ $\times J_{-1/4} \{2^{-1}b [a - (a^2 - y^2)^{1/2}]\} \times$ $\times Y_{1/4} \{2^{-1}b [a + (a^2 - y^2)^{1/2}]\},$ $0 < y < a$
(37)	$\sin [b(a^2 - x^2)^{1/2}], \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $b > 0$	$2^{-1}\pi ab (b^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times J_1 [a(b^2 + y^2)^{1/2}]$
(38)	$0, \quad 0 < x < a$ $\frac{x \sin [c(x^2 - a^2)^{1/2}]}{b^2 + x^2 - a^2},$ $a < x < \infty$ $b, c > 0$	$2^{-1}\pi e^{-bc} \cos [y(a^2 - b^2)^{1/2}],$ $0 < y < c$
(39)	$0, \quad 0 < x < a$ $\frac{x \sin [c(x^2 - c^2)^{1/2}]}{x^2 + b^2},$ $a < x < \infty$	$2^{-1}\pi e^{-c(b^2 + a^2)^{1/2}} \operatorname{ch}(by),$ $0 < y < c$
(40)	$\frac{\sin [b(a^2 - x^2)^{1/2}]}{(a^2 - x^2)^{3/4}}, \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $b > 0$	$(\pi/2)^{3/2} b^{1/2} \times$ $\times J_{1/4} \{2^{-1}a [(b^2 + y^2)^{1/2} - y]\} \times$ $\times J_{1/4} \{2^{-1}a [(b^2 + y^2)^{1/2} + y]\}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(41)	$0,$ $\frac{\sin [b(x^2 - a^2)^{1/2}]}{(x^2 - a^2)^{3/4}},$ $b > 0$	$0 < x < a$ $a < x < \infty$ $b > 0$ $-(\pi/2)^{3/2} b^{1/2} \times$ $\times J_{1/4} \{2^{-1} a [y - (y^2 - b^2)^{1/2}]\} \times$ $\times Y_{1/4} \{2^{-1} a [y + (y^2 - b^2)^{1/2}]\},$ $y > b$
(42)	$\frac{\cos [b(a^2 - x^2)^{1/2}]}{(a^2 - x^2)^{1/2}},$ $0,$	$0 < x < a$ $a < x < \infty$ $2^{-1} \pi J_0 [a(b^2 + y^2)^{1/2}]$
(43)	$0,$ $\frac{\cos [b(x^2 - a^2)^{1/2}]}{(x^2 - a^2)^{1/2}},$	$0 < x < a$ $a < x < \infty$ $K_0 [a(b^2 - y^2)^{1/2}],$ $-2^{-1} \pi Y_0 [a(y^2 - b^2)^{1/2}],$ $y <  b $ $y >  b $
(44)	$\frac{\cos [b(a^2 - x^2)^{1/2}]}{(a^2 - x^2)^{3/4}},$ $0,$	$0 < x < a$ $a < x < \infty$ $(\pi/2)^{3/2} b^{1/2} \times$ $\times J_{-1/4} \{2^{-1} a [(b^2 + y^2)^{1/2} - y]\} \times$ $\times J_{-1/4} \{2^{-1} a [(b^2 + y^2)^{1/2} + y]\}$
(45)	$0,$ $\frac{\cos [b(x^2 - a^2)^{1/2}]}{(x^2 - a^2)^{3/4}},$	$0 < x < a$ $a < x < \infty$ $-(\pi/2)^{3/2} b^{1/2} \times$ $\times J_{-1/4} \{2^{-1} a [y - (y^2 - b^2)^{1/2}]\} \times$ $\times Y_{1/4} \{2^{-1} a [y + (y^2 - b^2)^{1/2}]\},$ $y > b$
(46)	$\frac{\cos [b(a^2 - x^2)^{1/2}]}{x^{1/2} (a^2 - x^2)^{1/2}},$ $0,$	$0 < x < a$ $a < x < \infty$ $b > 0$ $(\pi/2)^{3/2} y^{1/2} \times$ $\times J_{-1/4} \{2^{-1} a [(b^2 + y^2)^{1/2} - b]\} \times$ $\times J_{-1/4} \{2^{-1} a [(b^2 + y^2)^{1/2} + b]\}$
(47)	$0,$ $\frac{\cos [c(x^2 - a^2)^{1/2}]}{x(x^2 + b^2)(x^2 - a^2)^{1/2}},$	$0 < x < a$ $a < x < \infty$ $2^{-1} \pi (c^2 + b^2)^{-1/2} \times$ $\times e^{-c(a^2 + b^2)^{1/2}} \operatorname{ch}(yb),$ $0 < y < c$
(48)	$\sin(a \sin x),$ $0,$	$0 < x < \pi$ $\pi < x < \infty$ $(1 + \cos \pi y) s_{0, \nu}(a)$
(49)	$\sin(a \cos x),$ $0,$	$0 < x < \pi/2$ $\pi/2 < x < \infty$ $\cos(\pi y/2) s_{0, \nu}(a)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(50)	$\cos(a \cos x), \quad 0 < x < \pi/2$ $0, \quad \pi/2 < x < \infty$	$-y \sin(\pi y/2) s_{-1, \nu}(a)$
(51)	$\cos(a \sin x), \quad 0 < x < \pi$ $0, \quad \pi < x < \infty$	$-y \sin(\pi y) s_{-1, \nu}(a)$

### 1.8. Обратные тригонометрические функции

(1)	$0, \quad 0 < x < a$ $\frac{\cos \left[ n \arccos \frac{2x - a - b}{b - a} \right]}{(x - a)^{1/2} (b - x)^{1/2}},$ $a < x < b$ $0, \quad b < x < \infty$	$\pi \cos \left[ \frac{n\pi}{2} - \frac{(a + b)y}{2} \right] \times$ $\times J_n \left[ \frac{(b - a)y}{2} \right]$
(2)	$x^{-1/2} (a^2 - x^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos[\nu \arccos(x/a)],$ $0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$	$(\pi/2)^{\nu+1/2} y^{1/2} J_{\nu/2-1/4}(2^{-1}ay) \times$ $\times J_{-\nu/2-1/4}(2^{-1}ay)$
(3)	$x^{-1} \operatorname{arctg}(x/a)$	$-2^{-1}\pi \operatorname{Ei}(-ay)$
(4)	$(x^2 + a^2)^{-\nu/2} \cos[\nu \operatorname{arctg}(x/a)],$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{-1}\pi y^{\nu-1} e^{-a\bar{y}} \bar{\Gamma}(\nu)$
(5)	$x^\nu (1 + x^2)^{\nu/2} \sin(\nu \operatorname{arctg} x),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 0$	$2^{-1}\pi^{1/2} \Gamma(\nu + 1) y^{-\nu-1/2} \times$ $\times [I_{-\nu-1/2}(y/2) \operatorname{sh}(y/2) -$ $- I_{\nu+1/2}(y/2) \operatorname{ch}(y/2)]$
(6)	$x^\nu (1 + x^2)^{\nu/2} \cos(\nu \operatorname{arctg} x),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 0$	$-\pi^{-1/2} \Gamma(\nu + 1) \times$ $\times y^{-\nu-1/2} \sin(\nu\pi) \times$ $\times \operatorname{ch}(y/2) K_{\nu+1/2}(y/2)$
(7)	$\operatorname{arctg}(a/x), \quad a > 0$	$2^{-1}y^{-1} \times$ $\times [e^{-ay} \bar{\operatorname{Ei}}(ay) - e^{ay} \operatorname{Ei}(-ay)]$
(8)	$\operatorname{arctg}(2/x^2)$	$\pi y^{-1} e^{-y} \sin y$

## 1.9. Гиперболические функции

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(1)	$\frac{1}{\operatorname{ch}(\alpha x)}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi}{2\alpha \operatorname{ch}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}$
(2)	$\frac{1}{[\operatorname{ch}(\alpha x)]^2}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi y}{2\alpha^2 \operatorname{sh}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}$
(3)	$\frac{1}{[\operatorname{ch}(\alpha x)]^{2n}}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{4^{n-1}\pi y}{2(2n-1)! \alpha^2 \operatorname{sh} \frac{\pi y}{2\alpha}} \prod_{r=1}^{n-1} \left( \frac{y^2}{4\alpha^2} + r^2 \right),$ $n \geq 2$
(4)	$\frac{1}{[\operatorname{ch}(\alpha x)]^{2n+1}}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi 2^{2n-1}}{\alpha (2n)! \operatorname{ch} \frac{\pi y}{2\alpha}} \prod_{r=1}^n \left[ \frac{y^2}{4\alpha^2} + \left( \frac{2r-1}{2} \right)^2 \right]$
(5)	$\frac{1}{[\operatorname{ch}(\alpha x)]^{\nu}}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{2^{\nu-2}}{\alpha \Gamma(\nu)} \Gamma\left(\frac{\nu}{2} + \frac{iy}{2\alpha}\right) \Gamma\left(\frac{\nu}{2} - \frac{iy}{2\alpha}\right)$
(6)	$[\operatorname{ch}(\alpha x) + \cos \beta]^{-1},$ $\pi \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im}(\alpha\beta) $	$\frac{\pi \operatorname{sh}(\alpha^{-1}\beta y)}{\alpha \sin \beta \operatorname{sh}(\alpha^{-1}\pi y)}$
(7)	$(\operatorname{ch} x + \cos a)^{-1/2}, \quad -\pi < a < \pi$	$\frac{\pi}{2^{1/2} \operatorname{ch}(\pi y)} P_{-1/2+iy}(\cos a)$
(8)	$(\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} a)^{-1}, \quad a > 0$	$-\frac{\pi \operatorname{ch}(\pi y) \sin(\alpha y)}{\operatorname{sh} a}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(9)	$\{1 + 2 \operatorname{ch}[(2\pi/3)^{1/2} x]\}^{-1}$	$(2^{-1}\pi)^{1/2} \{1 + 2 \operatorname{ch}[(2\pi/3)^{1/2} y]\}^{-1}$
(10)	$[\alpha + (\alpha^2 - 1)^{1/2} \operatorname{ch} x]^{-\nu-1},$ $\operatorname{Re} \nu > -1,  \arg(\alpha \pm 1)  < \pi$	$\frac{\Gamma(\nu - iy + 1) e^{\pi y} Q_{\nu}^{iy}(\alpha)}{\Gamma(\nu + 1)}$
(11)	$\frac{\operatorname{ch}(2^{-1}\pi^{1/2} x)}{\operatorname{ch}(\pi^{1/2} x)}$	$\frac{\pi^{1/2} \operatorname{ch}(2^{-1}\pi^{1/2} y)}{2^{1/2} \operatorname{ch}(\pi^{1/2} y)}$

	$f(x)$		$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(12)	$\frac{\operatorname{ch}(\alpha x)}{\operatorname{ch}(\beta x)},$	$ \operatorname{Re} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$\pi \beta^{-1} \left[ \frac{\cos(2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha) \operatorname{ch}(2^{-1}\pi\beta^{-1})}{\cos(\pi\beta^{-1}\alpha) + \operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)} \right]$
(13)	$\frac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{ch}(\beta x)},$	$ \operatorname{Re} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$2^{-2\beta^{-1}} \left\{ \psi\left(\frac{3\beta - \alpha + iy}{4\beta}\right) + \right.$ $+ \psi\left(\frac{3\beta - \alpha - iy}{4\beta}\right) - \psi\left(\frac{3\beta + \alpha - iy}{4\beta}\right) -$ $- \psi\left(\frac{3\beta + \alpha + iy}{4\beta}\right) +$ $\left. + 2\pi \sin(\pi\alpha\beta^{-1}) [\cos(\pi\alpha\beta^{-1}) + \operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)]^{-1} \right\}$
(14)	$\frac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)},$	$ \operatorname{Re} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$2^{-1}\pi\beta^{-1} \sin(\pi\beta^{-1}\alpha) [\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y) + \cos(\pi\beta^{-1}\alpha)]^{-1}$
(15)	$\frac{\operatorname{sh}^2(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)},$	$2 \operatorname{Re} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$2^{-1}\pi\beta^{-1} \sin \alpha \sin(\pi\alpha/\beta) \sin(\pi y/\beta) \times$ $\times [\sin^2 \alpha \operatorname{sh}^2(\pi y/\beta) +$ $+ \operatorname{ch}^2(\pi y/\beta) \cos^2 \alpha + \cos^2(\alpha\pi/\beta) +$ $+ 2 \cos \alpha \cos(\pi\alpha/\beta) \operatorname{ch}(\pi y/\beta)]^{-1}$
(16)	$[\operatorname{ch}(\alpha x) + \operatorname{ch} \beta]^{-1} \operatorname{ch}(2^{-1}\alpha x),$ $\pi \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im}(\bar{\alpha}\beta) $		$\frac{\pi \cos(\beta y/\alpha)}{2\alpha \operatorname{ch}(\beta/2) \operatorname{ch}(\pi y/\alpha)}$
(17)	$[\operatorname{ch}(\beta x) + \cos c]^{-1} \operatorname{ch}(\alpha x),$ $ \operatorname{Re} \alpha  < \operatorname{Re} \beta, 0 < c < \pi$		$\frac{\pi}{\beta \sin c} [\cos(\pi/\beta - \alpha c/\beta) \times$ $\times \operatorname{ch}(\pi/\beta + cy/\beta) -$ $- \cos(\pi/\beta + \alpha c/\beta) \operatorname{ch}(\pi/\beta - cy/\beta)] \times$ $\times [\operatorname{ch}(2\pi y/\beta) - \cos(2\pi\alpha/\beta)]^{-1}$
(18)	$\frac{x}{\operatorname{sh}(\alpha x)},$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi^2}{4\alpha^2 \operatorname{ch}^2(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}$
(19)	$\frac{(x^2 + a^2)}{\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}x)},$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{2a^3}{\operatorname{ch}^3(\alpha y)}$
(20)	$\frac{x(x^2 + 4a^2)}{\operatorname{sh}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}x)},$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{6a^4}{\operatorname{ch}^4(\alpha y)}$
(21)	$\frac{1}{(1+x^2) \operatorname{ch}(\pi x)}$		$2 \operatorname{ch}(y/2) - [e^y \operatorname{arctg}(e^{-y/2}) + e^{-y} \operatorname{arctg}(e^{y/2})]$
(22)	$\frac{1}{(x^2 + 1) \operatorname{ch}(\pi x/2)}$		$(\operatorname{ch} y) \ln(1 + e^{-2y}) + ye^{-y}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(23)	$\frac{1}{(1+x^2) \operatorname{ch}(\pi x/4)}$	$2^{-1/2} \pi e^{-y} +$ $+ 2^{1/2} \operatorname{sh} y \operatorname{arctg} [2^{-1/2} (\operatorname{sh} y)^{-1}] -$ $- 2^{-1/2} \operatorname{ch} y \ln \left[ \frac{\operatorname{ch} y + 2^{-1/2}}{\operatorname{ch} y - 2^{-1/2}} \right]$
(24)	$\frac{x}{(x^2+1) \operatorname{sh}(\pi x)}$	$-1/2 + 2^{-1} y e^{-y} + \operatorname{ch} y \ln(1 + e^{-y})$
(25)	$\frac{1}{[(m+1/2)^2 + x^2] \operatorname{ch}(\pi x)}$	$\frac{(-1)^m e^{-(m+1/2)y}}{2m+1} \times$ $\times [y + \ln(1 + e^{-y})] -$ $- \frac{e^{-y/2}}{2m+1} \sum_{n=0}^{m-1} \frac{(-1)^n e^{-ny}}{n-m} +$ $+ \frac{e^{-y/2}}{(2m+1)(m+1)} \times$ $\times {}_2F_1(1, m+1; m+2; -e^{-y})$
(26)	$\frac{1}{(x^2 + \alpha^2) \operatorname{ch}(\pi x)},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \times$ $\times \frac{(n+1/2) \alpha^{-1} e^{-\alpha y} - e^{-(n+1/2)y}}{(n+1/2)^2 - \alpha^2}$
(27)	$(x^2 + \alpha^2)^{-1} [\operatorname{ch}(\pi x) + \cos(\pi\beta)]^{-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, 0 < \operatorname{Re} \beta < 1$	$2^{-1} \pi \alpha^{-1} e^{-\alpha y} [\cos(\pi\alpha) + \cos(\pi\beta)]^{-1} +$ $+ \frac{1}{\sin(\pi\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{e^{-(2n+1-\beta)y}}{\alpha^2 - (2n+1-\beta)^2} - \frac{e^{-(2n+1+\beta)y}}{\alpha^2 - (2n+1+\beta)^2} \right]$
(28)	$x^{-1} \operatorname{th}(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\ln \{ \operatorname{cth}(2^{-2} \pi \alpha^{-1} y) \}$
(29)	$x(x^2+1)^{-1} \operatorname{th}(\pi x/2)$	$-y e^{-y} - \operatorname{ch} y \ln(1 - e^{-2y})$
(30)	$x(x^2+1)^{-1} \operatorname{th}(\pi x/4)$	$-2^{-1} \pi e^{-y} + \operatorname{ch} y \ln(\operatorname{cth} y/2) -$ $- 2 \operatorname{sh} y \operatorname{arctg}(e^{-y})$

Относительно подобных интегралов см. Bierens de Haan D., 1867. Nouvelles tables d'intégrales définies, стр. 408.



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(31)	$x(x^2 + 1)^{-1} \operatorname{cth}(\pi x)$	$2^{-1} y e^y + 2^{-1} \pi e^{-y} -$ $-\operatorname{ch} y \ln  2 \operatorname{sh}(y/2)  -$ $-\operatorname{sh} y (e^y - 1)^{-1}$
Относительно подобных интегралов см. Bierens de Haan D., 1867, <i>Nouvelles tables d'intégrales définies</i> , стр. 389.		
(32)	$x(x^2 + 1)^{-1} \operatorname{cth}(\pi x/4)$	$-2 + 2^{-1} \pi e^{-y} +$ $+\operatorname{ch} y \ln [\operatorname{cth}(y/2)] +$ $+2 \operatorname{sh} y \operatorname{arctg}(e^{-y})$
Относительно подобных интегралов см. Bierens de Haan D., 1867, <i>Nouvelles tables d'intégrales définies</i> , стр. 408.		
(33)	$\frac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{x \operatorname{ch}(\beta x)},$ $ \operatorname{Re} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$2^{-1} \ln \frac{\operatorname{ch}(2^{-1} \pi \beta^{-1} y) + \sin(2^{-1} \pi \beta^{-1} \alpha)}{\operatorname{ch}(2^{-1} \pi \beta^{-1} y) - \sin(2^{-1} \pi \beta^{-1} \alpha)}$
(34)	$\frac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{(x^2 + 1) \operatorname{sh}(\pi x)},$ $ \operatorname{Re} \alpha  \leq \pi$	$2^{-1} e^{-y} (y \sin \alpha - \alpha \cos \alpha) +$ $+2^{-1} \sin \alpha \operatorname{ch} y \ln(1 + 2e^{-y} \cos \alpha +$ $+e^{-2y}) - \cos \alpha \operatorname{sh} y \times$ $\times \operatorname{arctg}[\sin \alpha (e^y + \cos \alpha)^{-1}]$
Относительно подобных интегралов см. Bierens de Haan D., 1867, <i>Nouvelles tables d'intégrales définies</i> , стр. 389.		
(35)	$\frac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{(x^2 + 1) \operatorname{sh}(2^{-1} \pi x)},$ $ \operatorname{Re} \alpha  \leq \pi/2$	$2^{-1} \pi e^{-y} \sin \alpha -$ $-2^{-1} \cos \alpha \operatorname{ch} y \ln \left  \frac{\operatorname{ch} y + \sin \alpha}{\operatorname{ch} y - \sin \alpha} \right  +$ $+\sin \alpha \operatorname{sh} y \operatorname{arctg}(\cos \alpha / \operatorname{sh} y)$
(36)	$\frac{\operatorname{ch}(\alpha x)}{(1 + x^2) \operatorname{ch}(2^{-1} \pi x)},$ $ \operatorname{Re} \alpha  \leq \pi/2$	$y e^{-y} \cos \alpha + \alpha e^{-y} \sin \alpha +$ $+\sin \alpha \operatorname{sh} y \operatorname{arctg} \frac{e^{-2y} \sin(2\alpha)}{1 + e^{-2y} \cos(2\alpha)} +$ $+2^{-1} \cos \alpha \operatorname{ch} y \times$ $\times \ln  1 + 2e^{-2y} \cos 2\alpha + e^{-4y} $
(37)	$(a^2 - x^2)^{-1/2} \operatorname{ch}[\beta(a^2 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < a$ $0,$ $a < x < \infty$	$2^{-1} \pi J_0[a(y^2 - \beta^2)^{1/2}]$
(38)	$\frac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{e^{\beta x} + 1},$ $ \operatorname{Re} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$-2^{-1} \alpha (y^2 + \alpha^2)^{-1} + \pi \beta^{-1} \times$ $\times \sin(\pi \alpha \beta^{-1}) \operatorname{ch}(\pi \beta^{-1} y) \times$ $\times [\operatorname{ch}(2\pi \beta^{-1} y) - \cos(2\pi \alpha \beta^{-1})]^{-1}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(39)	$e^{-\alpha x} [\operatorname{sh}(\beta x)]^{\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re} \beta > 0$ $\operatorname{Re} \beta \nu < \operatorname{Re} \alpha$	$\frac{\Gamma(\nu+1)}{2^{\nu+2}\beta} \left\{ \frac{\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha - \nu\beta - iy)]}{\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha + \nu\beta - iy) + 1]} + \frac{\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha - \nu\beta + iy)]}{\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha + \nu\beta + iy) + 1]} \right\}$
(40)	$e^{(4\beta)^{-1}x^2} \operatorname{ch}(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$\pi^{1/2}\beta^{1/2}e^{\beta(\alpha^2 - y^2)} \cos(2\alpha\beta y)$
(41)	$\frac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{e^{\beta x} - 1},$ $ \operatorname{Re} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$2^{-1}\alpha(y^2 + \alpha^2)^{-1} + 2^{-1}\pi\beta^{-1} \times$ $\times \sin(2\pi\alpha\beta^{-1}) \times$ $\times [\operatorname{ch}(2\pi\beta^{-1}y) - \cos(2\pi\alpha\beta^{-1})]^{-1}$
(42)	$\frac{e^{-i\pi\beta x^2}}{\operatorname{ch}(\pi x) + \cos(\pi a)},$ $0 < a < 1, \operatorname{Im} \beta \geq 0$	$\frac{1}{\sin(\pi a)} \times$ $\times \sum_{n=0}^{\infty} [e^{-(2n+1-a)y + (2n+1-a)2i\pi\beta} -$ $- e^{-(2n+1+a)y + (2n+1+a)2i\pi\beta}] +$ $+ \frac{\beta^{-1/2} \exp[-2^{-2}i(\pi - \pi^{-1}\beta^{-1}y^2)]}{\sin(\pi a)} \times$ $\times \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin(n\pi a) \times$ $\times e^{-(2ny + n^2i\pi)/(4\beta)}$
(43)	$x^{-2}e^{-x^2} \operatorname{sh}(x^2)$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}e^{-y^2/4} -$ $- 2^{-2}\pi y \operatorname{Erfi}(2^{-2/2}y)$
(44)	$e^{-\alpha x} \operatorname{cth}(\beta x^{1/2})$	См. Mordell L. J., 1920, Mess. Math., 49, 65—72
(45)	$e^{-\alpha \operatorname{ch} x},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$K_{iy}(\alpha)$
(46)	$e^{-\alpha x} \operatorname{th}(\beta x^{1/2})$	См. Mordell L. J., 1920, Mess. Math., 49, 65—72
(47)	$\ln(1 - e^{-2x}) \operatorname{ch} x$	$(y^2 - 1)(y^2 + 1)^{-2} -$ $- 2^{-1}\pi y (y^2 + 1)^{-1} \operatorname{th}(2^{-1}\pi y)$
(48)	$\ln\left(1 + \frac{\cos \alpha}{\operatorname{ch} x}\right),$ $ \operatorname{Re} \alpha  < \pi$	$\frac{\pi [\operatorname{ch}(\pi y/2) - \operatorname{ch}(\alpha y)]}{y \operatorname{sh}(\pi y)}$
(49)	$\ln \frac{\operatorname{ch} x + \sin \alpha}{\operatorname{ch} x - \sin \alpha},$ $ \operatorname{Re} \alpha  < \pi/2$	$\frac{\pi \operatorname{sh}(\alpha y)}{y \operatorname{ch}(\pi y/2)}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(50)	$\ln \frac{\operatorname{ch} x + \cos \alpha}{\operatorname{ch} x + \cos \beta},$ $ \operatorname{Re} \alpha  < \pi,  \operatorname{Re} \beta  < \pi$	$\frac{\pi [\operatorname{ch}(\beta y) - \operatorname{ch}(\alpha y)]}{y \operatorname{sh}(\alpha y)}$
(51)	$\frac{\cos(\alpha x)}{\operatorname{ch}(\beta x)},$ $ \operatorname{Im} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$\frac{\pi \operatorname{ch}(2^{-1}\pi\alpha\beta^{-1}) \operatorname{ch}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)}{\beta [\operatorname{ch}(\pi\alpha\beta^{-1}) + \operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)]}$
(52)	$\frac{\sin(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)},$ $ \operatorname{Im} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$\frac{\pi \operatorname{sh}(\pi\alpha\beta^{-1})}{2\beta [\operatorname{ch}(\pi\alpha\beta^{-1}) + \operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)]}$
(53)	$\frac{\sin(\pi^{-1}x^2)}{\operatorname{ch} x}$	$\frac{\pi [\cos(2^{-2}\pi y^2) - 2^{-1/2}]}{2 \operatorname{ch}(\pi y/2)}$
(54)	$\frac{\cos(\pi^{-1}x^2)}{\operatorname{ch} x}$	$\frac{\pi [\sin(2^{-2}\pi y^2) + 2^{-1/2}]}{2 \operatorname{ch}(\pi y/2)}$
(55)	$\frac{\sin(\pi a x^2)}{\operatorname{ch}(\pi x)},$ $a > 0$	$-\sum_{k=0}^{\infty} e^{-(k+1/2)y} \sin[(k+1/2)^2 \pi a] +$ $+ a^{-1/2} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-a^{-1}(k+1/2)y} \times$ $\times \sin\left[\frac{\pi}{4} - \frac{y^2}{4\pi a} + \frac{(k+1/2)^2 \pi}{a}\right]$
(56)	$\frac{\cos(\pi a x^2)}{\operatorname{ch}(\pi x)},$ $a > 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k e^{-(k+1/2)y} \times$ $\times \cos[(k+1/2)^2 \pi a] +$ $+ a^{-1/2} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-a^{-1}(k+1/2)y} \times$ $\times \cos\left[\frac{\pi}{4} - \frac{y^2}{4\pi a} + \frac{(k+1/2)^2 \pi}{a}\right]$
(57)	$\frac{\cos(2^{-1}x^2) + \sin(2^{-1}x^2)}{\operatorname{ch}(2^{-1/2}\pi^{1/2}x)}$	$\frac{\pi^{1/2} [\cos(2^{-1}y^2) + \sin(2^{-1}y^2)]}{2^{1/2} \operatorname{ch}(2^{-1/2}\pi^{1/2}y)}$
(58)	$\frac{\operatorname{ch}(2^{-1}x^{1/2}) \cos(2^{-1}x^{1/2})}{\operatorname{ch}(x^{1/2}) + \cos(x^{1/2})}$	Относительно этого и подобных ему интегралов см. Glaisher J. W. L., 1871, Quart. J. Math. Oxford Series 11, 328—343
(59)	$\sin(\pi x^2) [1 + 2 \operatorname{ch}(2\pi 3^{-1/2}x)]^{-1}$	$-3^{1/2} + 2 \cos(\pi/12 - 2^{-2}\pi^{-1}y^2) \times$ $\times [8 \operatorname{ch}(3^{-1/2}y) - 4]^{-1}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(60)	$\cos(\pi x^2) [1 + 2 \operatorname{ch}(2\pi 3^{-1/2} x)]^{-1}$	$1 - 2 \sin(\pi/12 - 2^{-2}\pi^{-1}y^2) \times [8 \operatorname{ch}(3^{-1/2}y) - 4]^{-1}$
(61)	$\frac{\sin[2a \operatorname{ch}(x/2)]}{[\operatorname{ch}(x/2)]^{1/2}}, \quad a > 0$	$-2^{-1}\pi^{3/2}a^{1/2} \times [J_{1/4+iy}(a) Y_{1/4-iy}(a) + J_{1/4-iy}(a) Y_{1/4+iy}(a)]$
(62)	$\frac{\cos[2a \operatorname{ch}(x/2)]}{[\operatorname{ch}(x/2)]^{1/2}}, \quad a > 0$	$-2^{-1}\pi^{3/2}a^{1/2} \times [J_{-1/4+iy}(a) Y_{-1/4-iy}(a) + J_{-1/4-iy}(a) Y_{-1/4+iy}(a)]$
(63)	$\frac{\sin[2a \operatorname{sh}(x/2)]}{[\operatorname{sh}(x/2)]^{1/2}}, \quad a > 0$	$(\pi a)^{1/2} [I_{1/4-iy}(a) K_{1/4+iy}(a) + I_{1/4+iy}(a) K_{1/4-iy}(a)]$
(64)	$\frac{\cos[2a \operatorname{sh}(x/2)]}{[\operatorname{sh}(x/2)]^{1/2}}, \quad a > 0$	$(\pi a)^{1/2} [I_{-1/4-iy}(a) K_{-1/4+iy}(a) + I_{-1/4+iy}(a) K_{-1/4-iy}(a)]$
(65)	$\frac{\operatorname{sh}(2a \cos x)}{(\cos x)^{1/2}}, \quad 0 < x < \pi/2$ $0, \quad \pi/2 < x < \infty$	$(\pi/2)^{3/2} (2a)^{1/2} I_{y/2+1/4}(a) \times I_{-y/2+1/4}(a)$
(66)	$\frac{\operatorname{ch}(2a \cos x)}{(\cos x)^{1/2}}, \quad 0 < x < \pi/2$ $0, \quad \pi/2 < x < \infty$	$(\pi/2)^{3/2} (2a)^{1/2} I_{y/2-1/4}(a) \times I_{-y/2-1/4}(a)$
(67)	$\operatorname{arctg}(e^{2x}) \operatorname{sh} x$	$\frac{\pi \operatorname{ch}(2-2\pi y) + \pi y \operatorname{sh}(2-2\pi y)}{2^{3/2}(1+y^2) \operatorname{ch}(2-1\pi y)} - \frac{2-2\pi}{1+y^2}$

1.10. Ортогональные многочлены

(1)	$P_n(1 - 2x^2), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$2^{-1}\pi (-1)^n J_{n+1/2}(y/2) \times J_{-n-1/2}(y/2)$
(2)	$(a^2 - x^2)^{-1/2} T_{2n}(a^{-1}x), \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$	$2^{-1} (-1)^n \pi J_{2n}(ay)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(3)	$(a^2 - x^2)^{\nu-1/2} C_{2n}^{\nu}(a^{-1}x),$ $0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\frac{(-1)^n \pi a^{\nu} \Gamma(2n+2\nu) J_{\nu+2n}(ay)}{(2n)! \Gamma(\nu) (2y)^{\nu}}$
(4)	$(1-x^2)^{\nu} P_{2n}^{(\nu, \nu)}(x), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$(-1)^n 2^{\nu-1/2} \pi^{1/2} \Gamma(2n+\nu-1) \times$ $\times \frac{J_{2n+\nu+1/2}^{(\nu)}(y)}{(2n)! y^{\nu+1/2}}$
(5)	$[(1-x)^{\nu}(1+x)^{\mu} +$ $+(1+x)^{\nu}(1-x)^{\mu}] P_{2n}^{(\nu, \mu)}(x),$ $0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re} \mu > -1$	$(-1)^n 2^{2n+\nu+\mu} [(2n)!]^{-1} \times$ $\times B(2n+\nu+1, 2n+\mu+1) \times$ $\times e^{iy^2} y^{2n} [{}_1F_1(2n+\nu+1;$ $4n+\nu+\mu+2; -2iy) +$ $+ {}_1F_1(2n+\mu+1;$ $4n+\nu+\mu+2; -2iy)]$
(6)	$[(1-x)^{\nu}(1+x)^{\mu} -$ $-(1+x)^{\nu}(1-x)^{\mu}] P_{2n+1}^{(\nu, \mu)}(x),$ $0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re} \mu > -1$	$(-1)^{n+1} 2^{2n+\nu+\mu+1} [(2n+1)!]^{-1} \times$ $\times B(2n+\nu+2, 2n+\mu+2) \times$ $\times y^{2n+1} i e^{iy} [{}_1F_1(2n+\nu+2;$ $4n+\nu+\mu+4; -2iy) -$ $- {}_1F_1(2n+\mu+2;$ $4n+\nu+\mu+4; -2iy)]$
(7)	$e^{-x^2} \operatorname{He}_{2n}(2x)$	$2^{-1} \pi^{1/2} (-1)^n e^{-y^2} \operatorname{He}_{2n}(y)$
(8)	$e^{-(2\alpha-1)x^2} \times$ $\times \operatorname{He}_{2n}[x\alpha^{-1/2}(1-\alpha)^{-1/2}],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \alpha \neq 1$	$(-1)^n 2^{-1/2} \pi^{1/2} \alpha^{n+1/2} (1-\alpha)^{-n} \times$ $\times e^{-2^{-1}\alpha y^2} \operatorname{He}_{2n}(y)$
(9)	$e^{-2^{-1}x^2} \operatorname{He}_{2n}(x)$	$(-1)^n (2^{-1}\pi)^{1/2} y^{2n} e^{-2^{-1}y^2}$
(10)	$e^{-2^{-1}x^2} [\operatorname{He}_n(x)]^2$	$(\pi/2)^{1/2} n! e^{-2^{-1}y^2} L_n(y^2)$
(11)	$e^{-2^{-1}x^2} \operatorname{He}_n(x) \operatorname{He}_{n+sm}(x)$	$(\pi/2)^{1/2} n! (-1)^m y^{2m} e^{-2^{-1}y^2} \times$ $\times L_n^{2m}(y^2)$
(12)	$e^{-\alpha x} x^{\nu-2n} L_{2n-1}^{\nu-2n}(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \nu > 2n-1, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$i (-1)^{n+1} \Gamma(\nu) [2(2n-1)!]^{-1} \times$ $\times y^{2n-1} [(\alpha-iy)^{-\nu} - (\alpha+iy)^{-\nu}]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(13)	$e^{-\alpha x} x^{\nu-1-2n} L_{2n}^{\nu-1-2n}(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \nu > 2n, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(-1)^n \Gamma(\nu) [2(2n)!]^{-1} y^{2n} \times$ $\times [(\alpha + iy)^{-\nu} + (\alpha - iy)^{-\nu}]$
(14)	$e^{-2^{-1}x^2} L_n(x^2)$	$(\pi/2)^{1/2} (n!)^{-1} e^{-2^{-1}y^2} [\operatorname{He}_n(y)]^2$
(15)	$x^{2m} e^{-2^{-1}x^2} L_n^{2m}(x^2)$	$(-1)^m (\pi/2)^{1/2} (n!)^{-1} e^{-2^{-1}y^2} \times$ $\times \operatorname{He}_n(y) \operatorname{He}_{n+2m}(y)$
(16)	$x^{2n} e^{-2^{-1}x^2} L_n^{n-1/2}(2^{-1}x^2)$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} y^{2n} e^{-2^{-1}y^2} \times$ $\times L_n^{n+1/2}(2^{-1}y^2)$

### 1.11. Гамма-функция (включая неполную гамма-функцию) и связанные с ней функции; функции Лежандра

(1)	$ \Gamma(a + ix) ^2, \quad a > 0$	$\frac{\pi \Gamma(2a)}{2^{2a} \operatorname{ch}^{2a}(y/2)}$
(2)	$[B(a + bx, a - bx)]^{-1}, \quad b > 0$	$b^{-1} (a - 1/2) [2 \cos(2^{-1}b^{-1}y)]^{2a-2},$ $0 < y < \pi b$
(3)	$\zeta(1/2 + ix)$	$2\pi^2 \sum_{n=1}^{\infty} (2\pi n^4 e^{-9y/2} - 3n^2 e^{-5y/2}) \times$ $\times e^{-n^2 \pi e^{-2y}}$
(4)	$(1 + 4x^2)^{-1} \zeta(1/2 + ix)$	$2^{-2} \pi [\operatorname{ch}(y/2) + 2^{-2} \theta_3(0   ie^{-2y})]$
(5)	$x \operatorname{Erfc}(ax), \quad a > 0$	$(2a^2)^{-1} e^{-(2a)^{-2}y^2} -$ $- y^{-2} [1 - e^{-(2a)^{-2}y^2}]$
(6)	$x^{-1} [\operatorname{Erfc}(ax) - \operatorname{Erfc}(bx)],$ $a, b > 0$	$2^{-1} \operatorname{Ei}(-2^{-2}a^{-2}y^2) -$ $- 2^{-1} \operatorname{Ei}(-2^{-2}b^{-2}y^2)$
(7)	$\operatorname{si}(ax), \quad a > 0$	$-\frac{1}{2y} \ln \left  \frac{y+a}{y-a} \right , \quad y \neq a$
(8)	$e^{-\alpha x} \operatorname{si}(bx), \quad a > 0, b > 0$	$-\frac{1}{2} \frac{1}{y^2 + a^2} \left\{ y \ln \left[ \frac{a^2 + (y+b)^2}{a^2 + (y-b)^2} \right]^{1/2} + \right.$ $\left. + a \operatorname{arctg} \left( \frac{2ab}{b^2 - a^2 - y^2} \right) + \pi a \right\}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(9)	$e^{-\alpha x} \operatorname{si}(\beta x), \quad \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$-\frac{\operatorname{arctg}[(\alpha + iy)/\beta]}{2(\alpha + iy)} - \frac{\operatorname{arctg}[(\alpha - iy)/\beta]}{2(\alpha - iy)}$
(10)	$\operatorname{Si}(bx), \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $b > 0$	$2^{-1}y^{-1} \{2 \sin(ay) \operatorname{Si}(ab) +$ $+ \operatorname{Ci}(ay + ab) - \operatorname{Ci}( ay - ab )\} +$ $+ \ln[ (y - b )(y + b )^{-1}],$ $y \neq b$ $2^{-1}y^{-1} [2 \sin(ab) \operatorname{Si}(ab) +$ $+ \operatorname{Ci}(2ab) - \ln(2ab) - C],$ $y = b$
(11)	$x^{-1} \operatorname{Si}(ax), \quad a > 0$	$2^{-1}\pi \ln(ay^{-1}), \quad 0 < y < a$ $0, \quad y > a$
(12)	$x(x^2 + b^2)^{-1} \operatorname{Si}(ax),$ $a, b > 0$	$2^{-2}\pi \{e^{-by} [\bar{\operatorname{Ei}}(by) - \operatorname{Ei}(-ab)] -$ $- e^{by} [\operatorname{Ei}(-by) - \operatorname{Ei}(-ab)]\},$ $0 < y < a$ $2^{-2}\pi e^{-by} [\operatorname{Ei}(-ab) - \bar{\operatorname{Ei}}(ab)],$ $a < y < \infty$
(13)	$\operatorname{Ci}(ax), \quad a > 0$	$0, \quad 0 < y < a$ $-2^{-1}\pi y^{-1}, \quad a < y < \infty$
(14)	$\operatorname{Ci}(bx), \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $b > 0$	$2^{-1}y^{-1} [2 \sin(ay) \operatorname{Ci}(ab) -$ $- \operatorname{Si}(ay + ab) - \operatorname{Si}(ay - ab)]$
(15)	$(x^2 + b^2)^{-1} \operatorname{Ci}(ax), \quad a, b > 0$	$2^{-1}\pi b^{-1} \operatorname{ch}(by) \operatorname{Ei}(-ab),$ $0 < y \leq a$ $2^{-2}\pi b^{-1} \{e^{-by} [\bar{\operatorname{Ei}}(ab) + \operatorname{Ei}(-ab) -$ $- \bar{\operatorname{Ei}}(by)] + e^{by} \operatorname{Ei}(-by)\},$ $a \leq y < \infty$
(16)	$e^{-\alpha x} \operatorname{Ci}(bx), \quad a > 0, b > 0$	$-\frac{\alpha \ln\{(\alpha^2 + b^2 - y^2)^2 + 4\alpha^2 y^2 b^{-4}\}}{4(y^2 + a^2)} -$ $-\frac{y \operatorname{arctg}[2\alpha y(\alpha^2 + b^2 - y^2)^{-1}]}{2(y^2 + a^2)}$
(17)	$e^{-\alpha x} \operatorname{Ci}(\beta x), \quad \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$-\frac{\ln 1 + \beta^{-2}(\alpha + iy)^2 }{4(\alpha + iy)} -$ $-\frac{\ln 1 + \beta^{-2}(\alpha - iy)^2 }{4(\alpha - iy)}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(18)	$\operatorname{ci}^2(x) + \operatorname{si}^2(x)$	$\pi y^{-1} \ln(1+y)$
(19)	$\operatorname{Ei}(-x)$	$-y^{-1} \operatorname{arctg} y$
(20)	$e^x \operatorname{li}(e^{-x})$	$(1+y^2)^{-1} (\ln y - 2^{-1}\pi y)$
(21)	$e^{-x} \operatorname{li}(e^x)$	$-(1+y^2)^{-1} (\ln y + 2^{-1}\pi y)$
(22)	$x^{-1/2} C(x)$	$\pi^{1/2} 2^{-3/2} y^{-1/2}, \quad 0 < y < 1$ $0, \quad 1 < y < \infty$
(23)	$P_\nu(x^2+1), \quad -1 < \operatorname{Re} \nu < 0$	$-2^{1/2} \pi^{-1} \sin \nu \pi K_{\nu+1/2}^2(2^{-1/2}y)$
(24)	$Q_\nu(x^2+1), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-1/2} \pi K_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y) \times$ $\times I_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y)$
(25)	$P_\nu(2x^2-1), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$2^{-1} \pi J_{\nu+1/2}(y/2) J_{-\nu-1/2}(y/2)$
(26)	$0, \quad 0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{\nu/2-1/4} P_0^{1/2-\nu}(ax^{-1}),$ $a < x < \infty$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$y^{-\nu-1/2} \cos(ay - 2^{-1}\nu\pi - 2^{-1}\pi)$
(27)	$\frac{P_{-1/2+ix}(a)}{\operatorname{ch}(\pi x)}, \quad -1 < a < 1$	$[2(a + \operatorname{ch} y)]^{-1/2}$
(28)	$P_{x-1/2}^{-\nu}(\cos \theta), \quad 0 < \theta < \pi$	$\frac{(2\pi)^{1/2}}{2\Gamma(\nu+1/2)} \frac{(\cos y - \cos \theta)^{\nu-1/2}}{\sin^\nu \theta}, \quad 0 < y < \theta$ $0, \quad \nu > 1/2$ $\frac{(2\pi)^{1/2}}{4(\sin \theta)^{1/2}}, \quad \nu = 1/2$ $\infty, \quad -1 < \nu < 1/2$ $0, \quad y > \theta$

1.12. Функции Бесселя аргумента  $kx$ 

(1)	$J_0(ax), \quad a > 0$	$(a^2 - y^2)^{-1/2}, \quad 0 < y < a$ $\infty, \quad y = a$ $0, \quad a < y < \infty$
-----	------------------------	---



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(2)	$J_{2n}(ax), \quad a > 0$	$(-1)^n (a^2 - y^2)^{-1/2} T_{2n}(y/a),$ $0 < y < a$ $0, \quad a < y < \infty$
(3)	$J_{\nu}(ax), \quad \operatorname{Re} \nu > -1, a > 0$	$(a^2 - y^2)^{-1/2} \cos[\nu \arcsin(y/a)],$ $0 < y < a$ $- a^{\nu} \sin(2^{-1}\nu\pi) (y^2 - a^2)^{-1/2} \times$ $\times [y + (y^2 - a^2)^{1/2}]^{-\nu},$ $a < y < \infty$
(4)	$x^{-1} J_{\nu}(ax), \quad \operatorname{Re} \nu > 0, a > 0$	$\nu^{-1} \cos[\nu \arcsin(y/a)],$ $0 < y < a$ $\nu^{-1} a^{\nu} \cos(2^{-1}\nu\pi) \times$ $\times [y + (y^2 - a^2)^{1/2}]^{-\nu},$ $a < y < \infty$
(5)	$x^{-2} J_{\nu}(ax), \quad \operatorname{Re} \nu > 1, a > 0$	$\frac{a \cos[(\nu-1) \arcsin(y/a)]}{2\nu(\nu-1)} +$ $+ \frac{a \cos[(\nu+1) \arcsin(y/a)]}{2\nu(\nu+1)},$ $0 < y < a$ $\frac{a^{\nu} \sin(\nu\pi/2)}{2\nu(\nu-1) [y + (y^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu-1}} -$ $- \frac{a^{\nu+2} \sin(\nu\pi/2)}{2\nu(\nu+1) [y + (y^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu+1}},$ $a < y < \infty$
(6)	$x^{-1/2} J_{2n+1/2}(ax), \quad a > 0$	$(-1)^n \pi^{1/2} (2a)^{-1/2} P_{2n}(y/a),$ $0 < y < a$ $0, \quad a < y < \infty$
(7)	$x^{-1/2} J_{\nu}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a > 0$	$\frac{\Gamma(\nu/2 + 1/4)}{(2a)^{1/2} \Gamma(\nu/2 + 3/4)} \times$ $\times {}_2F_1(\nu/2 + 1/4, 1/4 - \nu/2; 1/2; y^2/a^2),$ $0 < y < a$ $\frac{\Gamma(\nu/2 + 1/4) \pi^{1/2} a^{\nu}}{2^{1/2} y^{\nu+1/2} \Gamma(\nu+1) \Gamma(1/4 - \nu/2)} \times$ $\times {}_2F_1(\nu/2 + 1/4, \nu/2 + 3/4; \nu+1;$ $a^2/y^2),$ $a < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(8)	$x^{-\nu} J_{\nu}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{1/2} (2a)^{-\nu} [\Gamma(\nu + 1/2)]^{-1} \times$ $\times (a^2 - y^2)^{\nu-1/2},$ $0 < y < a$ 0, $a < y < \infty$
(9)	$x^{-\nu} J_{\nu+2n}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a > 0$	$(-1)^n 2^{2\nu-1} a^{-\nu} (2n)! \times$ $\times \Gamma(\nu) [\Gamma(2\nu + 2n)]^{-1} \times$ $\times (a^2 - y^2)^{\nu-1/2} C_{2n}^{\nu}(y/a),$ $0 < y < a$ 0, $a < y < \infty$
(10)	$x^{1-\nu} J_{\nu}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > 1/2, a > 0$	$[2^{\nu-1} a^{2-\nu} \Gamma(\nu)]^{-1} \times$ $\times {}_2F_1(1, 1-\nu; 3/2; a^{-2}y^2),$ $0 < y < a$ $-(a/2)^{\nu} [\Gamma(1+\nu)]^{-1} y^{-2} \times$ $\times {}_2F_1(1, 3/2; \nu+1; a^2y^{-2}),$ $a < y < \infty$
(11)	$x^{\nu+1} J_{\nu}(ax),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < -1/2, a > 0$	0, $0 < y < a$ $2^{\nu+1} \pi^{1/2} a^{\nu} [\Gamma(-1/2 - \nu)]^{-1} y \times$ $\times (y^2 - a^2)^{-\nu-3/2},$ $a < y < \infty$
(12)	$x^{2\mu-1} J_{2\nu}(ax),$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} \mu < 3/4$	$\frac{2^{2\mu-1} a^{-2\mu} \Gamma(\nu+\mu)}{\Gamma(1+\nu-\mu)} \times$ $\times {}_2F_1(\nu+\mu, \mu-\nu; 3/2; a^{-2}y^2),$ $0 < y < a$ $\frac{(a/2)^{2\nu} y^{-2\nu-2\mu} \Gamma(2\nu+2\mu) \cos(\nu\pi+\pi\mu)}{\Gamma(2\nu+1)} \times$ $\times {}_2F_1(\nu+\mu, \nu+\mu+1/2; 2\nu+1;$ $a^2y^{-2}),$ $a < y < \infty$
(13)	$(x^2 + \beta^2)^{-1} J_0(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} \beta^{-1} \pi e^{-\beta\nu} I_0(a\beta),$ $a < y < \infty$
(14)	$x(x^2 + \beta^2)^{-1} J_0(ax),$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$\operatorname{ch}(\beta y) K_0(a\beta),$ $0 < y < a$
(15)	$x^{-\nu} (x^2 + \beta^2)^{-1} J_{\nu}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -5/2$ $\operatorname{Re} \beta > 0, a > 0$	$2^{-1} \pi \beta^{-\nu-1} e^{-\beta\nu} I_{\nu}(a\beta),$ $a < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(16)	$x^{\nu+1} (x^2 + \beta^2)^{-1} J_{\nu}(ax),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 3/2,$ если $0 < y < 1$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\beta^{\nu} \operatorname{ch}(\beta y) K_{\nu}(a\beta),$ $0 < y < a$
(17)	$x^{\nu} \sin x J_{\nu}(x), -1 < \operatorname{Re} \nu < 1/2$	$\pi^{1/2} 2^{\nu-1} [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times (y^2 + 2y)^{\nu-1/2},$ $0 < y < 2$ $\pi^{1/2} 2^{\nu-1} [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times [(y^2 + 2y)^{-\nu-1/2} -$ $- (y^2 - 2y)^{-\nu-1/2}], 2 < y < \infty$
(18)	$x^{-\nu} \cos x J_{\nu}(x), \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{1/2} 2^{\nu-1} [\Gamma(\nu + 1/2)]^{-1} \times$ $\times (2y - y^2)^{\nu-1/2},$ $0 < y < 2$ $0,$ $2 < y < \infty$
(19)	$x^{-\nu} \sin x J_{\nu+1}(x), \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-\nu-1} \pi^{1/2} [\Gamma(\nu + 1/2)]^{-1} \times$ $\times (1-y)(2y - y^2)^{\nu-1/2},$ $0 < y < 2$ $0,$ $2 < y < \infty$
(20)	$J_{\nu}(x) J_{-\nu}(x)$	$2^{-1} P_{\nu-1/2}(2^{-1}y^2 - 1), 0 < y < 2$ $0,$ $2 < y < \infty$
(21)	$x^{1/2} [J_{-1/4}(ax)]^2, a > 0$	$(2^{-1}\pi y)^{-1/2} (4a^2 - y^2)^{-1/2},$ $0 < y < 2a$ $0,$ $2a < y < \infty$
(22)	$x^{1/2} J_{\nu-1/4}(ax) J_{-\nu-1/4}(ax),$ $a > 0$	$\{[(2a+y)^{1/2} + i(2a-y)^{1/2}]^{4\nu} +$ $+ [(2a+y)^{1/2} - i(2a-y)^{1/2}]^{4\nu}\} \times$ $\times (4a)^{-2\nu} (2\pi y)^{-1/2} (4b^2 - y^2)^{-1/2},$ $0 < y < 2a$ $0,$ $2a < y < \infty$
(23)	$x^{1/2} J_{\nu-1/4}(ax) J_{-\nu-1/4}(ax)$	$(2^{-1}\pi y)^{-1/2} (4a^2 - y^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos[2\nu \arccos(2^{-1}a^{-1}y)],$ $0 < y < 2a$ $0,$ $2a < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(24)	$x^{\nu-\mu+1} J_{\mu}(ax) J_{\nu}(bx),$ $0 < a < b, -1 < \operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} \mu$	0, $0 < y < b - a$
(25)	$x^{\rho-\mu-1} J_{\mu}(ax) J_{\rho}(bx),$ $0 < \operatorname{Re} \rho < \operatorname{Re} \mu + 2$ $0 < a < b$	$2^{\rho-\mu-1} b^{-\rho} a^{\mu} \Gamma(\rho) / \Gamma(\mu+1),$ $0 < y < b - a$
(26)	$x^{\lambda} J_{\mu}(ax) J_{\rho}(bx)$	См. Bailey W. N., 1936, Proc. Lond. Math. Soc. (2), 40, 37-48
(27)	$Y_0(ax),$ $a > 0$	0, $0 < y < a$ $-(y^2 - a^2)^{-1/2},$ $a < y < \infty$
(28)	$Y_{\nu}(ax),$ $a > 0,  \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{-\operatorname{tg}(\nu\pi/2)}{(a^2 - y^2)^{1/2}} \cos[\nu \arcsin(y/a)],$ $0 < y < a$ $-\sin(\nu\pi/2) (y^2 - a^2)^{-1/2} \times$ $\times \left\{ a^{-\nu} [y - (y^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu} \operatorname{ctg}(\nu\pi) + \right.$ $\left. + \frac{a^{\nu} [y - (y^2 - a^2)^{1/2}]^{-\nu}}{\sin(\nu\pi)} \right\},$ $a < y < \infty$
(29)	$x^{\nu} Y_{\nu}(ax),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2,$ $a > 0$	0, $0 < y < a$ $-2^{\nu} \pi^{1/2} a^{\nu} [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times (y^2 - a^2)^{-\nu-1/2},$ $a < y < \infty$
(30)	$x^{\nu} \cos(ax) Y_{\nu}(ax),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2, a > 0$	$-2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^{\nu} [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times (y^2 + 2ay)^{-\nu-1/2}, 0 < y < 2a$ $-2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^{\nu} [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times \left\{ (y^2 + 2ay)^{-\nu-1/2} + \right.$ $\left. + (y^2 - 2ay)^{-\nu-1/2} \right\},$ $2a < y < \infty$
(31)	$Y_{\nu}(ax) \cos(\nu\pi/2) +$ $+ J_{\nu}(ax) \sin(\nu\pi/2),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1, a > 0$	0, $0 < y < a$ $-\frac{[y + (y^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu} + [y - (y^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu}}{2a^{\nu} (y^2 - a^2)^{1/2}},$ $y > a$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(32)	$x^\nu [J_\nu(ax) \sin(ax) + Y_\nu(ax) \cos(ax)],$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2, a > 0$	$0, \quad 0 < y < 2a$ $-\pi^{1/2} (2a)^\nu [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times (y^2 - 2ay)^{-\nu - 1/2},$ $2a < y < \infty$
(33)	$J_\nu(ax) \sin(ax - \nu\pi/2) - Y_\nu(ax) \cos(ax - \nu\pi/2),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1, a > 0$	$2^{-1} a^{-\nu} (y^2 + 2ay)^{-1/2} \times$ $\times \{ [y + a + (y^2 + 2ay)^{1/2}]^\nu + [y + a - (y^2 + 2ay)^{1/2}]^\nu \}$
(34)	$x^\nu [Y_\nu(ax) \cos(ax) - J_\nu(ax) \sin(ax)],$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2, a > 0$	$-\pi^{1/2} (2a)^\nu [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times (y^2 + 2ay)^{-\nu - 1/2}$
(35)	$x^{1/2} (x^2 + \beta^2)^{-1} \times$ $\times \{ J_\nu(ax) \cos[(1/4 + \nu/2)\pi] - Y_\nu(ax) \sin[(1/4 + \nu/2)\pi] \},$ $ \operatorname{Re} \nu  < 3/2,$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\beta^{-1/2} \operatorname{ch}(\beta y) K_\nu(a\beta),$ $0 < y < a$
(36)	$x^{1/2} J_{-1/4}(ax/2) Y_{-1/4}(ax/2),$ $a > 0$	$0, \quad 0 < y < a$ $-(\pi y/2)^{-1/2} (y^2 - a^2)^{-1/2},$ $a < y < \infty$
(37)	$e^{-ax/2} J_0(ax/2), \quad \operatorname{Re} a > 0$	$\alpha (2y)^{-1/2} (\alpha^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times [y + (\alpha^2 + y^2)^{1/2}]^{-1/2}$
(38)	$\sin(ax) I_1(bx)/I_1(cx)$	Относительно этого и родственных ему интегралов см. Timpe A., 1912, Math. Ann., 71, 480—509
(39)	$K_\nu(ax),$ $\operatorname{Re} a > 0,  \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi a^{-\nu} [y^2 + (y^2 + a^2)^{1/2}]^\nu}{4 (y^2 + a^2)^{1/2} \cos(\nu\pi/2)} +$ $+ \frac{\pi a^\nu [y + (y^2 + a^2)^{1/2}]^{-\nu}}{4 (y^2 + a^2)^{1/2} \cos(\nu\pi/2)}$
(40)	$x^{\pm \mu} K_\mu(ax), \quad \operatorname{Re} a > 0$ $\operatorname{Re} \mu > -1/2$ для верхнего знака $\operatorname{Re} \mu < 1/2$ для нижнего знака	$2^{-1} \pi^{1/2} (2a)^{\pm \mu} \times$ $\times \Gamma(\pm \mu + 1/2) (y^2 + a^2)^{\mp \mu - 1/2}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(41)	$x^{-\lambda} K_{\mu}(\alpha x),$ $\operatorname{Re}(\lambda \pm \mu) < 1, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-\lambda-1} \alpha^{\lambda-1} \Gamma[2^{-1}(\mu - \lambda + 1)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(1 - \lambda - \mu)] \times$ ${}_2F_1[2^{-1}(\mu - \lambda + 1),$ $2^{-1}(1 - \mu - \lambda); \frac{1}{2}; -y^2/\alpha^2]$
(42)	$\cos(\beta x) K_0(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$2^{-1} \pi (\beta y)^{1/2} \times$ $\times R_1^{-1} R_2^{-1} (R_2 + R_1)^{1/2} \times$ $\times (R_2 - R_1)^{-1/2},$ $R_1 = [\alpha^2 + (\beta - y)^2]^{1/2},$ $R_2 = [\alpha^2 + (\beta + y)^2]^{1/2}$
(43)	$\operatorname{sh}(\alpha x/2) K_1(\alpha x/2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi 2^{-1/2} \alpha^2 y^{-1/2} (y^2 + \alpha^2)^{-1/2} \times$ $\times [y + (y^2 + \alpha^2)^{1/2}]^{-2/2}$
(44)	$x^{-\nu} \operatorname{ch}(\alpha x/2) K_{\nu}(\alpha x/2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, -1/2 < \operatorname{Re} \nu < 1/2$	$\frac{\pi^{3/2} y^{\nu-1/2} (\alpha^2 + y^2)^{\nu/2-1/4}}{2\alpha^{\nu} \Gamma(\nu + 1/2) \cos(\nu\pi)} \times$ $\times \cos[(\nu - 1/2) \operatorname{arctg}(y/\alpha)]$
(45)	$K_0(\alpha x) I_0(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Re} \beta $	$[y^2 + (\alpha + \beta)^2]^{-1/2} K\left\{\frac{(2\alpha\beta)^{1/2}}{[y^2 + (\alpha + \beta)^2]^{1/2}}\right\}$
(46)	$K_{\nu}(\alpha x) I_{\nu}(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Re} \beta , \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1} (\alpha\beta)^{-1/2} Q_{\nu-1/2}(u),$ $u = (y^2 + \beta^2 + \alpha^2) (2\beta\alpha)^{-1}$
(47)	$x^{1/2} I_{-1/4}(\alpha x/2) K_{1/4}(\alpha x/2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi/2)^{1/2} y^{-1/2} (y^2 + \alpha^2)^{-1/2}$
(48)	$x^{1/2} I_{-1/4 \mp \beta}(\alpha x/2) K_{-1/4 \pm \beta}(\alpha x/2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$ $\operatorname{Re} \beta < 3/4$ для верхнего знака $\operatorname{Re} \beta > -3/4$ для нижнего знака	$(\pi/2)^{1/2} \alpha^{-2\beta} y^{-1/2} (\alpha^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times [\pm y + (\alpha^2 + y^2)^{1/2}]^{2\beta}$
(49)	$x^{-1/2} K_{\nu}(\alpha x) I_{\nu}(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/4, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} y^{-1/2} e^{\nu\pi i} \frac{\Gamma(1/4 + \nu)}{\Gamma(1/4 - \nu)} \times$ $\times Q_{-\nu-1/4}^{-\nu} [(y^2 + 4\alpha^2)^{1/2} y^{-1}] \times$ $\times P_{-\nu-1/4}^{-\nu} [(y^2 + 4\alpha^2)^{1/2} y^{-1}]$
(50)	$K_{\nu}(\alpha x) K_{\nu}(\beta x),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2, \operatorname{Re}(\alpha + \beta) > 0$	$\frac{\pi^2}{4(\alpha\beta)^{1/2} \cos(\nu\pi)} \times$ $\times P_{\nu-1/2}^{-\nu} [(y^2 + \beta^2 + \alpha^2) (2\alpha\beta)^{-1}]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(51)	$K_0(x) K_0(\alpha x) [K_0(\beta x)]^{-1}$	См. Ollendorff F., 1926, Arch. Elektrotechnik, 17, 79—101
(52)	$x^{1/2} K_{\nu}^2(\alpha x),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 3/4, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} e^{2\nu\pi i} y^{1/2} (y^2 + 4\alpha^2)^{-1/2} \times$ $\times [\Gamma(-1/4 - \nu)]^{-1} \Gamma(3/4 + \nu) \times$ $\times Q_{-1/4}^{-\nu} [(y^2 + 4\alpha^2)^{1/2} y^{-1}] \times$ $\times Q_{-3/4}^{-\nu} [(y^2 + 4\alpha^2)^{1/2} y^{-1}]$
(53)	$x^{-1/2} K_{\nu}^2(\alpha x),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/4, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} e^{2\nu\pi i} (\nu + 1/4) \times$ $\times  \Gamma(-\nu + 1/4) ^{-1} \times$ $\times y^{-1/2} \{Q_{-3/4}^{-\nu} [(y^2 + 4\alpha^2)^{1/2} y^{-1}]\}^2$
(54)	$x^{1/2} K_{\nu}(\alpha x) K_{\nu+1}(\alpha x),$ $-3/4 < \operatorname{Re} \nu < 1/4, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} e^{(2\nu+1)\pi i} \times$ $\times y^{1/2} (y^2 + 4\alpha^2)^{-1/2} \times$ $\times \Gamma(3/4 + \nu)  \Gamma(-3/4 - \nu) ^{-1} \times$ $\times Q_{-3/4}^{-\nu}(u) Q_{-2/4}^{-\nu-1}(u),$ $u = (y^2 + 4\alpha^2)^{1/2} y^{-1}$
(55)	$J_{\nu}(\alpha x) + J_{-\nu}(\alpha x), \quad \alpha > 0$	$a^{-\nu} \cos(\nu\pi/2) \times$ $\times \{[y + i(\alpha^2 - y^2)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [y - i(\alpha^2 - y^2)^{1/2}]^{\nu}\} (\alpha^2 - y^2)^{-1/2},$ $0 < y < a$ $0, \quad a < y < \infty$
(56)	$x^{-\nu-1/2} S_{\nu-1/2, \nu+3/2}(x),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$-2^{-1}\pi y (1 - y^2)^{\nu}, \quad 0 < y < 1$ $0, \quad 1 < y < \infty$

### 1.13. Функции Бесселя других аргументов

(1)	$x^{1/2} J_{-1/4}(a^2 x^2)$	$2^{-2/2} a^{-1} (\pi y)^{1/2} J_{-1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2)$
(2)	$x e^{-bx^2} J_m(a^2 x^2)$	См. Terazawa K., 1916, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 92, 57—81
(3)	$x^{1/2} \cos(a^2 x^2) J_{-1/4}(a^2 x^2)$	$2^{-1} a^{-1} y^{-1/2} \cos(2^{-2} a^{-2} y^2 - 2^{-2} \pi)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(4)	$x^{1/2} \sin(a^2 x^2) J_{-1/4}(a^2 x^2)$	$-2^{-1} a^{-1} y^{-1/2} \sin(2^{-3} a^{-2} y^2 - 2^{-6} \pi)$
(5)	$x^{1/2} [J_{-1/8}(a^2 x^2)]^2$	$-2^{-5/2} \pi^{1/2} a^{-2} y^{1/2} J_{-1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2) \times$ $\times Y_{1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2)$
(6)	$x^{1/2} J_{-1/8-\nu}(a^2 x^2) J_{-1/8+\nu}(a^2 x^2)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} y^{-3/2} [e^{-i\pi/8} \times$ $\times W_{\nu, -1/8}(2^{-3} y^2 a^{-2} e^{-\pi i/2}) \times$ $\times W_{-\nu, -1/8}(2^{-3} y^2 a^{-2} e^{-\pi i/2}) +$ $+ e^{\pi i/8} W_{\nu, -1/8}(2^{-3} y^2 a^{-2} e^{\pi i/2}) \times$ $\times W_{-\nu, -1/8}(2^{-3} y^2 a^{-2} e^{\pi i/2})]$
(7)	$x^{1/2} Y_{-1/4}(a^2 x^2)$	$-2^{-3/2} \pi^{1/2} a^{-2} y^{1/2} H_{-1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2)$
(8)	$x^{1/2} J_{-1/8}(a^2 x^2) Y_{-1/8}(a^2 x^2)$	$-2^{-3/2} \pi^{1/2} a^{-2} y^{1/2} \times$ $\times [J_{-1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2)]^2$
(9)	$x^{1/2} e^{-x^2} I_{-1/3}(x^2)$	$2^{-3/2} \pi^{1/2} y^{1/3} e^{-y^2/8} I_{-1/3}(y^2/8)$
(10)	$x^{1/2} K_{1/4}(a^2 x^2)$	$2^{-5/2} \pi^{3/2} a^{-2} y^{1/2} \times$ $\times [I_{-1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2) -$ $- L_{-1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2)]$
(11)	$x^{1/2} K_{1/8}(a^2 x^2) I_{-1/8}(a^2 x^2)$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} (2a)^{-2} y^{1/2} \times$ $\times K_{1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2) I_{-1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2)$
(12)	$x^{1/2} K_{1/8-\nu}(a^2 x^2) \times$ $\times I_{-1/8-\nu}(a^2 x^2), \operatorname{Re} \nu < 5/8$	$(2\pi)^{1/2} [\Gamma(5/4)]^{-1} y^{-3/2} \Gamma(5/8 - \nu) \times$ $\times W_{\nu, -1/8}(2^{-3} a^{-2} y^2) \times$ $\times M_{-\nu, -1/8}(2^{-3} a^{-2} y^2)$
(13)	$x^{1/2} H_{-1/4}(a^2 x^2)$	$-2^{-3/2} \pi^{1/2} a^{-2} y^{1/2} Y_{-1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2)$
(14)	$x^{2\lambda} J_{2\nu}(ax^{-1}),$ $-5/4 < \operatorname{Re} \lambda < \operatorname{Re} \nu - 1/2,$ $a > 0$	$4^{\lambda-2\nu} \pi^{1/2} y^{2\nu-2\lambda-1} \frac{\Gamma(\lambda - \nu + 1/2)}{\Gamma(2\nu + 1) \Gamma(\nu - \lambda)} \times$ $\times {}_0F_3(2\nu + 1, \nu - \lambda + 1/2;$ $\nu - \lambda; 2^{-4} a^2 y^2) +$ $+ 4^{-\lambda-1} a^{2\lambda+1} \frac{\Gamma(\nu - \lambda - 1/2)}{\Gamma(\nu + \lambda + 5/2)} \times$ $\times {}_0F_3(1/2, \lambda - \nu + 5/2;$ $\nu + \lambda + 5/2; 2^{-4} a^2 y^2)$



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(15)	$x^{-1} \sin(ax^{-1}) J_{2n}(bx^{-1}),$ $a > 0, b > 0$	$(-1)^n (\pi/2) J_{2n}(cy^{1/2}) J_{2n}(dy^{1/2}),$ $c^2 + d^2 = 4a, \quad cd = 2b$
(16)	$x^{-1} \cos(ax^{-1}) J_{2n-1}(bx^{-1}),$ $a > 0, b > 0$	$(-1)^n (\pi/2) J_{2n-1}(cy^{1/2}) \times$ $\times J_{2n-1}(dy^{1/2}),$ $c^2 + d^2 = 4a, \quad cd = 2b$
(17)	$x^{-1/2} \cos(ax^{-1}) J_{2n-1/2}(ax^{-1}),$ $a > 0$	$(-1)^n 2^{-1} \pi^{1/2} y^{-1/2} J_{4n-1}(2^{3/2} a^{1/2} y^{1/2})$
(18)	$x^{-1/2} \sin(ax^{-1}) J_{2n-3/2}(ax^{-1}),$ $a > 0$	$(-1)^{n-1} 2^{-1} \pi^{1/2} y^{-1/2} \times$ $\times J_{4n-2}(2^{3/2} a^{1/2} y^{1/2})$
(19)	$x^{-1} K_0(ax^{-1}), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$-\pi K_0[(2\alpha y)^{1/2}] Y_0[(2\alpha y)^{1/2}]$
(20)	$x^{-1} K_\nu(ax^{-1}),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$-\pi K_\nu[(2\alpha y)^{1/2}] \{ J_\nu[(2\alpha y)^{1/2}] \times$ $\times \sin(\nu\pi/2) + Y_\nu[(2\alpha y)^{1/2}] \times$ $\times \cos(\nu\pi/2) \}$
(21)	$J_0(ax^{1/2}), \quad a > 0$	$y^{-1} \sin(2^{-2} a^2 y^{-1})$
(22)	$J_\nu(ax^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -2, a > 0$	$-2^{-2} \pi^{1/2} a y^{-3/2} \times$ $\times [\sin(2^{-2} a^2 y^{-1} - 2^{-2} \nu\pi) \times$ $\times J_{\nu/2-1/2}(2^{-2} a^2 y^{-1}) +$ $+ \cos(2^{-2} a^2 y^{-1} - 2^{-2} \nu\pi) \times$ $\times J_{\nu/2+1/2}(2^{-2} a^2 y^{-1})]$
(23)	$x^{-1/2} J_1(ax^{1/2}), \quad a > 0$	$4a^{-1} \sin^2(2^{-2} a^2 y^{-1})$
(24)	$x^{\nu-1/2} J_1(ax^{1/2}),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 3/4, a > 0$	$\frac{\Gamma(\nu+1) y^{-\nu}}{2 \sin(\nu\pi)} \times$ $\times \sin\left(\frac{a^2}{2^2 y} + \frac{\nu\pi}{2}\right) k_{-2\nu}\left(\frac{-a^2 i}{2^2 y}\right) -$ $- \sin\left(\frac{a^2}{2^2 y} - \frac{\nu\pi}{2}\right) k_{-2\nu}\left(\frac{a^2 i}{2^2 y}\right)$
(25)	$x^{-1/2} J_\nu(ax^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1, a > 0$	$(\pi/y)^{1/2} \cos(2^{-2} a^2 y^{-1} - \nu\pi/4 - \pi/4) \times$ $\times J_{\nu/2}(2^{-2} a^2 y^{-1})$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(26)	$x^{\nu+2} J_{\nu}(ax^{1/2}),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 1/2, a > 0$	$2^{-\nu} y^{-\nu-1} a^{\nu} \sin(2^{-2} a^2 y^{-1} - 2^{-1} \nu \pi)$
(27)	$J_{\nu}(ax^{1/2}) J_{\nu}(bx^{1/2}),$ $a > 0, b > 0, \operatorname{Re} \nu > -1$	$y^{-1} J_{\nu}\left(\frac{ab}{2y}\right) \sin\left(\frac{a^2+b^2}{4y} - \frac{\nu\pi}{2}\right)$
(28)	$x^{-1/2} K_{2\nu}(2\alpha^{1/2} x^{1/2}),$ $-1/2 < \operatorname{Re} \nu < 1/2, \operatorname{Re} \alpha^{1/2} > 0$	$-\frac{\pi^{3/2}}{4\nu^{1/2} \cos(\nu\pi)} \times$ $\times \left[ J_{\nu}\left(\frac{\alpha}{2y}\right) \sin\left(\frac{\nu\pi}{2} - \frac{\alpha}{2y} - \frac{\pi}{4}\right) + \right.$ $\left. + Y_{\nu}\left(\frac{\alpha}{2y}\right) \cos\left(\frac{\nu\pi}{2} - \frac{\alpha}{2y} - \frac{\pi}{4}\right) \right]$
(29)	$J_0(\alpha^{1/2} x^{1/2}) K_0(\alpha^{1/2} x^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi}{4y} \left[ I_0\left(\frac{\alpha}{2y}\right) - L_0\left(\frac{\alpha}{2y}\right) \right]$
(30)	$K_0(\alpha^{1/2} x^{1/2}) Y_0(\alpha^{1/2} x^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha^{1/2} > 0$	$-\frac{1}{2y} K_0\left(\frac{\alpha}{2y}\right)$
(31)	$K_0(\alpha^{1/2} e^{-2\pi i} x^{1/2}) \times$ $\times K_0(\alpha^{1/2} e^{-2\pi i} x^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi^2}{28y} \left[ H_0\left(\frac{\alpha}{2y}\right) - Y_0\left(\frac{\alpha}{2y}\right) \right]$
(32)	$x^{-1/2} J_{2\nu}(\alpha^{1/2} x^{1/2}) K_{2\nu}(\alpha^{1/2} x^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha^{1/2} > 0, \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\alpha^{-1} (2^{-1} \pi y)^{1/2} \Gamma(1/4 + \nu) \times$ $\times [\Gamma(1 + 2\nu)]^{-1} W_{1/4, \nu}(2^{-1} \alpha y^{-1}) \times$ $\times M_{-1/4, \nu}(2^{-1} \alpha y^{-1})$
(33)	$K_0(2x^{1/2}) - (\pi/2) Y_0(2x^{1/2})$	$(\pi/2) y^{-1} \cos(y^{-1})$
(34)	$x^{\nu/2} [e^{i\pi\nu/4} K_{\nu}(\alpha^{1/2} e^{i\pi/4} x^{1/2}) +$ $+ e^{-i\pi\nu/4} K_{\nu}(\alpha^{1/2} e^{-i\pi/4} x^{1/2})],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > -1$	$\pi 2^{-\nu-1} \alpha^{\nu} y^{-\nu-1} e^{-2^{-2} \alpha y^{-1}}$
(35)	$J_0[a(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $b > 0$	$(a^2 - y^2)^{-1/2} \cos[b(a^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < a$ $0,$ $a < y < \infty$
(36)	$(x^2 + b^2)^{-\nu/2-1} \times$ $\times J_{\nu-1}[a(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -5/2, a, b > 0$	$2^{-\nu} \pi b^{-1} a^{\nu-1} [\Gamma(\nu)]^{-1} e^{-by},$ $a < y$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(37)	$(x^2 + b^2)^{-\nu/2} J_{\nu} [a(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a, b > 0$	$(\pi/2)^{1/2} b^{-\nu+1/2} a^{-\nu} (a^2 - y^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times J_{\nu-1/2} [b(a^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < a$ $0,$ $a < y < \infty$
(38)	$(x^2 + a^2)^{-1} (x^2 + b^2)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [c(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $y > c, \operatorname{Re} \nu > -5/2, a > 0$	$2^{-1} \pi a^{-1} e^{-ay} (b^2 - a^2)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [c(b^2 - a^2)^{1/2}],$ $c < y < \infty$
Относительно многих интегралов этого типа см. преобразования Ганкеля.		
(39)	$(x^2 + a^2)^{-1/2-\nu/2} \times$ $\times C_{2n}^{\nu} [x(x^2 + a^2)^{-1/2}] \times$ $\times J_{\nu+2n} [(a^2 + x^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -2/2, a > 0$	$(-1)^n 2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{1/2-\nu} \times$ $\times (1 - y^2)^{\nu/2-1/4} C_{2n}^{\nu}(y) \times$ $\times J_{\nu-1/2} [a(1 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < 1$ $0,$ $1 < y < \infty$
(40)	$x^{1/2} J_{-1/4} \{2^{-1} a(c - b)\} \times$ $\times J_{-1/4} \{2^{-1} a(c + b)\},$ где $c = (x^2 + b^2)^{1/2}$	$(2/\pi)^{1/2} y^{-1/2} (a^2 - y^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos [b(a^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < a$ $0,$ $a < y < \infty$
См. также п. 1.6 «Тригонометрических функций», где содержится много результатов, подобных приведенному выше (с перестановкой $f(x)$ и $g(y)$ ).		
(41)	$(x^2 + a^2)^{-\nu/2} Y_{\nu} [b(x^2 + a^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a, b > 0$	$(2^{-1} \pi a)^{1/2} (ab)^{-\nu} (b^2 - y^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times Y_{\nu-1/2} [a(b^2 - y^2)^{1/2}], 0 < y < b$ $- (2a/\pi)^{1/2} (ab)^{-\nu} (y^2 - b^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times K_{\nu-1/2} [a(y^2 - b^2)^{1/2}],$ $b < y < \infty$
(42)	$(x^2 + a^2)^{-\nu/2} \times$ $\times H_{\nu}^{(2)} [b(a^2 + x^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a, b > 0$	$(2^{-1} \pi a)^{1/2} (ab)^{-\nu} (b^2 - y^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times H_{\nu-1/2}^{(2)} [a(b^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < b$ $i(2a/\pi)^{1/2} (ab)^{-\nu} (y^2 - b^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times K_{\nu-1/2} [a(y^2 - b^2)^{1/2}],$ $b < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(43)	$K_0[\alpha(x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$(\pi/2)(y^2 + \alpha^2)^{-1/2} e^{-\beta(y^2 + \alpha^2)^{1/2}}$
(44)	$(x^2 + \beta^2)^{-1/2} K_1[\alpha(x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} \pi \alpha^{-1} \beta^{-1} e^{-\beta(y^2 + \alpha^2)^{1/2}}$
(45)	$(x^2 + \beta^2)^{\mp \nu/2} K_\nu[\alpha(x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} \alpha^{\mp \nu/2} \beta^{1/2} \mp \nu \times$ $\times (y^2 + \alpha^2)^{\pm \nu/2 - 1/4} \times$ $\times K_{\pm \nu - 1/2}[\beta(y^2 + \alpha^2)^{1/2}]$
(46)	$x^{1/2} \times$ $\times I_{-1/4}\{2^{-1} \beta [(x^2 + \alpha^2)^{1/2} - \alpha]\} \times$ $\times K_{1/4}\{2^{-1} \beta [(x^2 + \alpha^2)^{1/2} + \alpha]\},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$(\pi/2)^{1/2} y^{-1/2} (y^2 + \beta^2)^{-1/2} \times$ $\times e^{-\alpha(y^2 + \beta^2)^{1/2}}$
(47)	$J_0[b(a^2 - x^2)^{1/2}], \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $b > 0$	$(b^2 + y^2)^{-1/2} \sin[a(b^2 + y^2)^{1/2}]$
(48)	$0, \quad 0 < x < a$ $J_0[b(x^2 - a^2)^{1/2}], \quad a < x < \infty$ $b > 0$	$(b^2 - y^2)^{-1/2} e^{-a(b^2 - y^2)^{1/2}},$ $0 < y < b$ $-(y^2 - b^2)^{-1/2} \sin[a(y^2 - b^2)^{1/2}],$ $b < y < \infty$
(49)	$J_0[b(x^2 - a^2)^{1/2}], \quad a, b > 0$	$(b^2 - y^2)^{-1/2} \operatorname{ch}[a(b^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < b$ $0, \quad b < y < \infty$
(50)	$(a^2 - x^2)^{\nu/2} J_\nu[b(a^2 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, b > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{\nu+1/2} b^\nu \times$ $\times J_{\nu+1/2}[a(b^2 + y^2)^{1/2}] \times$ $\times (b^2 + y^2)^{-\nu/2 - 1/4}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(51)	$0, \quad 0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{\nu/2} J_{\nu} [b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 1/2, b > 0$	$(2a/\pi)^{1/2} (ab)^{\nu} (b^2 - y^2)^{-\nu/2-1/4} \times$ $\times K_{\nu+1/2} [a(b^2 - y^2)^{1/2}], 0 < y < b$ $-(2^{-1}\pi a)^{1/2} (ab)^{\nu} \times$ $\times (b^2 - y^2)^{-\nu/2-1/4} \times$ $\times Y_{-\nu-1/2} [a(y^2 - b^2)^{1/2}],$ $b < y < \infty$
(52)	$x^{2n} (1 - x^2)^{\nu/2+m} \times$ $\times J_{\nu} [a(1 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, a > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{-\nu} y \times$ $\times \left(\frac{d}{ada}\right)^m \left(\frac{d}{ydy}\right)^n \{a^{2\nu+2m} y^{2n-1} \times$ $\times (a^2 + y^2)^{-2^{-1}(\nu+m+n+1/2)} \times$ $\times J_{\nu+m+n+1/2} [(a^2 + y^2)^{1/2}]\}$
(53)	$0, \quad 0 < x < 1$ $x(x^2 - 1)^{\nu/2} J_{\nu} [a(x^2 - 1)^{1/2}],$ $1 < x < \infty$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < -1/2, a > 0$	$0, \quad 0 < y < a$ $(\pi/2)^{1/2} a^{\nu} y^{\nu} (y^2 - a^2)^{-\nu/2-3/4} \times$ $\times J_{-\nu-3/2} [(y^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < y < \infty$
(54)	$0, \quad 0 < x < b$ $(x^2 - b^2)^{-1/2} J_{\nu} [a(x^2 - b^2)^{1/2}],$ $b < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, a > 0$	$-\pi/2 J_{\nu/2} \{b/2 [y - (y^2 - a^2)^{1/2}]\} \times$ $\times Y_{-\nu/2} \{b/2 [y + (y^2 - a^2)^{1/2}]\},$ $a < y < \infty$
(55)	$0, \quad 0 < x < c$ $x(x^2 + \beta^2)^{-1} (x^2 - c^2)^{\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [a(x^2 - c^2)^{1/2}], \quad c < x < \infty$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 3/2$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$(\beta^2 + c^2)^{\nu/2} \operatorname{ch}(\beta y) \times$ $\times K_{\nu} [a(\beta^2 + c^2)^{1/2}],$ $0 < y < a$
(56)	$(1 - x^2)^{\nu/2-1/4} C_{2n}^{\nu}(x) \times$ $\times J_{\nu-1/2} [a(1 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$(-1)^n 2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{-1/2+\nu} \times$ $\times (a^2 + y^2)^{-1/2-\nu/2} \times$ $\times C_{2n}^{\nu} [y(a^2 + y^2)^{-1/2}] \times$ $\times J_{\nu+2n} [(a^2 + y^2)^{1/2}]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(57)	$0, \quad 0 < x < c$ $x(x^2 + \beta^2)^{-1} (x^2 - c^2)^{\nu/2 + n - 1/2} \times$ $\times Y_{\nu} [a(x^2 - c^2)^{1/2}], \quad c < x < \infty$ $-1/2 - n < \operatorname{Re} \nu < 3/2 - 2n$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$(-1)^{n+1} (\beta^2 + c^2)^{\nu/2 + n - 1/2} \times$ $\times \operatorname{ch}(\beta y) K_{\nu} [a(\beta^2 + c^2)^{1/2}],$ $0 < y < a$
(58)	$H_0^{(2)} [a(\beta^2 - x^2)^{1/2}],$ $-\pi < \arg(\beta^2 - x^2)^{1/2} \leq 0, a > 0$	$i(a^2 + y^2)^{-1/2} e^{-i\beta(a^2 + y^2)^{1/2}}$
(59)	$H_0^{(1)} [a(\beta^2 - x^2)^{1/2}],$ $0 \leq \arg(\beta^2 - x^2)^{1/2} < \pi,$ $a > 0$	$-i(a^2 + y^2)^{-1/2} e^{i\beta(a^2 + y^2)^{1/2}}$
(60)	$J_{2\nu} [2a \cos(x/2)], \quad 0 < x < \pi$ $0, \quad \pi < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi J_{\nu-y}(a) J_{\nu+y}(a)$
(61)	$I_{2\nu} [2a \cos(x/2)], \quad 0 < x < \pi$ $0, \quad \pi < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi I_{\nu-y}(a) I_{\nu+y}(a)$
(62)	$J_0 [2a \operatorname{sh}(x/2)], \quad a > 0$	$[I_{iy}(a) + I_{-iy}(a)] K_{iy}(a)$
(63)	$J_{2\nu} [2a \operatorname{ch}(x/2)], \quad a > 0$	$-(\pi/2) [J_{\nu+iy}(a) Y_{\nu-iy}(a) +$ $+ J_{\nu-iy}(a) Y_{\nu+iy}(a)]$
(64)	$J_{2\nu} [2a \operatorname{sh}(x/2)],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a > 0$	$I_{\nu-iy}(a) K_{\nu+iy}(a) +$ $+ I_{\nu+iy}(a) K_{\nu-iy}(a)$
(65)	$Y_0 [2a \operatorname{sh}(x/2)], \quad a > 0$	$-(2/\pi) \operatorname{ch}(\pi y) [K_{iy}(a)]^2$
(66)	$K_0 [2a \operatorname{sh}(x/2)], \quad \operatorname{Re} a > 0$	$2^{-2} \pi^2 \{ [I_{iy}(a)]^2 + [Y_{iy}(a)]^2 \}$
(67)	$J_{\nu-x}(a) J_{\nu+x}(a), \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1} J_{2\nu} [2a \cos(y/2)], \quad y < \pi$ $0, \quad y > \pi$
(68)	$\frac{J_{ix}(a) - J_{-ix}(a)}{\operatorname{ch}(2^{-1}\pi x)}, \quad a > 0$	$2 \sin(a \operatorname{ch} y)$
(69)	$\frac{J_{ix}(a) - J_{-ix}(a)}{\operatorname{sh}(2^{-1}\pi x)}, \quad a > 0$	$-2i \cos(a \operatorname{ch} y)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(70)	$e^{2^{-1}\pi x} H_{ix}^{(2)}(a), \quad a > 0$	$ie^{-ia \operatorname{ch} y}$
(71)	$e^{-2^{-1}\pi x} H_{ix}^{(1)}(a), \quad a > 0$	$-ie^{ia \operatorname{ch} y}$
(72)	$H_{ix}^{(2)}(a) H_{ix}^{(2)}(b) e^{\pi x}, \quad a, b > 0$	$iH_0^{(2)}[(a^2 + b^2 + 2ab \operatorname{ch} y)^{1/2}]$
(73)	$\frac{[J_{ix}(a)]^2 + [Y_{ix}(a)]^2}{\operatorname{ch}(\pi x)}, \quad a > 0$	$-Y_0[2a \operatorname{ch}(y/2)] - E_0[2a \operatorname{ch}(y/2)]$
(74)	$I_{\nu+x}(a) I_{\nu-x}(a)$	$2^{-1} I_{\nu} [2a \cos(y/2)], \quad 0 < y < \pi$ $0, \quad \pi < y < \infty$
(75)	$K_{ix}(a), \quad \operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1} \pi e^{-a \operatorname{ch} y}$
(76)	$\operatorname{ch}(2^{-1}\pi x) K_{ix}(a), \quad a > 0$	$(\pi/2) \cos(a \operatorname{sh} y)$
(77)	$K_{ix}(a) K_{ix}(b), \quad a, b > 0$	$(\pi/2) K_0[(a^2 + b^2 + 2ab \operatorname{ch} y)^{1/2}]$

См. также таблицы преобразований Ганкеля.

#### 1.14. Другие высшие трансцендентные функции

(1)	$e^{2^{-2}x^2} D_{-2}(x)$	$\pi^{1/2} 2^{-1/2} e^{2^{-2}y^2} D_{-2}(y)$
(2)	$e^{-2^{-2}x^2} D_{2n}(x)$	$(-1)^n 2^{-1/2} \pi^{1/2} y^{2n} e^{-2^{-1}y^2}$
(3)	$D_{2\nu-1/2}[(2x)^{1/2}] \times$ $\times \{D_{-2\nu-1/2}[(2x)^{1/2}] +$ $+ D_{-2\nu-1/2}[-(2x)^{1/2}]\}$	$\frac{\pi^{1/2} [(1+y^2)^{1/2} + 1]^{2\nu} \sin(\pi/4 - \nu\pi)}{y^{2\nu+1/2} (1+y^2)^{1/2}}$
(4)	$e^{-2^{-1}x^2} [D_{2\nu-1/2}(x) +$ $+ D_{2\nu-1/2}(-x)],$ $\operatorname{Re} \nu > 1/4$	$2^{1/4-2\nu} \pi^{1/2} y^{2\nu-1/2} \times$ $\times e^{-y^2/4} \sin(\pi/4 + \nu\pi)$
(5)	${}_1F_2(\alpha; \beta, 1/2; -2^{-2}x^2),$ $\operatorname{Re} \beta > \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi \Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta - \alpha)} y^{2\alpha-1} (1-y^2)^{\beta-\alpha-1},$ $0 < y < 1$ $0, \quad 1 < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, y > 0$
(6)	$x^{-s/2} W_{\mu+\rho, -1/s+\lambda}(2^{-1}x^2) \times$ $\times M_{\mu-\rho, -1/s-\lambda}(2^{-1}x^2),$ $\operatorname{Re} \rho < 1/s, \operatorname{Re} \lambda < s/8$	$(\pi/2)^{1/2} y^{-s/2} \Gamma(s/4 - 2\rho) \times$ $\times [\Gamma(s/4 - 2\lambda)]^{-1} \times$ $\times W_{\mu+\lambda, -1/s+\rho}(2^{-1}y^2) \times$ $\times M_{\mu-\lambda, -s/8-\rho}(2^{-1}y^2)$
(7)	$x^{-2\nu-1} e^{2^{-2}x^2} W_{3\nu, \nu}(2^{-1}x^2),$ $\operatorname{Re} \nu < 1/4$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} y^{-2\nu-1} e^{2^{-2}y^2} W_{3\nu, \nu}(2^{-1}y^2)$
(8)	$x^{-2\mu-1} e^{-2^{-1}x^2} M_{-x, \mu}(x^2),$ $\operatorname{Re}(x - \mu) < 1/2$	$2^{x-\mu} \pi^{1/2} \times$ $\times \Gamma(1 + 2\mu) [\Gamma(1/2 - x + \mu)]^{-1} \times$ $\times y^{\mu-x-1} e^{-2^{-2}y^2} \times$ $\times W_{-x/2-3\mu/4, -x/2+\mu/2}(2^{-2}y^2)$
(9)	${}_2F_1(\alpha, \beta; 1/2; -c^2x^2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0, c > 0$	$2^{-\alpha-\beta+1} \pi c^{-\alpha-\beta} [\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)]^{-1} \times$ $\times y^{\alpha+\beta-1} K_{\alpha-\beta}(y/c)$
(10)	Относительно других косинус-преобразований функций вида ${}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; x^2)$ см. таблицы преобразований Ганкеля.	
(11)	$[\theta_4(0   ie^{2x}) + \theta_2(0   ie^{2x}) -$ $- \theta_3(0   ie^{2x})] e^{x/2}$	$2^{-1} (2^{1/2+iy} - 1) (1 - 2^{1/2-iy}) \times$ $\times \pi^{-1/4-iy/2} \Gamma(1/4 + iy/2) \times$ $\times \zeta(1/2 + iy)$
(12)	$e^{x/2} [\theta_3(0   ie^{2x}) - 1]$	$2(1 + 4y^2)^{-1} [1 - 2\zeta(y)]$
(13)	$(x^2 + a^2)^{-1/2} K[b(x^2 + a^2)^{-1/2}],$ $a > b > 0$	$2^{-1} \pi I_0 \{ 2^{-1} [a - (a^2 - b^2)^{1/2}] y \} \times$ $\times K_0 \{ 2^{-1} [a + (a^2 - b^2)^{1/2}] y \}$



Г Л А В А II  
**СИНУС-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ**

**2.1. Общие формулы**

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(1)	$g(x)$	$2^{-1}\pi f(y)$
(2)	$f(ax), \quad a > 0$	$a^{-1}g(a^{-1}x)$
(3)	$f(ax) \cos(bx), \quad a, b > 0$	$\frac{1}{2a} \left[ g\left(\frac{y+b}{a}\right) + g\left(\frac{y-b}{a}\right) \right]$
(4)	$f(ax) \sin(bx), \quad a, b > 0$	$\frac{1}{2a} \int_0^{\infty} f(x) \cos\left(\frac{y-b}{a}x\right) dx -$ $-\frac{1}{2a} \int_0^{\infty} f(x) \cos\left(\frac{y+b}{a}x\right) dx$
(5)	$x^{2n} f(x)$	$(-1)^n \frac{d^{2n} g(y)}{dy^{2n}}$
(6)	$x^{2n+1} f(x)$	$(-1)^{n+1} \frac{d^{2n+1}}{dy^{2n+1}} \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx$

**2.2. Алгебраические функции**

(1)	$1,$ $0,$	$0 < x < a$ $a < x < \infty$	$y^{-1} [1 - \cos(ay)]$
-----	--------------	---------------------------------	-------------------------

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(2)	$x, \quad 0 < x < 1$ $2-x, \quad 1 < x < 2$ $0, \quad x > 2$	$y^{-2} [2 \sin y - \sin(2y)]$
(3)	$x^{-1}$	$\pi/2$
(4)	$x^{-1}, \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$	$\text{Si}(ay)$
(5)	$0, \quad 0 < x < a$ $x^{-1}, \quad a < x < \infty$	$-\text{si}(ay)$
(6)	$x^{-1/2}$	$(\pi/2)^{1/2} y^{-1/2}$
(7)	$x^{-1/2}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$(2\pi)^{1/2} y^{-1/2} S(y)$
(8)	$0, \quad 0 < x < 1$ $x^{-1/2}, \quad 1 < x < \infty$	$(2\pi)^{1/2} y^{-1/2} [1/2 - S(y)]$
(9)	$x^{-3/2}$	$(2\pi y)^{1/2}$
(10)	$(x+\alpha)^{-1}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\text{Ci}(ay) \sin(ay) - \text{si}(ay) \cos(ay)$
(11)	$(a-x)^{-1}, \quad a > 0$	$\sin(ay) \text{Ci}(ay) -$ $-\cos(ay) [\pi/2 + \text{Si}(ay)]$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(12)	$(x+\alpha)^{-1/2}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\pi^{1/2} (2y)^{-1/2} [\cos(ay) - \sin(ay) +$ $+ 2C(ay) \sin(ay) - 2S(ay) \cos(ay)]$
(13)	$0, \quad 0 < x < a$ $(x-a)^{-1/2}, \quad a < x < \infty$	$\pi^{1/2} (2y)^{-1/2} [\sin(ay) + \cos(ay)]$
(14)	$(x^2+a^2)^{-1}, \quad a > 0$	$(2a)^{-1} [e^{-ay} \bar{\text{Ei}}(ay) - e^{ay} \text{Ei}(-ay)]$
(15)	$x(x^2+\alpha^2)^{-1}, \quad \text{Re } \alpha > 0$	$2^{-1} \pi e^{-\alpha y}$
(16)	$\frac{\beta}{\beta^2 + (\alpha-x)^2} - \frac{\beta}{\beta^2 + (\alpha+x)^2},$ $\alpha \pm i\beta - \text{мнимое}, \quad \text{Re } \beta > 0$	$\pi e^{-\beta y} \sin(\alpha y)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(17)	$\frac{(\alpha + x)}{\beta^2 + (\alpha + x)^2} - \frac{(\alpha - x)}{\beta^2 + (\alpha - x)^2},$ $\alpha \pm i\beta - \text{мнимое}, \quad \text{Re } \beta > 0$	$\pi e^{-\beta y} \cos(\alpha y)$
(18)	$(a^2 - x^2)^{-1}, \quad a > 0$	$a^{-1} [ \sin(\alpha y) \text{Ci}(\alpha y) - \cos(\alpha y) \text{Si}(\alpha y) ]$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(19)	$x(a^2 - x^2)^{-1}, \quad a > 0$	$-2^{-1}\pi \cos(\alpha y)$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(20)	$x^{-1}(x^2 + a^2)^{-1}, \quad \text{Re } \alpha > 0$	$2^{-1}\pi \alpha^{-2} (1 - e^{-\alpha y})$
(21)	$x(a^3 \pm a^2x + ax^2 \pm x^3)^{-1}, \quad a > 0$	$\pm 2^{-2}a^{-1} [ e^{-\alpha y} \bar{\text{Ei}}(\alpha y) - e^{\alpha y} \text{Ei}(-\alpha y) - 2\text{Ci}(\alpha y)\sin(\alpha y) + 2\text{Si}(\alpha y)\cos(\alpha y) ] + \pi e^{-\alpha y} - \pi \cos(\alpha y)$ Если берется нижний знак, то интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(22)	$x^2(a^3 \pm a^2x + ax^2 \pm x^3)^{-1}, \quad a > 0$	$2^{-2} [ e^{\alpha y} \text{Ei}(-\alpha y) - e^{-\alpha y} \bar{\text{Ei}}(\alpha y) + 2\text{Ci}(\alpha y)\sin(\alpha y) - 2\text{Si}(\alpha y)\cos(\alpha y) ] \pm \pi e^{-\alpha y} \pm \pi \cos(\alpha y)$ Если берется нижний знак, то интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(23)	$x [ x^4 + 2a^2x^2 \cos(2\theta) + a^4 ]^{-1},$ $a > 0, \quad  \theta  < \pi/2$	$\frac{\pi \sin(\alpha y \sin \theta) e^{-\alpha y \cos \theta}}{2a^2 \sin(2\theta)}$
(24)	$x^3 [ x^4 + 2a^2x^2 \cos(2\theta) + a^4 ]^{-1},$ $a > 0, \quad  \theta  < \pi/2$	$\frac{\pi \sin[2\theta - \alpha y \sin \theta] e^{-\alpha y \cos \theta}}{2 \sin(2\theta)}$
(25)	$x [(a^2 + x^2)(\beta^2 + x^2)]^{-1},$ $\text{Re } \alpha > 0, \quad \text{Re } \beta > 0$	$2^{-1}\pi (e^{-\beta y} - e^{-\alpha y})(\alpha^2 - \beta^2)^{-1}$
(26)	$(x^2 + a^2)^{-1/2}, \quad \text{Re } \alpha > 0$	$2^{-1}\pi [ I_0(\alpha y) - L_0(\alpha y) ]$
(27)	$x(x^2 + a^2)^{-3/2}, \quad \text{Re } \alpha > 0$	$yK_0(\alpha y)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(28)	$x^{-1/2} (x^2 + a^2)^{-1/2}, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$(\pi/2)^{1/2} y^{1/2} I_{1/4}(2^{-1} ay) K_{1/4}(2^{-1} ay)$
(29)	$x^{-1/2} (a^2 - x^2)^{-1/2}, \quad 0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$	$(\pi/2)^{3/2} y^{1/2} [J_{1/4}(2^{-1} ay)]^2$
(30)	$0, \quad 0 < x < a$ $x^{-1/2} (x^2 - a^2)^{-1/2}, \quad a < x < \infty$	$-2^{-1} \pi (2^{-1} \pi y)^{1/2} \times$ $\times J_{1/4}(2^{-1} ay) Y_{1/4}(2^{-1} ay)$
(31)	$(x^2 + a^2)^{-1/2} [(x^2 + a^2)^{1/2} - a]^{1/2}$	$\pi^{1/2} (2y)^{-1/2} e^{-ay}$
(32)	$x^{-1/2} (x^2 + a^2)^{-1/2} \times$ $\times [x + (x^2 + a^2)^{1/2}]^{-1/2},$ $\operatorname{Re} a > 0$	$2^{1/2} a^{-1} \operatorname{sh}(2^{-1} ay) K_0(2^{-1} ay)$
(33)	$x^{-1/2} (x^2 + a^2)^{-1/2} \times$ $\times [x + (x^2 + a^2)^{1/2}]^{1/2},$ $\operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1/2} \pi e^{-2^{-1} ay} I_0(2^{-1} ay)$
(34)	$\frac{x^{1/2}}{R_1 R_2} \left( \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} \right)^{1/2},$ $R_1 = [a^2 + (b - x)^2]^{1/2}$ $R_2 = [a^2 + (b + x)^2]^{1/2}$ $a > 0$	$b^{-1/2} K_0(ay) \sin(by)$
(35)	$x (x^2 + a^2)^{-n}, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$\frac{\pi y e^{-ay}}{2^{2n-2} (n-1)! a^{2n-3}} \times$ $\times \sum_{m=0}^{n-2} \frac{(2n-m-4)! (2ay)^m}{m! (n-m-2)!},$ $n = 2, 3, \dots$
(36)	$x^{-1} (a^2 + x^2)^{-n}$	$2^{-1} \pi a^{-2n} [1 - 2^{1-n} e^{-ay} \times$ $\times F_{n-1}(ay)/(n-1)!],$ $F_0(z) = 1,$ $F_n(z) = (z + 2n) F_{n-1}(z) -$ $- z F'_{n-1}(z)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(37)	$\frac{x^{2m+1}}{(\alpha^2 + x^2)^{n+1/2}},$ $-2 \leq 2m \leq 2n, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{(-1)^{m+1} \pi^{1/2}}{2^n \alpha^n \Gamma(n+1/2)} \times$ $\times \frac{d^{2m+1}}{dy^{2m+1}} [y^n K_n(\alpha y)]$
(38)	$\frac{x^m - 1}{x^{2n} + \alpha^{2n}},$ $0 \leq m \leq 2n,  \arg \alpha  < \pi/2n$	$-2^{-1} \pi n^{-1} \alpha^{m-2n} \times$ $\times \sum_{k=1}^n e^{-\alpha y \sin[(k-1/2)\pi/n]} \times$ $\times \cos\{[(k-1/2)m\pi/n] +$ $+ \alpha y \cos[(k-1/2)\pi/n]\},$ $m \text{ чётно}$
(39)	$\frac{x^{2m+1}}{(z + x^2)^{n+1}},$ $ \arg z  < \pi, 0 \leq 2m \leq 2n$	$\frac{(-1)^{n+m} \pi}{n!} \frac{d^n}{dz^n} (z^m e^{-z^{1/2}} y)$

### 2.3. Степени с произвольным показателем

(1)	$x^{-\nu},$ $0 < \operatorname{Re} \nu < 2$	$y^{\nu-1} \Gamma(1-\nu) \cos(2^{-1}\nu\pi)$
(2)	$x^{\nu-1},$ $0,$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$(2i\nu)^{-1} [{}_1F_1(\nu; \nu+1; iy) -$ $- {}_1F_1(\nu; \nu+1; -iy)]$
(3)	$(1-x)^\nu,$ $0,$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$y^{-1} - \Gamma(\nu+1) y^{-\nu-1} C_\nu(y)$
(4)	$x^\nu (1-x)^\nu,$ $0,$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\pi^{1/2} \Gamma(\nu+1) \times$ $\times (2y)^{-\nu-1/2} \sin y J_{\nu+1/2}(y)$
(5)	$x^{\nu-1} (1-x)^{\mu-1},$ $0,$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} \mu > 0$	$-2^{-1} i B(\nu, \mu) [{}_1F_1(\nu; \nu+\mu; iy) -$ $- {}_1F_1(\nu; \nu+\mu; -iy)]$
(6)	$(\alpha^2 + x^2)^{\nu-1/2},$ $\operatorname{Re} \nu < 1, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{\nu-1} \pi^{1/2} \Gamma(1/2+\nu) y^{-\nu} \alpha^\nu \times$ $\times [I_{-\nu}(xy) - L_\nu(\alpha y)],$ $\nu \neq -1/2, -3/2, -5/2, \dots$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(7)	$(a^2 - x^2)^{\nu - 1/2}, \quad 0 < x < a$ 0, $a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^{\nu} \Gamma(\nu + 1/2) y^{-\nu} H_{\nu}(ay) =$ $= a^{\nu} y^{-\nu} S_{\nu, \nu}(ay)$
(8)	0, $0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{\nu - 1/2}, \quad a < x < \infty$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^{\nu} y^{-\nu} \Gamma(\nu + 1/2) J_{-\nu}(ay)$
(9)	$x(a^2 - x^2)^{\nu - 1/2}, \quad 0 < x < a$ 0, $a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^{\nu+1} \Gamma(\nu + 1/2) y^{-\nu} J_{\nu+1}(ay)$
(10)	0, $0 < x < a$ $x(x^2 - a^2)^{\nu - 1/2}, \quad a < x < \infty$ $-1/2 < \operatorname{Re} \nu < 0$	$2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^{\nu+1} \times$ $\times \Gamma(\nu + 1/2) y^{-\nu} Y_{-\nu-1}(ay)$
(11)	$x(x^2 + a^2)^{\nu - 3/2},$ $\operatorname{Re} \nu < -1, \operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1} \pi^{1/2} (2a)^{\nu}  \Gamma(3/2 - \nu) ^{-1} \times$ $\times y^{1-\nu} K_{\nu}(ay)$
(12)	$(x^2 + 2ax)^{-\nu - 1/2},$ $-1/2 < \operatorname{Re} \nu < 3/2, \quad  \arg a  < \pi$	$a^{-\nu} \pi^{1/2} 2^{-\nu-1} \Gamma(1/2 - \nu) y^{\nu} \times$ $\times [J_{\nu}(ay) \cos(ay) +$ $+ Y_{\nu}(ay) \sin(ay)],$ $\nu \neq 1/2$
(13)	$(ax - x^2)^{\nu - 1/2}, \quad 0 < x < a$ 0, $a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{1/2} \Gamma(\nu + 1/2) a^{\nu} y^{-\nu} \times$ $\times \sin(2^{-1} ay) J_{\nu}(2^{-1} ay)$
(14)	0, $0 < x < a$ $(x^2 - ax)^{\nu - 1/2} \quad a < x < \infty$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$2^{-1} \pi^{1/2} \Gamma(\nu + 1/2) a^{\nu} y^{-\nu} \times$ $\times [J_{-\nu}(2^{-1} ay) \cos(2^{-1} ay) -$ $- Y_{-\nu}(2^{-1} ay) \sin(2^{-1} ay)]$
(15)	$(\alpha + ix)^{-\nu} - (\alpha - ix)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi i [\Gamma(\nu)]^{-1} e^{-\alpha y} y^{\nu-1}$
(16)	$x  (\alpha + ix)^{-\nu} + (\alpha - ix)^{-\nu} ,$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$-\pi [\Gamma(\nu)]^{-1} y^{\nu-2} (1 - \alpha y) e^{-\alpha y}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(17)	$x^{2n} [(\alpha - ix)^{-\nu} - (\alpha + ix)^{-\nu}],$ $0 \leq 2n < \operatorname{Re} \nu, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(-1)^{n+1} \pi i [\Gamma(\nu)]^{-1} (2n)! \times$ $\times e^{-\alpha y} y^{\nu-2n-1} L_{2n}^{\nu-2n-1}(\alpha y)$
(18)	$x^{2n+1} [(\alpha + ix)^{-\nu} + (\alpha - ix)^{-\nu}],$ $-1 \leq 2n+1 < \operatorname{Re} \nu$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(-1)^{n+1} \pi [\Gamma(\nu)]^{-1} e^{-\alpha y} y^{\nu-2n-2} \times$ $\times (2n+1)! L_{2n+1}^{\nu-2n-2}(\alpha y)$
(19)	$(x^2 + a^2)^{-1/2} [x + (x^2 + a^2)^{1/2}]^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > -1, a > 0$	$\frac{\pi a^{-\nu}}{\sin(\nu\pi)} [\sin(2^{-1}\nu\pi) I_{\nu}(\alpha y) +$ $+ 2^{-1} i J_{\nu}(i\alpha y) - 2^{-1} i J_{\nu}(-i\alpha y)]$
(20)	$(x^2 + a^2)^{-1/2} \times$ $\times \{  (x^2 + a^2)^{1/2} + x ^{\nu} -$ $- [(x^2 + a^2)^{1/2} - x]^{\nu} \},$ $ \operatorname{Re} \nu  < -1, \operatorname{Re} a > 0$	$2\alpha^{\nu} K_{\nu}(\alpha y) \sin(2^{-1}\nu\pi)$
(21)	$(a^2 - x^2)^{-1/2} \times$ $\times \{ [x + i(a^2 - x^2)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [x - i(a^2 - x^2)^{1/2}]^{\nu} \},$ $0 < x < a$ 0, $a < x < \infty$	$\frac{\pi a^{\nu} [J_{\nu}(\alpha y) - J_{-\nu}(\alpha y)]}{2 \sin(2^{-1}\nu\pi)}$
(22)	0, $0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{-1/2} \times$ $\times \{ [x + (x^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [x - (x^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu} \},$ $a < x < \infty$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\pi a^{\nu} [J_{\nu}(\alpha y) \cos(2^{-1}\nu\pi) -$ $- Y_{\nu}(\alpha y) \sin(2^{-1}\nu\pi)]$
(23)	$x^{-1/2} (x^2 + a^2)^{-1/2} \times$ $\times [(x^2 + a^2)^{1/2} + x]^{\nu},$ $\operatorname{Re} \nu < 3/2, \operatorname{Re} a > 0$	$\alpha^{\nu} (2^{-1}\pi y)^{1/2} I_{1/4-\nu/2}(2^{-1}\alpha y) \times$ $\times K_{1/4+\nu/2}(2^{-1}\alpha y)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(24)	$x^{-1/2} (a^2 - x^2)^{1/2} \{ [(a+x)^{1/2} + i(a-x)^{1/2}]^{2\nu} + [(a+x)^{1/2} - i(a-x)^{1/2}]^{2\nu} \},$ $0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$	$2^{-1/2} (2a)^{2\nu} \pi^{3/2} y^{1/2} \times$ $\times J_{\nu+1/4} (2^{-1} ay) \times$ $\times J_{-\nu+1/4} (2^{-1} ay)$
(25)	$0, \quad 0 < x < a$ $x^{-1/2} (x^2 - a^2)^{-1/2} \times$ $\times \{ [x + (x^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [x - (x^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu} \},$ $a < x < \infty$ $ \operatorname{Re} \nu  < 3/2$	$-2^{-1} \pi (2^{-1} \pi y)^{1/2} a^{\nu} \times$ $\times [J_{1/4+\nu/2} (2^{-1} ay) \times$ $\times Y_{1/4-\nu/2} (2^{-1} ay) +$ $+ J_{1/4-\nu/2} (2^{-1} ay) \times$ $\times Y_{1/4+\nu/2} (2^{-1} ay)]$
(26)	$(x^2 + 2ax)^{-1/2} \times$ $\times \{ [x + a + (x^2 + 2ax)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [x + a - (x^2 + 2ax)^{1/2}]^{\nu} \},$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1, \quad  \arg a  < \pi$	$\pi a^{\nu} [Y_{\nu} (ay) \sin (ay - 2^{-1} \nu \pi) +$ $+ J_{\nu} (ay) \cos (ay - 2^{-1} \nu \pi)]$
(27)	$x^{-\nu-1/2} (x^2 + a^2)^{-1/2} \times$ $\times [a + (x^2 + a^2)^{1/2}]^{\nu},$ $\operatorname{Re} \nu < 3/2, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$2^{1/2} a^{-1} y^{-1/2} \Gamma(3/4 - \nu/2) \times$ $\times W_{\nu/2, 1/4} (ay) \cdot M_{-\nu/2, 1/4} (ay)$
(28)	$x^{2\nu} (x^2 + a^2)^{-\mu-1},$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} \mu + 1$ $\operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1} a^{2\nu-2\mu} \frac{\Gamma(1+\nu) \Gamma(\mu-\nu)}{\Gamma(\mu+1)} y \times$ $\times {}_1F_2(\nu+1; \nu+1-\mu, 3/2;$ $2^{-2} a^2 y^2) + 4^{\nu-\mu-1} \pi^{1/2} \times$ $\times \frac{\Gamma(\nu-\mu) y^{2\mu-2\nu+1}}{\Gamma(\mu-\nu+3/2)} {}_1F_2(\mu+1;$ $\mu-\nu+3/2, \mu-\nu+1; 2^{-2} a^2 y^2)$
(29)	$x^{\mu} (1 - x^2)^{\nu},$ $0, \quad 0 < x < a$ $a < x < \infty$	См. преобразования Ганкеля

### 2.4. Показательные функции

(1)	$e^{-ax},$	$\operatorname{Re} a > 0$	$y(a^2 + y^2)^{-1}$
(2)	$x^{-1} e^{-ax},$	$\operatorname{Re} a > 0$	$\operatorname{arctg}(a^{-1} y)$



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(3)	$x^n e^{-\alpha x},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$n! \left( \frac{\alpha}{\alpha^2 + y^2} \right)^{n+1} \times$ $\times \sum_{m=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^m \binom{n+1}{2m+1} \left( \frac{y}{\alpha} \right)^{2m+1}$
(4)	$x^{-1/2} e^{-\alpha x},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi^{1/2} 2^{-1/2} [(\alpha^2 + y^2)^{1/2} - \alpha]^{1/2}}{(\alpha^2 + y^2)^{1/2}}$
(5)	$x^{-3/2} e^{-\alpha x},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(2\pi)^{1/2} [(\alpha^2 + y^2)^{1/2} - \alpha]^{1/2}$
(6)	$x^{n-1/2} e^{-\alpha x},$ $n = -1, 0, 1, 2, \dots$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(-1)^n \pi^{1/2} 2^{-1/2} \times$ $\times \frac{d^n}{d\alpha^n} \left\{ \frac{[(\alpha^2 + y^2)^{1/2} - \alpha]^{1/2}}{(\alpha^2 + y^2)^{1/2}} \right\}$
(7)	$x^{\nu-1} e^{-\alpha x},$ $\operatorname{Re} \nu > -1,$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(\nu) (\alpha^2 + y^2)^{-\nu/2} \sin[\nu \operatorname{arctg}(y/\alpha)]$
(8)	$x^{-2} (e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} y \ln [(y^2 + \beta^2)/(y^2 + \alpha^2)] +$ $+ \beta \operatorname{arctg}(\beta^{-1} y) - \alpha \operatorname{arctg}(\alpha^{-1} y)$
(9)	$x^{-1} (1 + \beta x)^{-1} e^{-\alpha x},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0,  \arg \beta  < \pi$	$\operatorname{arctg}(y/\alpha) -$ $- 2^{-1} i \{ \exp[(\alpha - iy)/\beta] \times$ $\times \operatorname{Ei}[-(\alpha - iy)/\beta] -$ $- \exp[(\alpha + iy)/\beta] \operatorname{Ei}[-(\alpha + iy)/\beta] \}$
(10)	$(e^{\alpha x} + 1)^{-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{1}{2y} - \frac{\pi}{2\alpha \operatorname{sh}(\pi\alpha^{-1} y)}$
(11)	$(e^{\alpha x} - 1)^{-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi}{2\alpha} \operatorname{cth} \frac{\pi y}{\alpha} - \frac{1}{2y}$
(12)	$x^{-1} (e^{\alpha x} + 1)^{-1}$	См. Fock V., 1926, Arch. Elektrotechnik 16, 331—340
(13)	$e^{-x/2} (1 - e^{-x})^{-1}$	$2^{-1} \operatorname{th}(\pi y)$
(14)	$e^{-nx} (1 - e^{-x})^{-1}$	$\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2y} + \frac{\pi}{e^{2\pi y} - 1} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{y}{y^2 + k^2}$
(15)	$e^{-\alpha x} (e^{-x} - 1)^{-1}, \operatorname{Re} \alpha > -1$	$2^{-1} i [\psi(\alpha + iy) - \psi(\alpha - iy)]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(16)	$(e^{\alpha x} - e^{\beta x})^{-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$-\frac{i}{2(\alpha - \beta)} \left[ \psi\left(\frac{\alpha + iy}{\alpha - \beta}\right) - \psi\left(\frac{\alpha - iy}{\alpha - \beta}\right) \right]$
(17)	$e^{-\alpha x} (1 - e^{-\beta x})^{\nu-1},$ $\operatorname{Re} \nu > -1$ $\operatorname{Re} \alpha > \operatorname{Re}(\nu - 1)\beta$	$-\frac{i}{2\beta} \left[ B\left(\nu, \frac{\alpha - iy}{\beta}\right) - B\left(\nu, \frac{\alpha + iy}{\beta}\right) \right]$
(18)	$e^{-\alpha x^2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \alpha^{-1/2} y e^{-2^{-2} \alpha^{-1} y^2} \times$ $\times {}_1F_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -2^{-2} \alpha^{-1} y^2\right) =$ $= 2^{-1} \alpha^{-1/2} y \times$ $\times {}_1F_1\left(1, \frac{3}{2}; -2^{-2} \alpha^{-1} y^2\right) =$ $= -2^{-1} i \pi^{1/2} \alpha^{-1/2} e^{-2^{-2} \alpha^{-1} y^2} \times$ $\times \operatorname{Erf}\left(2^{-1} i \alpha^{-1/2} y\right)$
(19)	$x e^{-\alpha x^2},$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$2^{-2} \pi^{1/2} \alpha^{-3/2} y e^{-2^{-2} \alpha^{-1} y^2}$
(20)	$x e^{i\alpha x^2},$ $-\pi < \arg \alpha < 0$	$2^{-2} \pi^{1/2} y \alpha^{-3/2} e^{i(3\pi - \alpha^{-1} y^2)^{1/4}}$
(21)	$x^{-1} e^{-\alpha x^2},$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$2^{-1} \pi \operatorname{Erf}\left(2^{-1} \alpha^{-1/2} y\right)$
(22)	$x^{-1/2} e^{-\alpha x^2},$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$2^{-3/2} \pi \alpha^{-1/2} y^{1/2} e^{-2^{-2} \alpha^{-1} y^2} \times$ $\times I_{1/4}\left(2^{-2} \alpha^{-1} y^2\right)$
(23)	$x^{2n+1} e^{-\alpha x^2},$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$\frac{(-1)^n \pi^{1/2} e^{-2^{-2} \alpha^{-1} y^2}}{2^n + 3/2 \alpha^n + 1} \times$ $\times D_{2n+1}\left(2^{-1/2} \alpha^{-1/2} y\right) =$ $= \frac{(-1)^n \pi^{1/2} e^{-2^{-2} \alpha^{-1} y^2}}{2^n + 3/2 \alpha^n + 1} \times$ $\times \operatorname{He}_{2n+1}\left(2^{-1/2} \alpha^{-1/2} y\right)$
(24)	$x^{2\nu-2} e^{-\alpha x^2},$ $\operatorname{Re} \nu > 0,  \arg \alpha  < \pi/2$	$2^{-1} \alpha^{-\nu} \Gamma(\nu) y \times$ $\times {}_1F_1\left(\nu; \frac{3}{2}; -2^{-2} \alpha^{-1} y^2\right) =$ $= 2^{-1} \alpha^{-\nu} \Gamma(\nu) y e^{-2^{-2} \alpha^{-1} y^2} \times$ $\times {}_1F_1\left(\frac{3}{2}; \nu; \frac{3}{2}; -2^{-2} \alpha^{-1} y^2\right)$
(25)	$x e^{\alpha(1-x^2)},$ $0,$ $0 < x < 1$ $1 < x < \infty$	$(\pi/2)^{1/2} y^{-1/2} \sum_{p=0}^{\infty} (2\alpha)^p y^{-p} \times$ $\times J_{p+3/2}(y)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(26)	$x(x^2 + \beta^2)^{-1} e^{-\alpha x^2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-2} \pi e^{2\alpha\beta^2} [e^{-\beta y} \operatorname{Erfc}(\alpha\beta - 2^{-1}\alpha^{-1}y) -$ $- e^{\beta y} \operatorname{Erfc}(\alpha\beta + 2^{-1}\alpha^{-1}y)]$
(27)	$e^{-\alpha x^2 - \beta x},$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$-2^{-2} i \pi^{1/2} \alpha^{-1/2} \{e^{2^{-2}\alpha^{-1}(\beta - iy)^2} \times$ $\times \operatorname{Erfc}[2^{-1}\alpha^{-1/2}(\beta - iy)] -$ $- e^{2^{-2}\alpha^{-1}(\beta + iy)^2} \times$ $\times \operatorname{Erfc}[2^{-1}\alpha^{-1/2}(\beta + iy)]\}$
(28)	$x e^{-\alpha x^2 - \beta x},$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$2^{-8} i \pi^{1/2} \alpha^{-3/2} \times$ $\times (\beta - iy) e^{-2^{-2}\alpha^{-1}(\beta - iy)^2} \times$ $\times \operatorname{Erfc}[2^{-1}\alpha^{-1/2}(\beta - iy)] -$ $- 2^{-8} i \pi^{1/2} \times$ $\times \alpha^{-3/2} (\beta + iy) e^{-2^{-2}\alpha^{-1}(\beta + iy)^2} \times$ $\times \operatorname{Erfc}[2^{-1}\alpha^{-1/2}(\beta + iy)]$
(29)	$x^{-1/2} e^{-\alpha/x},$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$\pi^{1/2} (2y)^{-1/2} e^{-(2\alpha y)^{1/2}} \times$ $\times [\cos(2\alpha y)^{1/2} + \sin(2\alpha y)^{1/2}]$
(30)	$x^{-3/2} e^{-\alpha/x},$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$\pi^{1/2} \alpha^{-1/2} e^{-(2\alpha y)^{1/2}} \sin(2\alpha y)^{1/2}$
(31)	$x^{-\nu-1} e^{-2^{-2}\alpha^2 x^{-1}},$ $\operatorname{Re} \nu > -1,  \arg \alpha  < \pi/4$	$i 2^\nu \alpha^{-\nu} y^{\nu/2} \times$ $\times [e^{2^{-2}\pi i \nu} K_\nu(\alpha e^{2^{-2}\pi i} y^{1/2}) -$ $- e^{-2^{-2}\pi i \nu} K_\nu(\alpha e^{-2^{-2}\pi i} y^{1/2})]$
(32)	$x^{-1/2} e^{-(\alpha x + \beta x^{-1})},$ $ \arg \alpha  < \pi/2,  \arg \beta  < \pi/2$	$\pi^{1/2} (y^2 + \alpha^2)^{-1/2} e^{-2\beta^{1/2} u} \times$ $\times [u \sin(2\beta^{1/2} v) + v \cos(2\beta^{1/2} v)],$ $u = 2^{-1/2} [\alpha + (y^2 + \alpha^2)^{1/2}]^{1/2}$ $v = 2^{-1/2} [(y^2 + \alpha^2)^{1/2} - \alpha]^{1/2}$
(33)	$x^{-3/2} e^{-\alpha x - \beta x^{-1}},$ $ \arg \alpha  < \pi/2,  \arg \beta  < \pi/2$	$\pi^{1/2} \beta^{-1/2} e^{-2\beta^{1/2} v} \sin(2\beta^{1/2} u),$ $u = 2^{-1/2} \alpha^{-1} \beta^{1/2} \times$ $\times [(\alpha^2 + y^2)^{1/2} - \alpha]^{1/2}$ $v = 2^{-1/2} \alpha^{-1} \beta^{1/2} [(\alpha^2 + y^2)^{1/2} + \alpha]^{1/2}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(34)	$x^{-3/4} e^{-\alpha x^{1/2}}, \quad  \arg \alpha  < \pi/2$	$-2^{-1}\pi\alpha^{1/2}y^{-1/2} [J_{1/4}(2^{-3}\alpha^2y^{-1}) \times$ $\times \cos(2^{-3}\pi + 2^{-3}\alpha^2y^{-1}) +$ $+ Y_{1/4}(2^{-3}\alpha^2y^{-1}) \times$ $\times \sin(2^{-3}\pi + 2^{-3}\alpha^2y^{-1})]$
(35)	$x e^{-\beta(x^2 + \alpha^2)^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \beta > 0, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\beta\alpha^2y(y^2 + \beta^2)^{-1} K_2[\alpha(y^2 + \beta^2)^{1/2}]$
(36)	$x(\alpha^2 + x^2)^{-1/2} e^{-\beta(\alpha^2 + x^2)^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\alpha y(y^2 + \beta^2)^{-1/2} \times$ $\times K_1[\alpha(y^2 + \beta^2)^{1/2}]$
(37)	$x^{-1/2}(\beta^2 + x^2)^{-1/2} e^{-\alpha(\beta^2 + x^2)^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$(2^{-1}\pi y)^{1/2} \times$ $\times I_{1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2 + y^2)^{1/2} - \alpha]\} \times$ $\times K_{1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2 + y^2)^{1/2} + \alpha]\}$
(38)	$[(\beta^2 + x^2)^{1/2} - \beta]^{1/2} \times$ $\times (\beta^2 + x^2)^{-1/2} e^{-\alpha(\beta^2 + x^2)^{1/2}}$	$(2^{-1}\pi)^{1/2} y [\alpha + (\alpha^2 + y^2)^{1/2}]^{-1/2} \times$ $\times (\alpha^2 + y^2)^{-1/2} e^{-\beta(\alpha^2 + y^2)^{1/2}}$
(39)	$(e^{2\pi x^{1/2}} - 1)^{-1}$	См. Ramanujan Srinivasa, 1915, Mess. Math. 44, 75—85

## 2.5. Логарифмические функции

(1)	$\ln x,$ $0,$	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$	$-\frac{ \zeta + \ln y - \operatorname{Ci}(y) }{y}$
(2)	$x^{-1} \ln x$		$-2^{-1}\pi(C + \ln y)$
(3)	$x^{-1/2} \ln x$		$-(2^{-1}\pi y^{-1})^{1/2} [\ln(4y) + C - \pi/2]$
(4)	$x^{\nu-1} \ln x,$	$ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi y^{-\nu}}{2\Gamma(1-\nu) \cos(2^{-1}\nu\pi)} \times$ $\times [\psi(\nu) + 2^{-1}\pi \operatorname{ctg}(2^{-1}\nu\pi) - \ln y]$
(5)	$x(x^2 + b^2)^{-1} \ln(ax),$	$a, b > 0$	$2^{-1}\pi e^{-by} \ln(ab) -$ $-2^{-2}\pi [e^{b\nu} \operatorname{Ei}(-by) +$ $+ e^{-b\nu} \overline{\operatorname{Ei}}(by)]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(6)	$x(x^2 - a^2)^{-1} \ln x, \quad a > 0$	$-2^{-1}\pi \{ \cos(ay) [\text{Ci}(ay) - \ln a] + \sin(ay) [\text{Si}(ay) - \pi/2] \}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(7)	$e^{-ax} \ln x, \quad \text{Re } a > 0$	$(y^2 + a^2)^{-1} [a \arctg(y/a) - \gamma y - 2^{-1}y \ln(y^2 + a^2)]$
(8)	$e^{-ax} x^{\nu-1} \ln x, \quad \text{Re } \nu > -1, \quad \text{Re } a > 0$	$\Gamma(\nu) (a^2 + y^2)^{-\nu/2} \times$ $\times \sin[\nu \arctg(y/a)] \times$ $\times \{ \psi(\nu) - 2^{-1} \ln(a^2 + y^2) +$ $+ \arctg(y/a) \times$ $\times \text{ctg}[\nu \arctg(y/a)] \}$
(9)	$x^{-1} (\ln x)^2$	$2^{-1}\pi C^2 + \pi^3/24 + \pi C \ln y + 2^{-1}\pi (\ln y)^2$
(10)	$x^{\nu-1} (\ln x)^2, \quad 0 < \text{Re } \nu < 1$	$\Gamma(\nu) y^{-\nu} \sin(2^{-1}\nu\pi) \{ \psi'(\nu) + \psi^2(\nu) + \pi\psi(\nu) \text{ctg}(2^{-1}\nu\pi) - 2\psi(\nu) \ln y - \pi \ln y \text{ctg}(2^{-1}\nu\pi) + (\ln y)^2 - \pi^2 \}$
(11)	$\ln \left  \frac{x+a}{x-a} \right , \quad a > 0$	$\frac{\pi}{y} \sin(ay)$
(12)	$\ln \left( \frac{x^2 + a^2 + x}{x^2 + a^2 - x} \right)$	$\frac{2\pi}{y} \exp[-(a^2 - 1/4)^{1/2} y] \sin(y/2)$
(13)	$\ln \left[ \frac{(x+\beta)^2 + a^2}{(x-\beta)^2 + a^2} \right], \quad \text{Re } a > 0, \quad  \text{Im } \beta  \leq \text{Re } a$	$\frac{2\pi}{y} e^{-a \cdot y} \sin(\beta y)$
(14)	$x^{-1} \ln(1 + a^2 x^2), \quad a > 0$	$-\pi \text{Ei}(-a^{-1}y)$
(15)	$x^{-1} \ln \left( \frac{a^2 x^2 + c^2}{b^2 x^2 + c^2} \right), \quad a, b, c > 0$	$\pi \left[ \text{Ei} \left( -\frac{cy}{b} \right) - \text{Ei} \left( -\frac{cy}{a} \right) \right]$
(16)	$(x^2 + a^2)^{-1/2} \ln  x + (a^2 + x^2)^{1/2} , \quad \text{Re } a > 0$	$2^{-1}\pi K_0(ay) + 2^{-1}\pi (\ln a) \times \times [I_0(ay) - L_0(ay)]$

2.6. Тригонометрические функции аргумента  $kx$ 

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(1)	$x^{-1} \sin(ax), \quad a > 0$	$2^{-1} \ln  (y+a)(y-a)^{-1} $
(2)	$x^{-2} \sin(ax), \quad a > 0$	$2^{-1}\pi y, \quad 0 < y < a$ $2^{-1}\pi a, \quad a < y < \infty$
(3)	$x^{\nu-1} \sin(ax),$ $-2 < \operatorname{Re} \nu < 1, \quad \nu \neq 0$ $a > 0$	$\pi \frac{ y-a ^{-\nu} -  y+a ^{-\nu}}{4\Gamma(1-\nu) \sin(2^{-1}\nu\pi)}$
(4)	$(1-x^2)^{-1} \sin(\pi x)$	$\sin y, \quad 0 < y < \pi$ $0, \quad \pi \leq y$
(5)	$(x^2+a^2)^{-1} \sin(bx),$ $\operatorname{Re} a > 0, \quad b > 0$	$2^{-1}\pi a^{-1} e^{-ab} \operatorname{sh}(ay), \quad 0 < y < b$ $2^{-1}\pi a^{-1} e^{-ay} \operatorname{sh}(ab), \quad b < y < \infty$
(6)	$x^{-1} e^{-\alpha x} \sin(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$2^{-2} \ln \{[(y+\beta)^2 + \alpha^2] \times$ $\times [(y-\beta)^2 + \alpha^2]^{-1}\}$
(7)	$e^{-\alpha x^2} \sin(\beta x), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \pi^{1/2} \alpha^{-1/2} e^{-2^{-2}\alpha^{-1}(y^2+\beta^2)} \times$ $\times \operatorname{sh}(2^{-1}\beta\alpha^{-1}y)$
(8)	$x^{-1} \sin^2(ax), \quad a > 0$	$\pi/4, \quad 0 < y < 2a$ $\pi/8, \quad y = 2a$ $0, \quad 2a < y < \infty$
(9)	$x^{-2} \sin^2(ax), \quad a > 0$	$2^{-2}(y+2a) \ln  y+2a  +$ $+ 2^{-2}(y-2a) \ln  y-2a  -$ $- 2^{-1} y \ln y$
(10)	$x^{-1} \sin(ax) \sin(bx),$ $a \geq b > 0$	$0, \quad 0 < y < a-b$ $\pi/4, \quad a-b < y < a+b$ $0, \quad a+b < y < \infty$
(11)	$x^{-2} \sin(ax) \sin(bx),$ $a \geq b > 0$	$-2^{-2}(y+a-b) \ln(y+a-b) +$ $+ 2^{-2}(y+a+b) \ln(y+a+b) -$ $- 2^{-2} y-a-b  \ln  y-a-b  \times$ $\times \operatorname{sgn}(a+b-y) +$ $+ 2^{-2} y-a+b  \ln  y-a+b  \times$ $\times \operatorname{sgn}(a-b-y)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(12)	$x^{-3} \sin(ax) \sin(bx),$ $a \geq b > 0$	$2^{-1}\pi by,$ $0 < y < a - b$ $2^{-1}\pi by - 2^{-3}\pi(a - b - y)^2,$ $a - b < y < a + b$ $2^{-1}\pi ab,$ $a + b < y < \infty$
(13)	$x^{-\nu} \sin(ax) \sin(bx),$ $0 < \operatorname{Re} \nu < 4, \nu \neq 1, 2, 3$ $a \geq b > 0$	$2^{-2} \Gamma(1 - \nu) \cos(2^{-1}\nu\pi) \times$ $\times  (y + a - b)^{\nu-1} -$ $- (y + a + b)^{\nu-1} -$ $-  y - a + b ^{\nu-1} \operatorname{sgn}(a - b - y) +$ $+  y - a - b ^{\nu-1} \operatorname{sgn}(a + b - y) $
(14)	$x^{-1} \sin^2(ax) \sin(bx),$ $a > 0, b > 0$	$2^{-3} \ln  (b + y)^2 (2a - b + y) \times$ $\times (2a + b - y)  -$ $- 2^{-3} \ln  (b - y)^2 (2a + b + y) \times$ $\times (2a - b - y) $
(15)	$x^{-2} \sin^2(ax) \sin(bx),$ $a, b > 0$	$\pi 2^{-4} ( b - 2a - y  +$ $+  b + 2a - y  - 2 b - y )$
(16)	$x^{-1} \sin^3(ax),$ $a > 0$	$(\pi y/24) (9a^2 - y^2),$ $0 < y \leq a$ $(\pi/48) [24a^3 - (3a - y)^3],$ $a \leq y \leq 3a$ $2^{-1}\pi a^3,$ $a \leq y < \infty$
(17)	$x^{-1} \sin^2(ax) \sin^2(bx),$ $a, b > 0$	$(\pi/32) [2 + \operatorname{sgn}(y - 2a + 2b) +$ $+ \operatorname{sgn}(y + 2a - 2b) -$ $- 2 \operatorname{sgn}(y - 2a) - 2 \operatorname{sgn}(y - 2b)]$
(18)	$[\sin(\pi x)]^{\nu-1},$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{1-\nu} \sin(y/2) \Gamma(\nu) \times$ $\times \{ \Gamma[2^{-1}(\nu + 1 + y/\pi)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(\nu + 1 - y/\pi)] \}^{-1}$
(19)	$e^{-\alpha x} (\sin x)^{2n},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$-(-4)^{-n-1} (2n+1)^{-1} \times$ $\times \left\{ \left[ \binom{2^{-1}y + 2^{-1}i\alpha + n}{2n+1} \right]^{-1} + \right.$ $\left. + \left[ \binom{2^{-1}y - 2^{-1}i\alpha + n}{2n+1} \right]^{-1} \right\}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(20)	$e^{-\alpha x} (\sin x)^{2n-1}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$-(-4)^{-n-1} n^{-1} i \times$ $\times \left\{ \left[ \binom{2^{-1}y - 2^{-1}i\alpha - 1/2 + n}{2n} \right]^{-1} - \right.$ $\left. - \left[ \binom{2^{-1}y + 2^{-1}i\alpha - 1/2 + n}{2n} \right]^{-1} \right\}$
(21)	$\frac{1}{(x^2 + \beta^2) \sin(\alpha x)},$ $\alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{\pi \operatorname{sh}(\beta y)}{2\beta \operatorname{sh}(\alpha\beta)}, \quad 0 < y < \alpha$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(22)	$x^{1-m/2} \left[ \prod_{n=2}^m \sin(a_n x) \right],$ $a_n > 0$	$0, \quad y > \sum_{n=2}^m a_n$
(23)	$x^{-1} \cos(ax), \quad a > 0$	$0, \quad 0 < y < a$ $\pi/4, \quad y = a$ $\pi/2, \quad a < y < \infty$
(24)	$x^{\nu-1} \cos(ax), \quad  \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi [(y+a)^{-\nu} -  y-a ^{-\nu} \operatorname{sgn}(a-y)]}{4\Gamma(1-\nu) \cos(2^{-1}\nu\pi)}$
(25)	$x(x^2 + a^2)^{-1} \cos(bx),$ $\operatorname{Re} a > 0, b > 0$	$-2^{-1}\pi e^{-ab} \operatorname{sh}(ay), \quad 0 < y < b$ $2^{-1}\pi e^{-a} \operatorname{ch}(ab), \quad b < y < \infty$
(26)	$x^{-1} (1 - 2a \cos x + a^2)^{-1},$ $0 < a < 1$	$2^{-1}\pi [(1-a^2)(1-a)]^{-1} \times$ $\times (1 + a - 2a^{ y +1}),$ $y \neq 0, 1, 2, \dots$ $2^{-1}\pi [(1-a^2)(1-a)]^{-1} \times$ $\times (1 + a - a^y - a^{y+1}),$ $y = 0, 1, 2, \dots$
(27)	$(x^2 + a^2)^{-1} \times$ $\times (1 - 2b \cos x + b^2)^{-1} \sin x,$ $0 < b < 1, \operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1}\pi a^{-1} (e^a - b)^{-1} \operatorname{sh}(ay),$ $0 \leq y < 1$ $2^{-2}\pi a^{-1} (be^a - 1)^{-1} \times$ $\times [b^m e^{(m+1-\nu)a} - e^{(1-y)a}] -$ $- 2^{-2}\pi a^{-1} (be^{-a} - 1)^{-1} \times$ $\times [b^m e^{-(m+1-y)a} - e^{-a(1-y)}],$ $m \leq y < m+1$ $m = 0, 1, 2, \dots$



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(28)	$x^{-n} [\sin(ax)]^m [\cos(bx)]^k$	Интегралы этого типа могут быть вычислены с помощью интегралов (3) и (24)
(29)	$x^{-2} [1 - \cos(ax)], \quad a > 0$	$\frac{y}{2} \ln \left  \frac{y^2 - a^2}{y^2} \right  + \frac{a}{2} \ln \left  \frac{y+a}{y-a} \right $
(30)	$\frac{x(x^2 + \beta^2)^{-1}}{\cos(ax)}, \quad a > 0, \quad \operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{-\pi \operatorname{sh}(\beta y)}{2 \operatorname{sh}(a\beta)}, \quad 0 < y < a$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(31)	$\frac{1}{x(b^2 - x^2) \cos(ax)}, \quad a, b > 0$	0, $0 < y < a$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(32)	$\frac{1}{x(x^2 + \beta^2) \cos(ax)}, \quad a > 0, \quad \operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{\pi \operatorname{sh}(\beta y)}{2\beta^2 \operatorname{ch}(a\beta)}, \quad 0 < y < a$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(33)	$\frac{1 - a \cos x}{x(1 - 2a \cos x + a^2)}, \quad 0 < a < 1$	$2^{-1}\pi(1-a)^{-1}(1-a^{ y +1}),$ $y \neq 1, 2, \dots$ $2^{-1}\pi(1-a)^{-1}(1-a^n) + 2^{-2}\pi a^n,$ $y = 1, 2, \dots$
(34)	$x(x^2 + a^2)^{-1} \ln(2 \pm 2 \cos x), \quad \operatorname{Re} a > 0$	$-\pi \operatorname{sh}(xy) \ln(1 \pm e^{-a}),$ $0 \leq y < 1$
(35)	$x^{-1} \ln(1 + 2a \cos x + a^2), \quad 0 < a < 1$	$-\frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^{ y } \frac{(-a)^n}{n} [1 + \operatorname{sgn}(y-n)]$
(36)	$x^{-1} (1 + x^2)^{-1} \ln[\cos^2(ax)], \quad a > 0$	$\pi \ln(1 + e^{-2a}) \operatorname{sh} y -$ $-\pi (\ln 2)(1 - e^{-y}),$ $0 \leq y < 2a$
(37)	$\frac{1}{e^{ax} \sin(bx)}, \quad \operatorname{Re} a > 0, \quad b > 0$	$-\frac{i}{2b} \left\{ \psi \left[ \frac{b+y-i\alpha}{2b} \right] - \right.$ $\left. - \psi \left[ \frac{b-y-i\alpha}{2b} \right] \right\}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши

## 2.7. Тригонометрические функции других аргументов

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(1)	$\sin(ax^2), \quad a > 0$	$\pi^{1/2} (2a)^{-1/2} \times$ $\times \{ \cos(2^{-2}a^{-1}y^2) C[2^{-2}a^{-1}y^2] +$ $+ \sin(2^{-2}a^{-1}y^2) S[2^{-2}a^{-1}y^2] \}$
(2)	$x^{-1/2} \sin(ax^2), \quad a > 0$	$-2^{-1}\pi (2a)^{-1/2} y^{1/2} \sin\left(\frac{y^2}{8a} - \frac{3\pi}{8}\right) \times$ $\times J_{1/4}(2^{-3}a^{-1}y^2)$
(3)	$\cos(ax^2), \quad a > 0$	$(2a)^{-1/2} \pi^{1/2} \times$ $\times \{ \sin(2^{-2}a^{-1}y^2) C[2^{-2}a^{-1}y^2] -$ $- \cos(2^{-2}a^{-1}y^2) S[2^{-2}a^{-1}y^2] \}$
(4)	$x^{-1/2} \cos(ax^2), \quad a > 0$	$2^{-1}\pi (2a)^{-1/2} y^{1/2} \cos\left(\frac{y^2}{8a} - \frac{3\pi}{8}\right) \times$ $\times J_{1/4}(2^{-3}a^{-1}y^2)$
(5)	$\sin(a^3x^3), \quad a > 0$	$2^{-1} (3a)^{-3/2} \times$ $\times \pi y^{1/2} \{ J_{1/3}[2(3^{-1}a^{-1}y)^{3/2}] +$ $+ J_{-1/3}[2(3^{-1}a^{-1}y)^{3/2}] -$ $- 3^{1/2} \pi^{-1} K_{1/3}[2(3^{-1}a^{-1}y)^{3/2}] \}$
(6)	$\sin(a^2/x), \quad a > 0$	$(\pi^2) ay^{-1/2} J_1(2ay^{1/2})$
(7)	$x^{-1} \sin(a^2/x)$	$2^{-1} \pi Y_0(2ay^{1/2}) + K_0(2ay^{1/2})$
(8)	$x^{-2} \sin(a^2/x)$	$2^{-1} \pi a^{-1} y^{1/2} J_1(2ay^{1/2})$
(9)	$x^{-1/2} \sin(a^2/x)$	$\pi^{1/2} 2^{-3/2} y^{-1/2} [ \sin(2ay^{1/2}) -$ $- \cos(2ay^{1/2}) + e^{-2ay^{1/2}} ]$
(10)	$x^{-3/2} \sin(a^2/x)$	$-\pi^{1/2} 2^{-3/2} a^{-1} [ \cos(2ay^{1/2}) -$ $- \sin(2ay^{1/2}) - e^{-2ay^{1/2}} ]$
(11)	$x^{\nu-1} \sin(a^2/x),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi a^\nu y^{-\nu/2}}{4 \sin(2^{-1}\nu\pi)} \times$ $\times [ J_\nu(2ay^{1/2}) - J_{-\nu}(2ay^{1/2}) +$ $+ I_{-\nu}(2ay^{1/2}) - I_\nu(2ay^{1/2}) ]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(12)	$x^{-1/2} \cos(a^2/x)$	$\pi^{1/2} 2^{-3/2} y^{-1/2} \{ \sin(2ay^{1/2}) + \cos(2ay^{1/2}) + e^{-2a^2 y^{1/2}} \}$
(13)	$x^{-3/2} \cos(a^2/x)$	$\pi^{1/2} 2^{-5/2} a^{-1} [ \cos(2ay^{1/2}) + \sin(2ay^{1/2}) - e^{-2a^2 y^{1/2}} ]$
(14)	$x^{\nu-1} \cos(a^2/x),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi a^{\nu} y^{-\nu/2}}{4 \cos(2-1\nu\pi)} \times$ $\times [ J_{\nu}(2ay^{1/2}) + J_{-\nu}(2ay^{1/2}) + I_{\nu}(2ay^{1/2}) - I_{-\nu}(2ay^{1/2}) ]$
(15)	$x^{-1/2} \sin(ax^{1/2}) \sin(bx^{1/2}),$ $a, b > 0$	$\pi^{1/2} y^{-1/2} \sin(2^{-1}aby^{-1}) \times$ $\times \cos[2^{-2}(a^2 + b^2)y^{-1} - \pi/4]$
(16)	$x^{-3/4} \sin(ax^{1/2}),$ $a > 0$	$-2^{-1/2} \pi a^{1/2} y^{-1/2} \sin\left(\frac{a^2}{8y} - \frac{3\pi}{8}\right) \times$ $\times J_{1/4}(2^{-3}a^2 y^{-1})$
(17)	$e^{-\alpha x^{1/2}} \sin(\alpha x^{1/2}),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$\pi^{1/2} 2^{-3/2} \alpha y^{-3/2} e^{-2^{-1}a^2 y^{-1}}$
(18)	$x^{-1/2} \cos(ax^{1/2})$	$(\pi, y)^{1/2} \cos(2^{-2}a^2 y^{-1} + \pi/4)$
(19)	$x^{-3/4} \cos(ax^{1/2}),$ $a > 0$	$-2^{-1/2} \pi a^{1/2} y^{-1/2} \sin\left(\frac{a^2}{8y} - \frac{\pi}{8}\right) \times$ $\times J_{-1/4}(2^{-3}a^2 y^{-1})$
(20)	$x^{-1/2} e^{-\beta x} \cos(ax^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$\pi^{1/2} (y^2 + \beta^2)^{-1/4} \times$ $\times \exp[-2^{-2}a^2 \beta (y^2 + \beta^2)^{-1}] \times$ $\times \sin\left[2^{-1} \operatorname{arctg} \frac{y}{\beta} - \frac{\pi^2 y}{4(y^2 + \beta^2)}\right]$
(21)	$x^{-1/2} \cos(ax^{1/2}) \cos(bx^{1/2}),$ $a, b > 0$	$\pi^{1/2} y^{-1/2} \cos(2^{-1}aby^{-1}) \times$ $\times \cos[2^{-2}(a^2 + b^2)y^{-1} + \pi/4]$
(22)	$x^{-1/2} [\cos(ax^{1/2}) + \sin(ax^{1/2})],$ $a > 0$	$(\pi/2)^{1/2} y^{-1/2} e^{-2^{-1}a^2 y^{-1}}$
(23)	$x^{-1/2} e^{-\alpha x^{1/2}} [\cos(\alpha x^{1/2}) + \sin(\alpha x^{1/2})],$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$(\pi/2)^{1/2} y^{-1/2} e^{-2^{-1}a^2 y^{-1}}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(24)	$x(b^2 + x^2)^{-2} \sin[a(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $a, b > 0$	$2^{-1}\pi a e^{-yb},$ $a < y < \infty$
(25)	$x(x^2 + a^2)^{-1} (x^2 + b^2)^{-1/2} \times$ $\times \sin[c(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $\text{Re } a > 0,$ $b, c > 0$	$(\pi/2)(b^2 - a^2)^{-1/2} e^{-ay} \times$ $\times \sin[c(b^2 - a^2)^{1/2}],$ $c < y < \infty$
(26)	$x^{-1/2} (x^2 + b^2)^{-1/2} \times$ $\times \sin[a(b^2 + x^2)^{1/2}],$ $a, b > 0$	$(\pi/2)^{3/2} y^{1/2} \times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}b[a - (a^2 - y^2)^{1/2}]\} \times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}b[a + (a^2 - y^2)^{1/2}]\},$ $0 < y < a$
(27)	$x(x^2 + a^2)^{-1} \cos[c(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $\text{Re } a > 0,$ $b, c > 0$	$(\pi/2) e^{-ay} \cos[c(b^2 - a^2)^{1/2}],$ $c < y < \infty$
(28)	$x^{-1/2} (b^2 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos[a(b^2 + x^2)^{1/2}],$ $a, b > 0$	$-(\pi/2)^{3/2} y^{1/2} \times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}b[a - (a^2 - y^2)^{1/2}]\} \times$ $\times Y_{-1/4}\{2^{-1}b[a + (a^2 - y^2)^{1/2}]\},$ $0 < y < a$
(29)	$x(x^2 + b^2)^{-3/2} \times$ $\times \cos[a(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $a, b > 0$	$2^{-1}\pi e^{-by},$ $a < y < \infty$
(30)	0, $0 < x < a$ $(x^2 + \gamma^2)^{-1} \sin[b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $a, b > 0,$ $\text{Re } \gamma > 0$	$2^{-1}\pi \gamma^{-1} e^{-b(a^2 + \gamma^2)^{1/2}} \text{sh}(\gamma y),$ $0 < y < b$
(31)	0, $0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{-2/4} \sin[b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $a, b > 0$	$(\pi/2)^{3/2} b^{1/2} \times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[y - (y^2 - b^2)^{1/2}]\} \times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[y + (y^2 - b^2)^{1/2}]\},$ $b < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(32)	$x^{-1/2}(a^2 - x^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos[\beta(a^2 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < a$ $0,$ $a < x < \infty$	$(\pi/2)^{3/2} y^{1/2} \times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[(\beta^2 + y^2)^{1/2} - \beta]\} \times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[(\beta^2 + y^2)^{1/2} + \beta]\}$
(33)	$0,$ $0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{-1/2} \cos[b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $b > 0$	$0,$ $0 < y < b$ $(\pi/2) J_0[a(y^2 - b^2)^{1/2}],$ $b < y < \infty$
(34)	$0,$ $0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{-3/4} \cos[b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $b > 0$	$(\pi/2)^{3/2} b^{1/2} \times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[y - (y^2 - b^2)^{1/2}]\} \times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[y + (y^2 - b^2)^{1/2}]\},$ $b < y < \infty$
(35)	$0,$ $0 < x < a$ $(x^2 + \gamma^2)^{-1} (x^2 - a^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos[b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $\text{Re } \gamma > 0,$ $b > 0$	$2^{-1}\pi\gamma^{-1} (\gamma^2 + a^2)^{-1/2} e^{-b(a^2 + \gamma^2)^{1/2}} \times$ $\times \text{sh}(\gamma y), 0 < y < b$
(36)	$\sin(\alpha \sin x),$ $0 < x < \pi$ $0,$ $\pi < x < \infty$	$\sin(\pi y) s_{0, y}(\alpha)$
(37)	$\cos(\alpha \sin x),$ $0 < x < \pi$ $0,$ $\pi < x < \infty$	$-y [1 - \cos(\pi y)] s_{-1, y}(\alpha)$

## 2.8. Обратные тригонометрические функции

(1)	$0,$ $0 < x < a$ $\frac{\cos \left[ n \arccos \left( \frac{2x - a - b}{b - a} \right) \right]}{(x - a)^{1/2} (b - x)^{1/2}},$ $a < x < b$ $0,$ $b < x < \infty$	$\pi \sin [2^{-1}(a + b)y - 2^{-1}n\pi] \times$ $\times J_n [2^{-1}(b - a)y]$
-----	--	--

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(2)	$(a^2x - x^3)^{-1/2} \times$ $\times \cos [2\nu \arccos (x/a)],$ $0 < x < a$ $0,$ $a < x < \infty$	$(\pi/2)^{3/2} y^{1/2} \times$ $\times J_{\nu+1/4} (2^{-1}ay) J_{-\nu+1/4} (2^{-1}ay)$
(3)	$(x^2 + a^2)^{-\nu/2} \sin [\nu \operatorname{arctg} (x/a)],$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1}\pi [\Gamma(\nu)]^{-1} y^{\nu-1} e^{-ay}$
(4)	$\operatorname{arctg} (\alpha x), \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1}\pi y^{-1} (1 - e^{-y/\alpha})$
(5)	$x^{\nu-1/2} (1+x^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times \sin [(\nu-1/2) \operatorname{arctg} x],$ $-\frac{3}{2} < \operatorname{Re} \nu < \frac{1}{2}$	$-\pi^{-1/2} \Gamma(\nu+1/2) y^{-\nu} \cos(\nu\pi) \times$ $\times \operatorname{sh}(y/2) K_{\nu}(y/2)$
(6)	$x^{\nu-1/2} (1+x^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times \cos [(\nu-1/2) \operatorname{arctg} x],$ $-\frac{3}{2} < \operatorname{Re} \nu < \frac{1}{2}$	$2^{-1}\pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) y^{-\nu} \times$ $\times [I_{-\nu}(y/2) \operatorname{ch}(y/2) -$ $- I_{\nu}(y/2) \operatorname{sh}(y/2)]$
(7)	$\operatorname{arctg} (2\alpha/x), \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi y^{-1} e^{-\alpha y} \operatorname{sh}(\alpha y)$
(8)	$\operatorname{arctg} [2ax/(x^2+b^2)]$	$\pi y^{-1} e^{-(a^2+b^2)/2y} \operatorname{sh}(\alpha y)$

## 2.9. Гиперболические функции

(1)	$\frac{1}{\operatorname{ch}(\alpha x)}, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$-2^{-1}\pi\alpha^{-1} \operatorname{th}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y) -$ $-2^{-1}i\alpha^{-1} [\psi(1/4 + 2^{-2}\alpha^{-1}iy) -$ $-\psi(1/4 - 2^{-2}\alpha^{-1}iy)]$
(2)	$\frac{1}{\operatorname{sh}(\alpha x)}, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1} \operatorname{th}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)$
(3)	$\operatorname{cth}(2^{-1}\alpha x) - 1, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi\alpha^{-1} \operatorname{cth}(\pi\alpha^{-1}y) - y^{-1}$
(4)	$1 - \operatorname{th}(2^{-1}\alpha x), \operatorname{Re} \alpha > 0$	$y^{-1} - \frac{\pi}{\alpha \operatorname{sh}(\pi\alpha^{-1}y)}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(5)	$\frac{\text{sh}(\alpha x)}{\text{sh}(\beta x)}, \quad  \text{Re } \alpha  < \text{Re } \beta$	$2^{-1}\pi\beta^{-1} \text{sh}(\pi\beta^{-1}y) [\text{ch}(\pi\beta^{-1}y) + \cos(\pi\beta^{-1}\alpha)]^{-1} + 2^{-1}i\beta^{-1} \{ \psi[2^{-1}(\alpha + \beta + iy)\beta^{-1}] - \psi[2^{-1}(\alpha + \beta - iy)\beta^{-1}] \}$
(6)	$\frac{\text{ch}(\alpha x)}{\text{ch}(\beta x)}, \quad  \text{Re } \alpha  < \text{Re } \beta$	$\frac{i}{4\beta} \left[ \psi\left(\frac{3\beta + \alpha + iy}{4\beta}\right) - \psi\left(\frac{3\beta + \alpha - iy}{4\beta}\right) + \psi\left(\frac{3\beta - \alpha + iy}{4\beta}\right) - \psi\left(\frac{3\beta - \alpha - iy}{4\beta}\right) - \frac{2\pi i \text{sh}(\beta^{-1}\pi y)}{\text{ch}(\beta^{-1}\pi y) + \cos(\beta^{-1}\pi\alpha)} \right]$
(7)	$\frac{\text{ch}(\alpha x)}{\text{sh}(\beta x)}, \quad  \text{Re } \alpha  < \text{Re } \beta$	$\frac{\pi}{2\beta} \left[ \frac{\text{sh}(\beta^{-1}\pi y)}{\text{ch}(\beta^{-1}\pi y) + \cos(\beta^{-1}\pi\alpha)} \right]$
(8)	$\frac{\text{sh}(\alpha x)}{\text{ch}(\beta x)}, \quad  \text{Re } \alpha  < \text{Re } \beta$	$\pi\beta^{-1} \sin(2^{-1}\pi\alpha\beta^{-1}) \times \text{sh}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y) \times [\text{ch}(\pi\beta^{-1}y) + \cos(\pi\alpha\beta^{-1})]^{-1}$
(9)	$\frac{\text{sh}(\alpha x)}{[\text{ch}(\beta x)]^2}, \quad  \text{Re } \alpha  < 2\text{Re } \beta$	$\pi\beta^{-2} [y \sin(2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha) \text{ch}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y) - \alpha \cos(2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha) \text{sh}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)] \times [\text{ch}(\pi\beta^{-1}y) - \cos(\pi\beta^{-1}\alpha)]^{-1}$
(10)	$\text{sh}(x/2) [\text{ch } x + \cos \alpha]^{-1}, \quad \text{Re } \alpha < \pi$	$\frac{\pi \text{sh}(\alpha y)}{2 \sin(\alpha/2) \text{ch}(\pi y)}$
(11)	$\text{sh}(\alpha x) [\text{ch}(\gamma x) + \cos \beta]^{-1}, \quad \pi \text{Re } \gamma >  \text{Re}(\gamma\beta) , \quad  \text{Re } \alpha  < \text{Re } \gamma$	$\frac{\pi}{\gamma \sin \beta} \{ \sin  \alpha\gamma^{-1}(\pi + \beta)  \times \text{sh}[\gamma^{-1}(\pi - \beta)y] - \sin  \alpha\gamma^{-1}(\pi - \beta)  \times \text{sh}[\gamma^{-1}(\pi + \beta)y] \} \times [\text{ch}(2\pi\gamma^{-1}y) - \cos(2\pi\gamma^{-1}\alpha)]^{-1}$
(12)	$\frac{x}{\text{sh } \alpha x}, \quad \text{Re } \alpha > 0$	$\frac{\pi^2 \text{sh}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}{4\alpha^2 \text{ch}^2(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}$
(13)	$\frac{1}{x \text{ch}(\alpha x)}, \quad \text{Re } \alpha > 0$	$\text{arctg} [\text{sh}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)]$
(14)	$\frac{x}{\text{ch}^2 x}$	$-\frac{d}{dy} \left[ \frac{\pi y}{2 \text{sh}(2^{-1}\pi y)} \right]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(15)	$\frac{1}{(1+x^2) \operatorname{sh}(\pi x)}$	$-2^{-1} y e^{-y} + (\operatorname{sh} y) \ln(1+e^{-y})$
(16)	$\frac{1}{(1+x^2) \operatorname{sh}(2^{-1}\pi x)}$	$e^y \operatorname{arctg}(e^{-y}) - e^{-y} \operatorname{arctg}(e^y)$
(17)	$\frac{1}{(x^2+m^2) \operatorname{sh}(\pi x)},$ $m=1, 2, 3, \dots$	$\frac{(-1)^m y z^m}{2m} + \frac{1}{2m} \sum_{n=1}^{m-1} \frac{(-1)^n z^n}{m-n} +$ $+ \frac{(-1)^m z^m}{2m} \ln(1+z) +$ $+ \frac{1}{2m!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} \left[ \frac{(1+z)^{m-1}}{z} \ln(1+z) \right],$ $z = e^{-y}$
Относительно подобных интегралов см. Титчмарш Е., 1948, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат.		
(18)	$\frac{1}{(x^2+\alpha^2) \operatorname{sh}(\pi x)},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \alpha \neq 0, 1, 2, \dots$	$-\frac{1}{2\alpha^2} - \frac{\pi}{2\alpha \sin(\pi\alpha) e^{\alpha y}} + 2^{-1}\alpha^{-2} \times$ $\times [{}_2F_1(1, -\alpha; 1-\alpha; -e^{-y}) +$ $+ {}_2F_1(1, \alpha; 1+\alpha; -e^{-y})] =$ $= -\frac{\pi}{2\alpha \sin(\pi\alpha) e^{\alpha y}} -$ $-\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n b_n e^{-ny}}{n^2 - \alpha^2},$ $b_0 = 1, b_n = 2 \quad (n \neq 0)$
(19)	$\frac{x}{(1+x^2) \operatorname{ch}(2^{-1}\pi x)}$	$\frac{\pi}{2^{1/2}} e^{-y} + \frac{\operatorname{sh} y}{2^{1/2}} \times$ $\times \ln \left( \frac{\operatorname{ch} y + 2^{-1/2}}{\operatorname{ch} y - 2^{-1/2}} \right) -$ $- 2^{1/2} (\operatorname{ch} y) \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{sh} y}{2^{1/2}} \right)$
(20)	$(1+x^2)^{-1} \operatorname{th}(2^{-1}\pi x)$	$y e^{-y} - (\operatorname{sh} y) \ln(1-e^{-y})$
(21)	$(1+x^2)^{-1} \operatorname{cth}(2^{-1}\pi x)$	$(\operatorname{sh} y) \ln(\operatorname{cth} 2^{-1} y)$
(22)	$\frac{x^{-1} \operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)},$ $ \operatorname{Re} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$\operatorname{arctg} [\operatorname{tg}(2^{-1}\pi\alpha\beta^{-1}) \operatorname{th}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)]$



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(23)	$\frac{\text{ch}(\alpha x)}{(x^2 + \beta^2) \text{sh}(\pi x)},$ $ \text{Re } \alpha  < \pi, \text{Re } \beta > 0$ $\beta \neq 1, 2, 3, \dots$	$-\frac{\pi}{2} \left[ \frac{e^{-\beta y} \cos(\alpha \beta)}{\beta \sin(\pi \beta)} \right] -$ $-\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \varepsilon_n e^{-ny} \cos(\alpha n)}{n^2 - \beta^2},$ $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_n = 2 \quad (n \neq 0)$
(24)	$\frac{\text{ch}(\alpha x)}{(1+x^2) \text{sh}(2^{-1}\pi x)},$ $ \text{Re } \alpha  < \pi/2$	$-2^{-1}\pi e^{-y} \cos \alpha +$ $+2^{-1} \sin \alpha \text{sh } y \ln \left( \frac{\text{ch } y + \sin \alpha}{\text{ch } y - \sin \alpha} \right) +$ $+ \cos \alpha \text{ch } y \text{arctg} \left( \frac{\cos \alpha}{\text{sh } y} \right)$
Относительно подобных интегралов см. Титчмарш Е., 1948, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат.		
(25)	$\frac{\text{ch}(\alpha x)}{(1+x^2) \text{sh}(\pi x)},$ $ \text{Re } \alpha  < \pi$	$-2^{-1}e^{-y} (y \cos \alpha + \alpha \sin \alpha) +$ $+2^{-1} \text{sh } y \cos \alpha \times$ $\times \ln(1 + 2e^{-y} \cos \alpha + e^{-2y}) +$ $+ \text{ch } y \sin \alpha \times$ $\times \text{arctg} [\sin \alpha (e^y + \cos \alpha)^{-1}]$
(26)	$\frac{\text{sh}(\alpha x)}{(x^2 + 1/4) \text{ch}(\pi x)},$ $ \text{Re } \alpha  < \pi$	$e^{-y/2} [y \sin(\alpha/2) - \alpha \cos(\alpha/2)] -$ $- \text{sh}(y/2) \sin(\alpha/2) \times$ $\times \ln(1 + 2e^{-y} \cos \alpha + e^{-2y}) +$ $+ \text{ch}(y/2) \cos(\alpha/2) \times$ $\times \text{arctg} [\sin \alpha (1 + e^{-y} \cos \alpha)^{-1}]$
(27)	$\frac{x \text{sh}(\alpha x)}{(1+x^2) \text{sh}(2^{-1}\pi x)},$ $\text{Re } \alpha  < \pi/2$	$2^{-1}\pi e^{-y} \sin \alpha +$ $+ \frac{1}{2} \cos \alpha \text{sh } y \ln \left( \frac{\text{ch } y + \sin \alpha}{\text{ch } y - \sin \alpha} \right) -$ $- \sin \alpha \text{ch } y \text{arctg} \left( \frac{\cos \alpha}{\text{sh } y} \right)$
Относительно подобных интегралов см. Титчмарш Е., 1948, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат.		
(28)	$\frac{e^{-\alpha x}}{\text{sh}(\beta x)},$ $ \text{Re } \beta  < \text{Re } \alpha$	$\frac{1}{2\beta i} \left[ \psi \left( \frac{\alpha + \beta + iy}{2\beta} \right) - \psi \left( \frac{\alpha + \beta - iy}{2\beta} \right) \right] =$ $= 2y \sum_{n=0}^{\infty} [(\alpha + \beta + 2n\beta)^2 + y^2]^{-1}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(29)	$\frac{1}{x \operatorname{sh} x}$	$2^{-1} \pi \operatorname{cth}(2^{-1} \pi y) - y^{-1}$
(30)	$e^{-\alpha x}  \operatorname{sh}(\beta x) ^{\nu}$ , $\operatorname{Re} \nu > -2, \operatorname{Re} \beta > 0$ $ \operatorname{Re}(\beta \nu)  < \operatorname{Re} \alpha$	$-i 2^{-\nu-2} \beta^{-1} \Gamma(\nu+1) \times$ $\times \{\Gamma[2^{-1} \beta^{-1}(\alpha - \nu \beta - iy)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1} \beta^{-1}(\alpha + \nu \beta - iy) + 1]^{-1} -$ $- \Gamma[2^{-1} \beta^{-1}(\alpha - \nu \beta + iy)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1} \beta^{-1}(\alpha + \nu \beta + iy) + 1]^{-1}\}$
(31)	$e^{-\alpha x} \operatorname{th}(bx^{1/2})$	См. Mordell L. J., 1920, Mess. of Math., 49, 65—72
(32)	$e^{\alpha x} \operatorname{cth}(bx^{1/2})$	См. Mordell L. J., 1920, Mess. of Math., 49, 65—72
(33)	$(e^{\beta x} - 1)^{-1} \operatorname{sh}(\alpha x)$ , $\operatorname{Re} \beta >  \operatorname{Re} \alpha $	$-2^{-1} y (y^2 + \alpha^2)^{-1} + 2^{-1} \pi \beta^{-1} \times$ $\times \operatorname{sh}(2\pi \beta^{-1} y) [\operatorname{ch}(2\pi \beta^{-1} y) -$ $- \cos(2\pi \alpha \beta^{-1})]^{-1} +$ $+ 2^{-1} i \beta^{-1} [\psi(\alpha \beta^{-1} + i \beta^{-1} y + 1) -$ $- \psi(\alpha \beta^{-1} - i \beta^{-1} y + 1)]$
(34)	$(e^{\beta x} - 1)^{-1} \operatorname{ch}(\alpha x)$ , $\operatorname{Re} \beta >  \operatorname{Re} \alpha $	$-2^{-1} y (y^2 + \alpha^2)^{-1} +$ $+ 2^{-1} \pi \beta^{-1} \operatorname{sh}(2\pi \beta^{-1} y) \times$ $\times [\operatorname{ch}(2\pi \beta^{-1} y) - \cos(2\pi \alpha \beta^{-1})]^{-1}$
(35)	$(e^{\beta x} + 1)^{-1} \operatorname{ch}(\alpha x)$ , $\operatorname{Re} \beta >  \operatorname{Re} \alpha $	$2^{-1} y (y^2 + \alpha^2)^{-1} - \pi \beta^{-1} \operatorname{sh}(\pi \beta^{-1} y) \times$ $\times \cos(\pi \alpha \beta^{-1}) [\operatorname{ch}(2\pi \beta^{-1} y) -$ $- \cos(2\pi \alpha \beta^{-1})]^{-1}$
(36)	$x^{-1} e^{-\beta x} \operatorname{sh}(\alpha x)$ , $\operatorname{Re} \beta >  \operatorname{Re} \alpha $	$2^{-1} \operatorname{arctg}[2\alpha y / (y^2 + \beta^2 - \alpha^2)^{-1}]$
(37)	$e^{-(4\beta^{-1} x^2)} \operatorname{sh}(\alpha x)$ , $\operatorname{Re} \beta > 0$	$\pi^{1/2} \beta^{1/2} e^{\beta(\alpha^2 - y^2)} \sin(2\alpha \beta y)$
(38)	$\frac{e^{-i\pi \alpha x^2}}{\operatorname{sh}(\pi x)}, a > 0$	$1/2 - e^{-y+i\pi a} + e^{-2y+i\pi a} -$ $- e^{-3y+i\pi a} + \dots$ $\dots - \frac{1}{a^{1/2}} \exp\left[i\left(\frac{\pi}{4} + \frac{y^2}{4\pi a}\right)\right] \times$ $\times [e^{-a^{-1}(y/2+i\pi/4)} +$ $+ e^{-a^{-1}(3y/2+9i\pi/4)} + \dots]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(39)	$x^{-1} e^{-x^2} \operatorname{sh}(x^2)$	$2^{-2} \pi \operatorname{Erfc}(2^{-3/2} y)$
(40)	$\operatorname{sh} x \ln(1 - e^{-2x})$	$(1 + y^2)^{-1} [2y(1 + y^2)^{-1} - 2^{-1} \pi \operatorname{th}(2^{-1} \pi y)]$
(41)	$\frac{\cos(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)},  \operatorname{Im} \alpha  < \operatorname{Re} \beta$	$2^{-1} \pi \beta^{-1} \operatorname{sh}(\pi \beta^{-1} y) \times$ $\times [\operatorname{ch}(\pi \beta^{-1} y) + \operatorname{ch}(\pi \alpha \beta^{-1})]^{-1}$
(42)	$\sin(\pi x^2) \operatorname{cth}(\pi x)$	$2^{-1} \operatorname{th}(y/2) \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{y^2}{4\pi}\right)$
(43)	$\cos(\pi x^2) \operatorname{cth}(\pi x)$	$2^{-1} \operatorname{th}(y/2) \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{y^2}{4\pi}\right)\right]$
(44)	$\frac{\sin(\pi^{-1} a^2 x^2)}{\operatorname{sh}(ax)}, a > 0$	$\frac{\pi \sin(2^{-2} \pi a^{-2} y^2)}{2a \operatorname{sh}(2^{-1} \pi a^{-1} y)}$
(45)	$\frac{\cos(\pi^{-1} a^2 x^2)}{\operatorname{sh}(ax)}, a > 0$	$\frac{\pi [\operatorname{ch}(2^{-1} \pi a^{-1} y) - \cos(2^{-2} \pi a^{-2} y^2)]}{2a \operatorname{sh}(2^{-1} \pi a^{-1} y)}$
(46)	$\frac{\cos(\alpha x)}{x \operatorname{ch}(\beta x)}, \operatorname{Re} \beta >  \operatorname{Im} \alpha $	$\operatorname{arctg} \left[ \frac{\operatorname{sh}(2^{-1} \pi \beta^{-1} y)}{\operatorname{ch}(2^{-1} \pi \beta^{-1} \alpha)} \right]$
(47)	$[\operatorname{sh}(x/2)]^{-1/2} \sin[2a \operatorname{sh}(x/2)],$ $a > 0$	$-i(\pi a)^{1/2} [I_{1/4} - iy(a) K_{1/4} + iy(a) -$ $- I_{1/4} + iy(a) K_{1/4} - iy(a)]$
(48)	$[\operatorname{sh}(x/2)]^{-1/2} \cos[2a \operatorname{sh}(x/2)],$ $a > 0$	$-i(\pi a)^{1/2} [I_{-1/4} - iy(a) \times$ $\times K_{-1/4} + iy(a) -$ $- I_{-1/4} + iy(a) K_{-1/4} - iy(a)]$
(49)	$\frac{\operatorname{sh}[2^{-1} \pi (x/2)^{1/2}]}{\operatorname{ch}[\pi (x/2)^{1/2}] + \cos[\pi (x/2)^{1/2}]} \times$ $\times \sin[2^{-1} \pi (x/2)^{1/2}]$	$\left[ \frac{\partial \theta_1(z, q)}{\partial z} \right]_{z=0}, q = e^{-4v}$
Относительно подобных интегралов см. Glaisher J. W. L., 1871, Quart. J. Math. Oxford, Series 11, 328—343.		
(50)	$\operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{ch} \alpha}{\operatorname{sh} x} \right),$ $ \operatorname{Im} \alpha  < \pi/2$	$-\frac{\pi \operatorname{ch}(\alpha y)}{2y \operatorname{ch}(2^{-1} \pi y)}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(51)	$(x^2 + a^2)^{-1/2} \operatorname{arsh}(x/a),$ $\operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1} \pi K_0(ay)$
(52)	$\exp[-2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1} a^{-1} x)] \times$ $\times [x(x^2 + 4a^2)]^{-1/2}, \operatorname{Re} \nu > -3/4$	$(2^{-1} \pi y)^{1/2} \sin(\nu \pi + 2^{-2} \pi) \times$ $\times \{I_{\nu+1/4}(ay) K_{\nu-1/4}(ay) -$ $- I_{\nu-1/4}(ay) K_{\nu+1/4}(ay)\}$

## 2.10. Ортогональные многочлены

(1)	$P_n(1 - 2x^2),$ 0, $0 < x < 1$ $1 < x < \infty$	$2^{-1} \pi [J_{n+1/2}(y/2)]^2$
(2)	$(a^2 - x^2)^{-1/2} T_{2n+1}(x/a),$ 0, $0 < x < a$ $a < x < \infty$	$(-1)^n 2^{-1} \pi J_{2n+1}(ay)$
(3)	$(1 - x^2)^{\nu-1/2} C_{2n+1}^{\nu}(x),$ 0, $0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$(-1)^n \pi \frac{\Gamma(2n+2\nu+1) J_{2n+\nu+1}(\nu y)}{(2n+1)! \Gamma(\nu) (2y)^{\nu}}$
(4)	$(1 - x^2)^{\nu} P_{2n+1}^{(\nu, \nu)}(x),$ 0, $0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$(-1)^n \pi^{1/2} \Gamma(2n+\nu+2) \times$ $\times \frac{J_{2n+\nu+3/2}(y)}{2^{1/2-\nu} (2n+1)! y^{\nu+1/2}}$
(5)	$[(1-x)^{\nu} (1+x)^{\mu} -$ $- (1+x)^{\nu} (1-x)^{\mu}] \times$ $\times P_{2n}^{(\nu, \mu)}(x),$ 0, $0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re} \mu > -1$	$(-1)^{n+1} 2^{2n+\nu+\mu} [(2n)!]^{-1} \times$ $\times B(2n+\nu+1, 2n+\mu+1) \times$ $\times y^{2n} e^{iy} [{}_1F_1(2n+\mu+1;$ $4n+\nu+\mu+2; -2iy) -$ $- {}_1F_1(2n+\nu+1;$ $4n+\nu+\mu+2; -2iy)]$
(6)	$[(1-x)^{\nu} (1+x)^{\mu} + (1+x)^{\nu} \times$ $\times (1-x)^{\mu}] P_{2n}^{(\nu, \mu)}(x),$ 0, $0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re} \mu > -1$	$(-1)^{n+1} 2^{2n+\nu+\mu+1} \times$ $\times [(2n+1)!]^{-1} \times$ $\times B(2n+\nu+2, 2n+\mu+2) \times$ $\times y^{2n+1} e^{iy} [{}_1F_1(2n+\nu+2;$ $4n+\nu+\mu+4; -2iy) +$ $+ {}_1F_1(2n+\mu+2;$ $4n+\nu+\mu+4; -2iy)]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(7)	$e^{-2^{-1}x^2} \text{He}_{2n+1}(2^{1/2}x)$	$(-1)^n 2^{-1/2} \pi^{1/2} e^{-2^{-1}y^2} \times$ $\times \text{He}_{2n+1}(2^{1/2}y)$
(8)	$e^{-2^{-1}x^2 a^2} \text{He}_{2n+1}(ax),$ $ \arg a  < \pi/4$	$(-1)^n (\pi/2)^{1/2} a^{-2n-2} y^{2n+1} \times$ $\times e^{-2^{-1}a^{-2}y^2}$
(9)	$e^{-2^{-1}a^{-1}x^2} \times$ $\times \text{He}_{2n+1}[\alpha a^{-1/2}(1-\alpha)^{-1/2}],$ $\text{Re } \alpha > 0, \alpha \neq 1$	$(-1)^n 2^{-1/2} \pi^{1/2} \alpha^{n+1} \times$ $\times (1-\alpha)^{-n-1/2} e^{-2^{-1}ay^2} \times$ $\times \text{He}_{2n+1}(y)$
(10)	$e^{-2^{-1}x^2} \text{He}_n(x) \text{He}_{n+2m+1}(x)$	$(-1)^m 2^{-1/2} \pi^{1/2} n! y^{2m} \times$ $\times e^{-2^{-1}y^2} L_n^{2m+1}(y^2)$
(11)	$e^{-\alpha x} x^{\nu-2n-1} L_{2n}^{\nu-1-2n}(ax),$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \nu > 2n$	$(-1)^n i \Gamma(\nu) [2(2n)!]^{-1} \times$ $\times y^{2n} [(\alpha - iy)^{-\nu} - (\alpha + iy)^{-\nu}]$
(12)	$e^{-\alpha x} x^{\nu-2n-2} L_{2n+1}^{\nu-2n-2}(ax),$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \nu > 2n+1$	$(-1)^{n+1} \Gamma(\nu) [2(2n+1)!]^{-1} \times$ $\times y^{2n+1} [(\alpha + iy)^{-\nu} + (\alpha - iy)^{-\nu}]$
(13)	$e^{-2^{-1}x^2} L_n(x^2)$	$(-1)^n 2^{-1} i n! (2\pi)^{-1/2} [D_{-n-1}^2(iy) -$ $- D_{-n-1}^2(-iy)]$
(14)	$x^{2n+1} e^{-2^{-1}x^2} L_n^{n+1/2}(2^{-1}x^2)$	$(\pi/2)^{1/2} y^{2n+1} e^{-2^{-1}y^2} \times$ $\times L_n^{n+1/2}(2^{-1}y^2)$
(15)	$x^{2m} e^{-2^{-1}x^2} L_n^{2m+1}(x^2)$	$(\pi/2)^{1/2} (-1)^m (n!)^{-1} e^{-2^{-1}y^2} \times$ $\times \text{He}_n(y) \text{He}_{n+2m+1}(y)$

## 2.11. Гамма-функция (включая неполную гамма-функцию) и связанные с ней функции; функции Лежандра

(1)	$[\psi(a+ix) - \psi(a-ix)],$ $a > 0$	$i\pi e^{-a} (1 - e^{-y})^{-1}$
(2)	$e^{-a^2 x^2} \text{Erf}(iax)$	$2^{-1} i \pi^{1/2} a^{-1} e^{-2^{-2}a^{-2}y^2}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(3)	$x^{-1/2} \operatorname{Erf}(ax^{1/2}), a > 0$	$\frac{1}{2(2\pi y)^{1/2}} \left\{ \ln \left[ \frac{y + a(2y)^{1/2} + a^2}{y - a(2y)^{1/2} + a^2} \right] + 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{a(2y)^{1/2}}{y - a^2} \right] \right\}$
(4)	$\operatorname{Erfc}(ax), a > 0$	$y^{-1} (1 - e^{-2^{-2} a^2 y^2})$
(5)	$e^{x^2} \operatorname{Erfc}(2^{-1/2} x)$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} e^{2^{-1} y^2} \operatorname{Erfc}(2^{-1/2} y)$
(6)	$ e^{-bx} \operatorname{Erfc}(ab - 2^{-1} a^{-1} x) - e^{bx} \operatorname{Erfc}(ab + 2^{-1} a^{-1} x) ,$ $a, b > 0$	$2e^{-a^2 b^2 y} (y^2 + b^2)^{-1} e^{-a^2 y^2}$
(7)	$\operatorname{si}(ax), a > 0$	$0, \quad 0 < y < a$ $-2^{-1} \pi y^{-1}, \quad a < y < \infty$
(8)	$(x^2 + a^2)^{-1} \operatorname{si}(bx), a, b > 0$	$2^{-1} \pi a^{-1} \operatorname{Ei}(-ab) \operatorname{sh}(ay), \quad 0 < y < b$ $2^{-2} \pi a^{-1} e^{-a^2}  \operatorname{Ei}(-ay) + \operatorname{Ei}(ay) - \operatorname{Ei}(-ab) - \operatorname{Ei}(ab)  +$ $+ 2^{-1} \pi a^{-1} \operatorname{Ei}(-ay) \operatorname{sh}(ay), \quad b < y < \infty$
(9)	$\operatorname{si}(2^{-2} ax^{-1})$	$-2^{-1} \pi y^{-1} J_0[(ay)^{1/2}]$
(10)	$(1 - 2b \cos x + b^2)^{-1} \operatorname{si}(ax),$ $a > 0, 0 < b < 1$	$-\frac{\pi(b^m + b^{m+1})}{4y(1-b)(1-b^2)}, \quad y = a - m$ $-\frac{\pi(2 + 2b - b^m - b^{m+1})}{4y(1-b)(1-b^2)},$ $y = a + m$ $-\frac{\pi b^{m+1}}{2y(1-b)(1-b^2)},$ $a - m - 1 < y < a - m$ $-\frac{\pi(1 + b - b^{m+1})}{2y(1-b)(1-b^2)},$ $a + m < y < a + m + 1$ $m = 0, 1, 2, \dots$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\omega} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(11)	$\text{Si}(bx),$ $0,$ $0 < x < a$ $a < x < \infty$ $b > 0$	$2^{-1}y^{-1} \{ \text{Si}(ay + ab) -$ $- \text{Si}(ay - ab) - 2 \cos(ay) \text{Si}(ab) \}$
(12)	$x^{-1} \text{Si}(ax),$ $a > 0$	$2^{-1}L_2(ay^{-1}) - 2^{-1}L_2(-ay^{-1})$
(13)	$(x^2 + b^2)^{-1} \text{Si}(ax),$ $a, b > 0$	$2^{-2}\pi b^{-1} \{ e^{-by} [\bar{\text{Ei}}(by) -$ $- \text{Ei}(-ab)] +$ $+ e^{by} [\text{Ei}(-ab) - \text{Ei}(-by)] \},$ $0 < y < a$ $2^{-2}\pi b^{-1} e^{-by} [\bar{\text{Ei}}(ab) - \text{Ei}(-ab)],$ $a < y < \infty$
(14)	$\text{ci}(ax),$ $a > 0$	$-2^{-1}y^{-1} \ln   a^{-2}y^2 - 1  $
(15)	$(x^2 + a^2)^{-1} \text{ci}(bx),$ $a, b > 0$	$2^{-1}\pi \text{sh}(ay) \text{Ei}(-ab),$ $0 < y < b$ $2^{-1}\pi \text{sh}(ay) \text{Ei}(-ay) +$ $+ 2^{-2}\pi e^{-ay} [\text{Ei}(-ay) + \bar{\text{Ei}}(ay) -$ $- \text{Ei}(-ab) - \bar{\text{Ei}}(ab)],$ $b < y < \infty$
(16)	$e^{-ax} \text{ci}(bx),$ $\text{Re } \alpha > 0, b > 0$	$\frac{1}{2(\alpha^2 + y^2)} \left\{ \alpha \text{arctg} \left( \frac{2ay}{\alpha^2 + b^2 - y^2} \right) - \right.$ $\left. - y \ln \frac{[(\alpha^2 + b^2 - y^2)^2 + 4\alpha^2 y^2]^{1/2}}{b^2} \right\}$
(17)	$\text{Ci}(bx),$ $0,$ $0 < x < a$ $a < x < \infty$ $b > 0$	$2^{-1}y^{-1} \{ -2 \cos(ay) \text{Ci}(ab) +$ $+ \text{Ci}(ay + ab) +$ $+ \text{Ci}( ay - ab ) +$ $+ \ln [b^2  y^2 - b^2 ^{-1}] \}$
(18)	$\text{Ei}(-ax),$ $a > 0$	$-2^{-1}y^{-1} \ln (1 + a^{-2}y^2)$
(19)	$e^{-\beta x} \text{Ei}(-ax),$ $a > 0, a + \text{Re } \beta > 0$	$\frac{1}{y^2 + \beta^2} \left\{ 2^{-1}y \ln \frac{a^2}{(a + \beta)^2 + y^2} + \right.$ $\left. + \beta \text{arctg} [y(a + \beta)^{-1}] \right\}$
(20)	$\text{li}(e^{-ax}),$ $a > 0$	$-2^{-1}y^{-1} \ln (1 + y^2 a^{-2})$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(21)	$x^{-1/2} S(x)$	$\pi^{1/2} 2^{-3/2} y^{-1/2}, \quad 0 < y < 1$ $0, \quad 1 < y < \infty$
(22)	$(x^2 + 2)^{-1/2} P_{\nu}^{-1}(x^2 + 1),$ $-2 < \operatorname{Re} \nu < 1$	$2^{-1/2} \pi^{-1} \sin(\nu\pi) y K_{\nu+1/2}^2(2^{-1/2}y)$
(23)	$(x^2 + 2)^{-1/2} Q_{\nu}^1(x^2 + 1),$ $\operatorname{Re} \nu > -3/2$	$-2^{-3/2} \pi y K_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y) \times$ $\times I_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y)$
(24)	$0, \quad 0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{\nu/2 - 1/4} P_0^{1/2 - \nu}(a/x),$ $a < x < \infty$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$y^{-\nu - 1/2} \cos(ay - 2^{-1}\nu\pi + \pi/4)$

2.12. Функции Бесселя аргумента  $kx$ 

(1)	$J_0(ax), \quad a > 0$	$0, \quad 0 < y < a$ $(y^2 - a^2)^{-1/2}, \quad a < y < \infty$
(2)	$J_{2n+1}(ax), \quad a > 0$	$(-1)^n (a^2 - y^2)^{-1/2} T_{2n+1}(y/a),$ $0 < y < a$ $0, \quad a < y < \infty$
(3)	$J_{\nu}(ax), \quad \operatorname{Re} \nu > -2, \quad a > 0$	$(a^2 - y^2)^{-1/2} \sin[\nu \arcsin(y/a)],$ $0 < y < a$ $\frac{a^{\nu} \cos(2^{-1}\nu\pi)}{(y^2 - a^2)^{1/2} [y + (y^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu}},$ $a < y < \infty$
(4)	$x^{-1} J_0(ax), \quad a > 0$	$\arcsin(y/a), \quad 0 < y < a$ $\pi/2, \quad a < y < \infty$
(5)	$x^{-1} J_{\nu}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \quad a > 0$	$\nu^{-1} \sin[\nu \arcsin(y/a)],$ $0 < y < a$ $\frac{a^{\nu} \sin(2^{-1}\nu\pi)}{\nu [y + (y^2 - a^2)^{1/2}]^{\nu}},$ $a < y < \infty$



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(6)	$x^{-2} J_{\nu}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, a > 0$	$\frac{(a^2 - y^2)^{1/2} \sin[\nu \arcsin(y/a)]}{\nu^2 - 1} -$ $\frac{y \cos[\nu \arcsin(y/a)]}{\nu(\nu^2 - 1)},$ $0 < y < a$ $- \frac{a^{\nu} \cos(2^{-1} \nu \pi) \{y + \nu (y^2 - a^2)^{1/2}\}}{\nu(\nu^2 - 1)  y + (y^2 - a^2)^{1/2} ^{\nu}},$ $a < y < \infty$
(7)	$x^{-1/2} J_{2n+3/2}(ax),$ $a > 0$	$(-1)^n \pi^{1/2} (2y)^{-1/2} P_{2n+1}(y/a),$ $0 < y < a$ $0,$ $a < y < \infty$
(8)	$x^{\nu} J_{\nu}(ax),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 1/2, a > 0$	$0, \quad 0 < y < a$ $\pi^{1/2} 2^{\nu} a^{\nu} [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times (y^2 - a^2)^{-\nu - 1/2},$ $a < y < \infty$
(9)	$x^{-\nu} J_{\nu+1}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a > 0$	$\pi^{1/2} 2^{-\nu} a^{-\nu-1} [\Gamma(\nu + 1/2)]^{-1} \times$ $\times y (a^2 - y^2)^{\nu - 1/2},$ $0 < y < a$ $0,$ $a < y < \infty$
(10)	$x^{-\nu} J_{2n+\nu+1}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a > 0$	$(-1)^n 2^{\nu-1} a^{-\nu} (2n+1)! \Gamma(\nu) \times$ $\times [\Gamma(2n+2\nu+1)]^{-1} \times$ $\times (a^2 - y^2)^{\nu - 1/2} C_{2n+1}^{\nu}(y/a),$ $0 < y < a$ $0,$ $y > a$
(11)	$x^{2\mu-1} J_{2\nu}(ax),$ $-\operatorname{Re} \nu - 1/2 < \operatorname{Re} \mu < 3/4,$ $a > 0$	$4\mu a^{-2\mu-1} y \Gamma(1/2 + \nu + \mu) \times$ $\times [\Gamma(1/2 + \nu - \mu)]^{-1} \times$ $\times {}_2F_1(1/2 + \mu + \nu, 1/2 + \mu - \nu;$ $3/2; a^{-2} y^2),$ $0 < y < a$ $(a/2)^{2\nu} y^{-2\nu-2\mu} \Gamma(2\nu + 2\mu) \times$ $\times [\Gamma(2\nu + 1)]^{-1} \sin(\pi\nu + \pi\mu) \times$ $\times {}_2F_1(1/2 + \nu + \mu, \nu + \mu; 2\nu + 1;$ $a^2 y^{-2}), a < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) \cdot dx, y > 0$
(12)	$(x^2 + \beta^2)^{-1} J_0(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\beta^{-1} \operatorname{sh}(\beta y) K_0(a\beta), \quad 0 < y < a$
(13)	$x(x^2 + \beta^2)^{-1} J_0(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} \pi e^{-\beta y} I_0(a\beta), \quad a < y < \infty$
(14)	$x^{1/2} (x^2 + \beta^2)^{-1} J_{2n+1/2}(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$ $n = 0, 1, 2, \dots$	$(-1)^n \operatorname{sh}(\beta y) K_{2n+1/2}(a\beta),$ $0 < y < a$
(15)	$x^\nu (x^2 + \beta^2)^{-1} J_\nu(ax),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 5/2$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\beta^{\nu-1} \operatorname{sh}(\beta y) K_\nu(a\beta),$ $0 < y < a$
(16)	$x^{1-\nu} (x^2 + \beta^2)^{-1} J_\nu(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -3/2$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} \pi \beta^{-\nu} e^{-\beta y} I_\nu(a\beta), \quad a < y < \infty$
(17)	$x^{-1} e^{-\alpha x} J_0(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$\arcsin\left(\frac{2y}{r_1+r_2}\right),$ $r_1^2 = \alpha^2 + (y + \beta)^2$ $r_2^2 = \alpha^2 + (y - \beta)^2$
(18)	$x^{\nu-1} e^{-\alpha x} J_\nu(\beta x),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$\frac{\beta^{\nu-1} (2\nu+1) \nu}{2^{\nu+1} \Gamma(\nu+1)} \times$ $\times \int_{-1}^1 (\alpha^2 + \beta^2 + 2iat\nu - t^2 y^2)^{-\nu-1/2} dt$
(19)	$x^\nu \cos(x) J_\nu(x),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 1/2$	$\pi^{1/2} 2^{\nu-1}  \Gamma(1/2 - \nu) ^{-1} \times$ $\times (y^2 + 2y)^{-\nu-1/2},$ $0 < y < 2$ $\pi^{1/2} 2^{\nu-1}  \Gamma(1/2 - \nu) ^{-1} \times$ $\times [(y^2 + 2y)^{-\nu-1/2} +$ $+ (y^2 - 2y)^{-\nu-1/2}],$ $2 < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(20)	$x^{-\nu} \cos(x) J_{\nu+1}(x),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-\nu-1} \pi^{1/2} [\Gamma(\nu + 1/2)]^{-1} \times$ $\times (y-1)(2y-y^2)^{\nu-1/2},$ $0 < y < 2$ 0, $2 < y < \infty$
(21)	$x^{-\nu} \sin(x) J_{\nu}(x),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{1/2} 2^{-\nu-1} [\Gamma(\nu + 1/2)]^{-1} \times$ $\times (2y-y^2)^{\nu-1/2},$ $0 < y < 2$ 0, $2 < y < \infty$
(22)	$[x^{-1} J_1(ax)]^2, \quad a > 0$	$y, 2 - (4a^2 3\pi) \times$ $\times \{ (1 + 2^{-2} a^{-2} y^2) E(2^{-1} a^{-1} y) +$ $+ (1 - 2^{-2} a^{-2} y^2) K(2^{-1} a^{-1} y) \},$ $0 < y \leq 2a$
(23)	$J_{n+1/2}(ax) J_{n+1/2}(bx),$ $a, b > 0$	$2^{-1} a^{-1/2} b^{-1/2} P_n \left( \frac{a^2 + b^2 - y^2}{2ab} \right),$ $0 < y < a + b$ 0, $a + b < y < \infty$
(24)	$x^{1/2} [J_{1/4}(ax)]^2, \quad a > 0$	$(2/\pi)^{1/2} y^{-1/2} (4a^2 - y^2)^{-1/2},$ $0 < y < 2a$ 0, $2a < y < \infty$
(25)	$x^{1/2} J_{\nu+1/4}(ax) J_{-\nu+1/4}(ax),$ $a > 0$	$\{  (2a+y)^{1/2} + i(2a-y)^{1/2}  ^{4\nu} +$ $+  (2a+y)^{1/2} -$ $- i(2a-y)^{1/2}  ^{4\nu} \} \times$ $\times (4a)^{-2\nu} \pi^{-1/2} (8a^2 y - 2y^3)^{-1/2},$ $0 < y < 2a$ 0, $2a < y < \infty$
(26)	$x^{1/2} J_{\nu+1/4}(ax) J_{-\nu+1/4}(ax),$ $a > 0$	$(2/\pi)^{1/2} y^{-1/2} (4a^2 - y^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos [2\nu \arccos(2^{-1} a^{-1} y)],$ $0 < y < 2a$ 0, $2a < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(27)	$J_\nu(ax) J_\nu(bx),$ $0 < a < b, \operatorname{Re} \nu > -1$	$0, \quad 0 < y < b - a$ $2^{-1} a^{-1/2} b^{-1/2} P_{\nu-1/2}(A),$ $b - a < y < b + a$ $\pi^{-1} a^{-1/2} b^{-1/2} \times$ $\times \cos(\nu\pi) Q_{\nu-1/2}(-A),$ $b + a < y < \infty$ $A = (b^2 + a^2 - y^2)/(2ab)$
(28)	$x^\nu {}^\mu J_\mu(ax) J_\nu(bx),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} \mu + 1$ $0 < a < b$	$0, \quad 0 < y < b - a$
(29)	$x^{\nu-\mu-2} {}^\mu J_\mu(ax) J_\nu(bx),$ $0 < \operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} \mu + 3$ $0 < a < b$	$2^{\nu-\mu-1} a^\mu b^{-\nu} [\Gamma(\mu+1)]^{-1} \Gamma(\nu) y,$ $0 < y < b - a$
(30)	$x^\lambda J_\mu(ax) J_\nu(bx)$	См. Bailey W. N., 1936, Proc. London Math. Soc. (2), 40, 37-48
(31)	$Y_0(ax), \quad a > 0$	$2\pi^{-1} (a^2 - y^2)^{-1/2} \arcsin(y/a),$ $0 < y < a$ $2\pi^{-1} (y^2 - a^2)^{-1/2} \times$ $\times \ln [a^{-1}y - (a^{-2}y^2 - 1)^{1/2}],$ $a < y < \infty$
(32)	$Y_1(ax), \quad a > 0$	$0, \quad 0 < y < a$ $-ya^{-1} (y^2 - a^2)^{-1/2}, a < y < \infty$
(33)	$Y_\nu(ax), \quad a > 0$ $-2 < \operatorname{Re} \nu < 2$	$\operatorname{ctg}(2^{-1}\nu\pi) (a^2 - y^2)^{-1/2} \times$ $\times \sin[\nu \arcsin(y/a)],$ $0 < y < a,$ $\frac{1}{2(y^2 - a^2)^{1/2} \sin(2^{-1}\nu\pi)} \times$ $\times \{a^{-\nu} \cos(\nu\pi) \times$ $\times [y - (y^2 - a^2)^{1/2}]^\nu -$ $- a^\nu [y - (y^2 - a^2)^{1/2}]^{-\nu}\},$ $a < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(34)	$x^{-1} Y_0(ax), \quad a > 0$	0, $0 < y < a$ $\ln  a^{-1}y - (a^{-2}y^2 - 1)^{1/2} ,$ $a < y < \infty$
(35)	$x^{-1} Y_\nu(ax),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1, a > 0$	$-\nu^{-1} \operatorname{tg}(2^{-1}\nu\pi) \times$ $\times \sin\{\nu \arcsin(a^{-1}y)\},$ $0 < y < a$ $\frac{a^{-\nu} \cos \nu\pi  y - (y^2 - a^2)^{1/2} ^\nu}{2\nu \cos(\nu\pi/2)} -$ $\frac{a^\nu  y - (y^2 - a^2)^{1/2} ^{-\nu}}{2\nu \cos(\nu\pi/2)},$ $a < y < \infty$
(36)	$x^\nu Y_{\nu-1}(ax),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2, a > 0$	0, $0 < y < a$ $\frac{\pi^{1/2} 2^\nu a^{\nu-1}}{\Gamma(1/2 - \nu)} y (y^2 - a^2)^{\nu-1/2},$ $a < y < \infty$
(37)	$x^\nu \sin(ax) Y_\nu(ax),$ $-\frac{3}{2} < \operatorname{Re} \nu < \frac{1}{2}, a > 0$	$2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^\nu [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times (y^2 + 2ay)^{-\nu-1/2}, 0 < y < 2a$ $2^{\nu-1} \pi^{1/2} a^\nu [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times [(y^2 + 2ay)^{-\nu-1/2} -$ $-(y^2 - 2ay)^{-\nu-1/2}],$ $2a < y < \infty$
(38)	$J_\nu(ax) \cos(ax - \nu\pi/2) +$ $+ Y_\nu(ax) \sin(ax - \nu\pi/2),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 2, a > 0$	$2^{-\nu-1} a^{-\nu} y^{1/2} (y+2a)^{-1/2} \times$ $\times \{[(y+2a)^{1/2} + y^{1/2}]^{2\nu} +$ $+ [(y+2a)^{1/2} - y^{1/2}]^{2\nu}\}$
(39)	$J_\nu(ax) \cos(2^{-1}\nu\pi) -$ $- Y_\nu(ax) \sin(2^{-1}\nu\pi),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 2$	0, $0 < y < a$ $2^{-1} a^{-\nu} (y^2 - a^2)^{-1/2} \times$ $\times \{[y + (y^2 - a^2)^{1/2}]^\nu +$ $+ [y - (y^2 - a^2)^{1/2}]^\nu\},$ $a < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(40)	$x^\nu [J_\nu(ax) \cos(ax) + Y_\nu(ax) \sin(ax)],$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 1/2$	$\frac{\pi^{1/2} (2a)^\nu}{\Gamma(1/2 - \nu)} (y^2 + 2ay)^{-\nu - 1/2}$
(41)	$x^\nu [J_\nu(ax) \cos(ax) - Y_\nu(ax) \sin(ax)],$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 1/2$	$0, \quad 0 < y < 2a$ $\frac{2^\nu \pi^{1/2} a^\nu}{\Gamma(1/2 - \nu)} (y^2 - 2ay)^{-\nu - 1/2},$ $2a < y < \infty$
(42)	$x^{1/2} (x^2 + \beta^2)^{-1} \times$ $\times \{J_\mu(ax) \cos[2^{-1}(1/2 - \mu)\pi] +$ $+ Y_\mu(ax) \sin[2^{-1}(1/2 - \mu)\pi]\},$ $ \operatorname{Re} \mu  < 5/2$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\beta^{-1/2} \operatorname{sh}(\beta y) K_\mu(a\beta),$ $0 < y < a$
(43)	$x^{1/2} J_{1/4}(2^{-1}ax) Y_{1/4}(2^{-1}ax)$	$0, \quad 0 < y < a$ $-(2^{-1}\pi y)^{-1/2} (y^2 - a^2)^{-1/2},$ $y > a$
(44)	$e^{-2^{-1}\alpha x} I_0(2^{-1}\alpha x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(2y)^{-1/2} (y^2 + \alpha^2)^{-1/2} \times$ $\times [y + (y^2 + \alpha^2)^{1/2}]^{1/2}$
(45)	$x^{-1} \sin(ax) I_1(bx) / I_2(cx)$	Относительно этого и подобных интегралов см. Timpe A., 1912, Math. Ann. 71, 480—509
(46)	$K_0(ax),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(y^2 + \alpha^2)^{-1/2} \times$ $\times \ln[(y/\alpha) + (1 + y^2/\alpha^2)^{1/2}]$
(47)	$xK_0(ax),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1}\pi y (\alpha^2 + y^2)^{-3/2}$
(48)	$K_\nu(ax),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 2, \nu \neq 0, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\alpha^{-\nu} \pi}{4 \sin(2^{-1}\nu\pi) (\alpha^2 + y^2)^{1/2}} \times$ $\times \{[(y^2 + \alpha^2)^{1/2} + y]^\nu -$ $- [(y^2 + \alpha^2)^{1/2} - y]^\nu\}$
(49)	$x^{1+\nu} K_\nu(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -3/2$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi^{1/2} (2a)^\nu \Gamma(3/2 + \nu) \times$ $\times y (y^2 + \alpha^2)^{-3/2 - \nu}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(50)	$x^{-\lambda} K_{\mu}(ax),$ $\operatorname{Re}(\lambda \pm \mu) < 2, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{y \Gamma(\mu/2 - \lambda/2 + 1) \Gamma(1 - \lambda/2 - \mu/2)}{2^{\lambda} \alpha^{2-\lambda}} \times$ $\times {}_2F_1\left(\frac{2+\mu-\lambda}{2}, \frac{2-\lambda-\mu}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{y^2}{\alpha^2}\right)$
(51)	$\operatorname{sh}(2^{-1}\alpha x) K_0(2^{-1}\alpha x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi 2^{-3/2} \alpha y^{-1/2} (y^2 + \alpha^2)^{-1/2} \times$ $\times [y + (y^2 + \alpha^2)^{1/2}]^{-1/2}$
(52)	$\sin(\beta x) K_0(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$\frac{\pi(\beta y)^{1/2}}{2R_1 R_2} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}\right)^{1/2},$ $R_1 = [\alpha^2 + (\beta - y)^2]^{1/2}$ $R_2 = [\alpha^2 + (\beta + y)^2]^{1/2}$
(53)	$x^{-\nu} \operatorname{sh}(x/2) K_{\nu}(x/2),$ $-1/2 < \operatorname{Re} \nu < 3/2$	$-\frac{\pi^{3/2} y^{\nu-1/2}}{2\Gamma(\nu+1/2) \cos(\nu\pi)} \times$ $\times (1+y^2)^{\nu/2-1/2} \times$ $\times \sin[(\nu-1/2) \operatorname{arctg} y]$
(54)	$x K_{\nu}(\alpha x) I_{\nu}(\beta x),$ $\operatorname{Re} \nu > -3/2, \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Re} \beta $	$-2^{-1} (\alpha\beta)^{-3/2} y (u^2 - 1)^{-1/2} \times$ $\times Q_{\nu-1/2}^{-1}(u),$ $u = (2\alpha\beta)^{-1} (\alpha^2 + \beta^2 + y^2)$
(55)	$x^{1/2} I_{1/4}(2^{-1}\alpha x) K_{1/4}(2^{-1}\alpha x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi^{1/2} (2y)^{-1/2} (y^2 + \alpha^2)^{-1/2}$
(56)	$x^{1/2} I_{1/4 - \beta/2}(2^{-1}\alpha x) \times$ $\times K_{1/4 + \beta/2}(2^{-1}\alpha x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta < 5/2$	$(\pi/2)^{1/2} \alpha^{-\beta} y^{-1/2} (\alpha^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times [y + (\alpha^2 + y^2)^{1/2}]^{\beta}$
(57)	$x^{-1/2} K_{\nu}(\alpha x) I_{\nu}(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \nu > -3/4, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \pi^{1/2} y^{-1/2} e^{\nu\pi i} \frac{\Gamma(3/4 + \nu)}{\Gamma(3/4 - \nu)} \times$ $\times Q_{-1/4}^{-\nu} [(y^2 + 4\alpha^2)^{1/2} y^{-1}] \times$ $\times P_{-1/4}^{-\nu} [(y^2 + 4\alpha^2)^{1/2} y^{-1}]$
(58)	$x^{-1/2} K_{\nu}^2(\alpha x),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 3/4, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi/2)^{1/2} e^{2\nu\pi i} y^{-1/2} \frac{\Gamma(3/4 + \nu)}{\Gamma(3/4 - \nu)} \times$ $\times [Q_{-1/4}^{-\nu} [(y^2 + 4\alpha^2) y^{-1}]]^2$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(59)	$x^{1/2} K_{\nu}^2(ax)$ $ \operatorname{Re} \nu  < 5/4, \operatorname{Re} a > 0$	$(\pi/2)^{1/2} e^{2\nu\pi i} \times$ $\times y^{1/2} (y^2 + 4a^2)^{-1/2} \frac{\Gamma(3/4 + \nu)}{\Gamma(1/4 - \nu)} \times$ $\times Q_{1/4}^{-\nu} [(y^2 + 4a^2)^{1/2} y^{-1}] \times$ $\times Q_{-3/4}^{\nu} [(y^2 + 4a^2)^{1/2} y^{-1}]$
(60)	$x^{1/2} K_{\nu}(ax) K_{\nu+1}(ax),$ $-7/4 < \operatorname{Re} \nu < 3/4, \operatorname{Re} a > 0$	$(\pi/2)^{1/2} e^{(2\nu+1)\pi i} \times$ $\times y^{1/2} (y^2 + 4a^2)^{-1/2} \frac{\Gamma(7/4 + \nu)}{\Gamma(-1/4 - \nu)} \times$ $\times Q_{-1/4}^{-\nu} [(y^2 + 4a^2)^{1/2} y^{-1}] \times$ $\times Q_{-1/4}^{-\nu-1} [(y^2 + 4a^2)^{1/2} y^{-1}]$
(61)	$xK_{\nu}(ax) K_{\nu}(\beta x),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 3/2, \operatorname{Re}(\alpha + \beta) > 0$	$2^{-2\pi} (\alpha\beta)^{-3/2} y (y^2 - 1)^{-1/2} \times$ $\times \Gamma(3/2 + \nu) \Gamma(3/2 - \nu) P_{\nu-1/2}^{-1}(u),$ $u = (y^2 + \beta^2 + \alpha^2) (2\alpha\beta)^{-1}$
(62)	$[J_{\nu}(ax) - J_{-\nu}(ax)],$ $a > 0$	$\{[y + i(a^2 - y^2)^{1/2}]^{\nu} +$ $+ [y - i(a^2 - y^2)^{1/2}]^{\nu}\} \times$ $\times a^{-\nu} \sin(2^{-1}\nu\pi) (a^2 - y^2)^{-1/2},$ $0 < y < a$ $0, \quad a < y < \infty$
(63)	$x^{-\nu} H_{\nu}(ax),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a > 0$	$\pi^{1/2} 2^{-\nu} a^{-\nu} [\Gamma(\nu + 1/2)]^{-1} \times$ $\times (a^2 - y^2)^{\nu-1/2},$ $0 < y < a$ $0, \quad a < y < \infty$
(64)	$U_n(2x, 2a) x^{-(n+1)}$	См. Mitra S. C., 1934, Bull. Calcutta Math. Soc., 25, 173—178

### 2.13. Функции Бесселя других аргументов

(1)	$x^{1/2} J_{1/4}(a^2 x^2)$	$2^{-3/2} a^{-2} (\pi y)^{1/2} J_{1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2)$
(2)	$e^{-ax^2} J_m(ax^2)$	См. Terazawa K., 1916, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 92, 57—81
(3)	$x^{1/2} \cos(a^2 x^2) J_{1/4}(a^2 x^2)$	$(4a^2 y)^{-1/2} \cos[(a^2 y^2 - 3\pi)/8]$



	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(4)	$x^{1/2} \sin(a^2 x^2) J_{1/4}(a^2 x^2)$	$-(4a^2 y)^{-1/2} \sin[(a^{-2} y - 3\pi)/8]$
(5)	$x^{1/2} [J_{1/8}(a^2 x^2)]^2$	$-2^{-3/2} \pi^{1/2} y^{1/2} a^{-2} \times$ $\times J_{1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2) Y_{1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2)$
(6)	$x^{1/2} J_{1/8-v}(a^2 x^2) J_{1/8+v}(a^2 x^2)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} y^{-3/2} e^{\pi i/8} \times$ $\times W_{v, 1/8}(2^{-3} a^{-2} y^2 e^{2^{-1} \pi i}) \times$ $\times W_{-v, 1/8}(2^{-3} a^{-2} y^2 e^{2^{-1} \pi i}) +$ $+ e^{-\pi i/8} W_{v, 1/8}(2^{-3} a^{-2} y^2 e^{-2^{-1} \pi i}) \times$ $\times W_{-v, 1/8}(2^{-3} a^{-2} y^2 e^{-2^{-1} \pi i})]$
(7)	$x^{1/2} Y_{1/4}(a^2 x^2)$	$-2^{-3/2} \pi^{1/2} a^{-2} y^{1/2} H_{1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2)$
(8)	$x^{1/2} J_{1/8}(a^2 x^2) Y_{1/8}(a^2 x^2)$	$-2^{-3/2} \pi^{1/2} y^{1/2} a^{-2} [J_{1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2)]^2$
(9)	$e^{-x^2} I_0(x^2)$	$2^{-2/2} \pi^{1/2} e^{-2^{-2} y^2} I_0(y^2/8)$
(10)	$x^{1/2} e^{-x^2} I_{1/4}(x^2)$	$2^{-1} y^{-1/2} e^{-2^{-2} y^2}$
(11)	$x^{1/2} K_{1/4}(a^2 x^2),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$2^{-5/2} \pi^{3/2} \alpha^{-2} y^{1/2} [I_{1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2) -$ $- L_{1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2)]$
(12)	$x^{1/2} K_{1/8}(a^2 x^2) I_{1/8}(a^2 x^2),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} (2\alpha)^{-2} y^{1/2} K_{1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2) \times$ $\times I_{1/8}(2^{-4} a^{-2} y^2)$
(13)	$x^{1/2} K_{1/8+v}(a^2 x^2) I_{1/8-v}(a^2 x^2),$ $\operatorname{Re} v < 5/8,  \arg \alpha  < \pi/4$	$\pi^{1/2} 2^{1/2} y^{-3/2} \frac{\Gamma(5/8-v)}{\Gamma(5/4)} \times$ $\times W_{v, 1/8}(2^{-3} a^{-2} y^2) \times$ $\times M_{-v, 1/8}(2^{-3} a^{-2} y^2)$
(14)	$x^{1/2} H_{1/4}(a^2 x^2)$	$-2^{-3/2} \pi^{1/2} a^{-2} y^{1/2} Y_{1/4}(2^{-2} a^{-2} y^2)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(15)	$x^{2\lambda} J_{2\nu}(ax^{-1}),$ $-\frac{5}{4} < \operatorname{Re} \lambda < \operatorname{Re} \nu, a > 0$	$\frac{\pi^{1/2} a^{2\nu} \Gamma(\lambda - \nu + 1) y^{2\nu - 2\lambda - 1}}{4^{2\nu - \lambda} \Gamma(2\nu + 1) \Gamma(\nu - \lambda + 1/2)} \times$ $\times {}_0F_3(2\nu + 1, \nu - \lambda,$ $\nu - \lambda + 1/2; 2^{-4} a^2 y^2) +$ $+ \frac{a^{2\lambda+2} \Gamma(\nu - \lambda - 1) y}{2^{2\lambda+3} \Gamma(\nu + \lambda + 2)} \times$ $\times {}_0F_3(3/2, \lambda - \nu + 2,$ $\lambda + \nu + 2; 2^{-4} a^2 y^2)$
(16)	$x^{-1} \sin(ax^{-1}) J_{2n+1}(bx^{-1}),$ $a > 0, b > 0$	$(-1)^n (\pi/2) J_{2n+1}(cy^{1/2}) \times$ $\times J_{2n+1}(dy^{1/2}),$ $c^2 + d^2 = 4a, cd = 2b$
(17)	$x^{-1} \cos(ax^{-1}) J_{2n}(bx^{-1})$ $a > 0, b > 0$	$(-1)^n (\pi/2) J_{2n}(cy^{1/2}) J_{2n}(dy^{1/2}),$ $c^2 + d^2 = 4a, cd = 2b$
(18)	$x^{-1/2} \sin(ax^{-1}) J_{2n-1/2}(ax^{-1}),$ $a > 0$	$(-1)^n 2^{-1} \pi^{1/2} y^{-1/2} \times$ $\times J_{4n-1}(2^{3/2} a^{1/2} y^{1/2})$
(19)	$x^{-1/2} \cos(ax^{-1}) J_{2n-3/2}(ax^{-1}),$ $a > 0$	$(-1)^n 2^{-1} \pi^{1/2} y^{-1/2} \times$ $\times J_{4n-3}(2^{3/2} a^{1/2} y^{1/2})$
(20)	$x^{-1} K_0(ax^{-1}), \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi K_0[(2\alpha y)^{1/2}] J_0[(2\alpha y)^{1/2}]$
(21)	$x^{-1} K_\nu(ax^{-1}),$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 1, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi K_\nu[(2\alpha y)^{1/2}] \times$ $\times \{J_\nu[(2\alpha y)^{1/2}] \cos(2^{-1}\nu\pi) -$ $- Y_\nu[(2\alpha y)^{1/2}] \sin(2^{-1}\nu\pi)\}$
(22)	$J_0(ax^{1/2}), a > 0$	$y^{-1} \cos(2^{-2} a^2 y^{-1})$
(23)	$J_\nu(ax^{1/2}), \operatorname{Re} \nu > -4, a > 0$	$2^{-2} a \pi^{1/2} y^{-3/2} \times$ $\times [\cos(2^{-2} a^2 y^{-1} - 2^{-2}\nu\pi) \times$ $\times J_{\nu/2-1/2}(2^{-2} a^2 y^{-1}) -$ $- \sin(2^{-2} a^2 y^{-1} - 2^{-2}\nu\pi) \times$ $\times J_{\nu/2+1/2}(2^{-2} a^2 y^{-1})]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(24)	$x^{-1} J_0(ax^{1/2}), \quad a > 0$	$-\operatorname{si}(2^{-2}a^2y^{-1})$
(25)	$x^{-1/2} J_1(ax^{1/2}), \quad a > 0$	$2a^{-1} \sin(2^{-2}a^2y^{-1})$
(26)	$x^{\nu-1/2} J_1(ax^{1/2}),$ $-2 < \operatorname{Re} \nu < \frac{3}{4}, \quad a > 0$	$\frac{\Gamma(\nu+1) \nu^{-\nu}}{2 \sin(\nu\pi)} \times$ $\times \cos(2^{-3}a^2y^{-1} - 2^{-1}\nu\pi) \times$ $\times [k_{-2\nu}(2^{-3}a^2e^{i\pi/2}y^{-1}) -$ $- k_{-2\nu}(2^{-3}a^2e^{-3i\pi/2}y^{-1})]$
(27)	$x^{-1/2} J_\nu(ax^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -3, \quad a > 0$	$-\pi^{1/2} y^{-1/2} \times$ $\times \sin(2^{-3}a^2y^{-1} - 2^{-2}\nu\pi - \pi/4) \times$ $\times J_{\nu-2}(2^{-3}a^2y^{-1})$
(28)	$x^{\nu/2} J_\nu(ax^{1/2}),$ $-2 < \operatorname{Re} \nu < 1/2, \quad a > 0$	$2^{-\nu} a^\nu y^{-\nu-1} \cos(2^{-2}a^2y^{-1} - 2^{-1}\nu\pi)$
(29)	$J_\nu(ax^{1/2}) J_\nu(bx^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -2, \quad a > 0$	$y^{-1} J_\nu(2^{-1}aby^{-1}) \times$ $\times \cos[2^{-2}(a^2+y^2)y^{-1} - 2^{-1}\nu\pi]$
(30)	$x^{-1/2} K_{2\nu}(ax^{1/2}),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 3/2, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$\frac{-\pi^{3/2}}{4y^{1/2} \cos(\nu\pi)} \times$ $\times [J_\nu(2^{-3}a^2y^{-1}) \times$ $\times \cos(2^{-1}\nu\pi - 2^{-3}a^2y^{-1} - \pi/4) -$ $- Y_\nu(2^{-3}a^2y^{-1}) \times$ $\times \sin(2^{-1}\nu\pi - 2^{-3}a^2y^{-1} - \pi/4)]$
(31)	$J_0(ax^{1/2}) K_0(ax^{1/2}), \quad \operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1}y^{-1} K_0(2^{-1}a^2y^{-1})$
(32)	$x^{-1} J_2(ax^{1/2}) K_2(ax^{1/2}),$ $\operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1}\pi a^{-2}y \times$ $\times [I_1(2^{-1}a^2y^{-1}) - L_1(2^{-1}a^2y^{-1})]$
(33)	$x^{-1/2} J_\nu(ax^{1/2}) K_\nu(ax^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -3/2, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{-2} y^{1/2} \frac{\Gamma(3/4 + \nu/2)}{\Gamma(1 + \nu)} \times$ $\times W_{-1/4, \nu/2}(2^{-1}a^2y^{-1}) \times$ $\times M_{1/4, \nu/2}(2^{-1}a^2y^{-1})$
(34)	$K_0(2x^{1/2}) + 2^{-1}\pi Y_0(2x^{1/2})$	$2^{-1}\pi y^{-1} \sin(y^{-1})$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(35)	$x(x^2 + b^2)^{-1/2} J_1 [a(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $a > 0$	$a^{-1} y (a^2 - y^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos [b (a^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < a$ 0, $a < y < \infty$
(36)	$x(x^2 + b^2)^{-\nu/2 - 1} \times$ $\times J_{\nu-1} [a(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \nu > -3/2, a, b > 0$	$2^{-\nu} \pi a^{\nu-1}  \Gamma(\nu) ^{-1} e^{-b/y},$ $a < y < \infty$
(37)	$x(x^2 + b^2)^{-\nu/2} J_{\nu} [a(x^2 + b^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \nu > 1/2, a > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{-\nu} b^{-\nu+3/2} \times$ $\times y (a^2 - y^2)^{\nu/2 - 3/4} \times$ $\times J_{\nu-3/2} [b(a^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < a$ 0, $a < y < \infty$
(38)	$x(x^2 + a^2)^{-1} (x^2 + b^2)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [c(x^2 + b^2)^{1/2}], c > 0$ $\text{Re } \nu > -3/2, \text{Re } a > 0$	$2^{-1} \pi e^{-ay} (b^2 - a^2)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [c(b^2 - a^2)^{1/2}],$ $c < y < \infty$
(39)	$x^{1/2} J_{1/4} \{2^{-1} a [(b^2 + x^2)^{1/2} - b]\} \times$ $\times J_{1/4} \{2^{-1} a [(b^2 + x^2)^{1/2} + b]\},$ $a > 0$	$(2^{-1} \pi y)^{-1/2} (a^2 - y^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos [b(a^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < a$ 0, $a < y < \infty$

См. также п. 2.7, где содержится много результатов, подобных приведенному выше (с перестановкой  $f(x)$  и  $g(y)$ ).

(40)	$x^{-1} (x^2 + b_1^2)^{-\nu_1/2} \times$ $\times J_{\nu_1} [a_1 (x^2 + b_1^2)^{1/2}] \dots (x^2 + b_n^2)^{-\nu_n/2} \times$ $\times J_{\nu_n} [a_n (x^2 + b_n^2)^{1/2}],$ $a_i, b_i > 0,$ $\text{Re } (\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n) >$ $> -1 - n/2$	$2^{-1} \pi [b_1^{-\nu_1} \times$ $\times J_{\nu_1} (a_1 b_1) \dots b_n^{-\nu_n} J_{\nu_n} (a_n b_n)],$ $y > a_1 + a_2 + \dots + a_n$
------	--	---

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(41)	$(a^2 + x^2)^{-1/2 + \nu/2} \times$ $\times C_{2n+1}^{\nu} [x (a^2 + x^2)^{-1/2}] \times$ $\times J_{\nu+2n+1} [(a^2 + x^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \nu > -3/2$	$(-1)^n 2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{1/2 - \nu} \times$ $\times (1 - y^2)^{\nu/2 - 1/4} \times$ $\times C_{2n+1}^{\nu}(y) \times$ $\times J_{\nu-1/2} [a(1 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < 1$ $0,$ $1 < y < \infty$
(42)	$x K_0 [\alpha (x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{ Re } \beta > 0$	$2^{-1} \pi y \beta (\alpha^2 + y^2)^{-1} e^{-\beta (\alpha^2 + y^2)^{1/2}} \times$ $\times [1 + \beta^{-1} (\alpha^2 + y^2)^{-1/2}]$
(43)	$x (x^2 + \beta^2)^{-1/2} K_1 [\alpha (x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{ Re } \beta > 0$	$2^{-1} \pi \alpha^{-1} y (\alpha^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times e^{-\beta (\alpha^2 + y^2)^{1/2}}$
(44)	$x (x^2 + \beta^2)^{-1/2} K_2 [\alpha (x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{ Re } \beta > 0$	$2^{-1} \pi \beta^{-1} \alpha^{-2} y e^{-\beta (y^2 + \alpha^2)^{1/2}}$
(45)	$x (x^2 + \beta^2)^{\nu/2} K_{\pm \nu} [\alpha (x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{ Re } \beta > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} \alpha^{\nu} y \beta^{3/2 + \nu} \times$ $\times (\alpha^2 + y^2)^{-\nu/2 - 3/4} \times$ $\times K_{-\nu - 3/2} [\beta (\alpha^2 + y^2)^{1/2}]$
(46)	$x^{1/2} I_{1/4} \{2^{-1} \beta [(a^2 + x^2)^{1/2} - a]\} \times$ $\times K_{1/4} \{2^{-1} \beta [(a^2 + x^2)^{1/2} + a]\},$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{ Re } \beta > 0$	$(\pi/2)^{1/2} y^{-1/2} (\beta^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times e^{-\alpha (\beta^2 + y^2)^{1/2}}$
(47)	$0,$ $0 < x < a$ $J_0 [b (x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $b > 0$	$0,$ $0 < y < b$ $(y^2 - b^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos [a (y^2 - b^2)^{1/2}],$ $b < y < \infty$
(48)	$(a^2 - x^2)^{-1/2} J_{\nu} [b (a^2 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < a$ $0,$ $a < x < \infty$ $\text{Re } \nu > -1$	$2^{-1} \pi \times$ $\times J_{\nu/2} \{2^{-1} a [(b^2 + y^2)^{1/2} - y]\} \times$ $\times J_{\nu/2} \{2^{-1} a [(b^2 + y^2)^{1/2} + y]\}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(49)	$0, \quad 0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{-1/2} J_{\nu} [b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \quad b > 0$	$2^{-1} \pi J_{\nu+1/2} \{2^{-1/2} a [y - (y^2 - b^2)^{1/2}]\} \times$ $\times J_{\nu+1/2} \{2^{-1/2} a [y + (y^2 - b^2)^{1/2}]\},$ $b < y < \infty$
(50)	$0, \quad 0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{\nu/2} J_{\nu} [b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 1/2, \quad b > 0$	$0, \quad 0 < y < b$ $(2^{-1} \pi a)^{1/2} a^{\nu} b^{\nu} (y^2 - b^2)^{-\nu/2 - 1/4} \times$ $\times J_{\nu-1/2} [a(y^2 - b^2)^{1/2}],$ $b < y < \infty$
(51)	$x(a^2 - x^2)^{\nu/2} J_{\nu} [b(a^2 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < a$ $0, \quad a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \quad b > 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} b^{\nu} a^{\nu} + 3/2 y \times$ $\times (b^2 + y^2)^{-\nu/2 - 3/4} \times$ $\times J_{\nu+3/2} [a(b^2 + y^2)^{1/2}]$
(52)	$0, \quad 0 < x < a$ $x(x^2 - a^2)^{\nu/2} J_{\nu} [b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < -1/2, \quad b > 0$	$-2^{1/2} \pi^{-1/2} a^{\nu} + 3/2 b^{\nu} \times$ $\times (b^2 - y^2)^{-\nu/2 - 3/4} \times$ $\times K_{\nu+3/2} [a(b^2 - y^2)^{1/2}],$ $0 < y < b$ $2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{\nu} + 3/2 b^{\nu} \times$ $\times (y^2 - b^2)^{-\nu/2 - 3/4} \times$ $\times Y_{-\nu-3/2} [a(y^2 - b^2)^{1/2}],$ $b < y < \infty$
(53)	$0, \quad 0 < x < a$ $(x^2 - a^2)^{\nu/2} (x^2 + c^2)^{-1} \times$ $\times J_{\nu} [b(x^2 - a^2)^{1/2}],$ $a < x < \infty$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < 5/2, \quad c > 0$	$c^{-1} (a^2 + c^2)^{\nu/2} K_{\nu} [b(a^2 + c^2)^{1/2}] \times$ $\times \operatorname{sh}(cy), \quad 0 < y < b$
(54)	$x^{2n+1} (1 - x^2)^{\nu/2} + m \times$ $\times J_{\nu} [a(1 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{-\nu} \left(\frac{d}{a da}\right)^m \left(\frac{d}{y dy}\right)^n \times$ $\times \{a^{2\nu} + 2m y^{2n+1} \times$ $\times (a^2 + y^2)^{-2^{-1}(\nu+m+n+3/2)} \times$ $\times J_{\nu+m+n+3/2} [(a^2 + y^2)^{1/2}]\}$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(55)	$(1 - x^2)^{\nu/2 - 1/4} C_{2n+1}^{\nu}(x) \times$ $\times J_{\nu - 1/2}[a(1 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$(-1)^n 2^{-1/2} \pi^{1/2} a^{-1/2 + \nu} \times$ $\times (a^2 + y^2)^{-1/2 - \nu/2} \times$ $\times C_{2n+1}^{\nu}[y(a^2 + y^2)^{-1/2}] \times$ $\times J_{\nu + 2n+1}[(a^2 + y^2)^{1/2}]$
(56)	$0,$ $0 < x < a$ $(x^2 + b^2)^{-1} (x^2 - a^2)^{\nu/2 + n - 1/2} \times$ $\times Y_{\nu}[c(x^2 - a^2)^{1/2}], a < x < \infty$ $-1/2 - n < \operatorname{Re} \nu < 7/2 - 2n$ $b > 0$	$(-1)^{n+1} b^{-1} \times$ $\times (a^2 + b^2)^{\nu/2 + n - 1/2} \operatorname{sh}(by) \times$ $\times K_{\nu}[c(a^2 + b^2)^{1/2}], 0 < y < c$
(57)	$x(x^2 - b^2)^{-\nu/2} \times$ $\times K_{\nu}[a(x^2 - b^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu < 1, a, b > 0$	$2^{-3/2} \pi^{3/2} e^{-i\pi(\nu-1)} a^{-\nu} y \times$ $\times (a^2 + y^2)^{\nu - 3/2} \times$ $\times b^{3/2 - \nu} H_{\nu-3/2}^{(2)}[b(a^2 + y^2)^{1/2}]$
(58)	$J_0[2a \operatorname{sh}(x/2)], a > 0$	$2\pi^{-1} \operatorname{sh}(\pi y) [K_{iy}(a)]^2$
(59)	$J_{2\nu}[2a \operatorname{sh}(x/2)],$ $\operatorname{Re} \nu > -1, a > 0$	$-i [I_{\nu-iy}(a) K_{\nu+iy}(a) -$ $- I_{\nu+iy}(a) K_{\nu-iy}(a)]$
(60)	$\operatorname{sh}(2^{-1}\pi x) K_{ix}(a), a > 0$	$2^{-1}\pi \sin(a \operatorname{sh} y)$

## 2.14. Другие высшие трансцендентные функции

(1)	$e^{-2^{-2}x^2} D_{2n+1}(x)$	$(-1)^n 2^{-1/2} \pi^{1/2} y^{2n+1} e^{-y^2/2}$
(2)	$e^{-2^{-2}x^2} [D_{2\nu-1/2}(x) -$ $- D_{2\nu-1/2}(-x)],$ $\operatorname{Re} \nu > 1/4$	$2^{1/2} \pi^{1/2} \times$ $\times \sin[(\nu - 1/4)\pi] y^{2\nu-1/2} e^{-y^2/2}$
(3)	$[D_{-n-1}(ix)]^2 - [D_{-n-1}(-ix)]^2$	$(-1)^{n+1} (\pi/n!) \times$ $\times (2\pi)^{1/2} e^{-y^2/2} L_n(y^2)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, y > 0$
(4)	$D_{\nu-1/2} [(2x)^{1/2}] \times$ $\times \{D_{\nu-1/2} [(2x)^{1/2}] -$ $- D_{-\nu-1/2} [-(2x)^{1/2}]\}$	$- 2^{1/2} \pi^{1/2} \times$ $\times \sin [(1/4 + \nu/2) \pi] y^{-\nu-1/2} \times$ $\times (1+y^2)^{-1/2} [1 + (1+y^2)^{1/2}]^{\nu}$
(5)	$x^{2\nu} e^{-x^2/2} \times$ $\times {}_1F_1(1/2 - 2\nu; 2\nu + 1; 2^{-1}x^2),$ $\text{Re } \nu > -1/4$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} y^{4\nu} e^{-y^2/2} \times$ $\times {}_1F_1(1/2 - 2\nu; 1 + 2\nu; 2^{-1}y^2)$
(6)	$x {}_2F_1(\alpha; \beta; \beta/2; -x^2 c^2),$ $\text{Re } \alpha > 1/2, \text{Re } \beta > 1/2$	$2^{-\alpha-\beta+1} \pi c^{-\alpha-\beta} y^{2+\beta-2} \times$ $\times \frac{K_{\alpha-\beta}(c^{-1}y)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)}$
(7)	$x {}_1F_2(x; \beta; \beta/2; -2^{-2}x^2),$ $\text{Re } \beta > \text{Re } \alpha > 1/2$	$\pi \frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta-\alpha)} y^{2\alpha-2} (1-y^2)^{\beta-\alpha-1},$ $0 < y < 1$ $0,$ $1 < y < \infty$
(8)	Относительно синус-преобразований других функций вида ${}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; x^2)$ см. таблицы преобразований Ганкеля.	
(9)	$x^{-2\nu} e^{-x^2/4} W_{3\nu-1, \nu}(2^{-1}x^2),$ $\text{Re } \nu < 1/2$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} y^{-2\nu} e^{-y^2/4} \times$ $\times W_{3\nu-1, \nu}(2^{-1}y^2)$
(10)	$x^{2\nu-1} e^{-x^2/4} M_{3\nu, \nu}(2^{-1}x^2),$ $\text{Re } \nu > -1/4$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} y^{2\nu-1} e^{-y^2/4} \times$ $\times M_{3\nu, \nu}(2^{-1}y^2)$
(11)	$x^{-\beta/2} W_{\mu+\rho, 1/8+\lambda}(2^{-1}x^2) \times$ $\times M_{\mu-\rho, 1/8-\lambda}(2^{-1}x^2),$ $\text{Re } \rho < 1/8, \text{Re } \lambda < 5/8$	$(\pi/2)^{1/2} y^{-\beta/2} \Gamma(5/4 - 2\lambda) \times$ $\times [I(5/4 - 2\rho)]^{-1} \times$ $\times W_{\mu+\lambda, 1/8+\rho}(2^{-1}y^2) \times$ $\times M_{\mu-\lambda, 1/8-\rho}(2^{-1}y^2)$



ГЛАВА III  
ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

3.1. Общие формулы

	$f(x)$	$g(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixy} dx$
(1)	$g(x)$	$2\pi f(-y)$
(2)	$\overline{f(x)}$	$\overline{g(-y)}$
(3)	$f(x) = f(-x)$	$2 \int_0^{\infty} f(x) \cos xy dx$
(4)	$f(x) = -f(-x)$	$-2i \int_0^{\infty} f(x) \sin xy dx$
(5)	$f(ax + b), \quad a > 0$	$ae^{iaby} g(ay)$
(6)	$f(-ax + b), \quad a > 0$	$ae^{-iaby} g(-ay)$
(7)	$f(ax) e^{ibx}, \quad a > 0$	$\frac{1}{a} g\left(\frac{y-b}{a}\right)$
(8)	$f(ax) \cos bx, \quad a > 0$	$\frac{1}{2a} \left[ g\left(\frac{y-b}{a}\right) + g\left(\frac{y+b}{a}\right) \right]$
(9)	$f(ax) \sin bx, \quad a > 0$	$\frac{1}{2ai} \left[ g\left(\frac{y-b}{a}\right) - g\left(\frac{y+b}{a}\right) \right]$

	$f(x)$	$g(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{ixy} dx$
(10)	$x^n f(x)$	$i^n \frac{d^n g(y)}{dy^n}$
(11)	$f^{(n)}(x)$	$i^n y^n g(y)$

## 3.2. Элементарные функции

(1)	$(1+x^2)^{-1}$	$\pi e^{- y }$	
(2)	$(1+x^2)^{-1} (i-x)^n (i+x)^{-n},$ $n = 1, 2, 3, \dots$	$(-1)^{n-1} 2\pi y e^{-y} L_{n-1}^1(2y),$ $0,$	$y > 0$ $y < 0$
(3)	$(\alpha - ix)^{-\nu}, \operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$\frac{2\pi y^{\nu-1}}{e^{\alpha y} \Gamma(\nu)},$ $0,$	$y > 0$ $y < 0$
(4)	$(\alpha + ix)^{-\nu}, \operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$0,$ $\frac{2\pi (-y)^{\nu-1} e^{\alpha y}}{\Gamma(\nu)},$	$y > 0$ $y < 0$
(5)	$(x^2 + \alpha^2)^{-1} (ix)^{-\nu},$ $-2 < \operatorname{Re} \nu < 1, \operatorname{Re} \alpha > 0$ $\arg(ix) = \pi/2 \quad (x > 0)$ $\arg(ix) = -\pi/2 \quad (x < 0)$	$\pi \alpha^{-\nu-1} e^{-\nu \alpha},$	$y > 0$
(6)	$(x^2 + \alpha^2)^{-1} (\beta + ix)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > -1$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\pi \alpha^{-1} (\alpha + \beta)^{-\nu} e^{-\alpha y},$	$y > 0$
(7)	$(x^2 + \alpha^2)^{-1} (\beta - ix)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re} \alpha > 0$ $\operatorname{Re} \beta > 0, \alpha \neq \beta$	$\pi \alpha^{-1} (\beta - \alpha)^{\nu} e^{\alpha y},$	$y > 0$
(8)	$(\alpha_0 - ix)^{-1} (ix)^{\nu_0} \times$ $\times (\alpha_1 + ix)^{\nu_1} \dots (\alpha_n + ix)^{\nu_n},$ $\sum_0^n \operatorname{Re} \nu_i < 1, \operatorname{Re} \nu_0 > -1,$ $\operatorname{Re} \alpha_k > 0$ $\arg(ix) = \pi/2 \quad (x > 0)$ $\arg(ix) = -\pi/2 \quad (x < 0)$	$2\pi e^{-\alpha_0 y} \alpha_0^{\nu_0} (\alpha_0 + \alpha_1)^{\nu_1} \dots (\alpha_0 + \alpha_n)^{\nu_n},$	$y > 0$

	$f(x)$	$g(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixy} dx$
(9)	$(\alpha_0 + ix)^{-1} (ix)^{\nu_0} \times$ $\times (\alpha_1 + ix)^{\nu_1} \dots (\alpha_n + ix)^{\nu_n},$ $\sum_0^n \operatorname{Re} \nu_i < 1, \operatorname{Re} \nu_0 > -1$ $\operatorname{Re} \alpha_k > 0$ $\arg(ix) = \pi/2 \quad (x > 0)$ $\arg(ix) = -\pi/2 \quad (x < 0)$	$0, \quad y > 0$
(10)	$(\alpha - ix)^{-\mu} (\beta - ix)^{-\nu},$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > 1$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{2\pi e^{-\alpha y} \Gamma(\mu + \nu - 1)}{\Gamma(\mu + \nu)} \times$ $\times {}_1F_1[\nu; \mu + \nu; (\alpha - \beta)y], \quad y > 0$ $0, \quad y < 0$
(11)	$(\alpha + ix)^{-\mu} (\beta + ix)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > 1$	$0, \quad y > 0$ $\frac{2\pi e^{\alpha y} \Gamma(\mu + \nu - 1)}{\Gamma(\mu + \nu)} \times$ $\times {}_1F_1[\nu; \mu + \nu; (\beta - \alpha)y], \quad y < 0$
(12)	$(\alpha + ix)^{-2\mu} (\beta - ix)^{-2\nu},$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > 1/2$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2\pi (\alpha + \beta)^{-\nu - \mu} [\Gamma(2\nu)]^{-1} \times$ $\times e^{2^{-1}(\beta - \alpha)y} y^{\nu + \mu - 1} \times$ $\times W_{\nu - \mu, 1/2 - \nu - \mu}  (\alpha + \beta)y , \quad y > 0$ $2\pi (\alpha + \beta)^{-\mu - \nu} [\Gamma(2\mu)]^{-1} e^{2^{-1}(\alpha - \beta)y} \times$ $\times (-y)^{\nu + \mu - 1} \times$ $\times W_{\mu - \nu, 1/2 - \nu - \mu}  -(\alpha + \beta)y , \quad y < 0$
(13)	$0, \quad -\infty < x < -1$ $(1 - x)^{\nu - 1} (1 + x)^{\mu - 1},$ $0, \quad -1 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} \mu > 0$	$2^{\nu + \mu - 1} B(\mu, \nu) e^{iy} {}_1F_1(\mu; \nu + \mu; -2iy)$
(14)	$(a - e^{-x})^{-1} e^{-\lambda x},$ $0 < \operatorname{Re} \lambda < 1, a > 0$	$\pi a^{\lambda - 1 + iy} \operatorname{ctg}[\pi \lambda + i\pi y]$  Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши

	$f(x)$	$g(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ixy} dx$
(15)	$(\alpha + e^{-x})^{-1} e^{-\lambda x},$ $0 < \operatorname{Re} \lambda < 1, -\pi < \arg \alpha < \pi$	$\frac{\pi \alpha^{\lambda-1+i}}{\sin(\pi \lambda + i\pi y)}$
(16)	$x(\alpha + e^{-x})^{-1} e^{-\lambda x},$ $0 < \operatorname{Re} \lambda < 1, -\pi < \arg \alpha < \pi$	$\frac{\pi \alpha^{\lambda-1+i} y \{ \ln \alpha - \pi \operatorname{ctg}(\pi \lambda + i\pi y) \}}{\sin(\pi \lambda + i\pi y)}$
(17)	$x^2(1 + e^{-x})^{-1} e^{-\lambda x},$ $0 < \operatorname{Re} \lambda < 1$	$\frac{\pi^3 \{2 - \frac{\sin^2(\pi \lambda + i\pi y)}{\sin^2(\pi \lambda + i\pi y)}\}}{\sin^2(\pi \lambda + i\pi y)}$
(18)	$(\alpha + e^{-x})^{-1} (\beta + e^{-x})^{-1} e^{-\lambda x},$ $0 < \operatorname{Re} \lambda < 2, \beta \neq \alpha$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$	$\frac{\pi (\alpha^{\lambda-1+i} y - \beta^{\lambda-1+i} y)}{(\beta - \alpha) \sin(\pi \lambda + i\pi y)}$
(19)	$x(\alpha + e^{-x})^{-1} (\beta + e^{-x})^{-1} e^{-\lambda x},$ $0 < \operatorname{Re} \lambda < 2, \alpha \neq \beta$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$	$\frac{\pi (\alpha^{\lambda-1+i} y \ln \alpha - \beta^{\lambda-1+i} y \ln \beta)}{(\alpha - \beta) \sin(\lambda \pi + i\pi y)} +$ $+ \frac{\pi^2 (\alpha^{\lambda-1+i} y - \beta^{\lambda-1+i} y) \cos(\lambda \pi + i\pi y)}{(\beta - \alpha) \sin^2(\lambda \pi + i\pi y)}$
(20)	$(1 + e^{-x})^{-n} e^{-\lambda x},$ $n = 1, 2, 3, \dots, 0 < \operatorname{Re} \alpha < n$	$\frac{\pi}{(n-1)! \sin(\pi \lambda + i\pi y)} \prod_{j=1}^{n-1} (j - \lambda - iy)$
(21)	$\frac{e^{-\alpha x}}{(e^{\beta} x + e^{-x})^{\gamma}},$ $\operatorname{Re}(\nu \gamma) > \operatorname{Re} \alpha > 0$ $ \operatorname{Im} \beta  < \pi, \operatorname{Re} \gamma$	$\gamma e^{\beta(\alpha + iy - \nu/\gamma)} \times$ $\times B[\gamma(\alpha + iy), \nu - \gamma(\alpha + iy)]$
(22)	$\frac{e^{-\alpha x}}{(e^{\beta} x + e^{-x})^{\nu} (e^{\gamma} x + e^{-x})^{\mu}},$ $0 < \operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re}(\mu + \nu)$ $ \operatorname{Im} \beta  < \pi,  \operatorname{Im} \gamma  < \pi$	$e^{\gamma(\alpha + iy) \cdot \mu \cdot \beta \nu} \times$ $\times \frac{\Gamma(\alpha + iy) \Gamma(\mu + \nu - \alpha - iy)}{\Gamma(\mu + \nu)} \times$ $\times {}_2F_1(\nu, \alpha + iy; \mu + \nu; 1 - e^{\gamma - \beta})$
(23)	$(ix)^{\nu} e^{-\alpha^2 x^2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > -1$ $\arg(ix) = \pi/2 \quad (x > 0)$ $\arg(ix) = -\pi/2 \quad (x < 0)$	$\pi^{1/2} 2^{-\nu-1} \alpha^{-\nu-1} e^{-2^{-3} \alpha^{-2} y^2} D_{\nu}(2^{-1/2} \alpha^{-1} y)$
(24)	$[\exp(e^{-x}) - 1]^{-1} e^{-\lambda x},$ $\operatorname{Re}(\lambda) > 1$	$\zeta(\lambda + iy) \Gamma(\lambda + iy)$
(25)	$[\exp(e^{-x}) + 1]^{-1} e^{-\lambda x},$ $\operatorname{Re} \lambda > 0$	$(1 - 2^{1-\lambda-iy}) \Gamma(\lambda + iy) \zeta(\lambda + iy)$

	$f(x)$	$g(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixy} dx$
(26)	$e^{-\lambda x} \ln  1 - e^{-x} ,$ $-1 < \operatorname{Re} \lambda < 0$	$\pi (\lambda + iy)^{-1} \operatorname{ctg} (\pi \lambda + iy\pi)$
(27)	$e^{-\lambda x} \ln (1 + e^{-x}),$ $-1 < \operatorname{Re} \lambda < 0$	$\frac{\pi}{(\lambda + iy) \sin (\pi \lambda + iy\pi)}$
(28)	$e^{-\lambda x} \ln \frac{ 1 + e^{-x} }{ 1 - e^{-x} },  \operatorname{Re} \lambda  < 1$	$\pi (\lambda + iy)^{-1} \operatorname{tg} (2^{-1}\pi \lambda + 2^{-1}iy\pi)$
(29)	$e^{-\lambda x} (a + e^{-x})^{-\nu} \ln (a + e^{-x}),$ $a > 0, \operatorname{Re} \nu > \operatorname{Re} \lambda > 0$	$a^{\lambda + iy - \nu} B(\lambda + iy, \nu - \lambda - iy) \times$ $\times [\psi(\nu) - \psi(\nu - \lambda - iy) + \ln a]$
(30)	$(\operatorname{sh} x + \operatorname{sh} a)^{-1}, a > 0$	$-\frac{i\pi [\operatorname{ch}(\pi y) - e^{-2ia y}] e^{ia y}}{\operatorname{ch} a \operatorname{sh}(\pi y)}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(31)	$0, \quad -\infty < x < -\pi/2$ $(\cos x)^{\mu} (a^2 e^{ix} + b^2 e^{-ix})^{\nu},$ $-\pi/2 < x < \pi/2$ $0, \quad \pi/2 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \mu > -1$	$\frac{\pi b^{2\nu} 2^{-\mu} \Gamma(1 + \mu)}{\Gamma\left(1 - \frac{y}{2} - \frac{\nu}{2} + \frac{\mu}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{y}{2} + \frac{\nu}{2} + \frac{\mu}{2}\right)} \times$ $\times {}_2F_1\left(-\nu, \frac{y + \nu + \mu}{2}; 1 + \frac{\mu - \nu - y}{2}; \frac{a^2}{b^2}\right),$ $a^2 < b^2$ $\frac{\pi a^{2\nu} 2^{-\mu} \Gamma(1 + \mu)}{\Gamma\left(1 + \frac{y}{2} - \frac{\nu}{2} + \frac{\mu}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{y}{2} - \frac{\nu}{2} + \frac{\mu}{2}\right)} \times$ $\times {}_2F_1\left(-\nu, \frac{y - \nu - \mu}{2}; 1 + \frac{\mu + y - \nu}{2}; \frac{b^2}{a^2}\right),$ $a^2 > b^2$
(32)	$\frac{e^{\nu \operatorname{arsh} x}}{(1 + x^2)^{1/2}},  \operatorname{Re} \nu  < 1$	$-2e^{-z^{-1}\nu\pi i} K_{\nu}(y), \quad y > 0$ $-2e^{z^{-1}\nu\pi i} K_{\nu}(-y), \quad y < 0$

## 3.3. Высшие трансцендентные функции

	$f(x)$	$g(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixy} dx$
(1)	$0, \quad -\infty < x < -1$ $P_n(x), \quad -1 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$(-1)^n i^n (2\pi)^{1/2} y^{-1/2} J_{n+1/2}(y)$
(2)	$0, \quad -\infty < x < -1$ $(1-x^2)^{-1/2} T_n(x), \quad -1 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$(-1)^n i^n \pi J_n(y)$
(3)	$0, \quad -\infty < x < -1$ $(1-x^2)^\nu P_n^{(\nu, \nu)}(x), \quad -1 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$(-i)^n 2^{\nu+1/2} \pi^{1/2} y^{-\nu-1/2} (n!)^{-1} \times$ $\times \Gamma(n+\nu+1) J_{n+\nu+1/2}(y)$
(4)	$0, \quad -\infty < x < -1$ $(1-x)^\nu (1+x)^\mu P_n^{(\nu, \mu)}(x), \quad -1 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re} \mu > -1$	$(-i)^n 2^{n+\nu+\mu+1} y^n (n!)^{-1} \times$ $\times B(n+\nu+1, n+\mu+1) e^{iy} \times$ $\times {}_1F_1(n+\nu+1; 2n+\mu+\nu+2; -2iy)$
(5)	$[\Gamma(\nu-x) \Gamma(\mu+x)]^{-1}$	$[2 \cos(y/2)]^{\mu+\nu-2} e^{2^{-1}iy} (\mu-\nu) \times$ $\times [\Gamma(\mu+\nu-1)]^{-1}, \quad  y  < \pi$ $0, \quad  y  > \pi$
(6)	$[\Gamma(\alpha+x)]^{\pm 1} [\Gamma(\beta+x)]^{\pm 1}$	См. Титчмарш Е., 1948, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат, стр. 245 и сл.
(7)	$0, \quad -\infty < x < -1$ $P_\nu(x), \quad -1 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$2\pi (1+\nu^2)^{-1} \sin(\nu\pi) e^{iy} \times$ $\times {}_2F_2(1, 1; -\nu, 2+\nu; -2iy)$
(8)	$x^{-1/2} J_{n+1/2}(x)$	$(-1)^n i^n (2\pi)^{1/2} P_n(y), \quad  y  < 1$ $0, \quad  y  > 1$
(9)	$x^{-\nu-1/2} J_{n+\nu+1/2}(x), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-\nu+1/2} \pi^{1/2} (-1)^n i^n n! [\Gamma(n+\nu+1)]^{-1} \times$ $\times (1-y^2)^\nu P_n^{(\nu, \nu)}(y), \quad  y  < 1$ $0, \quad  y  > 1$

	$f(x)$	$g(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixy} dx$
(10)	$J_{\mu+x}(\alpha) J_{\nu-x}(\alpha),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1$	$e^{2^{-1}iy} J_{\mu+\nu} [2\alpha \cos(y/2)],$ 0, $ y  < \pi$ $ y  > \pi$
(11)	$\frac{J_{\mu+x}(\alpha) J_{\nu-x}(\beta)}{a^{\mu+x} b^{\nu-x}}$	См. Gröbner W. и Hofreiter N., 1950, Integraltafel, Part II, стр. 203
(12)	$[(x+c)^2 + b^2]^{-\nu} \times$ $\times J_{\nu} \{ a [(x+c)^2 + b^2] \},$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a, b, c > 0$	$(2\pi)^{1/2} e^{ic} a^{-\nu} b^{-\nu+1/2} (a^2 - y^2)^{\nu-1/2} \times$ $\times J_{\nu-1/2} [b (a^2 - y^2)^{1/2}],$ $ y  < a$ 0, $ y  > a$
(13)	0, $ x  > \pi/2$ $(\cos x)^{\nu} (a^2 e^{ix} + b^2 e^{-ix})^{-\nu} \times$ $\times J_{2\nu} \{ c [2 (a^2 e^{ix} + b^2 e^{-ix}) \times$ $\times \cos x]^{1/2} \},$ $ x  < \pi/2$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1$	$\pi^{2-\nu} a^{\nu/2} b^{-\nu/2} J_{\nu-y/2}(ac) J_{\nu+y/2}(bc)$
(14)	$a^{-\mu-x} b^{-\nu+x} J_{\mu+x}(a) J_{\nu-x}(b),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > 1, a, b > 0$	$[2 \cos(y/2)]^{(\mu+\nu)/2} \times$ $\times (a^2 e^{iy/2} + b^2 e^{-iy/2})^{-(\mu+\nu)/2} \times$ $\times e^{2^{-1}iy} J_{\mu+\nu} \{ [2 (a^2 e^{iy/2} +$ $+ b^2 e^{-iy/2}) \cos(y/2)]^{1/2} \},$ 0, $ y  < \pi$ $ y  > \pi$
(15)	$e^{-2^{-2}(1+\lambda)x^2} D_{\nu} [(1-\lambda)^{1/2} x],$ $\operatorname{Re} \lambda > 0$	$(2\pi)^{1/2} \lambda^{\nu/2} e^{-2^{-2}\lambda^{-1}(1+\lambda)y^2} \times$ $\times D_{\nu} [-iy(\lambda^{-1} - 1)^{1/2}]$
(16)	$x^n e^{-ix} F_1(a; b; 2ix),$ $\operatorname{Re} a > n, \operatorname{Re}(b-a) > n$	$(-i)^n \pi^{2n+2-b} n! [B(a, b-a)]^{-1} \times$ $\times (1-y)^{a-n-1} (1+y)^{b-a-n-1} \times$ $\times P_n^{(a-n-1, b-a-n-1)}(y),$ $ y  < 1$ 0, $ y  > 1$

## ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

Мы называем функцию

$$g(p) = \mathcal{L}\{f(t); p\} = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

преобразованием Лапласа функции  $f(t)$ . Здесь  $p$  рассматривается как комплексное переменное. Функция  $f(t)$  называется *обратным преобразованием Лапласа* для  $g(p)$ . Мы даем здесь таблицы как для прямого, так и для обратного преобразования Лапласа. В главе IV пары взаимно обратных функций классифицированы по функции  $f(t)$ , а в главе V — по функции  $g(p)$ . Надо отметить, что многие авторы используют функцию  $pg(p)$  как «операционный образ» или «операционное представление» функции  $f(t)$  (иногда  $pg(p)$  называют также преобразованием Лапласа этой функции). Для указания связи между  $f(t)$  и ее операционным образом  $pg(p)$  применяют обозначения  $\dot{\equiv}$ ,  $\subset$  и многие другие.

Существует очень много книг по теории и приложениям преобразований Лапласа. Наиболее важные из них перечислены на стр. 335. Так как преобразование Лапласа является по сути дела преобразованием Фурье в комплексной области, то многие ссылки, сделанные для преобразования Фурье, могут оказаться полезными и для преобразования Лапласа. Кроме того, многие учебники, указанные в ссылках, содержат полезный материал, касающийся преобразования Лапласа. Многие книги о преобразовании Лапласа содержат более или менее разработанные таблицы (чаще содержащие формулы для обратного преобразования Лапласа). Наиболее полными являются следующие таблицы: Коссар и Эрдейи (1944—46; содержат как таблицы преобразований Лапласа, так и таблицы обратных преобразований Лапласа); В. А. Диткин и П. И. Кузнецов (1951, таблицы обратных операционных изображений); Деч, Книсс и Фелькер (1947, обратное преобразование Лапласа), Мак-Лахлан и Гумберт (1950, операционные изображения); Мак-Лахлан, Гумберт и Поли (1950, операционные изображения).

Из пар взаимно обратных функций, приведенных в главах IV и V, могут быть выведены дальнейшие пары с помощью методов, изложенных во введении к этому тому, а также с помощью общих формул, данных в пп. 4.1 и 5.1. Мы не приводим списка формул для «цепей» или «последовательных» преобразований, относительно них см. Мак-Лахлан, Гумберт и Поли (1950, стр. 18—19).



ГЛАВА IV  
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

4.1. Общие формулы

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(1)	$\frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{zt} g(z) dz$	$g(p)$
(2)	$f(t+a) = f(t)$	$(1 - e^{-ap})^{-1} \int_0^a e^{-pt} f(t) dt$
(3)	$f(t+a) = -f(t)$	$(1 + e^{-ap})^{-1} \int_0^a e^{-pt} f(t) dt$
(4)	0, $t < ba^{-1}$ $f(at - b)$ , $t > ba^{-1}$ $a, b > 0$	$a^{-1} e^{-ba^{-1}p} g(a^{-1}p)$
(5)	$e^{-at} f(t)$	$g(p+a)$
(6)	$t^n f(t)$	$(-1)^n \frac{d^n g(p)}{dp^n}$
(7)	$t^{-n} f(t)$	$\int_p^{\infty} \dots \int_p^{\infty} g(p) (dp)^n$ $n$ -кратный интеграл

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(8)	$f^{(n)}(t)$	$p^n g(p) - p^{n-1} f(0) -$ $- p^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
(9)	$\int_0^t \dots \int_0^t f(t) (dt)^n$	$p^{-n} g(p)$
(10)	$\left(t \frac{d}{dt}\right)^n f(t),$ где, например, $\left(t \frac{d}{dt}\right)^2 f(t) = t \frac{d}{dt} \left\{ t \frac{d}{dt} [f(t)] \right\}$	$\left(-\frac{d}{dp} p\right)^n g(p),$ $\left(\frac{d}{dp} p\right)^2 g(p) = \frac{d}{dp} \left\{ p \frac{d}{dp} [p g(p)] \right\}$
(11)	$\left(\frac{d}{dt} t\right)^n f(t)$	$\left(-p \frac{d}{dp}\right)^n g(p)$
(12)	$\left(t^{-1} \frac{d}{dt}\right)^n f(t),$ если $\left(\frac{1}{t} \frac{d}{dt}\right)^k f(t) = 0$ для $t = 0, k = 0, \dots, n-1$	$\int_p^{\infty} p \int_p^{\infty} \dots p \int_p^{\infty} p g(p) (dp)^n$
(13)	$t^m f^{(n)}(t),$ $m \geq n$	$\left(-\frac{d}{dp}\right)^m [p^n g(p)]$
(14)	$t^m f^{(n)}(t),$ $m < n$	$\left(-\frac{d}{dp}\right)^m [p^n g(p)] + (-1)^{m-1} \times$ $\times \left[ \frac{(n-1)!}{(n-m-1)!} p^{n-m-1} f(0) + \right.$ $\left. + \frac{(n-2)!}{(n-m-2)!} p^{n-m-2} f'(0) + \right.$ $\left. + \dots + m! f^{(n-m-1)}(0) \right]$
(15)	$\frac{d^n}{dt^n} [t^m f(t)],$ $m \geq n$	$(-1)^m p^n g^{(m)}(p)$
(16)	$\frac{d^n}{dt^n} [t^m f(t)],$ $m < n$	$(-1)^m p^n g^{(m)}(p) - m! p^{n-m-1} f(0) -$ $- \frac{(m+1)!}{1!} p^{n-m-2} f'(0) -$ $- \dots - \frac{(n-1)!}{(n-m-1)!} f^{(n-m-1)}(0)$
(17)	$\left(e^t \frac{d}{dt}\right)^n f(t)$ при условии, что $f^{(k)}(0) = 0$ при $k = 0, 1, \dots, n-1$	$(p-1) \dots (p-n) g(p-n)$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(18)	$\int_0^t t^{-1} f(t) dt$	$p^{-1} \int_p^{\infty} g(p) dp$
(19)	$\int_t^{\infty} t^{-1} f(t) dt$	$p^{-1} \int_0^p g(p) dp$
(20)	$\int_0^t f_1(u) f_2(t-u) du$	$g_1(p) g_2(p)$
(21)	$f_1(t) f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} g_1(z) g_2(p-z) dz$
(22)	$f(t^2)$	$\pi^{-1/2} \int_0^{\infty} e^{-2^{-2} p^2 u^{-2}} g(u^2) du$
(23)	$t^n f(t^2)$	$2^{-n/2} \pi^{-1/2} \int_0^{\infty} u^n e^{-2^{-2} p^2 u^2} \times$ $\times \text{He}_n(2^{-1/2} pu) g(u^{-2}) du$
(24)	$t^\nu f(t^2)$	$2^{-1/2} \pi^{-1/2} \int_0^{\infty} u^\nu e^{-2^{-2} p^2 u^2} \times$ $\times D_\nu(pu) g(2^{-1} u^{-2}) du$
(25)	$t^{\nu-1} f(t^{-1}),$ $\text{Re } \nu > -1$	$p^{-\nu} \int_0^{\infty} u^{\nu/2} J_\nu(2u^{1/2} p^{1/2}) g(u) du$
(26)	$f(ae^t - a),$ $a > 0$	$[a\Gamma(p+1)]^{-1} \int_0^{\infty} e^{-u} u^p g(u/a) du$
(27)	$f(a \text{ sh } t),$ $a > 0$	$\int_0^{\infty} J_p(au) g(u) du$
(28)	$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} f(n^{-1}t)$	$\int_0^{\infty} (e^{pu} - 1)^{-1} f(u) du$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(29)	$\int_0^{\infty} \frac{t^{\mu-1}}{\Gamma(\mu)} f(u) du$	$g(\ln p)$
(30)	$\int_0^{\infty} u^{-1/2} \sin(2u^{1/2}t^{1/2}) f(u) du$	$\pi^{1/2} p^{-3/2} g(p^{-1})$
(31)	$t^{-1/2} \int_0^{\infty} \cos(2u^{1/2}t^{1/2}) f(u) du$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} g(p^{-1})$
(32)	$t^{\nu} \int_0^{\infty} J_{2\nu}(2u^{1/2}t^{1/2}) u^{-\nu} f(u) du$	$p^{-2\nu-1} g(p^{-1})$
(33)	$t^{-1/2} \int_0^{\infty} e^{-2ut-1u^2} f(u) du$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} g(p^{1/2})$
(34)	$t^{-n/2-1/2} \int_0^{\infty} e^{-2-2t-1u^2} \times$ $\times \text{He}_n(2^{-1/2}ut^{-1/2}) f(u) du$	$2^{n/2} \pi^{1/2} p^{n/2-1/2} g(p^{1/2})$
(35)	$t^{-\nu} \int_0^{\infty} e^{-u^2/(8t)} \times$ $\times D_{2\nu-1}(2^{-1/2}ut^{-1/2}) f(u) du$	$2^{\nu-1/2} \pi^{1/2} p^{\nu-1} g(p^{1/2})$
(36)	$\int_0^t \left(\frac{t-u}{au}\right)^{\nu} \times$ $\times J_{2\nu}[2(aut-au^2)^{1/2}] f(u) du$	$p^{-2\nu-1} g(p+ap^{-1})$
(37)	$\int_0^t J_0[(t^2-u^2)^{1/2}] f(u) du$	$(p^2+1)^{-1/2} g[(p^2+1)^{1/2}]$
(38)	$f(t) - \int_0^t J_1(u) f[(t^2-u^2)^{1/2}] du$	$g[(p^2+1)^{1/2}]$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(39)	$\int_0^t \left(\frac{t-u}{t+u}\right)^{\nu} J_{2\nu} [(t^2 - u^2)^{1/2}] f(u) du$	$(p^2 + 1)^{-1/2} [(p^2 + 1)^{1/2} + p]^{-2\nu} \times$ $\times g[(p^2 + 1)^{1/2}]$

## 4.2. Алгебраические функции

(1)	1	$p^{-1}$	$\operatorname{Re} p > 0$
(2)	0, $0 < t < a$ 1, $a < t < b$ 0, $t > b$	$p^{-1} (e^{-ap} - e^{-bp})$	
(3)	$t^n$	$n! p^{-n-1}$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
(4)	0, $0 < t < b$ $t^n$ , $t > b$	$e^{-bp} \sum_{m=0}^n \frac{n!}{m!} \frac{b^m}{p^{n-m+1}}$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$t^n$ , $0 < t < b$ 0, $t > b$	$\frac{n!}{p^{n+1}} - e^{-bp} \sum_{m=0}^n \frac{n!}{m!} \frac{b^m}{p^{n-m+1}}$	
(6)	0, $0 < t < b$ $(t + a)^{-1}$ , $t > b$ $ \arg(\alpha + b)  < \pi$	$-e^{\alpha p} \operatorname{Ei}[-(\alpha + b)p]$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
(7)	0, $0 < t < b$ $(t + a)^{-1}$ , $b < t < c$ 0, $t > c$ — $\alpha$ не принадлежит $(b, c)$	$e^{\alpha p} \{ \operatorname{Ei}[-(\alpha + c)p] -$ $- \operatorname{Ei}[-(\alpha + b)p] \}$	
(8)	$(t - a)^{-1}$ , $a \geq 0$	$-e^{-ap} \bar{\operatorname{Ei}}(ap)$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(9)	$\frac{1}{(t + \alpha)^n}$ , $n \geq 2$ , $ \arg \alpha  < \pi$	$\sum_{m=1}^{n-1} \frac{(m-1)!}{(n-1)!} \frac{(-p)^{n-m-1}}{\alpha^m} -$ $-\frac{(-p)^{n-1}}{(n-1)!} e^{\alpha p} \operatorname{Ei}(-\alpha p)$ ,	$\operatorname{Re} p \geq 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(10)	$0, \quad 0 < t < b$ $(t + \alpha)^{-n}, \quad t > b$ $ \arg(\alpha + b)  < \pi, n \geq 2$	$e^{-bp} \sum_{m=1}^{n-1} \frac{(m-1)!}{(n-1)!} \frac{(-p)^{n-m-1}}{(\alpha+b)^m} -$ $- \frac{(-p)^{n-1}}{(n-1)!} e^{\alpha p} \text{Ei}[-(\alpha+b)p],$ $\text{Re } p > 0$
<p>Относительно других формул этого типа см. Bierens de Haan D., 1867, <i>Nouvelles tables d'intégrales définies</i>, стр. 727.</p>		
(11)	$t^n (t + \alpha)^{-1}, n \geq 1, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$(-1)^{n-1} \alpha^n e^{\alpha p} \text{Ei}(-\alpha p) +$ $+ \sum_{m=1}^n (m-1)! (-\alpha)^{n-m} p^{-m},$ $\text{Re } p > 0$
(12)	$(At + B\alpha) (t^2 - \alpha^2)^{-1},$ $ \arg(\pm \alpha)  < \pi$	$- 2^{-1} (A - B) e^{\alpha p} \text{Ei}(-\alpha p) -$ $- 2^{-1} (A + B) e^{-\alpha p} \text{Ei}(\alpha p), \text{Re } p > 0$
(13)	$(At + B\alpha) (t^2 - a^2)^{-1}, a > 0$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши	$- 2^{-1} (A - B) e^{-\alpha p} \text{Ei}(-\alpha p) -$ $- 2^{-1} (A + B) e^{-\alpha p} \bar{\text{Ei}}(\alpha p),$ $\text{Re } p > 0$
(14)	$(At + B\alpha) (t^2 + \alpha^2)^{-1},$ $ \arg(\pm i\alpha)  < \pi$	$(A \cos \alpha p - B \sin \alpha p) \text{ci}(\alpha p) -$ $- (A \sin \alpha p + B \cos \alpha p) \text{si}(\alpha p),$ $\text{Re } p > 0$
(15)	$0, \quad 0 < t < b$ $t^{-1/2}, \quad t > b$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} \text{Erfc}(b^{1/2} p^{1/2}),$ $\text{Re } p > 0$
(16)	$t^{-1/2}, \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} \text{Erf}(b^{1/2} p^{1/2})$
(17)	$t^{n-1/2}$	$\frac{\pi^{1/2} \cdot 1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{2^n p^{n+1/2}},$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(18)	$(t + \alpha)^{-1/2}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{\alpha p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(19)	$0, \quad 0 < t < b$ $t^{-3/2}, \quad t > b$	$2b^{-1/2} e^{-bp} - 2\pi^{1/2} p^{1/2} \operatorname{Erfc}(b^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p \geq 0$
(20)	$(t + \alpha)^{-3/2}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$2\alpha^{-1/2} - 2\pi^{1/2} p^{1/2} e^{\alpha p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p \geq 0$
(21)	$t^{1/2}(t + \alpha)^{-1}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$(\pi/p)^{1/2} - \pi \alpha^{1/2} e^{\alpha p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(22)	$0, \quad 0 < t < b$ $t^{-1}(t - b)^{1/2}, \quad t > b$	$(\pi/p)^{1/2} e^{-bp} - \pi b^{1/2} \operatorname{Erfc}(b^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(23)	$t^{-1/2}(1 + 2at)$	$\pi^{1/2} p^{-3/2} (p + \alpha), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(24)	$t^{-1/2}(t + \alpha)^{-1}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\pi \alpha^{-1/2} e^{\alpha p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p \geq 0$
(25)	$0, \quad 0 < t < b$ $t^{-1}(t - b)^{-1/2}, \quad t > b$	$\pi b^{-1/2} \operatorname{Erfc}(b^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p \geq 0$
(26)	$t(t^2 + \alpha^2)^{-1/2}, \quad  \arg \alpha  < \pi/2$	$2^{-1} \pi \alpha [\operatorname{H}_1(\alpha p) - Y_1(\alpha p)] - \alpha,$ $\operatorname{Re} p > 0$
(27)	$t(b^2 - t^2)^{-1/2}, \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$	$2^{-1} \pi b [\operatorname{L}_1(bp) - I_1(bp)] + b$
(28)	$0, \quad 0 < t < b$ $t(t^2 - b^2)^{-1/2}, \quad t > b$	$bK_1(bp), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(29)	$(t^2 + 2at)^{-1/2}(t + \alpha),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$a e^{\alpha p} K_1(\alpha p), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(30)	$(2bt - t^2)^{-1/2}(b - t), \quad 0 < t < 2b$ $0, \quad t > 2b$	$\pi b e^{-bp} I_1(bp), \quad \operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(31)	$[t + (t^2 + \alpha^2)^{1/2}]^{-1},$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$2^{-1} \pi \alpha^{-1} p^{-1} [H_1(\alpha p) - Y_1(\alpha p)] -$ $-\alpha^{-2} p^{-2},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(32)	$\sin \theta (1 + t + \cos \theta)^{-1} (t^2 + 2t)^{-1/2}$	$\exp [2p \cos^2(\theta/2)] \times$ $\times [\theta - \sin \theta \int_0^p K_0(v) e^{-v \cos \theta} dv],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(33)	$[t + (1 + t^2)^{1/2}]^n +$ $+ [t - (1 + t^2)^{1/2}]^n$	$2O_n(p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(34)	$[t + (1 + t^2)^{1/2}]^n (1 + t^2)^{-1/2}$	$2^{-1} [S_n(p) - \pi E_n(p) - \pi Y_n(p)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(35)	$[t - (1 + t^2)^{1/2}]^n (1 + t^2)^{-1/2}$	$-2^{-1} [S_n(p) + \pi E_n(p) +$ $+ \pi Y_n(p)],$ $\operatorname{Re} p > 0$

## 4.3. Степени с произвольным показателем

(1)	$t^\nu,$	$\operatorname{Re} \nu > -1$	$\Gamma(\nu + 1) p^{-\nu-1},$	$\operatorname{Re} p > 0$
(2)	$0,$ $t^\nu,$	$0 < t < b$ $t > b$	$p^{-\nu-1} \Gamma(\nu + 1, bp),$	$\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$t^\nu,$ $0,$	$0 < t < b$ $t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$p^{-\nu-1} \gamma(\nu + 1, bp)$	
(4)	$(t + \alpha)^\nu,$	$ \arg \alpha  < \pi$	$p^{-\nu-1} e^{\alpha p} \Gamma(\nu + 1, \alpha p)$	$\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$0,$ $(t - b)^\nu,$	$0 < t < b$ $t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\Gamma(\nu + 1) p^{-\nu-1} e^{-bp},$	$\operatorname{Re} p > 0$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(6)	$(b-t)^\nu, \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$p^{-\nu-1} e^{-bp} \gamma(\nu+1, -bp)$
(7)	$t^\nu (t+\alpha)^{-1},$ $ \arg \alpha  < \pi, \operatorname{Re} \nu > -1$	$\Gamma(\nu+1) \alpha^\nu e^{\alpha p} \Gamma(-\nu, \alpha p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(8)	$0, \quad 0 < t < b$ $t^{-1} (t-b)^\nu, \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\Gamma(\nu+1) b^\nu \Gamma(-\nu, bp), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(9)	$t^{\nu-1} (1+t^2)^{-1}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\frac{\pi V_\nu(2p, 0)}{\sin \nu\pi}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(10)	$(1+t^2)^{\nu-1/2}$	$2^{\nu-1} \pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) p^{-\nu} \times$ $\times [H_\nu(p) - Y_\nu(p)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$0, \quad 0 < t < b$ $(t^2-b^2)^{\nu-1/2}, \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{-1/2} \Gamma(\nu+1/2) (2b/p)^\nu K_\nu(bp),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(12)	$(b^2-t^2)^{\nu-1/2}, \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1} \pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) (2b/p)^\nu \times$ $\times [I_\nu(bp) - L_\nu(bp)]$
(13)	$(t^2+2\alpha t)^{\nu-1/2},$ $ \arg \alpha  < \pi, \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{-1/2} \Gamma(\nu+1/2) (2\alpha/p)^\nu e^{\alpha p} K_\nu(\alpha p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(14)	$(2bt-t^2)^{\nu-1/2}, \quad 0 < t < 2b$ $0, \quad t > 2b$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) (2b/p)^\nu e^{-bp} I_\nu(bp),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(15)	$(t^2+it)^{\nu-1/2}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$-2^{-1} i \pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) p^{-\nu} e^{ip/2} \times$ $\times H_\nu^2(p/2), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(16)	$(t^2-it)^{\nu-1/2}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1} \pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) p^{-\nu} e^{-ip/2} \times$ $\times H_\nu^1(p/2), \quad \operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(17)	$0, \quad 0 < t < 2b$ $(t + 2a)^{\nu} (t - 2b)^{-\nu}, \quad t > 2b$ $ \arg(\alpha + b)  < \pi, \quad \operatorname{Re} \nu < 1$	$\frac{\nu \tilde{k}_{2\nu}  \alpha + b  e^{(\alpha-b)p}}{\sin(\nu\pi) p},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(18)	$0, \quad 0 < t < b$ $(t - b)^{\nu-1} (t + b)^{-\nu+1/2}, \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{\nu-1/2} \Gamma(\nu) p^{-1/2} D_{1-2\nu}(2b^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(19)	$0, \quad 0 < t < b$ $(t - b)^{\nu-1} (t + b)^{-\nu-1/2}, \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{\nu-1/2} \Gamma(\nu) b^{-1/2} D_{-2\nu}(2b^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p \geq 0$
(20)	$t^{\nu-1} (t + \alpha)^{-\nu+1/2},$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$2^{\nu-1/2} \Gamma(\nu) p^{-1/2} e^{2-1ap} \times$ $\times D_{1-2\nu}(2^{1/2} \alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(21)	$t^{\nu-1} (t + \alpha)^{-\nu-1/2},$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$2^{\nu} \Gamma(\nu) \alpha^{-1/2} e^{2-1ap} \times$ $\times D_{-2\nu}(2^{1/2} \alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p \geq 0$
(22)	$0, \quad 0 < t < b$ $(t + \alpha)^{2\mu-1} (t - b)^{2\nu-1}, \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \quad  \arg(\alpha + b)  < \pi$	$\Gamma(2\nu) (\alpha + b)^{\mu+\nu-1} \times$ $\times p^{-\mu-\nu} e^{2-1p(\alpha-b)} \times$ $\times W_{\mu-\nu, \mu+\nu-1/2}(ap + bp),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(23)	$0, \quad 0 < t < a$ $(t - a)^{2\mu-1} (b - t)^{2\nu-1}, \quad a < t < b$ $0, \quad t > b$ $\operatorname{Re} \mu > 0, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$B(2\mu, 2\nu) (b - a)^{\mu+\nu-1} \times$ $\times p^{-\mu-\nu} e^{-2-1p(\alpha+b)} \times$ $\times M_{\mu-\nu, \mu+\nu-1/2}(bp - ap)$
(24)	$t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} (1-\sigma t)^{-\gamma},$ $0 < t < 1$ $0, \quad t > 1$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \quad \operatorname{Re} \beta > 0$ $ \arg(1-\sigma)  < \pi$	$B(\alpha, \beta) \Phi_1(\alpha, \gamma, \alpha + \beta; \sigma, -p)$
(25)	$[(t^2 + 1)^{1/2} + t]^{\nu}$	$p^{-1} S_{1, \nu}(p) + \nu p^{-1} S_{0, \nu}(p),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(26)	$[(t^2 + 1)^{1/2} - t]^{\nu}$	$p^{-1} S_{1, \nu}(p) - \nu p^{-1} S_{0, \nu}(p),$ $\text{Re } p > 0$
(27)	$(t^2 + 1)^{-1/2} [(t^2 + 1)^{1/2} + t]^{\nu}$	$\frac{\pi [J_{-\nu}(p) - J_{\nu}(p)]}{\sin(\nu\pi)},$ $\text{Re } p > 0$
(28)	$(t^2 + 1)^{-1/2} [(t^2 + 1)^{1/2} - t]^{\nu}$	$S_{0, \nu}(p) - \nu S_{-1, \nu}(p),$ $\text{Re } p > 0$
(29)	$0, \quad 0 < t < 1$ $\frac{[(t^2 - 1)^{1/2} + t]^{\nu} + [(t^2 - 1)^{1/2} - t]^{\nu}}{(t^2 - 1)^{1/2}},$ $t > 1$	$2K_{\nu}(p),$ $\text{Re } p > 0$
(30)	$[(t + 2\alpha)^{1/2} + t^{1/2}]^{2\nu} -$ $[(t + 2\alpha)^{1/2} - t^{1/2}]^{2\nu},$ $ \arg \alpha  < \pi$	$2^{\nu+1} \nu \alpha^{\nu} p^{-1} e^{\alpha p} K_{\nu}(\alpha p),$ $\text{Re } p > 0$
(31)	$0, \quad 0 < t < b$ $[(t + b)^{1/2} + (t - b)^{1/2}]^{2\nu} -$ $[(t + b)^{1/2} - (t - b)^{1/2}]^{2\nu},$ $t > b$	$2^{\nu+1} \nu b^{\nu} p^{-1} K_{\nu}(bp),$ $\text{Re } p > 0$
(32)	$t^{-\nu-1} (t^2 + 1)^{-1/2} \times$ $\times [1 + (t^2 + 1)^{1/2}]^{\nu+1/2}, \quad \text{Re } \nu < 0$	$2^{1/2} \Gamma(-\nu) D_{\nu} [(2ip)^{1/2}] \times$ $\times D_{\nu} [(-2ip)^{1/2}], \quad \text{Re } p \geq 0$
(33)	$(2\alpha)^{2\nu} [t + (t^2 + 4\alpha^2)^{1/2}]^{2\nu} \times$ $\times (t^2 + 4\alpha^2 t)^{-1/2}, \quad \text{Re } \alpha > 0$	$(\pi/2)^{3/2} p^{1/2} [J_{\nu+1/4}(\alpha p) Y_{\nu-1/4}(\alpha p) -$ $- J_{\nu-1/4}(\alpha p) Y_{\nu+1/4}(\alpha p)],$ $\text{Re } p > 0$
(34)	$0, \quad 0 < t < 1$ $t^{-1/2} (t^2 - 1)^{-1/2} \times$ $\times \{ [t + (t^2 - 1)^{1/2}]^{2\nu} +$ $+ [t - (t^2 - 1)^{1/2}]^{2\nu} \},$ $t > 1$	$(2p/\pi)^{1/2} K_{\nu+1/4}(p/2) K_{\nu-1/4}(p/2),$ $\text{Re } p > 0$

#### 4.4 Ступенчатые и другие кусочно-рациональные функции, $n = 0, 1, 2, \dots$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(1)	0, $2nb < t < (2n+1)b$ 1, $(2n-1)b < t < 2nb$	$p^{-1} (e^{bp} + 1)^{-1}$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(2)	0, $(4n-1)b < t < (4n+1)b$ 2, $(4n+1)b < t < (4n+3)b$	$\frac{1}{p \operatorname{ch}(bp)}$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$1/2$ , $2nb < t < (2n+1)b$ $-1/2$ , $(2n-1)b < t < 2nb$	$\frac{\operatorname{th}(2^{-1}bp)}{2p}$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$n$ , $nb < t < (n+1)b$	$p^{-1} (e^{bp} - 1)^{-1}$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$n+1$ , $nb < t < (n+1)b$	$p^{-1} (1 - e^{-bp})^{-1}$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(6)	$2n+1$ , $2nb < t < 2(n+1)b$	$p^{-1} \operatorname{cth}(bp)$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(7)	0, $0 < t < b$ $2n$ , $(2n-1)b < t < (2n+1)b$	$\frac{1}{p \operatorname{sh}(bp)}$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(8)	$n$ , $b\pi^2 n^2 < t < b\pi^2 (n+1)^2$	$2^{-1} p^{-1} [\theta_3(0   i\pi bp) - 1]$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(9)	$n$ , $\ln n < t < \ln(n+1)$	$p^{-1} \zeta(p)$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(10)	$\sum_{0 \leq \ln n \leq t} (t - \ln n)^{\alpha-1}$ , $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(\alpha) p^{-\alpha} \zeta(p)$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$(1-\alpha)^{-1} (1-\alpha^n)$ , $nb < t < (n+1)b$	$p^{-1} (e^{bp} - \alpha)^{-1}$ , $\operatorname{Re} p > 0$ , $b \operatorname{Re} p > \operatorname{Re}(\ln \alpha)$
(12)	$\binom{n}{m}$ , $nb < t < (n+1)b$	$\frac{1}{p (e^{bp} - 1)^m}$ , $\operatorname{Re} p > 0$
(13)	$n^m$ , $nb < t < (n+1)b$	$\frac{1 - e^{-bp}}{(-b)^m p} \frac{d^m}{dp^m} (1 - e^{-bp})^{-1}$ , $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(14)	$t,$ $1,$ $0 < t < 1$ $t > 1$	$p^{-2} (1 - e^{-p}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(15)	$t,$ $2 - t,$ $0,$ $0 < t < 1$ $1 < t < 2$ $t > 2$	$p^{-2} (1 - e^{-p})^2$
(16)	$\alpha(t - nb),$ $nb < t < (n + 1)b$	$ap^{-2} - 2^{-1}abp^{-1} [\operatorname{cth}(2^{-1}bp) - 1] =$ $= ap^{-2} (e^{bp} - 1)^{-1} (e^{bp} - bp - 1),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(17)	$\frac{1 - \alpha^n}{1 - \alpha} t - b \frac{1 - (n+1)\alpha^n + n\alpha^{n+1}}{(1 - \alpha)^2},$ $nb < t < (n + 1)b$	$\frac{1}{p^2 (e^{bp} - \alpha)},$ $\operatorname{Re} p > 0, b \operatorname{Re} p > \operatorname{Re} \ln \alpha$
(18)	$(2n + 1)t - 2bn(n + 1),$ $2nb < t < 2(n + 1)b$	$p^{-2} \operatorname{cth}(bp),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(19)	$b - (-1)^n(2bn + b - t),$ $2nb < t < 2(n + 1)b$	$p^{-2} \operatorname{th}(bp),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(20)	$0,$ $t - (-1)^n(t - 2nb),$ $(2n - 1)b < t < (2n + 1)b$ $n \geq 1$	$\frac{1}{p^2 \operatorname{ch}(bp)},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(21)	$0,$ $2n(t - bn),$ $(2n - 1)b < t < (2n + 1)b$ $n \geq 1$	$\frac{1}{p^2 \operatorname{sh}(bp)},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(22)	$2^{-2} [1 - (-1)^n] (2t - b) +$ $+ 2^{-1} (-1)^n bn,$ $nb < t < (n + 1)b$	$p^{-2} (e^{bp} + 1)^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(23)	$0,$ $nt - 2^{-1}bn(n + 1),$ $nb < t < (n + 1)b$ $n \geq 1$	$p^{-2} (e^{bp} - 1)^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(24)	$2^{-1}t^2,$ $1 - 2^{-1}(t - 2)^2,$ $1,$ $0 < t < 1$ $1 < t < 2$ $t > 2$	$p^{-3} (1 - e^{-p})^2,$ $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(25)	$2^{-1}t^2, \quad 0 < t < 1$ $\frac{3}{4} - (t - \frac{3}{2})^2, \quad 1 < t < 2$ $2^{-1}(t-3)^2, \quad 2 < t < 3$ $0, \quad t > 3$	$p^{-3}(1 - e^{-p})^3$
(26)	$(t - nb)^2, \quad nb < t < (n+1)b$	$2p^{-3} - p^{-2}(b^2 + 2bp)(e^{bp} - 1)^{-1},$ $\text{Re } p > 0$

Относительно других подобных интегралов см. Гарднер М. Ф. и Бэрнс Дж. Л., 1951, Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными постоянными, перев. с англ., Гостехиздат.

#### 4.5. Показательные функции

(1)	$e^{-at}$	$(p + a)^{-1}, \quad \text{Re } p > -\text{Re } a$
(2)	$te^{-at}$	$(p + a)^{-2}, \quad \text{Re } p > -\text{Re } a$
(3)	$t^{\nu-1}e^{-at}, \quad \text{Re } \nu > 0$	$\Gamma(\nu)(p + a)^{-\nu}, \quad \text{Re } p > -\text{Re } a$
(4)	$t^{-1}(e^{-at} - e^{-\beta t})$	$\ln(p + \beta) - \ln(p + a),$ $\text{Re } p > -\text{Re } a, -\text{Re } \beta$
(5)	$t^{-2}(1 - e^{-at})^2$	$(p + 2a) \ln(p + 2a) + p \ln p -$ $- 2(p + a) \ln(p + a),$ $\text{Re } p \geq 0, -\text{Re } 2a$
(6)	$t^{-1} - 2^{-1}t^{-2}(t+2)(1 - e^{-t})$	$-1 + (p + \frac{1}{2}) \ln(1 + p^{-1}),$ $\text{Re } p > 0$
(7)	$(1 + e^{-t})^{-1}$	$2^{-1}\psi(p/2 + \frac{1}{2}) - 2^{-1}\psi(p/2),$ $\text{Re } p > 0$
(8)	$(1 - e^{-t/a})^{\nu-1},$ $\text{Re } a > 0, \text{Re } \nu > 0$	$a B(ap, \nu), \quad \text{Re } p > 0$
(9)	$t^n(1 - e^{-t/a})^{-1}, \quad \text{Re } a > 0$	$(-a)^{n+1}\psi^{(n)}(ap), \quad \text{Re } p > 0$ $\psi^{(n)}(z) = \frac{d^n}{dz^n} \psi(z)$
(10)	$t^{\nu-1}(1 - e^{-t/a})^{-1}, \quad \text{Re } a > 1$	$a^{\nu}\Gamma(\nu)\zeta(\nu, ap),$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(11)	$t^{-1} (1 - e^{-t})^{-1} - t^{-2} - 2^{-1} t^{-1}$	$p + \ln \Gamma'(p) - p \ln p +$ $+ 2^{-1} \ln(2^{-1} \pi^{-1} p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(12)	$(1 - e^{-at})(1 - e^{-t})^{-1}$	$\psi(p + a) - \psi(p),$ $\operatorname{Re} p > 0, -\operatorname{Re} a$
(13)	$\frac{1 - e^{-at}}{t(1 + e^{-t})}$	$\ln \frac{\Gamma(p/2) \Gamma(\alpha/2 + p/2 + 1/2)}{\Gamma(p/2 + 1/2) \Gamma(\alpha/2 + p/2)},$ $\operatorname{Re} p > 0, -\operatorname{Re} a$
(14)	$(1 - e^{-t})^{\nu-1} (1 - ze^{-t})^{-\mu},$ $\operatorname{Re} \nu > 0,  \arg(1 - z)  < \pi$	$B(p, \nu) {}_2F_1(\mu, p; p + \nu; z),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(15)	$(1 - e^{-t})^{-1} (1 - e^{-at})(1 - e^{-\beta t})$	$\psi(p + \alpha) + \psi(p + \beta) -$ $- \psi(p + \alpha + \beta) - \psi(p),$ $\operatorname{Re} p > 0, -\operatorname{Re} a$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \beta, -\operatorname{Re}(\alpha + \beta)$
(16)	$\frac{(1 - e^{-at})(1 - e^{-\beta t})}{t(1 - e^{-t})}$	$\ln \frac{\Gamma(p) \Gamma(p + \alpha + \beta)}{\Gamma(p + \alpha) \Gamma(p + \beta)},$ $\operatorname{Re} p > 0, -\operatorname{Re} a$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \beta, -\operatorname{Re}(\alpha + \beta)$
(17)	$\frac{(1 - e^{-at})(1 - e^{-\beta t})(1 - e^{-\gamma t})}{t(1 - e^{-t})}$	$\ln  \Gamma(p) \Gamma(p + \beta + \gamma) \Gamma(p + \alpha + \gamma) \times$ $\times \Gamma(p + \alpha + \beta) -$ $- \ln  \Gamma(p + \alpha) \Gamma(p + \beta) \Gamma(p + \gamma) \times$ $\times \Gamma(p + \alpha + \beta + \gamma) ,$ $2 \operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha  +  \operatorname{Re} \beta  +  \operatorname{Re} \gamma $
(18)	$\frac{[\alpha + (1 - e^{-t})^{1/2}]^{-\nu}}{(1 - e^{-t})^{1/2}} +$ $+ \frac{[\alpha - (1 - e^{-t})^{1/2}]^{-\nu}}{(1 - e^{-t})^{1/2}}$	$2^{p+1} e^{(p-\nu)\pi i} \pi i \frac{\Gamma(p)}{\Gamma(\nu)} (\alpha^2 - 1)^{p/2 - \nu/2} \times$ $\times Q_p^{-1}(\alpha), \operatorname{Re} p > 0$
(19)	$0, \quad 0 < t < b$ $(1 - e^{-2t})^{-1/2} [e^{-b}(1 - e^{-2t})^{1/2} -$ $- e^{-t}(1 - e^{-2b})^{1/2}]^{\nu}, \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\frac{(\pi^{1/2} \Gamma(p) \Gamma(\nu + 1))}{2^{p/2 + \nu/2} \Gamma(p/2 + \nu/2 + 1/2)} \times$ $\times e^{-2^{-1} b(p + \nu)} \times$ $\times P_{-p/2 - \nu/2}^{-\nu/2} \{(1 - e^{-2b})^{1/2}\},$ $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(20)	$e^{i\mu - 1} t (1 - e^{-t})^{\mu - 1/2} \times$ $\times  (1 - e^{-t}) \sin \theta -$ $- i (1 - e^{-t}) \cos \theta ^{\mu - 1/2},$ $\operatorname{Re} \mu > -1/2$	$\frac{2^{\mu-1} \Gamma(\mu+1/2) \Gamma(p-\mu+1)}{\pi^{1/2} \Gamma(p+\mu+1)} \times$ $\times \sin^{\mu} \theta e^{(p+1/2)i\theta + (\mu/2-1/4)\pi i} \times$ $\times [\pi P_{\nu}^{\mu}(\cos \theta) + 2iQ_{\nu}^{\mu}(\cos \theta)],$ $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re} \mu - 1$
Другая формула может быть получена заменой всюду $+i$ на $-i$ .		
(21)	$0,$ $e^{-2-2\alpha-1t^2},$ $0 < t < b$ $t > b$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi^{1/2} \alpha^{1/2} e^{\alpha p^2} \times$ $\times \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p + 2^{-1} \alpha^{-1/2} b)$
(22)	$t e^{-2-2\alpha-1t^2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2\alpha - 2\pi^{1/2} \alpha^{3/2} p e^{\alpha p^2} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p)$
(23)	$t^{-1/2} e^{-2-2\alpha-1t^2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{1/2} p^{1/2} e^{2-1\alpha p^2} K_{1/4}(2^{-1} \alpha p^2)$
(24)	$t^{\nu-1} e^{-t^2/(8\alpha)},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$\Gamma(\nu) 2^{\nu} \alpha^{\nu/2} e^{\alpha p^2} D_{-\nu}(2p\alpha^{1/2})$
(25)	$e^{-2-2\alpha t^{-1}},$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$\alpha^{1/2} p^{-1/2} K_1(\alpha^{1/2} p^{1/2}), \operatorname{Re} p > 0$
(26)	$t^{1/2} e^{-2-2\alpha t^{-1}},$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$2^{-1} \pi^{1/2} p^{-3/2} (1 + \alpha^{1/2} p^{1/2}) \times$ $\times e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(27)	$t^{-1/2} e^{-2-2\alpha t^{-1}},$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \operatorname{Re} p > 0$
(28)	$t^{-3/2} e^{-2-2\alpha t^{-1}},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2\pi^{1/2} \alpha^{-1/2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \operatorname{Re} p \geq 0$
(29)	$t^{\nu-1} e^{-2-2\alpha t^{-1}},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2(2^{-2} \alpha p^{-1})^{\nu/2} K_{\nu}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(30)	$t^{-1/2} (e^{-2-2\alpha t^{-1}} - 1), \operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} (e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}} - 1),$ $\operatorname{Re} p \geq 0$
(31)	$e^{-2\alpha^{1/2} t^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi$	$\rho^{-1} - \pi^{1/2} \alpha^{1/2} p^{-3/2} e^{\alpha/p} \times$ $\times \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{-1/2}), \operatorname{Re} p > 0$
(32)	$t^{1/2} e^{-2\alpha^{1/2} t^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi$	$-\alpha^{1/2} p^{-2} + \pi^{1/2} p^{-5/2} (\alpha + p/2) \times$ $\times e^{\alpha/p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{-1/2}), \operatorname{Re} p > 0$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(33)	$t^{-1/2} e^{-2\alpha^{1/2} t^{1/2}}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{\alpha/p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(34)	$(2t)^{-3/4} e^{-2\alpha^{1/2} t^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi$	$(2^{-1} \alpha p^{-1})^{1/2} e^{2^{-1} \alpha p^{-1}} K_{1/4}(2^{-1} \alpha p^{-1}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(35)	$(2t)^{\nu-1} e^{-2\alpha^{1/2} t^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\Gamma(2\nu) p^{-\nu} e^{2^{-1} \alpha p^{-1}} \times$ $\times D_{-2\nu}[(2\alpha p^{-1})^{1/2}],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(36)	$\exp(-\alpha e^{-t})$	$\alpha^{-p} \Gamma(p, \alpha), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(37)	$\exp(-\alpha e^t), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^p \Gamma(-p, \alpha)$
(38)	$(1 - e^{-t})^{\nu-1} \exp(\alpha e^{-t}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\frac{\Gamma(\nu) \Gamma(p)}{\Gamma(\nu+p)} \alpha^{-\nu/2 - p/2} e^{\alpha/2} \times$ $\times M_{\nu/2 - p/2, \nu/2 + p/2 - 1/2}(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(39)	$(1 - e^{-t})^{\nu-1} \exp(-\alpha e^t),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$\Gamma(\nu) \alpha^{p/2 - 1/2} e^{-\alpha/2} \times$ $\times W_{1/2 - p/2 - \nu, -p/2}(\alpha)$
(40)	$(1 - e^{-t})^{\nu-1} (1 - \lambda e^{-t})^{-\mu} \times$ $\times \exp(\alpha e^{-t}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0,  \arg(1 - \lambda)  < \pi$	$\frac{\Gamma(\nu) \Gamma(p)}{\Gamma(\nu+p)} \Phi_1(p, \mu, p + \nu; \lambda, \alpha),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(41)	$(e^t - 1)^{\nu-1} \exp[-\alpha (e^t - 1)^{-1}],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(p - \nu + 1) e^{\alpha} 2\alpha^{\nu/2 - 1/2} \times$ $\times W_{\nu/2 - 1/2 - p, \nu/2}(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re} \nu - 1$

#### 4.6. Логарифмические функции

(1)	$\ln t$	$-\rho^{-1} \ln(\gamma p), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(2)	$0,$ $\ln t,$	$0 < t < b$ $t > b$ $\rho^{-1} [e^{-bp} \ln b - \operatorname{Ei}(-bp)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$0,$ $\ln(t/b),$	$0 < t < b$ $t > b$ $-\rho^{-1} \operatorname{Ei}(-bp), \quad \operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(4)	$\ln(1 + \alpha t), \quad  \arg \alpha  < \pi$	$-p^{-1} e^{p/\alpha} \text{Ei}(-p/\alpha), \quad \text{Re } p > 0$
(5)	$\ln(t + \alpha), \quad  \arg \alpha  < \pi$	$p^{-1} [\ln \alpha - e^{ap} \text{Ei}(-ap)], \quad \text{Re } p > 0$
(6)	$\ln b - t , \quad b > 0$	$p^{-1} [\ln b - e^{-bp} \overline{\text{Ei}}(bp)], \quad \text{Re } p > 0$
(7)	$t^n \ln t$	$\frac{n!}{p^{n+1}} \left[ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln(\gamma p) \right], \quad \text{Re } p > 0$
(8)	$0, \quad 0 < t < 1$ $t^{-1} \ln(2t - 1), \quad t > 1$	$2^{-1}  \text{Ei}(-p/2) ^2, \quad \text{Re } p > 0$
(9)	$t^{-1/2} \ln t$	$-\pi^{1/2} p^{-1/2} \ln(4\gamma p), \quad \text{Re } p > 0$
(10)	$t^{n-1/2} \ln t, \quad n \geq 1$	$\pi^{1/2} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{p^{n+1/2} 2^n} \left[ 2 \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} \right) - \ln(4\gamma p) \right], \quad \text{Re } p > 0$
(11)	$t^{\nu-1} \ln t, \quad \text{Re } \nu > 0$	$\Gamma(\nu) p^{-\nu} [\psi(\nu) - \ln p], \quad \text{Re } p > 0$
(12)	$t^{\nu-1}  \psi(\nu) - \ln t , \quad \text{Re } \nu > 0$	$\Gamma(\nu) p^{-\nu} \ln p, \quad \text{Re } p > 0$
(13)	$(\ln t)^2$	$p^{-1} \{ \pi^2/6 + [\ln(\gamma p)]^2 \}, \quad \text{Re } p > 0$
(14)	$\ln t^2 - a^2 , \quad a > 0$	$p^{-1} [\ln a^2 - e^{ap} \text{Ei}(-ap) - e^{-ap} \overline{\text{Ei}}(ap)], \quad \text{Re } p > 0$
(15)	$\ln(t^2 - a^2), \quad  \text{Im } a  > 0$	$p^{-1} [\ln a^2 - e^{ap} \text{Ei}(-ap) - e^{-ap} \text{Ei}(ap)], \quad \text{Re } p > 0$
(16)	$\ln(t^2 + a^2)$	$2p^{-1} [\ln a - \text{ci}(ap) \cos(ap) - \text{si}(ap) \sin(ap)], \quad \text{Re } p > 0$
(17)	$t^{-1}  \ln(t^2 + a^2) - \ln a^2 $	$[\text{ci}(ap)]^2 + [\text{si}(ap)]^2, \quad \text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(18)	$0, \quad 0 < t < b$ $\ln \frac{(t+b)^{1/2} + (t-b)^{1/2}}{2^{1/2} b^{1/2}}, \quad t > b$	$2^{-1} p^{-1} K_0(bp), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(19)	$\ln \frac{t^{1/2} + (t+2a)^{1/2}}{2^{1/2} a^{1/2}},$ $ \arg a  < \pi$	$2^{-1} p^{-1} e^{ap} K_0(\alpha p), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(20)	$\ln \frac{(t+ib)^{1/2} + (t-ib)^{1/2}}{2^{1/2} b^{1/2}},$ $b > 0$	$2^{-2} \pi p^{-1} [H_0(bp) - Y_0(bp)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(21)	$\frac{\ln  4t(2b-t)/b^2 }{t^{1/2}(2b-t)^{1/2}}, \quad 0 < t < 2b$ $0, \quad t > 2b$	$\pi e^{-bp} [2^{-1} \pi Y_0(ibp) - \ln(\gamma/2) J_0(ibp)]$

#### 4.7. Тригонометрические функции

(1)	$\sin(\alpha t)$	$\alpha(p^2 + \alpha^2)^{-1}, \quad \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(2)	$ \sin(\alpha t) ,$ $a > 0$	$a(p^2 + a^2)^{-1} \operatorname{cth}(2^{-1} \pi a^{-1} p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$\sin^{2n}(\alpha t)$	$\frac{(2n)! \alpha^{2n}}{p[p^2 + (2\alpha)^2][p^2 + (4\alpha)^2] \dots [p^2 + (2n\alpha)^2]},$ $\operatorname{Re} p > 2n  \operatorname{Im} \alpha $
(4)	$0, \quad 0 < t < \pi/2$ $\sin^{2n} t, \quad t > \pi/2$	$\frac{(2n)! e^{-2^{-1} \pi p}}{p(2^2 + p^2)(4^2 + p^2) \dots (4n^2 + p^2)} \times$ $\times \left\{ 1 + \frac{p^2}{2!} + \frac{p^2(2^2 + p^2)}{4!} + \dots + \frac{p^2(2^2 + p^2) \dots [4(n-1)^2 + p^2]}{(2n)!} \right\},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$\sin^{2n} t, \quad 0 < t < \pi/2$ $0, \quad t > \pi/2$	$\frac{(2n)! e^{-2^{-1} \pi p}}{p(2^2 + p^2)(4^2 + p^2) \dots (4n^2 + p^2)} \times$ $\times \left\{ e^{2^{-1} \pi p} - 1 - \frac{p^2}{2!} - \dots - \frac{p^2(2^2 + p^2) \dots [4(n-1)^2 + p^2]}{(2n)!} \right\}$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(6)	$\sin^{2n} t,$ 0, $m = 1, 2, 3, \dots$ $0 < t < m\pi$ $t > m\pi$	$\frac{(2n)! (1 - e^{-mp\pi})}{p(2^2 + p^2)(4^2 + p^2) \dots (4n^2 + p^2)}$
(7)	$\sin^{2n+1}(\alpha t)$	$\frac{(2n+1)! \alpha^{2n+1}}{(p^2 + \alpha^2)[p^2 + (3\alpha^2)] \dots \{p^2 + [(2n+1)\alpha]^2\}},$ $\operatorname{Re} p > (2n+1)  \operatorname{Im} \alpha $
(8)	0, $\sin^{2n+1} t,$ $0 < t < \pi/2$ $t > \pi/2$	$\frac{(2n+1)! p e^{-2^{-1}\pi p}}{(1^2 + p^2)(3^2 + p^2) \dots [(2n+1)^2 + p^2]} \times$ $\times \left\{ 1 + \frac{1^2 + p^2}{3!} + \frac{(1^2 + p^2)(5^2 + p^2)}{5!} + \dots + \frac{(1^2 + p^2) \dots [(2n-1)^2 + p^2]}{(2n+1)!} \right\},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(9)	$\sin^{2n+1} t,$ 0, $0 < t < \pi/2$ $t > \pi/2$	$\frac{(2n+1)! p e^{-2^{-1}\pi p}}{(1^2 + p^2)(3^2 + p^2) \dots [(2n+1)^2 + p^2]} \times$ $\times \left\{ \frac{e^{2^{-1}\pi p}}{p} - 1 - \frac{1^2 + p^2}{3!} - \dots - \frac{(1^2 + p^2)(3^2 + p^2) \dots [(2n-1)^2 + p^2]}{(2n+1)!} \right\}$
(10)	$\sin^{2n+1} t,$ 0, $m = 1, 2, 3, \dots$ $0 < t < m\pi$ $t > m\pi$	$\frac{(2n+1)! [1 - (-1)^m e^{-mp\pi}]}{(1^2 + p^2)(3^2 + p^2) \dots [(2n+1)^2 + p^2]}$
(11)	$ \sin(\alpha t) ^{2\nu},$ $\alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\frac{B(1 + 2^{-1}i p \alpha^{-1}, 1 - 2^{-1}i p \alpha^{-1})}{(2\nu + 1) 2^{2\nu} p} \times$ $\times \frac{1}{B(\nu + 1 + 2^{-1}i p \alpha^{-1}, \nu + 1 - 2^{-1}i p \alpha^{-1})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(12)	0, $t \sin t,$ $0 < t < \pi/2$ $t > \pi/2$	$\frac{e^{-2^{-1}\pi p}}{(1 + p^2)^2} \{2^{-1}p\pi(1 + p^2) + p^2 - 1\},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(13)	$t \sin t,$ 0, $0 < t < \pi/2$ $t > \pi/2$	$(1 + p^2)^{-2} \{2p - e^{-2^{-1}\pi p} \times$ $\times [2^{-1}p\pi(1 + p^2) + p^2 - 1]\}$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(14)	$t^n \sin(at)$	$n! \frac{p^{n+1}}{(p^2 + a^2)^{n+1}} \times$ $\times \sum_{0 \leq 2m \leq n} (-1)^m \binom{n+1}{2m+1} \left(\frac{a}{p}\right)^{2m+1},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(15)	$t^{\nu-1} \sin(at),$ $\text{Re } \nu > -1$	$2^{-1} i \Gamma(\nu) [(p+ia)^{-\nu} - (p-ia)^{-\nu}] =$ $= \Gamma(\nu) (p^2 + a^2)^{-\nu/2} \times$ $\times \sin[\nu \arctg(a/p)],$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(16)	$t^{-1} \sin(at)$	$\arctg(a/p),$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(17)	$t^{-1} \sin^2(at)$	$2^{-2} \ln(1 + 4a^2 p^{-2}),$ $\text{Re } p > 2 \text{Im } \alpha $
(18)	$t^{-1} \sin^3(at)$	$2^{-1} \arctg(a/p) -$ $- 2^{-2} \arctg[2ap/(p^2 + 3a^2)],$ $\text{Re } p > 3 \text{Im } \alpha $
(19)	$t^{-1} \sin^4(at)$	$\frac{1}{8} \ln \frac{(p^2 + 4a^2)^2}{p^2} - \frac{1}{16} \ln(p^2 + 16a^2),$ $\text{Re } p > 4 \text{Im } \alpha $
(20)	$t^{-2} \sin^2(at)$	$\alpha \arctg(2a/p) - 2^{-2} p \ln(1 + 4a^2 p^{-2}),$ $\text{Re } p \geq 2 \text{Im } \alpha $
(21)	$t^{-2} \sin^3(at)$	$2^{-2} p \arctg(3a/p) -$ $- 3 \cdot 2^{-2} p \arctg(a/p) +$ $+ (3a/8) \ln[(p^2 + 3a^2)(p^2 + a^2)^{-1}],$ $\text{Re } p \geq 3 \text{Im } \alpha $
(22)	$(e^t - 1)^{-1} \sin(at)$	$2^{-1} i \psi(p - ia + 1) -$ $- 2^{-1} i \psi(p + ia + 1),$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha  - 1$
(23)	$(1 - e^{-t})^{-1} \sin(at)$	$2^{-1} i \psi(p - ia) - 2^{-1} i \psi(p + ia),$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(24)	$(1 - e^{-t})^{\nu-1} \sin(at),$ $\text{Re } \nu > -1$	$2^{-1} i B(\nu, p + ia) - 2^{-1} i B(\nu, p - ia),$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(25)	$t^{\nu-1} e^{-2^{-1}\alpha^{-1}t^2} \sin(\beta t),$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \nu > -1$	$2^{-1}i\Gamma(\nu) \alpha^{\nu/2} e^{2^{-2}\alpha(p^2 - \beta^2)} \times$ $\times \{e^{2^{-1}ip\alpha^2} D_{-\nu} [\alpha^{1/2}(p + i\beta)] -$ $- e^{-2^{-1}ip\alpha^2} D_{-\nu} [\alpha^{1/2}(p - i\beta)]\}$
(26)	$\ln t \sin(\alpha t)$	$\frac{p \operatorname{arctg}(\alpha/p) - \alpha \ln[\gamma(p^2 + \alpha^2)^{1/2}]}{p^2 + \alpha^2},$ $\text{Re } p >  \operatorname{Im} \alpha $
(27)	$\ln t \sin^2(2^{-1}\alpha t)$	$p^{-1}(p^2 + \alpha^2)^{-1} [\alpha p \operatorname{arctg}(\alpha/p) +$ $+ p^2 \ln(p^2 + \alpha^2)^{1/2} -$ $- (p^2 + \alpha^2) \ln p - \alpha^2 \ln \gamma],$ $\text{Re } p > 2 \operatorname{Im} \alpha $
(28)	$t^{-1} \ln t \sin(\alpha t)$	$-\ln[\gamma(p^2 + \alpha^2)^{1/2}] \operatorname{arctg}(\alpha/p),$ $\text{Re } p >  \operatorname{Im} \alpha $
(29)	$t^{\nu-1} \ln t \sin(\alpha t),$ $\text{Re } \nu > -1$	$\Gamma(\nu) (p^2 + \alpha^2)^{-\nu/2} \times$ $\times \sin[\nu \operatorname{arctg}(\alpha/p)] \times$ $\times \{\psi(\nu) - \ln(p^2 + \alpha^2)^{1/2} +$ $+ \operatorname{arctg}(\alpha/p) \operatorname{ctg}[\nu \operatorname{arctg}(\alpha/p)]\},$ $\text{Re } p >  \operatorname{Im} \alpha $
(30)	$\sin(t^2)$	$(\pi/2)^{1/2} \{\cos(2^{-2}p^2) \times$ $\times [1/2 - C(2^{-2}p^2)] +$ $+ \sin(2^{-2}p^2) [1/2 - S(2^{-2}p^2)]\},$ $\text{Re } p > 0$
(31)	$t^{-1} \sin(t^2)$	$2^{-1}\pi [1/2 - C(2^{-2}p^2)]^2 +$ $+ 2^{-1}\pi [1/2 - S(2^{-2}p^2)]^2,$ $\text{Re } p > 0$
(32)	$\sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} \alpha^{1/2} p^{-3/2} e^{-\alpha/p}, \quad \text{Re } p > 0$
(33)	$t^n \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$(-1)^n 2^{-n-1/2} \pi^{1/2} p^{-n-1} e^{-\alpha/p} \times$ $\times \operatorname{He}_{2n+1}(2^{1/2} \alpha^{1/2} p^{-1/2}),$ $\text{Re } p > 0$
(34)	$t^{-1} \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} p^{-1/2}), \quad \text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(35)	$t^{1/2} \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\alpha^{1/2} p^{-2} - i\pi^{1/2} p^{-5/2} \times$ $\times (p/2 - \alpha) e^{-\alpha/p} \operatorname{Erf}(i\alpha^{1/2} p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(36)	$t^{-1/2} \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$-i\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{-\alpha/p} \operatorname{Erf}(i\alpha^{1/2} p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(37)	$t^{\nu-1} \sin(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\frac{\pi^{1/2} \left[ D_{2\nu-1} \left( -\frac{\alpha^{1/2}}{p^{1/2}} \right) - D_{2\nu-1} \left( \frac{\alpha^{1/2}}{p^{1/2}} \right) \right]}{2^{\nu+1/2} p^{\nu} \cos(\nu\pi) \exp(2^{-2} \alpha p^{-1})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(38)	$0,$ $\sin[\alpha(t^2 - b^2)^{1/2}],$ $0 < t < b,$ $t > b$	$abp^{-1} K_1(bp),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(39)	$\sin(\alpha e^{-t})$	$\alpha^{-p} \Gamma(p) [U_p(2\alpha, 0) \sin \alpha -$ $- U_{p+1}(2\alpha, 0) \cos \alpha],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(40)	$\sin[\alpha(1 - e^{-t})]$	$\alpha^{-p} \Gamma(p) U_{p+1}(2\alpha, 0),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(41)	$(e^t - 1)^{-1/2} \sin[\alpha(1 - e^{-t})^{1/2}]$	$\pi^{1/2} \Gamma(p + 1/2) (2/\alpha)^p \mathbf{H}_p(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -1/2$
(42)	$(1 - e^{-t})^{-1/2} \sin[a(e^t - 1)^{1/2}],$ $a > 0$	$\pi^{1/2} \Gamma(1/2 - p) (a/2)^p \times$ $\times [I_p(a) - \mathbf{L}_{-p}(a)],$ $\operatorname{Re} p > -1/2$
(43)	$\cos(\alpha t)$	$p(p^2 + \alpha^2)^{-1},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(44)	$ \cos(\alpha t) ,$ $a > 0$	$(p^2 + a^2)^{-1} \left[ p + \frac{a}{\operatorname{sh}(2^{-1} \pi a^{-1} p)} \right],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(45)	$\cos^2(\alpha t)$	$(p^2 + 2\alpha^2) (p^2 + 4\alpha^2)^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 2 \operatorname{Im} \alpha $
(46)	$\cos^3(\alpha t)$	$p(p^2 + 7\alpha^2) (p^2 + \alpha^2)^{-1} \times$ $\times (p^2 + 9\alpha^2)^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 3 \operatorname{Im} \alpha $

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(47)	$\cos^{2n}(\alpha t)$	$\frac{(2n)! \alpha^{2n}}{p [p^2 + (2\alpha)^2] \dots [p^2 + (2n\alpha)^2]} \times$ $\times \left\{ 1 + \frac{p^2}{2! \alpha^2} + \frac{p^2 [p^2 + (2\alpha)^2]}{4! \alpha^4} + \dots + \right.$ $\left. + \frac{p^2 [p^2 + 4\alpha^2] \dots [p^2 + 4(n\alpha - \alpha)^2]}{(2n)! \alpha^{2n}} \right\},$ $\operatorname{Re} p > 2n  \operatorname{Im} \alpha $
(48)	0, $\cos^{2n} t,$	$\frac{(2n)! e^{-2^{-1}p\pi}}{p (2^2 + p^2) (4^2 + p^2) \dots (4n^2 + p^2)},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(49)	$\cos^{2n} t,$ 0,	$\frac{(2n)!}{p (2^2 + p^2) (4^2 + p^2) \dots (4n^2 + p^2)} \times$ $\times \left\{ -e^{-2^{-1}p\pi} + 1 + \frac{p^2}{2!} + \right.$ $\left. + \dots + \frac{p^2 (2^2 + p^2) \dots [4(n-1)^2 + p^2]}{(2n)!} \right\}$
(50)	0, $\cos^{2n} t,$ 0,	$\frac{(2n)! e^{-2^{-1}p\pi} (1 - e^{-mp\pi})}{p (2^2 + p^2) (4^2 + p^2) \dots (4n^2 + p^2)}$ $\frac{0 < t < \pi/2}{\pi/2 < t < (m + 1/2)\pi}$ $\frac{0 < t < \pi/2}{t > (m + 1/2)\pi}$ $m = 1, 2, 3, \dots$
(51)	$\cos^{2n+1}(\alpha t)$	$\frac{(2n+1)! \alpha^{2n} p}{(p^2 + \alpha^2) [p^2 + (3\alpha)^2] \dots [p^2 + (2n\alpha + \alpha)^2]} \times$ $\times \left\{ 1 + \frac{p^2 + \alpha^2}{3! \alpha^2} + \frac{(p^2 + \alpha^2) (p^2 + 9\alpha^2)}{5! \alpha^4} + \right.$ $\left. + \dots + \frac{[p^2 + \alpha^2] \dots [p^2 + (2n\alpha - \alpha)^2]}{(2n+1)! \alpha^{2n}} \right\},$ $\operatorname{Re} p > (2n+1)  \operatorname{Im} \alpha $
(52)	0, $\cos^{2n+1} t,$	$\frac{-(2n+1)! e^{-2^{-1}p\pi}}{(1^2 + p^2) (3^2 + p^2) \dots [(2n+1)^2 + p^2]},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(53)	$\cos^{2n+1} t,$ 0,	$\frac{(2n+1)! p}{(1^2 + p^2) (3^2 + p^2) \dots [(2n+1)^2 + p^2]} \times$ $\times \left\{ \frac{e^{-2^{-1}p\pi}}{p} + 1 + \frac{1^2 + p^2}{3!} + \dots + \right.$ $\left. + \frac{(1^2 + p^2) (3^2 + p^2) \dots [(2n-1)^2 + p^2]}{(2n+1)!} \right\}$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(54)	$0, \quad 0 < t < \pi/2$ $\cos^{2n+1} t, \quad \pi/2 < t < (m + 1/2) \pi$ $0, \quad t > (m + 1/2) \pi$ $m = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{(2n+1)! e^{-2^{-1}p\pi} (e^{-m\pi(p+i)} - 1)}{(1^2 + p^2)(3^2 + p^2) \dots [(2n+1)^2 + p^2]}$
(55)	$0, \quad 0 < t < \pi/2$ $t \cos t, \quad t > \pi/2$	$-(1+p^2)^{-2} e^{-2^{-1}p\pi} \times$ $\times [2^{-1}\pi(1+p^2) + 2p],$ $\text{Re } p > 0$
(56)	$t \cos t, \quad 0 < t < \pi/2$ $0, \quad t > \pi/2$	$\frac{p^2 - 1 + e^{-2^{-1}p\pi} [2^{-1}\pi(1+p^2) + 2p]}{(1+p^2)^2}$
(57)	$t^n \cos(\alpha t)$	$\frac{n! p^{n+1}}{(p^2 + \alpha^2)^{n+1}} \times$ $\times \sum_{0 \leq 2m \leq n+1} (-1)^m \binom{n+1}{2m} \left(\frac{\alpha}{p}\right)^{2m},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(58)	$t^{\nu-1} \cos(\alpha t), \quad \text{Re } \nu > 0$	$2^{-1}\Gamma(\nu) [(p - i\alpha)^{-\nu} + (p + i\alpha)^{-\nu}] =$ $= \Gamma(\nu) (p^2 + \alpha^2)^{-\nu/2} \times$ $\times \cos[\nu \arctg(\alpha/p)],$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(59)	$t^{-1} (1 - \cos \alpha t)$	$2^{-1} \ln(i + \alpha^2 p^{-2}), \text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(60)	$(1 - e^{-t})^{\nu-1} \cos(\alpha t), \quad \text{Re } \nu > 0$	$2^{-1}B(\nu, p - i\alpha) + 2^{-1}B(\nu, p + i\alpha),$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(61)	$t^{\nu-1} e^{-2^{-1}\alpha^{-1}t^2} \cos(\beta t), \quad \text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \nu > 0$	$2^{-1} \Gamma(\nu) \alpha^{\nu/2} e^{-2^{-2}\alpha(p^2 - \beta^2)} \times$ $\times \{e^{-2^{-1}i\alpha\beta p} D_{-\nu}[\alpha^{1/2}(p - i\beta)] +$ $+ e^{2^{-1}i\alpha\beta p} D_{-\nu}[\alpha^{1/2}(p + i\beta)]\}$
(62)	$\ln t \cos(\alpha t)$	$-\frac{\alpha \arctg(\alpha/p) + p \ln[\gamma(p^2 + \alpha^2)^{1/2}]}{p^2 + \alpha^2},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(63)	$t^{\nu-1} \ln t \cos(\alpha t), \quad \text{Re } \nu > 0$	$\frac{\Gamma(\nu)}{(p^2 + \alpha^2)^{\nu/2}} \cos[\nu \arctg(\alpha/p)] \times$ $\times \{\psi(\nu) - \ln(p^2 + \alpha^2)^{1/2} -$ $- \arctg(\alpha/p) \text{tg}[\nu \arctg(\alpha/p)]\},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(64)	$\cos(t^2)$	$(\pi/2)^{1/2} \{ \cos(2^{-2}p^2) \times$ $\times  ^{1/2} - S(2^{-2}p^2) \} -$ $-\sin(2^{-2}p^2)  ^{1/2} - C(2^{-2}p^2) \}$ , $\text{Re } p > 0$
(65)	$\cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$p^{-1} + i\pi^{1/2} \alpha^{1/2} p^{-3/2} e^{-\alpha/p} \times$ $\times \text{Erfi}(i\alpha^{1/2} p^{-1/2})$ , $\text{Re } p > 0$
(66)	$t^{1/2} \cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} p^{-3/2} (2^{-1}p - \alpha) e^{-\alpha/p}$ , $\text{Re } p > 0$
(67)	$t^{-1/2} \cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{-\alpha/p}$ , $\text{Re } p > 0$
(68)	$t^{n-1/2} \cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$(-2)^{-n} \pi^{1/2} p^{-n-1/2} e^{-\alpha/p} \times$ $\times \text{He}_{2n}(2^{1/2} \alpha^{1/2} p^{-1/2})$ , $\text{Re } p > 0$
(69)	$t^{\nu-1} \cos(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$ , $\text{Re } \nu > 0$	$\frac{\pi^{1/2} \left[ D_{2\nu-1} \left( \frac{\alpha^{1/2}}{p^{1/2}} \right) + D_{2\nu-1} \left( -\frac{\alpha^{1/2}}{p^{1/2}} \right) \right]}{2^{\nu+1/2} p^{\nu} \sin(\nu\pi) \exp(2^{-2} \alpha p^{-1})}$ , $\text{Re } p > 0$
(70)	$(2t - t^2)^{-1/2} \cos[\alpha(2t - t^2)^{1/2}]$ , $0 < t < 2$ $0$ , $t > 2$	$\pi e^{-p} J_0[(\alpha^2 - p^2)^{1/2}]$
(71)	$t^{-1/2} \text{sh } \alpha [\text{ch } \alpha - \cos(t^{1/2})]^{-1}$ , $\text{Re } \alpha > 0$	$2\pi e^{2p} [ \theta_2(2\alpha p, 4p) +$ $+ \theta_3(2\alpha p, 4p) ] - \pi^{1/2} p^{-1/2}$ , $\text{Re } p > 0$
(72)	$\cos(\alpha e^{-t})$	$\alpha^{-p} \Gamma(p) [U_p(2\alpha, 0) \cos \alpha +$ $+ U_{p+1}(2\alpha, 0) \sin \alpha]$ , $\text{Re } p > 0$
(73)	$\cos[\alpha(1 - e^{-t})]$	$\alpha^{-p} \Gamma(p) U_p(2\alpha, 0)$ , $\text{Re } p > 0$
(74)	$(e^t - 1)^{-1/2} \cos[\alpha(1 - e^{-t})^{1/2}]$	$\pi^{1/2} \Gamma(p + 1/2) (2/\alpha)^p J_p(\alpha)$ , $\text{Re } p > -1/2$
(75)	$(1 - e^{-t})^{-1/2} \cos[\alpha(e^t - 1)^{1/2}]$ , $a > 0$	$2\pi^{1/2} [\Gamma(p + 1/2)]^{-1} (\alpha/2)^p K_p(\alpha)$ , $\text{Re } p > -1/2$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(76)	$t^{-1} [\cos(\alpha t) - \cos(\beta t)]$	$2^{-1} \ln [(p^2 + \beta^2)(p^2 + \alpha^2)^{-1}],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha ,  \operatorname{Im} \beta $
(77)	$t^{-2} (\cos \alpha t - \cos \beta t)$	$2^{-1} p \ln [(p^2 + \alpha^2)(p^2 + \beta^2)^{-1}] +$ $+ \beta \operatorname{arctg}(\beta/p) - \alpha \operatorname{arctg}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p \geq  \operatorname{Im} \alpha ,  \operatorname{Im} \beta $
(78)	$\sin(\alpha t) \sin(\beta t)$	$\frac{2\alpha\beta p}{ p^2 + (\alpha + \beta)^2   p^2 + (\alpha - \beta)^2 },$ $\operatorname{Re} p \geq  \operatorname{Im}(\pm \alpha \pm \beta) $
(79)	$\cos(\alpha t) \sin(\beta t)$	$\frac{\beta(p^2 - \alpha^2 + \beta^2)}{ p^2 + (\alpha + \beta)^2   p^2 + (\alpha - \beta)^2 },$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im}(\pm \alpha \pm \beta) $
(80)	$\cos(\alpha t) \cos(\beta t)$	$\frac{p(p^2 + \alpha^2 + \beta^2)}{ p^2 + (\alpha + \beta)^2   p^2 + (\alpha - \beta)^2 },$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im}(\pm \alpha \pm \beta) $
(81)	$t^{-1} \sin(\alpha t) \sin(\beta t)$	$2^{-2} \ln \frac{p^2 + (\alpha + \beta)^2}{p^2 + (\alpha - \beta)^2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im}(\pm \alpha \pm \beta) $
(82)	$t^{-1} \sin(\alpha t) \cos(\beta t)$	$2^{-1} \operatorname{arctg} \frac{2\alpha p}{p^2 - \alpha^2 + \beta^2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im}(\pm \alpha \pm \beta) $
(83)	$t^{-2} \sin(\alpha t) \sin(\beta t)$	$2^{-1} \alpha \operatorname{arctg} \frac{2\beta p}{p^2 + \alpha^2 - \beta^2} +$ $+ 2^{-1} \beta \operatorname{arctg} \frac{2\alpha p}{p^2 - \alpha^2 + \beta^2} +$ $+ 2^{-2} p \ln \frac{p^2 + (\alpha - \beta)^2}{p^2 + (\alpha + \beta)^2},$ $\operatorname{Re} p \geq  \operatorname{Im}(\pm \alpha \pm \beta) $
(84)	$\frac{\sin[(2n+1)t]}{\sin t}$	$1 + \sum_{m=1}^n \frac{2p}{p^2 + 4m^2}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(85)	$t g t \cos[(2n+1)t]$	$\frac{2n+1}{p^2 + (2n+1)^2} + 2 \sum_{m=0}^{n-1} \frac{(-1)^m (2m+1)}{p^2 + (2m+1)^2}$ $\operatorname{Re} p > 0$
(86)	$\frac{(2\alpha t \cos \alpha t - \sin \alpha t) \sin \alpha t}{t^2}$	$2^{-2} p \ln \left( 1 + \frac{4\alpha^2}{p^2} \right),$ $\operatorname{Re} p > 2 \operatorname{Im} \alpha $
(87)	$\frac{\alpha t \cos \alpha t - \sin \alpha t}{t^2}$	$p \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{p} - \alpha, \quad \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $

## 4.8. Обратные тригонометрические функции

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(1)	$\arcsin t,$ $0,$ $0 < t < 1$ $t > 1$	$2^{-1}\pi p^{-1} [I_0(p) - L_0(p)] -$ $- 2^{-1}\pi p^{-1} e^{-p}$
(2)	$t \arcsin t,$ $0,$ $0 < t < 1$ $t > 1$	$2^{-1}\pi p^{-2} [I_0(p) - L_0(p) +$ $+ p L_1(p) - p I_1(p)] + p^{-1} -$ $- 2^{-1}\pi p^{-2} (1 + p) e^{-p}$
(3)	$\operatorname{arctg}(t/a)$	$p^{-1} [-\operatorname{ci}(ap) \sin(ap) -$ $-\operatorname{si}(ap) \cos(ap)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$\operatorname{arcctg}(t/a)$	$p^{-1} [\pi/2 + \operatorname{ci}(ap) \sin(ap) +$ $+ \operatorname{si}(ap) \cos(ap)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$t \operatorname{arctg}(t/a)$	$p^{-2} [-\operatorname{ci}(ap) \sin(ap) -$ $-\operatorname{si}(ap) \cos(ap)] +$ $+ ap^{-1} [\operatorname{ci}(ap) \cos(ap) -$ $- \operatorname{si}(ap) \sin(ap)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(6)	$t \operatorname{arcctg}(t/a)$	$p^{-2} [\pi/2 + \operatorname{ci}(ap) \sin(ap) +$ $+ \operatorname{si}(ap) \cos(ap)] +$ $+ ap^{-1} [\operatorname{si}(ap) \sin(ap) -$ $- \operatorname{ci}(ap) \cos(ap)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(7)	$t^{\nu-1/2} (1+t^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times e^{-t} (\nu-1/2) \operatorname{arctg} t,$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1} \pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) p^{-\nu} \times$ $\times e^{-2^{-1}ip} H_{\nu}^{(1)}(p/2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(8)	$t^{\nu-1/2} (1+t^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times \sin[(\nu-1/2) \operatorname{arcctg} t],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$-2^{-1} \pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) p^{-\nu} \times$ $\times [J_{\nu}(p/2) \cos(p/2) +$ $+ Y_{\nu}(p/2) \sin(p/2)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(9)	$t^{\nu-1/2} (1+t^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times \cos[(\nu-1/2) \operatorname{arcctg} t],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1} \pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) p^{-\nu} \times$ $\times [J_{\nu}(p/2) \sin(p/2) -$ $- Y_{\nu}(p/2) \cos(p/2)],$ $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(10)	$t^{\nu-1/2} (1+t^2)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times \sin [\beta - (\nu-1/2) \operatorname{arccctg} t],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1} \pi^{1/2} \Gamma(\nu+1/2) p^{-\nu} \times$ $\times [J_{\nu}(p/2) \cos(p/2-\beta) +$ $+ Y_{\nu}(p/2) \sin(p/2-\beta)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$\frac{\cos [(2n+1/2) \arccos(2^{-1}b^{-1}t)]}{(4b^2t-t^2)^{1/2}},$ $0 < t < 2b$ $0,$ $t > 2b$	$(-1)^n (2^{-1}\pi p)^{1/2} I_n(bp) K_{n+1/2}(bp)$
(12)	$\frac{\cos [\nu \arccos(2^{-1}b^{-1}t)]}{(4b^2t-t^2)^{1/2}},$ $0 < t < 2b$ $0,$ $t > 2b$	$(\pi/2)^{3/2} p^{1/2} \times$ $\times [I_{\nu/2-1/4}(bp) I_{-\nu/2-1/4}(bp) -$ $- I_{\nu/2+1/4}(bp) I_{-\nu/2+1/4}(bp)]$
(13)	$0,$ $0 < t < a$ $\frac{\cos \{n \arccos \frac{[2t-a-b](b-a)-1}{(t-a)^{1/2}(b-t)^{1/2}}\},$ $a < t < b$ $0,$ $t > b$	$\pi e^{-2^{-1}(a+b)p} I_n[2^{-1}(b-a)p]$
(14)	$[t(t+1)(t+2)]^{-1/2} \times$ $\times \cos [\nu \arccos(1+t)^{-1}]$	$\pi^{1/2} e^p D_{\nu-1/2}(2^{1/2}p^{1/2}) \times$ $\times D_{-\nu-1/2}(2^{1/2}p^{1/2}), \operatorname{Re} p > 0$
(15)	$\frac{\cos [\nu \arccos e^{-t}]}{(1-e^{-2t})^{1/2}}$	$\frac{\pi 2^{-p}}{p B(p/2+\nu/2+1/2, p/2-\nu/2+1/2)},$ $\operatorname{Re} p > 0$

## 4.9. Гиперболические функции

(1)	$\operatorname{sh}(\alpha t)$	$\alpha(p^2-\alpha^2)^{-1}, \operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(2)	$\operatorname{ch}(\alpha t)$	$p(p^2-\alpha^2)^{-1}, \operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(3)	$\operatorname{sh}^2(\alpha t)$	$2\alpha^2(p^3-4\alpha^2p)^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 2 \operatorname{Re} \alpha $
(4)	$\operatorname{ch}^2(\alpha t)$	$(p^2-2\alpha^2)(p^3-4\alpha^2p)^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 2 \operatorname{Re} \alpha $
(5)	$[\operatorname{sh}(\alpha t)]^{\nu},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-\nu-1} \alpha^{-1} B(2^{-1}\alpha^{-1}p-\nu/2, \nu+1),$ $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re} \nu \alpha$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(6)	$ \operatorname{ch}(\alpha t) - 1 ^\nu,$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-\nu} \alpha^{-1} \Gamma(\alpha^{-1} p - \nu, 2\nu + 1),$ $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re} \nu \alpha$
(7)	$\frac{1}{\operatorname{ch} t}$	$2^{-1} \psi(p/4 + 3/4) - 2^{-1} \psi(p/4 + 1/4),$ $\operatorname{Re} p > -1$
(8)	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 t}$	$2^{-1} p [\psi(p/4 + 1/2) - \psi(p/4)] - 1,$ $\operatorname{Re} p > -2$
(9)	$\operatorname{th} t$	$2^{-1} \psi(p/4 + 1/2) - 2^{-1} \psi(p/4) - p^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(10)	$\frac{1}{t} - \frac{1}{\operatorname{sh} t}$	$\psi(p/2 + 1/2) - \ln(p/2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$t^{-1} - \operatorname{cth} t$	$\psi(p/2) + p^{-1} - \ln(p/2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(12)	$\frac{2}{t} \operatorname{sh}(\alpha t)$	$\ln \frac{p+\alpha}{p-\alpha},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(13)	$0,$ $0 < t < 1$ $\frac{2}{t} \operatorname{sh}(\alpha t),$ $t > 1$	$-\operatorname{Ei}(\alpha - p) + \operatorname{Ei}(-\alpha - p),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(14)	$\frac{2}{t} \operatorname{sh}(\alpha t),$ $0 < t < 1$ $0,$ $t > 1$	$\ln \frac{p+\alpha}{p-\alpha} + \operatorname{Ei}(\alpha - p) -$ $-\operatorname{Ei}(-\alpha - p)$
(15)	$0,$ $0 < t < 1$ $\frac{2}{t} \operatorname{ch}(\alpha t),$ $t > 1$	$-\operatorname{Ei}(\alpha - p) - \operatorname{Ei}(-\alpha - p),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(16)	$\frac{1}{t} \operatorname{th} t$	$\ln(p/4) + 2 \ln \frac{\Gamma(p/4)}{\Gamma(p/4 + 1/2)},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(17)	$\frac{1}{t} \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} t}\right)$	$2 \ln \frac{\Gamma(p/4 + 3/4)}{\Gamma(p/4 + 1/4)} - \ln(p/4),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(18)	$t^{\nu-1} \operatorname{sh}(\alpha t),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-1} \Gamma(\nu) [(p-\alpha)^{-\nu} - (p+\alpha)^{-\nu}],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(19)	$t^{\nu-1} \operatorname{ch}(\alpha t),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{-1} \Gamma(\nu) [(p-\alpha)^{-\nu} + (p+\alpha)^{-\nu}],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $

	$f(t)$		$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(20)	$\frac{t^{\nu-1}}{\text{sh } t^{\nu}}$	$\text{Re } \nu > 1$	$2^{1-\nu} \Gamma(\nu) \zeta(\nu, p/2 + 1/2),$ $\text{Re } p > -1$
(21)	$t^{\nu-1} \text{cth } t,$	$\text{Re } \nu > 1$	$\Gamma(\nu) [2^{1-\nu} \zeta(\nu, p/2) - p^{-\nu}],$ $\text{Re } p > 0$
(22)	$t^{\nu-1} (\text{cth } t - 1),$	$\text{Re } \nu > 1$	$2^{1-\nu} \Gamma(\nu) \zeta(\nu, p/2 + 1),$ $\text{Re } p > -2$
(23)	$0,$ $(\text{ch } t - \text{ch } b)^{\nu-1},$	$0 < t < b$ $t > b$ $\text{Re } \nu > 0$	$-i 2^{1/2} \pi^{-1/2} e^{\nu \pi i} \Gamma(\nu) (\text{sh } b)^{\nu-1/2} \times$ $\times Q_{p-1/2}^{\nu}(\text{ch } b),$ $\text{Re } p > \text{Re } \nu - 1$
(24)	$\sin(\alpha t) \text{sh}(\alpha t)$		$2\alpha^2 p (p^4 + 4\alpha^4)^{-1},$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha  +  \text{Im } \alpha $
(25)	$\cos(\alpha t) \text{sh}(\alpha t)$		$(\alpha p^2 - 2\alpha^4) (p^4 + 4\alpha^4)^{-1},$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha  +  \text{Im } \alpha $
(26)	$\sin(\alpha t) \text{ch}(\alpha t)$		$(\alpha p^2 + 2\alpha^4) (p^4 + 4\alpha^4)^{-1},$ $\text{Re } p > \text{Re}(\pm \alpha \pm i\alpha)$
(27)	$\cos(\alpha t) \text{ch}(\alpha t)$		$p^3 (p^4 + 4\alpha^4)^{-1},$ $\text{Re } p > \text{Re}(\pm \alpha \pm i\alpha)$
(28)	$e^{-\alpha \text{sh } t},$	$\text{Re } \alpha > 0$	$\frac{\pi [J_p^{(\alpha)} - J_p(\alpha)]}{\sin(\pi p)}$
(29)	$e^{-\alpha \text{sh}(t + i\psi)},$ $-\pi/2 < \psi < \pi/2$ $ \arg \alpha  < \pi/2 - \psi$		$\frac{1}{\sin(\pi p)} \left[ \int_0^{\pi} e^{i\alpha \sin \psi \cos \theta} \times \right.$ $\times \cos(p\theta - \alpha \cos \psi \sin \theta) d\theta -$ $\left. - \pi e^{i p \psi} J_p(\alpha) \right]$
(30)	$e^{-\alpha \text{ch } t},$	$\text{Re } \alpha > 0$	$\frac{1}{\sin(\pi p)} \left[ \int_0^{\pi} e^{\alpha \cos \theta} \cos(p\theta) d\theta - \right.$ $\left. - \pi J_p(\alpha) \right]$
(31)	$[\text{sh}(t/2)]^{2\beta} e^{-2\alpha \text{cth}(t/2)},$	$\text{Re } \alpha > 0$	$2^{-1} \alpha^{\beta/2 - 1/2} \Gamma(p - \beta) \times$ $\times [W_{-p+1/2, \beta}(4\alpha) -$ $- (p - \beta) W_{-p-1/2, \beta}(4\alpha)],$ $\text{Re } p > \text{Re } \beta$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(32)	$\ln \operatorname{ch} t$	$2^{-1} p^{-1} [\psi(p/4 + 1/2) - \psi(p/4)] - p^{-2},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(33)	$\ln (\operatorname{sh} t) - \ln t$	$p^{-1} [\ln(p/2) - p^{-1} - \psi(p/2)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(34)	$\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} \alpha^{1/2} p^{-3/2} e^{\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(35)	$\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} \alpha^{1/2} p^{-3/2} e^{\alpha/p} \times$ $\times \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} p^{-1/2}) + p^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(36)	$t^{1/2} \operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} p^{-5/2} (p/2 + \alpha) e^{\alpha/p} \times$ $\times \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} p^{-1/2}) - \alpha^{1/2} p^{-2},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(37)	$t^{1/2} \operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} p^{-5/2} (p/2 + \alpha) e^{\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(38)	$t^{-1/2} \operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{\alpha/p} \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(39)	$t^{-1/2} \operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(40)	$t^{-1/2} \operatorname{sh}^2(\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$2^{-1} \pi^{1/2} p^{-1/2} (e^{\alpha/p} - 1), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(41)	$t^{-1/2} \operatorname{ch}^2(\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$2^{-1} \pi^{1/2} p^{-1/2} (e^{\alpha/p} + 1),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(42)	$t^{-3/4} \operatorname{sh}(2^{3/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi (2\alpha)^{1/4} p^{-1/2} e^{\alpha/p} I_{1/4}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(43)	$t^{-3/4} \operatorname{ch}(2^{3/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi (2\alpha)^{1/4} p^{-1/2} e^{\alpha/p} I_{-1/4}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(44)	$t^{\nu-1} \operatorname{sh}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\Gamma(2\nu) (2p)^{-\nu} e^{2-\alpha p^{-1}} \times$ $\times [D_{-2\nu}(-\alpha^{1/2} p^{-1/2}) -$ $- D_{-2\nu}(\alpha^{1/2} p^{-1/2})],$ $\operatorname{Re} p > 0$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(45)	$t^{\nu-1} \operatorname{ch}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\Gamma(2\nu) (2p)^{-\nu} e^{-2^2 \alpha p^{-1}} \times$ $\times [D_{-2\nu}(-\alpha^{1/2} p^{-1/2}) +$ $+ D_{-2\nu}(\alpha^{1/2} p^{-1/2})],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(46)	$\frac{\sin(bt)}{\cos(bt)} \frac{\operatorname{th}(at^{1/2})}{\operatorname{cth}(at^{1/2})}$	См. Mordell L. J., 1920, <i>Mess. of Math.</i> 49, 65—72
(47)	$\frac{\operatorname{sh}[(2\nu+1)\pi^{1/2} t^{1/2}]}{\pi^{1/2} t^{1/2} \operatorname{sh}(\pi^{1/2} t^{1/2})}$	Относительно преобразований Лапласа этой и более общих функций вида $\frac{a \operatorname{ch}(At^{1/2}) + b \operatorname{ch}(Bt^{1/2})}{t^{1/2} \{a^2 + 2ab \operatorname{ch}[(A+B)t^{1/2}] + b^2\}}$ см. Mordell L. J., 1933, <i>Acta Math.</i> 61, 323—360 и <i>Quart. J. Math.</i> , 1920, 48, 329—342
(48)	$(e^t - 1)^{-1/2} \operatorname{sh}[\alpha(1 - e^{-t})^{1/2}]$	$\pi^{1/2} \Gamma(p + 1/2) 2^p \alpha^{-p} L_p(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -1/2$
(49)	$(e^t - 1)^{-1/2} \operatorname{ch}[\alpha(1 - e^{-t})^{1/2}]$	$\pi^{1/2} \Gamma(p + 1/2) 2^p \alpha^{-p} I_p(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -1/2$
(50)	$\operatorname{th}[2^{-1} \pi (e^{2t} - 1)^{1/2}]$	$2^{-p} \zeta(p-1),$ $\operatorname{Re} p > 0$

#### 4.10. Обратные гиперболические функции

(1)	$\operatorname{arsh} t$	$2^{-1} \pi p^{-1} \{H_0(p) - Y_0(p)\},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(2)	$0,$ $0 < t < b$ $\operatorname{arch}(t/b),$ $t > b$	$p^{-1} K_0(bp),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$\operatorname{arch}(1 + t/\alpha),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$p^{-1} e^{\alpha p} K_0(\alpha p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$t \operatorname{arsh} t$	$\pi \frac{H_0(p) - Y_0(p)}{2p^2} +$ $+ \pi \frac{H_1(p) - Y_1(p)}{2p} - \frac{1}{p},$ $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	
(5)	$\text{sh} [(2n+1) \text{arsh } t]$	$O_{2n+1}(p),$	$\text{Re } p > 0$
(6)	$\text{ch } (2n \text{arsh } t)$	$O_{2n}(p),$	$\text{Re } p > 0$
(7)	$\text{sh } (\nu \text{arsh } t)$	$\nu p^{-1} S_{0, \nu}(p),$	$\text{Re } p > 0$
(8)	$\text{ch } (\nu \text{arsh } t)$	$p^{-1} S_{1, \nu}(p),$	$\text{Re } p > 0$
(9)	$0,$ $\text{sh } [\nu \text{ arch } (t/b)],$	$\nu p^{-1} K_{\nu}(bp),$	$\text{Re } p > 0$
	$0 < t < b$ $t > b$		
(10)	$\text{sh }  \nu \text{ arch } (1 + t/\alpha) ,$ $ \arg \alpha  < \pi$	$\nu p^{-1} e^{\alpha p} K_{\nu}(\alpha p),$	$\text{Re } p > 0$
(11)	$(1 + t^2)^{-1/2} \exp(n \text{arsh } t)$	$2^{-1} [S_n(p) - \pi E_n(p) - \pi Y_n(p)],$	$\text{Re } p > 0$
(12)	$(1 + t^2)^{-1/2} \exp(-n \text{arsh } t)$	$2^{-1} (-1)^{n+1} [S_n(p) + \pi E_n(p) + \pi Y_n(p)],$	$\text{Re } p > 0$
(13)	$(1 + t^2)^{-1/2} \exp(-\nu \text{arsh } t)$	$\frac{\pi [J_{\nu}(p) - J_{-\nu}(p)]}{\sin(\nu p)},$	$\text{Re } p > 0$
(14)	$\frac{\text{sh } (\nu \text{arsh } t)}{(t^2 + 1)^{1/2}}$	$\nu S_{-1, \nu}(p),$	$\text{Re } p > 0$
(15)	$\frac{\text{ch } (\nu \text{arsh } t)}{(t^2 + 1)^{1/2}}$	$S_{0, \nu}(p),$	$\text{Re } p > 0$
(16)	$0,$ $\frac{\text{ch }  \nu \text{ arch } (t/b) }{(t^2 - b^2)^{1/2}},$	$K_{\nu}(bp),$	$\text{Re } p > 0$
	$0 < t < b$ $t > b$		
(17)	$\frac{\text{ch }  \nu \text{ arch } (1 + t/\alpha) }{(t^2 + \alpha t)^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi$	$e^{\alpha p} K_{\nu}(\alpha p),$	$\text{Re } p > 0$
(18)	$(t^2 + 4\alpha^2 t)^{-1/2} \times$ $\times \exp[2\nu \text{arsh } (2^{-1}\alpha^{-1}t)],$ $\text{Re } \alpha > 0$	$(\pi/2)^{3/2} p^{1/2} \times$ $\times [J_{\nu+1/4}(\alpha p) J_{\nu-1/4}(\alpha p) +$ $+ Y_{\nu+1/4}(\alpha p) Y_{\nu-1/4}(\alpha p)],$	$\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(19)	$(t^2 + 4\alpha^2 t)^{-1/2} \times$ $\times \exp[-2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi/2)^{3/2} p^{1/2} \times$ $\times [J_{\nu+1/4}(\alpha p) Y_{\nu-1/4}(\alpha p) -$ $- J_{\nu-1/4}(\alpha p) Y_{\nu+1/4}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(20)	$(t^2 + 4\alpha^2 t)^{-1/2} \times$ $\times \{\cos[(\nu + 1/4)\pi] \times$ $\times \exp[-2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)] +$ $+ \sin[(\nu + 1/4)\pi] \times$ $\times \exp[2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]\},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi/2)^{3/2} p^{1/2} \times$ $\times [J_{1/4+\nu}(\alpha p) J_{1/4-\nu}(\alpha p) +$ $+ Y_{1/4+\nu}(\alpha p) Y_{1/4-\nu}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(21)	$(t^2 + 4\alpha^2 t)^{-1/2} \times$ $\times \{\sin[(\nu + 1/4)\pi] \times$ $\times \exp[-2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)] -$ $- \cos[(\nu + 1/4)\pi] \times$ $\times \exp[2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]\},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi/2)^{3/2} p^{1/2} \times$ $\times [J_{1/4+\nu}(\alpha p) Y_{1/4-\nu}(\alpha p) -$ $- J_{1/4-\nu}(\alpha p) Y_{1/4+\nu}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(22)	$\frac{\operatorname{sh} [2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]}{(t^2 + 4\alpha^2 t)^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi$	$\frac{\pi^{3/2} p^{1/2}}{8i} [e^{\nu\pi i} H_{1/2+\nu}^{(1)}(\alpha p) \times$ $\times H_{1/2-\nu}^{(2)}(\alpha p) -$ $- e^{-\nu\pi i} H_{1/2-\nu}^{(1)}(\alpha p) H_{1/2+\nu}^{(2)}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(23)	$\frac{\operatorname{ch} [2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]}{(t^2 + 4\alpha^2 t)^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi$	$\frac{\pi^{3/2} p^{1/2}}{8} [e^{\nu\pi i} H_{1/2+\nu}^{(1)}(\alpha p) \times$ $\times H_{1/2-\nu}^{(2)}(\alpha p) + e^{-\nu\pi i} \times$ $\times H_{1/2-\nu}^{(1)}(\alpha p) H_{1/2+\nu}^{(2)}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(24)	0, $0 < t < 2b$ $\frac{\operatorname{ch} [2\nu \operatorname{arch}(2^{-1}b^{-1}t)]}{(t^2 - 4b^2 t)^{1/2}},$ $t > 2b$	$\frac{p^{1/2}}{(2\pi)^{1/2}} K_{\nu+1/4}(bp) K_{\nu-1/4}(bp),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(25)	$\frac{\operatorname{ch} [2\nu \operatorname{arch}(1 + 2^{-1}\alpha^{-1}t)]}{ t(t+2\alpha)(t+4\alpha) ^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi$	$\frac{p^{1/2}}{(2\pi)^{1/2}} e^{2\alpha p} K_{\nu+1/4}(\alpha p) K_{\nu-1/4}(\alpha p),$ $\operatorname{Re} p > 0$

## 4.11. Ортогональные многочлены

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(1)	$P_n(t)$	Сумма степеней с отрицательными показателями в разложении функции $(-1)^n (\pi/2)^{1/2} p^{-1/2} I_{-n-1/2}(p),$ $\operatorname{Re} p > 0$ по возрастающим степеням $p$
(2)	$P_n(1-t)$	$e^{-p} p^n \left(\frac{1}{p} \frac{d}{dp}\right)^n \left(\frac{e^p}{p}\right) =$ $= p^n \left(1 + \frac{1}{2} \frac{d}{dp}\right)^n \left(\frac{1}{p^{n+1}}\right),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$P_n(e^{-t}),$	$n \geq 2$ $\frac{(p-1)(p-2)(p-3)\dots(p-n+1)}{(p+n)(p+n-2)\dots(p-n+2)},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$P_{2n}(\cos t)$	$\frac{(p^2+1^2)(p^2+3^2)\dots[p^2+(2n-1)^2]}{p(p^2+2^2)(p^2+4^2)\dots[p^2+(2n)^2]},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$P_{2n+1}(\cos t)$	$\frac{p(p^2+2^2)(p^2+4^2)\dots[p^2+(2n)^2]}{(p^2+1^2)(p^2+3^2)\dots[p^2+(2n+1)^2]},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(6)	$P_{2n}(\operatorname{ch} t)$	$\frac{(p^2-1^2)(p^2-3^2)\dots[p^2-(2n-1)^2]}{p(p^2-2^2)(p^2-4^2)\dots[p^2-(2n)^2]},$ $\operatorname{Re} p > 2n$
(7)	$P_{2n+1}(\operatorname{ch} t)$	$\frac{p(p^2-2^2)(p^2-4^2)\dots[p^2-(2n)^2]}{(p^2-1^2)(p^2-3^2)\dots[p^2-(2n+1)^2]},$ $\operatorname{Re} p > 2n+1$
(8)	$2^\nu t^\nu (n+\nu) \Gamma(\nu) C_n^\nu(-it)$	$A_{n,\nu}(p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(9)	$[t(2a-t)]^{\nu-1/2} C_n^\nu(t/a-1),$ $0 < t < 2a$ $0,$ $t > 2a$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$(-1)^n \frac{\pi \Gamma(2\nu+n)}{n! \Gamma(\nu)} \left(\frac{a}{2p}\right)^\nu e^{-ap} \times$ $\times I_{\nu+n}(ap)$
(10)	$P_n^{(\alpha, \beta)}(t)$	$2(1-2\mu)_n A_{x,\mu,n}(2p),$ $\operatorname{Re} p > 0$ $x = \alpha/2 - \beta/2$ $\mu = \alpha/2 + \beta/2 + 1/2 + n$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(11)	$t^{\alpha-1} \text{He}_n(t),$ $\text{Re } \alpha > \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ четное,} \\ -1, & \text{если } n \text{ нечетное} \end{cases}$	$\sum_{m=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \frac{n! \Gamma(\alpha + n - 2m)}{m! (n - 2m)!} \times$ $\times (-1/2)^m p^{2m - \alpha - n},$ $\text{Re } p > 0$ $\lfloor n/2 \rfloor = \begin{cases} n/2, & \text{если } n \text{ четное,} \\ n/2 - 1/2, & \text{если } n \text{ нечетное} \end{cases}$
(12)	$\text{He}_{2n+1}(t^{1/2})$	$\pi^{1/2} 2^{-n-1} \frac{(2n+1)! (1/2 - p)^n}{n! p^{n+3/2}},$ $\text{Re } p > 0$
(13)	$t^{-1/2} \text{He}_{2n}(t^{1/2})$	$\pi^{1/2} 2^{-n} \frac{(2n)! (1/2 - p)^n}{n! p^{n+1/2}},$ $\text{Re } p > 0$
(14)	$t^{\alpha - n/2 - 1} \text{He}_n(t^{1/2}),$ $\text{Re } \alpha > \begin{cases} n/2, & \text{если } n \text{ четное,} \\ n/2 - 1/2, & \text{если } n \text{ нечетное} \end{cases}$	$\Gamma(\alpha) p^{-\alpha} {}_2F_1(-n/2, 1/2 - n/2; 1 - \alpha; 2p)$ Если $\alpha$ целое, берутся первые $1 + \lfloor n/2 \rfloor$ членов ряда. $\text{Re } p > 0$
(15)	$e^{\beta t} \text{He}_{2n+1}[2^{1/2}(\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}]$	$(-2)^{-n} (\pi/2)^{1/2} (\alpha - \beta)^{1/2} \times$ $\times \frac{(2n+1)! (p - \alpha)^n}{n! (p - \beta)^{n+3/2}},$ $\text{Re } p > \text{Re } \beta$
(16)	$e^{\beta t} t^{-1/2} \text{He}_{2n}[2^{1/2}(\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}]$	$(-2)^{-n} \pi^{1/2} \frac{(2n)! (p - \alpha)^n}{n! (p - \beta)^{n+1/2}},$ $\text{Re } p > \text{Re } \beta$
(17)	$t^{-1/2} \left[ \text{He}_n\left(\frac{x+t^{1/2}}{\lambda}\right) + \text{He}_n\left(\frac{x-t^{1/2}}{\lambda}\right) \right]$	$(2\pi/p)^{1/2} (1 - 2^{-1}\lambda^{-2}p^{-1})^{n/2} \times$ $\times \text{He}_n\left[\frac{x}{(\lambda^2 - 2^{-1}p^{-1})^{1/2}}\right],$ $\text{Re } p > 0$
(18)	$t^{-2^{-1}(n+1)} e^{2^{-1}\alpha t^{-1}} \times$ $\times \text{He}_n(x^{1/2} t^{-1/2}),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$2^{n/2} \pi^{1/2} p^{n/2 - 1/2} e^{-(2\alpha p)^{1/2}},$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(19)	$t^{-1/2} \text{He}_{2n}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2}) \times$ $\times \text{He}_{2m}(2^{1/2}\beta^{1/2}t^{1/2})$	$\frac{\pi^{1/2}(2m+2n)!}{(-2)^{m+n}} \frac{(p-\alpha)^n (p-\beta)^m}{p^{m+n+1/2}} \times$ $\times {}_2F_1 \left[ -m, -n; -m-n+1/2; \right.$ $\left. \frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)} \right],$ $\text{Re } p > 0$
(20)	$(\alpha\beta t)^{-1/2} \text{He}_{2n+1}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2}) \times$ $\times \text{He}_{2m+1}(2^{1/2}\beta^{1/2}t^{1/2})$	$\frac{-\pi^{1/2}(2m+2n+2)!}{(-2)^{m+n+1}} \frac{(p-\alpha)^n (p-\beta)^m}{p^{m+n+3/2}} \times$ $\times {}_2F_1 \left[ -m, -n; -m-n-1/2; \right.$ $\left. \frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)} \right],$ $\text{Re } p > 0$
(21)	$t^{-1/2} e^{-(\alpha+\beta)t} \text{He}_n(2\alpha^{1/2}t^{1/2}) \times$ $\times \text{He}_n(2\beta^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2} n! \frac{(\alpha+\beta-p)^{n/2}}{(\alpha+\beta+p)^{n/2+1/2}} \times$ $\times P_n \left\{ \frac{2\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}{[(\alpha+\beta)^2 - p^2]^{1/2}} \right\},$ $\text{Re } (\alpha+\beta+p) > 0$
(22)	$t^{-1/2} \left[ \text{He}_m \left( \frac{x+t^{1/2}}{\lambda} \right) \times \right.$ $\times \text{He}_n \left( \frac{y+t^{1/2}}{\mu} \right) +$ $+ \text{He}_m \left( \frac{x-t^{1/2}}{\lambda} \right) \times$ $\left. \times \text{He}_n \left( \frac{y-t^{1/2}}{\mu} \right) \right]$	$\frac{2\pi^{1/2} \lambda^{-m} \mu^{-n}}{(2p)^{m/2+n/2+1/2}} \times$ $\times \sum_{k=0}^{\min(m,n)} \left\{ \binom{m}{k} \binom{n}{k} k! \times \right.$ $\times (2\lambda^2 p - 1)^{m/2+k/2} \times$ $\times (2\mu^2 p - 1)^{n/2+k/2} \times$ $\times \text{He}_{m-k} \left[ \frac{x}{(\lambda^2 - 2^{-1}p-1)^{1/2}} \right] \times$ $\left. \times \text{He}_{n-k} \left[ \frac{y}{(\mu^2 - 2^{-1}p-1)^{1/2}} \right] \right\},$ $\text{Re } p > 0$
(23)	$(e^t - 1)^{-1/2} \times$ $\times \text{He}_{2n} [x^{1/2} (1 - e^{-t})^{1/2}]$	$\frac{(-2)^n \pi^{1/2} (2n)! \Gamma(p+1/2)}{\Gamma(n+p+1)} L_n^p(x/2),$ $\text{Re } p > -1/2$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(24)	$\text{He}_{2n+1} [x^{1/2} (1 - e^{-t})^{1/2}]$	$\frac{(-2)^n \pi^{1/2} (2n+1)! \Gamma(p) x^{1/2}}{\Gamma(n+p+\frac{3}{2})} L_n^p(x/2),$ $\text{Re } p > 0$
(25)	$L_n(t)$	$(p-1)^n p^{-n-1}, \quad \text{Re } p > 0$
(26)	$t^n L_n(t)$	$n! p^{-n-1} P_n(1 - 2p^{-1}), \quad \text{Re } p > 0$
(27)	$L_n^\alpha(t)$	$\sum_{m=0}^n \binom{\alpha+m-1}{m} \frac{(p-1)^{n-m}}{p^{n-m+1}},$ $\text{Re } p > 0$
(28)	$t^\alpha L_n^\alpha(t), \quad \text{Re } \alpha > -1$	$\frac{\Gamma(\alpha+n+1) (p-1)^n}{n! p^{\alpha+n+1}}, \quad \text{Re } p > 0$
(29)	$t^\beta L_n^\alpha(t), \quad \text{Re } \beta > -1$	$\frac{\Gamma(\beta+n+1) (p-1)^n}{n! p^{\beta+n+1}} \times$ $\times {}_2F_1 \left[ -n, \alpha - \beta; -\beta - n; \frac{p}{p-1} \right],$ $\text{Re } p > 0$
(30)	$t^{2\alpha} [L_n^\alpha(t)]^2, \quad \text{Re } \alpha > -1/2$	$\frac{2^{2\alpha} \Gamma(\alpha+1/2) \Gamma(n+1/2)}{\pi (n!)^2 p^{2\alpha+1}} \times$ $\times {}_2F_1 \left[ -n, \alpha+1/2; 1/2-n; (1-2/p)^2 \right],$ $\text{Re } p > 0$
(31)	$t^\alpha e^{\lambda t} L_n^\alpha(xt), \quad \text{Re } \alpha > -1$	$\frac{\Gamma(\alpha+n+1) (p-x-\lambda)^n}{n! (p-\lambda)^{\alpha+n+1}},$ $\text{Re } (p-\lambda) > 0$
(32)	$e^{-t} \sum_{m=0}^n a_{mn} L_m(2t),$ Где $P_n(z) = \sum_{m=0}^n a_{mn} z^m$	$\frac{1}{p+1} P_n\left(\frac{p-1}{p+1}\right), \quad \text{Re } p > -1$
(33)	$t^{-n} e^{-\lambda/t} L_n^\alpha(\lambda/t), \quad \text{Re } \lambda > 0$	$(-1)^n (2/n!) \lambda^{-\alpha/2} p^{\alpha/2+n} \times$ $\times K_\alpha(2\lambda^{1/2} p^{1/2}),$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(34)	$L_n(\lambda t) L_n(xt)$	$\frac{(p-\lambda-x)^n}{p^{n+1}} P_n \left[ \frac{p^2 - (\lambda+x)p + 2\lambda x}{p(p-\lambda-x)} \right],$ $\text{Re } p > 0$
(35)	$t^\alpha L_n^\alpha(\lambda t) L_m^\alpha(xt),$ $\text{Re } \alpha > -1$	$\frac{\Gamma(m+n+\alpha+1)(p-\lambda)^n(p-x)^m}{m!n! p^{m+n+\alpha+1}} \times$ $\times {}_2F_1 \left[ -m, -n; -m-n-\alpha; \frac{p(p-\lambda-x)}{(p-\lambda)(p-x)} \right],$ $\text{Re } p > 0$
(36)	$t^{2\alpha} L_n^\alpha(\lambda t) L_n^\alpha(xt),$ $\text{Re } \alpha > -1/2$	$\frac{\Gamma(2\alpha+1)\Gamma(n+\alpha+1)}{n! p^{2\alpha+1}} \times$ $\times \sum_{r=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^r [1-2^{-1}p^{-1}(\lambda+x)]^{n-r}}{r! \Gamma(\alpha-r+1)} \times \right.$ $\times \left. C_{n+r}^{\alpha+1/2} \left[ \frac{p^2 - (\lambda+x)p + 2\lambda x}{p(p-\lambda-x)} \right] \right\},$ $\text{Re } p > 0$
(37)	$t^m p_n(m, t)$	$m! (p-1)^n p^{-m-1}, \quad \text{Re } p > 0$
(38)	$t^{\alpha-1} p_n(m, t),$ $\text{Re } \alpha > \min(n, m)$	$\frac{m! \Gamma(\alpha-n)}{(m-n)! p^{\alpha-n}} \times$ $\times {}_2F_1(-n, \alpha-n; m-n+1; r/p),$ $\text{Re } p > 0$

#### 4.12. Гамма-функция, функция ошибок, интегральная показательная функция и связанные с ними функции

(1)	$\binom{t}{n} t^{\nu-1},$ $\text{Re } \nu > 0$	$\frac{\Gamma(\nu)}{p^\nu} \Phi_n \left( \nu, \frac{1}{p} \right),$ где $\sum_0^{\infty} h^n \Phi_n(\nu, z) = [1 - z \ln(h+1)]^{-\nu}$	$\text{Re } p > 0,$
(2)	$\text{Erf}(2^{-1}\alpha^{-1}t),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$p^{-1} e^{\alpha^2 p^2} \text{Erfc}(\alpha p),$	$\text{Re } p > 0$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(3)	$e^{-\alpha^2 t^2} \operatorname{Erf}(iat),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$(2ai\pi^{1/2})^{-1} e^{2-2\alpha^{-2}p^2} \operatorname{Ei}(-2^{-2}\alpha^{-2}p^2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\alpha^{1/2} p^{-1} (p + \alpha)^{-1/2},$ $\operatorname{Re} p > 0, -\operatorname{Re} \alpha$
(5)	$e^{\alpha t} \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\alpha^{1/2} p^{-1/2} (p - \alpha)^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} \alpha$
(6)	$\operatorname{Erf}(2^{-1}\alpha^{1/2} t^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$p^{-1} (1 - e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(7)	$\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha^{-1}t),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$p^{-1} [1 - e^{\alpha^2 p^2} \operatorname{Erfc}(\alpha p)]$
(8)	$e^{-\alpha^2 t^2} \operatorname{Erfc}(iat)$	$2^{-1}\pi^{1/2}\alpha^{-1}e^{2-2\alpha^{-2}p^2} [\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha^{-1}p) +$ $+ i\pi^{-1} \operatorname{Ei}(-2^{-2}\alpha^{-2}p^2)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(9)	$\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$p^{-1} (p + \alpha)^{-1/2} [(p + \alpha)^{1/2} - \alpha^{1/2}],$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \alpha$
(10)	$e^{\alpha t} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$p^{-1/2} (p^{1/2} + \alpha^{1/2})^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha^{1/2} t^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$p^{-1} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(12)	$e^{\alpha t} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} t^{1/2} + 2^{-1}\beta^{1/2} t^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$p^{-1/2} (p^{1/2} + \alpha^{1/2})^{-1} \times$ $\times \exp(-\alpha^{1/2} \beta^{1/2} - \beta^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(13)	$S(t)$	$\frac{[(p^2 + 1)^{1/2} - p]^{1/2}}{2p(p^2 + 1)^{1/2}},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(14)	$C(t)$	$\frac{[(p^2 + 1)^{1/2} - p]^{-1/2}}{2p(p^2 + 1)^{1/2}},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(15)	$S(t^{1/2})$	$p^{-1} [2^{-1} - \cos(2^{-2}p^2) C(2^{-2}p^2) -$ $- \sin(2^{-2}p^2) S(2^{-2}p^2)]$
(16)	$C(t^{1/2})$	$p^{-1} [2^{-1} \cos(2^{-1}p^2) - \cos(2^{-2}p^2) \times$ $\times S(2^{-2}p^2) + \sin(2^{-2}p^2) C(2^{-2}p^2)]$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(17)	$\text{Si}(t)$	$p^{-1} \text{arctg } p, \quad \text{Re } p > 0$
(18)	$\text{si}(t)$	$-p^{-1} \text{arctg } p, \quad \text{Re } p > 0$
(19)	$\text{Ci}(t) = -\text{ci}(t)$	$2^{-1} p^{-1} \ln(p^2 + 1), \quad \text{Re } p > 0$
(20)	$\cos t \text{Si}(t) - \sin t \text{Ci}(t)$	$(p^2 + 1)^{-1} \ln p, \quad \text{Re } p > 0$
(21)	$\sin t \text{Si}(t) + \cos t \text{Ci}(t)$	$-(p^2 + 1)^{-1} p \ln p, \quad \text{Re } p > 0$
(22)	$\text{Si}(t^2)$	$\pi [2^{-1} - C(2^{-2} p^2)]^2 +$ $+ \pi [2^{-1} - S(2^{-2} p^2)]^2,$ $\text{Re } p > 0$
(23)	$\overline{\text{Ei}}(t)$	$-p^{-1} \ln(p - 1), \quad \text{Re } p > 1$
(24)	$\text{Ei}(-t)$	$-p^{-1} \ln(p + 1), \quad \text{Re } p > 0$
(25)	$t^{-1/2} \text{Ei}(-t)$	$-2\pi^{1/2} p^{-1/2} \ln[p^{1/2} + (p + 1)^{1/2}],$ $\text{Re } p > 0$
(26)	$\sin(\alpha t) \text{Ei}(-t)$	$-(p^2 + \alpha^2)^{-1} \times$ $\times \{2^{-1} \alpha \ln[(p + 1)^2 + \alpha^2] -$ $- p \text{arctg}[\alpha(p + 1)^{-1}]\},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(27)	$\cos(\alpha t) \text{Ei}(-t)$	$-(p^2 + \alpha^2)^{-1} \times$ $\times \{2^{-1} p \ln[(p + 1)^2 + \alpha^2] +$ $+ \alpha \text{arctg}[\alpha(p + 1)^{-1}]\},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(28)	$\text{li}(e^t)$	$-p^{-1} \ln(p - 1), \quad \text{Re } p > 1$
(29)	$\text{li}(e^{-t})$	$-p^{-1} \ln(p + 1), \quad \text{Re } p > 0$
(30)	$\Gamma(\nu, \alpha t), \quad \text{Re } \nu > -1$	$\Gamma(\nu) p^{-1} [1 - (1 + \alpha^{-1} p)^{-\nu}],$ $\text{Re } p > -\text{Re } \alpha$
(31)	$e^{\alpha t} \Gamma(\nu, \alpha t), \quad \text{Re } \nu > -1$	$\Gamma(\nu) (p - \alpha)^{-1} (1 - \alpha^{-1} p^{-\nu}),$ $\text{Re } p > 0$
(32)	$\Gamma(\nu, \alpha t^{-1}), \quad  \arg \alpha  < \pi/2$	$2\alpha^{\nu/2} p^{\nu/2 - 1} K_{\nu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(33)	$t^{\mu-1} e^{\alpha t} \Gamma(\nu, \alpha t^{-1}),$ $\operatorname{Re}(\nu - \mu) < 1,  \arg \alpha  < \pi$	$2^{2+\mu-2\nu} \Gamma(1 + \mu - \nu) (\alpha p^{-1})^{\mu/2} \times$ $\times S_{2\nu-\mu-1, \mu} (2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(34)	$e^{\beta t} \gamma(\nu, \alpha t),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\Gamma(\nu) \alpha^{\nu} (p - \beta)^{-1} (p + \alpha - \beta)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re} \beta, \operatorname{Re}(\beta - \alpha)$
(35)	$\gamma(1/4, 2^{-\nu} \alpha^{-2} t^2),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$2^{3-1} \alpha^{1/2} p^{-1/2} e^{\alpha^2 p^2} K_{1/4}(\alpha^2 p^2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(36)	$\gamma(\nu, 2^{-\nu} \alpha^{-2} t^2),$ $ \arg \alpha  < \pi/4, \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-\nu-1} \Gamma(2\nu) p^{-1} e^{\alpha^2 p^2} D_{-2\nu}(2\alpha p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(37)	$e^{-2^{-2\nu} \alpha^{-1} t^2} \gamma(\nu, 2^{-2\nu} e^{i\pi} \alpha^{-1} t^2),$ $ \arg \alpha  < \pi/2, \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{1-2\nu} \Gamma(2\nu) \alpha^{1/2} e^{\alpha p^2 + \nu\pi i} \times$ $\times \Gamma(1/2 - \nu, \alpha p^2), \operatorname{Re} p > 0$

### 4.13. Функции Лежандра

(1)	$[t(1+t)]^{-\mu/2} P_{\nu}^{\mu}(1+2t),$ $\operatorname{Re} \mu < 1$	$\pi^{-1/2} p^{\mu-1/2} e^{p^2/2} K_{\nu+1/2}(p/2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(2)	$(1+t^{-1})^{\mu/2} P_{\nu}^{\mu}(1+2t),$ $\operatorname{Re} \mu < 1$	$p^{-1} e^{p^2/2} W_{\mu, \nu+1/2}(p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$t^{\lambda+\mu/2-1} (t+2)^{\mu/2} P_{\nu}^{-\mu}(1+t),$ $\operatorname{Re}(\lambda + \mu) > 0$	$-\pi^{-1} \sin(\nu\pi) p^{-\lambda-\mu} \times$ $\times E(-\nu, \nu+1, \lambda+\mu; \mu+1; 2p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$t^{\lambda-\mu/2-1} (t+2)^{-\mu/2} \times$ $\times P_{\nu}^{-\mu}(1+t),$ $\operatorname{Re} \lambda > 0$	$\frac{E(\mu+\nu+1, \mu-\nu, \lambda; \mu+1; 2p)}{2^{\mu} p^{\lambda} \Gamma(\mu+\nu+1) \Gamma(\mu-\nu)},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$(\alpha+t)^{\nu/2} (\beta+t)^{\nu/2} \times$ $\times P_{\nu} [2\alpha^{-1}\beta^{-1}(\alpha+t)(\beta+t) - 1],$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$	$\pi^{-1} (\alpha\beta)^{\nu/2+1/2} e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p} \times$ $\times K_{\nu+1/2}(2^{-1}\alpha p) K_{\nu+1/2}(2^{-1}\beta p),$ $ \arg(\alpha p)  < \pi,  \arg(\beta p)  < \pi$
(6)	$(1+t)^{-1} P_{\nu} [2(1+t)^{-2} - 1]$	$p^{-1} e^{p^2} W_{\nu+1/2, 0}(p) W_{-\nu-1/2, 0}(p),$ $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(7)	$t^{-\mu/2} P_{\nu}^{\mu} \{(1+t)^{1/2}\},$ $\text{Re } \mu < 1$	$2^{\mu} p^{\mu/2 - 5/4} e^{p/2} W_{\mu/2+1, \nu/2+1/4}(p),$ $\text{Re } p > 0$
(8)	$t^{-\mu/2} (1+t)^{-1/2} P_{\nu}^{\mu} \{(1+t)^{1/2}\},$ $\text{Re } \mu < 1$	$2^{\mu} p^{\mu/2 - 3/4} e^{p/2} W_{\mu/2-1/4, \nu/2+1/4}(p),$ $\text{Re } p > 0$
(9)	$t^{1/2} P_{\nu}^{1/4} \{(1+t^2)^{1/2}\} \times$ $\times P_{\nu}^{-1/4} \{(1+t^2)^{1/2}\}$	$2^{-1} (2^{-1}\pi p^{-1})^{1/2} H_{\nu+1/2}^{(1)}(p/2) \times$ $\times H_{\nu+1/2}^{(2)}(p/2), \text{Re } p > 0$
(10)	$(\alpha+t)^{-\nu/2-1/2} (\beta+t)^{\nu/2} \times$ $\times  -1-(\alpha+\beta)t^{-1} ^{\mu/2} \times$ $\times P_{\nu}^{\mu} \{\alpha^{1/2}\beta^{1/2}(\alpha+t)^{-1/2} \times$ $\times (\beta+t)^{-1/2}\},$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$ $\text{Re } \mu < 1$	$2^{1/2} p^{-1/2} e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p} \times$ $\times D_{\mu-\nu-1}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{1/2}) \times$ $\times D_{\mu+\nu}(2^{1/2}\beta^{1/2}p^{1/2}), \text{Re } p > 0$ $ \arg(\alpha p)  < \pi,  \arg(\beta p)  < \pi$
(11)	$(1-e^{-2t})^{\mu/2} P_{\nu}^{-\mu}(e^t),$ $\text{Re } \mu > -1$	$\frac{2^{p-1} \Gamma(p/2 + \nu/2 + 1/2) \Gamma(p/2 - \nu/2)}{\pi^{1/2} \Gamma(p + \mu + 1)},$ $\text{Re } p > \text{Re } \nu, -1 - \text{Re } \nu$
(12)	$\left[ (e^t - 1) \left( \frac{\alpha e^t}{\alpha - 2} - 1 \right) \right]^{\mu/2} \times$ $\times P_{\nu}^{-\mu}(\alpha e^t - \alpha + 1),$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \mu > -1$	$\frac{\Gamma(p - \mu + \nu + 1) \Gamma(p - \nu - \mu)}{\Gamma(p + 1)} \times$ $\times \left( \frac{\alpha}{\alpha - 2} \right)^{p/2} P_{\nu}^{\mu - p}(\alpha - 1),$ $\text{Re } p > \text{Re}(\mu - \nu) - 1, \text{Re}(\mu + \nu)$
(13)	$(1 - z^2 + z^2 e^{-t})^{\mu} \times$ $\times \left\{ P_{2\nu}^{2\mu}  z(1 - e^{-t})^{1/2}  - \right.$ $\left. - P_{2\nu}^{2\mu}   -z(1 - e^{-t})^{1/2}  \right\},$ $ z  < 1$	$\frac{-2^{2\mu+1} \pi z \Gamma(p)}{\Gamma(-\mu - \nu) \Gamma(1/2 - \mu + \nu) \Gamma(p + 3/2)} \times$ $\times {}_2F_1(1/2 - \mu - \nu, \nu - \mu + 1;$ $p + 3/2; z^2),$ $\text{Re } p > 0$
(14)	$(1 - e^{-t})^{-1/2} (1 - z^2 + z^2 e^{-t})^{\mu} \times$ $\times \left\{ P_{2\nu}^{2\mu}  z(1 - e^{-t})^{1/2}  + \right.$ $\left. + P_{2\nu}^{2\mu}   -z(1 - e^{-t})^{1/2}  \right\},$ $ z  < 1$	$\frac{2^{2\mu+1} \pi \Gamma(p)}{\Gamma(1/2 - \mu - \nu) \Gamma(1 - \mu + \nu) \Gamma(p + 1/2)} \times$ $\times {}_2F_1(-\mu - \nu, 1/2 - \mu + \nu;$ $p + 1/2; z^2),$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(15)	$\text{sh}^{2\mu} (t/2) P_{2n}^{-2\mu} [\text{ch} (t/2)],$ $\text{Re } \mu > -1,$	$\frac{\Gamma(2\lambda + 1/2) \Gamma(p - n - \mu) \Gamma(p + n - \mu + 1/2)}{\mu \pi^{1/2} \Gamma(p + n + \mu + 1) \Gamma(p - n + \mu + 1/2)},$ $\text{Re } p > n + \text{Re } \mu$
(16)	$t^{\lambda + \mu/2 - 1} (t + 2)^{\mu/2} Q_{\nu}^{\mu} (1 + t),$ $\text{Re } \lambda > 0, \text{Re } (\lambda + \mu) > 0$	$\frac{\Gamma(\nu + \mu + 1)}{\Gamma(\nu - \mu + 1)} \left\{ \frac{\sin(\nu\pi)}{2p^{\lambda + \mu} \sin(\mu\pi)} \times \right.$ $\times E(-\nu, \nu + 1, \lambda + \mu; \mu + 1; 2p) -$ $\left. - \frac{\sin[(\mu + \nu)\pi]}{2^{1-\mu} p^{\lambda} \sin(\mu\pi)} \times \right.$ $\left. \times E(\nu - \mu + 1, -\nu - \mu, \lambda; 1 - \mu; 2p) \right\},$ $\text{Re } p > 0$
(17)	$t^{\lambda - \mu/2 - 1} (t + 2)^{\mu/2} Q_{\nu}^{\mu} (1 + t),$ $\text{Re } \lambda > 0, \text{Re } (\lambda - \mu) > 0$	$-\frac{\sin(\nu\pi)}{2p^{\lambda - \mu} \sin(\mu\pi)} E(-\nu, \nu + 1,$ $\lambda - \mu; 1 - \mu; 2p) - \frac{\sin[(\mu - \nu)\pi]}{2^{1+\mu} p^{\lambda} \sin(\mu\pi)} \times$ $\times E(\mu + \nu + 1, \mu - \nu, \lambda; 1 + \mu; 2p),$ $\text{Re } p > 0$

#### 4.14. Функции Бесселя от аргументов $kt$ и $kt^{1/2}$

(1)	$J_{\nu}(\alpha t),$	$\text{Re } \nu > -1$	$t^{-1} (\alpha R)^{\nu} = r^{-1} e^{-\nu \text{arsh}(p, \alpha)},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(2)	$t J_{\nu}(\alpha t),$	$\text{Re } \nu > -2$	$r^{-3} (p + \nu r) (\alpha R)^{\nu}, \text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(3)	$t^2 J_{\nu}(\alpha t),$	$\text{Re } \nu > -3$	$\left( \frac{\nu^2 - 1}{r^3} + 3p \frac{p + \nu r}{r^3} \right) \left( \frac{\alpha}{R} \right)^{\nu},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(4)	$t^n J_n(\alpha t)$		$1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n - 1) \alpha^n r^{-2n-1},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(5)	$t^{-1} J_{\nu}(\alpha t),$	$\text{Re } \nu > 0$	$\nu^{-1} (\alpha R)^{\nu}, \text{Re } p \geq  \text{Im } \alpha $
(6)	$t^{-2} J_{\nu}(\alpha t),$	$\text{Re } \nu > 1$	$\frac{\alpha}{2\nu} \left[ \frac{1}{\nu - 1} \left( \frac{\alpha}{R} \right)^{\nu-1} + \frac{1}{\nu + 1} \left( \frac{\alpha}{R} \right)^{\nu+1} \right],$ $\text{Re } p \geq  \text{Im } \alpha $
(7)	$t^{\nu} J_{\nu}(\alpha t),$	$\text{Re } \nu > -1/2$	$2^{\nu} \pi^{-1/2} \Gamma(\nu + 1/2) \alpha^{\nu} r^{-2\nu-1},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad R = p + r$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(8)	$t^{\nu+1} J_{\nu}(at), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{\nu+1} \pi^{-1/2} \Gamma(\nu + 3/2) \alpha^{\nu} r^{-2\nu-3} p,$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(9)	$t^{\lambda} J_{\nu}(at), \quad \operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1$	$\Gamma(\mu + \lambda + 1) r^{-\mu-1} P_{\mu}^{-\nu}(\rho/r),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(10)	$t^{\mu} \sin(at) J_{\mu}(at),$ $a > 0, \operatorname{Re} \mu > -1$	$\frac{\Gamma(\mu+1) a^{\mu+1}}{2^{1/2} \pi} \times$ $\times \int_0^{\pi/2} \frac{(\cos \theta)^{\mu+1/2} \cos[(\mu-1/2)\theta]}{(2-p^2+a^2 \cos^2 \theta)^{\mu+1}} d\theta,$ $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$t^{\mu-1} \cos(at) J_{\mu}(at),$ $a > 0, \operatorname{Re} \mu > 0$	$\frac{\Gamma(\mu) a^{\mu}}{2^{1/2} \pi} \times$ $\times \int_0^{\pi/2} \frac{(\cos \theta)^{\mu-1/2} \cos[(\mu+1/2)\theta]}{(2-p^2+a^2 \cos^2 \theta)^{\mu}} d\theta,$ $\operatorname{Re} p > 0$
(12)	$[J_0^2(2^{-1}at)]^2$	$2\pi^{-1} r^{-1} K(a/r), \quad \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(13)	$[J_1^2(2^{-1}at)]^2$	$2\pi^{-1} a^{-2} r^{-2} [(2p^2 + a^2) K(a/r) -$ $- 2(p^2 + a^2) E(a/r)],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(14)	$J_{\nu}(at) J_{\nu}(\beta t),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\frac{1}{\pi \alpha^{1/2} \beta^{1/2}} Q_{\nu-1/2} \left( \frac{p^2 + a^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \right),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha  +  \operatorname{Im} \beta $
(15)	$t J_0(2^{-1}at) J_1(2^{-1}at)$	$2\pi^{-1} a^{-1} r^{-1} [K(a/r) - E(a/r)],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(16)	$t J_{\nu}^2(at), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{2\nu+1} (\nu + 1/2) \pi^{-1} a^{2\nu} p^{-2\nu-2} \times$ $\times B(\nu + 1/2, \nu + 1/2) \times$ $\times {}_2F_1(\nu + 1/2, \nu + 3/2; 2\nu + 1;$ $- 4a^2 p^{-2}),$ $\operatorname{Re} p > 2 \operatorname{Im} \alpha $

$$r = (p^2 + a^2)^{1/2}$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(17)	$t^{-2} J_1^2(t)$	$2^{-1} \pi^{-1} \int_0^{\pi} [(p^2 + 2 - 2 \cos \varphi)^{1/2} - p] \times$ $\times (1 + \cos \varphi) d\varphi, \operatorname{Re} p > 0$
(18)	$t^{1/2} J_\nu^2(2^{-1} \alpha t), \operatorname{Re} \nu > -3/4$	$\frac{\Gamma(2\nu + 3/2)}{2^\nu + 3/2} p^{-1/4} \left(\frac{r}{p}\right) P_{-1/4}^{-\nu} \left(\frac{r}{p}\right),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(19)	$t^{-1/2} J_\nu^2(2^{-1} \alpha t), \operatorname{Re} \nu > -1/4$	$2^{-\nu - 1/2} \Gamma(2\nu + 1/2) p^{-1/2} \times$ $\times [P_{-1/4}^{-\nu}(r/p)]^2,$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(20)	$t^{1/2} J_\nu(2^{-1} \alpha t) J_{-\nu}(2^{-1} \alpha t)$	$\frac{\alpha \pi^{1/2}}{2p^{1/2} r^{1/2}} (\nu + 1/4) P_{-1/4}^{-\nu}(r/p) \times$ $\times P_{1/4}^{-\nu}(r/p) - (\nu - 1/4) \times$ $\times P_{1/4}^{\nu}(r/p) P_{-1/4}^{-\nu}(r/p),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(21)	$t^{1/2} J_\nu(2^{-1} \alpha t) J_{\nu+1}(2^{-1} \alpha t),$ $\operatorname{Re} \nu > -5/4$	$\frac{\alpha \Gamma(2\nu + 3/2)}{2^\nu + 3/2} p^{-1/4} \left(\frac{r}{p}\right) \times$ $\times P_{-1/4}^{-\nu-1} \left(\frac{r}{p}\right), \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(22)	$t^{-1/2} J_\nu(2^{-1} \alpha t) J_{-\nu}(2^{-1} \alpha t)$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} p^{-1/2} P_{-1/4}^{-\nu}(r/p) P_{-1/4}^{-\nu}(r/p),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(23)	$t^{2\nu} J_\nu^2(\alpha t), \operatorname{Re} \nu > -1/4$	$\frac{2^{4\nu} \alpha^{2\nu} \Gamma(\nu + 1/2) \Gamma(2\nu + 1/2)}{\pi \Gamma(\nu + 1) p^{1\nu+1}} \times$ $\times {}_2F_1(\nu + 1/2, 2\nu + 1/2; \nu + 1;$ $-4\alpha^2 p^{-2}),$ $\operatorname{Re} p > 2  \operatorname{Im} \alpha $

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(24)	$t^{\mu-1} J_{\nu_1}(\alpha_1 t) \dots J_{\nu_n}(\alpha_n t),$ $\operatorname{Re}(\mu + N) > 0$ $N = \nu_1 + \dots + \nu_n$ $\alpha = \alpha_1 + \dots + \alpha_n$	$\frac{2^{-N} \Gamma(\mu + N)}{\Gamma(\nu_1 + 1) \dots \Gamma(\nu_n + 1)} \alpha_1^{\nu_1} \dots \alpha_n^{\nu_n} \times$ $\times (p + i\alpha)^{-\mu - N} \times$ $\times F_A(\mu + N; \nu_1 + 1/2, \dots, \nu_n + 1/2;$ $2\nu_1 + 1, \dots, 2\nu_n + 1;$ $\frac{2\alpha_1 i}{p + i\alpha}, \dots, \frac{2\alpha_n i}{p + i\alpha}),$ $\operatorname{Re}(p \pm i\alpha_1 \pm \dots \pm i\alpha_n) > 0$ При $n=2$ $F_A$ надо заменить на $F_2$
(25)	$J_0(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$p^{-1} e^{-\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(26)	$J_\nu(2\alpha^{1/2} t^{1/2}), \quad \operatorname{Re} \nu > -2$	$2^{-1} \alpha^{1/2} \pi^{1/2} p^{-3/2} e^{-2^{-1} \alpha p^{-1}} \times$ $\times [I_{\nu/2-1/2}(2^{-1} \alpha p^{-1}) -$ $- I_{\nu/2+1/2}(2^{-1} \alpha p^{-1})],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(27)	$t^{1/2} J_1(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\alpha^{1/2} p^{-2} e^{-\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(28)	$t^{n-1/2} J_1(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$(-1)^{n-1} \alpha^{-1/2} n! p^{-n} e^{-2^{-1} \alpha p^{-1}} \times$ $\times k_{2n}(2^{-1} \alpha p^{-1}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(29)	$t^{-1/2} J_\nu(2\alpha^{1/2} t^{1/2}), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{-2^{-1} \alpha p^{-1}} I_{\nu/2}(2^{-1} \alpha p^{-1}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(30)	$t^{\nu/2} J_\nu(2\alpha^{1/2} t^{1/2}), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{\nu/2} p^{-\nu-1} e^{-\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(31)	$t^{-\nu/2} J_\nu(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\frac{e^{i\nu\pi} p^{\nu-1}}{\alpha^{\nu/2} \Gamma(\nu)} e^{-\alpha/p} \gamma(\nu, \frac{\alpha}{p} e^{-i\pi}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(32)	$t^{\nu/2-1} J_\nu(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\alpha^{-\nu/2} \gamma(\nu, \alpha/p), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(33)	$t^{\nu/2+n} J_\nu(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu + n > -1$	$n! \alpha^{\nu/2} p^{-n-\nu-1} e^{-\alpha/p} L_n^\nu(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(34)	$t^{\mu-1/2} J_{2\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1/2$	$\frac{\Gamma(\mu + \nu + 1/2)}{\alpha^{1/2} \Gamma(2\nu + 1)} p^{-\mu} e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}} \times$ $\times M_{\mu, \nu}(\alpha/p), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(35)	$t^{\mu-1} J_{2\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > 0$	$\frac{\Gamma(\mu + \nu) \alpha^{\nu}}{\Gamma(2\nu + 1) p^{\mu+\nu}} \times$ $\times {}_1F_1(\mu + \nu; 2\nu + 1; -\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(36)	$t^{\nu-1/2} \{J_{2\mu}(2t^{1/2}) \cos[(\nu + \mu)\pi] -$ $- J_{-2\mu}(2t^{1/2}) \cos[(\nu - \mu)\pi]\},$ $\operatorname{Re}(\nu \pm \mu) > -1/2$	$-\sin(2\mu\pi) p^{-\nu} e^{-2^{-1} p^{-1}} W_{\nu, \mu}(p^{-1}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(37)	$t^{\nu/2} L_n^{\nu}(t) J_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\alpha^{\nu/2} e^{-\alpha/p} \frac{(p-1)^n}{p^{\nu+n+1}} L_n^{\nu} \left  \frac{\alpha}{p(1-p)} \right ,$ $\operatorname{Re} p > 0$
(38)	$J_{\nu}(t) J_{2\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\frac{e^{-\alpha p} (p^2 - 1)^{-1}}{(p^2 + 1)^{1/2}} J_{\nu} \left( \frac{\alpha}{p^2 + 1} \right),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(39)	$J_{\nu}(\alpha t^{1/2}) J_{\nu}(\beta t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$p^{-1} e^{-2^{-2}(\alpha^2 + \beta^2) p^{-1}} I_{\nu}(2^{-1} \alpha \beta p^{-1}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(40)	$t^{-1} J_{\nu}^2(2t^{1/2}), \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\nu^{-1} e^{-2/p} \times$ $\times \left[ I_{\nu}(2/p) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_{\nu+n}(2/p) \right],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(41)	$t^{-1/2} J_{\nu}(\alpha e^{2-2\pi i} t^{1/2}) \times$ $\times J_{\nu}(\alpha e^{-2-2\pi i} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\frac{p^{1/2} 2^{1-\nu} \Gamma(\nu + 1/2)}{\alpha^2  \Gamma(\nu + 1) ^2} \times$ $\times M_{1/4, \nu/2} \left( \frac{\alpha^2}{2p} \right) M_{-1/4, \nu/2} \left( \frac{\alpha^2}{2p} \right),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(42)	$t^{\lambda-1} J_{2\mu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) J_{2\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\lambda + \mu + \nu) > 0$	$\frac{2\Gamma(\lambda + \mu + \nu) \alpha^{\mu+\nu}}{\Gamma(2\mu + 1) \Gamma(2\nu + 1) p^{\lambda+\mu+\nu}} \times$ $\times {}_3F_3(\mu + \nu + 1/2, \mu + \nu + 1,$ $\lambda + \mu + \nu; 2\mu + 1, 2\nu + 1,$ $2\mu + 2\nu + 1; -4\alpha p^{-1}),$ $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(43)	$t^{\nu-1} J_{-\mu_1} (2\alpha_1^{1/2} t^{1/2}) \dots$ $\dots J_{2\mu_n} (2\alpha_n^{1/2} t^{1/2}),$ $M = \mu_1 + \dots + \mu_n,$ $\operatorname{Re}(\nu + M) > 0$	$\frac{\Gamma(\nu + M) p^{-\nu} - M \alpha_1^{\mu_1} \dots \alpha_n^{\mu_n}}{\Gamma(2\mu_1 + 1) \dots \Gamma(2\mu_n + 1)} \times$ $\times \Psi_2(\nu + M; 2\mu_1 + 1, \dots, 2\mu_n + 1;$ $-\frac{\alpha_1}{p}, \dots, -\frac{\alpha_n}{p}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(44)	$Y_0(\alpha t)$	$-2\pi^{-1} r^{-1} \operatorname{arsh}(p/\alpha),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(45)	$Y_{\nu}(\alpha t),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{R^{-\nu} \alpha^{\nu}}{r \operatorname{tg}(\nu\pi)} - \frac{R^{\nu} \alpha^{-\nu}}{r \sin(\nu\pi)},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(46)	$t Y_0(\alpha t)$	$2\pi^{-1} r^{-2} [1 - pr^{-1} \ln(R/\alpha)],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(47)	$t Y_1(\alpha t)$	$-2\pi^{-1} r^{-2} [p\alpha^{-1} + \alpha r^{-1} \ln(R/\alpha)],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(48)	$t^{\mu} Y_{\nu}(\alpha t),$ $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1$	$\frac{1}{r^{\mu+1} \operatorname{tg}(\nu\pi)} \frac{\Gamma(\mu + \nu + 1) P_{\mu}^{-1\nu}(p/r)}{r^{\mu+1} \operatorname{tg}(\nu\pi)} -$ $-\frac{\Gamma(\mu - \nu + 1) P_{\mu}^{\nu}(p/r)}{r^{\mu+1} \sin(\nu\pi)},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(49)	$t^{-1/2} Y_{2\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $i \operatorname{Re} \nu < 1/2$	$-\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{-2-1\alpha p^{-1}} \times$ $\times \left[ \frac{I_{\nu}(2-1\alpha p^{-1})}{\operatorname{ctg}(\nu\pi)} + \frac{K_{\nu}(2-1\alpha p^{-1})}{\pi \cos(\nu\pi)} \right],$
(50)	$t^{\mu-1/2} Y_{2\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1/2$	$\alpha^{-1/2} p^{-\mu} e^{-2-1\alpha p^{-1}} \times$ $\times \left\{ \frac{\operatorname{tg}  (\mu - \nu)\pi  \Gamma(\mu + \nu + 1/2)}{\Gamma(2\nu + 1)} \times \right.$ $\times \left. M_{\mu, \nu}(\alpha/p) - \frac{W_{\mu, \nu}(\alpha/p)}{\cos [(\mu - \nu)\pi]} \right\},$ $\operatorname{Re} p > 0$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad R = p + r$$

	$f(s)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(51)	$t^{-1} \{ [at^{1/2} J_1(t^{1/2}) + bJ_0(t^{1/2})]^2 + [at^{1/2} Y_1(t^{1/2}) + bY_0(t^{1/2})]^2 \}^{-1}$	$2I(a, b; p), \quad \operatorname{Re} p > 0$ Относительно разложений функции $I(a, b; p)$ и кратких таблиц значений для $I(0, 1; p)$ см. Jaeger J. C. and Clarke Martha, 1942, Proc. Roy. Soc. Edinburgh, Sect. A, 61, 229—231
(52)	$H_0^{(1)}(\alpha t)$	$r^{-1} - 2i\pi^{-1} r^{-1} \operatorname{arsh}(p/\alpha),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(53)	$H_0^{(2)}(\alpha t)$	$r^{-1} + 2i\pi^{-1} r^{-1} \operatorname{arsli}(p/\alpha),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(54)	$H_\nu^{(1)}(\alpha t), \quad  \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{i}{r \sin(\nu\pi)} (e^{-i\nu\pi} \alpha^\nu R^{-\nu} - \alpha^{-\nu} R^\nu),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(55)	$H_\nu^{(2)}(\alpha t), \quad  \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{i}{r \sin(\nu\pi)} (\alpha^{-\nu} R^\nu - e^{i\nu\pi} \alpha^\nu R^{-\nu}),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(56)	$tH_0^{(1)}(\alpha t)$	$\frac{p}{r^3} \left( 1 - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{R}{\alpha} \right) + \frac{2i}{\pi r^2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(57)	$tH_0^{(2)}(\alpha t)$	$\frac{p}{r^3} \left( 1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{R}{\alpha} \right) - \frac{2i}{\pi r^2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(58)	$tH_1^{(1)}(\alpha t)$	$\frac{\alpha}{r^3} \left( 1 - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{R}{\alpha} \right) - \frac{2ip}{\pi \alpha r^2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(59)	$tH_1^{(2)}(\alpha t)$	$\frac{\alpha}{r^3} \left( 1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{R}{\alpha} \right) + \frac{2ip}{\pi \alpha r^2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad R = p + r$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(60)	$t^{-1/2} H_{2\nu}^{(1)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$\frac{\pi^{1/2} e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}}{p^{1/2} \cos(\nu\pi)} \times$ $\times \left[ \frac{I_{\nu}(2^{-1}\alpha p^{-1})}{e^{i\nu\pi}} - \frac{iK_{\nu}(2^{-1}\alpha p^{-1})}{\pi} \right],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(61)	$t^{-1/2} H_{2\nu}^{(2)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$\frac{\pi^{1/2} e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}}{p^{1/2} \cos(\nu\pi)} \times$ $\times \left[ e^{i\nu\pi} I_{\nu}(2^{-1}\alpha p^{-1}) + \frac{iK_{\nu}(2^{-1}\alpha p^{-1})}{\pi} \right],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(62)	$t^{-\nu/2} H_{\nu}^{(1)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu < 1$	$\frac{p^{\nu-1} e^{-\alpha p^{-1}}}{\pi i \alpha^{\nu/2}} \Gamma(1-\nu) \Gamma\left(\nu, \frac{\alpha e^{-i\pi}}{p}\right),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(63)	$t^{-\nu/2} H_{\nu}^{(2)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu < 1$	$-\frac{p^{\nu-1} e^{-\alpha p^{-1}}}{\pi i \alpha^{\nu/2}} \Gamma(1-\nu) \Gamma\left(\nu, \frac{\alpha e^{i\pi}}{p}\right),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(64)	$t^{\nu-1/2} H_1^{(1)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\frac{\Gamma(\nu+1)}{i p^{\nu} \sin(\nu\pi)} e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}} k_{-2\nu}\left(\frac{\alpha e^{-i\pi}}{2p}\right),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(65)	$t^{\nu-1/2} H_1^{(2)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\frac{i\Gamma(\nu+1)}{p^{\nu} \sin(\nu\pi)} e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}} k_{-2\nu}\left(\frac{\alpha e^{i\pi}}{2p}\right),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(66)	$t^{\mu-1/2} H_{2\nu}^{(1)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1/2$	$\frac{\Gamma(\mu+\nu+1/2) \Gamma(\mu-\nu+1/2)}{\pi \alpha^{1/2} e^{\nu\pi i} + 2^{-1}\alpha p^{-1} p^{\mu}} \times$ $\times W_{-\mu, \nu}(e^{-i\pi} \alpha p^{-1}), \operatorname{Re} p > 0$
(67)	$t^{\mu-1/2} H_{2\nu}^{(2)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1/2$	$\frac{\Gamma(\mu+\nu+1/2) \Gamma(\mu-\nu+1/2)}{\pi \alpha^{1/2} e^{-\nu\pi i} + 2^{-1}\alpha p^{-1} p^{\mu}} \times$ $\times W_{-\mu, \nu}(e^{i\pi} \alpha p^{-1}), \operatorname{Re} p > 0$

## 4.15. Функции Бесселя от других аргументов

	$f(t)$		$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(1)	$J_{\nu+1/2}(2^{-1}t^2),$	$\operatorname{Re} \nu > -1$	$\pi^{-1/2} \Gamma(\nu+1) D_{-\nu-1}(pe^{2-2\pi i}) \times$ $\times D_{-\nu-1}(pe^{-2-2\pi i}), \operatorname{Re} p > 0$
(2)	$t^{1/2} J_{1/2}(at^2),$	$a > 0$	$\frac{\pi^{1/2} p^{1/2}}{4a} \left[ H_{-1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right) - Y_{-1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right) \right],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$t^{1/2} J_{-1/4}(at^2),$	$a > 0$	$\frac{\pi^{1/2} p^{1/2}}{4a} \left[ H_{1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right) - Y_{1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right) \right],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$t^{3/2} J_{-1/4}(at^2),$	$a > 0$	$-\frac{\pi^{1/2} p^{3/2}}{8a^2} \left[ H_{-3/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right) - \right.$ $\left. - Y_{-3/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right) \right],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$t^{3/2} J_{-3/4}(at^2),$	$a > 0$	$\frac{\pi^{1/2} p^{3/2}}{8a^2} \left[ H_{-1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right) - Y_{-1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right) \right],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(6)	$t^{1/2} J_{1/8}(t^2/16) J_{-1/8}(t^2/16)$		$\frac{\pi^{1/2} p^{1/2}}{2^{1/2} \cos(\pi/8)} \times$ $\times H_{1/8}'(p^2) H_{1/8}'(p^2), \operatorname{Re} p > 0$
(7)	$t^{1/2} J_{\nu+1/8}(t^2/16) J_{\nu-1/8}(t^2/16),$	$\operatorname{Re} \nu > -3/8$	$2^{1/2} (\pi p)^{-3/2} \Gamma(\nu+3/8) \Gamma(\nu+5/8) \times$ $\times W_{-\nu, 1/8}(2e^{\pi i/2} p^2) \times$ $\times W_{-\nu, 1/8}(2e^{-\pi i/2} p^2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(8)	$t^{-1} J_{\nu}(t^{-1})$		$2 J_{\nu}(2^{1/2} p^{1/2}) K_{\nu}(2^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(9)	0, $J_0(\alpha y),$	$0 < t < b$ $t > b$	$r^{-1} e^{-br},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(10)	0, $t J_0(\alpha y),$	$0 < t < b$ $t > b$	$pr^{-3} (br+1) e^{-br}, \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(11)	$0,$ $y J_1(\alpha y),$ $0 < t < b$ $t > b$	$\alpha r^{-1} (br + 1) e^{-br}, \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(12)	$0,$ $y^{-1} J_1(\alpha y),$ $0 < t < b$ $t > b$	$\alpha^{-1} b^{-1} (e^{-bp} - e^{-br}),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(13)	$0,$ $y^{-1} J_\nu(\alpha y),$ $0 < t < b$ $t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$I_{\nu, 2} [2^{-1} b (r - p)] \times$ $\times K_{\nu, 2} [2^{-1} b (r + p)],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(14)	$0,$ $ty^{-1} J_1(\alpha y),$ $0 < t < b$ $t > b$	$\alpha^{-1} e^{-bp} - \alpha^{-1} p r^{-1} e^{-br},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(15)	$0,$ $(t-b)^{\nu/2} (t+b)^{-\nu/2} J_\nu(\alpha y),$ $0 < t < b$ $t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^\nu r^{-1} R^{-\nu} e^{-br}, \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(16)	$0,$ $y^\nu J_\nu(\alpha y),$ $0 < t < b$ $t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \alpha^\nu b^{\nu+1/2} r^{-\nu-1/2} \times$ $\times K_{\nu+1/2}(br), \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(17)	$0,$ $y^{2\mu} J_{2\nu}(\alpha y),$ $0 < t < b$ $t > b$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (ab)^{2\nu+2n}}{\pi^{1/2} n!} \times$ $\times \frac{(2b)^{2\mu+1} \Gamma(\mu + \nu + n + 1)}{\Gamma(2\nu + n + 1) (2p)^{\mu + \nu + n + 1/2}} \times$ $\times K_{\mu + \nu + n + 1/2}(bp),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(18)	$J_0[\alpha(t^2 + \beta t)^{1/2}],$ $ \arg \beta  < \pi$	$r^{-1} e^{-1/2 \beta (p-r)}, \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(19)	$(t^2 + \beta t)^{\nu/2} J_\nu[\alpha(t^2 + \beta t)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1,  \arg \beta  < \pi$	$\pi^{-1/2} (\alpha/2)^\nu (\beta/r)^{\nu+1/2} e^{-1/2 \beta p} \times$ $\times K_{\nu+1/2}(2^{-1} \beta r),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad R = p + r$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(20)	$t^{\nu/2} (t + \beta)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [\alpha (t^2 + \beta t)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1,  \arg \beta  < \pi$	$\alpha^{\nu} r^{-1} R^{-\nu} e^{2^{-1/2} i p - r},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(21)	$t^{\nu/2-1} (t+1)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [\alpha (t^2 + t)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{\nu} \alpha^{-\nu} \gamma(\nu, r/2 - p^2),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(22)	$t^{\lambda - \nu/2 - 1} (t+1)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [\alpha (t^2 + t)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu + 1 > \operatorname{Re} \lambda > 0$	$\frac{2^{\nu} \alpha^{-\nu}}{\Gamma(\nu - \lambda + 1)} \times$ $\times \int_0^{r/2 - p^2} e^{-u} u^{\lambda-1} \times$ $\times (2^{-2} \alpha^2 - pu - u^2)^{\nu-\lambda} du,$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(23)	$(t^2 + 2it)^{\nu/2} J_{\nu} [\alpha (t^2 + 2it)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$-i 2^{-1/2} \pi^{1/2} \alpha^{\nu} r^{-\nu-1} \times$ $\times e^{i p} H_{\nu+1/2}^2(r),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(24)	$(t^2 + 2it)^{\lambda - \nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [\alpha (t^2 + 2it)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \lambda > -1$	$\frac{2^{\lambda - \nu - 1/2} \pi^{1/2} e^{i p} \Gamma(\lambda + 1)}{i r^{\lambda + 1/2} \Gamma(\nu - \lambda)} \times$ $\times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\nu - \lambda + n)}{z^n n! \Gamma(\nu + n + 1) r^n} \times$ $\times H_{\lambda + n + 1/2}^{(2)}(r), \operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(25)	$\exp [i \alpha (1 - e^{-t})] J_{\nu} (\alpha e^{-t})$	$\frac{J_{\nu}(\alpha)}{\nu + p} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{(\nu - p + 1)_{n-1}}{(\nu + p)_{n+1}} \times$ $\times (\nu + n) J_{\nu+n}(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \nu$
(26)	$\sin [\alpha (1 - e^{-t})] J_{\nu} (\alpha e^{-t})$	$2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\nu - p + 1)_{2n}}{(\nu + p)_{2n+2}} \times$ $\times (\nu + 2n - 1) J_{\nu+2n+1}(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \nu$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, R = p + r$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(27)	$\cos[\alpha(1 - e^{-t})] J_{\nu}(ae^{-t})$	$\frac{J_{\nu}(\alpha)}{\nu + p} + \sum_{n=0}^{\infty} 2(-1)^n \times$ $\times \frac{(\nu - p + 1)_{2n-1}}{(\nu + p)_{2n+1}} (\nu + 2n) J_{\nu+2n}(\alpha),$ $\text{Re } p > -\text{Re } \nu$
(28)	$J_{\mu}(ae^{-t}) J_{\nu}[\alpha(1 - e^{-t})],$ $\text{Re } \nu > -1$	$\left(\frac{2}{\alpha}\right)^{\rho} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \Gamma(\rho + n)}{(\mu + n) n! \Gamma(\rho, \mu + n)} \times$ $\times J_{\mu+\nu+p+2n}(\alpha),$ $\text{Re } p > -\text{Re } \mu$
(29)	$(1 - e^{-t})^{\nu/2} J_{\nu}[\alpha(1 - e^{-t})^{1/2}],$ $\text{Re } \nu > -1$	$\Gamma(p) (2/\alpha)^{\rho} J_{\nu+p}(\alpha),$ $\text{Re } p > 0$
(30)	$(1 - e^{-t})^{-\nu/2} J_{\nu}[\alpha(1 - e^{-t})^{1/2}]$	$\frac{s_{\nu+p-1, p-\nu}(\alpha)}{2^{\nu} \alpha^{\rho} \Gamma(\nu)},$ $\text{Re } p > 0$
(31)	$(e^t - 1)^{\nu/2} J_{\nu}[2a(e^t - 1)^{1/2}],$ $a > 0, \text{Re } \nu > -1$	$\frac{2a^{\rho}}{\Gamma(\rho+1)} K_{\nu, \rho}(2a),$ $\text{Re } p > \frac{2\text{Re } \nu - 3}{4}$
(32)	$(e^t - 1)^{\mu} J_{2\nu}[2a(e^t - 1)^{1/2}],$ $a > 0, \text{Re } (\mu + \nu) > -1$	$\frac{a^{2\nu} \Gamma(\mu + \nu + 1, p - \mu - \nu)}{\Gamma(2\nu + 1)} \times$ $\times {}_1F_2(\mu + \nu + 1; \mu + \nu + 1 - p;$ $2\nu + 1; a^2) + \frac{a^{2p-2\mu} \Gamma(\mu + \nu - p)}{\Gamma(\nu - \mu + p + 1)} \times$ $\times {}_1F_2(p + 1; p + 1 + \nu - \mu,$ $p + 1 - \mu - \nu; a^2),$ $\text{Re } p > \text{Re } \mu - 7/3$
(33)	$J_{\nu}(2a \text{ sh } t),$ $\text{Re } \nu > -1, a > 0$	$I_{\nu/2+p/2}(a) K_{\nu/2-p/2}(a),$ $\text{Re } p > -1/2$
(34)	$\frac{1}{\text{sh } (at)} J_{\nu}\left(\frac{a}{\text{sh } t}\right),$ $a > 0$	$\frac{\Gamma(\rho/2 + \nu/2 + 1/2)}{a \Gamma(\nu + 1)} W_{-\rho/2, \nu/2}(a) \times$ $\times M_{\rho/2, \nu/2}(a),$ $\text{Re } p > -\text{Re } \nu - 1$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(35)	$\frac{\exp\left(\frac{\alpha - \beta e^t}{e^t - 1}\right) J_{2\nu}\left[\frac{\alpha^{1/2} \beta^{1/2}}{\operatorname{sh}(t/2)}\right]}{\sin(t/2)},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{2\Gamma(p + \nu + 1/2)}{\alpha^{1/2} \beta^{1/2} \Gamma(2\nu + 1)} e^{-2^{-1}(\alpha + \beta)} \times$ $\times W_{-\rho, \nu}(\beta) M_{\rho, \nu}(\alpha),$ $\operatorname{Re} \rho > -\operatorname{Re} \nu - 1/2$
(36)	$t^{-1} Y_{\nu}(t^{-1})$	$2Y_{\nu}(2^{1/2} p^{1/2}) K_{\nu}(2^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \rho > 0$
(37)	$t^{-1} H_{\nu}^{(1)}(t^{-1})$	$2H_{\nu}^{(1)}(2^{1/2} p^{1/2}) K_{\nu}(2^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \rho > 0$
(38)	$t^{-1} H_{\nu}^{(2)}(t^{-1})$	$2H_{\nu}^{(2)}(2^{1/2} p^{1/2}) K_{\nu}(2^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \rho > 0$

#### 4.16. Модифицированные функции Бесселя от аргументов $kt$ и $kt^{1/2}$

(1)	$I_{\nu}(at),$	$\operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{\nu} s^{-1} S^{-\nu},$	$\operatorname{Re} \rho >  \operatorname{Re} \alpha $
(2)	$t I_{\nu}(at),$	$\operatorname{Re} \nu > -2$	$\alpha^{\nu} (p + \nu s) s^{-2} S^{-\nu},$	$\operatorname{Re} \rho >  \operatorname{Re} \alpha $
(3)	$t^{-1} I_1(at)$		$\frac{p + \alpha^{1/2} - (p - \alpha)^{1/2}}{(p + \alpha)^{1/2} + (p - \alpha)^{1/2}},$	$\operatorname{Re} \rho >  \operatorname{Re} \alpha $
(4)	$t^{-1} I_{\nu}(at),$	$\operatorname{Re} \nu > 0$	$\nu^{-1} \alpha^{\nu} S^{-\nu},$	$\operatorname{Re} \rho >  \operatorname{Re} \alpha $
(5)	$t^{-1/2} I_{\nu}(t),$	$\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} Q_{\nu-1/2}(p),$	$\operatorname{Re} \rho > 1$
(6)	$t^{\nu} I_{\nu}(at),$	$\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{\nu} \pi^{-1/2} \Gamma(\nu + 1/2) \alpha^{\nu} s^{-2\nu-1},$	$\operatorname{Re} \rho >  \operatorname{Re} \alpha $
(7)	$t^{\nu+1} I_{\nu}(at),$	$\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{\nu+1} \pi^{-1/2} \Gamma(\nu + 3/2) \alpha^{\nu} p s^{-2\nu-3},$	$\operatorname{Re} \rho >  \operatorname{Re} \alpha $

$$s = (p^2 - a^2)^{1/2}, S = p + s$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(8)	$t^{\mu} I_{\nu}(at), \quad \operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1$	$\Gamma(\mu + \nu + 1) s^{-\mu-1} P_{\mu}^{-\nu}(p/s),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(9)	$t^{\mu-1/2} I_{\nu+1/2}(at),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1$	$\frac{2^{1/2} \sin(\nu\pi) s^{-\mu}}{\pi^{1/2} a^{1/2} \sin[(\mu + \nu)\pi]} Q_{\nu}^{\mu}\left(\frac{p}{a}\right),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(10)	$I_0^2(2^{-1}at)$	$2\pi^{-1} p^{-1} K(a/p),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(11)	$I_0(2^{-1}at) I_1(2^{-1}at)$	$\frac{2pE(a/p)}{\pi a(p^2 - a^2)} - \frac{2K(a/p)}{\pi ap},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(12)	$t^{-1/2} I_{\mu}(at) I_{\nu}(bt),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1/2$	$c^{1/2} \Gamma(\mu + \nu + 1/2) P_{\nu}^{-\mu-1/2}(\operatorname{ch} \alpha) \times$ $\times P_{\mu-1/2}^{-\nu}(\operatorname{ch} \beta),$ $\operatorname{Re}(p \pm a \pm b) > 0,$ где $\operatorname{sh} \alpha = ac, \quad \operatorname{sh} \beta = bc,$ $\operatorname{ch} \alpha \operatorname{ch} \beta = pc,$ $ \operatorname{Im} \alpha ,  \operatorname{Im} \beta  < \pi/2$
(13)	$t^{2\lambda-1} I_{2\mu}(at) I_{2\nu}(\beta t),$ $\operatorname{Re}(\lambda + \mu + \nu) > 0$	$\frac{2^{2\lambda-1} \alpha^{2\mu} \beta^{2\nu}}{\pi^{1/2} p^{2\lambda+2\mu+2\nu}} \times$ $\times \frac{\Gamma(\lambda + \mu + \nu) \Gamma(\lambda + \mu + \nu + 1/2)}{\Gamma(2\mu + 1) \Gamma(2\nu + 1)} \times$ $\times F_3(\lambda + \mu + \nu, \lambda + \mu + \nu + 1/2;$ $2\mu + 1, 2\nu + 1; \alpha^2/p^2, \beta^2/p^2),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha  +  \operatorname{Re} \beta $
(14)	$I_0(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$p^{-1} e^{\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(15)	$t^{-1/2} I_0(2^{3/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{\alpha/p} I_0(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(16)	$t^{-1/2} I_1(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\alpha^{-1/2} (e^{\alpha/p} - 1), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(17)	$t^{-1/2} I_{\nu}(2^{3/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} e^{\alpha/p} I_{\nu,2}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$

$$s = (p^2 - a^2)^{1/2}$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(18)	$t^{\nu/2} I_{\nu} (2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{\nu/2} p^{-\nu-1} e^{\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(19)	$t^{-\nu/2} I_{\nu} (2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$\alpha^{-\nu/2}  \Gamma(\nu) ^{-1} p^{\nu-1} e^{\alpha/p} \gamma(\nu, \alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(20)	$t^{\mu-1/2} I_{2\nu} (2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1/2$	$\frac{\Gamma(\mu + \nu + 1/2) e^{2-1\alpha p^{-1}}}{\alpha^{1/2} \Gamma(2\nu + 1) p^{\mu}} M_{-\mu, \nu} \left( \frac{\alpha}{p} \right),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(21)	$I_{\nu}^2 (2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$p^{-1} e^{\alpha/p} I_{\nu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(22)	$I_{\nu} (2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) I_{\nu} (2^{1/2} \beta^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$p^{-1} \exp\left(\frac{\alpha + \beta}{2p}\right) I_{\nu} \left(\frac{\alpha^{1/2} \beta^{1/2}}{p}\right),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(23)	$K_0(\alpha t)$	$s^{-1} \ln(S/\alpha) = s^{-1} \operatorname{arsh}(s\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \alpha$
(24)	$K_{\nu}(\alpha t),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi [\alpha^{-\nu} S^{\nu} - \alpha^{\nu} S^{-\nu}]}{2s \sin(\nu\pi)},$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \alpha$
(25)	$tK_0(\alpha t)$	$ps^{-2} \ln(S/\alpha) - s^{-2},$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \alpha$
(26)	$tK_1(\alpha t)$	$\alpha^{-1} ps^{-2} - \alpha s^{-2} \ln(S/\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \alpha$
(27)	$t^{\mu-1/2} K_{\nu+1/2}(\alpha t),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1$ $\operatorname{Re}(\mu - \nu) > 0$	$2^{-1/2} \alpha^{-1/2} \pi^{1/2} \Gamma(\mu - \nu) \times$ $\times \Gamma(\mu + \nu + 1) s^{-\mu} P_{\nu}^{-\mu}(p/\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \alpha$
(28)	$t^{\mu} K_{\nu}(\alpha t),$ $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1$	$\frac{\sin(\mu\pi) \Gamma(\mu - \nu + 1)}{\sin  (\mu + \nu)\pi  s^{\mu+1}} Q_{\mu}^{\nu} \left( \frac{p}{s} \right),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \alpha$

$$s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + s$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(29)	$\frac{1}{2t} \exp\left(-\frac{\lambda}{2at}\right) K_\nu(\alpha \lambda t),$ $\operatorname{Re}(\lambda \alpha) > 0$	$K_\nu(\alpha^{-1/2} \lambda^{1/2} S^{1/2}) \times$ $\times K_\nu(\alpha^{1/2} \lambda^{1/2} S^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}(\alpha \lambda)$
(30)	$t^{-1/2} I_\mu(at) K_\nu(bt),$ $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1/2$	$\frac{c^{1/2} \Gamma(\mu - \nu + 1/2) \cos(\mu\pi)}{\cos(\mu + \nu)\pi} \times$ $\times P_{\nu-1/2}^{-\mu}(\operatorname{ch} \alpha) Q_{\mu-1/2}^{-\nu}(\operatorname{ch} \beta),$ $\operatorname{Re}(p \pm a + b) > 0$ Относительно определения $\alpha, \beta$ и $c$ см. (12).
(31)	$t^{-1/2} K_\mu(at) K_\nu(bt),$ $ \operatorname{Re} \mu  +  \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$\frac{c^{1/2} \Gamma(1/2 - \mu - \nu) \cos(\mu\pi) \cos(\nu\pi)}{\cos(\mu + \nu)\pi \cos(\mu - \nu)\pi} \times$ $\times Q_{\nu+1/2}^{-\mu}(\operatorname{ch} \alpha) Q_{\mu-1/2}^{-\nu}(\operatorname{ch} \beta),$ $\operatorname{Re}(p + a + b) > 0$ $\alpha, \beta, c$ определены в (12)
(32)	$K_0(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$	$-2^{-1} p^{-1} e^{\alpha/p} \operatorname{Ei}(-\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(33)	$K_1(2^{3/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$	$2^{-3/2} \alpha^{1/2} \pi^{1/2} p^{-3/2} e^{\alpha/p} \times$ $\times [K_1(\alpha/p) - K_0(\alpha/p)],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(34)	$t^{-1/2} K_0(2^{3/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$	$2^{-1} \pi^{1/2} p^{-1/2} e^{\alpha/p} K_0(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(35)	$t^{-1/2} K_\nu(2^{3/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi^{1/2} e^{\alpha/p} K_{\nu/2}(\alpha/p)}{2p^{1/2} \cos(2^{-1}\nu\pi)},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(36)	$t^{\nu/2} K_\nu(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-1} \alpha^{\nu/2} \Gamma(\nu + 1) p^{-\nu-1} e^{\alpha/p} \times$ $\times \Gamma(-\nu, \alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$

$$s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + s$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(37)	$t^{\mu-1/2} K_{2\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1/2$	$\frac{\Gamma(\mu + \nu + 1/2) \Gamma(\mu - \nu + 1/2)}{2\alpha^{1/2} p^{\mu}} \times$ $\times e^{2^{-1} \alpha p^{-1}} W_{-\mu, \nu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(38)	$t^{-1/2} K_{2\nu}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) \times$ $\times \{ \sin  (v-1/4)\pi  \times$ $\times J_{2\nu}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) +$ $+ \cos  (v-1/4)\pi  \times$ $\times Y_{2\nu}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) \},$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/4$	$-2^{-3/2} \pi^{-1/2} p^{1/2} \alpha^{-1} \Gamma(1/2 - \nu) \times$ $\times \Gamma(1/4 - \nu) W_{1/4, \nu}(e^{2^{-1} \pi i} 2 p^{-1}) \times$ $\times W'_{1/4, \nu}(e^{-2^{-1} \pi i} \alpha p^{-1}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(39)	$t^{2\nu} K_{2\nu}(t^{1/2}) I_{2\nu}(t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/4$	$2^{-1} \Gamma(2\nu + 1/2) p^{-\nu-1/2} \times$ $\times e^{2^{-1} p^{-1}} W_{-\nu, \nu}(p^{-1}),$ $\operatorname{Re} p > 0$

#### 4.17. Модифицированные функции Бесселя от других аргументов

(1)	$\exp\left(-\frac{t^2}{16\alpha}\right) I_0\left(\frac{t^2}{16\alpha}\right),$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$\frac{2^{1/2} \alpha^{1/2}}{\pi^{1/2}} e^{\alpha p^2} K_0(\alpha p^2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(2)	$t^{1/2} \exp\left(-\frac{t^2}{8\alpha}\right) I_{1/4}\left(\frac{t^2}{8\alpha}\right),$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$\frac{2}{\Gamma(1/4)} \frac{\alpha^{1/2}}{p^{1/2}} e^{\alpha p^2} \Gamma(1/4, \alpha p^2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$t^{2\nu} \exp\left(-\frac{t^2}{8\alpha}\right) I_{\nu}\left(\frac{t^2}{8\alpha}\right),$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0, \operatorname{Re} \nu > -1/4$	$\frac{\alpha^{\nu/2} \Gamma(4\nu + 1)}{2^{4\nu} \Gamma(\nu + 1)} p^{-\nu-1} e^{2^{-1} \alpha p^2} \times$ $\times W_{-3\nu/2, \nu/2}(\alpha p^2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$\frac{1}{t} \exp\left(-\frac{\alpha + \beta}{2t}\right) I_{\nu}\left(\frac{\alpha - \beta}{2t}\right),$ $\operatorname{Re} \alpha \geq \operatorname{Re} \beta > 0$	$2K_{\nu}[(\alpha^{1/2} + \beta^{1/2}) p^{1/2}] \times$ $\times I_{\nu}[(\alpha^{1/2} - \beta^{1/2}) p^{1/2}],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$0,$ $I_0(\alpha y),$ $0 < t < b$ $t > b$	$s^{-1} e^{-bs},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(6)	$0, \quad 0 < t < b$ $t I_0(\alpha y), \quad t > b$	$p (bs^{-2} + s^{-2}) e^{-bs},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(7)	$0, \quad 0 < t < b$ $y I_1(\alpha y), \quad t > b$	$\alpha (bs^{-2} - s^{-2}) e^{-bs},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(8)	$0, \quad 0 < t < b$ $y^{-1} I_1(\alpha y), \quad t > b$	$\alpha^{-1} b^{-1} (e^{-bs} - e^{-bp}),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(9)	$0, \quad 0 < t < b$ $y^{-1} t I_1(\alpha y), \quad t > b$	$\alpha^{-1} p s^{-1} e^{-bs} - \alpha^{-1} e^{-bp},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(10)	$0, \quad 0 < t < b$ $y^{\nu} I_{\nu}(\alpha y), \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \alpha^{\nu} b^{\nu+1/2} s^{-\nu-1/2} \times$ $\times K_{\nu+1/2}(bs),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(11)	$0, \quad 0 < t < b$ $(t-b)^{\nu+2} (t+b)^{-\nu+2} I_{\nu}(\alpha y), \quad t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{\nu} s^{-1} S^{-\nu} e^{-bs},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(12)	$I_0[\alpha(t^2 + \beta t)^{1/2}],$ $ \arg \beta  < \pi$	$s^{-1} e^{-1/2(p-s)},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(13)	$(t^2 + \beta t)^{\nu+2} I_{\nu}[\alpha(t^2 + \beta t)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1,  \arg \beta  < \pi$	$\pi^{-1/2} (\alpha/2)^{\nu} (\beta/s)^{\nu+1/2} e^{2-1/2 p} \times$ $\times K_{\nu+1/2}(2^{-1/2} \beta s),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(14)	$t^{\nu+2} (t+\beta)^{-\nu+2} I_{\nu}[\alpha(t^2 + \beta t)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1,  \arg \beta  < \pi$	$\alpha^{\nu} s^{-1} S^{-\nu} e^{2-1/2 p},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(15)	$t^{\mu-1} (t+\beta)^{-\mu} I_{2\nu}[\alpha(t^2 + \beta t)^{1/2}],$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > 0,  \arg \beta  < \pi$	$\frac{2^{\mu} \Gamma(\mu + \nu) e^{2-1/2 p}}{\alpha^{\mu} \Gamma(2\nu + 1)} \times$ $\times M_{1/2 - \mu, \nu} \left( \frac{\alpha^{\mu} \beta}{2S} \right) \times$ $\times W_{1/2 - \mu, \nu} \left( \frac{\beta S}{2} \right),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $

Относительно более общих формул см. MacRobert T. M., 1948, *Philos. Mag.* (7) 39, стр. 466—471.

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + s$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(16)	$(2t - t^2)^{\nu/2 - 1/2} {}_1C_n^{\nu}(t-1) \times$ $\times I_{\nu - 1/2} [\alpha (2t - t^2)^{1/2}],$ $0 < t < 2$ $0, \quad t > 2$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$(-1)^n \frac{2^{1/2} \pi^{1/2} \alpha^{\nu - 1/2}}{r^{\nu} e^{\beta}} \times$ $\times C_n^{\nu} \left( \frac{p}{r} \right) I_{\nu + n}(r),$ $r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$
(17)	$\exp[\alpha(1 - e^{-t})] I_{\nu}(\alpha e^{-t})$	$\frac{I_{\nu}(\alpha)}{\nu + p} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\nu - p + 1}{(\nu + p)_{n+1}} (\nu + n) \times$ $\times I_{\nu + p}(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re} \nu$
(18)	$t^{-1/2} e^{-\alpha t} K_{\nu}(\alpha t),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2\pi^{1/2} p^{-1/2} K_{\nu}(2^{3/2} \alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(19)	$\frac{1}{t} \exp\left(-\frac{\alpha + \beta}{2t}\right) K_{\nu}\left(\frac{\alpha - \beta}{2t}\right),$ $\operatorname{Re} \alpha > \operatorname{Re} \beta > 0$	$2K_{\nu} [(\alpha^{1/2} + \beta^{1/2}) p^{1/2}] \times$ $\times K_{\nu} [(\alpha^{1/2} - \beta^{1/2}) p^{1/2}],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(20)	$t^{\mu-1} (t + \beta)^{-\nu} K_{2\nu} [\alpha (t^2 + \beta t)^{1/2}],$ $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > 0,  \arg \beta  < \pi$	$\alpha^{-1} \beta^{-1} \Gamma(\mu + \nu) \Gamma(\mu - \nu) e^{2^{-1} \beta p} \times$ $\times W_{1/2 - \mu, \nu}(2^{-1} \alpha^2 \beta S^{-1}) \times$ $\times W_{1/2 - \mu, \nu}(2^{-1} \beta S),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(21)	$-2\pi^{-1} K_0 [2\alpha \operatorname{sh}(t/2)],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$J_p(\alpha) \frac{\partial Y_p(\alpha)}{\partial p} - Y_p(\alpha) \frac{\partial J_p(\alpha)}{\partial p}$
(22)	$-2\pi^{-1} \operatorname{ch} t K_0 [2\alpha \operatorname{sh}(t/2)],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$J'_p(\alpha) \frac{\partial Y'_p(\alpha)}{\partial p} - Y'_p(\alpha) \frac{\partial J'_p(\alpha)}{\partial p} +$ $+ \frac{p^2}{\alpha^2} \left[ J_p(\alpha) \frac{\partial Y_p(\alpha)}{\partial p} - \right.$ $\left. - Y_p(\alpha) \frac{\partial J_p(\alpha)}{\partial p} \right],$ $\left[ J'_p = \frac{dJ_p}{d\alpha} \right]$

$$S = p + s, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(23)	$2\pi^{-2} \sin(2\nu\pi) K_{2\nu} [2\alpha \operatorname{sh}(t/2)],$ $-1/2 < \operatorname{Re} \nu < 1/2, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$J_{\nu-p}(\alpha) Y_{-\nu-p}(\alpha) -$ $- J_{-\nu-p}(\alpha) Y_{\nu-p}(\alpha)$
(24)	$\frac{1}{\operatorname{sh}(t/2)} K_{2\nu} \left[ \frac{\alpha}{\operatorname{sh}(t/2)} \right],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{-1} \Gamma(p + \nu + 1/2) \Gamma(p - \nu + 1/2) \times$ $\times W_{-p, \nu}(i\alpha) W_{-p, \nu}(-i\alpha),$ $\operatorname{Re}(p \pm \nu) > -1$
(25)	$\frac{1}{\operatorname{sh}(t/2)} \exp\left(-\frac{\alpha e^t + \beta}{e^t - 1}\right) \times$ $\times K_{2\nu} \left[ \frac{\alpha^{1/2} \beta^{1/2}}{\operatorname{sh}(t/2)} \right],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{1}{\alpha^{1/2} \beta^{1/2}} \Gamma(p + \nu + 1/2) \times$ $\times \Gamma(p - \nu + 1/2) \times$ $\times e^{-\alpha/2 + \beta/2} W_{-p, \nu}(\alpha) W_{-p, \nu}(\beta),$ $\operatorname{Re}(p \pm \nu) > -1/2$

## 4.18. Функции Кельвина и родственные им функции

(1)	$\operatorname{ber} t$	$[2^{-1}(p^4 + 1)^{-1/2} +$ $+ 2^{-1} p^2 (p^4 + 1)^{-1}]^{1/2},$ $\operatorname{Re} p > 2^{-1/2}$
(2)	$\operatorname{bei} t$	$[2^{-1}(p^4 + 1)^{-1/2} -$ $- 2^{-1} p^2 (p^4 + 1)^{-1}]^{1/2},$ $\operatorname{Re} p > 2^{-1/2}$
(3)	$\operatorname{ber}(2t^{1/2})$	$\frac{1}{p} \cos \frac{1}{p},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$\operatorname{bei}(2t^{1/2})$	$\frac{1}{p} \sin \frac{1}{p},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$t^{\nu-2} \operatorname{ber}_{\nu}(t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-\nu} p^{-\nu-1} \cos \frac{1+3\nu\pi p}{4p},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(6)	$t^{\nu-2} \operatorname{bei}_{\nu}(t^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-\nu} p^{-\nu-1} \sin \frac{1+3\nu\pi p}{4p},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(7)	$0,$ $0 < t < b$ $\operatorname{ber}(\alpha y) + i \operatorname{bei}(\alpha y),$ $t > b$	$v^{-1} e^{-bv},$ $\operatorname{Re}(p \pm ai^{1/2}) > 0$

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad v = (p^2 - i\alpha^2)^{1/2}$$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(8)	0, $0 < t < b$ $t [\operatorname{ber}(\alpha y) + i \operatorname{bei}(\alpha y)],$ $t > b$	$p v^{-3} (b v + 1) e^{-b v},$ $\operatorname{Re}(p \pm \alpha i^{1/2}) > 0$
(9)	0, $0 < t < b$ $y [\operatorname{ber}_1(\alpha y) + i \operatorname{bei}_1(\alpha y)],$ $t > b$	$\alpha v^{-3} (b v + 1) e^{-b v + 3\pi i/4},$ $\operatorname{Re}(p \pm \alpha i^{1/2}) > 0$
(10)	0, $0 < t < b$ $y^{-1} [\operatorname{ber}_1(\alpha y) + i \operatorname{bei}_1(\alpha y)],$ $t > b$	$\alpha^{-1} b^{-1} e^{-3\pi i/4} (e^{-b p} - e^{-b v}),$ $\operatorname{Re}(p \pm \alpha i^{1/2}) > 0$
(11)	0, $0 < t < b$ $t y^{-1} [\operatorname{ber}_1(\alpha y) + i \operatorname{bei}_1(\alpha y)],$ $t > b$	$\alpha^{-1} e^{-3\pi i/4} (e^{-b p} - p v^{-1} e^{-b v}),$ $\operatorname{Re}(p \pm \alpha i^{1/2}) > 0$
(12)	0, $0 < t < b$ $\left(\frac{t-b}{t+b}\right)^{\nu, 2} \times$ $\times [\operatorname{ber}_{\nu}(\alpha y) + i \operatorname{bei}_{\nu}(\alpha y)],$ $t > b$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{\nu} v^{-1} V^{-\nu} e^{-b v + \nu \pi i/4},$ $\operatorname{Re}(p \pm \alpha i^{1/2}) > 0$
(13)	$t [\operatorname{ker}(\alpha t) + i \operatorname{kei}(\alpha t)]$	$p v^{-3} \ln(i^{-1/2} \alpha^{-1} V) - v^{-2},$ $\operatorname{Re}(p \pm \alpha i^{1/2}) > 0$
(14)	$t [\operatorname{ker}_1(\alpha t) + i \operatorname{kei}_1(\alpha t)]$	$i^{1/2} p \alpha^{-1} v^{-2} +$ $+ \alpha^{3/2} v^{-3} \ln(i^{-1/2} \alpha^{-1} V),$ $\operatorname{Re}(p \pm \alpha i^{1/2}) > 0$
(15)	0, $0 < t < b$ $\operatorname{ker}(\alpha y) + i \operatorname{kei}(\alpha y),$ $t > b$	$v^{-1} e^{-b v} \ln(i^{-1/2} \alpha^{-1} V),$ $\operatorname{Re}(p + \alpha i^{1/2}) > 0$
(16)	0, $0 < t < b$ $t [\operatorname{ker}(\alpha y) + i \operatorname{kei}(\alpha y)],$ $t > b$	$-v^{-2} e^{-b v} \times$ $\times [1 + (b p - p v^{-1}) \ln(i^{-1/2} \alpha^{-1} V)],$ $\operatorname{Re}(p + \alpha i^{1/2}) > 0$

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad v = (p^2 - i\alpha^2)^{1/2}, \quad V = p + v$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(17)	$0, \quad 0 < t < b$ $y [\ker_1(\alpha y) + i \operatorname{kei}_1(\alpha y)],$ $t > b$	$v^{-1} e^{-bv} [t^{1/2} \alpha^{-1} p +$ $+ i^{3/2} \alpha (b + 1/v) \times$ $\times \ln(i^{-1/2} \alpha^{-1} V)],$ $\operatorname{Re}(p + \alpha i^{1/2}) > 0$
(18)	$0, \quad 0 < t < b$ $\left(\frac{t-b}{t+b}\right)^{\nu, 2} \times$ $\times [\ker_{\nu}(\alpha y) + i \operatorname{kei}_{\nu}(\alpha y)], t > b$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$\frac{\pi e^{-bp} - 2^{-1} i \nu \pi}{2\nu \sin(\nu\pi)} \times$ $\times \left[ \left(\frac{V}{\alpha i^{1/2}}\right)^{\nu} - \left(\frac{\alpha i^{1/2}}{V}\right)^{\nu} \right],$ $\operatorname{Re}(p + \alpha i^{1/2}) > 0$
(19)	$V_{\nu}^{(b)}(2t^{1/2}), \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$p I_{\nu}(2p^{-1}), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(20)	$t^{1/2} W_{\nu}^{(b)}(2t^{1/2}), \quad \operatorname{Re} \nu > -2$	$p^{-2} I_{\nu}(2p^{-1}), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(21)	$X_{\nu}^{(b)}(2t^{1/2}), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$p^{-1} I_{\nu}(2p^{-1}), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(22)	$t^{-1/2} Z_{\nu}^{(b)}(2t^{1/2}), \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$I_{\nu}(2p^{-1}), \quad \operatorname{Re} p > 0$

#### 4.19. Функции, родственные функциям Бесселя, функции Струве, Ломмеля и интегральные функции Бесселя

(1)	$H_0(\alpha t)$	$2\pi^{-1} r^{-1} \ln(r/p + \alpha/p),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(2)	$H_1(\alpha t)$	$\frac{2}{\pi p} - \frac{2p}{\pi \alpha r} \ln \frac{r+\alpha}{p},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(3)	$H_2(\alpha t)$	$\frac{2}{\pi} \left( -\frac{2}{\alpha} + \frac{\alpha}{3p^2} + \frac{\alpha^2 + 2p^2}{\alpha-r} \ln \frac{r+\alpha}{p} \right),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(4)	$H_3(\alpha t)$	$2\pi^{-1} p^{-1} (1/3 + 4\alpha^{-2} p^2 +$ $+ 2\alpha^2 p^{-2}/15) - \frac{\epsilon \alpha^2 p + 8p^3}{\pi \alpha^3 r} \ln \frac{r+\alpha}{p},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $

$$v = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad v = (p^2 - i\alpha^2)^{1/2}, \quad V = p + v, \quad r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(5)	$H_{1/2}(at), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(2^{-1}\alpha p)^{-1/2} - \alpha^{-1/2} R^{1/2} r^{-1},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(6)	$H_{-n-1/2}(at)$	$(-1)^n \alpha^{n+1/2} R^{-n-1/2} r^{-1},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(7)	$t^{-1} H_1(at)$	$\frac{2}{\pi} \left( -1 + \frac{r}{\alpha} \ln \frac{r+\alpha}{p} \right),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(8)	$t^{-1} H_2(at)$	$\frac{2}{\pi} \left( \frac{p}{\alpha} + 3p - \frac{r}{\alpha} \ln \frac{\alpha+r}{p} \right),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(9)	$t^{-1} H_3(at)$	$\frac{2}{\pi} \left( \frac{\alpha^2}{15p^2} - \frac{4p^2}{3\alpha^2} - \frac{7}{9} + \right.$ $\left. + \frac{4p^2 r + \alpha^2 r}{\alpha^3} \ln \frac{r+\alpha}{p} \right),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(10)	$t^{1/2} H_{1/2}(at)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \alpha^{3/2} p^{-1} r^{-2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(11)	$t^{1/2} H_{-1/2}(at)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \alpha^{1/2} r^{-2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(12)	$t^{1/2} H_{3/2}(at)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \alpha^{1/2} [2^{-1} p^{-2} - r^{-2} +$ $+ \alpha^{-2} \ln(r/p)],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(13)	$t^{1/2} H_{-3/2}(at)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} [\alpha^{-1/2} p r^{-2} -$ $- \alpha^{-3/2} \operatorname{arctg}(\alpha/p)],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(14)	$t^{-1/2} H_{1/2}(at)$	$(2^{-1} \pi \alpha)^{-1/2} \ln(r/p),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $
(15)	$t^{-1/2} H_{-1/2}(at)$	$(2^{-1} \pi \alpha)^{-1/2} \operatorname{arctg}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Im} \alpha $

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad R = p + r$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(16)	$t^{-1/2} H_{3/2}(at)$	$(2^{-1}\pi\alpha)^{-1/2} [2^{-1}\alpha p^{-1} - \alpha^{-1}p \ln(r/p)],$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(17)	$t^{3/2} H_{3/2}(at)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{3/2}(3p^2 + \alpha^2)p^{-3}r^{-4},$ $\text{Re } p >  \text{Im } \alpha $
(18)	$L_0(at)$	$2\pi^{-1}s^{-1} \arcsin(\alpha/p),$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $
(19)	$L_1(at)$	$2\pi^{-1}p^{-1}[-1 + \alpha^{-1}p^2s^{-1} \times$ $\times \arcsin(\alpha/p)],$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $
(20)	$L_2(at)$	$\frac{2}{\alpha\pi} \left( -2 - \frac{\alpha^2}{3p^2} + \right.$ $\left. + \frac{2p^2 - \alpha^2}{\alpha s} \arcsin \frac{\alpha}{p} \right),$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $
(21)	$L_3(at)$	$\frac{2}{\pi p} \left( \frac{1}{3} - \frac{4p^2}{\alpha^2} - \frac{2\alpha^2}{15p^2} + \right.$ $\left. + \frac{4p^4 - 2\alpha p^2}{\alpha^3 s} \arcsin \frac{\alpha}{p} \right),$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $
(22)	$t^{-1} L_1(at)$	$2\pi^{-1}  1 - \alpha^{-1}s \arcsin(\alpha/p) ,$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $
(23)	$t^{-2} L_2(at)$	$2\pi^{-1} [\alpha^{-1}p - 3^{-1}\alpha p^{-1} -$ $- \alpha^{-2}ps \arcsin(\alpha/p)],$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $
(24)	$t^{-1} L_3(at)$	$\frac{2}{\pi} \left( \frac{4p^2}{3\alpha^2} - \frac{7}{9} - \frac{\alpha^2}{15p^2} - \right.$ $\left. - \frac{4p^2s - \alpha^2s}{3\alpha^3} \arcsin \frac{\alpha}{p} \right),$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $
(25)	$L_{1/2}(at)$	$\alpha^{-1/2} S^{1/2} s^{-1} - (2^{-1}\alpha p)^{-1/2},$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + s$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(26)	$L_{-n-1/2}(at)$	$\alpha^{n+1/2} s^{-1} S^{-n-1/2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(27)	$t^{1/2} L_{1/2}(at)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \alpha^{3/2} p^{-1} s^{-2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(28)	$t^{1/2} L_{-1/2}(at)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \alpha^{1/2} s^{-2},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(29)	$t^{1/2} L_{3/2}(at)$	$2^{1/2} \alpha^{1/2} \pi^{-1/2} [s^{-2} - 2^{-1} p^{-2} -$ $- \alpha^{-2} \ln(s/p)],$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(30)	$t^{1/2} L_{-3/2}(at)$	$(2^{-1} \pi \alpha)^{-1/2} \times$ $\times  ps^{-2} - \alpha^{-1} \operatorname{arctth}(p/\alpha) ,$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(31)	$t^{-1/2} L_{1/2}(at)$	$-(2^{-1} \pi \alpha)^{-1/2} \ln(s/p),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(32)	$t^{-1/2} L_{-1/2}(at)$	$(2^{-1} \alpha \pi)^{-1/2} \operatorname{arctth}(p/\alpha),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(33)	$t^{-1} L_{3/2}(at)$	$(2^{-1} \alpha \pi)^{-1/2} \times$ $\times  \alpha^{-1} p \ln(s/p) - 2^{-1} \alpha p^{-1} ,$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(34)	$t^{3/2} L_{3/2}(at)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \alpha^{3/2} (3p^2 - a^2) p^{-3} s^{-4},$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $
(35)	$t^\nu L_\nu(at),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\frac{(2\alpha)^\nu \Gamma(\nu + 1/2)}{\pi^{1/2} s^{\nu+1}} -$ $- \frac{\Gamma(2\nu + 1) (\alpha/p)^\nu}{(2^{-1} \pi p)^{1/2} (\alpha^2 - p^2)^{-\nu/2 - 1/4}} \times$ $\times P_{-\nu-1/2}^{-1/2} \left( \frac{\alpha}{p} \right),$ $\operatorname{Re} p >  \operatorname{Re} \alpha $

$$s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + s$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(36)	$t^{\nu-2} L_{\nu}(t^{1/2}), \quad \operatorname{Re} \nu > -3/2$	$2^{-\nu} p^{-\nu-1} e^{2^{-2} p^{-1}} \operatorname{Erfi}(2^{-1} p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(37)	$t^{\nu/2} L_{-\nu}(t^{1/2})$	$\frac{2^{-\nu} p^{-\nu-1}}{\Gamma(1/2-\nu)} e^{2^{-2} p^{-1}} \gamma(1/2-\nu, 2^{-2} p^{-1}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(38)	$t^{1/2} S_{\mu, 1/4}(2^{-1} t^2),$ $\operatorname{Re} \mu > -3/4$	$2^{-2\mu-1} p^{1/2} \Gamma(2\mu+3/2) \times$ $\times S_{-\mu-1, 1/4}(2^{-1} p^2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
Относительно других аналогичных функций см. Meijer C. S., 1935, Nederl. Acad. Wetensch., Proc. 38, 628—634.		
(39)	$Ji_0(t)$	$-p^{-1} \operatorname{arsh} p, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(40)	$Ji_{\nu}(t), \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\nu^{-1} p^{-1} [(p^2+1)^{1/2}-p]^{\nu-1} p^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(41)	$Ji_0(2t^{1/2})$	$2^{-1} p^{-1} \operatorname{Ei}(-p^{-1}), \quad \operatorname{Re} p > 0$

#### 4.20. Функции параболического цилиндра

(1)	$t^{\nu} e^{2-t^2} D_{-\mu}(t), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(\mu)} \int_0^{\infty} \frac{x^{\mu-1} (p+x)^{-\nu-1}}{e^{x^2/2}} dx =$ $= p^{\mu-\nu-1} \sum_{r=0}^{\infty} (r!)^{-1} (\mu)_{2r} \times$ $\times \Gamma(\nu-2r-\mu+1) (-2^{-1} p^2)^r,$ $\operatorname{Re} p > 0$
(2)	$\exp\left(-\frac{t^2}{4\alpha}\right) \left[ D_{-2\nu}\left(-\frac{t}{\alpha}\right) - \right.$ $\left. - D_{-2\nu}\left(\frac{t}{\alpha}\right) \right]$	$2^{1/2} \pi^{1/2} \alpha^{1-2\nu} p^{-2\nu} e^{2^{-1} \alpha^2 p^2} \times$ $\times \frac{\Gamma(\nu, 2^{-1} \alpha^2 p^2)}{\Gamma(\nu)},$ $\operatorname{Re} p > 0$

$$s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + s$$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(3)	$D_{2n+1}(2^{1/2}t^{1/2})$	$(-2)^n \Gamma(n + 3/2) (p - 1/2)^n \times$ $\times (p + 1/2)^{-n-3/2},$ $\text{Re } p > -1/2$
(4)	$D_{2\nu}(-2\alpha^{1/2}t^{1/2}) - D_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\frac{2^{\nu+3/2} \pi \alpha^{1/2} (p - \alpha)^{\nu-1/2}}{\Gamma(-\nu)(p + \alpha)^{\nu+1}},$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $
(5)	$t^{-1/2} D_{2n}(2^{1/2}t^{1/2})$	$(-2)^n \Gamma(n + 1/2) (p - 1/2)^n \times$ $\times (p + 1/2)^{-n-1/2},$ $\text{Re } p > -1/2$
(6)	$t^{-1/2} [D_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2}) +$ $+ D_{2\nu}(-2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$	$2^{\nu+1} \pi (p - \alpha)^{\nu} (p + \alpha)^{-\nu-1/2} \times$ $\times  \Gamma(1/2 - \nu) ^{-1},$ $\text{Re } p >  \text{Re } \alpha $
(7)	$t^{-\nu/2-1/2} e^{t/2} D_{\nu}(t^{1/2}),$ $\text{Re } \nu < 1$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} (1 + 2^{1/2} p^{1/2})^{\nu},$ $\text{Re } p > 0$
(8)	$t^{-\nu/2-3/2} e^{t/2} D_{\nu}(t^{1/2}),$ $\text{Re } \nu < -1$	$-2^{1/2} \pi^{1/2} (\nu + 1)^{-1} \times$ $\times (1 + 2^{1/2} p^{1/2})^{\nu+1},$ $\text{Re } p > 0$
(9)	$t^{\nu-1} e^{t/2} D_{2\nu+2n-1}(t^{1/2}),$ $\text{Re } \nu > 0$	$\frac{\pi^{1/2} \Gamma(2n + 2\nu) (1 - 2p)^n}{2^{2n-1/2+\nu} n! p^{n+\nu}} \times$ $\times {}_2F_1(n + \nu, 1/2 - \nu; n + 1;$ $1 - 2^{-1} p^{-1}),$ $\text{Re } p > 0$
(10)	$t^{\nu-1} e^{t/2} D_{2\mu-1}(t^{1/2}),$ $\text{Re } \nu > 0, \text{Re } (\nu - \mu) > -1$	$2^{1/2} \pi^{1/2} \Gamma(2\nu) (2p)^{-\mu/2-\nu/2} \times$ $\times (2p - 1)^{\mu/2-\nu/2} \times$ $\times P_{\mu+\nu-1}^{\mu-\nu}(2^{-1/2} p^{-1/2}),$ $\text{Re } p > 0$
(11)	$[D_{-n-1}(-i2^{1/2}t^{1/2})]^2 -$ $- [D_{-n-1}(i2^{1/2}t^{1/2})]^2$	$\frac{2\pi i (p - 1)^n}{n! p^{1/2} (p + 1)^{n+1}},$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(12)	$t^{-\nu} e^{-2\alpha t^{-1}} \times$ $\times D_{2\nu-1} (2^{-1/2} \alpha^{1/2} t^{-1/2}),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$2^{\nu-1/2} \pi^{1/2} p^{\nu-1} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}},$ $\text{Re } p > 0$
(13)	$\frac{e^{t/2}}{(e^t - 1)^{\mu+1/2}} \exp\left(-\frac{\alpha}{1-e^{-t}}\right) \times$ $\times D_{2\mu} \left[ \frac{2\alpha^{1/2}}{(1-e^{-t})^{1/2}} \right],$ $\text{Re } \alpha > 0$	$e^{-\alpha} 2^{\mu+1/2} \Gamma(\mu+1/2) D_{-2\mu}(2\alpha^{1/2}),$ $\text{Re } p > -\text{Re } \mu$

#### 4.21. Гипергеометрическая функция Гаусса

(1)	$t^{\alpha-1} F(1/2 + \nu, 1/2 - \nu; \alpha; -t/2),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$\pi^{-1/2} \Gamma(\alpha) (2p)^{1/2-\alpha} K_{\nu}(p),$ $\text{Re } p > 0$
(2)	$t^{\gamma-1} F(\alpha, \beta; \delta; -t),$ $\text{Re } \gamma > 0$	$\frac{\Gamma(\delta) p^{-\gamma}}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} E(\alpha, \beta, \gamma; \delta; p),$ $\text{Re } p > 0$
(3)	$t^{\gamma-1} (1+t)^{\alpha+\beta-\delta} F(\alpha, \beta; \delta; -t),$ $\text{Re } \gamma > 0$	$\frac{\Gamma(\delta) p^{-\gamma}}{\Gamma(\delta-\alpha) \Gamma(\delta-\beta)} \times$ $\times E(\delta-\alpha, \delta-\beta, \gamma; \delta; p),$ $\text{Re } p > 0$
(4)	$t^{\gamma-1} F(2\alpha, 2\beta; \gamma; -\lambda t),$ $\text{Re } \gamma > 0,  \arg \lambda  < \pi$	$\Gamma(\gamma) p^{-\gamma} (\rho, \lambda)^{\alpha+\beta-1/2} e^{2^{-1}\lambda^{-1}p} \times$ $\times W_{1, 2-\alpha-\beta, \alpha-\beta}(2^{-1}\lambda^{-1}p),$ $\text{Re } p > 0$
(5)	$0, \quad 0 < t < 1$ $(t^2 - 1)^{2\alpha-1/2} \times$ $\times F(\alpha - \nu/2, \alpha + \nu/2; 2\alpha + 1/2;$ $\quad 1 - t^2),$ $t > 1$ $\text{Re } \alpha > -1/4$	$2^{2\alpha} \pi^{-1/2} p^{-2\alpha} \Gamma(2\alpha + 1/2) K_{\nu}(p),$ $\text{Re } p > 0$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(6)	$[(\alpha + t)(\beta + t)]^{-1/2-\nu} \times$ $\times F\left[\frac{1}{2} + \nu, \frac{1}{2} + \nu; 1; \frac{t(\alpha + \beta + t)}{(\alpha + t)(\beta + t)}\right],$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$	$\pi^{-1} (\alpha\beta)^{-\nu} e^{2^{-1}(\alpha + \beta)p} \times$ $\times K_{\nu}(2^{-1}\alpha p) K_{\nu}(2^{-1}\beta p),$ $ \arg \alpha p  < \pi,  \arg \beta p  < \pi$ $\operatorname{Re} p > 0$
(7)	$t^{-1/2}(1 + \alpha t)^{\mu}(1 + \beta t)^{\nu} \times$ $\times F\left[-\mu, -\nu; \frac{1}{2} - \mu - \nu; \frac{t(\alpha + \beta + t)}{(\alpha + t)(\beta + t)}\right],$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) < 1$	$2^{-\mu-\nu} \Gamma(\frac{1}{2} - \mu - \nu) \times$ $\times p^{-1/2} e^{2^{-1}(\alpha + \beta)p} \times$ $\times D_{2\mu}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{1/2}) \times$ $\times D_{2\nu}(2^{1/2}\beta^{1/2}p^{1/2}),$ $ \arg \alpha p  < \pi,  \arg \beta p  < \pi$ $\operatorname{Re} p > 0$
(8)	$t^{-x-\lambda}(\alpha + t)^{x-\mu-1/2} \times$ $\times (\beta + t)^{\lambda-\mu-1/2} \times$ $\times F\left[\frac{1}{2} - x + \mu, \frac{1}{2} - \lambda + \mu; 1 - x - \lambda; \frac{t(\alpha + \beta + t)}{(\alpha + t)(\beta + t)}\right],$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$ $\operatorname{Re}(x + \lambda) < 1$	$\Gamma(1 - x - \lambda) (\alpha\beta)^{-\mu-1/2} \times$ $\times p^{-1} e^{2^{-1}(\alpha + \beta)p} \times$ $\times W_{x,\mu}(\alpha p) W_{\lambda,\mu}(\beta p),$ $\operatorname{Re} p > 0$ $ \arg \alpha p  < \pi,  \arg \beta p  < \pi$
(9)	$(1 - e^{-t})^{\lambda-1} F(\alpha, \beta; \gamma; \delta e^{-t}),$ $\operatorname{Re} \lambda > 0,  \arg(1 - \delta)  < \pi$	$B(p, \lambda) {}_3F_2(\alpha, \beta, p; \gamma, p + \lambda; \delta),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(10)	$(1 - e^{-t})^{\mu} \times$ $\times F(-n, \mu + \beta + n; \beta; e^{-t}),$ $\operatorname{Re} \mu > -1$	$\frac{B(p, \mu + n + 1) B(p, \beta + n - p)}{B(p, \beta - p)},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$(1 - e^{-t})^{\gamma-1} F(\alpha, \beta; \gamma; 1 - e^{-t}),$ $\operatorname{Re} \gamma > 0$	$\frac{\Gamma(p) \Gamma(\gamma - \alpha - \beta + p) \Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma - \alpha + p) \Gamma(\gamma - \beta + p)},$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} p > \operatorname{Re}(\alpha + \beta - \gamma)$
(12)	$(1 - e^{-t})^{\gamma-1} \times$ $\times F[\alpha, \beta; \gamma; \delta(1 - e^{-t})],$ $\operatorname{Re} \gamma > 0,  \arg(1 - \delta)  < \pi$	$B(p, \gamma) F(\alpha, \beta; p + \gamma; \delta),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(13)	$(1 - e^{-t})^{\lambda-1} \times$ $\times F[\alpha, \beta; \gamma; \delta(1 - e^{-t})],$ $\operatorname{Re} \lambda > 0,  \arg(1 - \delta)  < \pi$	$B(p, \lambda) {}_3F_2(\alpha, \beta, \lambda; \gamma, p + \lambda; \delta),$ $\operatorname{Re} p > 0$

## 4.22. Вырожденные гипергеометрические функции

Частные случаи вырожденных гипергеометрических функций встречаются в пп. 4.11, 4.12, 4.14—4.18, 4.20.

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(1)	$k_0(t)$	$(p+1)^{-1}, \quad \operatorname{Re} p > -1$
(2)	$k_{2n+2}(t)$	$2(1-p)^n(1+p)^{-n-2},$ $\operatorname{Re} p > -1$
(3)	$k_{2\nu}(t)$	$[2\pi\nu(1-\nu)]^{-1} \sin(\nu\pi) \times$ $\times {}_2F_1(1, 2; 2-\nu; \frac{1}{2} - p; 2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$t^{n-1/2} k_{2n+2}(t)$	$(-1)^{n-1} \frac{(2n)! \pi^{1/2}}{(n+1)! 2^{2n+1/2}} \times$ $\times (p+1)^{-n-1} \times$ $\times P_{2n+1}^1(p-1)^{1/2} (p+1)^{-1/2},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$e^{-t^2} k_{2n}(t^2)$	$(-1)^n - 12^{-1/4} - 3n/2 p^{n-3/2} \times$ $\times e^{p^2/16} \times$ $\times W_{-1/4-n/2, 1/4-n/2}(p^2/8)$
(6)	$t^{-1/2} e^{-t^{1/2}} k_{2n}(t^{1/2})$	$\sum_{m=0}^{n-1} (-1)^m \binom{n-1}{m} \times$ $\times \left(\frac{2}{p}\right)^{2-1(n+1-m)} \times$ $\times e^{2^{-1}p^{-1}} D_{-n+m-1}(2^{1/2}p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(7)	$t^{-1} k_{2m+2}(t/2) k_{2n+2}(t/2)$	$(-p)^{m+n} (p+1)^{-m-n-2} \times$ $\times {}_2F_1(-m, -n; 2; p^{-2}),$ $\operatorname{Re} p > -1$
(8)	$\frac{e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t}}{\alpha\beta t} k_{2m+2}(2^{-1}\alpha t) \times$ $\times k_{2n+2}(2^{-1}\beta t)$	$\frac{(-1)^{m+n} (m+n+1)!}{(m+1)!(n+1)!} \times$ $\times \frac{(p-\alpha)^m (p-\beta)^n}{p^{m+n+2}} \times$ $\times {}_2F_1\left[-m, -n; -m-n-1; \frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)}\right],$ $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(9)	$t^{\lambda-1} k_{2m_1+2}(\alpha_1 t) \dots k_{2m_n+2}(\alpha_n t),$ $\operatorname{Re} \lambda + n > 0$	$(-1)^{M/2} \alpha_1 \dots \alpha_n (p+A)^{-\lambda-n} \times$ $\times \Gamma(\lambda+n) F_A(\lambda+n; -m_1, \dots,$ $\dots, -m_n; 2, \dots, 2;$ $\frac{2\alpha_1}{p+A}, \dots, \frac{2\alpha_n}{p+A}),$ $\operatorname{Re} p > 0$ $M = m_1 + \dots + m_n$ $A = \alpha_1 + \dots + \alpha_n$
(10)	$t^{\mu-1/2} M_{x, \mu}(at),$ $\operatorname{Re} \mu > -1/2$	$\alpha^{\mu+1/2} \Gamma(2\mu+1) \times$ $\times \frac{(p-\alpha/2)^x - \mu - 1/2}{(p+\alpha/2)^x + \mu + 1/2},$ $\operatorname{Re} p > \frac{ \operatorname{Re} \alpha }{2}$
(11)	$t^{\nu-1} M_{x, \mu}(at),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1/2$	$\alpha^{\mu+1/2} \Gamma(\mu + \nu + 1/2) \times$ $\times (p + \alpha/2)^{-\mu - \nu - 1/2} \times$ $\times {}_2F_1[\mu + \nu + 1/2, \mu - x + 1/2;$ $2\mu + 1; \alpha(p + \alpha/2)^{-1}],$ $\operatorname{Re} p > \frac{ \operatorname{Re} \alpha }{2}$
(12)	$t^{2\nu-1} e^{-2^{-1}\alpha^{-1}t^2} M_{-3\nu, \nu}(t^2/\alpha),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > -1/4$	$2^{-1} \pi^{-1/2} \Gamma(4\nu+1) \alpha^{-\nu} p^{-4\nu} \times$ $\times e^{2^{-3}\alpha p^2} K_{2\nu}(2^{-3}\alpha p^2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(13)	$t^{2\mu-1} e^{-2^{-1}\alpha^{-1}t^2} M_{x, \mu}(t^2/\alpha),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \mu > -1/4$	$2^{-3\mu-x} \Gamma(4\mu+1) \alpha^{2^{-1}(x+\mu-1)} \times$ $\times p^{x-\mu-1} e^{2^{-3}\alpha p^2} \times$ $\times W_{-2^{-1}(x+3\mu), 2^{-1}(x-\mu)}(2^{-2}\alpha p^2),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(14)	$t^{\nu-1} M_{x_1, \mu_1-1/2}(\alpha_1 t) \dots$ $\dots M_{x_n, \mu_n-1/2}(\alpha_n t),$ $M = \mu_1 + \dots + \mu_n$ $\operatorname{Re}(\nu + M) > 0$	$\alpha_1^{\mu_1} \dots \alpha_n^{\mu_n} (p+A)^{-\nu-M} \times$ $\times \Gamma(\nu+M) F_A(\nu+M; \mu_1-x_1, \dots,$ $\dots, \mu_n-x_n; 2\mu_1, \dots, 2\mu_n;$ $\frac{\alpha_1}{p+A}, \dots, \frac{\alpha_n}{p+A}),$ $A = 2^{-1}(\alpha_1 + \dots + \alpha_n)$ $\operatorname{Re}[p \pm 2^{-1}(\alpha_1 \pm \dots \pm \alpha_n)] > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(15)	$(e^t - 1)^{\mu - 1/2} \exp(-2^{-1}\lambda e^t) \times$ $\times M_{x, \mu}(\lambda e^t - \lambda),$ $\text{Re } \mu > -1/2$	$\frac{\Gamma(2\mu + 1) \Gamma(1/2 + x - \mu + p)}{\Gamma(p + 1)} \times$ $\times W_{-x - p/2, \mu - p/2}(\lambda),$ $\text{Re } p > \text{Re}(\mu - x) - 1/2$
(16)	$t^{\nu - 1} W_{x, \mu}(at),$ $\text{Re}(\nu \pm \mu) > -1/2$	$\frac{\Gamma(\mu + \nu + 1/2) \Gamma(\nu - \mu + 1/2) \alpha^{\mu + 1/2}}{\Gamma(\nu - x + 1) (p + \alpha/2)^{\mu + \nu + 1/2}} \times$ $\times {}_2F_1\left(\mu + \nu + 1/2, \mu - x + 1/2;$ $\nu - x + 1; \frac{p - \alpha/2}{p + \alpha/2}\right),$ $\text{Re}(p + \alpha/2) > 0$
(17)	$t^{-1} \exp(-2^{-1}at^{-1}) W_{1/2, \mu}(a/t),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$2\pi^{-1/2} (2\alpha p)^{1/2} K_{\mu + 1/2}(\alpha^{1/2} p^{1/2}) \times$ $\times K_{\mu - 1/2}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\text{Re } p > 0$
(18)	$t^{-1} \exp(2^{-1}at^{-1}) W_{-1/2, \mu}(a/t),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$2^{-2} \mu^{-1} (\alpha \pi^2 p)^{1/2} \times$ $\times [H_{\mu + 1/2}^{(1)}(\alpha^{1/2} p^{1/2}) \times$ $\times H_{\mu - 1/2}^{(2)}(\alpha^{1/2} p^{1/2}) +$ $+ H_{\mu - 1/2}^{(1)}(\alpha^{1/2} p^{1/2}) \times$ $\times H_{\mu + 1/2}^{(2)}(\alpha^{1/2} p^{1/2})],$ $\text{Re } p > 0$
(19)	$t^{3\nu - 1/2} \exp(2^{-1}at^{-1}) W_{\nu, \nu}(a/t),$ $ \arg \alpha  < \pi, \text{Re } \nu > -1/4$	$2^{-1} \Gamma(2\nu + 1/2) \alpha^{\nu + 1/2} p^{-2\nu} \times$ $\times H_{2\nu}^{(1)}(\alpha^{1/2} p^{1/2}) H_{2\nu}^{(2)}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\text{Re } p > 0$
(20)	$t^{-3\nu - 1/2} \exp(-2^{-1}at^{-1}) \times$ $\times W_{\nu, \nu}(a/t),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$2\pi^{-1/2} \alpha^{1/2 - \nu} p^{2\nu} [K_{2\nu}(\alpha^{1/2} p^{1/2})]^2,$ $\text{Re } p > 0$
(21)	$t^x \exp(2^{-1}at^{-1}) W_{x, \mu}(a/t),$ $ \arg \alpha  < \pi, \text{Re}(x \pm \mu) > -1/2$	$2^{1 - 2x} \alpha^{1/2} p^{-x - 1/2} \times$ $\times S_{2x, 2\mu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\text{Re } p > 0$
(22)	$t^{-x} \exp(-2^{-1}at^{-1}) W_{x, \mu}(a/t),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$2\alpha^{1/2} p^{x - 1/2} K_{2\mu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(23)	$(1 - e^{-t})^{-x} \exp \left[ -\frac{\lambda}{2(e^t - 1)} \right] \times$ $\times W_{x, \mu} \left[ \frac{\lambda}{e^t - 1} \right],$ $\text{Re } \lambda > 0$	$\frac{\Gamma(1/2 + \mu + p) \Gamma(1/2 - \mu + p)}{\Gamma(1 - x + p)} \times$ $\times e^{\lambda/2} W_{-p, \mu}(\lambda),$ $\text{Re}(1/2 \pm \mu + p) > 0$
(24)	$\lambda e^t (e^t - 1)^{-x-1} \times$ $\times \exp \left[ -\frac{\lambda}{2(e^t - 1)} \right] W_{x, \mu} \left( \frac{\lambda}{1 - e^{-t}} \right),$ $\text{Re } \lambda > 0$	$\Gamma(x + p) W_{-p, \mu}(\lambda),$ $\text{Re } p > -\text{Re } x$

#### 4.23. Обобщенные гипергеометрические ряды

(1)	$t^{\gamma-1} {}_1F_1(\alpha; \gamma; \lambda t),$ $\text{Re } \gamma > 0$	$\Gamma(\gamma) p^{\alpha-\gamma} (p - \lambda)^{-\alpha},$ $\text{Re } p > 0, \text{Re } \lambda > 0$
(2)	$\frac{t^{\gamma-1} e^{-t}}{(1 - \lambda)^{2\alpha}} {}_1F_1 \left[ \alpha; \gamma; \frac{-4\lambda t}{(1 - \lambda)^2} \right],$ $\text{Re } \gamma > 0$	$\frac{\Gamma(\gamma)}{(p + 1)^{\gamma}} \left( 1 - 2 \frac{p-1}{p+1} \lambda + \lambda^2 \right)^{-\alpha},$ $\text{Re } p > -1$ $\text{Re } p > -\text{Re} \left[ \left( \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \right)^2 \right] > 0$
(3)	$t^{\alpha+\nu-1/2} \times$ $\times {}_1F_2(1/2 + \nu; 1 + 2\nu,$ $1/2 + \nu + \alpha; -2t),$ $\text{Re}(\alpha + \nu + 1/2) > 0$	$2^{\nu} \Gamma(\nu + 1) \Gamma(\alpha + \nu + 1/2) \times$ $\times p^{-\alpha-1/2} e^{-1/p} I_{\nu}(p^{-1}),$ $\text{Re } p > 0$
(4)	$t^{\beta-1} {}_1F_2(-n; \alpha + 1, \beta; \lambda t),$ $\text{Re } \beta > 0$	$\frac{n! \Gamma(\beta)}{(\alpha + 1)_n} p^{-\beta} L_n^{\alpha} \left( \frac{\lambda}{p} \right),$ $\text{Re } p > 0$
(5)	${}_2F_2(-n, n + 1; 1, 1; t)$	$p^{-1} P_n(1 - 2/p),$ $\text{Re } p > 0$
(6)	$t^{\gamma-1} {}_2F_2(-n, n + 1; 1, \gamma; t),$ $\text{Re } \gamma > 0$	$\Gamma(\gamma) p^{-\gamma} P_n(1 - 2/p),$ $\text{Re } p > 0$
(7)	$t^{\gamma-1} {}_2F_2(-n, n; \gamma, 1/2; t)$ $\text{Re } \gamma > 0$	$\Gamma(\gamma) p^{-\gamma} \cos[2n \arcsin(p^{-1/2})],$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(8)	$t^{\gamma-1} {}_2F_2(-n, n+1; \gamma, \frac{3}{2}; t),$ $\text{Re } \gamma > 0$	$\frac{\Gamma(\gamma)}{(2n+1)p^\gamma} \times$ $\times \sin[(2n+1) \arcsin(p^{-1/2})],$ $\text{Re } p > 0$
(9)	$t^{\gamma-1} \times$ $\times {}_2F_2(-n, n+2\nu; \nu+1/2, \gamma; t),$ $\text{Re } \gamma > 0$	$nB(n, 2\nu) \Gamma(\gamma) p^{-\gamma} C_n^\nu(1-2/p),$ $\text{Re } p > 0$
(10)	$t^{\gamma-1} {}_2F_2(-n, \alpha+n; \beta, \gamma; t),$ $\text{Re } \gamma > 0$	$\Gamma(\gamma) p^{-\gamma} F(-n, \alpha+n; \beta; p^{-1}),$ $\text{Re } p > 0$
(11)	$t^{\mu+\nu-1} e^{-2t^2} \times$ $\times {}_2F_2(\mu, \nu; \frac{\mu+\nu}{2}, \frac{1+\mu+\nu}{2}; \frac{t^2}{4}),$ $\text{Re } (\mu+\nu) > 0$	$\Gamma(\mu+\nu) e^{p^2/4} D_{-\mu}(p) D_{-\nu}(p)$
(12)	$t^{2\alpha-1} \times$ $\times {}_3F_2(1, \frac{1}{2}-\mu+\nu, \frac{1}{2}-\mu-\nu;$ $\alpha, \alpha+1/2; -\lambda^2 t^2),$ $\text{Re } \lambda > 0, \text{Re } \alpha > 0$	$\Gamma(2\alpha) \lambda^{2\mu-1} p^{1-2\alpha-2\mu} S_{2\mu, 2\nu}(p/\lambda),$ $\text{Re } p > 0$
(13)	$t^{2\alpha-1} \times$ $\times {}_4F_3(\frac{1}{2}+\mu+\nu, \frac{1}{2}-\mu+\nu,$ $\frac{1}{2}+\mu-\nu, \frac{1}{2}-\mu-\nu;$ $\frac{1}{2}, \alpha, \alpha+1/2; -2^{-2}\lambda^2 t^2),$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \lambda > 0$	$\frac{\pi \Gamma(2\alpha)}{4\lambda p^{2\alpha-1}} \times$ $\times [e^{(\mu-\nu)\pi i} H_{2\mu}^{(1)}(p/\lambda) H_{2\nu}^{(2)}(p/\lambda) +$ $+ e^{(\nu-\mu)\pi i} H_{2\mu}^{(2)}(p/\lambda) H_{2\nu}^{(1)}(p/\lambda)],$ $ \arg p  < \pi/2$
(14)	$t^{2\alpha-1} \times$ $\times {}_4F_3(1+\mu+\nu, 1-\mu+\nu,$ $1+\mu-\nu, 1-\mu-\nu;$ $\frac{3}{2}, \alpha, \alpha+1/2; -2^{-2}\lambda^2 t^2),$ $\text{Re } \lambda > 0, \text{Re } \alpha > 0$	$\frac{\pi \Gamma(2\alpha) p^{2-2\alpha}}{8i\lambda^2 (\mu^2 - \nu^2)} \times$ $\times [e^{(\mu-\nu)\pi i} H_{2\mu}^{(1)}(p/\lambda) H_{2\nu}^{(2)}(p/\lambda) -$ $- e^{(\nu-\mu)\pi i} H_{2\mu}^{(2)}(p/\lambda) H_{2\nu}^{(1)}(p/\lambda)],$ $\text{Re } p > 0$
(15)	$t^{2\alpha-1} \times$ $\times {}_4F_3(\frac{1}{2}+\mu-x, \frac{1}{2}-\mu-x,$ $\frac{1}{2}-x, 1-x; 1-2x,$ $\alpha, \alpha+1/2; -\lambda^2 t^2),$ $\text{Re } \lambda > 0, \text{Re } \alpha > 0$	$\Gamma(2\alpha) \lambda^{2x} p^{-2\alpha-2x} W_{x, \mu}(ip/\lambda) \times$ $\times W_{x, \mu}(-ip/\lambda),$ $\text{Re } p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(16)	$t^{\rho n - 1} \times$ $\times {}_m F_n (\alpha_1, \dots, \alpha_m; \rho_1, \dots, \rho_n; \lambda t),$ $m \leq n, \operatorname{Re} \rho_n > 0$	$\Gamma(\rho_n) p^{-\rho_n} \times$ $\times {}_m F_{n-1} (\alpha_1, \dots, \alpha_m;$ $\rho_1, \dots, \rho_{n-1}; \lambda/p),$ $\operatorname{Re} \rho > 0, \text{ если } m < n$ $\operatorname{Re} \rho > \operatorname{Re} \lambda, \text{ если } m = n$
(17)	$t^{\sigma-1} \times$ $\times {}_m F_n (\alpha_1, \dots, \alpha_m; \rho_1, \dots, \rho_n; \lambda t),$ $m \leq n, \operatorname{Re} \sigma > 0$	$\Gamma(\sigma) p^{-\sigma} \times$ $\times {}_{m+1} F_n (\alpha_1, \dots, \alpha_m, \sigma;$ $\rho_1, \dots, \rho_n; \lambda/p),$ $\operatorname{Re} \rho > 0, \text{ если } m < n$ $\operatorname{Re} \rho > \operatorname{Re} \lambda, \text{ если } m = n$
(18)	$t^{2\sigma-1} \times$ $\times {}_m F_n (\alpha_1, \dots, \alpha_m; \rho_1, \dots, \rho_n; \lambda^2 t^2),$ $m < n, \operatorname{Re} \sigma > 0$	$\Gamma(2\sigma) p^{-2\sigma} \times$ $\times {}_{m+2} F_n (\alpha_1, \dots, \alpha_m, \sigma, \sigma + 1/2;$ $\rho_1, \dots, \rho_n; 4\lambda^2 p^{-2}),$ $\operatorname{Re} \rho > 0, \text{ если } m < n - 1$ $\operatorname{Re} \rho >  \operatorname{Re} \lambda , \text{ если } m = n - 1$
(19)	$t^{\sigma-1} \times$ $\times {}_m F_n [\alpha_1, \dots, \alpha_m;$ $\rho_1, \dots, \rho_n; (\lambda t)^k],$ $m + k \leq n + 1, \operatorname{Re} \sigma > 0$	$\Gamma(\sigma) p^{-\sigma} \times$ $\times {}_{m+k} F_n \left[ \alpha_1, \dots, \alpha_m, \frac{\sigma}{k}, \frac{\sigma+1}{k}, \dots \right.$ $\left. \dots, \frac{\sigma+k-1}{k}; \right.$ $\left. \rho_1, \dots, \rho_n; \left(\frac{k\lambda}{p}\right)^k \right],$ $\operatorname{Re} \rho > 0, \text{ если } m + k \leq n$ $\operatorname{Re}(\rho + k\lambda e^{2\pi i r/k}) > 0 \text{ при } r = 0,$ $1, \dots, k-1, \text{ если } m + k = n + 1$
(20)	$t^{-1/2} \times$ $\times {}_{2m} F_{2n} \left( \frac{\alpha_1}{2}, \frac{\alpha_1+1}{2}, \dots \right.$ $\left. \dots, \frac{\alpha_m}{2}, \frac{\alpha_m+1}{2}; \right.$ $\frac{\rho_1}{2}, \frac{\rho_1+1}{2}, \dots, \frac{\rho_n}{2}, \frac{\rho_n+1}{2};$ $\left. -2m-n-2 \frac{k^2}{t} \right),$ $k > 0, m \leq n$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} {}_m F_n (\alpha_1, \dots, \alpha_m;$ $\rho_1, \dots, \rho_n; -kp^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \rho > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(21)	$(1 - e^{-t})^{\lambda-1} \times$ $\times {}_m F_n (\alpha_1, \dots, \alpha_m; \rho_1, \dots, \rho_n; \gamma e^{-t}),$ $\text{Re } \lambda > 0, m \leq n$ Справедливо для $m = n + 1,$ если $ \gamma  < 1$	$B(\lambda, p) \times$ $\times {}_{m+1} F_{n+1} (\alpha_1, \dots, \alpha_m, p;$ $\rho_1, \dots, \rho_n, p + \lambda; \gamma),$ $\text{Re } p > 0$
(22)	$(1 - e^{-t})^{\lambda-1} \times$ $\times {}_m F_n (\alpha_1, \dots, \alpha_m; \rho_1, \dots, \rho_n;$ $\gamma(1 - e^{-t})),$ $\text{Re } \lambda > 0, m \leq n$ Справедливо для $m = n + 1,$ если $ \gamma  < 1$	$B(\lambda, p) \times$ $\times {}_{m+1} F_{n+1} (\alpha_1, \dots, \alpha_m, \lambda;$ $\rho_1, \dots, \rho_n, p + \lambda; \gamma),$ $\text{Re } p > 0$
(23)	$t^{\alpha_{m+1}-1} E(m; \alpha_r; n; \beta_s; t^{-1}),$ $\text{Re } \alpha_{m+1} > 0$	$p^{-\alpha_{m+1}} E(m+1; \alpha_r; n; \beta_s; p),$ $\text{Re } p > 0$
(24)	$(e^t - 1)^{\alpha_{m+1}} \times$ $\times E\left(m; \alpha_r; n; \beta_s; \frac{\lambda}{1 - e^{-t}}\right),$ $\text{Re } \alpha_{m+1} > -1$	$\Gamma(p - \alpha_{m+1}) E(m+1; \alpha_r; n;$ $\beta_s, p; \lambda),$ $\text{Re } p > \text{Re } \alpha_{m+1}$
(25)	$t^{-2\nu} S_1(\nu, \nu - 1/2, -\nu - 1/2,$ $\nu - 1/2; \alpha t)$	$2^{-2\nu - 1/2} \pi^{-1/2} p^{2\nu - 1} \mathbf{H}_{2\nu}(4\alpha/p),$ $\text{Re } p > 0$
(26)	$t^{-2\nu-1} \times$ $\times S_1(\nu, \nu - 1/2, -\nu - 1/2,$ $\nu + 1/2; \alpha t)$	$2^{-2\nu - 3/2} \pi^{-1/2} p^{2\nu} \mathbf{H}_{2\nu}(4\alpha/p),$ $\text{Re } p > 0$
(27)	$t^{-2\lambda-1} \times$ $\times S_1(\nu - 1/2, -\nu - 1/2,$ $\lambda, \lambda + 1/2; \alpha t),$ $\text{Re } (\nu - \lambda) > 0$	$2^{-2\lambda - 1} \pi^{-1/2} p^{2\lambda} J_{2\nu}(4\alpha/p),$ $\text{Re } p > 0$
(28)	$t^{-2\nu} S_2(\nu, \nu - 1/2, -\nu - 1/2,$ $\nu - 1/2; \alpha t)$	$2^{-2\nu} \pi^{1/2} p^{2\nu - 1} \times$ $\times [I_{2\nu}(4\alpha/p) - L_{2\nu}(4\alpha/p)],$ $\text{Re } p > 0$
(29)	$t^{-2\nu-1} \times$ $\times S_2(\nu, -\nu - 1/2, \nu - 1/2,$ $\nu + 1/2; \alpha t),$ $\text{Re } \nu < 0$	$\frac{\pi^{1/2} p^{2\nu} [L_{-2\nu}(4\alpha/p) - L_{2\nu}(4\alpha/p)]}{2^{2\nu+1} \cos(2\nu\pi)},$ $\text{Re } p > 0$



	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(30)	$t^{-2\nu} S_2(\nu, -\nu - 1/2, \nu - 1/2, \nu - 1/2; at),$ $\text{Re } \nu < 1/2$	$\frac{\pi^{1/2} p^{2\nu-1} [L_{-2\nu}(4a/p) - L_{2\nu}(4a/p)]}{2^{2\nu} \cos(2\nu\pi)},$ $\text{Re } p > 0$
(31)	$t^{-2\lambda-1} S_2(\nu - 1/2, -\nu - 1/2, \lambda + 1/2, \lambda; at),$ $\text{Re } (\lambda \pm \nu) < 0$	$2^{-2\lambda} \pi^{-1/2} p^{2\lambda} K_{2\nu}(4a/p),$ $\text{Re } p > 0$
(32)	$t^{-2\nu} S_2(\nu, \nu - 1/2, -\nu - 1/2, \nu - 1/2; at),$ $\text{Re } \nu < 1/2$	$\frac{\pi^{3/2} p^{2\nu-1} [H_{2\nu}(4a/p) - Y_{2\nu}(4a/p)]}{2^{2\nu} \cos(2\nu\pi)},$ $\text{Re } p > 0$
(33)	$t^{\alpha-1} \times$ $\times E(a_1, \dots, a_h; \rho_1, \dots, \rho_h; t^{-1}),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$p^{-\alpha} E(a_1, \dots, a_h, \alpha; \rho_1, \dots, \rho_h; p)$
(34)	$t^{-\alpha} G_{h,k}^{m,n} \left( t \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_h \\ b_1, \dots, b_k \end{matrix} \right. \right),$ $h+k < 2(m+n)$ $\text{Re } \alpha > \text{Re } b_j + 1,$ $j = 1, \dots, m$	$p^{\alpha-1} G_{h+1,k}^{m,n+1} \left( p^{-1} \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_h \\ b_1, \dots, b_k \end{matrix} \right. \right),$ $ \arg p  < (m+n-h/2-k/2)\pi$

Эта формула справедлива, если  $h < k$  (или  $h = k$  и  $\text{Re } p > 1$ ) и  $\text{Re } \alpha < \text{Re } b_j + 1, j = 1, \dots, m$ .

#### 4.24. Гипергеометрические функции многих переменных

(1)	$t^{\beta'-1} \Phi_1(\alpha, \beta, \gamma; x, yt),$ $\text{Re } \beta' > 0$	$\Gamma(\beta') p^{-\beta'} F_1(\alpha, \beta, \beta', \gamma; x, y/p),$ $\text{Re } p > 0, \text{Re } p > \text{Re } y$
(2)	$t^{\beta-1} \Phi_2(\alpha, \alpha', \gamma; xt, y),$ $\text{Re } \beta > 0$	$\Gamma(\beta) p^{-\beta} \Xi_1(\alpha, \alpha', \beta, \gamma; x/p, y),$ $\text{Re } p > 0, \text{Re } p > \text{Re } x$
(3)	$t^{\gamma-1} \Phi_2(\beta, \beta', \gamma; xt, yt),$ $\text{Re } \gamma > 0$	$\Gamma(\gamma) p^{-\gamma} (1-x/p)^{-\beta} (1-y/p)^{-\beta'},$ $\text{Re } p > 0, \text{Re } x, \text{Re } y$
(4)	$t^{\alpha-1} \Phi_2(\beta, \beta', \gamma; xt, yt),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$\Gamma(\alpha) p^{-\alpha} F_1(\alpha, \beta, \beta', \gamma; x/p, y/p),$ $\text{Re } p > 0, \text{Re } x, \text{Re } y$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(5)	$t\gamma^{-1}\Phi_2(\beta_1, \dots, \beta_n; \gamma; \lambda_1 t, \dots, \lambda_n t),$ $\operatorname{Re} \gamma > 0$	$\frac{\Gamma(\gamma)}{p^\gamma} \left(1 - \frac{\lambda_1}{p}\right)^{-\beta_1} \dots \left(1 - \frac{\lambda_n}{p}\right)^{-\beta_n},$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} \lambda, m = 1, \dots, n$
(6)	$t^{\alpha-1}\Phi_3(\beta, \gamma; xt, y),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(\alpha) p^{-\alpha} \Xi_2(\alpha, \beta, \gamma; x/p, y),$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} x$
(7)	$t^{\beta'-1}\Phi_3(\beta, \gamma; x, yt),$ $\operatorname{Re} \beta' > 0$	$\Gamma(\beta') p^{-\beta'} \Phi_2(\beta, \beta', \gamma; x, y/p),$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} y$
(8)	$t^{2\alpha-1}\Phi_3(\beta, \gamma; x, yt^2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(2\alpha) p^{-2\alpha} \Xi_1(\alpha, \beta, \alpha + 1/2, \gamma;$ $4yp^{-2}, x),$ $\operatorname{Re} p > 2 \mid \operatorname{Re} y^{1/2} \mid$
(9)	$t\gamma^{-1}\Phi_3(\beta, \gamma; xt; yt),$ $\operatorname{Re} \gamma > 0$	$\Gamma(\gamma) p^{-\gamma} (1 - x/p)^{-\beta} e^{y/p},$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} x$
(10)	$t^{\alpha-1}\Phi_3(\beta, \gamma; xt, yt),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(\alpha) p^{-\alpha} \Phi_1(\alpha, \beta, \gamma; x/p, y/p),$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} x$
(11)	$t^{\beta'-1}\Psi_1(\alpha, \beta, \gamma, \gamma'; x, yt),$ $\operatorname{Re} \beta' > 0$	$\Gamma(\beta') p^{-\beta'} F_2(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma'; x, y/p),$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} y$
(12)	$t^{\beta-1}\Psi_2(\alpha, \gamma, \gamma'; xt, y),$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$\Gamma(\beta) p^{-\beta} \Psi_1(\alpha, \beta, \gamma, \gamma'; x/p, y),$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} x$
(13)	$t^{\alpha-1}\Psi_2(\beta, \gamma, \gamma'; xt, yt),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(\alpha) p^{-\alpha} F_4(\alpha, \beta, \gamma, \gamma'; x/p, y/p),$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} x, \operatorname{Re} y$
(14)	$t^{\beta'-1}\Xi_1(\alpha, \alpha', \beta, \gamma; x, yt),$ $\operatorname{Re} \beta' > 0$	$\Gamma(\beta') p^{-\beta'} F_3(\alpha, \alpha', \beta, \beta'; \gamma; x, y/p),$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} y$
(15)	$t^{\alpha'-1}\Xi_2(\alpha, \beta, \gamma; x, yt),$ $\operatorname{Re} \alpha' > 0$	$\Gamma(\alpha') p^{-\alpha'} \Xi_1(\alpha, \alpha', \beta, \gamma; x, y/p),$ $\operatorname{Re} p > 0, \operatorname{Re} y$
(16)	$t^{2\alpha'-1}\Xi_2(\alpha, \beta, \gamma; x, yt^2),$ $\operatorname{Re} \alpha' > 0$	$\Gamma(2\alpha') p^{-2\alpha'} \times$ $\times F_3(\alpha, \alpha', \beta, \alpha' + 1/2, \gamma; x, 4yp^{-2}),$ $\operatorname{Re} p > 2 \mid \operatorname{Re} y^{1/2} \mid$

## 4.25. Эллиптические функции

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(1)	$\theta_4\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right),$ $-l \leq x \leq l$	$\frac{lp^{-1/2} \operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(2)	$\theta_1\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right),$ $-l \leq x \leq l$	$\frac{-lp^{-1/2} \operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{ch}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(3)	$\theta_2\left(\frac{x+l}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right),$ $-l \leq x \leq l$	$\frac{-lp^{-1/2} \operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{ch}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$\theta_3\left(\frac{x+l}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right),$ $-l \leq x \leq l$	$\frac{lp^{-1/2} \operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$\hat{\theta}_4\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right),$ $-l \leq x \leq l$	$\frac{-lp^{-1/2} \operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(6)	$\hat{\theta}_3\left(\frac{x+l}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right),$ $-l \leq x \leq l$	$\frac{-lp^{-1/2} \operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(7)	$e^{\alpha t} \theta_3(\alpha^{1/2} t \mid i\pi t)$	$2^{-1} p^{-1/2} [\operatorname{th}(p^{1/2} + \alpha^{1/2}) +$ $\operatorname{th}(p^{1/2} - \alpha^{1/2})],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(8)	$e^{\alpha t} \hat{\theta}_3(\alpha^{1/2} t \mid i\pi t)$	$2^{-1} p^{-1/2} [\operatorname{th}(p^{1/2} + \alpha^{1/2}) -$ $\operatorname{th}(p^{1/2} - \alpha^{1/2}) + 2],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(9)	$\frac{\partial}{\partial x} \theta_4\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right),$ $-l < x < l$	$\frac{l \operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(10)	$\frac{\partial}{\partial x} \theta_1\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right),$ $-l < x < l$	$-\frac{l \operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$\frac{\partial}{\partial x} \theta_3\left(\frac{x+l}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right),$ $-l < x < l$	$-\frac{l \operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{ch}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(12)	$\frac{\partial}{\partial x} \theta_2\left(\frac{x+l}{2l} \mid \frac{i\pi t}{l^2}\right)$	$\frac{l \operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})},$ $\operatorname{Re} p > 0$

## 4.26. Прочие функции

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	
(1)	$v(t)$	$(p \ln p)^{-1}$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
(2)	$(1 - e^{-t})^{-1} v(t)$	$\int_0^{\infty} \zeta(u+1, p) du$ ,	$\operatorname{Re} p > 1$
(3)	$t^{-1/2} v(2t^{1/2})$	$2\pi^{1/2} p^{-1/2} v(p^{-1})$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
(4)	$v(e^{-t})$	$\int_0^{\infty} \frac{du}{(p+n)\Gamma(u+1)}$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
(5)	$v(1 - e^{-t})$	$\Gamma(p) v(1, p)$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
(6)	$v(t, \alpha)$ ,	$p^{-\alpha-1} \ln p$ ,	$\operatorname{Re} p > 1$
(7)	$v(2t^{1/2}, 2\alpha)$ ,	$2^{-1} \pi^{1/2} p^{-3/2} v(p^{-1}, \alpha - 1/2)$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
	$\operatorname{Re} \alpha > -1$		
(8)	$t^{-1/2} v(2t^{1/2}, 2\alpha)$ ,	$2\pi^{1/2} p^{-1/2} v(p^{-1}, \alpha)$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
	$\operatorname{Re} \alpha > -1/2$		
(9)	$\mu(t, \alpha - 1)$ ,	$\Gamma(\alpha) p^{-1} (\ln p)^{-\alpha}$ ,	$\operatorname{Re} p > 1$
	$\operatorname{Re} \alpha > 0$		
(10)	$t^{-1/2} \mu(2t^{1/2}, \alpha)$	$2^{\alpha+1} \pi^{1/2} p^{-1/2} \mu(p^{-1}, \alpha)$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$V_n(t)$ $V_n(t)$ определяется с помощью производящей функции $\frac{1}{1-z} \exp\left(-\frac{1+z}{1-z} t\right) =$ $= \sum_{n=0}^{\infty} (n + 1/2) V_n(t) P_n(z)$	$\frac{2}{p-1} Q_n\left(\frac{p+1}{p-1}\right)$ ,	$\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
(12)	$U^{m, n}(t)$ $U^{m, n}(t)$ определяется с помощью производящей функции $\frac{e^{-at} I_0(bt)}{(1-x)(1-y)} =$ $= \sum_{m, n=0}^{\infty} x^m y^n U^{m, n}(t),$ где $a + b = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2, \quad a - b = \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2$	$\frac{1}{p+1} P_m \left(\frac{p-1}{p+1}\right) P_n \left(\frac{p-1}{p+1}\right),$ $\operatorname{Re} p > -1$

ГЛАВА V  
ОБРАТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

5.1. Общие формулы

Большая часть общих формул приведена в п. 4.1. Этот пункт содержит некоторые дополнения.

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(1)	$g(p)$	$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{pt} g(p) dp$
(2)	$g(p + p^{1/2})$	$2^{-1} \pi^{-1/2} \int_0^t u (t-u)^{-3/2} \times$ $\times e^{-2^{-2} u^2 (t-u)^{-1}} f(u) du$
(3)	$p^{-1/2} g(p + p^{1/2})$	$\pi^{-1/2} \int_0^t (t-u)^{-1/2} \times$ $\times e^{-2^{-2} u^2 (t-u)^{-1}} f(u) du$
(4)	$(p + \alpha)^{-\nu} g [cp + (p + \alpha)^{1/2}],$ $c > 0$	$2^{\nu-1/2} \pi^{-1/2} \int_0^{t/c} (t-cu)^{\nu-1} \times$ $\times \exp \left[ -\alpha (t-cu) - \frac{u^2}{8(t-cu)} \right] \times$ $\times D_{1-2\nu} \left[ \frac{u}{2^{1/2} (t-cu)^{1/2}} \right] f(u) du$
(5)	$g(r)$	$f(t) = \alpha \int_0^t f [(t^2 - u^2)^{1/2}] J_1(\alpha u) du$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(6)	$r^{-1}g(r)$	$\int_0^t J_0[\alpha(t^2 - u^2)^{1/2}] f(u) du$
(7)	$pr^{-1}g(r)$	$f(t) - \alpha t \int_0^t (t^2 - u^2)^{-1/2} \times$ $\times J_1[\alpha(t^2 - u^2)^{1/2}] f(u) du$
(8)	$r^{-1}R^{-\nu}g(r), \quad \text{Re } \nu > -1$	$\alpha^{-\nu} \int_0^t \left(\frac{t-u}{t+u}\right)^{\nu/2} \times$ $\times J_{\nu}[\alpha(t^2 - u^2)^{1/2}] f(u) du$
(9)	$g(\beta + r - p) - g(\beta)$	$-\alpha t^{-1/2} \int_0^t t^{-1/2} (t+2u)^{-1/2} \times$ $\times J_1[\alpha t^{1/2} (t+2u)^{1/2}] e^{-\beta u} u f(u) du$
(10)	$r^{-1}R^{-\nu}g(r-p), \quad \text{Re } \nu > -1$	$\alpha^{-\nu} t^{\nu/2} \int_0^{\infty} (t+2u)^{-\nu/2} \times$ $\times I_{\nu}[\alpha t^{1/2} (t+2u)^{1/2}] f(u) du$
(11)	$r^{-1}R^{-\nu}g(p-r), \quad \text{Re } \nu > -1$	$\alpha^{-\nu} t^{\nu/2} \int_0^{\infty} (t-2u)^{-\nu/2} \times$ $\times I_{\nu}[\alpha t^{1/2} (t-2u)^{1/2}] f(u) du$
(12)	$g(s)$	$f(t) + \alpha \int_0^t f[(t^2 - u^2)^{1/2}] \times$ $\times I_1(\alpha u) du$
(13)	$s^{-1}g(s)$	$\int_0^t I_0[\alpha(t^2 - u^2)^{1/2}] f(u) du$
(14)	$ps^{-1}g(s)$	$f(t) + \alpha t \int_0^t (t^2 - u^2)^{-1/2} \times$ $\times I_1[\alpha(t^2 - u^2)^{1/2}] f(u) du$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad R = p + r, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(15)	$s^{-1}S^{-\nu}g(s), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{-\nu} \int_0^t \left( \frac{t-u}{t+u} \right)^{\nu/2} \times$ $\times I_{\nu} [\alpha(t^2 - u^2)^{1/2}] f(u) du$
(16)	$g(\beta + s - p) - g(\beta)$	$\alpha t^{-1/2} \int_0^{\infty} e^{-\beta u} (t+2u)^{-1/2} \times$ $\times I_1 [\alpha t^{1/2} (t+2u)^{1/2}] u f(u) du$
(17)	$s^{-1}S^{-\nu}g(s-p), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{-\nu} t^{\nu/2} \int_0^{\infty} (t+2u)^{-\nu/2} \times$ $\times I_{\nu} [\alpha t^{1/2} (t+2u)^{1/2}] f(u) du$
(18)	$s^{-1}S^{-\nu}g(p-s), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{-\nu} t^{\nu/2} \int_0^{\infty} (t-2u)^{-\nu/2} \times$ $\times I_{\nu} [\alpha t^{1/2} (t-2u)^{1/2}] f(u) du$

## 5.2. Рациональные функции

(1)	$(p + \alpha)^{-1}$	$e^{-\alpha t}$
(2)	$(\lambda p + \mu)(p + \alpha)^{-2}$	$[\lambda + (\mu - \alpha\lambda)t] e^{-\alpha t}$
(3)	$(\lambda p + \mu)[(p + \alpha)^2 - \beta^2]^{-1}$	$\lambda e^{-\alpha t} \operatorname{ch}(\beta t) +$ $+ \beta^{-1}(\mu - \alpha\lambda) e^{-\alpha t} \operatorname{sh}(\beta t)$
(4)	$(\lambda p + \mu)[(p + \alpha)^2 + \beta^2]^{-1}$	$\lambda e^{-\alpha t} \cos(\beta t) +$ $+ \beta^{-1}(\mu - \alpha\lambda) e^{-\alpha t} \sin(\beta t)$
(5)	$\frac{\lambda p + \mu}{(p + \alpha)(p + \beta)}$	$\frac{\alpha\lambda - \mu}{\alpha - \beta} e^{-\alpha t} + \frac{\beta\lambda - \mu}{\beta - \alpha} e^{-\beta t}$
(6)	$(\lambda p^2 + \mu p + \nu)(p + \alpha)^{-3}$	$[\lambda + (\mu - 2\alpha\lambda)t +$ $+ 2^{-1}(\alpha^2\lambda - \alpha\mu + \nu)t^2] e^{-\alpha t}$

$$s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + \alpha$$



	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(7)	$3\alpha^2 \frac{\lambda p^2 + \mu p + \nu}{p^2 + \alpha^2}$	$(\lambda\alpha^2 - \mu\alpha + \nu) e^{-\alpha t} -$ $-(2\lambda\alpha^2 - \mu\alpha - \nu) e^{2^{-1}\alpha t} \times$ $\times \cos(2^{-1/2}\alpha t) + 3^{1/2}(\mu\alpha - \nu) \times$ $\times e^{2^{-1}\alpha t} \sin(2^{-1/2}\alpha t)$
(8)	$\frac{\lambda p^2 + \mu p + \nu}{(p + \alpha)^2 (p + \beta)}$	$\left[ \frac{\alpha(\alpha - 2\beta)\lambda + \mu\beta - \nu}{(\alpha - \beta)^2} - \right.$ $\left. - \frac{\alpha^2\lambda - \alpha\mu + \nu}{\alpha - \beta} t \right] e^{-\alpha t} +$ $+ \frac{\beta^2\lambda - \beta\mu + \nu}{(\alpha - \beta)^2} e^{-\beta t}$
(9)	$\frac{\lambda p^2 + \mu p + \nu}{[(p + \alpha)^2 + \beta^2] (p + \gamma)}$	$\left[ \lambda - \frac{\lambda\gamma^2 - \mu\gamma + \nu}{(\alpha - \gamma)^2 + \beta^2} \right] e^{-\alpha t} \cos(\beta t) +$ $+ \frac{1}{\beta} \left[ \mu - (\alpha + \gamma)\lambda - \right.$ $\left. - (\alpha - \gamma) \frac{\lambda\gamma^2 - \mu\gamma + \nu}{(\alpha - \gamma)^2 + \beta^2} \right] e^{-\alpha t} \sin(\beta t) +$ $+ \frac{\lambda\gamma^2 - \mu\gamma + \nu}{(\alpha - \gamma)^2 + \beta^2} e^{-\gamma t}$
(10)	$\frac{\lambda p^2 + \mu p + \nu}{(p + \alpha)(p + \beta)(p + \gamma)}$	$\frac{\lambda\alpha^2 - \mu\alpha + \nu}{(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma)} e^{-\alpha t} +$ $+ \frac{\lambda\beta^2 - \mu\beta + \nu}{(\beta - \alpha)(\beta - \gamma)} e^{-\beta t} + \frac{\lambda\gamma^2 - \mu\gamma + \nu}{(\gamma - \alpha)(\gamma - \beta)} e^{-\gamma t}$
(11)	$4\alpha^2 \frac{\lambda p^3 + \mu p^2 + \nu p + \rho}{p^4 + 4\alpha^4}$	$4\alpha^2\lambda \cos(\alpha t) \operatorname{ch}(\alpha t) +$ $+ (2\alpha^2\mu - \rho) \cos(\alpha t) \operatorname{sh}(\alpha t) +$ $+ (2\alpha^2\mu + \rho) \sin(\alpha t) \operatorname{ch}(\alpha t) +$ $+ 2\alpha\nu \sin(\alpha t) \operatorname{sh}(\alpha t)$
(12)	$2\alpha^2 \frac{\lambda p^3 + \mu p^2 + \nu p + \rho}{p^4 - \alpha^4}$	$(\alpha^2\lambda - \alpha\nu) \cos(\alpha t) + (\alpha^2\mu - \rho) \times$ $\times \sin(\alpha t) + (\alpha^2\lambda + \alpha\nu) \operatorname{ch}(\alpha t) +$ $+ (\alpha^2\mu + \rho) \operatorname{sh}(\alpha t)$
(13)	$\frac{\lambda p^3 + \mu p^2 + \nu p + \rho}{(p^2 + \alpha^2)^2}$	$\lambda \cos(\alpha t) + \frac{\rho + \alpha^2\mu}{2\alpha^2} \sin(\alpha t) +$ $+ \frac{\nu - \alpha^2\lambda}{2\alpha} t \sin(\alpha t) - \frac{\rho - \alpha^2\mu}{2\alpha^2} t \cos(\alpha t)$
(14)	$(\beta^2 - \alpha^2) \frac{\lambda p^3 + \mu p^2 + \nu p + \rho}{(p^2 + \alpha^2)(p^2 + \beta^2)}$	$(\nu - \alpha^2\lambda) \cos(\alpha t) + (\rho\alpha^{-1} - \alpha\mu) \times$ $\times \sin(\alpha t) - (\nu - \beta^2\lambda) \cos(\beta t) -$ $- (\rho\beta^{-1} - \beta\mu) \sin(\beta t)$

Относительно дальнейших формул этого типа см. Гарднер М. Ф. и Бэрнс Дж. Л., 1951, Переходные процессы в линейных системах, Гостехиздат.

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(15)	$p^{-1}(p^{-1} - 1) \times$ $\times (p^{-1} - 1/2) \dots (p^{-1} - 1/n)$	$A_n(t)$
(16)	$2(1-p)^n(1+p)^{-n-2}$	$k_{2n+2}(t)$
(17)	$\frac{\lambda_1 p^{n-1} + \lambda_2 p^{n-2} + \dots + \lambda_n}{(p+\alpha)^n}$	$\left\{ \lambda_1 + \left[ \lambda_2 - \binom{n-1}{1} \lambda_1 \alpha \right] t + \right.$ $\left. + \left[ \lambda_3 - \binom{n-2}{1} \lambda_2 \alpha + \right. \right.$ $\left. + \binom{n-1}{2} \lambda_1 \alpha^2 \right] \frac{t^2}{2!} +$ $+ \left[ \lambda_4 - \binom{n-3}{1} \lambda_3 \alpha + \binom{n-2}{2} \lambda_2 \alpha^2 - \right.$ $\left. - \binom{n-1}{3} \lambda_1 \alpha^3 \right] \frac{t^3}{3!} + \dots + [\lambda_n -$ $- \lambda_{n-1} \alpha + \dots + \lambda_1 (-\alpha)^{n-1}] \times$ $\left. \times \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \right\} e^{-\alpha t}$
(18)	$p^{-1}(p+\alpha)^{-n}$	$\alpha^{-n} [1 - e^{-\alpha t} e_{n-1}(\alpha t)],$ $e_n(z) = 1 + \frac{z}{1!} + \dots + \frac{z^n}{n!}$
(19)	$\frac{\lambda_1 p^{n-1} + \lambda_2 p^{n-2} + \dots + \lambda_n}{(p+\alpha_1)(p+\alpha_2) \dots (p+\alpha_n)}$	$\frac{\lambda_1 (-\alpha_1)^{n-1} + \dots + \lambda_n}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_1) \dots (\alpha_n - \alpha_1)} e^{-\alpha_1 t} +$ $+ (n-1)$ аналогичных слагаемых, получаемых циклической пере- становкой букв $\alpha_1, \dots, \alpha_n$
(20)	$\frac{Q(p)}{P(p)},$ $P(p) = (p - \alpha_1)(p - \alpha_2) \dots$ $\dots (p - \alpha_n)$ $Q(p)$ — многочлен степени $\leq n-1$ $\alpha_i \neq \alpha_k, \text{ если } i \neq k$	$\sum_{m=1}^n \frac{Q(\alpha_m)}{P'_m(\alpha_m)} e^{\alpha_m t},$ $P_m(p) = \frac{P(p)}{p - \alpha_m}$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(21)	$\frac{Q(p)}{P(p)},$ $P(p) = (p - \alpha_1)^{m_1} \dots (p - \alpha_n)^{m_n}$ $Q(p)$ — многочлен степени $< m_1 + \dots + m_n - 1$ $\alpha_i \neq \alpha_k$ , если $i \neq k$	$\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^{m_k} \frac{\Phi_{kl}(\alpha_k)}{(m_k - l)! (l - 1)!} t^{m_k - l} e^{\alpha_k t},$ $\Phi_{kl}(p) = \frac{d^{l-1}}{dp^{l-1}} \left[ \frac{Q(p)}{P_k(p)} \right]$ $P_k(p) = \frac{P(p)}{(p - \alpha_k)^{m_k}}$
(22)	$\frac{(2n+1)! \alpha^{2n+1}}{(p^2 + \alpha^2) \dots [p^2 + (2n+1)^2 \alpha^2]}$	$\sin^{2n+1}(\alpha t)$
(23)	$\frac{(2n)! \alpha^{2n}}{p(p^2 + 2^2 \alpha^2) \dots [p^2 + (2n)^2 \alpha^2]}$	$\sin^{2n}(\alpha t)$
(24)	$\frac{p(p^2 + 2^2 \alpha^2) \dots [p^2 + (2n)^2 \alpha^2]}{(p^2 + \alpha^2) \dots [p^2 + (2n+1)^2 \alpha^2]}$	$P_{2n+1}[\cos(\alpha t)]$
(25)	$\frac{(p^2 + \alpha^2) \dots [p^2 + (2n-1)^2 \alpha^2]}{p(p^2 + 2^2 \alpha^2) \dots [p^2 + (2n)^2 \alpha^2]}$	$P_{2n}[\cos(\alpha t)]$
(26)	$\frac{Q(p) + p\eta(p)}{P(p)},$ $P(p) = (p^2 + \alpha_1^2) \dots (p^2 + \alpha_n^2)$ $Q(p), \eta(p)$ — четные многочлены степени $\leq 2n - 2$ $\alpha_i \neq \alpha_k$ , если $i \neq k$	$\sum_{m=1}^n \frac{1}{P_m(i\alpha_m)} [\eta(i\alpha_m) \cos(\alpha_m t) +$ $+ (\alpha_m)^{-1} Q(i\alpha_m) \sin(\alpha_m t)],$ $P_m(p) = \frac{P(p)}{p^2 + \alpha_m^2}$

### 5.3. Иррациональные алгебраические функции

(1)	$(p - \alpha)^{-1} p^{-1/2}$	$\alpha^{-1/2} e^{\alpha t} \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(2)	$p^{-1} (p - \alpha)^{-1} p^{-1/2}$	$\alpha^{-3/2} e^{\alpha t} \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} t^{1/2}) -$ $- 2\alpha^{-1} \pi^{-1/2} t^{1/2}$
(3)	$2\pi i (p - 1)^n (p + 1)^{-n-1} p^{-1/2}$	$n!  D_{-n-1}^2(-i^{2^{1/2}} t^{1/2}) -$ $- D_{-n-1}^2(i^{2^{1/2}} t^{1/2}) $
(4)	$(p^{1/2} + \alpha)^{-1}$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} - \alpha e^{\alpha^2 t} \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(5)	$\alpha p^{-1} (p^{1/2} + \alpha)^{-1}$	$1 - e^{\alpha^2 t} \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(6)	$(\alpha - \beta) p^{1/2} (p^{1/2} + \alpha^{1/2})^{-1} \times$ $\times (p - \beta)^{-1}$	$\alpha e^{2t} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} t^{1/2}) +$ $+ \alpha^{1/2} \beta^{1/2} e^{\beta t} \operatorname{Erf}(\beta^{1/2} t^{1/2}) - \beta e^{\beta t}$
(7)	$p^{-1/2} (p^{1/2} + \alpha)^{-1}$	$e^{2t} \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(8)	$\alpha^2 p^{-3/2} (p^{1/2} + \alpha)^{-1}$	$2\pi^{-1/2} \alpha t^{1/2} + e^{2t} \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2}) - 1$
(9)	$(\alpha - \beta) \beta^{1/2} (p - \beta)^{-1} \times$ $\times p^{-1/2} (p^{1/2} + \alpha^{1/2})^{-1}$	$\beta^{1/2} e^{\alpha t} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} t^{1/2}) +$ $+ \alpha^{1/2} e^{\beta t} \operatorname{Erf}(\beta^{1/2} t^{1/2}) - \beta^{1/2} e^{\beta t}$
(10)	$(p^{1/2} + \alpha^{1/2})^{-2}$	$1 - 2\pi^{-1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2} +$ $+ (1 - 2\alpha t) e^{\alpha t} [\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} t^{1/2}) - 1]$
(11)	$p^{-1} (p^{1/2} + \alpha^{1/2})^{-2}$	$\alpha^{-1} + (2t - \alpha^{-1}) e^{\alpha t} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} t^{1/2}) -$ $- 2\pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} t^{1/2}$
(12)	$p^{-1/2} (p^{1/2} + \alpha)^{-2}$	$2\pi^{-1/2} t^{1/2} - 2\alpha t e^{2t} \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(13)	$(p^{1/2} + \alpha)^{-3}$	$2\pi^{-1/2} (\alpha^2 t + 1) t^{1/2} -$ $- \alpha t e^{2t} (2\alpha^2 t + 3) \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(14)	$p^{1/2} (p^{1/2} + \alpha)^{-3}$	$(2\alpha^2 t^2 + 5\alpha^2 t + 1) e^{2t} \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2}) -$ $- 2\pi^{-1/2} \alpha (\alpha^2 t + 2) t^{1/2}$
(15)	$p^{-1/2} (p^{1/2} + \alpha)^{-3}$	$(2\alpha t^2 + 1) t e^{2t} \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2}) -$ $- 2\pi^{-1/2} \alpha^3 t^{3/2}$
(16)	$3(p^{1/2} + \alpha)^{-4}$	$- 2\pi^{-1/2} \alpha^3 t^{5/2} (2\alpha^2 t + 5) +$ $+ t (4\alpha^4 t^2 + 12\alpha^2 t + 3) e^{2t} \times$ $\times \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(17)	$p^{-1} (p^{1/2} - \alpha) (p^{1/2} + \alpha)^{-1}$	$2e^{2t} \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2}) - 1$
(18)	$p^{-1} (p^{1/2} - \alpha)^2 (p^{1/2} + \alpha)^{-2}$	$1 + 8\alpha^2 t e^{2t} \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2}) -$ $- 8\pi^{-1/2} \alpha t^{1/2}$
(19)	$p^{-1} (p^{1/2} - \alpha)^3 (p^{1/2} + \alpha)^{-3}$	$2(8\alpha^4 t^2 + 8\alpha^2 t + 1) e^{2t} \times$ $\times \operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2}) -$ $- 8\pi^{-1/2} \alpha t^{1/2} (2\alpha^2 t + 1) - 1$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(20)	$(p - \alpha)^{1/2} - (p - \beta)^{1/2}$	$2^{-1} \pi^{-1/2} t^{-3/2} (e^{\beta t} - e^{\alpha t})$
(21)	$(p + \alpha)^{-1/2}$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} e^{-\alpha t}$
(22)	$(p + \beta)^{-1} (p + \alpha)^{1/2}$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} e^{-\alpha t} +$ $+ (\alpha - \beta)^{1/2} e^{-\beta t} \text{Eri} [(\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}]$
(23)	$(p + \alpha)^{-1} (p + \beta)^{-1/2}$	$(\beta - \alpha)^{-1/2} e^{-\alpha t} \times$ $\times \text{Eri} [(\beta - \alpha)^{1/2} t^{1/2}]$
(24)	$(p + \alpha)^{1/2} (p - \alpha)^{-1/2} - 1$	$\alpha [I_0(\alpha t) + I_1(\alpha t)]$
(25)	$(p + \alpha + \beta)^{1/2} (p + \alpha - \beta)^{-3/2}$	$e^{-\alpha t} [(1 + 2\beta t) I_0(\beta t) + 2\beta t I_1(\beta t)]$
(26)	$(p + \alpha + \beta)^{-1/2} (p + \alpha - \beta)^{-3/2}$	$t e^{-\alpha t} [I_0(\beta t) + I_1(\beta t)]$
(27)	$p^{-1} (p + \alpha - \beta)^{1/2} (p + \alpha + \beta)^{-1/2}$	$e^{-\alpha t} I_0(\beta t) +$ $+ (\alpha - \beta) \int_0^t e^{-\alpha u} I_0(\beta u) du$
(28)	$\frac{(p + \alpha)^{1/2} - (p - \alpha)^{1/2}}{(p + \alpha)^{1/2} + (p - \alpha)^{1/2}}$	$t^{-1} I_1(\alpha t)$
Campbell G. A. and Foster R. M., 1931, Fourier integrals for practical applications, Bell Telephone Laboratories, New York, содержит другие подобные интегралы		
(29)	$(p + \alpha)^{-n-1/2}$	$\frac{\pi^{-1/2} t^{n-1/2} e^{-\alpha t}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdots (n - \frac{1}{2})}$
(30)	$(p - \alpha)^n (p - \beta)^{-n-1/2}$	$\frac{(-2)^n n! e^{\beta t}}{(2n)! \pi^{1/2} t^{1/2}} \text{He}_{2n} [2^{1/2} (\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}]$
(31)	$(p - \alpha)^n (p - \beta)^{-n-3/2}$	$\frac{(-2)^n 2^{1/2} n!}{(2n+1)! \pi^{1/2}} e^{\beta t} \times$ $\times \text{He}_{2n+1} [2^{1/2} (\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}]$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(32)	$(p - \alpha)^n (p - \beta)^{-m-n-3/2}$	$\frac{(-1)^n e^{\beta t}}{(\alpha - \beta)^m \pi^{1/2}} \times$ $\times \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \frac{2^{n+k+1/2} (n+k)!}{(2n+2k+1)!} \times$ $\times \text{He}_{2n+2k+1} [2^{1/2} (\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}]$
(33)	$(p - \alpha)^n (p - \beta)^{-m-n-1/2}$	$\frac{(-1)^n e^{\beta t}}{(\alpha - \beta)^m \pi^{1/2} t^{1/2}} \times$ $\times \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \frac{2^{n+k} (n+k)!}{(2n+2k)!} \times$ $\times \text{He}_{2n+2k} [2^{1/2} (\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}]$
(34)	$(p^2 + \alpha p + \beta)^{-1/2}$	$e^{-2^{-1}\alpha t} J_0 [(\beta - 2^{-2}\alpha^2)^{1/2} t]$
(35)	$r^{-1}$	$J_0(\alpha t)$
(36)	$p^{-1} r^{-3}$	$2^{-1}\pi\alpha^{-2} t [J_1(\alpha t) \mathbf{H}_0(\alpha t) -$ $- J_0(\alpha t) \mathbf{H}_1(\alpha t)]$
(37)	$r^{-1} R^{1/2}$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} t^{-1/2} \cos(\alpha t)$
(38)	$(r - p)^{1/2} = \alpha R^{-1/2}$	$2^{-1/2} \pi^{-1/2} t^{-3/2} \sin(\alpha t)$
(39)	$\alpha r^{-1} R^{-1/2}$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} t^{-1/2} \sin(\alpha t)$
(40)	$p^{-1} r^{-1} R^{1/2}$	$2\alpha^{-1/2} C(\alpha t)$
(41)	$p^{-1} r^{-1} R^{-1/2}$	$2\alpha^{-3/2} S(\alpha t)$
(42)	$r^{-2n-1}$	$\frac{\alpha^{-n} t^n J_n(\alpha t)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}$
(43)	$R^{-n}$	$n\alpha^{-n} t^{-1} J_n(\alpha t)$
(44)	$s^{-1}$	$I_0(\alpha t)$
(45)	$p^{-1} s^{-3}$	$2^{-1}\pi\alpha^{-2} t [I_1(\alpha t) \mathbf{L}_0(\alpha t) -$ $- I_0(\alpha t) \mathbf{L}_1(\alpha t)]$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, R = p + r, s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(46)	$s^{-1} S^{1/2}$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} t^{-1/2} \operatorname{ch}(at)$
(47)	$\alpha s^{-1} S^{-1/2}$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} t^{-1/2} \operatorname{sh}(at)$
(48)	$s^{-2n-1}$	$\frac{t^n I_n(at)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1) \alpha^n}$
(49)	$S^{-n}$	$n x^{-n} t^{-1} I_n(at)$
(50)	$[(p^2 + \alpha^2)^{1/2} + p^2]^{1/2} \times$ $\times (p^2 + \alpha^2)^{-1/2}$	$2^{1/2} \operatorname{ber}(at)$
(51)	$[(p^2 + \alpha^2)^{1/2} - p^2]^{1/2} \times$ $\times (p^2 + \alpha^2)^{-1/2}$	$2^{1/2} \operatorname{bei}(at)$

#### 5.4. Степени с произвольными показателями

(1)	$\Gamma(\nu) (p + \alpha)^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$t^{\nu-1} e^{-\alpha t}$
(2)	$p^{-m-1} (p-1)^n$	$\frac{t^m p_n(m, t)}{m!}$
(3)	$\Gamma(\nu) (p + \alpha)^{-\nu} (p - \beta)^{-1},$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$(\alpha + \beta)^{-\nu} e^{\beta t} \gamma[\nu, (\alpha + \beta) t]$
(4)	$\Gamma(\nu + 1) (p - \lambda)^n (p - \mu)^{-\nu-1},$ $\operatorname{Re} \nu > n - 1$	$n! t^{\nu-n} e^{\mu t} L_n^{\nu-n}[(\mu - \lambda) t]$
(5)	$\Gamma(\nu) (p + \alpha)^{-\nu} (p + \beta)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\pi^{1/2} (\alpha - \beta)^{1/2} \dots^{\nu} t^{\nu-1/2} \times$ $\times e^{-2^{-1}(\alpha + \beta)t} \times$ $\times I_{\nu-1/2}[2^{-1}(\alpha - \beta)t]$
(6)	$(p - \alpha)^\lambda (p - \beta)^{-\lambda-1/2}$	$2^{-\lambda-1} \pi^{-1} \Gamma(1/2 - \lambda) t^{-1/2} \times$ $\times e^{2^{-1}(\alpha + \beta)t} \times$ $\times \{ D_{2\lambda}[-2^{1/2}(\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}] +$ $+ D_{2\lambda}[2^{1/2}(\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}] \}$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad R = p + r, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + s$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(7)	$(p - \alpha)^\lambda (p - \beta)^{-\lambda - 3/2}$	$2^{-\lambda - 3/2} \pi^{-1} (\alpha - \beta)^{-1/2} \times$ $\times \Gamma(-1/2 - \lambda) e^{2^{-1}(\alpha + \beta)t} \times$ $\times \{D_{2\lambda+1}[-2^{1/2}(\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}] -$ $- D_{2\lambda+1}[2^{1/2}(\alpha - \beta)^{1/2} t^{1/2}]\}$
(8)	$\Gamma(2\nu - 2\lambda) (p - \alpha)^{2\lambda} (p - \beta)^{-2\nu},$ $\text{Re}(\nu - \lambda) > 0$	$t^{2\nu - 2\lambda - 1} e^{at} \times$ $\times {}_1F_1[2\nu, 2\nu - 2\lambda; (\beta - \alpha)t] =$ $= (\alpha - \beta)^{\lambda - \nu} t^{\nu - \lambda - 1} e^{2^{-1}(\alpha + \beta)t} \times$ $\times M_{\lambda + \nu, \nu - \lambda - 1/2}[(\alpha - \beta)t]$
(9)	$\Gamma(\gamma) p^{-\gamma} \times$ $\times (1 - \lambda_1/p)^{-\beta_1} \dots (1 - \lambda_n/p)^{-\beta_n},$ $\text{Re} \gamma > 0$	$t^{\gamma-1} \Phi_2(\beta_1, \dots, \beta_n; \gamma; \lambda_1 t, \dots, \lambda_n t)$
(10)	$p^{-2\lambda} (p^2 + \alpha^2)^{-\nu},$ $\text{Re}(\lambda + \nu) > 0$	$[\Gamma(2\lambda + 2\nu)]^{-1} t^{2\lambda + 2\nu - 1} \times$ $\times {}_1F_2(\nu; \lambda + \nu, \lambda + \nu + 1/2;$ $- 2^{-2}\alpha^2 t^2)$
(11)	$p^{-3\lambda} (p^3 + \alpha^3)^{-\nu}, \text{Re}(\lambda + \nu) > 0$	$t^{3\lambda + 3\nu - 1}$ $\Gamma(3\lambda + 3\nu) \times$ $\times {}_1F_3(\nu; \lambda + \nu, \lambda + \nu + \frac{1}{3},$ $\lambda + \nu + \frac{2}{3}; -\frac{\alpha^3 t^3}{27})$
(12)	$\frac{2\Gamma(\nu)(\lambda p + \mu)}{(p^2 - \beta^2)(p + \alpha)^\nu}, \text{Re} \nu > 0$	$(\lambda + \frac{\mu}{\beta}) e^{\beta t} \frac{\Gamma[\nu, (\alpha + \beta)t]}{(\alpha + \beta)^\nu} +$ $+ (\lambda - \frac{\mu}{\beta}) e^{-\beta t} \frac{\Gamma[\nu, (\alpha - \beta)t]}{(\alpha - \beta)^\nu}$
(13)	$[(p + \alpha)^{1/2} + \beta^{1/2}]^\nu, \text{Re} \nu < 0$	$- 2^{1/2} \pi^{-1/2} \nu (2t)^{-\nu/2 - 1} \times$ $\times e^{(\beta/2 - \alpha)t} D_{\nu-1}(2^{1/2} \beta^{1/2} t^{1/2})$
(14)	$(p + \alpha)^{-1/2} [(p + \alpha)^{1/2} + \beta^{1/2}]^\nu,$ $\text{Re} \nu < 1$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} (2t)^{-\nu/2 - 1/2} e^{(\beta/2 - \alpha)t} \times$ $\times D_\nu(2^{1/2} \beta^{1/2} t^{1/2})$
(15)	$[(p + \alpha)^{1/2} + (p + \beta)^{1/2}]^{-2\nu},$ $\text{Re} \nu > 0$	$\nu (\alpha - \beta)^{-\nu} t^{-1} e^{-2^{-1}(\alpha + \beta)t} \times$ $\times I_\nu[2^{-1}(\alpha - \beta)t]$



	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(16)	$[(p + \alpha)^{1/2} + (p - \alpha)^{1/2}]^{-2\nu} \times$ $\times (p + \alpha)^{1/2} (p - \alpha)^{-1/2},$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{-2\nu} (2\alpha)^{1-\nu} [I_{\nu-1}(\alpha t) +$ $+ 2I_{\nu}(\alpha t) + I_{\nu+1}(\alpha t)]$
(17)	$[(p + \alpha)^{1/2} + (p + \beta)^{1/2}]^{-2\nu} \times$ $\times (p + \alpha)^{-1/2} (p + \beta)^{1/2},$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$(\alpha - \beta)^{-\nu} e^{-2^{-1}(\alpha + \beta)t} \times$ $\times I_{\nu} [2^{-1}(\alpha - \beta)t]$
(18)	$\Gamma(\nu + 1/2) r^{-2\nu-1}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{1/2} (2\alpha)^{-\nu} t^{\nu} J_{\nu}(\alpha t)$
(19)	$\Gamma(\nu + 1/2) s^{-2\nu-1}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{1/2} (2\alpha)^{-\nu} t^{\nu} I_{\nu}(\alpha t)$
(20)	$\Gamma(\nu + 1/2) pr^{-2\nu-1}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\pi^{1/2} \alpha (2\alpha)^{-\nu} t^{\nu} J_{\nu-1}(\alpha t)$
(21)	$\alpha^{\nu} R^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\nu t^{-1} J_{\nu}(\alpha t)$
(22)	$\alpha^{\nu} p R^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > 1$	$\alpha \nu t^{-1} J_{\nu-1}(\alpha t) - \nu(\nu + 1) t^{-2} J_{\nu}(\alpha t)$
(23)	$r^{-1} R^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{-\nu} J_{\nu}(\alpha t)$
(24)	$\alpha^{\nu-1} p r^{-1} R^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{-1} J_{\nu-1}(\alpha t) - 2^{-1} J_{\nu+1}(\alpha t)$
(25)	$p^{-1} [\alpha^{-\nu} R^{\nu} + \alpha^{\nu} R^{-\nu} \cos(\nu\pi)],$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$1 + \cos(\nu\pi) -$ $- \nu \sin(\nu\pi) \int_t^{\infty} x^{-1} Y_{\nu}(\alpha x) dx$
(26)	$(p + \nu r) r^{-3} R^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > -2$	$\alpha^{-\nu} t J_{\nu}(\alpha t)$
(27)	$\Gamma(\nu + 1/2) ps^{-2\nu-1}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\pi^{1/2} \alpha (2\alpha)^{-\nu} t^{\nu} I_{\nu-1}(\alpha t)$
(28)	$\alpha^{\nu} S^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\nu t^{-1} I_{\nu}(\alpha t)$
(29)	$\alpha^{\nu} p S^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > 1$	$\alpha \nu t^{-1} I_{\nu-1}(\alpha t) - \nu(\nu + 1) t^{-2} I_{\nu}(\alpha t)$
(30)	$\alpha^{\nu} s^{-1} S^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$I_{\nu}(\alpha t)$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad R = p + r, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + s$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(31)	$\alpha^{-1} p s^{-1} S^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{-1} I_{\nu-1}(\alpha t) + 2^{-1} I_{\nu+1}(\alpha t)$
(32)	$s^{-1} (\alpha^{-\nu} S^{\nu} - \alpha^{\nu} S^{-\nu}),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$2\pi^{-1} \sin(\nu\pi) K_{\nu}(\alpha t)$
(33)	$(p + \nu s) s^{-3} S^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > -2$	$\alpha^{-\nu} t I_{\nu}(\alpha t)$
(34)	$\alpha^{\nu} v^{-1} V^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$e^{-3i\pi\nu/4} [\operatorname{ber}_{\nu}(\alpha t) + i \operatorname{bei}_{\nu}(\alpha t)]$
(35)	$v^{-1} (\alpha^{-\nu} V^{\nu} - e^{i\pi\nu} \alpha^{\nu} V^{-\nu}),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1$	$2\pi^{-1} e^{3i\pi\nu/2} \sin(\nu\pi) \times$ $\times [\operatorname{ker}_{\nu}(\alpha t) + i \operatorname{kei}_{\nu}(\alpha t)]$

### 5.5. Показательные функции от аргументов $p$ и $1/p$

(1)	$p^{-1} e^{-ap}, \quad a > 0$	0, 1,	$0 < t < a$ $t > a$
(2)	$p^{-1} (1 - e^{-ap}), \quad a > 0$	1, 0,	$0 < t < a$ $t > a$
(3)	$p^{-1} (e^{-ap} - e^{-bp}), \quad 0 \leq a < b$	0, 1, 0,	$0 < t < a$ $a < t < b$ $t > b$
(4)	$p^{-2} (e^{-ap} - e^{-bp}), \quad 0 \leq a < b$	0, $t - a,$ $b - a,$	$0 < t < a$ $a < t < b$ $t > b$
(5)	$p^{-3} (e^{-ap} - e^{-bp}), \quad 0 \leq a < b$	0, $2^{-1} (t - a)^2,$ $t(b - a) + 2^{-1} (a^2 - b^2),$	$0 < t < a$ $a < t < b$ $t > b$
(6)	$p^{-2} (e^{-ap} - e^{-bp})^2, \quad 0 \leq a < b$	0, $t - 2a,$ $2b - t,$ 0,	$t < 2a$ $2a < t < a + b$ $a + b < t < 2b$ $t > 2b$
(7)	$p^{-3} (e^{-ap} - e^{-bp})^2, \quad 0 \leq a < b$	0, $2^{-1} (t - 2a)^2,$ $(b - a)^2 - 2^{-1} (t - 2b)^2,$ $(b - a)^2,$	$t < 2a$ $2a < t < a + b$ $a + b < t < 2b$ $t > 2b$

$$s = (p^2 - a^2)^{1/2}, \quad S = p + s, \quad v = (p^2 - ia^2)^{1/2}, \quad V = p + v$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(8)	$p^{-3} (e^{-ap} - e^{-bp})^3, \quad 0 \leq a < b$	$0, \quad t < 3a$ $2^{-1} (t - 3a)^2, \quad 3a < t < 2a + b$ $4^{-1} \{ [3(b-a)^2] - [2t - 3(a+b)]^2 \},$ $2a + b < t < a + 2b$ $2^{-1} (3b - t)^2, \quad a + 2b < t < 3b$ $0, \quad t > 3b$
(9)	$(p + \beta)^{-1} e^{-ap}, \quad a > 0$	$0, \quad 0 < t < a$ $e^{-\beta(t-a)}, \quad t > a$
(10)	$(\lambda p + \mu) (p^2 - \beta^2)^{-1} e^{-ap}, \quad a > 0$	$0, \quad 0 < t < a$ $\lambda \operatorname{ch} [\beta(t-a)] + \mu \beta^{-1} \operatorname{sh} [\beta(t-a)], \quad t > a$
(11)	$(\lambda p + \mu) (p^2 + \beta^2)^{-1} e^{-ap}, \quad a > 0$	$0, \quad 0 < t < a$ $\lambda \cos [\beta(t-a)] + \mu \beta^{-1} \sin [\beta(t-a)], \quad t > a$
(12)	$(p^2 + a^2)^{-1} (1 - e^{-2m\pi a^{-1}p}), \quad a > 0, m = 1, 2, \dots$	$a^{-1} \sin(at), \quad 0 < t < 2m\pi/a$ $0, \quad t > 2m\pi/a$
(13)	$p(p^2 + a^2)^{-1} (1 - e^{-2m\pi a^{-1}p}), \quad a > 0, m = 1, 2, 3, \dots$	$\cos(at), \quad 0 < t < 2m\pi/a$ $0, \quad t > 2m\pi/a$
(14)	$a^2 p^{-1} (p^2 + a^2)^{-1} (1 - e^{-2m\pi a^{-1}p})$	$2 \sin^2(2^{-1}at), \quad 0 < t < 2m\pi/a$ $0, \quad t > 2m\pi/a$
(15)	$p^{-1} (e^{ap} - 1)^{-1}, \quad a > 0$	$n, \quad na < t < (n+1)a$
(16)	$p^{-2} (e^{ap} - 1)^{-1}, \quad a > 0$	$nt - 2^{-1}an(n+1),$ $na < t < (n+1)a$
(17)	$p^{-1} (e^{ap} + 1)^{-1}, \quad a > 0$	$0, \quad 2na < t < (2n+1)a$ $1, \quad (2n+1)a < t < (2n+2)a$
(18)	$p^{-2} (e^{ap} + 1)^{-1}, \quad a > 0$	$2^{-2} [1 - (-1)^n] (2t - a) + 2^{-1} (-1)^n na,$ $na < t < (n+1)a$
(19)	$p^{-1} (e^{ap} - \beta)^{-1}, \quad a > 0$	$(1 - \beta^n)/(1 - \beta), \quad na < t < (n+1)a$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(20)	$p^{-2} (e^{ap} - \beta)^{-1}, \quad a > 0$	$(1 - \beta^n) (1 - \beta)^{-1} t - a (1 - \beta)^{-2} \times$ $\times [1 - (n + 1) \beta^n + n \beta^{n+1}],$ $na < t < (n + 1) a$
(21)	$\frac{1}{(p^2 + c^2) (e^{-ap} + 1)}, \quad a > 0$ $c > 0, ac \neq (2n + 1) \pi$	$\frac{\sin(ct + 2^{-1}ac)}{2c \cos(2^{-1}ac)} +$ $+ 2a \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos[(2n + 1)\pi t/a]}{a^2 c^2 - (2n + 1)^2 \pi^2}$
(22)	$g(p) (e^{ap} + \beta)^{-c}, \quad a, c > 0$	$\sum_{0 \leq n < t/a - c} \binom{-c}{n} \beta^n f(t - ac - an)$
(23)	$g(p) (1 + \beta e^{-ap})^c, \quad a > 0$	$\sum_{0 \leq n \leq t/a} \binom{c}{n} \beta^n f(t - an)$
(24)	$a (p^2 + a^2)^{-1} (1 + e^{-2m\pi a^{-1}p})^{-1},$ $a > 0, m = 1, 2, \dots$	$\sin(at), 2n < at/(2m\pi) < 2n + 1$ $0, 2n + 1 < at/(2m\pi) < 2n + 2$ $n = 0, 1, 2, \dots$
(25)	$p (p^2 + a^2)^{-1} (1 + e^{-2m\pi a^{-1}p})^{-1},$ $a > 0, m = 1, 2, \dots$	$\cos(at), 2n < at/(2m\pi) < 2n + 1$ $0, 2n + 1 < at/(2m\pi) < 2n + 2$ $n = 0, 1, 2, \dots$
(26)	$a^2 p^{-1} (p^2 + a^2)^{-1} \times$ $\times (1 + e^{-2m\pi a^{-1}p})^{-1},$ $a > 0, m = 1, 2, \dots$	$2 \sin^2(2^{-1}at),$ $2n < at/(2m\pi) < 2n + 1$ $0, 2n + 1 < at/(2m\pi) < 2n + 2$ $n = 0, 1, 2, \dots$
(27)	$(p^2 + a^2)^{-1} (1 + e^{-\pi a^{-1}p}) \times$ $\times (1 - e^{-\pi a^{-1}p})^{-1}, \quad a > 0$	$a^{-1}  \sin(at) $
(28)	$p (p^2 + a^2)^{-1} (1 + e^{-\pi a^{-1}p}) \times$ $\times (1 - e^{-\pi a^{-1}p})^{-1}$	$\cos(at), 2n\pi < at < (2n + 1)\pi$ $-\cos(at),$ $(2n + 1)\pi < at < (2n + 2)\pi$ $n = 0, 1, 2, \dots$
(29)	$g(p) (1 + e^{-ap}) (1 - e^{-ap})^{-1},$ $a > 0$	$f(t) + 2 \sum_{1 \leq n < t/a} f(t - an)$
(30)	$p^{-1} (e^{ap} - 1)^{-m}, \quad a > 0$	$\binom{n}{m}, \quad nu < t < (n + 1) a$ $n = 0, 1, 2, \dots$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(31)	$e^{\alpha/p} - 1$	$\alpha^{1/2} t^{-1/2} I_1(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(32)	$p^{-1/2} e^{\alpha/p}$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} \operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(33)	$p^{-3/2} e^{\alpha/p}$	$\pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} \operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(34)	$p^{-5/2} e^{\alpha/p}$	$\pi^{-1/2} \alpha^{-1} t^{1/2} \operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) -$ $- 2^{-1} \pi^{-1/2} \alpha^{-3/2} \operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(35)	$p^{-\nu-1} e^{\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{-\nu/2} t^{\nu/2} I_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(36)	$1 - e^{-\alpha/p}$	$\alpha^{1/2} t^{-1/2} J_1(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(37)	$p^{-1/2} e^{-\alpha/p}$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} \cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(38)	$p^{-3/2} e^{-\alpha/p}$	$\pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(39)	$p^{-5/2} e^{-\alpha/p}$	$2^{-1} \pi^{-1/2} \alpha^{-3/2} \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) -$ $- \alpha^{-1} \pi^{-1/2} t^{1/2} \cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(40)	$p^{-\nu-1} e^{-\alpha/p}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{-\nu/2} t^{\nu/2} J_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$

### 5.6. Показательные функции других аргументов

(1)	$e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \pi^{-1/2} \alpha^{1/2} t^{-3/2} e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(2)	$p e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-2} \pi^{-1/2} \alpha^{1/2} (2^{-1}\alpha t^{-1} - 3) t^{-5/2} \times$ $\times e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(3)	$p^{-1} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$\operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha^{1/2} t^{-1/2})$
(4)	$p^{-2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$(t + \alpha/2) \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha^{1/2} t^{-1/2}) -$ $- \pi^{-1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2} e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(5)	$p^{1/2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi^{-1/2} t^{-5/2} (2^{-2}\alpha - t/2) e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(6)	$p^{-1/2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(7)	$p^{-3/2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$2\pi^{-1/2} t^{1/2} e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}} -$ $- \alpha^{1/2} \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha^{1/2} t^{-1/2})$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(8)	$p^{n/2 - 1/2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-n/2} \pi^{-1/2} t^{-n/2 - 1/2} e^{-2\alpha t} \times$ $\times \operatorname{He}_n(2^{-1/2} \alpha^{1/2} t^{-1/2})$
(9)	$p^{\nu - 1/2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-\nu} \pi^{-1/2} t^{-\nu - 1/2} e^{-2\alpha t} \times$ $\times D_{2\nu}(2^{-1/2} \alpha^{1/2} t^{-1/2})$
(10)	$2(p + \beta)^{-1} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$e^{-\beta t} [e^{-i\alpha^{1/2} \beta^{1/2} t} \times$ $\times \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha^{1/2} t^{-1/2} - i\beta^{1/2} t^{1/2}) +$ $+ e^{i\alpha^{1/2} \beta^{1/2} t} \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha^{1/2} t^{-1/2} +$ $+ i\beta^{1/2} t^{1/2})]$
(11)	$p(p^2 + \beta^2)^{-1} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0, \operatorname{Re} \beta \geq 0$	$\exp[-(2^{-1} \alpha \beta)^{1/2}] \times$ $\times \cos[\beta t - (2^{-1} \alpha \beta)^{1/2} t] -$ $-\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-ut} \sin(\alpha^{1/2} u^{1/2}) \frac{u}{u^2 + \beta^2} du$
(12)	$(p^{1/2} + \beta)^{-1} e^{-\alpha p^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \alpha^2 \geq 0$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} e^{-2\alpha^2 t} -$ $-\beta e^{\alpha\beta + \beta^2 t} \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2} + \beta t^{1/2})$
(13)	$p(p^{1/2} + \beta)^{-1} e^{-\alpha p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha^2 > 0$	$\pi^{-1/2} t^{-3/2} (2^{-2} \alpha^2 t^{-1} - 1/2 -$ $- 2^{-1} \alpha \beta + \beta^2 t) e^{-2\alpha^2 t} -$ $-\beta^3 e^{\alpha\beta + \beta^2 t} \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2} + \beta t^{1/2})$
(14)	$\beta p^{-1} (p^{1/2} + \beta)^{-1} e^{-\alpha p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha^2 \geq 0$	$\operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2}) -$ $- e^{\alpha\beta + \beta^2 t} \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2} + \beta t^{1/2})$
(15)	$p^{1/2} (p^{1/2} + \beta)^{-1} e^{-\alpha p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha^2 \geq 0$	$\pi^{-1/2} t^{-1} (2^{-1} \alpha t^{-1/2} - \beta t^{1/2}) \times$ $\times e^{-2\alpha^2 t} + \beta^2 e^{\alpha\beta + \beta^2 t} \times$ $\times \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2} + \beta t^{1/2})$
(16)	$p^{-1/2} (p^{1/2} + \beta)^{-1} e^{-\alpha p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha^2 \geq 0$	$e^{\alpha\beta + \beta^2 t} \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2} + \beta t^{1/2})$
(17)	$p^{-3/2} (p^{1/2} + \beta)^{-1} e^{-\alpha p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha^2 \geq 0$	$2\pi^{-1/2} \beta^{-1} t^{-1/2} e^{-2\alpha^2 t} -$ $-(\beta^{-2} + \alpha\beta^{-1}) \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2}) +$ $+ \beta^{-2} e^{\alpha\beta + \beta^2 t} \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2} + \beta t^{1/2})$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(18)	$p^{-1} (p^{1/2} + \beta)^{-2} e^{-\alpha p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha^2 > 0$	$\beta^{-2} \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2}) -$ $- 2\pi^{-1/2} \beta^{-1} t^{1/2} e^{-2^{-2} \alpha^2 t^{-1}} +$ $+ (2t + \alpha \beta^{-1} - \beta^{-2}) e^{\alpha^2 + \beta^2 t} \times$ $\times \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2} + \beta t^{1/2})$
(19)	$p^{-1/2} (p^{1/2} + \beta)^{-2} e^{-\alpha p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha^2 > 0$	$2\pi^{-1/2} t^{1/2} e^{-2^{-2} \alpha^2 t^{-1}} -$ $- (2\beta t + \alpha) e^{\alpha^2 + \beta^2 t} \times$ $\times \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha t^{-1/2} + \beta t^{1/2})$
См. также Campbell G. A. and Foster R. M., 1931, Fourier integrals for practical applications, Bell Telephone Laboratories, New York.		
(20)	$(p-1)^{-1/2} e^{-\alpha p^{1/2}}, \operatorname{Re} \alpha^2 > 0$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} e^t \{ \exp(-2^{-2} \alpha^2 t^{-1}) -$ $- \alpha \int_0^{\infty} e^{-2^{-2} u^2 t^{-1}} (u^2 - \alpha^2)^{-1/2} \times$ $\times J_1[(u^2 - \alpha^2)^{1/2}] du \}$
(21)	$p^{-\nu} 2^{-1/2} e^{-\alpha p^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-1} \pi^{-1/2} \alpha^{-\nu/2} t^{-3/2} \times$ $\times \int_0^{\infty} u^{1+\nu/2} e^{-2^{-2} u^2 t^{-1}} \times$ $\times J_{\nu}(2\alpha^{1/2} u^{1/2}) du$
(22)	$p^{-\nu-1} \exp[-\alpha^{-1} p^{-1} (p^2 + 1)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\alpha^{-\nu/2} t^{\nu/2} \{ J_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) -$ $- \alpha \int_0^{\infty} \frac{J_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) J_1[(u^2 - \alpha^2)^{1/2}]}{(u^2 - \alpha^2)^{1/2}} du \}$
(23)	$e^{-bp} - e^{-br},$ $b > 0$	$0,$ $aby^{-1} J_1(ay),$ $0 < t < b$ $t > b$
(24)	$r^{-1} e^{-br},$ $b > 0$	$0,$ $J_0(ay),$ $0 < t < b$ $t > b$
(25)	$(1 - pr^{-1}) e^{-br},$ $b > 0$	$0,$ $\alpha \left( \frac{t-b}{t+b} \right)^{1/2} J_1(ay),$ $0 < t < b$ $t > b$
(26)	$r^{-2} (b + r^{-1}) e^{-br},$ $b > 0$	$0,$ $\alpha^{-1} y J_1(ay),$ $0 < t < b$ $t > b$

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(27)	$e^{-bp} - pr^{-1}e^{-br}, \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\alpha t y^{-1} J_1(\alpha y), \quad t > b$
(28)	$r^{-1} R^{1/2} e^{-br}, \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $2^{1/2} \pi^{-1/2} (t+b)^{-1/2} \cos(\alpha y), \quad t > b$
(29)	$\alpha r^{-1} R^{-1/2} e^{-br}, \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $2^{1/2} \pi^{-1/2} (t+b)^{-1/2} \sin(\alpha y), \quad t > b$
(30)	$\alpha^\nu r^{-1} R^{-\nu} e^{-br}, \quad b > 0$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$0, \quad 0 < t < b$ $(t-b)^{\nu/2} (t+b)^{-\nu/2} J_\nu(\alpha y), \quad t > b$
(31)	$1 - e^{-\beta(r-p)}$	$\alpha \beta (t^2 + 2\beta t)^{-1/2} J_1[\alpha (t^2 + 2\beta t)^{1/2}]$
(32)	$r^{-1} R^{1/2} e^{\beta(p-r)}$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} (t+2\beta)^{-1/2} \times$ $\times \cos[\alpha (t^2 + 2\beta t)^{1/2}]$
(33)	$\alpha r^{-1} R^{-1/2} e^{\beta(p-r)}$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} (t+2\beta)^{-1/2} \times$ $\times \sin[\alpha (t^2 + 2\beta t)^{1/2}]$
(34)	$\alpha^\nu r^{-1} R^{-\nu} e^{-\beta(r-p)}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$t^{\nu/2} (t+2\beta)^{-\nu/2} J_\nu[\alpha (t^2 + 2\beta t)^{1/2}]$
(35)	$e^{-bs} - e^{-bp}, \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\alpha b y^{-1} I_1(\alpha y), \quad t > b$
(36)	$s^{-1} e^{-bs}, \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $I_0(\alpha y), \quad t > b$
(37)	$ps^{-1} e^{-bs} - e^{-bp}, \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\alpha t y^{-1} I_1(\alpha y), \quad t > b$
(38)	$(ps^{-1} - 1) e^{-bs}, \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\alpha \left(\frac{t-b}{t+b}\right)^{1/2} I_1(\alpha y), \quad t > b$

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2},$$

$$R = p + r, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}$$



	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(39)	$s^{-2} (b + s^{-1}) e^{-bs}, \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\alpha^{-1} y I_1(\alpha y), \quad t > b$
(40)	$\alpha^\nu s^{-1} S^{-\nu} e^{-bs}, \quad b > 0$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$0, \quad 0 < t < b$ $(t - b)^{\nu/2} (t + b)^{-\nu/2} I_\nu(\alpha y), \quad t > b$
(41)	$e^{\beta(p-s)} - 1$	$\alpha \beta (t^2 + 2\beta t)^{-1/2} I_1[\alpha (t^2 + 2\beta t)^{1/2}]$
(42)	$s^{-1} e^{\beta(p-s)}$	$I_0[\alpha (t^2 + 2\beta t)]$
(43)	$1 - ps^{-1} e^{\beta(p-s)}$	$-\alpha (t + \beta) (t^2 + 2\beta t)^{-1/2} \times$ $\times I_1[\alpha (t^2 + 2\beta t)^{1/2}]$
(44)	$\alpha^\nu s^{-1} S^{-\nu} e^{\beta(p-s)}, \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$t^{\nu/2} (t + 2\beta)^{-\nu/2} I_\nu[\alpha (t^2 + 2\beta t)^{1/2}]$
(45)	$(p + \alpha)^{-1/2} (p + \beta)^{-1/2} \times$ $\times [p + 2^{-1}(\alpha + \beta) +$ $+ (p + \alpha)^{1/2} (p + \beta)^{1/2}]^{-\nu} \times$ $\times \exp[-b(p + \alpha)^{1/2} (p + \beta)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1, b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $[2^{-1}(\alpha - \beta)]^{-\nu} (t - b)^{\nu/2} \times$ $\times (t + b)^{-\nu/2} e^{-2^{-1}(\alpha + \beta)t} \times$ $\times I_\nu[2^{-1}(\alpha - \beta)y], \quad t > b$
(46)	$(p + \alpha)^{-1/2} (p + \beta)^{-1/2} \times$ $\times [p + 2^{-1}(\alpha + \beta) +$ $+ (p + \alpha)^{1/2} (p + \beta)^{1/2}]^{-\nu} \times$ $\times \exp[\gamma p - \gamma(p + \alpha)^{1/2} (p + \beta)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$[2^{-1}(\alpha - \beta)]^{-\nu} t^{\nu/2} (t + 2\gamma)^{-\nu/2} \times$ $\times \exp[-2^{-1}(\alpha + \beta)(t + \gamma)] \times$ $\times I_\nu[2^{-1}(\alpha - \beta)(t^2 + 2\gamma t)^{1/2}]$

### 5.7. Логарифмические функции

(1)	$p^{-1} \ln p$	$-\ln(\gamma t)$
(2)	$p^{-n-1} \ln p$	$[1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n -$ $-\ln(\gamma t)] t^n/n!$

$$p = (t^2 - b^2)^{1/2}, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad S = p + s$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(3)	$p^{-n-1/2} \ln p$	$\frac{2^n t^{n-1/2}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1) \pi^{1/2}} \times$ $\times \left[ 2 \left( 1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2n-1} \right) - \ln(4\gamma t) \right]$
(4)	$\Gamma(\nu) p^{-\nu} \ln p, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$t^{\nu-1} [\psi(\nu) - \ln t]$
(5)	$\frac{\ln \frac{p+\beta}{p+\alpha}}{p+\alpha}$	$e^{-\alpha t} \{ \ln(\beta - \alpha) - \operatorname{Ei}[(\alpha - \beta)t] \}$
(6)	$\alpha (p^2 + \alpha^2)^{-1} \ln p$	$\cos(\alpha t) \operatorname{Si}(\alpha t) +$ $+ \sin(\alpha t) [\ln \alpha - \operatorname{Ci}(\alpha t)]$
(7)	$p (p^2 + \alpha^2)^{-1} \ln p$	$\cos(\alpha t) [\ln \alpha - \operatorname{Ci}(\alpha t)] -$ $- \sin(\alpha t) \operatorname{Si}(\alpha t)$
(8)	$p^{-1} (\ln p)^2$	$[\ln(\gamma t)]^2 - \pi^2/6$
(9)	$p^{-1} [\ln(\gamma p)]^2$	$(\ln t)^2 - \pi^2/6$
(10)	$p^{-2} (\ln p)^2$	$t \{ [1 - \ln(\gamma t)]^2 + 1 - \pi^2/6 \}$
(11)	$p^{-a} (\ln p)^{-1}, \quad a \geq 0$	$\nu(t, a-1)$
(12)	$\ln \frac{p+\beta}{p+\alpha}$	$\frac{e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}}{t}$
(13)	$p \ln \frac{p+\alpha}{p+\beta} + \beta - \alpha$	$(\alpha t^{-1} + t^{-2}) e^{-\alpha t} - (\beta t^{-1} + t^{-2}) e^{-\beta t}$
(14)	$p^{-1} \ln(p^2 + \alpha^2)$	$2 \operatorname{ci}(\alpha t) + 2 \ln \alpha$
(15)	$\ln \frac{p^2 + \beta^2}{p^2 + \alpha^2}$	$\frac{2}{t} [\cos(\alpha t) - \cos(\beta t)]$
(16)	$p \ln \frac{p^2 + \beta^2}{p^2 + \alpha^2}$	$\frac{2}{t^2} [\cos(\beta t) + \beta t \sin(\beta t) -$ $- \cos(\alpha t) - \alpha t \sin(\alpha t)]$
(17)	$\ln \frac{(p+\alpha)^2 + \lambda^2}{(p+\beta)^2 + \lambda^2}$	$2t^{-1} \cos(\lambda t) (e^{-\beta t} - e^{-\alpha t})$
(18)	$\frac{\ln [(p+\alpha)^{1/2} + (p+\beta)^{1/2}]}{(p+\beta)^{1/2}}$	$\frac{e^{-\beta t}}{2\pi^{1/2} t^{1/2}} \{ \ln(\alpha - \beta) - \operatorname{Ei}[(\beta - \alpha)t] \}$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(19)	$p^{-1} \ln r$	$\ln a + ci (at)$
(20)	$p^{-2} \ln r, \quad \operatorname{Re} a > 0$	$t [\ln a + a^{-1} t^{-1} \sin (at) + ci (at)]$
(21)	$\alpha r^{-2} \ln r$	$2^{-1} \sin (at) \left[ \ln \left( \frac{2a}{\gamma t} \right) - \operatorname{Ci} (2at) \right] +$ $+ 2^{-1} \cos (at) \operatorname{Si} (2at)$
(22)	$\rho r^{-2} \ln r$	$2^{-1} \cos (at) \left[ \ln \left( \frac{2a}{\gamma t} \right) - \operatorname{Ci} (2at) \right] -$ $- 2^{-1} \sin (at) \operatorname{Si} (2at)$
(23)	$p \ln (r/p)$	$t^{-2} [\cos (at) - 1] + at^{-1} \sin (at)$
(24)	$r \ln \frac{\alpha+r}{p} - \alpha$	$2^{-1} \pi a t^{-1} \mathbf{H}_1 (at)$
(25)	$\rho r^{-1} \ln \frac{\alpha+r}{p}$	$\alpha - 2^{-1} \pi a \mathbf{H}_1 (at)$
(26)	$r^{-1} \ln R$	$\ln a J_0 (at) - 2^{-1} \pi Y_0 (at)$
(27)	$\alpha r^{-3} \ln R$	$t [J_1 (at) \ln a - 2^{-1} \pi Y_1 (at)] -$ $- a^{-1} \cos (at)$
(28)	$\rho r^{-3} \ln R$	$t [J_0 (at) \ln a - 2^{-1} \pi Y_0 (at)] +$ $+ a^{-1} \sin (at)$
(29)	$p \ln (s/p)$	$t^{-2} [\operatorname{ch} (at) - 1] - at^{-1} \operatorname{sh} (at)$
(30)	$s^{-1} \ln S$	$I_0 (at) \ln a + K_0 (at)$
(31)	$\alpha s^{-3} \ln S$	$t [I_1 (at) \ln a - K_1 (at)] +$ $+ a^{-1} \operatorname{ch} (at)$
(32)	$\rho s^{-3} \ln S$	$t [I_0 (at) \ln a + K_0 (at)] +$ $+ a^{-1} \operatorname{sh} (at)$
(33)	$2(A^2 - 1)^{-1/2} (B^2 - 1)^{-1/2} \times$ $\times \ln \frac{(A+1)(B+1) + (A^2-1)^{1/2} (B^2-1)^{1/2}}{(A+1)(B+1) - (A^2-1)^{1/2} (B^2-1)^{1/2}},$ где $A^2 = p + \beta, B^2 = p - \beta$	$- e^t I_0 (\beta t) \operatorname{Ei} (-t)$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, S = p + s$$

## 5.8. Тригонометрические функции

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(1)	$p^{-1} \sin(\alpha p^{-1})$	$\text{bei}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(2)	$p^{-1} \cos(\alpha p^{-1})$	$\text{ber}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(3)	$p^{-1/2} \sin(\alpha p^{-1})$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} \text{sh}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) \times$ $\times \sin(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$
(4)	$p^{-1/2} \cos(\alpha p^{-1})$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} \text{ch}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) \times$ $\times \cos(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$
(5)	$p^{-3/2} \sin(\alpha p^{-1})$	$\pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} \text{ch}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) \times$ $\times \sin(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$
(6)	$p^{-3/2} \cos(\alpha p^{-1})$	$\pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} \text{sh}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) \times$ $\times \cos(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$
(7)	$p^{-\nu-1} \sin(\alpha p^{-1}), \quad \text{Re } \nu > -2$	$(t/\alpha)^{\nu/2} [\cos(3\pi\nu/4) \text{bei}_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) -$ $- \sin(3\pi\nu/4) \text{ber}_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(8)	$p^{-\nu-1} \cos(\alpha p^{-1}), \quad \text{Re } \nu > -1$	$(t/\alpha)^{\nu/2} [\cos(3\pi\nu/4) \text{ber}_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) +$ $+ \sin(3\pi\nu/4) \text{bei}_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(9)	$p^{-1/2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}} \sin(\alpha^{1/2} p^{1/2})$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} \sin(2^{-1} \alpha t^{-1})$
(10)	$p^{-1/2} e^{-\alpha^{1/2} p^{1/2}} \cos(\alpha^{1/2} p^{1/2})$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} \cos(2^{-1} \alpha t^{-1})$
(11)	$p^{-\mu-1/2} \sin(\alpha^{-1/2} p^{-1/2}),$ $\text{Re } \mu > -1$	$\alpha^{-1/2} [\Gamma(\mu+1)]^{-1} t^{\mu} \times$ $\times {}_0F_2(\mu+1, \frac{3}{2}; 2^{-2} \alpha^{-1} t)$
(12)	$p^{-\mu-1} \cos(\alpha^{-1/2} p^{-1/2}),$ $\text{Re } \mu > -1$	$[\Gamma(\mu+1)]^{-1} t^{\mu} \times$ $\times {}_0F_2(\mu+1, \frac{1}{2}; -2^{-2} \alpha^{-1} t)$
(13)	$\Gamma(\nu+1/2) p^{-\nu} \times$ $\times \sin[(2n+1) \arcsin(p^{-1/2})],$ $\text{Re } \nu > -1/2$	$t^{\nu-1/2} (2n+1) \times$ $\times {}_2F_2(-n, n; \nu+1/2, \frac{3}{2}; t)$
(14)	$\Gamma(\nu) p^{-\nu} \cos[2n \arcsin(p^{-1/2})],$ $\text{Re } \nu > 0$	$t^{\nu-1} {}_2F_2(-n, n; \nu, \frac{1}{2}; t)$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(15)	$p^{-1} \operatorname{arctg} p$	$-\operatorname{si}(t)$
(16)	$p^{-1} \operatorname{arctg} p$	$\operatorname{Si}(t)$
(17)	$\operatorname{arctg}(ap^{-1})$	$t^{-1} \sin(at)$
(18)	$p \operatorname{arctg}(ap^{-1}) - \alpha$	$t^{-2} [\alpha t \cos(at) - \sin(at)]$
(19)	$\ln(p^2 + \alpha^2)^{1/2} \operatorname{arctg}(ap^{-1})$	$-t^{-1} \ln(\gamma t) \sin(at)$
(20)	$\frac{\sin[\beta + \operatorname{arctg}(ap^{-1})]}{(p^2 + \alpha^2)^{1/2}}$	$\sin(\alpha t + \beta)$
(21)	$\frac{\cos[\beta + \operatorname{arctg}(ap^{-1})]}{(p^2 + \alpha^2)^{1/2}}$	$\cos(\alpha t + \beta)$
(22)	$\operatorname{arctg}[2ap(p^2 + \beta^2)^{-1}]$	$2t^{-1} \sin(\alpha t) \cos[(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} t]$

### 5.9. Гиперболические функции

(1)	$\frac{1}{p \operatorname{ch}(ap)}$ ,	$a > 0$	$0,$ $2,$	$4n - 1 < t/a < 4n + 1$ $4n + 1 < t/a < 4n + 3$
(2)	$\frac{1}{p^2 \operatorname{ch}(ap)}$ ,	$a > 0$		$t - (-1)^n (t - 2an),$ $2n - 1 < t/a < 2n + 1$
(3)	$\frac{1}{p \operatorname{sh}(ap)}$ ,	$a > 0$	$2n,$	$2n - 1 < t/a < 2n + 1$
(4)	$\frac{1}{p^2 \operatorname{sh}(ap)}$ ,	$a > 0$	$2n(t - an),$	$2n - 1 < t/a < 2n + 1$
(5)	$\frac{a}{(p^2 + a^2) \operatorname{sh}(2^{-1} \pi a^{-1} p)}$ ,	$a > 0$		$ \cos(at)  - \cos(at)$
(6)	$p^{-1} \operatorname{th}(pa),$	$a > 0$	$(-1)^{n-1},$	$n - 1 < 2^{-1} a^{-1} t < n$
(7)	$p^{-2} \operatorname{th}(ap),$	$a > 0$	$a + (-1)^n (2an - a - t),$	$n - 1 < 2^{-1} a^{-1} t < n$
(8)	$p^{-1} \operatorname{cth}(ap),$	$a > 0$	$2n - 1,$	$n - 1 < 2^{-1} a^{-1} t < n$
(9)	$p^{-2} \operatorname{cth}(ap),$	$a > 0$	$(2n - 1)t - 2an(n - 1),$	$n - 1 < 2^{-1} a^{-1} t < n$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(10)	$a(p^2 + a^2)^{-1} \operatorname{cth}(2^{-1}a^{-1}\pi p),$ $a > 0$	$ \sin(at) $
(11)	$p^{-1/2} \operatorname{sh}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\pi^{-1/2} t^{-1/2} [\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - \cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(12)	$p^{-3/2} \operatorname{sh}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\alpha^{-1/2}\pi^{-1/2} [\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(13)	$p^{-5/2} \operatorname{sh}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\alpha^{-1}\pi^{-1/2} t^{1/2} [\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) + \cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - 2^{-2}\alpha^{-3/2} \times \pi^{-1/2} [\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) + \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(14)	$p^{-\nu-1} \operatorname{sh}(\alpha p^{-1}),$ $\operatorname{Re} \nu > -2$	$2^{-1}\alpha^{-\nu/2} t^{\nu/2} [I_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - J_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(15)	$p^{-1/2} \operatorname{ch}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\pi^{-1/2} t^{-1/2} [\cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) + \operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(16)	$p^{-3/2} \operatorname{ch}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\alpha^{-1/2}\pi^{-1/2} [\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) + \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(17)	$p^{-5/2} \operatorname{ch}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\alpha^{-1}\pi^{-1/2} t^{1/2} [\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - \cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - 2^{-2}\alpha^{-3/2} \times \pi^{-1/2} [\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(18)	$p^{-\nu-1} \operatorname{ch}(\alpha p^{-1}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-1}\alpha^{-\nu/2} t^{\nu/2} [I_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) + J_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(19)	$\frac{1}{\operatorname{ch}(p^{1/2})}$	$-\left[ \frac{\partial}{\partial \nu} \theta_1(\nu/2   i\pi t) \right]_{\nu=0}$
(20)	$\frac{1}{p^{1/2} \operatorname{ch}(p^{1/2})}$	$\hat{\theta}_2(1/2   i\pi t)$

$$\nu = (p^2 - i\alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(21)	$\frac{1}{\text{sh}(p^{1/2})}$	$-\left[ \frac{\partial}{\partial v} \hat{\theta}_4(v/2   i\pi t) \right]_{v=0}$
(22)	$\frac{1}{p^{1/2} \text{sh}(p^{1/2})}$	$\theta_4(0   i\pi t)$
(23)	$p^{-1} \text{th}(p^{1/2})$	$\int_0^1 \hat{\theta}_2(v/2   i\pi t) dv$
(24)	$p^{-1/2} \text{th}(p^{1/2})$	$\theta_2(0   i\pi t)$
(25)	$p^{-1/2} \text{th}(p^{1/2} + a)$	$e^{a^2 t} [\theta_2(at   i\pi t) + \hat{\theta}_3(at   i\pi t)] -$ $-\pi^{-1/2} t^{-1/2}$
(26)	$p^{-1/2} \text{cth}(p^{1/2})$	$\theta_3(0   i\pi t)$
(27)	$\frac{\text{sh}(xp)}{p \text{ch}(ap)}, \quad 0 \leq x \leq a$	$\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n-1/2} \sin[(n-1/2)\pi x/a] \times$ $\times \sin[(n-1/2)\pi t/a]$
(28)	$\frac{\text{ch}(xp)}{p \text{ch}(ap)}, \quad -a \leq x \leq a$	$1 + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-1/2} \cos[(n-1/2)\pi x/a] \times$ $\times \cos[(n-1/2)\pi t/a]$
(29)	$\frac{\text{sh}(xp)}{p^2 \text{ch}(ap)}, \quad 0 \leq x \leq a$	$x + \frac{2a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-1/2)^2} \times$ $\times \sin[(n-1/2)\pi x/a] \times$ $\times \cos[(n-1/2)\pi t/a]$
(30)	$\frac{\text{ch}(xp)}{p^2 \text{ch}(ap)}, \quad -a \leq x \leq a$	$t + \frac{2a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-1/2)^2} \times$ $\times \cos[(n-1/2)\pi x/a] \times$ $\times \sin[(n-1/2)\pi t/a]$
(31)	$\frac{\text{sh}(xp^{1/2})}{\text{sh}(lp^{1/2})}, \quad -l < x < l$	$\frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial x} \theta_4\left(\frac{x}{2l} \middle  \frac{i\pi t}{l^2}\right)$

$$v = (p^2 - ia^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(32)	$\frac{\text{sh}(xp^{1/2})}{p^{1/2} \text{sh}(lp^{1/2})}, \quad -l \leq x \leq l$	$-\frac{1}{l} \hat{\theta}_4\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{int}{l^2}\right)$
(33)	$\frac{\text{sh}(xp^{1/2})}{\text{ch}(lp^{1/2})}, \quad -l < x < l$	$-\frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial x} \hat{\theta}_1\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{int}{l^2}\right)$
(34)	$\frac{\text{sh}(xp^{1/2})}{p^{1/2} \text{ch}(lp^{1/2})}, \quad -l \leq x \leq l$	$-\frac{1}{l} \theta_1\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{int}{l^2}\right)$
(35)	$\frac{\text{ch}(xp^{1/2})}{\text{sh}(lp^{1/2})}, \quad -l \leq x \leq l$	$-\frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial x} \hat{\theta}_4\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{int}{l^2}\right)$
(36)	$\frac{\text{ch}(xp^{1/2})}{p^{1/2} \text{sh}(lp^{1/2})}, \quad -l \leq x \leq l$	$\frac{1}{l} \theta_4\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{int}{l^2}\right)$
(37)	$\frac{\text{ch}(xp^{1/2})}{\text{ch}(lp^{1/2})}, \quad -l \leq x \leq l$	$-\frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial x} \theta_1\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{int}{l^2}\right)$
(38)	$\frac{\text{ch}(xp^{1/2})}{p^{1/2} \text{ch}(lp^{1/2})}, \quad -l \leq x \leq l$	$-\frac{1}{l} \hat{\theta}_1\left(\frac{x}{2l} \mid \frac{t}{l^2}\right)$
(39)	$\frac{1}{p - i\omega} \frac{\text{sh}(xp^{1/2})}{\text{sh}(lp^{1/2})}, \quad l \geq x > 0$	$\frac{\text{sh}(xt^{1/2} \omega^{1/2})}{\text{sh}(lt^{1/2} \omega^{1/2})} e^{i\omega t} +$ $+ 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^n \sin(n\pi l^{-1}x)}{n^2\pi^2 + i\omega l^2} \times$ $\times e^{-n^2\pi^2 l^{-2}t}$
(40)	$\frac{1}{p - i\omega} \frac{\text{ch}(xp^{1/2})}{\text{ch}(lp^{1/2})}$	$\frac{\text{ch}(xt^{1/2} \omega^{1/2})}{\text{ch}(lt^{1/2} \omega^{1/2})} e^{i\omega t} -$ $- 2\pi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1/2)(-1)^n}{(n+1/2)^2\pi^2 + i\omega l^2} \times$ $\times \cos[(n+1/2)\pi l^{-1}x] \times$ $\times \exp[-(n+1/2)^2\pi^2 l^{-2}t]$
(41)	$p^{-1} \text{ars}h(p/\alpha)$	$-J_0(\alpha t)$
(42)	$(p^2 + \alpha^2)^{-1/2} \text{arsh}(p/\alpha)$	$-2^{-1}\pi Y_0(\alpha t)$
(43)	$(p^2 - \alpha^2)^{-1/2} \text{arch}(p/\alpha)$	$K_0(\alpha t)$
(44)	$\text{arch}(p/\alpha)$	$t^{-1} \text{sh}(\alpha t)$
(45)	$p^{-1} (\text{arsh } p)^2$	$\int_t^{\infty} \tau^{-1} Y_0(\tau) d\tau$



## 5.10. Ортогональные многочлены

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(1)	$(p + \beta)^{-n} {}_1P_n \left( \frac{p + \alpha}{p + \beta} \right)$	$\frac{t^n}{n!} e^{-\beta t} L_n [2^{-1} (\beta - \alpha) t]$
(2)	$(p + \beta)^{-\nu} P_n \left( \frac{p + \alpha}{p + \beta} \right),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\frac{t^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)} e^{-\beta t} {}_2F_2 [-n, n + 1; 1, \nu; 2^{-1} (\beta - \alpha) t]$
(3)	$\frac{(p - \alpha - \beta)^n}{p^{n+1}} P_n \left[ \frac{p^2 - (\alpha + \beta)p + 2\alpha\beta}{p(p - \alpha - \beta)} \right]$	$L_n(\alpha t) L_n(\beta t)$
(4)	$n! p^{-1/2} P_n(p^{-1})$	$i^{-n} \pi^{-1} z t^{-1/2} \operatorname{He}_n(2^{1/2} t^{1/2}) \times$ $\times \operatorname{He}_n(i 2^{1/2} t^{1/2})$
(5)	$\frac{(\alpha + \beta - p)^{n/2}}{(\alpha + \beta + p)^{n/2 + 1/2}} \times$ $\times P_n \left\{ \frac{2\alpha^{1/2} \beta^{1/2}}{[(\alpha + \beta)^2 - p^2]^{1/2}} \right\}$	$\frac{e^{-2\alpha t} \operatorname{He}_n(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) \operatorname{He}_n(2\beta^{1/2} t^{1/2})}{n! \pi^{1/2} z t^{1/2}}$
(6)	$(p + \beta)^{-\mu} C_n^\nu \left( \frac{p + \alpha}{p + \beta} \right),$ $\operatorname{Re} \mu > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$\frac{t^{\mu-1} e^{-\beta t}}{n \operatorname{B}(n, 2\nu) \Gamma(\mu)} \times$ $\times {}_2F_2 [-n, n + 2\nu; \mu, \nu + 1/2; 2^{-1} (\beta - \alpha) t]$
(7)	$p^{-n-1/2} e^{-\alpha p} \operatorname{He}_{2n}(2^{1/2} \alpha^{1/2} p^{-1/2})$	$(-2)^n \pi^{-1/2} z t^{-1/2} \cos(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(8)	$p^{-n-1} e^{-\alpha p} \operatorname{He}_{2n+1}(2^{1/2} \alpha^{1/2} p^{-1/2})$	$(-1)^n 2^{n+1/2} \pi^{-1/2} z t^n \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(9)	$p^{-\beta} L_n^\alpha \left( \frac{\lambda}{p} \right),$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{t^{\beta-1} {}_1F_2(-n; \alpha + 1, \beta; \lambda t)}{n \Gamma(\beta) \operatorname{B}(n, \alpha + 1)}$
(10)	$n! p^{-n-\alpha-1} e^{-\lambda/p} L_n^\alpha(\lambda p^{-1}),$ $\operatorname{Re} \alpha > -n - 1$	$\lambda^{-\alpha/2} t^{\alpha/2} + n J_\alpha(2\lambda^{1/2} t^{1/2})$
(11)	$\frac{(p-1)^n e^{-\lambda/p}}{p^{n+\alpha+1}} L_n^\alpha \left[ \frac{\lambda}{p(1-p)} \right],$ $\operatorname{Re} \alpha > -1$	$\lambda^{-\alpha/2} z^{\alpha/2} L_n^\alpha(t) J_\alpha(2\lambda^{1/2} t^{1/2})$
(12)	$n! \operatorname{B}(n + 1/2, p + 1/2) L_n^p(\lambda)$	$(-2)^{-n} (e^t - 1)^{-1/2} \times$ $\times \operatorname{He}_{2n} \{ [2\lambda(1 - e^{-t})]^{1/2} \}$
(13)	$n! \operatorname{B}(n + 3/2, p) L_n^p(\lambda)$	$(-1)^n 2^{-n-1/2} \lambda^{-1/2} \pi^{-1/2} \times$ $\times \operatorname{He}_{2n+1} \{ [2\lambda(1 - e^{-t})]^{1/2} \}$

### 5.11. Гамма-функция, неполные гамма-функции, дзета-функция и родственные им функции

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(1)	$\Gamma(\nu) \Gamma(\alpha\rho); \Gamma(\alpha\rho + \nu),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$\alpha^{-1} (1 - e^{-t/\alpha})^{\nu-1}$
(2)	$2^{1-2\rho} \Gamma(2\rho) [\Gamma(\rho + \lambda + 1/2) \times$ $\times \Gamma(\rho - \lambda + 1/2)]^{-1}$	$\pi^{-1} (1 - e^{-t})^{-1/2} \times$ $\times \cos [2\lambda \arccos(e^{-t/2})]$
(3)	$\frac{2^{p-1} \Gamma(\rho/2 + \nu/2 + 1/2) \Gamma(\rho/2 - \nu/2)}{\pi^{1/2} \Gamma(\rho + \mu + 1)},$ $\operatorname{Re} \mu > -1/2$	$(1 - e^{-2t})^{\mu/2} P_{\nu}^{-\mu}(e^t)$
(4)	$2^{-p} \Gamma(p) [\Gamma(\rho/2 + n/2 + 1/2) \times$ $\times \Gamma(\rho/2 - n/2 + 1/2)]^{-1}$	$\pi^{-1} (1 - e^{-2t})^{-1/2} T_n(e^{-t})$
(5)	$\frac{\Gamma(\rho + \alpha)}{\Gamma(\rho + \beta)} (\gamma + p)_n,$ $\operatorname{Re}(\beta - \alpha) > n$	$\frac{e^{-\alpha t}}{\Gamma(\beta - \alpha - n)} (1 - e^{-t})^{\beta - \alpha - n - 1} \times$ $\times {}_2F_1(-n, \beta - \gamma - n;$ $\beta - \alpha - n; 1 - e^{-t})$
(6)	$\frac{\Gamma[2^{-1}(p - n - \mu)]}{\Gamma[2^{-1}(p + n + \mu) + 1]} \times$ $\times \frac{\Gamma[2^{-1}(p + n - \mu + 1)]}{\Gamma[2^{-1}(p - n + \mu + 1)]},$ $\operatorname{Re} \mu > -1/2$	$\frac{2^{\mu+1} \pi^{1/2}}{\Gamma(\mu + 1/2)} \operatorname{sh}^{\mu} t P_n^{-\mu}(\operatorname{ch} t)$
(7)	$\frac{\Gamma(\rho + \alpha) \Gamma(\rho + \beta)}{\Gamma(\rho + \gamma) \Gamma(\rho + \delta)},$ $\operatorname{Re}(\gamma + \delta - \alpha - \beta) > 0$	$\frac{e^{-\alpha t} (1 - e^{-t})^{\gamma + \delta - \alpha - \beta - 1}}{\Gamma(\gamma + \delta - \alpha - \beta)} \times$ $\times {}_2F_1(\delta - \beta, \gamma - \beta;$ $\gamma + \delta - \alpha - \beta; 1 - e^{-t})$
(8)	$\ln \frac{e^p \Gamma(p)}{2^{1/2} \pi^{1/2} p^{p-1/2}}$	$\frac{1}{t} \left( \frac{1}{1 - e^{-t}} - \frac{1}{t} - \frac{1}{2} \right)$
(9)	$\ln \frac{(\rho + \alpha)^{1/2} \Gamma(\rho + \alpha)}{\Gamma(\rho + \alpha + 1/2)}$	$2^{-1} t^{-1} e^{-\alpha t} \operatorname{th}(t/4)$
(10)	$\ln \frac{\Gamma(\rho + \alpha + 3/4)}{(\rho + \alpha)^{1/2} \Gamma(\rho + \alpha + 1/4)}$	$\frac{e^{-\alpha t}}{2t} \left[ 1 - \frac{1}{\operatorname{ch}(t/4)} \right]$
(11)	$\ln \frac{\Gamma(\rho + \alpha) \Gamma(\rho + \beta + 1/2)}{\Gamma(\rho + \alpha + 1/2) \Gamma(\rho + \beta)}$	$\frac{e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}}{t(1 + e^{-t/2})}$
(12)	$\ln \frac{\Gamma(\rho + \alpha) \Gamma(\rho + \beta + \gamma)}{\Gamma(\rho + \alpha + \gamma) \Gamma(\rho + \beta)}$	$\frac{(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})(1 - e^{-\gamma t})}{t(1 - e^{-t})}$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(13)	$p^{-1}\psi(\alpha p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$-\ln  \gamma(e^{t/\alpha} - 1) $
(14)	$\psi(p/2 + 1/2) - \psi(p/2)$	$2(1 + e^{-t})^{-1}$
(15)	$p^{-1} [\psi(p/2 + 1/2) - \psi(p/2)]$	$2 \ln \left( \frac{1+e^t}{2} \right)$
(16)	$\psi(\alpha p + \beta) - \psi(\alpha p + \gamma), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{-1} (e^{-\gamma t/\alpha} - e^{-\beta t/\alpha}) \times$ $\times (1 - e^{-t/\alpha})^{-1}$
(17)	$\psi(p + \alpha) + \psi(p + \beta) -$ $-\psi(p) - \psi(p + \alpha + \beta)$	$(1 - e^{-\alpha t})(1 - e^{-\beta t})(1 - e^{-t})^{-1}$
(18)	$p^{-1} [\psi(p) - \ln p]$	$\ln [t(e^t - 1)^{-1}]$
(19)	$\psi(p) - \ln p$	$t^{-1} - (1 - e^{-t})^{-1}$
(20)	$\frac{\Gamma(p)\Gamma(\alpha)}{\Gamma(p+\alpha)} [\psi(p+\alpha) - \psi(p)],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$t(1 - e^{-t})^{\alpha-1}$
(21)	$\ln \frac{\Gamma(\alpha p + \beta)}{\Gamma(\alpha p + \lambda)} + (\lambda - \beta) \psi(\alpha p + \delta),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(1 - e^{-t/\alpha})^{-1} \times$ $\times [t^{-1} (e^{-\beta t/\alpha} - e^{-\lambda t/\alpha}) +$ $+ \alpha^{-1} (\beta - \lambda) e^{-\delta t/\alpha}]$
(22)	$\psi^{(n)}(\alpha p)$	$(-\alpha)^{-n-1} t^n (1 - e^{-t/\alpha})^{-1}$
(23)	$p^{-\nu} \gamma(\nu, bp),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, b > 0$	$t^{\nu-1}, \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$
(24)	$p^{-\nu} e^{bp} \gamma(\nu, -bp),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, b > 0$	$(b-t)^{\nu-1}, \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$
(25)	$\gamma(\nu, \alpha/p), \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\alpha^{\nu/2} t^{\nu/2-1} J_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(26)	$p^{\nu-1} e^{\alpha/p} \gamma(\nu, \alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\Gamma(\nu) \alpha^{\nu/2} t^{-\nu/2} I_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(27)	$p^{\nu-3/2} e^{\alpha/p} \gamma(\nu, \alpha/p)$	$\Gamma(\nu) (t/\alpha)^{1/4-\nu/2} \times$ $\times L_{\nu-1/2}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(28)	$p^{\mu} \gamma(\nu, \alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re}(\nu - \mu) > 0$	$t^{-\mu} - 1 \int_0^{\alpha t} u^{\nu/2+\mu/2-1/2} \times$ $\times J_{\nu-\mu-1}(2u^{1/2}) du$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(29)	$\nu \Gamma(\nu - \mu) p^{\mu} e^{\alpha/p} \gamma(\nu, \alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} \mu > 0$	$\alpha^{\nu} t^{\nu-\mu-1} {}_1F_2(1; \nu+1, \nu-\mu; \alpha t)$
(30)	$\gamma[\nu, 2^{-1}(p^2 + \alpha^2)^{1/2} - p/2],$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$t^{\nu/2-1} (t+1)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu}[\alpha t^{1/2} (t+1)^{1/2}]$
(31)	$\alpha^{-p} \gamma(p, \alpha)$	$\exp(-\alpha e^{-t})$
(32)	$\Gamma(\nu, bp), \quad b > 0, \operatorname{Re} \nu < 1$	$0, \quad 0 < t < b$ $\frac{b^{\nu}}{\Gamma(1-\nu)t(t-b)^{\nu}}, \quad t > b$
(33)	$\Gamma(1-\nu) e^{\alpha p} \Gamma(\nu, \alpha p),$ $\operatorname{Re} \nu < 1$	$\alpha^{\nu} (t+\alpha)^{-1} t^{-\nu}$
(34)	$p^{-\nu} \Gamma(\nu, bp), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $t^{\nu-1}, \quad t > b$
(35)	$p^{-\nu} e^{\alpha p} \Gamma(\nu, \alpha p)$	$(t+\alpha)^{\nu-1}$
(36)	$\alpha^{1/2} \Gamma(1-2\nu) e^{\alpha p^2} \Gamma(\nu, \alpha p^2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu < 1$	$4\nu \exp[i\pi(\nu - 1/2) - (4\alpha)^{-1} t^2] \times$ $\times \gamma\left(\frac{1}{2} - \nu, \frac{e^{i\pi} t^2}{4\alpha}\right)$
(37)	$p^{-1/2} e^{2-\alpha p^2} \Gamma(1/4, 2^{-2}\alpha p^2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(1/4) \alpha^{-1/2} t^{1/2} e^{-2-1\alpha-1t^2} \times$ $\times I_{1/4}(2^{-1}\alpha^{-1}t^2)$
(38)	$p^{-2\nu} e^{2-1\alpha^2 p^2} \Gamma(\nu, 2^{-1}\alpha^2 p^2)$	$2^{-1/2} \pi^{-1/2} \Gamma(\nu) \alpha^{2\nu-1} e^{-2-2\alpha-2t^2} \times$ $\times [D_{-2\nu}(-t/\alpha) - D_{-2\nu}(t/\alpha)]$
(39)	$\Gamma(1-\nu) p^{\nu-1} e^{\alpha/p} \Gamma(\nu, \alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu < 1$	$2\alpha^{\nu/2} t^{-\nu/2} K_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(40)	$p^{\nu-3/2} e^{\alpha/p} \Gamma(\nu, \alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu < 3/2$	$\Gamma(\nu) (\alpha/t)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times [I_{1/2-\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) -$ $- L_{\nu-1/2}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(41)	$p^{\mu} \Gamma(\nu, \alpha/p),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) < -1/2, \operatorname{Re} \mu > 0$	$t^{-\mu-1} \int_{\alpha t}^{\infty} u^{\mu/2 + \nu/2 - 1/2} \times$ $\times J_{\nu-\mu-1}(2u^{1/2}) du$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(42)	$\alpha^p \Gamma(-p, \alpha) \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\exp[-\alpha e^t]$
(43)	$p^{-1} \zeta(p)$	$n, \quad \ln n < t \leq \ln(n+1)$
(44)	$p^{-1} \zeta(p+\alpha)$	$\sum_{1 \leq n \leq \exp t} n^{-\alpha}$
(45)	$\Gamma(\alpha) p^{-\alpha} \zeta(p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\sum_{1 \leq n \leq \exp t} (t - \ln n)^{\alpha-1}$
(46)	$\frac{\zeta'(p)}{p \zeta(p)}$	$-\psi(e^t)$
(47)	$\Gamma(\alpha) \zeta(\alpha, \beta p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 1, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\beta^{-\alpha} t^{\alpha-1} (1 - e^{\beta t})^{-1}$

### 5.12. Функция ошибок, интегральная показательная функция и родственные им функции

(1)	$e^{\alpha p^2} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} e^{-2^{-2}\alpha^{-1} t^2}$
(2)	$e^{\alpha p^2} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p + 2^{-1} \alpha^{-1/2} b), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0, b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} e^{-2^{-2}\alpha^{-1} t^2}, \quad t > b$
(3)	$p^{-1} e^{\alpha p^2} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\operatorname{Erf}(2^{-1} \alpha^{-1/2} t)$
(4)	$(p - \alpha)^{-1} e^{p^2} \operatorname{Erfc}(p)$	$e^{\alpha(t-\alpha)} [\operatorname{Erf}(t/2 + \alpha) - \operatorname{Erf}(\alpha)]$
(5)	$1 - \alpha^{1/2} \pi^{1/2} p e^{\alpha p^2} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \alpha^{-1} t e^{-2^{-2}\alpha^{-1} t^2}$
(6)	$p^{-1} (p+1)^{-1} e^{2^{-2} p^2} \operatorname{Erfc}(p/2)$	$e^{t+1/4} [\operatorname{Erf}(t+1/2) - \operatorname{Erf}(1/2)]$
(7)	$p^{-1} e^{p^2} [\operatorname{Erf}(p) - \operatorname{Erf}(p+b)], \quad b > 0$	$\operatorname{Erf}(t/2), \quad 0 < t < 2b$ $\operatorname{Erf}(b), \quad t > 2b$
(8)	$\operatorname{Erfc}(b^{1/2} p^{1/2}), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\pi^{-1} b^{1/2} t^{-1} (t-b)^{-1/2}, \quad t > b$
(9)	$e^{-bp} - \pi^{1/2} b^{1/2} p^{1/2} \operatorname{Erfc}(b^{1/2} p^{1/2}), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $2^{-1} b^{1/2} t^{-3/2}, \quad t > b$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(10)	$p^{-1/2} \operatorname{Erf}(b^{1/2} p^{1/2}), \quad b > 0$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2}, \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$
(11)	$p^{-1/2} \operatorname{Erfc}(b^{1/2} p^{1/2}), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\pi^{-1/2} t^{-1/2}, \quad t > b$
(12)	$e^{\alpha p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$\pi^{-1} \alpha^{1/2} (t + \alpha)^{-1} t^{-1/2}$
(13)	$1 - (\pi \alpha p)^{1/2} e^{\alpha p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$2^{-1} \alpha^{1/2} (t + \alpha)^{-3/2}$
(14)	$p^{-1/2} e^{\alpha p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$\pi^{-1/2} (t + \alpha)^{-1/2}$
(15)	$\Gamma(\nu + 1/2) p^{-\nu} e^{\alpha p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2,  \arg \alpha  < \pi$	$\pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} t^{\nu-1/2} \times$ $\times {}_2F_1(1, 1/2; \nu + 1/2; -t/\alpha)$
(16)	$\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} p^{-1/2})$	$\pi^{-1} t^{-1} \sin(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(17)	$p^{-1/2} e^{\alpha/p} \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} p^{-1/2})$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} \operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(18)	$p^{-3/2} e^{\alpha/p} \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} p^{-1/2})$	$\pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} [\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - 1]$
(19)	$\pi^{1/2} p^{-5/2} e^{\alpha/p} \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} p^{-1/2})$	$\alpha^{-1} t^{1/2} \operatorname{sh}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - \alpha^{-1/2} t -$ $- 2^{-1} \alpha^{-3/2} [\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) - 1]$
(20)	$p^{-1/2} e^{\alpha/p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{-1/2})$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} e^{-2\alpha^{1/2} t^{1/2}}$
(21)	$p^{-3/2} e^{\alpha/p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{-1/2})$	$\alpha^{-1/2} \pi^{-1/2} (1 - e^{-2\alpha^{1/2} t^{1/2}})$
(22)	$p^{-\nu-1} e^{\alpha/p} \operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2} p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$(t/\alpha)^{\nu/2} [I_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) -$ $- L_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})]$
(23)	$p^{-\nu-1} e^{\alpha/p} \operatorname{Erf}(\alpha^{1/2} p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$(t/\alpha)^{\nu/2} L_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(24)	$\operatorname{Ei}(-bp), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $-1/t, \quad t > b$
(25)	$p^{-1} \operatorname{Ei}(-bp), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\ln(bt), \quad t > 0$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(26)	$p^{-1} \text{Ei} [-b(p + \alpha)],$ $b > 0, \alpha \neq 0$	0, $0 < t < b$ $\text{Ei}(-b\alpha) - \text{Ei}(-\alpha t),$ $t > b$
(27)	$p^{-1} [\text{Ei}(-bp) - \ln(\gamma p)],$ $b > 0$	$\ln t,$ $0 < t < b$ $\ln b,$ $t > b$
(28)	$e^{\alpha p} \text{Ei}(-\alpha p),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$-(t + \alpha)^{-1}$
(29)	$p^{-1} e^{\alpha p} \text{Ei}(-\alpha p),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$-\ln(1 + t/\alpha)$
(30)	$-p^{-1} e^{-bp} \overline{\text{Ei}}(bp),$ $b > 0$	$\ln  1 - t/b $
(31)	$p e^{\alpha p} \text{Ei}(-\alpha p) + \alpha^{-1},$ $ \arg \alpha  < \pi$	$(t + \alpha)^{-2}$
(32)	$e^{-bp} + bp \text{Ei}(-bp),$ $b > 0$	0, $0 < t < b$ $bt^{-2},$ $t > b$
(33)	$[\text{Ei}(-p/2)]^2$	0, $0 < t < 1$ $2t^{-1} \ln(2t - 1),$ $t > 1$
(34)	$\text{Ei}(-ap) \text{Ei}(-bp),$ $a, b > 0$	0, $0 < t < a + b$ $t^{-1} \ln  a^{-1} b^{-1} (t - a)(t - b) ,$ $t > a + b$
(35)	$\overline{\text{Ei}}(p) \text{Ei}(-p)$	$t^{-1} \ln  1 - t^2 $
(36)	$e^{bp} [\text{Ei}(-bp)]^2,$ $b > 0$	0, $0 < t < b$ $2(t + b)^{-1} \ln(t/b),$ $t > b$
(37)	$e^{bp} \{[\text{Ei}(-bp)]^2 -$ $- 2 \ln b \text{Ei}(-2bp)\},$ $b > 0$	0, $0 < t < b$ $2(t + b)^{-1} \ln t,$ $t > b$
(38)	$e^{(\alpha + \beta)p} \text{Ei}(-\alpha p) \text{Ei}(-\beta p),$ $ \arg(\alpha + \beta)  < \pi$	$(t + \alpha + \beta)^{-1} \times$ $\times \ln[\alpha^{-1} \beta^{-1} (t + \alpha)(t + \beta)]$
(39)	$e^{(\alpha + \beta)p} [\text{Ei}(-\alpha p) \text{Ei}(-\beta p) -$ $-\ln(\alpha\beta) \text{Ei}(-\alpha p - \beta p)],$ $ \arg(\alpha + \beta)  < \pi$	$(t + \alpha + \beta)^{-1} \ln[(t + \alpha)(t + \beta)]$
(40)	$\exp(2^{-2} \alpha^{-2} p^2) \text{Ei}(-2^{-2} \alpha^{-2} p^2),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$2i\pi^{-1/2} \alpha e^{-\alpha^2 t^2} \text{Erf}(iat)$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(41)	$p^{-1} \text{Ei}(-p^{-1})$	$2J_0(2t^{1/2})$
(42)	$p^{-\nu-1} \text{Ei}(-ap^{-1}),$ $\text{Re } \nu > -1, \text{Re } a > 0$	$2t^{\nu} \int_0^{\alpha^{1/2} t^{1/2}} u^{-\nu-1} J_{\nu}(2u) du$
(43)	$-p^{-1} e^{a/p} \text{Ei}(-ap^{-1})$	$2K_0(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(44)	$p^{-\nu-1} e^{a/p} \text{Ei}(-ap^{-1}),$ $\text{Re } \nu > -1$	$t^{\nu} \int_0^{\alpha t} u^{-\nu/2-1} J_{\nu}[2(u-\alpha t)^{1/2}] du$
(45)	$\text{ci}(\alpha p) \cos(\alpha p) - \text{si}(\alpha p) \sin(\alpha p),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$t(t^2 + \alpha^2)^{-1}$
(46)	$\text{ci}(\alpha p) \sin(\alpha p) + \text{si}(\alpha p) \cos(\alpha p),$ $\text{Re } \alpha > 0$	$-\alpha(t^2 + \alpha^2)^{-1}$
(47)	$p^{-1} [\text{ci}(\alpha p) \cos(\alpha p) -$ $- \text{si}(\alpha p) \sin(\alpha p)],$ $\text{Re } \alpha > 0$	$2^{-1} \ln(1 + t^2/\alpha^2)$
(48)	$p^{-1} [\text{ci}(\alpha p) \sin(\alpha p) +$ $+ \text{si}(\alpha p) \cos(\alpha p)],$ $\text{Re } \alpha > 0$	$-\text{arctg}(t/\alpha)$
(49)	$[\text{ci}(\alpha p)]^2 + [\text{si}(\alpha p)]^2$	$t^{-1} \ln(1 + t^2/\alpha^2)$
(50)	$^{1/2} - \cos(2^{-2} p^2) C(2^{-2} p^2) -$ $- \sin(2^{-2} p^2) S(2^{-2} p^2)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \sin(t^2)$
(51)	$2^{-1} \cos(2^{-1} p^2) -$ $- \cos(2^{-2} p^2) S(2^{-2} p^2) +$ $+ \sin(2^{-2} p^2) C(2^{-2} p^2)$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} \cos(t^2)$
(52)	$[^{1/2} - C(2^{-2} p^2)]^2 +$ $+ [^{1/2} - S(2^{-2} p^2)]^2$	$2\pi^{-1} t^{-1} \sin(t^2)$



## 5.13. Функции Лежандра

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(1)	$\pi p^{-1} P_{\nu}(p), \quad 0 < \operatorname{Re} \nu < 1$	$-t^{-1} \sin(\nu\pi) W_{0, \nu+1/2}(2t)$
(2)	$s^{\mu} P_{\nu}^{\mu}\left(\frac{p}{\alpha}\right),$ $\operatorname{Re} \mu - 1 < \operatorname{Re} \nu < -\operatorname{Re} \mu$	$\frac{2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{-\mu-1/2} K_{\nu+1/2}(\alpha t)}{\pi^{1/2} \Gamma(-\mu+\nu+1) \Gamma(-\mu-\nu)}$
(3)	$s^{-\mu} Q_{\nu}^{\mu}\left(\frac{p}{\alpha}\right), \quad \operatorname{Re}(\mu+\nu) > -1$	$\frac{\pi^{1/2} \alpha^{1/2} \sin[(\mu+\nu)\pi]}{2^{1/2} \sin(\nu\pi)} \times$ $\times t^{\mu-1/2} I_{\nu+1/2}(\alpha t)$
(4)	$Q_{\nu}\left(\frac{p^2 + \alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta}\right),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\pi \alpha^{1/2} \beta^{1/2} J_{\nu+1/2}(\alpha t) J_{\nu+1/2}(\beta t)$
(5)	$\Gamma(-2\nu) p^{\nu} (\alpha^2 - p^2)^{\nu/2} P_{\nu}^{\nu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu < 0$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} (t/\alpha)^{-\nu-1/2} \times$ $\times [I_{-\nu-1/2}(\alpha t) - L_{-\nu-1/2}(\alpha t)]$
(6)	$\Gamma(-2\nu) p^{\nu+1} (\alpha^2 - p^2)^{\nu/2} P_{\nu}^{\nu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu < -1/2$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} \alpha (t/\alpha)^{-\nu-1/2} \times$ $\times [I_{-\nu-3/2}(\alpha t) - L_{-\nu-3/2}(\alpha t)]$
(7)	$p^{-\nu/2-1/2} (p-\alpha)^{\mu/2} P_{\nu}^{\mu}(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \mu < 1, \operatorname{Re}(\nu-\mu) > -1$	$\frac{t^{2-1} (\nu-\mu-1) e^{3-1\alpha t} D_{\mu+\nu}(2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})}{\pi^{1/2} 2^{2-1} (\mu-\nu-1) \Gamma(\nu-\mu+1)}$
(8)	$s^{-\nu-1} P_{\nu}^{\mu}(p/s),$ $\operatorname{Re}(\nu-\mu) > -1$	$[\Gamma(\nu-\mu+1)]^{-1} t^{\nu} I_{-\mu}(\alpha t)$
(9)	$s^{-\nu-1} Q_{\nu}^{\mu}(p/s),$ $\operatorname{Re}(\nu \pm \mu) > -1$	$\frac{\sin(\mu+\nu)\pi}{\sin(\nu\pi)} \frac{t^{\nu} K_{\mu}(\alpha t)}{\Gamma(\nu-\mu+1)}$
(10)	$p^{-\lambda} Q_{2\nu}(p^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\lambda+\nu) > -1/2$	$\frac{\pi^{1/2} \Gamma(2\nu+1) t^{\lambda+\nu-1/2}}{2^{2\nu+1} \Gamma(2\nu+3/2) \Gamma(\lambda+\nu+1/2)} \times$ $\times {}_2F_2(\nu+1/2, \nu+1; 2\nu+3/2,$ $\lambda+\nu+1/2; t)$
(11)	$p^{-1/2} [P_{-1/4}^{\mu}(r/p)]^2,$ $\operatorname{Re} \mu < 1/4$	$2^{1/2-\mu} [\Gamma(1/2-2\mu)]^{-1} t^{-1/2} \times$ $\times [J_{-\mu}(2^{-1}\alpha t)]^2$

$$s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(12)	$2^{-1/2} \pi^{1/2} p^{-1/2} P_{-1/4}^{\mu}(r/p) \times$ $\times P_{-1/4}^{-\mu}(r/p)$	$t^{-1/2} J_{\mu}(2^{-1} \alpha t) J_{-\mu}(2^{-1} \alpha t)$
(13)	$\alpha r^{-1} p^{-1/2} P_{1/4}^{\mu}(r/p) P_{-1/4}^{-\mu}(r/p),$ $\operatorname{Re} \mu < 3/4$	$2^{3/2} - \mu [\Gamma(3/2 - 2\mu)]^{-1} t^{1/2} \times$ $\times [J_{-\mu}(2^{-1} \alpha t)]^2$
(14)	$\frac{\Gamma(p - \mu + \nu + 1) \Gamma(p - \mu - \nu)}{\Gamma(p + 1)} \times$ $\times \left(\frac{\alpha}{\alpha - 2}\right)^{p/2} P_{\nu}^{\mu - p}(\alpha - 1),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \mu > -1$	$[(e^t - 1) \left(\frac{\alpha e^t}{\alpha - 2} - 1\right)]^{\mu/2} \times$ $\times P_{\nu}^{-\mu}(\alpha e^t + 1 - \alpha)$
(15)	$\Gamma(1/2 - \mu) Q_{p-1/2}^{\mu}(\operatorname{ch} a),$ $\operatorname{Re} \mu < 1/2, a > 0$	$0, \quad 0 < t < a$ $2^{-1/2} \pi^{1/2} e^{\mu \pi i} (\operatorname{sh} a)^{\mu} \times$ $\times (\operatorname{ch} t - \operatorname{ch} a)^{-\mu - 1/2}, \quad t > a$
(16)	$\Gamma(1/2 - \mu) e^{\alpha p} Q_{p-1/2}^{\mu}(\operatorname{ch} \alpha),$ $\operatorname{Re} \mu < 1/2,  \arg \alpha  < \pi$	$\pi^{1/2} 2^{-\mu - 1} e^{\mu \pi i} \operatorname{sh}^{\mu} \alpha \times$ $\times [\operatorname{sh}(t/2) \operatorname{sh}(\alpha + t/2)]^{-\mu - 1/2}$
(17)	$2^{p-1} e^{(p-\alpha)\pi i} \times$ $\times (\mu^2 - 1)^{(p-\alpha)/2} \times$ $\times \Gamma(p) Q_{p-1}^{\alpha}(\mu)$	$\Gamma(\alpha) (1 - e^{-t})^{-1/2} \times$ $\times \{[\mu + (1 - e^{-t})^{1/2}]^{-\alpha} +$ $+ [\mu - (1 - e^{-t})^{1/2}]^{-\alpha}\}$
(18)	$\pi^{1/2} 2^{p+1/2} \Gamma(p) (\mu^2 - 1)^{1/4 - p/2} \times$ $\times P_{\alpha+p-1/2}^{1/2-p}(\mu)$	$(1 - e^{-t})^{-1/2} \times$ $\times \{[\mu + (\mu^2 - 1)^{1/2} (1 - e^{-t})^{1/2}]^{\alpha} +$ $+ [\mu - (\mu^2 - 1)^{1/2} (1 - e^{-t})^{1/2}]^{\alpha}\}$
(19)	$\frac{\pi^{1/2} \Gamma(2p) \Gamma(2\nu + 1)}{2^{p+\nu-1} \Gamma(p + \nu + 1/2)} e^{-pa} \times$ $\times P_{\nu-p}^{-\nu-p}[(1 - e^{-2a})^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a > 0$	$0, \quad 0 < t < 2a$ $e^{\nu a} (1 - e^{-t})^{-1/2} \times$ $\times [e^{-\alpha} (1 - e^{-t})^{1/2} -$ $- e^{-t/2} (1 - e^{-2a})^{1/2}]^{2\nu}, \quad t > 2a$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$$

## 5.14. Функции Бесселя

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(1)	$\pi e^{-ap} [2^{-1}\pi Y_0(ia p) - J_0(ia p) \ln(\gamma/2)], \quad a > 0$	$\frac{\ln  4t(2a-t)/a^2 }{t^{1/2}(2a-t)^{1/2}}, \quad 0 < t < 2a$ $0, \quad t > 2a$
(2)	$\cos(\alpha p) J_0(\alpha p) + \sin(\alpha p) Y_0(\alpha p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{2^{3/2} \alpha [t + (t^2 + 4\alpha^2)^{1/2}]^{-1/2}}{\pi t^{1/2} (t^2 + 4\alpha^2)^{1/2}}$
(3)	$\sin(\alpha p) J_0(\alpha p) - \cos(\alpha p) Y_0(\alpha p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{2^{1/2} [t + (t^2 + 4\alpha^2)^{1/2}]^{1/2}}{\pi t^{1/2} (t^2 + 4\alpha^2)^{1/2}}$
(4)	$\cos(\alpha p) J_1(\alpha p) + \sin(\alpha p) Y_1(\alpha p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$-\frac{2^{5/2} \alpha^2 [t + (t^2 + 4\alpha^2)^{1/2}]^{-3/2}}{\pi t^{1/2} (t^2 + 4\alpha^2)^{1/2}}$
(5)	$\sin(\alpha p) J_1(\alpha p) - \cos(\alpha p) Y_1(\alpha p), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{1}{2^{1/2} \pi \alpha} \frac{[t + (t^2 + 4\alpha^2)^{1/2}]^{3/2}}{t^{1/2} (t^2 + 4\alpha^2)^{1/2}}$
(6)	$p^{-\nu} [\cos(\alpha p) J_{\nu}(\alpha p) + \sin(\alpha p) Y_{\nu}(\alpha p)], \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$-\frac{2t^{\nu-1/2} (t^2 + 4\alpha^2)^{\nu/2-1/4}}{\pi^{1/2} (2\alpha)^{\nu} \Gamma(\nu+1/2)} \times$ $\times \sin[(\nu-1/2) \operatorname{arctg}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]$
(7)	$p^{-\nu} [\sin(\alpha p) J_{\nu}(\alpha p) - \cos(\alpha p) Y_{\nu}(\alpha p)], \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{2t^{\nu-1/2} (t^2 + 4\alpha^2)^{\nu/2-1/4}}{\pi^{1/2} (2\alpha)^{\nu} \Gamma(\nu+1/2)} \times$ $\times \cos[(\nu-1/2) \operatorname{arctg}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]$
(8)	$p^{-\nu} [\cos(\alpha p - \beta) J_{\nu}(\alpha p) + \sin(\alpha p - \beta) Y_{\nu}(\alpha p)], \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{2t^{\nu-1/2} (t^2 + 4\alpha^2)^{\nu/2-1/4}}{\pi^{1/2} (2\alpha)^{\nu} \Gamma(\nu+1/2)} \times$ $\times \sin[(1/2 - \nu) \operatorname{arctg}(2^{-1}\alpha^{-1}t) + \beta]$
(9)	$p^{-\nu} e^{-iap} H_{\nu}^{(1)}(\alpha p), \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2$ $-\pi/2 < \arg \alpha < 3\pi/2$	$-i \frac{2(t^2 - 2ait)^{\nu-1/2}}{\pi^{1/2} (2\alpha)^{\nu} \Gamma(\nu+1/2)}$
(10)	$\Gamma(\nu+1/2) p^{-\nu} e^{iap} H_{\nu}^{(2)}(\alpha p), \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2,$ $-3\pi/2 < \arg \alpha < \pi/2$	$i\pi^{-1/2} 2^{1-\nu} \alpha^{-\nu} (t^2 + 2ait)^{\nu-1/2}$
(11)	$p^{-1} J_{\nu}(2\alpha/p), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$J_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) I_{\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(12)	$\Gamma(\nu+1) \Gamma(\lambda) p^{\nu-\lambda} J_{\nu}(4\alpha/p), \quad \operatorname{Re} \lambda > 0$	$(2\alpha)^{\nu} t^{\lambda-1} {}_0F_3(\nu+1, \lambda/2, \lambda/2 + 1/2; -\alpha^2 t^2)$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(13)	$p^{-1} e^{(\alpha^2 - \beta^2) p^{-1}} J_{\nu}(2\alpha\beta p^{-1}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$J_{\nu}(2\beta t^{1/2}) J_{\nu}(2\alpha t^{1/2})$
(14)	$(p^2 + 1)^{-1/2} e^{-\alpha p (p^2 + 1)^{-1}} \times$ $\times J_{\nu}\left(\frac{\alpha}{p^2 + 1}\right), \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$J_{\nu}(t) J_{2\nu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(15)	$p^{-\mu} J_{\nu}(p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu/2) > 0$	$\frac{t^{\mu + \nu/2 - 1} {}_0F_2(\mu + \nu/2, \nu + 1; -t/4)}{2^{\nu} \Gamma(\mu + \nu/2) \Gamma(\nu + 1)}$
(16)	$(p^2 + \alpha^2)^{-\nu/2} e^{ip} \times$ $\times H_{\nu}^{(2)}[(p^2 + \alpha^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$i^{2^{1/2} \pi - 1/2} \alpha^{1/2 - \nu} \times$ $\times (t^2 + 2it)^{\nu/2 - 1/4} \times$ $\times J_{\nu - 1/2}[\alpha (t^2 + 2it)^{1/2}]$
(17)	$\Gamma(p + 1/2) (\alpha/2)^{-p} J_p(\alpha)$	$\pi^{-1/2} (e^t - 1)^{-1/2} \times$ $\times \cos[\alpha (1 - e^{-t})^{1/2}]$
(18)	$\Gamma(p) (\alpha/2)^{-p} J_{p+\mu}(\alpha),$ $\operatorname{Re} \mu > -1$	$(1 - e^{-t})^{\mu/2} J_{\mu}[\alpha (1 - e^{-t})^{1/2}]$
(19)	$p^{1/2} [J_{\nu+1/4}(\alpha p) J_{\nu-1/4}(\alpha p) +$ $+ Y_{\nu+1/4}(\alpha p) Y_{\nu-1/4}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi/2)^{-3/2} (t^2 + 4\alpha^2 t)^{-1/2} \times$ $\times e^{2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}$
(20)	$p^{1/2} [J_{1/4+\nu}(\alpha p) J_{1/4-\nu}(\alpha p) +$ $+ Y_{1/4+\nu}(\alpha p) Y_{1/4-\nu}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi/2)^{-3/2} (t^2 + 4\alpha^2 t)^{-1/2} \times$ $\times \{\cos[(\nu + 1/4)\pi] \times$ $\times e^{-2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)} +$ $+ \sin[(\nu + 1/4)\pi] \times$ $\times e^{2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}\}$
(21)	$p^{1/2} [J_{\nu+1/4}(\alpha p) Y_{\nu-1/4}(\alpha p) -$ $- J_{\nu-1/4}(\alpha p) Y_{\nu+1/4}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi/2)^{-3/2} (t^2 + 4\alpha^2 t)^{-1/2} \times$ $\times e^{-2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}$
(22)	$p^{1/2} [J_{1/4+\nu}(\alpha p) Y_{1/4-\nu}(\alpha p) -$ $- J_{1/4-\nu}(\alpha p) Y_{1/4+\nu}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi/2)^{-3/2} (t^2 + 4\alpha^2 t)^{-1/2} \times$ $\times \{\sin[(\nu + 1/4)\pi] \times$ $\times e^{-2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)} -$ $- \cos[(\nu + 1/4)\pi] \times$ $\times e^{2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}\}$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(23)	$J_{\nu-p}(\alpha) Y_{-\nu-p}(\alpha) -$ $- J_{-\nu-p}(\alpha) Y_{\nu-p}(\alpha),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0,  \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$2\pi^{-2} \sin(2\nu\pi) K_{2\nu} [2\alpha \operatorname{sh}(t/2)]$
(24)	$J_p(\alpha) \frac{\partial Y_p(\alpha)}{\partial p} - Y_p(\alpha) \frac{\partial J_p(\alpha)}{\partial p},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$-\frac{2}{\pi} K_0 [2\alpha \operatorname{sh}(t/2)]$
(25)	$\rho^{1/2} H_{1/8}^{(1)}\left(\frac{\rho^2}{a}\right) H_{1/8}^{(2)}\left(\frac{\rho^2}{a}\right),$ $a > 0$	$a \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \frac{(2t)^{1/2}}{\pi^{1/2}} J_{1/8}\left(\frac{at^2}{16}\right) \times$ $\times J_{-1/8}\left(\frac{at^2}{16}\right)$
(26)	$\rho^{-1/2} H_{\nu}^{(1)}(2^{-1}\alpha^{-1}\rho) \times$ $\times H_{\nu}^{(2)}(2^{-1}\alpha^{-1}\rho)$	$2\alpha (2t/\pi)^{1/2} \times$ $\times P_{\nu-1/4}^{1/4} [(1 + \alpha^2 t^2)^{1/2}] \times$ $\times P_{\nu-1/4}^{-1/4} [(1 + \alpha^2 t^2)^{1/2}]$
(27)	$\rho^{1/2} H_{1/2+\nu}^{(1)}(\alpha\rho) H_{1/2-\nu}^{(2)}(\alpha\rho),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$4  \pi^3 t (t^2 + 4\alpha^2) ^{-1/2} e^{-\nu\pi i} \times$ $\times \{ \operatorname{ch} [2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)] +$ $+ i \operatorname{sh} [2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)] \}$
(28)	$\pi \Gamma(2\lambda + 2) e^{(\mu-\nu)\pi i} \pi i p^{-2\lambda} \times$ $\times H_{2\mu}^{(1)}(\rho/\alpha) H_{2\nu}^{(2)}(\rho/\alpha),$ $\operatorname{Re} \lambda > -1/2$	$2(2\lambda + 1) \alpha t^{2\lambda} \times$ $\times {}_4F_3\left(\begin{matrix} 1/2 + \mu + \nu, 1/2 - \mu + \nu, \\ 1/2 + \mu - \nu, 1/2 - \mu - \nu; \\ 1/2, \lambda + 1/2, \lambda + 1; -2^{-2}\alpha^2 t^2 \end{matrix}\right) +$ $+ i4\alpha^2 (\mu^2 - \nu^2) t^{2\lambda+1} \times$ $\times {}_4F_3\left(\begin{matrix} 1 + \mu + \nu, 1 + \nu - \mu, \\ 1 - \mu - \nu, 1 + \mu - \nu; 3/2, \lambda + 1, \\ \lambda + 3/2; -2^{-2}\alpha^2 t^2 \end{matrix}\right)$
(29)	$\Gamma(2\nu + 1/2) \rho^{-2\nu} H_{2\nu}^{(1)}(\alpha^{1/2} \rho^{1/2}) \times$ $\times H_{2\nu}^{(2)}(\alpha^{1/2} \rho^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/4$	$2\alpha^{-\nu-1/2} t^{2\nu-1/2} e^{\nu-1} \alpha t^{-1} W_{\nu, \nu}(\alpha/t)$
(30)	$\rho^{1/2} [H_{\nu}^{(1)}(\alpha^{1/2} \rho^{1/2}) \times$ $\times H_{\nu+1}^{(2)}(\alpha^{1/2} \rho^{1/2}) +$ $+ H_{\nu+1}^{(1)}(\alpha^{1/2} \rho^{1/2}) H_{\nu}^{(2)}(\alpha^{1/2} \rho^{1/2})]$	$\alpha^{-1/2} \pi^{-3/2} (4\nu + 2) e^{2-1} \alpha t^{-1} \times$ $\times W_{-1/2, \nu+1/2}(\alpha/t)$

### 5.15. Модифицированные функции Бесселя от аргументов $kp$ и $kp^2$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(1)	$e^{-bp} I_0(bp), \quad b > 0$	$\pi^{-1} (2bt - t^2)^{-1/2}, \quad 0 < t < 2b$ $0, \quad t > 2b$
(2)	$\pi b e^{-bp} I_1(bp), \quad b > 0$	$(b - t) (2bt - t^2)^{-1/2}, \quad 0 < t < 2b$ $0, \quad t > 2b$
(3)	$e^{-2^{-1}(a+b)p} I_n [2^{-1}(b-a)p], \quad b > a \geq 0$	$0, \quad 0 < t < a$ $\frac{\cos(n \arccos \frac{2t-a-b}{b-a})}{\pi (t-a)^{1/2} (b-t)^{1/2}}, \quad a < t < b$ $0, \quad t > b$
(4)	$\frac{\pi^{3/2} e^{-bp/2} p^\nu}{\Gamma(\nu + 1/2) b^\nu} I_\nu(2^{-1}bp), \quad \text{Re } \nu < 1/2, b > 0$	$\cos(2\pi\nu) (bt - t^2)^{-\nu - 1/2}, \quad 0 < t < b$ $-\sin(2\pi\nu) (t^2 - bt)^{-\nu - 1/2}, \quad t > b$
(5)	$\pi^{1/2} \Gamma(\nu + 1/2) e^{-bp/2} \times$ $\times b^\nu p^{-\nu} I_\nu(2^{-1}bp), \quad \text{Re } \nu > -1/2, b > 0$	$(bt - t^2)^{\nu - 1/2}, \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$
(6)	$\Gamma(2\nu + n) e^{-bp/2} \times$ $\times b^\nu p^{-\nu} I_{\nu+n}(2^{-1}bp), \quad \text{Re } \nu > -1/2, b > 0$	$\frac{(-1)^n n! \Gamma(\nu) 2^{2\nu}}{\pi (bt - t^2)^{1/2 - \nu}} C_n^\nu(2tb^{-1} - 1), \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$
(7)	$\frac{\Gamma(2\nu) p^{-\nu} I_\nu(ap)}{\text{sh}(ap)}, \quad a > 0, \text{Re } \nu > -1/2$	$\pi^{-1} 2^\nu a^{-\nu} \Gamma(\nu) [2a(t - 2ak) - (t - 2ak)^2]^{-\nu - 1/2}, \quad k=0, 1, 2, \dots$ $2ak < t < 2a(k+1)$
(8)	$K_0(bp), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $y^{-1}, \quad t > b$

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(9)	$p^{-1}K_0(bp), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\text{arch}(t/b), \quad t > b$
(10)	$K_1(bp), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $b^{-1}ty^{-1}, \quad t > b$
(11)	$p^{-1}K_1(bp), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $b^{-1}y, \quad t > b$
(12)	$K_\nu(bp), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $y^{-1} \text{ch}[\nu \text{arch}(t:b)], \quad t > b$
(13)	$p^{-1}K_\nu(bp), \quad b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\nu^{-1} \text{sh}[\nu \text{arch}(t:b)], \quad t > b$
(14)	$\Gamma(\nu + 1/2) p^{-\nu} K_\nu(bp),$ $b > 0, \text{Re } \nu > -1/2$	$0, \quad 0 < t < b$ $2^{-\nu} \pi^{1/2} b^{-\nu} y^{2\nu-1}, \quad t > b$
(15)	$2^{2\mu} \Gamma(2\mu + 1/2) (p'b)^{-2\mu} K_{2\nu}(bp),$ $\text{Re } \mu > -1/4, b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\pi^{1/2} y^{4\mu-1} \times$ $\times {}_2F_1(\mu - \nu, \mu + \nu; 2\mu + 1/2;$ $1 - t^2/b^2),$ $t > b$
(16)	$e^{\alpha p} K_0(\alpha p), \quad  \arg \alpha  < \pi$	$(t^2 + 2\alpha t)^{-1/2}$
(17)	$e^{\alpha p} K_1(\alpha p), \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\alpha^{-1} (t + \alpha) (t^2 + 2\alpha t)^{-1/2}$
(18)	$e^{\alpha p} K_\nu(\alpha p), \quad  \arg \alpha  < \pi$	$(t^2 + 2\alpha t)^{-1/2} \text{ch}[\nu \text{arch}(1 + t/\alpha)]$
(19)	$p^{-1} e^{\alpha p} K_0(\alpha p), \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\text{arch}(1 + t/\alpha)$
(20)	$p^{-1} e^{\alpha p} K_1(\alpha p), \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\alpha^{-1} (t^2 + 2\alpha t)^{-1/2}$
(21)	$p^{-1} e^{\alpha p} K_\nu(\alpha p), \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\nu^{-1} \text{sh}[\nu \text{arch}(1 + t/\alpha)]$
(22)	$p^{-\nu} e^{\alpha p} K_\nu(\alpha p),$ $\text{Re } \nu > -1/2,  \arg \alpha  < \pi$	$\pi^{1/2} [\Gamma(\nu + 1/2)]^{-1} \times$ $\times (2\alpha)^{-\nu} (t^2 + 2\alpha t)^{\nu-1/2}$
(23)	$p^\mu e^{\alpha p} K_\nu(\alpha p),$ $\text{Re } \mu < 1/2,  \arg \alpha  < \pi$	$2^{-1/2} \pi^{1/2} \alpha^{-1/2} \times$ $\times (t^2 + 2\alpha t)^{-\mu/2 - 1/4} \times$ $\times P_{\nu - 1/2}^{\mu + 1/2}(1 + t/\alpha)$

$$y = (t^2 - b^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(24)	$e^{\alpha p^2} K_0(\alpha p^2), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1/2} \alpha^{-1/2} \pi^{1/2} \times$ $\times \exp\left(-\frac{t^2}{16\alpha}\right) I_0\left(\frac{t^2}{16\alpha}\right)$
(25)	$p^{1/2} e^{\alpha p^2} K_{1/4}(\alpha p^2), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(2\alpha t)^{-1/2} \exp\left(-\frac{t^2}{8\alpha}\right)$
(26)	$p^{-1/2} e^{\alpha p^2} K_{1/4}(\alpha p^2), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(8\alpha)^{-1/4} \gamma\left(\frac{1}{4}, \frac{t^2}{8\alpha}\right)$
(27)	$\Gamma(4\nu + 1) p^{-4\nu} e^{\alpha p^2} K_{2\nu}(\alpha p^2),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/4, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{3\nu+1} \pi^{1/2} \alpha^{\nu} t^{2\nu-1} \times$ $\times \exp\left(-\frac{t^2}{16\alpha}\right) M_{-3\nu, \nu}\left(\frac{t^2}{8\alpha}\right)$

## 5.16. Модифицированные функции Бесселя других аргументов

(1)	$I_{\nu}(2\alpha^{1/2} p), \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$\alpha^{1/2} t^{-1/2} Z_{\nu}^{(b)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(2)	$p I_{\nu}(2\alpha/p), \quad \operatorname{Re} \nu > 1$	$\alpha^2 V_{\nu}^{(b)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(3)	$p^{-1} I_{\nu}(2\alpha/p), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$X_{\nu}^{(b)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(4)	$p^{-2} I_{\nu}(2\alpha/p), \quad \operatorname{Re} \nu > -2$	$\alpha^{-1/2} t^{1/2} W_{\nu}^{(b)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(5)	$p^{-\lambda} J_{\nu}\left(\frac{2\alpha}{p}\right), \quad \operatorname{Re}(\lambda + \nu) > 0$	$\frac{\alpha^{\nu} t^{\lambda+\nu-1}}{\Gamma(\nu+1)\Gamma(\lambda+\nu)} \times$ $\times {}_0F_3\left(\nu+1, \frac{\lambda+\nu}{2}, \frac{\lambda+\nu+1}{2}; \frac{1}{4} \alpha^2 t^2\right)$
(6)	$p^{-1/2} e^{\alpha/p} I_{1/4}(\alpha/p)$	$\pi^{-1} (2\alpha)^{-1/4} t^{-3/4} \operatorname{sh}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(7)	$p^{-1/2} e^{-\alpha/p} I_{1/4}(\alpha/p)$	$\pi^{-1} (2\alpha)^{-1/4} t^{-3/4} \sin[(8\alpha t)^{1/2}]$
(8)	$p^{-1/2} e^{\alpha/p} I_{-1/4}(\alpha/p)$	$\pi^{-1} (2\alpha)^{-1/4} t^{-3/4} \operatorname{ch}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(9)	$p^{-1/2} e^{-\alpha/p} I_{-1/4}(\alpha/p)$	$\pi^{-1} (2\alpha)^{-1/4} t^{-3/4} \cos[(8\alpha t)^{1/2}]$
(10)	$\pi p^{-1/2} e^{\alpha/p} I_{3/4}(\alpha/p)$	$2^{-1/4} \alpha^{-1/4} t^{-3/4} \operatorname{ch}[(8\alpha t)^{1/2}] -$ $- 2^{-7/4} \alpha^{-3/4} t^{-5/4} \operatorname{sh}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(11)	$p^{-1/2} e^{-\alpha/p} I_{3/4}(\alpha/p)$	$2^{-7/4} \alpha^{-3/4} t^{-5/4} \sin[(8\alpha t)^{1/2}] -$ $- 2^{-1/4} \alpha^{-1/4} t^{-3/4} \cos[(8\alpha t)^{1/2}]$



	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(12)	$\pi p^{-1/2} e^{\alpha^2/p} I_{-3/4}(\alpha/p)$	$2^{-1/4} \alpha^{-1/4} t^{-3/4} \operatorname{sh} [(8\alpha t)^{1/2}] -$ $- 2^{-7/4} \alpha^{-3/4} t^{-5/4} \operatorname{ch} [(8\alpha t)^{1/2}]$
(13)	$\pi p^{-1/2} e^{-\alpha^2/p} I_{-3/4}(\alpha/p)$	$- 2^{-1/4} \alpha^{-1/4} t^{-3/4} \sin [(8\alpha t)^{1/2}] -$ $- 2^{-7/4} \alpha^{-3/4} t^{-5/4} \cos [(8\alpha t)^{1/2}]$
(14)	$p^{-1} e^{\alpha/p} I_{\nu}(\alpha/p), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\{I_{\nu} [(2\alpha t)^{1/2}]\}^2$
(15)	$p^{-1} e^{-\alpha/p} I_{\nu}(\alpha/p), \quad \operatorname{Re} \nu > -1$	$\{J_{\nu} [(2\alpha t)^{1/2}]\}^2$
(16)	$p^{-1/2} e^{\alpha^2/p} I_{\nu}(\alpha/p), \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$(\pi t)^{-1/2} I_{2\nu} [(8\alpha t)^{1/2}]$
(17)	$p^{-1/2} e^{-\alpha^2/p} I_{\nu}(\alpha/p), \quad \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$(\pi t)^{-1/2} J_{2\nu} [(8\alpha t)^{1/2}]$
(18)	$p^{-\lambda} e^{\alpha/p} I_{\nu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re}(\lambda + \nu) > 0$	$\frac{2^{-\nu} \alpha^{\nu} \Gamma(\lambda + \nu - 1)}{\Gamma(\nu - 1) \Gamma(\lambda + \nu)} \times$ $\times {}_1F_2(\nu + 1/2; 2\nu + 1, \lambda + \nu; 2\alpha t)$
(19)	$p^{-\lambda} e^{-\alpha/p} I_{\nu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re}(\lambda + \nu) > 0$	$\frac{2^{-\nu} \alpha^{\nu} \Gamma(\lambda + \nu - 1)}{\Gamma(\nu + 1) \Gamma(\lambda + \nu)} \times$ $\times {}_1F_2(\nu + 1/2; 2\nu + 1,$ $\lambda + \nu; -2\alpha t)$
(20)	$p^{-1/2} \operatorname{sh}(\alpha/p) I_{\nu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1} \pi^{-1/2} t^{-1/2} \{I_{2\nu} [(8\alpha t)^{1/2}] -$ $- J_{2\nu} [(8\alpha t)^{1/2}]\}$
(21)	$p^{-1/2} \operatorname{ch}(\alpha/p) I_{\nu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1} \pi^{-1/2} t^{-1/2} \{I_{2\nu} [(8\alpha t)^{1/2}] +$ $+ J_{2\nu} [(8\alpha t)^{1/2}]\}$
(22)	$p^{-1} e^{(\alpha^2 + \beta^2)/p} I_{\nu}(2\alpha\beta/p),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$I_{\nu}(2\alpha t^{1/2}) I_{\nu}(2\beta t^{1/2})$
(23)	$p^{-1} e^{-(\alpha^2 + \beta^2)/p} I_{\nu}(2\alpha\beta/p),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$J_{\nu}(2\alpha t^{1/2}) J_{\nu}(2\beta t^{1/2})$
(24)	$2p^{-1} \operatorname{sh}[(\alpha^2 + \beta^2)/p] I_{\nu}(2\alpha\beta/p),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$I_{\nu}(2\alpha t^{1/2}) I_{\nu}(2\beta t^{1/2}) -$ $- J_{\nu}(2\alpha t^{1/2}) J_{\nu}(2\beta t^{1/2})$
(25)	$2p^{-1} \operatorname{ch}[(\alpha^2 + \beta^2)/p] I_{\nu}(2\alpha\beta/p),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$I_{\nu}(2\alpha t^{1/2}) I_{\nu}(2\beta t^{1/2}) +$ $+ J_{\nu}(2\alpha t^{1/2}) J_{\nu}(2\beta t^{1/2})$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(26)	$2^{1/2} \pi^{1/2} r^{-\nu} e^{-p} C_n^{\nu}(p/r) I_{\nu+n}(r),$ $r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$	$(-1)^n \alpha^{1/2 - \nu} (2t - t^2)^{\nu/2 - 1/4} \times$ $\times C_n^{\nu}(t-1) \times$ $\times I_{\nu-1/2}[\alpha(2t - t^2)^{1/2}],$ $0 < t < 2$ $0, \quad t > 2$
(27)	$\pi e^{-p} I_0[(p^2 - \alpha^2)^{1/2}]$	$(2t - t^2)^{-1/2} \cos[\alpha(2t - t^2)^{1/2}],$ $0 < t < 2$ $0, \quad t > 2$
(28)	$p^{1/2} [I_{\nu-1/4}(bp) I_{-\nu-1/4}(bp) -$ $- I_{\nu+1/4}(bp) I_{-\nu+1/4}(bp)]$	$\frac{2^{3/2} \cos[2\nu \arccos(2^{-1/2} b^{-1} t)]}{\pi^{3/2} (4b^2 t - t^3)^{1/2}},$ $0 < t < 2b$ $0, \quad t > 2b$
(29)	$p^{-1/2} \operatorname{sh}(\alpha/p) K_0(\alpha/p)$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} K_0[(8\alpha t)^{1/2}] +$ $+ 2^{-1} \pi^{1/2} t^{-1/2} Y_0[(8\alpha t)^{1/2}]$
(30)	$p^{-1/2} \operatorname{ch}(\alpha/p) K_0(\alpha/p)$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} K_0[(8\alpha t)^{1/2}] -$ $- 2^{-1} \pi^{1/2} t^{-1/2} Y_0[(8\alpha t)^{1/2}]$
(31)	$\alpha^{1/2} p^{-1/2} e^{\alpha/p} K_{1/4}(\alpha/p)$	$(2t)^{-3/4} e^{-(8\alpha t)^{1/2}}$
(32)	$\pi^{-1/2} p^{2\lambda} K_{2\nu}(2\alpha/p),$ $\operatorname{Re}(\lambda \pm \nu) < 0$	$2^{2\lambda} t^{-2\lambda-1} \times$ $\times S_2(\nu - 1/2, -\nu - 1/2,$ $\lambda + 1/2, \lambda; 2^{-1} \alpha t)$
(33)	$p^{-1/2} e^{\alpha/p} K_{\nu}(\alpha/p),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$2\pi^{-1/2} t^{-1/2} \cos(\nu\pi) K_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(34)	$\pi^{-1/2} p^{-1/2} e^{-\alpha/p} K_{\nu}(\alpha/p),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/2$	$-t^{-1/2} \sin(\nu\pi) J_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}] -$ $-t^{-1/2} \cos(\nu\pi) Y_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(35)	$K_0(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0, \alpha \neq 0$	$2^{-1} t^{-1} e^{-2\alpha t^{-1}}$
(36)	$\alpha^{1/2} p^{-1/2} K_1(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$e^{-2\alpha t^{-1}}$
(37)	$\alpha^{-1/2} p^{1/2} K_1(\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-2} t^{-2} e^{-2\alpha t^{-1}}$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(38)	$p^{-1/2} K_{\nu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \pi^{-1/2} t^{-1/2} e^{-2^{-1} \alpha t^{-1}} \times$ $\times K_{\nu/2}(2^{-1} \alpha t^{-1})$
(39)	$\alpha^{\nu/2} p^{-\nu/2} K_{\nu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} t^{\nu-1} e^{-\alpha/t}$
(40)	$\alpha^{-\nu/2} p^{\nu/2} K_{\nu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} t^{-\nu-1} e^{-\alpha/t}$
(41)	$p^{\nu/2-1} K_{\nu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \alpha^{-\nu/2} \Gamma(\nu, \alpha/t)$
(42)	$p^{\nu/2+n} K_{\nu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} (-1)^n n! \alpha^{\nu/2} t^{-n} e^{-\alpha/t} \times$ $\times L_n^{\nu}(\alpha/t)$
(43)	$2\alpha^{1/2} p^{\mu-1} K_{2\nu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$t^{1/2-\mu} e^{-2^{-1} \alpha t^{-1}} W_{\mu-1/2, \nu}(\alpha/t)$
(44)	$r^{-1} K_1(br),$ $b > 0$	$0,$ $0 < t < b$ $\alpha^{-1} b^{-1} \sin \alpha y,$ $t > b$
(45)	$2^{1/2} \pi^{-1/2} r^{-\nu} K_{\nu}(br),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$0,$ $0 < t < b$ $\alpha^{1/2-\nu} b^{-\nu} y^{\nu-1/2} J_{\nu-1/2}(\alpha y),$ $t > b$
(46)	$2^{1/2} \pi^{-1/2} r^{-\nu} e^{\beta r} K_{\nu}(\beta r),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2,  \arg \beta  < \pi$	$\alpha^{1/2-\nu} \beta^{-\nu} (t^2 + 2\beta t)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times J_{\nu-1/2}[\alpha (t^2 + 2\beta t)^{1/2}]$
(47)	$2^{1/2} \pi^{-1/2} s^{-\nu} K_{\nu}(bs),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$0,$ $0 < t < b$ $\alpha^{1/2-\nu} b^{-\nu} y^{\nu-1/2} I_{\nu-1/2}(\alpha y),$ $t > b$
(48)	$2^{1/2} \pi^{-1/2} s^{-\nu} e^{\beta s} K_{\nu}(\beta s),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2,  \arg \beta  < \pi$	$\alpha^{1/2-\nu} \beta^{-\nu} (t^2 + 2\beta t)^{\nu/2-1/4} \times$ $\times I_{\nu-1/2}[\alpha (t^2 + 2\beta t)^{1/2}]$
(49)	$\frac{(c/2)^p K_p(c)}{\Gamma(p+1/2)},$ $c > 0$	$\frac{\cos [c(e^t - 1)^{1/2}]}{2\pi^{1/2} (1 - e^{-t})^{1/2}}$
(50)	$\frac{a^p K_{\nu-p}(a)}{\Gamma(p+1)},$ $\operatorname{Re} \nu > -1, a > 0$	$2^{-1} (e^t - 1)^{\nu/2} J_{\nu} [2a (e^t - 1)^{1/2}]$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}, \quad y = (t^2 - b^2)^{1/2}$$

	$g(\rho) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} f(t) dt$	$f(t)$
(51)	$J_\nu(a^{1/2}\rho^{1/2}) K_\nu(a^{1/2}\rho^{1/2}),$ $a > 0$	$2^{-1}t^{-1}J_\nu(2^{-1}at^{-1})$
(52)	$Y_\nu(a^{1/2}\rho^{1/2}) K_\nu(a^{1/2}\rho^{1/2}),$ $a > 0$	$2^{-1}t^{-1}Y_\nu(2^{-1}at^{-1})$
(53)	$H_\nu^{(1)}(a^{1/2}\rho^{1/2}) K_\nu(a^{1/2}\rho^{1/2}),$ $a > 0$	$2^{-1}t^{-1}H_\nu^{(1)}(2^{-1}at^{-1})$
(54)	$H_\nu^{(2)}(a^{1/2}\rho^{1/2}) K_\nu(a^{1/2}\rho^{1/2}),$ $a > 0$	$2^{-1}t^{-1}H_\nu^{(2)}(2^{-1}at^{-1})$
(55)	$\rho^{1/2} I_n(b\rho) K_{n+1/2}(b\rho),$ $b > 0$	$\frac{(-1)^n \cos[(2n+1/2) \arccos(2^{-1}b^{-1}t)]}{ 2^{-1}\pi(4b^2t-t^2) ^{1/2}},$ $0 < t < 2b$ $0,$ $t > 2b$
(56)	$K_\nu(\alpha^{1/2}\rho^{1/2} + \beta^{1/2}\rho^{1/2}) \times$ $\times I_\nu(\alpha^{1/2}\rho^{1/2} - \beta^{1/2}\rho^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1}t^{-1}e^{-2^{-1}(\alpha+\beta)t^{-1}} \times$ $\times I_\nu[2^{-1}(\alpha-\beta)t^{-1}]$
(57)	$I_\nu[2^{-1}b(r-\rho)] \times$ $\times K_\nu[2^{-1}b(r+\rho)],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$0,$ $(t^2-b^2)^{-1/2} J_{2\nu}[\alpha(t^2-b^2)^{1/2}],$ $0 < t < b$ $t > b$
(58)	$I_{\nu+p}(c) K_{\nu-p}(c),$ $c > 0, \operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{-1}J_{2\nu}[2c \operatorname{sh}(t/2)]$
(59)	$\rho^{2\nu} [K_{2\nu}(\alpha^{1/2}\rho^{1/2})]^2,$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1}\pi^{1/2}\alpha^{\nu-1/2}t^{-1\nu-1/2}e^{-2^{-1}at^{-1}} \times$ $\times W_{\nu,\nu}(\alpha/t)$
(60)	$e^{2^{-1}(\alpha+\beta)\rho} K_{2\nu}(2^{-1}\alpha\rho) \times$ $\times K_{2\nu}(2^{-1}\beta\rho),$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$	$\pi(\alpha\beta)^{\nu-1/4}(\alpha+t)^{-\nu-1/4} \times$ $\times (\beta+t)^{-\nu-1/4} P_{2\nu-1/2}(z),$ $z = 2\alpha^{-1}\beta^{-1}(\alpha+t)(\beta+t) - 1$
(61)	$\rho^{1/2} K_{\nu+1/2}(\alpha^{1/2}\rho^{1/2}) \times$ $\times K_{\nu-1/2}(\alpha^{1/2}\rho^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1}(2\alpha)^{-1/2}\pi^{1/2}t^{-1}e^{-2^{-1}at^{-1}} \times$ $\times W_{1/2,\nu}(\alpha/t)$

$$r = (\rho^2 + \alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(62)	$p^{1/2} K_{\nu+1/4}(bp) K_{\nu-1/4}(bp),$ $b > 0$	$0,$ $0 < t < 2b$ $\frac{2^{1/2} \pi^{1/2} \operatorname{ch} [2\nu \operatorname{arch}(2^{1/2} b^{-1} t)]}{(t^2 - 4b^2 t)^{1/2}},$ $t > 2b$
(63)	$p^{1/2} e^{2\alpha p} K_{\nu+1/4}(\alpha p) K_{\nu-1/4}(\alpha p),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$(2\pi)^{1/2} [t(t+2\alpha)(t+4\alpha)]^{-1/2} \times$ $\times \operatorname{ch} [2\nu \operatorname{arch}(1+2^{-1}\alpha^{-1}t)]$
(64)	$K_{\nu}(\alpha^{1/2} p^{1/2} + \beta^{1/2} p^{1/2}) \times$ $\times K_{\nu}(\alpha^{1/2} p^{1/2} - \beta^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} t^{-1} e^{-2^{-1}(\alpha+\beta)t^{-1}} \times$ $\times K_{\nu}[2^{-1}(\alpha-\beta)t^{-1}]$
(65)	$K_{\nu}[p^{1/2} + (p-1)^{1/2}] \times$ $\times K_{\nu}[p^{1/2} - (p-1)^{1/2}]$	$2^{-1} t^{-1} e^{t/2-1} K_{\nu}(t/2)$
(66)	$K_{\nu}[(\lambda S/\alpha)^{1/2}] K_{\nu}[(\lambda \alpha S)^{1/2}],$ $\operatorname{Re}(\lambda/\alpha) > 0$	$2^{-1} t^{-1} e^{-2^{-1}\lambda\alpha^{-1}t^{-1}} K_{\nu}(\lambda t)$

### 5.17. Функции, родственные функциям Бесселя

(1)	$J_{\nu}(p) - J_{\nu}(p)$	$\pi^{-1} \sin(\nu\pi) (t^2+1)^{-1/2} \times$ $\times [(t^2+1)^{1/2} - t]^{\nu}$
(2)	$\frac{[J_{\nu}(\alpha) - J_{\nu}(\alpha)]}{\sin(\pi p)},$ $\operatorname{Re} \alpha \geq 0$	$\pi^{-1} e^{-\alpha \operatorname{sh} t}$
(3)	$E_{\nu}(p) + Y_{\nu}(p)$	$-(t^2+1)^{-1/2} \times$ $\times \{[(t^2+1)^{1/2} + t]^{\nu} +$ $+ \cos(\nu\pi) [(t^2+1)^{1/2} - t]^{\nu}\}$
(4)	$p^{-1} [H_{\nu}(\alpha p) - Y_{\nu}(\alpha p)]$	$2\pi^{-1} \operatorname{arsh}(t/\alpha)$
(5)	$2^{-1}\pi [H_{1}(\alpha p) - Y_{1}(\alpha p)] - 1,$ $ \arg \alpha  < \pi/2$	$\alpha^{-1} t (t^2 + \alpha^2)^{-1/2}$
(6)	$p^{-\nu} [H_{\nu}(\alpha p) - Y_{\nu}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{2^{1-\nu} \alpha^{-\nu}}{\pi^{1/2} \Gamma(\nu + 1/2)} (t^2 + \alpha^2)^{\nu-1/2}$

$$S = p + s, \quad s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(7)	$p^{1/2} [H_{1/4}(p^2/a) - Y_{1/4}(p^2/a)],$ $a > 0$	$a\pi^{-1/2} t^{1/2} J_{-1/4}(2^{-2}at^2)$
(8)	$p^{1/2} [H_{-1/4}(p^2/a) -$ $- Y_{-1/4}(p^2/a)],$ $a > 0$	$a\pi^{-1/2} t^{1/2} J_{1/4}(2^{-2}at^2)$
(9)	$p^{3/2} [H_{-3/4}(p^2/a) -$ $- Y_{-3/4}(p^2/a)],$ $a > 0$	$-2^{-1}a^2\pi^{-1/2}t^{3/2} J_{-1/4}(2^{-2}at^2)$
(10)	$p^{3/2} [H_{-1/4}(p^2/a) -$ $- Y_{-1/4}(p^2/a)],$ $a > 0$	$2^{-1}a^2\pi^{-1/2}t^{3/2} J_{-3/4}(2^{-2}at^2)$
(11)	$p^{-\lambda} H_{\nu} \left( \frac{2a}{p} \right),$ $\operatorname{Re}(\lambda + \nu) > -1$	$\frac{2\pi^{-1/2} a^{\nu+1} t^{\lambda+\nu}}{\Gamma(\nu + 3/2) \Gamma(\lambda + \nu + 1)} \times$ $\times {}_1F_4 \left( 1; \frac{3}{2}, \nu + \frac{3}{2}, \frac{\lambda + \nu + 1}{2}, \right.$ $\left. \frac{\lambda + \nu}{2} + 1; -\frac{a^2 t^2}{4} \right)$
(12)	$p^{-1/2} [H_0(2ap^{1/2}) - Y_0(2ap^{1/2})]$	$2\pi^{-3/2} t^{-1/2} e^{2^{-1}a^2 t^{-1}} K_0(2^{-1}a^2 t^{-1})$
(13)	$p^{-\nu/2} [H_{-\nu}(ap^{1/2}) - Y_{-\nu}(ap^{1/2})],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$2^{\nu} \pi^{-1} a^{-\nu} \cos(\nu\pi) t^{\nu-1} \times$ $\times \exp(2^{-2}a^2 t^{-1}) \times$ $\times \operatorname{Erfc}(2^{-1}a t^{-1/2})$
(14)	$p^{-\nu/2 - 1/2} \times$ $\times [H_{\nu}(ap^{1/2}) - Y_{\nu}(ap^{1/2})]$	$2\pi^{-1/2} a^{-1} [\Gamma(1/2 + \nu)]^{-1} t^{-\nu/2} \times$ $\times \exp\left(\frac{a^2}{8t}\right) W_{\nu/2, \nu/2}\left(\frac{a^2}{4t}\right)$
(15)	$\Gamma(p + 1/2) 2^p a^{-p} H_p(a)$	$\pi^{-1/2} (e^t - 1)^{-1/2} \times$ $\times \sin[\alpha(1 - e^{-t})^{1/2}]$
(16)	$p^{-1} [I_0(bp) - L_0(bp)],$ $b > 0$	$2\pi^{-1} \arcsin(t/b), \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$
(17)	$2^{-1}\pi [L_1(bp) - I_1(bp)] + 1,$ $b > 0$	$b^{-1} t (b^2 - t^2)^{-1/2}, \quad 0 < t < b$ $0, \quad t > b$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(18)	$\pi^{1/2} \Gamma(\nu + 1/2) p^{-\nu} \times$ $\times [I_{\nu}(bp) - L_{\nu}(bp)],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, b > 0$	$2^{1-\nu} b^{-\nu} (b^2 - t^2)^{\nu-1/2},$ $0 < t < b$ $0,$ $t > b$
(19)	$\pi^{1/2} (2b)^{\nu} \Gamma(\nu + 1/2) p^{-\nu} e^{-bp} L_{\nu}(bp),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, b > 0$	$(2bt - t^2)^{\nu-1/2},$ $0 < t < b$ $-(2bt - t^2)^{\nu-1/2},$ $b < t < 2b$ $0,$ $t > 2b$
(20)	$\frac{\pi^{1/2} \Gamma(\nu + 1/2) p^{-\nu} L_{\nu}(p)}{2 \operatorname{sh} p},$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$[2(t - 2k) - (t - 2k)^2]^{\nu-1/2},$ $2k < t < 2k + 1$ $- [2(t - 2k) - (t - 2k)^2]^{\nu-1/2},$ $2k + 1 < t < 2k + 2$
(21)	$\frac{\Gamma(\nu + 1/2) p^{-\nu} [I_{\nu}(p) - L_{\nu}(p)]}{\operatorname{sh}(p/2)},$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$0,$ $0 < t < 1/2$ $4\pi^{-1/2} [3/4 + t - k -$ $-(t - k)^2]^{\nu-1/2},$ $k + 1/2 < t < k + 3/2$ $k = 0, 1, 2, \dots$
(22)	$p^{-\lambda} L_{\nu}(2\alpha p),$ $\operatorname{Re}(\lambda + \nu) > -1$	$\frac{2\pi^{-1/2} \alpha^{\nu+1} \Gamma(\lambda + \nu)}{\Gamma(\nu + 3/2) \Gamma(\lambda + \nu + 1)} \times$ $\times {}_1F_4\left(1; \frac{3}{2}, \nu + \frac{3}{2}, \frac{\lambda + \nu + 1}{2}, \frac{\lambda + \nu}{2} + 1; \frac{\alpha^2 t^2}{4}\right)$
(23)	$p^{-1/2} [I_0(2\alpha p^{1/2}) - L_0(2\alpha p^{1/2})],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$(\pi t)^{-1/2} e^{-2^{-1} \alpha^2 t^{-1}} I_0(2^{-1} \alpha^2 t^{-1})$
(24)	$p^{-\nu-2} [L_{-\nu}(ap^{1/2}) - I_{-\nu}(ap^{1/2})],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$i\pi^{-1/2} a^{-\nu} \cos(\nu\pi) t^{\nu-1} \times$ $\times \exp(2^{-2} a^2 t^{-1}) \times$ $\times \operatorname{Erfi}(2^{-1} i a t^{-1/2})$
(25)	$\Gamma(1/2 - \rho) (2^{-1} b)^{\rho} \times$ $\times [I_{\rho}(b) - L_{-\rho}(b)],$ $b > 0$	$\pi^{-1/2} (1 - e^{-t})^{-1/2} \times$ $\times \sin[b(e^t - 1)^{1/2}]$
(26)	$S_{0, \nu}(\rho)$	$(1 + t^2)^{-1/2} \operatorname{ch}(\nu \operatorname{arsh} t)$
(27)	$S_{-1, \nu}(\rho)$	$\nu^{-1} (1 + t^2)^{-1/2} \operatorname{sh}(\nu \operatorname{arsh} t)$
(28)	$p^{-1} S_{0, \nu}(\rho)$	$\nu^{-1} \operatorname{sh}(\nu \operatorname{arsh} t)$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(29)	$p^{-1} S_{1, \nu}(p)$	$\text{ch}(\nu \text{ arsh } t)$
(30)	$p^{1-2\lambda-\mu} S_{\mu, \nu}\left(\frac{p}{\alpha}\right),$ $\text{Re } \lambda > 0, \text{Re } \alpha > 0$	$\frac{\alpha^{1-\mu} t^{2\lambda-1}}{\Gamma(2\lambda)} \times$ $\times {}_3F_2\left(1, \frac{1-\mu+\nu}{2}, \frac{1-\mu-\nu}{2}; \lambda, \lambda + \frac{1}{2}; -\alpha^2 t^2\right)$
(31)	$p^{1/2} S_{-\mu-1, 1/4}(2^{-1} p^2),$ $\text{Re } \mu > -3/4$	$2^{2\mu+1} [\Gamma(2\mu + 3/2)]^{-1} t^{1/2} \times$ $\times S_{\mu, 1/4}(2^{-1} t^2)$
Другие формулы такого типа содержатся в «Nederl. Akad. Wetensch. Proc.», 1935: 38, ч. II, стр. 629.		
(32)	$p^{-\mu-1/2} S_{2\mu, 2\nu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\text{Re}(\mu \pm \nu) > -1/2,  \arg \alpha  < \pi$	$2^{2\mu-1} \alpha^{-1/2} t^{\mu} e^{2^{-1} \alpha t^{-1}} W_{\mu, \nu}(\alpha/t)$
(33)	$p^{-\nu/2} S_{\mu, \nu}(2\alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\text{Re}(\mu - \nu) < 1,  \arg \alpha  < \pi$	$2^{\mu-1} \alpha^{-\nu/2} t^{\nu} - 1 e^{\alpha/t} \times$ $\times \Gamma(\mu/2 + \nu/2 + 1/2, \alpha/t)$
(34)	$p^{-1} S_{2, \nu}(\alpha p) - \alpha$	$(\nu - \nu^{-1}) \text{ sh}[\nu \text{ arsh}(t/\alpha)]$
(35)	$2 O_n(p)$	$[t + (1 + t^2)^{1/2}]^n +$ $+ [t - (1 + t^2)^{1/2}]^n$
(36)	$S_n(p)$	$\frac{[t + (1 + t^2)^{1/2}]^n - [t - (1 + t^2)^{1/2}]^n}{(1 + t^2)^{1/2}}$

### 5.18. Функции параболического цилиндра

(1)	$\Gamma(\nu) e^{2-2\alpha^2 p^2} D_{-\nu}(\alpha p),$ $\text{Re } \nu > 0,  \arg \alpha  < \pi/4$	$\alpha^{-\nu} t^{\nu} - 1 e^{-2^{-1} \alpha^{-2} t^2}$
(2)	$\Gamma(2\nu) p^{-1} e^{2-2\alpha^2 p^2} D_{-2\nu}(\alpha p),$ $\text{Re } \nu > 0,  \arg \alpha  < \pi/4$	$2^{\nu+1} \gamma(\nu, 2^{-1} \alpha^{-2} t^2)$



	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(3)	$D_{-2\nu} (2b^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\frac{2^{1/2-\nu} b^{1/2}}{\Gamma(\nu)} \frac{(t-b)^{\nu-1}}{(t+b)^{\nu+1/2}}, \quad t > b$
(4)	$p^{-1/2} D_{1-2\nu} (2b^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, b > 0$	$0, \quad 0 < t < b$ $\frac{2^{1/2-\nu} (t-b)^{\nu-1}}{\Gamma(\nu) (t+b)^{\nu-1/2}}, \quad t > b$
(5)	$\Gamma(\nu) e^{\alpha p/2} D_{-2\nu} (2^{1/2} \alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0,  \arg \alpha  < \pi$	$2^{-\nu} \alpha^{1/2} t^{\nu-1} (t+\alpha)^{-\nu-1/2}$
(6)	$\Gamma(\nu) p^{-1/2} e^{\alpha p/2} \times$ $\times D_{1-2\nu} (2^{1/2} \alpha^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0,  \arg \alpha  < \pi$	$2^{1/2-\nu} t^{\nu-1} (t+\alpha)^{1/2-\nu}$
(7)	$\Gamma(2\nu) p^{-\nu} e^{2-2\nu p} D_{-2\nu} (\alpha^{1/2} p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$(2t)^{\nu-1} e^{-2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}}$
(8)	$p^{-\nu} e^{-2-2\nu p} D_{2\nu-1} (\alpha^{1/2} p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{\nu+1/2} \pi^{-1/2} t^{\nu-1} \times$ $\times \sin(\nu\pi - 2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$
(9)	$2^{p+\nu} \Gamma(p+\nu) D_{-2p}(\alpha),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$e^{t/2} (e^t - 1)^{-\nu-1/2} \times$ $\times \exp\left[-\frac{\alpha^2 e^{-t}}{4(1-e^{-t})}\right] \times$ $\times D_{2\nu}\left[\frac{\alpha}{(1-e^{-t})^{1/2}}\right]$
(10)	$\Gamma(\nu+1) D_{-\nu-1}(pe^{2-2\pi i}) \times$ $\times D_{-\nu-1}(pe^{-2-2\pi i}),$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$\pi^{1/2} J_{\nu+1/2}(2^{-1} t^2)$
(11)	$2^{1/2} \Gamma(\nu) D_{-\nu}(2^{1/2} p^{1/2} e^{2-2\pi i}) \times$ $\times D_{-\nu}(2^{1/2} p^{1/2} e^{-2-2\pi i}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$t^{\nu-1} (1+t^2)^{-1/2} \times$ $\times [1+(1+t^2)^{1/2}]^{1/2-\nu}$
(12)	$e^p D_{\nu-1/2}(2^{1/2} p^{1/2}) \times$ $\times D_{-\nu-1/2}(2^{1/2} p^{1/2})$	$\frac{\cos(\nu \arccos\{(1+t)^{-1}\})}{ \pi t(t+1)(t+2) ^{1/2}}$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(13)	$p^{-1/2} e^{2^{-1}(\alpha + \beta)p} \times$ $\times D_{4\mu} (2^{1/2} \alpha^{1/2} p^{1/2}) \times$ $\times D_{4\nu} (2^{1/2} \beta^{1/2} p^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu + \nu) < 1/4$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$	$2^{-1/2} t^{-\mu - \nu - 1/4} \times$ $\times (t + \alpha)^{\mu - \nu - 1/4} \times$ $\times (t + \beta)^{\nu - \mu - 1/4} \times$ $\times (-t - \alpha - \beta)^{\mu + \nu + 1/4} \times$ $\times P_{2\nu + \mu - 2\mu - 1/2}^{1/4}(z), \text{ где } z =$ $= \alpha^{1/2} \beta^{1/2} (t + \alpha)^{-1/2} (t + \beta)^{-1/2}$

### 5.19. Гипергеометрическая функция Гаусса

(1)	$F(\alpha, \beta; \gamma; 1/2 - p/\lambda),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{\lambda \Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} (\lambda t)^{2^{-1}(\alpha + \beta - 3)} \times$ $\times W_{2^{-1}(\alpha + \beta + 1) - \gamma, 2^{-1}(\alpha - \beta)}(\lambda t)$
(2)	$\Gamma(\alpha) p^{-\alpha} F(\alpha, \beta; \gamma; \lambda/p),$ $\lambda / p, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\lambda^{-\gamma/2} t^{\alpha - \gamma/2 - 1} \times$ $\times M_{\gamma/2 - \beta, \gamma/2 - 1/2}(\lambda t)$
(3)	$p^{\gamma-1} (p-1)^n \times$ $\times F[-n, \alpha; \gamma; p/(p-1)],$ $\operatorname{Re} \gamma < 1 - n$ $\operatorname{Re}(\alpha - \gamma) > n - 1$	$n!  \Gamma(1 - \gamma) ^{-1} t^{-\gamma - n} L_n^{\alpha - \gamma - n}(t)$
(4)	$p^{m+n} (1+p)^{-m-n-2} \times$ $\times F(-m, -n; 2; p^{-2})$	$(-1)^{m+n} t^{-1} k_{2m+2}(t/2) k_{2n+2}(t/2)$
(5)	$(p+1)^{-2\alpha} \times$ $\times F\left[-n, \alpha; \frac{1}{2} - \nu; \left(\frac{p-1}{p+1}\right)^2\right],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{(n!)^2 \pi^{2^{1-\alpha}}}{\Gamma(\alpha) \Gamma(1/2 + n)} t^{2\alpha - 1} \left[ L_n^{\alpha - 1/2}(t) \right]^2$
(6)	$(p^2 + \alpha^2)^{-\lambda} \times$ $\times F\left(\lambda, \mu; \lambda + \mu + \frac{1}{2}, \frac{\alpha^2}{p^2 + \alpha^2}\right),$ $\operatorname{Re} \lambda > 0$	$\frac{\Gamma(\lambda + \mu + 1/2)}{\Gamma(2\lambda)} \left(\frac{\alpha}{2}\right)^{1/2 - \lambda - \mu} \times$ $\times t^{\lambda - \mu - 1/2} J_{\lambda + \mu - 1/2}(\alpha t)$
(7)	$(p - \alpha)^n (p - \beta)^m p^{-m-n-2} \times$ $\times F\left[-m, -n; -m - n - 1; \frac{p(p - \alpha - \beta)}{(p - \alpha)(p - \beta)}\right]$	$\frac{(m+1)!(n+1)!(1-l)^{m+n}}{(m+n+1)!} \frac{1}{\alpha \beta t} \times$ $\times e^{2^{-1}(\alpha + \beta)t} \times$ $\times k_{2n+2}(2^{-1}\alpha t) k_{2m+2}(2^{-1}\beta t)$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(8)	$(p - \alpha)^n (p - \beta)^m p^{-m-n-1/2} \times$ $\times F \left[ -m, -n; -m-n+1/2; \right.$ $\left. \frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)} \right]$	$\frac{(-2)^{m+n} (m+n)!}{(2m+2n)! \pi^{1/2} t^{1/2}} e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t} \times$ $\times D_{2n} (2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) \times$ $\times D_{2m} (2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$
(9)	$(p - \alpha)^n (p - \beta)^m p^{-m-n-3/2} \times$ $\times F \left[ -m, -n; -m-n-1/2; \right.$ $\left. \frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)} \right]$	$\frac{2^{m+n+1} (m+n+1)!}{(2m+2n+2)! (\pi \alpha \beta t)^{1/2}} \times$ $\times e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t} D_{2n+1} (2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2}) \times$ $\times D_{2m+1} (2^{1/2} \alpha^{1/2} t^{1/2})$
(10)	$(p - \alpha)^n (p - \beta)^m p^{-m-n-\lambda-1} \times$ $\times F \left[ -m, -n; -m-n-\lambda; \right.$ $\left. \frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)} \right],$ $\text{Re } \lambda > -1$	$\frac{m! n! t^\lambda}{\Gamma(m+n+\lambda+1)} L_n^\lambda(\alpha t) L_m^\lambda(\beta t)$  $\bullet$
(11)	$B(p, \gamma) F(\alpha, \beta; \gamma + p; z),$ $\text{Re } \gamma > 0,  \arg(z-1)  < \pi$	$(1 - e^{-t})^{\gamma-1} F[\alpha, \beta; \gamma; z(1 - e^{-t})]$
(12)	$\frac{\Gamma(p)}{\Gamma(p+1/2)} \times$ $\times F(-\mu-\nu, 1/2-\mu+\nu;$ $p+1/2; z^2),$ $ z  < 1$	$\frac{\Gamma(1/2-\mu-\nu) \Gamma(1/2-\mu+\nu)}{2^{2\mu+1} \pi (1-e^{-t})^{1/2}} \times$ $\times (1-z^2+z^2 e^{-t})^\mu \times$ $\times \{ P_{2\nu}^{2\mu} [z(1-e^{-t})^{1/2}] +$ $+ P_{2\nu}^{2\mu} [-z(1-e^{-t})^{1/2}] \}$
(13)	$\frac{\Gamma(p)}{\Gamma(p+3/2)} \times$ $\times F(1/2-\mu-\nu, 1-\mu+\nu;$ $p+3/2; z^2),$ $ z  < 1$	$-\frac{\Gamma(-\mu-\nu) \Gamma(1/2-\mu+\nu)}{4^{\mu+1/2} \pi z} \times$ $\times (1-z^2+z^2 e^{-t})^\mu \times$ $\times \{ P_{2\nu}^{2\mu} [z(1-e^{-t})^{1/2}] -$ $- P_{2\nu}^{2\mu} [-z(1-e^{-t})^{1/2}] \}$
(14)	$B(p, \nu) F(\alpha, \beta; p+\nu; z),$ $\text{Re } \nu > 0,  \arg(z-1)  < \pi$	$(1 - e^{-t})^{\nu-1} (1 - ze^{-t})^{-\alpha}$

## 5.20. Вырожденные гипергеометрические функции

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(1)	$p^{-\mu - 1/2} e^{-2^{-1}(a+b)p} \times$ $\times M_{x, \mu}  (b-a)p ,$ $\operatorname{Re}(\mu \pm x) > -1/2,$ $b > a \geq 0$	0, $0 < t < a$ $\frac{(b-a)^{1/2-\mu}}{\Gamma(1/2+x+\mu, 1/2-x+\mu)} \times$ $\times \frac{(t-a)^x + \mu - 1/2}{(b-t)^x - \mu + 1/2},$ 0, $a < t < b$ $t > b$
(2)	$p^x e^{2^{-1}\alpha p^{-1}} M_{x, \mu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re}(x - \mu) < 1/2$	$\frac{\alpha^{1/2} \Gamma(2\mu+1)}{\Gamma(\mu-x+1/2)} t^{-x-1/2} \times$ $\times I_{2\mu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(3)	$p^{1/2} M_{1/4, \nu}(\alpha/p) M_{-1/4, \nu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/4$	$2^{2\nu} \alpha t^{-1/2} \frac{[\Gamma(2\nu+1)]^2}{\Gamma(2\nu+1/2)} \times$ $\times J_{2\nu}[e^{2^{-2}\pi i} (2\alpha t)^{1/2}] \times$ $\times J_{2\nu}[e^{-2^{-2}\pi i} (2\alpha t)^{1/2}]$
(4)	$p^{-\mu - 1/2} W_{x, \mu}(p),$ $\operatorname{Re}(\mu - x) > 1/2$	0, $0 < t < 1/2$ $\frac{1}{\Gamma(\mu+1/2-x)} \frac{(t-1/2)^{\mu-x-1/2}}{(t+1/2)^{-\mu-x+1/2}},$ $t > 1/2$
(5)	$p^{-1} e^{2^{-1}\alpha p} W_{x, \mu}(\alpha p),$ $ \arg \alpha  < \pi, \operatorname{Re} x < 1$	$(1+at^{-1})^{x/2} P_{\mu-1/2}^x(1-2t/\alpha)$
(6)	$p^{-\mu - 1/2} e^{2^{-1}\alpha p} W_{x, \mu}(\alpha p),$ $ \arg \alpha  < \pi$ $\operatorname{Re}(1/2 - x + \mu) > 0$	$\frac{\alpha^{1/2 - \mu} t^{\mu - x - 1/2} (\alpha + t)^{\mu + x - 1/2}}{\Gamma(1/2 - x + \mu)}$
(7)	$p^{x-1/2} e^{p/2} W_{x, \mu}(p),$ $\operatorname{Re} x < 1/4$	$2^{-2x-1/2} t^{-x-1/4} (1+t)^{-1/2} \times$ $\times P_{2\mu-1/2}^{2x+1/2} [(1+t)^{1/2}]$
(8)	$p^{x-1} e^{p/2} W_{x, \mu}(p),$ $\operatorname{Re} x < 3/4$	$2^{-2x+1/2} t^{-x+1/4} \times$ $\times P_{2\mu-1/2}^{2x-1/2} [(1+t)^{1/2}]$
(9)	$p^{-\sigma} e^{2^{-1}\alpha^{-1}p} W_{x, \mu}(p/\alpha),$ $ \arg \alpha  < \pi, \operatorname{Re}(\sigma - x) > 0$	$\alpha^{-x} [\Gamma(\sigma - x)]^{-1} t^{\sigma-x-1} \times$ $\times {}_2F_1(1/3 - x + \mu, 1/2 - x - \mu;$ $\sigma - x; -\alpha t)$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(10)	$p^{-2\mu-1} e^{2^{-1}\alpha p^2} W_{-3\mu, \mu}(\alpha p^2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \mu > -1/8$	$2^{8\mu} \alpha^{-\mu} \frac{\Gamma(2\mu+1)}{\Gamma(8\mu+1)} t^{4\mu} \times$ $\times \exp\left(-\frac{t^2}{8\alpha}\right) I_{2\mu}\left(\frac{t^2}{8\alpha}\right)$
(11)	$p^{-2\mu-1} e^{2^{-1}\alpha p^2} W_{x, \mu}(\alpha p^2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re}(x-\mu) < 1/2$	$\frac{2^{1-x+\mu} a^{2^{-1}(\mu+x+1)}}{\Gamma(1-2x+2\mu)} t^{\mu-x-1} \times$ $\times \exp\left(-\frac{t^2}{8\alpha}\right) \times$ $\times M_{-2^{-1}(x+3\mu), 2^{-1}(\mu-x)}\left(\frac{t^2}{4\alpha}\right)$
(12)	$p^x W_{x, \mu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re}(x \pm \mu) < 1/2$	$\frac{2\alpha^{1/2} t^{-x-1/2} K_{2\mu}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})}{\Gamma(1/2-x+\mu) \Gamma(1/2-x-\mu)}$
(13)	$\Gamma(2\mu+1/2) p^{-3\mu-1/2} e^{2^{-1}p^{-1}} \times$ $\times W_{-\mu, \mu}(p^{-1}),$ $\operatorname{Re} \mu > -1/4$	$2t^{2\mu} K_{2\mu}(t^{1/2}) I_{2\mu}(t^{1/2})$
(14)	$p^{-x} e^{-2^{-1}p^{-1}} W_{x, \mu}(p^{-1}),$ $\operatorname{Re}(x \pm \mu) > -1/2$	$-t^{x-1/2} \times$ $\times \{J_{2\mu}(2t^{1/2}) \sin\{(\mu-x)\pi\} +$ $+ Y_{2\mu}(2t^{1/2}) \cos\{(\mu-x)\pi\}\}$
(15)	$p^{-\sigma} e^{2^{-1}\alpha p^{-1}} W_{x, \mu}(\alpha/p),$ $\operatorname{Re}(1/2 \pm \mu + \sigma) > 0$	$t^{\sigma-1} \left[ \frac{\Gamma(-2\mu)(\alpha t)^{\mu+1/2}}{\Gamma(1/2-x-\mu) \Gamma(1/2+\mu+\sigma)} \times \right.$ $\times {}_1F_2(1/2-x+\mu; 1+2\mu,$ $1/2+\mu+\sigma; \alpha t) \times$ $\times \frac{\Gamma(2\mu)(\alpha t)^{-\mu+1/2}}{\Gamma(1/2-x+\mu) \Gamma(1/2-\mu+\sigma)} \times$ $\times {}_1F_2(1/2-x-\mu;$ $1-2\mu, 1/2-\mu+\sigma; \alpha t) \left. \right]$
(16)	$\Gamma(x+p) W_{-p, \mu}(b),$ $b > 0$	$be^t (e^t - 1)^{-x-1} \times$ $\times \exp[-2^{-1}b(e^t - 1)^{-1}] \times$ $\times W_{x, \mu}[b(e^t - 1)^{-1}]$
(17)	$p^{-1} e^p W_{x, 0}(p) W_{-x, 0}(p)$	$(1+t)^{-1} P_{x-1/2}[2(1+t)^{-2} - 1]$
(18)	$\Gamma(1-x-\lambda) p^{-1} e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p} \times$ $\times W_{x, \mu-1/2}(\alpha p) W_{\lambda, \mu-1/2}(\beta p),$ $\operatorname{Re}(1-x-\lambda) > 0$ $ \arg \alpha  < \pi,  \arg \beta  < \pi$	$\alpha^\mu \beta^\lambda t^{-x-\lambda} (\alpha+t)^{x-\mu} (\beta+t)^{\lambda-\mu} \times$ $\times {}_2F_1[\mu-x, \mu-\lambda; 1-x-\lambda;$ $\frac{t(\alpha+\beta+t)}{(\alpha+t)(\beta+t)}]$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(19)	$p^{-2\sigma} W_{x, \mu}(ip/\alpha) W_{x, \mu}(-ip/\alpha),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re}(\sigma - x) > 0$	$\frac{\alpha^{-2x} i^{2\sigma - 2x - 1}}{\Gamma(2\sigma - 2x)} \times$ $\times {}_4F_3\left(\begin{matrix} 1/2 - x + \mu, 1/2 - x - \mu, \\ 1/2 - x, 1 - x; 1 - 2x, \sigma - x, \\ \sigma - x + 1/2; -\alpha^2 t^2 \end{matrix}\right)$
(20)	$p^{1/2} W_{1/4, \nu}(i\alpha/p) W_{1/4, \nu}(-i\alpha/p),$ $ \operatorname{Re} \nu  < 1/4$	$-\frac{4\alpha(2^{-1}\pi t^{-1})^{1/2} K_{2\nu}[(2\alpha t)^{1/2}]}{\Gamma(1/4 + \nu)\Gamma(1/4 - \nu)} \times$ $\times \{J_{2\nu}[(2\alpha t)^{1/2}] \sin[(\nu - 1/4)\pi] +$ $+ Y_{2\nu}[(2\alpha t)^{1/2}] \cos[(\nu - 1/4)\pi]\}$
(21)	$p^{-3/2} W_{x, 1/8}(2^{-2} \alpha^{-1} ip^2) \times$ $\times W_{x, 1/8}(-2^{-2} \alpha^{-1} ip^2),$ $\operatorname{Re} x < 3/8, a > 0$	$(2^{-1}\pi^3 t)^{1/2} \times$ $\times \frac{J_{-x+1/8}(2^{-1}at^2) J_{-x-1/8}(2^{-1}at^2)}{\Gamma(3/8-x)\Gamma(5/8-x)}$
(22)	$\frac{\Gamma(1/2 - x + \mu + p)}{\Gamma(1 + 2\mu + p)} \times$ $\times \alpha^{-2^{-1}(1+2\mu+p)} \times$ $\times M_{x-p/2, \mu+p/2}(\alpha),$ $\operatorname{Re}(1/2 + x + \mu) > 0$	$\frac{e^{-(1/2+x+\mu)t}}{\Gamma(1/2+x+\mu)} \times$ $\times (1 - e^{-t})^{x+\mu-1/2} \times$ $\times \exp[-\alpha(1/2 - e^{-t})]$
(23)	$\Gamma(1/2 - x - \mu + p) W_{x-p, \mu}(\alpha),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{1/2 - \mu} (e^t - 1)^{2\mu - 1} \times$ $\times \exp[-\alpha/2 + (1/2 - x - \mu)t -$ $- \alpha(e^t - 1)^{-1}]$
(24)	$\frac{\Gamma(1/2 + \mu + p)\Gamma(1/2 - \mu + p)}{\Gamma(1 - x + p)} \times$ $\times W_{-p, \mu}(\alpha),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$(1 - e^{-t})^{-x} \exp\left[-\frac{\alpha}{2(1 - e^{-t})}\right] \times$ $\times W_{x, \mu}\left[\frac{\alpha}{(e^t - 1)}\right]$
(25)	$\frac{\Gamma(1/2 - x - \mu + p)}{\Gamma(1 + p)} \times$ $\times W_{x-p/2, \mu-p/2}(\alpha),$ $\operatorname{Re} \mu > -1/2$	$\frac{1}{\Gamma(2\mu + 1)} (e^t - 1)^{\mu - 1/2} \times$ $\times \exp(-2^{-1}\alpha e^t) \times$ $\times M_{-x, \mu}[\alpha(e^t - 1)]$
(26)	$\alpha^{\mu - 1/2 + p/2} W_{x-p/2, \mu+p/2}(\alpha),$ $\operatorname{Re}(\mu + x) < 1/2, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$[\Gamma(1/2 - \mu - x)]^{-1} \times$ $\times (e^t - 1)^{-1/2 - \mu - x} \times$ $\times \exp[-(1/2 - \mu + x)t -$ $- \alpha(e^t - 1/2)]$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(27)	$\Gamma(1/2 + \mu + p) \times$ $\times M_{p, \mu}(\alpha) W_{-p, \mu}(\beta),$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \beta > 0$	$\frac{\Gamma(2\mu + 1) \alpha^{1/2} \beta^{1/2}}{2 \text{sh}(t/2)} \times$ $\times \exp[2^{-1}(\alpha - \beta) \text{cth}(t/2)] \times$ $\times J_{2\mu} \left[ \frac{\alpha^{1/2} \beta^{1/2}}{\text{sh}(t/2)} \right]$
(28)	$\Gamma(1/2 + \mu + p) \Gamma(1/2 - \mu + p) \times$ $\times W_{-p, \mu}(\alpha) W_{p, \mu}(\beta),$ $\text{Re } \alpha > 0, \text{Re } \beta > 0$	$\frac{\alpha^{1/2} \beta^{1/2} \exp[-2^{-1}(\alpha + \beta) \text{cth}(t/2)]}{2 \text{sh}(t/2)} \times$ $\times K_{2\mu} \left[ \frac{\alpha^{1/2} \beta^{1/2}}{\text{sh}(t/2)} \right]$
(29)	$p^{-\nu} e^{-2^{-3} p^{-1}} k_{2n} (2^{-3} p^{-1})$	$2^{-1} (-1)^{n-1} (n!)^{-1} \times$ $\times t^{n-1} {}_2J_1(t^{1/2})$
(30)	$\Gamma(\nu + 1) p^{-\nu} e^{-2^{-1} \alpha p^{-1}} \times$ $\times k_{-2\nu} (2^{-1} e^{\pi i} \alpha p^{-1}),$ $\text{Re } \nu > 0$	$-i \sin(\nu\pi) t^{\nu-1/2} H_1^{(2)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$
(31)	$\Gamma(\nu + 1) p^{-\nu} e^{-2^{-1} \alpha p^{-1}} \times$ $\times k_{-2\nu} (2^{-1} e^{-\pi i} \alpha p^{-1}),$ $\text{Re } \nu > 0$	$i \sin(\nu\pi) t^{\nu-1/2} H_1^{(1)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$

### 5.21. Обобщенные гипергеометрические функции

(1)	$\Gamma(\sigma) p^{-\sigma} \times$ $\times {}_mF_n(\alpha_1, \dots, \alpha_m;$ $\rho_1, \dots, \rho_n; \lambda/p),$ $m \leq n + 1, \text{Re } \sigma > 0$	$t^{\sigma-1} {}_mF_{n+1}(\alpha_1, \dots, \alpha_m;$ $\rho_1, \dots, \rho_n, \sigma; \lambda t)$
(2)	$\Gamma(2\sigma) p^{-2\sigma} \times$ $\times {}_mF_n(\alpha_1, \dots, \alpha_m;$ $\rho_1, \dots, \rho_n; \lambda^2/p^2),$ $m \leq n + 1, \text{Re } \sigma > 0$	$t^{2\sigma-1} {}_mF_{n+2}(\alpha_1, \dots, \alpha_m; \rho_1, \dots, \rho_n,$ $\sigma, \sigma + 1/2; 2^{-2} \lambda^2 t^2)$
(3)	$\Gamma(k\sigma) p^{-k\sigma} \times$ $\times {}_mF_n(\alpha_1, \dots, \alpha_m;$ $\rho_1, \dots, \rho_n; \lambda^k/p^k),$ $m \leq n + 1, \text{Re } \sigma > 0$	$t^{k\sigma-1} {}_mF_{n+k}(\alpha_1, \dots, \alpha_m; \rho_1, \dots, \rho_n,$ $\sigma, \sigma + 1/k, \dots, \sigma + (k-1)/k;$ $k^{-k} \lambda^k t^k)$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(4)	$p^{-1/2} \times$ $\times {}_m F_n(\alpha_1, \dots, \alpha_m;$ $\rho_1, \dots, \rho_n; -\lambda p^{1/2}),$ $m \leq n$	$\pi^{-1/2} t^{-1/2} {}_{2m} F_{2n}(\alpha_1/2, \alpha_1/2 +$ $+ 1/2, \dots, \alpha_m/2, \alpha_m/2 + 1/2;$ $\rho_1/2 + 1/2, \dots, \rho_n/2, \rho_n/2 + 1/2;$ $-2^{m-n-2} \lambda^2 t^{-1})$
(5)	$B(p, \lambda) {}_3 F_2(\alpha, \beta, \rho; \gamma, p + \lambda; z),$ $\operatorname{Re} \lambda > 0,  \arg(z-1)  < \pi$	$(1 - e^{-t})^{\lambda-1} F(\alpha, \beta; \gamma; ze^{-t})$
(6)	$B(p, \lambda) {}_3 F_2(\alpha, \beta, \lambda; \gamma, p + \lambda; z),$ $\operatorname{Re} \lambda > 0,  \arg(z-1)  < \pi$	$(1 - e^{-t})^{\lambda-1} F[\alpha, \beta; \gamma; z(1 - e^{-t})]$
(7)	$2^{2p+\alpha} B(p, p + \alpha) \times$ $\times {}_4 F_3(-n, n+1, p + \alpha;$ $1, 2p + \alpha; 1)$	$\theta^{-1} [(1 - \theta)^{\alpha} +$ $+ (-1)^n (1 + \theta)^{\alpha}] P_n(\theta),$ $\theta = (1 - e^{-t})^{1/2}$
(8)	$B(p, \sigma) {}_{m+1} F_{n+1}(\alpha_1, \dots, \alpha_m, \rho;$ $\rho_1, \dots, \rho_n, p + \sigma; z),$ $\operatorname{Re} \sigma > 0, m \leq n + 1$ $ z  < 1, \text{ если } m = n + 1$	$(1 - e^{-t})^{\sigma-1} \times$ $\times {}_m F_n(\alpha_1, \dots, \alpha_m; \rho_1, \dots, \rho_n; ze^{-t})$
(9)	$B(p, \sigma) {}_{m+1} F_{n+1}(\alpha_1, \dots, \alpha_m, \sigma;$ $\rho_1, \dots, \rho_n, p + \sigma; z),$ $\operatorname{Re} \sigma > 0, m \leq n + 1$ $ z  < 1, \text{ если } m = n + 1$	$(1 - e^{-t})^{\sigma-1} \times$ $\times {}_m F_n[\alpha_1, \dots, \alpha_m; \rho_1, \dots, \rho_n;$ $z(1 - e^{-t})]$
(10)	$p^{-\lambda-\mu} \times$ $\times E(-\nu, \nu + 1, \lambda + \mu; \mu + 1; 2p),$ $\operatorname{Re}(\lambda + \mu) > 0$	$\frac{\pi t^{\lambda + \mu/2 - 1} (t + 2)^{\mu/2} p^{-\mu} (t + 1)}{\sin(\nu\pi)}$
(11)	$p^{-\lambda} E(\mu + \nu + 1,$ $\mu - \nu, \lambda; \mu + 1; 2p),$ $\operatorname{Re} \lambda > 0$	$2^{\mu} \Gamma(\mu + \nu + 1) \Gamma(\mu - \nu) \times$ $\times t^{\lambda - \mu/2 - 1} \times$ $\times (t + 2)^{-\mu/2} p^{-\mu} (t + 1)$
(12)	$p^{-\gamma} E(\alpha, \beta, \gamma; \delta; p), \operatorname{Re} \gamma > 0$	$\frac{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)}{\Gamma(\delta)} t^{\gamma-1} F(\alpha, \beta; \delta; -t)$
(13)	$p^{-\alpha} E(m; \alpha_r; n; \beta_s; p),$ $\operatorname{Re} \alpha_m > 0$	$t^{\alpha_m - 1} E(m - 1; \alpha_r; n; \beta_s; t^{-1})$
(14)	$\Gamma(p - \alpha_m) \times$ $\times E(m; \alpha_r; n + 1; \beta_1, \dots, \beta_n, p; z),$ $\operatorname{Re} \alpha_m > 0$	$(e^t - 1)^{\alpha_m} \times$ $\times E[m - 1; \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}; n;$ $\beta_1, \dots, \beta_n; z(1 - e^{-t})^{-1}]$



## 5.22. Эллиптические функции и тэта-функции

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(1)	$p^{-1}K(a/p)$	$2^{-1}\pi I_0^2(2^{-1}at)$
(2)	$K(a/p) - \pi/2$	$2^{-1}\pi\alpha I_0(2^{-1}\pi t) I_1(2^{-1}at)$
(3)	$pK(a/p) - 2^{-1}\pi p$	$2^{-2}\pi\alpha^2 \{2^{-1}[I_0(2^{-1}at)]^2 + [I_1(2^{-1}at)]^2 + 2^{-1}I_0(2^{-1}at) I_2(2^{-1}at)\}$
(4)	$2^{-1}\pi p - p E(a/p)$	$2^{-1}\pi\alpha t^{-1} I_0(2^{-1}at) I_1(2^{-1}at)$
(5)	$p[K(a/p) - E(a/p)]$	$2^{-2}\pi\alpha^2 [I_0^2(2^{-1}at) + I_1^2(2^{-1}at)]$
(6)	$p(p^2 - \alpha^2)^{-1} E(a/p)$	$2^{-1}\pi I_0(2^{-1}at) \times [I_0(2^{-1}at) + at I_1(2^{-1}at)]$
(7)	$r^{-1} E(\alpha/r)$	$2^{-1}\pi J_0(2^{-1}at) \times [J_0(2^{-1}at) - at J_1(2^{-1}at)]$
(8)	$r^{-1}K(\alpha/r)$	$2^{-1}\pi J_0^2(2^{-1}at)$
(9)	$(1 - 2^{-1}\alpha^2 r^{-2})K(\alpha/r) - E(\alpha/r)$	$2^{-2}\pi\alpha^2 J_1^2(2^{-1}at)$
(10)	$r^{-1}[K(\alpha/r) - E(\alpha/r)]$	$2^{-1}\pi\alpha t J_0(2^{-1}at) J_1(2^{-1}at)$
(11)	$p^{-1/2}\theta_1(\alpha, i\pi p)$	$\pi^{-1/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \times J_0[2(\alpha + n - 1/2)t^{1/2}]$
(12)	$p^{-1/2}\theta_2(\alpha, i\pi p)$	$\pi^{-1/2} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n J_0[2(\alpha + n)t^{1/2}]$
(13)	$p^{-1/2}\theta_3(\alpha, i\pi p)$	$\pi^{-1/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_0[2(\alpha + n)t^{1/2}]$
(14)	$p^{-1/2}\theta_4(\alpha, i\pi p)$	$\pi^{-1/2} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_0[2(\alpha + n + 1/2)t^{1/2}]$

$$r = (p^2 + \alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(15)	$p^{-1} \theta_1(\alpha, i\pi p), \quad  \operatorname{Re} \alpha  < 1/2$	$\pi^{-1} \times$ $\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin [2(\alpha + n - 1/2)t^{1/2}]}{\alpha + n - 1/2}$
(16)	$p^{-1} \theta_2(\alpha, i\pi p), \quad 0 < \operatorname{Re} \alpha < 1$	$\pi^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin [2(\alpha + n)t^{1/2}]}{\alpha + n}$
(17)	$p^{-1} \theta_3(\alpha, i\pi p), \quad 0 < \operatorname{Re} \alpha < 1$	$\pi^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin [2(\alpha + n)t^{1/2}]}{\alpha + n}$
(18)	$p^{-1} \theta_4(\alpha, i\pi p), \quad  \operatorname{Re} \alpha  < 1/2$	$\pi^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin [2(\alpha + n + 1/2)t^{1/2}]}{\alpha + n + 1/2}$
(19)	$p^{-1} \theta_2(0, i\pi p)$	0, $0 < t < \pi^2/4$ $2n + 2,$ $\pi^2(n + 1/2)^2 < t < \pi^2(n + 3/2)^2$
(20)	$p^{-1} \theta_3(0, i\pi p)$	$2n + 1, \quad \pi^2 n^2 < t < \pi^2(n + 1)^2$
(21)	$p^{-1} \theta_4(0, i\pi p)$	1, $(2k)^2 \pi^2 < t < (2k + 1)^2 \pi^2$ $-1, (2k + 1)^2 \pi^2 < t < (2k + 2)^2 \pi^2$
(22)	$p^{-\nu} \theta_1(\alpha, i\pi p),$ $\operatorname{Re} \nu \geq 1/2,  \operatorname{Re} \alpha  < 1/2$	$\pi^{-1/2} t^{\nu/2 - 1/4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \times$ $\times \frac{J_{\nu - 1/2} [2(\alpha + n - 1/2)t^{1/2}]}{(\alpha + n - 1/2)^{\nu - 1/2}}$
(23)	$p^{-\nu} \theta_2(\alpha, i\pi p),$ $\operatorname{Re} \nu \geq 1/2, 0 < \operatorname{Re} \alpha < 1$	$\pi^{-1/2} t^{\nu/2 - 1/4} \times$ $\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n J_{\nu - 1/2} [2(\alpha + n)t^{1/2}]}{(\alpha + n)^{\nu - 1/2}}$

	$g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$	$f(t)$
(24)	$p^{-\nu} \theta_s(\alpha, i\pi p),$ $\operatorname{Re} \nu \geq 1/2, 0 < \operatorname{Re} \alpha < 1$	$\pi^{-1/2} t^{\nu/2 - 1/4} \times$ $\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_{\nu - 1/2} [2(\alpha + n) t^{1/2}]}{(\alpha + n)^{\nu - 1/2}}$
(25)	$p^{-\nu} \theta_s(\alpha, i\pi p),$ $\operatorname{Re} \nu > 1/2,  \operatorname{Re} \alpha  < 1/2$	$\pi^{-1/2} t^{\nu/2 - 1/4} \times$ $\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_{\nu - 1/2} [2(\alpha + n + 1/2) t^{1/2}]}{(\alpha + n + 1/2)^{\nu - 1/2}}$

## ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

---

Назовем функцию

$$g(s) = \mathfrak{M} \{f(x); s\} = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx,$$

где  $s$  изменяется в комплексной плоскости, *преобразованием Меллина* функции  $f(x)$ . Функцию  $f(x)$  называют *обратным преобразованием Меллина* функции  $g(s)$ . При некоторых условиях обратное преобразование Меллина выражается в виде интеграла, содержащего  $g(s)$ , см. 6.1 (1). Мы даем здесь таблицы преобразований Меллина и обратных преобразований Меллина. В главе VI пары функций классифицируются в соответствии с функцией  $f(x)$ , а в главе VII — в соответствии с функцией  $g(s)$ .

Преобразования Меллина являются по сути дела двусторонними преобразованиями Лапласа, и могут быть выражены либо как экспоненциальные преобразования Фурье в комплексной области, либо как комбинации преобразований Лапласа

$$\mathfrak{M} \{f(x); s\} = \mathfrak{F} \{f(e^x); is\} = \mathfrak{L} \{f(e^t); -s\} + \mathfrak{L} \{f(e^{-t}); s\}.$$

В соответствии с этим информация о преобразованиях Меллина содержится во многих работах о преобразованиях Фурье и Лапласа. Двумя наиболее важными источниками являются Doetsch (1950) и Титчмарш (1948).

В силу сказанного выше представляется достаточным дать сравнительно краткие таблицы преобразований Меллина и обратных преобразований Меллина. Дальнейшие пары соответствующих друг другу функций могут быть получены с помощью методов, указанных во введении к этому тому, с помощью общих формул, указанных в ш. 6.1 и 7.1, и из таблиц преобразований Фурье и Лапласа с помощью указанных выше формул.

ГЛАВА VI  
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

6.1. Общие формулы

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(1)	$(2\pi i)^{-1} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} g(s) x^{-s} ds$	$g(s)$
(2)	$f(ax), \quad a > 0$	$a^{-s} g(s)$
(3)	$x^{\alpha} f(x)$	$g(s + \alpha)$
(4)	$f(1/x)$	$g(-s)$
(5)	$f(x^h), \quad h > 0$	$h^{-1} g(s/h)$
(6)	$f(x^{-h}), \quad h > 0$	$h^{-1} g(-s/h)$
(7)	$x^{\beta} f(ax^h), \quad a > 0, h > 0$	$h^{-1} a^{-(s+\beta)/h} g[(s+\beta)/h]$
(8)	$x^{\beta} f(ax^{-h}), \quad a > 0, h > 0$	$h^{-1} a^{(s+\beta)/h} g[-(s+\beta)/h]$
(9)	$f'(x)$	$-(s-1)g(s-1)$
(10)	$f^{(n)}(x)$	$(-1)^n (s-n)_n g(s-n)$
(11)	$\left(x \frac{d}{dx}\right)^n f(x)$	$(-1)^n s^n g(s)$
(12)	$\left(\frac{d}{dx} x\right)^n f(x)$	$(-1)^n (s-1)^n g(s)$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(13)	$x^{\alpha} \int_0^{\infty} \xi^{\beta} f_1(x\xi) f_2(\xi) d\xi$	$g_1(s+\alpha) g_2(1-s-\alpha+\beta)$
(14)	$x^{\alpha} \int_0^{\infty} \xi^{\beta} f_1(x/\xi) f_2(\xi) d\xi$	$g_1(s+\alpha) g_2(s+\alpha+\beta+1)$

### 6.2. Алгебраические функции и степени с произвольным показателем

(1)	$x,$ $2-x,$ $0,$	$0 < x < 1$ $1 < x < 2$ $x > 2$	$2s^{-1}(s+1)^{-1}(2^s-1),$ $2 \ln 2,$ $\text{Re } s > -1$
(2)	$(1+x)^{-1},$ $0,$	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$	$2^{-1} \psi(1/2 + s/2) - 2^{-1} \psi(s/2),$ $\text{Re } s > 0$
(3)	$(\alpha+x)^{-1},$	$ \arg \alpha  < \pi$	$\frac{\pi \alpha^{s-1}}{\sin(\pi s)},$ $0 < \text{Re } s < 1$
(4)	$(a-x)^{-1},$	$a > 0$	$\pi a^{s-1} \text{ctg}(\pi s),$ $0 < \text{Re } s < 1$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(5)	$(1+\alpha x)^{-1},$ $0,$	$0 < x < b$ $x > b$ $ \arg(1-ab)  < \pi$	$b^s s^{-1} {}_2F_1(1, s; 1+s; -ab),$ $\text{Re } s > 0$
(6)	$(1+\alpha x)^{-n-1},$	$ \arg \alpha  < \pi$	$\frac{(-1)^n \pi}{z^s \sin(\pi s)} \binom{s-1}{n},$ $0 < \text{Re } s < n+1$
(7)	$(\alpha+x)^{-1}(\beta+x)^{-1},$ $ \arg \alpha  < \pi, \quad  \arg \beta  < \pi$		$\frac{\pi(\alpha^{s-1} - \beta^{s-1})}{(s-\alpha) \sin(\pi s)},$ $0 < \text{Re } s < 2$
(8)	$(\alpha+x)^{-1}(b-x)^{-1},$ $ \arg \alpha  < \pi, \quad b > 0$		$\frac{\pi}{\alpha+b} \left  \frac{\alpha^{s-1}}{\sin(\pi s)} + \frac{b^{s-1}}{\text{tg}(\pi s)} \right ,$ $0 < \text{Re } s < 2$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(9)	$(a-x)^{-1} (b-x)^{-1}, \quad a > b > 0$	$\pi \operatorname{ctg}(\pi s) \left( \frac{a^{s-1} - b^{s-1}}{b-a} \right),$ $0 < \operatorname{Re} s < 2$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(10)	$(x+\alpha)(x+\beta)^{-1}(x+\gamma)^{-1},$ $ \arg \beta  < \pi$ $ \arg \gamma  < \pi$	$-\frac{\pi}{\sin(\pi s)} \left[ \left( \frac{\beta-\alpha}{\beta-\gamma} \right) \beta^{s-1} + \left( \frac{\gamma-\alpha}{\gamma-\beta} \right) \gamma^{s-1} \right],$ $0 < \operatorname{Re} s < 1$
(11)	$(x^2 + \alpha^2)^{-1}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi \alpha^{s-1}}{2 \sin(2^{-1} \pi s)}, \quad 0 < \operatorname{Re} s < 2$
(12)	$(x^2 + 2ax \cos \theta + a^2)^{-1},$ $a > 0, \quad -\pi < \theta < \pi$	$-\frac{\pi a^{s-2} \sin[(s-1)\theta]}{\sin \theta \sin(\pi s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < 2$
(13)	$(x^2 + 2ax \cos \theta + a^2)^{-2},$ $a > 0, \quad -\pi < \theta < \pi$	$\frac{\pi a^{s-3}}{2 \sin(\pi s) (\sin \theta)^3} \times$ $\times \{ (s-1) \sin \theta \cos[(s-2)\theta] -$ $-\sin[(s-1)\theta] \}, \quad 0 < \operatorname{Re} s < 4$
(14)	$(\alpha + x^2)^{-1} (\beta + x^2)^{-1},$ $ \arg \alpha  < \pi, \quad  \arg \beta  < \pi$	$\frac{\pi (\alpha^{s/2-1} - \beta^{s/2-1})}{2(\beta-\alpha) \sin(2^{-1} \pi s)}$ $0 < \operatorname{Re} s < 4$
(15)	$(\alpha + x^n)^{-1}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\frac{\pi \alpha^{s/n-1}}{n \sin(\pi s/n)},$ $0 < \operatorname{Re} s < n$
(16)	$(1-x)(1-x^m)^{-1}$	$\frac{\pi \sin(\pi/m)}{m \sin(\pi s/m) \sin[(\pi s + \pi)/m]},$ $0 < \operatorname{Re} s < m-1$
(17)	$(1 + 2x \cos \theta + x^2)^{-1/2},$ $-\pi < \theta < \pi$	$\frac{\pi P_{s-1}(\cos \theta)}{\sin(\pi s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < 1$
(18)	$x^\nu,$ $0, \quad 0 < x < 1$ $x > 1$	$(s+\nu)^{-1}, \quad \operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(19)	$(1 + \alpha x)^{-\nu}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\alpha^{-s} B(s, \nu - s), \quad 0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu$
(20)	$(1 + \alpha x)^{-\nu}, \quad 0 < x < b$ $0, \quad x > b$ $ \arg(1 + \alpha b)  < \pi$	$s^{-1} b^s {}_2F_1(\nu, s; 1 + s; -\alpha b),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(21)	$0, \quad 0 < x < b$ $(1 + \alpha x)^{-\nu}, \quad x > b$	$\alpha^{-\nu} b^{s-\nu} (\nu - s)^{-1} \times$ $\times {}_2F_1(\nu, \nu - s; \nu - s + 1;$ $-\alpha^{-1} b^{-1}),$ $\operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu$
(22)	$(1 + 2x \cos \theta + x^2)^{-\nu},$ $-\pi < \theta < \pi$	$2^{\nu - 1/2} (\sin \theta)^{1/2 - \nu} \Gamma(1/2 + \nu) \times$ $\times B(s, 2\nu - s) P_{s-\nu-1/2}^{1/2-\nu}(\cos \theta),$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} 2\nu$
(23)	$(1 + x)^{\nu} (1 + \alpha x)^{\mu}, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$B(s, -\mu - \nu - s) \times$ $\times {}_2F_1(-\mu, s; -\mu - \nu; 1 - \alpha),$ $0 < \operatorname{Re} s < -\operatorname{Re}(\mu + \nu)$
(24)	$(1 - x)^{\nu} (1 + \alpha x)^{\mu}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \quad  \arg(1 + \alpha)  < \pi$	$B(\nu + 1, s) \times$ $\times {}_2F_1(-\mu, s, \nu + s + 1; -\alpha),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(25)	$(1 + x^2)^{-1/2} [(1 + x^2)^{1/2} + \alpha]^{\nu},$ $\operatorname{Re} \alpha > -1$	$2^{s/2 - 1} (\alpha^2 - 1)^{\nu/2 + s/4} \Gamma(s/2) \times$ $\times \Gamma(1 - \nu - s) P_{s/2-1}^{\nu + s/2}(\alpha),$ $0 < \operatorname{Re} s < 1 - \operatorname{Re} \nu$
(26)	$(1 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times  (\alpha^2 - 1)^{1/2} (1 + x^2)^{1/2} + \alpha ^{\nu},$ $\operatorname{Re} \nu < 0, \quad \operatorname{Re} \alpha > 1$	$2^{s/2 - 1/2} \pi^{-1/2} e^{-2-1i\pi(s-1)} \times$ $\times \Gamma(1 - \nu - s) \Gamma(s/2) [\Gamma(-\nu)]^{-1} \times$ $\times (\alpha^2 - 1)^{-s/4 + 1/4} Q_{-\nu-s/2-1/2}^{s/2-1/2}(\alpha),$ $\operatorname{Re} s < 1 - \operatorname{Re} \nu$
(27)	$(1 + x^2)^{-1/2} \times$ $\times  \cos \theta \pm i \sin \theta (1 + x^2)^{1/2} ^{\nu},$ $\operatorname{Re} \nu < 0, \quad -\pi < \theta < \pi$  Слева и справа одновременно брать либо верхние, либо ниж- ние знаки	$2^{s/2 - 1/2} (\sin \theta)^{1/2 - s/2} \times$ $\times \frac{\Gamma(s/2) \Gamma(1 - s - \nu)}{\Gamma(-\nu)} \times$ $\times  \pi^{-1/2} Q_{-s/2-1/2}^{s/2-1/2}(\cos \theta) \mp$ $\mp 2^{-1} i \pi^{1/2} P_{-s/2-1/2}^{s/2-1/2}(\cos \theta) ,$ $\operatorname{Re} s > 0$



	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(28)	$(a^2 + x^2)^{-1/2} [(a^2 + x^2)^{1/2} + x]^\nu,$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-s} a^{\nu+s-1} B(s, 1/2 - s/2 - \nu/2),$ $0 < \operatorname{Re} s < -\operatorname{Re} \nu + 1$
(29)	$0,$ $0 < x < 1$ $(x^2 - 1)^{-1/2} \{  x - (x^2 - 1)^{1/2} ^\nu +$ $+  x - (x^2 - 1)^{1/2} ^{-\nu} \},$ $1 < x < \infty$	$2^{-s} B(1/2 - s/2 + \nu/2,$ $1/2 - s/2 - \nu/2),$ $\operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu + 1$
(30)	$(1 + \alpha x^h)^{-\nu},$ $ \arg \alpha  < \pi, \quad h > 0$	$h^{-1} \alpha^{-s/h} B(s/h, \nu - s/h),$ $0 < \operatorname{Re} s < h \operatorname{Re} \nu$
(31)	$(1 - x^h)^{\nu-1},$ $0 < x < 1$ $0,$ $x \geq 1$ $h > 0, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$h^{-1} B(\nu, s/h),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(32)	$0,$ $0 < x \leq 1$ $(x^h - 1)^{\nu-1},$ $x \geq 1$ $h > 0, \quad \operatorname{Re} \nu > 0$	$h^{-1} B(1 - \nu - s/h, \nu),$ $\operatorname{Re} s < h - h \operatorname{Re} \nu$
(33)	$(1 - x^a)(1 - x^{na})^{-1}$	$\frac{\pi \sin(\pi/n)}{na \sin \frac{\pi s}{na} \sin \frac{\pi s + \pi a}{na}},$ $0 < \operatorname{Re} s < (n-1)a$
(34)	$(1 + x^{2\nu})^{-1} (1 + x^{3\nu})^{-1},$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$-\frac{\pi}{8\nu} \frac{1}{\left[1 - 4 \cos^2\left(\frac{\pi s}{3\nu}\right)\right] \sin\left(\frac{\pi s}{3\nu}\right)}$ $0 < \operatorname{Re} s < 5 \operatorname{Re} \nu$
(35)	$(1 + \alpha x^h)^{-\mu} (1 + \beta x^h)^{-\nu},$ $h > 0$ $ \arg \alpha  < \pi, \quad  \arg \beta  < \pi$	$h^{-1} \alpha^{-s/h} B(s/h, \mu + \nu - s/h) \times$ $\times {}_2F_1(\nu, s/h; \mu + \nu; 1 - \beta/\alpha),$ $0 < \operatorname{Re} s < 2 \operatorname{Re}(\mu + \nu)$

### 6.3. Показательные функции

(1)	$e^{-\alpha x},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{-s} \Gamma(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(2)	$e^{-\beta x},$ $0 < x < a$ $0,$ $x > a$	$\beta^{-s} \gamma(s, \beta a),$ $\operatorname{Re} s > 0$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(3)	$0, \quad 0 < x < a$ $e^{-\beta x}, \quad a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$\beta^{-s} \Gamma(s, \beta a)$
(4)	$(x + \beta)^{-1} e^{-\alpha x},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \quad  \arg \beta  < \pi$	$\Gamma(s) \beta^{s-1} e^{\alpha \beta} \Gamma(1-s, \alpha \beta),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(5)	$\binom{x}{n} e^{-\alpha x}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{-s} \Gamma(s) \Phi_n(s, \alpha^{-1}),$ ГДЕ $\sum_{n=0}^{\infty} h^n \Phi_n(v, z) =$ $=  1 - z \ln(h+1) ^v,$ $\operatorname{Re} s > 0$
(6)	$(e^{\alpha x} + 1)^{-1}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{-s} \Gamma(s) (1 - 2^{1-s}) \zeta(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(7)	$(e^{\alpha x} - 1)^{-1}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{-s} \Gamma(s) \zeta(s), \quad \operatorname{Re} s > 1$
(8)	$e^{-\alpha x} (1 - e^{-x})^{-1}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(s) \zeta(s, \alpha), \quad \operatorname{Re} s > 1$
(9)	$e^{-\alpha x} (1 - \beta e^{-x})^{-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \quad  \arg(1 - \beta)  < \pi$	$\Gamma(s) \Phi(\beta, s, \alpha), \quad \operatorname{Re} s > 0$
(10)	$(e^x - 1)^{-2}$	$\Gamma(s) [\zeta(s-1) - \zeta(s)], \quad \operatorname{Re} s > 2$
(11)	$e^{-\alpha x} (1 - e^{-x})^{-2}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(s) [\zeta(s-1, \alpha-1) -$ $-(\alpha-1) \zeta(s, \alpha-1)], \quad \operatorname{Re} s > 2$
(12)	$e^{-\alpha x} (1 - \beta e^{-x})^{-2},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \quad \arg(1 - \beta) < \pi$	$\Gamma(s) [\Phi(\beta, s-1, \alpha-1) -$ $-(\alpha-1) \Phi(\beta, s, \alpha-1)],$ $\operatorname{Re} s > 0$
(13)	$e^{-\alpha x^2 - \beta x}, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(2\alpha)^{-s/2} \Gamma(s) \exp\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \times$ $\times D_{-s}[\beta (2\alpha)^{-1/2}],$ $\operatorname{Re} s > 0$
(14)	$(1+x)^{-1/2} \exp[-\alpha(1+x)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2\pi^{-1/2} (\alpha/2)^{1/2-s} \Gamma(s) K_{1/2-s}(\alpha),$ $\operatorname{Re} s > 0$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(15)	$\exp(-\alpha x^h), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0, \quad h > 0$	$h^{-1} \alpha^{-s/h} \Gamma(s/h), \quad \operatorname{Re} s > 0$
(16)	$\exp(-\alpha x^{-h}), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0, \quad h > 0$	$h^{-1} \alpha^{s/h} \Gamma(-s/h), \quad \operatorname{Re} s < 0$
(17)	$\exp(-\alpha x^h - \beta x^{-h}), \quad h > 0, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0, \quad \operatorname{Re} \beta > 0$	$2h^{-1} (\beta/\alpha)^{2-1/h} s K_{s/h} (2\alpha^{1/2} \beta^{1/2})$
(18)	$1 - \exp(-\alpha x^h), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0, \quad h > 0$	$-h^{-1} \alpha^{-s/h} \Gamma(s/h), \quad -h < \operatorname{Re} s < 0$
(19)	$1 - \exp(-\alpha x^{-h}), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0, \quad h > 0$	$-h^{-1} \alpha^{s/h} \Gamma(-s/h), \quad 0 < \operatorname{Re} s < h$

#### 6.4. Логарифмические функции

(1)	$\ln x, \quad 0 < x < a$ $0, \quad x > a$	$s^{-1} a^{-s} (\ln a - s^{-1}), \quad \operatorname{Re} s > 0$
(2)	$(x + a)^{-1} \ln x, \quad  \arg \alpha  < \pi$	$\frac{\pi a^{s-1} [\ln a - \pi \operatorname{ctg}(\pi s)]}{\sin(\pi s)}, \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1$
(3)	$(x + 1)^{-1} \ln x, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$2^{-s} [\psi'(1/2 + s/2) - \psi'(s/2)], \quad \operatorname{Re} s > 0$
(4)	$(x - 1)^{-1} \ln x, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$\psi'(s), \quad \operatorname{Re} s > 0$
(5)	$(a - x)^{-1} \ln x, \quad a > 0$	$\pi a^{s-1} \left[ \frac{\ln a}{\operatorname{tg}(\pi s)} - \frac{\pi}{\sin^2(\pi s)} \right], \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(6)	$(x + \alpha)^{-1} (x + \beta)^{-1} \ln x, \quad  \arg \alpha  < \pi, \quad  \arg \beta  < \pi$	$\frac{\pi}{(\beta - \alpha) \sin(\pi s)} [\alpha^{s-1} \ln \alpha - \beta^{s-1} \ln \beta - \pi \operatorname{ctg}(\pi s)(\alpha^{s-1} - \beta^{s-1})], \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(7)	$x^\nu \ln x,$ 0,	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $-(s + \nu)^{-2}, \quad \operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$
(8)	$(1-x)^{\nu-1} \ln x,$ 0,	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$ $B(\nu, s) [\psi(s) - \psi(\nu + s)],$ $\operatorname{Re} s > 0$
(9)	$x^\nu e^{-\alpha x} \ln x,$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$ $\alpha^{-s} \nu \Gamma(s + \nu) [\psi(s + \nu) - \ln \alpha],$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$
(10)	$(1+x)^{-1} (\ln x)^2$	$\frac{\pi^2 [2 - \sin^2(\pi s)]}{\sin^2(\pi s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < 1$
(11)	$(1-x)^{\nu-1} (\ln x)^2,$ 0,	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$ $B(s, \nu) \{[\psi(s) - \psi(\nu + s)]^2 +$ $+ \psi'(s) - \psi'(\nu + s)\},$ $\operatorname{Re} s > 0$
(12)	$(a^2 + 2ax \cos \theta + x^2)^{-1} (\ln x)^n,$ $a > 0, \quad -\pi < \theta < \pi$	$-\pi \cos \theta \times$ $\times \frac{d^n}{ds^n} \frac{a^{s-2} \sin[(s-1)\theta]}{\sin(\pi s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < 2$
(13)	$e^{-x} (\ln x)^n$	$\frac{d^n}{ds^n} \Gamma(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(14)	$(\ln x)^{\nu-1},$ 0,	$0 < x < 1$ $x > 1$ $\operatorname{Re} \nu > 0$ $(-s)^{-\nu} \Gamma(\nu),$ $\operatorname{Re} s < 0$
(15)	$\ln(1 + \alpha x),$	$ \arg \alpha  < \pi$ $\frac{\pi}{s \alpha^s \sin(\pi s)}, \quad -1 < \operatorname{Re} s < 0$
(16)	$\ln(1+x),$ 0,	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $s^{-1} [1n 2 - 2^{-1} \psi(s/2 + 1) +$ $+ 2^{-1} \psi(s/2 + 1/2)],$ $\operatorname{Re} s > -1$
(17)	0, $\ln(1+x),$	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $s^{-1} [2^{-1} \psi(-s/2) -$ $- 2^{-1} \psi(1/2 - s/2) - \ln 2]$
(18)	$\ln 1-x $	$\pi s^{-1} \operatorname{ctg}(\pi s), \quad -1 < \operatorname{Re} s < 0$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(19)	$\ln(1-x), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad x > 1$	$-s^{-1} [\psi(s+1) - \psi(1)],$ $\operatorname{Re} s > -1$
(20)	$0, \quad 0 < x < 1$ $\ln(x-1), \quad x > 1$	$s^{-1} [\pi \operatorname{ctg}(\pi s) + \psi(s+1) - \psi(1)],$ $\operatorname{Re} s < 0$
(21)	$(1+x)^{-1} \ln(1+x)$	$\frac{\pi [C + \psi(1-s)]}{\sin(\pi s)},$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$
(22)	$(1-x)^{\nu-1} \ln(1-x), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$B(s, \nu) [\psi(\nu) - \psi(\nu+s)],$ $\operatorname{Re} s > 0$
(23)	$(\alpha+x)^{-\nu} \ln(\alpha+x),$ $ \arg \alpha  < \pi$	$\alpha^{s-\nu} B(s, \nu-s) \times$ $\times [\psi(\nu) - \psi(\nu-s) + \ln \alpha],$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu$
(24)	$\ln \left  \frac{1+x}{1-x} \right $	$\pi s^{-1} \operatorname{tg}(2^{-1}\pi s),$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$
(25)	$(1+x)^{-1} \ln(1+x^2)$	$\frac{\pi}{2 \sin(\pi s)} \times$ $\times \{ \ln 4 + (1-s) \sin(2^{-1}\pi s) \times$ $\times [\psi(3/4 - s/4) - \psi(1/4 - s/4)] -$ $- (2-s) \cos(2^{-1}\pi s) \times$ $\times [\psi(1 - s/4) - \psi(1/2 - s/4)] \},$ $-2 < \operatorname{Re} s < 1$
(26)	$\ln [x + (1+x^2)^{1/2}]$	$-2^{-1} s^{-1} a^{-s} B(s/2 + 1/2, -s/2),$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0$
(27)	$\ln(1 + 2x \cos \theta + x^2),$ $-\pi < \theta < \pi$	$\frac{2\pi \cos(\theta s)}{s \sin(\pi s)},$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0$
(28)	$\ln(1 - 2ae^{-x} \cos \theta + a^2 e^{-2x}),$ $0 < a < 1, \quad -\pi < \theta < \pi$	$-2 \Gamma(s) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n \cos(n\theta)}{n+1},$ $\operatorname{Re} s > 0$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(29)	Относительно других подынтегральных функций вида $f(x) \ln  g(x) $ см. Gröbner W. and Hofreiter N., 1950, Integraltafel. Zweiter Teil, Bestimmte Integrale, стр. 69—90, Springer.	

### 6.5. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции

(1)	$\sin(ax),$ $a > 0$	$a^{-s} \Gamma(s) \sin(2^{-1}\pi s),$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$
(2)	$\sin(\beta x),$ $0,$ $0 < x < c$ $c < x < \infty$	$2^{-1}i(i\beta)^{-s} \gamma(s, i\beta c) -$ $-2^{-1}i(-i\beta)^{-s} \gamma(s, -i\beta c),$ $\operatorname{Re} s > -1$
(3)	$0,$ $\sin ax,$ $0 < x < c$ $c < x < \infty$ $a > 0$	$2^{-1}e^{2^{-1}\pi i(s-1)} a^{-s} \Gamma(s, -iac) +$ $+2^{-1}e^{2^{-1}\pi i(1-s)} a^{-s} \Gamma(s, iac),$ $\operatorname{Re} s < 1$
(4)	$(1+x^2)^{-1} \sin(ax),$ $a > 0$	$\frac{\pi \operatorname{sh} a}{2 \cos(2^{-1}\pi s)} +$ $+2^{-1} \Gamma(s) \sin(2^{-1}\pi s) \times$ $\times [e^{-a} e^{i(1-s)\pi} \gamma(1-s, -a) -$ $-e^a \gamma(1-s, a)], -1 < \operatorname{Re} s < 3$
(5)	$(1-x)^{\nu-1} \sin(ax),$ $0,$ $0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$-2^{-1}i B(s, \nu)   {}_1F_1(s; s+\nu; ia) -$ $- {}_1F_1(s; s+\nu; -ia)  ,$ $\operatorname{Re} s > 0$
(6)	$(x^2+a^2)^{\nu} \sin(bx)$	См. в разделах «Преобразования Фурье»
(7)	$e^{-ax} \sin(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$(\alpha^2 + \beta^2)^{-s/2} \Gamma(s) \times$ $\times \sin[s \operatorname{arctg}(\beta/\alpha)],$ $\operatorname{Re} s > -1$
(8)	$e^{-ax} \sin(\beta x),$ $0,$ $0 < x < c$ $c < x < \infty$	$2^{-1}i(\alpha+i\beta)^{-s} \gamma[s, (\alpha+i\beta)c] -$ $-2^{-1}i(\alpha-i\beta)^{-s} \gamma[s, (\alpha-i\beta)c],$ $\operatorname{Re} s > -1$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(9)	$0,$ $e^{-\alpha x} \sin(\beta x),$ $0 < x < c,$ $c < x < \infty$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$2^{-1} i (\alpha + i\beta)^{-s} \Gamma[s, (\alpha + i\beta) c] -$ $- 2^{-1} i (\alpha - i\beta)^{-s} \Gamma[s, (\alpha - i\beta) c]$
(10)	$e^{-\alpha x^2} \sin(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \beta \alpha^{-1/2 - s/2} \times$ $\times \Gamma(1/2 + s/2) e^{-2^{-2} \alpha^{-1} \beta^2} \times$ $\times {}_1F_1(-s/2; 3/2; 2^{-2} \alpha^{-1} \beta^2),$ $\operatorname{Re} s > -1$
(11)	$e^{-2^{-1} \alpha x^2 - \beta x} \sin(\gamma x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$-2^{-1} i \Gamma(s) \alpha^{-s/2} e^{2^{-1} \alpha^{-1} (\beta^2 - \gamma^2)} \times$ $\times \{e^{-2^{-1} i \alpha^{-1} \beta \gamma} \times$ $\times D_{-s}[\alpha^{-1/2} (\beta - i\gamma)] -$ $- e^{2^{-1} i \alpha^{-1} \beta \gamma} D_{-s}[\alpha^{-1/2} (\beta + i\gamma)]\},$ $\operatorname{Re} s > -1$
(12)	$e^{-2^{-2} \alpha^2 x^{-1}} \sin(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \beta > 0$	$i 2^{-s} x^s b^{s/2} [e^{-2^{-2} \pi i} K_s(a e^{-2^{-2} \pi i} b^{1/2}) -$ $- e^{2^{-2} \pi i} K_s(a e^{-2^{-2} \pi i} b^{1/2})],$ $\operatorname{Re} s < 1$
(13)	$\ln x \sin(\alpha x),$ $a > 0$	$\alpha^{-s} \Gamma(s) \sin(2^{-1} \pi s) \times$ $\times [\psi(s) - \ln a + 2^{-1} \pi \operatorname{ctg}(2^{-1} \pi s)],$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$
(14)	$e^{\alpha x} \ln x \sin(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$(\alpha^2 + \beta^2)^{-s/2} \Gamma(s) \times$ $\times \sin[s \operatorname{arctg}(\beta/\alpha)] \times$ $\times \{\psi(s) - 2^{-1} \ln(\alpha^2 + \beta^2) +$ $+ \operatorname{arctg}(\beta/\alpha) \operatorname{ctg}[s \operatorname{arctg}(\beta/\alpha)]\},$ $\operatorname{Re} s > -1$
(15)	$\sin^2(\alpha x),$ $a > 0$	$-2^{-s-1} a^{-s} \Gamma(s) \cos(2^{-1} \pi s),$ $-2 < \operatorname{Re} s < 0$
(16)	$\sin[a(x - b^2 x^{-1})],$ $a, b > 0$	$2b^s K_s(2ab) \sin(2^{-1} \pi s),$ $ \operatorname{Re} s  < 1$
(17)	$\sin[a(x + b^2 x^{-1})],$ $a, b > 0$	$\pi b^s [J_s(2ab) \cos(2^{-1} \pi s) -$ $- Y_s(2ab) \sin(2^{-1} \pi s)],$ $ \operatorname{Re} s  < 1$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(18)	$e^{-x} \sin(x + ax^2), \quad a > 0$	$(2a)^{-s/2} \Gamma(s) \exp\left(\frac{1}{4a}\right) \times$ $\times \sin(2^{-2}\pi s) D_{-s}(a^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} s > -1$
(19)	$\sin(\alpha \ln x), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$-\alpha(\alpha^2 + s^2)^{-1}, \quad \operatorname{Re} s >  \operatorname{Im} \alpha $
(20)	$e^{-x} \sin(\alpha \ln x)$	$ \Gamma(s + i\alpha)  \sin[\arg \Gamma(s + i\alpha)],$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Im} \alpha $
(21)	$\cos(ax), \quad a > 0$	$a^{-s} \Gamma(s) \cos(2^{-1}\pi s), \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1$
(22)	$\cos(\beta x), \quad 0 < x < c$ $0, \quad c < x < \infty$	$2^{-1} (i\beta)^{-s} \gamma(s, i\beta c) +$ $+ 2^{-1} (-i\beta)^{-s} \gamma(s, -i\beta c),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(23)	$0, \quad 0 < x < c$ $\cos(ax), \quad c < x < \infty$ $a > 0$	$2^{-1} e^{2^{-1}i\pi s} a^{-s} \Gamma(s, -iac) +$ $+ 2^{-1} e^{-2^{-1}i\pi s} a^{-s} \Gamma(s, iac)$
(24)	$(1 + x^2)^{-1} \cos(ax), \quad a > 0$	$\frac{\pi \operatorname{ch} a}{2 \sin(2^{-1}\pi s)} +$ $+ 2^{-1} \Gamma(s) \cos(2^{-1}\pi s) \times$ $\times [e^{-a} e^{i(1-s)\pi} \times$ $\times \gamma(1-s, -a) - e^{a} \gamma(1-s, a)],$ $0 < \operatorname{Re} s < 3$
(25)	$(1 - x^2)^{\nu-1} \cos(ax), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$2^{-1} B(s, \nu) [{}_1F_1(s; s + \nu; ia) +$ $+ {}_1F_1(s; s + \nu; -ia)], \operatorname{Re} s > 0$
(26)	$(x^2 + a^2)^{\nu} \cos(bx)$	См. в разделах «Преобразования Фурье»
(27)	$e^{-\alpha x} \cos(\beta x), \quad \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$(\alpha^2 + \beta^2)^{-s/2} \Gamma(s) \cos[s \operatorname{arctg}(\beta/\alpha)],$ $\operatorname{Re} s > 0$



	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	
(28)	$e^{\alpha x} \cos(\beta x),$ $0,$	$0 < x < c$ $c < x < \infty$	$2^{-1}(\alpha + i\beta)^{-s} \gamma  s, (\alpha + i\beta) c  +$ $+ 2^{-1}(\alpha - i\beta)^{-s} \gamma  s, (\alpha - i\beta) c ,$ $\operatorname{Re} s < 0$
(29)	$0,$ $e^{-\alpha x} \cos(\beta x),$	$0 < x < c$ $c < x < \infty$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$2^{-1}(\alpha + i\beta)^{-s} \Gamma  s, (\alpha + i\beta) c  +$ $+ 2^{-1}(\alpha - i\beta)^{-s} \Gamma  s, (\alpha - i\beta) c $
(30)	$e^{-\alpha x^2} \cos(\beta x),$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \alpha^{-s/2} \Gamma(s, 2) e^{-2^{-2} \alpha^{-1} \beta^2} \times$ $\times {}_1F_1(-s/2 + 1/2; 1/2; 2^{-2} \alpha^{-1} \beta^2),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(31)	$e^{-2^{-1} \alpha x^2 - \beta x} \cos(\gamma x),$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \alpha^{-s/2} \Gamma(s) e^{2^{-2} \alpha^{-1} (\beta^2 - \gamma^2)} \times$ $\times \{e^{-2^{-1} i \beta \gamma \alpha^{-1}} \times$ $\times D_{-s}[\alpha^{-1/2}(\beta - i\gamma)] +$ $+ e^{2^{-1} i \beta \gamma \alpha^{-1}} D_{-s}[\alpha^{-1/2}(\beta + i\gamma)]\},$ $\operatorname{Re} s > 0$
(32)	$e^{-2^{-2} \alpha^2 x^{-1}} \cos(\beta x),$	$\operatorname{Re} \alpha > 0, \quad b > 0$	$2^{-s} \alpha^s b^{-s/2} [e^{-2^{-2} \pi i s} \times$ $\times K_s(\alpha e^{2^{-2} \pi i} b^{1/2}) +$ $+ e^{2^{-2} \pi i s} K_s(\alpha e^{-2^{-2} \pi i} b^{1/2})],$ $\operatorname{Re} s < 1$
(33)	$\ln x \cos(\alpha x),$	$a > 0$	$a^{-s} \Gamma(s) \cos(2^{-1} \pi s) \{\psi(s) - \ln a -$ $- 2^{-1} \pi \operatorname{tg}(2^{-1} \pi s)\}, \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1$
(34)	$e^{-\alpha x} \ln x \cos(\beta x),$	$\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$(\alpha^2 + \beta^2)^{-s/2} \Gamma(s) \{\{\psi(s) -$ $- \ln(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}\} \cos[s \operatorname{arctg}(\beta/\alpha)] -$ $- \operatorname{arctg}(\beta/\alpha) \sin[s \operatorname{arctg}(\beta/\alpha)]\},$ $\operatorname{Re} s > 0$
(35)	$\cos[a(x + b^2 x^{-1})],$	$a > 0, \quad b > 0$	$-\pi b^s [J_s(2ab) \sin(2^{-1} \pi s) +$ $+ Y_s(2ab) \cos(2^{-1} \pi s)],$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(36)	$\cos [a(x - b^2 x^{-1})],$ $a, b > 0$	$2b^s K_s(2ab) \cos(2^{-1}\pi s),$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$
(37)	$e^{-x} \cos(x + ax^2),$ $a > 0$	$(2a)^{-s/2} \Gamma(s) \exp\left(\frac{1}{4a}\right) \times$ $\times \cos(2^{-1}\pi s) D_{-s}(a^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(38)	$\cos(\alpha \ln x),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$	$s(\alpha^2 + s^2)^{-1},$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Im} \alpha $
(39)	$e^{-x} \cos(\alpha \ln x)$	$ \Gamma(s + i\alpha)  \cos[\arg \Gamma(s + i\alpha)],$ $\arg \Gamma(x) = -i \ln \frac{\Gamma(x)}{\Gamma(x^*)}$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Im} \alpha $
(40)	$\sin(ax) \sin(bx),$ $a, b > 0, \quad a \neq b$	$2^{-1} \Gamma(s) \cos(2^{-1}\pi s) [ b - a ^{-s} -$ $-(b + a)^{-s}], \quad -2 < \operatorname{Re} s < 1$
(41)	$\sin(ax) \cos(bx),$ $a, b > 0$	$2^{-1} \Gamma(s) \sin(2^{-1}\pi s) [(a + b)^{-s} +$ $+ \operatorname{sgn}(a - b)  a - b ^{-s}],$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$
(42)	$\sin(b^2 x^{-1}) \sin(ax),$ $a, b > 0$	$\frac{\pi a^{-s/2} b^s}{4 \sin(2^{-1}\pi s)} \times$ $\times [J_s(2ba^{1/2}) - J_{-s}(2ba^{1/2}) +$ $+ I_{-s}(2ba^{1/2}) - I_s(2ba^{1/2})],$ $ \operatorname{Re} s  < 1$
(43)	$\sin(b^2 x^{-1}) \cos(ax),$ $a, b > 0$	$\frac{\pi a^{-s/2} b^s}{4 \cos(2^{-1}\pi s)} \times$ $\times [J_s(2ba^{1/2}) + J_{-s}(2ba^{1/2}) +$ $+ I_s(2ba^{1/2}) - I_{-s}(2ba^{1/2})],$ $ \operatorname{Re} s  < 1$
(44)	$\cos(b^2 x^{-1}) \cos(ax),$ $a, b > 0$	$\frac{\pi a^{-s/2} b^s}{4 \sin(2^{-1}\pi s)} \times$ $\times [J_{-s}(2ba^{1/2}) - J_s(2ba^{1/2}) +$ $+ I_{-s}(2ba^{1/2}) - I_s(2ba^{1/2})],$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	
(45)	$\operatorname{arctg} x,$ $0,$	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$	$2^{-s} s^{-1} [\pi + \psi(s/4 + 1/4) -$ $-\psi(s/4 + 3/4)], \quad \operatorname{Re} s > -1$
(46)	$\operatorname{arctg} x$		$-\frac{\pi}{2s \cos(2^{-1}\pi s)},$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0$
(47)	$\operatorname{arctg}(ae^{-x})$		$2^{-s-1} \Gamma(s) a \Phi(-a^2, s+1, 1/2)$
(48)	$\operatorname{arcc} \operatorname{tg} x,$ $0,$	$0 < x < 1$ $1 < x < \infty$	$2^{-s} s^{-1} [\pi - \psi(s/4 + 1/4) +$ $+\psi(s/4 + 3/4)], \quad \operatorname{Re} s > 0$
(49)	$\operatorname{arcc} \operatorname{tg} x$		$\frac{\pi}{2s \cos(2^{-1}\pi s)}, \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1$

### 6.6. Гиперболические и обратные гиперболические функции

(1)	$\frac{1}{\operatorname{ch}(\alpha x)},$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{-s} 2^{1-s} \Gamma(s) \Phi(-1, s, 1/2),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(2)	$\frac{1}{\operatorname{sh}(\alpha x)},$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{-s} 2(1-2^{-s}) \Gamma(s) \zeta(s),$ $\operatorname{Re} s > 1$
(3)	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2(\alpha x)},$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$	$4\alpha^{-s} (1-2^{2-s}) \Gamma(s) 2^{-s} \zeta(s-1),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(4)	$\frac{1}{\operatorname{sh}^2(\alpha x)},$	$\operatorname{Re} \alpha > 0$	$4\alpha^{-s} \Gamma(s) 2^{-s} \zeta(s-1),$ $\operatorname{Re} s > 2$
(5)	$(\operatorname{ch} x - \cos \theta)^{-1},$	$0 < \theta < 2\pi$	$\frac{i \Gamma(s)}{\sin \theta} [e^{-i\theta} \Phi(e^{-i\theta}, s, 1) -$ $- e^{i\theta} \Phi(e^{i\theta}, s, 1)], \quad \operatorname{Re} s > 0$
(6)	$\frac{1}{e^x \operatorname{ch} x}$		$(1-2^{1-s}) \Gamma(s) 2^{1-s} \zeta(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(7)	$\frac{1}{e^x \operatorname{sh} x}$		$2^{1-s} \Gamma(s) \zeta(s), \quad \operatorname{Re} s > 1$
(8)	$e^{-\alpha x} (\operatorname{ch} x - \cos \theta)^{-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > -1, 0 < \theta < 2\pi$		$\frac{i \Gamma(s)}{\sin \theta} [e^{-i\theta} \Phi(e^{-i\theta}, s, \alpha+1) -$ $- e^{i\theta} \Phi(e^{i\theta}, s, \alpha+1)], \quad \operatorname{Re} s > 0$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(9)	$e^{-ax} \frac{e^x - \cos \theta}{\operatorname{ch} x - \cos \theta},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, 0 < \theta < 2\pi$	$\Gamma(s) [\Phi(e^{i\theta}, s, \alpha) +$ $+ \Phi(e^{-i\theta}, s, \alpha)], \operatorname{Re} s > 0$
(10)	$\frac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)},$ $\operatorname{Re} \beta >  \operatorname{Re} \alpha $	$(2\beta)^{-s} \Gamma(s) \{ \zeta[s, 2^{-1}(1 - \alpha/\beta)] -$ $- \zeta[s, 2^{-1}(1 + \alpha/\beta)] \}, \operatorname{Re} s > -1$
(11)	$\frac{1}{\operatorname{sh}(\alpha x) \operatorname{ch}(\beta x)},$ $\operatorname{Re} \beta >  \operatorname{Re} \alpha $	$(2\beta)^{-s} \Gamma(s) \times$ $\times \{ \Phi[-1, s, 2^{-1}(1 + \alpha/\beta)] +$ $+ \Phi[-1, s, 2^{-1}(1 - \alpha/\beta)] \},$ $\operatorname{Re} s > 0$
(12)	$\frac{\operatorname{ch}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)},$ $\operatorname{Re} \beta >  \operatorname{Re} \alpha $	$(2\beta)^{-s} \Gamma(s) \{ \zeta[s, 2^{-1}(1 - \alpha/\beta)] +$ $+ \zeta[s, 2^{-1}(1 + \alpha/\beta)] \},$ $\operatorname{Re} s > -1$
(13)	$\operatorname{arsh}(\alpha x)$	$-2^{-1} s^{-1} \alpha^{-s} B(s/2 + 1/2, -s/2),$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0$
(14)	$(1 + x^2)^{-1/2} \operatorname{sh}(\nu \operatorname{arsh} x)$	$\pi^{-1} 2^{-s} \Gamma(s) \sin(2^{-1} \pi s) \times$ $\times \sin(2^{-1} \pi \nu) \times$ $\times \Gamma(1/2 - s/2 - \nu/2) \times$ $\times \Gamma(1/2 - s/2 + \nu/2),$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1 -  \operatorname{Re} \nu $
(15)	$(1 + x^2)^{-1/2} \operatorname{ch}(\nu \operatorname{arsh} x)$	$\pi^{-1} 2^{-s} \cos(2^{-1} \pi s) \cos(2^{-1} \pi \nu) \times$ $\times \Gamma(1/2 - s/2 - \nu/2) \times$ $\times \Gamma(1/2 - s/2 + \nu/2),$ $0 < \operatorname{Re} s < 1 -  \operatorname{Re} \nu $

### 6.7. Ортогональные многочлены, гамма-функции, функции Лежандра и родственные им функции

(1)	$P_{n-1} [(1-x)(1+x)^{-1}] (1+x)^{-n}$	$\pi^{-1} \sin(\pi s) [B(s, n-s)]^2,$ $0 < \operatorname{Re} s < n$
(2)	$(1-x^2)^{-1/2} T_n(x), 0 < x < 1$ $0, 1 < x < \infty$	$\pi s^{-1} 2^{-s} [B(1/2 + s/2 + n/2,$ $1/2 + s/2 - n/2)]^{-1},$ $\operatorname{Re} s > 0$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(3)	$e^{-\alpha x} [\text{He}_n(x^{1/2})]^2, \quad \text{Re } \alpha > 0$	$h_n^s(\alpha) n! \Gamma(s),$ где $\sum_{n=0}^{\infty} h_n^s(\alpha) t^n =$ $= (1-t^2)^{-1/2} [\alpha - t(1+t)^{-1}]^{-s},$ $\text{Re } s > 0$
(4)	$e^{-\alpha x} L_n^{\nu}(\beta x), \quad \text{Re } \alpha > 0$	$\Gamma(s+n) (n!)^{-1} (\alpha-\beta)^n \alpha^{-s-n} \times$ $\times {}_2F_1[-n, \nu-s+1;$ $-s-n+1; \alpha(\alpha-\beta)^{-1}],$ $\text{Re } s > 0$
(5)	$\psi(x+1) + \ln \gamma$	$\frac{\pi \zeta(2-s)}{\sin(\pi s)}, \quad 0 < \text{Re } s < 1$
(6)	$\psi(1+x) - \ln(1+x)$	$-\frac{\pi [\zeta(1-s) + s^{-1}]}{\sin(\pi s)},$ $0 < \text{Re } s < 1$
(7)	$\psi'(x+1)$	$\frac{\pi(1-s)\zeta(2-s)}{\sin(\pi s)},$ $0 < \text{Re } s < 2$
(8)	$\text{Erfc}(x)$	$\pi^{-1/2} s^{-1} \Gamma(s/2 + 1/2), \quad \text{Re } s > 0$
(9)	$e^{2^{-1}x^2} \text{Erfc}(2^{-1/2}x)$	$\frac{2s/2 - 1 \Gamma(s/2)}{\cos(2^{-1}\pi s)}, \quad 0 < \text{Re } s < 1$
(10)	$\text{Ei}(-x)$	$-s^{-1} \Gamma(s), \quad \text{Re } s > 0$
(11)	$\text{Si } x$	$-s^{-1} \sin(2^{-1}\pi s) \Gamma(s),$ $-1 < \text{Re } s < 0$
(12)	$\text{si}(x)$	$-4s^{-1} \sin(2^{-1}\pi s) \Gamma(s),$ $-1 < \text{Re } s < 0$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(13)	$\text{Ci}(x)$	$-s^{-1} \cos(2^{-1}\pi s) \Gamma(s),$ $0 < \text{Re } s < 1$
(14)	$S(x)$	$-(2\pi)^{-1/2} s^{-1} \sin(2^{-1}\pi s + \pi/4) \times$ $\times \Gamma(s + 1/2), \quad -3/2 < \text{Re } s < 0$
(15)	$C(x)$	$-(2\pi)^{-1/2} s^{-1} \cos(2^{-1}\pi s + \pi/4) \times$ $\times \Gamma(s + 1/2), \quad -1/2 < \text{Re } s < 0$
(16)	$e^{-\beta x} \Gamma(\alpha, x),$ $\text{Re } \beta > -1$	$s^{-1} (1 + \beta)^{-s-\alpha} \Gamma(s + \alpha) \times$ $\times {}_2F_1[1, \alpha + s; s + 1; \beta(1 + \beta)^{-1}],$ $\text{Re } s > 0$
(17)	$e^{-\beta x} \gamma(\alpha, x),$ $\text{Re } \beta > 0$	$\alpha^{-1} (1 + \beta)^{-\alpha-s} \Gamma(\alpha + s) \times$ $\times {}_2F_1[1, \alpha + s; \alpha + 1; (1 + \beta)^{-1}],$ $\text{Re } s > -\text{Re } \alpha$
(18)	$P_\nu(x),$ $0,$ $0 < x < 1,$ $1 < x < \infty$	$\pi^{1/2} 2^{-s} \Gamma(s) \times$ $\times [\Gamma(1/2 + s/2 - \nu/2) \times$ $\times \Gamma(1 + s/2 + \nu/2)]^{-1},$ $\text{Re } s > 0$
(19)	$(1 - x^2)^{m/2} P_\nu^m(x),$ $0,$ $0 < x < 1,$ $1 < x < \infty$	$(-1)^m \pi^{1/2} 2^{-m-s} \Gamma(s) \times$ $\times \Gamma(1 + m + \nu) \times$ $\times [\Gamma(1 - m + \nu)]^{-1} \times$ $\times [\Gamma(1/2 + s/2 + m/2 - \nu/2) \times$ $\times \Gamma(1 + s/2 + m/2 + \nu/2)]^{-1},$ $\text{Re } s > 0$
(20)	$(1 - x^2)^{-\mu/2} P_\nu^\mu(x),$ $0,$ $0 < x < 1,$ $1 < x < \infty,$ $\text{Re } \mu < 1$	$\pi^{1/2} 2^{\mu-s} \Gamma(s) \times$ $\times [\Gamma(s/2 + 1/2 - \nu/2 - \mu/2) \times$ $\times \Gamma(1 + s/2 + \nu/2 - \mu/2)]^{-1},$ $\text{Re } s > 0$
(21)	$(1 + x^2)^{-\nu/2} \times$ $\times P_{\nu-1}[x(1 + x^2)^{-1/2}]$	$\frac{2^{1+\nu-s} \mathbf{B}(s, \nu/2 - s/2)}{(s-\nu) \mathbf{B}(\nu, s/2 - \nu/2)},$ $\text{Re } s > 0, -\text{Re } \nu$

## 6.8. Функции Бесселя и родственные им функции

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(1)	$J_{\nu}(ax), \quad a > 0$	$\frac{2^{s-1} \Gamma(s/2 + \nu/2)}{a^s \Gamma(\nu/2 - s/2 + 1)},$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < \frac{3}{2}$
(2)	$J_{\nu}(ax), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$	$\frac{a^{\nu}}{2^{\nu} (s + \nu) \Gamma(\nu + 1)} \times$ $\times {}_1F_2\left(\frac{s + \nu}{2}; \nu + 1, \frac{s + \nu}{2} + 1; -\frac{a^2}{4}\right),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$
(3)	$(x^2 + \beta^2)^{-\mu-1} J_{\nu}(ax),$ $a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\frac{2^{-\nu-1} a^{\nu} \mathbf{B}(s/2 + \nu/2, \mu + 1 - s/2 - \nu/2)}{\beta^{2\mu+2-s-\nu} \Gamma(\nu + 1)} \times$ $\times {}_1F_2\left(\frac{s + \nu}{2}; \frac{s + \nu}{2} - \mu, \nu + 1; \frac{a^2 \beta^2}{4}\right) +$ $+ \frac{a^{2\mu+2-s} \Gamma(s/2 + \nu/2 - \mu - 1)}{2^{2\mu+3-s} \Gamma(\mu + 2 + \nu/2 - s/2)} \times$ $\times {}_1F_2\left(1 + \mu; 2 + \mu + \frac{\nu - s}{2}, 2 + \mu - \frac{\nu - s}{2}; \frac{a^2 \beta^2}{4}\right),$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < 2 \operatorname{Re} \mu + \frac{7}{2}$
(4)	$(1 - x^2)^{\lambda} J_{\nu}(ax), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $a > 0, \operatorname{Re} \lambda > -1$	$\frac{a^{\nu} \mathbf{B}(\lambda + 1, s/2 + \nu/2)}{2^{\nu+1} \Gamma(\nu + 1)} \times$ $\times {}_1F_2\left(\frac{s + \nu}{2}; \nu + 1, \frac{s + \nu}{2} + 1 + \lambda; -\frac{a^2}{4}\right),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$
(5)	$e^{-ax \cos \varphi} J_{\nu}(ax \sin \varphi),$ $\operatorname{Re}(ae^{\pm i\varphi}) > 0, \quad 0 < \varphi < \pi$	$a^{-s} \Gamma(s + \nu) P_{s-\nu}^{-\nu}(\cos \varphi),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(6)	$e^{-\alpha x} J_{\nu}(\beta x), \quad \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$\frac{\beta^{\nu} \Gamma(s + \nu)}{2^{\nu} \alpha^{\nu + s} \Gamma(1 + \nu)} \times$ $\times {}_2F_1\left(\frac{s + \nu}{2}, \frac{s + \nu + 1}{2}; \nu + 1; -\frac{\beta^2}{\alpha^2}\right),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$
(7)	$(1-x)^{\mu} e^{\pm iax} J_{\nu}(\alpha x),$ $0, \quad 0 < x < 1$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \mu > -1$	$\frac{\alpha^{\nu} B(s + \nu, \mu + 1)}{2^{\nu} \Gamma(\nu + 1)} \times$ $\times {}_2F_2(\nu + 1/2, s + \nu;$ $s + \mu + \nu + 1, 2\nu + 1; \pm 2ia),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$
(8)	$e^{-\beta^2 x^2} J_{\nu}(\alpha x), \quad  \arg \beta  < \pi/4$	$\frac{\Gamma(\nu/2 + s/2)}{\alpha \beta^{s-1} \Gamma(\nu + 1)} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{8\beta^2}\right) \times$ $\times M_{s/2 - 1/2, \nu/2}\left(\frac{\alpha^2}{4\beta^2}\right),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$
(9)	$\ln x J_{\nu}(\alpha x), \quad a > 0$	$\frac{2^{s-2} \Gamma(s/2 + \nu/2)}{\alpha^s \Gamma(\nu/2 - s/2 + 1)} \times$ $\times \left[ \psi\left(\frac{s + \nu}{2}\right) + \psi\left(\frac{\nu - s}{2} + 1\right) - \right.$ $\left. - \ln \frac{\alpha^2}{4} \right],$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < 3/2$
(10)	$\sin(ax) J_{\nu}(\alpha x), \quad a > 0$	$\frac{2^{\nu-1} \Gamma(1/2 - s) \Gamma(1/2 + \nu/2 + s/2)}{\alpha^s \Gamma(1 + \nu - s) \Gamma(1 - \nu/2 - s/2)},$ $-1 < \operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < 1/2$
(11)	$\cos(ax) J_{\nu}(\alpha x), \quad a > 0$	$\frac{2^{\nu-1} \Gamma(1/2 - s) \Gamma(\nu/2 + s/2)}{\alpha^s \Gamma(1/2 - \nu/2 - s/2) \Gamma(1 + \nu - s)},$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < 1/2$
(12)	$(x^2 + \beta^2)^{-\nu/2} J_{\nu}[a(x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $a > 0$	$2^{s/2 - 1} \alpha^{-s/2} \beta^{s/2 - \nu} \Gamma(s/2) \times$ $\times J_{\nu - s/2}(\alpha \beta),$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu + 3/2$



	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(13)	$(a^2 - x^2)^{\nu/2} J_{\nu} [\beta (a^2 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < a$ $0,$ $a < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{s/2-1} \Gamma(s/2) \times$ $\times \beta^{-s/2} a^{\nu} + s/2 J_{\nu+s/2}(a\beta),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(11)	$(a^2 - x^2)^{-\nu/2} J_{\nu} [\beta (a^2 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < a$ $0,$ $a < x < \infty$	$2^{1-\nu} [\Gamma(\nu)]^{-1} a^{s/2-\nu} \beta^{-s/2} \times$ $\times S_{\nu+s/2-1, s/2-\nu}(a\beta),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(15)	$(1-x)^{\nu} e^{\mp iax} J_{\nu} [\alpha(1-x)],$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$\pi^{-1/2} (2a)^{\nu} \Gamma(s) e^{\mp i\alpha} \frac{\Gamma(\nu+1/2)}{\Gamma(2\nu+s+1)} \times$ $\times {}_1F_1(\nu+1/2; 2\nu+s+1; \pm 2ia),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(16)	$(1+x^2)^{-1} \times$ $\times \exp\{a[(1-x^2)(1+x^2)^{-1}]\} \times$ $\times J_{\nu} [2bx(1+x^2)^{-1}]$	$\frac{\Gamma(s/2+\nu/2) \Gamma(1-s/2+\nu/2)}{2b  \Gamma(\nu+1) ^2} \times$ $\times M_{s/2-1/2, \nu/2}(u) \times$ $\times M_{s/2-1/2, \nu/2}(v),$ где $u = a + (a^2 - b^2)^{1/2},$ $v = a - (a^2 - b^2)^{1/2}.$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu + 2$
<p>Относительно многих интегралов, содержащих <math>J_{\nu}(ax)</math>, см. также преобразования Ганкеля и преобразования Фурье.</p>		
(17)	$Y_{\nu}(ax),$ $a > 0$	$-2^{s-1} a^{-s} \pi^{-1} \Gamma(s/2+\nu/2) \times$ $\times \Gamma(s/2-\nu/2) \cos[2^{-1}(s-\nu)\pi],$ $ \operatorname{Re} \nu  < \operatorname{Re} s < 3/2$
(18)	$\sin(ax) Y_{\nu}(ax)$	$2^{s-1} \pi^{-1/2} a^{-s} \sin[2^{-1}(s-\nu)\pi] \times$ $\times \frac{\Gamma(s/2+\nu/2+1/2) \Gamma(s/2-\nu/2+1/2)}{\Gamma(1-s/2-\nu/2) \Gamma(1+\nu/2-s/2)},$ $ \operatorname{Re} \nu  - 1 < \operatorname{Re} s < 1/2$
(19)	$\cos(ax) Y_{\nu}(ax)$	$2^{s-1} \pi^{-1/2} a^{-s} s \sin[2^{-1}(s-\nu-1)\pi] \times$ $\times \frac{\Gamma(s/2+\nu/2) \Gamma(s/2-\nu/2)}{\Gamma(1/2-s/2-\nu/2) \Gamma(1/2-s/2+\nu/2)},$ $ \operatorname{Re} \nu  < \operatorname{Re} s < 1/2$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(20)	$I_{\nu}^{(1)}(ax) \quad a > 0$	$\frac{[1 - i \operatorname{ctg} 2^{-1} \pi (s - \nu)] 2^{s-1} \Gamma(s/2 + \nu/2)}{a^s \Gamma(\nu/2 - s/2 + 1)}$ Для $I_{\nu}^{(2)}$ заменить $-i$ на $+i$ $ \operatorname{Re} \nu  < \operatorname{Re} s < \frac{3}{2}$
(21)	$(x^2 + \beta^2)^{-\nu/2} I_{\nu}^{(k)} [a(x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $k = 1, 2, \quad a > 0, \quad \operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{s/2-1} a^{-s/2} \beta^{s/2-\nu} \times$ $\times \Gamma(s/2) I_{\nu}^{(k)}{}_{-s/2}(a\beta),$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu + \frac{3}{2}$
(22)	$e^{\alpha x} I_{\nu}(\alpha x), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\Gamma(1/2 - s) \Gamma(s + \nu)}{2^s \alpha^s \pi^{1/2} \Gamma(1 + \nu - s)},$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < 1/2$
(23)	$e^{\alpha x} I_{\nu}(\beta x), \quad \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Re} \beta $ Другой вид ответа см. (24)	$\frac{2^{s-1} \beta^{\nu} \Gamma(s/2 + \nu/2) \Gamma[2^{-1}(s + \nu + 1)]}{\pi^{1/2} a^s + \nu \Gamma(\nu + 1)} \times$ $\times {}_2F_1\left(\frac{s + \nu + 1}{2}, \frac{s + \nu}{2}; \nu + 1; \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$
(24)	$e^{-\alpha x} I_{\nu}(\beta x), \quad \operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Re} \beta $	$(2^{-1} \pi \beta)^{-1/2} e^{-i\pi(s-1/2)} \times$ $\times (\alpha^2 - \beta^2)^{-s/2 + 1/4} \times$ $\times Q_{\nu - 1/2}^s(\alpha \beta^{-1}), \quad \operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu$
(25)	$\frac{1}{(1+x^2)} I_{\nu} \left[ \frac{\alpha x}{1+x^2} \right]$	$\frac{\Gamma(s/2 + \nu/2) \Gamma(1 - s/2 + \nu/2)}{\alpha [\Gamma(\nu + 1)]^2} \times$ $\times M_{s/2 - 1/2, \nu/2}(\alpha) \times$ $\times M_{-s/2 + 1/2, \nu/2}(\alpha),$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu + 2$
(26)	$K_{\nu}(\alpha x), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\alpha^{-s} 2^{s-2} \Gamma(s/2 - \nu/2) \Gamma(s/2 + \nu/2),$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu $
(27)	$K_{ia}(x)$	$2^{s-2} [\Gamma(s/2)]^2 \times$ $\times \left\{ \prod_{n=0}^{\infty} [1 + a^2(s + 2n)^{-2}] \right\}^{-1},$ $\operatorname{Re} s > 0$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(28)	$e^{-\alpha x} K_\nu(\alpha x), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\pi^{1/2} \Gamma(s+\nu) \Gamma(s-\nu)}{2^s \alpha^s \Gamma(s+1/2)},$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu $
(29)	$e^{-\alpha x} K_\nu(\beta x), \quad \operatorname{Re}(\alpha + \beta) > 0$	$\frac{\pi^{1/2} \beta^\nu \Gamma(s+\nu) \Gamma(s-\nu)}{2^s \alpha^{s+\nu} \Gamma(s+1/2)} \times$ $\times {}_2F_1\left(\frac{s+\nu+1}{2}, \frac{s+\nu}{2};\right.$ $\left. s + \frac{1}{2}; 1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right),$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu $
(30)	$e^{-\beta^2 x^2} K_\nu(\alpha x), \quad  \arg \beta  < \pi/4$	$\frac{\Gamma(s/2 - \nu/2) \Gamma(s/2 + \nu/2)}{2\beta^{s-1} \alpha} \times$ $\times \exp\left(\frac{\alpha^2}{8\beta^2}\right) W_{1/2, \nu/2}\left(\frac{\alpha^2}{4\beta^2}\right),$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu $
(31)	$2\pi^{-1} K_0(x) - Y_0(x)$	$2^s \pi^{-1} [\Gamma(s/2)]^2 \cos^2(2^{-s} \pi),$ $0 < \operatorname{Re} s < 3/2$
(32)	$(x^2 + \beta^2)^{-\nu} {}_2K_\nu[\alpha(x^2 + \beta^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \alpha, \operatorname{Re} \beta > 0$	$\alpha^{-s/2} 2^{s/2 - 1} \beta^{s-2-\nu} \times$ $\times \Gamma(s/2) K_\nu(s/2, \alpha\beta),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(33)	$J_\mu(\alpha x) J_\nu(\alpha x), \quad \alpha > 0$	$\frac{2^{s-1} \alpha^{-s} B(1-s, \mu/2 + \nu/2 + s/2)}{\Gamma(\nu/2 - \mu/2 - s/2 + 1) \Gamma(\mu/2 - \nu/2 - s/2 + 1)},$ $-\operatorname{Re}(\mu + \nu) < \operatorname{Re} s < 1$
(34)	$e^{-\beta^2 x^2} J_\mu(\alpha x) J_\nu(\alpha x),$ $ \arg \beta  < \pi/4$	$\frac{\alpha^{\mu+\nu} \Gamma[2-1(s+\mu+\nu)]}{2^{\mu+\nu+1} \beta^{s+\mu+\nu} [\Gamma(\nu+1)]^2} \times$ $\times {}_3F_3\left(\frac{\mu+\nu+1}{2}, \frac{\mu+\nu+2}{2},\right.$ $\left.\frac{s+\mu+\nu}{2}; \mu+1, \nu+1,\right.$ $\left.\mu+\nu+1; -\frac{\alpha^2}{\beta^2}\right),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re}(\mu + \nu)$
(35)	$(a-x)^{\lambda-1} J_\mu(x) J_\nu(a-x),$ см. Bailey W. N., 1930, Proc. London Math. Soc. 31, 201-208.	

	$f(x)$		$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(36)	$J_{\nu}(ax) Y_{\mu}(ax),$	$a > 0$	$2^{s-1} a^{-s} \pi^{-1} \times$ $\times \sin [2^{-1} (\nu - \mu + s - 1) \pi] \times$ $\times \frac{\Gamma [2^{-1} (s + \mu + \nu)]}{\Gamma [2^{-1} (\nu - \mu - s + 2)]} \times$ $\times \frac{\Gamma [2^{-1} (s - \mu + \nu)] \Gamma (1 - s)}{\Gamma [2^{-1} (\nu + \mu - s + 2)]},$ $\operatorname{Re} (-\nu \pm \mu) < \operatorname{Re} s < 1$
(37)	$J_{\nu}(bx) Y_{\mu}(ax),$	$a > b > 0$	$\frac{\sin [2^{-1} (\nu - \mu + s - 1) \pi]}{2^{1-s} \pi \Gamma (1+\nu) b^{-\nu} a^{\nu+s}} \times$ $\times \Gamma [2^{-1} (s + \mu + \nu)] \times$ $\times \Gamma [2^{-1} (s - \mu + \nu)] \times$ $\times {}_2F_1 \left( \frac{s + \mu + \nu}{2}, \frac{s - \mu + \nu}{2}; \right.$ $\left. 1 + \nu; \frac{b^2}{a^2} \right),$ $\operatorname{Re} (-\nu \pm \mu) < \operatorname{Re} s < 2$
(38)	$J_{\nu}(bx) Y_{\mu}(ax),$	$b > a > 0$	$-\int_0^{\infty} \{J_{\mu}(ax) Y_{\nu}(bx) +$ $+ 4\pi^{-2} \cos [2^{-1} (1 - s + \nu + \mu) \pi] \times$ $\times K'_{\nu}(bx) K'_{\mu}(ax)\} x^{-s} dx,$ $\operatorname{Re} (-\nu \pm \mu) < \operatorname{Re} s < 2$
(39)	$Y_{\mu}(ax) Y_{\nu}(bx),$	$a > b > 0$	$\int_0^{\infty} \{J_{\mu}(ax) J_{\nu}(bx) +$ $+ 4\pi^{-2} \sin [2^{-1} (1 - s + \mu + \nu) \pi] \times$ $\times K_{\mu}(ax) K_{\nu}(bx)\} x^{s-1} dx,$ $ \operatorname{Re} (\mu \pm \nu)  < \operatorname{Re} s < 2$
(40)	$H_{\mu}^{(2)}(ax) H_{\nu}^{(2)}(bx),$	$a, b > 0$	$\frac{\Gamma [2^{-1} (s + \mu + \nu)] \Gamma [2^{-1} (s - \mu + \nu)]}{2^{1-s} e^{-2^{-1} \pi i (\mu + \nu + s + 2)}} \times$ $\times \frac{\Gamma [2^{-1} (s + \mu - \nu)] \Gamma [2^{-1} (s - \mu - \nu)]}{\pi^2 \Gamma (s) a^{s+\nu} b^{-\nu}} \times$ $\times {}_2F_1 \left( \frac{s + \mu + \nu}{2}, \frac{s - \mu + \nu}{2}; s; 1 - \frac{b^2}{a^2} \right)$ <p>Для <math>H_{\mu}^{(1)} H_{\nu}^{(1)}</math> заменить <math>+i</math> на <math>-i</math></p> $ \operatorname{Re} \mu  +  \operatorname{Re} \nu  < \operatorname{Re} s < 1$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(41)	$J_\nu(\alpha x) K_\nu(\alpha x),$ $i \arg \alpha < \pi/4$	$\frac{2^{s-3} \Gamma(s/2) \Gamma(s/4 + \nu/2)}{\alpha^s \Gamma(1 - s/4 + \nu/2)},$ $\operatorname{Re} s > -2 \operatorname{Re} \nu, 0$
(42)	$K_\mu(\alpha x) I_\mu(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha > \operatorname{Re} \beta$	$2s^{-2} (\pi \alpha \beta)^{-1/2} \Gamma(s/2) e^{-2^{-1} \pi i (s-1)} \times$ $\times (\alpha^2 - \beta^2)^{-s/2 + 1/2} \times$ $\times Q_{\mu-1/2}^{s/2 + 1/2} [(\beta^2 + \alpha^2) (2\beta\alpha)^{-1}],$ $\operatorname{Re} s > 0, -2 \operatorname{Re} \mu$
(43)	$I_\nu(\alpha x) K_\mu(\alpha x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\frac{\Gamma[2^{-1}(s + \mu + \nu)]}{2^{2-s} s \alpha^s} \times$ $\times \frac{B(1-s, s/2 - \mu/2 + \nu/2)}{\Gamma(\nu/2 + \mu/2 - s/2 + 1)},$ $\operatorname{Re}(-\nu \mp \mu) < \operatorname{Re} s < 1$
(44)	$K_\mu(\alpha x) I_\nu(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Re} \beta $	$\frac{\Gamma[2^{-1}(s + \mu + \nu)] \Gamma[2^{-1}(s - \mu + \nu)]}{2^{2-s} s \alpha^{s+\nu} \beta^{-\nu} \Gamma(\nu+1)} \times$ $\times {}_2F_1\left(\frac{s + \mu + \nu}{2}, \frac{s - \mu + \nu}{2}; \nu + 1; \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right),$ $\operatorname{Re} s > \operatorname{Re}(-\nu \mp \mu)$
(45)	$[K_\mu(\alpha x)]^2,$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{s-3} \alpha^{-s} [\Gamma(s/2)]^2 \times$ $\times B(s/2 + \mu, s/2 - \mu),$ $\operatorname{Re} s > 2  \operatorname{Re} \mu $
(46)	$K_\mu(\alpha x) K_\mu(\beta x),$ $\operatorname{Re}(\alpha + \beta) > 0$	$\frac{2^{-2} \pi^{1/2} \Gamma(s/2) \Gamma(s/2 + \mu) \Gamma(s/2 - \mu)}{(\alpha\beta)^{s-1/2} (z - \alpha^2) s/2 - 1/2} \times$ $\times P_{\mu-1/2}^{-s/2 + 1/2} \left( \frac{\beta^2 + \alpha^2}{2\alpha\beta} \right),$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \mu $
(47)	$K_\mu(\alpha x) K_\nu(\beta x),$ $\operatorname{Re}(\alpha + \beta) > 0$	$2^{s-3} \alpha^{-s} \beta^\nu [\Gamma(s)]^{-1} \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(s + \mu + \nu)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(s - \mu + \nu)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(s + \mu - \nu)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(s - \mu - \nu)] \times$ $\times {}_2F_1\left(\frac{s + \mu + \nu}{2}, \frac{s - \mu + \nu}{2}; s; 1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right),$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \mu  +  \operatorname{Re} \nu $

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(48)	$K_{\mu}(ax) K_{\nu}(ax), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{s-3} \alpha^{-s} [\Gamma(s)]^{-1} \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(s + \mu + \nu)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(s - \mu + \nu)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(s + \mu - \nu)] \times$ $\times \Gamma[2^{-1}(s - \mu - \nu)],$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \mu  +  \operatorname{Re} \nu $
(49)	$J_{\nu}^2(ax) K_{\mu}^2(bx)$	$\frac{a^{2\nu} \Gamma(\nu + 1/2) \Gamma(\nu + \mu + s/2)}{4b^{s+2\nu} \Gamma(\nu + 1) \Gamma(2\nu + 1) \Gamma(\nu + s/2 + 1/2)} \times$ $\times \Gamma(\nu + s/2) \Gamma(\nu - \mu + s/2) \times$ $\times {}_4F_3\left(\nu + \frac{1}{2}, \nu + \mu + \frac{s}{2}, \nu + \frac{s}{2}, \nu - \mu + \frac{s}{2}; \nu + 1, 2\nu + 1, \nu + \frac{s+1}{2}; -\frac{a^2}{b^2}\right),$ $\operatorname{Re} s > -2 \operatorname{Re}(\nu \pm \mu)$
(50)	Относительно многих подынтегральных функций вида $J_{\mu}(ax) J_{\nu}(bx), K_{\mu}(ax) J_{\nu}(bx)$ см. преобразования Ганкеля.	
(51)	$e^{-\alpha^2 x^2} H_{\nu}(\beta x),$ $ \arg \alpha  < \pi/4$	$\frac{\beta^{\nu+1} \Gamma(1/2 + s/2 + \nu/2)}{2^{\nu+1} \pi^{1/2} \alpha^{\nu/2 + s/2 + 1/2} \Gamma(\nu + s/2)} \times$ $\times {}_2F_2\left(1, \frac{\nu + s + 1}{2}; \frac{3}{2}, \nu + \frac{3}{2}; -\frac{\beta^2}{4\alpha^2}\right),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \nu - 1$
(52)	$H_{\nu}(ax), \quad a > 0$	$\frac{2^{s-1} \Gamma(s/2 + \nu/2)}{\alpha^s \Gamma(\nu/2 - s/2 + 1)} \operatorname{tg}[2^{-1}(s + \nu)\pi],$ $-1 - \operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < \min(3/2, 1 - \operatorname{Re} \nu)$
(53)	$K_{\nu}(ax) H_{\mu}(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha >  \operatorname{Im} \beta $	$\frac{\Gamma[2^{-1}(1 + s + \mu - \nu)] \Gamma[2^{-1}(1 + s + \mu + \nu)]}{\pi^{1/2} 2^{1-s} \alpha^{s+\mu+1} \beta^{-\mu-1} \Gamma(\mu + s/2)} \times$ $\times {}_3F_2\left(\frac{1 + s + \mu - \nu}{2}, \frac{1 + s + \mu + \nu}{2}, 1; \frac{3}{2}, \mu + \frac{3}{2}; -\frac{\beta^2}{\alpha^2}\right),$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu  - \operatorname{Re} \mu - 1$

## 6.9. Другие высшие трансцендентные функции

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(1)	$e^{-2^{-2}x^2} D_{-\nu}(x)$	$\frac{\pi^{1/2} \Gamma(s)}{2^{s/2 + \nu/2} \Gamma(s/2 + \nu/2 + 1/2)},$ $\operatorname{Re} s > 0$
(2)	$e^{-ax} D_{-2\nu} [2(\beta x)^{1/2}],$ $\operatorname{Re}(\alpha + \beta) > 0$	$\frac{\pi^{1/2} 2^{\nu/2 - \nu - 2s\beta^{1/2}} \Gamma(2s)}{\Gamma(s + \nu + 1/2) (\alpha + \beta)^{s + 1/2}} \times$ $\times {}_2F_1\left(s + \frac{1}{2}, \nu + \frac{1}{2};$ $s + \nu + \frac{1}{2}; \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}\right),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(3)	${}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; -x)$	$\frac{B(s, \alpha - s) B(s, \beta - s)}{B(s, \gamma - s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < \min(\operatorname{Re} \alpha, \operatorname{Re} \beta)$
(4)	$(1 - x^2)^\nu {}_2F_1(-n, a; b; x^2),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > -1$	$2^{-1} B(\nu + 1, s/2) \times$ $\times {}_3F_2(-n, a, s/2;$ $b, \nu + 1 + s/2; 1),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(5)	$e^{-x/2} M_{x, \mu}(x)$	$\frac{\Gamma(2\mu + 1)}{\Gamma(\mu + 1/2 - s)} B(\mu + 1/2 + s, x - s),$ $-1/2 - \operatorname{Re} \mu < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} x$
(6)	$e^{ax} M_{x, \mu}(\beta x),$ $\operatorname{Re} \alpha > \frac{ \operatorname{Re} \beta }{2}$	$\beta^{\mu + 1/2} \Gamma(\mu + s + 1/2) \times$ $\times (\alpha + \beta/2)^{-\mu - s - 1/2} \times$ $\times {}_2F_1\left(\mu + s + \frac{1}{2}, \mu - x + \frac{1}{2};$ $2\mu + 1; \frac{\beta}{\alpha + \beta/2}\right),$ $\operatorname{Re} s > -1/2 - \operatorname{Re} \mu$
(7)	$e^{x/2} W_{x, \mu}(x)$	$\frac{\Gamma(\mu + s + 1/2)}{\Gamma(\mu - x + 1/2)} \times$ $\times B(s - \mu + 1/2, -s - x),$ $ \operatorname{Re} \mu  - 1/2 < \operatorname{Re} s < -\operatorname{Re} x$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(8)	$e^{-ax} W_{x, \mu}(\beta x),$ $\operatorname{Re}(\alpha + \beta/2) > 0$	$\frac{\beta^{\mu + 1/2} \Gamma(\mu + s + 1/2) \Gamma(-\mu + s + 1/2)}{\Gamma(s - x + 1) (\alpha + \beta/2)^{\mu + s + 1/2}} \times$ $\times {}_2F_1\left(\mu + s + \frac{1}{2}, \mu - x + \frac{1}{2};\right.$ $\left. s - x + 1; \frac{2\alpha - \beta}{2\alpha + \beta}\right),$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \mu  - 1/2$
(9)	$e^{-ax} {}_1F_1(\beta; \rho; \lambda x),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \lambda$	$\alpha^{-s} \Gamma(s) {}_2F_1(\beta, s; \rho; \lambda \alpha^{-1}),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(10)	$(1-x)^{\nu-1} \times$ $\times {}_pF_q(a_1, \dots, a_p;$ $b_1, \dots, b_q; ax),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$ $\operatorname{Re} \nu > 0$	$B(\nu, s) \times$ $\times {}_{p+1}F_q(a_1, \dots, a_p; s;$ $b_1, \dots, b_q; s + \nu; a),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(11)	$e^{-x} {}_pF_q(a_1, \dots, a_p;$ $b_1, \dots, b_q; ax),$ $p < q$	$\Gamma(s) {}_{p+1}F_q(s, a_1, \dots, a_p;$ $b_1, \dots, b_q; a),$ $\operatorname{Re} s > 0$
(12)	$K_{\nu}(2x^{1/2}) \times$ $\times {}_pF_q(a_1, \dots, a_p;$ $b_1, \dots, b_q; ax),$ $p < q - 1$	$2^{-1} \Gamma(s + \nu/2) \Gamma(s - \nu/2) \times$ $\times {}_{p+2}F_q(s + \nu/2, s - \nu/2,$ $a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; a),$ $2 \operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu $
(13)	$K_{\lambda}(ax) K_{\mu}(ax) \times$ $\times {}_pF_q(a_1, \dots, a_p;$ $b_1, \dots, b_q; bx^2)$	См. Sinha S., 1943, Bull. Calcutta Math. Soc. 35, стр. 37—42
(14)	$G_{p, q}^{m, n} \left( x \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $0 \leq m \leq q, 0 \leq n \leq p$ $p + q < 2(m + n)$	$\frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j + s) \prod_{j=1}^n \Gamma(1 - a_j - s)}{\prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j - s) \prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j + s)},$ $-\min_{1 \leq j \leq m} \operatorname{Re} b_j < \operatorname{Re} s <$ $< 1 - \max_{1 \leq j \leq m} \operatorname{Re} a_j$



	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(15)	$(1-x)^{\beta-1} G_{p,q}^{m,n} \left( \alpha x \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$ $p+q < 2(m+n), \operatorname{Re} \beta > 0$ $ \arg \alpha  < (m+n-p/2-q/2)\pi$	$\Gamma(\beta) \times$ $\times G_{p+1,q+1}^{m,n+1} \left( \alpha \left  \begin{matrix} t, a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q, r \end{matrix} \right. \right),$ $\operatorname{Re} s > -\min_{1 \leq h \leq m} \operatorname{Re} b_h,$ где $t = 1-s, r = 1-s-\beta$
(16)	$e^{-x} G_{p,q}^{m,n} \left( \alpha x \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $p+q < 2(m+n)$ $ \arg \alpha  < (m+n-p/2-q/2)\pi$	$G_{p+1,q}^{m,n+1} \left( \alpha \left  \begin{matrix} 1-s, a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $\operatorname{Re} s > -\min_{1 \leq h \leq m} \operatorname{Re} b_h$
(17)	$J_{\nu}(2x^{1/2}) \times$ $\times G_{p,q}^{m,n} \left( \alpha x \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $p+q < 2(m+n)$ $ \arg \alpha  < (p+q-p/2-q/2)\pi$	$G_{p+2,q}^{m,n+1} \left( \alpha \left  \begin{matrix} t, a_1, \dots, a_p, r \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $-2^{-1} \operatorname{Re} \nu - \min_{1 \leq h \leq m} \operatorname{Re} b_h <$ $< \operatorname{Re} s < 5/4 - \max_{1 \leq j \leq n} \operatorname{Re} a_j,$ где $t = 1-s-\nu/2,$ $r = 1-s+\nu/2$
(18)	$K_{\nu}(2x^{1/2}) \times$ $\times G_{p,q}^{m,n} \left( \alpha x \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $p+q < 2(m+n)$ $ \arg \alpha  < (m+n-p/2-q/2)\pi$	$2^{-1} \times$ $\times G_{p+2,q}^{m,n+2} \left( \alpha \left  \begin{matrix} t, r, a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $\operatorname{Re} s > 2^{-1}  \operatorname{Re} \nu  - \min_{1 \leq h \leq m} \operatorname{Re} b_h,$ где $t = 1-s-\nu/2, r = 1-s+\nu/2$
(19)	$(1+x)^{-\beta} \times$ $\times G_{p,q}^{m,n} \left( \frac{\alpha x}{1+x} \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $(p+q) < 2(m+n)$ $ \arg \alpha  < (m+n-p/2-q/2)\pi$	$\Gamma(\beta-s) \times$ $\times G_{p+1,q+1}^{m,n+1} \left( \alpha \left  \begin{matrix} t, a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q, r \end{matrix} \right. \right),$ $-\min_{1 \leq h \leq m} \operatorname{Re} b_h < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \beta,$ где $t = 1-s, r = 1-\beta$
(20)	$\theta_2(0 ix^2)$	$2^s (1-2^{-s}) \pi^{-s/2} \Gamma(s/2) \zeta(s),$ $\operatorname{Re} s > 2$

	$f(x)$	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$
(21)	$\theta_3(0 ix^2) - 1$	$\pi^{-s/2} \Gamma(s/2) \zeta(s), \quad \text{Re } s > 2$
(22)	$1 - \theta_4(0 ix^2)$	$(1 - 2^{1-s}) \pi^{-s/2} \Gamma(s/2) \zeta(s),$ $\text{Re } s > 2$
(23)	$e^{-\pi a^2 x} \theta_3(b + iax ix)$	$\pi^{-s} \Gamma(s) [\Phi(b, a, 2s) +$ $+ e^{-2\pi ib} \varphi(-b, 1 - a, 2s)]$
(24)	$\theta_4(0 ix^2) + \theta_2(0 ix^2) -$ $- \theta_3(0 ix^2)$	$-(2^s - 1)(2^{1-s} - 1) \times$ $\times \pi^{-s/2} \Gamma(s/2) \zeta(s)$

ГЛАВА VII

ОБРАТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

Общие формулы см. п. 6.1.

7.1. Алгебраические функции и степени с любыми показателями

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(1)	$s^{-1}, \quad \operatorname{Re} s > 0$	$1, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(2)	$s^{-1}, \quad \operatorname{Re} s < 0$	$0, \quad 0 < x < 1$ $-1, \quad 1 < x < \infty$
(3)	$(s + \alpha)^{-1}, \quad \operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \alpha$	$x^{\alpha}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(4)	$(s + \alpha)^{-1}, \quad \operatorname{Re} s < -\operatorname{Re} \alpha$	$0, \quad 0 < x < 1$ $-x^{\alpha}, \quad 1 < x < \infty$
(5)	$(s + \alpha)^{-2}, \quad \operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \alpha$	$-x^{\alpha} \ln x, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(6)	$(s + \alpha)^{-2}, \quad \operatorname{Re} s < -\operatorname{Re} \alpha$	$0, \quad 0 < x < 1$ $x^{\alpha} \ln x, \quad 1 < x < \infty$
(7)	$(s + \alpha)^{-1} (s + \beta)^{-1},$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \alpha, -\operatorname{Re} \beta$	$(\beta - \alpha)^{-1} (x^{\alpha} - x^{\beta}), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(8)	$(s + \alpha)^{-1} (s + \beta)^{-1},$ $-\operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re} s < -\operatorname{Re} \beta$	$(\beta - \alpha)^{-1} x^{\alpha}, \quad 0 < x < 1$ $(\beta - \alpha)^{-1} x^{\beta}, \quad 1 < x < \infty$
(9)	$(s + \alpha)^{-1} (s + \beta)^{-1},$ $\operatorname{Re} s < -\operatorname{Re} \alpha, -\operatorname{Re} \beta$	$0, \quad 0 < x < 1$ $(\beta - \alpha)^{-1} (x^{\beta} - x^{\alpha}), \quad 1 < x < \infty$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(10)	$[(s + \alpha)^2 + \beta^2]^{-1},$ $\operatorname{Re}(s + \alpha) >  \operatorname{Im} \beta $	$\frac{1}{\beta} x^{\alpha} \sin\left(\beta \ln \frac{1}{x}\right),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(11)	$[(s + \alpha)^2 + \beta^2]^{-1},$ $-\operatorname{Im} \beta < \operatorname{Re}(s + \alpha) < \operatorname{Im} \beta$	$-\frac{i}{2\beta} x^{\alpha-i\beta},$ $0 < x < 1$ $-\frac{i}{2\beta} x^{\alpha+i\beta},$ $1 < x < \infty$
(12)	$(s + \alpha) [(s + \alpha)^2 + \beta^2]^{-1},$ $\operatorname{Re}(s + \alpha) >  \operatorname{Im} \beta $	$x^{\alpha} \cos(\beta \ln x),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(13)	$(s + \alpha) [(s + \alpha)^2 + \beta^2]^{-1},$ $-\operatorname{Im} \beta < \operatorname{Re}(s + \alpha) < \operatorname{Im} \beta$	$2^{-1} x^{\alpha-i\beta},$ $0 < x < 1$ $-2^{-1} x^{\alpha+i\beta},$ $1 < x < \infty$
(14)	$(s^2 - \alpha^2)^{1/2} - s,$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \alpha $	$\alpha y^{-1} I_1(\alpha y),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(15)	$\left(\frac{s + \alpha}{s - \alpha}\right)^{1/2} - 1,$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \alpha $	$\alpha [I_0(\alpha y) + I_1(\alpha y)],$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(16)	$\Gamma(\nu) (s + \alpha)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \alpha$	$x^{\alpha} y^{\nu-1},$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(17)	$s^{-1} (s + \alpha)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > 0$ $\operatorname{Re} s > 0, -\operatorname{Re} \alpha$	$\alpha^{-\nu} \gamma(\nu, \alpha y) [\Gamma(\nu)]^{-1},$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(18)	$s^{-1} (s + \alpha)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > 0$ $-\operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re} s < 0$	$-\alpha^{-\nu} \Gamma(\nu, \alpha y) [\Gamma(\nu)]^{-1},$ $0 < x < 1$ $-\alpha^{-\nu},$ $1 < x < \infty$
(19)	$[(s + \alpha)^{1/2} + \beta^{1/2}]^{\nu},$ $ \arg \beta  \leq \pi, \operatorname{Re} \nu < 0$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \alpha$	$-2^{1/2} \pi^{-1/2} \nu (2y)^{-\nu/2-1} \times$ $\times x^{\alpha-\beta/2} D_{\nu-1} [(2\beta y)^{1/2}],$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(20)	$(s + \alpha)^{-1/2} [(s + \alpha)^{1/2} + \beta^{1/2}]^{\nu},$ $ \arg \beta  \leq \pi, \operatorname{Re} \nu < 1$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \alpha$	$2^{1/2} \pi^{-1/2} (2y)^{-\nu/2-1/2} \times$ $\times x^{\alpha-\beta/2} D_{\nu} [(2\beta y)^{1/2}],$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$

$$y = -\ln x$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(21)	$\pi^{-1/2} \Gamma(\nu) (s^2 - \alpha^2)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \alpha , \operatorname{Re} \nu > 0$	$(2^{-1} \alpha^{-1} y)^{\nu-1/2} I_{\nu-1/2}(\alpha y),$ $0 < x < 1$ 0, $1 < x < \infty$
(22)	$\pi^{1/2} \Gamma(\nu) (\alpha^2 - s^2)^{-\nu},$ $\operatorname{Re} \nu > 0$ $-\operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \alpha$	$(2^{-1} \alpha^{-1} y)^{\nu-1/2} K_{\nu-1/2}(\alpha y),$ $0 < x < 1$ $(-2^{-1} \alpha^{-1} y)^{\nu-1/2} K_{\nu-1/2}(-\alpha y),$ $1 < x < \infty$
(23)	$\Gamma(2\nu - 2\lambda) (s - \alpha)^{2\lambda} (s - \beta)^{-2\nu},$ $\operatorname{Re}(\nu - \lambda) > 0$ $\operatorname{Re} s > \operatorname{Re} \alpha, \operatorname{Re} \beta$	$(\alpha - \beta)^{\lambda - \nu} x^{-\alpha/2 - \beta/2} y^{\nu - \lambda - 1} \times$ $\times M_{\lambda + \nu, \nu - \lambda - 1/2}[(\alpha - \beta)y],$ $0 < x < 1$ 0, $1 < x < \infty$
(24)	$(s - \alpha)^{2\lambda} (\beta - s)^{-2\nu},$ $\operatorname{Re}(\nu - \lambda) > 0$ $\operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \beta$	$[\Gamma(-2\lambda)]^{-1} (\beta - \alpha)^{\lambda - \nu} y^{\nu - \lambda - 1} \times$ $\times x^{-\alpha/2 - \beta/2} \times$ $\times W_{-\lambda - \nu, \lambda - \nu + 1/2}[(\beta - \alpha)y],$ $0 < x < 1$ $[\Gamma(2\nu)]^{-1} (\beta - \alpha)^{\lambda - \nu} (-y)^{\nu - \lambda - 1} \times$ $\times x^{-\alpha/2 - \beta/2} \times$ $\times W_{\lambda + \nu, \lambda - \nu + 1/2}[(\alpha - \beta)y],$ $1 < x < \infty$

## 7.2. Другие элементарные функции

(1)	$e^{as^2},$ $\operatorname{Re} a \geq 0$	$2^{-1} \pi^{-1/2} \alpha^{-1/2} e^{-2^{-2} a^{-1} y^2}$
(2)	$s^{\nu} e^{as^2},$ $\operatorname{Re} s > 0, \operatorname{Re} a > 0$	$2^{-\nu/2} \pi^{-1/2} \alpha^{-\nu/2 - 1/2} \times$ $\times \exp\left(-\frac{y^2}{2\alpha}\right) D_{\nu}\left(\frac{-y}{2^{1/2} \alpha^{1/2}}\right)$
(3)	$s^{-\nu} e^{-a/s},$ $a > 0$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$(y/a)^{\nu/2 - 1/2} J_{\nu-1}(2a^{1/2} y^{1/2}),$ $0 < x < 1$ 0, $1 < x < \infty$

$$y = -\ln x$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(4)	$e^{-\alpha^{1/2} s^{1/2}},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$2^{-1} \alpha^{1/2} \pi^{-1/2} y^{-3/2} e^{-2^{-2} \alpha y^{-1}},$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(5)	$s^{-1} e^{-\alpha s^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi/4, \operatorname{Re} s > 0$	$\operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha y^{-1/2}),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(6)	$s^{-1} e^{-\alpha s^{1/2}} - s^{-1},$ $ \arg \alpha  < \pi/4, \operatorname{Re} s > 0$	$-\operatorname{Erf}(2^{-1} \alpha y^{-1/2}),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(7)	$\frac{e^{-\alpha s^{1/2}}}{s + \beta},$ $ \arg \alpha  < \pi/4$ $\operatorname{Re} s > 0, -\operatorname{Re} \beta$	$2^{-1} x^{\beta} [e^{-i\beta^{1/2} \alpha} \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha y^{-1/2} -$ $- i\beta^{1/2} y^{1/2}) + e^{i\beta^{1/2} \alpha} \times$ $\times \operatorname{Erfc}(2^{-1} \alpha y^{-1/2} + i\beta^{1/2} y^{1/2})],$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(8)	$s^{1/2} e^{-\alpha s^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi/4, \operatorname{Re} s > 0$	$\pi^{-1/2} (2^{-2} \alpha^2 y^{-1} - 1/2) y^{-3/2} \times$ $\times e^{-2^{-2} \alpha^2 y^{-1}},$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(9)	$s^{-1/2} e^{-\alpha s^{1/2}},$ $ \arg \alpha  < \pi/4, \operatorname{Re} s > 0$	$\pi^{-1/2} y^{-1/2} e^{-2^{-2} \alpha^2 y^{-1}},$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(10)	$\ln \frac{s + \alpha}{s + \beta},$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \alpha, -\operatorname{Re} \beta$	$\frac{x^{\alpha} - x^{\beta}}{\ln x},$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(11)	$s^{-\nu} \ln s$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$y^{\nu-1} \frac{\psi(\nu) - \ln y}{\Gamma(\nu)},$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(12)	$\frac{\pi}{\sin(\pi s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < 1$	$\frac{1}{1+x}$
(13)	$\frac{\pi}{\sin(\pi s)},$ $-n < \operatorname{Re} s < 1-n,$ $n = \dots, -1, 0, 1, \dots$	$(-1)^n \frac{x^n}{1+x}$

$$y = -\ln x$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) \cdot x^{s-1} dx$	$f(x)$
(14)	$\frac{\pi}{\cos(\pi s)}, \quad -1/2 < \operatorname{Re} s < 1/2$	$\frac{x^{1/2}}{1+x}$
(15)	$\frac{\pi}{\cos(\pi s)}, \quad n - 1/2 < \operatorname{Re} s < n + 1/2,$ $n = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$	$\frac{(-1)^n x^{1/2-n}}{1+x}$
(16)	$\pi \operatorname{tg}(\pi s), \quad -1/2 < \operatorname{Re} s < 1/2$	$\frac{x^{1/2}}{1-x}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(17)	$\pi \operatorname{tg}(\pi s),$ $n - 1/2 < \operatorname{Re} s < n + 1/2$ $n = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$	$\frac{x^{1/2-n}}{1-x}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(18)	$\pi \operatorname{ctg}(\pi s), \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1$	$\frac{1}{1-x}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(19)	$\pi \operatorname{ctg}(\pi s), \quad -n < \operatorname{Re} s < 1 - n$ $n = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$	$\frac{x^n}{1-x}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(20)	$\frac{\pi^2}{\sin^2(\pi s)}, \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1$	$(x-1)^{-1} \ln x$
(21)	$\frac{\pi^2}{\sin^2(\pi s)}, \quad n < \operatorname{Re} s < n + 1$ $n = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$	$x^{-n} (x-1)^{-1} \ln x$
(22)	$\frac{2\pi^3}{\sin^3(\pi s)}, \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1$	$\frac{\pi^2 + \ln^2 x}{1+x}$
(23)	$\frac{2\pi^3}{\sin^3(\pi s)}, \quad n < \operatorname{Re} s < n + 1$ $n = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$	$\frac{\pi^2 + \ln^2 x}{(-x)^n (1+x)}$
(24)	$\frac{1}{\sin \frac{\pi s}{n} \sin \frac{\pi s + \pi}{n}},$ $n$ целое, $0 < \operatorname{Re} s < n - 1$	$\frac{n}{\pi \sin(\pi/n)} \frac{1-x}{1-x^n}$

$$y = -\ln x$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(25)	$\frac{\cos(\theta s)}{s \sin(\pi s)},$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0, \quad -\pi < \theta < \pi$	$2^{-1} \pi^{-1} \ln(1 + 2x \cos \theta + x^2)$
(26)	$\sin(s^2/a),$ $a > 0$	$2^{-1} \pi^{-1/2} a^{1/2} \sin(2^{-2} a y^2 - \pi/4)$
(27)	$\cos(s^2/a),$ $a > 0$	$2^{-1} \pi^{-1/2} a^{1/2} \cos(2^{-2} a y^2 - \pi/4)$
(28)	$\operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha}{s + \beta}\right),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \beta$	$x^{\beta} y^{-1} \sin(\alpha y),$ $0, \quad \begin{matrix} 0 < x < 1 \\ 1 < x < \infty \end{matrix}$

### 7.3. Гамма-функция и родственные функции; дзета-функция Римана

В этом пункте при  $h \leq 0$  мы полагаем  $\sum_{n=0}^{h-1} = 0$  и аналогично для других сумм.

(1)	$\Gamma(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$	$e^{-x}$
(2)	$\Gamma(s),$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0$	$e^{-x} - 1$
(3)	$e^{-i\alpha s} \Gamma(s),$ $\operatorname{Re} s > 0, \quad -\pi/2 < \operatorname{Re} \alpha < \pi/2$	$\exp(-x e^{i\alpha})$
(4)	$e^{-i\alpha s} \Gamma(s),$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0$ $-\pi/2 \leq \operatorname{Re} \alpha \leq \pi/2$	$\exp(-x e^{i\alpha}) - 1$
(5)	$e^{-i\alpha s} \Gamma(s),$ $-\pi/2 \leq \operatorname{Re} \alpha \leq \pi/2$ $-m < \operatorname{Re} s < 1 - m$ $m = 1, 2, \dots$	$\exp(-x e^{i\alpha}) - \sum_{r=0}^{m-1} \frac{(-x e^{i\alpha})^r}{r!}$
(6)	$\sin(2^{-1}\pi s) \Gamma(s),$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$	$\sin x$
(7)	$\cos(2^{-1}\pi s) \Gamma(s),$ $0 < \operatorname{Re} s < 1$	$\cos x$
(8)	$\cos(2^{-1}\pi s) \Gamma(s),$ $-2 < \operatorname{Re} s < 0$	$-2 \sin^2(x/2)$



	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(9)	$\sin(\alpha s) \Gamma(s),$ $-\pi/2 < \operatorname{Re} \alpha < \pi/2$ $\operatorname{Re} s > -1$	$e^{-x \cos \alpha} \sin(x \sin \alpha)$
(10)	$\sin(\alpha s) \Gamma(s),$ $-\pi/2 \leq \operatorname{Re} \alpha \leq \pi/2$ $-m < \operatorname{Re} s < 1 - m$ $m = 2, 3, \dots$	$e^{-x \cos \alpha} \sin(x \sin \alpha) +$ $+ \sum_{r=1}^{m-1} \frac{(-1)^r \sin(\alpha r) x^r}{r!}$
(11)	$\cos(\alpha s) \Gamma(s),$ $-\pi/2 < \operatorname{Re} \alpha < \pi/2$ $\operatorname{Re} s > 0$	$e^{-x \cos \alpha} \cos(x \sin \alpha)$
(12)	$\cos(\alpha s) \Gamma(s),$ $-\pi/2 \leq \operatorname{Re} \alpha \leq \pi/2$ $-m < \operatorname{Re} s < 1 - m$ $m = 1, 2, \dots$	$e^{-x \cos \alpha} \cos(x \sin \alpha) -$ $- \sum_{r=0}^{m-1} \frac{(-1)^r \cos(\alpha r) x^r}{r!}$
(13)	$\frac{\Gamma(s)}{\cos(\pi s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < 1/2$	$e^x \operatorname{Erfc}(x^{1/2})$
(14)	$\frac{\Gamma(s)}{\cos(\pi s)},$ $n - 1/2 < \operatorname{Re} s < n + 1/2$ $n = 1, 2, \dots$	$e^x \operatorname{Erfc}(x^{1/2}) -$ $- \pi^{-1} \sum_{m=0}^{n-1} (-1)^m \times$ $\times \Gamma(m + 1/2) x^{-m-1/2}$
(15)	$\Gamma(\alpha + s) \Gamma(\beta - s),$ $\operatorname{Re}(\alpha + \beta) > 0$ $-\operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \beta$	$\Gamma(\alpha + \beta) x^\alpha (1+x)^{-\alpha-\beta}$
(16)	$\Gamma(\alpha + s) \Gamma(\beta - s),$ $h, k$ целые $0 < \operatorname{Re}(\alpha + s) + h < 1$ $-1 < \operatorname{Re}(s - \beta) - k < 0$	$\Gamma(\alpha + \beta) x^\alpha (1+x)^{-\alpha-\beta} -$ $- \sum_{m=0}^{h-1} \frac{(-1)^m \Gamma(\alpha + \beta + m) x^{\alpha+m}}{m!} -$ $- \sum_{n=0}^{k-1} \frac{(-1)^n \Gamma(\alpha + \beta + n) x^{-\beta-n}}{n!}$
(17)	$\Gamma(2\alpha + s) \Gamma(2\beta + s),$ $\operatorname{Re} s > -2 \operatorname{Re} \alpha, -2 \operatorname{Re} \beta$	$2x^{\alpha+\beta} K_{2\alpha-2\beta}(2x^{1/2})$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(18)	$\Gamma(2\alpha + s) \Gamma(2\beta + s),$ $h, k$ целые $0 < \operatorname{Re}(2\alpha + s) + h < 1$ $0 < \operatorname{Re}(2\beta + s) + k < 1$	$2x^{\alpha+\beta} K_{2\alpha, 2\beta}(2x^{1/2}) -$ $-\sum_{m=0}^{h-1} \frac{(-1)^m \Gamma(2\beta - 2\alpha - m) x^{\alpha+m}}{m!} -$ $-\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(-1)^n \Gamma(2\alpha - 2\beta - n) x^{\beta+n}}{n!}$
(19)	$\Gamma(s + \nu) \Gamma(s - \nu) \cos[\pi(s - \nu)],$ $ \operatorname{Re} \nu  < \operatorname{Re} s < 3/4$	$-\pi Y_{2\nu}(2x^{1/2})$
(20)	$\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s + \nu)},$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$\frac{(1-x)^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)},$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(21)	$\frac{\Gamma(s) \Gamma(\nu)}{\Gamma(s + \nu)},$ $\operatorname{Re} \nu > 0$ $-n < \operatorname{Re} s < 1 - n$ $n$ целое	$(1-x)^{\nu-1} - \sum_{m=0}^{n-1} \frac{(1-\nu)_m}{m!} x^m,$ $0 < x < 1$ $-\sum_{m=0}^{n-1} \frac{(1-\nu)_m}{m!} x^m,$ $1 < x < \infty$
(22)	$\frac{\Gamma(1-\nu-s)}{\Gamma(1-s)},$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} s < 1 - \operatorname{Re} \nu$	$0,$ $0 < x < 1$ $\frac{(x-1)^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)},$ $1 < x < \infty$
(23)	$\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(\nu-s+1)},$ $0 < \operatorname{Re} s < 2^{-1} \operatorname{Re} \nu + 3/4$	$x^{-\nu/2} J_{\nu}(2x^{1/2})$
(24)	$\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(\nu-s+1)},$ $\operatorname{Re} \nu > 0$ $-n < \operatorname{Re} s < 1 - n$ $n = 1, 2, 3, \dots$	$x^{-\nu/2} J_{\nu}(2x^{1/2}) -$ $-\sum_{m=0}^{n-1} \frac{(-1)^m x^m}{m! \Gamma(\nu+m+1)}$
(25)	$\frac{\Gamma(s + \nu) \Gamma(s - \nu)}{\Gamma(s + 1/2)},$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu $	$\pi^{-1/2} e^{-x/2} K_{\nu}(x/2)$
(26)	$\frac{\Gamma(1/2-s) \Gamma(s + \nu)}{\Gamma(1 + \nu - s)},$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < 1/2$	$\pi^{1/2} e^{-x/2} I_{\nu}(x/2)$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(27)	$\frac{\Gamma(1/2 - s) \Gamma(s + \nu)}{\Gamma(1 + \nu - s)},$ $n - 1/2 < \operatorname{Re} s < n + 1/2$ $\operatorname{Re} \nu > 1/2 - n, n = 1, 2, 3, \dots$	$\pi^{1/2} e^{-x/2} J_{\nu}(x/2) -$ $- \sum_{m=0}^{n-1} \frac{(-1)^m \Gamma(1/2 + \nu + m)}{m! \Gamma(1/2 + \nu - m)} \times$ $\times x^{-1/2 - m}$
(28)	$\frac{\Gamma(1/2 - s) \Gamma(s + \nu)}{\Gamma(1 + \nu - s)},$ $-n < \operatorname{Re}(s + \nu) < 1 - n$ $\operatorname{Re} \nu > 1/2 - n, n = 1, 2, 3, \dots$	$\pi^{1/2} e^{-x/2} J_{\nu}(x/2) -$ $- \sum_{m=0}^{n-1} \frac{(-1)^m \Gamma(1/2 + \nu + m)}{m! \Gamma(1 + 2\nu + m)} x^{\nu+m}$
(29)	$\frac{ \Gamma(s) ^2}{ \Gamma(1/2 - s) ^2},$ $0 < \operatorname{Re} s < 1/2$	$2\pi^{-1} K_0(4x^{1/4}) - Y_0(4x^{1/4})$
(30)	$\frac{\Gamma(2s) \Gamma(s + \nu)}{\Gamma(1 - s + \nu)},$ $\operatorname{Re} s > 0, -\operatorname{Re} \nu$	$2J_{2\nu}(2x^{1/4}) K_{2\nu}(2x^{1/4})$
(31)	$\frac{\Gamma(2s) \Gamma(\nu - s)}{\Gamma(\nu + s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu$	$\frac{[(4+x)^{1/2} + x^{1/2}]^{1-2\nu}}{2^{1-2\nu} (4+x)^{1/2}}$
(32)	$\frac{\Gamma(2s)}{\Gamma(s + \mu) \Gamma(s + \nu)},$ $\operatorname{Re} s > 0, \operatorname{Re}(\mu + \nu) > 1/2$	$2^{-1} \pi^{-1/2} (4-x)^{\mu/2 + \nu/2 - 3/4} \times$ $\times P_{\mu - \nu - 1/2}^{3/2 - \mu - \nu}(2^{-1} x^{1/2}),$ $0 < x < 2$ $0, \quad 2 < x < \infty$
(33)	$\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(1/2 + s/2 + n/2) \Gamma(1/2 + s/2 - n/2)},$ $\operatorname{Re} s > 0$	$2\pi^{-1} (4-x^2)^{-1/2} T_n(x/2),$ $0 < x < 2$ $0, \quad 2 < x < \infty$
(34)	$\frac{\Gamma(1/2 - s + \nu) \Gamma(1/2 + s/2)}{\Gamma(1 - s + 2\nu) \Gamma(1 - s/2)},$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1/2 + \operatorname{Re} \nu$	$2^{1-\nu} x^{-\nu} \sin x J_{\nu}(x)$
(35)	$\frac{\Gamma(s/2) \Gamma(1/2 - s + \nu)}{\Gamma(1 - s + 2\nu) \Gamma(1/2 - s/2)},$ $0 < \operatorname{Re} s < 1/2 + \operatorname{Re} \nu$	$2^{1-\nu} x^{-\nu} \cos x J_{\nu}(x)$
(36)	$\sin[\pi(s + \nu - \mu - 1/2)] \times$ $\times \frac{\Gamma(s + \mu + \nu) \Gamma(s - \mu + \nu) \Gamma(1 - 2s)}{\Gamma(\nu - \mu - s + 1) \Gamma(\nu + \mu - s + 1)},$ $\operatorname{Re}(-\nu \pm \mu) < \operatorname{Re} s < 1/2$	$\pi J_{2\nu}(2x^{1/2}) Y_{2\mu}(2x^{1/2})$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(37)	$\frac{\Gamma(s) \Gamma(s+\mu) \Gamma(s-\mu)}{\Gamma(s+1/2)},$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \mu $	$2\pi^{-1/2} [K_{\mu}(x^{1/2})]^2$
(38)	$\frac{\Gamma(s) \Gamma(1/2-s-\nu) \Gamma(1/2-s+\nu)}{\Gamma(1/2-s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < 1/2 -  \operatorname{Re} \nu $	$\frac{\pi^{1/2} \operatorname{ch} [2\nu \operatorname{arsh}(x^{1/2})]}{(1+x)^{1/2} \cos(\pi\nu)}$
(39)	$\frac{\Gamma(s+1/2) \Gamma(1/2-s-\nu) \Gamma(1/2-s+\nu)}{\Gamma(1-s)},$ $-1/2 < \operatorname{Re} s < 1/2 -  \operatorname{Re} \nu $	$\frac{\pi^{1/2} \operatorname{sh} [2\nu \operatorname{arsh}(2x^{1/2})]}{(1+x)^{1/2} \sin(\pi\nu)}$
(40)	$\frac{\Gamma(2s) \Gamma(\nu-s)}{\Gamma(s-\nu+1)},$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu$	$2^{-1} \Gamma(\nu) (4+x)^{-\nu} \times$ $\times P_{-\nu} [(1+4x^{-1})^{-1/2}]$
(41)	$\frac{\Gamma(s)  \Gamma(\nu-s) ^2}{\Gamma(1-s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu$	$[\Gamma(\nu)]^2 (1+x)^{-\nu} P_{\nu-1} \left( \frac{1-x}{1+x} \right)$
(42)	$\frac{\Gamma(s) \Gamma(\alpha-s) \Gamma(\beta-s)}{\Gamma(\gamma-s)},$ $0 < \operatorname{Re} s < \min(\operatorname{Re} \alpha, \operatorname{Re} \beta)$	$\frac{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)}{\Gamma(\gamma)} {}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; -x)$
(43)	$\frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j+s) \prod_{j=1}^n \Gamma(1-a_j-s)}{\prod_{j=m+1}^p \Gamma(1-b_j-s) \prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j+s)},$ $\max_{1 \leq j \leq m} \operatorname{Re} b_j < \operatorname{Re} s <$ $< \min_{1 \leq j \leq n} \operatorname{Re}(1-a_j)$	$G_{pq}^{mn} \left( x \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right)$
(44)	$s^{-1} \{ \psi(s+1) + \ln \gamma \},$ $\operatorname{Re} s > -1$	$-\ln(1-x), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(45)	$s^{-1} \{ \psi(s+1) + \ln \gamma +$ $+ 2^{-1} \pi \operatorname{ctg}(\pi s) \},$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0$	$ \ln 1-x  $
(46)	$s^{-1} \{ \psi(s+1) + \ln \gamma +$ $+ \pi \operatorname{ctg}(\pi s) \},$ $\operatorname{Re} s < 0$	$0, \quad 0 < x < 1$ $\ln(x-1), \quad 1 < x < \infty$
(47)	$\frac{\pi \psi(1+s)}{\sin(\pi s)},$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0$	$(1+x^{-1})^{-1} \ln [\gamma(1+x^{-1})]$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(48)	$\frac{\pi}{\sin(\pi s)} [\psi(1+s) + \ln \gamma],$ $-1 < \operatorname{Re} s < 1$	$(1+x^{-1})^{-1} \ln(1+x^{-1})$
(49)	$\psi(s+\alpha) - \psi(s+\beta),$ $\operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} \alpha, -\operatorname{Re} \beta$	$\frac{x^{\beta} - x^{\alpha}}{1-x}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(50)	$\psi(s+\alpha) - \psi(s+\beta),$ $-h < \operatorname{Re}(s+\alpha) < 1-h$ $-k < \operatorname{Re}(s+\beta) < 1+k$ $h, k = 0, 1, 2, \dots$	$\frac{x^{\beta+h} - x^{\alpha+h}}{1-x}, \quad 0 < x < 1$ $\frac{x^{\alpha} - x^{\alpha+h} - x^{\beta} + x^{\beta+k}}{1-x}, \quad 1 < x < \infty$
(51)	$\Gamma(s) \psi(s), \quad \operatorname{Re} s > 0$	$e^{-x} \ln x$
(52)	$B(s, \alpha) [\psi(\alpha) - \psi(\alpha+s)],$ $\operatorname{Re} s > -1, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(1-x)^{\alpha-1} \ln(1-x), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(53)	$B(-s, \nu+s) \psi(\nu+s),$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < 0$	$[\psi(\nu) - \nu \ln(1+x^{-1})] (1+x^{-1})^{-\nu}$
(54)	$B(-s, \nu+s) [\psi(\nu+s) - \psi(\nu)],$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < 1$	$-\nu (1+x^{-1})^{-\nu} \ln(1+x^{-1})$
(55)	$B(s, \alpha) [\psi(s) - \psi(s+\alpha)],$ $\operatorname{Re} \alpha > -1, \operatorname{Re} s > 0$	$(1-x)^{\alpha-1} \ln x, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(56)	$B(s, \alpha) \{[\psi(s) - \psi(s+\alpha)]^2 +$ $+ \psi'(s) - \psi'(s+\alpha)\},$ $\operatorname{Re} s > 0, \operatorname{Re} \alpha > -2$	$(1-x)^{\alpha-1} \ln^2 x, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(57)	$\frac{\Gamma(s/2 + \nu/2)}{\Gamma(\nu/2 - s/2 + 1)} \times$ $\times [\psi(s/2 + \nu/2) +$ $+ \psi(\nu/2 - s/2 + 1)],$ $-\operatorname{Re} \nu < \operatorname{Re} s < \frac{3}{2}$	$4 \ln x J_{\nu}(x)$
(58)	$\sin(2^{-1} \pi s) \Gamma(s) \psi(s),$ $0 < \operatorname{Re} s < 1$	$\ln x \sin x - 2^{-1} \pi \cos x$
(59)	$\cos(2^{-1} \pi s) \Gamma(s) \psi(s),$ $0 < \operatorname{Re} s < 1$	$\ln x \cos x + 2^{-1} \pi \sin x$
(60)	$\Gamma(s, a), \quad a > 0$	$0, \quad 0 < x < a$ $e^{-x}, \quad a < x < \infty$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(61)	$\Gamma(s) \Gamma(1-s, \alpha),$ $\operatorname{Re} s > 0, \operatorname{Re} \alpha > 0$	$(x+1)^{-1} e^{-\alpha(x+1)}$
(62)	$\Gamma(1-\nu) \Gamma(\nu, as),$ $a > 0, \operatorname{Re} \nu < 1, \operatorname{Re} s > 0$	$(\ln x^{-1})^{-1} (a^{-1} \ln x^{-1} - 1)^{-\nu},$ $0 < x < e^{-a}$ 0, $e^{-a} < x < \infty$
(63)	$\gamma(s, a),$ $a > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$e^{-x},$ $0 < x < a$ 0, $a < x < \infty$
(64)	$s^{-\nu} \gamma(\nu, as),$ $a > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	0, $0 < x < e^{-a}$ $(-\ln x)^{\nu-1},$ $e^{-a} < x < 1$ 0, $1 < x < \infty$
(65)	$\frac{\pi \zeta(s)}{\sin(\pi s)},$ $1 < \operatorname{Re} s < 2$	$-x^{-s} [\psi(x^{-1} + 1) - \ln \gamma]$
(66)	$\frac{\pi [\zeta(1+s) - s^{-1}] }{\sin(\pi s)},$ $-1 < \operatorname{Re} s < 0$	$\psi(x^{-1} + 1) - \ln(x^{-1} + 1)$
(67)	$\Gamma(s) \zeta(s),$ $\operatorname{Re} s > 1$	$(e^x - 1)^{-1}$
(68)	$\Gamma(s+1) \zeta(s),$ $\operatorname{Re} s > 1$	$2^{-s} [\operatorname{sh}(x/2)]^{-s}$
(69)	$\Gamma(s/2) \zeta(s),$ $\operatorname{Re} s > 2$	$\theta_x(0   \pi^{-1} i x^2) - 1$
(70)	$\Gamma(s) \zeta(s, \alpha),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} s > 1$	$e^{-\alpha x} (1 - e^{-\alpha})^{-1}$

## 7.4. Функции Бесселя

(1)	$J_0 [a(\beta^2 - s^2)^{1/2}],$ $a > 0$	0, $0 < x < e^{-a}$ $\frac{\cos[\beta(a^2 - y^2)^{1/2}]}{\pi(a^2 - y^2)^{1/2}},$ $e^{-a} < x < e^a$ 0, $e^a < x < \infty$
(2)	$\frac{J_1 [a(\beta^2 - s^2)^{1/2}]}{(\beta^2 - s^2)^{1/2}},$ $a > 0$	0, $0 < x < e^{-a}$ $(\pi a \beta)^{-1} \sin[\beta(a^2 - y^2)^{1/2}],$ $e^{-a} < x < e^a$ 0, $e^a < x < \infty$

$$y = -\ln x$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(3)	$(\beta^2 - s^2)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [a(\beta^2 - s^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, a > 0$	$0,$ $0 < x < e^{-a}$ $\frac{(a^2 - y^2)^{\nu/2 - 1/4} J_{\nu - 1/2} [\beta(a^2 - y^2)^{1/2}]}{(2\pi)^{1/2} a^{\nu, \nu - 1/2}},$ $e^{-a} < x < e^a$ $0,$ $e^a < x < \infty$
(4)	$(\beta^2 - s^2)^{\nu/2} J_{\nu} [a(\beta^2 - s^2)^{1/2}],$ $a > 0, \operatorname{Re} \nu < 1/2$ $\operatorname{Re} s > \operatorname{Re} \beta > 0$	$-\frac{2^{1/2} \sin(\pi \nu)}{\pi^{3/2} a^{-\nu} \beta^{-\nu - 1/2}} \times$ $\times (y^2 - a^2)^{-\nu/2 - 1/4} \times$ $\times K_{\nu + 1/2} [\beta(y^2 - a^2)^{1/2}],$ $0 < x < e^{-a}$ и $e^a < x < \infty$ $-\frac{(a^2 - y^2)^{-\nu/2 - 1/4}}{(2\pi)^{1/2} a^{-\nu, -\nu - 1/2}} \times$ $\times Y_{\nu + 1/2} [\beta(a^2 - y^2)^{1/2}],$ $e^{-a} < x < e^a$
(5)	$\Gamma(s/2) J_{\nu + s/2}(2a^2),$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re} s > 0$ $a > 0$	$2a^{-\nu} (a^2 - x^2)^{\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [2a(a^2 - x^2)^{1/2}],$ $0 < x < a$ $0,$ $a < x < \infty$
(6)	$\Gamma(s/2) J_{\nu - s/2}(2a^2),$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu + 3/2$ $a > 0$	$2a^{\nu} (x^2 + a^2)^{-\nu/2} \times$ $\times J_{\nu} [2a(x^2 + a^2)^{1/2}]$
(7)	$\Gamma(s/2) Y_{\nu - s/2}(2a^2),$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu + 3/2$ $a > 0$	$2a^{\nu} (x^2 + a^2)^{-\nu/2} \times$ $\times Y_{\nu} [2a(x^2 + a^2)^{1/2}]$
(8)	$J_s(a) \sin(2^{-1}\pi s) +$ $+ Y_s(a) \cos(2^{-1}\pi s),$ $a > 0, -1 < \operatorname{Re} s < 1$	$-\pi^{-1} \cos[2^{-1} a(x + x^{-1})]$
(9)	$J_s(a) \cos(2^{-1}\pi s) -$ $- Y_s(a) \sin(2^{-1}\pi s),$ $a > 0,  \operatorname{Re} s  < 1$	$\pi^{-1} \sin[2^{-1} a(x + x^{-1})]$

$$y = -\ln x$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(10)	$H_s^{(1)}(a) e^{-2^{-1}\pi i s},$ $a > 0, -1 < \operatorname{Re} s < 1$	$-i\pi^{-1} \operatorname{ch}  2^{-1} a i (x + x^{-1}) $
(11)	$H_s^{(2)}(a) e^{-2^{-1}\pi i s},$ $a > 0, -1 < \operatorname{Re} s < 1$	$i\pi^{-1} \exp[-2^{-1} a i (x + x^{-1})]$
(12)	$\Gamma(s/2) H_{\nu-s/2}^{(1)}(2\alpha^2),$ $\operatorname{Re} s > 0, 0 < \arg \alpha < \pi/2$	$2\alpha^\nu (x^2 + \alpha^2)^{-\nu/2} \times$ $\times H_\nu^{(1)}[2\alpha (x^2 + \alpha^2)^{1/2}]$
(13)	$\Gamma(s/2) H_{\nu-s/2}^{(2)}(2\alpha^2),$ $-\pi/2 < \arg \alpha < 0,$ $\operatorname{Re} s > 0$	$2\alpha^\nu (x^2 + \alpha^2)^{-\nu/2} \times$ $\times H_\nu^{(2)}[2\alpha (x^2 + \alpha^2)^{1/2}]$
(14)	$s^{-1} I_0(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$	$1,$ $0 < x < e^{-1}$ $\pi^{-1} \arccos(-y),$ $e^{-1} < x < e$ $0,$ $e < x < \infty$
(15)	$I_\nu(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$	$-\frac{2^\nu \sin(\nu\pi)}{\pi (y^2 - 1)^{1/2}} \times$ $\times [(y - 1)^{1/2} + (y + 1)^{1/2}]^{-2\nu},$ $0 < x < e^{-1}$ $\frac{\cos[\nu \arccos(-y)]}{\pi (1 - y^2)^{1/2}},$ $e^{-1} < x < e$ $0,$ $e < x < \infty$
(16)	$s^{-1} I_\nu(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$	$2^\nu (\pi\nu)^{-1} \sin(\pi\nu) \times$ $\times [(y - 1)^{1/2} + (y + 1)^{1/2}]^{-2\nu},$ $0 < x < e^{-1}$ $(\pi\nu)^{-1} \sin[\nu \arccos(-y)],$ $e^{-1} < x < e$ $0,$ $e < x < \infty$
(17)	$s^{-\nu} I_\nu(s),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	$0,$ $0 < x < e^{-1}$ $\frac{(1 - y^2)^\nu - 1/2}{\pi^{1/2} 2^\nu \Gamma(\nu + 1/2)},$ $e^{-1} < x < e$ $0,$ $e < x < \infty$
(18)	$\frac{1}{s^{1/2}} \exp\left(\frac{\alpha}{2s}\right) I_\nu\left(\frac{\alpha}{2s}\right),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, \operatorname{Re} s > 0$	$(\pi y)^{-1/2} I_{2\nu}(2\alpha^{1/2} y^{1/2}),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$

$$y = -\ln x$$



	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(19)	$\frac{1}{s} \exp\left(\frac{\alpha+\beta}{2s}\right) I_{\nu}\left(\frac{\alpha-\beta}{2s}\right),$ $\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re} s > 0$	$I_{\nu}[(\alpha^{1/2} + \beta^{1/2})y^{1/2}] \times$ $\times I_{\nu}[(\alpha^{1/2} - \beta^{1/2})y^{1/2}],$ $0 < x < 1$ 0, $1 < x < \infty$
(20)	$\frac{I_{\nu}[(s+2\alpha)^{1/2}(s+2\beta)^{1/2}]}{(s+2\alpha)^{\nu/2}(s+2\beta)^{\nu/2}},$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	0, $0 < x < e^{-1}$ $\frac{(1-y^2)^{\nu/2} - 1/4 x^{\alpha+\beta}}{2^{1/2} \pi^{1/2} (\alpha-\beta)^{\nu-1/2}} \times$ $\times J_{\nu}[(\alpha-\beta)(1-y^2)^{1/2}],$ $e^{-1} < x < e$ 0, $e < x < \infty$
(21)	$I_{\nu}\{2^{-2}[(s+2\alpha)^{1/2} +$ $+ (s+2\beta)^{1/2}]^2\} \times$ $\times I_{\nu}\{2^{-2}[(s+2\alpha)^{1/2} -$ $- (s+2\beta)^{1/2}]^2\},$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$	0, $0 < x < e^{-1}$ $x^{\alpha+\beta} \frac{J_{2\nu}[(\alpha-\beta)(1-y^2)^{1/2}]}{\pi(1-y^2)^{1/2}},$ $e^{-1} < x < e$ 0, $e < x < \infty$
(22)	$s^{1/2} [I_{\nu-1/4}(s/2) I_{-\nu-1/4}(s/2) -$ $- I_{\nu+1/4}(2^{-1}as) I_{-\nu+1/4}(2^{-1}as)]$	0, $0 < x < e^{-1}$ $(\pi/2)^{-3/2} y^{-1/2} (1-y^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos(2\nu \arccos y),$ $e^{-1} < x < 1$ 0, $1 < x < \infty$
(23)	$s^{-1} K_0(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$	$\operatorname{arch} y$ 0, $0 < x < e^{-1}$ $e^{-1} < x < \infty$
(24)	$s^{-1} K_1(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$	$(y^2 - 1)^{1/2},$ 0, $0 < x < e^{-1}$ $e^{-1} < x < \infty$
(25)	$K_{\nu}(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$	$(y^2 - 1)^{-1/2} \operatorname{ch}(\nu \operatorname{arch} y),$ $0 < x < e^{-1}$ 0, $e^{-1} < x < \infty$
(26)	$s^{-1} K_{\nu}(s),$ $\operatorname{Re} s > 0$	$\nu^{-1} \operatorname{sh}(\nu \operatorname{arch} y),$ 0, $0 < x < e^{-1}$ $e^{-1} < x < \infty$

$$y = -\ln s$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(27)	$s^{-\nu} K_{\nu}(s),$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2, \quad \operatorname{Re} s > 0$	$\frac{2^{-\nu} \pi^{1/2}}{\Gamma(\nu + 1/2)} (y^2 - 1)^{\nu - 1/2},$ $0 < x < e^{-1}$ $0,$ $e^{-1} < x < \infty$
(28)	$s^{1/2} K_{\nu + 1/4}(s/2) K_{\nu - 1/4}(s/2)$	$\frac{2^{1/2} \pi^{1/2}}{\nu^{1/2} (y^2 - 1)^{1/2}} \operatorname{ch}(2\nu \operatorname{arch} y),$ $0 < x < e^{-1}$ $0,$ $e^{-1} < x < \infty$
(29)	$K_0[\beta(\alpha^2 - s^2)^{1/2}],$ $-\operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \alpha,$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} (\beta^2 + y^2)^{-1/2} \times$ $\times \exp[-\alpha (\beta^2 + y^2)^{1/2}]$
(30)	$(\alpha^2 - s^2)^{-1/2} K_1[\beta(\alpha^2 - s^2)^{1/2}],$ $-\operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \alpha$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$(2\alpha\beta)^{-1} \exp[-\alpha (\beta^2 + y^2)^{1/2}]$
(31)	$(\alpha^2 - s^2)^{1/2} K_1[\beta(\alpha^2 - s^2)^{1/2}],$ $-\operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \alpha$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$2^{-1} \beta (\beta^2 + y^2)^{-3/2} \times$ $\times  1 + \alpha (\beta^2 + y^2)^{1/2}  \times$ $\times \exp[-\alpha (\beta^2 + y^2)^{1/2}]$
(32)	$(\alpha^2 - s^2)^{-\nu/2} K_{\nu}[\beta(\alpha^2 - s^2)^{1/2}],$ $-\operatorname{Re} \alpha < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \alpha$ $\operatorname{Re} \beta > 0$	$(2\pi)^{-1/2} \alpha^{1/2 - \nu} \times$ $\times \beta^{-\nu} (\beta^2 + y^2)^{\nu/2 - 1/4} \times$ $\times K_{\nu - 1/2}[\alpha (\beta^2 + y^2)^{1/2}]$
(33)	$\frac{K_{\nu}[(s + 2\alpha)^{1/2} (s + 2\beta)^{1/2}]}{(s + 2\alpha)^{\nu/2} (s + 2\beta)^{\nu/2}},$ $\operatorname{Re} \nu > -1/2$ $\operatorname{Re} s > -2 \operatorname{Re} \alpha, -2 \operatorname{Re} \beta$	$(\pi/2)^{1/2} (\alpha - \beta)^{1/2 - \nu} \times$ $\times x^{\alpha + \beta} (y^2 - 1)^{\nu/2 - 1/4} \times$ $\times I_{\nu - 1/2}[(\alpha - \beta) (y^2 - 1)^{1/2}],$ $0 < x < e^{-1}$ $0,$ $e^{-1} < x < \infty$
(34)	$s^{1/2} I_n(s/2) K_{n+1/2}(s/2)$	$0,$ $0 < x < e^{-1}$ $(-1)^n (2^{-1} \pi y)^{-1/2} (1 - y^2)^{-1/2} \times$ $\times \cos[(2n + 1/2) \operatorname{arccos} y],$ $e^{-1} < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$

$$\nu = -\ln x$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(35)	$K_{\nu} [(\alpha^{1/2} + \beta^{1/2}) s^{1/2}] \times$ $\times I_{\nu} [(\alpha^{1/2} - \beta^{1/2}) s^{1/2}], \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$ $\operatorname{Re} \beta > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$\frac{1}{2^{\nu}} \exp\left(-\frac{\alpha+\beta}{2^{\nu}}\right) I_{\nu}\left(\frac{\alpha-\beta}{2^{\nu}}\right),$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(36)	$K_s(\alpha), \quad \operatorname{Re} \alpha > 0$	$2^{-1} \exp[-2^{-1} \alpha (x + x^{-1})]$
(37)	$\sin(2^{-1} \pi s) K_s(\alpha),$ $a > 0,  \operatorname{Re} s  < 1$	$2^{-1} \sin[2^{-1} \alpha (x - x^{-1})]$
(38)	$\cos(2^{-1} \pi s) K_s(\alpha),$ $a > 0,  \operatorname{Re} s  < 1$	$2^{-1} \cos[2^{-1} \alpha (x - x^{-1})]$
(39)	$e^{i\theta s} K_s(\alpha), \quad -\pi/2 < \theta < \pi/2$ $ \arg \alpha  < \pi/2 -  \theta $	$2^{-1} \exp[-2^{-1} \alpha (e^{-i\theta} x + e^{i\theta} x^{-1})]$
(40)	$\Gamma(s/2) K_{\nu-s/2}(2\alpha^2),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$2\alpha^{\nu} (x^2 + \alpha^2)^{-\nu/2} \times$ $\times K_{\nu}[2\alpha (x^2 + \alpha^2)^{1/2}]$

### 7.5. Другие высшие трансцендентные функции

(1)	$\exp(2^{-2} \alpha s^2) D_{-\nu}(a^{1/2} s),$ $\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$	$\frac{y^{\nu-1}}{\alpha^{\nu/2} \Gamma(\nu)} \exp\left(-\frac{y^2}{2\alpha}\right), \quad 0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(2)	$D_{2\nu}(2s^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu < 0, \operatorname{Re} s > 0$	$\frac{y^{1/2} + 1/2 (\nu+1)^{\nu-1/2}}{\Gamma(-\nu)(\nu-1)^{\nu+1}}, \quad 0 < x < e^{-1}$ $0,$ $e^{-1} < x < \infty$
(3)	$2^{-\nu-1/2} \Gamma(-\nu) D_{2\nu}(-2s^{1/2}),$ $-1/2 < \operatorname{Re} \nu < 0, \operatorname{Re} s > 0$	$-(y+1)^{\nu-1/2} (y-1)^{-\nu-1},$ $0 < x < e^{-1}$ $2 \cos(\pi\nu) (1+y)^{\nu-1/2} \times$ $\times (1-y)^{-\nu-1},$ $e^{-1} < x < e$ $0,$ $e < x < \infty$

$$y = -\ln x$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(4)	$s^{-1/2} D_{2\nu+1}(2s^{1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu < 0, \operatorname{Re} s > 0$	$\frac{2^{\nu+1/2}(\nu+1)^{\nu+1/2}}{\Gamma(1-\nu)(\nu+1)^{\nu+1}},$ $0 < x < e^{-1}$ $0,$ $e^{-1} < x < \infty$
(5)	$2^{-\nu-1/2} \Gamma(-\nu) s^{-1/2} \times$ $\times D_{2\nu+1}(-2s^{1/2}),$ $-\frac{3}{2} < \operatorname{Re} \nu < 0, \operatorname{Re} s > 0$	$(y+1)^{\nu+1/2} (y-1)^{-\nu-1},$ $0 < x < e^{-1}$ $-2 \cos(\pi\nu) (1+y)^{\nu+1/2} \times$ $\times (1-y)^{-\nu-1},$ $e^{-1} < x < e$ $0,$ $e < x < \infty$
(6)	$s^{-\nu/2} \exp(2^{-2}\alpha s^{-1}) \times$ $\times D_{-\nu}(\alpha^{1/2} s^{-1/2}),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$[\Gamma(\nu)]^{-1} (2y)^{\nu/2-1} \times$ $\times \exp[-(2\alpha y)^{1/2}],$ $0 < x < 1$ $0,$ $1 < x < \infty$
(7)	$\Gamma(s) D_{-s}(2\alpha), \quad \operatorname{Re} s > 0$	$\exp(-\alpha^2 - 2\alpha x - 2^{-1} x^2)$
(8)	$\sin(2^{-2}\pi s) \Gamma(s) D_{-s}(2^{1/2}\alpha),$ $-\pi/4 < \arg \alpha < \pi/4$ $\operatorname{Re} s > -1$	$e^{-2^{-1}\alpha^2 - \alpha x} \sin(\alpha x + 2^{-1} x^2)$
(9)	$\cos(2^{-2}\pi s) \Gamma(s) D_{-s}(2^{1/2}\alpha),$ $-\pi/4 < \arg \alpha < \pi/4$ $\operatorname{Re} s > 0$	$e^{-2^{-1}\alpha^2 - \alpha x} \cos(\alpha x + 2^{-1} x^2)$
(10)	$e^{i\theta s} \Gamma(s) D_{-s}(2\alpha),$ $-\pi/4 < \operatorname{Re} \theta < \pi/4$ $\operatorname{Re} s > 0$	$\exp(-\alpha^2 - 2\alpha x e^{-i\theta} - 2^{-1} x^2 e^{-2i\theta})$
(11)	${}_2F_1(s, \nu; s+1; -\alpha),$ $ \arg(1+\alpha)  < \pi, \operatorname{Re} s > -1$	$\alpha\nu x (1+\alpha x)^{-\nu-1}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(12)	${}_2F_1(-s, \nu; -s+1; -\alpha),$ $ \arg(1+\alpha)  < \pi, \operatorname{Re} s < 1$	$0, \quad 0 < x < 1$ $-\alpha\nu x^{-1} (1+\alpha x^{-1})^{-\nu-1},$ $1 < x < \infty$

$$y = -\ln x$$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(13)	$\Gamma(s) {}_2F_1(s, \alpha; \beta; \lambda),$ $\operatorname{Re} s > 0, \operatorname{Re} \lambda < 1$	$e^{-x} {}_1F_1(\alpha; \beta; \lambda x)$
(14)	$\Gamma(2s) {}_2F_1(s, s + 1/2; \nu + 1; -\alpha^2),$ $ \operatorname{Im} \alpha  < 1, \operatorname{Re} s > 0$	$2^{\nu-1} \Gamma(\nu+1) \alpha^{-\nu} x^{-\nu/2} \times$ $\times \exp(-x^{1/2}) J_{\nu}(\alpha x^{1/2})$
(15)	$B(s, \nu-s) {}_2F_1(\mu, s; \nu; 1-\alpha),$ $0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} \nu,  \arg \alpha  < \pi$	$(1+x)^{\mu-\nu} (1+\alpha x)^{-\mu}$
(16)	$B(\nu, s) {}_2F_1(\mu, s, \nu+s; -\alpha),$ $\operatorname{Re} s > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$ $ \arg(1+\alpha)  < \pi$	$(1-x)^{\nu-1} (1+\alpha x)^{-\mu},$ $0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(17)	$B(\lambda, s) {}_2F_1(\mu, \nu; \lambda+s; \alpha),$ $\operatorname{Re} \lambda > 0, \operatorname{Re} s > 0$ $ \arg(1-\alpha)  < \pi$	$(1-x)^{\lambda-1} {}_2F_1[\mu, \nu; \lambda; \alpha(1-x)],$ $0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(18)	$\frac{\Gamma(s+\nu)\Gamma(s-\nu)}{\Gamma(s+1/2)} \times$ $\times {}_2F_1\left(\frac{s+\nu}{2}, \frac{s+\nu+1}{2};\right.$ $\left. s + \frac{1}{2}; 1-\alpha^2\right),$ $\operatorname{Re} \alpha > -1, \operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu $	$\pi^{-1/2} \alpha^{-\nu} e^{-x/2} K_{\nu}(2^{-1/2} \alpha x)$
(19)	$\Gamma(s+\nu+1/2) M_{s,\nu}(\alpha),$ $\operatorname{Re}(s+\nu) > -1/2$	$\alpha^{1/2} \Gamma(2\nu+1) e^{-x+\alpha/2} \times$ $\times J_{2\nu}(2\alpha^{1/2} x^{1/2})$
(20)	$\Gamma(s+\nu+1/2) \Gamma(s-\nu+1/2) \times$ $\times W_{s,\nu}(\alpha),$ $\operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu  - 1/2$	$2\alpha^{1/2} e^{-x+\alpha/2} K_{2\nu}(2\alpha^{1/2} x^{1/2})$
(21)	$\Gamma(1/2-s+\nu) \Gamma(1/2+s+\nu) \times$ $\times M_{s,\nu}(\alpha) M_{s,\nu}(\beta),$ $ \operatorname{Re} s + 1/2  <  \operatorname{Re} \nu $	$[\Gamma(2\nu+1)]^2 \frac{(\alpha\beta x)^{1/2}}{1+x} \times$ $\times \exp\left(\frac{\alpha+\beta}{2} \frac{1-x}{1+x}\right) \times$ $\times J_{2\nu}\left[\frac{2(\alpha\beta x)^{1/2}}{1+x}\right]$
(22)	$\Gamma(1/2+s) {}_1F_1(-s; 1/2; \alpha),$ $\operatorname{Re} s > 1/2$	$x^{1/2} e^{-x} \cos(2\alpha^{1/2} x^{1/2})$
(23)	$\Gamma(1/2+s) {}_1F_1(1-s; 3/2; \alpha),$ $\operatorname{Re} s > -1/2$	$2^{-1} \alpha^{-1/2} e^{-x} \sin(2\alpha^{1/2} x^{1/2})$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(24)	$\Gamma(s) {}_1F_1(s; \nu + 1; \alpha),$ $\operatorname{Re} s > 0$	$\Gamma(\nu + 1) (\alpha x)^{-\nu/2} e^{-x} \times$ $\times I_{\nu}(2\alpha^{1/2} x^{1/2})$
(25)	$B(\nu, s) {}_1F_1(s; s + \nu; \alpha),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$(1-x)^{\nu-1} e^{\alpha x}, \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(26)	$B(\mu, s) {}_1F_2(s; s + \mu, \nu + 1; \alpha),$ $\operatorname{Re} \mu > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$\Gamma(\nu + 1) (\alpha x)^{-\nu/2} (1-x)^{\mu-1} \times$ $\times I_{\nu}(2\alpha^{1/2} x^{1/2}), \quad 0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(27)	$\Gamma(s) {}_pF_q(s, a_1, \dots, a_p;$ $b_1, \dots, b_q; \alpha),$ $p < q, \operatorname{Re} s > 0$	$e^{-x} {}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; \alpha x)$
(28)	$\Gamma(s + \nu) \Gamma(s - \nu) \times$ $\times {}_{p+2}F_q(s + \nu, s - \nu, a_1, \dots, a_p;$ $b_1, \dots, b_q; \alpha),$ $p < q - 1, \operatorname{Re} s >  \operatorname{Re} \nu $	$2K_{2\nu}(2x^{1/2}) \times$ $\times {}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; \alpha x)$
(29)	$B(s, \nu) {}_{p+1}F_{q+1}(s, a_1, \dots, a_p;$ $s + \nu, b_1, \dots, b_q; \alpha),$ $\operatorname{Re} \nu > 0, \operatorname{Re} s > 0$	$(1-x)^{\nu-1} \times$ $\times {}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; \alpha x),$ $0 < x < 1$ $0, \quad 1 < x < \infty$
(30)	$G_{p+1, q}^{m, n+1} \left( \alpha \left  \begin{matrix} 1-s, a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $p + q < 2(m + n)$ $ \arg \alpha  < (m + n - p/2 - q/2) \pi$ $\operatorname{Re}(s + b_j) > 0, j = 1, \dots, m$	$e^{-x} G_{p, q}^{m, n} \left( \alpha x \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right)$
(31)	$G_{p+2, q}^{m, n+1} \left( \alpha \left  \begin{matrix} c, a_1, \dots, a_p, d \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $p + q < 2(m + n)$ $ \arg \alpha  < (m + n - p/2 - q/2) \pi$ $\operatorname{Re}(s + \nu + b_j) > 0, j = 1, \dots, m$ $\operatorname{Re}(s + a_j) < 5/4, j = 1, \dots, n,$ где $c = 1 - s - \nu, d = 1 - s + \nu$	$J_{2\nu}(2x^{1/2}) \times$ $\times G_{p, q}^{m, n} \left( \alpha x \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right)$

	$g(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx$	$f(x)$
(32)■	$G_{p+2, q}^{m, n+2} \left( a \left  \begin{matrix} d, c, a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right),$ $p + q < 2(m + n)$ $ \arg a  < (m + n - p/2 - q/2)\pi$ $\operatorname{Re}(s + b_j) >  \operatorname{Re} \nu ,$ $j = 1, \dots, m$ <p>где <math>c = 1 - s - \nu</math>, <math>d = 1 - s + \nu</math></p>	$K_{2\nu}(2x^{1/2}) \times$ $\times G_{p, q}^{m, n} \left( ax \left  \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right)$

ПРИЛОЖЕНИЕ

**ОБОЗНАЧЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ВЫСШИХ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ ФУНКЦИЙ**

Через ВТФ I обозначаются ссылки на первый том книги «Высшие трансцендентные функции» тех же авторов, а через ВТФ II — на второй том этой книги.

**Общие замечания.** Большинство обозначений объяснено там, где они встречаются. Обозначения, встречающиеся несколько раз на одной странице, объясняются внизу страницы.

Как правило, вещественные переменные и параметры обозначаются латинскими буквами, а комплексные переменные и параметры — греческими буквами. Исключения делаются для традиционных обозначений (таких, например, как  $p$  в главах IV и V). Буквы  $m$ ,  $n$  обычно обозначают целые числа.

Через  $\operatorname{Re} z$ ,  $\operatorname{Im} z$  обозначены соответственно вещественная и мнимая части комплексной величины  $z$ .

Через  $|z|$ ,  $\arg z$  — соответственно модуль и аргумент (фаза) комплексной величины.

Главное значение в смысле Коши. Если подынтегральная функция имеет особенность в точке  $c$ ,  $a < c < b$ , то главным значением в смысле Коши интеграла

$$\int_a^b f(x) dx$$

называют

$$\lim \left[ \int_a^{c-\varepsilon} f(x) dx + \int_{c+\varepsilon}^b f(x) dx \right], \quad \varepsilon > 0, \varepsilon \rightarrow 0.$$

Пустая сумма интерпретируется как нуль, а пустое произведение — как единица.  $\sum_{n=a}^b$ ,  $\prod_{n=a}^b$  пусты, если  $b < a$ .

Через  $[x]$ ,  $E(x)$  обозначено наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .

$$\begin{aligned} (a)_v &= \Gamma(a+v)/\Gamma(a), \\ (a)_0 &= 1, \\ (a)_n &= a(a+1)\dots(a+n-1), & n=1, 2, \dots, \\ (a)_n &= (-1)^n(1-a-n)_n, & n \text{ целое,} \\ (a)_{-n} &= (-1)^n/(1-a)_n & n \text{ целое.} \end{aligned}$$



Биномиальные коэффициенты

$$\binom{\alpha}{\beta} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(\beta+1)\Gamma(\alpha-\beta+1)},$$

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

Постоянная Эйлера — Маскерони

$$C = \lim_{m \rightarrow \infty} \left( \sum_{n=1}^m 1/n - \ln m \right) = 0,5772156649\dots,$$

$$\gamma = e^C.$$

**Ортогональные многочлены.** См. также ВТФ II, гл. 10.  
Многочлены Лежандра

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n.$$

Многочлены Гегенбауэра

$$C_n^\nu(x) = \frac{(-2)^n (v)_n}{n! (n+2v)_n} (1-x^2)^{1/2-\nu} \frac{d^n}{dx^n} (1-x^2)^{n+\nu-1/2}.$$

Многочлены Чебышева

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x),$$

$$U_n(x) = \frac{\sin[(n+1) \arccos x]}{\sin(\arccos x)}.$$

Многочлены Якоби

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(x) = \frac{(-1)^n}{2^n n!} (1-x)^{-\alpha} (1+x)^{-\beta} \frac{d^n}{dx^n} [(1-x)^{n+\alpha} (1+x)^{n+\beta}].$$

Многочлены Лагерра

$$L_n^\alpha(z) = \frac{e^z z^{-\alpha}}{n!} \frac{d^n}{dz^n} (e^{-z} z^{n+\alpha}),$$

$$L_n^0(z) = L_n(z).$$

Многочлены Эрмита

$$He_n(x) = (-1)^n e^{2^{-1}x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-2^{-1}x^2}),$$

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}.$$

Многочлены Шарлье

$$p_n(x; a) = n! a^{-n} L_n^{x-n}(a).$$

**Гамма-функция и родственные ей функции.** См. также ВТФ I,  
Гамма-функция

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt, \quad \operatorname{Re} z > 0.$$

Логарифмическая производная от гамма-функции

$$\psi(z) = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)}, \quad \psi'(z) = \frac{d\psi}{dz} \quad \text{и т. д.}$$

Бета-функция

$$B(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}.$$

Дилогарифм Эйлера

$$L_2(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2} = - \int_0^z \frac{\ln(1-z)}{z} dz.$$

Неполные гамма-функции. См. «Вырожденные гипергеометрические функции».

Неполная бета-функция. См. «Гипергеометрические функции».

Дзета-функция Римана и родственные функции

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s},$$

$$\xi(t) = -2^{-1}(t^2 + 1/4) \pi^{-2-1it-1/4} \Gamma(2-1it+1/4) \zeta(it+1/2),$$

$$\zeta(z, a) = \sum_{n=0}^{\infty} (n+a)^{-z}, \quad \Phi(z, s, v) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{(v+n)^s}.$$

Функции Лежандра. См. также ВТФ I, гл. 3.

$$P_v^\mu(z) = \frac{1}{\Gamma(1-\mu)} \left(\frac{z+1}{z-1}\right)^{\mu/2} {}_2F_1(-v, v+1; 1-\mu; 1/2 - z/2),$$

$$Q_v^\mu(z) = \frac{e^{\mu\pi i} \pi^{1/2} \Gamma(\mu+v+1)}{2^{v+1} \Gamma(v+3/2)} z^{-\mu-v-1} (z^2-1)^{\mu/2} \times \\ \times {}_2F_1\left(\frac{\mu+v+1}{2}, \frac{\mu+v+2}{2}; v+\frac{3}{2}; \frac{1}{z^2}\right).$$

$z$  изменяется в комплексной плоскости, разрезанной по вещественной оси от  $-1$  до  $1$ .

$$P_v^\mu(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\mu)} \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\mu/2} {}_2F_1(-v, v+1; 1-\mu; 1/2 - x/2), \\ -1 < x < 1,$$

$$Q_v^\mu(x) = 2^{-1} e^{-i\mu\pi} [e^{-2-1\mu\pi i} Q_v^\mu(x+i0) + e^{1-1\mu\pi i} Q_v^\mu(x-i0)], \\ -1 < x < 1.$$

$$P_v(z) = P_v^0(z), \quad Q_v(z) = Q_v^0(z).$$

**Функции Бесселя и родственные функции.** См. также ВТФ II, г  
**Функции Бесселя**

$$J_\nu(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (z/2)^{\nu+2m}}{m! \Gamma(\nu+m+1)},$$

$$Y_\nu(z) = \frac{[J_\nu(z) \cos \nu\pi - J_{-\nu}(z)]}{\sin \nu\pi},$$

$$H_\nu^{(1)}(z) = J_\nu(z) + iY_\nu(z),$$

$$H_\nu^{(2)}(z) = J_\nu(z) - iY_\nu(z),$$

$$H_\nu(x) = \int_0^x J_\nu(t) \frac{dt}{t}$$

**Модифицированные функции Бесселя**

$$I_\nu(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{\nu+2m}}{m! \Gamma(\nu+m+1)},$$

$$K_\nu(z) = \frac{\pi}{2} \frac{I_{-\nu}(z) - I_\nu(z)}{\sin(\nu\pi)}.$$

**Функции Кельвина и родственные им функции**

$$\text{ber}_\nu(z) + i \text{bei}_\nu(z) = J_\nu(ze^{3\pi i/4}),$$

$$\text{ber}_\nu(z) - i \text{bei}_\nu(z) = J_\nu(ze^{-3\pi i/4}),$$

$$\text{ker}_\nu(z) + i \text{kei}_\nu(z) = K_\nu(ze^{\pi i/4}),$$

$$\text{ker}_\nu(z) - i \text{kei}_\nu(z) = K_\nu(ze^{-\pi i/4}),$$

$$\text{ber}(z) = \text{ber}_0(z), \quad \text{bei}(z) = \text{bei}_0(z),$$

$$\text{ker}(z) = \text{ker}_0(z), \quad \text{kei}(z) = \text{kei}_0(z).$$

Отметим, что определение функций  $\text{ker}_\nu(z)$  и  $\text{kei}_\nu(z)$  отличается данного в ВТФ II, п. 7.2.3.

$$X_\nu^{(b)}(z) = \text{ber}_\nu^2(z) + \text{bei}_\nu^2(z),$$

$$V_\nu^{(b)}(z) = [\text{ber}'_\nu(z)]^2 + [\text{bei}'_\nu(z)]^2,$$

$$W_\nu^{(b)}(z) = \text{ber}_\nu(z) \text{bei}'_\nu(z) - \text{bei}_\nu(z) \text{ber}'_\nu(z),$$

$$Z_\nu^{(b)}(z) = \text{ber}_\nu(z) \text{bei}'_\nu(z) + \text{bei}_\nu(z) \text{ber}'_\nu(z).$$

Многочлены Неймана

$$O_0(x) = \frac{1}{x}; \quad O_n(x) = \frac{1}{4} \sum_{m=0}^{\leq n/2} \frac{n(n-m-1)!}{m! (x/2)^{n-2m+1}}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

$$O_{-n}(x) = (-1)^n O_n(x), \quad n = 1, 2, \dots$$

Функции Ангера—Вебера

$$J_\nu(z) = \pi^{-1} \int_0^\pi \cos(\nu\theta - z \sin \theta) d\theta,$$

$$E_\nu(z) = \pi^{-1} \int_0^\pi \sin(\nu\theta - z \sin \theta) d\theta.$$

Функции Струве

$$\begin{aligned} H_\nu(z) &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (z/2)^{\nu+2m+1}}{\Gamma(m + 3/2) \Gamma(\nu + m + 3/2)} = \\ &= \frac{(z/2)^{\nu+1}}{\Gamma(3/2) \Gamma(\nu + 3/2)} {}_1F_2\left(1; \frac{3}{2}, \nu + \frac{3}{2}; -z^2/4\right) = \\ &= 2^{1-\nu} \pi^{-1/2} [\Gamma(\nu + 1/2)]^{-1} s_{\nu, \nu}(z), \end{aligned}$$

$$L_\nu(z) = e^{-2^{-2-1}(\nu+1)\pi i} H_\nu(ze^{2^{-1}i\pi}).$$

Функции Ломмеля

$$s_{\mu, \nu}(z) = \frac{z^{\mu+1}}{(\mu - \nu + 1) (\mu + \nu + 1)} {}_1F_2\left(1; \frac{\mu - \nu + 3}{2}, \frac{\mu + \nu + 3}{2}; -\frac{z^2}{4}\right),$$

$$\begin{aligned} S_{\mu, \nu}(z) &= s_{\mu, \nu}(z) + 2^{\mu-1} \Gamma\left(\frac{\mu - \nu + 1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\mu + \nu + 1}{2}\right) \times \\ &\quad \times \left[ \sin\left(\frac{\mu - \nu}{2} \pi\right) J_\nu(z) - \cos\left(\frac{\mu - \nu}{2} \pi\right) Y_\nu(z) \right]. \end{aligned}$$

Функции Ломмеля двух переменных

$$U_\nu(w, z) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left(\frac{w}{z}\right)^{\nu+2m} J_{\nu+2m}(z),$$

$$V_\nu(w, z) = \cos\left(\frac{w}{2} + \frac{z^2}{2w} + \frac{\nu\pi}{2}\right) + U_{2-\nu}(w, z).$$

**Гипергеометрические функции.** См. также ВТФ I, гл. 2, 4, 5. Обобщенный гипергеометрический ряд

$${}_mF_n(\alpha_1, \dots, \alpha_m; \gamma_1, \dots, \gamma_n; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\alpha_1)_k \cdots (\alpha_m)_k}{(\gamma_1)_k \cdots (\gamma_n)_k} \frac{z^k}{k!}.$$

${}_2F_1(a, b; c; z)$  — гипергеометрический ряд Гаусса. Его часто (например, в ВТФ I, гл. 2) обозначают через  $F(a; b; c; z)$ .

${}_1F_1(a; c; z)$  — вырожденный гипергеометрический ряд Куммера. Его часто (например, в ВТФ I, гл. 6) обозначают через  $\Phi(a; c; z)$ .

${}_mF_n(\alpha_1, \dots, \alpha_m; \gamma_1, \dots, \gamma_n; z)$  часто записывают в виде

$${}_mF_n \left[ \begin{matrix} \alpha_1, \dots, \alpha_m; \\ \gamma_1, \dots, \gamma_n \end{matrix} ; z \right].$$

Неполная бета-функция

$$B_x(p, x) = \int_0^x t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt = p^{-1} x^p {}_2F_1(p, 1-q; p+1; x).$$

$$S_n(b_1, b_2, b_3, b_4; z) = \sum_{h=1}^n \frac{\prod'_{j=1}^n \Gamma(b_j - b_h)}{\prod_{j=n+1}^4 \Gamma(1 + b_h - b_j)} z^{1+2b_h} \times \\ \times {}_0F_3(1 + b_h - b_1, \dots, *, \dots, 1 + b_h - b_4; (-1)^n z^n).$$

Штрих в  $\prod'$  и звездочка в  ${}_0F_3$  означают, что опускается член, содержащий  $b_h - b_h$ . При  $n=1$  произведение  $\prod$  в числителе, а при  $n=4$  — в знаменателе заменяется единицей.

$E$ -функция Мак-Роберта. Если  $p \geq q+1$ , то

$$E(p; \alpha_r; q; \rho_s; x) = \sum_{r=1}^p \frac{\prod'_{s=1}^p \Gamma(\alpha_s - \alpha_r)}{\prod_{t=1}^q \Gamma(\rho_t - \alpha_r)} \Gamma(\alpha_r) x^{\alpha_r} \times$$

$$\times {}_{q+1}F_{p-1}(\alpha_r, \alpha_r - \rho_1 + 1, \dots, \alpha_r - \rho_q + 1; \alpha_r - \alpha_1 + 1, \dots, *, \dots, \\ \dots, \alpha_r - \alpha_p + 1; (-1)^{p+q} x),$$

где  $|x| < 1$  при  $p = q+1$ .

Если  $p \leq q+1$ , то

$$E(p; \alpha_r; q; \rho_s; x) = \frac{\prod_{r=1}^p \Gamma(\alpha_r)}{\prod_{s=1}^q \Gamma(\rho_s)} p F_q(\alpha_1, \dots, \alpha_p; \rho_1, \dots, \rho_q; -1/x),$$

где  $x \neq 0$  и  $|x| > 1$  при  $p = q+1$ . Если  $p > q+1$ , то последнее соотношение дает асимптотическое разложение  $E$ -функции при больших значениях  $x$ .

$G$ -функция Мейера

$$G_{p, q}^{m, n} \left( x \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j - s) \prod_{j=1}^n \Gamma(1 - a_j + s)}{\prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j + s) \prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j - s)} x^s ds,$$

где  $L$  — путь, отделяющий полюсы функции  $\Gamma(b_1 - s) \dots \Gamma(b_m - s)$  от полюсов  $\Gamma(1 - a_1 + s) \dots \Gamma(1 - a_n + s)$ . Более подробное определение см. ВТФ 1, п. 5.3.

Из формул, содержащих  $G$ -функцию, при частных значениях параметров получаются многие интегралы, содержащие функции Бесселя, функции Лежандра и другие высшие трансцендентные функции. Следующие два списка дают выражения для некоторых частных видов  $G$ -функций через хорошо известные высшие трансцендентные функции и, обратно, выражения высших трансцендентных функций через  $G$ -функции. Эти списки не полны. См. также ВТФ 1, п. 5.6.

Частные случаи  $G$ -функции

$$G_{0,2}^{1,0} (x | a, b) = x^{2^{-1}(a+b)} J_{a-b} (2x^{1/2}),$$

$$G_{0,2}^{2,0} (x | a, b) = 2x^{2^{-1}(a+b)} K_{a-b} (2x^{1/2}),$$

$$G_{1,1}^{1,1} \left( x \left| \begin{matrix} 1/2 \\ b, -b \end{matrix} \right. \right) = \pi^{1/2} e^{-x/2} I_b (x/2),$$

$$G_{1,1}^{1,1} \left( x \left| \begin{matrix} a \\ b, c \end{matrix} \right. \right) = \frac{\Gamma(1-a+b)}{\Gamma(1+b-c)} x^b {}_1F_1(1-a+b; 1+b-c; -x),$$

$$G_{1,1}^{2,0} \left( x \left| \begin{matrix} 1/2 \\ b, -b \end{matrix} \right. \right) = \pi^{-1/2} e^{-x/2} K_b (x/2),$$

$$G_{1,2}^{2,0} \left( x \left| \begin{matrix} a \\ b, c \end{matrix} \right. \right) = x^{2^{-1}(b+c-1)} e^{-x/2} W_{k,m} (x),$$

$$k = 2^{-1}(1+b-c) - a, \quad m = b/2 - c/2,$$

$$G_{1,2}^{2,1} \left( x \left| \begin{matrix} 1/2 \\ b, -b \end{matrix} \right. \right) = \frac{\pi^{1/2}}{\cos(b\pi)} e^{x/2} K_b (x/2),$$

$$G_{1,2}^{2,1} \left( x \left| \begin{matrix} a \\ b, c \end{matrix} \right. \right) = \Gamma(b-a+1) \Gamma(c-a+1) x^{2^{-1}(b+c-1)} e^{x/2} W_{k,m} (x),$$

$$k = a - 2^{-1}(b+c+1), \quad m = b/2 - c/2,$$

$$G_{0,4}^{1,0} (x | a, b, 2b-a, b+1/2) = \pi^{-1/2} x^b I_2(a-b) (2^{3/2} x^{1/4}) J_2(a-b) (2^{3/2} x^{1/4}),$$

$$G_{0,4}^{1,0} (x | a, a+1/2, b, 2a-b) = \frac{1}{2\pi^{1/2} \cos[(b-a)\pi]} \times$$

$$\times x^a [J_2(a-b) (2^{3/2} x^{1/4}) I_2(b-a) (2^{3/2} x^{1/4}) + I_2(a-b) (2^{3/2} x^{1/4}) J_2(b-a) (2^{3/2} x^{1/4})],$$

$$G_{04}^{10}(x | a + \frac{1}{2}, a, b, 2a - b) = \frac{1}{2\pi^{1/2} |\sin(a - b)\pi|} \times \\ \times x^a [J_{\frac{1}{2}(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4}) I_{\frac{1}{2}(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4}) - I_{\frac{1}{2}(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4}) J_{\frac{1}{2}(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4})],$$

$$G_{04}^{20}(x | a, a + \frac{1}{2}, b, b + \frac{1}{2}) = x^{2^{-1}(a+b)} J_{\frac{1}{2}(a-b)}(4x^{1/4}),$$

$$G_{04}^{30}(x | a, -a, 0, \frac{1}{2}) = \\ = -\pi^{1/2} |\sin(2a\pi)|^{-1} [J_{2a}(ze^{\pi i/4}) J_{2a}(ze^{-\pi i/4}) - J_{-2a}(ze^{\pi i/4}) J_{-2a}(ze^{-\pi i/4})], \\ z = 2^{3/2}x^{1/4},$$

$$G_{04}^{20}(x | 0, \frac{1}{2}, a, -a) = \pi^{1/2} i^{-1} |\sin(2a\pi)|^{-1} \times \\ \times |e^{2a\pi i} J_{2a}(ze^{-\pi i/4}) J_{-2a}(ze^{\pi i/4}) - e^{-2a\pi i} J_{2a}(ze^{\pi i/4}) J_{-2a}(ze^{-\pi i/4})|, \\ z = 2^{3/2}x^{1/4},$$

$$G_{04}^{30}(x | 3a - \frac{1}{2}, a, -a - \frac{1}{2}, a - \frac{1}{2}) = \\ = 2\pi^{1/2} |\cos(2a\pi)|^{-1} x^{a-1/2} K_{4a}(2^{3/2}x^{1/4}) [J_{4a}(2^{3/2}x^{1/4}) + J_{-4a}(2^{3/2}x^{1/4})],$$

$$G_{04}^{30}(x | 0, a - \frac{1}{2}, -a - \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) = \\ = 4\pi^{1/2} x^{-1/2} K_{2a}(2^{3/2}x^{1/4}) [J_{2a}(2^{3/2}x^{1/4}) \cos(a\pi) - Y_{2a}(2^{3/2}x^{1/4}) \sin(a\pi)],$$

$$G_{04}^{30}(x | -\frac{1}{2}, a - \frac{1}{2}, -a - \frac{1}{2}, 0) = \\ = -4\pi^{1/2} x^{-1/2} K_{2a}(2^{3/2}x^{1/4}) [J_{2a}(2^{3/2}x^{1/4}) \sin(a\pi) + Y_{2a}(2^{3/2}x^{1/4}) \cos(a\pi)],$$

$$G_{04}^{30}(x | a, b + \frac{1}{2}, b, 2b - a) = 2^{1/2} \pi^{1/2} x^b K_{\frac{1}{2}(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4}) J_{\frac{1}{2}(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4}),$$

$$G_{04}^{40}(x | a, a + \frac{1}{2}, b, b + \frac{1}{2}) = 4\pi x^{2^{-1}(a+b)} K_{\frac{1}{2}(a-b)}(4x^{1/4}),$$

$$G_{04}^{40}(x | a, a + \frac{1}{2}, b, 2a - b) = \\ = 8\pi^{1/2} x^a K_{\frac{1}{2}(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4} e^{\pi i/4}) K_{\frac{1}{2}(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4} e^{-\pi i/4}).$$

$$G_{04}^{n0}(x | a, b, c, d) = x^{-1/2} S_n(a, b, c, d; x^{1/2}), \quad n = 1, 2, 3, 4,$$

$$G_{13}^{11}(x | a, 0, -a) = \pi^{1/2} J_a^2(x^{1/2}),$$

$$G_{13}^{11}(x | 0, a, -a) = \pi^{1/2} J_a(x^{1/2}) J_{-a}(x^{1/2}),$$

$$G_{13}^{11}(x | a, b, a - \frac{1}{2}) = x^{a/2 + b/2 - 1/4} H_{a-b-1/2}(2x^{1/2}),$$

$$G_{13}^{20}(x | a, b, a - \frac{1}{2}) = x^{2^{-1}(a+b)} Y_{b-a}(2x^{1/2}),$$

$$G_{13}^{20}(x | b, a, 2a - b) = -\pi^{1/2} x^a J_{b-a}(x^{1/2}) Y_{b-a}(x^{1/2}),$$

$$G_{18}^{20} \left( x \left| \begin{matrix} 1/2 \\ a, -a, 0 \end{matrix} \right. \right) = 2^{-1} \pi^{1/2} |\sin(a\pi)|^{-1} [J_{-a}^2(x^{1/2}) - J_a^2(x^{1/2})],$$

$$G_{18}^{21} \left( x \left| \begin{matrix} 1/2 \\ a, 0, -a \end{matrix} \right. \right) = 2\pi^{1/2} I_a(x^{1/2}) K_a(x^{1/2}),$$

$$G_{18}^{22} \left( x \left| \begin{matrix} 1/2 \\ a, -a, 0 \end{matrix} \right. \right) = \pi^{3/2} |\sin(2a\pi)|^{-1} [I_{-a}^2(x^{1/2}) - I_a^2(x^{1/2})],$$

$$G_{18}^{23} \left( x \left| \begin{matrix} a + 1/2 \\ a + 1/2, b, a \end{matrix} \right. \right) = \frac{\pi x^{2^{-1}(a+b)}}{\cos[(a-b)\pi]} [I_{b-a}(2x^{1/2}) - L_{a-b}(2x^{1/2})],$$

$$G_{18}^{24} \left( x \left| \begin{matrix} a + 1/2 \\ a, a + 1/2, b \end{matrix} \right. \right) = \pi x^{2^{-1}(a+b)} [I_{a-b}(2x^{1/2}) - L_{a-b}(2x^{1/2})],$$

$$G_{18}^{25} \left( x \left| \begin{matrix} a + 1/2 \\ a + b, a - b, a \end{matrix} \right. \right) = 2\pi^{-1/2} x^a K_b^2(x^{1/2}),$$

$$G_{18}^{26} \left( x \left| \begin{matrix} a + 1/2 \\ a + 1/2, -a, a \end{matrix} \right. \right) = \frac{\pi^2}{\cos(2a\pi)} [H_{2a}(2x^{1/2}) - Y_{2a}(2x^{1/2})],$$

$$G_{18}^{27} \left( x \left| \begin{matrix} a \\ a, b, -b \end{matrix} \right. \right) = 2^{-2a+2} \Gamma(1-a-b) \Gamma(1-a+b) S_{2a-1, 2b}(2x^{1/2}),$$

$$G_{18}^{28} \left( x \left| \begin{matrix} a + 1/2 \\ b, 2a - b, a \end{matrix} \right. \right) = \frac{\pi^{5/2}}{2[\cos(b-a)\pi]} x^a H_{b-a}^{(1)}(x^{1/2}) H_b^{(2)}(x^{1/2}),$$

$$G_{22}^{12} \left( x \left| \begin{matrix} -c_1, -c_2 \\ a-1, -b \end{matrix} \right. \right) = \frac{\Gamma(a+c_1) \Gamma(a+c_2)}{\Gamma(a+b)} x^{a-1} {}_2F_1(a+c_1, a+c_2; a+b; -x),$$

$$G_{24}^{12} \left( x \left| \begin{matrix} a + 1/2, a \\ b+a, a-c, a+c, a-b \end{matrix} \right. \right) = \pi^{1/2} x^a J_{b+c}(x^{1/2}) J_{b-c}(x^{1/2}),$$

$$G_{24}^{22} \left( x \left| \begin{matrix} a, a + 1/2 \\ b, c, 2a - c, 2a - b \end{matrix} \right. \right) = 2\pi^{1/2} x^a I_{b+c-2a}(x^{1/2}) K_{b-c}(x^{1/2}),$$

$$G_{24}^{30} \left( x \left| \begin{matrix} 0, 1/2 \\ a, b, -b, -a \end{matrix} \right. \right) =$$

$$= i2^{-2} \pi^{1/2} [H_{a-b}^{(1)}(x^{1/2}) H_{a+b}^{(1)}(x^{1/2}) - H_{a-b}^{(2)}(x^{1/2}) H_{a+b}^{(2)}(x^{1/2})].$$

$$G_{24}^{31} \left( x \left| \begin{matrix} 1/2 + a, 1/2 - a \\ 0, 1/2, b, -b \end{matrix} \right. \right) = \frac{\pi^{1/2} \Gamma(1/2 - a - 1/2) x^{-1/2}}{\Gamma(1+2a)} W_{a,b}(2x^{1/2}) M_{-a,b}(2x^{1/2}).$$



$$G_{24}^{40} \left( x \left| \begin{array}{c} 1/2 + a, 1/2 - a \\ 0, 1/2, b, -b \end{array} \right. \right) = \pi^{1/2} x^{-1/2} W_{a, b} (2x^{1/2}) W_{-a, b} (2x^{1/2}),$$

$$G_{24}^{40} \left( x \left| \begin{array}{c} a, a + 1/2 \\ b + c, b - c, b + 1/2 + c, b + 1/2 - c \end{array} \right. \right) = \\ = \pi^{1/2} 2^{-k} x^{b-1/4} \exp[-x^{1/2}] W_{k, 2c} (2x^{1/2}), \quad k = 1/2 + 2b - 2a,$$

$$G_{24}^{40} \left( x \left| \begin{array}{c} a, a + 1/2 \\ a + b, a + c, a - c, a - b \end{array} \right. \right) = 2\pi^{-1/2} x^a K_{b+c} (x^{1/2}) K_{b-c} (x^{1/2}),$$

$$G_{24}^{41} \left( x \left| \begin{array}{c} 0, 1/2 \\ a, b, -b, -a \end{array} \right. \right) = \frac{-2^{-2} \pi^{5/2}}{i \sin(a\pi) \sin(b\pi)} \times \\ \times [e^{-b\pi i} H_{a-b}^{(1)} (x^{1/2}) H_{a+b}^{(2)} (x^{1/2}) - e^{b\pi i} H_{a+b}^{(1)} (x^{1/2}) H_{a-b}^{(2)} (x^{1/2})],$$

$$G_{24}^{41} \left( x \left| \begin{array}{c} 1/2, 0 \\ a, b, -b, -a \end{array} \right. \right) = \frac{2^{-2} \pi^{5/2}}{\cos(a\pi) \cos(b\pi)} \times \\ \times [e^{-b\pi i} H_{a-b}^{(1)} (x^{1/2}) H_{a+b}^{(2)} (x^{1/2}) + e^{b\pi i} H_{a+b}^{(1)} (x^{1/2}) H_{a-b}^{(2)} (x^{1/2})],$$

$$G_{24}^{41} \left( x \left| \begin{array}{c} 1/2 + a, 1/2 - a \\ 0, 1/2, b, -b \end{array} \right. \right) = x^{-1/2} \pi^{1/2} \Gamma(1/2 + b - a) \times \\ \times \Gamma(1/2 - b - a) W_{a, b} (2lx^{1/2}) W_{a, b} (-2lx^{1/2}),$$

$$G_{24}^{42} \left( x \left| \begin{array}{c} a, a + 1/2 \\ b + c, b - c, b + 1/2 + c, b + 1/2 - c \end{array} \right. \right) = \\ = 2^{k+1} \pi^{3/2} \Gamma(1 - 2a + 2b + 2c) \Gamma(1 - 2a + 2b - 2c) \times \\ \times x^{b-1/4} e^{x^{1/2}} W_{k, 2c} (2x^{1/2}), \quad k = 2a - 2b - 1/2,$$

$$G_{44}^{44} \left( x \left| \begin{array}{c} a-1, -c_1, -c_2, -c_3 \\ -b_1, -b_2, -b_3, -b_4 \end{array} \right. \right) = \frac{\prod_{h=1}^4 \Gamma(a+b_h)}{3 \prod_{h=1}^3 \Gamma(a+c_h)} x^{a-1} \times \\ \times {}_4F_3(a+b_1, a+b_2, a+b_3, a+b_4; a+c_1, a+c_2, a+c_3; -x),$$

$$G_{pq}^{1p} \left( x \left| \begin{array}{c} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{array} \right. \right) = \frac{\prod_{j=1}^p \Gamma(1+b_1-a_j)}{\prod_{j=2}^q \Gamma(1+b_1-b_j)} x^{b_1} \times \\ \times {}_pF_{q-1}(1+b_1-a_1, \dots, 1+b_1-a_p; 1+b_1-b_2, \dots, 1+b_1-b_q; -x), \quad p \leq q,$$

$$G_{pq}^{1n} \left( x \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right) = \frac{\prod_{j=1}^n \Gamma(1+b_j-a_j) x^{b_1}}{\prod_{j=2}^q \Gamma(1+b_j-b_j) \prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j-b_1)} \times$$

$$\times {}_pF_{q-1} (1+b_1-a_1, \dots, 1+b_1-a_p; 1+b_1-b_2, \dots, 1+b_1-b_q; -x), p \leq q,$$

$$G_{pq}^{q1} \left( x \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right) =$$

$$= x^{a_1-1} E(1-a_1+b_1, \dots, 1-a_1+b_q; 1-a_1+a_2, \dots, 1-a_1+a_p; x).$$

Функции, выражающиеся через  $G$ -функцию

$$x^\mu J_\nu(x) = 2^\mu G_{02}^{10} (2^{-2}x^2 \mid \nu/2 + \mu/2, \mu/2 - \nu/2),$$

$$x^\mu J_\nu(x) = 4^\mu G_{04}^{20} (4^{-4}x^4 \mid \nu/4 + \mu/4, \nu/4 + \mu/4 + 1/2, \mu/4 - \nu/4, 1/2 + \mu/4 - \nu/4),$$

$$x^\mu Y_\nu(x) = 2^\mu G_{12}^{20} \left( 2^{-2}x^2 \left| \begin{matrix} \mu/2 - \nu/2 - 1/2 \\ \mu/2 - \nu/2, \mu/2 + \nu/2, \mu/2 - \nu/2 - 1/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^\mu K_\nu(x) = 2^{\mu-1} G_{02}^{20} (2^{-2}x^2 \mid \mu/2 + \nu/2, \mu/2 - \nu/2),$$

$$x^\mu K_\nu(x) =$$

$$= 4^{\mu-1} \pi^{-1} G_{04}^{40} (4^{-4}x^4 \mid \nu/4 + \mu/4, 1/2 + \nu/4 + \mu/4, -\nu/4 + \mu/4, 1/2 - \nu/4 + \mu/4),$$

$$e^{-x} I_\nu(x) = \pi^{-1/2} G_{12}^{11} \left( 2x \left| \begin{matrix} 1/2 \\ \nu, -\nu \end{matrix} \right. \right),$$

$$e^{-x} K_\nu(x) = \pi^{1/2} G_{12}^{20} \left( 2x \left| \begin{matrix} 1/2 \\ \nu, -\nu \end{matrix} \right. \right),$$

$$e^x K_\nu(x) = \pi^{-1/2} \cos(\nu\pi) G_{12}^{21} \left( 2x \left| \begin{matrix} 1/2 \\ \nu, -\nu \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^\mu H_\nu(x) = 2^\mu G_{12}^{11} \left( 2^{-2}x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + \nu/2 + \mu/2 \\ 1/2 + \nu/2 + \mu/2, \mu/2 - \nu/2, \mu/2 + \nu/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$H_\nu(x) - Y_\nu(x) = \pi^{-2} \cos(\nu\pi) G_{12}^{21} \left( 2^{-2}x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + \nu/2 \\ 1/2 + \nu/2, -\nu/2, \nu/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^\mu [I_\nu(x) - L_\nu(x)] = \pi^{-1} 2^\mu G_{12}^{21} \left( 2^{-2}x^2 \left| \begin{matrix} \mu/2 + \nu/2 + 1/2 \\ \mu/2 + \nu/2, \mu/2 + \nu/2 + 1/2, \mu/2 - \nu/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^\mu [I_{-\nu}(x) - L_{-\nu}(x)] =$$

$$= \pi^{-1} 2^\mu \cos(\nu\pi) G_{12}^{21} \left( 2^{-2}x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + \nu/2 + \mu/2 \\ 1/2 + \nu/2 + \mu/2, \mu/2 - \nu/2, \mu/2 + \nu/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$S_{\mu, \nu}(x) = 2^{\mu-1} \frac{1}{\Gamma(1/2 - \mu/2 - \nu/2) \Gamma(1/2 - \mu/2 + \nu/2)} G_{13}^{31} \left( 2^{-2} x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + \mu/2 \\ 1/2 + \mu/2, \nu/2, -\nu/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$J_{\nu}^2(x) = \pi^{-1/2} G_{13}^{11} \left( x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 \\ \nu, 0, -\nu \end{matrix} \right. \right),$$

$$J_{\nu}(x) J_{-\nu}(x) = \pi^{-1/2} G_{13}^{11} \left( x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 \\ 0, \nu, -\nu \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^{\sigma} J_{\mu}(x) J_{\nu}(x) =$$

$$= \pi^{-1/2} G_{24}^{24} \left[ x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + \sigma/2, \sigma/2 \\ 2^{-1}(\mu + \nu + \sigma), 2^{-1}(\nu + \sigma - \mu), 2^{-1}(\mu + \sigma - \nu), 2^{-1}(\sigma - \mu - \nu) \end{matrix} \right. \right],$$

$$x^{\mu} I_{\nu}(x) J_{\nu}(x) = \pi^{1/2} 2^{3\mu/2} G_{04}^{10} \left( \frac{x^4}{64} \left| \begin{matrix} \mu/4 + \nu/2, \mu/4 - \nu/2, \mu/4, \mu/4 + 1/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$I_{\nu}(x) J_{-\nu}(x) = \pi^{1/2} \cos(2^{-1}\nu\pi) G_{04}^{10} \left( \frac{x^4}{64} \left| \begin{matrix} 0, 1/2, \nu/2, -\nu/2 \end{matrix} \right. \right) - \\ - \pi^{1/2} \sin(2^{-1}\nu\pi) G_{04}^{10} \left( \frac{x^4}{64} \left| \begin{matrix} 1/2, 0, \nu/2, -\nu/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^{\mu} J_{\nu}(x) Y_{\nu}(x) = -\pi^{-1/2} G_{13}^{20} \left( x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + \mu/2 \\ \nu + \mu/2, \mu/2, \mu/2 - \nu \end{matrix} \right. \right),$$

$$I_{\nu}(x) K_{\nu}(x) = 2^{-1} \pi^{-1/2} G_{13}^{21} \left( x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 \\ \nu, 0, -\nu \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^{\mu} K_{\nu}(x) J_{\nu}(x) = \pi^{-1/2} 2^{3\mu/2 - 1/2} G_{04}^{30} \left( \frac{x^4}{64} \left| \begin{matrix} \mu/4 + \nu/2, \mu/4 + 1/2, \mu/4, \mu/4 - \nu/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^{\sigma} I_{\nu}(x) K_{\mu}(x) = 2^{-1} \pi^{-1/2} \times$$

$$\times G_{24}^{24} \left[ x^2 \left| \begin{matrix} \sigma/2, \sigma/2 + 1/2 \\ 2^{-1}(\nu + \mu + \sigma), 2^{-1}(\nu + \sigma - \mu), 2^{-1}(\mu + \sigma - \nu), 2^{-1}(\sigma - \nu - \mu) \end{matrix} \right. \right],$$

$$x^{\mu} H_{\nu}^{(1)}(x) H_{\nu}^{(2)}(x) = 2\pi^{-5/2} \cos(\nu\pi) G_{13}^{31} \left( x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + \mu/2 \\ \mu/2 + \nu, \mu/2 - \nu, \mu/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^{\mu} K_{\nu}^2(x) = 2^{-1} \pi^{1/2} G_{13}^{30} \left( x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + \mu/2 \\ \nu + \mu/2, -\nu + \mu/2, \mu/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^{\sigma} K_{\nu}(x) K_{\mu}(x) = 2^{-1} \pi^{1/2} \times$$

$$\times G_{24}^{40} \left[ x^2 \left| \begin{matrix} \sigma/2, \sigma/2 + 1/2 \\ 2^{-1}(\nu + \mu + \sigma), 2^{-1}(\nu + \sigma - \mu), 2^{-1}(\mu + \sigma - \nu), 2^{-1}(\sigma - \nu - \mu) \end{matrix} \right. \right],$$

$$x^{2\mu} K_{2\nu}(xe^{\pi i/4}) K_{2\nu}(xe^{-\pi i/4}) =$$

$$= 2^{3\mu} \pi^{-3/2} G_{04}^{10} \left( \frac{x^4}{64} \left| \begin{matrix} \mu/2, \mu/2 + 1/2, \mu/2 + \nu, \mu/2 - \nu \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^l e^{-x/2} W_{k, m}(x) = G_{12}^{20} \left( x \left| \begin{matrix} l - k + 1 \\ m + l + 1/2, l - m + 1/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^l e^{x/2} W_{k, m}(x) = \frac{1}{\Gamma(1/2 + m - k) \Gamma(1/2 - m - k)} G_{12}^{21} \left( x \left| \begin{matrix} k + l + 1 \\ l - m + 1/2, m + l + 1/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$e^{-x/2} W_{k, m}(x) = \pi^{-1/2} x^{1/2} 2^{k-1/2} G_{24}^{41} \left( \frac{x^2}{4} \left| \begin{matrix} 1/4 - k/2, 3/4 - k/2 \\ 1/2 + m/2, 1/2 - m/2, m/2, -m/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$e^x W_{k, m}(2x) = \frac{x^{1/2} \pi - (k+1) \pi^{-3/2}}{\Gamma(1/2 + m - k) \Gamma(1/2 - m - k)} \times \\ \times G_{24}^{42} \left( x^2 \left| \begin{matrix} 1/4 + k/2, 3/4 + k/2 \\ m/2, 1/2 + m/2, -m/2, 1/2 - m/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$$W_{k, m}(x) M_{-k, m}(x) = \frac{\pi^{-1/2} \Gamma(1 + 2m)}{\Gamma(1/2 - k + m)} G_{24}^{31} \left( \frac{x^2}{4} \left| \begin{matrix} 1 + k, 1 - k \\ 1/2, 1, 1/2 + m, 1/2 - m \end{matrix} \right. \right),$$

$$x^l W_{k, m}(2ix) W_{k, m}(-2ix) = \\ = \frac{x \pi^{-1/2}}{\Gamma(1/2 + m - k) \Gamma(1/2 - m - k)} G_{24}^{41} \left( x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + l/2 + k, 1/2 + l/2 - k \\ l/2, 1/2 + l/2, l/2 + m, l/2 - m \end{matrix} \right. \right),$$

$$W_{k, m}(x) W_{-k, m}(x) = \pi^{-1/2} G_{21}^{41} \left( \frac{x^2}{4} \left| \begin{matrix} k + 1, -k + 1 \\ 1/2, 1, m + 1/2, -m + 1/2 \end{matrix} \right. \right),$$

$${}_2F_1(a, b; c; -x) = \frac{\Gamma(c) x}{\Gamma(a) \Gamma(b)} G_{22}^{12} \left( x \left| \begin{matrix} -a, -b \\ -1, -c \end{matrix} \right. \right),$$

$${}_4F_3(a, b, c, d; e, f, l; -x) = \frac{\Gamma(e) \Gamma(f) \Gamma(l)}{\Gamma(a) \Gamma(b) \Gamma(c) \Gamma(d)} x G_{44}^{44} \left( x \left| \begin{matrix} -a, -b, -c, -d \\ -1, -e, -f, -l \end{matrix} \right. \right),$$

$${}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; -x) = \\ = \frac{\prod_{j=1}^q \Gamma(b_j)}{\prod_{j=1}^p \Gamma(a_j)} x G_{p, q+1}^{1, p} \left( x \left| \begin{matrix} -a_1, \dots, -a_p \\ -1, -b_1, \dots, -b_q \end{matrix} \right. \right), \quad p \leq q + 1,$$

$$E(p; a_r; q; \beta_s; x) = G_{q+1, p}^{p, 1} \left( x \left| \begin{matrix} 1, \beta_1, \dots, \beta_q \\ a_1, \dots, a_p \end{matrix} \right. \right).$$

Относительно других специальных функций, выражающихся через  $G$ -функцию, в частности комбинаций функций Лежандра, а также комбинаций обобщенных гипергеометрических рядов, см. С. S. Meijer, Nederl. Akad. Wetensch., Proc. 43 (1940), 198—210 и 366—378; 44 (1941), 82—92, 186—194, 298—307, 435—451, 590—605, 1062—1070; 49 (1946), 227—235, 344—356, 457—469, 632—641, 765—772, 936—943, 1063—1072, 1164—1175; 55 (1952), 369—379, 483—487; 56 (1953), 43—49, 187—193.

Гипергеометрические ряды от двух переменных. Во всех двойных суммах  $m$  и  $n$  меняются от 0 до  $\infty$ .

$$F_1(\alpha; \beta, \beta'; \gamma; x, y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta)_m (\beta')_n}{(\gamma)_{m+n} m! n!} x^m y^n,$$

$$F_2(\alpha; \beta, \beta'; \gamma, \gamma'; x, y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta)_m (\beta')_n}{(\gamma)_m (\gamma')_n m! n!} x^m y^n,$$

$$F_3(\alpha, \alpha', \beta, \beta'; \gamma; x, y) = \sum \frac{(\alpha)_m (\alpha')_n (\beta)_m (\beta')_n}{(\gamma)_{m+n} m! n!} x^m y^n,$$

$$F_4(\alpha, \beta; \gamma, \gamma'; x, y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta)_{m+n}}{(\gamma)_m (\gamma')_n m! n!} x^m y^n,$$

$$\Phi_1(\alpha, \beta, \gamma; x, y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta)_m}{(\gamma)_{m+n} m! n!} x^m y^n,$$

$$\Phi_2(\beta, \beta', \gamma; x, y) = \sum \frac{(\beta)_m (\beta')_n}{(\gamma)_{m+n} m! n!} x^m y^n,$$

$$\Phi_3(\beta, \gamma; x, y) = \sum \frac{(\beta)_m}{(\gamma)_{m+n} m! n!} x^m y^n,$$

$$\Psi_1(\alpha, \beta, \gamma, \gamma'; x, y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta)_m}{(\gamma)_m (\gamma')_n m! n!} x^m y^n,$$

$$\Psi_2(\alpha, \gamma, \gamma'; x, y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n}}{(\gamma)_m (\gamma')_n m! n!} x^m y^n,$$

$$\Xi_1(\alpha, \alpha', \beta, \gamma; x, y) = \sum \frac{(\alpha)_m (\alpha')_n (\beta)_m}{(\gamma)_{m+n} m! n!} x^m y^n,$$

$$\Xi_2(\alpha, \beta, \gamma; x, y) = \sum \frac{(\alpha)_m (\beta)_m}{(\gamma)_{m+n} m! n!} x^m y^n.$$

Относительно других гипергеометрических рядов от двух переменных см. ВТФ I, п. 5.7.1.

Гипергеометрические ряды от многих переменных. Все суммирования ведутся от 0 до  $\infty$ .

$$F_A(\alpha; \beta_1, \dots, \beta_n; \gamma_1, \dots, \gamma_n; z_1, \dots, z_n) = \sum \frac{(\alpha)_{m_1 + \dots + m_n} (\beta_1)_{m_1} \dots (\beta_n)_{m_n}}{(\gamma_1)_{m_1} \dots (\gamma_n)_{m_n} m_1! \dots m_n!} z_1^{m_1} \dots z_n^{m_n},$$

$$\Phi_2(\beta_1, \dots, \beta_n; \gamma; z_1, \dots, z_n) = \sum \frac{(\beta_1)_{m_1} \dots (\beta_n)_{m_n}}{(\gamma)_{m_1 + \dots + m_n} m_1! \dots m_n!} z_1^{m_1} \dots z_n^{m_n},$$

$$\Psi_2(\alpha; \gamma_1, \dots, \gamma_n; z_1, \dots, z_n) = \sum \frac{(\alpha)_{m_1 + \dots + m_n}}{(\gamma_1)_{m_1} \dots (\gamma_n)_{m_n} m_1! \dots m_n!} z_1^{m_1} \dots z_n^{m_n}.$$

**Вырожденные гипергеометрические функции.** См. также ВТФ I, гл. 6 и ВТФ II, гл. 8 и 9. См. также в разделах «Гипергеометрические функции», «Ортогональные многочлены».

**Функции Уиттекера**

$$M_{\kappa, \mu}(z) = z^{1/2 + \mu} e^{-z/2} {}_1F_1(1/2 + \mu - \kappa; 2\mu + 1; z),$$

$$W_{\kappa, \mu}(z) = \frac{\Gamma(1 - 2\mu) M_{\kappa, \mu}(z)}{\Gamma(1/2 - \mu - \kappa)} + \frac{\Gamma(2\mu) M_{\kappa, -\mu}(z)}{\Gamma(1/2 + \mu - \kappa)}.$$

**Функции параболического цилиндра**

$$D_\nu(z) = 2^{\nu/2 + 1/4} z^{-1/2} W_{\nu/2 + 1/4, 1/4}(2^{-1}z^2),$$

$$D_n(z) = (-1)^n e^{z^2} z^2 \frac{d^n}{dz^n} (e^{-z^2}).$$

**Функции Бейтмена**

$$k_{2\nu}(z) = \frac{1}{\Gamma(\nu + 1/2)} W_{\nu, 1/2}(2z).$$

**Интегральная экспонента и родственные функции**

$$-Ei(-x) = E_1(x) = \int_x^\infty e^{-t} \frac{dt}{t} = \Gamma(0, x), \quad -\pi < \arg x < \pi,$$

$$Ei^+(x) = Ei(x + i0), \quad Ei^-(x) = Ei(x - i0), \quad x > 0,$$

$$E\bar{i}(x) = 2^{-1} [Ei^+(x) + Ei^-(x)], \quad x > 0.$$

Последняя функция обозначалась в ВТФ II, п. 9.7, через  $E^*(x)$ .

$$li(z) = \int_0^z \frac{dt}{\ln t} = Ei(\ln z), \quad z > 1,$$

$$si(x) = - \int_x^\infty \frac{\sin t}{t} dt = \frac{1}{2i} [Ei(ix) - Ei(-ix)],$$

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = \pi/2 + si(x),$$

$$Ci(x) = - \int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt = -ci(x) = 2^{-1} [Ei(ix) + Ei(-ix)].$$

**Функция ошибок и родственные функции**

$$\operatorname{Erf}(x) = 2\pi^{-1/2} \int_0^x e^{-t^2} dt = \frac{2x}{\sqrt{\pi}} {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; -x^2\right),$$

$$\operatorname{Erfc}(x) = 2\pi^{-1/2} \int_x^\infty e^{-t^2} dt = 1 - \operatorname{Erf}(x) = (\pi x)^{-1/2} e^{-2^{-1}x^2} W_{-1/4, 1/4}(x^2).$$

Эти функции отличаются от функций, введенных в ВТФ II, п. 9.9, множителем  $2\pi^{-1/2}$ .

$$C(x) = 2^{-1/2}\pi^{-1/2} \int_0^x t^{-1/2} \cos t \, dt,$$

$$S(x) = 2^{-1/2}\pi^{-1/2} \int_0^x t^{-1/2} \sin t \, dt.$$

Неполные гамма-функции

$$\gamma(x, x) = \int_0^x e^{-t} t^{\alpha-1} dt = \alpha^{-1} x^\alpha {}_1F_1(\alpha; \alpha + 1; -x),$$

$$\Gamma(\alpha, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{\alpha-1} dt = \Gamma(\alpha) - \gamma(\alpha, x) = x^{2-1}(\alpha-1)e^{-x/2} W_{2-1}(\alpha-1, \alpha/2)(x).$$

**Эллиптические функции и интегралы.** См. также ВТФ III, гл. 13.  
Полные эллиптические интегралы

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2} d\varphi = \pi/2 {}_2F_1(1/2, 1/2; 1; k^2),$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} d\varphi = \pi/2 {}_2F_1(-1/2, 1/2; 1; k^2).$$

Тэта-функции

$$\theta_0(v|\tau) = (-i\tau)^{-1/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i\pi(v - 1/2 + n)^2 \tau^{-1}},$$

$$\theta_1(v|\tau) = (-i\tau)^{-1/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{-i\pi(v - 1/2 + n)^2 \tau^{-1}},$$

$$\theta_2(v|\tau) = (-i\tau)^{-1/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{-i\pi(v + n)^2 \tau^{-1}},$$

$$\theta_3(v|\tau) = (-i\tau)^{-1/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i\pi(v + n)^2 \tau^{-1}},$$

$$\theta_4(v|\tau) = \theta_0(v|\tau).$$

Указанные здесь ряды связаны с определениями, данными в ВТФ III, равенства 13.19 (10)–(13), при помощи мнимого преобразования Якоби, см. ВТФ III, равенства 13.22 (8).

Модифицированные тэта-функции

$$\hat{\theta}_0(v|\tau) = \hat{\theta}_4(v|\tau) = (-i\tau)^{-1/2} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} e^{-i\pi(v+1/2+n)^2\tau^{-1}} - \sum_{n=-1}^{-\infty} e^{-i\pi(v+1/2+n)^2\tau^{-1}} \right],$$

$$\hat{\theta}_1(v|\tau) = (-i\tau)^{-1/2} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{-i\pi(v-1/2+n)^2\tau^{-1}} - \sum_{n=-1}^{-\infty} (-1)^n e^{-i\pi(v-1/2+n)^2\tau^{-1}} \right],$$

$$\hat{\theta}_2(v|\tau) = (-i\tau)^{-1/2} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}} - \sum_{n=-1}^{-\infty} (-1)^n e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}} \right],$$

$$\hat{\theta}_3(v|\tau) = (-i\tau)^{-1/2} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}} - \sum_{n=-1}^{-\infty} e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}} \right].$$

**Различные функции.** См. также ВТФ III, гл. 18.

$$\mu(x, a) = \int_0^{\infty} \frac{x^s s^a}{\Gamma(s+1)} ds,$$

$$\nu(x) = \int_0^{\infty} \frac{x^s}{\Gamma(s+1)} ds,$$

$$\nu(x, a) = \int_0^{\infty} \frac{x^{s+a}}{\Gamma(s+a+1)} ds = \int_a^{\infty} \frac{x^s}{\Gamma(s+1)} ds.$$



## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

### К разделу «Преобразования Фурье»

- Бохнер С., 1962, Лекции об интегралах Фурье. Физматгиз, Москва.
- Винер Н., 1963, Интеграл Фурье и некоторые его приложения. Физматгиз, Москва.
- Винер Н., Пэли Р., 1964, Преобразования Фурье в комплексной области. «Наука», Москва.
- Снеддон И., 1955, Преобразования Фурье, ИЛ, Москва.
- Титчмарш Е., 1943, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат.
- Bochner S. and Chandrasekharan K., 1949, Fourier transforms, *Annals of Mathematics Study no. 19*, Princeton University Press, Princeton, N. J.
- Campbell G. A. and Foster R. M., 1948, *Fourier integrals for practical applications*, Van Nostrand, New York.

### К разделам «Преобразования Лапласа» и «Преобразования Меллина»

- Гартнер М. Ф., Бэрис Дж. Л., 1951, Переходные процессы в линейных системах, Гостехиздат, М.—Л.
- Деч Г., 1958, Руководство к практическому применению преобразования Лапласа, Физматгиз, Москва.
- Диткин В. А., Кузнецов П. И., 1951, Справочник по операционному исчислению, Гостехиздат, М.—Л.
- Диткин В. А., Прудников А. П., 1953, Операционное исчисление по двум переменным и его приложения, Физматгиз, Москва.
- Диткин В. А., Прудников А. П., 1961, Интегральные преобразования и операционное исчисление, Физматгиз, Москва.
- Карслоу Х., Егер Д., 1948, Операционные методы в прикладной математике, ИЛ, Москва.
- Лурье А. И., 1950, Операционное исчисление, Гостехиздат, М.—Л.
- Микусинский Я., 1956, Операционное исчисление, ИЛ, Москва.
- Ван дер Пооль Б., Бреммер Х., 1952, Операционное исчисление на основе двухстороннего преобразования Лапласа, ИЛ, Москва.
- Грантер К. Дж., 1956, Интегральные преобразования в математической физике, Гостехиздат.
- Уфлянд Я. С., 1963, Интегральные преобразования в задачах теории упругости, Изд-во АН СССР, М.—Л.
- Churchill R. V., 1944, *Modern operational mathematics in engineering*, McGraw-Hill, New York.
- Cosser J. and Erdélyi A., 1944—46, *Dictionary of Laplace transforms*, Admiralty Computing Service, London.
- Doetsch G., 1937, *Theorie und Anwendung der Laplace Transformation*, Springer, Berlin.
- Doetsch G., 1950, *Handbuch der Laplace Transformation*, vol. I, Birkhäuser, Basel.
- Doetsch G., Кнесс Н. and Voelker D., 1947, *Tabellen zur Laplace Transformation*, Springer, Berlin and Göttingen.

- H u m b e r t P., 1934, *Le calcul symbolique*, Hermann, Paris.
- J e f f r e y s H., 1931, *Operational methods in mathematical physics*. Cambridge.
- L a b i n E., 1949, *Calcul opérationnel*. Masson et Cie, Paris.
- M c L a c h l a n N. W., 1939, *Complex variable and operational calculus*, Cambridge.
- M c L a c h l a n N. W., 1948, *Modern operational calculus with applications in technical mathematics*, Macmillan, London.
- M c L a c h l a n N. W. and H u m b e r t P., 1950, *Formulaire pour le calcul symbolique*, Gauthier-Villars, second edition. Paris.
- M c L a c h l a n N. W., H u m b e r t P. and P o i t L., 1950, *Supplement au formulaire pour le calcul symbolique*, Gauthier-Villars, Paris.
- T h o m s o n W. T., 1950, *Laplace transformation*, Prentice-Hall, New York.
- V o e l k e r D. and D o e t s c h G., 1950, *Die zweidimensionale Laplace Transformation*, Birkhäuser, Basel.
- W a g n e r K. W., 1940, *Operatorenrechnung*, Barth, Leipzig.
- W i d d e r D. V., 1941, *The Laplace transform*, Princeton University Press, Princeton, N. J.

## УКАЗАТЕЛЬ ВАЖНЕЙШИХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

### Л а т и н с к и й а л ф а в и т

$\arg z$  — аргумент (фаза) комплексной величины  $z$  319

$(a)_\nu = \Gamma(a + \nu) / \Gamma(a)$  319

$\text{bei}(x)$ ,  $\text{bei}_\nu(x)$ ,  $\text{ber}(x)$ ,  $\text{ber}_\nu(x)$  — функции Кельвина 332

$C$  — постоянная Эйлера — Маскерони 320

$\text{Ci}(x)$ ,  $\text{Si}(x)$  — интегральные косинусы 333

$C(x)$  — интеграл Френеля 334

$C_n^\nu(x)$  — многочлен Гегенбауэра 320

$D_n(z)$ ,  $D_\nu(z)$  — функции параболического цилиндра 333

$E(k)$  — полный эллиптический интеграл 334

$E(p; \alpha_r; q; \rho_s; x)$  — Мак-Роберта  $E$ -функция 324

$E(x)$  — целая часть  $x$  319

$\text{Ei}(-x)$ ,  $\text{Ei}^+(x)$ ,  $\text{Ei}^-(x)$ ,  $\text{Ei}(x)$  — интегральные экспоненты 333

$\text{Erf}(x)$ ,  $\text{Erfc}(x)$  — функции ошибок 333

$E_\nu(z)$  — функция Вебера 323

$F(a; b; c; z)$ ,  ${}_mF_n(a_1, \dots, a_m; \gamma_1, \dots, \gamma_n; z)$  — гипергеометрические ряды 324

$F_1(\dots; x, y), \dots, F_4(\dots; x, y)$  — гипергеометрические ряды двух переменных 332

$F_A(\dots; z_1, \dots, z_n)$  — ряды Лауричелла 332

$\tilde{\mathcal{F}}_c, \tilde{\mathcal{F}}_e, \tilde{\mathcal{F}}_s$  — преобразования Фурье 14

$G_{p, q}^{m, n}(x)$  — Мейера  $G$ -функция 325

$H_n^*(x)$ ,  $\text{He}_n(x)$  — многочлены Эрмита 320

$H_\nu^1(z)$ ,  $H_\nu^2(z)$  — функции Бесселя третьего рода 322

$\mathbf{H}_\nu(z)$  — функция Струве 323

$\text{Im } z$  — мнимая часть комплексной величины 319

$I_\nu(z)$  — модифицированная функция Бесселя первого рода 322

$J_\nu(z)$  — функция Бесселя первого рода 322

$J_i(x)$  — интегральная функция Бесселя 322

$\mathbf{J}_\nu(z)$  — функция Ангера 323

$k_{2\nu}(z)$  — функция Бейтмена 333

$\text{kei}(x)$ ,  $\text{kei}_\nu(x)$ ,  $\text{ker}(x)$ ,  $\text{ker}_\nu(x)$  — модифицированные функции Кельвина 322

$K(k)$  — полный эллиптический интеграл 334

$K_\nu(z)$  — модифицированная функция Бесселя третьего рода 322

$li(z)$  — интегральный логарифм 333  
 $L_2(z)$  — диллогарифм Эйлера 321  
 $L_n(z), L_n^a(z)$  — многочлены Лагерра 320  
 $L_\nu(z)$  — модифицированная функция Струве 323  
 $\mathcal{L}$  — преобразование Лапласа 119

$M_{\alpha, \mu}(z)$  — вырожденная гипергеометрическая функция Уиттекера 333  
 $\mathfrak{M}$  — преобразование Меллина 267

$O_n(x)$  — многочлен Неймана 323

$p_n(x, a)$  — многочлен Шарлье 320  
 $P_n(x)$  — многочлен Лежандра 320  
 $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$  — многочлен Якоби 320  
 $P_\nu(z), P_\nu^\mu(z), P_\nu^\mu(x)$  — функции Лежандра первого рода 321

$Q_\nu(z), Q_\nu^\mu(z), Q_\nu^\mu(x)$  — функции Лежандра второго рода 321  
 $\operatorname{Re} z$  — вещественная часть комплексной величины 319

$\operatorname{sgn} x$  — знак  $x$  320  
 $si(x), Si(x)$  — интегральные синусы 333  
 $s_{\mu, \nu}(z), S_{\mu, \nu}(z)$  — функции Ломмеля 323

$S(x)$  — интеграл Френеля 334  
 $S_n(b_1, b_2, b_3, b_4; z)$  — 324

$T_n(x)$  — многочлен Чебышева 320

$U_n(x)$  — многочлен Чебышева 320  
 $U_\nu(w, z)$  — функция Ломмеля двух переменных 323

$V_\nu^b(z)$  322

$V_\nu(w, z)$  — функция Ломмеля двух переменных 323

$W_{\alpha, \mu}(z)$  — вырожденная гипергеометрическая функция Уиттекера 332

$W_\nu^{(b)}(z)$  322

$\{x\}$  — целая часть  $x$  319

$X_\nu^{(b)}(z)$  322

$Y_\nu(z)$  — функция Бесселя второго рода 322

$|z|$  — модуль комплексной величины  $z$  319

$Z_\nu^{(b)}(z)$  322

### Г р е ч е с к и й а л ф а в и т

$\binom{\alpha}{\beta}$  — биномиальный коэффициент 320

$B(x, y)$  — бета-функция 321  
 $B_x(p, q)$  — неполная бета-функция 324

$\Gamma^*(z)$  — гамма-функция 320  
 $\gamma$  — постоянная Эйлера—Маскерони 320

$\gamma(\alpha, x), \Gamma(\alpha, x)$  — неполные гамма-функции 334

$\zeta(s), \zeta(z, a)$  — дзета-функции 321

$\theta^0(\sigma | \tau), \dots, \theta_4(\sigma | \tau), \dot{\theta}_0(\sigma | \tau), \dots, \theta_3^*(\sigma | \tau)$  — тэта-функции 334

$\mu(x, a)$  335

$\nu(x), \nu(x, a)$  335

$\Phi(z, s, \sigma)$  321

- $\Phi(a; c; z)$  — вырожденный гипергеометрический ряд 324
- $\Phi_1(\dots; x, y), \dots, \Phi_3(\dots; x, y)$  — вырожденные гипергеометрические ряды двух переменных 332
- $\Phi_2(\dots; z_1, \dots, z_n)$  — вырожденный гипергеометрический ряд  $n$  переменных 332
- $\psi(z)$  — логарифмическая производная гамма-функции 321
- $\Psi_1(\dots; x, y), \Psi_2(\dots, x, y)$  — вырожденные гипергеометрические ряды двух переменных 332
- $\Psi_2(\dots; z_1, \dots, z_n)$  — вырожденный гипергеометрический ряд  $n$  переменных 332
- $\xi(t)$  321
- $\Xi_1(\dots; x, y), \Xi_2(\dots; x, y)$  — вырожденные гипергеометрические ряды двух переменных 332

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Ангера функция 323
- Бейтмена функция 333
- Бесселя интегральная функция 322
- функция второго рода 322
- — модифицированная 322
- — первого рода 322
- — третьего рода 322
- Бета-функция 321
- неполная 324
- Биномиальные коэффициенты 320
- Вебера функция 323
- ВТФ 319
- Гамма-функция 320
- , логарифмическая производная 321
- неполная 334
- Гегенбауэра многочлен 320
- Гипергеометрическая функция 323
- — Уиттекера вырожденная 333
- Гипергеометрический ряд Гаусса 324
- — двух переменных 332
- — Куммера вырожденный 324
- — многих переменных 332
- — обобщенный 323
- Главное значение интеграла в смысле Коши 319
- Дзета-функция Римана 321
- Дилогарифм Эйлера 321
- Интеграл Френеля 324
- Интегральная экспонента 333
- Интегральный косинус 333
- логарифм 333
- синус 333
- Кельвина функции 322
- — модифицированные 322
- Косинус-преобразование Фурье 13, 14, 16
- —, алгебраические функции 17
- —, гамма-функции 45
- —, гиперболические функции 37
- —, логарифмические функции 26
- —, обратные тригонометрические функции 36
- —, общие формулы 16
- —, ортогональные многочлены 43
- —, показательные функции 23
- —, степени с любым показателем 19
- —, тригонометрические функции 27, 31
- —, функции Бесселя 47, 54
- —, — Лежандра 46
- Коши главное значение 319
- Лагерра многочлены 320
- Лапласа преобразование 119
- Лауричелла ряды 332
- Лежандра многочлен 320
- функции второго рода 321
- — первого рода 321
- Ломмеля функции 323
- — двух переменных 323
- Мак-Роберта  $E$ -функция 324
- Мейера  $G$ -функция 325
- —, частные случаи 325—331
- Меллина преобразование 267
- Многочлен Гегенбауэра 320
- Лагерра 320
- Лежандра 320
- Неймана 323
- Чебышева 320
- Шарлье 320
- Эрмита 320
- Якоби 320
- Неймана многочлен 323

- Обратное преобразование Лапласа 13, 119
- — —, вырожденные гипергеометрические функции 259
  - — —, гамма-функция 233
  - — —, гиперболические функции 228
  - — —, гипергеометрическая функция Гаусса 257
  - — —, дзета-функция 233
  - — —, интегральная показательная функция 236
  - — —, иррациональные алгебраические функции 210
  - — —, логарифмические функции 224
  - — —, модифицированные функции Бесселя 245, 247
  - — —, неполная гамма-функция 233
  - — —, обобщенные гипергеометрические функции 262
  - — —, общие формулы 205
  - — —, ортогональные многочлены 232
  - — —, показательные функции 217, 220
  - — —, рациональные функции 207
  - — —, степени с произвольным показателем 214
  - — —, тригонометрические функции 227
  - — —, тэта-функции 264
  - — —, функции Бесселя 242
  - — —, — Лежандра 240
  - — —, — оцибок 236
  - — —, — параболического цилиндра 255
  - — —, эллиптические функции 264
  - — — Меллина 13, 267
  - — —, алгебраические функции 298
  - — —, гамма-функции 303
  - — —, дзета-функция Римана 303
  - — —, степени с произвольным показателем 298
  - — —, функции Бесселя 309
- Операционное представление функции 119
- Операционный образ функции 119
- Ортогональные многочлены 320
- Преобразование Лапласа, гамма-функция 159
- —, гиперболические функции 148
  - —, гипергеометрическая функция Гаусса 191
  - —, — — многих переменных 200
  - —, интегральная показательная функция 161
  - —, — функция Бесселя 185
  - —, логарифмическая функция 136
  - —, модифицированные функции Бесселя 176, 180
  - —, обобщенные гипергеометрические функции 193
  - —, обратные гиперболические функции 152
  - —, — тригонометрические функции 147
  - —, ортогональные многочлены 155
  - —, общие формулы 120
  - —, показательные функции 133
  - —, степени с произвольным показателем 127
  - —, ступенчатые функции 131
  - —, тригонометрические функции 138
  - —, функции Бесселя 164, 172
  - —, — Кельвина 183
  - —, — Лежандра 162
  - —, — Ломмеля 185
  - —, — ошибок 160
  - —, — параболического цилиндра 189
  - —, — Струве 185
  - — Меллина 13, 267
  - —, алгебраические функции 269
  - —, гамма-функции 283
  - —, гиперболические функции 282
  - —, логарифмические функции 274
  - —, обратные гиперболические функции 282
  - —, — тригонометрические функции 277
  - —, общие формулы 268
  - —, ортогональные многочлены 283
  - —, показательные функции 273
  - —, степени с произвольным показателем 269
  - —, тригонометрические функции 277
  - —, функции Бесселя 286
  - —, — Лежандра 283
  - — Фурье 14
  - — экспоненциальное 13, 14
- Постоянная Эйлера—Маскерони 320
- Преобразование Лапласа 13, 119
- —, алгебраические функции 124
  - —, вырожденные гипергеометрические функции 193

- Римана дзета-функция 321  
 Ряд Лауричелла 332
- Синус-преобразование Фурье** 13, 14  
 — —, алгебраические функции 64  
 — —, гамма-функции 92  
 — —, гиперболические функции 85  
 — —, логарифмические функции 75  
 — —, обратные тригонометрические функции 84  
 — —, общие формулы 64  
 — —, ортогональные многочлены 91  
 — —, показательные функции 71  
 — —, степенни с любым показателем 68  
 — —, тригонометрические функции 77, 81  
 — —, функции Бесселя 95, 103  
 — —, — Лежандра 94
- Струве функция 323  
 — — модифицированная 323
- Тэта-функции 334  
 — модифицированные 335
- Уиттекера гипергеометрическая функция вырожденная** 333
- Френеля интеграл** 324  
**Функция Ангера** 323  
 — Бейтмена 333  
 — Бесселя 322  
 — — второго рода 322  
 — — модифицированная 322  
 — — первого рода 322  
 — — третьего рода 322  
 — Вебера 323
- Функция, выражающаяся через  $G$ -функцию 329 — 331  
 — Кельвина 322  
 — — модифицированная 322  
 — Лежандра 321  
 — Ломмеля 323  
 — — двух переменных 323  
 — ошйбок 333  
 — параболического цилиндра 333  
 — Струве 323  
 — — модифицированная 323  
 — Уиттекера 333  
 — эллиптическая 334
- Фурье косинус-преобразование** 13, 14, 16  
 — синус-преобразование 13, 14  
 — экспоненциальное преобразование 13, 14
- Чебышева многочлен** 320
- Шарлье многочлен** 320
- Эйлера дилогарифм 321  
 Эйлера — Маскерони постоянная 320  
 Экспоненциальное преобразование Фурье 13, 14  
 — — —, высшие трансцендентные функции 117  
 — — —, общие формулы 112  
 — — —, элементарные функции 113
- Эллиптическая функция 334  
 Эллиптический интеграл 334  
 — — полный 334
- Эрмита многочлен 320
- Якоби многочлен** 320



*Г. Бейтмен и А. Эрдейи*

Таблицы интегральных преобразований.  
Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина  
(Серия: «Справочная математическая библиотека»)

М., 1968 г., 344 стр.

Редактор *М. Я. Ворновицкий*

Техн. редактор *А. А. Благовецкая*

Корректоры *Э. В. Автонева, Т. С. Плетнева*

---

Сдано в набор 1/VII 1968 г. Подписано к печати  
29/XI 1968 г. Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Физ. печ. л. 21,5.  
Условн. печ. л. 21,5. Уч.-изд. л. 24,23. Тираж 28 500 экз.  
Цена книги 1 р. 46 к. Заказ № 56

---

Издательство «Наука»  
Главная редакция  
физико-математической литературы.  
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

---

1-я типография издательства «Наука», Ленинград,  
В-34, 9-я линия, д. 12. Отпечатано с матриц, сде-  
ланных в Ленинградской типографии № 1 «Пе-  
чатный Двор» им. А. М. Горького