

Опоры скольжения с газовой смазкой



Опоры
скольжения
с газовой
смазкой

Опоры скольжения с газовой смазкой

ВТОРОЕ ИЗДАНИЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ
И ДОПОЛНЕННОЕ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
Д-РА ТЕХН. НАУК ПРОФ. С. А. ШЕЙНБЕРГА



МОСКВА • МАШИНОСТРОЕНИЕ • 1979

ББК 34.445
О 60
УДК 621.822.5.033

Авторы: С. А. Шейнберг, В. П. Жедь, М. Д. Шишеев, В. С. Баласаньян,
Н. Д. Заблоцкий

Рецензент инж. В. И. Аксенов

Об0 **Опоры скольжения с газовой смазкой.**/Под ред.
С. А. Шейнберга. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.:
Машиностроение, 1979. — 336 с., ил.

В пер.: 1 р. 50 к.

В книге рассмотрены теория и расчет, устройство и технология изготовления опор скольжения с газовой смазкой, приведены описания таких опор в современном металлорежущем оборудовании.

Книга предназначена для инженерно-технических работников машиностроительных заводов и научно-исследовательских институтов.

О $\frac{31300-623}{038(01)-79}$ 318-80. 2702000000

ББК 34.445
6П5.3

ИБ № 1435

*Соломон Айзикович Шейнберг,
Виктор Петрович Жедь,
Михаил Дмитриевич Шишеев* и др.

*Опоры
скольжения
с газовой
смазкой*

Редакторы: А. И. Коновалов,
Е. С. Забалуева
Технический редактор Л. Т. Зубко
Корректор Л. В. Астащенко
Переплет художника Б. Г. Дударева

Сдано в набор 12.06.79.
Подписано в печать 31.08.79. Т-13259.
Формат 60×90¹/₁₆.
Бумага типографская № 1.
Гарнитура литературная.
Печать высокая.
Усл. печ. л. 21,0. Уч.-изд. л. 22,25.
Тираж 1650 экз. Заказ 1413. Цена 1 р. 50 к.

Издательство «Машиностроение», 107885,
Москва, ГСП-6, 1-й Басманный пер., 3.

Ленинградская типография № 6
Ленинградского производственного
объединения «Техническая книга»
Союзполиграфпрома при Государственном
комитете СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли,
193144, Ленинград, С-144,
ул. Моисеенко, 10

© Издательство «Машиностроение», 1979 г.

Основные обозначения

- Δ — малое приращение
 $\varepsilon = \frac{l}{c}$ — относительный эксцентриситет
 ξ — линейная координата
 θ — угловая координата в радиальном подшипнике, отсчитываемая от минимального зазора в направлении вращения
 φ — угол смещения направления нагрузки от линии центров шипа и подшипника
 ρ — плотность газа
 μ — динамическая вязкость газа
 $\lambda = \frac{L}{D}$ — относительная длина подшипника (удлинение)
 $\chi = \frac{6\mu\omega r^2}{\rho a c^2}$ — число сжимаемости подшипника (число подшипника)
 $\chi_1 = \chi \frac{\rho a}{p_1}$ — число подшипника по давлению p_1
 $\chi_h = \chi \left(\frac{c}{h_0} \right)^2$ — число подшипника по наименьшему зазору h_0
 ω — угловая скорость шипа (ротора)
 ω_k — критическая угловая скорость появления неустойчивости
 ω_p — резонансная угловая скорость
 θ — функция истечения
 Ω — угловая скорость полускоростного (дробно-скоростного) вихря
 $2b$ — расстояние между средними сечениями двух подшипников
 c — средний (радиальный) зазор между шипом и подшипником
 d — диаметр отверстия поддува (простая диафрагма)
 d_1 — диаметр отверстия поддува (кольцевая диафрагма)
 e — эксцентриситет шипа и подшипника
 h — зазор
 h_0, h_1 — наименьший и наибольший зазоры
 $h_{0 \min}$ — наименьший допустимый зазор
 $2l = L$ — длина подшипника
 m — масса ротора
 \bar{m} — коэффициент режима

- n — частота вращения
 p — абсолютное давление в смазочном слое
 $p_{\text{изб}}$ — избыточное давление в смазочном слое
 p_a — атмосферное давление
 p_s — давление поддува
 p_d — давление на входе в зазор аэростатической опоры
 p_0, p_1 — давления в местах наименьшего и наибольшего зазоров
 p — функция давления при $\varepsilon \rightarrow 0$
 r — радиус подшипника
 q — объемный расход газа
 D — диаметр радиального подшипника
 $H = \frac{h}{c}$ — относительный зазор
 J — экваториальный момент инерции ротора
 J_0 — полярный момент инерции ротора
 $K_H = \frac{W}{DLp_a}$ — удельная подъемная сила аэродинамического и гибридного подшипников
 $K_{HS} = \frac{W}{r^2 p_s}$ — удельная подъемная сила аэростатического подшипника
 K_{HX}, K_{HY} — составляющие K_H по осям X и Y
 K_T — коэффициент трения противотока
 L — длина радиального подшипника
 M_0, M_H — моменты трения на шипе и подшипнике (соответственно)
 $P = \frac{p}{p_a}$ — давление, отнесенное к p_a
 $\tilde{P} = \frac{p}{p_s}$ — давление, отнесенное к p_s
 $\overset{*}{P} = \frac{p}{p_1}$ — давление, отнесенное к p_1
 $\bar{P} = \tilde{P}$ — при $\varepsilon = 0$ в гибридном подшипнике
 $\bar{P}_d = P$ — на линии поддува
 $\bar{P}_a = \frac{p_a}{p_s} = \tilde{P} \frac{p_s}{p_a}$ — отношение атмосферного давления к давлению поддува
 $P_{\text{пр}} = \frac{P - 1}{\chi}$ — приведенное давление при $\chi \rightarrow 0$
 $S = \frac{m_L c \omega^2}{LDp_a}$ — критерий устойчивости
 W — нагрузка на шип

Предисловие ко второму изданию

Со времени первого издания этой книги неизмеримо расширилась область применения опор скольжения с газовой смазкой. Появилось много разнообразных машин и приборов с такими опорами. Опубликовано также большое число теоретических работ по различным аспектам проблемы газовой смазки.

Всевозможные шпиндельные узлы и направляющие в станкостроении, турбины, компрессоры, насосы, турбодетандеры, измерительные машины — лишь немногие примеры оборудования, где успешно применены газовые (воздушные) опоры. Некоторые изделия, например внутришлифовальные и сверлильные шпиндели, в нашей стране производят крупносерийно.

В этой книге изложены физические основы работы наиболее распространенных модификаций цилиндрических и плоских опор с газовой смазкой, их теория и расчет. По сравнению с первым изданием раздел расчета значительно расширен и пополнен примерами. В книге рассмотрены устройство, технология изготовления, сборка и отладка узлов газовых опор, имеющих наиболее широкое применение в машиностроении, главным образом в станкостроении. Методика инженерного расчета несущей способности, жесткости, устойчивости, потерь на трение и расхода газа сведена к простейшим операциям с таблицами и графиками, а также примерами из практики конструирования опор с газовой смазкой.

Основное преимущество газовой смазки — ее малая вязкость — позволяет создавать как устройства, работающие с высокими частотами вращения, так и направляющие тяжелых станков и приборов, работающие при малых скоростях скольжения практически без трения. Нечувствительность газов к высоким и низким температурам обеспечивает надежную работу опор турбодетандеров, предназначенных для снижения гелия при температурах, близких к абсолютному нулю, и насосов, перекачивающих расплавленные металлы. Газовую смазку применяют как в подшипниках, имеющих нагрузку несколько граммов (в гиро-

скопах), так и в подшипниках с нагрузкой в сотни килограммов. При питании сжатым газом повышенного давления удельная нагрузка на подшипник достигает 10 — 12 кгс/см².

Другое важное свойство газа как смазки — его сжимаемость. Она устраняет свойственное жидкостной смазке явление кавитации, т. е. разрыва смазочного слоя с образованием пустот (каверн). Колеблющиеся вследствие погрешностей формы шипа и подшипника границы каверн нарушают точность вращения. В тихоходных узлах вращения, например в узлах кругломеров, координатно-измерительных машин, газовый смазочный слой уменьшает влияние погрешностей формы в 10 ... 20 раз. Это позволяет в простейших цилиндрических подшипниках со значительным зазором сравнительно легко обеспечить неточность вращения менее 0,05 мкм. Сжимаемость газовой смазки имеет и отрицательную сторону — она может быть причиной возникновения вибрации, так как упругий газовый слой подобен пружине со слабым демпфированием.

Конструкции с применением опор скольжения с газовой смазкой разрабатывают сейчас многочисленные организации и предприятия. При этом часто возникают трудности в связи с повышенной склонностью таких опор к возникновению неустойчивости типа «полускоростного вихря», особенно в высокоскоростных узлах.

В осевых опорах-подпятниках с газовой смазкой могут проявляться автоколебания типа «пневмомолотка», свойственные также и плоским направляющим. Этим задачам, особенно первой, наиболее трудной, уделено в книге должное внимание. Рассмотрена физическая природа явлений неустойчивости, методы их распознавания и устранения. Теория устойчивости от «полускоростного вихря» и «пневмомолотка» также завершена простой методикой расчета с примерами из практики конструирования, которой можно пользоваться без предварительного изучения теории.

По направленности материал книги может быть разделен на две части разной сложности. Инженерная часть излагает физические основы работы газовых опор, рекомендации по их применению, конструированию и изготовлению, а также методику инженерного расчета. Теоретическая часть книги имеет в виду помочь начинающему исследователю освоить основы теории, что подготовит его к самостоятельной работе и облегчит изучение первоисточников.

Главы I—X написаны С. А. Шейнбергом, XI — Н. Д. Заблоцким, XII и XIV — В. П. Жедем, XV — М. Д. Шишеевым, XIII — В. С. Баласаньяном.

Область применения скоростных узлов

Наиболее широко высокоскоростные шпиндельные узлы с подшипниками, имеющими воздушную смазку, применяют в станкостроении — во внутришлифовальных и сверлильных головках для обработки отверстий малых диаметров. Для качественного шлифования при высокой производительности окружная скорость шлифовального круга должна быть не менее 30 м/с, что при круге диаметром 10 мм соответствует частоте вращения 60 тыс. об/мин. Для современного приборостроения необходима точная обработка отверстий диаметром от 2 до 15 мм. Очень актуально шлифование отверстий колец приборных подшипников диаметром 1 мм и меньше. Многие детали текстильных и швейных машин, топливной аппаратуры должны быть обработаны с допусками 2-го и даже 1-го классов точности при минимальной шероховатости поверхности. Эти трудности усугубляются большой длиной шлифуемого отверстия, превышающей иногда пять диаметров. Шлифование с малой скоростью резания вынуждает прибегать к сильному прижатию круга, что приводит к изгибу оправки и искажению геометрии шлифуемого отверстия. При этом качество шлифуемой поверхности оказывается низким вследствие засаливания круга.

Основным препятствием для создания высокоскоростных внутришлифовальных головок являлись шарикоподшипники, применяемые в качестве опор. Шарикоподшипники приходится изготавливать с чрезвычайно высокой точностью (допустимая некруглость шариков не должна превышать 0,2 и даже 0,1 мкм), их смазка осуществляется масляным туманом, который загрязняет окружающую среду в цехе.

Опоры скольжения с воздушной смазкой позволили создать высокоскоростные головки большой производительности. Если предельно допустимая окружная скорость на шейках вала, установленного на шарикоподшипниках, не превышает 30 м/с, то при подшипниках с воздушной смазкой допустимы скорости 150 м/с и более, а нагрузка на площадь проекции подшипника электрошпинделя мод. А24/25 (см. табл. 1) при использовании

для поддува сжатого воздуха давлением 15 кгс/см² достигает 8 кгс/см².

Создание электрошпинделей большой мощности вызвано быстрым развитием скоростного шлифования на скорости резания 80 м/с и более. Применение для этой цели воздушных опор позволило при той же частоте вращения повысить жесткость и массу вала за счет увеличения диаметра рабочих шеек. В результате стало возможным шлифование с большими подачами, более производительное и качественное, уменьшилась чувствительность к дисбалансу оправки и шлифовального круга, так как масса вала во много раз стала превышать их массу.

Отсутствие контакта между шейками вала и подшипниками, разделенными слоем воздуха, практически исключает их износ, если в подшипники подается достаточно чистый воздух. Устраняется загрязнение окружающей среды масляным туманом, применяемым при смазке высокоскоростных шарикоподшипников. Повышенное давление воздуха в подшипнике обеспечивает защиту от проникновения в него абразива и СОЖ.

В ЭНИМСе разработаны и внедрены в промышленность различные внутришлифовальные и сверлильные головки на опорах с воздушной смазкой, имеющие в качестве привода встроенный высокочастотный электродвигатель — электрошпиндели или пневмоторбину—пневмошпиндели (табл. 1 и 2).

Таблица 1

Основные технические данные некоторых электрошпинделей, разработанных ЭНИМСом и освоенных промышленностью

Модель	Синхронная частота вращения, об/мин	Частота трехфазного тока, Гц	Полезная мощность, кВт	Посадочный диаметр корпуса, мм	Диаметр шейки вала, мм	Крепление оправки	
						Диаметр, мм	Резьба
A24/25	24 000	400	25	На лапах	60	20	M16
A48/15	48 000	800	15	То же	40	16	M12
A48/1	48 000	800	1	140С	32	12	M8
A240/0,2	240 000	4000	0,2	80С	10	3	Крепление винтом
АС72/0,25	до 72 000	1200	0,25	60С	22	10	

Внутришлифовальные электрошпиндели предназначены для высокоточного шлифования абразивным и алмазным инструментом в условиях крупносерийного и массового производства, а пневмошпиндели предпочтительны в условиях мелкосерийного производства, при котором одной головкой приходится качественно шлифовать отверстия разных диаметров и конфигураций при пониженных требованиях к производительности (мощности привода). При применении пневмопривода источник питания для смазки опор и привода общий — сеть сжатого воздуха, а для

Основные технические данные некоторых пневмошпинделей, разработанных ЭНИМСом и освоенных промышленностью

Модель	Диапазон регулирования частоты вращения, об/мин	Полезная мощность, кВт	Посадочный диаметр корпуса, мм	Диаметр шеек вала, мм	Крепление оправки	
					Диаметр, мм	Резьба
A15/40	15 000 ... 40 000	1	100С	40	16	M12
A30/100	30 000 ... 100 000	0,5	100С	22	8	M6
A70/150	70 000 ... 150 000	0,2	80С	16	5	M4
A150/300	150 000 ... 300 000	0,1	40С	10	3	Крепление винтом

работы электрошпинделя, кроме источника сжатого воздуха, требуется генератор тока повышенной частоты. Пневмошпиндель приспособлен для выполнения разнообразных работ: его скорость вращения плавно регулируется и поддерживается на заданном уровне автоматическим регулятором, а конструкция допускает работу в горизонтальном и вертикальном положениях оси шпинделя. Пневмошпиндели также широко применяют для разнообразных производственных операций и физических исследований (намотка бифилярных спиралей, вращение лазерного луча и т. п.), так как вал может быть выполнен полым.

Электрошпиндели и пневмошпиндели изготовляют крупносерийно. Шпиндели поставляют комплектно с установкой очистки воздуха и автоматическим регулятором скорости (для пневмошпинделей).

Электрошпиндели

Основной частью электрошпинделя является трехфазный асинхронный корогкозамкнутый двигатель. На рис. 1 представлена типовая конструкция электрошпинделя мощностью до 3 кВт. Более мощные шпиндели отличаются наличием дополнительного охлаждения статора. Вал 1 с напрессованным ротором 2 вращается в двух шпинделях 31, смазываемых сжатым воздухом. Подшипники вклеены эпоксидным клеем в передний 30 и задний 5 щиты, которые прикреплены к корпусу 19 винтами 20. Осевая нагрузка на вал воспринимается подпятником 10, который также смазывается сжатым воздухом давлением 4 ... 6 кгс/см² от заводской сети. В средней части корпуса установлен статор двигателя 18 с обмоткой, закрепленный стопорами. Тепло, выделяющееся в двигателе электрошпинделя, а также в опорах от трения в газовом смазочном слое, отводится при помощи воздушного охлаждения. В электрошпинделях большой мощности А24/25 и А48/15, а также в шпинделях с частотой вращения более 100 тыс. об/мин применяют, кроме того, водяное охлаждение

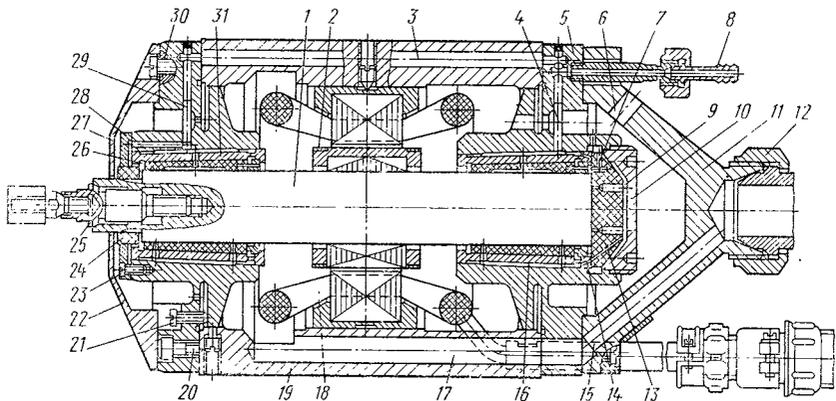


Рис. 1. Электрошпиндель на опорах с воздушной смазкой

статора, а для смазки опор используют воздух повышенного давления — 15 ... 18 кгс/см². Через штуцер 8 и трубку 4 сжатый воздух поступает в круговую камеру 16 правого подшипника и далее в смазочный зазор (между неподвижной и вращающейся поверхностями). Часть воздуха из камеры 16 по косому каналу 14 с кольцевой канавкой и каналу 13 проходит в камеру 9. Воздух к переднему подшипнику поступает через отверстие 3 в корпусе и трубку 29. Воздушная подушка в смазочном зазоре подпятника создается сжатым воздухом, поступающим из камеры 9 через дросселирующие отверстия. Отработавший в подпятнике и правом подшипнике воздух удаляется через канал 7. Из левого подшипника воздух выходит в полость корпуса, а затем в окружающую среду вместе с охлаждающим воздухом.

В электрошпинделе принята силовая фиксация вала в осевом направлении. Это сделано для упрощения конструкции и исключения возможности появления осевого зазора или заклинивания от неравномерного нагрева в результате применения двух подпятников. Сила, необходимая для прижатия пяты (торца вала) к подпятнику, создается давлением сжатого воздуха, поступающего в камеру 26, на кольцевой уступ левого конца вала. Воздух подается через отверстие 27 в щите 30 и канавку в шайбе 28, в которую запрессована графитовая втулка 24. Последнюю выверяют по шейке вала, после чего шайбу 28 прижимают к торцу щита 30 и закрепляют винтами 23. Диаметральный зазор между втулкой 24 и валом в 1,5 ... 2 раза больше зазора в подшипнике. Давлением воздуха на кольцевой уступ вал продвигается вправо, уменьшая зазор между его торцом и подпятником. Давление воздуха под пятой начинает заметно увеличиваться лишь при зазоре порядка 0,02 мм, и сила прижима уравнивается давлением в смазочном слое при зазоре $\approx 0,01$ мм. Дальнейшее уменьшение зазора до предельно допустимой величины 0,003 ... 0,004 мм

увеличивает подъемную силу подпятника, уравнивающую осевую нагрузку на вал, возникающую в процессе шлифования. Втулка 24 ограничивает осевое перемещение вала влево только в нерабочем состоянии и при транспортировке.

В электрошпинделе предусмотрена возможность точной выверки соосности подшипников посредством винтов 21, деформирующих мембранную часть щитов 30 и 5 (см. гл. II). Это обеспечивает взаимозаменяемость подшипников, а также простоту сборки и ремонта электрошпинделя. Рабочий конец вала имеет гнездо для крепления оправки 25, несущей шлифовальный круг. Оправка фиксируется на два узких пояска: конический центровой на торце вала и цилиндрический в глубине центрального отверстия перед резьбой. Эта система обеспечивает жесткое и точное крепление при сравнительно простом изготовлении, так как конический центровой поясок является технологической базой при изготовлении вала. Размеры гнезда под оправку приведены в табл. 1.

Воздух для охлаждения электродвигателя подводится через ниппель 12 и ряд отверстий 15 в крышке 11 и в щите 5. По каналам 17 охлаждающий воздух поступает внутрь корпуса. Пройдя кольцевую щель между ротором и статором, нагретый воздух выводится через отверстия в щите и каналы 6. Часть воздуха, охлаждающего левый подшипник, выходит в окружающую среду через отверстия в переднем щите 30 и зазор между крышкой 22 и валом. Создаваемое при этом внутри корпуса повышенное давление препятствует проникновению в опоры абразивной пыли и СОЖ.

Для охлаждения электрошпинделя можно применять воздух низкого давления ($0,07 \dots 0,15 \text{ кгс/см}^2$). При питании от заводской сети охлаждающий воздух под давлением $4 \dots 6 \text{ кгс/см}^2$ поступает в шпиндель через инжектор. При этом из сети поступает $\frac{1}{3} \dots \frac{1}{4}$ необходимого количества воздуха, а остальное засасывается из атмосферы.

В инжекторе (рис. 2) потенциальная энергия сжатого воздуха сначала преобразуется в кинетическую. Воздух, подводимый по шлангу 7, выходит с большой скоростью из сопла 6 в приемную камеру 3, увлекая за собой воздух, поступающий из

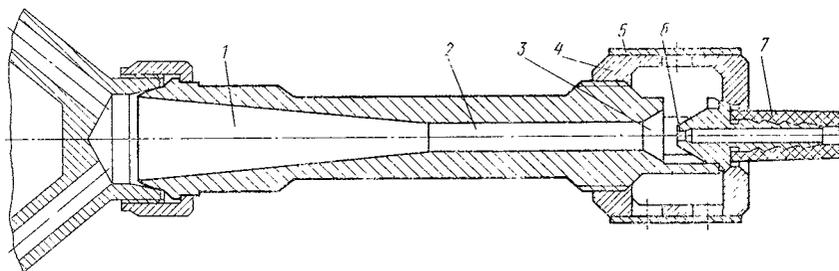


Рис. 2. Инжектор

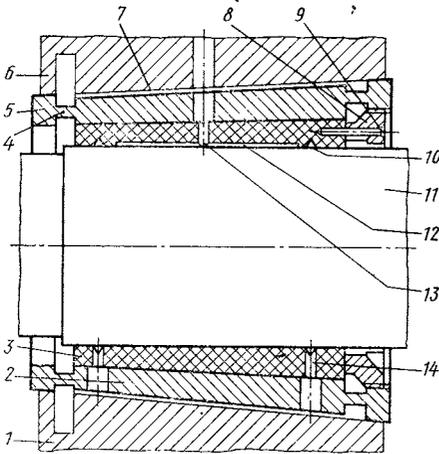


Рис. 3. Подшипник с тепловой компенсацией

Смешанный и сжатый инжектором воздух направляется в электрошпиндель, с которым инжектор соединен накладной гайкой. Воздух, засасываемый из цеха в инжектор, очищается фильтром, состоящим из нескольких слоев марли 5, намотанной на гайку 4.

Подшипник (рис. 3) имеет латунную обойму 3, в которую со значительным натягом запрессован вкладыш 3 из антифрикционного материала АГ1500-Б83 — углеграфита, пропитанного баббитом для ликвидации пористости, препятствующей созданию воздушной подушки. Сопряженные поверхности вкладыша и обоймы выполнены коническими, чем упрощается доводка рабочей поверхности вкладыша в процессе изготовления и ремонта (возможна подтяжка). Рабочая часть обоймы связана с посадочными кольцевыми участками 5 буферными поясками 4. Благодаря этим пояскам подшипник может свободно расширяться при нагреве в момент перегрузки. Малое сечение поясков затрудняет отвод тепла от подшипника, обладающего малой массой и отделенного от корпуса 1 воздушной прослойкой камеры 7. Поэтому тепловая инерция подшипника, а также градиент температур шейки вала 11 и подшипника весьма малы. Гайка 8 и штифт 9 предотвращают осевое смещение вкладыша, вызываемое различным температурным расширением обоймы и вкладыша.

В электрошпинделях мощностью 15 ... 25 кВт предусмотрена, кроме радиальной, еще и осевая тепловая компенсация, реализуемая мембраной 6, которая создается проточкой в корпусе 1 (т. е. в ступице щита электрошпинделя). Осевая компенсация предотвращает срезание клевого шва в результате теплового удлинения подшипников больших размеров при высокой рабочей температуре (100 ... 120° С), создаваемой тепловыми потерями мощного двигателя и трением в воздушном смазочном слое.

атмосферы в приемную камеру через отверстия в накладной гайке 4. Кинетическая энергия рабочего потока частично передается инжектируемому потоку воздуха.

При прохождении потоков воздуха по смесительной камере 2 и диффузору 1 происходит выравнивание их скоростей и давлений и обратное преобразование кинетической энергии общего потока в потенциальную. Давление смешанного потока на выходе из инжектора выше давления инжектируемого потока, поступающего в приемную камеру. Смешанный и сжатый инжектором воздух направляется в электрошпиндель, с которым инжектор соединен накладной гайкой. Воздух, засасываемый из цеха в инжектор, очищается фильтром, состоящим из нескольких слоев марли 5, намотанной на гайку 4.

На внутренней поверхности вкладыша имеются две круговые канавки 10 и продольная канавка 12, образующие *дифференциальный* подшипник (см. гл. III). Воздух в канавки подается через отверстия 13 и 14. В подшипнике другого типа, так называемом *циркулярном*, сжатый воздух подается через один или два ряда отверстий (см. рис. 23 и 24). Такие подшипники предпочтительны при умеренных частотах вращения.

Сверлильные головки

В радиопромышленности быстро расширяется применение сверлильных электрошпинделей с воздушными опорами в многшпиндельных станках с ЧПУ для сверления плат печатного монтажа. Частота вращения плавно регулируется изменением частоты тока, поступающего от статического преобразователя. Охлаждение — воздушное, а у более мощных двигателей — водяное. Известные образцы таких шпинделей сильно различаются по диапазону регулирования частоты вращения (в пределах 10 ... 90 тыс. об/мин), мощности двигателя (15 ... 600 Вт), устройству для автоматической смены сверл и их креплению (центробежное, цанговое), и также посадочному диаметру (40 ... 80 мм). Все они имеют электропривод. Пневмопривод, применявшийся на первых порах, оказался нерентабельным при большом суммарном расходе сжатого воздуха во многих шпинделях автомата.

В отечественных станках с ЧПУ применяют электрошпиндели мод. АС72/0,2 (см. табл. 1) с диапазоном регулирования частоты вращения 30 ... 72 тыс. об/мин. Устройство воздушных опор в них не имеет принципиальных отличий от описанных выше.

Пневмошпиндели

На основе типовых воздушных опор и эффективного автоматического регулятора скорости в ЭНИМСе разработаны две гаммы пневмошпинделей — общего назначения (см. табл. 2) и в специальном исполнении для координатно-шлифовальных станков.

Использование воздушных опор во внутришлифовальных шпинделях со встроенной пневмотурбиной особенно выгодно, так как при этом смазка опор и привод вращения осуществляются от единого источника энергии — сжатого воздуха давлением 4 ... 6 кгс/см², получаемого из заводской сети. Созданная в ЭНИМСе система автоматического регулирования позволила устранить известный недостаток пневмотурбин, заключающийся в том, что из-за мягкой механической характеристики турбины при установленном давлении на входе крутящий момент турбины мало за-

висит от угловой скорости. Поэтому под нагрузкой частота вращения шпинделя, не снабженного регулятором, сильно падает.

Подшипники типового пневмошпинделя общего назначения унифицированы с подшипниками соответствующих моделей электрошпинделей. В зависимости от назначения и диапазона регулирования частоты вращения используются различные турбины: центробежные — для тихоходных шпинделей и центростремительные — для быстроходных. На рис. 4 показан пневмошпиндель мод. А15/40 с центробежной турбиной. В направляющем аппарате, кроме двух постоянных сопел, предусмотрено дополнительное, третье, которое при необходимости повышения мощности может быть включено рукояткой 8.

Схема системы автоматического регулирования показана на рис. 5 применительно к рис. 4. Действие регулятора основано на принципе компенсации сил. Сжатый воздух поступает через камеру А в камеру В, соединенную с камерой В обратной связи, и далее через сопла направляющего аппарата 2 в турбину 1 пневмошпинделя. Давление воздуха, подводимого к турбине, регулируется тарельчатым клапаном 14, управляемым мембраной 13. Для этого часть сжатого воздуха через фильтр Ф и нерегулируемый дроссель 12 подается в проточную камеру Г, которая служит усилителем. Давление в камере Г регулируется переменным дросселем, состоящим из сопла 11 и шарика 10, и зависит от положения мембраны 6, так как жесткий центр последней ограничивает величину перемещения шарика.

Верхняя сторона жесткого центра мембраны 6 упирается в закругленный конец пластинчатой пружины 9 переменной жесткости, которая консольно укреплена на колодке 8, составляющей одно целое с регулировочным винтом 7 и его рукояткой. Камера Д соединена с атмосферой, а камера Е — с вакуумной камерой 3 пневмошпинделя. Вниз на мембрану 6 действует сила упругости пружины 9, а вверх — сила, возникающая от разрежения в камере Е, и сила упругости возвратной пружины 4. Усилие пружины 9 регулируют винтом 7 при установке станочником необходимой для данной операции частоты вращения. Величина разрежения в камере Е зависит от фактической частоты вращения вала пневмошпинделя. Усилие пружины 4 ввиду весьма малого (не более 0,05 мм) перемещения мембраны 6 в процессе автоматического регулирования изменяется незначительно. Это усилие регулируют рычагом 5 на заводе-изготовителе.

При неустановившейся частоте вращения вала мембраны 6 и 13 находятся в равновесии. В результате приложения нагрузки частота вращения снижается, вакуум в камере Е падает и мембрана 6 под действием пружины 9 прогибается вниз, перекрывая регулируемый дроссель шариком 10. Давление в камере Г повышается и мембрана 13 прогибается вниз, дополнительно открывая клапан 14, регулирующий поступление воздуха в турбину. Последняя набирает скорость и вакуум в камере Е воз-

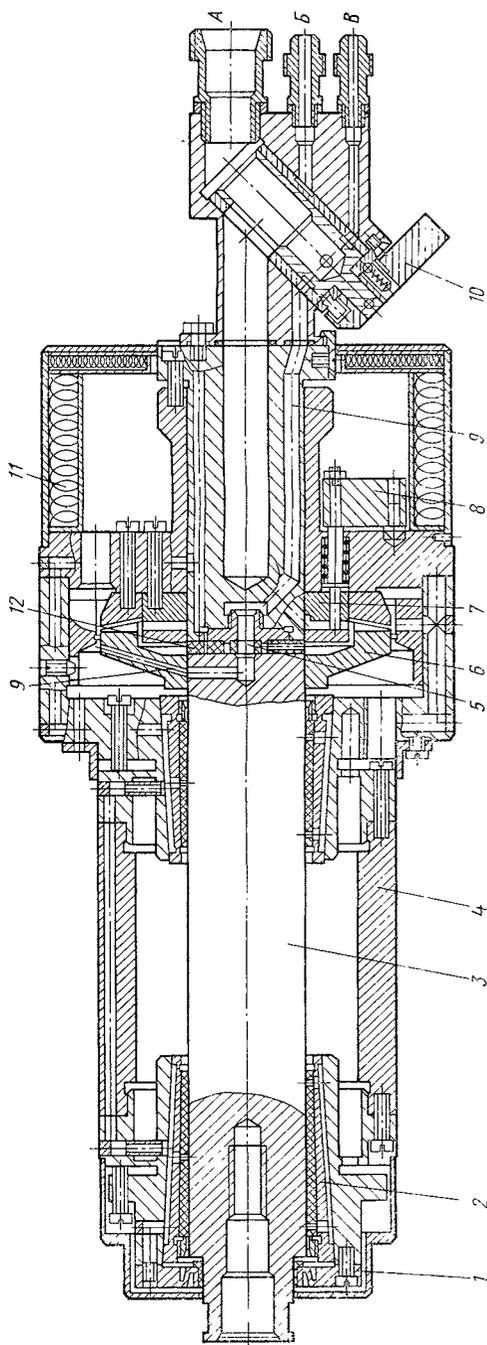


Рис. 4. Пневмоцилиндр на опорах с воздушной смазкой мод. А15/40:

1 — уплотняющее кольцо; 2 — подшипник; 3 — вал; 4 — корпус; 5 — вакуумная камера; 6 — турбина; 7 — направляющий аппарат; 8 — рукоятка включения дополнительного сопла; 9 — канал вакуума; 10 — механизм переключения турбины на торможение; 11 — глушитель; 12 — подпятник

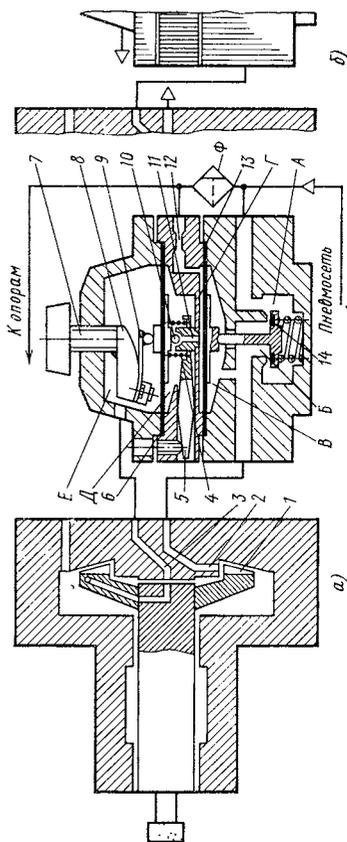


Рис. 5. Схема системы автоматического регулирования;
а — рабочее положение; б — переключение для торможения

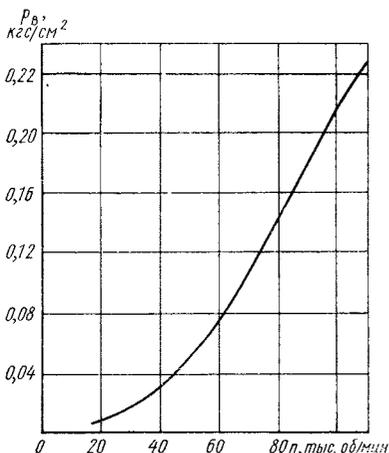


Рис. 6. Зависимость вакуума p_v от частоты вращения n

вращается к величине, несколько меньшей первоначальной. Новое равновесное положение мембраны 6 обеспечивает равенство крутящего момента с увеличившимся моментом полезного сопротивления.

В рассмотренной системе существенную роль играет резко выраженная нелинейность зависимости вакуума p_v от частоты вращения (рис. 6). Для того чтобы реализовать широкий диапазон регулирования (в пневмошпинделе А30/100 от 30 до 100 тыс. об/мин) при соблюдении его высокой чувствительности и устойчивости, необходимо, чтобы жесткость пружины 9 (см. рис. 5)

возрастала с частотой вращения. Это условие выполняется в результате того, что при завинчивании винта 7, соответствующем повышению частоты вращения, свободная длина контрольной пружины 9 уменьшается, так как увеличивается длина ее прилегания к выполненной по дуге окружности колодке 8. Для создания нужной характеристики пружина 9 в плане сужается в направлении к заделке.

Падение частоты вращения пневмошпинделя А30/100, оснащенного рассмотренным здесь регулятором, не превышает под полной нагрузкой 3 тыс. об/мин во всем диапазоне регулирования.

Система регулирования с вакуумным датчиком органически связана с применением воздушных опор, создающих естественное уплотнение камеры 3. Реализация подобного устройства в системе опор качения очень сложна.

Координатно-шлифовальные пневмошпиндели

Исследования показали, что погрешность, обусловленная деформацией станины вследствие нагрева теплотой, выделяемой двигателем электршпинделя, может оказаться на порядок больше допустимой погрешности установки координат. Использование пневмопривода и опор с воздушной смазкой в устройстве внутришлифовальных шпинделей для координатно-шлифовальных станков практически устранило этот недостаток.

При разработке этих шпинделей возникла трудность передачи сжатого воздуха и сигнала обратной связи на шпиндель, корпус

которого вращается вместе с главным шпинделем станка. Она была преодолена путем размещения коллектора вокруг корпуса пневмошпинделя, причем коллектор, в свою очередь, взвешен на воздушной подушке. Такое устройство весьма упростило присоединение к главному шпинделю станка координатного пневмошпинделя, который может быть установлен на любой станок (сверлильный, фрезерный и др.) без каких-либо переделок последнего.

Конструктивное оформление указанного устройства рассмотрим на примере координатно-шлифовального пневмошпинделя мод. КА15/30, самого тихоходного в гамме с диапазоном регулирования 12 ... 30 тыс. об/мин. Так как этот шпиндель должен работать с особо длинными оправками, нужно было свести к минимуму его осевую протяженность, чтобы иметь возможность шлифования глубоких отверстий. Традиционное решение с двумя радиальными подшипниками противоречило требованию повышенной угловой жесткости. Задача была решена созданием оригинальной системы воздушных опор, состоящей из одного короткого подшипника 11 и двух подпятников большого диаметра 9 (рис. 7). На вал 12 напрессован плоский диск 8, играющий роль турбины типа Сегнера колеса (ее каналы заканчиваются соплами 7) и импеллера центробежного насоса, каналы 1 которого откачивают воздух из вакуумной камеры 2. Благодаря относительно малой частоте вращения диск 8, играющий одновременно роль двусторонней пяты, может иметь большой диаметр (100 мм) — в 3 раза больший длины подшипника. Этим одновременно достигаются удовлетворительный КПД турбины, чувствительность

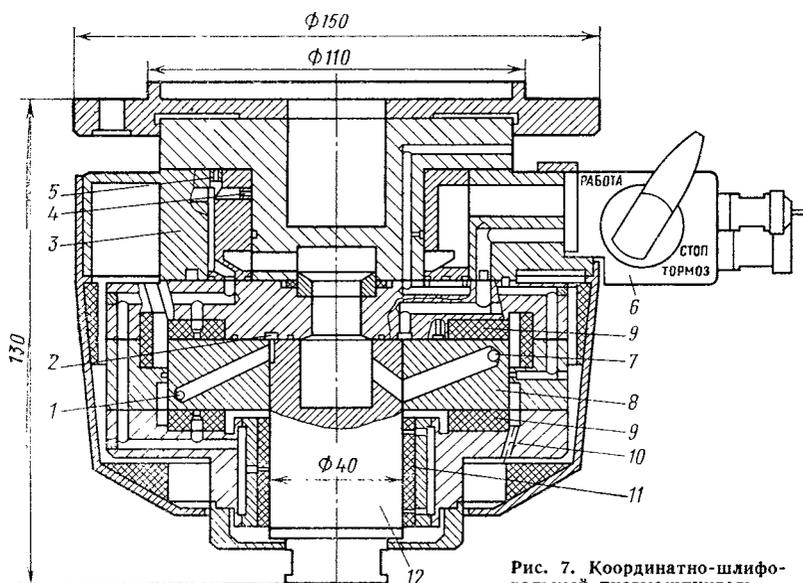


Рис. 7. Координатно-шлифовальный пневмошпиндель

вакуумного датчика и высокая угловая жесткость вала при минимальной длине.

Сжатый воздух для питания турбины и опор, а также вакуумный сигнал обратной связи передаются по трем отдельным системам каналов и канавок через коллектор 3 и присоединительную колодку 6 в пульт питания и регулятор, размещенные в станине. Коллектор плавает вокруг корпуса пневмошпинделя на воздушных подушках, образованных круговыми 4 и торцовыми 5 поясками, которые питаются сжатым воздухом.

Рассмотренное устройство представляет пример достаточно сложной системы, успешно реализованной с помощью воздушных опор. В таких системах очень важную роль играет тщательно продуманная сеть дренажей, служащих для вывода отработанного воздуха. Все три системы каналов разделены дренажными канавками и выводными каналами. Особое внимание должно быть обращено на защиту от помех вакуумного сигнала, который при частоте вращения 12 тыс. об/мин не превосходит $0,02 \text{ кгс/см}^2$. Для устойчивого регулирования давление в выхлопной камере насоса должно быть меньше $0,005 \text{ кгс/см}^2$. Этого удалось добиться после того, как дренажные каналы, имеющие излом, были заменены прямыми короткими сверлениями 10.

Расточные головки

На рис. 8 показана головка для алмазной расточки отверстий в деталях из цветных металлов и сплавов. Для производительной и качественной обработки необходима скорость резания 1000 м/мин и более, что при небольших диаметрах обрабатываемых отверстий соответствует частоте вращения 12 000 ... 15 000 об/мин. Применение аэростатических опор позволило придать шпинделю большую массу, обеспечивающую плавное вращение, нечувствительность к дисбалансу, вносимому резцом, и отсутствие нагрева, нарушающего диаметр расточки.

Вал 1 головки вращается в аэростатических подшипниках 2, запрессованных в корпус 3. Ввиду незначительности нагрева тепловая компенсация здесь не нужна. Подшипники изготовлены из бронзы марки ОЦС6-6-3 диаметром 75 и длиной 110 мм, имеют по 12 отверстий в каждом ряду поддува. Отверстия 5 диаметром 0,25 мм объединены круговыми канавками 4 треугольного сечения глубиной 0,17 ... 0,22 мм с радиусом у вершины 0,1 мм [11].

Сжатый воздух давлением 3 ... 6 кгс/см² поступает в головку через отверстие в алюминиевом корпусе 11, сообщающееся с отверстием 16 в корпусе головки. Далее воздух поступает к круговым проточкам 6 в подшипниках, а оттуда в смазочный зазор. Диаметральный зазор равен 0,03 ... 0,04 мм.

В осевом направлении шпиндель фиксирован с помощью аэростатических подпятников, расположенных со стороны заднего

Вид А увеличено

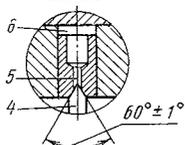
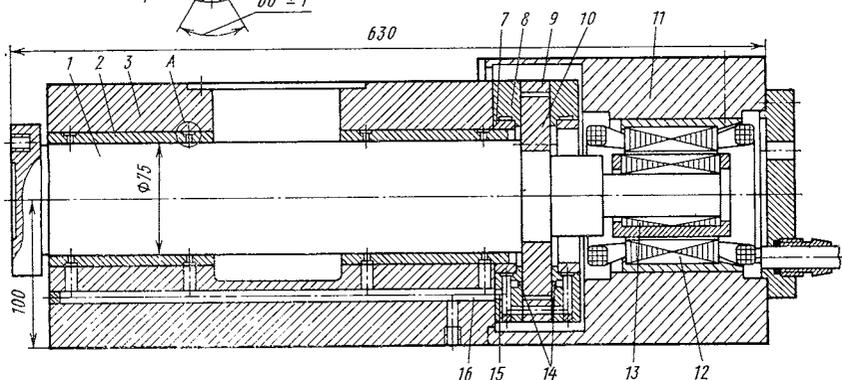


Рис. 8. Алмазно-расточная головка



торца корпуса 3 и состоящих из собственно подпятника 8 и кольца 7, закрывающего круговую проточку. Отверстие 16 в корпусе сообщается с отверстием 15 в торце подпятника и с дросселями 14, объединенными на рабочей поверхности круговыми канавками треугольного профиля. Пяту образует диск 10, жестко соединенный со шпинделем. Суммарный осевой зазор между пятой и подпятниками, равный 0,04 мм, устанавливают с помощью проставного кольца 9. Ротор 13 электродвигателя мощностью 1,1 кВт напрессован на конце шпинделя и при разборке головки свободно проходит через отверстия подшипников. Статор 12 размещен в алюминиевом корпусе 11, прифланцованном к корпусу головки.

Вал 1 изготовлен из стали 38ХМЮА с азотацией на глубину 0,3 мм, твердость $HRC\ 60-62$. Обладает стабильностью размеров, коррозионно-устойчив.

Следующий пример дает представление о производственных возможностях головки. При растачивании отверстий диаметром 38 мм в деталях из латуни ЛС 59-1 резцами, оснащенными пластинками твердого сплава ВКЗМ (глубина резания $t = 0,05$ мм, подача $s = 0,04$ мм/об и частота вращения $n = 12\ 000$ об/мин, т. е. скорость резания $v = 1400$ м/мин), некруглость отверстий составляла 0,6 мкм, а шероховатость поверхности $Ra = 0,16 \dots 0,125$ мкм.

II

Глава

Изготовление и эксплуатация высокоскоростных узлов

Точность изготовления и балансировки

Для устойчивой и надежной работы высокоскоростных узлов на опорах скольжения с воздушной смазкой необходимы точное изготовление и сборка, также тщательная и устойчивая балансировка вала.

Существует ошибочное мнение, что применение газовой смазки сопряжено с особо высокими требованиями к точности изготовления. Сравнение показывает, что точность изготовления узлов на опорах качения при равных частотах вращения примерно в 3 раза выше. Так, например, овальность желоба не должна превышать 1 мкм при шероховатости поверхности $Ra = 0,04 \dots 0,032$ мкм, тогда как допустимая погрешность формы воздушного подшипника 3 ... 4 мкм при шероховатости поверхности $Ra = 0,16 \dots 0,125$ мкм. Отклонения диаметра шариков в комплекте должны быть меньше 0,5 мкм. Эти обстоятельства остаются часто неизвестными только потому, что подшипники качения поставляют специализированные заводы в отличие от подшипников с газовой смазкой. Только при выполнении указанных выше требований шарикоподшипник может устойчиво работать в условиях, характеризуемых произведением $Dn = 600\,000$ мм·об/мин, тогда как аналогичный узел на опорах с воздушной смазкой работает при $Dn = 1\,500\,000 \dots 2\,500\,000$ мм·об/мин и больше.

С точки зрения точности изготовления различие между подшипниками с газовой и масляной смазками заключается в том, что газы не обладают свойством граничной смазки. Это означает, что окончательная выверка соосности подшипников путем их приработки в процессе обкатки машин, допускаемая для подшипников с масляной смазкой, не может быть использована для подшипников с газовой смазкой. Элементы газового подшипника следует сразу изготавливать с точностью, необходимой для эксплуатации. Кроме того, материалы, выбранные для вала и подшипника, должны быть такими, чтобы уменьшить истирание при трении без смазки и тем самым свести к минимуму износ при пуске и остановке при ударных перегрузках и в моменты случайного контакта. Эксплуатация опор с воздушной смазкой

Допустимые погрешности изготовления для подшипников диаметром $D = 10 \dots 60$ мм при $Dn = 1\,500\,000 \dots 2\,500\,000$ мм·об/мин

Диаметр D подшипника, мм	Элементы опоры	Некруглость, мкм	Конусообразность на длине подшипника, мкм	Шероховатость поверхности Ra , мкм	Отклонение от соосности на длине подшипника, мкм	Изогнутость вала, мкм
10—25	Вал	0,3	0,5	0,08 ... 0,063	2	0,5
	Подшипник	2,0	1,5	0,16 ... 0,125		
25—60	Вал	0,5	0,8	0,08 ... 0,063	3	0,8
	Подшипник	3,0	2,5	0,32 ... 0,25		

показала, что при достаточно тщательном изготовлении вала и подшипника их соприкосновения при вращении нет. Если материал вала и материал подшипника обладают хорошими антифрикционными свойствами, то при газовой смазке все же возможна некоторая приработка, устраняющая погрешности изготовления, если эти погрешности не более 0,002 мкм.

Отечественный и зарубежный опыт изготовления и эксплуатации скоростных узлов с газовыми подшипниками позволяет рекомендовать допустимые погрешности точности изготовления их элементов, приведенные в табл. 3.

Перечисленные в табл. 3 требования к точности изготовления вала и подшипника не вызывают существенных затруднений в производстве при

рациональном выборе конструкции и технологии. Наиболее трудно обеспечить соосность подшипников.

Теоретически величина смазочного зазора не ограничена, однако при малой вязкости газов удовлетворительная несущая способность, жесткость и устойчивая работа могут быть достигнуты лишь при малых зазорах. Большие зазоры невыгодны также с точки зрения расхода сжатого воздуха, который пропорционален кубу величины зазора. Опыт показал, что при конструировании следует исходить из отношения диаметрального зазора $2c$ к диаметру подшипника D , приведенного в табл. 4.

Таблица 4

Диаметральные зазоры $2c$ для подшипников диаметром $D = 10 \dots 60$ мм при $Dn = 1\,500\,000 \dots 2\,500\,000$ мм·об/мин

Диаметр D подшипника, мм	Отношение диаметрального зазора к диаметру подшипника $\frac{2c}{D} \cdot 10^4$	
	Рекомендуемое	Допустимое увеличение зазора от износа, %
10—25	8 ... 10	20
25—60	6 ... 8	30

Возможна работа и при меньших зазорах, однако возрастающие при этом технологические трудности уже не оправдываются повышением жесткости. Исключение представляют подшипники ротора гироскопа, где применяют диаметральный зазоры 1 ... 3 мкм.

Важнейшую роль играет соосность подшипников наиболее часто применяемой двухопорной системы. Рассмотрим этот вопрос на примере подшипника электрошпинделя А48/1 диаметром 32 мм и длиной 55 мм, работающего при частоте вращения 48 000 об/мин (см. рис. 1). Диаметральный зазор там равен 0,02 мм. Наибольший относительный эксцентриситет при работе достигает 0,6 мм, т. е. наименьший зазор равен 0,004 мм. Однако в результате неизбежного перекоса зазор по длине подшипника различен. Опыт показал, что при погрешностях геометрической формы вала и подшипника, приведенных в табл. 3, наименьшим допустимым зазором между валом и подшипником следует считать зазор 3 мкм, при дальнейшем уменьшении указанной величины появляются уже признаки прерывистого контакта.

Исходя из практики эксплуатации подшипников с масляной смазкой, часто ошибочно полагают, что точность выверки соосности подшипников достаточна, если вставленный в них вал свободно вращается от руки. Это опасное заблуждение привело многих конструкторов к неудаче. Пусть рассматриваемый подшипник имеет перекося 14 мкм. Вал будет при этом свободно поворачиваться, так как остается возможность радиального перемещения по 3 мкм в каждую сторону, но работать такой подшипник не может, так как даже при отсутствии нагрузки минимальный зазор у его кромок является предельным. В процессе вращения кромки будут постоянно контактировать, что вызовет прижоги и заедания.

Следует предостеречь еще от одной ошибки — попытки устранить относительный перекося подшипников их совместной притиркой доводочной скалкой. Такая операция неизбежно испортит подшипники, так как плотная скалка, изгибаясь (несмотря на кажущуюся большую жесткость) по подшипникам, не устраняет несоосность, а лишь нарушает круглость подшипников, стирая выступающие кромки.

Точность изготовления узла подпятника должна быть такова, чтобы биение пяты вала относительно его оси не превышало 2 мкм, а неперпендикулярность подпятника к оси подшипника была меньше 3 мкм; при использовании графитового подпятника такой перекося может быть устранен притиркой по доводочной плите.

Точность балансировки. Опыт показал, что для валов внутришлифовальных шпинделей достаточна динамическая балансировка с точностью 0,5 ... 0,8 мкм (т. е. расхождение физической и геометрической осей вала не превосходит указанной величины),

что легко достигается на современных балансировочных машинах. При этом следует помнить, что точная балансировка не может быть достигнута при неудовлетворительной круглости шеек вала, вращающихся на призмах балансировочной машины (см. табл. 3). Более точная балансировка достигается вращением балансируемого вала в циркулярных аэродинамических подшипниках, устанавливаемых на призмах машины. Достоинство такого устройства еще и в том, что многократно уменьшается момент трения, преодолеваемый крутящим приводом машины. Это позволяет балансировать валы с массой, в несколько раз превышающей ту, на какую рассчитана данная машина.

Нарушение балансировки в процессе эксплуатации шпиндельного узла может возникать по ряду причин (см. гл. III). Наиболее опасна разбалансировка, создаваемая биением сменной оправки шлифовального круга и биением круга на оправке. Основная причина биения оправки — неточное выполнение посадочного гнезда в переднем конце вала. Эксцентриситет вала с оправкой, возникающий в результате биения оправки и круга, не должен превышать половины минимального зазора $h_0 = 3 \dots 4$ мкм между нагруженным шипом и подшипником, т. е. он не должен превышать 1,5 ... 2 мкм.

Контроль точности изготовления

Высокоскоростные узлы с воздушными подшипниками представляют собой точные механизмы. Естественно, что при их крупносерийном изготовлении для контроля точности деталей и узла в целом применяют специальную измерительную оснастку. Ниже рассмотрены некоторые простые устройства и приемы, обеспечивающие необходимую точность измерения в условиях обычного машиностроительного предприятия или лаборатории.

Контроль вала до и после напрессовки на него ротора удобно выполнять по схеме, приведенной на рис. 9. Для проверки вала его укладывают на две узкие призмы с углом 90° (точность рабочей поверхности призм роли не играет). Проворачивая вал,

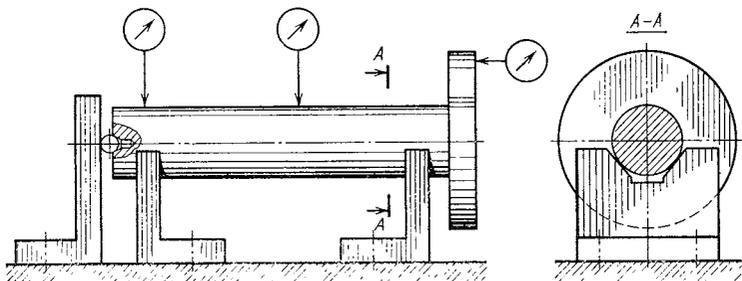


Рис. 9. Схема контроля вала

определяют его овальность, прогиб и биение пяты. Измерять следует линейным индикатором с ценой деления 0,5 или 1 мкм. Важно проверить его исправность, убеждаясь в повторяемости показания при повторном подводе измерительного наконечника к детали. Для измерения некруглости вала индикатор устанавливают над призмой. Для измерения прогиба вала призмы необходимо развести к его концам, а индикатор установить возможно ближе к середине вала. Допустимое биение вала (удвоенная изогнутость) приведено в табл. 3.

Для определения биения пяты относительно оси вала индикатор устанавливают против края пяты, конец вала прижимают через шарик, выступающий из центрального отверстия вала, к угольнику, укрепленному на измерительной плите. Разность показаний индикатора за полный оборот вала определяет биение пяты, которое должно быть не более 2 мкм.

Плоскостность подпятника с достаточной для практики точностью проверяют лекальной линейкой на просвет.

Серьезное внимание должно быть обращено на тщательное выполнение микроканалов и питающих отверстий в подшипниках и подпятниках. Ширина канавок должна быть в пределах 0,1 ... 0,3 мм. Ее завышение приводит к понижению несущей способности, а у подпятника — к появлению неустойчивости типа «пневмомолотка».

Следует остерегаться неправильного задавания размеров канавки только глубиной, без ограничения радиуса скругления R (рис. 29, сечение $B-B$). С технологической точки зрения задавать глубину удобнее, особенно на внутренней поверхности подшипника: токарь подводит резец, заточенный под угол 60° , до касания с поверхностью вращающегося подшипника, после чего подает его на глубину $t = 0,87l_0$ с помощью нониуса поперечного суппорта. Принимая во внимание малость размеров канавки, нетрудно убедиться, что площадь ее сечения $S_k = l_0^2 (0,433 + K - 0,108K^2)$ может при этом оказаться недопустимо большой. Если, например, требуемая ширина канавки $l_0 = 0,1$ мм, то при $R = 0$ $K = \frac{R}{l_0} = 0$ и $S_k|_{k=0} = 0,00433$ мм², тогда как при $R = 0,1$ мм $S_k = 0,01325$ мм², т. е. в 3 раза больше, так как действительная ширина канавки $l = l_0 (1 + 1,155K) \approx 0,022$ мм.

Это явление особенно опасно при выполнении кольцевой канавки на подпятнике и пяте вала, так как завышение площади сечения канавки чревато появлением «пневмомолотка». В этом случае лучше задавать ширину l_0 , так как при этом скругление реза ведет к уменьшению площади сечения S_k , определяемой по формуле

$$S_k = l_0^2 (0,433 - 0,685K^2),$$

что не угрожает устойчивости.

Микроканавки следует прорезать алмазным (или из эльбора) резцом, имеющим точную форму и малый радиус R . Таким резцом можно нарезать канавку на торце закаленного стального вала, а на подпятнике остается выполнить только отверстия против канавки.

Измерение ширины канавки на пяте или подпятнике удобно выполнять и контролировать визуально с помощью 4 ... 7-кратной лупы, сравнивая ширину микроканавки с диаметром положенной рядом калиброванной проволочки, или непосредственно ручным микроскопом со шкалой.

Угловые микроканавки можно заменить канавками прямоугольного сечения шириной 1 ... 2 мм и глубиной 20 ... 30 мкм. Их можно выполнять шлифованием или травлением. Рекомендации по выбору размеров канавок приведены в гл. XIII.

Устройство подшипника

В процессе разработки быстроходных шлифовальных шпинделей было выяснено, что при изготовлении подшипников из стали, бронзы и железного графита трение без смазки, возникающее в результате неточного изготовления и сборки (например, от перекоса втулок), а также при перегрузке, вызывает серьезные повреждения рабочих поверхностей вала и втулки. Бронзографит не повреждает вал. Его основной недостаток — увеличение объема вследствие межкристаллической коррозии, приводящее к искажению рабочей поверхности и затиранию вала. Устранить эти недостатки удалось, применив для опор с воздушной смазкой углеграфит АГ1500. Пропитка этого материала баббитом Б83 почти в 2 раза увеличила его прочность, несколько снизила хрупкость и устранила пористость, препятствующую созданию воздушной подушки между валом и втулкой. Этот материал мало изнашивается при трении по сталям всех марок и имеет малый коэффициент трения, зависящий от степени приработки вала и втулки, при скоростях до 10 м/с он находится в пределах 0,05 ... 0,04. Для изготовления подшипников применяют материал марки АГ1500-Б83, который производит Московский электродный завод.

Малый коэффициент трения полезен при пуске и остановке, уменьшая износ. Большое значение имеет также свойство углеграфита не «схватываться» с металлом при соприкосновении на большой скорости. Пропитка металлами несколько ухудшает это свойство.

Подшипники в виде массивных втулок успешно применяют в тихоходных узлах. Но в скоростных электрошпинделях, работающих с малыми диаметральными зазорами, наблюдалось заклинивание вала в подшипнике в двух характерных случаях — при затянувшемся (вследствие недостаточного напряжения питающего тока) пуске электродвигателя и при аварийных перегруз-

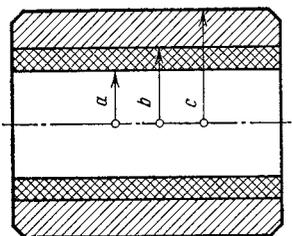


Рис. 10. Подшипник

ках (например, при врезании шлифовального круга в обрабатываемую деталь со скоростью подвода).

Изучение явления заклинивания вала в подшипнике показало, что в процессе пуска двигателя ротор быстро нагревается, и если пуск происходит за 5 ... 10 с, то температура ротора не успевает повыситься значительно. Если же пуск затягивается, то температура ротора повышается до 100 ... 200°С, диаметр рабочих шеек вала

увеличивается и при значительном отставании температуры подшипника от температуры вала наступает момент, когда зазор становится равным нулю. В кольцевом сечении, где зазор выбран, возникает трение без смазки, протекающее в условиях очень больших скоростей и возрастающих давлений. В результате происходит заклинивание вала, которое выражается в форме удара. При этом кинетическая энергия вала мгновенно превращается в тепло, сконцентрированное в узкой зоне кольца заклинивания шириной 2 ... 3 мм. Скачок температуры в этой зоне настолько велик, что баббит, которым пропитан углеграфитовый вкладыш, выплавляется, вызывая кольцевую эрозию поверхности вала несмотря на то, что он изготовлен из быстрорежущей стали Р9. Попытка заменить баббит более тугоплавким сплавом, например бронзой, дала отрицательный результат: бронза тоже выплавляется, вызывая более серьезное эрозионное повреждение вала.

Несколько иначе, но с тем же результатом, возникает заклинивание вала в подшипнике, не снабженном тепловой компенсацией, при аварийных перегрузках, когда минимальный зазор становится меньше допустимого вследствие чрезмерной нагрузки на вал. Это приводит к нагреву вала, а затем к возникновению контакта и заклиниванию, протекающему также, как описано ранее. Причиной заклинивания является большая тепловая инерция подшипника и малый зазор, характерный для опор электрошпинделей, который уменьшается до нуля при разности температур вала и подшипника в несколько десятков градусов.

Тепловая инерция подшипника может быть понижена путем уменьшения толщины его стенок и теплоизоляцией их от массивного щита. Для этого в высокоскоростных узлах применяют подшипники с тепловой компенсацией [4]. В таких подшипниках (рис. 3 и 10) углеграфитовый вкладыш запрессован в обойму из латуни, коэффициент теплового расширения которой ($\alpha_{л} = 19 \cdot 10^{-6}$) больше, чем у стали ($\alpha_{ст} = 11 \cdot 10^{-6}$). Углеграфит обладает весьма низким коэффициентом расширения $\alpha_{г} = 5 \cdot 10^{-6}$, но в результате того, что вкладыш посажен в обойму с упругим натягом, при тепловом расширении он увеличивается вместе с ней.

Приведенный коэффициент расширения пары вкладыш — обойма $\alpha_{\text{пр}}$ зависит от отношения $\frac{c-b}{b-a}$; с увеличением этого отношения $\alpha_{\text{пр}}$ возрастает. Соотношение толщин стенок вкладыша и обоймы выбирают таким, чтобы при работе смазочный зазор оставался практически постоянным, что необходимо для устойчивой работы воздушных подшипников. Опыт показал, что при работе вал нагревается больше, чем подшипник, так как теплопроводность воздушных подушек плохая, поэтому принимают $\alpha_{\text{пр}} = 16 \cdot 10^{-6}$.

При расчете задают радиус a и толщину стенки графитового вкладыша $b - a$. Соответствующую толщину стенки латунной обоймы $c - b$ определяют по известной формуле для толстостенных труб:

$$c = b \sqrt{\frac{K+1}{K-1}}, \quad (1)$$

где

$$K = \left(\frac{b}{a} \frac{\alpha_{\text{л}} - \alpha_{\text{г}}}{\alpha_{\text{пр}} - \alpha_{\text{г}}} - 1 \right) \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - \mu^2 \right) \frac{E_{\text{л}}}{E_{\text{г}}} - \mu_{\text{л}}. \quad (2)$$

Здесь $E_{\text{л}} = 1,0 \cdot 10^6$ кгс/см² и $E_{\text{г}} = 1,7 \cdot 10^5$ кгс·см² — модули упругости, $\mu_{\text{г}} = 0,3$ и $\mu_{\text{л}} = 0,35$ — коэффициенты Пуассона.

Если сопряженные поверхности вкладыша и обоймы выполнены коническими, то расчет выполняют для двух концевых сечений подшипника.

Пример. Для подшипника электрошпинделя А48/1: $a = 16$ мм; $b = 19$ мм. Определить радиус c и толщину стенки латунной обоймы.

По формулам (2) и (1) находим

$$K = \left(\frac{19}{16} \frac{19 - 5}{16 - 5} - 1 \right) \left(\frac{19^2 + 16^2}{19^2 - 16^2} - 0,3 \right) \frac{1}{0,17} - 0,35 = 16,42;$$

$$c = 19 \sqrt{\frac{17,42}{15,42}} = 19 \cdot 1,063 = 20,197 \text{ мм}; \quad c - b = 1,2 \text{ мм}.$$

Введение в конструкцию электрошпинделя подшипника с тепловой компенсацией практически исключило заклинивания, даже при длительном выключении подачи сжатого воздуха (вызываемым вибрацию) и при аварийных перегрузках.

В электро- и пневмошпинделях, разработанных в ЭНИМСе, подшипники (по рис. 3) с конической наружной поверхностью укрепляют в щите с помощью клея, составленного на основе эпоксидных смол холодного отверждения. Посадочные пояски подшипника и щита обезжиривают бензином или ацетоном и смазывают тонким слоем клея, после чего подшипник рукой вводят в гнездо щита до упора (без натяга и ударов).

Выступающую часть пояска подшипника и прилегающий к нему торец ступицы щита также обезжиривают и смазывают клеем. Соединение просушивают при комнатной температуре в течение

24 ч. Посадка на клею позволяет использовать готовые взаимозаменяемые подшипники с последующей выверкой соосности.

Использование эпоксидного клея дает возможность соосно закрепить подшипники без последующей выверки. Посадочная поверхность подшипника выполняется при этом цилиндрической с зазором относительно щита порядка 0,05 мм. Щиты собирают с корпусом. В подшипники, введенные в щиты на пленке клея, устанавливают плотную скалку, которую оставляют там до отвердения клея. Погрешность соосности устраняется при этом самоустановкой подшипников, возможной благодаря большому зазору между подшипником и щитом. Малая усадка эпоксидного клея способствует достижению удовлетворительной соосности подшипников. Недостаток этого способа в том, что пленка клея должна быть сравнительно толстой, чтобы компенсировать погрешности изготовления деталей, и со временем старение клеевого слоя может нарушить соосность. Вклейку на скалку можно поэтому рекомендовать для экспериментальных работ, когда не требуется длительное хранение шпиндельного узла.

Выверка соосности подшипников

Метод выверки соосности подшипников, используемый в электро- и пневмошпинделях, разработанных ЭНИМСом, поясняет рис. 11. Выверку производят при помощи точной цилиндрической скалки 7, которая плотно входит в подшипники 6. В результате суммарной погрешности изготовления деталей шпинделя (корпуса 4, щитов 5, подшипников) зазор между тор-

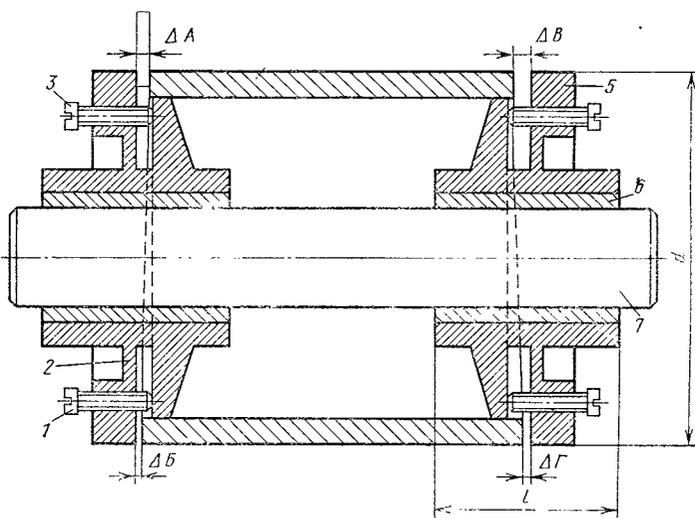


Рис. 11. Схема выверки соосности

цовыми (посадочными) поверхностями щитов и корпуса оказывается по окружности неодинаковым. Допустим, что ΔA — наибольший зазор по окружности щита.

Продвижением скалки и плотно с ней связанных щитов относительно корпуса устанавливаем этот зазор равным, например, 0,1 мм, при этом ΔB имеет меньшую величину. Ввинчивая затем винт 1 и вывинчивая винт 3, увеличиваем зазор ΔB при помощи компенсирующего элемента-мембраны 2 настолько, чтобы $\Delta B = \Delta A$. Торцы щита при этом поворачиваются относительно оси подшипника беспрепятственно благодаря малой ширине посадочного пояска. Выверка производится с помощью набора щупов, имеющих толщину от 0,03 до 0,1 мм с интервалом 0,01 мм. Регулируя тремя или более винтами, расположенными по окружности щита, можно установить зазор с точностью 5 мкм. При отношении $d/l = 2,5$ погрешность соосности на длине l будет не более 2 мкм. Этим же методом выверяют затем второй подшипник. Линии AB и $БГ$, разумеется, не лежат в одной плоскости, как это условно показано на рис. 11. По окончании выверки скалку удаляют, шпindelь собирают и торцовые посадочные поверхности щитов и корпуса стягивают болтами.

Выверка соосности подшипников, достигаемая посредством деформации компенсирующего элемента (мембраны), позволяет добиться необходимой точности в 2 ... 3 мкм при первоначальном перекосе до 30 мкм на длине подшипника. Описанному простейшему способу присущи и недостатки: необходимость иметь набор щупов с интервалом 2 ... 3 мкм в диапазоне допуска на диаметр подшипника, а также субъективность контроля операции выравнивания зазора между щитом и корпусом с помощью щупов.

Эти недостатки устраняются при применении прибора, представленного на рис. 12. Не вставляя в подшипники вал, прикрепляют щиты к корпусу. Во избежание заклинивания от перекоса посадочных поясков необходимо перед вводом и выводом

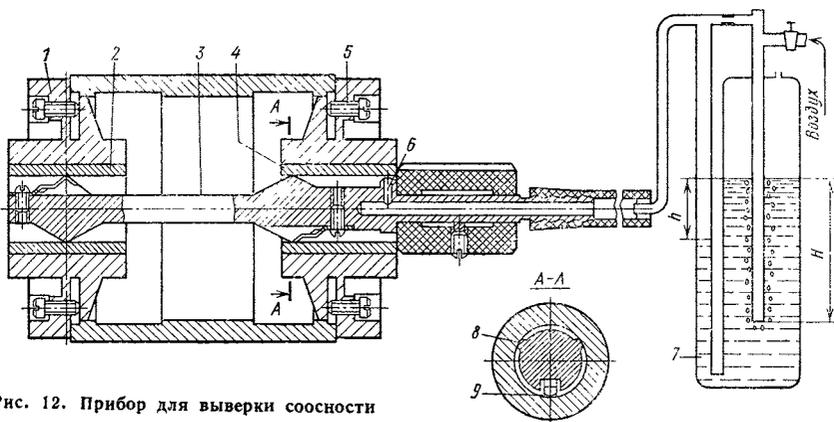


Рис. 12. Прибор для выверки соосности

щитов из корпуса вставлять в подшипники свободно входящую скалку. Затем в подшипники вводят прибор. Ось 3 прибора фиксируется в каждом из двух подшипников при помощи трех точек, из которых две точки 8 жесткие, а третья 9 подпружинена. В правом конце прибора расположено сопло 6 пневматического микрометра 7, в которое подают сжатый воздух через штуцер.

При измерении испытуемый узел, уложенный на призмы или полуподшипник с воздушной смазкой, поворачивают. Если ось подшипника 5 перекошена относительно общей оси узла, то зазор между рабочей поверхностью подшипника и срезом сопла при повороте узла периодически изменяется и микрометр показывает величину биения, определяемую колебанием высоты столба h . Биение устраняют подтягиванием винтов 5 (перед началом операции все винты 5 нужно слегка подтянуть, а по ее окончании залить их головки красной краской). Затем прибор вынимают и вводят в подшипник 2, который регулируют таким же образом. Регулировка подшипника 4 при этом не нарушается благодаря тому, что фиксация по трем точкам в подшипнике 2 производилась на первом этапе по окружности, лежащей в плоскости мембраны 1, т. е. в центре поворота подшипника 2. Вместо пневматического микрометра в приборе может быть применен линейный индикатор.

Беззазорная посадка щитов в корпусе

Выверка соосности подшипников даст желаемый результат лишь в том случае, если сопряжение по цилиндрическому пояску щитов с корпусом выполнено с минимальным зазором. Длина корпуса равна примерно утроенной длине подшипника. Следовательно, даже при радиальном зазоре 0,01 мм перекос подшипников при повторной сборке узла может достигать

3 мкм, т. е. полностью перекрывать допуск. Зазор поэтому не должен превышать 3 ... 5 мкм. Сопряжение цилиндров большого диаметра (100 мм для электрошпинделя А48/1) с такой точностью выполнить трудно. Задача облегчена тем, что вместо сплошного цилиндра посадку производят на три точки a , b и v (рис. 13). Две точки — неподвижные, образованы карманом 1 с дугой 90°, а третья, регулируемая с помощью винта 2 с медной шайбой 3. В результате деформации по-

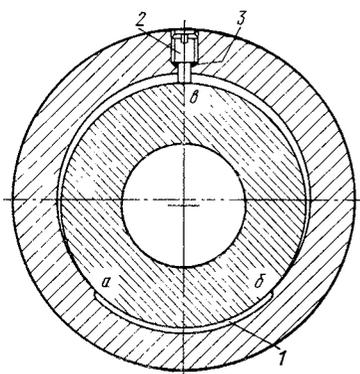


Рис. 13. Сопряжение щита с корпусом

следней достигается беззазорная посадка скольжения, необходимая для свободной подвижки щитов при выверке соосности по рис. 11 и для профилактической разборки узла в процессе эксплуатации.

Особенности изготовления и ремонта шпиндельных узлов

При современном уровне механической обработки требования, приведенные в табл. 3, удовлетворяются без особого труда, не прибегая к доводке. Тем не менее узлы воздушных опор и их ремонт могут быть выполнены качественно и при недостатке шлифовального оборудования требуемой точности. Недостаточную точность станочной обработки можно восполнить доводочными приемами, доступными любому машиностроительному предприятию.

Более того, и при наличии хорошего оборудования результаты могут оказаться неудовлетворительными при нарушении некоторых специфических для газовых опор приемов. Наиболее ответственной деталью является шпиндель (вал) скоростного узла, на который напрессован ротор электродвигателя или турбина пневмопривода (см. рис. 14). С точки зрения устойчивости от *полускоростного вихря* (см. гл. III) предпочтительно размещение ротора между подшипниками, но если неизбежно консольное расположение, то нужно стремиться к максимально возможному уменьшению массы, что уменьшит стабилизирующее давление (см. гл. VIII).

Рабочую часть вала предпочтительно выполнять одного диаметра, без уступов и выточек, что способствует равномерной термической обработке и точности макрогеометрии, так как при этом можно шлифовать с одного установка в центрах шлифовального станка. Необходимо обратить внимание на тщательность выполнения и доводки центровых отверстий вала. Центровые пояски должны быть узкими, без овала; этого легко добиться притиркой коническим притиром с мелкой абразивной пастой. При точных центровых отверстиях можно и на посредственном станке добиться хорошей круглости вала, используя неподвижные центры. В противном случае не поможет и станок высшей точности.

Валы высокоскоростных узлов изготавливают из высоколегированных инструментальных сталей типа P9 или P18, обладающих высокой износоустойчивостью и красностойкостью. Последнее важно с точки зрения охраны труда. При аварийной перегрузке вал на узком пояске контакта с кромкой подшипника может сильно разогреться. У углеродистых сталей это приводит к появлению круговой трещины и даже к отрыву переднего конца вала. Износоустойчивость уменьшает эрозионный износ от пыли и масла, присутствующих в сжатом воздухе, получаемом из заводских

сетей. Помимо тщательных нормализации и закалки нужно особое внимание обратить на отпуск, направленный на предупреждение последующего искривления в процессе хранения и эксплуатации готового вала вследствие остаточных внутренних напряжений. О важности этого вопроса можно судить по тому, что для вала диаметром 40 и длиной 300 мм допустимое биение при проворачивании на призмах не превышает 1,5 мкм. Для сталей указанных марок хорошие результаты дает отпуск в жидком азоте или трехкратный отпуск при 500° С.

Если шлифованием не достигается нужная точность вала, она может быть получена доводкой посредством чугунного разжимного кольца-притира с применением абразива (лучше алмазной пасты) и масла. Так же нужно поступать при исправлении повреждений рабочих поверхностей вала, образовавшихся вследствие его заклинивания в подшипнике. Выхваты, трещины и занижения рабочих поверхностей вала удалять не следует. Доводить нужно «вспученности», выступающие над поверхностью вала, до уровня этой поверхности.

Напрессовку нагретого до 350° С ротора, собранного из пакета пластин, производят с натягом. Для вала диаметром 40 мм электрошпинделя А48/15 натяг ротора равен 0,08 ... 0,10 мм. Это обеспечивает нормальную работу при частоте вращения до 60 тыс. об/мин.

Для предупреждения искривления вала при напрессовке посадочное отверстие ротора должно быть очень тщательно обработано. Длина посадки должна быть не больше диаметра; при большой длине ротора посадку следует осуществлять на двух разнесенных поясках. При необходимости длительного хранения законченных валов или шпинделей (с ротором) их следует подвешивать в вертикальном положении.

Рабочие поверхности углеграфитовых подшипников можно обрабатывать шлифованием или алмазной расточкой. Если оборудование не обеспечивает необходимой точности, следует оставить припуск 10 ... 20 мкм, который затем снимают с помощью гладких чугунных скалок, закрепляемых в патроне токарного станка. Доводку выполняют набором скалок, различающихся по диаметру на 3 ... 5 мкм со смачиванием бензином или спиртом с водой. Применение абразивов для доводки углеграфита недопустимо, так как зерна абразива шаржируют рабочую поверхность подшипника, что ускорит износ вала.

Теми же приемами исправляют поврежденную поверхность подшипника. Если же подшипник сильно изношен, т. е. диаметральный зазор превышает допускаемый (см. табл. 4), то производят подтяжку вкладыша в обойме. Сперва удаляют из гайки 8 штифт 9 (см. рис. 3). Затем легкими ударами молотка по массивному латунному или медному диску, наложенному на гайку, сдвигают вкладыш относительно обоймы на величину люфта в резьбе. При этом благодаря коническим поверхностям сопря-

Рис. 14. Кокиль для центробежной заливки медью обмотки ротора электродвигателя:

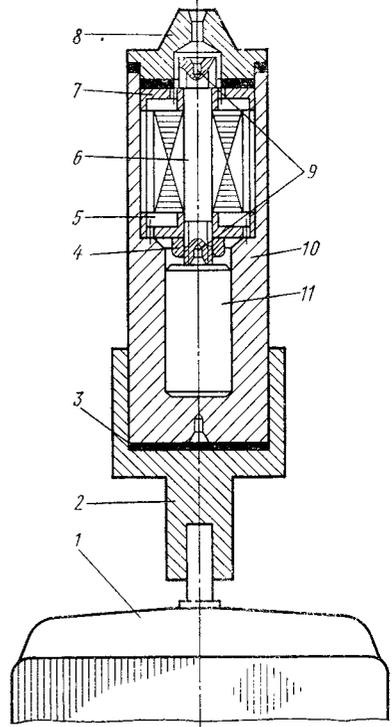
1 — двигатель; 2 — переходник; 3 — асбестовая прокладка; 4 — гайка; 5 — уровень меди после заливки; 6 — болт; 7 — кольцо; 8 — грибок; 9 — центра для механической обработки после заливки; 10 — обойма; 11 — медная болванка

жения вкладыша с обоймой внутренний диаметр вкладыша уменьшается. Довернув гайку до упора, повторяют подтяжку до тех пор, пока диаметр вкладыша не станет меньше требуемого на 3 ... 5 мкм. Окончательный размер доводят скалкой, после чего засверливают отверстие и устанавливают штифт 9. Подтяжкой можно уменьшить диаметр подшипника на 0,01 мм на каждые 10 мм.

Доводку углеродистых подпятников производят на доводочной плите с бензином. Более производительна доводка на плитке из витринного стекла толщиной 6 ... 10 мм. Плитку периодически правят на доводочной плите с крупнозернистым абразивом. Для доводки кольцевых подпятников применяют чугунные притиры.

Для обеспечения безвибрационной работы необходимо, чтобы вал в сборе с ротором был тщательно отбалансирован и не терял точности балансировки в процессе эксплуатации. Надежная балансировка возможна только в том случае, если вращающийся вал не имеет разъемных соединений и деталей, деформирующихся в работе. В шпинделях конструкции ЭНИМСа этот узел состоит из двух деталей, соединенных с большим натягом.

Как показал опыт, короткозамкнутый ротор, в котором «беличье колесо» выполнено из стержней, уложенных в пазы пакета, и припаянных к ним медных щек, деформируется при вращении под действием центробежных сил и нарушает точность балансировки. Поэтому «беличье колесо» ротора выполняют центробежной заливкой в стальном кокиле, нагреваемом до 1200° С (рис. 14). При этом стержни и коротко замыкающие кольца оказываются приваренными к пластинам ротора, что обеспечивает устойчивость балансировки, хотя и ухудшает несколько электрические параметры двигателя. Тарельчатая шайба 7, охватывающая короткозамыкающее медное кольцо, препятствует его пластической деформации. Кокиль срезают на токарном станке. Притирка торцов щитов и корпуса не представляет трудностей.



Для доводки кольцевых подпятников

Очистка сжатого воздуха

Обязательным условием нормальной работы шпиндельных узлов является надежная очистка сжатого воздуха от пыли, воды и масла. Загрязнение воздуха пылью приводит к засорению мелких отверстий, питающих смазочный зазор подшипника. Содержащаяся в воздухе вода способствует коррозии деталей шпинделя и арматуры, а масло разрушает графит. Пыль, вода и масло создают на рабочих поверхностях вала пленку, которая препятствует нормальному запуску шпинделя.

После компрессии основная масса механических примесей, воды и масла находится в воздухе в состоянии аэрозоля, т. е. в виде взвешенных в газообразной среде твердых или жидких частиц. Необходимо, чтобы эти частицы осели на какой-нибудь поверхности воздухоочистительного устройства. Осаждение аэрозоля (коагуляция) происходит и в результате соприкосновения частиц друг с другом под действием теплового (броуновского) движения и различных внешних воздействий. Для очистки воздуха используют оба процесса.

Водяные пары, содержащиеся в воздухе, в случае их конденсации при понижении температуры воздуха могут попасть внутрь подшипников (например, понижение температуры воздуха от 20 до 15° С повышает его относительную влажность с 75 до 100%, при этом начинается выпадение конденсата). Необходимо предусмотреть защиту шпинделя от заливания его большим количеством воды, внезапно выбрасываемым из пневмосистемы. Причиной образования водяных «пробок» является конденсация воды в воздухопроводе. Если сжатый в компрессоре воздух недостаточно охладить, то из него выпадет часть конденсата, а относительная влажность составит 100%. Поэтому достаточно какому-либо участку воздухопровода иметь пониженную температуру, как в нем начнет образовываться конденсат. Вода, стекая по стенкам труб, собирается в нижнем участке воздухопровода, сначала не препятствуя проходу воздуха. По мере накопления конденсата образуется «водяная пробка», которая под давлением сжатого воздуха прогоняется по трубопроводу и заливает присоединенные к нему аппараты.

Для ясного понимания закономерности конденсации воды в трубопроводах, что, в свою очередь, необходимо для сознательной борьбы с этим давлением, нужно знать следующее. В воздухе всегда содержится некоторое количество паров воды, определяемое массой паров воды в граммах на 1 кг массы воздуха. Это количество, называемое *влажностью* d (г/кг), не может превосходить максимально возможное влагосодержание (когда воздух насыщен водяными парами)

$$d_{\text{н}} = 622 \frac{p_{\text{нп}}}{p - p_{\text{нп}}},$$

здесь p — абсолютное давление воздуха; $p_{\text{нп}}$ — парциальное давление насыщенного водяного пара.

Отношение $\varphi = d/d_{\text{н}}$ называют относительной влажностью. Важно заметить, что $p_{\text{нп}}$ зависит только от температуры. Например, при $t = 10, 20, 30^\circ \text{C}$ $p_{\text{нп}}$ соответственно равно 0,0125, 0,0238, 0,0433 кгс/см².

Поэтому для воздуха с данным влагосодержанием $d < d_{\text{н}}$ существует точка росы — температура, при достижении которой в ходе охлаждения сжатого воздуха излишняя влага начинает конденсироваться на стенках трубопроводов. В хорошо организованном компрессорном хозяйстве нагретый в результате сжатия воздух охлаждают до 18 ... 20°С, что гарантирует от накопления конденсата в цеховой сети. Полагая, что всасываемый в компрессор атмосферный воздух имел относительную влажность $\varphi = 0,8$ при $t = 20^\circ \text{C}$, выясним, сколько воды должно выделиться в холодильнике компрессорной станции из воздуха, сжатого до $p = 7 \text{ кгс/см}^2$ при 20°С.

Влагосодержание атмосферного воздуха

$$d_a = 622 \frac{0,0238}{1 - 0,0238} 0,8 = 12,13 \text{ г/кг.}$$

Влагосодержание насыщенного сжатого воздуха

$$d_{\text{н}} = 622 \frac{0,0238}{7 - 0,0238} = 2,12 \text{ г/кг.}$$

Учитывая, что плотность воздуха, приведенного к нормальному состоянию, равна 1,3 кг/м³, найдем, что из каждого кубического метра всасываемого воздуха нужно выделить $(12,13 - 2,12) \times 1,3 = 13 \text{ г/м}^3$.

Более подробные сведения об очистке воздуха, рекомендации по устройству заводских сетей и другие сведения приведены в работе [24].

Если централизованная осушка и очистка сжатого воздуха недостаточна, то для защиты от заливания водой и предварительной очистки воздуха следует устанавливать перед шпинделем отстойник (рис. 15), в котором воздух несколько раз меняет направление движения и его скорость уменьшается. При этом из воздуха на дно отстойника выпадают пыль, вода и масло, вынесенные из компрессора. При достаточных размерах отстойник служит надежной преградой водяным «пробкам». Для бесперебойной работы отстойника, особенно в сырое время года,

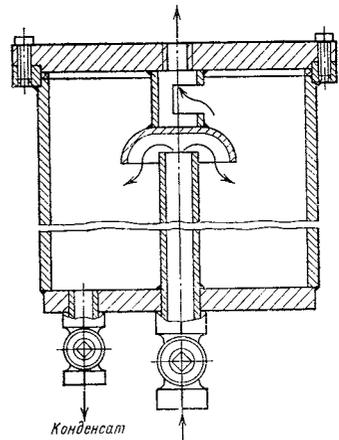


Рис. 15. Отстойник

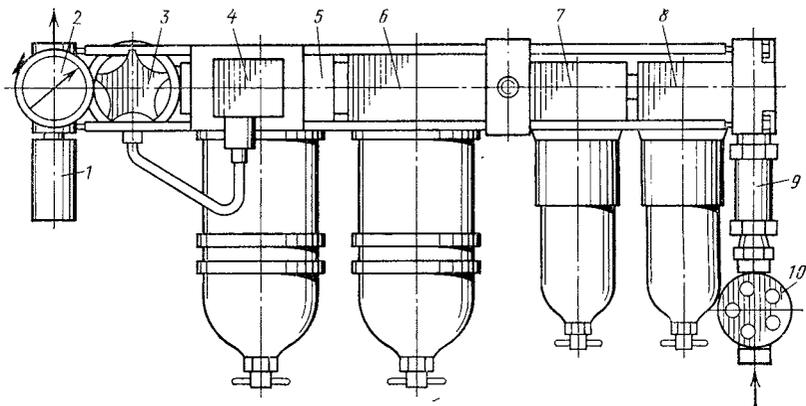


Рис. 16. Устройство очистки воздуха

необходимо периодически спускать накопившийся в нем конденсат.

Электро- и пневмошпиндели (см. табл. 1, 2), комплектуют устройством для очистки сжатого воздуха мод. П-ППВ $\frac{16-12}{10}$ (рис. 16), выпускаемым Симферопольским опытным заводом пневмоаппаратуры. После открытия запорного вентиля 10 сжатый воздух через обратный клапан 9 поступает в фильтр-влажнотделитель 8 с тонкостью фильтрации 40 мкм, затем в фильтр-влажнотделитель 7 с тонкостью фильтрации 5 ... 10 мкм, где последовательно очищается от влаги и твердых частиц размером более 5 ... 10 мкм. Далее воздух поступает в фильтр тонкой очистки 6 и осушитель 5, где очищается от влаги, масла и твердых частиц размером более 0,2 мкм. Редукционный пневмоклапан 3 обеспечивает поддержание постоянного давления воздуха в системе потребителя, а реле давления 4, включенное в систему блокировки, сигнализирует падение давления ниже допустимого предела.

Обратный клапан 9 предотвращает мгновенное падение давления при аварии в сети. Предохранение от чрезмерного давления осуществляется пневмоклапаном 1. Давление на выходе из устройства очистки показывает манометр 2. Рассмотренное устройство очистки предназначено для работы на сжатом воздухе,

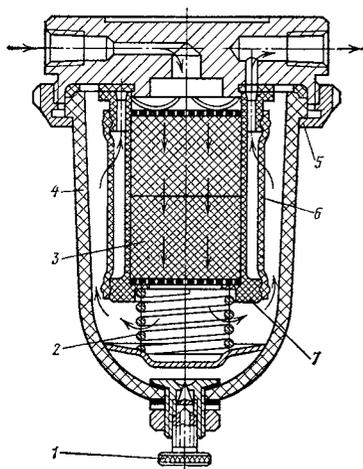


Рис. 17. Фильтр тонкой очистки

загрязненность которого не должна быть грубее 12-го класса по ГОСТ 17433—72. Очищенный воздух, используемый для питания опор скольжения с воздушной смазкой, должен быть не ниже 3-го класса. Его точка росы должна быть ниже минимальной рабочей температуры не менее чем на 10° С.

При малом расходе сжатого воздуха или иного газа можно воспользоваться фильтром воздуха для пневматических приборов типа ФВ-6 мод. 336 (рис. 17). Фильтрующим материалом 6 в нем является ткань ФПП, представляющая собой слой ультратонких волокон перхлорвинила, нанесенных на марлю. Средний диаметр волокон равен 1,5 мкм. Ткань ФПП обладает гидрофобными свойствами, устойчива к кислотам и щелочам. Для защиты ткани ФПП имеется ступень 3 предварительной фильтрации из стекловолокна ВСО-6 и УТВ-1. Для смены фильтрующего патрона 7 достаточно отвернуть накидную гайку 5 и снять колпак 4 и пружину 2. Для спуска конденсата, скапливающегося в нижней части колпака, служит винт 1. Предварительная очистка воздуха перед этим фильтром может быть осуществлена фильтром-влагоотделителем типа 2 или 3 по ГОСТ 17437—72.

III

Глава

Источники вибрации и способы стабилизации

Полускоростной вихрь

Подшипники с газовой смазкой наиболее широко применяют в высокоскоростных шпиндельных узлах. Малая вязкость газовой смазки позволяет осуществлять высокие скорости вращения, с трудом или вовсе неосуществимые при обычных опорах.

Известно много конструкций высокоскоростных опор с газовой смазкой. В подавляющем большинстве эти конструкции представляют собой модификации *аэродинамических подшипников*, так как их подъемная сила создается полностью или частично в результате вращения вала. Принцип действия простейшего аэродинамического подшипника — цилиндрической втулки без поддува сжатого газа — поясняет рис. 18. Когда шип не вращается, он лежит на дне подшипника (рис. 18, а), *эксцентриситет* e , равный при этом *среднему зазору* s , совпадает с направлением нагрузки на шип (часть вала, сопряженную с подшипником). Зазор между неподвижным шипом и подшипником, заполненный газом (в простейшем случае воздухом под атмосферным давлением), имеет неодинаковую толщину, он изменяется от нуля до величины $2s$ в верхней точке. Когда же шип начинает вращаться, газ, увлекаемый его поверхностью, вгоняется в клиновидный зазор между шипом и подшипником. В результате сжатия в смазочном слое возникает повышенное давление, которое и отделяет шип от подшипника. Величина устанавливающегося при этом эксцентриситета e (рис. 18, б) увеличивается с ростом нагрузки на шип.

Траектория центра шипа C под возрастающей нагрузкой, называемая *кривой подвижного равновесия* (K), обращена выпуклостью влево. Прямая OC — направление смещения центра шипа — повернута поэтому относительно направления нагрузки W на *угол смещения* φ (иногда называемый *углом положения*), уменьшающийся от φ_0 при $e = 0$ до нуля при $e = s$. Равнодействующая аэродинамического давления на шип (подъемная сила W смазочного слоя) уравнивает (пренебрегая весьма малой равно-

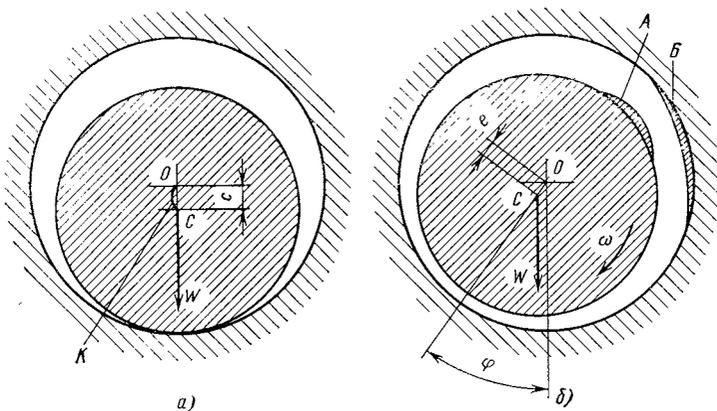


Рис. 18. Схема действия аэродинамического подшипника:
 К — кривая подвижного равновесия

действующей сил трения) внешнюю нагрузку на шип. Если нагрузка на шип постоянна и величина ее достаточна для обеспечения устойчивой работы, то шип занимает неизменное, *равновесное* положение относительно центра подшипника. Теория *стационарного режима* работы аэродинамического подшипника позволяет установить качественную и количественную связь нагрузки W и *момента трения* M с положением шипа в подшипнике в зависимости от заданных размеров и условий работы подшипника. Теория и основанная на ней методика расчета изложены в гл. IV—VI.

Угол смещения φ является первопричиной возможной потери устойчивости, проявляющейся в форме вибрации типа *полускоростного вихря*, т. е. вихревого движения оси шипа с угловой скоростью Ω , равной или близкой половине критической скорости вращения вала:

$$\Omega \leq \frac{\omega_k}{2}. \quad (3)$$

Исключение представляют короткие подшипники $\frac{L}{D} = 0,5$ с большими зазорами и поддувом извне, где $\frac{\Omega}{\omega} = 1/8 \dots 1/10$ и меньше.

Явление полускоростного вихря долгое время было одним из главных препятствий для широкого применения газовой смазки в высокоскоростных шпиндельных узлах. В настоящее время природа этого явления изучена и разработаны виброустойчивые подшипники различного принципа действия. Для уяснения этих принципов необходимо рассмотреть физическую природу полускоростного вихря и качественно оценить факторы, влияющие на его возникновение и подавление. Аналитическое исследование этого вопроса и методика расчета устойчивости изложены в гл. VIII—IX.

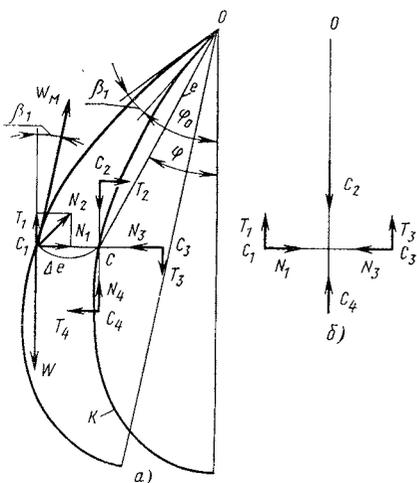


Рис. 19. Динамика возмущенного движения шипа в подшипнике

та же нагрузка W , но мгновенная равнодействующая давления смазочного слоя W_M изменилась по величине (стала больше) и направлению (повернулась на угол β вместе с кривой подвижного равновесия). На точку C_1 действуют поэтому неуравновешенные силы: N_1 — восстанавливающая сила, стремящаяся вернуть точку C_1 в исходное положение, и T_1 — возмущающая сила, которая вызывает вихревое движение шипа по часовой стрелке, т. е. в направлении вращения вала. Обе силы пропорциональны отклонению Δe от равновесного положения.

Аналогичную картину можно наблюдать в любой точке в окрестности равновесного положения C . В точке C_3 , например, $W_M < W$, а угол β_3 имеет обратный знак. Поэтому сила N_3 по-прежнему направлена к точке C , а сила T_3 — вниз, создавая вихрь в том же направлении (по часовой стрелке).

Если бы угол φ равнялся нулю, то в противоположных точках C_1 и C_3 (рис. 19, б) силы T_1 и T_3 создавали бы ускорения противоположного знака и вихрь не мог бы развиваться.

В результате вихревого движения точки C , возникающего под действием сил T , к этой точке оказывается приложенной центробежная сила инерции, пропорциональная половине массы вала m (в простейшем случае цилиндрического вихря симметричного вала, вращающегося в двух подшипниках) и квадрату угловой скорости вихря Ω . Последняя, ускоряясь, стремится к предельному значению выражения (3). Дальнейшее развитие процесса определяется *средней величиной* восстанавливающей силы N_c за один виток вихря. Если $N_c > \frac{1}{2} m\Omega^2 \Delta e$, то вихревое движение, возбуждаемое повторяющимися на каждом обороте вала

Равновесное положение вращающегося шипа в подшипнике, строго говоря, не имеет места. Оно существовало бы только в том случае, если бы шип и подшипник имели абсолютно точную цилиндрическую форму. В действительности всегда имеются отклонения от правильной формы (см. табл. 3), изображенные условно на рис. 18, б. При встрече участков А и Б возникает импульс силы, заставляющий центр шипа отклониться от равновесного положения.

Пусть C_1 — возмущенное положение центра шипа, C — равновесное положение (рис. 19, а).

В точке C_1 на шип действует

импульсами силы, подавляется, т. е. движение устойчиво. На границе устойчивости

$$N_c = \frac{1}{2} m\Omega^2 \Delta e \leq \frac{1}{8} m\omega_k^2 \Delta e$$

и устойчивое вращение вала сопровождается установившимся микровихрем шипа с малой амплитудой и угловой скоростью Ω вокруг точки C (так называемый предельный цикл). Учитывая, что составляющая N_c пропорциональна Δe , выразим N_c через жесткость смазочного слоя

$$G_N = \frac{N_c}{\Delta e}.$$

Полагая $\Omega \approx \omega/2$, найдем условие устойчивости

$$G_N \geq \frac{1}{2} m\Omega^2 \approx m \frac{\omega_k^2}{8}. \quad (4)$$

Если жесткость меньше этой величины, то устойчивость теряется и микровихрь переходит в развернутый вихрь с амплитудой c , когда шип обегает поверхность подшипника, к которой он прижат переменной силой, складывающейся из внешней нагрузки W и центробежной силы:

$$F_{ц} = \frac{1}{2} m\Omega^2 c.$$

Вращение вала в режиме развернутого полускоростного вихря сопровождается сильной вибрацией и шумом. Длительная работа в этом режиме неизбежно приводит к аварии, так как в результате трения без смазки при большой относительной скорости и значительном давлении температура на поверхности контакта достигает очень большой величины. Измерения показывают, что мощность, затрачиваемая на трение в подшипниках, возрастает при развернутом вихре в десятки раз.

Рассмотренные закономерности неустойчивости типа полускоростного вихря позволяют объяснить наблюдаемые на практике явления и выявить возможные пути предотвращения неустойчивости. Ротор с горизонтально направленной осью, нагруженный только своим весом и вращающийся устойчиво в аэродинамических подшипниках, теряет устойчивость при повышении частоты вращения сверх некоторой критической скорости ω_k , величину которой определим из выражения (4):

$$\omega_k \leq 2 \sqrt{\frac{2G_N}{m}}. \quad (5)$$

Выражение (4) показывает, что необходимая для устойчивой работы жесткость G_N растет пропорционально квадрату частоты

вращения. Но жесткость аэродинамической подушки зависит в основном только от нагрузки на шип $W = \frac{1}{2} mg$, которая остается постоянной. С повышением скорости вращения подъемная сила подшипника возрастает. Эксцентриситет e_1 поэтому уменьшается до e_2 (рис. 20) и жесткость, равная производной

$$G = \frac{dW}{de} = \operatorname{tg} \alpha,$$

хотя и возрастает, но совершенно недостаточно по сравнению с тем, что требует условие (5).

Рассмотрим зависимость устойчивости вращающегося вала, нагруженного только своей силой тяжести, от положения его оси. При горизонтальном положении оси вала шип под действием силы тяжести расположен в подшипнике с эксцентриситетом и имеет определенную критическую скорость ω_k . Если вал вращается с некоторой постоянной скоростью $\omega < \omega_k$, то вращение будет устойчивым. Не меняя угловую скорость ω , станем поворачивать узел вала с аэродинамическими подшипниками из горизонтального положения в вертикальное. При некотором угле β наклона оси к горизонтали появится полускоростной вихрь. Действительно, так как радиальная нагрузка на подшипники уменьшилась до $mg \cos \beta < mg$ при сохранении массы m , то уменьшилась и жесткость (см. рис. 20), а с ней — критическая скорость ω_k . Устойчивость можно восстановить, уменьшив скорость вращения ω , затем вновь увеличить угол β и т. д. При $\beta = 90^\circ$, однако, выявится противоречие, с приведенной на рис. 19 упрощенной картины развития полускоростного вихря. Жесткость аэродинамического подшипника уменьшается с уменьшением эксцентриситета e , но, как видно из рис. 20, лишь до определенного предела: угол наклона касательной к кривой в точке, соответствующей $e = 0$, больше нуля. Поэтому можно ошибочно заключить, что при вертикальном положении оси возможна устойчивая работа, так как согласно выражению (5) критическая скорость уменьшается при $e = 0$ до конечной величины. Опыт показывает, что в действительности устойчивая работа вертикального ненагруженного

вала невозможна, т. е. $\omega_k|_{e=0} = 0$.

Указанное противоречие явилось результатом того, что для определения жесткости смазочного слоя при нестационарном процессе, каким является вихревое движение шипа в окрестности равновесного положения S , мы воспользовались *стационар-*

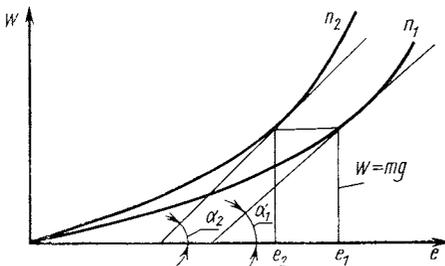


Рис. 20. Зависимость жесткости смазочного слоя от частоты вращения

нарной равновесной кривой, определяя мгновенную жесткость G в возмущенных положениях C_1, C_2 и т. д. по зависимости подъемной силы W от e для стационарного процесса. Такой прием допустим для начальной стадии развития вихря, когда Ω мало. Но при $\Omega \approx \frac{\omega}{2}$ мгновенная жесткость G_N , являясь продуктом совместного действия на смазочный слой вращения вала и вихревого движения его оси, не равна G_N для стационарного процесса. Ее определение в общем случае при $e > 0$ представляет сложную задачу (см. гл. IX). Для выяснения интересующего нас вопроса достаточно это сделать для предельного случая, когда $e = 0$, что объяснит причину невозможности устойчивой работы при $\beta = 90^\circ$.

Экспериментальное исследование показывает, что полускоростной вихрь проявляется в двух формах: цилиндрический вихрь — когда ось вала описывает вокруг оси подшипника круговой цилиндр, совершая поступательное движение вместе с центром инерции вала; конический вихрь — когда ось вала описывает круговой конус с вершиной в центре инерции вала, он свойственен длинным валам с консольными концами.

При цилиндрическом полускоростном вихре вал колеблется поступательно, поэтому достаточно определить закон движения центра инерции C с массой $\frac{m}{2}$ под действием приложенных к нему сил. Возникший в результате взаимодействия искажений формы A и B (рис. 21, а) первичный эксцентриситет OC вызывает появление смазочного клина с зонами избыточного давления (+) и вакуума (-). Равнодействующую аэродинамических сил,

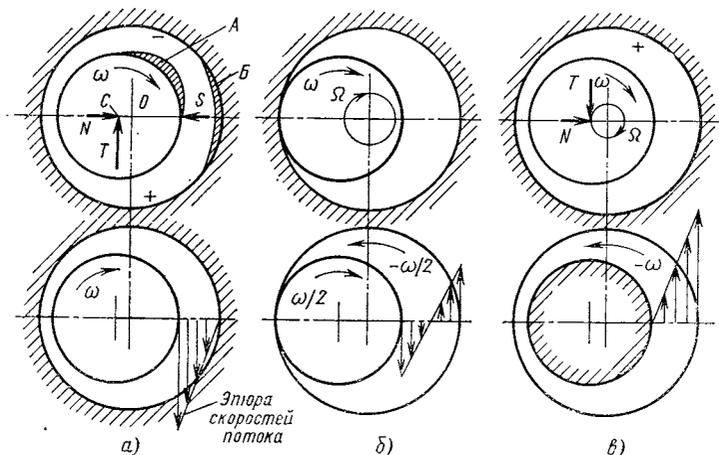


Рис. 21. Схема развития полускоростного вихря:

а — $\Omega \rightarrow 0$ — начало вихря; б — $\Omega = \frac{\omega}{2}$ — вихрь развился, поток смазки равен нулю; в — $\Omega = \omega$ — вихрь тормозится

появившихся при этом, разложим на тангенциальную T и нормальную N составляющие. Сила N могла бы вернуть точку C в исходное положение, так как с поворотом вала действие возмущающего импульса прекращается. Но повторяющиеся при каждом обороте импульсы снова создают эксцентриситет между шипом и подшипником, а тем временем сила T ускоряет движение точки C в направлении действия силы. В результате совместного действия разгоняющей тангенциальной силы T и создающей нормальное ускорение восстанавливающей силы N точка C движется с возрастающей угловой скоростью Ω по круговой орбите с центром в точке O . Покажем, что в итоге переходного процесса частота вихревого движения примет установившуюся величину

$$\Omega|_{e=0} = \frac{\omega}{2}. \quad (6)$$

Для доказательства предположим, что скорость вихря достигла величины $\Omega = \omega$ (рис. 21, в). Чтобы выяснить, возможно ли это, сообщим предварительно всей системе воображаемое дополнительное вращение со скоростью $-\omega$. Тогда линия центров шипа и подшипника OC окажется неподвижной на плоскости. Поскольку относительно этой линии шип неподвижен, а подшипник вращается со скоростью $-\omega$, то давления в смазочном слое имеют теперь знаки, обратные знакам, указанным на рис. 21, а, так как поток смазки направлен в противоположную сторону. Сила T , сохранив прежнюю величину, переменяла знак на обратный, уже не разгоняя, а тормозя вихревое движение шипа. Следовательно, наше предположение неправильно и разгон должен прекратиться при $\Omega = \frac{\omega}{2}$, когда T , меняя знак на обратный, обращается в нуль (рис. 21, б). Для того чтобы при этой скорости вихря остановить линию OC , сообщим системе дополнительное вращение со скоростью $-\frac{\omega}{2}$. При этом обнаруживаем, что в смазочном зазоре уже не могут образоваться зоны давления разных знаков, так как поверхности шипа и подшипника имеют относительно линий центров одинаковые, но противоположно направленные окружные скорости и поток смазки равен нулю.

Таким образом, при полускоростном вихре в центральном положении вала подшипник теряет подъемную силу и ее составляющие обращаются в нуль: $T|_{e=0} = 0$; $N|_{e=0} = 0$, откуда следует

$$G_N|_{e=0} = 0. \quad (7)$$

Первое из этих равенств доказывает справедливость соотношения (6), второе — невозможность устойчивой работы в центральном положении. Из выражений (7) и (5)

$$\omega_k|_{e=0} = 0. \quad (8)$$

Устойчивость в этом случае достигается применением циркулярного поддува, описанного ниже. Если же поддува нет, микро-вихрь переходит в чреватый аварией развернутый вихрь.

Методы подавления полускоростного вихря

Трудности, с которыми сталкивается конструктор при создании высокоскоростных шпиндельных узлов, возрастают с повышением заданной частоты вращения при использовании любых опор. Но характер этих трудностей различен для опор разных видов. Для подшипников качения основная трудность заключается в обеспечении удовлетворительной долговечности, которая быстро уменьшается с ростом частоты вращения. Долговечность подшипников качения может быть улучшена высоким качеством изготовления и эксплуатации.

В подшипниках скольжения с жидкостной смазкой неустойчивость предотвращается большой демпфирующей способностью смазочных жидкостей. Лимитирующим фактором являются в этом случае большие потери на трение, из-за которых практически неосуществимы скорости скольжения более 20 ... 25 м/с.

Для опор с газовой смазкой неустойчивость, возникающая от того, что критическая частота оказалась меньше требуемой рабочей угловой скорости, является главной трудностью, которую приходится преодолевать при отладке новой конструкции высокоскоростного узла. Если эта трудность преодолена, то в долговечности газовых подшипников можно не сомневаться — при работе со сколь угодно высокими скоростями их долговечность практически неограничена.

Основной задачей конструктора высокоскоростных машин и приборов с газовыми подшипниками является, таким образом, доведение критической скорости выбранных подшипников до необходимой величины.

Представленная на рис. 18 простейшая аэродинамическая опора, состоящая из гладких цилиндрических шипа и подшипника, в машиностроении не применяется по следующим основным причинам: низкой критической скорости, износу при пуске и выбеге (такая опора имеет важное применение в приборостроении в качестве подшипника ротора гироскопа, где нельзя осуществить поддув; перечисленные недостатки преодолены использованием сверхтвердых материалов и минимального зазора $2c = 1,5 \dots 3$ мкм; при таком зазоре в смазочном слое развиваются значительные силы инерции, подавляющие полускоростной вихрь), загрязнению смазочного зазора воздухом, всасываемым из атмосферы, малой несущей способности.

Критическая скорость аэродинамической опоры может быть повышена выполнением спиральных канавок на шипе, ступенек

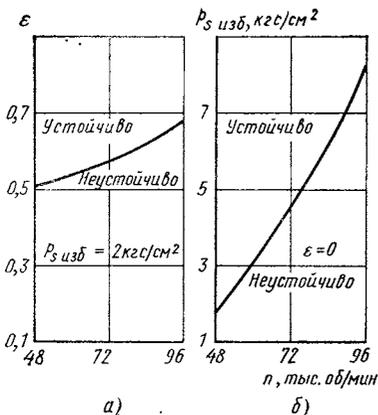


Рис. 22. Стабилизация вала поддувом при повышении частоты вращения:

а — в дифференциальном подшипнике — увеличением эксцентриситета ϵ ; б — в аэроstaticеском подшипнике — повышением давления поддува p_s

или скосов в подшипнике. Хорошей устойчивостью обладает подшипник, состоящий из трех самоустанавливающихся сегментов. В этих опорах возможно также устойчивое вращение при $e = 0$. Подобные опоры нашли специальное применение, но для общего машиностроения они

слишком сложны и неудовлетворительны по несущей способности.

Перечисленные недостатки устраняются поддувом в подшипник сжатого газа. Одновременно решается и проблема устойчивости от полускоростного вихря, так как поддув увеличивает жесткость газовой смазочного слоя.

Наиболее известен *аэроstaticеский* подшипник, где взвешивание при запуске, несущая способность (предельная допустимая подъемная сила $W_{пр}$) и жесткость достигаются поддувом сжатого газа через осесимметричную систему отверстий — *циркулярный поддув* (см. рис. 23). Если $\epsilon > 0$, то при быстром вращении к аэроstaticеской подъемной силе W и жесткости G , которые пропорциональны давлению поддува p_s , добавляется аэродинамическая составляющая.

Если p_s не ограничено, то гибридный подшипник может удовлетворить любым требованиям по жесткости. Например, в электрошпинделе для скоростного шлифования мод. А48/15 подшипник диаметром 40 мм, питаемый сжатым воздухом при $p_{s \text{ изб}} = 15$ кгс/см^2 , имеет в статике жесткость $G = 10$ кгс/мм , а в динамике $W_{пр} = 20$ кгс .

В высокоскоростных внутришлифовальных шпинделях, питаемых сжатым воздухом от заводской сети, давление поддува ограничено $p_{s \text{ изб}} = 4$ кгс/см^2 . Многолетний опыт ЭНИМСа привел к выводу, что для этих узлов предпочтительно применение *дифференциального* подшипника. Высокая устойчивость этого подшипника достигается дополнительной радиальной нагрузкой на шип, создаваемой односторонним поддувом сжатого воздуха в аэродинамический подшипник (см. рис. 29). Дополнительная нагрузка увеличивает эксцентриситет центра шипа, повышая этим жесткость и критическую скорость (рис. 22, б). Поддув повышает также и несущую способность (см. гл. V). Достоинством этого подшипника является также меньшая сравнительно

с гибридным чувствительность к засорению питающих отверстий недостаточно очищенным сжатым воздухом.

Малое стабилизирующее давление (давление, достаточное для подавления полускоростного вихря) дифференциального подшипника определяется тем, что его устойчивость при неизменном p_s быстро возрастает с увеличением эксцентриситета ε (рис. 22, а), тогда как у аэростатического подшипника при $\varepsilon \rightarrow 0$ стабилизирующее давление p_s растет пропорционально ω^2 (рис. 22, б). Расчет к рис. 22 см. в приложении 11.

Применение дифференциальных подшипников позволило решить проблему создания электро- и пневмошпинделей на частоты вращения до 300 тыс. об/мин при ограниченном давлении поддува, чего не удалось добиться с гибридными подшипниками. Более того, и в шпинделях большой мощности дифференциальные подшипники оказались предпочтительными по качеству шлифования и пониженной чувствительности к дисбалансу шлифовального круга.

Аэростатические подшипники, безусловно, предпочтительны в тяжелых шпиндельных узлах с невысокой частотой вращения, например в алмазно-расточных головках, шпиндельных узлах круга наружного шлифования и, особенно, в передних бабках тяжелых внутришлифовальных станков, где необходимо хорошее взвешивание при установке заготовки.

В заключение отметим еще два метода повышения устойчивости от полускоростного вихря.

1. Снижение угловой скорости Ω полускоростного вихря с помощью внутреннего демпфирования. В этом случае правильнее говорить о дробно-скоростном вихре. Из формулы (4) видно, что если, например, $\Omega = \frac{\omega}{4}$, то при неизменной жесткости G можно увеличить критическую скорость в 2 раза. Такой эффект может быть достигнут использованием короткого подшипника с большим зазором и циркулярным поддувом. Малые жесткость и несущая способность делают такие подшипники неприемлемыми для шлифовальных шпинделей.

2. Гашение полускоростного вихря внешним демпфированием. Оно достигается установкой подшипников в демпферы, которые в простейшем случае представляют собой упругие резиновые кольца. Такое устройство широко используют в зубообрабатывающих сверлильных головках, имеющих частоту вращения 200 ... 300 тыс. об/мин [25].

Циркулярный подшипник

Аэростатический (гибридный) подшипник с циркулярным поддувом (циркулярный подшипник) представляет собой цилиндрическую втулку, снабженную отверстиями для поддува

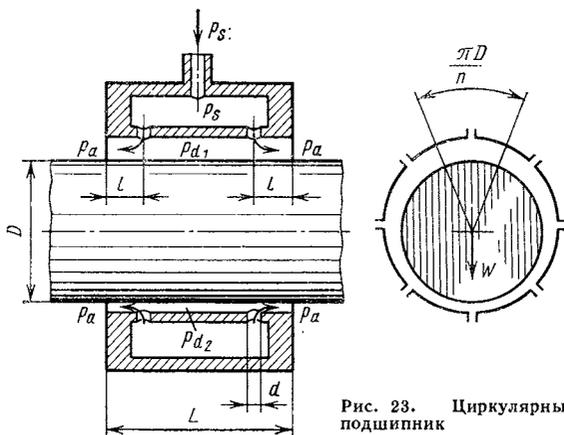


Рис. 23. Циркулярный подшипник

сжатого газа (рис. 23), расположенными симметрично по окружности. Сжатый газ, подаваемый под давлением p_s в окружающую втулку камеру, проходит через два ряда отверстий (в коротких подшипниках ограничиваются одним рядом отверстий посередине втулки) в смазочный зазор. В каждом ряду по окружности равномерно распределены 6 ... 12 отверстий, имеющих ступенчатую форму: диаметр выходной части равен 0,1 ... 0,5 мм, а входной, для облегчения сверления, 1,5 ... 3 мм. Выходное отверстие окружают карманом (рис. 24), повышающим жесткость смазочного слоя. Диаметр выходного отверстия рассчитывают таким, чтобы жесткость аэростатического смазочного слоя была максимальной при заданном давлении поддува.

Подаваемый в подшипники сжатый газ выполняет четыре функции: 1) предотвращает возникновение полускоростного вихря; 2) исключает возможность попадания в смазочный зазор абразивной пыли, воды и агрессивных газов и одновременно устраняет необходимость защиты подшипников какими-либо уплотняющими устройствами; 3) устраняет трение без смазки при пуске и останове; 4) повышает жесткость и несущую способность гибридного подшипника («гибрид» аэростатического и аэродинамического подшипников).

Рассмотрим работу циркулярного подшипника при невращающемся вале. Если шип не нагружен радиальной силой, то он в результате поддува занимает в подшипнике центральное положение (рис. 24, а). При этом давление газа в зазоре по окружности размещения отверстий одинаково и равно p_d . Если отверстия достаточно малы, то $p_d < p_s$. Когда же под действием радиальной нагрузки шип смещается вниз, то давление в этой зоне увеличивается, так как сопротивление протеканию газа через зазор обратно пропорционально величине зазора в третьей степени, а сопротивление вытеканию газа через кольцевую щель,

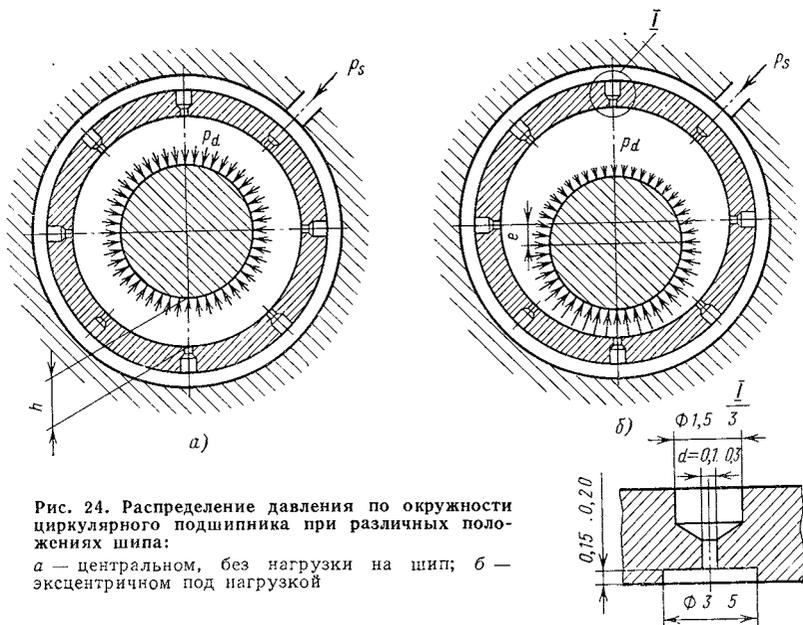


Рис. 24. Распределение давления по окружности циркулярного подшипника при различных положениях шипа:
 а — центральном, без нагрузки на шип; б — эксцентричном под нагрузкой

окружающую отверстие, — величине зазора в первой степени. Одновременно в верхней части зазора давление газа уменьшается и по окружности распределяется примерно так, как показано на рис. 24, б.

Давление p_d на выходе из отверстия удовлетворяет условию $p_a < p_d < p_s$, где p_a — атмосферное давление. Отношение давлений p_d/p_s зависит от сопротивления отверстия. Если диаметр отверстия d слишком велик, то $p_d/p_s \rightarrow 1$ и жесткость смазочного слоя недостаточна, так как p_d будет мало изменяться при появлении эксцентриситета, $dp_d/de \rightarrow 0$; если же d слишком мало, то $p_d/p_a \rightarrow 1$ и жесткость тоже стремится к нулю. Максимальная жесткость получится в том случае, когда диаметр отверстия d имеет некоторое оптимальное для данного подшипника и давления поддува p_s значение, которому соответствует оптимальное отношение давлений p_d/p_s . Максимальная подъемная сила $W_{\text{пр}}$ достигается при несколько меньшей величине $d_{\text{опт}}$. Теория и методика расчета циркулярного подшипника рассмотрены в гл. VII и VIII.

На рис. 24 представлены упрощенные эпюры давлений по окружности отверстий поддува. В действительности, в промежутках между отверстиями имеет место понижения давления (депрессия), уменьшающее оптимальные величины G и W . Влияние депрессии уменьшается с ростом числа отверстий, но это решение мало приемлемо с технологической и эксплуатационной точек зрения, так как одновременно уменьшается диаметр d . Более эффективна

проточка через отверстия поддува круговой микроканавки (более подробные сведения об устройстве отверстий и микроканалов см. в гл. II).

Синхронный вихрь от дисбаланса

Высокоскоростные валы подвергают тщательной динамической балансировке, так как дисбаланс вызывает их вибрацию. Остаточный дисбаланс определяется величиной расхождения физической и геометрической осей вала. В общем случае эти оси скрещиваются в пространстве, т. е. расстояние между ними переменное. Рассмотрим простейший случай параллельности физической и геометрической осей, т. е. при $e = \text{const}$. Свободный вал вращался бы вокруг физической оси, являющейся одной из главных центральных осей инерции, с биением, равным $2e$. Воздействие на шип смазочного слоя подшипников уменьшает биение при малой частоте вращения. По мере повышения угловой скорости биение возрастает до максимальной величины при резонансе скорости вращения ω с частотой собственных колебаний системы шип — смазочный слой. Полагая, что на каждый шип приходится масса $\frac{m}{2}$, найдем по известной формуле [19] резонансную частоту колебаний вала

$$\omega_p = \sqrt{\frac{2G}{m}}, \quad (9)$$

где по-прежнему G — жесткость смазочного слоя каждого из двух подшипников; m — масса вала. Затем амплитуда биения опять уменьшается.

Вибрация вала, вызванная дисбалансом, также осуществляется в форме кругового вихря, который, в отличие от полускоростного, называют *синхронным вихрем*, так как его угловая скорость равна угловой скорости вращения вала.

Отличительным признаком вибрации типа синхронного вихря является то, что она не прекращается при уменьшении угловой скорости вала. Ее нельзя также устранить повышением давления поддува, в том числе циркулярного. Как видно из формулы (9), усиление поддува может лишь сместить точку резонанса в сторону больших скоростей (в результате увеличения жесткости G). Амплитуда синхронного вихря хорошо отбалансированного вала в резонансной точке невелика, что говорит о значительной величине демпфирования, создаваемого газовым смазочным слоем.

Сравнив выражения (9) и (5), замечаем, что их правые части одинаковы по форме. Жесткости G , входящие в обе эти формулы, строго говоря, не совсем одинаковы, но достаточно близки, чтобы,

сравнив указанные формулы, найти простую связь критической и резонансной угловых скоростей:

$$\frac{\omega_k}{\omega_p} \approx 2. \quad (10)$$

Это свойство, подтвержденное экспериментально, используют при отладке высокоскоростных шпиндельных узлов с частотами вращения порядка 100 000 об/мин и более. Отладку таких узлов производят, постепенно повышая угловую скорость до заданной величины ω_3 . Основное препятствие к достижению ω_3 представляет обычно появление при скорости $\omega_k < \omega_3$ полускоростного вихря, который приводит к повреждению рабочих поверхностей опоры, так как шип, обтекающий стенки подшипника, прижат к ним центробежной силой большой величины (пропорциональной квадрату частоты). Этого можно избежать, определив по частотомеру величину ω_1 . Если окажется, что $\omega_p > \omega_3/2$, то, как следует из формулы (10), нужно повысить жесткость подшипников одним из способов, описанных выше, или уменьшить массу вала. Последнее можно сделать, выполнив вал полым или заменив сталь более легким металлом, например дуралюмином.

При отладке по такому методу устраняется опасность аварии не только путем уменьшения частоты вращения, с которой производится опыт, но и благодаря тому, что при синхронном вихре шип не касается подшипника, как при полускоростном вихре, когда смазочный слой лишается подъемной силы.

Отыскивать резонансную точку удобно с помощью электронного осциллографа и емкостного датчика (см. гл. XV). В резонансной точке радиус синхронного вихря оказывается наибольшим. Этот эффект может быть усилен введением искусственного дисбаланса, так как опыт показал, что последний практически не влияет на величину критической скорости (см. гл. XV).

Обладая внешним сходством, явления синхронного и полускоростного вихря различны по существу. При удовлетворительной балансировке синхронный вихрь не представляет опасности для узла, так как его амплитуда ограничена. Полускоростной и дробно-скоростной вихри опасны, так как сопровождающая их большая работа трения без смазки приводит к аварии.

Если по экспериментальным данным построить график зависимости амплитуды колебаний вала от его угловой скорости, то окажется, что кроме двух пиков, соответствующих частотам ω_p и ω_k , наблюдается еще пик, отмечающий резонансную точку угловых колебаний вала, который возникает вследствие упомянутого выше углового смещения геометрической и физической осей. Частота этих колебаний

$$\omega_{py} = \sqrt{\frac{G l_p^2}{J}}, \quad (11)$$

где l_n — расстояние между серединами подшипников; J — экваториальный момент инерции. Эта частота может быть больше или меньше частоты поступательных колебаний вала, определяемой по формуле (9).

Короткий циркулярный подшипник

Уменьшение относительной длины циркулярного подшипника и увеличение среднего зазора приводит к качественному изменению свойств подшипника.

Экспериментальное исследование [33] показало, что в результате внутреннего демпфирования в смазочном слое таких подшипников отношение угловой скорости вихря Ω к угловой скорости ω может уменьшаться до $1/8 \dots 1/10$ вместо $1/2$ в обычных подшипниках. Соответственно увеличивается и критическая скорость ω_k , что позволяет осуществить при таких подшипниках очень высокие частоты вращения. Устройство узла опор испытательного стенда и размеры его подшипников представлены на рис. 25, а основные результаты опытов, в ходе которых изменялись только средний зазор s в пределах $10 \dots 80$ мкм и давление поддува $p_s = 1 \dots 6$ кгс/см² — на рис. 26. Опыты проводились при верти-

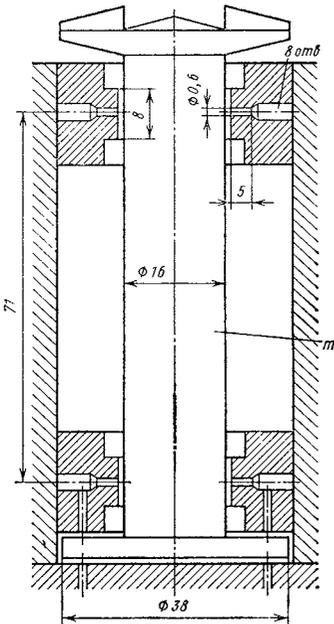


Рис. 25. Узел опор испытательного стенда с короткими циркулярными подшипниками (масса ротора $m = 0,013$ кг)

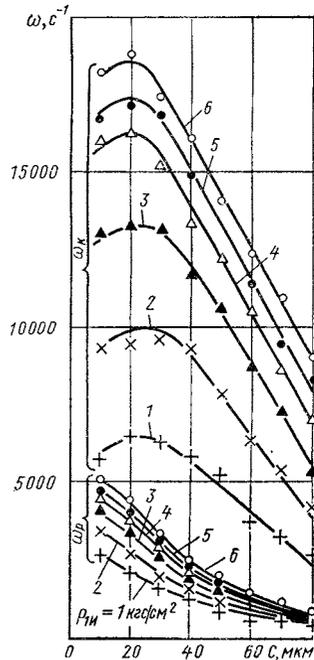


Рис. 26. Частоты собственных колебаний и порог устойчивости вала в коротких циркулярных подшипниках

кальном положении вала, т. е. при отсутствии нагрузки. Для каждой пары величин зазора c и давления p_s в процессе постепенного повышения частоты вращения ω с помощью емкостного датчика определялось отношение частоты вихря Ω к критической частоте ω_k .

Сначала определялась резонансная частота ω_p , при которой амплитуда синхронных колебаний максимальна. Полученные зависимости частоты ω_p от зазора c при разных давлениях поддува представлены в нижней части рис. 26. В соответствии с уравнением (9) частота резонансных колебаний ω_p увеличивается с уменьшением зазора и ростом давления поддува, так как повышается жесткость G .

Продолжая опыт, повышают частоту вращения вала до момента потери устойчивости при некоторой критической величине ω_k . Дробность вихря равна измеренному в опыте отношению ω_p/ω_k , которое определяется на экране осциллографа непосредственно перед потерей устойчивости количеством волн частоты Ω дробно-скоростного вихря, уменьшающихся на волне синхронного вихря (рис. 27). Измеренное число волн равно обратному отношению резонансной и критической частот.

Зависимость ω_k от c для разных $p_{s \text{ изб}}$ представлена на верхней части рис. 26. Ее сопоставление с нижними кривыми показывает, что дробность вихря уменьшается с увеличением зазора c и давления $p_{s \text{ изб}}$. Например, при $c = 80$ мкм и $p_{s \text{ изб}} = 6$ кгс/см² она минимальна: $\omega_p/\omega_k = 750/9000 = 0,08$. Но абсолютная величина критической скорости с уменьшением c повышается до максимума $\omega_k = 18\ 000$ с⁻¹ (172 000 об/мин) при оптимальном зазоре $c = 25$ мкм. Затем ω_k опять уменьшается так, что $\frac{\omega_p}{\omega_k} \Big|_{c \rightarrow 0} \rightarrow 0,5$.

Рассмотренные особенности коротких подшипников позволяют применять их в тех случаях, когда требуются очень высокие частоты вращения при небольшой подъемной силе, например в турбодетандерах для сжижения газов и в высокоскоростных шпиндельных узлах для физических исследований. На рис. 28 представлен такой шпиндель с диапазоном частот вращения 150 ... 300 тыс. об/мин. Диаметр подшипников 12 мм, средний зазор $c = 18$ мкм (диаметральный зазор $2c = 35$ мм). Эти подшипники

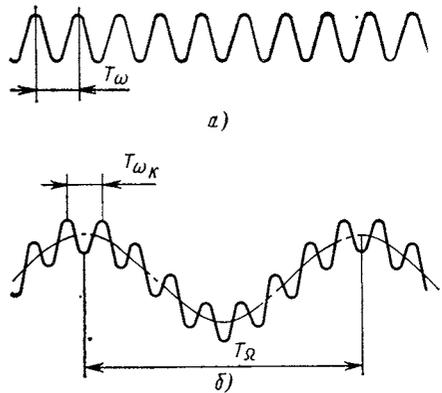


Рис. 27. Схема определения частоты дробно-скоростного вихря: а — синхронный вихрь; б — наложение дробно-скоростного вихря на синхронный вихрь

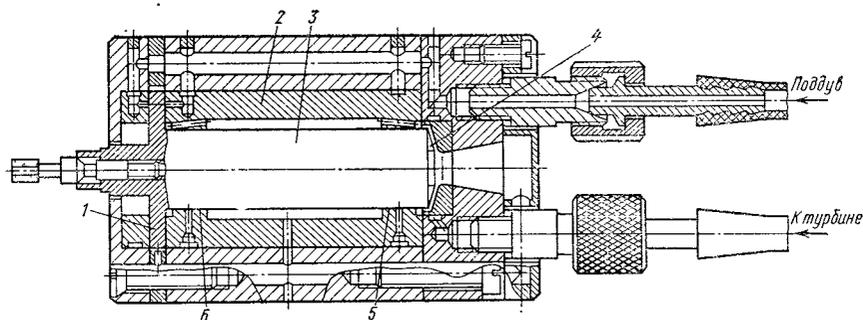


Рис. 28. Высокоскоростной шпиндельный узел на коротких подшипниках:
 1 — двусторонняя пята; 2 — блок подшипников; 3 — ротор; 4 — радиальная центробежная турбина; 5, 6 — короткие подшипники

устойчивы против вихря и просты в изготовлении. Малая длина и большой зазор снижают требования к соосности и точности изготовления подшипников, которые могут выполняться с более грубыми допусками. Одновременно уменьшается расход воздуха на привод турбины, так как мощность трения здесь примерно в 6 раз меньше (25 Вт при 300 тыс. об/мин), чем у пневмощпинделя А150-300 (см. табл. 2).

Почему же дробность вихревой неустойчивости оказалась в описанных экспериментах меньше 0,5? При рассмотрении природы полускоростного вихря было показано, что в процессе развития вихревого движения разгоняющая сила T уменьшается и при $\Omega/\omega = 0,5$ она обращается в нуль, так как вихревое движение оси неподвижного шипа с угловой скоростью $\Omega/2$ создает такой же поток смазки, как вращение вала с угловой скоростью $\omega = \Omega/2$, но противоположного направления.

Подъемная сила подшипника заданных размеров полностью определяется величиной потока смазки относительно линии центров, т. е. ее объемным расходом q в л с, зависящим только от угловой скорости ω . Поток создается в результате увлечения газа поверхностью вращающегося элемента, которым может быть как шип, так и подшипник. При одновременном вращении шипа с угловой скоростью ω и подшипника с угловой скоростью ω_1 объемный расход будет поэтому такой же, как при вращении одного шипа с приведенной угловой скоростью

$$\omega_{\text{пр}} = \omega + \omega_1. \quad (12)$$

Отсюда видно, что при вращении вала и подшипника относительно линии центров с одинаковой угловой скоростью, но в противоположных направлениях $\omega_{\text{пр}} = \omega - \omega = 0$; $q = 0$ и подъемная сила равна нулю, как это имеет место при полускоростном вихре, когда линия центров вращается. Такой же результат получится, если подшипник с вращающимся в нем нагруженным валом вращать в обратном направлении.

Таким образом, эти свойства смазочного слоя не зависят от того, неподвижна линия центров или она вращается. Разница лишь в том, что когда линия центров вращается с угловой скоростью Ω , вращается и вектор подъемной силы. Для определения приведенной угловой скорости необходимо тогда воспользоваться приемом остановки линии центров с помощью воображаемого вращения всей системы с угловой скоростью $-\Omega$. Использование этого приема при рассмотрении полускоростного вихря показало, что при $\Omega = \frac{\omega}{2}$ приведенная угловая скорость $\omega_{пр} = 0$.

Определим величину приведенной угловой скорости при дробно-скоростном вихре, когда $\Omega < \omega/2$. Сообщив системе вращение со скоростью $-\Omega$, найдем, что шип вращается относительно линии центров с угловой скоростью $\omega - \Omega$, а подшипник $-\omega_1 = -\Omega$. Приведенная угловая скорость

$$\omega_{пр} = \omega - \Omega - \Omega = \omega \left(1 - \frac{2\Omega}{\omega} \right), \quad (13)$$

т. е. вихревое движение с угловой скоростью Ω эквивалентно вращению шипа с угловой скоростью -2Ω .

Из формулы (13) следует, что при дробно-скоростном вихре, имеющем место в коротком циркулярном подшипнике, $\omega_{пр} > 0$ и, следовательно, составляющие N и T аэродинамической подъемной силы не обращаются в нуль, как это имеет место при полускоростном вихре. Почему же в таком случае прекращается рост угловой скорости вихря? Это, очевидно, может произойти только в результате существования некоторой демпфирующей силы F , направленной против разгоняющей силы T . Как показало теоретическое исследование, роль демпфирующей силы играет равнодействующая сил трения F_{τ} . При расчете обычных подшипников этой силой пренебрегают ввиду ее малости, но с уменьшением относительной длины λ подшипника она становится соизмеримой с силой T , которая пропорциональна λ^2 , тогда как F_{τ} пропорциональна λ . Так как по мере возрастания Ω сила T уменьшается вместе с приведенной угловой скоростью $\omega_{пр}$, то при достижении равновесия ($T = F_{\tau}$) угловая скорость вихря перестает увеличиваться, установившись на некотором равновесном значении

$$\Omega \ll \frac{\omega}{2}.$$

Стабилизация нагружением. Дифференциальный подшипник

В ЭНИМСе в процессе разработки высокоскоростных электрошпинделей первоначально были применены подшипники с циркулярным поддувом. При этом выяснилось, что стаби-

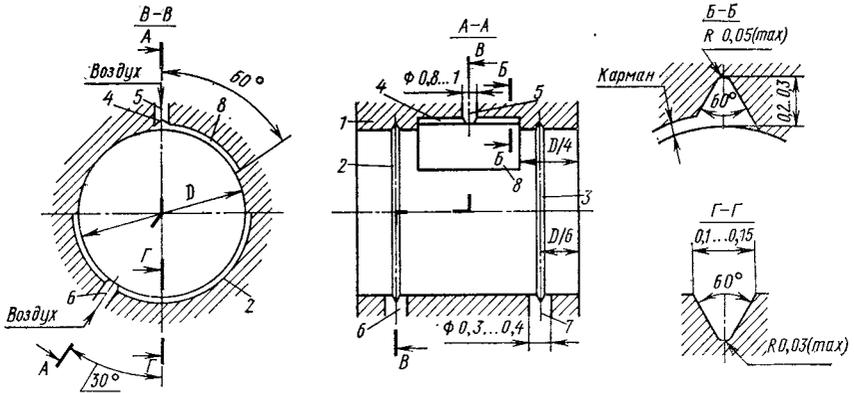


Рис. 29. Дифференциальный подшипник

лизирующее давление быстро растет вместе с частотой; например, при частоте 96 000 об/мин оно достигло 8 кгс/см². Причина этого явления поясняется формулой (4): необходимая для устойчивости жесткость смазочного слоя пропорциональна квадрату частоты вращения, но фактическая жесткость пропорциональна лишь первой степени давления поддува. Такое высокое давление неприемлемо в обычных производственных условиях, так как давление в заводской сети сжатого воздуха 4 ... 6 кгс/см²; стабилизирующее давление должно быть поэтому меньше 3 кгс/см², а по техническим условиям оно не должно превышать 2 кгс/см².

В электро- и пневмошпинделях, разработанных ЭНИМСом для диапазона частот 24 ... 300 тыс. об/мин, использовали аэродинамические подшипники с дифференциальным поддувом. В этих подшипниках стабилизация достигается дополнительным нагружением посредством одностороннего поддува сжатого воздуха.

Дифференциальный подшипник (рис. 29) имеет вкладыш 1, на внутренней поверхности которого имеются две круговые 2 и 3 и одна продольная канавки. Сжатый воздух поступает в продольную канавку через отверстие 5, а в канавки 2 и 3 — через отверстия 6 и 7. Канавка 4 и примыкающий к ней подпорный карман 8 предназначены для радиального нагружения шипа, а канавки 2 и 3 — для обеспечения «всплывания» вала перед пуском. Канавки 2 и 3 в совокупности с поверхностью шипа служат в качестве капилляров, по которым движется сжатый газ, подаваемый через отверстия 6 и 7. Вследствие большого сопротивления этих капилляров (глубина канавки 0,1 ... 0,15 мм), ограничивающего приток газа, приближение шипа к поверхности вкладыша в зоне питающего отверстия 6 (7) вызывает резкое повышение давления газа в зоне между канавками в результате увеличения сопротивления зазора осевой утечке.

Таким образом, канавки 2 и 3 при невращающемся шипе создают газовую подушку большой жесткости, на которой лежит

шип, прижатый давлением со стороны канавки 4 и кармана 8. При большом усилии жесткость прижимающей подушки мала, так как из-за больших сечений канавки 4 и питающего ее отверстия 5 изменение осевой утечки при изменении величины зазора практически не влияет на силу прижима. Дифференциальный эффект взаимодействия подушек различной жесткости обеспечивает устойчивое всплывание невращающегося вала.

При вращении шипа площадь, на которую распространяется газ повышенного давления, а следовательно, и сила прижатия в зоне канавки 4 увеличиваются благодаря увлечению газа поверхностью шипа по всей длине канавки. Давление в этой зоне дополнительно повышается благодаря подпорному карману 8, образующему ступенчатую опору. Нагруженный таким образом шип расположен в подшипнике эксцентрично, что исключает возникновение полускоростного вихря. При этом газ повышенного давления движется в плоскости круговых канавок, вследствие чего подъемная сила подушки в этой зоне мало отличается от той, которая имеет место при отсутствии вращения вала. Таким образом и при вращении наблюдается дифференциальный эффект, основанный на различной ориентации канавок относительно потока смазки.

Канавки 2, 3 и питающие их отверстия играют вспомогательную роль. Обеспечивая всплывание шипа при пуске и выбеге, они несколько повышают стабилизирующее давление. Ориентировочная глубина подпорного кармана (оптимальная) равна 1,5 с.

Дифференциальный подшипник обладает высокой виброустойчивостью. В электро- и пневмошпинделях общего назначения эти подшипники обеспечивают устойчивую работу при стабилизирующем давлении не более 2 кгс/см². С увеличением частоты вращения стабилизирующее давление дифференциального подшипника повышается гораздо медленнее, чем у подшипника с циркулярным поддувом, так как нагрузка на шип со стороны канавки 4 не остается постоянной, а возрастает благодаря повышению давления в ступенчатой опоре.

Достоинством дифференциального подшипника является также меньшая подверженность засорению отверстий — трех вместо 12...24 у гибридного подшипника. Его недостаток — малая подъемная сила при $\omega \rightarrow 0$.

Стабилизация с помощью скосов или карманов, выполненных на поверхности подшипника, позволяет осуществить *автостабилизацию* подшипника, т. е. его устойчивую работу без поддува сжатого газа или механического нагружения. Такие подшипники необходимы для электродвигателей и других автономных устройств, не располагающих источником сжатого газа. Иллюстрация возможностей этого метода представлена схемой разрезного подшипника [патент № 3006697 (США)], представленной на рис. 30. Верхний подвижный вкладыш 1 притерт по плоскости разъема к нижнему вкладышу 2. Под действием пружин 3 и 4 вкладыш

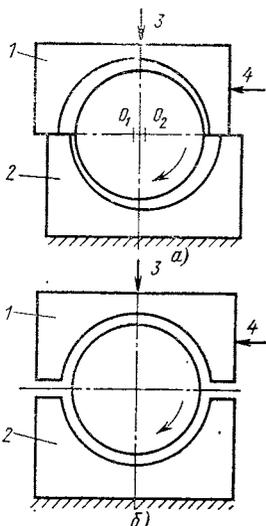


Рис. 30. Разрезной подшипник

и вал в состоянии покоя находятся в положении, показанном на рис. 30, а. С возрастанием частоты вращения эксцентриситет O_1O_2 уменьшается (рис. 30, б), а в дальнейшем под действием растущей подъемной силы вкладыш 1 даже отделяется от вкладыша 2. В патентном описании сообщается, что с таким устройством достигнуто устойчивое вращение вала диаметром 12,7 мм с частотой вращения более 500 000 об/мин.

Это устройство примыкает к *сегментным подшипникам*, состоящим из трех или большего числа самоустанавливающихся сегментов. Такие подшипники широко применяют при масляной смазке в качестве опор шлифовальных и прецизионных токарных шпинделей, где они обеспечивают устойчивую работу при центральном положении шипа. У сегментного подшипника между поверх-

ностью шипа и сегментом возникает клиновидный зазор, благодаря которому со стороны каждого сегмента действует гидродинамическая сила. Характеристика подъемной силы сегментного подшипника близка к прямой, а угол смещения φ мал, что способствует устойчивости.

В условиях газовой смазки сегментные подшипники также повышают критическую угловую скорость. Эти подшипники с успехом применяют в низкотемпературных турбодетандерах, например французской фирмы «Рато», так как упругая подвеска одного из трех сегментов позволяет компенсировать большие температурные деформации, а радиальные нагрузки в турбодетандерах малы. Для шлифовальных шпинделей уменьшенная подъемная сила сегментных подшипников недостаточна.

В подшипнике Дрешера [35] рабочая поверхность состоит из ряда ступенчатых опор (рис. 31). Воздух, поступающий через питающую канавку 1, увлекается шипом в подпорный карман 2, за которым следует суженный зазор, образованный гребнем 3. Ступенчатая опора эквивалентна клиновидной опоре по создаваемой подъемной силе, но она проще в изготовлении. Карманы могут быть выполнены способом травления.

Стабилизирующая способность подшипника со ступенчатыми опорами ограничена. В опытах Дрешера с подшипником диаметром 69 мм критическая частота вращения вала равнялась 20 000 об/мин, затем наступал полускоростной вихрь. Объясняется это тем, что на краях подшипника остаются как бы две узкие цилиндрические втулки, благодаря чему появляется угол смещения φ .

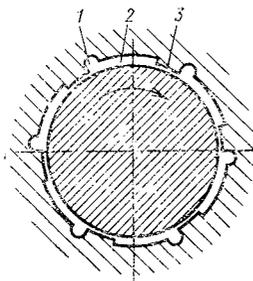
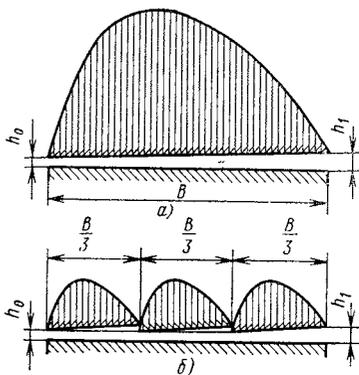


Рис. 31. Подшипник со ступенчатыми опорами

Рис. 32. Подъемная сила опор с одним и несколькими смазочными клиньями:

a — эпюра давлений клиновой опоры; *б* — эпюры давлений при трех смазочных клиньях



Основной недостаток ступенчатых подшипников тот же, что и сегментных — их меньшая подъемная сила по сравнению с гладкими подшипниками того же диаметра и длины. Для уточнения сравним подъемную силу, приходящуюся на единицу ширины клиновой опоры длиной B (рис. 32, *a*), и совокупности n опор длиной B/n каждая (рис. 32, *б*), смазываемых жидкостью. Допустим, что в обоих случаях наибольший h_1 и наименьший h_0 зазоры одинаковы, а их отношение — оптимальное для несжимаемой смазки $\frac{h_1}{h_0} = 2,2$, т. е. подъемная сила максимально возмож-

ная [см. формулу (363)]. Для большой опоры $W_1 = \frac{\mu UB^2}{h_0^2} 0,16$,

а для малых опор, размещенных последовательно, $W_2 = n \frac{W_1}{W_2} = \frac{W_1}{n}$.

Таким образом, подъемная сила сегментного или ступенчатого подшипника с жидкостной смазкой обратно пропорциональна количеству сегментов. При газовой смазке зависимость более сложная, но близкая к рассмотренной.

Трехкратное уменьшение подъемной силы в трехсегментном подшипнике с жидкостной смазкой вполне допустимо, если учесть ее избыток при большой скорости вращения: сегменты даже специально укорачивают, чтобы снизить потери на трение. При газовой смазке уменьшенная подъемная сила многосегментного подшипника оказывается уже неудовлетворительной, тем более что одновременно снижается и его стабилизирующая способность. Это приводит к выводу, что автостабилизация аэродинамического подшипника должна осуществляться наименьшим числом сегментов — одним, как в дифференциальном подшипнике или в рассмотренном выше (см. рис. 30). В патентной литературе описан ряд других модификаций некруглых подшипников — эллиптических, с упругими сегментами, ленточных и т. д. Применяют

также автостабилизацию с помощью шевронных канавок, выполненных на шипе, которые засасывают воздух из окружающей среды, создавая этим повышенное давление в смазочном зазоре. В результате получается такой же стабилизирующий эффект, как в аэростатическом подшипнике от поддува сжатого воздуха.

Примером стабилизации вала с помощью механического нагружения может служить суперцентрифуга [33]. Нагружение является в этом случае побочным результатом натяжения приводного ремня от двигателя к валу, который вращается в двух гладких аэродинамических подшипниках без поддува. Недостаток такого устройства — повышенный износ при пуске и выбеге.

Диагностика источников вибрации

Помимо неустойчивости типа полускоростного и дробно-скоростного вихря при вращении вала в подшипниках с газовой смазкой могут иметь место колебания типа синхронного вихря, источником которых является дисбаланс, а также ложного вихря от неточности изготовления. Имеются и другие источники вибрации. Все они внешне выражаются схоже. Поэтому нужно знать признаки, позволяющие распознать тот или иной источник вибрации, так как, не сделав этого, нельзя найти пути к его устранению. Задача усложняется тем, что при отладке высокочастотного узла часто приходится одновременно иметь дело с несколькими видами колебаний.

Для полного исследования колебаний вала нужно использовать методику и аппаратуру, описанные в гл. XV. Тогда оказывается возможным определить все параметры колебательного движения: его траекторию, частоту и амплитуду. Если нет такой аппаратуры, то можно воспользоваться щупом, прикладывая его к поверхности корпуса узла (например, электрошпинделя), лежащего на эластичных прокладках. Вибрация, неощутимая рукой, непосредственно лежащей на корпусе, отчетливо воспринимается рукой, поддерживающей щуп. С помощью щупа-отвертки легко обнаружить колебания с амплитудой 0,5 мкм. Если таким приемом вибрацию обнаружить нельзя, то узел можно считать отлаженным.

Вибрация вала, вызываемая полускоростным вихрем, имеет особенность, позволяющую легко отличить ее от вибрации, вызываемой другими причинами. Эта особенность состоит в том, что вихрь возникает почти мгновенно при достижении валом определенной частоты вращения или, если частота установилась, при снижении давления сжатого газа, подаваемого в подшипники для подавления полускоростного вихря до строго определенной величины. Вихревое движение ощущается как сильная вибрация, особенно по сравнению с предшествующей совершенно спокойной

и бесшумной работой, характерной для подшипников с газовой смазкой. Причины такого резкого перехода описаны выше.

Вибрация типа *синхронного вихря* может возникать не только от дисбаланса вала. Если проверка на балансировочном станке покажет, что дисбаланс не превосходит допустимой величины, то источник вибрации следует искать в погрешностях изготовления и сборки, выражающихся в форме ложного дисбаланса.

Когда погрешности велики, то работа узла невозможна, так как интенсивное трение между рабочими поверхностями вала и опор приводит к аварии в самое короткое время, иногда за несколько секунд. Если же погрешности формы, например овальность шипа в совокупности с перекосом подшипника, того же порядка, что и величина наименьшего зазора, то при каждом обороте вала возникает лишь кратковременный контакт с небольшим выделением теплоты, и длительная работа возможна. Но периодические контакты создают импульсы силы трения, которые вызывают блуждание оси вала с частотой, равной частоте вращения. Последнее воспринимается прибором или щупом как синхронный вихрь. Так же проявляется биение пяты в совокупности с перекосом подпятника.

Отыскать источник такого *ложного вихря* помогает контрольная разборка с обследованием шеек вала и подшипников. В зоне периодического контакта на их рабочих поверхностях появляются натирсы. При перекосе подшипника натирсы на шейке имеют форму двух колец, соответствующих по расположению концам подшипника; на подшипнике при этом натирсы расположены по диагонали. При дисбалансе натирсы на шейке односторонние. Расположение натиров на пяте и подпятнике ясно показывает выступающие зоны, которые необходимо снять при доводке.

Синхронная вибрация от недостаточной уравновешенности не пропадает от повышения давления поддува. Требования к динамической балансировке, сводящие вибрацию к допустимой величине, рассмотрены ниже.

Вибрация вала типа «пневмомолотка», называемая так из-за сходства по характерному шуму, распознается по тому, что она не пропадает после остановки вращавшегося вала. Осевой «пневмомолоток» воспринимается посредством щупа, прижатого к свободному торцу вала. Реже наблюдается радиальный «пневмомолоток», который может возникнуть при большом зазоре, если отверстия в подшипнике слишком велики и особенно если глубина карманов, окружающих отверстия, больше 0,1 ... 0,2 мм (в зависимости от размеров и массы вала).

Точность динамической балансировки

Для вала, вращающегося в подшипниках с газовой смазкой, допустимы большие величины дисбаланса, чем при вращении в подшипниках качения, где дисбаланс создает знакопере-

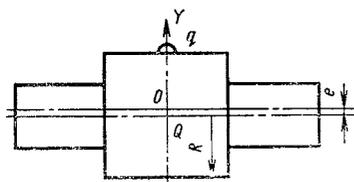


Рис. 33. Схема для проверки чувствительности балансировочного станка

менные нагрузки, приводящие к усталостному разрушению подшипников. Тем не менее, при значительном дисбалансе амплитуда синхронного вихря вала может передаваться через корпус узла на станок. Опыт показал, что дисбаланс, определяемый остаточным эксцентриситетом $e = 0,5$ мкм, обеспечивает, как пра-

вило, удовлетворительную работу высокоскоростного узла. Такая точность легко достигается современными балансировочными станками мод. 9703 (для роторов массой до 300 г), мод. 9710 (для роторов массой до 3 кг) и др. Дальнейшее повышение точности для узлов общего машиностроения не имеет смысла, так как овальность шеек вала, вращающихся на призмах балансировочного станка, находится в тех же пределах. Сказанное не относится к специальным устройствам типа гироскопов, где требования значительно выше. Вал, выполненный и отбалансированный с указанной точностью, составляющей примерно 15% наименьшего допустимого зазора между нагруженным шипом и подшипником, который равен 3 ... 4 мкм, работает настолько спокойно, что вибрация не ощущается.

В процессе отладки вновь разрабатываемого узла нужно убедиться, что балансировка выполнена с достаточной точностью. Прежде всего нужно проверить, обладает ли располагаемый балансировочный станок достаточной чувствительностью. Для этого, выполнив балансировку в пределах чувствительности станка, определяют массу q наименьшего кусочка пластилина, прикрепление которого к поверхности ротора диаметром $2R$ в плоскости YOZ расположения центра инерции O (рис. 33) создает ощутимый станком дисбаланс. Зная массу вала Q , можно определить величину остаточного эксцентриситета. Под действием массы q физическая ось вала смещается относительно его геометрической оси на величину e , оставаясь ей параллельной. Из условия равенства центробежных сил, обусловленных массами q и Q , получаем $Qe\omega^2 = qR\omega^2$,

откуда находим действительную чувствительность балансировочного станка — наименьшую величину остаточного эксцентриситета, улавливаемую станком:

$$e = \frac{qR}{Q}. \quad (14)$$

Если, например, масса вала $Q = 2$ кг, $R = 2,5$ см (электрошпиндель мод. А48/1), то при $e = 0,3$ мкм балансировочный станок должен реагировать на навеску массой

$$q = \frac{Qe}{R} = \frac{2 \cdot 0,00003}{2,5} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = 40 \text{ мг}.$$

В связи с изложенным следует предостеречь от часто встречающегося обозначения дисбаланса в граммах, умноженных на сантиметр. Дисбаланс следует задавать в микрометрах остаточного эксцентриситета.

Разбалансировка вала сменными насадками

Разбалансировка вала сменными насадками может достигать опасной величины, в частности, в процессе эксплуатации внутришлифовальных шпинделей вследствие биения сменной оправки и шлифовального круга.

Установка неуравновешенной оправки массой q равносильна прикреплению навески q радиусом r и плечом h относительно плоскости YOZ . Приложив в этой плоскости дополнительно две равные и противоположно направленные массы q , находим, что физическая ось вала сместится относительно оси OX в положение O_1X_1 (рис. 34), причём $OO_1 = e$ определяется формулой (14), так как это смещение вызвано навеской I , а угол поворота φ создается моментом пары сил от масс 2 и 3:

$$M = qr\omega^2 h,$$

который уравнивается суммой моментов элементарных центробежных сил, возникающих от поворота оси на угол φ :

$$M = \sum mr \sin \varphi \omega^2 r = \omega^2 \sin \varphi \sum mr^2.$$

Ввиду малости φ заменяем $\varphi = \sin \varphi$; сумма $\sum mr^2$ равна экваториальному моменту инерции J . Поэтому угол поворота

$$\varphi = \frac{qrh}{J}.$$

Таким образом, вызванное неуравновешенной посадкой шлифовального круга смещение e_x оси на некотором расстоянии x от плоскости YOZ равно

$$e_x = \frac{qr}{Q} \left(1 + \frac{Qhx}{J} \right). \quad (15)$$

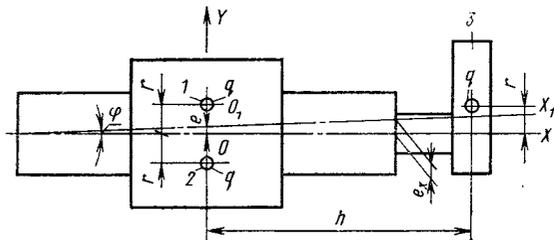


Рис. 34. Разбалансировка сменной оправкой

Пример. Определим смещение оси на кромке переднего подшипника ($x = 90$ мм) при креплении на конце вала электрошпинделя А48/1 (см. предыдущий пример) сменной оправки с кругом массой $q = 0,07$ кг. Центр тяжести оправки находится на расстоянии $h = 120$ мм от плоскости центра тяжести вала. Смещение $r = 0,02$ мм (биение 0,04 мм). Экваториальный момент инерции вала (см. пример в гл. VIII) $J = 54,2$ кг·см².

Масса вала $Q = 2$ кг. По формуле (15)

$$e_x = \frac{0,07 \cdot 0,002}{2} \left(1 + \frac{2 \cdot 12 \cdot 9}{54,2} \right) = 7 \cdot 10^{-5} (1 + 4) \text{ см} = 3,5 \text{ мкм},$$

что в 2 раза больше допустимого, причем 80% смещения является результатом поворота оси.

Из примера видно, что биение оправки не должно превышать 0,02 мм, а круг следует предварительно править при меньшей скорости или на специальной установке.

Разбалансировка при вращении

Внутренние напряжения, возникающие под действием центробежных сил при вращении с большой частотой, могут вызывать вибрацию в результате разбалансировки: постоянной или скоростной (временной).

Постоянная разбалансировка наблюдается у валов высокоскоростных электрошпинделей с короткозамкнутым ротором типа беличьего колеса. Стержни и короткозамыкающие кольца обмотки этих роторов обычно выполняют из меди, обладающей очень низким пределом текучести. При большой частоте вращения балансировка нарушается, так как медь пластически деформируется. Особенно заметно увеличивается диаметр короткозамыкающих колец. Это затруднение частично устраняется повторной балансировкой и обкаткой на рабочей скорости (до 3—4 раз), при которых медь наклепывается, что повышает ее предел текучести. Конструкция сварного ротора, разработанная в ЭНИМСе (см. рис. 14), не имеет этого недостатка.

Значительно труднее обнаружить и устранить скоростную разбалансировку, которая является результатом упругих деформаций. Один из ее источников — несимметричное расположение массы вала относительно оси вращения. Если, например, вал имеет смещенное осевое отверстие (рис. 35) и возникающий от этого дисбаланс устранен сверлением в торцах ротора, напрясованного на вал, то под действием момента M вал будет изгибаться, балансировка нарушится и появится вибрация.

Другой источник скоростной разбалансировки — неодинаковый по окружности нагрев ротора вследствие различного электрического сопротивления стержней беличьего колеса. Для обнаружения тепловой разбалансировки нужно, поддерживая неизменной частоту вращения, зафиксировать показываемую на экране осциллографа амплитуду синхронного вихря при установившемся

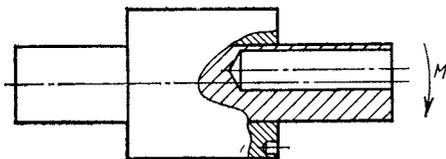


Рис. 35. Скоростной дисбаланс (разность диаметров полового вала)

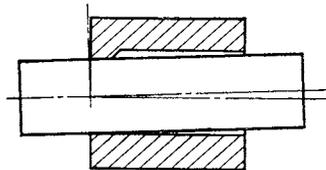


Рис. 36. Скоростной дисбаланс (впадина на посадочной поверхности ротора)

тепловом режиме (через 10 ... 20 мин после пуска). Затем нужно резко повысить напряжение питания двигателя, не меняя, однако, частоту вращения. Если после этого амплитуда вихря начнет постепенно расти, то наличие одностороннего нагрева можно считать подтвержденным.

Еще труднее обнаружить скоростной дисбаланс, вызванный недостаточно точным выполнением стыков между деталями. Это явление проявляется у валов пневмо-и электрошпинделей с напрессованным ротором. Если посадочное место ротора имеет местную впадину, то после запрессовки ось отверстия оказывается повернутой в сторону впадины, как показано на рис. 36. При вращении диаметр отверстия увеличивается, а угол поворота уменьшается, нарушая балансировку. Если напряжения, возникающие при скоростной разбалансировке, не превосходят предел упругости, то по прекращении вращения первоначальная форма восстанавливается и контрольная балансировка, производимая при частоте вращения 2 ... 3 тыс. об/мин, ничего не влияет.

При конструировании высокоскоростных узлов нужно стремиться к предельному уменьшению числа стыков на валу. Идеальным был бы цельный вал, но это не всегда можно осуществить. Нужно избегать посадок движения и резьбовых соединений. Предпочтительны прессовые посадки с тщательно изготовленными короткими посадочными поверхностями. Эти посадки нужно осуществлять без приложения силы — нагревом охватывающей или охлаждением охватываемой детали. Указанные принципы осуществлены в скоростных узлах конструкции ЭНИМСа.

Частота собственных колебаний вала

Для того чтобы вал мог работать при большой частоте вращения, нужно, чтобы частота собственных поперечных колебаний вала была выше частоты вращения не меньше, чем в 3 раза. Это требование обычно удовлетворяется, так как при газовой смазке валы можно делать достаточно жесткими, но поверочный расчет все же необходим.

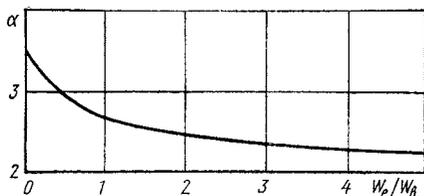


Рис. 37. Зависимость коэффициента α от массы вала

$\frac{W_e}{W_B}$	0	0,5	1	2	3	4	∞
α	3,56	2,95	2,71	2,55	2,44	2,39	2,24

Связи, налагаемые газовым смазочным слоем на колеблющийся вал, являются слабыми. Частоту собственных колебаний вала поэтому следует рассчитывать по формуле колебаний свободной балки. Для валов с сосредоточенной массой m_B в центре инерции вала (распространенный случай) эта формула имеет вид

$$f = \alpha \sqrt{\frac{EJ}{m_B l^3}} = \alpha \sqrt{\frac{EJg}{W_B l^3}}, \quad (16)$$

где α — числовой коэффициент, значения которого приведены на рис. 37; W_B — масса вала, выраженная через его вес.

Расчет вала электрошпинделя А48/1 по этой формуле дает следующие результаты.

Полярный момент инерции вала при изгибе

$$J = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi \cdot 1,6^4}{4} = 5,14 \text{ см}^4.$$

Модуль продольной упругости материала вала $E = 2 \times 10^6$ кгс/см². Длина вала $l = 21$ см. Масса вала $m_B = 1,4$ кг. Масса насадного ротора $m_p = 0,6$ кг. Следовательно, $m_p/m_B = 0,43$ и по рис. 37 $\alpha = 2,9$.

По формуле (16) находим частоту собственных колебаний вала (8050 Гц), которая оказывается в 10 раз больше частоты вращения. Затруднения могут возникнуть при частотах выше 100 000 об/мин ввиду уменьшения диаметра вала. Тогда нужно уменьшать длину l , что эффективно, так как частота f обратно пропорциональна квадрату длины вала.

Подпятники

Как было показано выше, подшипники высокоскоростных узлов в подавляющем большинстве случаев питаются сжатым воздухом. Это устраняет износ при пуске и выбеге, подавляет полускоростной вихрь, предохраняет опоры от загрязнения. По тем же причинам в высокоскоростных узлах применяют только аэростатические подпятники. Устройство и размеры системы распределения воздуха круглого подпятника электрошпинделя А24/25 показаны на рис. 38. Подпятник прост в из-

готовлении. Он обладает хорошей несущей способностью, которая оценивается соотношением

$$W = 0,4\pi r^2(p_s - p_a). \quad (17)$$

Для размеров, приведенных на рис. 38, при $p_s - p_a = 15 \text{ кгс/см}^2$ $W = 150 \text{ кгс}$.

Помимо хорошей несущей способности крупным достоинством этого подпятника является устойчивость от «пневмомолотка». Указанные достоинства достигнуты заменой карманов микроканавками, которые сводят к минимуму массу воздуха, заключенного между пятой и подпятником. Именно упругость этой массы является причиной появления «пневмомолотка». Из рисунка видно, что центровое отверстие вала заделано. Заглушка из мягкой стали ввернута на резьбе с эпоксидным клеем ЭД-5 и обработана заподлицо с пятой. В процессе разработки выяснилась невозможность устойчивой работы при открытом центровом отверстии.

Критическое значение имеет сечение микроканавки, которая может быть выполнена треугольной или прямоугольной формы (см. рис. 38). Появление осевого «пневмомолотка» во вновь разработанном узле можно устранить, уменьшая постепенное сечение микроканавки посредством стирания поверхности подпятника на доводочной плите. Число отверстий равно 3...5. Расположением окружности микроканавки и отверстий поддува можно варьировать; приближение к краю повышает W . Следует, однако, помнить, что при этом увеличивается расход воздуха и склонность к «пневмомолотку».

В кольцевом варианте аэростатического подпятника микроканавку можно располагать на среднем диаметре кольца. Минимум

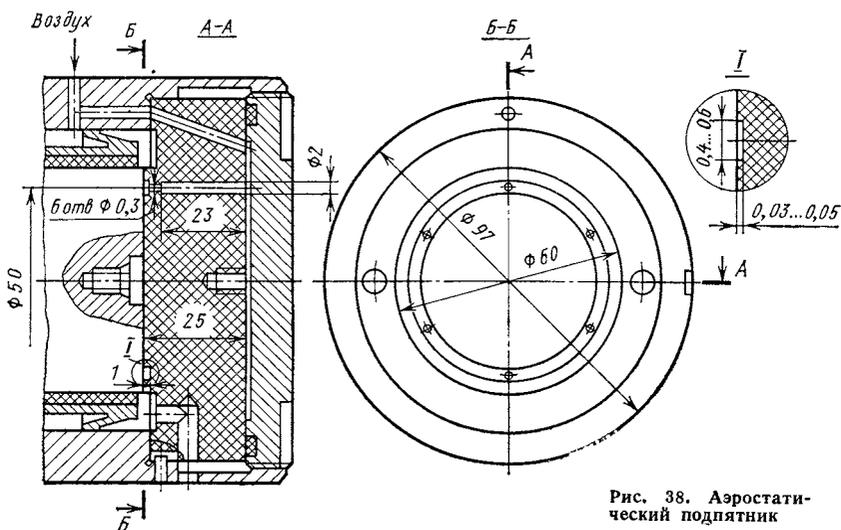


Рис. 38. Аэростатический подпятник

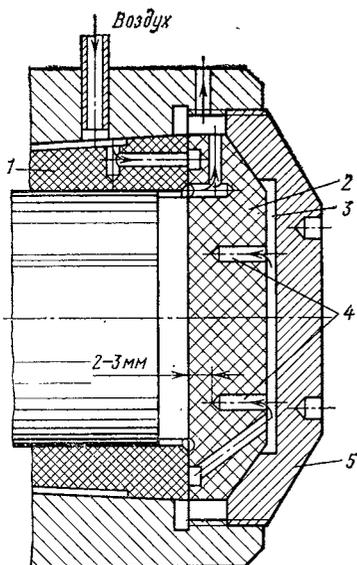


Рис. 39. Пористый подпятник

вания пустот: проникая в них, сжатый воздух будет вспучивать и отрывать сегменты.

Хорошей несущей способностью и устойчивостью от пневмомолотка обладает пористый подпятник (рис. 39), который использован в скоростных узлах ЭНИМСа. Подпятник 2, изготовленный из пористого угля, прижат к торцу подшипника 1 гайкой 5. Сжатый газ поступает из камеры 3 в равномерно размещенные по двум концентрическим окружностям отверстия 4 и через пористое тело подпятника в смазочный зазор. Расход газа регламентируется глубиной отверстия: с увеличением глубины умень-

расхода будет при $d_k = \sqrt{d_1 d_2}$. Расчет аэростатического подпятника см. в гл. XIII.

После того, как размеры микроканавки уточнены экспериментально с точки зрения устойчивости от «пневмомолотка», в серийном изделии ее предпочтительно перенести с подпятника на пяту вала, которая изнашивается примерно в 10 раз медленнее.

В подпятнике координатно-шлифовального пневмошпинделя (см. рис. 7) применена вклейка сегментов из угля АГ1500-Б83 на эпоксидном клее ЭД-5. Здесь подпятник собран из трех сегментов, так как пропитать баббитом заготовки диаметром 100 мм не удастся. При наклеивании сегментов нужно избегать образо-

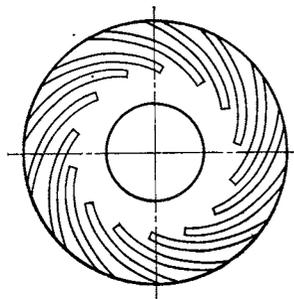
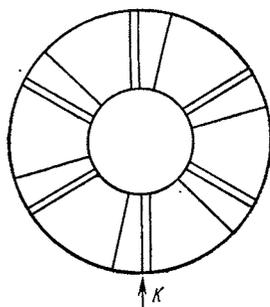
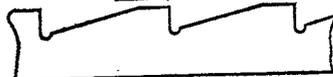


Рис. 40. Подпятник со спиральными канавками

Рис. 41. Подпятник со скосами



Вид К развертка



шается толщина стенки, а следовательно, и сопротивление проходу газа. Пористое устройство подпятника обеспечивает сочетание требуемой газопроницаемости с достаточной жесткостью. Прогиб подпятника под давлением сжатого газа не должен превышать 1 ... 2 мкм, в противном случае из-за неравномерности зазора подпятник потеряет подъемную силу.

Виброустойчивость пористого подпятника определяется принципом его действия. Система питания подпятника представляет собой совокупность большого числа мельчайших капилляров, через которые сжатый газ поступает на всю рабочую поверхность. Это устраняет необходимость в карманах, способствующих появлению «пневмомолотка», и явление «прилипания», т. е. потери несущей способности при чрезмерном нагружении, свойственном подпятнику с дискретными отверстиями, без канавки. Кроме того, пористая стенка поглощает энергию колебаний в случае их возникновения. Предельная (теоретическая) величина несущей способности пористого подпятника примерно в 2 раза больше, чем у дроссельного подпятника с центральным подводом сжатого газа: давление вдоль радиуса подпятника в первом случае изменяется по закону, близкому к параболическому, тогда как во втором случае оно изменяется практически линейно [33]. В настоящее время пористые подпятники в узлах, разработанных ЭНИМСом, не применяют, так как проницаемость углеграфита АГ1500, поставляемого промышленностью, чрезмерно изменяется; у отдельных заготовок она отличается в десятки раз. С преодолением этого недостатка пористые опоры найдут широкое применение. Имеются сведения о том, что за рубежом фирмы поставляют нормализованные подшипники и подпятники из пористого алюминия, изготавливаемые методом порошковой металлургии.

Аэродинамические подпятники применяют в скоростных узлах автономных устройств (электродвигателях, центрифугах, гироскопах), которые по условиям эксплуатации должны работать без поддува сжатого газа. Применяются аэродинамические подпятники со спиральными канавками (рис. 40), глубина которых 0,01 ... 0,02 мм [25], а также подпятники с клиновыми и ступенчатыми опорами (рис. 41). Ступенчатая опора играет важную роль в устройстве дифференциального подшипника.

IV Уравнения газовой Глава смазки

Смазочные свойства газов

В качестве газовой смазки опор скольжения применяют главным образом сжатый воздух, который можно получить от заводской сети как для смазки подшипников, так и для привода турбины. В качестве смазочного вещества используют также и многие другие газы, обладающие химической инертностью (азот, аргон), высокой теплопроводностью (водород, гелий и пр.). Водород обладает наименьшей вязкостью и наибольшей теплопроводностью.

Важнейшим параметром смазочного вещества является его вязкость. Все жидкости и газы обладают определенной вязкостью. При относительном скольжении двух параллельных пластин, разделенных слоем жидкости или газа (рис. 42, а), слои, прилегающие непосредственно к рабочим поверхностям, имеют одинаковую с ними скорость («прилипают» к поверхностям), а промежуточные слои скользят друг по другу и обладают скоростями, пропорциональными расстоянию от неподвижной пластины, $u = Uy/h$.

Существование трения внутри жидкости подтверждается тем, что для поддержания равномерного движения пластины к ней нужно приложить определенную силу, которая, следовательно, уравновешивается силой трения F_T . Измерения показывают, что для данной жидкости или газа величина сопротивления

$$F_T = \mu \frac{U}{h} S,$$

где μ — коэффициент пропорциональности; U — скорость движения; h — величина зазора; S — площадь пластины.

Коэффициент μ учитывает зависимость силы F_T от вязкости смазочного вещества при неизменных величинах u , h , S . Его называют *динамической вязкостью* в отличие от *кинематической вязкости* $\nu = \mu/\rho$, где ρ — плотность жидкости.

Величину ν используют при рассмотрении течений, в которых наряду с силами трения существенное значение имеют силы инерции. В смазочном слое, обладающем ничтожной массой, силы

инерции малы по сравнению с силами вязкостного трения, поэтому ими пренебрегают.

Силу трения, приходящуюся на единицу площади пластины, $\tau = u/h$, называют *напряжением сдвига*.

Отношение $\frac{u}{h}$ представляет собой *скорость деформации* элемента смазки. Если в некоторый момент t элемент, выделенный

в сечении смазочного слоя, имеет форму прямоугольника, то через единицу времени он переместится на расстояние, равное скорости u , деформировавшись при этом в параллелограмм.

Скорость деформации определяется отношением $\frac{\Delta u}{\Delta y}$, которое в случае простого срезающего течения (рис. 42, а) равно $\frac{U}{h}$.

В более сложном случае (рис. 42, б) течения между неподвижными пластинами вследствие градиента (перепада) давления (например, при истечении газа из питающего отверстия подшипника) скорость деформации переменна по высоте зазора и при координате y она равна производной

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\Delta u}{\Delta y} \Big|_{\Delta y \rightarrow 0}.$$

В результате получаем выражение закона Ньютона для напряжения сдвига в ламинарном потоке

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (18)$$

Определим размерность вязкости μ . Размерность напряжения сдвига $|\tau| = \left| \frac{\text{кгс}}{\text{м}^2} \right|$, следовательно,

$$|\mu| = \left| \frac{\tau h}{u} \right| = \left| \frac{(\text{кгс} \cdot \text{м}^{-2}) \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}} \right| = |\text{кгс} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}|.$$

Вязкость газов во много раз меньше вязкости жидкостей, применяемых для смазки опор скольжения (табл. 5). При 20°C вязкость воздуха примерно в 4000 раз меньше вязкости индустриального масла и в 100 раз меньше вязкости керосина, применяемого иногда для смазки скоростных подшипников. При 80°C отношение вязкостей уменьшается, оставаясь все же весьма большим. В малой вязкости и заключается основное преимущество воздуха (и вообще газов) как смазочного вещества. Малая вязкость

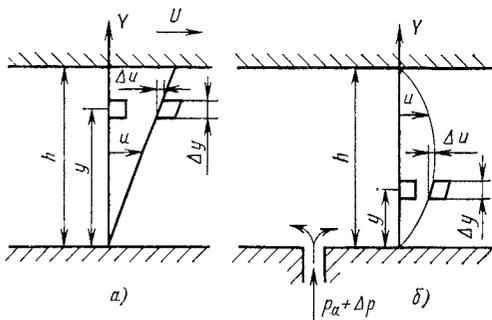


Рис. 42. Деформация сдвига: а — простой поток; б — переменный поток

Вязкость некоторых жидкостей и газов

Жидкости и газы	μ , кгс·м ⁻² ·с		$\frac{\mu_{20}}{\mu_{80}}$
	20° С	80° С	
Масло индустриальное	0,0072	0,00052	14
Керосин	0,00019	0,00008	2,4
Воздух	0,00000184	0,00000212	0,87
Водород	0,00000089	0,00000101	0,88

газов позволяет осуществить высокие скорости вращения при незначительных потерях на трение, а следовательно, и малом повышении температуры смазки и опор.

По величине отношения $\frac{\mu_{20}}{\mu_{80}}$ нетрудно заметить, что зависимость вязкости газов и жидкостей от температуры совершенно различна. Если вязкость жидкостей быстро падает с повышением температуры, то вязкость газов при этом повышается, однако весьма незначительно по сравнению с жидкостями. Вязкости воздуха и водорода более подробно рассмотрены в табл. 6.

Таблица 6

Вязкость газов при давлении 1 кгс/см²

Температура °С	Вязкость $\mu \cdot 10^6$, кгс·м ⁻² ·с	Температура, °С	Вязкость $\mu \cdot 10^6$, кгс·м ⁻² ·с	Температура, °С	Вязкость $\mu \cdot 10^6$, кгс·м ⁻² ·с
Воздух					
		40	2,00	-63	0,71
-194	0,56	74	2,14	-32	0,78
-183	0,64	229	2,69	0	0,85
-104	1,15			21	0,89
-69	1,36	Водород		28	0,91
-32	1,57	-198	0,34	79	1,01
0	1,74	-183	0,40	174	1,19
21	1,85	-112	0,59		

Слабое влияние температуры на вязкость газов создает большие возможности для применения газовой смазки в условиях низких и высоких температур. Известны турбодетандеры для сжижения гелия, подшипники которых работают с гелиевой смазкой при температуре 12 ... 20 К. Были исследованы керамические подшипники с внешним поддувом, работавшие при температуре до 800° С и частотах до 65 000 об/мин [25].

Вязкость воздуха практически не изменяется с повышением давления

p , кгс/см ²	1	50	100,3
$\mu \cdot 10^6$, кгс·м ⁻² ·с	1,80	1,86	1,99

При газовой смазке давление в смазочном слое редко превосходит 20 кгс/см^2 . Поэтому даже при самых строгих требованиях к точности можно считать, что вязкость не зависит от давления. Что же касается зависимости вязкости от температуры, то, как показали данные табл. 5 и 6, допущение

$$\mu = \text{const} \quad (19)$$

приведет к ошибке, во много раз меньшей, чем при жидкостной смазке. Это справедливо в первую очередь потому, что при малой вязкости газов потери на трение в газовом смазочном слое незначительны. Кроме того, теплопередача от тонкого смазочного слоя (обычно не более $0,02 \text{ мм}$) к поверхностям ротора и опоры, движущимся с большой относительной скоростью, происходит весьма интенсивно уже при небольшом перепаде температур.

Основное принципиальное отличие газовой смазки от жидкостной заключается в наличии сжимаемости, приводящей к тому, что их качественные свойства оказываются совершенно различными, особенно при высоких частотах вращения. Незначительность повышения температуры газового смазочного слоя позволяет принять, что процесс смазки протекает изотермически. Тогда связь между переменной плотностью ρ и абсолютным давлением в смазочном слое p (в теории жидкостной смазки рассматривается избыточное над атмосферным давление) будет выражаться изотермическим отношением

$$\frac{p}{\rho} = \text{const}. \quad (20)$$

Теория газовой смазки построена на допущениях, выражаемых уравнениями (19) и (20). Изотермическая теория стационарного процесса и ее экспериментальная проверка, показавшая, что как качественно, так и количественно теория дает хорошее совпадение с данными опыта, были завершены в 1949 г. [31]. Тем не менее, правомерность допущения, выражаемого уравнением (20), на протяжении ряда лет вызывала сомнения.

Температура смазочного слоя является функцией: работы трения в смазочном слое, переменного давления в смазочном слое, теплопередачи поверхностям шипа и подшипника, теплообмена с окружающей средой в результате циркуляции газа в осевом направлении. Если при умеренных скоростях скольжения (до 150 м/с) колебания температуры по длине смазочного зазора выравниваются в результате теплоотвода, то при больших скоростях процесс попеременного сжатия и расширения газа при его циркуляции вокруг вала происходит уже настолько быстро, что в качестве зависимости между давлением газа и плотностью следовало бы, возможно, принять более общее политропическое соотношение

$$\frac{p}{\rho^{\kappa}} = \text{const}, \text{ где } 1 < \kappa < 1,4.$$

Решение задачи политропического процесса смазки вполне возможно. Трудность заключается в определении показателя политропы κ , поскольку на его величину влияют условия отвода тепла, зависящие, в свою очередь, от материала ротора и опоры, конструктивных форм и т. п. Расчеты показали, что уже при $\kappa = 1,1$ подъемная сила, определенная теоретически, значительно завышена. Тем не менее многие исследователи [45] искали решение такой задачи, пытаясь этим путем устранить расхождение между приближенным теоретическим расчетом и опытом: экспериментально определенная подъемная сила W оказывалась больше теоретической.

Действительная причина расхождения — неправильный подход к определению связи эпюры давлений в смазочном слое с атмосферным давлением p_a . Эта связь должна определяться балансом расхода смазки, втекающей в подшипник и вытекающей из него. Сначала С. А. Шейнбергом было получено приближенное условие связи [31], а затем открыто точное условие связи, выражаемое уравнением (54). Это условие использовано при решении стационарной задачи газовой смазки аэродинамического подшипника бесконечной длины (см. гл. V). Условие баланса реализуется, конечно, и в реальном подшипнике конечной длины в процессе численного интегрирования соответствующего уравнения.

Катто и Сода [31] в предложенном ими приближенном аналитическом решении исходили из произвольного допущения о том, что масса газа, содержащегося в смазочном зазоре, не зависит от ε , т. е. от нагрузки. Использование этого допущения приводит к заниженным значениям W , так как в действительности масса газа растет с увеличением ε .

В настоящее время поиски политропического решения прекращены, так как последующими экспериментальными и теоретическими работами подтверждено (см. табл. 10), что изотермическая теория дает наиболее близкие к реальным результаты.

Для вычисления величин динамической вязкости μ и плотности ρ удобно пользоваться известными приближенными формулами, пренебрегая незначительным повышением вязкости с ростом давления. Вязкость можно вычислять для всех газов по формуле Сэтерленда:

$$\mu_t = \mu_0 \frac{273 + a}{T + a} \left(\frac{T}{273} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (21)$$

где μ — вязкость при атмосферном давлении и температуре 0°C , T — абсолютная температура. Значения μ_0 и a приведены в табл. 7.

Плотность определяют по формуле Клапейрона:

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{273}{T}. \quad (22)$$

Вязкость и плотность некоторых газов при атмосферном давлении и температуре 0°C

Газы	$\mu \cdot 10^{10}$, кгс·см ⁻² ·с	a , °C	$\rho_0 \cdot 10^{10}$, кгс·см ⁻⁴ ·с
Воздух	1,74	124	13,2
Водород	0,86	73	0,915
Гелий	1,92	78	1,82
Азот	1,70	104	12,8
Аргон	2,12	120	18,2

Значения ρ_0 приведены в табл. 7. Иногда удобнее выражать ρ через массу: ρ [кг·см⁻³] = 981 ρ [кгс·см⁻⁴·с]. Формула (22) дает несколько заниженные значения ρ для больших p при низких температурах (для гелия на 3% при $p = 10$ кгс/см² и $t = -208^{\circ}\text{C}$).

Общие уравнения газовой смазки

Основной задачей теории газовой смазки является определение подъемной силы подшипника, жесткости смазочного слоя и момента трения на шипе и подшипнике, имеющих место при устойчивой работе под постоянной нагрузкой, когда центр шипа занимает неизменное положение относительно подшипника, определяемое эксцентриситетом e и углом φ между направлениями нагрузки и линии центров (рис. 43). Здесь и далее говорится о вращающемся шипе, но все выводы теории газовой смазки справедливы и для часто встречающегося на практике обращенного механизма, в котором подшипник (втулка) вращается вокруг закрепленного шипа (вала).

Стационарное положение шипа является частным, идеализированным случаем общей задачи. В действительности, в результате неизбежных погрешностей формы и остаточного дисбаланса центр шипа движется по траектории синхронного вихря, а при потере устойчивости возникает полускоростной вихрь (см. гл. III). Чтобы определить условия устойчивости и траекторию действительного движения шипа, необхо-

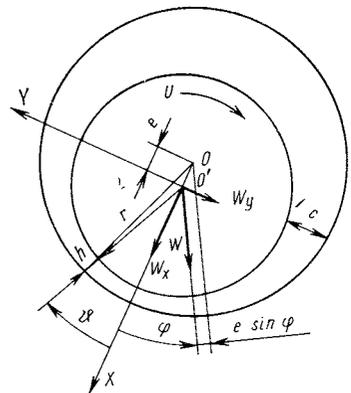


Рис. 43. Координаты составляющих нагрузки W и параметры смазочного зазора подшипника

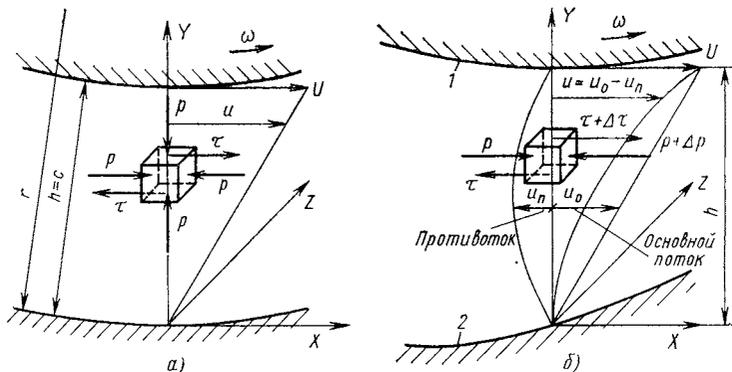


Рис. 44. Смазочный поток подшипника: а — ненагруженного; б — нагруженного

димо решить нестационарное уравнение газовой смазки, учитывающее зависимость положения центра шипа и распределение давления газа в зазоре от времени. Исключение временных членов приводит к упрощенному стационарному уравнению для подшипника конечной длины. Дальнейшего упрощения достигают исключением членов уравнения, представляющих движение смазки в направлении оси подшипника. Это приводит к стационарной задаче для плоского потока, что физически отражает процесс смазки в достаточно удаленной от концов средней части подшипника большой длины, где элемент смазки движется по окружности подшипника, оставаясь в плоскости диаметрального сечения.

Полученные уравнения решают в обратном порядке, от простого к сложному, так как аналитическое решение общего уравнения представляет непреодолимые трудности. Кроме того, решение плоской задачи позволяет выявить в наиболее простой и ясной форме свойства и особенности газовой смазки.

Уравнения газовой смазки можно получить из общих уравнений Навье—Стокса для ламинарного потока вязкой жидкости [8], но это затемнит физическую сущность задачи. Воспользуемся выводом уравнения Рейнольдса из непосредственного рассмотрения явлений, протекающих в смазочном слое.

Рассмотрим распределение скоростей в слое смазки по высоте смазочного зазора. Поверхность шипа, двигаясь со скоростью $U = r\omega$ (рис. 44, а), увлекает смазку, находящуюся в зазоре. Когда вал не нагружен, оси шипа и подшипника совпадают и в смазочном зазоре не создается повышенного давления газа, так как сечение зазора в направлении потока не меняется и смазка (газ или жидкость) не подвергается сжатию и не вытесняется поэтому в направлении к концам подшипника; в направлении оси Z составляющая скорости потока $w = 0$. Составляющая u скорости элемента смазки вдоль оси X по высоте зазора h под действием сил

вязкостного трения плавно изменяется от $u|_{y=h} = U$ на поверхности шипа до $u|_{y=0} = 0$ на поверхности подшипника. Элемент смазки, занимающий в рассматриваемый момент объем $\Delta x \Delta y \Delta r$, движется с постоянной скоростью по окружности радиуса $r-y$ (при ламинарном потоке, без перемешивания слоев, характерного для турбулентного потока). Силы, приложенные к верхней и нижней граням элемента, пропорциональны напряжению сдвига τ , возникающему в результате того, что элемент, лежащий выше, движется быстрее, а лежащий ниже, — медленней рассматриваемого.

Силы сдвига, приложенные к верхней и нижней граням элемента, направлены в разные стороны. А так как давление p в данном случае неизменно, то давление газа на правую и левую грани одинаково. Силы сдвига поэтому должны также уравновешиваться. Следовательно, величина τ постоянна по всей высоте зазора. Но

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \text{const.}$$

Отсюда вытекает, что при совпадении осей шипа и подшипника градиент скорости $\frac{\partial u}{\partial y}$ — величина постоянная. В данном случае u зависит только от y и не зависит от x и времени, т. е. распределение скорости u по высоте зазора одинаково в любом месте по длине смазочного зазора и оно не меняется со временем. Знак частной производной ∂ нужно поэтому заменить на знак полной производной d :

$$\frac{du}{dy} = C_1.$$

Проинтегрировав это уравнение, находим $u = C_1 y + C_2$. Постоянные C_1 и C_2 определяются граничными условиями

$$u_{y=0} = 0; \quad u|_{y=h} = U,$$

подстановка которых в уравнение дает

$$0 = C_1 \cdot 0 + C_2, \quad \text{т. е. } C_2 = 0;$$

$$U = C_1 h, \quad \text{откуда } C_1 = \frac{U}{h}.$$

Следовательно, скорость u изменяется с ординатой y по линейному закону:

$$u = U \frac{y}{h}; \quad \frac{du}{dy} = \frac{U}{h},$$

а напряжение сдвига

$$\tau = \mu \frac{U}{h}.$$

На нижней грани элемента вектор τ направлен в сторону $-X$, на верхней — в сторону $+X$, так как элемент тормозится нижележащим слоем и увлекается вышележащим.

По окружности шипа движется непрерывный поток смазки со средней скоростью $U/2$. Объемный расход смазки через сечение зазора на единице длины подшипника

$$q_x = \int_0^h u \, dy = \frac{Uh}{2} = \frac{Uc}{2}$$

(так как в данном случае зазор h равен среднему зазору c), т. е. площади треугольной эпюры скоростей.

Под нагрузкой процесс смазки усложняется. Шип 1 теперь расположен с эксцентриситетом относительно подшипника 2, зазор изменяется по окружности от $h = c - e$ до $h = c + e$. Увлекаемая шипом в сужающийся зазор смазка сжимается и давление в смазочном слое повышается. Равнодействующая аэродинамических давлений на шип уравнивает внешнюю нагрузку.

Появление градиента (т. е. перепада) давления газа вдоль зазора ведет к возникновению *противотока* смазки (рис. 44, б), направленного в сторону понижающегося давления. Складываясь из двух составляющих, скорость u изменяется теперь по нелинейному закону. Напряжения сдвига на гранях элемента не одинаковы: верхнее больше на величину (условно: для элемента, расположенного в зазоре, где $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$, приращение $\Delta\tau$ отрицательное)

$$\Delta\tau = \frac{\partial\tau}{\partial y} \Delta y = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Delta y.$$

Противоток — термин условный: u_n может быть направлена как в сторону, обратную основному потоку (при $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$), так и в ту же сторону (при $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$).

На грани $\Delta x \Delta z$ с ординатой $y + \Delta y$ это дополнительное напряжение создает силу

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Delta x \Delta y \Delta z,$$

которая уравнивается приращением давления

$$\Delta p \Delta y \Delta z = \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z.$$

Выражения $\frac{\partial\tau}{\partial y} \Delta y$ и $\frac{\partial p}{\partial x} \Delta x$ — приращения τ и p , соответствующие приращениям Δy и Δx . Они выражаются *частными* производными потому, что в отличие от случая совпадения осей

шипа и подшипника τ и p изменяются также и в направлении оси Z . При нестационарном процессе смазки они зависят также от времени. В этом случае давление газа изменяется со временем, т. е. в данной точке при неизменных x и z производная $\frac{\partial p}{\partial t} \neq 0$.

Те же соображения справедливы для напряжения сдвига τ и составляющих скорости u и w . Последние зависят также от x и z , но так как их изменения в этих направлениях малы по сравнению с изменениями вдоль оси Y , где на расстоянии h , равном нескольким микрометрам, указанные скорости изменяются от 0 до максимума (от 0 до U для u), то при составлении дифференциальных уравнений движения пренебрегают первыми и вторыми производными u и w по x и z , весьма малыми относительно производных по y .

На элемент действуют также силы тяжести и инерции. Эти силы обычно пренебрежимо малы по сравнению с силами давления и сдвига; векторная сумма последних должна быть поэтому равна нулю. Это условие приводит к исходному уравнению Рейнольдса для составляющих потока в диаметральной сечении:

$$\left(\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x \Delta y \Delta z = 0,$$

откуда

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (23)$$

Для потока в осевом направлении

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Ввиду малости зазора h сравнительно с его протяженностью $2\pi r$ давление p принимают постоянным по высоте зазора, т. е. производные $\frac{\partial p}{\partial x}$ и $\frac{\partial p}{\partial z}$ не зависят от y , их величины постоянны по всей высоте h рассматриваемого сечения. Это обстоятельство позволяет определить функции скоростей u и w . Дважды проинтегрировав уравнения (23) по y , от которого $\frac{\partial p}{\partial x}$ не зависит, найдем

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y + C_1; \quad u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + C_1 y + C_2.$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются граничными условиями: $u|_{y=0} = 0$; $u|_{y=h} = U$; $w|_{y=0} = w|_{y=h} = 0$,

с учетом которых уравнения распределения скоростей по высоте зазора принимают форму

$$u = U \frac{y}{h} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y (h - y); \quad w = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y (h - y). \quad (24)$$

В выражении (24) для скорости u слагаемое $u_0 = U \frac{y}{h}$ представляет собой скорость основного потока, увлекаемого шипом, движущимся со скоростью U , а слагаемое $u_{\text{п}} = -Cy (h - y)$ — скорость противотока, обусловленную градиентом давления. Представив $u_{\text{п}}$ в форме

$$\frac{u_{\text{п}}}{C} = y^2 - yh,$$

убедимся, что эпюра скорости противотока является параболой.

При стационарном процессе полагают скорость $v = 0$, так как при неподвижных границах зазора составляющая v скорости вдоль оси Y ничтожно мала сравнительно со скоростями u и w .

Найдем объемный расход смазки в направлениях X и Z , протекающей через единицу ширины потока высотой h , положив $\Delta z = 1$ $\Delta x = 1$:

$$q_x = \Delta z \int_0^h u dy = \frac{Uh}{2} - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad q_z = \Delta x \int_0^h w dy = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (25)$$

Выражение (25) объемного расхода q_x представляет разность площадей эпюр основного потока (треугольная эпюра) и противотока (сегмент параболы).

Уравнения (24) и (25) выражают частные зависимости составляющих давлений, скоростей и объемных расходов по направлениям X и Z ; они одинаковы для жидкостной и газовой смазок, так как до сих пор рассматривались явления, происходящие по высоте зазора h , во всех точках которого давление смазки постоянно. Отличительная особенность газовой смазки — ее сжимаемость — выявляется при переходе к определению взаимной зависимости этих параметров. Выражением этой зависимости является уравнение неразрывности потока, представляющее собой следствие закона сохранения массы. Рассмотрим его сначала в простейшем случае установившегося жидкостного потока — стационарная задача жидкостной смазки. Мысленно выделим в потоке *неподвижный* элемент пространства $\Delta x \Delta y \Delta z$ (не смешивать с *подвижным* элементом смазки на рис. 44). Через этот элемент протекает поток смазки со скоростью, величина и направление которой определяется ее составляющими u , v и w . При установившемся процессе эти составляющие постоянны для данной точки с координатами x , y и z . Подсчитаем объем жидкости, втекающей за время Δt внутрь элемента через его грани:

$$(u \Delta y \Delta z + v \Delta x \Delta z + w \Delta x \Delta y) \Delta t. \quad (26)$$

В точке с координатами $x + \Delta x$, $y + \Delta y$, $z + \Delta z$ составляющие скорости получают приращения положительные или отри-

цательные, так как величина и направление вектора скорости потока изменились. Следовательно, через противоположные грани вытекает жидкость объемом

$$[(u + \Delta_x u) \Delta y \Delta z + (v + \Delta_y v) \Delta x \Delta z + (w + \Delta_z w) \Delta x \Delta y] \Delta t. \quad (27)$$

Какова же связь между выражениями (26) и (27)? Элемент $\Delta x \Delta y \Delta z$ представляет собой емкость, в которую по трем «трубам» вливается жидкость объемом, выражаемым формулой (26), а по трем другим выливается за это же время жидкость объемом, выражаемым формулой (27). Для того чтобы объем жидкости в элементе оставался неизменным, приток и расход должны быть равны, что и выражает условие неразрывности потока. Если расход будет больше притока, то произойдет разрыв потока. Накопление излишка привело бы к повышению давления. Оба эти случая исключены, так как по условию поток установившийся.

Приняв во внимание, что

$$\Delta_x u = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x; \quad \Delta_y v = \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y; \quad \Delta_z w = \frac{\partial w}{\partial z} \Delta z,$$

где производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial w}{\partial z}$ — относительные приращения скоростей u , v , w на бесконечно малых приращениях координат x , y , z , получаем уравнение неразрывности для установившегося жидкостного потока

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

которое иногда выражают с помощью термина дивергенция (расхождение) вектора скорости: $\operatorname{div} (u, v, w) = 0$. Приращение $\Delta_x u$ определяется разложением в ряд Тэйлора:

$$\Delta_x u = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (\Delta x)^2 + \dots$$

Дифференциал $\partial_x u = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x$ является главной частью приращения $\Delta_x u$. При выводе уравнения неразрывности потока производят предельный переход $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z \rightarrow 0$, при котором члены выше первого порядка малости в разложениях $\Delta_x u$, $\Delta_y v$ и $\Delta_z w$ выпадают.

Переходя к рассмотрению установившегося потока *газа*, замечаем, что условие неразрывности усложняется: если для жидкости оно сводилось к требованию равенства *объемов* притока и расхода, то для газа необходимо выполнение условия равенства *масс* газа, входящего в элемент и выходящего из него. Объясняется это тем, что для несжимаемой жидкости плотность ρ не зависит от давления и равенство объемов эквивалентно равенству масс, требуемому законом сохранения массы.

Выясним, как изменяется масса, заключенная в выделенном из потока объеме $\Delta x \Delta y \Delta z$, в результате протекания *газа* через грани этого объема.

В точке с координатами x, y, z составляющие скорости движения газа равны соответственно u, v, w , а его плотность ρ . Рассмотрим движение газа через грани, параллельные плоскости YZ , т. е. в направлении X . Масса газа, входящего за время Δt через грань, ближайшую к началу координат, равна $\rho u \Delta y \Delta z \Delta t$, а выходящего через противоположную грань $\left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta y \Delta z \Delta t$. Общее изменение массы в объеме $\Delta x \Delta y \Delta z$ за время Δt

$$\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t,$$

откуда получаем уравнение неразрывности для установившегося газового потока, когда масса газа в объеме элемента неизменна:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0. \quad (28)$$

В общем случае *неустановившегося* газового потока (когда, например, вращающийся вал вибрирует из-за наличия дисбаланса) приращение, выраженное формулой (28), не равно нулю. Но так как масса газа, находящегося в элементе, равна $\rho \Delta x \Delta y \Delta z$, а объем $\Delta x \Delta y \Delta z$ остается неизменным, то приращение (условное) массы за время Δt может произойти только от приращения плотности газа

$$\Delta \rho = \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta t.$$

Приращение массы в результате изменения плотности поэтому равно

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t. \quad (29)$$

Приращение, выражаемое формулой (29), должно быть равно по величине, но противоположно по знаку приращению, выражаемому формулой (28). Если, например, приращение расхода массы в результате протекания через грани отрицательно, то плотность газа в элементарном объеме повысится и образуется избыток массы, величина которого по выражению (29) будет положительной. Сумма этих выражений должна быть поэтому приравнена нулю, причем произведение $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$ сокращается. Заменив, кроме того, согласно формуле (20) $\rho = C p$, получим уравнение неразрывности изометрического газового потока

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0.$$

Переменную y исключим, проинтегрировав это выражение по y , что приведет к уравнению неразрывности для потока смазки

между поверхностями шипа и подшипника или пяты и подпятника:

$$\frac{\partial p}{\partial t} \int_0^h dy + \frac{\partial}{\partial x} \left[p \int_0^h u dy \right] + p \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h v dy + \frac{\partial}{\partial z} \left[p \int_0^h w dy \right] = 0.$$

Здесь второй и четвертый интегралы представляют собой объемные расходы q_x и q_z , определяемые выражениями (25). Третий интеграл приводится к виду

$$p |v|_0^h,$$

так как дифференцирование и интегрирование по y взаимно погашаются; при стационарном процессе этот интеграл равен нулю, потому что $v_0 = v_h = 0$.

В случае нестационарной задачи центр шипа движется, и точка ординаты y , лежащая на поверхности шипа, перемещается со скоростью $v_h = \frac{\partial h}{\partial t}$ [при увеличении зазора скорость $v > 0$ (см. рис. 44, б)], которой нельзя пренебречь. Поэтому

$$p |v|_0^h = p(v_h - 0) = p \frac{\partial h}{\partial t}.$$

Первый член

$$\frac{\partial p}{\partial t} \int_0^h dy = \frac{\partial p}{\partial t} h,$$

а так как его сумма с третьим членом

$$\frac{\partial p}{\partial t} h + p \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial (ph)}{\partial t},$$

то уравнение неразрывности для общего нестационарного случая изотермической газовой смазки в декартовых координатах можно привести к простейшей форме

$$\frac{\partial (ph)}{\partial t} + \frac{\partial (pq_x)}{\partial x} + \frac{\partial (pq_z)}{\partial z} = 0. \quad (30)$$

Физический смысл этого уравнения становится ясным из другого вывода. Пусть масса газа в объеме элемента $\Delta x \Delta z h$ в некоторый момент времени, принимаемый за начальный, равна $\Delta x \Delta z h \rho$. Через единицу времени ($\Delta t = 1$) изменяется (в общем случае) высота элемента h и плотность газа ρ . Соответствующее приращение массы, содержащейся теперь в объеме элемента:

$$\frac{\partial (ph)}{\partial t} \Delta t \Delta x \Delta z = C \frac{\partial (ph)}{\partial t} \Delta x \Delta z.$$

В силу условия неразрывности это приращение образовалось вследствие превышения притока над расходом, равного

$$(\rho q_x \Delta z + \rho q_z \Delta x) - \left[\rho q_x \Delta z + \frac{\partial (\rho q_x)}{\partial x} \Delta x \Delta z \right] - \\ - \left[\rho q_z \Delta x + \frac{\partial (\rho q_z)}{\partial z} \Delta z \Delta x \right] = -C \left[\frac{\partial (\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho q_z)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta z.$$

Приращение и избыток должны быть поэтому равны. Это условие сразу приводит к уравнению (30), физическая сущность которого может быть определена следующим образом: разность между массой газа, вытекающего из элемента газовой смазки за единицу времени, и массой газа, втекающего в тот же объем, в сумме с приращением массы в объеме вследствие изменения ее плотности и высоты элемента равна нулю.

Частные случаи

Уравнение (30) универсально: оно применимо к аэродинамической опоре любого вида: плоской, цилиндрической, шаровой. Для этого нужно ввести соответствующие координаты, функцию зазора h и параметры, характеризующие рассматриваемую разновидность и условия работы опоры. Соответствующие задачи рассмотрены ниже.

Для стационарного процесса смазки первый член уравнения (30) обращается в нуль, так как p и h зависят только от положения рассматриваемого сечения и со временем они не изменяются. Уравнение распределения давления для стационарной пространственной задачи (опора конечных размеров):

$$\frac{\partial (\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho q_z)}{\partial z} = 0. \quad (31)$$

В простейшем случае стационарного плоского потока (подшипник бесконечной длины, бесконечно протяженная плоская опора) расход в направлении одной из осей, например Z , обращается в нуль. Получаем уравнение

$$\frac{d(\rho q_x)}{dx} = 0,$$

которое после интегрирования примет вид

$$\rho q_x = \text{const}. \quad (32)$$

Его физический смысл: при плоском изотермическом потоке газа через смазочный зазор произведение объемного расхода на давление есть величина постоянная для любого сечения зазора. Для плоского потока жидкостной смазки уравнению (32) соответствует выражение

$$q_x = \text{const}. \quad (33)$$

Оценка ламинарности потока смазки

Все выведенные уравнения справедливы для ламинарного (без перемешивания слоев) потока газовой смазки. Граница существования ламинарного потока определяется скоростью, при которой число Рейнольдса достигает критической величины:

$$u_{\text{кр}} = \frac{\text{Re}_{\text{кр}}}{4} \frac{1}{h} \frac{\mu}{\rho}. \quad (34)$$

Здесь $\text{Re}_{\text{кр}} = 2000$; h — толщина слоя смазки, не превышающая для газа 0,02 мм; $\mu = 1,9 \cdot 10^{-6}$ кгс/м⁻²·с — вязкость воздуха при 30° С; $\rho = 0,475$ кгс · м⁻⁴ · с — плотность 1 м³ воздуха при 30° С и давлении 4 кгс/см² (см. табл. 7). Подставив эти величины в формулу (34), получим предельное значение скорости

$$u_{\text{кр}} = \frac{2000}{4} \frac{1}{2 \cdot 10^{-5}} \frac{1,9 \cdot 10^{-6}}{0,475} \approx 100 \text{ м/с.}$$

Если учесть, что скорость скольжения примерно вдвое больше, чем средняя скорость потока, то окажется, что критическая скорость не меньше 200 м/с. Действительные скорости почти всегда меньше этой величины. Известны, однако, случаи применения значительно больших зазоров и давлений (см. гл. I), когда число Рейнольдса превосходит критическую величину. Теория турбулентной газовой смазки находится еще в начальной стадии развития.

V

Глава

Подшипник бесконечной длины (плоская задача) в стационарном режиме работы

*Решение уравнения в безразмерных
переменных. Закон подобия*

Подшипник бесконечной длины представляет собой физическую модель, неосуществимую на практике. Однако рассмотрение теории смазки удобно начинать именно с этой модели по следующим причинам. В реальном подшипнике конечной длины поток смазки пространственный: элемент смазки движется не только по окружности подшипника, но и в осевом направлении. Из зоны повышенного давления смазка через концы подшипника вытесняется в атмосферу, одновременно всасываясь в зазор в зоне пониженного давления. По мере увеличения длины подшипника движение в осевом направлении замедляется из-за роста сопротивления зазора, пропорционального длине подшипника L . При $L \rightarrow \infty$ сопротивление становится бесконечно большим, а следовательно, в средней части подшипника скорость в осевом направлении $w \rightarrow 0$ и здесь устанавливается плоский поток. Теория плоского потока, отличаясь значительно большей простотой, позволяет наглядно выявить свойства газовой смазки. Кроме того, исследование предельного случая $L \rightarrow \infty$ необходимо для получения законченного представления об эволюции свойств подшипника с увеличением его длины.

Подставив в уравнение (32) выражение (25) объемного расхода q_x , получим общее уравнение распределения давления в плоском потоке:

$$\rho U h - \rho \frac{dp}{dx} \frac{h^3}{6\mu} = C,$$

которое приведем к виду, удобному для исследования:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6U\mu}{h^2} \left(1 - \frac{C}{\rho h} \right). \quad (35)$$

Это уравнение справедливо не только для плоской опоры, но и для цилиндрического подшипника, так как возникающими в последнем случае центробежными силами инерции всегда можно пренебрегать (см. гл. VI.) Это означает, что действительный поток смазки в кольцевом зазоре между шипом и подшипником экви-

валентен потоку в зазоре, развернутом на плоскость так, что поверхность шипа обращается в плоскость ($y = 0$), движущуюся вдоль оси X со скоростью $U = r\omega$, а поверхность подшипника — в неподвижную криволинейную поверхность длиной $2\pi r$ в направлении скольжения и шириной L , ее форма и положение определяются величинами h_0 и e (см. рис. 45). Приняв за начало отсчета углов ϑ действительного зазора (см. рис. 43) и абсцисс x эквивалентного зазора наименьшее сечение h_0 , получим следующие зависимости:

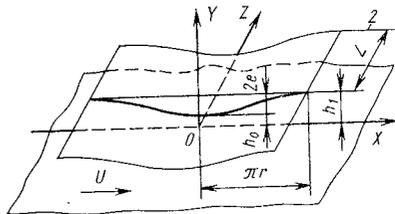


Рис. 45. Зазор цилиндрического подшипника, развернутый на плоскость

$$x = r\vartheta; \quad \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{d(r\vartheta)} = \frac{1}{r} \frac{dp}{d\vartheta}. \quad (36)$$

Пренебрегая величинами второго порядка малости, найдем из рис. 43:

$$h = c - e \cos \vartheta.$$

Относительный эксцентриситет ε — отношение эксцентриситета к среднему зазору c и относительный зазор H будут соответственно:

$$\varepsilon = \frac{e}{c}; \quad H = \frac{h}{c} = 1 - \varepsilon \cos \vartheta. \quad (37)$$

Тогда

$$h = cH = c(1 - \varepsilon \cos \vartheta), \quad (38)$$

из чего заключаем, что опорная поверхность эквивалентного зазора (рис. 45) — косинусоида с амплитудой e . Наименьший зазор

$$h_0 = c(1 - \varepsilon), \quad (39)$$

а наибольший

$$h_1 = c(1 + \varepsilon). \quad (40)$$

Подставив выражения (36) и (38) в уравнение (35), приведем его к виду

$$\frac{dp}{d\vartheta} = \frac{6\mu Ur}{c^2 (1 - \varepsilon \cos \vartheta)^2} \left[1 - \frac{C}{\rho c (1 - \varepsilon \cos \vartheta)} \right].$$

Зависимость $p = p(\vartheta)$, представляемая этим уравнением, является периодической кривой с периодом 2π , имеющей две экстремальные точки (рис. 46), в одной из них давление достигает максимума p_{\max} , в другой минимума p_{\min} . В обеих точках $\frac{dp}{d\vartheta} = 0$,

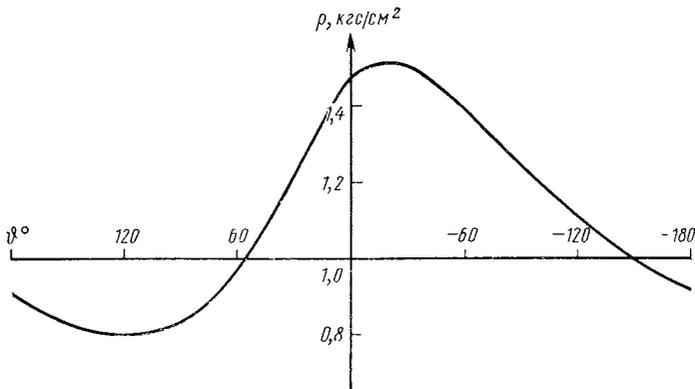


Рис. 46. Примерная интегральная кривая уравнения газовой смазки цилиндрического подшипника:
 $\lambda = 1,2$; $p_a = 1$ кгс/см²; $p_1 = 0,905$ кгс/см²; $\varepsilon = 0,4$; $C = 1,050$

т. е. выражение в квадратной скобке обращается в нуль. Отсюда найдем физический смысл неизвестной постоянной

$$C = p_{\max} c (1 - \varepsilon \cos \vartheta_{\max}) = p_{\min} c (1 - \varepsilon \cos \vartheta_{\min}).$$

Обозначив

$$p_{\max} (1 - \varepsilon \cos \vartheta_{\max}) = p_{\min} (1 - \varepsilon \cos \vartheta_{\min}) = p_3 (1 - \varepsilon \cos \vartheta_3), \quad (41)$$

получаем уравнение распределения давления в газовом смазочном слое подшипника бесконечной длины:

$$\frac{dp}{d\vartheta} = \frac{6\mu Ur}{c^2 (1 - \varepsilon \cos \vartheta)^2} \left[1 - \frac{p_3 (1 - \varepsilon \cos \vartheta_3)}{p (1 - \varepsilon \cos \vartheta)} \right]. \quad (42)$$

Соответственно уравнение для жидкостной смазки имеет вид

$$\frac{dp}{d\vartheta} = \frac{6\mu Ur}{c^2 (1 - \varepsilon \cos \vartheta)^2} \left[1 - \frac{1 - \varepsilon \cos \vartheta_3}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} \right]. \quad (43)$$

Уравнение (42) отличается от уравнения (43) тем, что в знаменателе дроби внутри его квадратной скобки присутствует множитель p . В результате вместо простейшего линейного уравнения (43) вида $\frac{dp}{d\vartheta} = f(\vartheta)$, которое сразу приводится к квадратурам [т. е. его можно интегрировать и получить аналитическую зависимость $p = p(\vartheta)$], имеем нелинейное уравнение вида $\frac{dp}{d\vartheta} = f(\vartheta, p)$ к квадратурам не приводимое, что весьма усложняет его решение. Но в одном отношении эта задача проще жидкостной: здесь отпадает необходимость в определении границ смазочного слоя, так как при газовой смазке невозможны разрывы (кавитации), возникающие при жидкостной смазке в зоне разрежения. Таким образом, при газовой смазке функция давления всегда непрерывна как по окружности шипа, так и в осевом на-

правлении, тогда как для жидкостной смазки вопрос определения границ смазочного слоя до сих пор не получил однозначного решения. Опыт показывает, что смазочный зазор заполнен маслом лишь частично, на некоторой дуге, угол охвата которой колеблется в широких пределах, он уменьшается, в частности, с увеличением зазора и нагрузки.

Уравнение, аналогичное (42), было впервые получено Гаррисоном [31]. Выяснив, что это уравнение нельзя интегрировать аналитически, Гаррисон ограничился его численным интегрированием для некоторых частных значений параметров μ , U , r , c , ϵ и p_1 , а именно тех, какие имели место в опытах Кингсбери [31]. При этом Гаррисон принимал, что давление p_1 в самом широком месте зазора равно атмосферному. Это неверно, давление здесь всегда ниже атмосферного (см. рис. 46 и 54). Сравнив полученные эпюры с экспериментальными эпюрами Кингсбери, Гаррисон показал, что физические предпосылки выведенного им уравнения правильны, эпюры оказались достаточно близкими.

Численное решение дифференциального уравнения (42) для каждого частного случая совокупности значений шести независимых параметров неприемлемо для практических целей, а тем более для изучения общих закономерностей газовой смазки ввиду сложности необходимых вычислений и неизвестности взаимосвязи с атмосферным давлением. Эта задача была решена в 1949 г. С. А. Шейнбергом [31], на основе открытых им числа подшипника χ (это обозначение исторически возникло первым; в зарубежной литературе используется обозначение Λ), закона подобия газовой смазки и предельных случаев задачи, рассмотренных ниже.

Решением уравнения (42) является некоторая функция $p = p(\vartheta)$, которая ввиду нелинейности уравнения может быть получена только в табличной форме в результате численного интегрирования уравнения. Пример такой зависимости изображен на рис. 46. Зная величину давления в некоторой исходной точке (удобно задаваться давлением p_1 при $\vartheta = +180^\circ$) и разбив интервал от $+180$ до -180° на равные участки ($\Delta\vartheta = -10^\circ = -\frac{\pi}{18}$), можно вычислить давление p в точке $\vartheta = +170^\circ$ по формуле Тэйлора [производные $\frac{dp}{d\vartheta}$, $\frac{d^2p}{d\vartheta^2}$, ... вычисляются по формуле (42)]:

$$p_{+170} = p_{+180} + \Delta\vartheta \frac{dp}{d\vartheta} + \frac{1}{2!} (\Delta\vartheta)^2 \frac{d^2p}{d\vartheta^2} + \dots$$

и, переходя от точки к точке, построить кривую.

При численном интегрировании уравнения (42) возникает ряд затруднений, с первым из которых мы сталкиваемся в самом начале — неизвестно давление p_1 в исходной точке интегральной

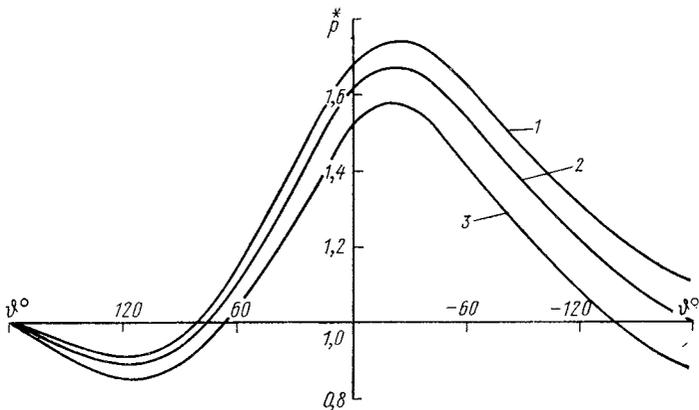


Рис. 47. Пучок интегральных кривых уравнения (45):

1 — $\bar{C} > \bar{C}_0$; 2 — $\chi_1 = 1,33$, $p^* = 1$, $\varepsilon = 0,4$, $\bar{C}_0 = 1,16$; 3 — $\bar{C} < \bar{C}_0$

кривой. Это затруднение устраняется заменой действительного давления p безразмерным относительным давлением

$$\dot{P}^* = \frac{p}{p_1} \quad (44)$$

Так как $\frac{dp}{d\vartheta} = \frac{d\dot{P}^*}{d\vartheta} = p_1$, то после замены уравнение (42) приводится к виду

$$\frac{d\dot{P}^*}{d\vartheta} = \frac{\chi_1}{(1 - \varepsilon \cos \vartheta)^2} \left[1 - \frac{\bar{C}}{\dot{P}^* (1 - \varepsilon \cos \vartheta)} \right], \quad (45)$$

где χ_1 — безразмерное число подшипника:

$$\chi_1 = \frac{6\mu U r}{c^2 p_1}; \quad (46)$$

$\bar{C} = \dot{P}_0^* (1 - \varepsilon \cos \vartheta_0)$ — неизвестная постоянная.

Начальное условие интегрирования уравнения (45) оказывается теперь определенным:

$$\dot{P}_1^* = \frac{p_1}{p_a} = 1 \quad (47)$$

и постоянным для любых условий работы подшипника. Неопределенность, связанная с неизвестностью p_1 , перешла, однако, в выражение числа χ_1 . Существенное преимущество уравнения (45) — безразмерность — позволяет устранить это препятствие. Какова бы ни была величина отношения p_1 к атмосферному давлению p_a , она может определяться только значениями χ_1 и ε , которым соответствует единственная интегральная кривая уравнения (45) (рис. 47). Из сказанного вытекает закон подобия газовой смазки подшипника бесконечной длины.

Эпюры абсолютных давлений в газовом смазочном слое подшипников, работающих при равных числе подшипника χ_1 и относительном эксцентриситете ε , подобны.

Закон подобия позволяет свести задачу к численному интегрированию уравнения (45) при известном начальном условии (47) и фиксированном ε для ряда последовательных значений χ_1 , включая предельные $\chi_1 = 0$ и $\chi_1 = \infty$. Вычислив затем безразмерные отношения p_1/p_a , определим масштаб $p_a \frac{p_1}{p_a}$, на который нужно умножить ординаты интегральных кривых, чтобы получить эпюры действительных давлений.

В уравнении (45) остается неизвестной постоянная \bar{C} , так как пока выяснен только ее физический смысл. При неопределенной \bar{C} решение уравнения изображает пучок кривых с общим началом $p^* = 1$ в точке $\vartheta = +\pi$. Единственное действительное значение \bar{C}_0 определяется условием 2π — периодичности давления P^* . Так как эпюра давлений непрерывна по окружности подшипника, то должно быть

$$P^*(-\pi) = P^*(+\pi) = 1. \quad (48)$$

Влияние величины \bar{C} на ход интегральной кривой показано на примере рис. 47. Выбрав пробное значение \bar{C} и выполнив интегрирование, определяют разность $P^*(-\pi) - 1$. В зависимости от ее величины и знака корректируют значение \bar{C} , после чего интерполяцией или экстраполяцией находят \bar{C}_0 , удовлетворяющее условию (48). На рис. 47 $\bar{C}_0 = 1,16$.

Обратимся теперь к определению связи давления p_1 с атмосферным давлением p_a . Зависимость между этими давлениями обусловлена обязательностью баланса расхода смазки через любое круговое сечение подшипника при стационарном процессе смазки. При стационарном процессе в любой точке смазочного зазора давление остается постоянным, следовательно, масса смазки, содержащейся в зазоре, с временем не меняется. Выделив мысленно какое-либо круговое сечение смазочного слоя с координатой z , увидим, что так же, как и на краях подшипника, в некоторых его местах смазка течет в направлении к концам, а в других — к середине подшипника. Направление движения определяется знаком величины $\frac{\partial p}{\partial t}$ на данном элементарном участке.

Согласно выражению (25) объемный расход смазки на участке

$$\Delta q_z = - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} r \Delta \vartheta \neq 0. \quad (49)$$

Однако суммарный расход смазки через все круговое сечение должен быть равен нулю, так как в противном случае масса смазки, заключенной в зазоре, изменялась бы со временем, что

невозможно, поскольку процесс смазки стационарный. Это условие выражается уравнением

$$\int_0^{2\pi} dq_z \rho = 0, \quad (50)$$

которое с учетом зависимости (20) и после замены dq_z его выражением (49) принимает форму

$$-C \frac{r}{12\mu} \int_0^{2\pi} p \frac{\partial p}{\partial z} h^3 d\vartheta = 0.$$

Воспользовавшись зависимостью

$$p \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial p^2}{\partial z},$$

и сократив постоянный множитель, находим

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial p^2}{\partial z} h^3 d\vartheta = 0.$$

Зазор h не зависит от z , он является функцией только угла ϑ . Поэтому его можно ввести под знак дифференцирования по z , а затем переменить порядок дифференцирования и интегрирования:

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial z} (p^2 h^3) d\vartheta = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{2\pi} p^2 h^3 d\vartheta = 0. \quad (51)$$

Равенство нулю производной от последнего интеграла означает, что этот интеграл имеет некоторую постоянную величину для любого z , т. е. для любого кругового сечения подшипника. Математически это выражается уравнением, получаемым интегрированием выражения (51):

$$\int_0^{2\pi} p^2 h^3 d\vartheta = \text{const}. \quad (52)$$

Индексом z отмечено переменное давление, свойственное круговому сечению на любом расстоянии z от середины подшипника. Давление p_z постоянно и равно p_a только в концевых сечениях $z = \pm \frac{L}{2}$, что позволяет определить константу уравнения (52):

$$\int_0^{2\pi} p^2 h^3 d\vartheta \Big|_{z=\pm L/2} = p_a^2 \int_0^{2\pi} h^3 d\vartheta. \quad (53)$$

Зависимость (52) действительна для подшипника любой длины, в том числе бесконечно длинного. В последнем случае, когда интеграл в левой части уравнения (53) можно вычислить по таблице значений $\overset{*}{P}(\vartheta)$, полученной для данных χ_1 и ε в результате решения плоской задачи, эта зависимость позволяет определить отношение p_1/p_a . Заменяв p на $\overset{*}{P}p_1$ и h на $Hc = (1 - \varepsilon \cos \vartheta) c$, найдем

$$p_1^2 \int_0^{2\pi} \overset{*}{P}^2 H^3 d\vartheta = p_a^2 \int_0^{2\pi} H^3 d\vartheta = p_a^2 2\pi \left(1 + \frac{3}{2} \varepsilon^2\right),$$

откуда

$$\frac{p_1}{p_a} = \left[\frac{\int_0^{2\pi} H^3 d\vartheta}{\int_0^{2\pi} \overset{*}{P}^2 H^3 d\vartheta} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{2\pi \left(1 + \frac{3}{2} \varepsilon^2\right)}{\int_0^{2\pi} \overset{*}{P}^2 (1 - \varepsilon \cos \vartheta)^3 d\vartheta} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (54)$$

Так как $\overset{*}{P}$ и H , входящие в подынтегральное выражение, являются функциями, зависящими от χ_1 и ε , то и отношение (54) однозначно определяется значениями этих критериев подобия. Число подшипника χ_1 можно поэтому заменить на однозначно ему соответствующее при данном ε число подшипника:

$$\chi = \chi_1 \frac{p_1}{p_a} = \frac{6\mu U r}{c^2 p_a} = \frac{6\mu \omega}{p_a} \left(\frac{r}{c}\right)^2, \quad (55)$$

имеющее то преимущество, что все составляющие его параметры известны. Затем, умножив ординаты интегральной кривой (рис. 47) на отношение (54), введем этим более удобную переменную

$$P = \overset{*}{P} \frac{p_1}{p_a} = \frac{P}{p_a}. \quad (56)$$

Для получения действительной эпюры давлений в средней части подшипника бесконечной длины достаточно умножить ординаты характеристической эпюры рис. 54 на заданное атмосферное давление (точнее, на давление у краев подшипника). Располагая характеристической эпюрой (в форме таблицы значений ее ординат), можно перейти к определению подъемной силы подшипника и момента трения в нем.

Подъемная сила и угол смещения

Подъемная сила подшипника, равная нагрузке на шип, определяется равнодействующей сил давления смазочного слоя на подшипник. Спроектировав давление p на направление

нагрузки W (см. рис. 43), получим с учетом выражения (56) для подшипника диаметром $D = 2r$ и длиной L

$$W = L \int_0^{2\pi} p \cos(\vartheta + \varphi) r d\vartheta = DLp_a \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} P \cos(\vartheta + \varphi) d\vartheta$$

Выражение

$$K_H = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} P \cos(\vartheta + \varphi) d\vartheta = \frac{W}{DLp_a} \quad (57)$$

представляет собой *удельную подъемную силу* на единицу площади проекции подшипника при $p_a = 1$.

Угол смещения φ (угол положения) неизвестен. Вычисление K_H произведем поэтому не по формуле (57), а с помощью проекций K_H на оси X и Y :

$$K_H = \sqrt{K_{HX}^2 + K_{HY}^2}, \quad (58)$$

где

$$K_{HX} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} P \cos \vartheta d\vartheta; \quad K_{HY} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} P \sin \vartheta d\vartheta. \quad (59)$$

Одновременно определяется угол φ :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{K_{HY}}{K_{HX}}, \quad (60)$$

который всегда отрицателен, потому что, как показывают вычисления,

$$K_{HX} = \frac{W_x}{DLp_a} > 0; \quad K_{HY} = \frac{W_y}{DLp_a} < 0,$$

что подтверждает правильность рис. 43.

Потери на трение

Моменты трения на шипе и подшипнике (на длине L) определяются выражением

$$M = Lr^2 \int_0^{2\pi} r\tau d\vartheta, \quad (61)$$

где τ — напряжение сдвига по формуле (18).

Моменты трения на шипе и подшипнике в общем случае задачи не равны, так как входящая в эту формулу производная $\frac{\partial u}{\partial y}$

имеет различные значения на соответственных поверхностях. Из выражения (24) дифференцированием находим

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{U}{h} - \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (h - 2y). \quad (62)$$

Напряжение сдвига на подшипнике положительно, т. е. оно направлено в сторону скорости U . На шипе же оно отрицательно, так как для последнего случая нужно было бы взять $\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=h}$. Определяя абсолютные величины, что более удобно для расчета, найдем для шипа τ_h и для подшипника τ_0 :

$$\left. \begin{aligned} \tau_h &= \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=h} = \frac{U\mu}{h} + \frac{h}{2} \frac{dp}{dx}; \\ \tau_0 &= \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{U\mu}{h} - \frac{h}{2} \frac{dp}{dx}. \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

Подставив эти выражения в равенство (61), произведем замены:

$$p = Pp_a; \quad x = r\vartheta; \quad h = cH,$$

после чего получим объединенное выражение абсолютных величин моментов трения на шипе M_h (знак $+$) и на подшипнике M_0 (знак $-$):

$$M_{h,0} = \frac{r^2 U \mu L}{c} \left[\int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{H} \pm \frac{c^2 p_a}{2U\mu r} \int_0^{2\pi} H \frac{dP}{d\vartheta} \right] d\vartheta. \quad (64)$$

Преобразуем это выражение. Первый интеграл справа равен $\frac{2\pi}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$ [см. формулу (80)]. Второй интеграл приведем к более удобному для вычислений виду по формуле интегрирования по частям:

$$\int_0^{2\pi} H \frac{dP}{d\vartheta} d\vartheta = HP \Big|_0^{2\pi} - \int_0^{2\pi} P \frac{dH}{d\vartheta} d\vartheta.$$

Здесь первое слагаемое справа равно нулю ввиду 2π -периодичности H и P . А так как $\frac{dH}{d\vartheta} = \varepsilon \sin \vartheta$, то

$$\int_0^{2\pi} H \frac{dP}{d\vartheta} d\vartheta = -\varepsilon \int_0^{2\pi} P \sin \vartheta d\vartheta = -2\varepsilon K_{ny},$$

где $K_{ny} = \frac{W}{DLp_a} \sin \vartheta$ найденная ранее [формула (59)] проекция на ось удельной подъемной силы K_n .

С учетом последнего соотношения и выражения (59) формула (64) приводит к простой зависимости моментов трения на шипе M_h

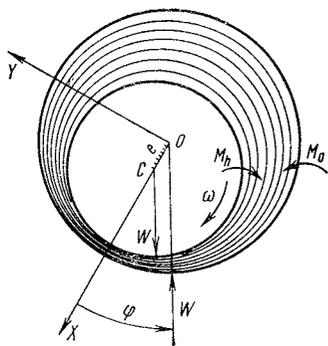


Рис. 48. Условия равновесия смазочного слоя

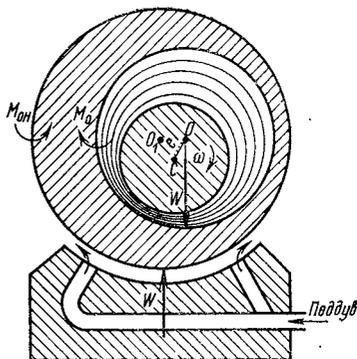


Рис. 49. Определение момента трения M_0 на испытательном стенде

и подшипнике M_0 (в абсолютных величинах):

$$M_0 = M_h - We \sin \varphi, \quad (65)$$

т. е. $M_0 < M_h$.

Это соотношение имеет наглядный физический смысл, который выявляется из другого его вывода. Выделим мысленно систему точек, составляющих стационарный смазочный слой нагруженного подшипника (рис. 48). К смазочному слою приложены: нагрузка W , проходящая через центр шипа C , равнодействующая — W аэродинамических сил, проходящая через центр подшипника O , моменты трения M_h и M_0 . Так как система материальных точек, составляющих смазочный слой, находится в равновесии под действием сил W , $-W$ и моментов M_h и M_0 , то взаимосвязь последних найдем из уравнения моментов относительно любой точки, например точки O :

$$M_h - M_0 - We \sin \varphi = 0,$$

что приводит к формуле (65). Измерения на стенде (рис. 49) подтверждают правильность последней.

Примечание. Основное условие получения в эксперименте верного результата — строгая концентричность наружной и внутренней поверхностей подшипника — так как только при соблюдении этого условия направления реакции $R = -W$ на наружную поверхность подшипника и нагрузки W совпадут.

Пусть фактический центр O_1 наружной поверхности подшипника расположен *влево* от O и C вместо того, чтобы совпадать с точкой O . Подшипник теперь находится в равновесии под действием нагрузки W , реакции R и моментов M_0 и $M_{0н}$. Из уравнения моментов относительно точки O найдем

$$W \cdot OO_1 + M_0 - M_{0н} = 0,$$

а с учетом выражения (65)

$$M_{0н} = M_h + W(OO_1 - e \sin \varphi).$$

Таким образом, если погрешность изготовления $OO_1 > \varepsilon \sin \varphi$, то измеренный момент M_0 (фактически $M_{0н}$) окажется даже больше M_h . Момент $M_{0н}$ — внешний момент, необходимый для удержания подшипника в равновесии.

Сравнив коэффициент при втором интеграле выражения (64) с формулой (55) числа подшипника χ , получим, с учетом сделанных замечаний, расчетное выражение моментов трения

$$M_{h, 0} = \frac{2\pi r^2 \mu U L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} (1 \pm K_T), \quad (66)$$

где K_T — коэффициент трения противотока:

$$K_T = - \frac{3\varepsilon \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{\pi \chi} K_{нУ}, \quad (67)$$

характеризующий отношение моментов трения на шипе и подшипнике:

$$\frac{M_h}{M_0} = \frac{1 + K_T}{1 - K_T}. \quad (68)$$

Источник неравенства этих моментов — наличие противотока в смазочном слое, возникающего при появлении эксцентриситета ε , т. е. под нагрузкой [см. выражение (25)].

Таким образом, удельная подъемная сила $K_{нУ}$, угол смещения φ и коэффициент трения противотока K_T подшипника определяются, как и его характеристическая эпюра, безразмерными критериями подобия χ и ε .

Задача газовой смазки замкнутого аэродинамического подшипника конечной длины сводится к вычислению для ряда пар этих критериев в интервале $0 \leq \chi \leq \infty$; $0 \leq \varepsilon < 1$ характеристических эпюр и расчетных параметров $K_{нУ}$, φ и K_T . Ход и результаты расчетов изложены ниже и в таблицах приложения 1.

Таблицы расчетных параметров и построенные по ним графики позволяют произвести общее исследование свойств газовой смазки и расчет подшипника при любых частотах вращения и прочих условиях, включая предельные случаи $\chi \rightarrow \infty$ и $\chi \rightarrow 0$. Исследование начнем с этих предельных случаев, анализ которых позволит раскрыть важнейшие особенности газовой смазки.

Предельный случай $\chi \rightarrow \infty$

Рассмотрим связь между эпюрой давлений в смазочном слое подшипника и скоростью скольжения U , полагая, что эксцентриситет ε остается неизменным. Это может быть достигнуто соответственным повышением нагрузки по мере возрастания скорости.

Проследим возрастание U , как наиболее наглядную причину роста величины χ . Из выражения (55) видно, что рост χ возможен не только при увеличении U , но и при уменьшении зазора c или давления p_a . Естественно, что выводы, изложенные ниже, спра-

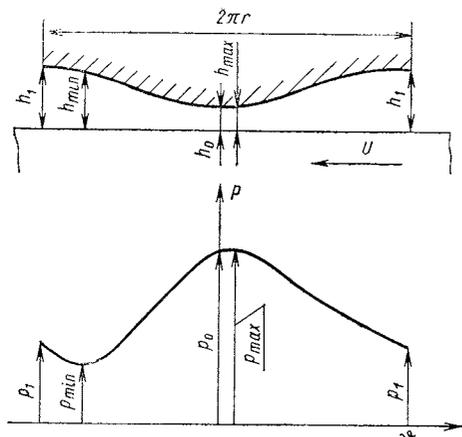


Рис. 50. Эпюра давлений в эквивалентном зазоре

ведливы независимо от причины роста χ .

При весьма малых частотах вращения давление в смазочном слое уравнивается, приближаясь к атмосферному давлению. С возрастанием же скорости U появляется зона повышенного давления, в некотором сечении h_{\max} давление равно p_{\max} , и зона пониженного давления, где в сечении h_{\min} давление равно p_{\min} (рис. 50). Отношение экстремальных давлений возрастает с повышением скорости скольжения.

При жидкостной смазке давление в смазочном слое прямо пропорционально угловой скорости вала, с ее возрастанием подъемная сила подшипника неограниченно повышается. Каково же соотношение между подъемной силой и скоростью при газовой смазке? На этот и ряд других вопросов дает ответ исследование уравнения (42) в предельном случае $\chi \rightarrow \infty$. Предварительно необходимо сделать некоторые замечания о физическом смысле такого исследования.

Уравнение (42) выведено с пренебрежением силами инерции и повышением температуры смазки и приводит к результатам, подтверждаемым опытом. Несомненно, однако, что с повышением угловой скорости вала влияние сил инерции и нагрева усиливается, и при некоторых условиях расхождение с опытом превзойдет допустимое. Свойства смазки в предельном случае $\chi \rightarrow \infty$, найденные в приведенном ниже исследовании, не являются поэтому реальными, если $\chi \rightarrow \infty$ в результате высокой скорости. Если же $\chi \rightarrow \infty$ вследствие низкого давления p_a (работа в разреженной атмосфере), то решение является вполне реальным.

Основная цель исследования предельных случаев — построение законченной картины поведения аэродинамического подшипника в зависимости от различных факторов.

Покажем, что

$$\frac{p_{\max}}{p_{\min}} \ll \frac{h_1}{h_0}$$

[величины этих зазоров определяются формулами (39) и (40)].

Из уравнения (41) вытекает, что

$$\frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \frac{h_{\min}}{h_{\max}}$$

Но величины h_{\max} и h_{\min} должны находиться в интервале $h_0 \dots h_1$ (см. рис. 50). Обозначив через Δ_1 и Δ_2 некоторые существенно положительные величины, напишем

$$h_{\max} = h_0 + \Delta_1; \quad h_{\min} = h_1 - \Delta_2,$$

тогда отношение

$$\frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \frac{h_1 - \Delta_2}{h_0 + \Delta_1} \leq \frac{h_1}{h_0}, \quad (69)$$

т. е. оно конечно. Можно доказать, что и производная $\left. \frac{dp}{d\vartheta} \right|_{\chi \rightarrow \infty}$ — конечна во всем интервале $0 \dots 2\pi$ [39].

Обратимся теперь к уравнению (24) распределения скоростей по высоте зазора. С учетом выражения (36)

$$u = \left[\frac{U}{h} - \frac{1}{2\mu r} \frac{dp}{d\vartheta} (h - y) \right] y.$$

Из сказанного выше следует, что при $U \rightarrow \infty$ (и вообще, при $\chi \rightarrow \infty$) второе слагаемое этой формулы становится исчезающе малым по сравнению с первым. Поэтому

$$u|_{\chi \rightarrow \infty} = U \frac{y}{h}, \quad (70)$$

т. е. эпюра распределения скоростей по высоте зазора вырождается из параболической в прямолинейную. Объемный расход через сечение

$$q|_{\chi \rightarrow \infty} = \int_0^{2\pi} u \, dy = U \frac{h}{2}.$$

Но для сжимаемой смазки должно соблюдаться условие (32) постоянства расхода массы смазки через любое сечение: $qP = \text{const}$, следовательно,

$$ph|_{\chi \rightarrow \infty} = \text{const}. \quad (71)$$

Если задано давление p_A в некоторой точке, определяемой углом A , то согласно этой зависимости закон распределения давления может быть представлен в виде

$$p|_{\chi \rightarrow \infty} = p_A \frac{h_A}{h} = p_A \frac{1 - \varepsilon \cos A}{1 - \varepsilon \cos \vartheta}. \quad (72)$$

Уравнение (72) показывает, что при $\chi \rightarrow \infty$ максимальное давление $p_{\max} = p_0$ будет в наименьшем сечении h_0 , а минимальное $p_{\min} = p_1$ — в наибольшем сечении h_1 . Отношение экстремальных давлений равно отношению наибольшего и наименьшего зазоров:

$$\frac{p_{\max}}{p_{\min}} \Big|_{\chi \rightarrow \infty} = \frac{h_1}{h_0} = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (73)$$

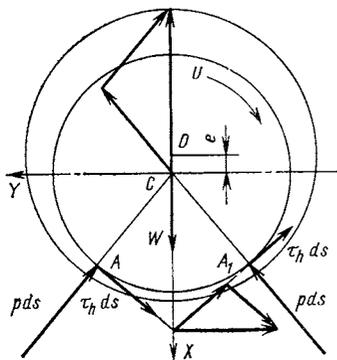


Рис. 51. Система сил, приложенных к шипу, в случае $\chi \rightarrow \infty$

Уравнение (72) показывает далее, что при $\chi \rightarrow \infty$ повышение давления (поддувом сжатого газа) в любой точке, определяемой углом A , вызывает пропорциональное увеличение давления во всех точках подшипника. Наиболее эффективно повышать наименьшее давление p_1 в наибольшем сечении h_1 . Задаваясь давлением p_1 , получаем из выражения (72) следующее уравнение распределения давления:

$$p = p_1 \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \vartheta}. \quad (74)$$

Мы нашли, таким образом, что:

1. С ростом χ точки приложения экстремальных давлений приближаются к местам наибольшего и наименьшего зазоров, которых они достигают при $\chi = \infty$.

2. Предельное отношение экстремальных давлений достигается при $\chi = \infty$. Оно равно отношению наибольшего и наименьшего зазоров подшипника. При этом для любого сечения подшипника произведение давления на зазор — величина постоянная, т. е.

$$p h |_{\chi \rightarrow \infty} = \text{const}. \quad (75)$$

3. С ростом χ повышается эффективность поддува. При $\chi \rightarrow \infty$ наиболее эффективен поддув в сечении h_1 , где давление минимально.

4. При $\chi \rightarrow \infty$ в любом сечении смазочного слоя устанавливается линейный закон распределения скоростей, а противоток смазки становится исчезающе малым сравнительно с основным потоком.

С повышением частоты вращения (при неизменном ε) эпюра давлений стремится к своей предельной форме, описываемой уравнением (74). Эта форма практически достигается уже при сравнительно умеренных угловых скоростях ω и даже при малых скоростях, если подшипник работает при низком давлении p_a окружающей среды. Таким образом, приведенные сейчас выводы представляют большой практический интерес, давая простую, наглядную и достаточно точную картину поведения газовой смазки при больших частотах вращения, а также указывая средства для повышения ее эффективности. Они сыграли важную роль в последующем развитии теории газовой смазки. На основе зависимости (75) была разработана « ph -линеаризация» уравнения (45), использованная в дальнейшем рядом исследователей [29].

Определим величину подъемной силы газового смазочного слоя при $\chi \rightarrow \infty$. Исследуем зависимость между положением шипа в подшипнике и приложенной к шипу внешней нагрузкой W .

Зададимся для этого положением шипа, изображенным на рис. 51, и будем искать величину и направление внешней нагрузки, для которой это положение шипа является равновесным.

Рассмотрим систему сил, действующих на шип со стороны смазки. В некоторой точке, определяемой углом A , на элементарную дугу ds действуют:

1) давление $p ds$, направленное к центру O :

$$p ds = p_1 \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \vartheta};$$

2) сила трения $\tau_h ds$, направленная по касательной в сторону, обратную вращению шипа:

$$\tau_h ds = \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=h} \mu ds.$$

Так как в рассматриваемом случае скорость u определяется формулой (70), то напряжения сдвига на шипе и подшипнике одинаковы:

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=h} = \frac{U}{h} = \frac{U}{c(1 - \varepsilon \cos \vartheta)}; \quad \tau = \frac{U\mu}{c(1 - \varepsilon \cos \vartheta)}. \quad (76)$$

В точке A , расположенной симметрично с точкой A относительно линии OC , силы $p ds$ и τds такие же по величине (так как зазоры h в этих точках равны) и так же направлены относительно шипа. Геометрическая сумма двух сил $p ds$ дает равнодействующую, направленную по вертикали вверх, а геометрическая сумма двух сил τds направлена по горизонтали вправо. Очевидно, что и результирующая $\sum p$ попарных сумм сил $p ds$ для всего шипа будет направлена по вертикали вверх, а результирующая сила трения R_τ — по горизонтали вправо или влево. Таким образом, равнодействующая всех сил, действующих на шип со стороны смазки, равная внешней нагрузке на шип, будет отклонена от направления OC на некоторый угол φ_1 . Величину этого угла оценим, вернувшись к аналитическому решению задачи.

Найдем величину равнодействующей $\sum p$ сил $p ds$ [здесь, как и при выводе формулы (57), рассматривается давление на подшипник, чтобы получить нагрузку W и угол φ , а не на шип, как для наглядности показано на рис. 51 и 52], спроектировав их на направление OC , которое, как сейчас было показано, совпадает с направлением $\sum p$:

$$\sum p = \int_0^{2\pi} p \cos \vartheta r d\vartheta = \int_0^{2\pi} p_1 \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} r \cos \vartheta d\vartheta = p_1 r (1 + \varepsilon) J, \quad (77)$$

где

$$J = \int_0^{2\pi} \frac{\cos \vartheta}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} d\vartheta. \quad (78)$$

Равнодействующую сил трения найдем с помощью формулы (76) для напряжения сдвига τ :

$$R_{\tau} = \int_0^{2\pi} \tau \cos \vartheta r d\vartheta = \int_0^{2\pi} \frac{U r \mu \cos \vartheta}{c(1 - \varepsilon \cos \vartheta)} d\vartheta = \frac{U r \mu}{c} J,$$

где J определяется выражением (78).

Разделив R_{τ} на $\sum p$, найдем угол φ_1 :

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{R_{\tau}}{\sum p} = \frac{U \mu}{c p_1 (1 + \varepsilon)}. \quad (79)$$

Отношение $\frac{1}{1 + \varepsilon}$ может изменяться в пределах 0,5 ... 1. Поэтому при $U = \infty$ угол $\varphi_1 = \pi/2$. Однако в реальных условиях U не превосходит 200 м/с. Задавшись, кроме того, атмосферным давлением в точке h_1 , т. е. $p_1 = 10^4$ кгс/м², и наименьшей применяемой при больших частотах вращения величиной среднего зазора $c = 0,005$ мм, получим при $\varepsilon = 0$ и $\mu = 1,9 \cdot 10^{-6}$ кгс · м⁻² · с наибольшую возможную в практике величину угла φ_1 для случая $U \rightarrow \infty$:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{200 \cdot 1,9 \cdot 10^{-6}}{10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 7,6 \cdot 10^{-3}; \quad \varphi_1 = 0^{\circ}26' < 0,5^{\circ}.$$

Найденная величина φ_1 показывает, что равнодействующая сил трения R_{τ} незначительна по сравнению с равнодействующей сил давления $\sum p$ в смазочном слое даже при больших скоростях, когда $\sum p$ практически уже не растет, а R_{τ} увеличивается прямо пропорционально U . Поэтому при $U \rightarrow \infty$ можно принять, что направление нагрузки W совпадает по направлению и величине с $\sum p$. Так как с уменьшением скорости R_{τ} уменьшается быстрее, чем $\sum p$, то этот вывод тем более справедлив и для средних скоростей.

Не следует полагать, что малость R_{τ} эквивалентна малости момента трения M . В последнем случае элементарные силы складываются арифметически. Поэтому при $\varepsilon = 0$ равнодействующая $R_{\tau} = 0$, тогда как величина M почти не зависит от ε .

В другом предельном случае $\chi \rightarrow 0$, R_{τ} и $\sum p$ совпадают по направлению (см. ниже), так что и в этом случае R_{τ} не влияет на величину угла φ , который из-за иной формы эпюры давлений оказывается равным -90° .

Из сказанного вытекают дальнейшие выводы о свойствах аэродинамического подшипника.

5. Влиянием сил трения на величину угла смещения φ можно пренебрегать при любых χ и считать нагрузку W равной по величине и направлению равнодействующей давлений $\sum p$.

6. С повышением частоты вращения угол φ между направлениями нагрузки и смещения шипа изменяется от -90° при $\chi \rightarrow 0$ до 0° при $\chi \rightarrow \infty$.

Предельная подъемная сила при $\chi \rightarrow \infty$. Вычислим интеграл (78):

$$J = \frac{1}{\varepsilon} \left[\int_0^{2\pi} \frac{\varepsilon \cos \vartheta - 1}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} d\vartheta + \int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} \right] = \frac{1}{\varepsilon} \left[\int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} - 2\pi \right].$$

Последний интеграл — табличный:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} = \left| \frac{2}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \operatorname{arctg} \left[\sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \right] \right|_{-\pi}^{+\pi} = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}; \quad (80)$$

в результате

$$J = \frac{2\pi}{\varepsilon} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} - 1 \right]. \quad (81)$$

Подставив выражение (81) в уравнение (77), получим предельную подъемную силу подшипника на длине L :

$$W|_{\chi \rightarrow \infty} = p_1 2rL\pi \left[\sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} - (1 + \varepsilon) \right] \frac{1}{\varepsilon}. \quad (82)$$

Остается выразить p_1 через p_a . Воспользовавшись выражением (54), найдем сначала интеграл в знаменателе этого выражения. Так как в данном случае уравнение (74) принимает вид

$$\dot{P}^* = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \vartheta},$$

то

$$\int_0^{2\pi} \dot{P}^{*2} (1 - \varepsilon \cos \vartheta)^3 d\vartheta = (1 + \varepsilon)^2 \int_0^{2\pi} (1 - \varepsilon \cos \vartheta) d\vartheta = 2\pi (1 + \varepsilon)^2.$$

Следовательно,

$$\frac{p_1}{p_a} = \frac{\left(1 + \frac{3}{2} \varepsilon^2\right)^{\frac{1}{2}}}{1 + \varepsilon} \quad (83)$$

и мы получаем расчетное выражение *удельной подъемной силы* для предельного случая $\chi \rightarrow \infty$:

$$K_n|_{\chi \rightarrow \infty} = \frac{W}{DLp_a} = \pi \sqrt{1 + \frac{3}{2} \varepsilon^2} \left[\sqrt{\frac{1}{1 - \varepsilon^2}} - 1 \right] \frac{1}{\varepsilon}. \quad (84)$$

В отличие от общего случая (57) $K_n|_{\chi \rightarrow \infty}$ зависит только от ε .

Формула (84) показывает, что при наличии нагрузки шип даже при $\chi \rightarrow \infty$ не может занимать в подшипнике центрального положения, так как при $\varepsilon \rightarrow 0$ подъемная сила смазочного слоя равна

нулю. Действительно, при $\varepsilon \rightarrow 0$ выражение (84) стремится к нулю:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sqrt{1 + \frac{3}{2} \varepsilon^2} &= 1; \quad \lim \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} - 1 \right] \frac{1}{\varepsilon} = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 - \frac{\varepsilon^2}{2}} - 1 \right) \frac{1}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon}{2} = 0. \end{aligned}$$

При жидкостной смазке положение совершенно иное. Подъемная сила (при неизменном ε) возрастает пропорционально числу χ [см. формулу (109)]. Если нагрузка конечна, то при $\chi \rightarrow \infty$ оси шипа и подшипника совпадают.

Момент трения при $\chi \rightarrow \infty$. Моменты трения на шипе и подшипнике определяются выражением (66). В рассматриваемом предельном случае напряжения сдвига на шипе и подшипнике по абсолютной величине совпадают, так как согласно выражению (76) градиент скорости потока по высоте зазора не зависит от y . Абсолютные величины моментов трения на шипе M_h и подшипнике M_0 поэтому одинаковы. Действительно, поскольку угол смещения $\varphi|_{\chi \rightarrow \infty} = 0$, то составляющая удельной подъемной силы $K_{HY} = 0$. Следовательно, и коэффициент трения противотока $K_T|_{\chi \rightarrow \infty} \rightarrow 0$, а момент трения определяется формулой, вытекающей из общего выражения (66):

$$M_{h,0} = \frac{2\pi r^2 UL}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}. \quad (85)$$

Подводя итог исследованию свойств подшипника при больших частотах вращения (больших χ), дополнительно отметим:

7. При газовой смазке каждому значению относительного эксцентриситета соответствует предельная величина подъемной силы подшипника, которая достигается при $\chi = \infty$.

8. При наличии нагрузки шип не может занимать центрального положения даже при $\chi \rightarrow \infty$. В последнем случае шип перемещается в направлении нагрузки ($\varphi = 0$).

9. Подъемная сила газового смазочного слоя при $\chi \rightarrow \infty$ пропорциональна давлению на краях подшипника p_a . Следовательно, при больших χ подъемная сила может быть повышена поддувом сжатого газа в смазочный зазор на краях подшипника. Эффективен также поддув в сечение h_1 , где давление минимально.

10. При $\chi \rightarrow \infty$ моменты трения на шипе и подшипнике становятся равными. Коэффициент трения противотока обращается в нуль.

Предельный случай $\chi \rightarrow 0$

С уменьшением χ эпюра давлений в смазочном слое выравнивается, стремясь при $\chi \rightarrow 0$ к прямой $p = \text{const}$. Это видно и потому, что $\frac{dp}{d\vartheta}$ стремится к нулю вместе с χ [уравнение (45)].

Таким образом, при $\chi \rightarrow 0$ отношение $\frac{P_3}{p}$ стремится к единице и выпадает из уравнения (42), так как его влияние на величину произведения $\frac{1 - \varepsilon \cos \vartheta_3}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} \frac{p_3}{p}$ становится исчезающе малым сравнительно с влиянием отношения $\frac{1 - \varepsilon \cos \vartheta_3}{1 - \varepsilon \cos \vartheta}$.

В результате получаем уравнение, совпадающее с уравнением (43) для жидкостной смазки. Физический смысл совпадения очевиден: с уменьшением перепада давлений в смазочном слое уменьшается и влияние сжимаемости газа, а следовательно, разница в свойствах газовой и жидкостной смазок стирается.

При интегрировании уравнения (43) для жидкостной смазки величайшие трудности возникают при отыскании граничных сечений, где обрывается смазочный слой. При газовой смазке поток по окружности непрерывен и функция давления будет периодической функцией, удовлетворяющей условию (48). Именно в этом предположении уравнение (43) было решено и подробно исследовано А. Зоммерфельдом [8], что позволило ему дать простое решение новой для того времени задачи. Однако для жидкостной смазки это решение в настоящее время непосредственно не используется, так как предположение о возможности существования в жидкостях давлений, меньших, чем в окружающей среде, нереально: в смазочном слое всегда возникают разрывы в зоне разрежения.

Для газовой же смазки при $\chi \rightarrow 0$ все выводы разработанной Зоммерфельдом теории совершенно справедливы. Приводим поэтому применительно к нашей задаче основные выводы из работы Зоммерфельда. Его формулы соответствуют предельному случаю $\chi = 0$, который так же, как и рассмотренный выше предельный случай $\chi = 0$, не имеет непосредственного физического смысла. Значение этих формул в том, что: 1) при малых χ они описывают состояние смазочного слоя с достаточно малой относительной погрешностью; 2) при $\chi = 0$ эта погрешность равна нулю и мы получаем ряд предельных величин расчетных параметров, необходимых для построения расчетных графиков и таблиц.

Прежде всего приведем уравнение (43) к форме, аналогичной уравнению (45) для общего случая задачи аэродинамического подшипника, введя безразмерное давление $\tilde{P} = \frac{p}{p_1}$ и число подшипника $\chi_1 = \frac{6\mu U r}{c^2 p_1}$ по формулам (46) и (47):

$$\frac{d\tilde{P}}{d\vartheta} = \frac{\chi_1}{(1 - \varepsilon \cos \vartheta)^2} \left[1 - \frac{C}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} \right]. \quad (86)$$

Здесь C — неизвестная пока постоянная, имеющая более простой смысл, чем в общем случае: это — экстремальный относительный зазор

$$C = 1 - \varepsilon \cos \vartheta_3 = H_3. \quad (87)$$

Уравнение (86) можно интегрировать, так как его правая часть представляет собой функцию одного лишь угла ϑ :

$$\dot{P}^*(\vartheta) - \dot{P}^*(0) = \chi_1 \left[\int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{(1 - \varepsilon \cos \vartheta)^2} - C \int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{(1 - \varepsilon \cos \vartheta)^3} \right]. \quad (88)$$

Так как $\dot{P}^*(0) = 1$, то это уравнение, как и в общем случае задачи, при неопределенном C аналитически определяет пучок кривых, проходящих через точку $\dot{P}^*(0)$. Нужное значение C определяется условием 2π -периодичности:

$$\dot{P}^*(2\pi) = \dot{P}^*(0) = 1. \quad (89)$$

Имея это в виду, вычислим интегралы уравнения (88), представив последние предварительно в несколько ином, удобном для вычисления интегралов виде, с помощью замены

$$\varepsilon = \frac{1}{\alpha}. \quad (90)$$

Тогда

$$\dot{P}^*(\vartheta) - \dot{P}^*(0) = \chi_1 \alpha^2 [J_2(\vartheta, \alpha) - C \alpha J_3(\vartheta, \alpha)], \quad (91)$$

где

$$J_1(\vartheta, \alpha) = \int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{\alpha - \cos \vartheta}; \quad J_2(\vartheta, \alpha) = \int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{(\alpha - \cos \vartheta)^2};$$

$$J_3(\vartheta, \alpha) = \int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{(\alpha - \cos \vartheta)^3}. \quad (92)$$

Для вычисления этих интегралов воспользуемся способом дифференцирования определенного интеграла по независимому параметру. При одинаковых пределах выражения $J_1(\vartheta, \alpha)$, $J_2(\vartheta, \alpha)$ и $J_3(\vartheta, \alpha)$ представляют собой функции параметра α , по которому их можно дифференцировать и затем сравнивать. Проведем эту операцию, находим, что

$$J_2(\vartheta, \alpha) = -\frac{dJ_1(\vartheta, \alpha)}{d\alpha}; \quad J_3(\vartheta, \alpha) = -\frac{1}{2} \frac{dJ_2(\vartheta, \alpha)}{d\alpha}. \quad (93)$$

Следовательно, зная $J_1(\vartheta, \alpha)$, сумеем вычислить $J_2(\vartheta, \alpha)$ и $J_3(\vartheta, \alpha)$. Сопоставив $J_1(\vartheta, \alpha)$ с выражением (80), находим

$$J_1(\vartheta, \alpha) = \frac{2}{(\alpha^2 - 1)^{1/2}} \alpha \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{\alpha + 1}{\alpha - 1}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \right). \quad (94)$$

Выполнив затем вычисления по схеме выражений (93), получаем

$$J_2(\vartheta, \alpha) = \frac{2\alpha}{(\alpha^2 - 1)^{3/2}} \operatorname{arctg}(N) + \frac{1}{\alpha^2 - 1} \frac{\sin \vartheta}{\alpha - \cos \vartheta};$$

$$J_3(\vartheta, \alpha) = \frac{2\alpha + 1}{(\alpha^2 - 1)^{5/2}} \operatorname{arctg}(N) + \frac{3}{2} \frac{\alpha}{(\alpha^2 - 1)^2} \frac{\sin \vartheta}{\alpha - \cos \vartheta} + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha^2 - 1} \frac{\sin \vartheta}{(\alpha - \cos \vartheta)^2}. \quad (95)$$

Подставив выражения (95) в формулу (91), мы должны получить непрерывную периодическую функцию $P^*(\vartheta)$, удовлетворяющую условию (89). Это возможно только при условии, что члены, содержащие $\operatorname{arctg}(N)$, сократятся, так как $\operatorname{arctg}(N)$ не представляет собой периодической функции:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\vartheta \rightarrow \pi+0} \operatorname{arctg}\left(V\bar{n} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}\right) &= -\frac{\pi}{2}; \\ \lim_{\vartheta \rightarrow \pi-0} \operatorname{arctg}\left(V\bar{n} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}\right) &= +\frac{\pi}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

Приравняв нулю сумму указанных членов, приходим к уравнению для определения неизвестной постоянной C :

$$\frac{2\alpha}{(\alpha^2 - 1)^{3/2}} - C\alpha \frac{2\alpha^2 + 1}{(\alpha^2 - 1)^{5/2}} = 0,$$

из которого с учетом выражения (116) находим

$$C = H_3 = 1 - \cos \vartheta_3 = \frac{2(\alpha^2 - 1)}{2\alpha^2 + 1} = \frac{2(1 - \varepsilon^2)}{2 + \varepsilon^2}. \quad (97)$$

Выполнив необходимые выкладки в уравнении (91), получим закон распределения давления

$$P^* = P_v^* - \chi_1 \frac{\alpha^2}{2\alpha^2 - 1} \frac{\sin \vartheta}{\alpha - \cos \vartheta} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha - \cos \vartheta}\right) = P_0^* + P_{\text{изб}}^*. \quad (98)$$

Перед тем, как перейти к вычислению удельной подъемной силы, определим неизвестную пока величину отношения $\frac{P_0}{P_a}$, что позволит заменить χ_1 на однозначно определяемое условиями задачи число подшипника χ . Используемое для этого уравнение (54) в данном случае может быть упрощено, так как исходное условие баланса *массового* расхода смазки [выражение (50)] заменяется более простым условием баланса *объемного* расхода

$$Q = \int_0^{2\pi} dq_z = 0.$$

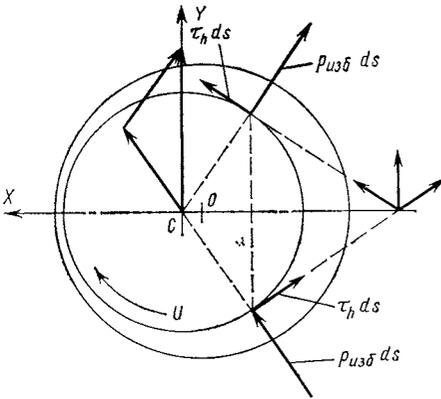


Рис. 52. Система сил, приложенных к шипу, в случае $\chi \rightarrow 0$

$$\int_0^{2\pi} \dot{P}^* H^3 d\vartheta = \dot{P}_0^* \int_0^{2\pi} H^3 d\vartheta + \int_0^{2\pi} \dot{P}_{изб}^* H^3 d\vartheta.$$

Переменная часть давления $\dot{P}_{изб}^*$ по уравнению (98) является нечетной функцией ϑ , т. е. ее численные значения в точках ϑ и $-\vartheta$, симметрично расположенных относительно линии центров OC , имеют равные по величине и обратные по знаку величины. Для $0 < \vartheta < \pi$ давление $\dot{P}_{изб}^*$ отрицательно, а для $\pi < \vartheta < 2\pi$ оно положительно. Давления в точках 0 и π равны: $\dot{P}_0^* = \dot{P}^* = 1$. Второй интеграл в правой части обращается поэтому в нуль, и отношение (99)

$$\left. \frac{p_0}{p_a} \right|_{\chi \rightarrow 0} = 1. \quad (100)$$

Итак, при $\chi \rightarrow 0$ $p_1 = p_0 = p_a$ и число χ_1 можно заменить на χ с помощью зависимости (55). Уравнение (98) может теперь быть представлено в определенной форме

$$P = 1 - \chi \frac{\alpha^2}{2\alpha^2 + 1} \frac{\sin \vartheta}{\alpha - \cos \vartheta} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha - \cos \vartheta} \right) = 1 + P_{изб}, \quad (101)$$

а после замены α на ε и P на абсолютное давление

$$P = \frac{p}{p_a} = 1 - \chi \frac{\varepsilon^2}{2 + \varepsilon^2} \frac{\sin \vartheta}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} \left(1 + \frac{1}{1 - \varepsilon \cos \vartheta} \right). \quad (102)$$

Удельная подъемная сила. Рассуждая так же, как в случае $\chi \rightarrow \infty$ (рис. 51), замечаем по рис. 52, что в данном случае в результате нечетности функции $p_{изб}$ попарные суммы сил $P_{изб} ds$, а следовательно, и $\sum p_{изб} ds$ направлены под углом 90° к линии центров (постоянная часть давления $p_a = 1$ на рисунке не показана, так как ее равнодействующая по окружности равна нулю). Так же направлен и главный вектор сил трения. На доказательстве

Замена приводит к следующему уравнению для несжимаемой смазки ($\chi \rightarrow 0$):

$$\frac{p_0}{p_a} = \frac{\int_0^{2\pi} H^3 d\vartheta}{\int_0^{2\pi} \dot{P}^* H^3 d\vartheta}. \quad (99)$$

Для его решения вычислим интеграл $\int_0^{2\pi} \dot{P}^* H^3 d\vartheta$.

Подставив вместо \dot{P}^* выражение (98), найдем

этого мы не останавливаемся ввиду малости R_{τ} , отношение $\frac{R_{\tau}}{\sum p_{изб} ds}$ имеет порядок $\frac{c}{r}$. Удельная подъемная сила определяется поэтому формулой

$$\begin{aligned} \frac{W}{DL\rho_a} &= K_H = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} P_{изб} \sin \vartheta d\vartheta = \\ &= -\frac{\chi}{2} \frac{\alpha^2}{2\alpha^2 + 1} \left[\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \vartheta d\vartheta}{\alpha - \cos \vartheta} + \alpha \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \vartheta d\vartheta}{(\alpha - \cos \vartheta)^2} \right]. \end{aligned} \quad (103)$$

Введем обозначения:

$$J_I = \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \vartheta d\vartheta}{\alpha - \cos \vartheta}; \quad J_{II} = \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \vartheta d\vartheta}{(\alpha - \cos \vartheta)^2}; \quad J_{III} = \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \vartheta d\vartheta}{(\alpha - \cos \vartheta)^3}. \quad (104)$$

Интеграл J_I преобразуем, приведя подынтегральную функцию к виду

$$\frac{\sin^2 \vartheta}{\alpha - \cos \vartheta} = \frac{1 - \cos^2 \vartheta + \alpha^2 - \alpha^2}{\alpha - \cos \vartheta} = \alpha + \cos \vartheta - (\alpha^2 - 1) \frac{1}{\alpha - \cos \vartheta},$$

после чего

$$J_I = \alpha \int_0^{2\pi} d\vartheta + \int_0^{2\pi} \cos \vartheta d\vartheta - (\alpha^2 - 1) \int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{\alpha - \cos \vartheta}. \quad (105)$$

Первый интеграл равен 2π , второй — нулю, а третий, который обозначим J_1 , мы определим из выражения (94) для $J_1(\vartheta, \alpha)$. Положив здесь $\vartheta = \pm\pi$, получим согласно формуле (96) J_1 , а также J_2 [из выражения (95)], который понадобится в дальнейшем:

$$J_1 = \frac{2\pi}{(\alpha^2 - 1)^{1/2}}; \quad J_2 = \frac{2\pi\alpha}{(\alpha^2 - 1)^{3/2}}. \quad (106)$$

Подставив интеграл J_1 в формулу (105), найдем

$$J_I = 2\pi \left[\alpha - (\alpha^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right] = \frac{2\pi}{\varepsilon} \left[1 - (1 - \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (107)$$

Интегралы J_{II} и J_{III} вычислим, прибегнув вновь к дифференцированию по параметру α :

$$\left. \begin{aligned} J_{II} &= -\frac{dJ_I}{d\alpha} = 2\pi \left[(1 - \varepsilon^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right]; \\ J_{III} &= -\frac{1}{2} \frac{dJ_{II}}{d\alpha} = \frac{\pi\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon^2)^{\frac{3}{2}}}. \end{aligned} \right\} \quad (108)$$

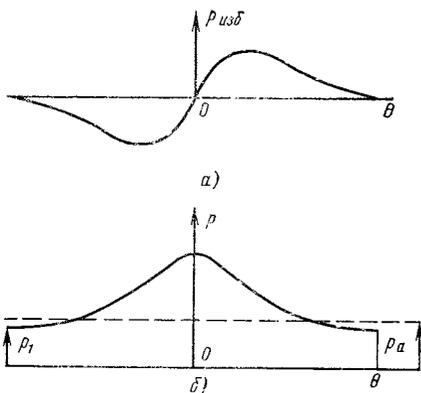


Рис. 53. Эволюция эпюры давлений с ростом χ ($\varepsilon = 0,5$):
 а — $\chi \rightarrow 0$; б — $\chi \rightarrow \infty$

11. При малых числах подшипника $\chi \rightarrow 0$ поддув сжатого газа в смазочный зазор не повышает подъемную силу подшипника.

Зная величину постоянной C (97), можно определить места давлений P_{\max} и P_{\min} . Сечения, где приложены эти давления, определяются положительным и отрицательным корнями уравнения (102):

$$\cos \vartheta_3 = \frac{1}{\varepsilon} (1 - C) = \frac{3\varepsilon}{2 + \varepsilon}. \quad (110)$$

После подстановки выражения (110) в формулу (102) определим эти давления:

$$P_3 = \frac{p_3}{p_a} = 1 \pm \chi \frac{\varepsilon^2 \sqrt{(2 - \varepsilon^2)^2 - \varepsilon^2} (4 - \varepsilon^2)}{4 (1 - \varepsilon^2)^2 (2 + \varepsilon^2)}. \quad (111)$$

Момент трения при $\chi \rightarrow 0$. Моменты трения на шипе и подшипнике, определяемые выражениями (66) и (67), в данном случае различны по величине. Так как $\varphi = -90^\circ$, то из выражения (59) вытекает, что $K_{HY} = K_H$, где K_H определяют по выражению (109). Подставив последнее в формулу (67), находим

$$K_T |_{\chi \rightarrow 0} = \frac{3\varepsilon^2}{2 + \varepsilon^2}. \quad (112)$$

Проведенный анализ предельных случаев задачи газовой смазки аэродинамического подшипника показал, что эпюра избыточных давлений $p_{изб} = p - p_a$ является при $\chi \rightarrow 0$ нечетной функцией ϑ , тогда как при $\chi \rightarrow \infty$ эпюра давлений оказывается четной функцией. Таким образом, с ростом χ эпюра давлений, которая при $\chi \rightarrow 0$ имеет вид, показанный на рис. 53, а, постепенно приобретает вид, показанный на рис. 53, б (см. также рис. 54).

Подставив выражения (107) и (108) в формулу (103), найдем удельную подъемную силу

$$\begin{aligned} \frac{W}{DL\rho_a} &= K_H |_{\chi \rightarrow 0} = \\ &= -\chi \frac{\pi\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2) \sqrt{1 - \varepsilon^2}}; \\ \varphi &= -90^\circ. \end{aligned} \quad (109)$$

Из формулы (109) видно, что при $\chi \rightarrow 0$ подъемная сила не зависит от атмосферного давления. Это приводит к следующему выводу, завершающему сказанное о свойствах аэродинамического подшипника:

Вычисление безразмерных расчетных параметров

Начальную задачу [см. выражения (45), (47), (48)] можно решить, пользуясь любым из известных численных методов (например, приведенных в работе [3]), по которым для всех серийных электронно-вычислительных машин составлены стандартные программы. Приведем краткое описание метода Рунге—Кутты с автоматическим выбором шага.

Требуется решить уравнение (45) вида $y' = f(x, y)$ на отрезке $[x_0, x_1]$ с начальным условием

$$y(x) = y_0. \tag{113}$$

Обозначим $x - x_0 = h$. При достаточно малом шаге h по формуле Тэйлора можно приближенно считать

$$\Delta y_0 = y(x_0 + h) - y_0 = \sum_{k=1}^{n+1} \frac{h^k}{k!} y_0^{(k)}. \tag{114}$$

Производные, входящие в правую часть равенства (114), можно последовательно вычислять дифференцированием:

$$y'_0 = f(x_0, y_0) = f_0;$$

$$y''_0 = \frac{\partial f_0}{\partial x} + f_0 \frac{\partial f_0}{\partial y};$$

$$y'''_0 = \frac{\partial^2 f_0}{\partial x^2} + 2f_0 \frac{\partial^2 f_0}{\partial x \partial y} + f_0^2 \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} + \frac{\partial f_0}{\partial x} \frac{\partial f_0}{\partial y} + f_0 \left(\frac{\partial f_0}{\partial y} \right)^2$$

и т. д. С увеличением порядка производных выражения становятся все более громоздкими и малоприменимыми для практической вычислительной работы.

Рунге предложил поэтому искать Δy_0 в виде линейной комбинации:

$$\Delta y_0 = C_{r1} k_1(h) + C_{r2} k_2(h) + \dots + C_{ri} k_i(h), \tag{115}$$

где C_{ri} — постоянные коэффициенты; величины $k_1(h)$, $k_2(h)$, ..., $k_i(h)$ вычисляются по формулам:

$$k_1(h) = hf(x_0, y_0);$$

$$k_2(h) = hf(x_0 + \alpha_2 h, y_0 + \beta_{21} k_1);$$

$$k_3(h) = hf(x_0 + \alpha_3 h, y_0 + \beta_{31} k_1 + \beta_{32} k_2);$$

.

$$k_i(h) = hf(x_0 + \alpha_i h, y_0 + \beta_{i1} k_1 + \beta_{i2} k_2 + \dots + \beta_{i, r-1} k_{r-1}).$$

Зная α_i , β_{ij} и выбрав шаг h , можно последовательно вычислить $k_i(h)$.

Постоянные C_{ri} , α_i , β_{ij} выбирают так, чтобы разложение (114) по степеням h и разложение (115) совпадали до возможно более высоких степеней h при произвольной функции $f(x, y)$ и произвольном шаге h .

Для $r = 4$ разложения (114) и (115) по степеням h совпадают до четвертого члена включительно (т. е. погрешность метода на одном шаге — порядка h^5), а коэффициенты имеют следующие значения:

$$C_{41} = \frac{1}{6}; \quad C_{42} = \frac{1}{3}; \quad C_{43} = \frac{1}{3}; \quad C_{44} = \frac{1}{6};$$

$$\alpha_1 = \alpha_3 = \frac{1}{2}; \quad \alpha_4 = 1;$$

$$\beta_{21} = \frac{1}{2}; \quad \beta_{31} = 0; \quad \beta_{32} = \frac{1}{2}; \quad \beta_{41} = \beta_{42} = 0; \quad \beta_{43} = 1.$$

Формулы Рунге—Кутты для $r = 4$ имеют вид

$$\left. \begin{aligned} y(x_0 + h) &= y(x_0) + \Delta y_0; \quad \Delta y_0 = \frac{1}{6} [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]; \\ k_1 &= hf(x_0, y_0); \quad k_2 = hf\left(x_0 + \frac{h}{2}; y_0 + \frac{k_1}{2}\right); \\ k_3 &= hf\left(x_0 + \frac{h}{2}; y_0 + \frac{k_2}{2}\right); \quad k_4 = hf(x_0 + h; y_0 + k_3). \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

Результат вычисления очередного шага используется в качестве начального условия для следующего шага. Очевидно, при этом погрешность результата накапливается от шага к шагу и чтобы получить решение на отрезке $[x_0, x_1]$ с заданной точностью, необходимо на каждом этапе счета контролировать погрешность и корректировать шаг, что осуществляется ЭВМ автоматически, по заданной программе. Погрешности контролируются следующим образом: для $x_k = x_{k-1} + \Delta x_{k-1}$ вычисляют по формулам (116) значение $y_k^{(h_{k-1})} = y_{k-1} + \Delta y_{k-1}^{(h_{k-1})}$, затем определяют величину

$y_k \left(\frac{h_{k-1}}{2}\right)$ двухкратным счетом с половинным шагом $\frac{h_{k-1}}{2}$. Обнаруженная при этом погрешность не должна превышать заданной текущей погрешности ε_T , которая принималась равной 0,0005. Если это условие на каком-либо шаге не выполняется, то шаг делится пополам и расчет на этом этапе повторяется. Чтобы избежать неоправданного мельчания шага, по окончании k -го этапа шаг пересчитывают по формуле

$$h_{k+1} = \alpha h_k, \quad (117)$$

где $\alpha < 1$.

Эволюцию формы эпюры с ростом χ легко проследить по рис. 54.

После вычисления характеристической эпюры можно перейти к определению удельной подъемной силы K_H , угла смещения φ

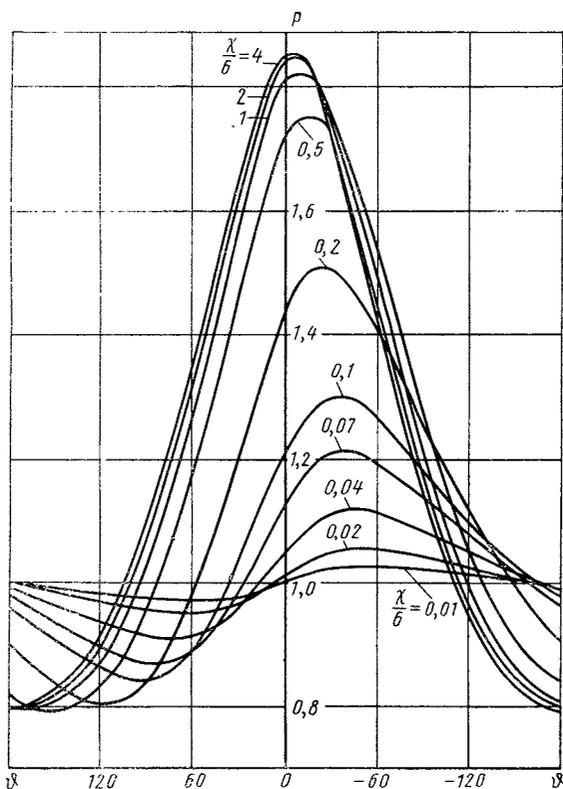


Рис. 54. Характеристические эпюры для различных χ при $\varepsilon = 0,4$

и моментов трения $M_{h,0}$, используя для этого выведенные ранее формулы (57)—(60) и (66)—(68).

Для вычисления проекций K_{hX} и K_{hY} можно использовать любой из ряда известных методов численного интегрирования. Наиболее распространенные методы Симпсона и Гаусса, по которым для всех серийных ЭВМ имеются стандартные программы.

Метод Симпсона заключается в том, что на каждом элементарном участке, на который разбит отрезок интегрирования, подынтегральная функция заменяется дугой параболы, проведенной через три точки подынтегральной кривой, соответствующие началу, середине и концу элементарного участка. Вычисления производят по формуле

$$J = \int_0^{2\pi} f(\vartheta) d\vartheta \approx \frac{2\pi}{3h} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots$$

$$\dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n).$$

(118)

Точность и автоматический выбор шага контролируют примерно так же, как при численном интегрировании дифференциального уравнения.

Результаты расчетов представлены в сводной таблице приложения 1, к ним присоединены предельные значения расчетных параметров для случаев $\chi \rightarrow \infty$ и $\chi \rightarrow 0$, вычисленные по формулам (84), (109) и (112).

В сводной таблице расчетные параметры K_n , K_1 и φ для плоской задачи представлены в колонке $\lambda \rightarrow \infty$ наряду с колонками параметров для конечных λ . Последние вычислены для набора округленных величин $\frac{\chi}{6} : 0,1; 0,2; \dots; 4$, что удобно для построения таблиц и использования их. Для $\lambda \rightarrow \infty$ значения $\frac{\chi}{6}$ получаются некруглыми, так как при вычислении по схеме, приведенной ранее, задаются (при данном ε) некоторым числом χ_1 по формуле (46). Лишь после выполнения интегрирования уравнения (45) могут быть вычислены отношение $P_1 = \frac{p_1}{p_a}$, а затем по формуле (55) расчетное число подшипника χ . Полученный таким путем набор величин $\frac{\chi}{6}$ не укладывается в выбранный ряд чисел, приведенный в таблицах приложения 1.

При вычислениях, выполненных в ЭНИМСе на ЭВМ, этот недостаток устранен методом итерации. Уравнение (42), приведенное с учетом выражений (38), (45) и (56) к виду

$$\frac{dP}{d\vartheta} = \frac{\chi}{(1 - \varepsilon \cos \vartheta)^2} \left[1 - \frac{C}{P(1 - \varepsilon \cos \vartheta)} \right], \quad (119)$$

решается для выбранного χ и ε при соблюдении условия 2π -периодичности (48). В качестве начального условия берут некоторое пробное значение $P_1 < 1$. По полученной интегральной кривой с помощью уравнения (54) вычисляют исправленное значение начального давления P . Затем ЭВМ вновь решает уравнение (119) при исправленном P_1 и т. д. Итерационный процесс продолжается автоматически по достижении заданной точности счета. Длительность счета тем меньше, чем ближе пробное значение P_1 к истинному. Так как счет характеристических эпюр на ЭВМ вели в порядке возрастающих χ , причем P_1 монотонно уменьшалось (от 1 до 0,8 при $\varepsilon = 0,4$; см. рис. 54), то в качестве пробного значения P_1 брали его действительное значение для предыдущей эпюры.

К числу расчетов, выполняемых с помощью таблиц и графиков, относится определение формы кривой подвижного равновесия (см. рис. 19). Задавшись величиной χ , составляют таблицу значений полярных координат ε и φ , после чего построение кривой по точкам не представляет затруднений, кроме точки $\varepsilon = 0$, для которой неизвестен угол φ . Последний найдем, решив уравнение (119) для случая $\varepsilon \rightarrow 0$.

При $\varepsilon = 0$, $P = 1$, $H = 1$ $C = P$, $H_s = 1$. Следовательно, разности $P - 1$ и $C - 1$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ стремятся к нулю и решение можно искать в форме

$$C = 1 + \varepsilon C_1, \quad P = 1 + \varepsilon \tilde{p}, \quad (120)$$

откуда

$$\frac{dP}{d\vartheta} = \varepsilon \frac{d\tilde{p}}{d\vartheta}. \quad (121)$$

Подставив эти выражения в уравнение (119) и исключив члены малости выше первого порядка, найдем с учетом выражения (121)

$$\varepsilon \frac{d\tilde{p}}{d\vartheta} = \chi \frac{(1 + \varepsilon \tilde{p})(1 - \varepsilon \cos \vartheta) - (1 + \varepsilon C_1)}{(1 + \varepsilon \tilde{p})(1 - \varepsilon \cos \vartheta)^3} = \chi \varepsilon (\tilde{p} - \cos \vartheta - C_1),$$

что приводит к дифференциальному уравнению для \tilde{p} :

$$\tilde{p}' - \chi \tilde{p} = -\chi (\cos \vartheta + C_1). \quad (122)$$

Искомая функция $\tilde{p}(\vartheta)$ — частное решение уравнения (121), которое должно удовлетворять условию 2π -периодичности. Этому условию удовлетворяет решение вида

$$\tilde{p} = a \cos \vartheta + b \sin \vartheta + m, \quad (123)$$

где a , b и m — неизвестные постоянные.

Подставив выражение (123) и его производную в уравнение (122), получим уравнение

$$(-a - \chi b) \sin \vartheta + (b - \chi a + \chi) \cos \vartheta + \chi(-m + C_1) = 0,$$

которое должно обращаться в тождество при любых величинах ϑ и χ . Отсюда уравнения для определения a , b и m будут:

$$a + \chi b = 0; \quad \chi a + b = \chi; \quad m = C_1.$$

Из двух первых находим

$$a = \frac{\chi^2}{1 + \chi^2}; \quad b = -\frac{\chi}{1 + \chi^2}.$$

Оставшееся неизвестным C_1 определим из условия (53) постоянства массы. Подставив в уравнение (53) вместо $P = \frac{p}{\rho a}$ его выражение (120), получим

$$\int_0^{2\pi} (1 + \varepsilon \tilde{p})^2 (1 - \varepsilon \cos \vartheta)^3 d\vartheta = 2\pi \left(1 + \frac{3}{2} \varepsilon^2 \right).$$

Отбросив члены порядка выше первого, найдем, что

$$\int_0^{2\pi} (1 + 2\varepsilon \tilde{p} - 3\varepsilon \cos \vartheta) d\vartheta = 2\pi,$$

и так как

$$\int_0^{2\pi} d\vartheta = 2\pi, \quad \int_0^{2\pi} \cos \vartheta d\vartheta = 0,$$

придем к условию постоянства массы для $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$\int_0^{2\pi} \tilde{p} d\vartheta = 0.$$

Заменив под интегралом \tilde{p} его выражением (123), найдем, что $m = 0$.

Итак, искомая функция давления

$$P|_{\varepsilon \rightarrow 0} = 1 + \varepsilon \tilde{p} = 1 + \left(\frac{\chi^2}{1 + \chi^2} \cos \vartheta - \frac{\chi}{1 + \chi^2} \sin \vartheta \right) \varepsilon.$$

Угол смещения φ_0 определим по формулам (59) и (60):

$$K_{нХ}|_{\varepsilon \rightarrow 0} = \frac{1}{2} \pi \frac{\chi^2 \varepsilon}{1 + \chi^2}; \quad K_{нУ}|_{\varepsilon \rightarrow 0} = -\frac{1}{2} \pi \frac{\chi \varepsilon}{1 + \chi^2};$$

$$K_{н}|_{\varepsilon \rightarrow 0} = \frac{\pi}{2\sqrt{1 + \chi^2}} \chi \varepsilon; \quad (124)$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\chi} \right). \quad (125)$$

При исследовании устойчивости подшипника необходима величина подъемной силы при $\chi \rightarrow 0$ и $\varepsilon \rightarrow 0$. Из выражений (124) находим

$$K_{н} \Big|_{\substack{\lambda \rightarrow \infty \\ \chi \rightarrow 0 \\ \varepsilon \rightarrow 0}} = \frac{\pi}{2} \chi \varepsilon. \quad (126)$$

VI

Глава

Аэродинамический подшипник конечной длины в стационарном режиме работы

Уравнение пространственного потока смазки. Закон подобия

Пространственный поток газовой смазки в опоре конечных размеров при стационарном режиме работы описывается общим уравнением (31). Подставив в это уравнение выражения (25) объемных расходов смазки q_x и q_z , получим

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) - 6\mu U \frac{\partial (\rho h)}{\partial x} = 0. \quad (127)$$

Применение общего уравнения (127) к конкретному типу опор достигается заменой h определенной функцией координат x и z , соответствующих рассматриваемому типу опоры. Для цилиндрического подшипника бесконечной длины безразмерные параметры представлены выражениями (36)—(38) и (56). Для подшипника конечной длины дополнительно вводится координата z , направленная вдоль оси подшипника, которую выразим через безразмерную переменную ξ :

$$z = r\xi; \quad \lambda = \frac{l}{r} = \frac{L}{D}; \quad 0 \leq \xi \leq \lambda. \quad (128)$$

Начало отсчета z и ξ принято в середине подшипника, и так как он симметричен, то рассматривается одна его половина.

λ — относительная длина (или, короче, удлинение) подшипника.

Введя эти параметры в уравнение (127), получим уравнение распределения давлений в цилиндрическом подшипнике:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho H^3 \frac{\partial P}{\partial \xi} \right) - \chi \frac{\partial (\rho H)}{\partial \theta} = 0; \quad (129)$$

здесь P и H определяются формулами (56) и (37); χ — формулой (55).

Таким образом, пространственная задача газовой смазки подшипника конечной длины представляет собой краевую задачу

для нелинейного уравнения с частными производными эллиптического типа в прямоугольной области:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \vartheta \leq 2\pi; \\ 0 \leq \xi \leq \lambda \end{aligned} \right\} \quad (130)$$

со следующими краевыми условиями:

$$\left. \begin{aligned} P(0, \xi) = P(2\pi, \xi); \quad \frac{\partial P}{\partial \vartheta}(0, \xi) = \frac{\partial P}{\partial \vartheta}(2\pi, \xi); \\ P(\vartheta, \lambda) = 1; \quad \frac{\partial P}{\partial \xi}(\vartheta, 0) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (131)$$

Так как эта область и краевые условия всегда одинаковы, то приходим к *закону подобия*: форма пространственного поля давлений конечного подшипника с газовой смазкой и все его безразмерные расчетные параметры определяются тремя безразмерными критериями подобия (вместо двух для плоской задачи): числом подшипника $\chi = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r}{c}\right)^2$; относительной длиной $\lambda = \frac{L}{D}$; относительным эксцентриситетом $\varepsilon = \frac{e}{c}$.

Для пространственной задачи несжимаемой (жидкостной) смазки получим из уравнения (31), которое в этом случае принимает вид

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0, \quad (132)$$

известное уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) - 6\mu U \frac{dh}{dx}. \quad (133)$$

Так как давление

$$p = p_a + p_{изб} \quad (134)$$

входит в выражение (133) только в форме производной и поскольку

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p_{изб}}{\partial x}; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial p_{изб}}{\partial z}, \quad (135)$$

то из этого обстоятельства вытекает, что поле избыточного давления, являющееся решением уравнения (133), не зависит от p_a . Введем поэтому вместо выражения (56) безразмерное *приведенное избыточное* давление $P_{пр}$:

$$p_{изб} = p - p_a = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r}{c}\right)^2 P_{пр} = \chi p_a P_{пр},$$

откуда

$$P_{пр} = \frac{P-1}{\chi}; \quad P = \chi P_{пр} + 1. \quad (136)$$

Заменив, кроме того, h на cH и x на $r\vartheta$, найдем, после упрощений, уравнение в безразмерных параметрах:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(H^3 \frac{\partial P_{\text{пр}}}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(H^3 \frac{\partial P_{\text{пр}}}{\partial \zeta} \right) - \frac{dH}{d\vartheta} = 0 \quad (137)$$

с граничными условиями, отличающимися от условий (131) лишь тем, что $P_{\text{пр}}(\vartheta, \lambda) = 0$ вместо $P(\vartheta, 1) = 1$.

Из уравнения (137) видно, что критериями подобия конечного подшипника с жидкостной смазкой являются два параметра: λ и ε (вместо одного ε — для плоской задачи).

Численное интегрирование уравнения

Задача сводится к численному интегрированию уравнений (129)—(131) для ряда пар χ и ε при различных величинах λ и последующему построению расчетных графиков, совершенно подобно тому, как это было сделано для подшипника бесконечной длины. Эта задача решена рядом авторов с помощью различных разностных методов счета на ЭВМ. Ниже описан метод, использованный Раймонди.

Выполним почленное дифференцирование уравнения (129), рассматривая каждый член как произведение двух функций:

$$P \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \vartheta} \right); \quad P \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) \text{ и } PH.$$

Полученное уравнение

$$\begin{aligned} P \left[\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) - \chi \frac{dH}{d\vartheta} \right] = \\ = -H^3 \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \vartheta} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial \zeta} \right)^2 \right] + \chi H \frac{\partial P}{\partial \vartheta} \end{aligned} \quad (138)$$

удобнее для последующих преобразований: здесь разделены линейная и нелинейная части. Разделим теперь выражение (138) почленно на $P\chi$, что возможно, когда $\chi > 0$ и $P > 0$. При этом, например, согласно уравнениям (134) и (136)

$$\frac{\partial P}{\partial \vartheta} = \chi \frac{\partial P_{\text{пр}}}{\partial \vartheta}$$

и уравнение (129) принимает удобную для интегрирования форму

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(H^3 \frac{\partial P_{\text{пр}}}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(H^3 \frac{\partial P_{\text{пр}}}{\partial \zeta} \right) - \frac{dH}{d\vartheta} = \\ = \frac{H^3}{\chi P} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \vartheta} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial \zeta} \right)^2 \right] + \frac{H}{P} \frac{\partial P}{\partial \vartheta}. \end{aligned} \quad (139)$$

Группа членов левой части совпадает с левой частью уравнения (137) для жидкостной смазки, тогда как члены справа учи-

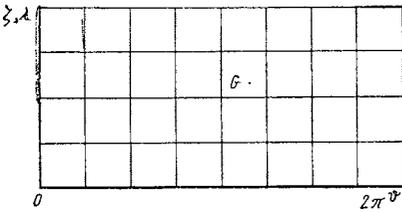


Рис. 55. Развернутая поверхность подшипника с ортогональной сеткой

квадраты в правой части уравнения (138) малы второго порядка. Это согласуется со свойствами газовой смазки в данном предельном случае.

Для выполнения численного интегрирования уравнения (139) прямоугольник G покрывается ортогональной сеткой (рис. 55), состоящей из двух семейств параллельных прямых:

$$\vartheta = ih; \quad i = 0, 1, 2, \dots, n; \quad h = \frac{2\pi}{n};$$

$$\xi = jk; \quad j = 0, 1, 2, \dots, m; \quad k = \frac{\lambda}{m}.$$

В уравнении (139) заменяют переменные и вводят функцию давления

$$u = \frac{H^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{2\pi}{n}\right)^2 \varepsilon} P_{\text{пр}}; \quad P_{\text{пр}} = \left(\frac{2\pi}{n}\right)^2 \varepsilon H^{-\frac{3}{2}} u \quad (140)$$

и новые координаты ξ и ξ_1 :

$$\xi = \frac{n\vartheta}{2\pi}; \quad \xi_1 = \frac{m\xi}{\lambda}. \quad (141)$$

Последние, в отличие от ϑ и ξ , имеющих пределы $0 < \vartheta < 2\pi$ и $0 < \xi < \lambda$, изменяются в пределах $0 < \xi < n$ и $0 < \xi_1 < m$, что упрощает вычисления, так как каждый шаг на сетке рис. 55 в этих переменных равен 1.

В результате произведенных преобразований задача приводится к более удобному для вычислений виду:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + a \frac{\partial^2 u}{\partial \xi_1^2} - f(\xi) u + g(\xi) = I + J; \quad (142)$$

$$\left. \begin{aligned} u(0, \xi_1) &= u(n, \xi_1); \\ \frac{\partial u}{\partial \xi}(0, \xi_1) &= \frac{\partial u}{\partial \xi}(n, \xi_1); \\ u(\xi, m) &= 0; \\ \frac{\partial u}{\partial \xi_1}(\xi, 0) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (143)$$

тывают сжимаемость смазки, ими определяется нелинейность уравнения. При $\chi \rightarrow 0$ нелинейные члены обращаются в нуль, как видно непосредственно из выражения (138):

$P_{\chi \rightarrow 0} \rightarrow 1$, производные $\left. \frac{\partial P_{\text{пр}}}{\partial \vartheta} \right|_{\chi \rightarrow 0}$ и $\left. \frac{\partial P_{\text{пр}}}{\partial \xi} \right|_{\chi \rightarrow 0}$ — величины бесконечно малые. Поэтому их

$$\left. \begin{aligned}
 f(\xi) &= \frac{3}{4} \varepsilon \left(\frac{2\pi}{n} \right)^2 \left[\frac{\varepsilon \sin^2 \vartheta}{H^2} + \frac{2 \cos \vartheta}{H} \right]; \quad g(\xi) = \frac{\sin \vartheta}{\frac{3}{H^2}}; \\
 I &= \frac{H^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{2\pi}{n} \right)^2 \varepsilon \chi P} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{m}{n} \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{\partial P}{\partial \xi_1} \right)^2 \right]; \\
 J &= \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{n} \right) \varepsilon P H^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\partial P}{\partial \xi} \right); \\
 P &= \left(\frac{2\pi}{n} \right)^2 \chi \varepsilon H^{\frac{3}{2}} u - 1; \quad a = \left[\frac{m}{n} \frac{2\pi}{\lambda} \right]^2.
 \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

Смысл произведенных преобразований заключается в следующем: 1) производные от u по ξ и ξ_1 в области G значительно меньше, чем соответственные производные от P ; 2) нелинейные члены I и J локализованы, что облегчает построение итерационного процесса (т. е. процесса последовательного приближения) и управление его сходимостью; 3) при $\chi \rightarrow 0$ уравнения (142) и (143) представляют собой математическое описание пространственной задачи жидкостной смазки.

Дифференциальные уравнения (142) и (143) заменяются разностными, по которым производится счет на ЭВМ. Для этого производные искомой функции u (ξ , ξ_1) надо заменить линейными комбинациями значений функции в узлах сетки по тем или иным формулам численного дифференцирования.

Раймонди пользовался простейшими соотношениями (рис. 56):

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_{\substack{\xi=i \\ \xi_1=j}} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2 \Delta \xi} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2},$$

так как согласно выражению (143) $\Delta \xi = \Delta \xi_1 = 1$,

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \right)_{\left(\substack{\xi=i \\ \xi_1=j} \right)} = \frac{\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta \xi} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta \xi}}{\Delta \xi} = u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j};$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \xi_1^2} \right)_{\left(\substack{\xi=i \\ \xi_1=j} \right)} = u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1},$$

где $u_{i,j} = u(i, j)$ и т. п.

Производные функции P (ξ , ξ_1) по ξ и ξ_1 заменяются разностными соотношениями [правая часть уравнения (142)] по тем же формулам. В результате задача, описываемая системой уравне-

ний (142), (143), заменяется следующей системой нелинейных разностных уравнений:

$$u_{i+1, j} + u_{i-1, j} + a(u_{i, j+1} + u_{i, j-1}) - [2(1+a) + f(i)] u_{i, j} + g(i) = (-I + J)_{i, j}, \quad (145)$$

где $a = \left[\frac{m}{n} \frac{2\pi}{\lambda} \right]$ для $\begin{cases} 1 \leq i \leq n-1 \\ 1 \leq j \leq m-1 \end{cases}$ (внутренние точки).

Добавив к уравнениям (145) аналогичные разностные уравнения для краевых условий, получим систему $(n+1)(m+1)$ нелинейных уравнений относительно значений $u_{i, j}$ в узлах сетки. Система решается методом итераций, который сводится к повторному счету матрицы значений по итерационной формуле

$$u_{i, j}^{(k+1)} = \frac{[u_{i+1, j}^{(k)} + u_{i-1, j}^{(k)}] + a[u_{i, j+1}^{(k)} + u_{i, j-1}^{(k)}] + g(i) + [I^{(k)} - J^{(k)}]_{i, j}}{2(1+a) + f(i)}, \quad (146)$$

полученной из уравнения (145) решением его относительно $u_{i, j}$.

Итерационный процесс сходится сравнительно быстро при малых значениях ϵ и χ . С увеличением этих параметров растут нелинейные члены I и J и сходимость процесса ухудшается. В этих случаях приходится вводить коэффициент релаксации, а именно, принимать

$$u_{i, j}^{(k+1)} = u_{i, j}^{(k)} + \alpha(u_{i, j}^{(k+1)} - u_{i, j}^{(k)}), \quad \text{где } \alpha < 1.$$

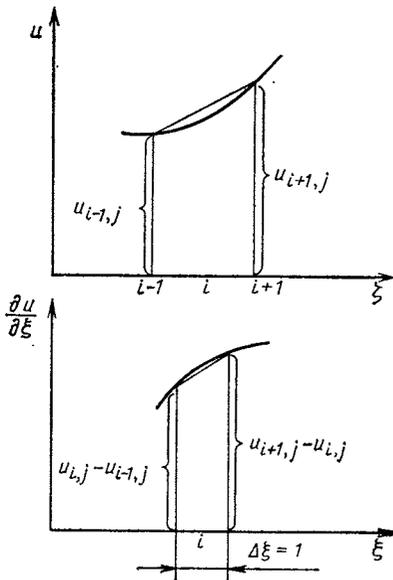


Рис. 56. Схема замены производных линейными комбинациями значений функций

Итерационный процесс продолжают до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$\max_{\substack{0 \leq i \leq n \\ 0 \leq j \leq m}} \left| \frac{P_{i, j}^{(k+1)} - P_{i, j}^{(k)}}{P_{i, j}^{(k)} - 1} \right| < \epsilon_T,$$

где ϵ_T — заданная точность счета, которую принимали равной 0,0005.

Погрешность метода зависит от частоты сетки, т. е. от значений n и m . При больших значениях параметров χ и ϵ приходится увеличивать n и m , чтобы сохранить точность результата в заданных пределах.

В качестве примера результатов расчета на рис. 57 показано поле давлений в подшипнике с $\lambda = 2$ для $\frac{\chi}{6} = 1$ и $\epsilon =$

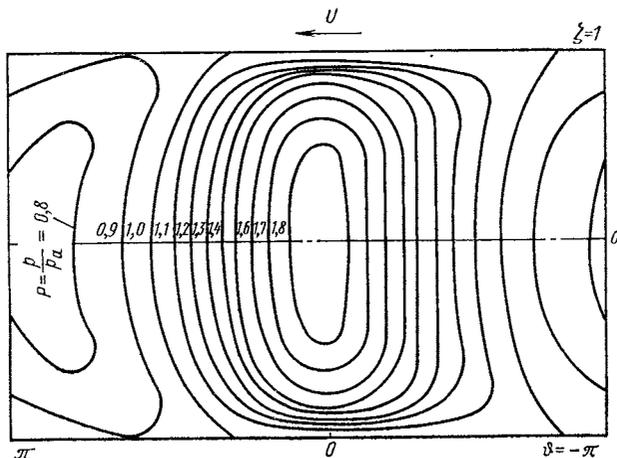


Рис. 57. Поле давлений в подшипнике конечной длины:
 $\chi/6 = 1$; $\varepsilon = 0,4$; $\lambda = 2$

$= 0,4$ (при атмосферном давлении $p_a = 1 \text{ кгс/см}^2$ изобары имеют размерность кгс/см^2).

Зная поле давлений в подшипнике, можно вычислить его подъемную силу и моменты трения. Подъемную силу W подсчитывают по формуле (57), в которой удельная подъемная сила

$$K_n = \sqrt{K_{nX}^2 + K_{nY}^2},$$

где

$$K_{nX} = \frac{1}{2\lambda} \int_0^\lambda d\xi \int_0^{2\pi} P \cos \vartheta d\vartheta; \quad K_{nY} = \frac{1}{2\lambda} \int_0^\lambda d\xi \int_0^{2\pi} P \sin \vartheta d\vartheta, \quad (147)$$

так как

$$W_x = 2 \int_0^{l/2} d\xi \int_0^{2\pi} pr \cos \vartheta d\vartheta = 2r^2 p_a \int_0^\lambda d\xi \int_0^{2\pi} P \cos \vartheta d\vartheta = LD p_a K_{nX}.$$

Угол смещения φ вычисляют по формуле (60), коэффициент трения противотока K_T — по формуле (67); моменты трения на шипе и подшипнике $M_{0, h}$ — по формуле (66).

Для вычисления K_{nX} и K_{nY} используют тот же метод численного интегрирования, что и в плоской задаче, только при вычислении двойного интеграла приходится пользоваться численным интегрированием и для вычисления подынтегральной функции. Результаты расчетов, включая данные для предельных случаев, рассмотренных ниже, приведены в табл. 1—3 приложения 1. На ЭВМ задача решалась для $\lambda = 0,5$; 1; 2 и ∞ . Значения расчетных параметров для $\lambda = 0,7$; 1,5 и 3 определены графической интерполяцией.

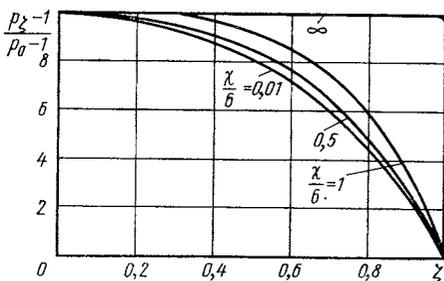


Рис. 58. Влияние величины χ на распределение давлений по образующей подшипника ($\lambda = 2$; $\varepsilon = 0,1$)

Предельный случай $\chi \rightarrow \infty$

Исследование показало [33], что с ростом χ эпюра давлений вдоль оси ζ приближается к форме прямоугольника (рис. 58), т. е. средней части подшипника

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right|_{\substack{\chi \rightarrow \infty \\ \zeta < 1}} \rightarrow 0,$$

тогда как на его концах

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right|_{\substack{\chi \rightarrow \infty \\ \zeta = 1}} \rightarrow \infty.$$

Физический смысл П-образной эпюры заключается в том, что поток смазки вдоль оси ζ становится исчезающе малым по сравнению с бесконечно возрастающим круговым потоком. Вызываемое им падение давления при $\chi \rightarrow \infty$ стремится поэтому к нулю. Откуда следует, что все свойства подшипника конечной длины при $\chi \rightarrow \infty$ совпадают со свойствами отрезка бесконечно длинного подшипника тех же параметров. К нему применимы поэтому все формулы для предельных значений удельной подъемной силы, момента трения и прочие, приведенные в гл. V.

Предельный случай $\chi \rightarrow 0$

Для случая $\chi \rightarrow 0$ действительно уравнение (137) жидкостной смазки:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(H^3 \frac{\partial P_{\text{пр}}}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(H^3 \frac{\partial P_{\text{пр}}}{\partial \zeta} \right) - \frac{\partial H}{\partial \vartheta} = 0.$$

Можно доказать [33], что искомая функция $P_{\text{пр}}(0, \zeta)$ — нечетная относительно ϑ , т. е. что при любом ζ $P_{\text{пр}}(\vartheta, \zeta) = -P_{\text{пр}}(-\vartheta, \zeta)$. Откуда следует:

1) для уравнения (137) справедливы дополнительные краевые условия

$$P_{\text{пр}}(0, \zeta) = 0; \quad P_{\text{пр}}(\pi, \zeta) = 0, \quad (148)$$

упрощающие численное интегрирование уравнения, которое достаточно выполнить для полуокружности;

2) угол смещения $\varphi = 90^\circ$ как для конечного λ , так и для $\lambda \rightarrow \infty$.

На основании этого формула (147) для удельной подъемной силы принимает вид

$$K_H = \Upsilon = - \int_0^\lambda d\zeta \int_0^\pi P \sin \vartheta d\vartheta. \quad (149)$$

Согласно выражению (136) $P = 1 + \chi P_{\text{np}}$. Так как $\int_0^{2\pi} 1 \sin \vartheta d\vartheta = 0$ и по соотношениям (148)

$$\int_0^{2\pi} P_{\text{np}} \sin \vartheta d\vartheta = 2 \int_0^{\pi} P_{\text{np}} \sin \vartheta d\vartheta,$$

то

$$K_{\text{H}} = \chi \left[- \int_0^{\lambda} d\xi \int_0^{\pi} P_{\text{np}} \sin \vartheta d\vartheta \right]. \quad (150)$$

Выражение (150) можно рассматривать как уравнение прямой, изображающей линейную зависимость между K_{H} и χ для данного ε . Эта прямая касательна в точке $\chi = 0$ к соответствующей кривой (см. ниже, рис. 62), что облегчает ее построение и удобно для вычислений при малых χ , когда пользоваться графиком становится затруднительно. Найдем ее угловой коэффициент, т. е. тангенс угла между касательной и осью χ :

$$\frac{K_{\text{H}}}{\chi} \Big|_{\chi \rightarrow 0} = - \int_0^{\lambda} d\xi \int_0^{\pi} P_{\text{np}} \sin \vartheta d\vartheta. \quad (151)$$

Предельное значение коэффициента трения противотока

$$K_{\text{T}} \Big|_{\chi \rightarrow 0} = \frac{\varepsilon \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{2\pi} \frac{K_{\text{H}}}{\chi}, \quad (152)$$

где $\frac{K_{\text{H}}}{\chi}$ определяется из выражения (151).

Таким образом, окончательно задача в случае $\chi \rightarrow 0$ сводится к интегрированию укороченного уравнения (142):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + a \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta_1^2} - f(\xi)u - g(\xi) = 0 \quad (153)$$

при граничных условиях:

$$u(0, \zeta_1) = 0; \quad u\left(\frac{n}{2}, \zeta_1\right) = 0; \quad u(\xi, m) = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial \zeta_1}(\xi, 0) = 0. \quad (154)$$

Аэродинамический подшипник с малой нагрузкой ($\varepsilon \rightarrow 0$)

При малой нагрузке, когда $\varepsilon \rightarrow 0$, уравнение (129) может быть решено аналитически, что представляет значительный практический и теоретический интерес, в частности, для исследования устойчивости от полускоростного вихря. Примененный здесь метод решения *асимптотической задачи* уже использован ранее для определения угла смещения $\varphi|_{\varepsilon \rightarrow 0}$ [см. формулу (125)]. Он использован и в дальнейшем для исследования опор с газовой

смазкой различных модификаций, в том числе для расчета аэро-статических подшипников оптимальных параметров (гл. VII).

Для предстоящего исследования удобно заменить

$$P \frac{\partial P}{\partial \vartheta} = \frac{1}{2} \frac{\partial (P^2)}{\partial \vartheta}$$

и использовать переменную (128) $\zeta = z/r$; $0 \leq \zeta \leq \lambda$, что приводит уравнение (129) к виду [в отсутствии перекоса $H = H(\vartheta)$]

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[H^3 \frac{\partial (P^2)}{\partial \vartheta} \right] + H^3 \frac{\partial^2 (P^2)}{\partial \zeta^2} = 2\chi \frac{\partial}{\partial \vartheta} (PH). \quad (156)$$

При $\varepsilon = 0$ $P = 1$. Следовательно, разность $P - 1|_{\varepsilon \rightarrow 0}$ стремится к нулю и решение этого уравнения для $\varepsilon \rightarrow 0$ можно искать в форме

$$P^2 = 1 + \varepsilon \tilde{p}, \quad (157)$$

где $P = p/p_a$ — давление в смазочном слое; \tilde{p} — искомая функция ϑ и ζ .

Приняв во внимание, что

$$P = \sqrt{1 + \varepsilon \tilde{p}}|_{\varepsilon \rightarrow 0} = 1 + \frac{\varepsilon \tilde{p}}{2}; \quad H^3|_{\varepsilon \rightarrow 0} = 1 - 3\varepsilon \cos \vartheta, \quad (158)$$

выполним дифференцирование. Отбросив затем малые порядки выше первого, получим из уравнения (156)

$$\tilde{p}_{\vartheta\vartheta} + \tilde{p}_{\zeta\zeta} = 2\chi \left(\sin \vartheta + \frac{\tilde{p}_{\vartheta}}{2} \right), \quad (158)$$

где $\tilde{p}_{\vartheta\vartheta}$ — вторая производная по ϑ и т. п.

Дальнейшее решение удобно проводить в комплексной форме, что значительно упрощает выкладки. Конечный результат — функция давления \tilde{p} и удельная подъемная сила K_n получаются, естественно, действительными в соответствии с физической сущностью задачи.

Заменив по формулам Эйлера (см. Бронштейн и Семендяев. Справочник по математике, изд. 7, с. 493—501)

$$\sin \vartheta = -\frac{i}{2} (e^{i\vartheta} - e^{-i\vartheta}); \quad \cos = \frac{1}{2} (e^{i\vartheta} + e^{-i\vartheta}), \quad (160)$$

приведем уравнение (159) к виду

$$\tilde{p}_{\vartheta\vartheta} - \chi \tilde{p}_{\vartheta} + \tilde{p}_{\zeta\zeta} = i\chi (e^{i\vartheta} - e^{-i\vartheta}). \quad (161)$$

Функция $\tilde{p}(\zeta, \vartheta)$ вида

$$\tilde{p} = \varphi_1(\zeta) e^{i\vartheta} + \varphi_2(\zeta) e^{-i\vartheta} \quad (162)$$

удовлетворяет условию 2π -периодичности поля давления по углу ϑ , так как по формулам (160) $e^{i\vartheta} = \cos \vartheta + i \sin \vartheta$ и т. п.

В результате подстановки функции (162) в уравнение (161) последнее распадается на два обыкновенных дифференциальных уравнения второго порядка для φ_1 и φ_2 , так как уравнение (161)

должно соблюдаться при любых углах ϑ (φ'_1 , φ''_1 — производные по ξ):

$$\varphi''_1 - k_1^2 \varphi'_1 = -i\chi; \quad (163)$$

$$\varphi''_2 - k_2^2 \varphi_2 = i\chi, \quad (164)$$

где k_1 и k_2 — сопряженные комплексные числа:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \sqrt{1 + i\chi} = a + ib; \\ k_2 &= \sqrt{1 - i\chi} = a - ib. \end{aligned} \right\} \quad (165)$$

Коэффициенты a и b этих чисел определяются очевидным уравнением (для k_1)

$$(a + ib)^2 = 1 + i\chi.$$

После разделения действительной и мнимой частей

$$a^2 - b^2 = 1; \quad 2ab = \chi$$

находим

$$b^2 = 0,5 (\sqrt{1 + \chi^2} - 1); \quad a = \frac{\chi}{2b}. \quad (166)$$

Общий интеграл уравнения (163)

$$\varphi_1 = C_1 e^{k_1 \xi} + C_2 e^{-k_1 \xi} + \frac{i\chi}{k_1^2}$$

содержит постоянные, которые определяются граничными условиями:

$$1) \varphi_1(-\xi) = \varphi_1(+\xi); \quad 2) \tilde{p}|_{\xi=\pm\lambda} = 0.$$

Из первого следует $C_1 = C_2$. Второе условие приводит к уравнению для определения постоянной C_1 :

$$2C_1 \operatorname{ch}(k_1 \lambda) + \frac{i\chi}{2 \operatorname{ch}(k_1 \lambda)} = 0.$$

В результате получаем выражения функций φ_1 и φ_2 ; последняя должна быть сопряженной φ_1 для того, чтобы \tilde{p} было действительным:

$$\varphi_1 = -\frac{i\chi}{k_1^2} \left[\frac{\operatorname{ch}(k_1 \xi)}{\operatorname{ch}(k_1 \lambda)} - 1 \right]; \quad \varphi_2 = \frac{i\chi}{k_2^2} \left[\frac{\operatorname{ch}(k_2 \xi)}{\operatorname{ch}(k_2 \lambda)} - 1 \right].$$

Обратимся к вычислению подъемной силы. Согласно выражению (57)

$$W = DL p_a K_n,$$

где $K_n = \sqrt{K_{nX}^2 + K_{nY}^2}$ — удельная подъемная сила.

Подставив в выражения составляющих $K_{нХ}$ и $K_{нУ}$ значение P по (158) и (162), найдем

$$\left. \begin{aligned} K_{нХ} &= \frac{\varepsilon}{4\lambda} \int_0^\lambda d\zeta \int_0^{2\pi} (\varphi_1 e^{i\vartheta} + \varphi_2 e^{-i\vartheta}) \cos \vartheta d\vartheta; \\ K_{нУ} &= \frac{\varepsilon}{4\lambda} \int_0^\lambda d\zeta \int_0^{2\pi} (\varphi_1 e^{i\vartheta} + \varphi_2 e^{-i\vartheta}) \sin \vartheta d\vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (167)$$

Заменив $\sin \vartheta$ и $\cos \vartheta$ их комплексными выражениями (160), выполним интегрирование по ϑ :

$$\int_0^{2\pi} e^{i\vartheta} \cos \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (e^{2i\vartheta} + 1) d\vartheta = \pi,$$

так как

$$\int_0^{2\pi} e^{2i\vartheta} d\vartheta = \int_0^{2\pi} (\cos 2\vartheta + i \sin 2\vartheta) d\vartheta = 0.$$

Аналогично вычислим

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi} e^{-i\vartheta} \cos \vartheta d\vartheta &= \pi; \\ \int_0^{2\pi} e^{i\vartheta} \sin \vartheta d\vartheta &= -\frac{i}{2} \int_0^{2\pi} (e^{2i\vartheta} - 1) d\vartheta = i\pi; \\ \int_0^{2\pi} e^{-i\vartheta} \sin \vartheta d\vartheta &= -i\pi. \end{aligned} \right\} \quad (168)$$

С учетом уравнений (168)

$$\left. \begin{aligned} K_{нХ} &= \frac{\pi\varepsilon}{4\lambda} \left[\int_0^\lambda \varphi_1(\zeta) d\zeta + \int_0^\lambda \varphi_2(\zeta) d\zeta \right] = \frac{\pi\varepsilon}{2\lambda} \operatorname{Re} \int_0^\lambda \varphi_1(\zeta) d\zeta; \\ K_{нУ} &= \frac{i\pi\varepsilon}{4\lambda} \left[\int_0^\lambda \varphi_1(\zeta) d\zeta - \int_0^\lambda \varphi_2(\zeta) d\zeta \right] = -\frac{\pi\varepsilon}{2\lambda} \operatorname{Im} \int_0^\lambda \varphi_1(\zeta) d\zeta, \end{aligned} \right\} \quad (169)$$

т. е. составляющая $K_{нХ}$ равна удвоенной действительной части (Re) интеграла от φ_1 , а $K_{нУ}$ — удвоенному коэффициенту при мнимой части (Im) того же интеграла со знаком минус. Действительно, так как $K_{нХ}$ и $K_{нУ}$ вещественны, то интегралы от φ_1 и φ_2 должны быть сопряженными комплексными числами. Обо-

значив их соответственно $J(\varphi_1) = m + in$ и $J(\varphi_2) = m - in$, находим, что

$$J(\varphi_1) + J(\varphi_2) = 2m;$$

$$i[J(\varphi_1) - J(\varphi_2)] = -2n,$$

т. е. в первом случае сокращаются мнимые члены, а во втором — действительные, что легко проверить прямым подсчетом. Это удобный способ обнаружения возможных ошибок в выкладках при решении подобных задач.

Развернув интеграл

$$\int_0^\lambda \varphi_1(\xi) d\xi = -\frac{i\chi}{k_1^2} \left[\frac{\text{sh}(k_1\lambda)}{k_1 \text{ch}(k_1\lambda)} - \lambda \right], \quad (170)$$

устраним мнимость в знаменателях:

$$-\frac{i\chi}{k_1^2} = -\frac{i\chi k_2^2}{k_1^2 k_2^2} = -\chi \frac{\chi + i}{1 + \chi^2};$$

$$\frac{\text{th}(k_1\lambda)}{k_1} = \frac{\text{th}(k_1\lambda) k_2}{k_1 k_2} = \frac{\text{th}(k_1\lambda) k_2}{\sqrt{1 + \chi^2}},$$

и заменим $\text{th}(k_1\lambda)$ его известным выражением

$$\text{th}(k_1\lambda) = \text{th}(a\lambda + ib\lambda) = \frac{\text{sh}(2a\lambda) + i \sin(2b\lambda)}{\text{ch}(2a\lambda) + \cos(2b\lambda)}.$$

Подставив эти выражения в интеграл (170), получим после несложных преобразований с учетом (169) расчетные формулы для удельной подъемной силы K_H и переменных частей X и Y , ее составляющих K_{HX} и K_{HY} :

$$\left. \begin{aligned} K_H &= \frac{\pi\chi\varepsilon}{2\lambda\sqrt{1+\chi^2}} \sqrt{X^2 + Y^2}; \\ X &= \chi\lambda - \frac{\chi A + B}{\sqrt{1+\chi^2} C}; \\ Y &= -\left[\lambda - \frac{A - \chi B}{\sqrt{1+\chi^2} C} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (171)$$

В этих выражениях

$$\left. \begin{aligned} A &= a \text{sh}(2a\lambda) + b \sin(2b\lambda); \\ B &= b \text{sh}(2a\lambda) - a \sin(2b\lambda); \\ C &= \text{ch}(2a\lambda) + \cos(2b\lambda). \end{aligned} \right\} \quad (172)$$

Коэффициенты a и b , входящие в формулы (171) и (172), определяются соотношениями (166).

Угол смещения φ определим по формулам (60) и (171):

$$\text{tg } \varphi = \frac{Y}{X}. \quad (173)$$

Пример расчета. Пусть $\chi = 3$; $\lambda = 1$; $\varepsilon = 0,1$. По формулам (166) $a = 1,443$; $b = 1,040$. По формулам (172) $A = 13,78$; $B = 8,03$; $C = 8,49$. Составляющие удельной подъемной силы по формулам (171):

$$X = 3 \cdot 1 - \frac{3 \cdot 13,78 + 8,03}{\sqrt{1 + 3^2 \cdot 8,49}} = 1,161; \quad Y = -\left(1 - \frac{13,78 - 3 \cdot 8,03}{26,85}\right) = -1,384.$$

Удельная подъемная сила

$$K_n = \frac{\pi \cdot 3 \cdot 0,1}{2 \cdot 1 \cdot (1 + 3^2)} \sqrt{1,161^2 + 1,384^2} = 0,0471 \cdot 1,807 = 0,0851.$$

$$\text{Угол смещения по формуле (173): } \operatorname{tg} \varphi = -\frac{1,384}{1,611} = -1,192; \quad \varphi = -50,0^\circ.$$

Результаты вычислений совпадают с табличными (см. прилож. 1)

Предельные случаи. Из полученных выше формул общего случая задачи при малых ε легко перейти к частным случаям, представляющим практический интерес. Полученные результаты сравнивают с формулами для общего случая и численно с данными предыдущего примера.

1. Подшипник произвольной длины λ при $\chi \rightarrow \infty$. Из формул (171) и (172) следует, что при $\chi \rightarrow \infty$ коэффициенты A , B и C становятся исчезающе малыми по сравнению с χ , поэтому из уравнения (171) находим

$$K_{nX} |_{\chi \rightarrow \infty} = \frac{\pi \chi \varepsilon}{2 \lambda \chi^2} \left[\chi \lambda - \frac{\chi A}{\chi C} \right] = \frac{\pi \varepsilon}{2}; \quad K_{nY} = 0,$$

следовательно, $\varphi = 0^\circ$ и

$$K_n |_{\chi \rightarrow \infty} = K_{nX} = \frac{\pi \varepsilon}{2}; \quad W = \frac{\pi}{2} DL p_a \varepsilon, \quad (174)$$

что совпадает с формулой (84), если последнюю привести к $\varepsilon \rightarrow 0$. Величина K_n по формуле (174) является пределом подъемной силы: $K_n |_{\substack{\chi \rightarrow \infty \\ \varepsilon = 0,1}} = 0,1571$. K_n примера составляет 54% от предельно возможной.

2. Подшипник длиной $\lambda \rightarrow \infty$ при χ -конечном. Рассмотрение этого случая приводит к эталону сравнения, позволяющему определить коэффициент полноты, который характеризует уменьшение удельной подъемной силы при данном χ с укорочением подшипника от $\lambda \rightarrow \infty$ до ее действительной величины.

По формулам (166) a и b конечны. При $\lambda \rightarrow \infty$ $\operatorname{sh}(2a\lambda)$ и $\operatorname{ch}(2a\lambda)$ стремятся к ∞ , а их отношение

$$\operatorname{th}(2a\lambda) = \frac{\operatorname{sh}(2a\lambda)}{\operatorname{ch}(2a\lambda)} \rightarrow 1.$$

Вторые слагаемые выражения (172) по их относительной малости сравнительно с первыми выпадают и эти выражения принимают вид

$$A = a \operatorname{sh}(2a\lambda); \quad B = b \operatorname{sh}(2a\lambda); \quad C = \operatorname{ch}(2a\lambda).$$

Составляющая K_{nX} оказывается равной

$$K_{nX} |_{\lambda \rightarrow \infty} = \frac{\pi \chi \varepsilon}{2 \lambda (1 + \chi^2)} \left[\chi \lambda - \operatorname{th}(2a\lambda) \frac{\chi a + b}{\sqrt{1 + \chi^2}} \right] \Big|_{\lambda \rightarrow \infty} = \frac{\pi \chi^2 \varepsilon}{2 (1 + \chi^2)}.$$

Эта и последующие формулы, естественно, совпадают с формулами (124)—(126), полученными другим путем:

$$K_n^1 \text{ при } \chi_{\text{кон}} \left| \begin{matrix} \varepsilon \rightarrow 0 \\ \lambda \rightarrow \infty \end{matrix} \right. = \frac{\pi \chi \varepsilon}{2\sqrt{1+\chi^2}}; \quad \varphi \left| \begin{matrix} \varepsilon \rightarrow 0 \\ \lambda \rightarrow \infty \end{matrix} \right. = \arctg\left(-\frac{1}{\chi}\right). \quad (175)$$

Сравнив эти формулы с выражениями (175) и (174), найдем для $\chi = 3$

$$\frac{K_n \text{ при } \chi_{\text{кон}}}{K_n \text{ при } \chi \rightarrow \infty} \left| \begin{matrix} \varepsilon \rightarrow 0 \\ \lambda \rightarrow \infty \end{matrix} \right. = \frac{\chi}{\sqrt{1+\chi^2}} \Big|_{\chi=3} = 0,949; \quad \varphi = \arctg\left(-\frac{1}{3}\right) = -18,4^\circ,$$

тогда как при $\lambda = 1$ $\varphi = 50^\circ$; с уменьшением λ угол φ увеличивается.

Коэффициент полноты равен отношению выражений (171) и (175). Для данных примера ($\lambda = 1$, $\chi = 3$)

$$\frac{K_n \text{ при } \lambda_{\text{кон}}}{K_n \text{ при } \lambda \rightarrow \infty} \Big|_{\chi_{\text{кон}}} = \frac{\sqrt{X^2+Y^2}}{\lambda \sqrt{1+\chi^2}} \Big|_{\chi=3} = \frac{1,806}{1 \cdot \sqrt{10}} = 0,571. \quad (176)$$

3. Подшипник малой длины $\lambda < 0,3$ при χ -конечном. Этот случай имеет место при работе короткого аэростатического подшипника (см. гл. III). Его исследование приводит к наглядному выражению коэффициента полноты.

Полагая λ малым, можно в выражениях (172) заменить тригонометрические и гиперболические функции двумя или тремя первыми членами соответствующих разложений в ряд:

$$\begin{aligned} \sin x &= x - \frac{x^3}{6} + \dots; & \operatorname{sh} x &= x + \frac{x^3}{6} + \dots; \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \dots; & \operatorname{ch} x &= 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \dots \end{aligned}$$

Применительно к формулам (172) находим

$$A = 2(a^2 + b^2)\lambda + \frac{4}{3}(a^4 - b^4)\lambda^3; \quad B = \frac{4}{3}ab(a^2 + b^2)\lambda^3;$$

$$C = 2 \left[1 + (a^2 - b^2)\lambda^2 + \frac{1}{3}(a^4 + b^4)\lambda^4 \right].$$

Из уравнений (166) вытекает, что

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= \sqrt{1+\chi^2}; & a^2 - b^2 &= 1; & a^4 - b^4 &= \sqrt{1+\chi^2}; \\ a^4 + b^4 &= 1 + \frac{\chi^2}{2}; & ab &= \frac{\chi}{2}. \end{aligned}$$

С учетом этих соотношений получаем выражения

$$A = 2\lambda\sqrt{1+\chi^2} \left(1 + \frac{2\lambda}{3} \right); \quad B = \frac{2\chi}{3}\sqrt{1+\chi^2}\lambda^3;$$

$$C = 2 \left[1 + \lambda^2 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{\chi^2}{2} \right) \lambda^4 \right].$$

Подставив их в формулы (171), найдем после упрощений

$$X = \chi \lambda^5 \frac{1 + \frac{\chi^2}{2}}{\frac{3}{2} C}; \quad Y = -\lambda^3 \frac{1 + \chi^2 + \left(1 + \frac{\chi^2}{2}\right) \lambda^2}{\frac{3}{2} C};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Y}{X} = -\frac{1}{\chi} \left[\frac{1 + \chi^2}{\left(1 + \frac{\chi^2}{2}\right) \lambda^2} + 1 \right].$$

При малых λ и ограниченных χ эти выражения удобнее для вычисления, так как в выражениях (171) в этом случае получаются малые разности больших чисел, что затрудняет вычисления.

При $\lambda < 0,3$ и $\chi < 10$ отношение составляющих $X/Y \ll 1$, как это видно из сравнения соответственных формул. Можно поэтому считать $K_H \approx K_{HY}$ и вычислять его по формуле

$$K_H = \frac{\pi \chi \lambda^2 \varepsilon}{6} \frac{1 + \chi^2 + \left(1 + \frac{\chi^2}{2}\right) \lambda^2}{(1 + \chi^2) \left[1 + \lambda^2 + \frac{1}{3} (1 + \chi^2) \lambda^4\right]}. \quad (177)$$

Последнюю можно привести к физически наглядной форме, заменив вторую дробь справа единицей. В худшем случае (при $\chi = 10$, $\lambda = 0,25$) эта дробь равна 0,864. Тогда получаем оценочную формулу K_H :

$$K_H \approx \frac{\pi \chi \lambda^2 \varepsilon}{6}, \quad (178)$$

и выражение коэффициента полноты

$$\left. \frac{K_H}{K_H} \right|_{\substack{\lambda < 0,3 \\ \lambda \rightarrow \infty}}^{\chi < 10} = \frac{\lambda^2 \sqrt{1 + \chi^2}}{3}, \quad (179)$$

из которых видно, что K_H короткого подшипника обратно пропорционально λ^2 , а его подъемная сила $W - \lambda^3$, например, уменьшение λ с 0,5 до 0,1 понижает W в 100 раз.

Подшипник с оптимальным зазором

Изложенная выше теория позволяет рассчитать подшипник и исследовать его поведение в стационарном режиме работы, но не известно, будет ли рассчитанный таким образом подшипник оптимальным, т. е. будет ли он при данных

$$D, L, \omega, \mu \text{ и } p_a \quad (180)$$

лучшим для удовлетворения специфических требований, предъявляемых к данному подшипнику. К числу возможных требований относятся наибольшие подъемная сила и жесткость смазочного слоя, играющие важную роль при конструировании. Если

задана группа параметров (180), то указанные характеристики зависят только от среднего зазора c , который может изменяться в широких пределах. Поэтому задача сводится к отысканию оптимальной величины зазора $c_{\text{опт}}$.

Подъемная сила. Подъемная сила подшипника, равная нагрузке на шип, возрастает с эксцентриситетом e . При этом, однако, уменьшается наименьший зазор h_0 . Следовательно, для увеличения подъемной силы нужно стремиться к тому, чтобы подшипник мог работать при возможно меньшем зазоре h_0 , что может быть достигнуто повышением точности цилиндрических рабочих поверхностей (уменьшением допусков на конусность и овальность) и улучшением их качества (доводкой, суперфинишированием). Учитывая при конструировании технологические возможности и экономическую целесообразность, следует задаваться наименьшей допустимой величиной $h_{0 \text{ min}}$, обеспечивающей отсутствие контакта при работе под предельной нагрузкой. Так, например, для внутришлифовальных шпинделей принимают $h_{0 \text{ min}} = 3 \dots 4$ мкм; в подшипниках роторов гироскопов, где допустимо минимальное смещение оси ротора под нагрузкой, эта величина снижается до $0,7 \dots 1$ мкм.

Полагая, что зазор h_0 и параметры (180) заданы, станем мысленно увеличивать средний зазор c , не меняя, однако, h_0 . При $c = h_0$ шип занимает центральное положение при котором удельная подъемная сила $K_n = 0$. При $c > h_0$ шип переходит в эксцентричное положение и подшипник приобретает подъемную силу $K_n > 0$, возрастающую одновременно с ростом c и e , так как согласно уравнению (39)

$$e = 1 - \frac{h_0}{c}. \quad (181)$$

Подъемная сила будет, очевидно, увеличиваться лишь до некоторого максимума $K_{n \text{ max}}$ соответствующего $c_{\text{опт}}$. При дальнейшем увеличении зазора c давления в нем уменьшаются до p_a при достаточно большом c , так как быстро уменьшающееся гидравлическое сопротивление (обратно пропорциональное c^3) способствует истечению газа из зоны повышенного давления; уменьшается и величина K_n .

Задачу определения $c_{\text{опт}}$ решим сначала для предельного случая $\chi \rightarrow 0$ подшипника бесконечной длины ($\lambda \rightarrow \infty$), где мы располагаем аналитическим выражением (109) удельной подъемной силы K_n . Так как это выражение является функцией e , то вопрос сводится к определению экстремального значения $e_{\text{опт}}$, после чего найдем

$$c_{\text{опт}} = \frac{h_{0 \text{ min}}}{1 - e_{\text{опт}}}. \quad (182)$$

Но число подшипника χ тоже зависит от e , так как в знаменатель выражения (55) входит переменный в данном случае за-

зор c . Введем поэтому число подшипника по наименьшему зазору (h — число подшипника)

$$\chi_h = \frac{6\mu\omega r^2}{p_a h_0^2} = \chi \frac{c^2}{h_0^2} = \chi \frac{1}{(1-\varepsilon)^2}, \quad (183)$$

которое не зависит от c , и исследуем полученное из формулы (109) выражение

$$K_n \Big|_{\substack{\chi \rightarrow 0 \\ \lambda \rightarrow \infty}} = \chi_h \frac{\pi\varepsilon(1-\varepsilon)^2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}(2+\varepsilon^2)}. \quad (184)$$

Для определения $\varepsilon_{\text{опт}}$ нужно отыскать максимум функции

$$f(\varepsilon) = \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)^2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}(2+\varepsilon^2)}.$$

Приравняв нулю ее логарифмическую производную по ε :

$$\frac{d}{d\varepsilon} [\ln f(\varepsilon)] = \frac{1}{\varepsilon} - \frac{2}{1-\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon^2} - \frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon^2} = 0,$$

получим кубическое уравнение $\varepsilon^3 + 2,5\varepsilon^2 + 2\varepsilon - 1 = 0$. Его действительный корень (два других — комплексные) дает искомую величину

$$\varepsilon_{\text{опт}} \Big|_{\substack{\chi \rightarrow 0 \\ \lambda \rightarrow \infty}} = 0,338. \quad (185)$$

Итак, оптимальная для достижения наибольшей подъемной силы величина среднего зазора при $\chi \rightarrow 0$ и $\lambda \rightarrow \infty$

$$c_{\text{опт}} \Big|_{\substack{\chi \rightarrow 0 \\ \lambda \rightarrow \infty}} = \frac{h_0 \min}{1-0,338} \approx 1,5h_0 \min. \quad (186)$$

Наибольшая удельная подъемная сила при этом

$$K_n \max \Big|_{\substack{\chi \rightarrow 0 \\ \lambda \rightarrow \infty}} = 1,41 \frac{\chi_h}{6}. \quad (187)$$

Значения $\varepsilon_{\text{опт}}$, $c_{\text{опт}}$ и $K_n \max$ при $\chi \rightarrow 0$ для подшипника конечной длины найдем с помощью матрицы значений $K_n \Big|_{\chi \rightarrow 0}$ в табл. 1 приложения. Угловые коэффициенты касательных к кривым в точке $\chi = 0$ на графике рис. 60 равны $\frac{K_n}{\chi_h} \Big|_{\chi \rightarrow 0}$, а с учетом формулы (183)

$$\frac{K_n}{\chi_h} = \frac{K_n}{\chi} (1-\varepsilon)^2.$$

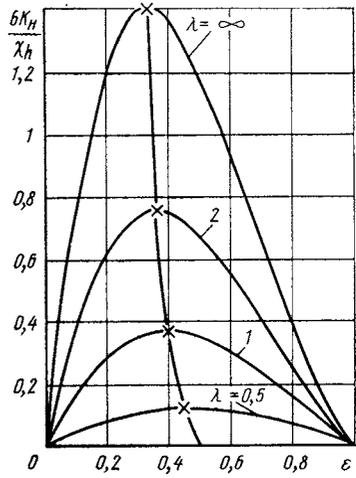
В упомянутой матрице значения $K_n \Big|_{\chi \rightarrow 0}$ представлены в форме $1 K_n \Big|_{\chi \rightarrow 0} = \frac{\chi}{6} N$, где N — числовые значения угловых коэффи-

¹ Расчетные таблицы и графики представлены для $\frac{\chi}{6} = \frac{\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^2$ и $\frac{\chi_h}{6} = \frac{\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r}{h_0}\right)^2$ с целью упрощения технических расчетов, выполняемых конструктором, и придания более удобной формы кривым на указанных графиках.

Таблица 8

Оптимальные расчетные параметры при $\chi_h \rightarrow 0$

λ	0,5	1	2	∞
$\varepsilon_{\text{опт}}$	0,46	0,41	0,36	0,338
$\frac{c_{\text{опт}}}{h_{0\text{min}}}$	1,85	1,69	1,56	1,51
$\frac{6K_N \text{ max}}{\chi_h}$	0,120	0,374	0,770	1,41

Рис. 59. Зависимость $\varepsilon_{\text{опт}}$ и $\frac{6K_N}{\chi_h}$ от λ при $\chi_h \rightarrow 0$

циентов касательных, приведенных на графике рис. 62 [см. формулу (151)]. Подставив это выражение K_N в предыдущую формулу, получим после сокращения на χ расчетную формулу углового коэффициента

$$\frac{6K_N}{\chi_h} \Big|_{\chi \rightarrow 0} = N(1 - \varepsilon)^2 \quad (188)$$

(например, для $\varepsilon = 0,4$ при $\lambda = 1$ $\frac{6K_N}{\chi_h} = 1,04 \cdot 0,36 = 0,374$).

Вычисленные по этой формуле значения $\frac{6K_N}{\chi_h}$ для $\varepsilon = 0,1 \dots 0,9$ при $\lambda = 0,5; 1; 2$ и ∞ представлены на рис. 59 соответствующими кривыми. Координаты их вершин дают искомые параметры.

Для отыскания $\varepsilon_{\text{опт}}$ в общем случае $\chi_h > 0$ воспользуемся законом подобия, согласно которому все характеристики подшипника однозначно определяются двумя критериями χ и ε (при данном λ). В качестве числа подшипника можно, очевидно, принять не только χ , но и любой другой производный критерий, отличающийся от χ постоянным множителем или множителем, представляющим собой некоторую функцию ε , как это имеет место для χ_h . Так как число χ_h находится в однозначном соответствии с любой парой χ и ε , то можно построить расчетный график для K_N в параметрах χ_h и ε (рис. 60), решающий поставленную задачу.

Каждому значению χ_h соответствует некоторая наибольшая возможная подъемная сила $K_{N \text{ max}}$, имеющая место при определенных значениях $\varepsilon_{\text{опт}}$ и зазора $c_{\text{опт}}$ по формуле (186), поскольку наименьший зазор h_0 зафиксирован величиной χ_h (рис. 60).

Рассмотрим два подшипника с совпадающими параметрами (180), но различными средними зазорами c_1 и c_2 . Пусть частоты вращения обоих валов, оставаясь равными, возрастают от 0 до ∞ ,

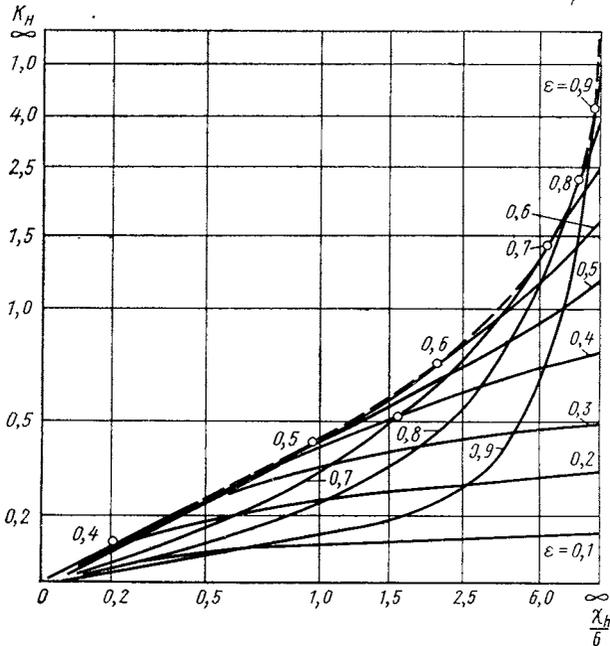


Рис. 60. Зависимость удельной подъемной силы K_H от ϵ и числа подшипника χ_h ($\lambda = 1,5$)

причем наименьшие зазоры остаются неизменными и одинаковыми (это всегда может быть осуществлено подбором нагрузки). При этих условиях относительные эксцентриситеты ϵ_1 и ϵ_2 будут неизменными, а χ_h — числа, одновременно возрастая, будут всегда равны. Положим для наглядности (рис. 61), что $h_{0, \min} = 3$ мкм, а средние зазоры $c_1 = 5$ мкм и $c_2 = 10$ мкм. Тогда по соотношению (181) $\epsilon_1 = 0,4$ и $\epsilon_2 = 0,7$. Кривые для $\epsilon_1 = 0,4$ и $\epsilon_2 = 0,7$ (см. рис. 60) позволяют сравнить подъемные силы двух рассматриваемых подшипников в процессе возрастания χ_h . Ход этих кривых показывает: 1) при малых χ_h подъемная сила первого под-

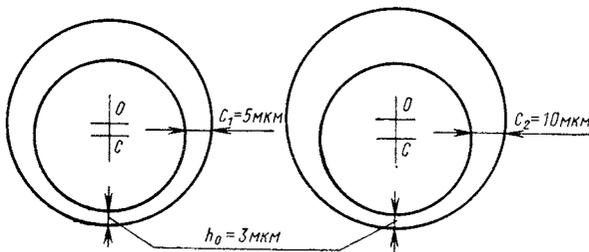


Рис. 61. Подшипники с различными средними зазорами при одинаковом наименьшем зазоре h_0

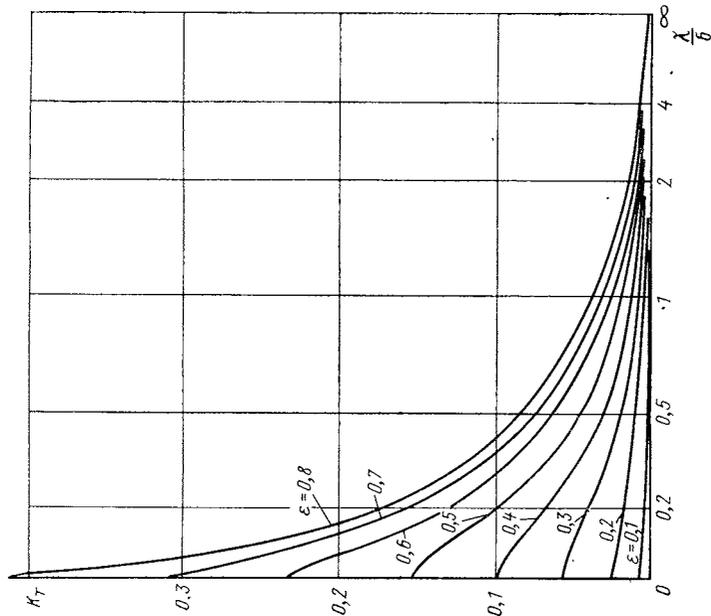


Рис. 63. Зависимость коэффициента трения противотока K_T ($\lambda = 1,5$) от числа подшипника χ

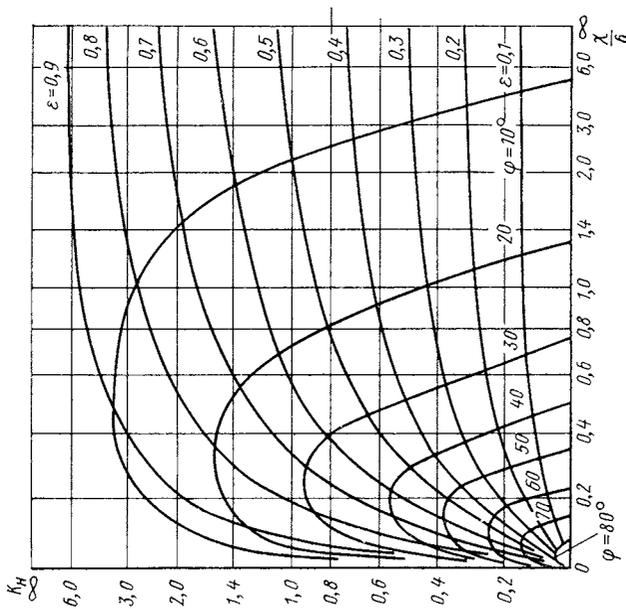


Рис. 62. Зависимость удельной подъемной силы K_H и угла смещения ϕ ($\lambda = 1,5$) от числа подшипника χ

шипника ($\varepsilon_1 = 0,4$) больше, чем у второго ($\varepsilon_2 = 0,7$); 2) при $\frac{\chi_h}{6} \approx 1,6$ они становятся равными; 3) при $\frac{\chi_h}{6} > 1,6$ и до $\chi_h \rightarrow \infty$ подъемная сила у второго подшипника больше, чем у первого. Рассмотренные закономерности справедливы для любых ε .

Отсюда следует важный вывод: при газовой смазке величина оптимального (по нагрузке) среднего зазора $c_{\text{опт}}$ увеличивается с ростом χ_h (т. е. $\varepsilon_{\text{опт}}$ растет).

При $\chi_h \rightarrow \infty$ $\varepsilon_{\text{опт}} \rightarrow 1$, что подтверждается рис. 60, а также предельным выражением (84), которое обращается в бесконечность при $\varepsilon = 1$.

Построив огибающую семейства кривых (см. рис. 60), получим кривую зависимости оптимального эксцентриситета $\varepsilon_{\text{опт}}$ от χ_h . В самом деле, для любой точки огибающей существует некоторое значение $\varepsilon_{\text{опт}}$, при котором одноименная кривая касается огибающей. Это значение ε будет оптимальным, так как всякая другая кривая семейства для ε , отличного от $\varepsilon_{\text{опт}}$, даст для данного χ_h меньшую величину K_n .

Огибающая семейства кривых (см. рис. 60) дает возможность построить график (см. рис. 64) для расчета подшипника с оптимальным (по нагрузке) средним зазором. Отметив на огибающей точки ее касания с кривыми для разных ε и соответствующие этим точкам значения критерия χ_h , строим кривые зависимостей $\varepsilon_{\text{опт}} = f_1(\chi_h)$ и $K_{n \text{ max}} = f_2(\chi_h)$.

С помощью рис. 63 можно также построить кривые для коэффициента трения противотока $K_T = f_3(\chi_h)$. Последние не нанесены на чертеж, чтобы его не затемнять.

Жесткость смазочного слоя. Исследование показывает, что наибольшая жесткость получается при минимальном зазоре $c = h_{0 \text{ min}}$. Это подтверждается практикой гироскопостроения, где используют наименьшие возможные зазоры. Одновременно, вследствие возрастания сил инерции в смазочном слое повышается устойчивость против полускоростного вихря (см. ниже).

Расчет аэродинамического подшипника (примеры расчета)

Ниже приведена методика расчета аэродинамического подшипника.¹

Расчет относится к замкнутому цилиндрическому подшипнику с газовым смазочным слоем, подъемная сила которого создается динамически, в результате всасывания газа из окружающей среды (в частном случае из атмосферы) под давлением p_a , увлекаемого затем поверхностью вращающегося шипа в зазор переменного сечения.

¹ При расчетах удобно пользоваться величинами, выраженными в кгс, см и с, так как атмосферное давление в этих величинах равно 1.

Обозначения и их размерность. При расчетах применяют следующие обозначения: $r = D/2$ — радиус подшипника, см; c — радиальный зазор — разность радиусов подшипника и шипа, см; $h_{0\min}$ — наименьший допустимый зазор в месте наибольшего сближения шипа и подшипника, см; e — эксцентриситет нагруженного шипа относительно подшипника, см; L — длина подшипника, см; p — переменное давление абсолютное в смазочном слое, кгс/см²; p_a — давление окружающей среды, кгс/см²; μ — вязкость газа динамическая, кгс·см⁻²·с; n — частота вращения, об/мин; $\omega = \frac{\pi n}{30} = 0,105n \approx \frac{n}{10}$ — угловая скорость шипа, 1/с.

Закон подобия. Методика расчета подшипника построена на законе подобия газовой смазки: пространственные эпюры абсолютных давлений полей давления в смазочном слое подшипников с газовой смазкой подобны, если при их работе соответственно равны три безразмерных критерия подобия:

относительный эксцентриситет [см. выражение (37)] $\varepsilon = e/c$;
число сжимаемости подшипника [см. выражение (55)]

$$\chi = \frac{6\mu U r}{c^2 p_a} = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r}{c}\right)^2,$$

или пропорциональное ему h — число подшипника [см. выражение (183)]

$$\chi_h = \chi \left(\frac{c}{h_0 \min}\right)^2 = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r}{h_0 \min}\right)^2;$$

относительная длина подшипника $\lambda = L/D$.

Критерии χ (или χ_h), ε и λ всегда могут быть вычислены при заданных размерах и условиях работы подшипника. Из закона подобия следует, что каждой группе значений критериев подобия соответствуют единственные значения расчетных параметров:

1) удельной подъемной силы K_n , по которой подсчитывают нагрузку на подшипник (подъемную силу):

$$W = DL p_a K_n;$$

2) угла смещения (угла положения) φ между направлениями нагрузки и эксцентриситета (см. рис. 43);

3) коэффициента трения противотока K_T , с помощью которого определяются моменты трения на шипе (знак +) и подшипнике (знак —):

$$M_{h,0} = \frac{2\pi r^3 L \mu \omega}{c} \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} (1 \pm K_T).$$

Зависимости между критериями подобия ε , $\frac{\chi}{6}$ (или $\frac{\chi_h}{6}$), λ и расчетными параметрами K_n , φ и K_T , вычисленные на основе изложенной выше теории, приведены в прилож. 1. По данным этой таблицы для случая $\lambda = 1,5$ построены графики (рис. 62 и 63), позволяющие определить значения трех расчетных параметров по

заданным значениям трех критериев подобия. Дальнейший расчет сводится к простейшим операциям с числовыми величинами, подобранными по графикам или таблице. Последняя удобнее при необходимости определения интерполяцией расчетных параметров для промежуточных значений λ , χ и ϵ , чем набор графиков для нескольких λ .

Расчет подшипника заданных размеров. Пример 1. Заданы все размеры (в том числе средний зазор c) и условия работы подшипника электрошпинделя мод. А48/1: $D = 2r = 3,2$ см; $L = 1,5D = 4,8$ см, следовательно, $\lambda = 1,5$; $c = 10$ мкм = $= 1 \cdot 10^{-3}$ см; $h_0 \text{ min} = 3$ мкм = $3 \cdot 10^{-4}$ см; $p_a = 1$ кгс/см² (нормальное атмосферное давление); $\mu = 1,9 \cdot 10^{-10}$ кгс·см⁻²·с (при 30° С); $n = 48\,000$ об/мин; следовательно, $\omega = 5 \cdot 10^3$ 1/с.

Определить: 1) зависимость между нагрузкой W и положением шипа в подшипнике, а также наибольшую допустимую нагрузку при работе без поддува; 2) жесткость смазочного слоя при эксцентриситете $\epsilon = 0,3$; 3) моменты трения на шипе и подшипнике и мощность, затрачиваемую на трение.

Число сжимаемости подшипника

$$\frac{\chi}{6} = \frac{\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r}{c}\right)^2 = \frac{1,9 \cdot 10^{-10} \cdot 5 \cdot 10^3}{1} \left(\frac{1,6}{10^{-3}}\right)^2 = 1,9 \cdot 5 \cdot 2,56 \cdot 10^{-1} = 2,43.$$

Через отметку на оси абсцисс (см. рис. 62), соответствующую $\frac{\chi}{6} = 2,43$, проводим вертикаль и отмечаем ее точки пересечения с семью кривыми графика. Ординаты этих точек определяют значения удельной подъемной силы K_H , соответствующие значениям ϵ , отмеченным на кривых графика. Там же, используя интерполяцию, отмечаем значения угла ϕ .

Наибольший допустимый эксцентриситет $\epsilon = 0,7$ ограничивается заданным зазором $h_0 \text{ min}$. Он равен

$$\epsilon_{\text{max}} = \frac{c - h_0 \text{ min}}{c} = \frac{10 - 3}{10} = 0,7.$$

По найденным таким образом расчетным параметрам подсчитываем нагрузку

$$W = DLp_aK_H = 3,2 \cdot 4,8 \cdot 1 \cdot K_H = 15,4K_H$$

и жесткость $G = \frac{dW}{dl}$ (табл. 9).

Таблица 9

Результаты расчета

ϵ	K_H	ϕ , град	W , кгс	$G = \frac{dW}{dl}$, кгс/мкм	ϵ	K_H	ϕ , град	W , кгс	$G = \frac{dW}{dl}$, кгс/мкм
0,1	0,14	13	2,15	2,15	0,5	1,03	9	15,8	8,38
0,2	0,30	12	4,61	2,42	0,6	1,45	8	22,3	12,03
0,3	0,49	11	7,53	4,95	0,7	2,1	6	32,3	21,0
0,4	0,73	10	11,2	5,83					

Наибольшая допустимая нагрузка оказывается равной $W_{\text{max}} = 32,3$ кгс.

Все расчетные графики построены в масштабе arctg , что позволяет охватить интервал $0 \dots \infty$, например, по оси абсцисс отложены отрезки, пропорциональные углу $\alpha^\circ = \text{arctg} \frac{\chi}{6}$ и т. п.

При больших χ , как в данном случае, коэффициент трения противотока мал, для $\varepsilon = 0,7$ он равен 0,015. Наибольшие моменты трения получаются при этом почти одинаковыми:

$$M_{h, 0} = \frac{2\pi \cdot 1,6^3 \cdot 4,8 \cdot 1,9 \cdot 10^{-10} \cdot 5 \cdot 10^3}{10^{-3}} \frac{1}{\sqrt{1-0,49}} (1 \pm 0,015) =$$

$$= 2\pi \cdot 4,1 \cdot 4,8 \cdot 1,9 \cdot 5 \cdot 1,40 \cdot 10^{-4} (1 \pm 0,015) = 0,164 (1 \pm 0,015) \text{ кгс} \cdot \text{см.}$$

Следовательно, $M_h = 0,164 \cdot 1,015 = 0,166$ кгс·см; $M_0 = 0,161$ кгс·см. Мощность, затрачиваемая на трение, определяется моментом на шпине M_h :

$$N = \frac{M [\text{кгс} \cdot \text{см}] \omega [1/\text{с}]}{10,2} = \frac{1,66 \cdot 10^{-1} \cdot 5 \cdot 10^3}{10,2} = 81 \text{ Вт.}$$

Расчет подшипника с оптимальным (по подъемной силе) зазором. При конструировании подшипника задают те же условия, что и в примере 1, за исключением среднего зазора s . Последний требуется определить так, чтобы при заданном зазоре $h_{0 \text{ min}}$ подшипник нес наибольшую возможную нагрузку.

Пример 2. Определим оптимальный средний зазор s для подшипника, рассмотренного в примере 1.

Вычислим h — число подшипника:

$$\frac{\chi_h}{6} = \frac{\chi}{6} \left(\frac{s}{h_{0 \text{ min}}} \right)^2 = 2,43 \left(\frac{10}{3} \right)^2 = 27.$$

На кривых рис. 64 отмечаем для $\lambda = 1,5$ оптимальные значения расчетных параметров: $\varepsilon_{\text{опт}} = 0,8$; $K_n = 2,5$.

Таким образом, при увеличении зазора вследствие износа в процессе эксплуатации предельная несущая способность будет еще возрастать. По формуле (182)

$$C_{\text{опт}} = \frac{3}{1-0,8} = 15 \text{ мкм.}$$

Экспериментальная проверка методики расчета. Для проверки правильности выводов теории и основанной на ней методики расчета С. А. Шейнбергом было проведено экспериментальное исследование.

Эксперименты проводились с подшипником диаметром 48 мм и длиной 54 мм при трех величинах зазора s : 6,25; 10,15 и 16,9 мкм и частотах вращения от 3100 до 10 500 об/мин. Замеренные величины нагрузки W и угла φ при определенных значениях относительного эксцентриситета ε приведены в табл. 10 наряду с теми, которые получены с помощью изложенной выше методики расчета.

При таком широком диапазоне зазоров и частот вращения число подшипника $\frac{\chi}{6}$ изменяется от 0,122 до 3,02. Это дает возможность проверить правильность методики расчета, а следова-

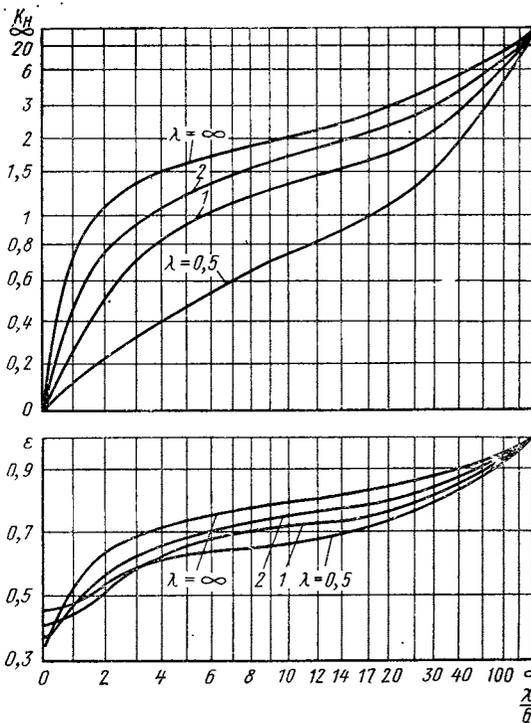


Рис. 64. Зависимость удельной подъемной силы K_H и оптимального относительного эксцентриситета $\epsilon_{\text{ОПТ}}$ от h — числа подшипника с оптимальным зазором

тельно, и выводов теории при различных условиях и в том числе вблизи двух предельных точек: $\chi \rightarrow 0$ и $\chi \rightarrow \infty$.

Расчетные величины близки к опытным. Лишь для $\frac{\chi}{b} = 0,122$ и $\epsilon = 0,725$ ошибка W составляет 25% опытной величины. Это и расхождение углов в последних строках таблицы следует отнести к несовершенству аппаратуры того времени.

Серия опытов при зазоре $\epsilon = 6,25$ мкм интересна тем, что она иллюстрирует существование предела, к которому стремится подъемная сила подшипника при $\chi \rightarrow \infty$: с повышением частоты вращения от 4700 до 10 500 об/мин нагрузка при неизменном ϵ практически уже не возрастает.

Влияние сил инерции в смазочном слое. При выводе уравнений газовой смазки (см. гл. IV) было принято без доказательства, что силами инерции в смазочном слое можно пренебречь. Это допущение значительно упрощает исследование. Оно позволяет, в частности, заменить круговой поток смазки его плоской моделью, получаемой разворачиванием кольцевого зазора на плоскость. Приведем основные результаты исследования этого вопроса [33].

Центробежными силами всегда можно пренебрегать. Тангенциальные инерционные силы повышают подъемную силу подшипника. В условиях общего машиностроения, при радиальном за-

Результаты экспериментов

с, мкм	n, об/мин	h ₀ , мкм	ε	$\frac{\chi}{6}$	W, кгс		φ, град	
					расчетная	опытная	расчетная	опытная
16,9	3 100	4,8	0,725	0,122	9,6	12,9	46	49
	3 100	6,3	0,626	0,122	6,5	8,9	58	61
	3 100	8,5	0,5	0,122	4,4	5,1	67	69
	4 700	4,8	0,725	0,185	13,3	14,9	41	42
	4 700	6,3	0,626	0,185	8,1	11,4	52	53
	4 700	8,5	0,5	0,185	5,5	7,6	62	61
	7 400	4,8	0,725	0,292	19,0	19,5	33	38
	7 400	6,3	0,626	0,292	13,1	14,4	41	46
	7 400	8,5	0,5	0,292	8,7	9,0	51	53
	7 400	11,3	0,335	0,292	5,3	5,6	59	57
	10 500	4,8	0,725	0,413	22,6	29,0	30	32
	10 500	6,3	0,626	0,413	15,6	21,7	37	36
	10 500	8,5	0,5	0,413	10,3	15,2	46	40
	10 500	11,3	0,335	0,413	6,3	8,6	54	43
10,15	3 100	3,8	0,626	0,339	14,1	16,6	40	39
	3 100	5,1	0,5	0,339	9,4	11,4	47	47
	3 100	6,8	0,335	0,339	5,7	5,7	57	53
	4 700	3,8	0,626	0,514	22,1	20,1	29	30
	4 700	5,1	0,5	0,514	14,5	14,4	34	36
	4 700	6,8	0,335	0,514	8,5	7,6	41	40
	7 400	3,8	0,626	0,809	26,2	27,2	25	22
	7 400	5,1	0,5	0,809	16,2	19,3	30	25
	7 400	6,8	0,335	0,809	9,5	11,4	36	28
	10 500	3,8	0,626	1,15	39,1	37,8	17	14
	10 500	5,1	0,5	1,15	20,4	23,3	21	19
	10 500	6,8	0,335	1,15	11,6	13,6	25	24
6,25	4 700	3,1	0,5	1,35	20,7	27,3	20	14
	4 700	4,2	0,335	1,35	11,8	15,6	24	15
	7 400	3,1	0,5	2,13	24,1	29,6	13	10
	7 400	4,2	0,335	2,13	13,3	16,5	15	15
	10 500	3,1	0,5	3,02	24,6	28,8	12	3
	10 500	4,2	0,335	3,02	13,6	16,5	12	3

зоре $c = 5...20$ мкм, ими можно пренебрегать. Однако при весьма малых радиальных зазорах порядка $c = 1...2$ мкм, используемых в аэродинамических подшипниках гироскопических роторов, равнодействующая инерционных сил $N_{ин}$ может оказаться достаточной для подавления полускоростного вихря при $\varepsilon = 0$. Указанный эффект объясняется тем, что сила $N_{ин}$ направлена к центру подшипника, она играет поэтому роль восстанавливающей силы, способной преодолеть центробежную силу инерции вала, совершающего вихревое движение.

Конструкция и расчет дифференциального подшипника (пример расчета)

Дифференциальный подшипник (рис. 29) является модификацией аэродинамического подшипника, от которого он отличается наличием нагрузочного устройства для стабилизации от полускоростного вихря (отверстие 5, канавка 4, и карман 8) и устройства для взвешивания при пуске и торможении (два отверстия 7 и две микроканавки 2). Предпочтительная область применения — высокоскоростные шпиндельные узлы и внутришлифовальные электрошпиндели большой мощности — обусловлена низким давлением стабилизации, малой склонностью к засорению питающих отверстий и меньшей чувствительностью к дисбалансу, вносимому шлифовальным кругом.

Точный расчет дифференциального подшипника чрезмерно сложен. Ниже изложены рекомендации по выбору конструктивных размеров устройств нагружения и взвешивания, а также методика приближенного расчета рабочих параметров подшипника.

Рекомендуемые размеры и их уточнение. При конструировании подшипников диаметром $D = 10 \dots 60$ мм с относительной длиной $\lambda = \frac{L}{D} = 1 \dots 1,5$ следует применять: расстояние микроканавки от края подшипника, равное $\frac{D}{6}$; расстояние от края кармана до края подшипника, равное $\frac{D}{4}$; угловую протяженность кармана 60° ; глубину кармана, равную $1,5c$; остальные размеры по рис. 29.

При таких размерах расчетная длина эквивалентного подшипника

$$L_3 = L - \frac{D}{3} = D \left(\lambda - \frac{1}{3} \right), \quad (189)$$

а длина кармана по образующей $L - D/2 = D(\lambda - 0,5)$.

Площадь кармана

$$S = \frac{\pi D}{6} D(\lambda - 0,5) = 0,52D^2(\lambda - 0,5). \quad (190)$$

Эффективную площадь кармана $S_3 \ll S$ регулируют при отладке подшипника постепенным удлинением продольной канавки 4 (рис. 29) до полной длины кармана так, чтобы обеспечивалось всплывание невращающегося вала.

Выполненный таким образом подшипник обеспечивает устойчивое от полускоростного вихря вращение всех разработанных в ЭНИМСе электро- и пневмошпинделей при стабилизирующем давлении $p_{ст. изб} < 0,5p_s изб.$

Стабилизирующее давление может превзойти эту величину при частотах вращения $n > 150\,000$ об/мин, особенно, если пята и ротор (или турбина) расположены консольно (рис. 4). Эти трудности преодолеваются уменьшением консоли и массы (полый вал, турбина и пята из дуралюмина, сплав титана), увеличением давления p_s и уменьшением радиального зазора c .

Расчет подшипника. Ниже изложена методика приближенного расчета, вытекающая из следующих упрощающих допущений, основанных на опыте ЭНИМСа.

1. Подъемную силу и жесткость дифференциального подшипника длиной L рассчитывают как для эквивалентного аэродинамического подшипника длиной L_3 , равной расстоянию между круговыми канавками 2 и 3 (рис. 29). Подъемную силу кольцевых частей на краях подшипника не учитывают. Давление p_a на кольцевых канавках принимают постоянным и равным p_s . Искажением поля давлений вследствие наличия прижимного кармана пренебрегают.

2. Стабилизирующая радиальная нагрузка на шип, создаваемая давлением в подпороном кармане 8, не зависит от частоты вращения и от эксцентриситета. Она равна произведению избыточного давления $p_{s \text{ изб}}$ на эффективную площадь кармана S_3 .

Пример 3. Дифференциальный подшипник электрошпинделя А48/1 имеет размеры, приведенные в примере 1, где подшипник рассматривался как чисто аэродинамический, без поддува. Рассчитаем подшипник по изложенной выше приближенной методике так, чтобы под нагрузкой со стороны кармана при $p_s = 5$ кгс/см² относительный эксцентриситет не превосходил $\varepsilon = 0,5$.

Так как изменилось только давление $p_a = 5$ кгс/см², то число сжимаемости подшипника станет равным

$$\frac{\chi_3}{6} = 2,43 \frac{1}{5} = 0,486 \approx 0,5.$$

Расчетная длина эквивалентного подшипника по формуле (189)

$$L_3 = 3,2 \left(1,5 - \frac{1}{3} \right) = 3,7 \text{ см}; \quad \lambda = 1,17.$$

По табл. 1 приложения найдем интерполяцией для $\varepsilon = 0,5$ при $\lambda = 1,17$ $K_H = 0,574$. Подъемная сила подшипника будет при этом

$$W_{\varepsilon=0,5} = 3,2 \cdot 3,7 \cdot 5 \cdot K_H = 59,2 \cdot 0,574 = 34 \text{ кгс.}$$

Нагрузка со стороны кармана при полной длине канавки 4 определится с учетом формулы (190):

$$W_H = p_{s \text{ изб}} \cdot 0,52D^2 (\lambda - 0,5) = 4 \cdot 0,52 \cdot 3,2^2 \cdot 1 = 21 \text{ кгс,}$$

что соответствует $\sim \varepsilon = 0,4$ и удовлетворяет поставленному условию. Наибольшая допустимая нагрузка при $\varepsilon = 0,7$ $W_{\text{max}} = W - W_H = 59,2 \cdot 1,10 -$

$$- 21 = 44 \text{ кгс.}$$

VII

Глава

Аэростатический подшипник с малой нагрузкой

Радиальная жесткость

Уравнение смазочного слоя для $\omega = 0$. Подшипники с циркулярным поддувом через один или два ряда отверстий — аэростатические и гибридные — первыми начали применять в технике и до сих пор они являются наиболее широко распространенным и экспериментально изученным видом подшипников с газовой смазкой. Поэтому создание удовлетворительной методики расчета этих подшипников весьма актуально.

Для выяснения природы возникающих при этом трудностей рассмотрим наиболее простую задачу определения радиальной жесткости чисто аэростатического подшипника, т. е. тот случай, когда $\omega = 0$ и подъемная сила создается только поддувом сжатого газа (рис. 65).

Координаты ϑ и ζ в этой задаче такие же, как и в задаче аэродинамического подшипника. Исходное уравнение Рейнольдса можно поэтому написать в удобной для данного случая форме уравнения (156), опустив в последнем третий член, так как $\chi = 0$.

В результате получаем уравнение распределения давлений в аэростатическом подшипнике при радиальном смещении шипа без перекоса:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[H^3 \frac{\partial (\tilde{P}^2)}{\partial \vartheta} \right] + H^3 \frac{\partial^2 (\tilde{P}^2)}{\partial \zeta^2} = 0. \quad (191)$$

Здесь по-прежнему

$$0 \leq \vartheta \leq 2\pi; \quad \zeta = \frac{z}{r}; \quad 0 \leq \zeta \leq \lambda; \quad H = 1 - \varepsilon \cos \vartheta,$$

но \tilde{P} имеет другое значение:

$$\tilde{P} = \frac{p}{p_s}. \quad (192)$$

Такая переменная в данном случае удобнее, так как функция истечения θ из отверстия поддува зависит от \tilde{P} .

Уравнение (191) решается только методом численного интегрирования, который дополнительно осложняется наличием то-

чечных источников (т. е. отверстий поддува). Поэтому много работ посвящено попыткам создать приближенную теорию циркулярного аэростатического подшипника. В основном рассматривалась наиболее актуальная задача работы подшипника при малом эксцентриситете, т. е. малой нагрузке. Эту задачу представляли и наиболее доступной для решения, так как принимали, как очевидное, допущение

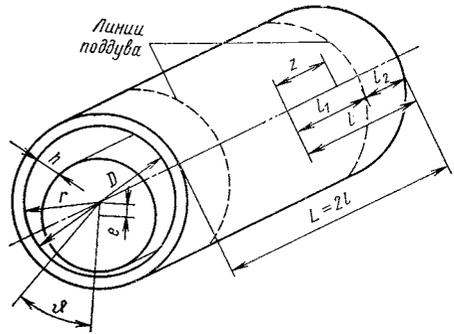


Рис. 65. Координаты и параметры аэростатического подшипника

о возможности пренебрежения круговым перетеканием газа при малых ϵ . Построенные на такой основе методики расчета [25] используют поправочные коэффициенты и не дают удовлетворительных результатов. Тем не менее, их используют даже в новейших монографиях.

В данной книге теория и расчет аэростатического и гибридного подшипников исходят из упрощающего приближения, состоящего в замене дискретных точечных источников непрерывной линией поддува, обладающей тем же *критическим расходом* (т. е. расходом при отношении давлений на выходе и входе, меньшем 0,528). Численным интегрированием на основе метода линии поддува получены значения удельной подъемной силы (в гл. XI рассмотрено обоснование метода, вносимая им погрешность и результаты вычислений). Результаты вычислений представлены в форме таблиц и графиков к ним. На каждом графике для пары значений относительной длины $\lambda = \frac{l}{r}$ (рис. 66) и относительного

давления $\tilde{P}_a = \frac{p_a}{p_s}$ при фиксированном расположении линии поддува $\frac{\lambda_1}{\lambda} = 0,5$ представлен пучок кривых зависимости K_n от коэффициента режима \bar{m} для семи величин эксцентриситета $\epsilon = 0,1 \dots 0,7$ (рис. 67).

Изучение этих материалов и результатов экспериментов [21] убеждает в несостоятельности допущения о плоскостности потока смазки (т. е. о его движении только вдоль направляющей подшипника) при $\epsilon \rightarrow 0$:

1) рост удельной подъемной силы $K_{нс}$ отстает от роста относительной длины $\lambda = \frac{l}{r}$: отношение (при $\epsilon = 0,1$) $\frac{K_{нс}|_{\lambda=1,5}}{K_{нс}|_{\lambda=1}} \approx 1,18 \dots 1,20$ вместо 1,5 в предположении плоского потока;

2) подъемная сила почти прямо пропорциональна ϵ до $\epsilon \approx 0,4$ (т. е. жесткость почти неизменна), тогда как в предположении

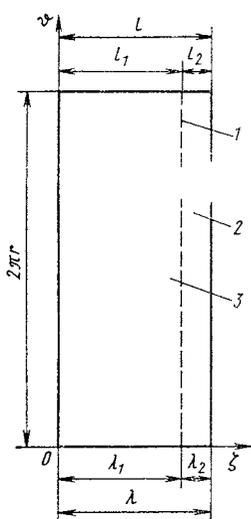


Рис. 66. Расчетная схема аэростатического подшипника:

1 — линия поддува;
2 — область II; 3 — область I

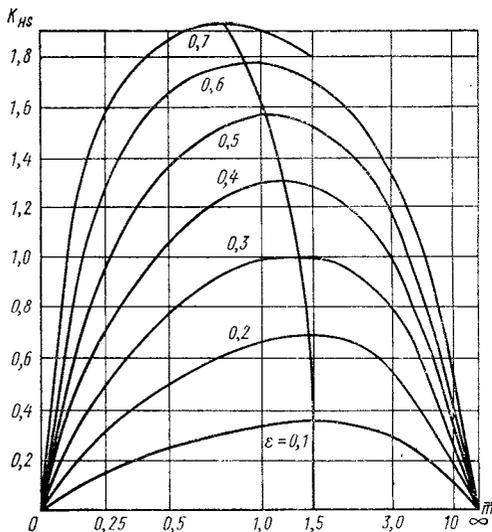


Рис. 67. График зависимости удельной подъемной силы $K_{HS} = \frac{W}{r^2 p_s}$ от ε и m , построенный методом численного интегрирования:

$\bar{P}_a = p_a/p_s = 1/5$; $\lambda = 1,5$; $\lambda = 0,75$ (точка максимума при $\varepsilon \rightarrow 0$ определена аналитически по табл. 12)

роста влияния кругового перетекания с эксцентриситетом и исчезновения этого влияния при $\varepsilon \rightarrow 0$ жесткость должна быстро уменьшаться с ростом ε . В действительности уменьшение жесткости становится заметным только при больших ε .

Эти соображения привели к выводу, что при малых ε приращение кругового потока и потока истечения в осевом направлении — величины одного порядка. Их отношение мало зависит от эксцентриситета до $\varepsilon = 0,3 \dots 0,4$; оно стремится к некоторому конечному пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$. Целесообразно поэтому искать $\tilde{P}(\vartheta, \zeta)$ — асимптотическое решение уравнения (191) в форме

$$\tilde{P}^2 = \bar{P}^2 + \varepsilon \tilde{p}, \quad (193)$$

где \bar{P} — функция давления при $\varepsilon = 0$, зависящая поэтому только от ζ ; \tilde{p} — неизвестная функция ϑ и ζ .

Этим линеаризуется уравнение (191), что позволяет найти аналитическое выражение функции \tilde{p} , после чего удельная подъемная сила K_H определится двойным интегралом по ϑ и ζ от прира-

щения $\Delta\tilde{P}$, пропорционального ε . Приращение $\Delta\tilde{P}$ найдем дифференцированием уравнения (193) по ε :

$$2\tilde{P} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \varepsilon} = \tilde{p},$$

откуда

$$\Delta\tilde{P} = \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \varepsilon} \varepsilon = \frac{\tilde{p}}{2\tilde{P}} \varepsilon \Big|_{\varepsilon \rightarrow 0} = \frac{\tilde{p}}{2\tilde{P}} \varepsilon. \quad (194)$$

Удельная подъемная сила K_n складывается из составляющих K_{nI} и K_{nII} для областей I и II. Например,

$$K_{ns} = 2 \int_0^{\lambda_1} d\zeta \int_0^{2\pi} (\tilde{P} + \Delta\tilde{P}) \cos \vartheta d\vartheta$$

(коэффициент 2 отражает интегрирование для одной половины подшипника).

Интеграл по ϑ от $\tilde{P} \cos \vartheta$ равен нулю, так как \tilde{P} не зависит от ϑ . Заменяв $\Delta\tilde{P}$ его выражением (194), найдем удельную подъемную силу

$$K_{ns} = K_{nI} + K_{nII} = \varepsilon \left[\int_0^{\lambda_1} d\zeta \int_0^{2\pi} \frac{\tilde{p}}{\tilde{P}_1} \cos \vartheta d\vartheta + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\zeta \int_0^{2\pi} \frac{\tilde{p}}{\tilde{P}_2} \cos \vartheta d\vartheta \right]. \quad (195)$$

Подъемная сила аэростатического подшипника

$$W = \rho_s r^2 K_{ns}. \quad (196)$$

Сравнение выражений (147) и (196) для K_n и K_{ns} показывает, что для перехода от первого ко второму в теории гибридного подшипника выражение (147) нужно умножить на $4\lambda \frac{\rho_a}{\rho_s}$.

Таким образом, задача сводится к следующему: 1) определению функций \tilde{P}_1 и \tilde{P}_2 для центрального положения шипа; 2) определению функций \tilde{p}_1 и \tilde{p}_2 из линеаризованного уравнения (191); 3) решению уравнения (195).

Развитая на этой основе теория позволила решить аналитически задачу расчета и оптимизации подшипника. Важно то, что полученные простые расчетные формулы дают практически точные результаты (сравнительно с полученными численным интегрированием) до $\varepsilon = 0,3$ включительно.

Функции давления \tilde{P}_1 и \tilde{P}_2 при $\varepsilon = 0$. В области I

$$\tilde{P}_1(\zeta) = \tilde{P}_d = \text{const}. \quad (197)$$

Найдем $\bar{P}_2(\xi)$ — функцию давления в области II (рис. 66) при $\varepsilon = 0$. Первый член уравнения (191) обращается в нуль. Поэтому

$$\frac{d^2 \bar{P}_2^2}{d\xi^2} = 0; \quad P_2^2 = C_1 \xi + C_2. \quad (198)$$

Определив C_1 и C_2 с помощью граничных условий $\bar{P}_2 = \bar{P}_d$ на линии поддува и $\bar{P}_2 = \bar{P}_a$ на краю подшипника, найдем функцию $P_2(\xi)$:

$$\bar{P}_2^2 = \bar{P}_d^2 - (\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2) (\xi - \lambda_1) \frac{1}{\lambda_2}. \quad (199)$$

Дифференцированием этого уравнения определим производную $\frac{d\bar{P}_2^2}{d\xi}$ для II области:

$$\frac{d\bar{P}_2^2}{d\xi} = - \frac{\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2}{\lambda_2} = \text{const}. \quad (200)$$

Условие срачивания областей I и II. Рассмотрим баланс расхода газа над элементарным отрезком линии поддува. При установившемся режиме смазки приток массы газа ΔM из элементарного отрезка линии $r \Delta \vartheta$ должен равняться сумме расходов смазки ΔM_I и ΔM_{II} в обе стороны от линии поддува, расположенной на координате l_1 . Учитывая, что для области I знак выражения расхода нужно изменить на обратный, найдем по формуле (25) сумму $\Delta M_I + \Delta M_{II}$:

$$r \Delta \vartheta \left[\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{l_1-0} - \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{l_1+0} \right] \frac{h^3}{12\mu} \rho \Big|_{z=l_1} = \Delta M. \quad (201)$$

Расход ΔM пропорционален величине критического расхода $M_{кр}$, который равен произведению суммарной площади отверстий в одном ряду поддува σ на критическую скорость истечения:

$$M_{кр} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} \sqrt{\kappa \rho_s p_s} \sigma. \quad (202)$$

Для отверстий, окруженных фасками, карманами или пересеченных канавкой (n_d — число отверстий в обоих рядах поддува),

$$\sigma = \frac{\pi d^2}{4} \frac{n_d}{2}, \quad (203)$$

так как дросселем в этом случае является отверстие — «простая диафрагма».

Когда относительное давление \tilde{P}_d больше критического давления $\bar{P}_{крит}$:

$$\bar{P}_{крит} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,528 \text{ (для воздуха } \kappa = 1,4), \text{ как это обычно}$$

бывает в подшипнике при малых ε ($\bar{P}_d = 0,6 \dots 0,9$), то скорость истечения уменьшается пропорционально функции

$$f(\tilde{P}_d) = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left(\frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \left(\tilde{P}_d^{\frac{2}{\kappa}} - P_d^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}.$$

Это выражение неудобно для вычислений. Его заменяют поэтому приближенной формулой Прандтля:

$$\Theta(\tilde{P}_d) \approx 2\Theta_1(\tilde{P}_d),$$

где $\Theta(\tilde{P}_d)$ — функции истечения;

$$\Theta_1(\tilde{P}_d) = \sqrt{\tilde{P}_d - \tilde{P}_d^2}. \quad (204)$$

Итак, с учетом зависимостей (203) и (204) расход на дуге $\Delta\theta$ $\Delta M = M_{кр} \Theta_1(\tilde{P}_d) \frac{\pi d^2 n}{8} \frac{\Delta\theta}{2\pi}$.

В левой части уравнения (201) выразим $\frac{\partial p}{\partial z}$ через $\frac{\partial \tilde{P}^2}{\partial \zeta}$:

$$\frac{\partial \tilde{P}^2}{\partial \zeta} = 2\tilde{P} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \zeta} = 2p \frac{\partial p}{\partial z} \frac{r}{p_s^2}; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{P}^2}{\partial \zeta} \frac{p_s^2}{2pr},$$

а переменную плотность $\rho|_{\zeta=\lambda_1} = \rho_d$ через плотность ρ_s :

$$\rho_d = \rho_s \frac{P_d}{p_s}.$$

Подставив эти выражения в уравнение (201), приведем его к безразмерной форме

$$H^3 \left[\frac{\partial \tilde{P}_1^2}{\partial \zeta} - \frac{\partial \tilde{P}_2^2}{\partial \zeta} \right] \Big|_{\zeta=\lambda_1} = \bar{m} \Theta_1(\tilde{P}_d); \quad (205)$$

здесь \bar{m} — коэффициент режима:

$$\bar{m} = 3 \sqrt{\kappa} \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} \frac{\mu n_d d^2}{c^3 \sqrt{\rho_s \rho_s}} = 2,05 \frac{\mu n_d d^2}{c^3 \sqrt{\rho_s \rho_s}} \text{ (для воздуха)}. \quad (206)$$

Учтя, что при $\varepsilon = 0$ относительное давление \tilde{P} обращается в \bar{P} , а зазор $H|_{\varepsilon=0} = 1$, подставим в уравнение (205) значения производных от функций (198) и (200). Это приведет к расчетному выражению коэффициента режима через известные \bar{P}_d , \bar{P}_a и λ_2 :

$$\bar{m} = \frac{\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2}{\Theta_1(\bar{P}_d) \lambda_2}. \quad (207)$$

Из уравнения (207) вытекает, что при данных λ_2 и \bar{P}_a коэффициент режима \bar{m} зависит только от давления на линии поддува \bar{P}_d . Следовательно, оптимальному значению $\bar{P}_{d\text{опт}}$ однозначно соответствует $m_{\text{опт}}$; определив первое, найдем из уравнения (207)

$\bar{m}_{\text{опт}}$, после чего по формуле (206) вычислим оптимальный диаметр отверстий поддува $d_{\text{опт}}$.

Вернувшись к уравнению (205), заменим относительное давление \bar{P} и его производные полученными ранее на основе зависимости (193) соотношениями. Согласно выражению (197)

$$\frac{\partial P_1^2}{\partial \xi} = \tilde{p}_{1\xi} \varepsilon;$$

$$\text{здесь и далее } \tilde{p}_{1\xi} = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \xi}; \quad \tilde{p}_{1\xi\xi} = \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \xi^2} \text{ и т. п.}$$

Сравнив выражения (200) и (207), найдем

$$\frac{\partial \tilde{P}_2^2}{\partial \xi} = -\bar{m} \Theta_1(\tilde{P}_d) + \tilde{p}_{2\xi} \varepsilon,$$

где на основании зависимости (194)

$$\begin{aligned} \Theta_1(\tilde{P}_d) &= \Theta_1(\bar{P}_d + \Delta \bar{P}_d) = \Theta_1(\bar{P}_d) + \frac{\partial}{\partial P} \Theta_1 \times \\ &\times (\bar{P}_d) \Delta \bar{P}_d = \Theta_1(\bar{P}_d) + \frac{\partial}{\partial \bar{P}} \Theta_1(\bar{P}_d) \frac{\tilde{p}}{2P} \varepsilon. \end{aligned}$$

Учтя, также что согласно формуле (158) $H^3|_{\varepsilon \rightarrow 0} = 3\varepsilon \cos \vartheta$, получим, исключив слагаемые, содержащие ε^2 , условие срачивания полей давления на линии поддува

$$\left| \tilde{p}_{1\xi} - \tilde{p}_{2\xi} \right|_{\xi=\lambda_1} = \bar{m} \left[3\Theta_1(P_d) \cos \vartheta + \frac{\partial}{\partial P_d} \Theta_1(\bar{P}_d) \frac{\tilde{p}}{2P_d} \right]. \quad (208)$$

Линеаризация уравнения (191) и его решение. Подставив в уравнение (191) выражения (193) и (158), выполнив дифференцирование и отбросив слагаемые, содержащие ε в степени выше первой, получим для \tilde{p} уравнение Лапласа:

$$\tilde{p}_{\vartheta\vartheta} + \tilde{p}_{\xi\xi} = 0. \quad (209)$$

Это уравнение дает разные решения для областей I и II, для которых известны все граничные условия, включая условие срачивания. Эти условия таковы: 1) симметрия относительно линии центров $\tilde{p}_{\vartheta}|_{\vartheta=0} = 0$; 2) симметрия относительно середины подшипника $\tilde{p}|_{\xi=0} = 0$; 3) так как на краю подшипника $\tilde{P} = \bar{P} = P_d$, то должно быть $\tilde{p}|_{\xi=\lambda} = 0$; 4) непрерывность функции \tilde{p} при переходе линии поддува $\tilde{p}_1|_{\xi=\lambda_1} = \tilde{p}_2|_{\xi=\lambda_1}$; 5) условие срачивания на линии поддува — выражение (208).

Решение вида

$$\tilde{p} = Z(\xi) \cos \vartheta \quad (210)$$

удовлетворяет условию 1. Подстановка $\tilde{p}_{\vartheta\vartheta}$ и $\tilde{p}_{\xi\xi}$ в уравнение (209) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению 2-го порядка $Z_{\xi\xi} - Z = 0$. Его решение $Z_{1,2} = A_{1,2} \operatorname{ch} \xi -$

— $B_{1,2} \operatorname{sh} \zeta$ действительно для всего интервала $0 \leq \zeta \leq \lambda$. Оно включает четыре неизвестные постоянные, разные для областей I и II. Определив последние с учетом условий 2, 3 и 4, найдем функции Z_1 и Z_2 , после чего по уравнению (210) напишем выражения функций давления $\tilde{p}_{1,2}$:

$$\tilde{p}_1 = A_1 \operatorname{ch} \zeta \cos \vartheta; \quad (211)$$

$$\tilde{p}_2 = A_1 \frac{\operatorname{ch} \lambda_1}{\operatorname{sh} \lambda_2} \operatorname{sh}(\lambda - \zeta) \cos \vartheta. \quad (212)$$

При $\zeta = \lambda_1$ давления \tilde{p}_1 и \tilde{p}_2 становятся одинаковыми и равными

$$\tilde{p}_d|_{\zeta=\lambda_1} = A_1 \operatorname{ch} \lambda_1 \cos \vartheta. \quad (213)$$

Оставшуюся неизвестной постоянную A_1 определим из уравнения (208). Подставив в него выражение (213) и производные $p_{1\zeta}|_{\zeta=\lambda_1}$ и $p_{2\zeta}|_{\zeta=\lambda_1}$, найдем после преобразований

$$A_1 = \frac{3\bar{m}\Theta_1(\bar{P}_d)}{\frac{\operatorname{ch} \lambda}{\operatorname{sh} \lambda_2} - \bar{m} \frac{\partial}{\partial \bar{P}_d} \Theta_1(\bar{P}_d) \frac{\operatorname{ch} \lambda_1}{2\bar{P}_d}}.$$

Это уравнение приведем к виду, удобному для дальнейшего исследования, воспользовавшись выражениями (207) и (204) для \bar{m} и $\Theta_1(\bar{P}_d)$, а также выполнив дифференцирование в знаменателе. В полученном выражении выделим функцию $\psi = \psi(\bar{P}_d)$ в квадратных скобках:

$$A_1 = \frac{3\bar{P}_d}{\operatorname{ch} \lambda_1} \left[K \frac{\bar{P}_d}{\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2} + \frac{2\bar{P}_d - 1}{4(\bar{P}_d - \bar{P}_d^2)} \right]^{-1} = \frac{3\bar{P}_d}{\operatorname{ch} \lambda_1} \psi^{-1}. \quad (214)$$

Здесь буквой E обозначена группа, характеризующая геометрию подшипника — его относительную длину $\lambda = l/r$ и расположение линии поддува $\lambda_2 = \frac{l_2}{r}$ и $\lambda_1 = \frac{l_1}{r}$:

$$K = \frac{\operatorname{ch} \lambda \lambda_2}{\operatorname{ch} \lambda_1 \operatorname{sh} \lambda_2}. \quad (215)$$

Подъемная сила подшипника. Удельную подъемную силу $K_{\text{н}}$ определим по уравнению (195), воспользовавшись найденными ранее значениями \tilde{p}_1 , \tilde{p}_2 , \bar{P}_1 , \bar{P}_2 и A .

Для области I по формулам (211) и (214)

$$\tilde{p}_1 = 3\bar{P}_d \psi^{-1} \frac{\operatorname{ch} \zeta}{\operatorname{ch} \lambda_1} \cos \vartheta; \quad \bar{P}_1 = \bar{P}_d. \quad (216)$$

Выполнив интегрирование по уравнению (195), получим удельную подъемную силу

$$K_{\text{нI}} = 3\lambda \psi^{-1} \operatorname{th} \lambda_1 \epsilon. \quad (217)$$

Для области II по формулам (212) и (214)

$$\tilde{p}_2 = 3\bar{P}_d \frac{\text{sh}(\lambda - \zeta)}{\text{sh} \lambda_2} \psi^{-1} \cos \vartheta. \quad (218)$$

Для последующих выкладок здесь удобно перейти к переменной $x = \lambda - \zeta$ с граничными значениями $0 \leq x \leq \lambda_2$. Так как

$$\frac{\zeta - \lambda_1}{\lambda_2} = 1 - \frac{\lambda - \zeta}{\lambda_2} = 1 - \frac{x}{\lambda_2},$$

то выражение (199) принимает вид

$$\bar{P}_2^2 = \bar{P}_a^2 \left[1 + \left(\frac{\bar{P}_d^2}{\bar{P}_a^2} - 1 \right) \frac{x}{\lambda_2} \right].$$

Учитывая (см. список обозначений), что

$$\frac{\bar{P}_d}{\bar{P}_a} = \frac{p_d}{p_a} = P_d,$$

обозначив

$$\frac{P_d^2 - 1}{\lambda_2} = b \quad (219)$$

и выполнив интегрирование по ϑ , получим

$$K_{\text{нII}} = \varepsilon \frac{3\pi\psi^{-1}}{\text{sh} \lambda_2} P_d \int_0^{\lambda_2} \frac{\text{sh} x}{\sqrt{1 + bx}} dx. \quad (220)$$

Так как последний интеграл нельзя взять в конечном виде, заменим $\text{sh} x$ двумя первыми членами соответствующего разложения в ряд:

$$\text{sh} x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

Двух членов достаточно, так как в самом неблагоприятном случае $x|_{\lambda_2=1,5} = 0,75$; при этом третий член ряда равен всего 0,26% x .

Задача (220) сводится теперь к вычислению интегралов вида

$$J_n = P_d \int_0^{\lambda_2} \frac{x^n dx}{\sqrt{1 + bx}}.$$

Такие интегралы берут подстановкой $y = \sqrt{1 + bx} = \sqrt{1 + (P_d^2 - 1) \frac{x}{\lambda_2}}$.

Тогда

$$x = \frac{y^2 - 1}{b}; \quad dx = \frac{2y}{b} dy; \quad \begin{matrix} y \\ x=0 \end{matrix} = 1; \quad \begin{matrix} y \\ x=\lambda_2 \end{matrix} = P_d.$$

Зависимость f_n от P_d

$f_n(P_d)$	$P_d = p_d/p_a$											
	1,5	1,6	1,7	1,8	2	2,5	3	3,5	4	5	6	∞
$f_1(P_d)$	0,840	0,852	0,863	0,872	0,889	0,918	0,937	0,951	0,960	0,972	0,973	1
$f_2(P_d)$	0,904	0,913	0,920	0,927	0,938	0,957	0,969	0,976	0,981	0,988	0,991	1
$f_3(P_d)$	0,932	0,939	0,945	0,950	0,958	0,972	0,980	0,985	0,988	0,992	0,995	1
$f_4(P_d)$	0,948	0,953	0,956	0,961	0,968	0,979	0,985	0,989	0,991	0,994	0,996	1

Следовательно,

$$J_n = \frac{P_d}{b^{n+1}} \int_1^{P_d} (y^2 - 1)^n dy.$$

Развернув бином в полином, получим, например, для J_1 с учетом выражения (219):

$$\begin{aligned} J_1 &= P_d \int_0^{\lambda_2} \frac{x dx}{\sqrt{1+bx}} = \frac{P_d}{b^2} \int_1^{P_d} (y^2 - 1) dy = \frac{2P_d}{b^2} \left(\frac{1}{3} y^3 - y \right) \Big|_1^{P_d} = \\ &= 2\lambda_2^2 \left[\frac{\frac{1}{3}(P_d^3 - 1) - (P_d - 1)}{(P_d^2 - 1)^2} P_d \right]. \end{aligned}$$

Выражения для J_n существенно упрощаются благодаря тому, что оказывается возможным сокращение числителя и знаменателя интеграла вида J_n на $(P_d - 1)^{n+1}$. В результате несложных преобразований находим для $J_1 \dots J_4$ (J_2 и J_4 понадобятся в дальнейшем):

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \frac{2\lambda_2^2}{3} f_1(P_d); & f_1(P_d) &= \left[1 - \frac{1}{(P_d + 1)^2} \right]; \\ J_2 &= \frac{2\lambda_2^3}{5} f_2(P_d); & f_2(P_d) &= \left[1 - \frac{(P_d + 2) + 1}{3(P_d + 1)^3} \right]; \\ J_3 &= \frac{2\lambda_2^4}{7} f_3(P_d); & f_3(P_d) &= \left[1 - \frac{(P_d + 2)^2 + 1}{5(P_d + 1)^4} \right]; \\ J_4 &= \frac{2\lambda_2^5}{9} f_4(P_d); & f_4(P_d) &= \left[1 - \frac{(P_d + 2)^3 - (P_d + 1)^2 - 0,6P_d}{7(P_d + 1)^5} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (221)$$

При $P \rightarrow \infty$ функции $f_n(P_d) \rightarrow 1$.

После подстановки J_1 и J_3 в уравнение (220) получим удельную подъемную силу

$$K_{\text{нп}} = \frac{3\pi\psi^{-1}}{\text{sh } \lambda_2} \left(J_1 + \frac{1}{6} J_3 \right) \varepsilon, \quad (222)$$

где J_1 и J_3 определены по формулам (221).

Сумма составляющих $K_{\text{нI}} + K_{\text{нII}}$ по формулам (217) и (222) равна удельной подъемной силе подшипника

$$K_{\text{нс}} = \frac{W}{P_s r^2} = 3\pi \frac{f(P_d)}{\psi(\bar{P}_d)} \varepsilon, \quad (223)$$

где

$$f(P_d) = \text{th } \lambda_1 + \frac{2}{3} \frac{\lambda_2^2}{\text{ch } \lambda_2} f_1(P_d) + \frac{1}{21} \frac{\lambda_2^4}{\text{sh } \lambda_2} f_3(P_d), \quad (224)$$

причем $f_1(P_d)$ и $f_3(P_d)$ определяются выражениями (221) и табл. 11:

$$\psi(\bar{P}_d) = K \frac{\bar{P}_d}{\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2} + \frac{2\bar{P}_d - 1}{4(\bar{P}_d - \bar{P}_a^2)}, \quad (225)$$

как это видно из уравнения (214).

Жесткость подшипника получим, разделив подъемную силу W по формуле (223) на эксцентриситет:

$$G = K_G \frac{p_s r^2}{c} = 3\pi \frac{f(P_d)}{\psi(\bar{P}_d)} \frac{p_s r^2}{c}, \quad (226)$$

где $K_G = \frac{K_{\text{нс}}}{\varepsilon}$ — удельная жесткость подшипника.

Оптимизация подшипника по радиальной жесткости

Изложенная выше теория позволяет решить практически важную задачу — определение оптимального давления

$P_{d \text{ опт}} = \frac{P_{d \text{ опт}}}{P_s}$, которое при заданных относительной длине

$\lambda = \frac{l}{r}$, давлении поддува p_s и атмосферном давлении p_a обеспе-

чивает наибольшую возможную жесткость смазочного слоя мало-нагруженного подшипника. Такая задача является весьма актуальной, так как аэростатические подшипники чаще всего работают как подвесы, с малой нагрузкой, но жесткость требуется максимально возможная. В то же время давление поддува p_s лимитируется располагаемым источником питания; длина и диаметр подшипника ограничены конструктивными и технологическими возможностями.

Задача оптимизации сводится к отысканию максимума выражения (223), которое представляет собой отношение двух функций;

$f(P_d)$ — формула (224) и $\psi(\bar{P}_d)$ — формула (225). Рассмотрим эти функции.

Первый член $f(P_d)$, выражающий подъемную силу средней части подшипника, не зависит от P_d . Второй и третий члены — функции $f_1(P_d)$ и $f_3(P_d)$; при заданном λ_2 коэффициенты при них — константы. Эти функции не имеют экстремума, они монотонно и очень медленно возрастают вместе с P_d (см. табл. 11).

Таким образом, при заданном \bar{P}_a функция $f(P_d)$ практически не зависит от \bar{P}_d и для отыскания $\bar{P}_{d\text{ опт}}$ достаточно найти $\psi_{\text{ min}}$ из уравнения $-\frac{\partial\psi}{\partial\bar{P}_d} = 0$. Это уравнение, реализуемое дифференцированием выражения (225):

$$\frac{\partial\psi}{\partial\bar{P}_d} = -K \frac{\bar{P}_d^2 + \bar{P}_a^2}{(\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2)^2} + \frac{1 - 2(\bar{P}_d - \bar{P}_a^2)}{[2(\bar{P}_d - \bar{P}_a^2)]^2} = 0, \quad (227)$$

решает задачу определения оптимальных \bar{P}_d и \bar{m} .

Алгебраическое уравнение (227) — шестой степени относительно \bar{P}_d . Его удобнее поэтому решать с помощью предварительно рассчитанной таблицы зависимости K от \bar{P}_d для заданного \bar{P}_a , по которой, применяя интерполяцию, определяют $P_{d\text{ опт}}$ для заданного K .

Вычисленные по формулам (227) и (223)—(226) оптимальные расчетные параметры представлены в табл. 12 и на рис. 68 и 69. Отмеченные в них значения параметров для предельного случая

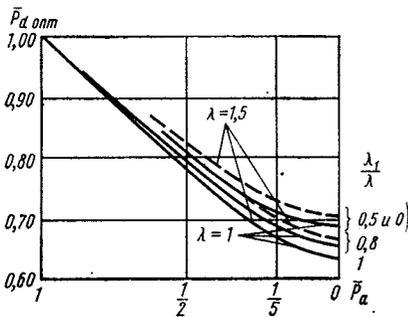


Рис. 68. Зависимость оптимального давления $\bar{P}_{d\text{ опт}}$ на входе в зазор от давления поддува $\bar{P} = \frac{P_a}{P_s}$, удлинения $\lambda = \frac{L}{D}$ и расположения линии поддува $\lambda_1 = \frac{l_1}{l}$ (по табл. 12)

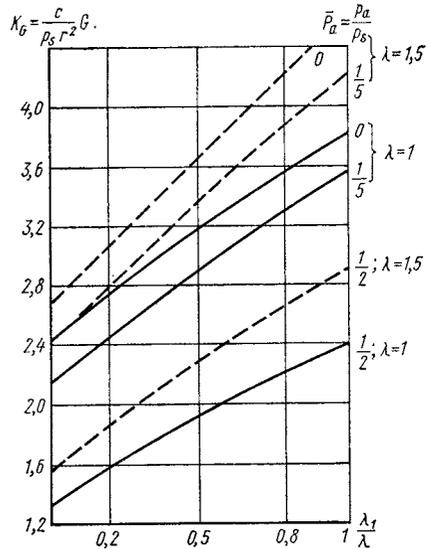


Рис. 69. Зависимость удельной радиальной жесткости $K_G = G \frac{c}{r^2 P_s}$ от λ , \bar{P}_a и λ_1 при оптимальном давлении $\bar{P}_{d\text{ опт}}$ (по табл. 12)

Расчетные параметры радиальной жесткости K_G

Таблица 12

$$\bar{P}_d = P_d/P_S; \quad P_d = \bar{P}_d \bar{P}_a = p_d/p_a$$

\bar{P}_a (p_a/p_s)	$\lambda = 1$										$\lambda = 1,2$					$\lambda = 1,5$				
	λ_1																			
	0	0,2	0,5	0,8	1	0	0,3	0,6	0,9	1,2	0	0,3	0,75	1,2	1,5					
0	K																			
	\bar{K}																			
	1,315	1,360	1,315	1,150	1	1,440	1,519	1,440	1,240	1	1,657	1,789	1,657	1,275	1					
$\bar{P}_{d\text{доп}}$	0,673	0,679	0,673	0,654	0,634	0,686	0,693	0,686	0,665	0,634	0,704	0,713	0,704	0,669	0,634					
K_G	2,451	2,737	3,177	3,567	3,840	2,781	3,012	3,446	3,853	4,203	2,700	3,087	3,659	4,250	4,563					
$\bar{m}_{\text{доп}}$	0,965	1,235	1,931	4,496	∞	0,845	1,109	1,690	3,123	∞	0,724	0,937	1,448	3,170	∞					
$\frac{1}{5}$	$\bar{P}_{d\text{доп}}$																			
	0,706	0,710	0,706	0,689	0,673	0,716	0,721	0,716	0,698	0,673	0,730	0,738	0,730	0,702	0,673					
	K_G	2,173	2,460	2,895	3,313	3,560	2,471	2,736	3,141	3,573	3,897	2,437	2,806	3,384	4,230					
$\bar{m}_{\text{доп}}$	1,006	1,246	2,013	4,696	∞	0,873	1,151	1,747	3,247	∞	0,740	0,956	1,480	3,300	∞					
$\frac{1}{2}$	$\bar{P}_{d\text{доп}}$																			
	0,809	0,811	0,809	0,801	0,792	0,815	0,818	0,815	0,805	0,792	0,823	0,828	0,823	0,807	0,792					
	K_G	1,364	1,605	1,933	2,212	2,404	1,532	1,800	2,120	2,420	2,632	1,574	1,859	2,290	2,857					
$\bar{m}_{\text{доп}}$	1,029	1,302	2,058	4,994	∞	0,889	1,174	1,810	3,349	∞	0,746	0,962	1,493	4,167	∞					

Радиальная жесткость (если p_s — кгс/см², r — см, s и e — мм)

$$G = KG \frac{p_s r^2}{c} \left[\frac{\text{кгс}}{\text{мм}} \right]; \quad W = G_e \left[\frac{\text{кгс}}{\text{мм}} \right]$$

$\lambda_1 = \lambda$ не имеют, конечно, физического смысла. Это сделано для завершения картины, даваемой расчетом, исходящим из метода линии поддува. В реальном подшипнике максимум подъемной силы имеет место при $\lambda_1/\lambda = 0,5 \dots 0,8$, после чего начинается падение давления в интервале между отверстиями. Этот вопрос в сопоставлении с опытными данными рассмотрен в гл. XI.

Из табл. 12 видно, что при двух линиях поддува нецелесообразно удлинять подшипник больше $\lambda = 1,5$. Для коротких подшипников с $\lambda < 0,8$ используют обычно одну линию поддува. Тогда для расчета по приведенным выше формулам нужно принимать $\lambda_1 = 0$, а n_d будет означать число отверстий в одной линии поддува, а не в двух, как было ранее.

Подшипник с отверстиями без карманов (кольцевая диафрагма)

Расчетные формулы (223)—(227) и (206) для определения диаметра отверстия d относятся к подшипнику с отверстиями, окруженными фасками, карманами или пересеченными канавками (простая диафрагма). В случае применения отверстий без этих устройств дроселирование осуществляется истечением через кольцевой зазор (кольцевая диафрагма) площадью $\pi d_1 h$. При этом уравнение (205) принимает вид

$$H^2 \left[\frac{\partial \tilde{P}_1^2}{\partial \zeta} - \frac{\partial \tilde{P}_2^2}{\partial \zeta} \right] \Big|_{\zeta=\lambda_1} = \bar{m}_1 \Theta_1(\tilde{P}_d)$$

(H^2 вместо H^3), где

$$\bar{m}_1 = 8,2 \frac{\mu n_d d_1}{c^2 \sqrt{\rho_s \rho_s}}$$

Последующие выкладки приводят к формуле, отличающейся от (226) только числовым коэффициентом

$$G = 2\pi \frac{f(P_d)}{\psi(\bar{P}_d)} \frac{\rho_s r^2}{c}$$

Значения $\bar{m}_{\text{опт}}$ и $\bar{P}_{d \text{ опт}}$ остаются поэтому прежними (см. табл. 12), а оптимальная жесткость оказывается меньше в 1,5 раза. Так как $m_{1 \text{ опт}} = \bar{m}_{\text{опт}}$, то оптимальные диаметры отверстий в двух рассмотренных случаях связаны соотношением

$$d_{\text{опт}}^2 = 4d_{1 \text{ опт}} c. \tag{228}$$

Расход сжатого газа на поддув

По формуле (25) объемный расход газа при атмосферном давлении p_a , вытекающего через единицу длины окружности на краю подшипника (при $h|_{z=0} = c$):

$$q = \frac{c^3}{12\mu} \frac{dp}{dz} \Big|_{z=l}$$

При выводе уравнения (205) было показано, что

$$\left. \frac{dp}{dz} \right|_{\varepsilon=0} = \frac{d\bar{P}_d^2}{d\zeta} \frac{p_s^2}{2p_d r}.$$

Приняв во внимание выражение (200) и произведя замены

$$p_2|_{z=l} = p_a; \quad \frac{p_s^2}{2p_d r} = \frac{p_a}{2\bar{P}_d^2 r}; \quad \frac{\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2}{\lambda_2} \frac{p_a}{2\bar{P}_d^2 r} = \frac{P_d^2 - 1}{\lambda_2} \frac{p_a}{2r},$$

получим

$$\left. \frac{dp_2}{dz} \right|_{z=l} = - \frac{P_d^2 - 1}{\lambda_2} \frac{p_a c^3}{24\mu r}.$$

Так как отработавший газ вытекает из обоих концов подшипника, то секундный объемный расход (секундный, так как в табл. 7 размерность вязкости μ — кгс·см⁻²·с)

$$Q = 4\pi r q = (P_d^2 - 1) \frac{\pi p_a c^3}{6\mu \lambda_2}. \quad (229)$$

Расчет радиальной жесткости аэростатического подшипника (пример расчета)

Ниже приведена методика расчета радиальной жесткости аэростатического подшипника с циркулярным поддувом. Данная методика может быть использована для расчета мало-нагруженных подшипников, когда относительный эксцентриситет $\varepsilon \leq 0,3$.

Расчет относится к замкнутому цилиндрическому подшипнику с газовым смазочным слоем, создаваемым поддувом сжатого газа давлением p_s . Дополнительная подъемная сила, создаваемая динамически, в результате вращения этой методикой не учтена (расчет гибридного подшипника см. в гл. XI).

Обозначения и их размерность. Дополнительно к обозначениям, перечисленным в методике расчета аэродинамического подшипника (гл. VI), в данной методике использованы следующие обозначения (см. рис. 66): $l = \frac{L}{2}$ — половина длины подшипника, см; l — расстояние от середины подшипника до линии поддува, см; $l_2 = l - l_1$ — расстояние от линии поддува до края подшипника, см; $\lambda = \frac{l}{r}$; $\lambda_1 = \frac{l_1}{r}$; $\lambda_2 = \frac{l_2}{r} = \lambda - \lambda_1$ — относительные длины; p_s — давление на входе в отверстия поддува (давление поддува), кгс/см²; p_d — давление на входе в смазочный зазор из отверстия поддува; $\bar{P}_d = \frac{p_d}{p_s}$ — относительное давление при $\varepsilon = 0$; $P_d = \frac{p_a}{p_s}$ — относительное атмосферное давление; n_d —

число отверстий в обоих рядах поддува; прочие обозначения см. в списке обозначений.

В практике встречается необходимость в разных вариантах расчета.

Методика расчета в этих вариантах представлена примерами расчета.

Расчет подшипника, оптимального по радиальной жесткости. Дано: относительные длины $\lambda = 1,5$, $\lambda_1 = 0,75$; размеры подшипника: $r = 1,6$ см, зазор $c = 0,001$ см; $n_d = 16$ — число отверстий поддува типа простой диафрагмы в двух рядах (по восемь в ряду). Давления: $p_s = 5$ кгс/см², $p_a = 1$ кгс/см²; $\bar{P}_a = \frac{1}{5}$.

Определить: 1) жесткость подшипника G ; 2) оптимальный диаметр отверстий $d_{\text{опт}}$; 3) расход сжатого воздуха на поддув.

По табл. 12 находим: оптимальный коэффициент режима $\bar{m}_{\text{опт}} = 1,46$, $K_G_{\text{опт}} = 3,38$; $P_d_{\text{опт}} = 0,726$.

По формуле (226) определим радиальную жесткость подшипника

$$G = \frac{5 \cdot 1,6^2}{10^{-3}} 3,38 = 4,33 \cdot 10^4 \text{ кгс/см}^2 = 4,33 \text{ кгс/мкм.}$$

По табл. 6 и 7, а также по формуле (22) найдем для воздуха при $t = 20^\circ \text{C}$:

$$\text{плотность } \rho_s = 13,2 \cdot 10^{-10} \frac{273}{293} \frac{5}{1} = 6,15 \cdot 10^{-9} \text{ кгс} \cdot \text{см}^{-4} \cdot \text{с}^2;$$

$$\text{вязкость } \mu = 1,85 \cdot 10^{-10} \text{ кгс} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с.}$$

Из выражения (206) определим диаметр отверстия d :

$$d^2 = \frac{\bar{m} c^3 \sqrt{\rho_s p_s}}{2,05 \mu n_d} = \frac{1,46 \cdot 10^{-9} \sqrt{6,15 \cdot 10^{-9} \cdot 5}}{2,05 \cdot 1,85 \cdot 10^{-10} \cdot 16} = 4,22 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2; d = 0,065 \text{ мм.}$$

Отверстия столь малого диаметра нежелательны с технологической и эксплуатационной точек зрения. Рассмотрим некоторые способы увеличения d , имея в виду желательность сохранения жесткости.

1. Увеличение раздвижки линий поддува. Приняв $\lambda_1 = 1,2$, найдем из табл. 12: $\bar{m}_{\text{опт}} = 3,30$; $K_G_{\text{опт}} = 3,92$; $P_d_{\text{опт}} = 0,702$. Получим увеличенный диаметр d_a :

$$d_a = 0,065 \sqrt{\frac{3,30}{1,46}} = 0,093 \approx 0,1 \text{ мм,}$$

что приемлемо. В связи с увеличением K_H при этом увеличится и жесткость G :

$$G_a = 4,33 \frac{3,92}{3,38} \approx 5,0 \text{ кгс/мкм.}$$

2. Переход на отверстия типа кольцевой диафрагмы. По формуле (228) диаметр отверстия

$$d_{1 \text{ опт}} = \frac{d^2}{4c} = \frac{65^2}{4 \cdot 10} = 105 \text{ мкм} \approx 0,1 \text{ мм.}$$

Результат тот же, что в первом варианте, но жесткость, уменьшается в 1,5 раза: $G_1 = 2,88$ кгс/мкм.

Объемный расход сжатого воздуха на поддув, приведенный к атмосферному давлению p_a , найдем по формуле (229). Ее правую часть умножим на 3600 для того, чтобы получить расход за 1 ч, как это принято на практике. Учитывая, что

$$P_d = \frac{p_d}{p_a} = \frac{\bar{P}_d}{\bar{P}_a} = \frac{0,726}{1/5} = 3,63,$$

найдем для раздвижки $\lambda_1 = 0,75$

$$Q = 3600 (3,63^2 - 1) \frac{\pi \cdot 1 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 1,85 \cdot 10^{-10} \cdot 0,75} = 1,66 \cdot 10^5 \text{ см}^3 = 0,166 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

При увеличении раздвижки по второму варианту $\lambda_1 = 1,2$, а следовательно, $\lambda_2 = 0,3$ и расход увеличится в 2,5 раза:

$$Q_a = 0,166 \frac{0,75}{0,3} = 0,415 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Расчет подшипника с заданными отверстиями поддува. Последовательность расчета: 1) определяем коэффициент режима \bar{m} по формуле (206); 2) по найденному \bar{m} находим \bar{P}_d из формулы (207) и вычислим $\psi(\bar{P}_d)$ по формуле (225); 3) определив $P_d = \frac{\bar{P}_d}{\bar{F}_a}$, вычислим $f(P_d)$ по формуле (224); 4) определим K_n и W по формуле (223).

Ввиду простоты выкладок ограничимся оценкой уменьшения жесткости при увеличении диаметра d в предыдущем примере с 0,065 до 0,2 мм. Новое значение коэффициента режима $\bar{m}' = 1,46 \left(\frac{0,2}{0,065} \right)^2 = 13,8$. По графику рис. 67 находим, что G уменьшится при этом примерно в 5 раз.

Методы уточнения расчета. Из приведенного примера расчета видно, что при поддуве из непрерывной линии выгодно увеличивать раздвижку λ_1 , так как при этом повышается жесткость, а диаметр отверстий увеличивается до приемлемой величины. Увеличение расхода сжатого воздуха влияния не оказывает, так как в обоих случаях он весьма мал.

На практике, однако, отверстия поддува не могут быть расположены близко к краю подшипника, так как это приводит к уменьшению несущей способности и жесткости вследствие депрессии между отверстиями (см. гл. III). В результате максимум жесткости получается не при $\lambda_1 \rightarrow \lambda$, а при расстоянии до края подшипника, примерно равном расстоянию между отверстиями. В рассмотренном примере это соответствует $\lambda_1 \approx \frac{\lambda}{2} = 0,75$. Увеличивать же число отверстий (скажем, 16 вместо 8) нерационально, так как их диаметр придется еще уменьшить.

Таким образом, реализация поддува в форме совокупности несвязанных дискретных источников приводит к занижению G на 15...25% сравнительно с результатами расчета по методу линии поддува. В ряде работ, например, [25], разработаны приближенные методы учета дискретности поддува. Относительно более простым является метод, изложенный в работе [10]. Поле давлений на каждом из $\frac{n_d}{2}$ секторов, охватывающих по два отвер-

стия, находят по методу точечных источников, а влияние круговых перетечек определяют в предположении их эквивалентности тому, что имеет место в подшипнике с непрерывной линией под-

дува. Существенной особенностью этой теории является наличие параметра дискретности $\sigma_{\text{дк}}$. В наших обозначениях

$$\sigma_{\text{дк}} = \frac{1}{n_d} \ln \frac{2D}{n_d d},$$

который входит в выражение коэффициента режима $\bar{m}_{\text{дк}}$. Как сообщают авторы, предложившие формулу для расчета жесткости G , численный анализ этой формулы показал, что значения $\bar{P}_{d \text{ опт}}$ в пределах 1...2% совпадают с приведенными в табл. 12. Для расчета оптимальной жесткости достаточно принять в предложенной формуле

$$\bar{P}_{d \text{ дк}} = \bar{P}_{d \text{ опт}}; \quad \bar{m}_{\text{дк}} = \bar{m}_{\text{опт}} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \sigma_{\text{дк}}},$$

где $\bar{P}_{d \text{ опт}}$ и $\bar{m}_{\text{опт}}$ берут из табл. 12.

По данным работы [10], результаты расчета по этой методике дают удовлетворительное совпадение с экспериментом.

Конструктивные улучшения системы поддува. Наиболее эффективно конструктивное улучшение системы циркулярного поддува, частично или полностью устраняющее влияние дискретности. Наиболее просто повышение жесткости достигают проточкой микроканавки, пересекающей отверстия поддува. При этом одновременно отпадает необходимость выполнения карманов или фасок, а рассчитывать следует по формулам (223)—(226) для простой диафрагмы.

Глубину канавки — 0,01...0,03 мм — подбирают экспериментально, добиваясь максимальной жесткости, так как методика расчета оптимального сечения канавки еще не отработана. Следует учесть, что излишне глубокая канавка испортит подшипник.

Эффективной представляется щелевая система поддува, показанная на рис. 70. Подшипник состоит из двух частей, при свинчивании которых образуется щель шириной 5...20 мкм. Кромки щели скруглены не более $R = 0,05$ мм.

При поддуве газа через щель допущение о постоянстве давления при $\epsilon = 0$ на линии поддува верно отражает истинную картину смазки. В теории щелевого подшипника, учитывая, что ширина щели h_0 значительно меньше ее длины в направлении движения газа, считают последнее (движение) ламинарным и изотермическим, т. е. таким же, как в смазочном зазоре. Теоретическое исследование щелевого подшипника показало, что максимальная жесткость при оптимальной ширине щели $h_{0 \text{ опт}}$ примерно на 27% меньше, чем в циркулярном подшипнике

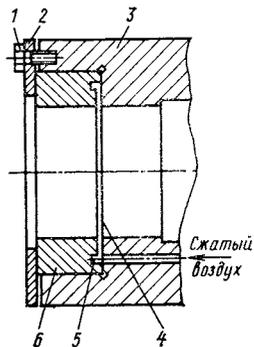


Рис. 70. Подшипник со щелевой линией поддува:

1 — стяжной винт; 2 — прижимная шайба; 3 — стационарная часть подшипника; 4 — щелевая линия поддува; 5 — кольцевая проточка; 6 — съемная часть подшипника

с адиабатическим законом истечения. Следовательно, с точки зрения повышения жесткости применение поддува с адиабатическим законом истечения предпочтительно, несмотря на потери, связанные с дискретностью источников. Применение микроканавки, рассмотренное выше, делает этот вывод еще более обоснованным.

С ростом ε в самой щели появляется круговое перетекание, снижающее подъемную силу W . Для подавления перетекания сплошной уступ в детали b (рис. 70) заменяют карманами глубиной h_0 , разделенными радиальными перегородками. По имеющимся сведениям, щель подшипника по рис. 70 менее склонна к засорению плохо очищенным воздухом, чем отверстия циркулярного подшипника. Недостаток этого подшипника — большая сложность изготовления, затрудняющая применение антифрикционных материалов типа углерадита.

Наилучшие результаты дает щелевой поддув в коротких подшипниках ($\lambda < 0,8$) с одной линией поддува. Конструкция щелевого подшипника при этом менее сложна, тогда как потери в подъемной силе вследствие малого расстояния отверстий поддува от края подшипника увеличиваются.

Угловая жесткость

По типовой схеме шпиндельного узла (рис. 71) вал с консольным креплением шлифовального круга вращается в двух аэростатических подшипниках цилиндрической формы. Осевая нагрузка воспринимается плоским аэростатическим подпятником с силовым замыканием.

Важнейшими характеристиками шлифовального шпинделя являются его жесткость $G_F = \frac{dF}{dy}$ и предельная допустимая нагрузка F_{\max} , измеренные на шлифовальном круге. У шпинделя с аэростатическими опорами эти параметры, особенно F_{\max} , определяются углом поворота γ (рис. 71), так как максимально допустимую нагрузку подшипника $W_{1\max}$ лимитирует недопустимость кромочного контакта шипа с подшипником. Жесткость G_F и допустимая нагрузка F_{\max} увеличиваются с ростом отрезка x ,

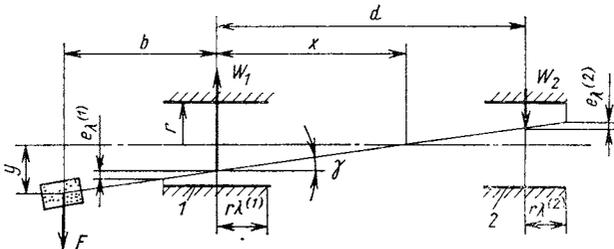


Рис. 71. Типовая схема шлифовального шпинделя

что может быть достигнуто повышением угловой жесткости подшипников в специальном устройстве, рассмотренном ниже.

Решающую роль играет угловая жесткость при подвеске подшипников на мембранах, позволяющих им повернуться вместе с валом на угол γ . Благодаря тому, что оси шипа и подшипника остаются при этом параллельными, несущая способность подшипника используется целиком и F_{\max} увеличивается. При конструировании такого устройства необходимо, чтобы угловая жесткость подшипника была достаточной для обеспечения соответствующей угловой деформации мембраны без появления кромочного контакта.

Изложенная ниже теория и методика расчета угловой жесткости подшипника позволяет решить эти и подобные задачи.

Функцию давления $\tilde{P}(\vartheta, \zeta)$, необходимую для вычисления момента сил M от перекоса, найдем решением уравнения Рейнольдса. В данном случае ввиду того, что относительный зазор

$$H = h/c = 1 - \zeta \alpha \cos \vartheta \quad (230)$$

зависит от обеих переменных ϑ и ζ , его нельзя вынести за знак $\frac{\partial}{\partial \zeta}$, как это сделано в теории радиальной жесткости [см. уравнение (191)]; уравнение (191) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[H^3 \frac{\partial (\tilde{P}^2)}{\partial \vartheta} \right] + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[H^3 \frac{\partial (\tilde{P}^2)}{\partial \zeta} \right] = 0. \quad (231)$$

Здесь обозначения такие же, как в уравнении (191). Коэффициент α — масштаб эксцентриситета, определяемый выбранной величиной относительного эксцентриситета на краю подшипника ϵ_λ (рис. 72):

$$\epsilon_\lambda = \lambda_\alpha. \quad (232)$$

Решение ищем в форме

$$\tilde{P}^2 = \bar{P}^2 + \alpha \tilde{p}, \quad (233)$$

где \bar{P} — давление в смазочном слое, зависящее при $\alpha = 0$ только от ζ ; \tilde{p} — неизвестная функция ϑ и ζ .

Функции давления при $\alpha = 0$ или, что то же, при $\epsilon = 0$ определяются формулами (197)—(200), а коэффициент режима — уравнениями (207) и (206).

Подставив в уравнение (231) выражения (230) и (233), выполнив дифференцирование и отбросив члены, содержащие α в степени выше первой, получим уравнение Пуассона:

$$\tilde{p}_{\vartheta\vartheta} + \tilde{p}_{\zeta\zeta} = -C \cos \vartheta. \quad (234)$$

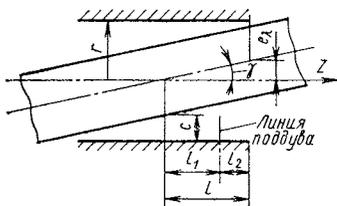


Рис. 72. К расчету угловой жесткости аэроэстатического подшипника

Свободный член получился здесь в результате дифференцирования H по ζ :

$$\frac{\partial H^3}{\partial \zeta} \frac{\partial \bar{P}^2}{\partial \zeta} = -3\alpha \cos \vartheta \frac{l}{3}.$$

Для области I на основании уравнения (197) $\frac{C}{3} = \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \zeta} = 0$.
Для области II согласно формул (200) и (207)

$$C = \frac{3(\bar{P}_d^2 - P_a^2)}{\lambda_2} = 3\bar{m}\Theta_1(\bar{P}_d). \quad (235)$$

Дальнейший ход решения подобен использованному в задаче радиальной жесткости. Отметим поэтому лишь его специфические особенности.

Два первых граничных условия сформулируем иначе: 1) симметрия относительно плоскости пересечения осей шипа и подшипника

$$\tilde{p}_\vartheta \Big|_{\vartheta=0}^{\vartheta=\pi} = 0,$$

2) симметрия относительно середины подшипника $\tilde{p} \Big|_{\zeta} = -\tilde{p} \Big|_{\zeta}$, откуда следует, что

$$\tilde{p}_1 \Big|_{\zeta=0} = 0.$$

Условие 5 — баланс расхода на линии поддува, где эксцентриситет $\varepsilon_d = \lambda_1 \alpha$ выражен уравнением, отличающимся от уравнения (208):

$$|\tilde{p}_{1\zeta} - \tilde{p}_{2\zeta} \Big|_{\zeta=\lambda_1} = \bar{m} \left[3\lambda_1 \Theta_1(\bar{P}_d) \cos \vartheta + \frac{\partial}{\partial \bar{P}_d} \Theta_1(\bar{P}_d) \frac{\tilde{p}_d}{2\bar{P}_d} \right]. \quad (236)$$

Различаясь формулировкой, условия 1 в обеих задачах совпадают по существу. Решение вида (210) удовлетворяет поэтому уравнению (234). Общее решение этого уравнения

$$Z_{1,2} = A_{1,2} \operatorname{ch} \zeta + B_{1,2} \operatorname{sh} \zeta + C$$

содержит четыре постоянные, из которых три определяются граничными условиями 2...4. В результате выкладок находим функции приращения давления

$$\begin{aligned} \tilde{p}_1 &= B_1 \operatorname{sh} \zeta \cos \vartheta; \\ \tilde{p}_2 &= \left\{ B_1 \frac{\operatorname{sh} \lambda_1 \operatorname{sh} (\lambda - \zeta)}{\operatorname{sh} \lambda_2} + 3\bar{m}\Theta_1(\bar{P}_d) \times \right. \\ &\times \left. \left[\left(1 - \frac{\operatorname{ch} \zeta}{\operatorname{ch} \lambda} \right) - \frac{\operatorname{sh} (\lambda - \zeta)}{\operatorname{sh} \lambda_2} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \lambda_1}{\operatorname{ch} \lambda} \right) \right] \right\} \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (237)$$

Оставшуюся неизвестной постоянной B_1 определяем из уравнения (236) в результате подстановки выражений \tilde{p}_d и производных $\tilde{p}_{1\zeta}|_{\zeta=\lambda_1}$ и $\tilde{p}_{2\zeta}|_{\zeta=\lambda_1}$: $B = 3\bar{P}_d K_2 \psi^{-1}$, где

$$\psi = K_1 \frac{\bar{P}_d}{\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2} + \frac{2\bar{P}_d - 1}{4(\bar{P}_d - \bar{P}_d^2)}. \quad (238)$$

Обозначениями K_1 и K_2 отмечены группы, определяемые только геометрией подшипника:

$$K_1 = \frac{\text{sh } \lambda \lambda_2}{\text{sh } \lambda_1 \text{sh } \lambda_2}; \quad (239)$$

$$K_2 = \frac{\lambda_1 \text{sh } \lambda_2 + \text{ch } \lambda_2 - 1}{\text{sh } \lambda_1 \text{sh } \lambda_2}. \quad (240)$$

Момент сил от перекоса. Удельный момент восстанавливающих сил в смазочном слое при перекосе равен сумме моментов для областей I и II:

$$K_M^o = \frac{M}{p_s r^3} = K_{M1}^o + K_{M2}^o. \quad (241)$$

Из уравнения (233) аналогично уравнению (194) находим $\tilde{P} = \bar{P} + \alpha \tilde{p}/2\bar{P}$, а поскольку \bar{P} не зависит от ϑ , то

$$\int_0^{2\pi} \bar{P} \cos \vartheta d\vartheta = 0.$$

Для двух половин подшипника [\tilde{p}_1 и \tilde{p}_2 по уравнениям (237)]

$$K_M^o = \alpha \int_0^{2\pi} \cos \vartheta d\vartheta \left[\int_0^{\lambda_1} \frac{\tilde{p}_1}{\bar{P}_1} \zeta d\zeta + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\tilde{p}_2}{\bar{P}_2} \zeta d\zeta \right].$$

Угловую жесткость подшипника получим, разделив момент M на эксцентриситет e_λ на краю подшипника, а так как согласно (232)

$e_\lambda = \alpha \lambda c$, то

$$G_M = \frac{dM}{de_\lambda} = \frac{K_M^o}{\alpha \lambda} \frac{p_s r^3}{c} = K_M \frac{p_s r^3}{c}. \quad (242)$$

Здесь удельная краевая жесткость (угловая жесткость относительно e_λ)

$$K_M = \frac{3\pi}{\lambda} \left(\frac{K_3}{\psi} + \frac{\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2}{\bar{P}_d} K_4 \right). \quad (243)$$

Расчетные параметры угловой жесткости $K_M \bar{P}_d = p_d/p_s$; $P_d = \bar{P}_d/\bar{P}_a = p_d/p_a$

\bar{P}_d (p_d/p_s)	$\lambda = 1$										$\lambda = 1,2$					$\lambda = 1,5$				
	λ_1										K_1									
	0	0,2	0,5	0,8	1	0	0,3	0,6	0,9	1,2	0	0,3	0,75	1,2	1,5					
Расчетные параметры	$\bar{P}_{d\text{опт}}$	∞	5,26	2,163	1,315	1	∞	4,35	2,34	1,45	1	∞	5,56	2,362	1,396	1				
	K_M	1	0,912	0,770	0,678	0,634	1	0,915	0,777	0,692	0,634	1	0,917	0,784	0,685	0,634				
	$\bar{m}_{\text{опт}}$	∞	0,669	0,640	0,800	1,19	1,580	0,942	0,915	1,08	1,55	2,22	1,34	1,34	1,65	2,47	3,32			
$\frac{1}{5}$	$\bar{P}_{d\text{опт}}$	1	0,912	0,784	0,709	0,673	1	0,915	0,791	0,722	0,673	1	0,918	0,798	0,716	0,673				
	K_M	∞	0,594	0,567	0,712	1,09	1,46	0,835	0,802	0,981	1,41	2,05	1,242	1,19	1,48	2,28	3,07			
	$\bar{m}_{\text{опт}}$	∞	3,49	2,79	5,09	∞	∞	∞	3,18	2,40	3,58	∞	∞	2,44	1,98	3,49	∞			
$\frac{1}{2}$	$\bar{P}_{d\text{опт}}$	1	0,932	0,852	0,811	0,792	1	0,935	0,857	0,818	0,792	1	0,937	0,862	0,814	0,792				
	K_M	∞	0,384	0,351	0,460	0,722	0,990	0,538	0,493	0,627	0,937	1,39	0,805	0,738	0,958	1,51	2,08			
	$\bar{m}_{\text{опт}}$	∞	3,07	2,68	5,21	∞	∞	∞	2,81	2,31	3,62	∞	∞	2,15	1,91	3,54	∞			

Угловая жесткость относительно эксцентриситета e_λ на краю подшипника — крайняя жесткость (если p_s — кгс/см², Γ — см, c и e — мм)

$$GM = K_M \frac{p_s^3}{c} \left[\frac{\text{кгс}\cdot\text{см}}{\text{МКМ}} \right] M = G_M e_\lambda \left[\frac{\text{кгс}\cdot\text{см}}{\text{МКМ}} \right]$$

В формуле (243) K_1 и K_2 , входящие в выражения K и ψ , определяются выражениями (239) и (240), а коэффициенты $K_3 \dots K_6$ — выражениями

$$\left. \begin{aligned} K_3 &= K_2 \left(K_5 \frac{\text{sh } \lambda_1}{\text{sh } \lambda_2} + \lambda_1 \text{ch } \lambda_1 - \text{sh } \lambda_1 \right); \\ K_4 &= \frac{1}{\lambda_2} \left(K_5 \text{th } \frac{\lambda_2}{2} - K_6 \right); \\ K_5 &= \lambda_2^2 \left(\frac{2}{3} \lambda f_1 - \frac{5}{2} \lambda_2 f_2 + \frac{1}{21} \lambda_2^2 f_3 - \frac{1}{27} \lambda_2^3 f_4 \right); \\ K_6 &= \lambda_2^3 \left(\frac{1}{5} \lambda f_2 - \frac{1}{7} \lambda_2 f_3 \right). \end{aligned} \right\} \quad (244)$$

Функции $f_1 \dots f_4$ и их значения представлены формулами (221) и табл. 11.

Оптимизация подшипника по угловой жесткости. Как и для радиального нагружения, задача оптимизации сводится к отысканию максимума выражения (242) по \bar{P}_d . А так как при заданном наборе λ , λ_1 и λ_2 функции K_1 и K_2 — константы, а функции K_5 и K_6 монотонно и медленно возрастают вместе с \bar{P}_d , то для отыскания $\bar{P}_d \text{ опт}$ достаточно решить уравнение

$$\frac{\psi^2}{\psi'} = \frac{K_3}{K_4} \frac{\bar{P}_d^2}{\bar{P}_d + \bar{P}_a^2}, \quad (245)$$

полученное дифференцированием выражения (243) по \bar{P}_d , полагая при этом K_4 и K_5 постоянными. В этом уравнении ψ определяют по формуле (238), а

$$\begin{aligned} \psi' &= \frac{\partial \psi}{\partial \bar{P}_d} = -K_1 \frac{\bar{P}_d^2 + \bar{P}_a^2}{(\bar{P}_d - \bar{P}_a)^2} + \\ &+ \frac{1 - 2(\bar{P}_d - \bar{P}_a)}{[2(\bar{P}_d - \bar{P}_a)]^2}. \end{aligned} \quad (246)$$

Уравнение (245) решают методом последовательных приближений, результаты вычислений представлены в табл. 13. Они завершены значениями $\bar{P}_d \text{ опт}$, $G_M \text{ опт}$ и $m \text{ опт}$ для граничных значений λ_1 : при $\lambda_1 = 0$ (одна линия поддува посредине подшипника) $P_d \text{ опт} = 1$,

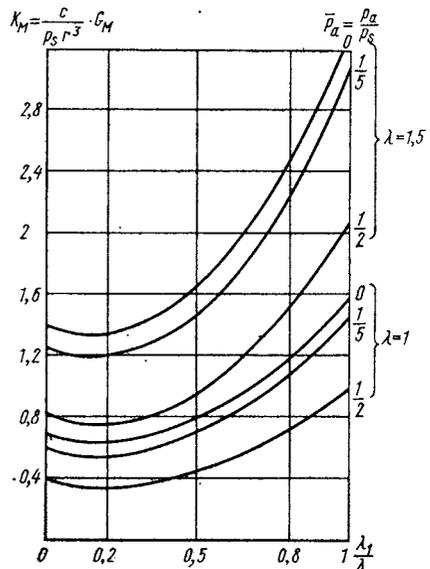


Рис. 73. Зависимость удельной краевой жесткости K_M от расположения линии поддува λ_1/λ при разных относительных длинах λ (по табл. 13)

$K_M = 3\pi K_4 (1 - P_a^2)$; при $\lambda_1 = \lambda$ $K_1 = 1$; \bar{P}_d опт определяется уравнением $\psi' |_{K_1=1} = 0$.

При отверстиях типа кольцевой диафрагмы удельная краевая жесткость будет меньше в 1,5 раза:

$$K_M = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{K_3}{\psi} + \frac{\bar{P}_d^2 - \bar{P}_a^2}{\bar{P}_d} K_4 \right).$$

Сравнение графиков (рис. 73), выполненных по данным табл. 13, с графиками, представленными на рис. 69, показывает, что максимально возможная раздвижка линий поддува выгодна не только для радиальной, но в еще большей степени для угловой жесткости. Анализ работы гибридного подшипника приводит к выводу, что аэродинамическая составляющая подъемной силы тоже растет с раздвижкой линий поддува. С точки зрения эксплуатации выгодно, что при этом увеличивается и оптимальный диаметр отверстий $d_{\text{опт}}$. Учитывая влияние дискретности и то, что одновременно растет расход сжатого воздуха, оптимальной, при использовании микроканалов, можно считать раздвижку, определяемую отношением $\lambda_1/\lambda = 0,7...0,8$.

Жесткость шпиндельного узла воздушных опор (пример расчета)

Вернемся теперь к рис. 71 и выясним зависимость G_F и F_{max} от радиальной и угловой жесткости подшипников и от размещения опор и шлифовального круга.

Напишем два уравнения статики: уравнение моментов сил относительно опоры 2:

$$W_1 a - F(a + b) + M = 0; \quad (247)$$

сумму проекций сил на ось Y :

$$W_1 - F - W_2 = 0. \quad (248)$$

Задачу следует решать для центрального положения вала, когда $\gamma \rightarrow 0$, и вал не вращается. При этом силы, возникающие от радиального и углового перемещений в одной плоскости, складываются алгебраически.

Подъемные силы подшипников W_1 и W_2 пропорциональны произведению радиальной жесткости K_{G1} и K_{G2} на соответствующие эксцентриситеты $e_1 = x\gamma$ и $e_2 = (a - x)\gamma$ по формуле (226):

$$W_1 = K_{G1} \frac{p_s r^2}{c} x\gamma; \quad W_2 = K_{G2} \frac{p_s r^2}{c} (a - x)\gamma. \quad (249)$$

Нагрузку F также выразим через жесткость K_F и перемещение $y = (b + x) \gamma$:

$$F = K_F \frac{p_s r^2}{c} (b + x) \gamma. \quad (250)$$

Момент M_1 , возникающий в подшипнике I от перекоса на угол γ , пропорционален произведению удельной краевой жесткости K_{M1} , выраженной по формуле (243), и эксцентриситета e_λ на краю подшипника. Так как последний равен $r\lambda^{(1)}\gamma$, то

$$M_1 = K_{M1} \frac{p_s r^3}{P} \lambda^{(1)} r \gamma = K_{M1} \lambda^{(1)} \frac{p_s r^2}{c} r^2 \gamma;$$

$$M_2 = K_{M2} \lambda^{(2)} \frac{p_s r^2}{c} r^2 \gamma.$$

Суммарный момент от перекоса примет вид

$$M = K_M \frac{p_s r^2}{c} r^2 \gamma, \quad (251)$$

где $K_M = K_{M1} \lambda^{(1)} + K_{M2} \lambda^{(2)} + K_p$ — приведенная удельная краевая жесткость. Здесь K_p — краевая жесткость подпятников.

Подставив выражения (249)—(251) в уравнения (247) и (248), получим после сокращения на $\frac{p_s r^2}{c} \gamma$ систему двух уравнений с неизвестными x и K_F :

$$K_{G1} a x - K_F (b + x) (a + b) + K_M r^2 = 0;$$

$$K_{G1} x - K_F (b + x) - K_{G2} (a - x) = 0.$$

Откуда находим

$$K = \frac{K_{G2} a (a + b) + K_M r^2}{K_{G1} b + K_{G2} (a + b)}; \quad (252)$$

$$K_F = K_{G1} \frac{x - \frac{K_{G2}}{K_{G1}} (a - x)}{b + x}. \quad (253)$$

Пример. Электршпиндель мод. А24/25 (частота вращения 24—30 тыс. об/мин, мощность на валу 25 кВт) имеет следующие параметры: $a = 250$ мм, $b = 130$ мм; $r = 30$ мм; $\lambda^{(1)} = 1,5$; $\lambda^{(2)} = 1$; $p_s = 16$ кгс/см²; $c = 18$ мкм.

По табл. 12 и 13 в строках для $\bar{P}_a \rightarrow 0$ находим $K_{G1} = 4,15$; $K_{G2} = 3,52$; $K_{M1} = 2,47$; $K_{M2} = 1,19$; $K_M = 3,71 + 1,19 = 4,90$.

Радиальная и угловая жесткости подшипников

$$G_1 = K_{G1} \frac{p_s r^2}{c} = 4,15 \frac{16 \cdot 3^2}{18} = 33,2 \text{ кгс/мкм}; \quad G_2 = 28,2 \text{ кгс/мкм};$$

$$G_{M1} = K_{M1} \frac{p_s r^3}{c} \lambda^{(1)} = 2,47 \cdot 1,5 \frac{16 \cdot 3^3}{18} \text{ кгс} \cdot \text{см/мкм}; \quad G_{M2} = 28,6 \frac{\text{кгс} \cdot \text{см}}{\text{мкм}}.$$

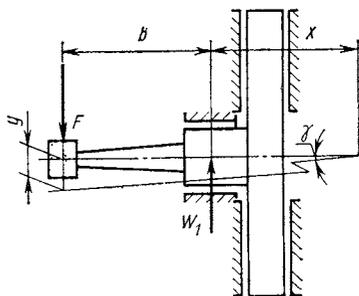


Рис. 74. Схема шлифовального шпинделя с дисковым ротором

По формулам (252) и (253)

$$x = \frac{3,52 \cdot 25 \cdot 38 + 4,90 \cdot 9}{4,15 \cdot 13 + 3,52 \cdot 38} = 18,02 \text{ см};$$

$$K_F = K_{G1} \cdot 0,39 = 1,62; \quad G_F = 14,6 \text{ кгс/мкм.}$$

Из-за наличия консоли b жесткость на круге оказалась в 2,56 раза меньше жесткости подшипника. Это соотношение нельзя существенно улучшить увеличением раздвижки подшипников a , так как при этом ухудшается динамическая устойчивость вала.

Роль угловой жесткости в схеме рис. 71 оказалась незначительной, она почти не повлияла на величину x . На рис. 7 показано устройство пневмошпинделя мод. КА15/30 с регулируемой частотой вращения в диапазоне 15—30 тыс. об/мин, где K_M играет решающую роль (рис. 74). Система опор состоит из одного короткого подшипника и двух подпятников большого диаметра. Благодаря высокой угловой жесткости подпятников K_M (методику их расчета см. в гл. XIII) подшипник работает практически без перекоса (x велико), а жесткость $G_F \approx G_1$ независимо от консоли b . Расчет показывает, что $x = 80$ см. Так как в этой схеме $a = 0$, $K_{G2} = 0$, то из уравнения (253) найдем

$$K_F = K_{G1} \frac{x}{b + x} = 0,86 K_{G1}.$$

Устройство, схема которого представлена на рис. 74, осуществимо благодаря малым потерям на трение, несмотря на большой диаметр аэростатического подпятника. Его важными достоинствами являются малые осевые размеры, значительная жесткость и динамическая устойчивость. Малая длина особенно важна для данного пневмошпинделя, которым оснащают координатно-шлифовальные станки.

При выборе диаметра «дискового» ротора следует исходить из допустимой окружной скорости. Для сталей $U_{\max} = 180 \dots 220$ м/с, для дуралюмина марки АК6 $U_{\max} = 400 \dots 450$ м/с [13].

VIII Устойчивость ненагруженного вала в подшипниках с циркулярным поддувом

Глава

Формы проявления неустойчивости

Центральное положение в подшипнике шип занимает только при вертикальном положении оси ненагруженного вала или в невесомости. В большинстве же случаев вал нагружен своим весом и дополнительными силами, возникающими вследствие действия инерционных перегрузок (в гироскопах) или рабочих нагрузок в процессе эксплуатации узла (внутришлифовальные шпиндели). Устойчивость вала в центральном относительно круглого подшипника положении достигается только путем поддува сжатого газа, причем критерий устойчивости определяется в простой и наглядной форме уравнением (4). Если в данном узле поддув обеспечивает устойчивость вала в центральном положении, то под нагрузкой вал также будет устойчив в результате дополнительного аэродинамического стабилизирующего эффекта смазочного слоя при $e > 0$. Недостаток стабилизации циркулярным поддувом — быстрый рост стабилизирующего давления при повышении скорости вращения ω вынуждает искать другие способы стабилизации.

Результаты теоретического исследования частного случая устойчивости ненагруженного вала выявляют особенности общей задачи устойчивости и позволяют по аналогии ориентироваться в более сложных случаях, не разрешимых аналитически.

Полускоростной вихрь является опасным источником повреждения высокоскоростных узлов с газовой смазкой. Выше (см. гл. III) были рассмотрены физическая природа цилиндрического полускоростного вихря и способы его подавления. Особенно опасной является коническая форма полускоростного вихря, так как при скольжении в этом случае возникает точечный контакт шипа с кромкой подшипника.

Вывод критерия устойчивости против конического вихря, а также условия, предопределяющего возникновение той или иной формы полускоростного вихря, вытекает из аналитического рассмотрения задачи устойчивости.

Цилиндрический вихрь

Для определения критерия устойчивости циркулярного подшипника при цилиндрическом вихре, когда ось вала движется поступательно вместе с центром тяжести, нужно рассмотреть движение последнего под действием приложенных к нему сил. Для этого воспользуемся дифференциальными уравнениями Лагранжа второго рода для движения твердого тела [19]. В качестве координатных параметров, определяющих положение вала, имеющего массу m , выберем мгновенный эксцентриситет e и угол φ его поворота относительно неподвижных осей координат XOY (рис. 75). Необходимо составить два уравнения вида

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial e'} \right) - \frac{\partial E}{\partial e} = F_e; \quad (254)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \varphi'} \right) - \frac{\partial E}{\partial \varphi} = M_\varphi, \quad (255)$$

где E — кинетическая энергия точки C ; F_e и M_φ — сила и момент, совершающие работу при элементарных перемещениях Δe и $\Delta \varphi$.

Кинетическая энергия E определяется выражением

$$2E = m(x'^2 + y'^2). \quad (256)$$

Согласно рис. 75 $x = e \cos \varphi$; $y = e \sin \varphi$, откуда

$$2E = m(e'^2 + e^2 \varphi'^2). \quad (257)$$

Элементарная работа сил

$$\Delta U = -N \Delta e + T e \Delta \varphi. \quad (258)$$

После преобразований получаем

$$m(e'' - e\varphi'^2) = -N; \quad (259)$$

$$m(e\varphi'' + 2e'\varphi') = T. \quad (260)$$

При вихревом движении вокруг центра подшипника со скоростью $\Omega \rightarrow \frac{\omega}{2}$ разгоняющая сила T , равная подъемной силе смазочного слоя, пропорциональна приведенной скорости $\omega_{пр}$ и жесткости G_T (см. гл. III):

$$T = W = G_T \left(1 - \frac{2\Omega}{\omega} \right) e, \quad (261)$$

так как угол между направлениями силы T и отклонения e близок к 90° .

Нормальная сила $N = G_N e$ пропорциональна жесткости,

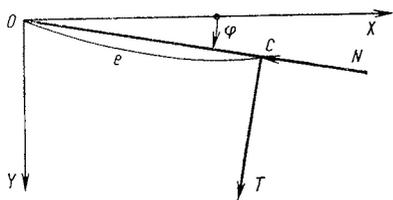


Рис. 75. Схема сил при цилиндрическом вихре

создаваемой циркулярным поддувом, и отклонению e , с которым она совпадает по направлению, так как у подшипников с относительной длиной $\frac{L}{D} > 1$ и малым средним зазором c угол сдвига фазы φ_d близок к нулю.

Подставляя значения N и T в уравнения (259) и (260), а также имея в виду, что вал вращается в двух подшипниках и угловая корость вихря

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi', \quad (262)$$

получим следующие уравнения движения:

$$e'' - \left(\varphi'^2 - \frac{2G_N}{m} \right) e = 0; \quad (263)$$

$$\varphi'' + \frac{4G_T}{\omega m} \varphi' + 2 \frac{e'}{e} \varphi' - \frac{2G_T}{m} = 0. \quad (264)$$

Уравнение (264) может быть решено относительно φ' . Периодически повторяющиеся импульсы силы, возникающие из-за погрешностей формы, поддерживают угасающее в результате демпфирования отклонение e при некотором среднем значении. С учетом начальных условий ($\varphi' = 0$ при $t = 0$) и полагая $e = \text{const}$, т. е. $e' = 0$, получим

$$\varphi' = \frac{\omega}{2} \left[1 - \exp \left(- \frac{4G_T}{\omega m} \right) \right]. \quad (265)$$

Это подтверждает, что предельное значение скорости вихря $\varphi' = \omega/2$.

Центральное положение шипа будет устойчивым, если в уравнении (263) выражение, стоящее в скобках, будет оставаться отрицательным даже при наибольшем возможном значении $\varphi' = \omega/2$, так как в этом случае уравнение выражает колебательный процесс. Для этого необходимо, чтобы

$$k^2 = \frac{\omega^2}{4} - \frac{2G_N}{m} < 0,$$

откуда найдем условие устойчивости против цилиндрического полускоростного вихря:

$$G_N > m \frac{\omega^2}{8}. \quad (266)$$

Если жесткость каждого из двух подшипников будет меньше жесткости, предусмотренной выражением (266), то по уравнению (263) можно проследить возникновение и развитие вихря при постепенном повышении угловой скорости вращения вала. Пока в процессе разгона сохраняется неравенство (266), уравнение (263)

имеет форму $e'' + k^2 e = 0$ и движение вала остается устойчивым, так как его собственные колебания с частотой $k = \sqrt{\frac{2G_N}{m} - \varphi'^2}$, возникающие под действием импульсов, быстро затухают вследствие демпфирования смазочным слоем.

Если $k = 0$ при некотором $\omega = \omega_k$, то при дальнейшем повышении угловой скорости вращения на величину $\Delta\omega$ будет увеличиваться эксцентриситет, т. е. радиус окружности, по которой осуществляется вихревое движение центра тяжести вала. Вследствие этого угловая скорость вихря могла бы уменьшиться (при неизменной кинетической энергии), но этого не происходит, так как с уменьшением φ' возникает сила T , поддерживающая скорость на уровне $\frac{1}{2}(\omega_k + \Delta\omega)$ в процессе движения центра шипа по развертывающейся спирали до момента соприкосновения шипа с подшипником. Инерционность процесса поддержания скорости мала, так как кинетическая энергия развившегося вихревого движения $E_{\text{ц}}$ составляет менее 0,0001% кинетической энергии вращательного движения. Действительно, кинетическая энергия вала, вращающегося с угловой скоростью ω , $2E_{\text{в}} = J_0\omega^2$, а кинетическая энергия развившегося цилиндрического вихря

$$2E_{\text{ц}} = mc^2 \frac{\omega^2}{4}. \quad (267)$$

Здесь J_0 — полярный момент инерции вала (относительно оси вращения).

Отношение указанных величин для данных, приведенных в примере к рис. 78 (при $c = 10$ мкм),

$$\frac{mc^2}{4J_0} = \frac{2000 \cdot 10^{-6}}{981 \cdot 4 \cdot 4,42} = 1,15 \cdot 10^{-7}.$$

Конический вихрь

В течение ряда лет исследование нестационарного движения вала в гидродинамических подшипниках осуществляли без учета геометрической формы вала. При составлении уравнений движения центра шипа к последнему относили соответственную массу вала и предполагали движение плоским, что справедливо только при цилиндрическом вихре. Но такое предположение неточно. Известно, например, что уменьшение расстояния между подшипниками понижает устойчивость вращения. Измерения показывают, что при этом возникает конический полускоростной вихрь. Однако на уравнениях плоского движения изменение расстояния между подшипниками не отражается, так как масса, приведенная к шипу, остается прежней.

Действительное вихревое движение вала складывается в общем случае из плоского вихревого движения вместе с центром инер-

ции и вращательного движения вокруг центра, т. е. оно представляет собой совокупность цилиндрического и конического вихрей.

Для упрощения исследования рассмотрим сначала симметричный относительно центра инерции вал, когда центр инерции расположен посередине между подшипниками (радиальная нагрузка отсутствует). Так как главный вектор сил равен нулю, то движение ограничивается вращением вокруг точки O , и положение шипа определяется тремя координатными параметрами (рис. 76): ω_3 — угол поворота вокруг оси OZ подвижной системы координат XYZ , связанной с валом; φ — угол поворота плоскости ζOZ вокруг оси $O\xi$; θ — угол между осями $O\xi$ и OZ . При таком выборе координатных параметров Эйлера выражение кинетической энергии E , необходимое для написания уравнений Лагранжа второго рода, будет иметь вид [19]

$$2E_k = J\theta'^2 + J\psi'^2 \sin^2 \theta + J_0(\omega_3' + \psi' \cos \theta)^2,$$

где J_0 — момент инерции вала относительно оси вращения OZ ; J — момент инерции вала относительно оси OX . Нельзя смешивать ω_3 с угловой скоростью вращения вала

$$\omega = \frac{d\omega_3}{dt} + \frac{d\psi}{dt} \cos \theta. \quad (268)$$

Элементарная работа сил

$$\Delta U = 2Tb \sin \theta \Delta \varphi - 2Nb \Delta \theta.$$

С учетом приведенных выше значений сил T и N и после замены e произведением $b\theta$ получим моменты сил, совершающих работу при элементарных приращениях соответствующих координатных параметров:

$$M_{\omega_3} = 0; \quad M_{\psi} = 2G_T \theta \left(1 - \frac{2\psi'}{\omega} \right) \sin \theta b^2;$$

$$M_{\theta} = -2G_N \theta b^2.$$

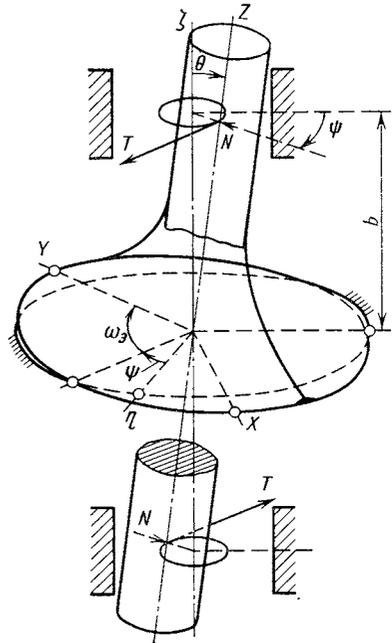


Рис. 76. Схема конического вихря

После преобразований получаем два уравнения движения:

$$J\theta'' - J\psi'^2 \sin \theta \cos \theta + J_0 \omega \psi' \sin \theta = -2G_N \theta b^2;$$

$$J\psi'' \sin^2 \theta + 2J\psi'\theta' \sin \theta \cos \theta - \\ - J_0 \omega \theta' \sin \theta = 2G_T \theta \left(1 - \frac{2\psi'}{\omega}\right) \sin \theta b^2,$$

где $\omega = \omega_s + \psi' \cos \theta = \text{const}$ — постоянная угловая скорость вращения вала.

Ввиду малости угла θ можно принять $\sin \theta = \theta$ и $\cos \theta = 1$ и сократить θ во втором уравнении.

Уравнения вращательного движения в двух подшипниках для дальнейшего исследования удобно представить в форме

$$J\theta'' + [(J_0 \omega \psi' - J\psi'^2) + 2G_N b^2] = 0; \quad (269)$$

$$J\psi'' \theta + 2J\psi'\theta' - J_0 \omega \theta' = 2G_T \theta \left(1 - \frac{2\psi'}{\omega}\right) b^2. \quad (270)$$

При устойчивом движении $\theta' \rightarrow 0$. Второй и третий члены в уравнении (270) поэтому весьма малы по сравнению с первым, и это уравнение можно написать в виде

$$J\psi'' = 2G_T \left(1 - \frac{2\psi'}{\omega}\right) b^2. \quad (271)$$

С учетом начального значения $\psi' = 0$ уравнение (271) имеет решение, аналогичное уравнению (265):

$$\psi' = \frac{\omega}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{4G_T b^2}{\omega J} t\right)\right],$$

из которого видно, что скорость прецессии ψ' стремится к пределу $\psi' = \omega/2$. Для того чтобы центральное положение вала было устойчивым, выражение в квадратных скобках уравнения (269) должно оставаться положительным при наибольшей скорости прецессии $\psi' = \omega/2$, т. е. должно быть соблюдено неравенство

$$-J \frac{\omega^2}{4} + J_0 \frac{\omega^2}{2} + 2G_N b^2 > 0.$$

При соблюдении этого условия уравнение (269) будет представлять свободные колебания оси, вызываемые случайными отклонениями $\theta > 0$, которые быстро затухают из-за сопротивления смазочного слоя.

Критерий устойчивости против конического полускоростного вихря

$$\frac{\partial N}{\partial e} = G_N > \left(\frac{J}{2} - J_0\right) \frac{\omega^2}{4b^2}. \quad (272)$$

На основании выражения (272) приходим к важному выводу, что конический вихрь может возникать только у длинных валов, так как при $J < 2J_0$ движение устойчиво против конического вихря даже, когда $G_N = 0$. Но это условие выполняется только

у коротких роторов типа гироскопических. Что же касается роторов внутришлифовальных головок, центрифуг и т. п., то у них отношение $J/J_0 = 8...20$ и больше.

В процессе постепенного повышения угловой скорости ω конический вихрь начинает развиваться, т. е. угол θ растет с момента изменения знака неравенства (272). Ход развития вихря определяется зависимостью жесткости от зазора. Когда последний почти не зависит от угла θ , как при циркулярном поддуве, угол θ непрерывно возрастает до значения, при котором шип ложится на подшипник. Если же G_N растет с увеличением угла θ (в циркулярных подшипниках с малыми зазорами), то полускоростной вихрь может наблюдаться в форме прецессии, при которой шип не касается стенок подшипника.

Источником возникновения конического вихря является органическая неустойчивость длинных валов, проявляющаяся при достижении такой скорости прецессии, при которой выражение в круглых скобках уравнения (269) становится отрицательным. Величину ψ'_k найдем, приравняв указанное выражение нулю.

Расчет устойчивости (пример расчета)

В реальных конструкциях центр тяжести вала расположен не на середине между подшипниками, а ближе к одному из них (рис. 77, а). С учетом осевой симметрии и рассмотренных выше свойств газовой смазки можно принять, что в общем случае полускоростного вихря, развившегося по причине отсутствия нагрузки и недостаточности стабилизирующего циркулярного поддува, концы вала скользят по стенкам подшипника с угловой скоростью $\psi' = \omega/2$, а его центр тяжести C , отстоящий от середины вала на $\lambda_b b$ ($0 \leq \lambda_b < 1$), описывает с той же скоростью окружность радиуса e_0 .

Рассмотрим взаимное расположение оси вала и эксцентриситета e_0 , т. е. отрезков OC и AB (нижняя проекция на рис. 77, а), определяемое углом α . Система вал—подшипник является консервативной, так как шип перемещается в потенциальном поле центробежной силы постоянной напряженности, поскольку рассматривается установившийся вихрь $\psi' = \varphi' = \omega/2$. Поэтому устойчивым будет такое расположение, при котором кинетическая энергия вала, совершающего вихревое движение, максимальна.

Кинетическая энергия E складывается из составляющих, определяемых выражениями (261) и (267) для цилиндрического и конического вихрей. Так как при установившемся вихре $e' = \theta' = 0$, то

$$2E = me_0^2 \varphi'^2 + J\psi'^2 \sin^2 \theta + J_0 (\omega_s + \psi' \cos \theta)^2.$$

Выразив e_0 и θ через α :

$$\theta = \frac{s}{b} = \frac{c \cos \alpha}{b} \quad \text{и} \quad e_0^2 = c^2 [1 - \cos^2 \alpha (1 - \lambda_b^2)]$$

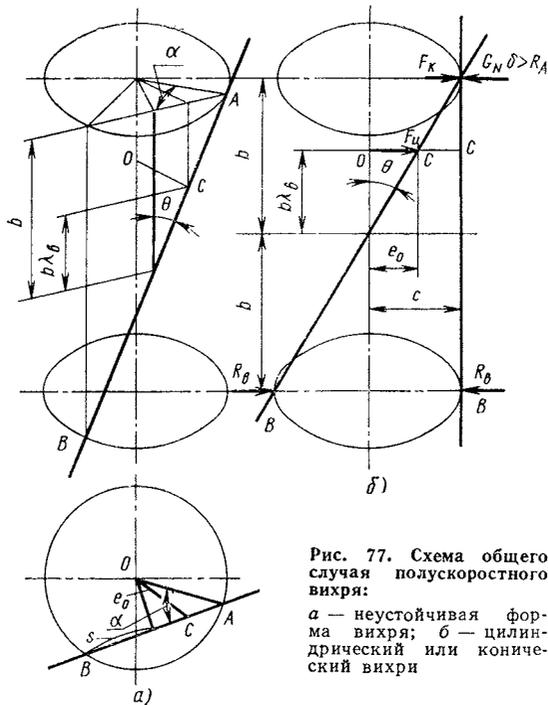


Рис. 77. Схема общего случая полускоростного вихря:
a — неустойчивая форма вихря; *б* — цилиндрический или конический вихри

и учтя, что с точностью до величин второго порядка малости (имеется в виду предстоящее дифференцирование, при котором порядок членов разложения в ряд понижается на единицу)

$$\sin \theta = 0 \text{ и } \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2},$$

представим E в виде функции α :

$$2E = mc^2 \varphi'^2 [1 - \cos^2 \alpha (1 - \lambda_B^2)] + J \psi'^2 \frac{c^2 \cos^2 \alpha}{b^2} + J_0 \left[\omega'_3 + \psi' \left(1 - \frac{c^2 \cos^2 \alpha}{2b^2} \right) \right]^2. \quad (273)$$

Искомое экстремальное значение α определяется уравнением

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = 0. \quad (274)$$

При дифференцировании уравнения (273) нужно учесть, что согласно выражению (268)

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (\omega'_3 + \psi' \cos \theta)^2 = 2\omega \frac{\partial}{\partial \alpha} (\omega'_3 + \psi' \cos \theta).$$

Так как при полускоростном вихре $\psi' = \varphi' = \omega/2$, то в результате дифференцирования получаем выражение

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \frac{\omega^2 c^2}{8} D \sin 2\alpha$$

и уравнение (274) принимает вид

$$D \sin 2\alpha = 0,$$

где

$$D = m(1 - \lambda_b^2) - \frac{1}{b^2} (J - 2J_0). \quad (275)$$

Из последнего уравнения находим два экстремальных значения: $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = \pi/2$. В точке максимума вторая производная $\frac{\partial^2 E}{\partial \alpha^2}$ должна быть отрицательной. А так как выражение $\frac{\partial^2 E}{\partial \alpha^2}$ пропорционально произведению D на $\cos 2\alpha$, то уравнение имеет два решения: $\alpha = 0$ при $D < 0$ и $\alpha = \pi/2$ при $D > 0$. Отсюда видно, что в зависимости от геометрии вала и расположения подшипников возможны две формы полускоростного вихря:

1. Если $D > 0$, то $s = 0$ и $e_0 = c$, так как $\alpha = \frac{\pi}{2}$, т. е. вихрь цилиндрический. При $\lambda_b > 0$ больше нагружен верхний подшипник (рис. 77, б) и устойчивость центрального положения вала определяется величиной жесткости G_N , создаваемой поддувом в этот подшипник. Сила G_{NC} должна быть больше реакции R_A , уравновешивающей силы инерции $F_{ц}$ и $F_{к}$, вызванные цилиндрической и конической составляющими вихревого движения вала. А так как это силы потенциального поля, то они равны производным по перемещению от составляющих $E_{ц}$ и $E_{к}$ кинетической энергии. Из уравнения (273), приняв $\cos \alpha = 0$ и $\psi' = \varphi' = \omega/2$, определим

$$F_{ц} = \frac{\partial E_{ц}}{\partial c} = m \frac{\omega^2}{4} c; \quad 2F_{к} = \frac{\partial E_{к}}{\partial c} = 0.$$

Взяв сумму моментов сил относительно точки B , найдем условие устойчивости в случае $D > 0$:

$$G_N > m \frac{\omega^2}{8} (1 + \lambda_b). \quad (276)$$

Если $D < 0$, то $s = c$ и $e_0 = c\lambda_b$, так как $\alpha = 0$, т. е. вихрь конический. Приняв в уравнении (273) $\cos \alpha = 1$, получим

$$F_{ц} = m \frac{\omega^2}{4} \lambda_b c; \quad 2F_{к} = \frac{\omega^2}{4b^2} (J - 2J_0) c.$$

Из уравнения моментов находим условие устойчивости против конического вихря:

$$G_N > \frac{\omega^2}{8} \left[m\lambda_b(1 + \lambda_b) + \frac{J - 2J_0}{b^2} \right]. \quad (277)$$

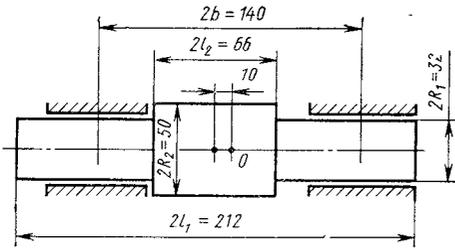


Рис. 78. Ротор электрошпинделя мод. А48/1

Сравнение формул (276) и (277) с простейшей формулой (266) показывает, что смещение центра тяжести вала, характеризующее отношение λ_B применительно к устойчивости от цилиндрического вихря, эквивалентно увеличению массы m до величины приведенной массы $m_{пр}$:

$$\frac{m_{пр}}{m} = 1 + \lambda_B, \quad (278)$$

а в случае конического вихря (при $D < 0$)

$$\frac{m_{пр}}{m} = \lambda_B (1 + \lambda_B) + \frac{J - 2J_0}{mb^2}. \quad (279)$$

В частном случае при $\lambda_B = 0$ выражения (276) и (277) обращаются соответственно в выражения (266) и (272).

Если $D \rightarrow 0$, то форма развившегося вихря оказывается неустойчивой, особенно при значительных λ_B , когда реакции N в каждом из двух подшипников значительно различаются по величине. Из-за разницы в силе трения о подшипник угловые скорости концов вала могут быть различными, а это означает периодическое чередование цилиндрического и конического вихрей (см. рис. 77, а). Такое движение может осуществляться лишь при $D \rightarrow 0$, когда кинетическая энергия обеих форм вихря оказывается одинаковой, что и проявляется при эксперименте в форме периодически изменяющейся амплитуды биения конца вала.

Пример. Определить условия устойчивости ротора электрошпинделя мод. А48. Частота его вращения 48 000 об/мин ($\omega = 5000$ 1/с). Вес ротора 2 кгс. Размеры ротора и расположение подшипников показаны на рис. 78. Ось ротора вертикальна. Подшипники аэродинамические, циркулярные.

Экваториальный момент инерции

$$J = \pi \rho \left[\frac{1}{2} R_1^4 l_1 + \frac{2}{3} R_1^2 l_1^3 + \frac{1}{2} (R_2^4 - R_1^4) l_2 + \frac{2}{3} (R_2^2 - R_1^2) l_2^3 \right] =$$

$$= \pi \frac{7,8}{981} \left[\frac{1}{2} 1,6^4 \cdot 10,6 + \frac{2}{3} 1,6^2 \cdot 10,6^3 + \frac{1}{2} (2,5^4 - 1,6^4) 3,3 + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{3} (2,5^2 - 1,6^2) 3,3^3 \right]; \quad J = 55,3 \text{ гс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2.$$

Полярный момент инерции

$$J_0 = \pi \rho [R_1^4 (l_1 - l_2) + R_2^4 l_2] = \pi \frac{7,8}{981} 1,6^4 (10,6 - 3,3) + 2,5^4 \cdot 3,3];$$

$$J_0 = 4,42 \text{ гс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2.$$

Вихрь может быть только цилиндрическим, так как $D > 0$:

$$D = \frac{2000}{981} (1 - 0,14^2) - \frac{1}{7^2} (55,3 - 2 \cdot 4,42) \approx 1,05.$$

Жесткость, обеспечивающая устойчивость ротора, по формуле (276)

$$G_N = \frac{2000}{981} \frac{5000^2}{8} 1,14 = 7,15 \cdot 10^6 \text{ кгс/см} = 0,725 \text{ кгс/мкм}.$$

Когда к ротору крепят удлинитель со шлифовальным кругом, то положение меняется. При оправке длиной 100 мм $I = 92 \text{ гс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2$; $J_0 = 5 \text{ гс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2$; $\lambda_B = 0,7$ и вес ротора 2,4 кгс. Характеристика D становится при этом отрицательной ($D = -0,43$). Необходимая жесткость подшипника определяется теперь формулой (277) для конического вихря:

$$G_N = \frac{5000^2}{8} \left(\frac{2400}{981} 0,7 \cdot 1,7 + \frac{92 - 10}{49} \right) = 1,44 \text{ кгс/мкм}.$$

IX

Глава

Устойчивость нагруженного вала в аэродинамических и дифференциальных подшипниках

Пути достижения устойчивости

Радиальная нагрузка на вал, увеличивая эксцентриситет шипа, повышает жесткость и критическую скорость возникновения полускоростного вихря. Стабилизация нагружением позволяет уменьшать давление поддува (см. рис. 22) и создавать скоростные шпиндельные узлы с автостабилизацией подшипников, не нуждающихся в поддуве для обеспечения устойчивой работы.

Ниже рассмотрена теория устойчивости нагруженного вала в круглых замкнутых аэродинамических подшипниках. Простейший пример такого узла — вал с горизонтально направленной осью, нагруженный собственной силой тяжести. Возможности стабилизации нагружением силой тяжести ограничены, так как увеличение массы повышает жесткость, что сопровождается увеличением центробежной силы в связи с увеличившейся массой, одновременно растет трение и износ при пуске и остановке. Кроме того, нагружение силой тяжести зависит от положения оси, а в условиях невесомости оно неприемлемо. Этих недостатков лишена стабилизация нагружением при помощи магнитного поля, позволяющим достигнуть высоких частот вращения. Но для этого необходимо автоматическое выключение магнитного поля в начале разворота и в конце выбега.

Большими возможностями обладают некруглые подшипники, где нагрузка создается автоматически посредством скосов или карманов на поверхности подшипника. В патентной литературе описаны многие другие устройства, основанные на этом принципе. Теория устойчивости некруглых подшипников находится еще в стадии разработки. При этом используется изложенный ниже метод исследования устойчивости круглых подшипников, а его результаты позволяют по аналогии ориентироваться в подборе параметров некруглых подшипников, уточняемых затем экспериментально.

*Дифференциальное уравнение
плоской задачи нестационарного
процесса газовой смазки*

Уравнение неразрывности для пространственного потока изотермической газовой смазки [см. выражение (30)]

$$\frac{\partial (ph)}{\partial t} + \frac{\partial (pq_x)}{\partial x} + \frac{\partial (pq_z)}{\partial z} = 0.$$

Решение этого уравнения представляет большие трудности. Поэтому, как и в случае стационарной задачи, усилия исследователей были направлены сначала на решение задачи устойчивости подшипника бесконечной длины, для которого действительно укороченное уравнение неразрывности плоского потока:

$$\frac{\partial (ph)}{\partial t} + \frac{\partial (pq_x)}{\partial x} = 0. \quad (280)$$

Полученные результаты распространяют затем с помощью упрощенных допущений на подшипник конечной длины.

Подставив в уравнение (280) выражение объемного расхода q_x по формуле (25), введем безразмерные переменные: относительный зазор H [см. выражение (37)] $h = Hc$ и относительное давление P [см. выражение (56)] $p = Pp_a$, а также зависимости

$$x = r\theta; \quad U = r\omega. \quad (281)$$

После подстановки выражения q_x и замены переменных второй член уравнения (280) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x} (pq_x) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\omega p_a c}{2} (PH) - \frac{p_a^2 c^3}{12\mu r^2} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \right]. \quad (282)$$

Первый член уравнения (280) тоже удобно преобразовать, введя безразмерное время

$$T = \frac{\omega}{2} t, \quad (283)$$

в котором он принимает вид

$$\frac{\partial (ph)}{\partial t} = \frac{\omega p_a c}{2} \frac{\partial (PH)}{\partial T}. \quad (284)$$

Так как единица безразмерного времени T в $\omega/2$ раз меньше единицы времени t , то в новом времени угловая скорость $\omega_1 = \omega \frac{2}{\omega} = 2$, т. е. величина постоянная, а угловая скорость полускоростного вихря $\Omega_1 \ll 1$, что удобно для дальнейших выкладок.

Разделив выражения (283) и (284) на $\frac{\omega p_a c}{2}$, введем число подшипника

$$\chi = \frac{6\mu\omega r^2}{p_a c^2}. \quad (285)$$

В результате всех преобразований уравнение нестационарного смазочного слоя подшипника принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \vartheta} \right) = \chi \left[\frac{\partial (PH)}{\partial \vartheta} + \frac{\partial (PH)}{\partial T} \right]. \quad (286)$$

Другая форма этого уравнения получается, если P выразить через независимую переменную $\psi = PH$.

Так как

$$\frac{\partial P}{\partial \vartheta} = \frac{\partial \left(\frac{\psi}{H} \right)}{\partial \vartheta} = \frac{\frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} H - \frac{\partial H}{\partial \vartheta} \psi}{H^2},$$

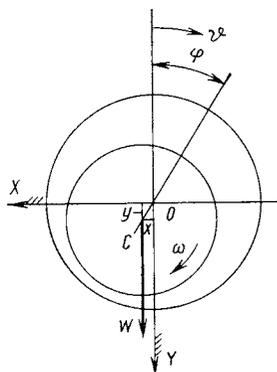
то уравнение (286) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\psi H \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} - \psi^2 \frac{\partial H}{\partial \vartheta} \right) = \chi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} + \frac{\partial \psi}{\partial T} \right), \quad (287)$$

удобный для численного интегрирования, потому что $\psi(\vartheta)$ более гладкая функция, чем $P(\vartheta)$, особенно при больших значениях числа подшипника χ . В результате этого ускоряется итерационный процесс при численном интегрировании уравнения (287) на ЭВМ.

Уравнение движения

В стационарной задаче зазор H и давление P являются функциями угла ϑ , который отсчитывают от неподвижной линии центров OC . В нестационарной задаче эта линия подвижна. Неизменным остается только направление нагрузки W , по которому удобно направить ординату y прямоугольной системы координат (рис. 79). В этой системе нагрузка входит лишь в одно из двух уравнений движения центра шипа:



$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \frac{d^2 x}{dt^2} = r \int_0^{2\pi} p \sin \vartheta d\vartheta; \\ m_1 &= \frac{d^2 y}{dt^2} = r \int_0^{2\pi} p \cos \vartheta d\vartheta + W_1, \end{aligned} \right\} \quad (288)$$

где m_1 — масса ротора, приходящаяся на единицу длины подшипника; W_1 — внешняя нагрузка, приходящаяся на единицу длины подшипника.

Относительный зазор

$$\begin{aligned} H &= \frac{h}{c} = \frac{c + x \sin \vartheta + y \cos \vartheta}{c} = \\ &= 1 + X \sin \vartheta + Y \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (289)$$

Рис. 79. Система координат уравнения движения при нестационарном процессе

Заменим в уравнениях (288) x и y на безразмерные координаты

$$X = \frac{x}{c}; \quad Y = \frac{y}{c}$$

и перейдем к интегрированию по безразмерному времени T .

Тогда, например,

$$\frac{d^2 X}{dT^2} = \frac{d^2 x}{dt^2} \frac{1}{c \left(\frac{\omega}{2}\right)^2}$$

и с учетом выражений h , p , x и U (см. с. 185) уравнения (288) можно привести к виду

$$\frac{\partial^2 X}{dT^2} = B \int_0^{2\pi} P \sin \vartheta d\vartheta; \quad (290)$$

$$\frac{d^2 Y}{dT^2} = B \int_0^{2\pi} P \cos \vartheta d\vartheta + BK, \quad (291)$$

где

$$B = \frac{r p_a}{m_1 c \left(\frac{\omega}{2}\right)^2} = \frac{2DL p_a}{m_L c \omega^2} \quad (292)$$

(здесь m_L — масса ротора, приведенная к подшипнику длиной L);

$$K = \frac{W_1}{r p_a}. \quad (293)$$

Из сравнения выражения (293) с выражением (57) замечаем, что

$$K = 2K_n,$$

где K_n — удельная подъемная сила подшипника, определяемая по формуле (147).

Метод малых возмущений

Совокупность уравнений (286), (290) и (291) дает полное математическое описание процесса движения шипа в подшипнике. Задачу о движении тела решают в три этапа:

1. Определяют стационарные решения (положения равновесия).
2. Исследуют устойчивость стационарных решений (устойчивость положений равновесия).
3. Строят фазовую картину движения, определяют периодические решения (замкнутые орбиты) и исследуют их устойчивость.

Первый этап (стационарная задача газовой смазки) описан в гл. IV—VI. Второму этапу посвящен ряд исследований, в которых использованы различные приближенные методы, подсказан-

ные тем обстоятельством, что уравнение (286) аналитически не разрешимо. Общим недостатком этих исследований является отсутствие оценки точности приближений. Этим недостатком лишено изложенное ниже решение Кастелли и Элрода [18], основанное на использовании классического метода малых возмущений с последующим применением численных методов для определения области устойчивости. Достоверность полученных результатов подтверждается и тем, что авторы приближенных решений в настоящее время используют эту работу как эталон для оценки своих приближений.

Задача определения траектории движения центра шипа сводится к решению системы трех уравнений (286), (290) и (291). При устойчивом вращении и отсутствии дисбаланса центр шипа неподвижен, т. е. x и y неизменны; P и H являются функциями одного лишь угла ψ , поэтому

$$\frac{d^2X}{dT^2} = \frac{d^2Y}{dT^2} = \frac{\partial(PH)}{\partial T} = 0.$$

Уравнения (290) и (291) исключаются, а уравнение (286) принимает форму, выражаемую уравнением (32), решение которого определяется заданными χ и ϵ или χ и K_n .

В реальных механизмах стационарный процесс в чистом виде не имеет места. В результате неизбежных погрешностей формы рабочих поверхностей и дисбаланса центр шипа совершает сложное движение, траектория которого принципиально может быть определена решением упомянутой системы. Но решение такой задачи наталкивается на значительные трудности (третий этап). Вместе с тем ее решение и не представляет особого интереса, так как оно не дает ответа на практически важный вопрос об устойчивости стационарного положения. Известно, что устойчивость достигается нагружением шипа силой W , причем минимальная стабилизирующая нагрузка W_c практически не зависит от точности формы рабочих поверхностей и наличия дисбаланса. Опыты многих исследователей показали, что нагрузка W_c даже несколько уменьшается при наличии этих погрешностей, так как возникающий под их влиянием синхронный вихрь центра шипа создает дополнительную стабилизирующую силу.

Поэтому рассмотрим идеализированную задачу об устойчивости равновесного положения шипа в подшипнике, у которого погрешности формы и дисбаланс отсутствуют. Физическая сущность решения этой задачи заключается в следующем. При заданных значениях числа подшипника χ и нагрузки на шип W по уравнению (286) находят равновесное решение, т. е. фактически используют таблицу ординат характеристической эпюры и расчетные параметры, приведенные в таблицах прилож. 1 для соответствующей пары χ и ϵ . Этому решению отвечают вполне определенные равновесное положение центра шипа S и закон распределения давления в смазочном слое. Соответствующие численные

значения безразмерных параметров равновесного решения обозначим индексом 0:

$$X = X_0; \quad Y = Y_0; \quad P = P_0(\vartheta). \quad (294)$$

Дадим точке C малое начальное отклонение от равновесного положения. Так как при этом нарушается равновесие между нагрузкой и равнодействующей гидродинамических сил, то точка C начнет двигаться по некоторой траектории, которая может быть определена численным интегрированием системы уравнений.

Вычисления, выполненные с помощью высокоскоростных ЭВМ [18], показали, а эксперименты подтвердили, что указанная траектория представляет собой спираль, проходящую вокруг равновесного положения. Если нагрузка $W > W_c$, то спираль свертывается и точка C возвращается в равновесное положение. Последнее в этом случае устойчиво, тогда как при развертывающейся спирали, имеющей место при $W < W_c$, оно неустойчиво. Существенным является тот факт, что вид спирали, т. е. величина W_c , не зависит от величины первоначального отклонения. Сколь мало бы оно ни было, за порогом устойчивости спираль развертывается, а до него свертывается.

Граничное значение $W = W_c$ определяет порог устойчивости шипа, когда точка C движется по замкнутой орбите. Величина W_c зависит не только от числа χ , но еще и от критерия устойчивости B [см. выражение (292)]. Физический смысл последней зависимости становится ясным, если учесть, что угловая скорость движения точки C по спирали близка к $\omega/2$. Критерий устойчивости B поэтому обратно пропорционален центробежной силе $m_1 c (\tilde{\omega}/2)^2$, которая развивается при граничном полускоростном микровихре.

Основная трудность решения системы уравнений (286), (290), (291) в том, что они нелинейные, т. е. в члены этих уравнений входят не только искомые функции X, Y, P и их производные, но еще их произведения и степени. То обстоятельство, что устойчивость или неустойчивость равновесного положения однозначно выявляется при сколь угодно малом возмущении, позволяет с помощью метода малых возмущений линеаризовать задачу.

Рассмотрим движение шипа, выведенного из равновесного положения. Переменные координаты точки C выразим через малые возмущения равновесных координат:

$$\left. \begin{aligned} X(T) &= X_0 + X_\Omega(T); \\ Y(T) &= Y_0 + Y_\Omega(T). \end{aligned} \right\} \quad (295)$$

Функция давления P в смазочном слое и относительный зазор H при этом будут зависеть от двух переменных:

$$\left. \begin{aligned} P(\vartheta, T) &= P_0(\vartheta) + P_\Omega(\vartheta, T); \\ H(\vartheta, T) &= H_0(\vartheta) + H_\Omega(\vartheta, T), \end{aligned} \right\} \quad (296)$$

где согласно выражению (289)

$$H_{\Omega}(\vartheta, T) = X_{\Omega} \sin \vartheta + Y_{\Omega} \cos \vartheta.$$

Заменим X , Y , H и P выражениями (295) и (296) в уравнениях (286), (290) и (291). Полагая X_{Ω} , Y_{Ω} , H_{Ω} и P_{Ω} , а также их производные, малыми по сравнению с равновесными значениями этих параметров, отбросим члены с произведениями малых величин или их степенями как величины высшего порядка малости. Тогда из восьми членов, получающихся при разворачивании выражения в скобках в левой части уравнения (296), выпадают четыре:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \vartheta} \right) &= \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[(P_0 + P_{\Omega}) (H_0^3 + 3H_0^2 H_{\Omega}) \frac{\partial}{\partial \vartheta} (P_0 + P_{\Omega}) \right] \approx \\ &\approx \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[P_0 H_0^3 \frac{dP_0}{d\vartheta} + 3H_0^2 H_{\Omega} P_0 \frac{dP_0}{d\vartheta} + P_{\Omega} H_0^3 \frac{dP_0}{d\vartheta} + P_0 H_0^3 \frac{\partial P_{\Omega}}{\partial \vartheta} \right] = \\ &= \frac{d}{d\vartheta} \left(P_0 H_0^3 \frac{dP_0}{d\vartheta} \right) + P_0 H_0^3 \frac{\partial^2 P_{\Omega}}{\partial \vartheta^2} + \\ &+ \left[\frac{d}{d\vartheta} (P_0 H_0^3) + H_0^3 \frac{dP_0}{d\vartheta} \right] \frac{\partial P_{\Omega}}{\partial \vartheta} + \frac{d}{d\vartheta} \left[H_0^3 \frac{dP_0}{d\vartheta} \right] P_{\Omega} + \\ &+ \frac{d}{d\vartheta} \left[3H_0^2 P_0 \frac{dP_0}{d\vartheta} \right] H_{\Omega} + 3H_0^2 P_0 \frac{dP_0}{d\vartheta} \frac{\partial H_{\Omega}}{\partial \vartheta}. \end{aligned} \quad (297)$$

Первую часть уравнения (286) теми же приемами приводим к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial (PH)}{\partial \vartheta} &= \frac{d(P_0 H_0)}{d\vartheta} + H_0 \frac{\partial P_{\Omega}}{\partial \vartheta} + \frac{dH_0}{d\vartheta} P_{\Omega} + P_0 \frac{dH_{\Omega}}{d\vartheta} + \frac{dP_0}{d\vartheta} H_{\Omega}; \\ \frac{\partial (PH)}{\partial T} &= H_0 \frac{\partial P_{\Omega}}{\partial T} + P_0 \frac{\partial H_{\Omega}}{\partial T}. \end{aligned}$$

При подстановке полученных выражений в уравнение (286) первые члены в правой и левой его частях исключаются, так как они составляют тождество

$$\frac{d}{d\vartheta} \left(P_0 H_0^3 \frac{dP_0}{d\vartheta} \right) = \chi \frac{d(P_0 H_0)}{d\vartheta},$$

поскольку функции P_0 и H_0 по условию удовлетворяют «равновесному» уравнению. Заменив

$$\frac{dH_{\Omega}}{d\vartheta} = X_{\Omega} \cos \vartheta - Y_{\Omega} \sin \vartheta; \quad \frac{\partial H_{\Omega}}{\partial T} = \sin \vartheta \frac{dX_{\Omega}}{dT} + \cos \vartheta \frac{dY_{\Omega}}{dT}$$

и преобразовав аналогично уравнения (290) и (291), получаем систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_{\Omega}}{\partial \vartheta^2} + f_2(\vartheta) \frac{\partial P_{\Omega}}{\partial \vartheta} + f_3(\vartheta) P_{\Omega} + f_4(\vartheta) \frac{\partial P_{\Omega}}{\partial T} &= f_5(\vartheta) \frac{dX_{\Omega}}{dT} + \\ + f_6(\vartheta) \frac{dY_{\Omega}}{dT} + f_7(\vartheta) X_{\Omega} + f_8(\vartheta) Y_{\Omega}; \end{aligned} \quad (298)$$

$$\frac{d^2 X_\Omega}{dT^2} = B \int_0^{2\pi} P_\Omega \sin \vartheta d\vartheta; \quad (299)$$

$$\frac{d^2 Y_\Omega}{dT^2} = B \int_0^{2\pi} P_\Omega \cos \vartheta d\vartheta. \quad (300)$$

Коэффициенты $f_2(\vartheta), \dots, f_8(\vartheta)$ являются функциями угла ϑ , например, собрав подобные члены в уравнении (297), найдем, что

$$f_2(\vartheta) = \left[\frac{d}{d\vartheta} (P_0 H_0^3) + H_0^3 \frac{dP_0}{d\vartheta} - \Lambda H_0 \right] \frac{1}{P_0 H_0^3},$$

откуда, выполнив дифференцирование и обозначив штрихом дифференцирование по ϑ , получим окончательно

$$f_2(\vartheta) = 2 \frac{P'_0}{P_0} + 3 \frac{H'_0}{H_0} - \frac{\Lambda}{P_0 H_0^3}.$$

Аналогично находят и другие коэффициенты (см. прилож. I в работе [18]).

Порог устойчивости в плоской задаче

Системе уравнений (298)—(300) удовлетворяет частное решение вида

$$X_\Omega = A_x e^{\sigma T}; \quad Y_\Omega = A_y e^{\sigma T}; \quad (301)$$

$$P_\Omega = A_x \varphi(\vartheta) e^{\sigma T} + A_y \psi(\vartheta) e^{\sigma T}, \quad (302)$$

где $\sigma = a + i\Omega$, так как $e^{i\Omega T} = \cos \Omega T + i \sin \Omega T$ — периодическая функция.

Подстановка этих выражений в уравнения (298)—(300) приводит к исключительно переменного безразмерного времени T . После подстановки и сокращения на $e^{\sigma T}$ уравнение (298) принимает вид

$$\begin{aligned} A_x (\varphi'' + f_2 \varphi' + f_3 \varphi + \sigma f_4 \varphi) + A_y (\psi'' + f_2 \psi' + f_3 \psi + \sigma f_4 \psi) = \\ = A_x (\sigma f_5 + f_7) + A_y (\sigma f_6 + f_8). \end{aligned}$$

Так как это уравнение должно обращаться в тождество при любых не равных нулю значениях постоянных A_x и A_y , которые определяются начальными условиями, то должны обращаться в нуль коэффициенты при этих постоянных. Поэтому данное уравнение распадается на два выражения, служащие для определения неизвестных функций φ и ψ :

$$\varphi'' + f_2 \varphi' + (f_3 + \sigma f_4) \varphi = \sigma f_5 + f_7; \quad (303)$$

$$\psi'' + f_2 \psi' + (f_3 + \sigma f_4) \psi = \sigma f_6 + f_8. \quad (304)$$

Третьим неизвестным является комплексное число σ . Оно определяется из уравнений (299) и (300), принимающих после подста-

новки выражений (301) и (302) и преобразований вид системы алгебраических уравнений первой степени с неизвестными A_x и A_y :

$$A_x(A_{11} - \sigma^2) + A_y A_{12} = 0; \quad A_x A_{21} + A_y(A_{22} - \sigma^2) = 0,$$

где

$$A_{11} = B \int_0^{2\pi} \varphi \sin \vartheta d\vartheta; \quad A_{12} = B \int_0^{2\pi} \psi \sin \vartheta d\vartheta \text{ и т. п.} \quad (305)$$

Для того чтобы система двух однородных уравнений имела решения, не равные нулю, определитель системы должен быть равен нулю. Иными словами, коэффициенты при A_x и A_y должны быть соответственно пропорциональны. Это условие приводит к следующему уравнению для σ :

$$\begin{vmatrix} A_{11} - \sigma^2 & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} - \sigma^2 \end{vmatrix} = (A_{11} - \sigma^2)(A_{22} - \sigma^2) - A_{21}A_{12} = 0, \quad (306)$$

которое может быть решено после определения из уравнений (303) и (304) функций φ и ψ , а по ним — выражений (305).

При выполнении расчетов по этой схеме возникают следующие трудности. Во-первых, коэффициенты $f_2(\vartheta)$, ..., $f_8(\vartheta)$ известны не в аналитической, а лишь в табличной форме: входящие в них значения P_0 , H_0 и их производных вычислены для ряда значений ϑ в интервале от 0 до 2π в процессе численного интегрирования «равновесного» уравнения (см. гл. V). Во-вторых, не существует общего решения уравнений типа (303) и (304) в аналитической форме. Невозможно поэтому найти аналитические зависимости φ и ψ от ϑ и систему уравнений (303), (304) и (306) приходится решать численно, подбирая σ *методом проб*. Задача упрощается тем, что ее конечной целью является определение *порога устойчивости*, т. е. того значения критерия устойчивости B , который при данных Λ и ϵ обеспечивает движение точки C в линейном приближении по замкнутой орбите.

Искомый корень уравнения (306) в общем случае представляет собой комплексное число $\sigma = a + i\Omega_1$. Знак его действительной части a определяет вид траектории движения центра шипа. Если $a > 0$, то спираль развертывается, т. е. движение неустойчиво, тогда как при $a < 0$ спираль свертывается и движение устойчиво. На пороге устойчивости $a = 0$ и поэтому остается только найти методом проб мнимую величину $\sigma_c = i\Omega_1$. Ориентиром для выбора пробных значений Ω_1 является то обстоятельство, что Ω_1 — это частота (т. е. угловая скорость) граничного микровихря, которая, как было показано в гл. III, равна или несколько меньше $\omega/2$. А так как Ω_1 — частота в безразмерном времени, то она равна или несколько меньше единицы.

Подстановка пробного значения Ω в уравнения (303) и (304) дает возможность вычислить неизвестные функции φ и ψ . По-

сколькx эти уравнения имеют комплексные коэффициенты, то функции φ и ψ будут тоже комплексными:

$$\varphi = \varphi_R + i\varphi_N; \quad \psi = \psi_R + i\psi_N. \quad (307)$$

Учитывая, что, например, $i\Omega_1 i\varphi_N = -\Omega_1 \varphi_N$, т. е. число действительное, а $i\Omega_1 \varphi_R$ — число мнимое, получаем после подстановки этих выражений в уравнение (303) и разделения действительных и мнимых членов:

$$\left. \begin{aligned} \varphi''_R + f_2 \varphi'_R + f_3 \varphi_R - \Omega_1 f_4 \varphi_N &= f_7; \\ \varphi''_N + f_2 \varphi'_N + f_3 \varphi_N + \Omega_1 f_4 \varphi_R &= \Omega_1 f_5. \end{aligned} \right\} \quad (308)$$

Интегрирование этой системы приводит к определению (в табличной форме) функций φ_R и φ_N . Так же решают уравнение (304).

Интегрирование выполняется численно на электронно-вычислительной машине с использованием таблицы значений функций f_2, \dots, f_8 и с учетом следующих обстоятельств. Общее решение системы двух уравнений второго порядка содержит четыре произвольные постоянные. Для получения требуемого частного решения в форме таблицы значений φ_R и φ_N для последовательных величин угла ϑ от 0 до 2π необходимы четыре граничных условия, вытекающих из того, что функция φ должна быть замкнутой и гладкой по окружности смазочного зазора, т. е. должны соблюдаться следующие условия:

$$\varphi_R(\vartheta) = \varphi_R(\vartheta + 2\pi) \quad \text{и} \quad \varphi'_R(\vartheta) = \varphi'_R(\vartheta + 2\pi);$$

$$\varphi_N(\vartheta) = \varphi_N(\vartheta + 2\pi) \quad \text{и} \quad \varphi'_N(\vartheta) = \varphi'_N(\vartheta + 2\pi).$$

Точно так же определяют ψ_R и ψ_N , после чего можно вычислить интегралы вида (305), входящие в уравнение (306).

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi} \varphi_{R, N} \begin{Bmatrix} \sin \vartheta \\ \cos \vartheta \end{Bmatrix} d\vartheta &= \begin{Bmatrix} I_{R, N} \\ J_{R, N} \end{Bmatrix}; \\ \int_0^{2\pi} \psi_{R, N} \begin{Bmatrix} \sin \vartheta \\ \cos \vartheta \end{Bmatrix} d\vartheta &= \begin{Bmatrix} K_{R, N} \\ L_{R, N} \end{Bmatrix}; \end{aligned} \right\} \quad (309)$$

тогда, например,

$$A_{11} = B \int_0^{2\pi} \varphi_R \sin \vartheta d\vartheta = B(I_R + iI_N),$$

где I_R, I_N и т. п. — действительные числа.

Подставив величины (307) в уравнение (306) и разделив его действительную и мнимую части, получаем два характеристических уравнения для B/Ω_1^2 , т. е. фактически для B , поскольку пробным значением Ω_1 каждый раз задаются:

$$(I_R L_N - K_R J_N + I_N L_R - K_N J_R) \frac{B}{\Omega_1^2} + (I_N + L_N) = 0; \quad (310)$$

$$(I_R L_R - I_N L_N - K_R J_R + K_N J_N) \left(\frac{B}{\Omega_1^2} \right)^2 + (I_R + L_R) \frac{B}{\Omega_1^2} + 1 = 0. \quad (311)$$

Эти уравнения должны быть совместны относительно переменной B/Ω_1^2 , т. е. корень уравнения (310) и один из двух корней квадратного уравнения (311) должны совпадать. Сразу совпадение получиться не может, и искомое решение находят на пересечении двух кривых B/Ω_1^2 , полученных из уравнений (310) и (311) для ряда пробных значений Ω_1 от 0 до 2. Пример решения для $\chi = 1,859$ и $\varepsilon = 0,4$, когда $K_n = 0,6367$, показан на рис. 80. Его результаты: $\Omega_1 = 0,96$; $B/\Omega_1^2 = 1,3$; следовательно, $B = 1,2$. Вычисления выполнены для набора решений стационарной задачи $L/D = \infty$ [40].

Из приведенного описания последовательности решения задачи устойчивости видно, что оно довольно громоздкое, складывается из многих последовательных операций. Громоздкой получается и программа, вводимая в ЭВМ для решения этой задачи. Время счета по этой программе оказывается, однако, во много раз меньшим, чем то, которое необходимо для решения стационарной задачи, где вычисление ведется методом итерации, сопряженным с многократным повторением процесса численного интегрирования уравнения.

Результаты расчета по указанной программе для $\lambda \rightarrow \infty$ представлены в табл. 14 наряду с расчетными параметрами для наиболее употребительных относительных длин подшипника $\lambda = 1; 1,2; 1,5$. Последние получены решением пространственной задачи устойчивости, выполненным кафедрой гидроаэродинамики Ленинградского политехнического института [17].

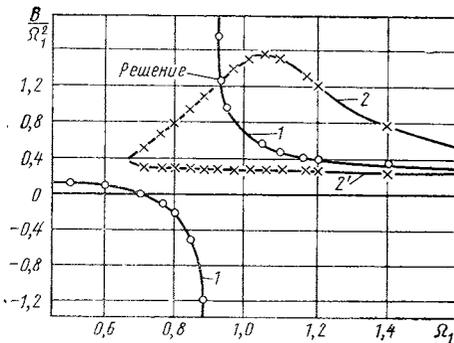


Рис. 80. Пример решения системы уравнений (310) и (311):

1 — уравнение (310); 2, 2' — уравнение (311) — первый и второй корень

Критические значения критерия устойчивости $S = S(\chi, \varepsilon)$

$\lambda = \frac{L}{D}$	$\chi/6$	ε						
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
1	0,0834	0,006	0,03	0,06	0,12	0,31	0,69	2,00
	0,167	0,02	0,09	0,22	0,42	0,90	2,18	8,29
	0,334	0,06	0,21	0,56	1,13	2,25	4,77	16,8
	0,667	0,11	0,43	1,01	2,00	3,42	6,50	15,7
	1,67	0,13	0,60	1,28	2,35	3,95	6,72	11,5
1,2	0,0834	0,018	—	0,13	—	0,55	1,14	—
	0,167	0,055	—	0,37	—	1,41	2,70	—
	0,334	0,119	—	0,76	—	2,50	4,65	—
	0,667	0,168	—	1,10	—	3,51	5,60	—
	1,67	0,185	—	1,30	—	5,25	6,17	—
1,5	0,0834	0,01	0,05	0,12	0,28	0,42	0,90	—
	0,167	0,034	0,16	0,30	0,75	1,21	2,58	—
	0,334	0,085	0,32	0,68	1,44	2,35	4,80	—
	0,667	0,135	0,48	1,07	2,08	3,50	6,25	—
	1,67	0,15	0,53	1,29	2,27	4,25	6,60	—
∞	—	ε						
		0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	—
	$\chi/6$	0,17	0,160	0,137	0,090	0,034	0,012	—
	S	0,095	0,21	0,82	2,06	5,56	172	—
	$\chi/6$	0,33	0,330	0,310	0,243	0,106	0,037	—
	S	0,12	0,34	1,67	4,26	17,4	952	—
	$\chi/6$	0,67	0,669	0,663	0,607	0,397	0,170	—
	S	0,12	0,38	1,74	5,41	17,5	444	—
	$\chi/6$	1,34	1,343	1,352	1,297	1,043	0,708	—
	S	0,12	0,40	1,82	5,78	18,2	52,6	—
	$\chi/6$	∞						
S	0,12	0,37	1,77	5,88	19,2	51,8	—	

Пространственная задача устойчивости

Пространственная задача осложняется тем, что здесь приходится решать уравнение неразрывности (30) для пространственного потока

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z} = 0.$$

Это осложняет систему уравнений, аналогичных уравнениям (286), (290) и (291), причем используются те же безразмерные переменные, в том числе (283). В уравнении Рейнольдса добавляется производная по ζ , что приводит его к виду

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) = \chi \left[\frac{\partial(PH)}{\partial \vartheta} + \frac{\partial(PH)}{\partial T} \right]. \quad (312)$$

В уравнениях типа (290) и (291) интегралы по ϑ заменяются двойными интегралами по ϑ и ζ .

Метод, используемый для решения полученной системы, тот же, что и при решении плоской задачи. Выразив каждую переменную через малые возмущения [см. выражения (295) и (296)], линеаризуют систему уравнений. Искомое переменное давление P_Ω (ϑ , ζ , T) находят с помощью комплексных функций, аналогично выражениям (301) и (302).

Решение осложняется тем, что X_Ω , Y_Ω и P_Ω являются функциями двух переменных ϑ и ζ (после исключения безразмерного времени T). Отделяя действительную и мнимую части, получают две системы дифференциальных уравнений в частных производных относительно составляющих P_Ω . Относительную частоту микровихря на границе устойчивости

$$\Omega_1 = \frac{\Omega}{\omega/2} \leq 1 \quad (313)$$

[см. выражение (3)] и критерий устойчивости B (292) определяют из условия существования решения упомянутой системы уравнений.

Из приведенного выше примера решения (рис. 80) видно, что критерий устойчивости B и относительная частота Ω_1 являются, как и K_n , однозначными функциями критериев подобия χ , ε и λ . Для инженерных целей удобно представить таблицы и графики для расчета устойчивости в форме зависимости критерия устойчивости

$$S = \frac{2}{B} = \frac{m_L c \omega^2}{LD\rho_a} \quad (314)$$

от числа сжимаемости подшипника χ при разных значениях ε и определенной для каждого графика относительной длине λ .

В некоторых случаях удобнее пользоваться другим, производным, критерием устойчивости

$$K_{ст} = \sqrt{\frac{S}{K_H}} = \omega \sqrt{\frac{m_L c}{W}}, \quad (315)$$

где K_H — удельная подъемная сила по табл. 1 прилож. 1. Результаты вычислений представлены в расчетной табл. 14.

Расчет устойчивости аэродинамического и дифференциального подшипников (примеры расчета)

Приведенная ниже методика расчета устойчивости является завершающим этапом расчета круглого аэродинамического подшипника, первая часть которого — расчет подшипника в стационарном режиме — изложена в гл. VI. Обозначения и размерности те же. Эта методика применима также к дифференциальному подшипнику в постановке стационарного расчета, изложенного в той же главе.

Расчет устойчивости некруглого подшипника см. в работе [37].

Зависимости между критериями подобия χ , ε , λ и критерием устойчивости S , вычисленные на основе изложенной выше теории, представлены в табл. 14 и рис. 81—83 (Таблица ограничена $\chi = 10$, так как при больших χ значения S практически постоянны.) Они позволяют определить эксцентриситет $\varepsilon_{ст}$, обеспечивающий стабилизацию от полускоростного вихря, а следовательно, и нагрузку $W_{ст}$ (по таблице удельной подъемной силы K_H в прилож. 1), кото-

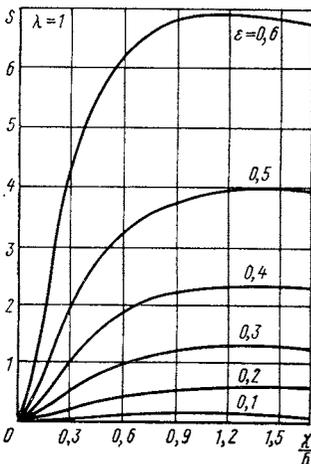


Рис. 81. Зависимость критерия устойчивости S (314) от числа подшипника χ при $\lambda = 1$

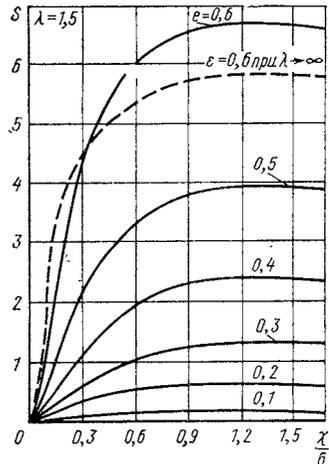


Рис. 82. Зависимость критерия устойчивости S от числа подшипника χ при $\lambda = 1,5$

рую необходимо приложить к шипу, чтобы создать эксцентриситет $\epsilon_{ст}$.

Ход расчета поясняют приведенные ниже примеры.

Расчет устойчивости аэродинамического подшипника. Пример 1. Определим $\epsilon_{ст}$ и $W_{ст}$ подшипника по данным примера 1 гл. VI. Масса ротора $m = 2$ кг.

Массу, отнесенную к одному подшипнику, примем равной $m_L = \frac{m}{2} = 1$ кг.

Число подшипника $\chi/6 = 2,43$; $D = 3,2$ см; $L = 4,8$ см; $\lambda = 1,5$; $c = 1 \cdot 10^{-3}$ см; $\rho_a = 1$ кгс/см²; $\omega = 5 \cdot 10^3$ 1/с.

По формуле (314) подсчитываем критерий устойчивости (в кгс, см, с):

$$S = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^6}{981 \cdot 4,8 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1,66.$$

По графику, приведенному на рис. 82, для $\lambda = 1,5$ интерполяцией находим $\epsilon = 0,33$. Для того чтобы обеспечить запас устойчивости, принимаем $\epsilon_{ст} = 0,4$. Из табл. 9 находим, что для получения такого эксцентриситета необходима нагрузка $W \approx 11$ кгс.

Если центр инерции ротора смещен, т. е. $\lambda_b > 0$, то применительно к устойчивости это эквивалентно увеличению массы ротора m до $m_{пр}$ по формуле (278). Аналогичное явление имеет место при коническом вихре [см. выражение (279)]. Применительно к уравнению (314) это означает, что в подобных случаях m нужно заменить на $m_{пр}$, причем отношение $m_{пр}/m$ определять по формуле (278) или (279) в зависимости от знака дискриминанта D [см. выражение (275)]. Соответственно увеличится и масса $m_L = m_{пр}/2$, входящая в выражение (314). Следовательно, новое значение $S_1 = S m_{пр}/m$.

Пример 2. Определим стабилизирующую нагрузку того же подшипника, но в усложненных условиях: а) смещения центра инерции на λ_b ; б) добавления удлинителя. Число подшипника не изменилось: $\chi/6 = 2,43$.

а) По формуле (278) $m_L = \frac{1}{2} m (1 + \lambda_b) = 1 (1 + 0,14) = 1,14$ кг вме-

сто 1 кг. Критерий S увеличится в том же отношении: $S_1 = 1,66 \cdot 1,14 = 1,9$, что соответствует $\epsilon = 0,36$, т. е. принятый ранее эксцентриситет $\epsilon_{ст} = 0,4$ еще достаточен для обеспечения устойчивости.

б) В результате присоединения тяжелой оправки со шлифовальным кругом дискриминант D становится отрицательным. Критерий устойчивости S_1 увеличивается, поэтому согласно формуле (279):

$$S = 1,66 \left[\lambda_b (1 + \lambda_b) + \frac{J_1 - 2J_0}{mb^2} \right] = 1,66 \cdot 1,874 = 3,11.$$

Это соответствует $\epsilon = 0,46$, а с запасом $\epsilon_{ст} = 0,5$. Из табл. 9 находим $W_{ст} = 16$ кгс, что трудно реализовать, используя гладкий аэродинамический подшипник. Фактически в электрошпинделе применен дифференциальный подшипник по данным примера 3 гл. VI, расчет устойчивости которого рассмотрен ниже.

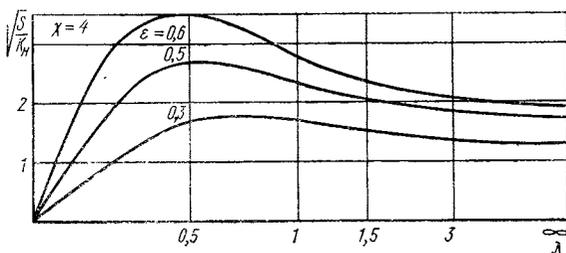


Рис. 83. Зависимость критерия устойчивости $K_{ст}$ (315) от удлинения подшипника λ

Расчет устойчивости дифференциального подшипника. Пример 3. Определим $\epsilon_{ст}$ дифференциального подшипника по данным примера 3 гл. VI в усложненных условиях — при добавлении удлинителя.

Для дифференциального подшипника формула (314) с учетом (189) примет вид

$$S = \frac{m_L \omega^2}{D^2 \left(\lambda - \frac{1}{3} \right) p_a}; \quad (316)$$

здесь

$$m_L = 1 \cdot 1,874 = 1,874 \text{ кгс}; \quad p_a = 5 \text{ кгс/см}^2; \quad \chi_3/6 = \frac{2,43}{5} \approx 0,5.$$

Остальные параметры не изменились. По формуле (316) критерий устойчивости

$$S = \frac{1,874 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^6}{981 \cdot 3,2^2 (1,5 - 0,333) \cdot 5} = 0,799.$$

По графику рис. 82 находим $\epsilon_{ст} < 0,3$.

Последний пример иллюстрирует высокую стабилизирующую способность дифференциального подшипника. Необходимый для стабилизации в усложненных условиях эксцентриситет $\epsilon_{ст} = 0,3$ значительно меньше того, какой создается в заданных условиях при давлении поддува $p_s = 5 \text{ кгс/см}^2$, когда под действием подпорного кармана эксцентриситет шипа $\epsilon = 0,4$. Фактическое стабилизирующее давление поэтому значительно ниже, оно не превосходит $p_{s \text{ изб}} = 2 \text{ кгс/см}^2$ (см. гл. III).

В заключение рассмотрим некоторые особенности стабилизации аэродинамического подшипника, выявляемые с помощью рис. 81—83. В интервале $\lambda = 1 \dots 1,5$ (рис. 81 и 82) критерий устойчивости S изменяется незначительно. Для расчетов в этом интервале можно поэтому пользоваться графиком, приведенным на рис. 82, дающим несколько меньшие значения S , т. е. с запасом.

Рис. 83 показывает, что с ростом относительной длины λ критерий $K_{ст}$ [формула (315)] сначала возрастает до максимума при $\lambda \approx 0,5$, а затем снижается до предела, соответствующего $\lambda \rightarrow \infty$.

Сегментные аэродинамические опоры

Разновидности сегментных опор

Подъемная сила аэродинамического подпятника возникает в результате сжатия газа, увлекаемого движущейся поверхностью пяты в сужающийся смазочный зазор. Но если в цилиндрическом подшипнике такой зазор создается автоматически, под действием нагрузки, плоский подпятник (или пяту) придется выполнять в виде совокупности нескольких опор, каждая из которых содержит выемку (карман) того или иного профиля.

На практике применяют опоры различного профиля. Наиболее известны опоры клиновые и ступенчатые, в последние годы получили распространение спиральные подпятники. Выбор профиля определяется в первую очередь требованием получения наибольшей возможной подъемной силы. Учитывают также простоту изготовления и расчета.

Точный расчет каждой из трех названных модификаций плоской опоры представляет большие трудности, так как в этом случае получается пространственная задача газовой смазки, усложняемая переменной вдоль радиуса величиной скорости скольжения. Расчет осуществляется численным методом с применением ЭВМ. Но так как число независимых безразмерных параметров оказывается при этом не меньше четырех, то расчетные таблицы получаются громоздкими и неудобными для пользования.

Для большинства практических целей достаточен приближенный расчет, изложенный в настоящей главе. Он основан на рассмотрении плоской задачи, которая может быть решена аналитически. Аналитическое решение позволяет сравнить свойства опор разного профиля и определить их оптимальные параметры (например, относительные глубину и протяженность кармана ступенчатой формы), что особенно важно при конструировании подпятника. Умножив удельную подъемную силу $K_n \infty$ бесконечно широкой опоры на коэффициент полноты пяты [см. выражение (364)], найдем (с запасом) расчетную подъемную силу K_n .

Важным достоинством плоских аэродинамических подпятников является то, что им не свойственна неустойчивость типа «пневмомолотка», наблюдаемая у аэростатических подпятников.

Плоская клиновая опора бесконечной длины

Начало координаты k возьмем на пересечении направлений опоры длиной l и пяты, движущейся со скоростью U в направлении отрицательной оси X . Последнее обстоятельство приводит к перемене знаков в общем уравнении (35) плоского потока (рис. 84):

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \left(\frac{\rho_m h_m}{\rho h^3} - \frac{2}{h^2} \right). \quad (317)$$

Введем безразмерные переменные

$$P = \frac{p}{p_a}; \quad X = \frac{x}{l}. \quad (318)$$

С учетом того, что зазор $h = \chi x$, уравнение смазки принимает вид

$$\frac{dP}{dX} = \frac{l}{p_a} \frac{dp}{dx} = 2\chi \left(\frac{P_m X_m}{P X^3} - \frac{1}{X^2} \right), \quad (319)$$

где χ — безразмерное число плоской опоры:

$$\chi = \frac{3\mu U}{\varepsilon^2 l p_a} = \frac{3\mu U l}{(h_1 - h_0)^2 p_a}. \quad (320)$$

В новых переменных решение уравнения (319) должно удовлетворять следующим граничным условиям (если давление на входе и выходе равно атмосферному давлению p_a):

$$X_0 = \frac{x_0}{l} = m; \quad X_1 = \frac{x_0 + l}{l} = m + 1; \quad P_0 = P_1 = 1. \quad (321)$$

Коэффициент положения m и число опоры χ являются двумя безразмерными критериями опоры бесконечной ширины L (в направлении, перпендикулярном вектору скорости U).

Уравнение (319) в общем случае задачи $0 < \chi < \infty$ с помощью подстановки

$$z = PX, \quad (322)$$

предложенной Гаррисоном [43], приводится к квадратуре вида

$$\int \frac{z dz}{z^2 - 2\chi z + 2\chi z_m} = \ln CX, \quad (323)$$

где $z_m = X_m P_m$ и C — неизвестные постоянные, определяемые граничными условиями (321).

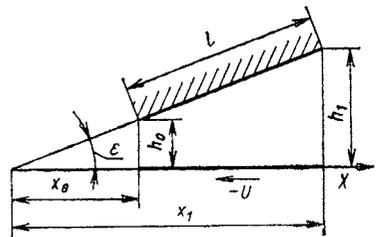


Рис. 84. Схема клиновидной опоры

Интеграл уравнения (323) представим в логарифмической форме

$$J = \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \ln(z - \alpha) - \frac{\beta}{\alpha - \beta} \ln(z - \beta), \quad (324)$$

где α и β — корни трехчлена в знаменателе подынтегрального выражения:

$$\alpha, \beta = \chi(1 \pm D), \quad (325)$$

которые определяются знаком и численным значением дискриминанта

$$D^2 = 1 - 2 \frac{z_m}{\chi}. \quad (326)$$

Последний может изменяться в пределах $-\infty < D < 1$, так как $D \rightarrow 1$ при $\chi \rightarrow \infty$ и $D^2 \rightarrow -\infty$ при $\chi \rightarrow 0$. Для определенности будем подразумевать $D = +\sqrt{D^2}$.

При $D^2 < 0$ выражение (324), оставаясь действительным, принимает комплексную форму, так как D в этом случае — мнимое число. Преобразование, необходимое для возврата к действительной форме, выполнено на конечном этапе, что позволяет получить единое решение задачи для любого D — действительного и мнимого.

Подставив значения α и β в уравнение (324) и обозначив

$$u = 1 - \frac{z}{\chi}, \quad (327)$$

получим решение уравнения (323):

$$\ln \frac{u^2 - D^2}{\chi^2} \chi^2 - \frac{1}{D} \ln \frac{u - D}{u + D} = 2 \ln CX. \quad (328)$$

Из выражений (327) и (321) следует, что

$$u_0 = 1 - \frac{m}{\chi}; \quad u_1 = 1 - \frac{m+1}{\chi}. \quad (329)$$

При $D^2 > 0$ $D < u$, так как в противном случае имели бы в выражении (328) логарифм отрицательного числа, что не имеет физического смысла, а так как $u_1 < u_0$, то $D < u$.

Не касаясь пока техники определения дискриминанта D по заданным χ и m , заметим, что необходимое для этого уравнение получим подстановкой в уравнение (328) граничных значений (321) и (329). Вычтя полученные уравнения почленно, будем иметь

$$\left[\frac{(u_1 + D)(u_0 - D)}{(u_1 - D)(u_0 + D)} \right] \frac{1}{D} \frac{u_1^2 - D^2}{u_0^2 - D^2} = \left(\frac{m+1}{m} \right)^2. \quad (330)$$

Определив отсюда D , придем таким же путем (с использованием одного граничного условия в точке X_0) к уравнению распределения давления:

$$\left[\frac{(u + D)(u_0 - D)}{(u - D)(u_0 + D)} \right] \frac{1}{D} \frac{u^2 - D^2}{u_0^2 - D^2} = \left(\frac{X}{m} \right)^2, \quad (331)$$

откуда

$$\ln X = \ln m + \frac{1}{2} \ln \frac{u^2 - D^2}{u_0^2 - D^2} + \frac{1}{2D} \ln \left[\frac{(u+D)(u_0-D)}{(u-D)(u_0+D)} \right]. \quad (332)$$

Абсциссу максимального давления X_m найдем, подставив в уравнение (332) выражение

$$u_m = 1 - \frac{z_m}{\chi} = 1 + \frac{D^2}{2}. \quad (333)$$

Из уравнений (327) и (322) определим P :

$$z = PX = \chi(1 - u); \quad (334)$$

$$P = \frac{\chi(1-u)}{X}. \quad (335)$$

Для построения эпюры давлений нужно задаться рядом значений u в пределах $u_0 - u_1$. Экстремальные величины X_m и P_m определяют с помощью выражения (333).

Подъемная сила опоры. Подъемная сила опоры шириной L (за вычетом атмосферного давления на пяту)

$$W = L \left[\int_{x_0}^{x_1} p \, dx - (x_1 - x_0) p_a \right] = L p_a l \left[\int_{X_0}^{X_1} P \, dX - 1 \right].$$

Подобно цилиндрическому подшипнику введем удельную подъемную силу K_H :

$$\frac{W}{L p_a l} = K_H = \int_{X_0}^{X_1} P \, dX - 1. \quad (336)$$

Так как P и X — функции параметра u , выразим подынтегральную функцию через этот параметр, заменив пределы интегрирования:

$$K_H = \int_{u_0}^{u_1} P \frac{dX}{du} du - 1.$$

Вычислим подынтегральную функцию. По формулам (332) и (335)

$$\frac{dX}{du} = X \left[\frac{1+D}{2D} \frac{1}{u+D} - \frac{1-D}{2D} \frac{1}{u-D} \right] =$$

$$= \beta \frac{(u+D) \frac{1-D}{2D}}{(u-D) \frac{1+D}{2D}} (u-1);$$

$$P = \frac{\chi}{\beta} \frac{(u-D) \frac{1-D}{2D}}{(u+D) \frac{1+D}{2D}} (1-u),$$

откуда

$$P \frac{dX}{du} = -\chi \frac{(1-u)^2}{u^2 - D^2}. \quad (337)$$

Чтобы устранить знак минус, поменяем местами пределы интегрирования:

$$K_H + 1 = \chi \int_{u_1}^{u_0} \frac{(1-u)^2}{u^2 - D^2} du = \chi \left[\int_{u_1}^{u_0} du - \int_{u_1}^{u_0} \frac{2u}{u^2 - D^2} du + (1 + D^2) \int_{u_1}^{u_0} \frac{du}{u^2 - D^2} \right].$$

После вычислений с учетом того, что согласно зависимости (329) $(u_0 - u_1) = 1/\chi$, находим

$$K_H = \chi \left[\ln \frac{u_1^2 - D^2}{u_0^2 - D^2} + \frac{1 + D^2}{2D} \ln \frac{(u_1 + D)(u_0 - D)}{(u_1 - D)(u_0 + D)} \right]. \quad (338)$$

Это выражение может быть приведено к более удобному виду. Вынеся знак \ln за скобку, напишем

$$\frac{K_H}{\chi} = \ln \left\{ \frac{u_1^2 - D^2}{u_0^2 - D^2} \left[\frac{(u_1 + D)(u_0 - D)}{(u_1 - D)(u_0 + D)} \right]^{\frac{1+D^2}{2D}} \right\},$$

после чего выражение в фигурных скобках представим в виде произведения

$$\left(\frac{u_1^2 - D^2}{u_0^2 - D^2} \right)^{\frac{1-D^2}{2}} \left\{ \frac{u_1^2 - D^2}{u_0^2 - D^2} \left[\frac{(u_1 + D)(u_0 - D)}{(u_1 - D)(u_0 + D)} \right]^{\frac{1}{D}} \right\}^{\frac{1+D^2}{2}}.$$

Сравнение последнего выражения с уравнением (330) показывает, что второй множитель равен $\left(\frac{m+1}{m} \right)^{1+D^2}$. Произведя замену в уравнении (338), получаем расчетное выражение

$$K_H = \chi \ln \left[\left(\frac{u_1^2 - D^2}{u_0^2 - D^2} \right)^{\frac{1-D^2}{2}} \left(\frac{m+1}{m} \right)^{1+D^2} \right]. \quad (339)$$

Это выражение пригодно для вычислений во всех трех случаях задачи ($D^2 > 0$, $D^2 = 0$ и $D^2 < 0$), так как в отличие от выражения (338) оно представляет собой функцию D^2 , а D^2 всегда вещественно.

Силу трения на пяте и опоре определяют в том же порядке, как было сделано в гл. V при подсчете моментов трения на шпиге и подшипнике:

$$F_{h,0} = \frac{\mu U L l m}{h_0} \left[\ln \frac{m+1}{m} \pm \frac{3K_H}{2\chi} \right]. \quad (340)$$

Знак плюс относится к пяте, минус — к опоре

Расчет опоры по формулам (330), (339) и (340) неприемлем, так как вычисление D по трансцендентному уравнению (330) слишком

трудоемко. Поэтому здесь, как и при расчете подшипника, необходимо вычислить таблицу расчетных параметров для ряда пар χ и m и построить по ней расчетные графики.

Вычисление расчетной таблицы. Параметры u_0 , u_1 и D являются для плоской задачи клиновой опоры однозначной функцией числа опоры χ и коэффициента положения m . Поэтому можно задаваться не только величинами χ и m , но и любой другой парой параметров. В качестве такой пары удобно принимать величины D и m , что упрощает вычисления.

1. Случай $D^2 > 0$. С учетом того, что $D < u$, зависимость u от D представим в виде

$$u_1 = D + y. \quad (341)$$

При $D \leq 1$ y — положительная величина ($y < 1$), которую определим из уравнения (331), представив последнее в виде

$$\lg y = - \left(\frac{1+D}{1-D} \lg \frac{u_0+D}{u_1+D} + \frac{1}{\lg(u_0-D)} + \frac{2D}{1-D} \lg \frac{m+1}{m} \right). \quad (342)$$

Воспользовавшись выражениями (329) и (341), выразим χ , u_0 и u_1 через D , m и y :

$$u_1 = 1 - \frac{m+1}{\chi} = D + y, \quad (343)$$

откуда

$$\chi = \frac{m+1}{1-D-y}; \quad (344)$$

$$u_0 = u_1 + \frac{1}{\chi} = \frac{(D+y)m+1}{m+1}. \quad (345)$$

Подставив эти выражения в правую часть уравнения (342), представляющую собой теперь (D и m заданы) $f(y)$, разложим правую часть по степеням y :

$$y = f(0) + f'(0)y + \dots$$

Первый член этого ряда служит для вычисления y в первом приближении:

$$\lg y = - \left[\frac{1+D}{1-D} \lg \left(\frac{2Dm+1}{2Dm+D} \right) + \lg \frac{m+1}{1-D} + \frac{2D}{1-D} \lg \frac{m+1}{m} \right]. \quad (346)$$

При $D > 0,5$ y весьма мало и первого приближения достаточно. Если необходимо уточнение, то его проще выполнить по уравнению (342) подстановкой значений u_0 и u_1 , вычисленных по выражениям (343) и (345) и т. д. Такой итерационный процесс дает быстро

сходящуюся величину y даже при D , близком к нулю, когда $y \rightarrow u_1$.

Для случая $D^2 > 0$ формула (339) может быть упрощена. Заменяя в ней $u_1^2 - D^2 = (2D + y)y$, где y находим по формуле (342), получим после упрощений

$$\frac{K_n}{\chi} \Big|_{D^2 > 0} = (1 - D) \ln \frac{m+1}{m} - (1 + D) \ln \frac{u_0 + D}{u_1 + D}. \quad (347)$$

Предельное значение K_n^i при $\chi \rightarrow \infty$ ($D \rightarrow 1$) найдем, воспользовавшись выражениями (343)—(345). При $D \rightarrow 1$ y — малая величина более высокого порядка, чем разность $1 - D$; y исключается из выражения (344) и других формул.

Тогда

$$K_n \Big|_{\chi \rightarrow \infty} = (m + 1) \ln \frac{m+1}{m} - 1. \quad (348)$$

Второй член представляет атмосферное давление на пяту. Это выражение может быть получено и непосредственно из условия (101), которое в данном случае вследствие линейной зависимости h от x принимает вид $\rho x = \text{const}$.

2. Случай $D^2 < 0$. Уравнения (331), (333)—(335) принимают комплексную форму, так как D — мнимое число.

Введем обозначение:

$$K^2 = -D^2; \quad K = Di, \quad (349)$$

где $i = \sqrt{-1}$, и воспользуемся известным соотношением

$$\text{arctg } \lambda = \frac{1}{2i} \lg \frac{1 + i\lambda}{1 - i\lambda}, \quad (350)$$

из которого с учетом выражения (349) следует

$$\text{arctg } \frac{u}{K} = \frac{1}{2i} \ln \frac{1 + i \frac{u}{K}}{1 - i \frac{u}{K}} = \frac{1}{2i} \ln \frac{K + iu}{K - iu} = -\frac{1}{2i} \ln \frac{u + D}{u - D}. \quad (351)$$

На этом основании

$$\frac{1}{D} \ln \frac{(u_1 + D)(u_0 - D)}{(u_1 - D)(u_0 + D)} = -\frac{2}{K} \left(\text{arctg } \frac{u_1}{K} - \text{arctg } \frac{u_0}{K} \right) \quad (352)$$

и уравнение (331) приводится к форме

$$\ln \left[\frac{K^2 + u_1^2}{K^2 + u_0^2} \left(\frac{m}{m+1} \right)^2 \right] - \frac{2}{K} \left(\text{arctg } \frac{u_1}{K} - \text{arctg } \frac{u_0}{K} \right) = 0. \quad (353)$$

Это трансцендентное уравнение решают методом проб. Задавшись парой значений K и m , подбирают значение χ так, чтобы u_0 и u_1 , подсчитанные по формулам (329), удовлетворяли уравнению (353).

С учетом выражения (352) уравнение (332) принимает вид

$$\ln X = \ln m + \frac{1}{2} \ln \frac{u^2 + K^2}{u_0^2 + K^2} - \frac{1}{K} \left[\operatorname{arctg} \frac{u}{K} - \operatorname{arctg} \frac{u_0}{K} \right]. \quad (354)$$

Предельное выражение K_n при $\chi \rightarrow 0$ ($D^2 \rightarrow -\infty$). Из сравнения выражений (326) и (327) замечаем, что при любом D^2 параметры u и D^2 остаются величинами одного порядка, причем

$$u \Big|_{\chi \rightarrow 0} \rightarrow -\infty; \quad D^2 \Big|_{\chi \rightarrow 0} \rightarrow -\infty; \quad K^2 \Big|_{\chi \rightarrow 0} \rightarrow +\infty.$$

Отсюда

$$\frac{K}{u} \Big|_{\chi \rightarrow 0} \rightarrow 0. \quad (355)$$

Выразим u_1 через u_0 , исключив χ . Так как [см. выражение (329)] $u_0 \frac{m+1}{m} = \frac{m+1}{m} - \frac{m+1}{\chi}$, то

$$u_1 = 1 + \frac{m+1}{m} (u_0 - 1) = u_0 \frac{m+1}{m} \left[1 - \frac{1}{u_0(m+1)} \right]. \quad (356)$$

Разделив числитель и знаменатель первого члена уравнения (353) на u_0^2 , представим его с учетом выражения (356) в форме

$$N_1 = \ln \left[\frac{K^2}{u_0^2} \left(\frac{m}{m+1} \right)^2 + 1 - \frac{2}{u_0(m+1)} + \frac{1}{u_0^2(m+1)^2} \right] - \ln \left(1 + \frac{K^2}{u_0^2} \right).$$

Оба слагаемых этого выражения имеют вид $\ln(1 + \lambda)$, где $\lambda|_{\chi \rightarrow 0} \rightarrow 0$, а так как $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \ln(1 + \lambda) = \lambda$, то, отбросив в квадратной скобке последнее слагаемое второго порядка малости по сравнению с первым и третьим слагаемыми, получим

$$N_1 \Big|_{\chi \rightarrow 0} = \frac{1}{u_0} \left[\frac{K^2}{u_0} \left(\frac{m}{m+1} \right)^2 - \frac{2}{m+1} - \frac{K^2}{u_0} \right] = -\frac{1}{u_0} \left[\frac{K^2}{u_0} \frac{2m+1}{(m+1)^2} + \frac{2}{m+1} \right].$$

Преобразуем теперь второй член уравнения (353). Так как $\operatorname{arctg} \frac{u}{K} = \operatorname{arctg} \frac{K}{u}$, причем $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \operatorname{arctg} \lambda = \frac{\pi}{2} - \lambda$, то, учтя выражения (355) и (356), найдем

$$\begin{aligned} \lim_{\chi \rightarrow 0} \frac{2}{K} \left(\operatorname{arctg} \frac{K}{u_1} - \operatorname{arctg} \frac{K}{u_0} \right) &= \\ &= \frac{2}{K} \left(\frac{K}{u_0} - \frac{K}{u_1} \right) = \frac{2}{u_0} \left(1 - \frac{m}{m+1} \right) = \frac{2}{u_0(m+1)}, \end{aligned} \quad (357)$$

так как $\lim_{u_0 \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{u_0(m+1)} \right) = 1$.

Подставив полученные предельные выражения в уравнение (353), получим $\frac{K^2}{u_0} \frac{2m+1}{m+1} + 2 + 2 = 0$, откуда

$$\frac{K^2}{u_0} \Big|_{\chi \rightarrow 0} = -\frac{4(m+1)}{2m+1}. \quad (358)$$

Из сопоставления выражений (357) и (353) находим

$$\lim_{\chi \rightarrow 0} \ln \left[\frac{K^2 + u_1^2}{K^2 + u_0^2} \left(\frac{m}{m+1} \right)^2 \right] = \frac{2}{u_0(m+1)}. \quad (359)$$

Вычислим предельную величину $K_n |_{\chi \rightarrow 0}$. Заменяя $-D^2$ на K^2 , представим выражение (349) в виде

$$\begin{aligned} \frac{K_n}{\chi} &= \ln \left[\left(\frac{u_1^2 + K^2}{u_0^2 + K^2} \right)^{\frac{1+K^2}{2}} \left(\frac{m+1}{m} \right)^{-(1+K^2)} \left(\frac{m+1}{m} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{1+K^2}{2} \ln \left[\frac{u_1^2 + K^2}{u_0^2 + K^2} \left(\frac{m}{m+1} \right)^2 \right] + 2 \ln \frac{m+1}{m}. \end{aligned}$$

С учетом уравнений (359) и (358), а также того, что $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k^2+1}{u_0} = \frac{k^2}{u_0}$, получим

$$\frac{K_n}{\chi} \Big|_{\chi \rightarrow 0} = \frac{1+K^2}{2} \frac{2}{u_0(m+1)} + 2 \ln \frac{m+1}{m} = 2 \left(\ln \frac{m+1}{m} - \frac{2}{2m+1} \right).$$

Это выражение подъемной силы опоры с жидкостной смазкой. Подставив значение χ из уравнения (320), найдем

$$W \Big|_{\chi \rightarrow 0} = K_n L \rho_a l \frac{3\mu U}{\varepsilon^2 l \rho_a} = \frac{6\mu UL}{\varepsilon^2} \left(\ln \frac{m+1}{m} - \frac{2}{2m+1} \right). \quad (360)$$

Оптимальная клиновая опора

Для решения задачи расчета опоры с оптимальным наклоном при заданном h_0 вводим аналогично подшипнику h — число опоры

$$\chi_h = \frac{\chi}{3m^2} = \frac{\mu U l}{h_0^2 \rho_a}. \quad (361)$$

В табл. 15 и на рис. 85 и 86 приведены результаты расчетов, выполненных по формулам. Для упрощения вычислений при расчете опоры на рис. 85 и в табл. 15 использована Δ — число опоры:

$$\chi_\Delta = \frac{\chi}{3} = \frac{\mu V l}{\Delta^2 \rho_a}; \quad \Delta = h_1 - h_0. \quad (362)$$

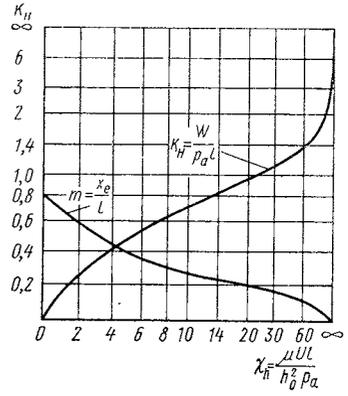
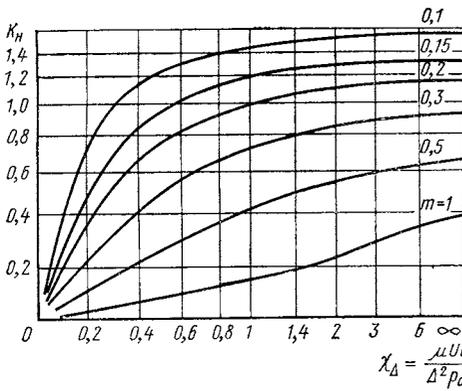


Рис. 85. Зависимость удельной подъемной силы K_H для $L/l \rightarrow \infty$ от числа опоры χ_Δ

Рис. 86. Зависимость оптимальных удельной подъемной силы K_H и коэффициента положения m от числа клиновой опоры χ_h при заданном зазоре h_0

Таблица 15

Расчетные параметры клиновой опоры

D^2	$m = 0,1$		$m = 0,15$		$m = 0,2$		$m = 0,3$		$m = 0,5$		$m = 1$	
	χ_Δ	K_H										
-0,49	0,207	0,716	0,243	0,589	0,275	0,493	0,331	0,366	0,430	0,228	0,663	0,101
-0,25	0,286	0,922	0,332	0,739	0,365	0,608	0,424	0,446	0,537	0,275	0,807	0,123
0	0,458	1,187	0,491	0,923	0,524	0,760	0,587	0,557	0,713	0,341	1,03	0,143
+0,16	0,619	1,345	0,652	1,054	0,684	0,861	0,754	0,633	0,893	0,389	1,26	0,170
0,25	0,738	1,410	0,774	1,123	0,807	0,918	0,880	0,681	1,03	0,426	1,44	0,185
0,36	0,916	1,476	0,960	1,181	1,00	0,975	1,09	0,731	1,27	0,465	1,73	0,208
0,49	1,22	1,530	1,27	1,235	1,33	1,035	1,44	0,781	1,67	0,516	2,22	0,240
0,64	—	—	1,92	1,279	2,00	1,082	2,16	0,831	2,50	0,567	3,33	0,296
0,81	—	—	—	—	4,00	1,116	4,32	0,874	5,00	0,614	6,67	0,345
0,9025	—	—	—	—	—	—	8,65	0,891	10,00	0,633	10,33	0,364
1	∞	1,638	∞	1,342	∞	1,150	∞	0,906	∞	0,648	∞	0,386

В предельном случае при $\chi \rightarrow 0$ оптимальное (по подъемной силе) значение $m_{\text{опт}}$ и соответствующее ему $K_{H \text{ макс}}$ найдем, представив подъемную силу W по выражению (360) в форме

$$W \Big|_{\chi \rightarrow 0} = \frac{6\mu U L l^2}{h_0^2} \left[m^2 \left(\ln \frac{m+1}{m} - \frac{2}{2m+1} \right) \right],$$

где размерная группа не зависит от m [см. формулу (203)] Дифференцирование $f(m)$ приводит к уравнению

$$2 \ln \frac{m+1}{m} - \frac{8m^2 + 12m + 5}{(m+1)(2m+1)^2} = 0,$$

откуда $m_{\text{опт}} = 0,80$. Следовательно, в выражении W функция $f(m) = 0,0267$ при $m_{\text{опт}} = 0,8$ максимальная подъемная сила

$$W \Big|_{\chi \rightarrow 0} = \frac{\mu U L l^2}{h_0^2} 0,160; \quad (363)$$

$$K_H \Big|_{\chi \rightarrow 0} = 0,160 \chi h.$$

Подобно тому, как это было сделано для подшипника, определим подъемную силу клиновой опоры конечной длины в предельном случае, когда $\chi \rightarrow 0$ и $m \rightarrow \infty$. Введя замену $K = 1/m$, выразим h и X через безразмерные величины ξ и ζ :

$$h = h_0 (1 + K\xi) = h_0 H;$$

$$X = l(m + \xi); \quad z = \frac{L}{2} \zeta.$$

Кроме того, используем относительную длину опоры $\lambda_0 = L/2l$.

В результате преобразований уравнение (133) приведем к виду, сходному с выражением (137):

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(H^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\lambda_0^2} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(H^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \zeta} \right) - 6 \frac{\partial H}{\chi_\Delta \partial \xi} = 0,$$

где χ_Δ определяется выражением (362) и \bar{p} — выражением (136). Найдем относительное избыточное давление в форме

$$\bar{P} = \frac{P-1}{\chi_\Delta} = K\bar{P},$$

где \bar{P} — искомая функция λ_0 и m .

В результате линеаризации по малому параметру K получаем уравнение

$$\bar{P}_{\xi\xi} + \frac{1}{\lambda_0^2} \bar{P}_{\zeta\zeta} - 6 = 0$$

с краевыми условиями

$$\bar{P}(0, \zeta) = \bar{P}(1, \zeta) = 0; \quad \bar{P}(\xi, 1) = \bar{P}(\xi, -1) = 0.$$

Свободный член этого уравнения исключим подстановкой $\bar{P} = F - 3\xi(1 - \xi)$, после чего получим уравнение Лапласа (209) с краевыми условиями:

$$F(0, \zeta) = F(1, \zeta) = 0; \quad F(\xi, -1) = F(\xi, +1) = 3\xi(1 - \xi).$$

Общее решение уравнения (209):

$$F = \sum_1^{\infty} C_n \sin \pi n \xi \operatorname{ch} \pi n \lambda_0 \zeta.$$

Из второго краевого условия

$$F(\xi, 1) = \sum_1^{\infty} C_n \sin \pi n \xi \operatorname{ch} \pi n \lambda_0 = 3\xi(1 - \xi).$$

Представив бином правой части последнего уравнения рядом Фурье:

$$3\xi(1-\xi) = \frac{3}{\pi^2} [\pi\xi(\pi - \pi\xi)] = \frac{24}{\pi^3} \left(\sin \pi\xi + \frac{1}{3^3} \sin 3\pi\xi + \dots \right) = \\ = \frac{24}{\pi^3} \sum_1^{\infty} \frac{\sin [(2n-1)\pi\xi]}{(2n-1)^3},$$

найдем, что под знаком \sum могут быть только нечетные члены. Поэтому $C_{2n} = 0$, а

$$C_{(2n-1)} = \frac{24}{\pi^3 (2n-1)^3 \operatorname{ch} [(2n-1)\pi\lambda_0]}.$$

Подставив последнее выражение в уравнение для F , вернемся к переменной \bar{P} , а затем и к относительному давлению P :

$$\bar{P} = (P-1) \frac{m}{\chi_{\Delta}} \frac{24}{\pi^3} \sum_1^{\infty} \left\{ \frac{\sin [(2n-1)\pi\xi] \operatorname{ch} [(2n-1)\pi\lambda_0\xi]}{(2n-1)^3 \operatorname{ch} [(2n-1)\pi\lambda_0]} \right\} - 3\xi(1-\xi).$$

Удельная подъемная сила

$$\frac{m}{\chi_{\Delta}} K_n = - \int_0^1 d\xi \int_{-1}^{+1} (P-1) d\xi = 6 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) - \\ - \frac{24}{\pi^3} \sum_1^{\infty} \left\{ \frac{1}{(2n-1)^3} \frac{1}{\pi(2n-1)} (+2) \frac{2}{\pi(2n-1)\lambda_0} \times \right. \\ \left. \times \operatorname{th} [(2n-1)\pi\lambda_0] \right\} = 1 - \frac{96}{\pi^5 \lambda_0} \sum_1^{\infty} \frac{1}{(2n-3)^5} \operatorname{th} [(2n-1)\pi\lambda_0].$$

В худшем случае, встречающемся на практике, $L = l/2$, когда $\lambda_0 = L/2l = 1/4$, второй член ряда почти в 200 раз меньше первого ($\sum = 1.0,785 + \frac{1}{243} 0,991 + \dots$), поэтому можно ограничиться первым членом ряда. При этом

$$K_n = \frac{\chi_{\Delta}}{m} \left(1 - \frac{96}{\pi^5 \lambda_0} \operatorname{th} \pi\lambda_0 \right).$$

Итак, коэффициент полноты клиновой опоры равен

$$1 - \frac{0,315}{\lambda_0} \operatorname{th} \pi\lambda_0. \quad (364)$$

Почти совпадающий результат можно получить более простым путем. Навернув мысленно опору на шип с приведенным диаметром

$$D_{\text{пр}} = \frac{2l}{\pi}, \quad (365)$$

получим подшипник с длиной окружности $2l$, коэффициент полноты которого

$$1 - \frac{1}{L/D_{\text{пр}}} \text{th} \frac{L}{D_{\text{пр}}};$$

тогда как на основании формулы (364) для той же опоры коэффициент полноты

$$1 - \frac{0,99}{L/D_{\text{пр}}} \text{th} \frac{L}{D_{\text{пр}}},$$

т. е. практически результаты совпадают. Отсюда видно, что коэффициент полноты почти не зависит (при $\chi \rightarrow 0$) от закона изменения зазора h .

Ступенчатая опора бесконечной длины

Ступенчатые опоры, использованные впервые для газовой смазки Дрешером [38] (см. рис. 31), применяют также в качестве элемента аэродинамического подпятника со спиральными канавками (известны также валы с шипами, на поверхности которых для стабилизации выполнены спиральные или шевронные канавки). Круговое сечение такого подпятника (см. рис. 40) представляет собой совокупность n ступенчатых опор (рис. 87). Для того чтобы при заданном режиме работы подпятник обладал наибольшей подъемной силой, отношения

$$m = \frac{h_1}{h_0}, \quad n = \frac{l_1}{l_0} \quad (366)$$

должны иметь некоторые оптимальные при этом режиме значения.

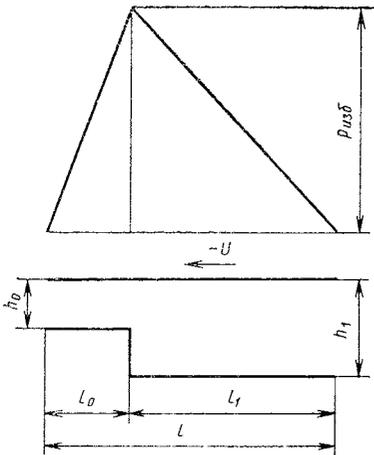


Рис. 87. Эпюра давлений ступенчатой опоры с несжимаемой смазкой

Как и в рассмотренных ранее задачах подшипника и плоской клиновой опоры, оптимальные значения $m_{\text{опт}}$ и $n_{\text{опт}}$ определяются характеристикой опоры χ_h . Для плоской задачи их можно подсчитать аналитически.

В связи с применением ступенчатой опоры в дифференциальных подшипниках особый интерес представляет предельный случай $\chi \rightarrow 0$. По малости размеров l_1 и l_0 при $h_0 = 1,5c$ численные значения χ_h оказываются весьма малыми, что позволяет при конструировании пользоваться данными этого предельного случая

Предельный случай $\chi \rightarrow 0$.
Рассмотрим расход смазки через

смазочный зазор. В системе координат, принятой на рис. 87, объемный расход на единице длины смазочного зазора определяется выражением (так как скорость скольжения равна $-U$)

$$q = -\frac{Uh}{2} - \frac{h^3}{12\mu} \frac{dp}{dx}. \quad (367)$$

Предельный случай $\chi \rightarrow 0$ соответствует смазке несжимаемой жидкостью, когда действительно условие $q = \text{const}$. А так как у ступенчатой опоры зазор h постоянен на всем протяжении каждого из двух участков опоры, то из выражения (367) следует $\frac{dp}{dx} = \text{const}$, т. е. закон распределения давления — линейный. Для первого участка (на длине l_1)

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{p_{\text{изб}}}{l_1},$$

где $p_{\text{изб}}$ — давление на стыке участков, а для второго участка (на длине l_0)

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p_{\text{изб}}}{l_0}.$$

Так как расходы смазки на участках l_1 и l_0 должны быть равны, получаем уравнение для определения давления $p_{\text{изб}}$:

$$-\frac{Uh}{2} + \frac{h_1^3}{12\mu} \frac{p_{\text{изб}}}{l_1} = -\frac{Uh}{2} - \frac{h_0^3}{12\mu} \frac{p_{\text{изб}}}{l_0},$$

откуда

$$p_{\text{изб}} = 6\mu U \frac{h_1 - h_0}{\frac{h_1^3}{l_1} + \frac{h_0^3}{l_0}} = 6\mu U \frac{1}{h_0^2} \frac{\frac{h_1}{h_0} - 1}{\left(\frac{h_1}{h_0}\right)^3 \frac{l}{l_1} + \frac{l}{l_0}}. \quad (368)$$

Введем обозначения (366). Тогда

$$\frac{l}{l_1} = \frac{1}{n} + 1 = \frac{n+1}{n}; \quad \frac{l}{l_0} = n + 1$$

и уравнение (368) принимает вид

$$p_{\text{изб}} = \frac{6\mu U l}{h_0^2} \frac{m-1}{m^3 \frac{n+1}{n} + n+1}. \quad (369)$$

Подъемная сила опоры длиной L (перпендикулярно плоскости чертежа) равна площади треугольника с основанием l и высотой $p_{\text{изб}}$, умноженной на L :

$$W = \frac{p_{\text{изб}} l}{2} L = \frac{3\mu U l^2 L}{h_0^2} f(m, n), \quad (370)$$

где

$$f(m, n) = \frac{m-1}{m^3 \frac{n+1}{n} + n + 1}. \quad (371)$$

Найдем оптимальные соотношения размеров опоры, т. е. те значения m и n , при которых подъемная сила опоры с заданными l и h_0 будет наибольшей. Так как параметры m и n независимы, то для определения их оптимальных значений необходимо решить систему уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial m} f(m, n) = f'_m = 0; \quad f'_n = 0.$$

Выполнив дифференцирование, получим

$$f'_m = \left(m^3 \frac{n+1}{n} + n + 1 \right)^{-1} - \left(m^3 \frac{n+1}{n} + n + 1 \right)^{-2} \times$$

$$\times 3m^2 \frac{n+1}{n} (m-1) = 0;$$

$$f'_n = -(m-1) \left(m^3 \frac{n+1}{n} + n + 1 \right)^{-2} \left[\frac{m^3}{n} + 1 - \frac{(n+1)m^3}{n^2} \right] = 0.$$

В результате преобразования этих выражений с учетом того, что $m > 1$ и $n > 0$, приходим к системе:

$$2m^3 - 3m^2 - n = 0; \quad n^2 - m^3 = 0,$$

откуда получим кубическое уравнение $2Z^3 - 3Z - 1 = 0$, где $Z = \sqrt{m}$.

Это уравнение имеет три действительных корня:

$$Z_1 = 1,366; \quad Z_{2,3} = \frac{-2,732 \pm 1,27}{4}.$$

Условию $m > 1$ удовлетворяет только Z_1 , поэтому

$$m_{\text{опт}}|_{\chi \rightarrow 0} = \frac{h_1}{h_0} = 1,866, \quad (372)$$

а оптимальное отношение длин входного и выходного участков ступенчатой опоры

$$n_{\text{опт}}|_{\chi \rightarrow 0} = \frac{l_1}{l_0} = Z_1^3 = 2,549. \quad (373)$$

Проверка подтверждает, что этим значениям m и n действительно соответствует максимум K_n , при подстановке других значений K_n оказывается меньше.

Итак, максимальное значение $f(m, n)$ по выражению (371)

$$f(m, n)|_{\chi \rightarrow 0}^{\text{max}} = 0,0687,$$

а максимальная подъемная сила

$$W|_{\chi \rightarrow 0}^{\max} = \frac{\mu U L l^2}{h_0^2} 0,206. \quad (374)$$

Сравнение формул (363) и (374) приводит к выводу, что при $\chi \rightarrow 0$ максимальная подъемная сила ступенчатой опоры на 29% больше подъемной силы плоской клиновидной опоры, однако указанное преимущество справедливо только для плоского потока, когда нет боковой утечки смазки. Если ступенчатую и клиновидную опоры сделать открытыми с боков, то сравнение будет не в пользу ступенчатой опоры, так как в месте стыка, где давление смазки максимально, снижение давления из-за боковой утечки будет у нее значительно больше, чем у клиновидной опоры, где давление максимально в зазоре, близком к наименьшему h_0 . Поэтому карманы в ступенчатой опоре нужно делать закрытыми.

Общий случай. Решение в общем случае строят так же, как и в случае $\chi \rightarrow 0$, т. е. приравнивают расходы смазки через входной и выходной участки опоры. Разница лишь в том, что в данном случае нужно приравнивать не объемные, а массовые расходы смазки (произведения $q\rho$). Поэтому сначала решают уравнение (317).

Входная опора (рис. 88). Так как h — постоянно, то уравнение (317) с учетом выражения (318) принимает вид

$$\frac{\partial P}{\partial X} = \chi_1 \left(\frac{k_1}{P} - 1 \right), \quad (375)$$

где число входной опоры

$$\chi_1 = \frac{6\mu U l_1}{h_1^2 \rho a}. \quad (376)$$

В уравнении (375) переменные разделяются:

$$\frac{P dP}{\chi_1 (k_1 - P)} = dX.$$

Его общий интеграл

$$P + k_1 \ln(k_1 - P) = C - \chi_1 X \quad (377)$$

имеет две неизвестные постоянные C и k_1 . Используя граничные условия $P|_{x=0} = P_1$; $P|_{x=1} = 1$, исключим C и представим уравнение для k_1 в форме

$$-k_1 \ln \frac{1 - k_1}{P_1 - k_1} + (P_1 - 1) = \chi_1, \quad (378)$$

после чего определим C .

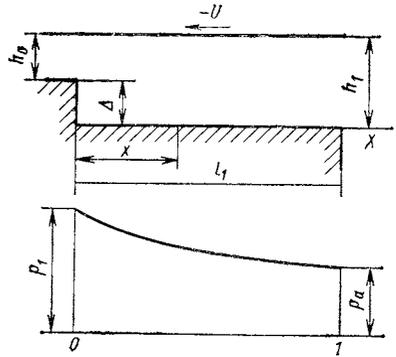


Рис. 88. Входная опора

Под знаком \ln может быть только положительное число, следовательно, $k_1 < 1$ или $k_1 < P_1$. Действительно первое из этих условий. В самом деле, из выражения (367) видно, что при $x = l_1$ расход q должен быть в случае $p_1 > p_a$ меньше (по абсолютной величине), чем в случае $p_1 = p_a$, когда $\frac{dp}{dx} = 0$. А для этого

должно быть $\left. \frac{dp}{dx} \right|_{x=l_1} < 0$, т. е. правая часть выражения (375)

$$\frac{k_1}{P} - 1 < 0,$$

что и требовалось доказать.

Подставив в выражение (377) значения C и k_1 , представим его в удобном для дальнейших выкладок виде

$$X = \frac{1}{\chi} \left[(P_1 - P) + k_1 \ln \frac{P_1 - k_1}{P - k_1} \right]. \quad (379)$$

Подъемная сила входной опоры $W_1 = p_a l_1 L \int_0^1 (P - 1) dx$.

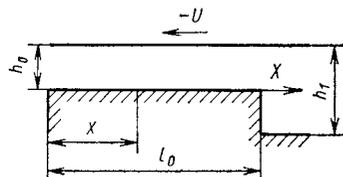
Интеграл численно равен заштрихованной площади эпюры давлений. Эту площадь удобнее определять интегрированием по P , позволяющим применить выражение (379), которое можно интегрировать:

$$\frac{W_1}{L p_a l_1} = \int_1^{P_1} X dP = \frac{1}{\chi_1} \int_1^{P_1} \left[(P_1 - P) + k_1 \ln \frac{P_1 - k_1}{P - k_1} \right] dP. \quad (380)$$

Используя табличные интегралы, находим

$$\frac{W_1}{L p_a l_1} = \frac{1}{\chi_1} \left[\frac{1}{2} (p_1 - 1)^2 - k_1 (1 - k_1) \ln \frac{P_1 - k_1}{1 - k_1} + k_1 (P_1 - 1) \right].$$

Это выражение приведем к виду, удобному для вычислений. Прибавив и отняв от него член $(1 - k_1) (P_1 - 1)$ и используя соотношение (378), найдем подъемную силу входной опоры



$$\frac{W_1}{L p_a l_1} = \frac{P_1^2 - 1}{2\chi_1} + k_1 - 1, \quad (381)$$

где χ_1 и P_1 задают (о последнем сказано ниже), а k_1 определяют по формуле (378).

Выходная опора (рис. 89). В этом случае граничные условия

$$X = 0; \quad P = 1; \quad X = 1; \quad P = P_1$$

Рис. 89. Выходная опора

и аналогично выражению (379)

$$X = \frac{1}{\chi_0} \left[k_0 \ln \frac{k_0 - 1}{k_0 - P} - (P - 1) \right]; \quad (382)$$

$$\chi_0 = \chi_1 \left(\frac{h_1}{h_0} \right)^2 \left(\frac{l_0}{l_1} \right) = \chi_1 \frac{m^2}{n}, \quad (383)$$

где χ_0 — характеристика выходной опоры.

Подъемная сила выходной опоры

$$\frac{W_0}{L p_a l_0} = k_0 - 1 - \frac{P_1^2 - 1}{2\chi_0}, \quad (384)$$

а k_0 определяют из уравнения

$$k_0 \ln \frac{k_0 - 1}{k_0 - P_1} - (P_1 - 1) = \chi_0, \quad (385)$$

причем

$$k_0 \geq P_1 \quad k_0|_{\chi \rightarrow \infty} = P_1; \quad k_0|_{\chi \rightarrow 0} \rightarrow \infty.$$

Условия связи входной и выходной опор. При совместной работе входной и выходной опор, составляющих в совокупности ступенчатую опору, необходимо соблюдать следующие условия:

1. Давления P_1 в общей точке O (рис. 90) обеих опор должны быть равными.

2. Массовые расходы смазки через поперечные сечения входной и выходной опор должны быть равными: $q_p = \text{const}$. Поэтому в сечениях A и B (рис. 90) относительные давления равны $P_A = P_B = 1$.

Второе условие, следовательно, сводится к равенству объемных расходов через сечения A и B :

$$q_A = q_B. \quad (386)$$

Их величины получим из выражения (367) подстановкой значений h и $\frac{dp}{dx}$ по уравнению (375). Так как $\frac{dp}{dx} = \frac{dP}{dX} \frac{p_a}{l_1}$, то с учетом уравнений (375) и (376)

$$\left. \begin{aligned} q_A &= -\frac{U h_1}{2} - \frac{h_1^3}{12\mu} \frac{6\mu U}{h_1^2} (k_1 - 1) = -\frac{U h_1}{2} k_1; \\ q_B &= -\frac{U h_0}{2} k_0. \end{aligned} \right\} \quad (387)$$

Из уравнений (386) и (387) следует

$$\frac{k_0}{k_1} = \frac{h_1}{h_0} = m. \quad (388)$$

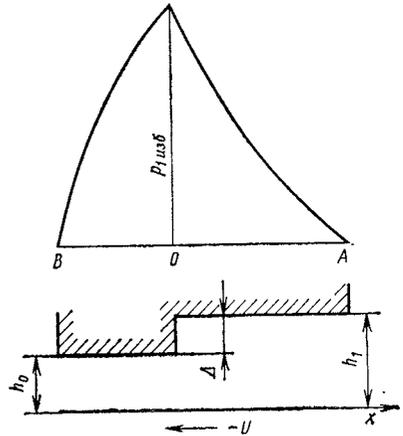


Рис. 90. Эпюра давлений при газовой смазке

Подъемная сила всей опоры. Подъемную силу W всей опоры длиной l найдем из выражений (381) и (384):

$$\frac{W}{\rho_a l L} = \frac{l_1}{l} \left[\frac{P_1^2 - 1}{2\chi_1} + k_1 - 1 \right] + \frac{l_0}{l} \left[k_0 - 1 - \frac{P_1^2 - 1}{2\chi_0} \right].$$

С учетом уравнения (386) заменим

$$\frac{l_1}{l} = \frac{n}{n+1}; \quad \frac{l_0}{l} = \frac{1}{n+1}. \quad (389)$$

Кроме того, заменим значение χ_0 на

$$\chi_h = \frac{\mu U l}{h_0^2 \rho_a} = \frac{1}{6} \chi_0 \frac{l}{l_0} = \frac{1}{6} \chi_0 (n+1). \quad (390)$$

При каждом данном n , для которого строят один из трех расчетных графиков, число χ_h взаимно однозначно соответствует χ_0 .

После подстановки получаем расчетное выражение удельной подъемной силы

$$K_n = \frac{W}{\rho_a l L} = \frac{(\rho_1^2 - 1)(m^2 - 1)}{12\chi_h} + k_0 \frac{\frac{n}{m} + 1}{n+1} - 1. \quad (391)$$

В предельном случае $\chi \rightarrow 0$ значение K_n определим из выражения (370), приведя его к виду

$$K_n|_{\chi \rightarrow 0} = \chi_h \frac{3(m-1)}{\left(\frac{m^3}{n} + 1\right)(n+1)}. \quad (392)$$

Расчет опоры. Совместное решение уравнений (378), (385) и (388) определяет величины $k_1 k_0$ и P_1 при заданных χ_h , h_0 и глубине кармана $h_1 - h_0 = \Delta$. Численное решение этой системы, однако, невозможно, так как уравнения (378) и (385) — трансцендентные. Задача решается с помощью таблиц $\chi_1 = f(k_1, P_1)$ и $\chi_0 = \varphi(k_0, P_1)$ и построенного по их данным расчетного графика (рис. 91). При вычислении таблицы задаемся рядом пар значений k_1 и P_1 , подстановкой которых в уравнение (378) определяем соответствующее значение χ_1 . Аналогично по парам k_0 и P_1 определяем значения χ_0 .

Пусть, например, задано $\chi_1 = 0,5$; $m = 3$; $n = 1$. Тогда согласно выражению (383) $\chi_0 = 0,5 \frac{3^3}{1} = 4,5$ и по формуле (388) $\frac{k_0}{k_1} = 3$. Следовательно, в этом случае ($m = 3$) значениям коэффициента $k_1 = 0,1$; $0,3$; $0,5$ будут соответствовать значения $k_0 = 0,3$; $0,9$; $1,5$ (см. рис. 91). Найдем две точки на пересечении вертикалей χ_1 и χ_0 с одноименными кривыми для k_1 и k_0 , которым соответствуют равные давления P_1 . Искомые точки должны лежать на общей горизонтали. Так как с возрастанием P_1 постоянная k_1 уменьшается, а k_0 растет, то искомые значения P_1 и k_0 найдем графической интерполяцией, которая может быть линейной — по двум точкам —

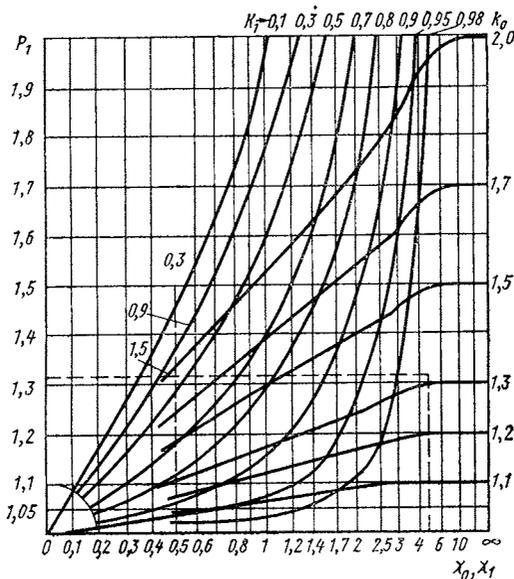


Рис. 91. Графики функций (378) и (385)

ввиду достаточной густоты сетки. Итак, $P_1 = 1,316$; $k_0 = 1,328$; $\chi_h = \frac{1}{6} 4,5 \cdot 2 = 1,5$ и удельная подъемная сила по формуле (391)

$$K_n = \frac{(1,316^2 - 1)(3^2 - 1)}{12 \cdot 1,5} + 1,328 \frac{\frac{1}{3} + 1}{1 + 1} - 1 = 0,209.$$

Конечная цель исследования — построение расчетных графиков для расчета опоры. Поскольку плоские графики могут представлять взаимозависимость только трех параметров, а в данном случае их число равно четырем: χ_h (или β), m , n и K_n , то задача сводится к построению изложенным выше методом набора расчетных графиков. Каждый из этих графиков построен для зафиксированного значения одного из четырех параметров. В работе [37] построены три графика (рис. 11—13) для $n = 3$; 1 ; $\frac{1}{3}$ (в обозначениях работы [37]); это соответствует $\eta = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$, так как $\eta = \frac{l_0}{l} = \frac{1}{n+1}$. На каждом графике представлена зависимость $K_n - \beta$ для четырех значений $m = 1,5$; 2 ; 3 ; $\frac{13}{3}$ (в обозначениях $S = \frac{h_0}{\Delta} = \frac{1}{m-1} = 2$; 1 ; $0,5$; $0,3$); Δ — глубина ступеньки (см. рис. 83), β — характеристика опоры по Δ :

$$\beta = \frac{3\mu U l}{\Delta^2 \rho_a} = 3\chi_h \left(\frac{h_0}{\Delta}\right)^2 = \frac{3\chi_h}{(m-1)^2}. \quad (393)$$

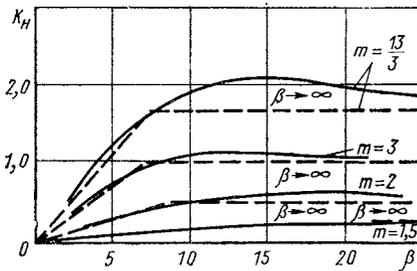


Рис. 92. Удельная подъемная сила для $n = 1$

График для $n = 1$ (работа [37]) представлен на рис. 92. Так как для $n = 1$ и $m = 3$ $\beta = \frac{3 \cdot 1,5}{(3-1)^2} = 1,125$, то по этим данным на кривой $\eta = \frac{1}{2}$ находим величину $K_n \approx 0,2$, совпадающую с ранее вычисленной.

Графики типа $K_n = f(\beta; n)$ позволяют рассчитать опору заданных размеров, т. е. определить зависимость нагрузки W от зазора h_0 , поскольку характеристика β не зависит от h_0 (для сравнения см. рис. 60).

Оптимальная ступенчатая опора

В работе [37] остался нерешенным вопрос о выборе оптимальных величин $m_{\text{опт}}$ и $n_{\text{опт}}$, имеющих первостепенное значение при конструировании ступенчатой опоры. Для случая $\chi_h \rightarrow 0$ эти величины определены аналитически [см. выражения (372), (373)].

Из условия (71) $ph|_{\chi \rightarrow \infty} = \text{const}$ вытекает, что в предельном случае $\chi_h \rightarrow 0$

$$K_n|_{\chi \rightarrow \infty} = \frac{m-1}{n-1}. \quad (394)$$

Следовательно, в этом случае

$$m_{\text{опт}} \rightarrow \infty; n_{\text{опт}} \rightarrow 0; K_{n \text{ max}}|_{\chi \rightarrow \infty} \rightarrow \infty, \quad (395)$$

как у подшипника.

В общем случае $0 < \chi_h < \infty$ задачу решают на основе графиков зависимости $K_n = f(\beta; s)$ при оптимальных $\eta_{\text{опт}}$ (см. рис. 16) и $\eta_{\text{опт}} = \varphi(\beta; s)$ (см. рис. 17), полученных графической обработкой рис. 11—13 (автор работы [42] ошибочно называет их зависимостями K_n и η от оптимальных β ; последнее не имеет физического смысла). Перестроив эти графики на характеристику χ_h , получим на первом графике пучок пересекающихся кривых, общая огибающая которых (рис. 93) представит зависимость $K_{n \text{ max}}$ от χ_h , а на втором графике зависимость $n_{\text{опт}}$ от χ_h и m . Отметив на рис. 93 точки касания огибающей с кривыми пучка соответствующими значениями m , построим кривые зависимостей $m_{\text{опт}}$ и $n_{\text{опт}}$ от χ_h .

Кривые зависимостей $K_{n \text{ max}} - \chi_h$, $n_{\text{опт}} - \chi_h$ и $m_{\text{опт}} - \chi_h$ позволяют полностью рассчитать ступенчатую опору оптимальных размеров (бесконечной ширины). Расчет опоры конечной ширины производится на ЭВМ. Оптимальные значения m и n , получаемые

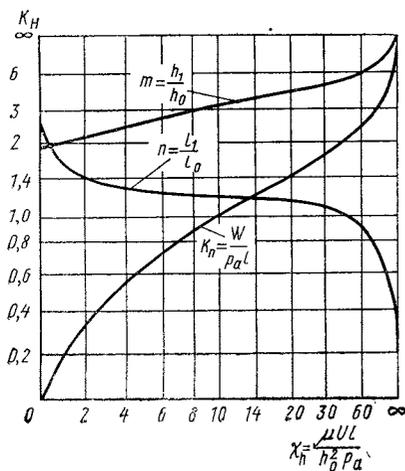
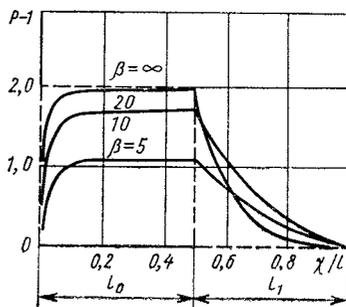


Рис. 93. Зависимость оптимальных параметров ступенчатой опоры от χ_h

Рис. 94. Эволюция эпюры давлений с ростом числа опоры β ($m = 3, n = 1$)



при этом, незначительно отличаются от найденных выше для плоской задачи.

Можно заметить специфическую особенность ступенчатой опоры (см. рис. 92). В отличие от клиновой опоры, где K_n монотонно растет с увеличением χ , приближаясь к асимптотическому значению снизу, — здесь максимум достигается при некотором конечном β (например, $K_n = 2,15$ при $m = \frac{13}{3}$ и $\beta = 15$), после чего K_n уменьшается, приближаясь к асимптотическому значению ($K_n |_{\chi \rightarrow \infty} = 1,67$) сверху. Это явление объясняет рис. 94. В зоне h_0 нелинейное распределение давления $P - 1$ уже при небольших β близко к предельному выражению

$$P - 1 |_{\beta \rightarrow \infty} = m + 1, \quad (396)$$

тогда как в зоне h_1 давление еще значительно выше атмосферного. В результате величина K_n , равная площади эпюры давления, при этих характеристиках опоры β значительно больше, чем при больших β , когда давление в зоне h_1 приближается к $P - 1 = 0$.

Обоснование расчета дифференциального подшипника

Изложенная выше теория ступенчатой опоры дает основания для конструирования и приближенного расчета дифференциального подшипника, рассмотренных в гл. VI.

После того, как исходя из конструктивных соображений, выбраны длина и угол охвата подпорного кармана, возникает вопрос о его оптимальной глубине ($h_1 - h_0$)_{опт}. Последнюю найдем по графику, представленному на рис. 93, определив сначала χ_h по формуле (390), где h_0 — зазор при $\varepsilon = 0,5$; следовательно, $h_0 =$

$= 1,5$ с. Подсчеты показывают, что χ_h — величина малая, так как длина l в числителе выражения (390) мала, а h_0^2 и p_a велики. Так, например, для подшипника по примеру 3 (гл. VI) $l \approx 2,5$ см; $p_a \approx 5$ кгс/см²; $h_0 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ см; $U = 80$ м/с. Число сжимаемости опоры

$$\chi_h = \frac{1,9 \cdot 10^{-10} \cdot 80 \cdot 10^2 \cdot 2,5}{5 \cdot 2,25 \cdot 10^{-6}} = 0,34$$

и, вообще, в реальных конструкциях $\chi_h < 0,5$.

При таких величинах χ_h оптимальные значения m и n оказываются весьма близкими к соответственным значениям для $\chi \rightarrow 0$ [формулы (372) и (374), рис. 93]: $m_{\text{опт}} \approx 2$; $n_{\text{опт}} \approx 2$, откуда оптимальная глубина кармана $h_1 - h_0 \approx 1,5$ с.

Точный расчет на ЭВМ поля давлений дифференциального подшипника чрезмерно трудоемок, так как неизвестно давление $p_{\text{изб}}$ на выходной кромке подпорного кармана (рис. 29). Оценку последнего можно получить по формуле (369). Так как согласно (390)

$$\frac{6\mu U l}{h_0^2} = 6\chi_h p_a,$$

то из сравнения формул (369) и (392) находим

$$p_{\text{изб}} = 2K_n p_a = 6f(m, n) \chi_h p_a.$$

При $m = n = 2$ найдем по формуле (371) $6f(m, n) \chi_h = 0,4\chi_h$ и окончательно

$$p_{\text{изб}} = 0,4\chi_h p_a.$$

При $\chi_h < 0,5$ $p_{\text{изб}} < 20\%$ p_a (в рассмотренном примере $p_{\text{изб}} = 14\%$ p_a). В действительности, из-за утечки к краям влияние $p_{\text{изб}}$ еще меньше. При расчете дифференциального подшипника можно поэтому полагать $p_{\text{изб}} = 0$, считая, как это принято в методике расчета, давление в подпорном кармане постоянным и равным давлению поддува p_s .

XI

Глава

Гибридные подшипники

Численный метод определения давления в смазочном слое радиальных гибридных подшипников

В подшипниках с поддувом, или так называемых гибридных подшипниках, подъемная сила создается за счет действия двух эффектов: эффекта смазочного клина и эффекта поддува.

В настоящее время трудно назвать какой-нибудь аналитический метод, пригодный для расчета гибридных подшипников, если не считать таких методов, как разложение в ряд по малым эксцентриситетам [16] и асимптотические методы [15], позволяющие дать ответ только на сравнительно узкий круг вопросов. Единственной по существу возможностью получить теоретические характеристики этого типа подшипников является использование численных методов интегрирования задач смазки.

При численном интегрировании уравнения Рейнольдса применительно к гибриднему подшипнику можно использовать метод сетки с аппроксимацией производных конечно-разностными соотношениями, подобный тому, какой был применен при расчете аэродинамического подшипника. Однако наличие поддува в гибридном подшипнике вносит принципиальные отличия в метод расчета, существенно усложняя его.

Остановимся на особенностях численного интегрирования уравнения Рейнольдса применительно к гибриднему цилиндрическому подшипнику (рис. 95) с двумя рядами устройств поддува [9], расположенными на расстоянии $aL/2$ от середины подшипника. Воспользуемся двумя системами координат — цилиндрической R, ϑ, Z и декартовой X, Y, Z . Угол ϑ будем отсчитывать от оси X , которую направим вдоль радиального смещения шипа.

Заменяем каждый из двух рядов устройств поддува эквивалентной по расходу линией поддува. В принятых обозначениях граничное условие на линиях поддува примет вид

$$\begin{aligned} H^3 \left(\frac{\partial \bar{P}^2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\pm a\lambda-0} - \frac{\partial \bar{P}^2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\pm a\lambda+0} \right) = \\ = \frac{\bar{m}\Theta [\bar{P}(\vartheta, \pm a\lambda)]}{2} \left(\bar{m} = \frac{12\mu M_{кр}}{\pi c^3 p_s \rho_s} \right). \end{aligned} \quad (397)$$

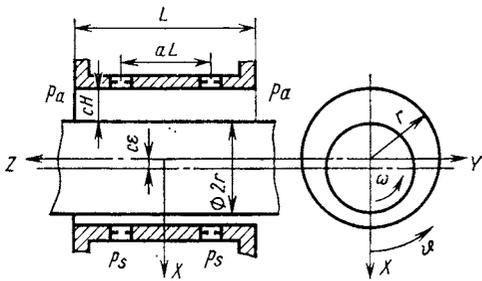


Рис. 95. Схема гибридного подшипника

Входящая в правую часть этого равенства функция истечения для гибридного подшипника имеет более сложный вид, чем для аэростатического подшипника. В аэростатическом подшипнике, а также в гибридном подшипнике при малых угловых скоростях ротора давление в смазочном слое не может превысить давление

в камере поддува. Однако, если ротор вращается с достаточно большой скоростью, то давление на отдельных участках, в том числе и в окрестности некоторых отверстий поддува, может оказаться больше давления в камере нагнетания, что приведет к дросселированию газа из смазочного слоя в камеру, т. е. к изменению направления движения газа через устройство поддува (будем называть такой поддув отрицательным).

Если предположить, что отрицательный поддув происходит по такому же закону, как и положительный, то нетрудно получить аналитическую зависимость для этого истечения. При этом надо учесть, что роль давления нагнетания будет играть давление p_d , а в качестве противодействия надо взять p_s . Тогда в общем случае массовый расход M через устройство поддува с учетом отрицательного дросселирования можно представить в виде

$$M = M_{кр} \Theta, \quad \Theta = \begin{cases} 1 & 0 \leq \tilde{P}_d \leq 0,5; \\ 2(\tilde{P}_d - \tilde{P}_d^2)^{1/2} & 0,5 \leq \tilde{P}_d \leq 1; \\ -2(\tilde{P}_d - 1) & 1 \leq \tilde{P}_d \leq 2; \\ -\tilde{P}_d & 2 \leq \tilde{P}_d. \end{cases}$$

Нанесем на область интегрирования прямоугольную сетку, произвольно выбранный узел которой имеет координаты ϑ_i, ζ_j , $\vartheta = \vartheta_i = (i - 1) \Delta\vartheta$, $\zeta = \zeta_j = -\lambda + (j - 1) \Delta\zeta$, $\Delta\vartheta = 2\pi/k$, $\Delta\zeta = 2\lambda/n$,

$i = 1, 2, 3, \dots, (k + 1)$, $j = 1, 2, 3, \dots, (n + 1)$, где k и n — число узлов по координатам ϑ и ζ соответственно.

Производные, входящие в уравнение Рейнольдса и вычисляемые в узлах сетки, не расположенных на линиях поддува, аппроксимируются с помощью конечно-разностных соотношений, подобных соотношениям (145). Что касается производных, входящих в граничные условия (397) на линиях поддува, то при их аппроксимации приходится использовать интерполяционные полиномы Ньютона, так как на линиях поддува первые производные терпят раз-

рыв. Для значений ζ , находящихся в правой окрестности точки ζ_j , по опорным узлам $i, j, i, j + 1, i, j + 2$ можно построить следующий полином Ньютона:

$$\tilde{P}^2(\phi_j \zeta) \approx \tilde{P}_{ij}^2 + (\tilde{P}_{i, j+1}^2 - \tilde{P}_{ij}^2) \frac{\zeta - \zeta_j}{\Delta \zeta} +$$

$$+ \frac{1}{2} (\tilde{P}_{i, j+2}^2 - 2\tilde{P}_{i, j+1}^2 + \tilde{P}_{ij}^2) \frac{\zeta - \zeta_j}{\Delta \zeta} \left(\frac{\zeta - \zeta_j}{\Delta \zeta} - 1 \right), \text{ где } j = j_1, j_2.$$

Составив аналогичное выражение, относящееся к левой окрестности точки ζ_j (по опорным узлам $i, j, i, j - 1, i, j - 2$), и продифференцировав затем оба полинома, получим

$$\left(\frac{\partial \tilde{P}^2}{\partial \zeta} \right)_{\zeta \rightarrow \zeta_j + 0} \approx \frac{4\tilde{P}_{i, j+1}^2 - 3\tilde{P}_{ij}^2 - \tilde{P}_{i, j+2}^2}{2\Delta \zeta};$$

$$\left(\frac{\partial \tilde{P}^2}{\partial \zeta} \right)_{\zeta \rightarrow \zeta_j - 0} \approx \frac{\tilde{P}_{i, j-2}^2 + 3\tilde{P}_{ij}^2 - 4\tilde{P}_{i, j-1}^2}{2\Delta \zeta}.$$

Нелинейная система алгебраических уравнений, которая получается после замены производных в уравнении Рейнольдса и граничных условиях конечно-разностными выражениями, может быть решена итерационным методом Зейделя [3]. Предварительные расчеты на сетках с различными числами узлов $k \times n$ показали (для случая радиального смещения шипа под n следует понимать число узлов по координате ζ только для области $\zeta > 0$), что оптимальной по точности получаемых результатов и затратам машинного времени является сетка с числом узлов 25×13 . Для такой сетки в сравнительно широком диапазоне изменения параметров опоры можно гарантировать погрешность в пределах четвертой значащей цифры, при этом затраты машинного времени на ЭВМ М-220 в основном не превышают 10—15 мин.

Основная погрешность рассмотренного метода расчета гибридных подшипников связана с аппроксимацией дискретных отверстий поддува линией поддува. Величина этой погрешности зависит от числа устройств поддува в одном ряду. На рис. 96 приведены результаты расчета удельной подъемной силы гибридного подшипника с двумя рядами отверстий поддува. Расчет проводился как

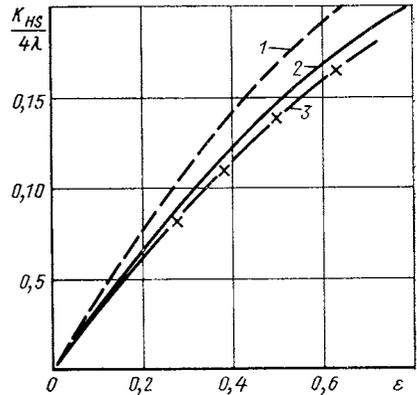


Рис. 96. Влияние на удельную подъемную силу числа отверстий поддува:

$m = 3,2, \bar{P}_a = 0,28, \kappa_s = 0, \lambda = 1,5, a = 0,5; 1$ — расчет по схеме линий поддува; 2 — расчет при $N = 6$; 3 — эксперимент [21] при $N = 6$

с использованием метода линий поддува, так и с применением метода неравномерно распределенного поддува [27], позволяющего с необходимой степенью точности учесть дискретный характер поддува (применение этого метода требует больших затрат времени при работе на ЭВМ, вследствие чего он пока не может быть рекомендован для массовых расчетов). Анализ полученных результатов показал, что аппроксимация линий поддува дает удовлетворительные результаты, если число отверстий больше восьми (на рис. 96 приведены результаты только для шести отверстий). Этот вывод распространяется и на случай применения метода линий поддува к подшипникам с другой относительной длиной, если расстояние между устройствами поддува в одном ряду меньше их расстояния до концов подшипника.

Очевидно, что чем больше отверстий в одном ряду (при одной и той же общей площади их проходных сечений), тем выше подъемная сила подшипника. Однако проведенные расчеты показали, что подъемная сила практически достигает своего предельного значения уже при числе отверстий, равном восьми, если выполнено указанное выше условие относительно расстояния этих устройств до концов подшипника. При конструировании подшипников с поддувом следует иметь в виду это обстоятельство.

Характеристики радиальных гибридных подшипников

Получаемое в результате численного интегрирования уравнения Рейнольдса поле давления позволяет определить такие интегральные характеристики, как подъемную силу, момент трения на шипе и подшипнике, угол смещения. Очевидно, что рассмотренный численный метод применим и для расчета аэростатических подшипников. Ниже приведены результаты расчетов как гибридных, так и аэростатических опор. Удельная подъемная сила для гибридного подшипника вычислялась по формуле (57), а для аэростатического подшипника — по формуле (196). При вычислении момента трения на шипе и подшипнике можно пользоваться формулой (66).

Для анализа характеристик цилиндрического гибридного подшипника необходимо исследовать влияние трех физических параметров: коэффициента режима \bar{m} , числа сжимаемости χ и относительного давления \bar{P}_a , а также трех геометрических параметров: удлинения опоры λ , относительной раздвижки линий поддува a и эксцентриситета e .

Как показывают расчеты, при конечных значениях числа сжимаемости χ_s зависимости подъемной силы от коэффициента режима (рис. 97) имеют максимумы. Значения $\bar{m} = \bar{m}_{\text{опт}}$, при которых достигается наибольшая подъемная сила, в значительной мере

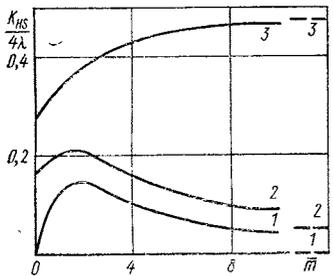


Рис. 97. Зависимость удельной подъемной силы от коэффициента режима: $P_s = 2$, $a = 0,5$, $\lambda = 1$, $\varepsilon = 0,3$; 1 — $\chi_s = 0$; 2 — $\chi_s = 2$; 3 — $\chi_s \rightarrow \infty$; штриховые кривые — $\bar{m} \rightarrow \infty$

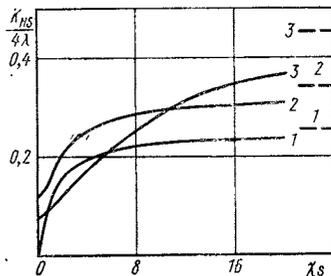


Рис. 98. Зависимость удельной подъемной силы от числа сжимаемости: $P_s = 2$, $a = 0,5$, $\lambda = 1$, $\varepsilon = 0,3$; 1 — $\bar{m} = 0$; 2 — $\bar{m} = 1$; 3 — $\bar{m} = 6$; штриховые кривые — $\chi_s \rightarrow \infty$

зависят от параметров χ_s , ε , \tilde{P}_a . Однако благодаря тому, что максимумы зависимостей $W = W(\bar{m})$ в большинстве случаев слабо выражены, особенно при больших χ_s (рис. 97), даже значительные отклонения коэффициента режима от оптимального значения приводят к сравнительно небольшому уменьшению подъемной силы.

При больших значениях параметров \bar{m} и χ_s ($\bar{m} \rightarrow \infty$, $\chi_s \rightarrow \infty$) расчет подъемной силы существенно упрощается. Исходя из физических представлений, можно прийти к выводу, что при $\bar{m} \rightarrow \infty$ величина противодавления p_d в устройстве поддува стремится к величине давления в камере поддува. Следовательно, при $\bar{m} \rightarrow \infty$ граничное условие на линии поддува существенно упрощается и приобретает вид $\tilde{P}(\vartheta, \pm a\lambda)$. С использованием этого условия получены приведенные на рис. 97 асимптотические значения подъемной силы при $\bar{m} \rightarrow \infty$.

При больших значениях χ_s ($\chi_s \rightarrow \infty$) задача допускает аналитическое решение [15], на основании которого получаются простые формулы для расчета давления и подъемной силы, использованные здесь при расчете аэродинамических характеристик гибридных подшипников.

Представленные на рис. 98 зависимости подъемной силы от χ_s имеют монотонно возрастающий характер. При $\chi_s \rightarrow \infty$ подъемная сила стремится к некоторому предельному значению (как и у подшипников без поддува), определяемому параметрами \bar{m} , \tilde{P}_a , λ , a , ε , начиная с некоторого значения числа сжимаемости χ_s , дальнейшее его увеличение практически не изменяет подъемную силу, причем это значение χ_s тем меньше, чем меньше коэффициент режима \bar{m} , входящий в качестве параметра в зависимости $K_{HS} = \tilde{K}_{HS}(\chi)$ (рис. 98). Существенным для практических приложений является

тот факт, что поддув может оказать отрицательное влияние на подъемную силу. Например, в диапазоне значений $\chi_s = 1 \dots 5$ грузоподъемность подшипника с поддувом при $\bar{m} = 6$ меньше, чем у подшипника скольжения без поддува. Это обстоятельство показывает, насколько существенным является правильный выбор параметров поддува (главным образом коэффициента режима) при конструировании подшипников с принудительной подачей газа.

Вывод о том, что поддув при определенных условиях может отрицательно влиять на характеристики подшипника, следует из рис. 99 (сплошные кривые). Действительно, в тех случаях, когда давление окружающей среды мало отличается от давления в камере нагнетания ($\bar{P}_a \rightarrow 1$), подъемная сила подшипника оказывается тем больше, чем меньше коэффициент режима. Приведенные на рис. 99 зависимости $K_{HS} = K_{HS}(\bar{P}_a)$ при постоянном \bar{m} (штриховые линии) свидетельствуют о том, что повышение противодействия благоприятно сказывается тогда, когда подъемная сила создается в основном за счет вращения шипа $\chi \gg 1$. При работе подшипника в режиме подвеса (без вращения шипа), а также при малых значениях χ с ростом противодействия подъемная сила убывает.

Из рис. 100 следует, что если подшипник работает как подвес, то его жесткость $\partial K_H / \partial \varepsilon$ при $\varepsilon < 0,5$ почти постоянна, а при $\varepsilon > 0,5$ несколько убывает. При переходе из режима подвеса в гибридный режим подъемная сила и жесткость возрастают, причем при $\varepsilon > 0,5$ жесткость гибридного подшипника в отличие от подвеса увеличивается с возрастанием ε .

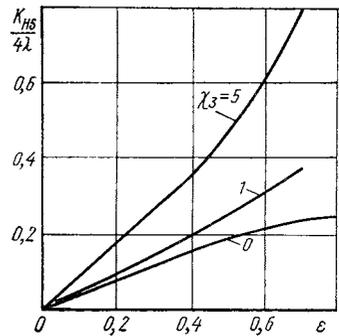
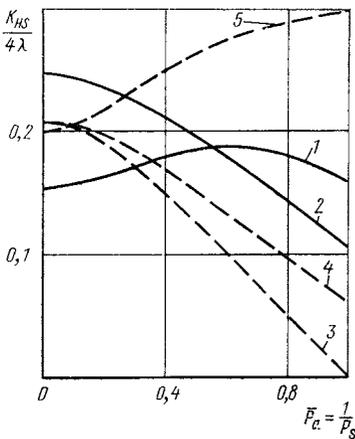


Рис. 99. Зависимость удельной подъемной силы от относительного давления P_S : $a = 0,5$, $\lambda = 1$, $\varepsilon = 0,3$; сплошные линии: $\chi_s = 2$; 1 — $\bar{m} = 0,5$; 2 — $\bar{m} = 2$; штриховые линии: $\bar{m} = 1$; 3 — $\chi_s = 0$; 4 — $\chi_s = 1$; 5 — $\chi_s = 5$

Рис. 100. Зависимость удельной подъемной силы от эксцентриситета: $\bar{m} = 1$, $P_S = 2$, $a = 0,5$, $\lambda = 1$

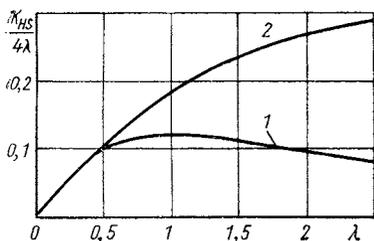
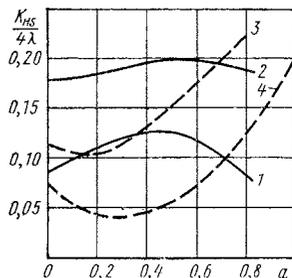


Рис. 101. Зависимость удельной подъемной силы от удлинения:

$P_s = 2$, $a = 0,5$, $\epsilon = 0,4$; 1 — $\bar{m} = 0,5$, $\chi_s = 0$; 2 — $\bar{m} = 0,5$, $\chi_s = 1$

Рис. 102. Зависимость удельной подъемной силы от расположения линий поддува:

$P_s = 2$, $\lambda = 1$, $\epsilon = 0,3$; 1 — $\bar{m} = 1$, $\chi_s = 0$; 2 — $\bar{m} = 1$, $\chi_s = 2$; 3 — $\bar{m} = 2$, $\chi_s = 4$; 4 — $\chi_s = 2$, $\bar{m} \rightarrow \infty$



Приведенные на рис. 101 зависимости коэффициента подъемной силы от удлинения свидетельствуют о том, что в том случае, когда подъемная сила создается в основном за счет вращения шипа (кривая 2), зависимость $K_{HS}/4\lambda = f(\lambda)$ имеет монотонно возрастающий характер, причем зависимость абсолютной величины подъемной силы $W = K_{HS} r^2 p_s$ от λ оказывается более сильной, чем по закону прямой пропорциональности. Если же подъемная сила создается главным образом принудительным поддувом (кривая 1), то только до некоторого значения λ (для кривой до $\lambda \approx 1$) абсолютная величина подъемной силы увеличивается с возрастанием удлинения более быстро, чем по закону прямой пропорциональности. При дальнейшем увеличении λ темп роста подъемной силы сначала замедляется, а затем подъемная сила начнет уменьшаться и при $\lambda \rightarrow \infty$ W будет стремиться к нулю. Это объясняется тем, что неограниченное увеличение удлинения опоры приведет к неограниченному увеличению аэродинамического сопротивления и соответственно к выравниванию давления в окружном направлении.

Перейдем к рассмотрению влияния местоположения линий поддува, характеризуемого параметром a (рис. 102). Независимо от величины числа засасываемости при прочих неизменных параметрах (кривые 1, 2) зависимости подъемной силы от положения линий поддува имеют одинаковый характер, причем в сравнительно широком диапазоне величин параметра a изменения подъемной силы оказываются незначительными. Зависимости $K_{HS} = K_{HS}(a)$, полученные при постоянном значении и при варьировании параметра \bar{m} (кривые 3, 4), имеют четко выраженные минимумы. Объяснить физический смысл этих минимумов проще всего на примере больших значений параметра \bar{m} ($\bar{m} \rightarrow \infty$). В этом случае окрестности, прилегающие к линии поддува, не оказывают влияния на подъемную силу, так как при $\bar{m} \rightarrow \infty$ давление на всей линии поддува выравнивается и стремится к p_s . Наличие двух близко расположен-

ных линий поддува $a = 0, 2, \dots, 0, 4$ приводит к тому, что вся область между ними мало влияет на суммарную подъемную силу.

Область с малыми изменениями давления по координате φ оказывается больше, чем в случае одной линии поддува $a = 0$. Увеличение раздвижки $a > 0,4$ приводит к повышению давления в торцовых областях подшипника. В этом случае средняя часть подшипника создает подъемную силу в основном за счет эффекта клина. Такое увеличение раздвижки можно интерпретировать как переход к подшипнику без поддува, но с повышенным давлением окружающей среды, а повышение давления окружающей среды увеличивает подъемную силу, если она создается в основном за счет эффекта клина.

Для расчета момента сопротивления можно, так же как и в случае аэродинамического подшипника, пользоваться формулой (66).

В практических приложениях иногда более удобным оказывается использование интегральных характеристик, при вычислении которых в качестве масштаба принято атмосферное давление [формулы (57)]. По зависимостям, приведенным на рис. 103, 104, можно проследить, как повышение давления в камере поддува, которое характеризуется безразмерным параметром P_s , влияет на подъемную силу гибридной опоры. По оси абсцисс на рис. 103 отложена величина коэффициента режима в линейном относительно $\arctg t$ масштабе, что позволяет графически отразить весь диапазон изменения коэффициента режима от 0 до ∞ . Из рис. 103 следует, что оптимальное значение коэффициента режима не зависит от давления в камере поддува и для подшипника единичного

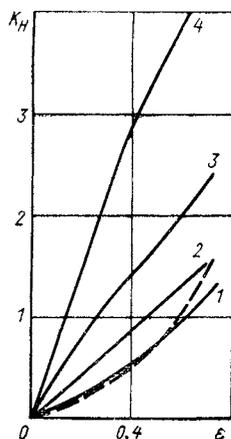
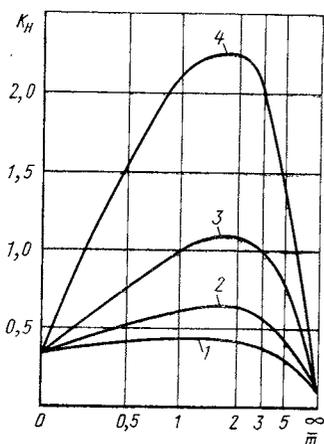


Рис. 103. Зависимость удельной подъемной силы K_n от коэффициента режима:

$\chi = 5, a = 0,5, \varepsilon = 0,3, \lambda = 1; 1 - P_s = 2; 2 - P_s = 3; 3 - P_s = 5; 4 - P_s = 10$

Рис. 104. Зависимость удельной подъемной силы K_n от эксцентриситета:

$\chi = 5, t = 2, a = 0,5, \lambda = 1; 1 - P_s = 2; 2 - P_s = 3; 3 - P_s = 5; 4 - P_s = 10;$
штриховая линия — $\bar{m} = 0$

удлинения с двумя рядами отверстий поддува, расположенными от краев подшипника на расстоянии $1/4$ его длины.

Это значение коэффициента режима было принято при расчете характеристик, приведенных на рис. 104.

В заключение анализа влияния параметров подшипника на его аэродинамические характеристики отметим, что увеличением давления в камере поддува при сохранении неизменным коэффициента режима можно теоретически добиться неограниченного роста абсолютной величины подъемной силы. Однако следует иметь в виду, что значительное повышение давления поддува усилит влияние инерционных эффектов в смазочном слое, что может замедлить рост подъемной силы и, самое главное, привести к появлению колебаний типа «пневмомолотка». Необходимо еще обратить внимание на то обстоятельство, что при варьировании давления поддува p_s следует для сохранения неизменным значения коэффициента режима, который тоже зависит от p_s , варьировать еще, по крайней мере, один параметр, входящий в выражение для \bar{m} . На основании формул (397) и (202) и имеющей место пропорциональной зависимости между плотностью и давлением (для изотермического случая) приходим к выводу, что коэффициент режима пропорционален следующему комплексу:

$$\bar{m} \sim \mu d^2 N / (c^3 p_s),$$

где N — число устройств поддува; d — диаметр отверстия в диафрагме.

Таким образом, при увеличении p_s надо либо соответствующим образом увеличивать общую площадь проходного сечения устройств поддува (диаметр d или число устройств N), либо уменьшать средний зазор c . При этом следует иметь в виду, что при варьировании величины среднего зазора c соотношение между высотой зазора в районе каждого устройства поддува h (при заданной величине эксцентриситета) и диаметром кармана d_1 должно удовлетворять условию $d_1 h > d^2/4$, характерному для устройств поддува типа «простая диафрагма» (напомним, что именно для этого типа устройств поддува сделаны все расчеты в данной главе).

Расчет гибридного подшипника (пример расчета)

Изложенным выше методом численного интегрирования уравнения Рейнольдса были получены таблицы значений расчетных параметров гибридных (приложение 2) и аэростатических (приложение 3) подшипников. Большое число параметров ($\chi, \bar{P}_a, m, \lambda, a, \epsilon$), от которых зависят аэродинамические характеристики гибридных подшипников, не позволяет представить достаточно подробные таблицы с таким расчетом, чтобы с их помощью

можно было получить основные данные, необходимые при конструировании различных узлов с газовыми подшипниками.

Объем таблиц удалось сократить, используя следующие соображения. В интервале изменения удлинения подшипника λ от 1 до 1,5 зависимость подъемной силы от удлинения близка к линейной, поэтому в таблицах приведены данные только для двух значений $\lambda = 1$ и 1,5. Для промежуточных значений λ подъемная сила может быть определена линейным интерполированием, причем ошибка в ее определении не будет превышать нескольких процентов. Кроме того, было замечено, что для гибридных подшипников величина оптимального значения коэффициента режима слабо зависит от числа сжимаемости и эксцентриситета (при небольших значениях последнего). Поэтому приведенные табличные данные получены для значений коэффициента режима, равных оптимальным значениям этого критерия, соответствующим случаю $\chi = 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$. Эти оптимальные значения коэффициентов режима, в свою очередь, определялись с помощью аналитического решения, изложенного в гл. VII.

При больших эксцентриситетах ($0,5 < \varepsilon < 0,7$) оптимальное значение коэффициента режима может заметно отличаться от принятого в расчетах, однако и в этом случае отличие подъемной силы от максимального его значения не будет превышать 10%.

Порядок пользования таблицами для расчета подшипников с поддувом поясним примером.

Пример. Определим подъемную силу рассмотренного выше подшипника электрошпинделя мод. А48, который совершает 48 тыс. об/мин. Допустимый минимальный зазор $h_0 \text{ min} = 3$ мкм. Для увеличения подъемной силы используем поддув.

Исходные данные: $D = 2r = 3,2$ см, $L = 4,8$ см (т. е. $\lambda = 1,5$), $c = 10$ мкм $= 10^{-3}$ см, $\omega = 5 \cdot 10^3$ 1/с, два ряда устройств поддува с общим числом устройств $N = 16$ расположены на расстоянии 1,2 см от краев подшипника ($a = 0,5$), $p_s = 5$ кгс/см², $\rho_s = 625 \cdot 10^{-3}$ кгс·с²/см⁴, $p_a = 1$ кгс/см², $\mu = 1,9 \cdot 10^{-10}$ кгс·с/см².

На основании исходных данных определяем $\varepsilon = (c - h_{\text{min}})/c = 0,7$; $P_s = p_s/p_a = 5$; $\chi/6 = 2,43$.

1. Из табл. 3 прил. 2 находим $\bar{m} = 1,48$. Для определения удельной подъемной силы воспользуемся линейной интерполяцией на интервале изменения параметра $\chi/6$ от 1 до 3. При $\chi/6 = 1$ и $\varepsilon = 0,7$ удельная подъемная сила равна (см. табл. 3) $K_n = 2,41$, а при $\chi/6 = 3$ $K_n = 3,36$. Для $\chi/6 = 2,43$ будем иметь

$$K_n |_{\chi/6=2,43} = \frac{K_n |_{\chi/6=3} - K_n |_{\chi/6=1}}{3 - 1} (2,43 - 1) + K_n |_{\chi/6=1} = \\ = \frac{3,36 - 2,41}{2} 1,43 + 2,41 \approx 3,09.$$

Подъемная сила $W = K_n DL/p_a = 3,09 \cdot 15,4 = 47,5$ кгс.

Использование поддува (применение гибридного подшипника вместо ранее рассмотренного аэродинамического подшипника) позволяет увеличить подъемную силу примерно на 16 кгс.

В том случае, когда число сжимаемости оказывается больше восемнадцати ($\chi/6 > 3$), для определения с помощью таблиц удельной подъемной силы целесообразно воспользоваться графической интерполяцией, построив зависимость $K_n = f(\chi)$ в линейном относительно величины $\arctg \chi$ масштабе.

II. Определим подъемную силу подшипника, создаваемую только поддувом (когда ротор не вращается). В этом случае $\chi = 0$, и из табл. 3 имеем $K_H = 1,50$. Подъемная сила $W = K_H \cdot 15,4 = 1,5 \cdot 15,4 = 23$ кгс.

III. Определим диаметр отверстия в диафрагме. На основании формул (397) и (206) имеем

$$d = \sqrt{\frac{\overline{mc^3} \sqrt{p_s \rho_s}}{2,03 \mu N}} = \sqrt{\frac{1,48 \cdot 10^{-9} \sqrt{5 \cdot 0,625 \cdot 10^{-8}}}{2,03 \cdot 1,9 \cdot 10^{-10} \cdot 16}} \approx \\ \approx 0,65 \cdot 10^{-2} \text{ см} = 0,065 \text{ мм.}$$

IV. Выясним, на сколько увеличится подъемная сила, если увеличим давление наддува до 10 кгс/см^2 ($P_s = 10$).

Из табл. 3 прил. 2 находим $\overline{m} = 1,47$. Для эксцентриситета $\varepsilon = 0,7$ в таблице нет значений удельной подъемной силы. Получим эти значения графическим экстраполированием зависимостей $K_H = K_H(\varepsilon)$ в точку $\varepsilon = 0,7$. Будем иметь: $K_H|_{\chi/6=6} \approx 4,2$, $K_H|_{\chi/6=3} = 4,7$ при $\varepsilon = 0,7$. Затем так же, как в п. I, определим K_H при $\chi/6 = 2,43$:

$$K_H|_{\chi/6=2,43} = \frac{4,7 - 4,2}{2} \cdot 1,43 + 4,2 \approx 4,6.$$

Подъемная сила $W = K_H = 15,4 = 4,6 \cdot 15 \cdot 4 \approx 71$ кгс.

Поскольку повышение давления поддува приводит к соответствующему повышению плотности воздуха ($\rho_s = 1,25 \cdot 10^{-8} \text{ кгс}^2/\text{см}^4$), а кроме того, по сравнению с предыдущим примером изменилось оптимальное значение коэффициента режима, то для достижения расчетной величины подъемной силы необходимо изменить диаметры отверстий в диафрагмах.

По аналогии с п. III

$$d = \sqrt{\frac{1,98 \cdot 10^{-9} \sqrt{10 \cdot 1,25 \cdot 10^{-8}}}{2,03 \cdot 1,9 \cdot 10^{-10} \cdot 16}} = 1,065 \cdot 10^{-2} \text{ см} \approx 0,11 \text{ мм.}$$

V. В случае, когда требуется получить максимально возможную подъемную силу в условиях п. III, можно воспользоваться таблицами прилож. 3. Из табл. 9 и построенного по данным этой таблицы рис. 67 находим $m_{\text{опт}}|_{\varepsilon=0,7} \approx 0,75$ вместо $\overline{m} = 1,48$, соответствующего максимальной жесткости при $\varepsilon \rightarrow 0$. При этом $K_{\text{нс}} = 1,92$, а подъемная сила по формуле (223)

$$W = K_{\text{нс}} r^2 p_s = 1,92 \cdot 1,6^2 \cdot 5 = 24,6 \text{ кгс,}$$

т. е. всего на 8% больше полученного в п. II. Это подтверждает оправданность построения расчетных таблиц прилож. 2 для значений $\overline{m}_{\text{опт}}$, определенных аналитически в гл. VIII.

XII

Глава

Конструкции узлов на аэростатических опорах

Металлорежущие станки

Плоские аэростатические направляющие столов.

Сравнительные исследования [6, 39] показали, что аэростатические направляющие эффективно применять в тех группах металлорежущих станков, где они не подвержены значительным динамическим нагрузкам, существенно снижающим их жесткость. В связи с этим металлорежущие станки: горизонтально-фрезерный, вертикальный двухкоординатный фрезерный и тяжелый токарный, оснащенные аэростатическими направляющими, при испытаниях не показали лучших результатов по сравнению с аналогичными станками, оснащенными обычными направляющими.

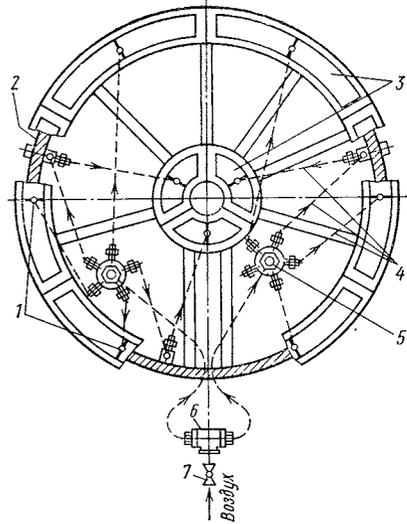
Наиболее перспективным следует считать применение аэростатических направляющих в координатных, расточных, шлифовальных станках либо в прецизионных станках с автоматическим управлением положения. К направляющим таких станков предъявляют очень высокие требования в части жесткости, обеспечения плавности движения на предельно малых скоростях (до сотых долей миллиметра в минуту) и надежной периодической подачи на минимальную величину (до 0,5 мкм). Этим требованиям удовлетворяют аэростатические направляющие. При их применении полностью устраняются скачкообразные движения подвижных узлов, вызванные наличием трения в направляющих.

Плоские кольцевые аэростатические направляющие поворотного стола горизонтально-расточного станка мод. 2620А показаны на рис. 105. Система распределения воздуха в них выполнена на направляющих верхних саней, что позволило упростить подвод воздуха, так как верхние сани не имеют круглого перемещения и шланг для подвода воздуха не мешает обслуживанию станка. Для удобства отладки дроссели выведены на наружную цилиндрическую поверхность верхних саней. Площади наружных и внутренних плоских кольцевых направляющих соответственно равны 2212 и 765 см².

Стол перед окончательной обработкой подвергали искусственному старению в соответствии с рекомендациями ЭНИМСа по изготовлению базовых деталей прецизионных станков, после чего

Рис. 105. Аэростатические направляющие поворотного стола горизонтально-расточного станка мод. 2620А:

1 — отверстие поддува; 2 — дроссель; 3 — секция опор; 4 — подвод воздуха; 5 — регулятор давления; 6 — тройник; 7 — кран



рабочие поверхности направляющих шабрили окончательно. Качество обработки определяли по шабровочным пятнам, число которых на квадрате со стороной 2,5 см было не менее 20.

После отладки дросселей при давлении поддува 5 кгс/см^2 поворотный стол с полезной нагрузкой 2500 кгс полностью всплывал на воздушной подушке. При этом момент, необходимый для трогания поворотного стола с места, не превышал $0,14 \text{ кгс}\cdot\text{м}$. Такой незначительный момент трогания с места позволил существенно упростить конструкцию механического привода стола путем упразднения некоторых элементов передачи движения, включая и большие зубчатые колеса с внутренним зацеплением.

Эксперименты с аэростатическими направляющими [6] показали, что с прекращением подачи сжатого воздуха посадка подвижного звена происходит за доли секунды. Это время можно еще сократить путем применения вакуумного прижима. Легкость привода и быстрота посадки подвижного элемента позволили применить воздух в качестве смазки направляющих делительных и монтажных поворотных столов. Поворотные столы на аэростатических направляющих американской фирмы Шеффилд нашли широкое применение в координатно-расточных, координатно-шлифовальных, фрезерных, сверлильных и плоскошлифовальных станках, а также для точного контроля и монтажа. Столы на таких опорах отличаются быстротой и точностью позиционирования. Незначительное трение в направляющих дает возможность без существенных усилий поворачивать стол на определенный угол и точно устанавливать тяжелые детали. Быстрота посадки и зажима стола обеспечивается вакуумным прижимом. Стандартные столы фирмы Шеффилд имеют диаметр от 300 до 3000 мм.

Тяжелый поворотный стол с цифровым программным управлением, оснащенный аэростатическими опорами, разработан Национальной промышленной лабораторией Англии (NEL) [6]. Его назначение — поворот подвижного узла с последующей фиксацией стола для механической обработки детали, закрепленной на нем. Применение роликовых направляющих для восприятия осе-

вых сил не оправдало себя, так как большая величина этих сил является причиной его деформации и наклепа опорных поверхностей роликами. Плоские аэростатические направляющие довольно большой ширины лишены указанных недостатков.

Стол имеет диаметр 1980 мм и массу около 1630 кг. Опоры рассчитаны на максимальную массу 3200 кг, таким образом осевая нагрузка может изменяться от 1630 до 4800 кгс и более, при этом величина зазора изменяется с 0,063 до 0,038 мм. Такая разница нарушает работу системы угловых измерений, и для того, чтобы снизить ее до приемлемых величин (менее 0,005 мм), использована система обратной связи, увеличивающая подводимое давление при возрастании нагрузки.

Аэростатические опоры шлифовальных станков. Шлифовальные шпиндели с аэростатическими опорами были впервые введены в практику фирмой Черчилль, выпустившей гамму из 16 станков различного назначения, оснащенных бабками с аэростатическими опорами. Благодаря низкому коэффициенту трения в аэростатических опорах в них практически устраняется нагрев, станок непосредственно после включения готов к работе, тогда как при использовании опор с жидкостной смазкой вследствие значительных тепловых деформаций приходится вводить 1,5—2-часовой период холостого пробега, увеличивается полезная мощность, оказывается возможным проводить балансировку круга непосредственно на станке в собственных опорах.

Сжимаемость газов (воздуха) способствует усреднению геометрических погрешностей рабочих поверхностей, благодаря чему точность вращения в 10—20 раз выше точности изготовления опор, соответственно повышается качество обработки.

Благодаря повышенной плавности вращения шлифовальный круг во время работы засаливается меньше, и его можно реже править, следовательно, срок службы круга и алмаза увеличивается.

И, наконец, следует отметить такое важное преимущество аэростатических опор по сравнению с опорами качения и смешанного трения, как отсутствие контакта между рабочими поверхностями, разделяемыми слоем газа (воздуха), а следовательно, отсутствие изнашивания. Благодаря этому точностные показатели станка сохраняются в течение всего срока его службы.

В ЭНИМСе на базе универсального круглошлифовального станка нормальной точности спроектирован и изготовлен станок высокой точности, шпиндель шлифовального круга и каретка поперечной подачи которого покоятся на аэростатических опорах (рис. 106). Гидравлический привод стола размещен в станине. Привод каретки поперечной подачи осуществлен с помощью винта и полугайки. Зазор в соединении ликвидируется с помощью груза, прикрепленного цепью к гайке.

Аэростатические направляющие каретки поперечной подачи выбраны простой формы (рис. 107). Накладные направляющие станка 1 представляют комбинацию плоских открытых 12 и пло-

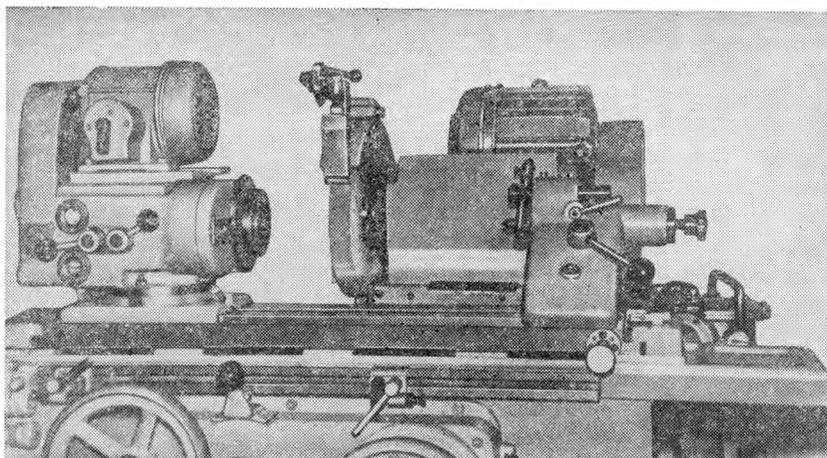


Рис. 106. Круглошлифовальный станок конструкции ЭНИМС со шпинделем шлифовального круга и кареткой поперечной подачи на аэростатических направляющих

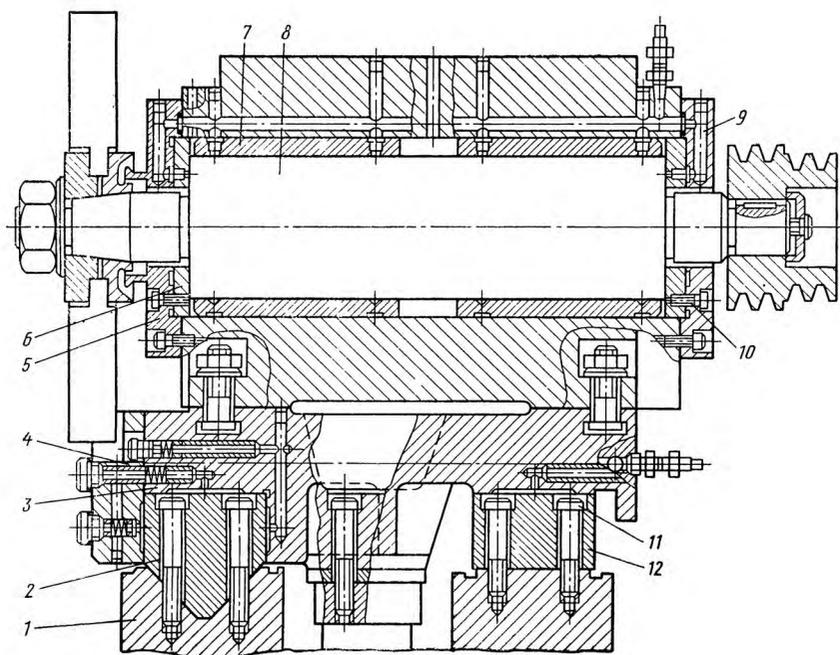


Рис. 107. Бабка шлифовального круга на аэростатических направляющих

ских закрытых 2 направляющих. Чугунные накладные направляющие прикреплены к станине винтами 11. Гнезда винтов залиты эпоксидным клеем, напльвы клея срезаны шабером. Закрытые направляющие образованы вертикальной плоскостью каретки 3 и накладной планкой 4. При шабрении каретки обращено внимание на выполнение технических условий по расположению горизонтальных направляющих в одной плоскости и перпендикулярности к ним поверхности, образующей прямой угол. Общий рабочий зазор в замкнутых направляющих, равный 0,04 мм, выдержан подшлифованием привалочной плоскости накладной планки 4 по контрольным измерениям. Такая конструкция закрытых плоских направляющих позволила легко их выполнить с необходимой точностью.

Открытые аэростатические направляющие разнесены по ширине каретки и имеют размеры 85×460 мм. Каждая направляющая разбита на две секции, разделенные дренажными каналами (см. рис. 115, б). Секция имеет одно отверстие поддува диаметром 0,4 мм для подачи воздуха в смазочный зазор и распределительные микроканавки, образующие замкнутый контур, для развода воздуха по площади секции. Глубина микроканалов равна 0,5—0,7 мм, угол профиля 60° . Расстояние микроканалов от края направляющей 15 мм. Отверстие поддува с центральной микроканавкой смещены от середины секции к торцу направляющей. Закрытые аэростатические направляющие состоят из двух плоских направляющих размером 47×460 мм. Система поддува и распределения воздуха спроектирована аналогичным образом и отличается только глубиной микроканалов, она равна 0,4—0,65 мм.

Расположение отверстий поддува, микроканалов и их размеры выбраны из соображений достижения возможно большей угловой жесткости каретки путем приближения отверстий поддува к ее краям и создания виброустойчивой системы распределения воздуха при возможно большей жесткости воздушного слоя.

Шпиндель шлифовального круга 8 вращается в двух радиальных аэростатических подшипниках диаметром 95 мм и длиной 140 мм каждый. Шпиндель имеет простую цилиндрическую форму, позволяющую легко его обрабатывать с необходимой точностью. Торцы шпинделя вместе с фланцами образуют два плоских осевых аэростатических подпятника 6 и 10.

К радиальным и осевым опорам шлифовального шпинделя воздух поступает через внутренние каналы. Каналы соединены с круговыми проточками бронзовых вкладышей 7, откуда воздух, пройдя через отверстия поддува, попадает в круговые микроканавки на внутренней поверхности вкладыша. Затем часть воздуха распространяется по смазочному зазору подшипника между микроканавками, и в этой зоне устанавливается определенное давление, а другая часть воздуха направляется к краям подшипника и выходит в окружающую среду. К осевым опорам (подпятникам) воздух подается через систему каналов в корпусе шпинделя и фланцах 5

и 9 и отверстия поддува во вкладышах. Для устранения утечек воздуха в местах стыка введены уплотнительные кольца.

Краткая техническая характеристика радиальных и осевых аэростатических опор шлифовального шпинделя и аэростатических направляющих каретки поперечной подачи универсального круглошлифовального станка конструкции ЭНИМСа

Шлифовальный шпиндель

Мощность привода, кВт	2,0
Частота вращения, об/мин	2500
Масса шпинделя со шлифовальным кругом и шкивом, кг	29
Давление поддува, кгс/см ²	3,5
Общий расход воздуха, м ³ /ч	10
Диаметр шлифовального круга, мм	300
Ширина шлифовального круга, мм	40

Радиальная опора (подшипник)

Расстояние отверстий поддува от торца подшипника, мм	15
Число отверстий поддува в каждом ряду	6
Диаметр отверстий поддува, мм	0,4
Диаметральный зазор, мм	0,03
Максимальная радиальная нагрузка на шлифовальный круг, кгс	15
Радиальная жесткость на круге, кгс/мкм	2,6

Осевая опора (подпятник)

Площадь поверхности, см ²	54
Диаметр окружности расположения центров отверстий поддува, мм	70
Число отверстий поддува	3
Диаметр отверстий поддува, мм	0,4
Суммарный осевой зазор, мм	0,04
Максимальная осевая нагрузка на шлифовальный круг, кгс	50
Осевая жесткость на круге, кгс/мкм	6,5

Направляющие каретки поперечной подачи

Жесткость открытых направляющих в вертикальной плоскости, кгс/мкм	30
Жесткость закрытых направляющих в горизонтальной плоскости, кгс/мкм	17

В описанной конструкции шпинделя привод шлифовального круга осуществляется клиновым ремнем, причем вал электродвигателя также вращается в аэростатических опорах, что сделано с целью уменьшения вибрации. При такой схеме возможны повреждения заднего подшипника вследствие перетяжки ремня, и неизбежны толчки, возникающие по причине неравномерной толщины ремня. Предпочтительнее поэтому схема с встроенным приводом. Созданный на этой основе шлифовальный электрошпиндель мод. ША-4 (рис. 108) получил широкое распространение на подшипниковых заводах, в частности на ГПЗ 5, где такие шпиндели установлены на 15 круглошлифовальных станках-автоматах взамен шпинделей на шарикоподшипниках [12]. В течение семилетней эксплуатации шпиндель хорошо изучен, что позволило выявить особенности конструкции, технологии и эксплуатации и, что особенно важно, преимущества, создаваемые использованием воздушных опор в подобных устройствах.

Техническая характеристика электрошпинделя ША-4

Частота вращения, об/мин	3000
Мощность на валу, Вт	400
Мощность холостого хода, Вт	90
Диаметр вала, мм	75
Диаметральный зазор, мм	0,035—0,04
Жесткость, кгс/мкм:	
радиальная (на круге)	2,5—2,9
осевая	3,9
Допустимая нагрузка, кгс:	
радиальная	46
осевая	60
Погрешность изготовления, мкм:	
некруглость шейки вала	1
конусообразность шейки вала	2
некруглость и конусообразность подшипника	3
Биение оси вала при вращении, мкм	0,2

Как видно, погрешность изготовления шейки вала и подшипника до 15 раз превосходит биение оси вала при вращении, что является результатом усреднения погрешностей рабочих поверхностей газовым смазочным слоем. Этот эффект свойствен только газовой смазке и обусловлен ее сжимаемостью, благодаря которой исключается возникновение кавитационных пустот в зонах изменения зазора при вращении и, следовательно, устраняются резкие колебания подъемной силы, вызывающие биение вала.

Опыт и теория показывают, что величина зазора 35—40 мкм является оптимальной для данных размеров и уровня точности изготовления. Если зазор уменьшить, то относительные колебания его величины при вращении возрастут, что приведет к увеличению биения вала. Увеличение зазора также невыгодно, так как при этом снижается жесткость смазочного слоя и возрастает расход сжатого воздуха, пропорциональный кубу зазора.

Достоинства шпинделей на аэростатических опорах, изложенные выше, способствовали их применению в сходных узлах, например, в передней бабке тяжелого универсального внутришлифовального станка (рис. 109) [12]. Многократное увеличение массы шпинделя устранило влияние дисбаланса обрабатываемой

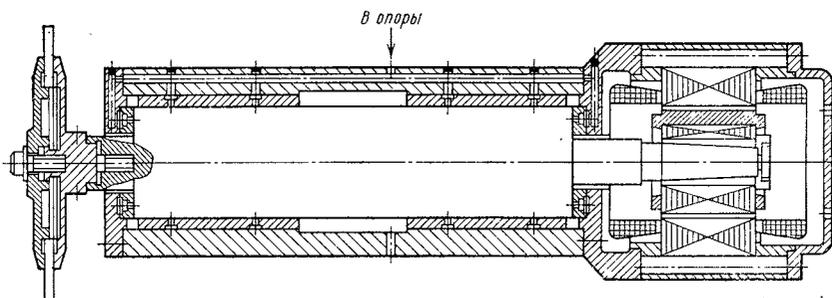


Рис. 108. Электрошпиндель мод. ША-4 для наружного шлифования

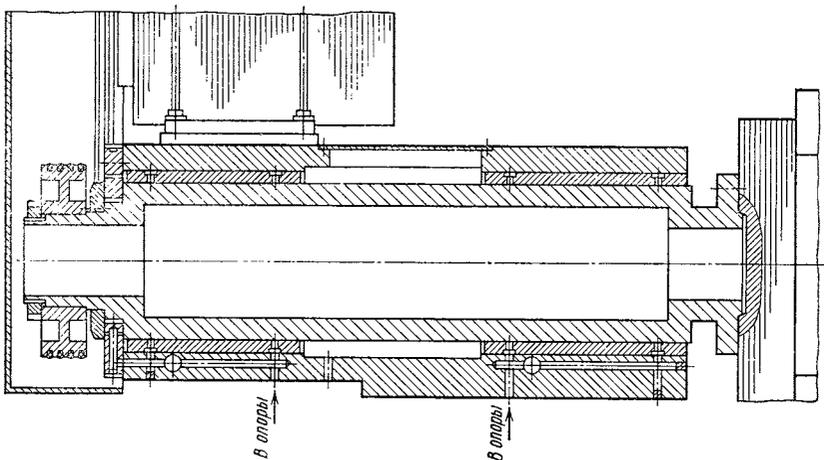


Рис. 109. Бабка изделия тяжелого внутришлифовального станка

заготовки; исключен также неподвижный центр, что стало возможно благодаря большой точности вращения шпинделя. Диаметр шпинделя должен быть максимально возможным, так как при скорости 2000—3000 об/мин потери на трение в газовом смазочном слое ничтожно малы. Так, в передней бабке упомянутого тяжелого внутришлифовального станка шпиндель имеет диаметр 220 мм, что позволило получить радиальную жесткость в зоне резания 19 кгс/мкм при массе шпинделя 70 кг. Овальность и конусообразность заготовки диаметром 200 мм, шлифованной в патроне с этим шпинделем, не превышает 1 мкм. Бабка находится в непрерывной эксплуатации на заводе «Станкоконструкция» более пяти лет и признаков износа и снижения точности обработки не наблюдается.

Разработана и серийно производится гамма высокоточных станков для двустороннего обтачивания, наружного и внутреннего шлифования, а также шлифования центров деталей приборов. Все основные узлы этих станков — шлифовальные и передние бабки, расточные головки и прочие имеют опоры с воздушной смазкой. Кроме того, станки комплектуют пневмошпинделями А20/40, А30/100, поставляемыми Московским заводом скоростных прецизионных электроприводов.

Измерительные устройства

Сравнительно легко достижимая высокая точность, плавность вращения и поступательного перемещения, ничтожно малое трение и простота конструкции, обусловленная отсутствием уплотнений, делает аэроэстатические опоры особенно удобными

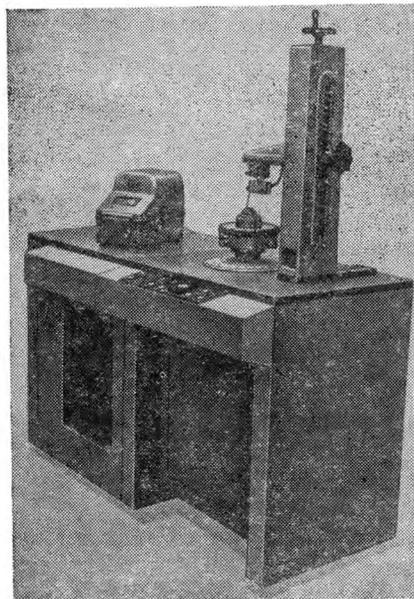


Рис. 110. Прибор для контроля круглости и прямолинейности мод. МС-44

в разнообразных метрологических машинах и приборах. В настоящее время известно много примеров использования опор вращения и плоских направляющих: машины для измерения некруглости, координатно-измерительные машины, машины для измерения шага винтов, приборы для измерения отклонения от прямолинейности и др.

Ряд зарубежных фирм, например ОМТ (Англия), Федерал (США), Токио Сэймицу (Япония), разработали и серийно выпускают кругломеры, в которых подвижный элемент — стол — вращается в аэростатических опорах.

В ЭНИМСе спроектирован кругломер мод. МС-44 (рис. 110) [21], предназначенный для контроля точности формы поверхностей вращения по трем основ-

ным параметрам: некруглости поперечного сечения, прямолинейности образующей, нецилиндричности (контроль по спирали), а также для регистрации других отклонений деталей от правильной геометрической формы (несоосности, неперпендикулярности торцов и буртов относительно оси вращения, неплоскостности торцовых поверхностей).

Действие прибора основано на прецизионном вращении и прямолинейном перемещении проверяемой детали относительно неподвижного датчика малых линейных перемещений. Прибор смонтирован на массивном литом основании коробчатой формы, установленном на четырех регулируемых по высоте опорах. Узлы пневмосети и электроавтоматики вынесены в отдельную тумбу. Сигналы датчика после усиления в электронном блоке измерительной системы поступают в самописец, обеспечивающий запись в прямоугольных и полярных координатах. Проверяемую деталь устанавливают на стол и выставляют соосно с ним при помощи механизмов центрирования и нивелирования. Необходимая точность вращения и прямолинейного перемещения детали обеспечиваются аэростатическими опорами стола.

Стол 1 (рис. 111) закреплен на шпинделе 2, вращающемся во втулке 4, в которой выполнена система поддува. Сжатый воздух от сети после очистки и стабилизации давления поступает во втулку и далее в рабочие зазоры двух радиальных опор, каждая из кото-

рых имеет два ряда питающих отверстий диаметром 0,2 мм, по восемь в ряду. Отверстия просверлены в латунных жиклерах, посаженных в отверстия втулки по скользящей посадке на эпоксидном клее, обеспечивающем прочное и герметичное соединение. В осевом направлении шпindelь поддерживается кольцевым подпятником 12, имеющим отдельный подвод сжатого воздуха, который поступает в зазор через восемь отверстий, расположенных по окружности. Подпятник установлен на сферической опоре 13, закрепленной на поперечине 15, перемещаемой винтом 17 через гайку 14 по скалкам 16. Винт установлен на подшипниках качения и приводится во вращение отдельным электродвигателем через шкив 18 посредством зубчатого ремня.

Сферическая опора подпятника позволяет компенсировать повороты поперечины при ее перемещении по скалкам. Возможные радиальные перемещения подпятника не влияют на положения шпинделя благодаря малому трению в воздушном слое.

Вращение шпинделю сообщается от отдельного электродвигателя через шестерню 7, сидящую на корпусе втулки 4 на шариках, скалки 9 и 10 и поводок. Такая передача вращения исключает радиальные нагрузки на шпindelь, которые могли бы создать дополнительную погрешность его вращения.

Для обеспечения надежной работы прибора в пневматическую систему встроено реле давления, выключающее приводы вращения и продольного перемещения стола при избыточном давлении воздуха в сети ниже 4,5 кгс/см². Для проверки оптимальности соотношения диаметра с зазором из зазора верхнего подшипника выведена медная трубочка 5. Соединив ее в процессе отладки с манометром, проверяют величину абсолютного давления в зазоре. Если отношение этого давления к абсолютному давлению в сети

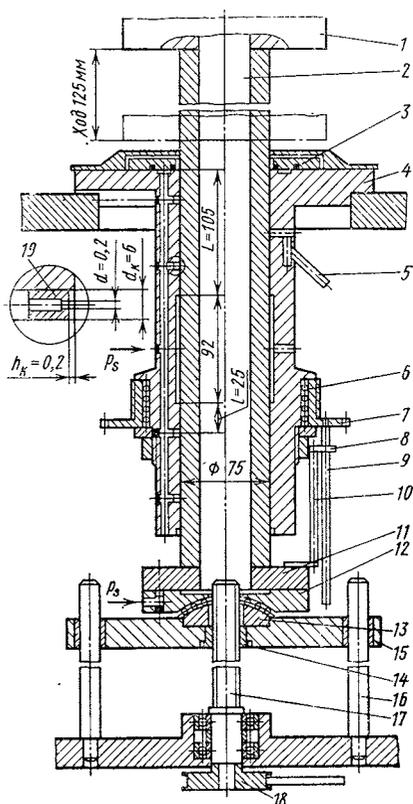


Рис. 111. Конструкция опор стола прибора мод. МС-44:

1 — стол; 2 — шпindelь; 3 — распределитель; 4 — опорная втулка; 5 — трубочка для контроля давления в подшипнике; 6 — подшипник качения; 7 — шестерня; 8 — поводок; 9, 10 — скалки; 11 — пята; 12 — подпятник; 13 — сферическая опора качения; 14 — гайка; 15 — поперечина; 16 — скалки; 17 — винт; 18 — шкив; 19 — жиклер

отличается от оптимального (около 0,7, см. гл. VII), то соответственно изменяют диаметр питающих отверстий.

Прибор обеспечивает значительное повышение производительности контроля деталей благодаря совмещению в нем всех основных операций по проверке геометрической точности, которые ранее производили на разных приборах. Применение воздушной смазки повышает точность, надежность и долговечность узла опор стола, который в значительной степени определяет качество прибора.

Техническая характеристика прибора МС-44

Диаметр проверяемой поверхности, мм	До 160
Длина образующей, мм	До 120
Масса проверяемой детали, кг	До 15
Биеение шпинделя, мкм	0,1
Погрешность прямолинейного перемещения, мкм	0,2
Частота вращения шпинделя, об/мин	3
Скорость прямолинейного перемещения, мм/мин	400
Масса прибора, кг	180

Аналогичные приборы разработаны Бюро взаимозаменяемости Минстанкопрома: кругломер БВ-2008, прибор для контроля непрямолинейности БВ-6065, прибор для контроля непрямолинейности образующих наружных конусов БВ-7312. Эти приборы выпускает Челябинский инструментальный завод.

Использование воздушной смазки позволяет создавать высокоточные машины со сложной кинематикой. На рис. 112 показано устройство опор двойной центрифуги [12], предназначенной для поверки приборов типа акселерометров. Поверяемый прибор 1 устанавливается на столик 2, приводимый во вращение электродвигателем относительно основного стола 3. Последний, в свою очередь, вращается в аэростатических опорах, питаемых сжатым воздухом. Сообщая требуемые скорости столам 2 и 3, можно осуществить заданный гармонический закон линейного ускорения, воспринимаемый поверяемым прибором.

Двойная центрифуга является одной из нескольких установок, составивших в совокупности Государственный эталон ускорений. Создание этой гаммы машин оказалось возможным только благодаря использованию аэростатических опор, обеспечивающих требуемую точность вращения (до 0,2 мкм). Предшествовавшие попытки использования опор качения приводили к погрешности, в 16—20 раз большей.

В последние годы аэростатические опоры получили применение в координатно-измерительных машинах, которые разрабатывают и выпускают ряд зарубежных фирм. На рис. 113 в качестве примера показана трехкоординатная измерительная машина мод. ММТ 1386 фирмы Renault Machines-outils (Франция). Она предназначена для размерного контроля деталей самых разнообразных форм, подвергнутых всевозможным видам обработки. Аэростатические направляющие обеспечивают высокую точность

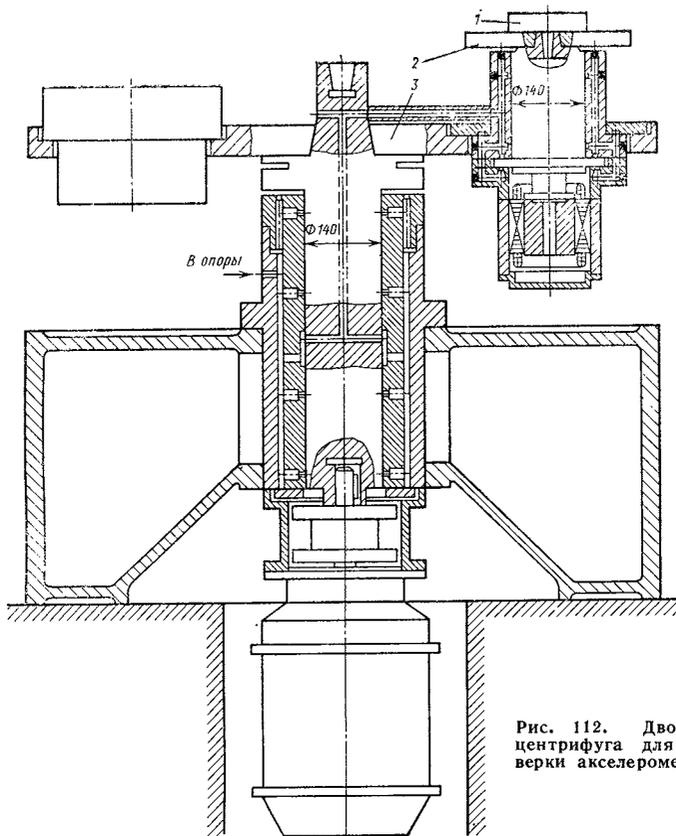


Рис. 112. Двойная центрифуга для проверки акселерометров

перемещения, стабильность измерения, надежность (благодаря устранению трения), а также простоту в обслуживании. Технические характеристики машины, обусловленные применением аэростатических опор в совокупности с совершенным числовым управлением, позволили, по данным фирмы, уменьшить время контроля по сравнению с традиционными методами в 9 раз.

В аэростатических опорах (как и в гидростатических) трение покоя равно нулю. Это их свойство используется в приборах, предназначенных для измерения потерь на трение в шарикоподшипниках. Такой прибор позволяет измерять момент трения в шарикоподшипниках при частоте вращения до 60 000 об/мин. Вал, приводимый во вращение с помощью ременной передачи, вращается в двух радиальных воздушных подшипниках диаметром 38,1 мм, длиной 50,8 и 38,1 мм. Наружное кольцо шарикоподшипника закреплено в обойме, являющейся шипом аэростатического подшипника, что позволяет измерять момент трения при вращении внутреннего кольца. Этот прибор проработал 15 000 ч без заметного

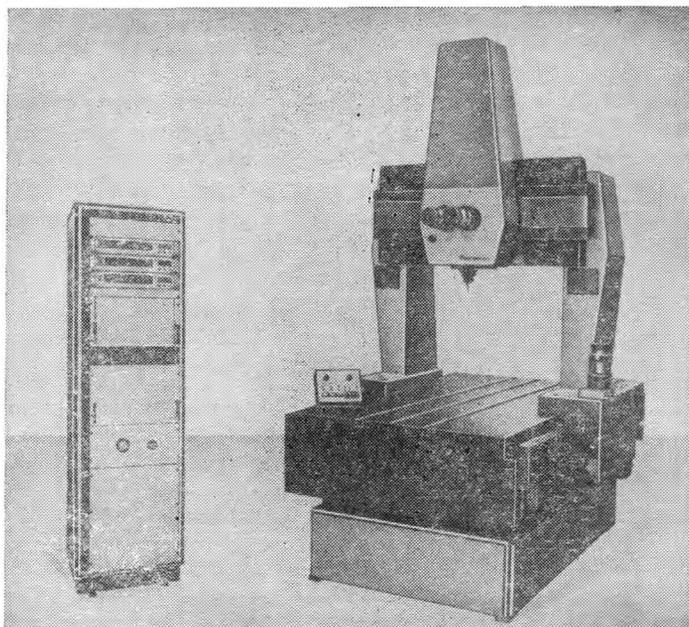


Рис. 113. Трехкоординатная измерительная машина мод. ММТ 1386

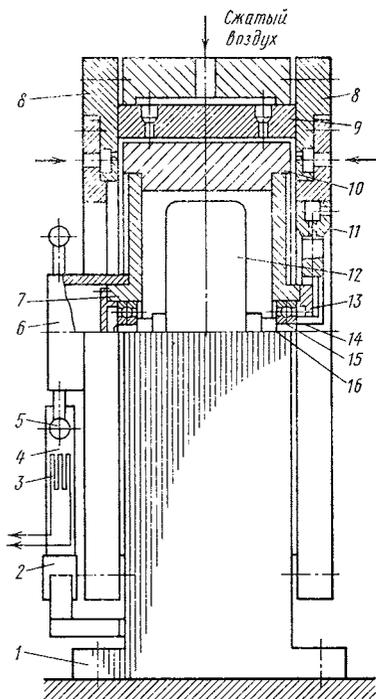
износа подшипников. Использование в подшипниках воздушной смазки позволило измерять момент трения от 0 до 20 гс·см с точностью порядка 0,1 гс·см.

На таком же принципе работает прибор, показанный на рис. 114. Его конструкция позволяет измерять потери на трение в двух шарикоподшипниках, работающих непосредственно в узле гиromотора. Система наружные кольца—крышки—стакан представляет собой единое целое — подвижную часть аэростатической опоры, фиксацию которой в осевом направлении обеспечивают два кольцевых аэростатических подпятника с зазором 0,015 мм. Поддув воздуха осуществляется через три отверстия диаметром 0,4 мм, соединенные микроканавкой, что позволило отказаться от карманов и большого числа мелких отверстий.

Радиальная аэростатическая опора выполнена по схеме обычного циркулярного подшипника с двумя рядами питающих отверстий диаметром 0,4 мм с радиальным зазором 0,016 мм. При вращении ротора гиromотора момент сил трения в шарикоподшипниках увлекает наружные кольца шарикоподшипников, а вместе с ними и крышки со стаканом. Через оправку 6 и шпильку 5 сила передается на консольно закрепленную балочку 4 с наклеенными на ней тензодатчиками 3. Балочка закреплена в кронштейне 2, а подвижная часть аэростатического подшипника установлена во

Рис. 114. Прибор для измерения момента трения с пневматическим приводом:

1 — корпус; 2 — кронштейн; 3 — тензодатчик; 4 — балка; 5 — шпилька; 6 — оправка; 7 — крышка; 8 — осевой аэроэстатический подшипник; 9 — радиальный аэроэстатический подшипник; 10 — стакан; 11 — втулка; 12 — ротор; 13 — пневматическая турбинка; 14 — оправка; 15 — испытуемый подшипник; 16 — валик



втулке 9. Вращение от пневматической турбинки 13, осуществляемое с помощью четырех сопел, расположенных во втулке 11, передается шарикоподшипникам через оправку 14. Перед началом работы к аэроэстатическим подшипникам подают сжатый воздух, после чего балансируют подвижную часть аэроэстатической опоры с помощью гаек, находящихся на четырех шпильках 5, закрепленных в оправке 6. При включении вращения ротора стакан под действием момента трения в подшипниках начинает отклоняться. При этом происходит изгиб балочки, а по величине ее изгиба измеряют момент трения.

С помощью прибора можно измерять и статический момент трения в шарикоподшипниках, для чего необходимо очень плавно увеличивать давление воздуха, подаваемого к турбине. До начала вращения ротора самописец фиксирует величину статического момента трения в определенной точке.

Конструкции аэроэстатических опор

Плоские аэроэстатические направляющие. Анализ известных способов поддува и результатов экспериментальных работ, проведенных в ЭНИМСе, позволил рекомендовать для плоских аэроэстатических направляющих секционную систему поддува с микроканавками. Типовая конструкция плоских аэроэстатических направляющих, разработанная в ЭНИМСе, состоит из нескольких секций (рис. 115), разделенных дренажными каналами 1. Для обеспечения угловой жесткости подвижного звена опора должна иметь три-четыре секции. Ширина шабренных направляющих должна быть не менее 30 мм, а длина каждой секции — не более 500 мм.

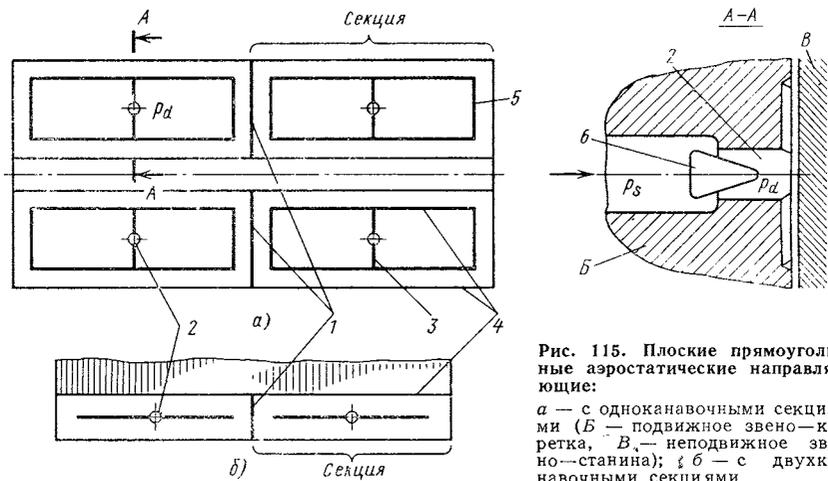


Рис. 115. Плоские прямоугольные аэроэстатические направляющие:
a — с одноканавочными секциями (*B* — подвижное звено — каретка, *B* — неподвижное звено — станина); *б* — с двухканавочными секциями

Каждая секция опоры имеет отверстие 2 для подачи сжатого воздуха и распределительные каналы для его развода по площади секции. Последние выполняются на рабочей поверхности каретки в виде канавок 3—5 весьма малого сечения (микроранавок, см. гл. XIV), сообщающихся с отверстием поддува 2. Микроранавки в совокупности с поверхностью станины образуют капиллярные каналы. Таким образом, воздух из области высокого давления, пройдя последовательно три сопротивления (отверстия поддува, микроранавки и зазор между опорной и подвижной частями опоры), выходит в окружающую среду. Секции могут быть прямоугольной формы (рис. 115) — в прямолинейных направляющих, или представлять собой часть кольца (рис. 116) — в кольцевых направляющих.

Отверстие поддува 2 обычно располагается в середине секции, но по конструктивным соображениям для повышения угловой жесткости опоры оно может быть смещено на край секции, ближе к торцу направляющей.

На входе каждого отверстия установлен дроссель 6 (показан схематически на рис. 115) для регулирования воздушного зазора между рабочими поверхностями каретки и станины. Дренажные каналы 1 предотвращают перетекание воздуха из одной секции в другую, что обеспечивает угловую жесткость воздушной подушки.

Сжатый воздух проходит через дроссель и распределяется по микроранавкам 3—5. При этом образуется воздушный слой, разобщающий сопряженные поверхности каретки и станины. В зоне зазора, ограниченной микроранавками, создается повышенное давление воздушного слоя. За пределами микроранавок давление воздушного слоя плавно снижается до давления окружающей среды.

Опыты показали, что расстояние от микроканавки до края направляющей должно быть не менее 15 мм, так как при меньшем расстоянии расход воздуха резко возрастает. В узких направляющих (шириной до 40 мм) микроканавка 4 проходит через середину отверстия 2 параллельно или концентрично длинной стороне секции. В направляющих шириной более 40 мм микроканавки 4 и 5 образуют замкнутый контур, сопряженный с отверстием поддува 2 поперечной канавкой 3, глубина которой в 1,3—1,5 раза больше.

Основными параметрами аэростатической опоры являются ее грузоподъемность и жесткость смазочного слоя. Последняя должна быть возможно большей, чтобы изменение зазора при переменной нагрузке было минимальным.

При заданных абсолютном давлении поддува p_s , площади опоры и толщине смазочного слоя грузоподъемность пропорциональна давлению после дросселя p_d . Уменьшение сопротивления дросселя увеличивает, естественно, давление в микроканавке, а вследствие этого повышается и подъемная сила, одновременно меняется жесткость. По мере увеличения давления p_d за отверстием жесткость сначала растет, а затем уменьшается. Оптимальным является отношение $p_d/p_s \approx 2/3$, которое достигается подбором сопротивления секционного дросселя.

Дроссели могут быть различной конструкции. Простое в изготовлении и регулировке устройство, представленное на рис. 117, где дросселем служит отверстие в диске 1 из латунной фольги толщиной 0,02—0,05 мм. Отверстие прокалывается иглой или калиброванной проволокой с заточенным концом. Оно может быть легко расширено повторным проколом. Для замены диска следует отвернуть пробку 2, извлечь втулку 3 с приклеенным к ней диском,

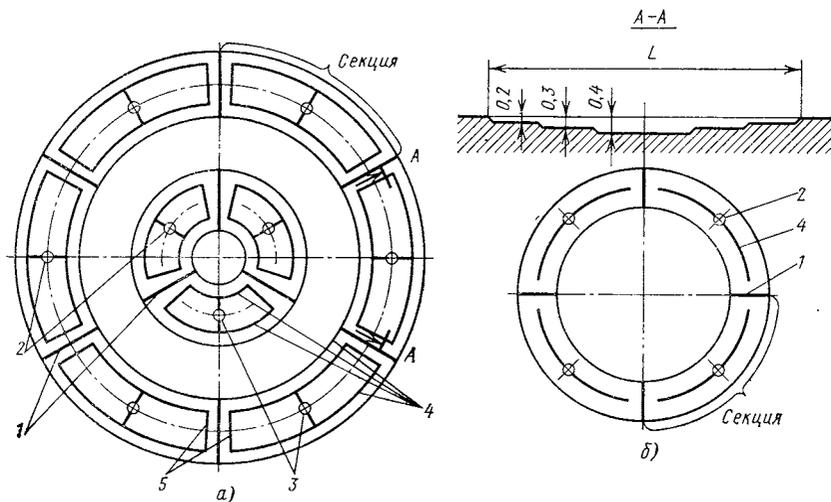


Рис. 116. Плоские кольцевые аэростатические направляющие: а — с одноканавочными секциями; б — с двуканавочными секциями

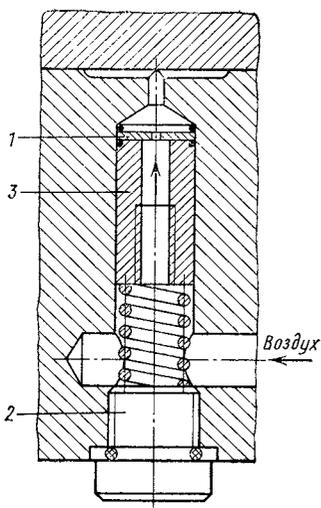


Рис. 117. Дроссель:
1 — диск; 2 — пробка; 3 —
штулка

сменить его и вновь все собрать. Подвод воздуха к каретке осуществляется обычно в одном месте, так как большое число подводов затрудняет обслуживание и портит внешний вид. Подводить воздух к дросселям удобно по каналам, просверленным в теле каретки, а лучше, во избежание коррозии, медными трубками, скрытыми внутри нее. Дроссели надо располагать в местах, легко доступных для обслуживания.

Назначение микроканавок — равномерное распределение сжатого воздуха по смазочному зазору. Для этого сечение канавок следовало бы делать возможно большим, с тем чтобы во всех точках их контура давление мало отличалось от давления за дросселем. Но этого делать не следует, так как увеличение объема каналов, образуемых микроканавками с опорной поверхностью станины, приведет к неустойчивости типа «пневмомолотка» (см. гл. XIV).

Удовлетворительное решение достигается, когда сечение микроканавок выбрано таким, чтобы их объем был примерно в 5 раз меньше объема, образованного площадью опоры и высотой зазора. Ниже приводятся сведения о параметрах существующих конструкций опор.

Расположение канавок и их размеры, как было сказано выше, зависят от формы и площади направляющих. Так, при габаритных размерах каретки 400×400 мм и ширине каждой направляющей 100 мм с делением по длине на две секции (рис. 115, а) глубина канавок равна: 3 — 0,8, 4 — 0,6, 5 — 0,5 мм. При избыточном давлении поддува 2 кгс/см^2 и воздушном зазоре 0,01 мм грузоподъемность каретки составила 800 кгс.

Канавки на узких направляющих выполняют, как показано на рис. 115, а. Каретка такого типа при ширине каждой направляющей 40 мм и длине 400 мм, разбитой на две секции, при избыточном давлении поддува 2 кгс/см^2 и воздушном зазоре 0,01 мм имеет грузоподъемность 100 кгс. Глубина микроканавки 4 равна 0,5 мм. Аналогичные варианты кольцевых направляющих большой и малой ширины показаны на рис. 116.

Микроканавки следует располагать на подвижном звене. При этом исключается опасность обнажения распределительной системы, приводящая к резкому падению давления в воздушном зазоре до давления окружающей среды, мгновенному торможению в результате трения без смазки и даже к аварии.

В кольцевых направляющих распределительную систему можно располагать как на нижней, так и на верхней сопряженных

поверхностях, так как ее обнажение при смещении одного звена относительно другого невозможно.

Радиальные аэростатические опоры (подшипники). Наиболее распространенным типом радиальных аэростатических опор является так называемый циркулярный подшипник (рис. 24). Поддув смазки осуществляется через один или два ряда расположенных равномерно по окружности отверстий. Отверстия могут быть без карманов на выходе (кольцевая диафрагма), их сверлят с наружной стороны втулки, либо с карманами (простая диафрагма). Отверстия с карманами обеспечивают в 1,5 раза большую жесткость опоры (см. гл. VII), однако они более сложны в изготовлении: отверстия просверливают в латунных жиклерах, которые клеивают эпоксидным клеем в отверстия большего диаметра, выполненные в теле втулки. Карманы образуются заглаблением жиклера на величину порядка 0,1—0,2 мм относительно внутренней поверхности втулки.

Обычно выполняют по 8—12 отверстий в ряду, а ряды отверстий делают от края на расстоянии, равном 0,2—0,25 длины опоры. При этом жесткость опоры оказывается существенно меньше величины, рассчитанной по методу «линий поддува» (гл. VII), и в ряде случаев — недостаточной. Объясняется это наличием впадин в эпюре давления между отверстиями одного ряда, которые не учтены в теории. Жесткость опоры может быть повышена увеличением числа отверстий в ряду, что, однако, вынуждает для сохранения оптимального отношения p_d/p_c уменьшать их диаметр. На практике мелкие отверстия ($d < 0,2$ мм) трудно выполнимы и ненадежны в эксплуатации, так как склонны к засорению.

Реальным путем уменьшить величину «провалов» давления между отверстиями и тем самым увеличить жесткость опоры является выполнение кольцевых микроканавок, соединяющих отверстия одного ряда (рис. 118, а). При этом оказывается достаточно сделать четыре—восемь отверстий в ряду диаметром $d = 0,25 \dots 0,4$ мм. Величина сечения микроканавки не может быть произвольной, существует некоторое оптимальное значение, при котором жесткость максимальна. Данных по расчету оптимальной величины сечения микроканавки для радиальных опор нет, она определяется опытным путем.

Другим фактором, снижающим жесткость аэростатического подшипника, является окружное перетекание смазки из области

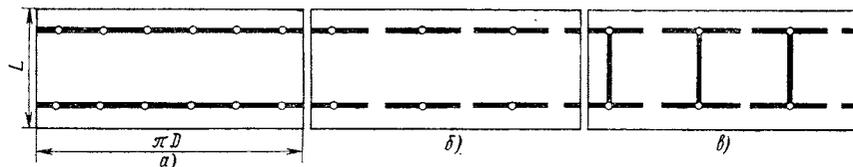


Рис. 118. Аэростатические подшипники с микроканавками развертки:

а — с кольцевыми микроканавками; б — с прерывистыми кольцевыми микроканавками; в — с прерывистыми кольцевыми и предельными микроканавками

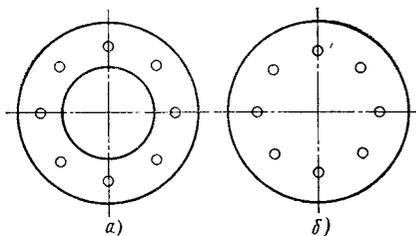


Рис. 119. Аэростатические подпятники с поддувом через отверстия:
а — кольцевой; б — круглый

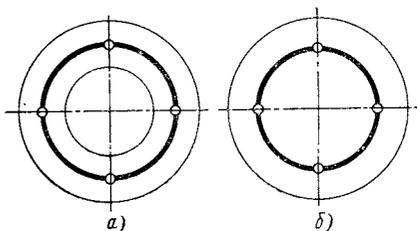


Рис. 120. Аэростатические подпятники с микроканавками:
а — кольцевой; б — круглый

высокого давления (малого зазора) в область более низкого давления (большого зазора). Это явление имеет место в существующих конструкциях подшипников и способствует выравниванию давлений в смазочном слое, в результате чего снижается жесткость и грузоподъемность опор.

Очевидно, конструкция распределительной системы подшипника, которая уменьшит окружное перетекание воздуха по смазочному зазору, будет увеличивать его жесткость и грузоподъемность. Если, в частности, ограничить перетекание газа по круговой микроканавке, сопротивление которой мало по сравнению с сопротивлением зазора, то давление в зоне малого зазора должно увеличиться (в зоне большого зазора — уменьшиться), а жесткость подшипника возрасти. Этого можно достичь, прервав микроканавки на участках посередине между отверстиями (рис. 118, б).

Устранение перетекания газа вдоль микроканавок не предотвращает его перетекания по смазочному зазору в пространстве между ними. Очевидно, что конструкция подшипника с системой распределения воздуха, в которой круговой его поток прерывается продольными микроканавками, расположенными на рабочей поверхности, должна уменьшить круговое течение воздуха в пространстве между микроканавками и тем самым увеличить жесткость и грузоподъемность подшипника (рис. 118, в). Подобная конструкция подшипника с продольными и прерывистыми кольцевыми микроканавками с успехом применена в шпинделе мод. ША-4, описанном выше [7].

В зависимости от длины подшипника и необходимой несущей способности может быть один ряд отверстий, расположенный посередине, или два ряда отверстий, причем их число выбирают так, чтобы при отсутствии кольцевых микроканавок расстояние между отверстиями не превосходило расстояние от отверстий до края подшипника, тем самым влияние «провалов» давления на нагрузочные характеристики сведется к минимуму.

Габаритные размеры шеек вала и вкладышей подшипника выбирают исходя из конструктивных соображений, но всегда желательно иметь их возможно большими, так как они в первую оче-

редь влияют на грузоподъемность и жесткость аэростатических подшипников.

На практике отношение длины подшипника к его диаметру выбирают, как правило, равным или несколько меньшим 1,5. При выборе величины зазора в подшипнике следует руководствоваться отношением $c/D = 0,0001 \dots 0,0002$. При этом отношении обеспечивается устойчивая работа аэростатических подшипников, малые потери на трение при вращении вала и приемлемые величины расхода и жесткости.

Диаметр отверстий определяют по методике, изложенной в гл. VII. Следует, однако, отметить, что при небольшом числе отверстий (6 и менее) и наличии микроканалов действительная оптимальная величина диаметра отверстий может оказаться существенно меньше полученной расчетным путем, поэтому необходимо уточнять ее в процессе экспериментов.

Осевые аэростатические опоры (подпятники). В качестве осевых аэростатических опор в шпиндельных узлах применяют кольцевые и круглые подпятники (рис. 119). Наиболее просты в изготовлении подпятники с поддувом через отверстия без карманов, поэтому они получили широкое распространение в технике. Однако, как и в циркулярном подшипнике, жесткость и грузоподъемность их ограничены и могут быть повышены применением микроканалов (рис. 120). При их использовании оказывается достаточно сделать три—шесть отверстий диаметром $d \approx 0,25 \dots 0,4$ мм; их несложно выполнить и они не засоряются. Методика расчета кольцевых и круглых аэростатических опор (подпятников) изложена в гл. XIII.

Высокой жесткостью и несущей способностью обладают подпятники с поддувом газа через пористую стенку (рис. 39), эти параметры в 1,5—2 раза больше, чем у подпятников с поддувом через отверстия [33]. К тому же пористые подпятники, как правило, устойчивы во всем диапазоне нагрузок. Однако пористые подпятники не получили пока широкого применения из-за отсутствия пористых материалов со стабильной характеристикой пористости; даже в пределах одного куска проницаемость может отличаться в десятки раз.

XIII Теория и расчет плоских аэростатических опор с микроканавками в стационарном режиме

Глава

Одноканавочная аэростатическая направляющая большой длины (аналитический метод)

Применение микроканалов для распределения смазки по зазору в плоских аэростатических направляющих, как отмечено в гл. XII, позволяет существенно повысить их жесткость и грузоподъемность. Отличительным свойством микроканалов является их весьма малое сечение, вследствие чего давление вдоль них существенно переменное, а поток смазки в зазоре двумерный. Это обстоятельство осложняет решение задачи газовой смазки для опор с микроканавками и вынуждает искать приближенные модели, аппроксимирующие распределение давления в зазоре.

В 1967 г. в ЭНИМСе был разработан приближенный аналитический метод расчета плоских аэростатических опор с микроканавками, пригодный для расчета прямоугольных опор большой длины ($L/D > 10$) [33]. Если число отверстий в канавке не менее трех, можно, по-видимому, пренебречь влиянием концевых участков и допустить, что распределение давления во всех опорных элементах, питаемых одним отверстием (на рис. 121 их четыре), одинаковое, такое же, как в средних элементах. Указанный метод основан на допущении, что направление потока смазки в зазоре перпендикулярно микроканавке. С таким допущением изменение давления в зазоре можно описать формулой для плоскопараллельного поступательного потока

$$p^2 = - (p_k^2 - p_a^2) \frac{2y}{B} + p_k^2, \quad (398)$$

причем давление p_k в микроканавке является переменным, зависящим от x . Для определения давления в микроканавке используют условие баланса расхода смазки через элемент микроканавки длиной dx . Его получают приравниванием массового расхода газа, входящего в элемент,

$$M_k|_x = - \frac{\sqrt{3} t^4 \rho_a}{360 \mu \rho_a} \frac{dp_k^2}{dx},$$

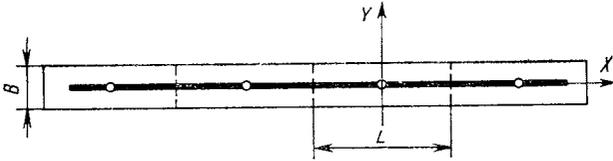


Рис. 121. Плоская прямоугольная аэростатическая опора (направляющая) большой длины с микроканавкой

выходящей массе из элемента вдоль микроканавки

$$M_k|_{x+dx} = - \frac{\sqrt{3} t^4 \rho_a}{360 \mu p_a} \left(\frac{dp_k^2}{dx} + \frac{d^2 p_k^2}{dx^2} dx \right)$$

и перпендикулярно ей в зазор

$$M_y = - 2 \frac{h^3 \rho_a}{24 \mu p_a} \frac{\partial p^2}{\partial y} dx.$$

Тогда условие баланса расхода смазки будет

$$\frac{d^2 p_k^2}{dx^2} - \frac{60 h^3}{\sqrt{3} B t^4} (p_k^2 - p_a^2) = 0. \quad (399)$$

Перейдя теперь в выражениях (398), (399) к безразмерным переменным по формулам $P = p/p_a$, $X = 2x/B$, $Y = 2y/B$, получим

$$\left. \begin{aligned} P^2 &= - (P_k^2 - 1) Y + P_k^2; \\ \frac{d^2 P_k^2}{dX^2} - \frac{2}{K} P_k^2 &= - \frac{2}{K}, \end{aligned} \right\} \quad (400)$$

где $K = t^4 / (2,5 \sqrt{3} B h^3)$ — безразмерный параметр микроканавки; $P_k = p_k/p_a$ — относительное давление в микроканавке; t — глубина микроканавки с профилем правильного треугольника (высота треугольника); h — толщина зазора; B — ширина опоры.

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$P_k^2 = 1 + C e^{\sqrt{\frac{2}{K}} X} + D e^{-\sqrt{\frac{2}{K}} X}.$$

Коэффициенты C и D определялись из граничных условий при $X = 0$ $P_k = P_d$, при $X = \frac{L}{B} = \lambda$ $\frac{dP_k}{dX} = 0$, из которых второе выражает отсутствие расхода в микроканавке посередине между отверстиями; $\lambda = L/B$ — относительная длина опорного элемента, p_d и $P_d = p_d/p_a$ — давление и относительное давление в точке поддува. После определения C и D получим

$$P_k^2 = 1 + (P_d^2 - 1) \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{2}{K}} (X - \lambda)}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{2}{K}} \lambda}. \quad (401)$$

Подставив (401) в (400), получим распределение давления в зазоре и для ряда значений относительного давления P_d в точке поддува и параметра микроканавки K можем вычислить подъемную силу опоры как интеграл от давления по площади ее поверхности. Значение давления в точке поддува связано с физическими и геометрическими параметрами опоры условием баланса расхода смазки через отверстие

$$M = \alpha M_{кр} \Theta \left(\frac{P_d}{P_s} \right) \quad (402)$$

и через микроканавку в обе стороны от него

$$\begin{aligned} 2M_k &= -2 \frac{\sqrt{3} t^4 \rho_a}{360 \mu \rho_a} \frac{d p_k^2}{dx} \Big|_{x=0} = \\ &= \frac{\sqrt{3} t^4 \rho_a \rho_a}{90 \mu B} \sqrt{\frac{2}{K}} \operatorname{th} \left(\sqrt{\frac{2}{K}} \lambda \right) (P_d^2 - 1). \end{aligned}$$

Это условие имеет вид

$$\alpha M_{кр} \Theta = \frac{\sqrt{3} t^4 \rho_a \rho_a}{90 \mu B} \sqrt{\frac{2}{K}} \operatorname{th} \left(\sqrt{\frac{2}{K}} \lambda \right) (P_d^2 - 1)$$

или

$$\bar{m} P_s \Theta \left(\frac{P_d}{P_s} \right) U_d = P_d^2 - 1,$$

где

$$U_d = \frac{1}{2K \sqrt{\frac{2}{K}} \operatorname{th} \left(\sqrt{\frac{2}{K}} \lambda \right)}; \quad (403)$$

$$\bar{m} = \frac{24 \alpha \mu M_{кр}}{\sqrt{\rho_s \rho_a} h^3} \text{ — коэффициент режима;}$$

$$M_{кр} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}} \sqrt{\kappa \rho_s \rho_s} \sigma \text{ — критический массовый рас-}$$

ход газа через отверстие поддува; $\sigma = \pi d^2/4$ — эффективная площадь истечения отверстия; d — диаметр отверстия; ρ_a , ρ_s — плотность окружающей среды и подводимого газа ($\rho_s = P_s \rho_a$); κ — показатель адиабаты (для воздуха $\kappa = 1,4$); α — коэффициент истечения; μ — динамическая вязкость.

Изучение эпюр давления в микроканавке (рис. 122) позволяет сделать вывод о том, что средняя высота эпюры, а с ней и подъемная сила опоры существенно зависят от параметра K , или от глубины микроканавки. Микроканавки значительно повышают величину подъемной силы без увеличения числа отверстий.

Описанный метод применим также и для расчета кольцевой аэростатической опоры (подпятника) с микроканавкой. К достоинствам данного метода следует отнести его несомненную простоту, а также небольшие затраты машинного времени при расчете

на ЭВМ подъемной силы. Однако ему присущи и значительные недостатки, обусловленные введенным допущением:

а) в нем не учтено отклонение линий потока от направления, перпендикулярного микроканавке, при увеличении зазора и уменьшении сечения микроканавки ($K \rightarrow 0$), что при вычислении подъемной силы приводит к погрешности тем большей, чем больше число отверстий и меньше расстояние между ними;

б) при $K \rightarrow 0$ давление в конце микроканавки ($X = \lambda$) уменьшается до p_a , хотя на практике оно отличается от p_a тем значительнее, чем больше число отверстий и меньше расстояние между ними;

в) метод малоприменим для расчета опор более сложных конфигураций, в частности, одно- и двухканавочных секций (рис. 115, 116), а также круглых подпятников (рис. 120, б).

Экспериментальная проверка изложенного метода расчета показала, что при некоторых соотношениях параметров отличие экспериментальных и расчетных значений подъемной силы доходит до 40—50%, а жесткости — до еще больших величин, что в немалой степени обусловлено введенными допущениями. Указанные обстоятельства вызвали необходимость разработки более точного и универсального метода расчета плоских аэроэластических опор с микроканавками. Это оказалось возможным в результате применения численного метода, основанного на аппроксимации поля давления в зазоре разностными алгебраическими уравнениями. Этот метод учитывает двумерность потока смазки в опорах различной конфигурации и дает физически верные результаты при $K \rightarrow 0$.

Решение задачи газовой смазки для аэроэластических опор с микроканавками осуществлялось, как обычно, в рамках ламинарной модели, без учета сил инерции в потоке смазки. В реальных же опорах имеют место «скачок» давления в зазоре вблизи отверстия, турбулентность потока в микроканавке. Явление «скачка» давления вызвано тем, что при выходе из отверстия в зазор каждая частица воздуха испытывает значительное расширение объема и увеличение скорости, его плотность и давление резко падают. Так как ни в аналитическом, ни в численном методе это явление не учитывается, расчетные значения подъемной силы получаются завышенными. Турбулентность в микроканавке, проявляющаяся в беспорядочности и завихренности потока, имеет место на ее начальном участке, где происходит формирование

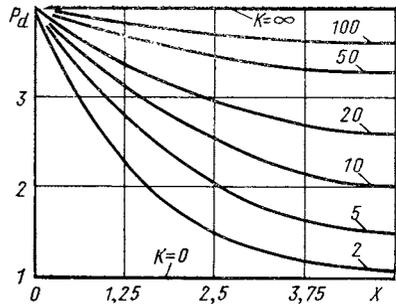


Рис. 122. Эпюры давления в микроканавке прямоугольной опоры большой длины с $\lambda = 5$ при $P_d = 4$

ламинарного потока. Так как в турбулентном потоке сопротивление движению газа больше, чем в ламинарном, а в расчете движение смазки всюду принято ламинарным, давление в реальной микроканавке падает быстрее, чем в расчете, что также приводит к завышению расчетных значений подъемной силы.

Учет влияния указанных явлений в расчете привел бы к неоправданному усложнению расчета; создаваемая этим погрешность усреднена поправочным коэффициентом, в качестве которого принят коэффициент истечения через отверстие. Его значение определено из условия наилучшего согласования расчетных и действительных значений подъемной силы при значении параметров, близких к оптимальным.

Численный метод решения задачи газовой смазки для плоских аэростатических опор с микроканавками

Прямоугольные опоры. Применяемый численный метод поясним на примере прямоугольной одноканавочной опоры большой длины (см. рис. 121). Будем рассматривать случай, когда перекося отсутствует, т. е. зазор в опоре постоянен ($h = \text{const}$). Начало декартовой прямоугольной системы координат поместим в центр рассматриваемого опорного элемента (на рис. 123 показана его четвертая часть), ось X направим вдоль микроканавки. На область опорного элемента нанесем сетку координатных линий:

$$x = x_i = i \Delta x, \quad y = y_j = j \Delta y,$$

где $\Delta x = L/(2k)$, $\Delta y = B/(2n)$ — шаг сетки в направлении осей X , Y соответственно; k, n — целые положительные числа, определяющие шаг сетки. Значения абсолютного давления в узлах сетки обозначим p_{ij} .

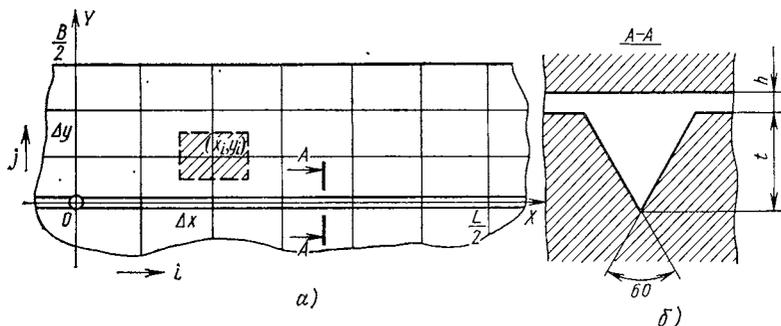


Рис. 123. К расчету прямоугольных аэростатических опор с микроканавками численным методом:
а — вид в плане; б — сечение микроканавки

Чем больше k , n и соответственно меньше шаг сетки, тем точнее аппроксимация распределения давления в зазоре разностными уравнениями. Сетку выбирают так, чтобы линии контура и микроканавки совпадали с координатными линиями.

При выводе разностных уравнений используют условие баланса расхода смазки через элементарный прямоугольник $x_{i-1/2} \leq x \leq x_{i+1/2}$, $y_{j-1/2} \leq y \leq y_{j+1/2}$ с центром в точке x_i , y_j (на рис. 123 заштрихован) [2].

Массовый расход газа M_x (M_y) через элемент зазора шириной Δy (Δx) в направлении оси X (Y) в предположении изотермичности процесса смазки ($\rho = \rho_a p_a / p$) определяется соотношениями

$$M_x = -\frac{h^3 \rho_a}{24 \mu p_a} \frac{\partial p^2}{\partial x} \Delta y; \quad M_y = -\frac{h^3 \rho_a}{24 \mu p_a} \frac{\partial p^2}{\partial y} \Delta x. \quad (404)$$

Массовый расход газа M_{kx} (M_{ky}) через микроканавку, параллельную оси X (Y) [33],

$$M_{kx} = -\frac{f_x \rho_a}{2 \mu p_a} \frac{\partial p^2}{\partial x}; \quad M_{ky} = -\frac{f_y \rho_a}{2 \mu p_a} \frac{\partial p^2}{\partial y}, \quad (405)$$

где f — параметр, зависящий от формы поперечного сечения микроканавки, пропорциональный четвертой степени его линейного размера. В частности, для микроканавок с профилем правильного треугольника $f = (\sqrt{3} t^4) / 180$, где t — высота треугольника. Массовый расход M через отверстие поддува определяют по формуле (402).

Условие баланса расхода смазки, например, через элемент с проходящей через него параллельно оси X микроканавкой и отверстием поддува (рис. 124, а) имеет вид

$$M_{X_{i+1/2, j}} - M_{X_{i-1/2, j}} + M_{K_{X_{i+1/2}}} - M_{K_{X_{i-1/2}}} + M_{Y_{i, j+1/2}} - M_{Y_{i, j-1/2}} = M. \quad (406)$$

Заменяя производные в выражениях (404), (405) разностными соотношениями

$$M_{X_{i \pm 1/2, j}} = \mp \frac{h^3 \rho_a}{24 \mu p_a} \frac{p_{i \pm 1, j}^2 - p_{ij}^2}{\Delta x} \Delta y;$$

$$M_{Y_{i, j \pm 1/2}} = -\frac{h^3 \rho_a}{24 \mu p_a} \frac{p_{i, j \pm 1}^2 - p_{ij}^2}{\Delta y} \Delta x;$$

$$M_{K_{X_{i \pm 1/2}}} = \mp \frac{f_x \rho_a}{2 \mu p_a} \frac{p_{i \pm 1, j}^2 - p_{ij}^2}{\Delta x},$$

подставив эти выражения и выражение (402) в условие (406) и перейдя к безразмерным переменным, получим уравнение

$$\left(2 \frac{\Delta Y}{\Delta X} + 2 \frac{\Delta X}{\Delta Y} + \frac{2}{\Delta X} K \right) P_{ij}^2 - \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} + \frac{1}{\Delta X} K \right) P_{i+1, j}^2 - \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} + \frac{1}{\Delta X} K \right) P_{i-1, j}^2 - \frac{\Delta X}{\Delta Y} P_{i, i+1}^2 - \frac{\Delta X}{\Delta Y} P_{i, i+1}^2 = \bar{m} P_s \Theta \left(\frac{P_d}{P_s} \right),$$

где $P_{ij} = p_{ij}/p_a$ — относительное давление в узлах координатной сетки; $\Delta X = 2 \Delta x/B$; $\Delta Y = 2 \Delta y/B$; безразмерный параметр

$$K = \frac{24f}{Bh^3} = \frac{t^4}{2,5 \sqrt{3} Bh^3};$$

для микроканавки с профилем правильного треугольника. Коэффициент режима для воздуха при $\kappa = 1,4$

$$m = \frac{12,9 \alpha \mu d^2}{\sqrt{p_a \rho a h^3}}.$$

Аналогично получают разностные уравнения для узлов с произвольным расположением микроканавок. В общем виде уравнения, связывающие значения квадрата относительного давления P_{ij} в узлах сетки, будут

$$a_{ij} P_{ij}^2 - b_{ij} P_{i+1, j}^2 - c_{ij} P_{i-1, j}^2 - d_{ij} P_{i, j+1}^2 - e_{ij} P_{i, j-1}^2 = f_{ij}. \quad (407)$$

В уравнениях (407) коэффициенты a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} , d_{ij} , e_{ij} зависят от расположения микроканавок и определяются следующим образом:

1) для узла, через который микроканавка проходит параллельно оси X (рис. 124, а),

$$a_{ij} = 2 \frac{\Delta Y}{\Delta X} + 2 \frac{\Delta X}{\Delta Y} + \frac{2}{\Delta X} K; \quad b_{ij} = c_{ij} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} + \frac{1}{\Delta X} K;$$

$$d_{ij} = e_{ij} = \frac{\Delta X}{\Delta Y};$$

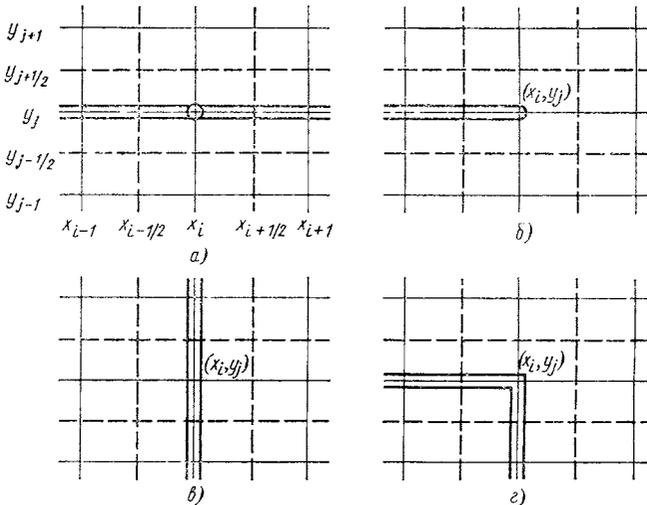


Рис. 124. Типы узлов координатной сетки

2) для узла, к которому слева подходит микроканавка, параллельная оси X , и заканчивается в нем (рис. 124, б),

$$a_{ij} = 2 \frac{\Delta Y}{\Delta X} + 2 \frac{\Delta X}{\Delta Y} + \frac{1}{\Delta X} K; \quad b_{ij} = \frac{\Delta Y}{\Delta X};$$

$$c_{ij} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} + \frac{1}{\Delta X} K; \quad d_{ij} = e_{ij} = \frac{\Delta X}{\Delta Y};$$

3) для узла с микроканавкой, проходящей через него параллельно оси Y (рис. 124, в),

$$a_{ij} = 2 \frac{\Delta Y}{\Delta X} + 2 \frac{\Delta X}{\Delta Y} + \frac{2}{\Delta Y} K; \quad b_{ij} = c_{ij} = \frac{\Delta Y}{\Delta X};$$

$$d_{ij} = e_{ij} = \frac{\Delta X}{\Delta Y} + \frac{1}{\Delta Y} K;$$

4) для узла, к которому слева и снизу подходят две микроканавки и заканчиваются в нем (рис. 124, г),

$$a_{ij} = 2 \frac{\Delta Y}{\Delta X} + 2 \frac{\Delta X}{\Delta Y} + \frac{1}{\Delta X} K_x + \frac{1}{\Delta Y} K_y; \quad b_{ij} = \frac{\Delta Y}{\Delta X},$$

$$c_{ij} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} + \frac{1}{\Delta X} K_x; \quad d_{ij} = \frac{\Delta X}{\Delta Y}; \quad e_{ij} = \frac{\Delta X}{\Delta Y} + \frac{1}{\Delta Y} K_y;$$

5) для узлов, где нет микроканалов, слагаемые вида $K/\Delta X$, $2K/\Delta X$, $K/\Delta Y$, $2K/\Delta Y$ в выражениях для коэффициентов отсутствуют.

Таким образом, изложенный способ позволяет получать разностные алгебраические уравнения, описывающие изменение давления в зазоре, для любых типов узлов, которые встречаются в прямоугольных опорах большой длины, а также в одно- и двухканавочных секциях.

Свободный член f_{ij} для узла, в котором есть отверстие поддува ($i = j = 0$), определяется соотношением $f_{00} = mP_s \Theta (P_d/P_s)$, для всех остальных узлов $f_{ij} = 0$.

Так как геометрия опоры и система распределения смазки симметричны относительно координатных осей и линий, проходящих параллельно оси Y посередине между соседними отверстиями, то распределение давления достаточно определить для четвертой части опорного элемента $0 \leq x \leq L/2$, $0 \leq y \leq B/2$, показанной на рис. 123. Это соответствует изменению индексов в пределах $0 \leq i \leq k$, $0 \leq j \leq n$.

Таким образом, для определения поля давления в опоре необходимо решить систему $(k + 1)n$ уравнений (407) с учетом $k + 1 + 2n$ соотношений, вытекающих из условия симметрии,

$$\left. \begin{aligned} P_{i, -1} &= P_{i, +1} \quad (0 \leq i \leq k), \\ P_{-1, j} &= P_{1j}, \quad P_{(k+1), j} = P_{(k-1), j} \quad (0 \leq j \leq n-1) \end{aligned} \right\} \quad (408)$$

и $k + 1$ соотношений, вытекающих из равенства давления на контуре атмосферному,

$$P_{in} = 1 \quad (0 \leq i \leq k). \quad (409)$$

Решение этой системы осложняется ее нелинейностью, которую дает свободный член, соответствующий точке поддува, поэтому система линеаризуется введением новой переменной U_{ij} по формуле

$$P_{ij}^2 = 1 + \overline{m} P_s \Theta \left(\frac{P_d}{P_s} \right) U_{ij}. \quad (410)$$

Подставляя это равенство в уравнение (407) и учитывая, что $a_{ij} = b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} + e_{ij}$, получим линейные уравнения для U_{ij} , в которых коэффициенты при неизвестных те же, что и в уравнениях (407):

$$a_{ij}U_{ij} - b_{ij}U_{(i+1),j} - c_{ij}U_{(i-1),j} - d_{ij}U_{i,(j+1)} - e_{ij}U_{i,(j-1)} = \delta_{ij}, \quad (411)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{в точке поддува;} \\ 0 & \text{в остальных точках.} \end{cases}$$

Условия (408), (409) дают дополнительные соотношения для U_{ij} :

$$U_{i,-1} = U_{i,+1}; \quad U_{1,j} = U_{ij}; \quad U_{(k+1),j} = U_{(k-1),j}; \quad U_{in} = 0. \quad (412)$$

Система уравнений (411), (412) решалась на ЭВМ «Минск-32» методом последовательной верхней релаксации [5]. Согласно этому методу на каждом этапе итераций сначала вычислялось промежуточное $(s-1/2)$ -е приближение, получаемое решением уравнений (411) относительно

$$U_{ij} = (b_{ij}U_{(i+1),j} + c_{ij}U_{(i-1),j} + d_{ij}U_{i,(j+1)} - e_{ij}U_{i,(j-1)} + \delta_{ij})/a_{ij},$$

затем очередное s -е приближение

$$U_{ij}^{(s)} = U_{ij}^{(s-1)} + \gamma (U_{ij}^{(s-1/2)} - U_{ij}^{(s-1)}),$$

где γ — параметр релаксации, изменяющийся в пределах $0 < \gamma < 2$.

Как показано в работе [5], итерационный процесс сходится для любых γ из этого интервала, так как матрица коэффициентов имеет диагональное преобладание, т. е. имеет место соотношение $|a_{ij}| \geq |b_{ij}| + |c_{ij}| + |d_{ij}| + |e_{ij}|$ со строгим неравенством для соседних с границей $j = n$ узлов, и так как матрица неразложима, т. е. никакими линейными преобразованиями не может быть сведена к двум или более независимым системам. Скорость сходимости, а с ней и время, затраченное для решения системы на ЭВМ, существенно зависят от величины параметра релаксации γ , которую выбирали исходя из условия обеспечения максимальной скорости сходимости по формулам, приведенным в работе [5]; она оказалась в интервале $1 < \gamma < 2$, что соответствует верхней релаксации. Правильное определение γ позволяет сократить затраты машинного времени на решение системы в 8—10

раз по сравнению с обычным методом последовательных смещений ($\gamma = 1$) и довести его до 2—5 мин. На каждом этапе итераций сначала вычислялись все U_{ij} с четной суммой индексов, а затем — с нечетной, с использованием вновь вычисленных значений U_{ij} , что способствовало ускорению сходимости.

Вычисление значений U_{ij} прекращалось по достижении заданной точности, когда

$$\sqrt{\sum_{ij} |(U_{ij}^{(s)})^2 - (U_{ij}^{(s-1)})^2|} < 0,0001.$$

После решения системы для U_{ij} можно определить значения коэффициента режима m для ряда значений P_s и $P_d = P_{00}$, изменяющегося в пределах от 1 до P_s . Для этого положим в выражении (410) $i = j = 0$, в результате получим

$$\bar{m} = \frac{P_d^2 - 1}{P_s \Theta(P_d/P_s) U_d}, \quad (413)$$

где $U_d = U_{00}$ — значение U_{ij} в точке поддува [см. формулу (403)].

Теперь можно из выражения (410) определить значения P_{ij} и поле давления в опоре

$$P_{ij} = p_a \sqrt{1 + \bar{m} P_s \Theta(P_d/P_s) U_{ij}} = p_a \sqrt{1 + (P_d^2 - 1) U_{ij}/U_d}. \quad (414)$$

Подъемную силу опоры вычисляют как сумму элементарных сил, создаваемых каждым элементом поверхности, $W = \sum_{ij} \Delta W_{ij}$; удельная подъемная сила $K_n = W/(S p_a)$, где S — площадь поверхности опоры.

Очевидно,

$$\Delta W_{ij} = (P_{(i+1/2), (j+1/2)} - p_a) \Delta x \Delta y;$$

$$K_n = -1 + \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{n-1} P_{i+1/2, i+1/2} \frac{1}{kn},$$

где

$$P_{(i+1/2), (j+1/2)} = \frac{P_{ij} + P_{(i+1), j} + P_{i, (j+1)} + P_{(i+1), (j+1)}}{4}.$$

На рис. 125 приведены эпюры относительного давления P_k по длине микроканавки в прямоугольной одноканавочной направляющей с относительной длиной опорного элемента $L/B = 1$,

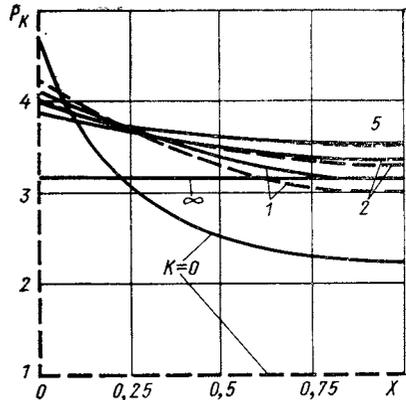


Рис. 125. Эпюры давления в микроканавке: штриховые линии — аналитический метод; сплошные линии — численный метод

полученные аналитическим методом (штриховые линии) и численным (сплошные). Величины зазора $h = 15$ мкм и диаметра отверстий $d = 0,285$ мм зафиксированы, соответствующее значение коэффициента режима $m = 12,25$, глубина микроканавки t , а следовательно, и K изменяется.

При $K > 1$ эпюры, полученные аналитическим и численным методами, практически совпадают, следовательно, близкими должны быть и соответствующие значения подъемной силы. С уменьшением K разница между эпюрами возрастает и при $K = 0$ она становится наиболее существенной: относительное давление при численном методе изменяется от 4,7 в точке поддува до 2,2 в точке между отверстиями, тогда как аналитический метод дает значение $P_k = 5$ в точке поддува и $P_k = 0$ в остальных точках микроканавки, что не соответствует физическому смыслу.

Изложенный численный метод применен для расчета одно- и двухканавочных секций практически без изменений.

В одноканавочных секциях длина микроканавки обычно равна $L - B$, т. е. она не доходит до края на расстояние, равное половине ширины опоры. В двухканавочных секциях микроканавки, образующие замкнутый прямоугольный контур, выполняются обычно одинаковой глубины и на одинаковом расстоянии от краев опоры, как правило, равном $1/4$ ее ширины ($B^2 = 0,25 B$). Глубину центральной микроканавки делают обычно в 1,3—1,5 раза глубже остальных, что учитывается при определении ее безразмерного параметра, значение которого при расчетах на ЭВМ принимают равным учетверенному значению параметра K остальных микроканавок.

Индексы в системах для U_{ij} , получаемых при расчете прямоугольных секций, изменяются в пределах $0 \leq i \leq k - 1$, $0 \leq j \leq n - 1$, состоят эти системы из $k + n$ уравнений, которые решают совместно с $k + n$ условиями симметрии $U_{i, -1} = U_{i, 1}$ ($0 \leq i \leq k - 1$), $U_{-1, j} = U_{1j}$ ($0 \leq j \leq n - 1$) и $k + n$ условиями на контуре $U_{in} = U_{kj}$ ($0 \leq i \leq k - 1$, $0 \leq j \leq n - 1$).

Кольцевые и круглые опоры.

При расчете кольцевых и круглых аэростатических опор с микроканавками последовательность операций такая же.

Начало координат поместим в центр опоры, ось X , от которой отсчитывается полярный угол φ , направим через одно из отверстий (рис. 126). В силу симметрии рассматриваем часть опоры, ограниченную лучами $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/N$ (здесь N — число отверстий).

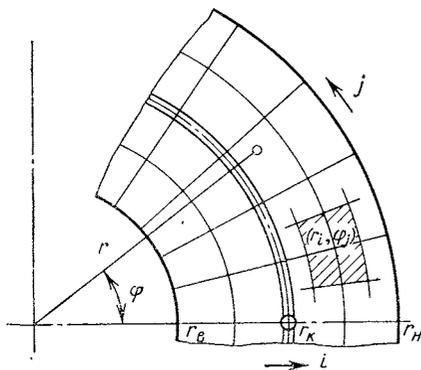


Рис. 126. К расчету кольцевых и круглых аэростатических опор с микроканавками численным методом

Расход газа в зазоре в направлении изменения r (φ) определяется соотношениями

$$M_r = -\frac{h^3 \rho_a}{24 \mu \rho_a} \frac{\partial p}{\partial r} r \Delta \varphi; \quad M_\varphi = -\frac{h^3 \rho_a}{24 \mu \rho_a} \frac{\partial p^2}{\partial \varphi} \frac{\Delta r}{r}, \quad (415)$$

расход газа в радиальной и кольцевой микроканавках

$$M_{kr} = -\frac{f_r \rho_a}{2 \mu \rho_a} \frac{\partial p^2}{\partial r}; \quad M_{k\varphi} = \frac{f_\varphi \rho_a}{2 \mu \rho_a} \frac{\partial p^2}{\partial \varphi} \frac{1}{r}, \quad (416)$$

где r, φ — полярные координаты $\Delta r = r_b/k_1 = r_n/k_2$, $\Delta \varphi = \pi/(Nn)$; r_b, r_n — внутренний и наружный радиусы кольцевой опоры.

Из условия баланса массового расхода смазки через элемент поверхности $r_{i-1/2} \leq r \leq r_{i+1/2}$, $\varphi_{j-1/2} \leq \varphi \leq \varphi_{j+1/2}$ после замены производных в выражениях (415), (416) разностными соотношениями и перехода к безразмерным переменным получим уравнения вида (407) для значений P_{ij} . В этих уравнениях коэффициенты при неизвестных определяются аналогично тому, как в случае прямоугольных опор:

для узла с кольцевой микроканавкой

$$a_{ij} = 2i \Delta \varphi + \frac{2}{i \Delta \varphi} + \frac{2}{i \Delta R \Delta \varphi} K, \quad b_{ij} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \Delta \varphi, \\ c_{ij} = \left(i - \frac{1}{2}\right) \Delta \varphi, \quad d_{ij} = e_{ij} = \frac{1}{i \Delta \varphi} + \frac{1}{i \Delta R \Delta \varphi} K_\varphi;$$

для узла с радиальной микроканавкой, встречающегося при расчете кольцевых двухканавочных секций (см. рис. 116, а),

$$a_{ij} = 2i \Delta \varphi + \frac{2}{i \Delta \varphi} + \frac{2}{\Delta R} K, \quad b_{ij} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \Delta \varphi + \frac{1}{\Delta R} K, \\ c_{ij} = \left(i - \frac{1}{2}\right) \Delta \varphi + \frac{1}{\Delta R} P, \quad d_{ij} = e_{ij} = \frac{1}{i \Delta \varphi},$$

где $\Delta R = \Delta r/r_n$; безразмерный параметр микроканавки

$$K = \frac{12f}{r_n h^3} = \frac{t^4}{5 \sqrt{3} r_n h^3}.$$

Свободный член и коэффициент режима определяют по соответствующим формулам для прямоугольных опор.

Систему для значений P_{ij} линеаризуют с помощью преобразования (410), в результате для величин U_{ij} получают уравнения вида (411). Индексы в системах для U_{ij} , получаемых при расчете кольцевых опор (см. рис. 120, а), изменяются в пределах $(k_1 + 1) \leq i \leq (k_2 - 1)$, $0 \leq j \leq n$, состоят они из $(k_2 - k_1 - 1) \times (n + 1)$ уравнений, которые решают совместно с $2(k_2 - k_1 - 1)$ условиями симметрии $U_{i,-1} = U_{i,1}$, $U_{i,n+1} = U_{i,n-1}$ ($k_1 \leq i \leq k_2$) и $n + 1$ условиями на контуре $U_{k_1,j} = U_{k_2,j} = 0$ ($0 \leq j \leq n$).

Для круглых опор (см. рис. 120, б) индексы изменяются в пределах $1 \leq i \leq k$ ($k = r_n/\Delta r$), $0 \leq j \leq n$, условия симметрии

$U_{i,-1} = U_{i,1}$, $U_{i,(n+1)} = U_{i,(n-1)}$ ($1 \leq i \leq k$), на контуре $U_{kj} = 0$ ($0 \leq j \leq n$), а в центре опоры производная $\partial P / \partial R$ должна быть равна нулю, откуда следует $U_{0j} = U_{1j}$ ($0 \leq j \leq n$ или $U_{0j} = U_{0,(j+1)}$, $U_{0,n/2} = U_{1,n/2}$).

После решения систем для U_{ij} по формуле (413) вычисляют значения коэффициента режима, а по формуле (414) — поле давлений в опоре.

Удельную подъемную силу $K_n = W / (Sp_a)$ кольцевых опор вычисляют по формуле

$$K_n = -1 + \sum_{i=k}^{k_2-1} \sum_{j=0}^{n-1} P_{(i+1/2), (j+1/2)} \frac{2i+1}{(k_2^2 - k_1^2)n},$$

для круглых

$$K_n = -1 + \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{n-1} P_{(i+1/2), (j+1/2)} \frac{2i+1}{k^2 n}.$$

Радиус кольцевой микроканавки r_k в кольцевых опорах обычно выбирают исходя из условия $r_k = \sqrt{r_b r_n}$, выполнение которого обеспечивает минимум расхода при максимальной жесткости.

Методика расчета плоских аэростатических опор с микроканавками (примеры расчета)

Результаты расчетов для плоских аэростатических опор с микроканавками по численному методу приведены в прилож. 4—9. Приведены значения удельной подъемной силы K_n для ряда P_d и K и величины U_d в зависимости от K :

прямоугольных одноканавочных опор большой длины с относительной длиной опорных элементов $\lambda = L/B = 0,5; 1, 2, 5$ (прилож. 4);

прямоугольных одноканавочных секций с относительной длиной $\lambda = L/B = 3, 4, 5, 6$ (прилож. 5);

прямоугольных двухканавочных секций с относительной длиной $\lambda = L/B = 2, 3, 4$ и $B_2 = 0,25 B$ (прилож. 6);

кольцевых опор с кольцевой микроканавкой с числом отверстий $N = 4$, отношением радиусов $\xi = r_b/r_n = 0,2; 0,4; 0,6$ и радиусом микроканавки $r_k = \sqrt{r_b r_n}$ (прилож. 7);

кольцевых опор с кольцевой микроканавкой с числом отверстий $N = 6$, отношением радиусов $\xi = r_b/r_n = 0,4; 0,6; 0,8$ и радиусом микроканавки $r_k = \sqrt{r_b r_n}$ (прилож. 8);

круглых опор с кольцевой микроканавкой с числом отверстий $N = 4$ и относительным радиусом микроканавки $\xi_k = r_k/r_n = 0,4; 0,6; 0,8$ (прилож. 9).

В прил. 10 приведены значения величины $\bar{m}U_d$, рассчитанные по формуле (413), которые используют для построения кривых $K_H(\bar{m})$. В качестве функции истечения $\Theta(P_d/P_s)$ здесь принята единая аналитическая зависимость

$$\Theta\left(\frac{P_d}{P_s}\right) = \sqrt{1 - \left(\frac{P_d}{P_s}\right)^4}, \quad (417)$$

не более чем на 5% отличающаяся от обычно применяемой зависимости Прандтля [20] и более близкая к экспериментальным данным, приведенным в работе [14].

По графикам зависимости K_H от \bar{m} строят кривые зависимости K_H от K для ряда значений \bar{m} , удобные для практических расчетов. Последовательность построения покажем на примере кольцевой опоры с микроканавкой, имеющей шесть отверстий поддува, с отношением радиусов $\xi = 0,6$.

Чтобы построить кривые зависимости $K_H(\bar{m})$, необходимо: а) для заданных K и P_d определить K_H по табл. 1 прил. 8 или соответствующему графику; б) по табл. 2 прил. 8 или соответствующему графику определить величину U_d ; в) по прил. 10 или графику определить величину $\bar{m}U_d$; г) вычислить \bar{m} и в плоскости $\bar{m}K_H$ поставить соответствующую точку, например, для $P_d = 4$, $K = 1$, $K_H = 1,36$ (рис. 127), $U_d = 0,176$ (рис. 128), при $P_s = 5$, $\bar{m}U_d = 3,9$ (рис. 129), $\bar{m} = 3,9/0,176 = 22,1$. Соот-

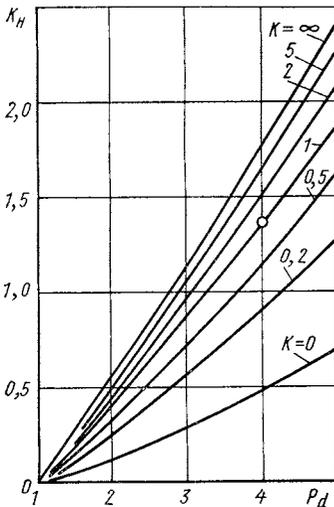


Рис. 127. Зависимость удельной подъемной силы кольцевой аэростатической опоры с отношением радиусов $r_B/r_{II} = 0,6$ и числом отверстий $N = 6$ от давления в точке поддува P_d и безразмерного параметра K

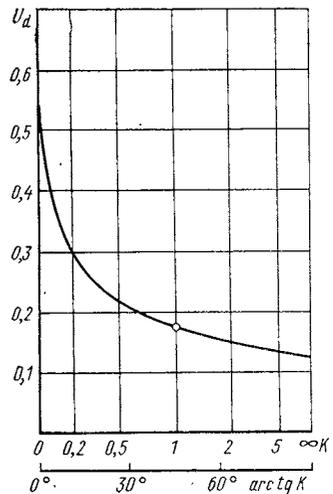


Рис. 128. Зависимость величины U_d для кольцевой опоры с отношением радиусов $r_B/r_{II} = 0,6$ и числом отверстий $N = 6$ от безразмерного параметра K

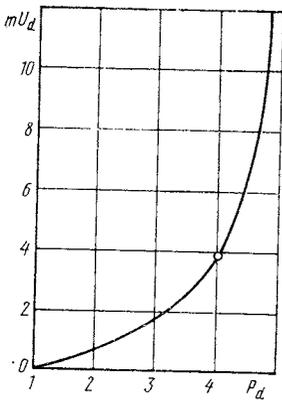


Рис. 129. Зависимость величины mU_d от давления поддува и давления в точке поддува для закона истечения, выраженного формулой (417)

ветствующая точка $\bar{m} = 22,1$, $K_H = 1,36$ на рис. 130 отмечена кружком.

При практических расчетах удобнее пользоваться графиками зависимости K_H от K , которые строят по кривым $K_H(\bar{m})$, например, кривую $\bar{m} = 20$ строят по значениям, определенным из рис. 130, при $K = 0$, $K_H = 0,65$, $K = 0,2$, $K_H = 1,06$ и т. д. (рис. 131). Графики зависимости K_H от K для $P_s =$

$= 5$, где в качестве функции истечения принята зависимость (417), приведены в работе [26].

Жесткость опор G определяют дифференцированием подъемной силы по зазору

$$G = \left| \frac{dW}{dh} \right| = \frac{Sp_a}{h} K_{ж}, \quad (418)$$

где $K_{ж} = \left| \frac{dK_H}{dH} \right|$ — удельная жесткость; $H = h/h_0$; h_0 — величина зазора, при которой вычисляется жесткость.

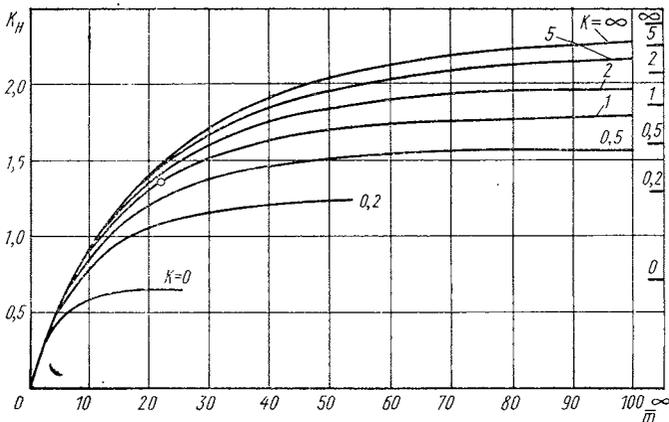
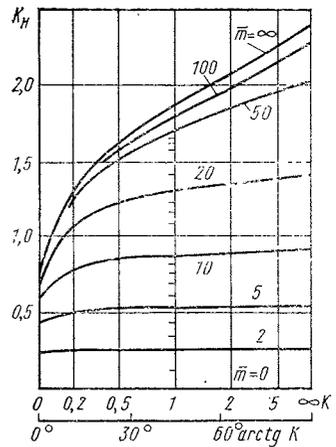


Рис. 130. Зависимость удельной подъемной силы кольцевой опоры с отношением радиусов $r_B/r_H = 0,6$ и числом отверстий $N = 6$ при $P_s = 5$ от коэффициента режима для ряда значений параметра K

Рис. 131. Зависимость удельной подъемной силы кольцевой опоры с отношением радиусов $r_b/r_n = 0,6$ и числом отверстий $N = 6$ при $P_s = 5$ от параметра K для ряда значений коэффициента режима m



Для непосредственного вычисления удельной жесткости можно пользоваться графиками зависимости K_H от K , заменив производную разностным соотношением

$$\frac{dK_H}{dH} = \frac{K_H(K_+, m_+) - K_H(K_-, m_-)}{2 \Delta H}, \quad (419)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K_{\pm} &= K_0 / (1 \mp \Delta H)^3, \\ m_{\pm} &= m_0 / (1 \mp \Delta H)^3. \end{aligned} \right\} \quad (420)$$

Приемлемая точность вычисления достигается при $\Delta H \approx 0,1$. При расчетах принимаются следующие обозначения:

p — абсолютное давление газа воздуха, кгс/см²

p_a — давление окружающей среды (атмосферное давление $p_a = 1$ кгс/см)

p_s — давление поддува, кгс/см²

p_d — давление в зазоре в точке поддува, кгс/см²

L — длина прямоугольной секции или расстояние между отверстиями в направляющей большой длины, см

B — ширина прямоугольной секции или направляющей большой длины, см

B_2 — расстояние от продольной микроканавки до контура в двухканавочной секции ($B_2 = B/4$), см

r_b — внутренний радиус кольцевого подпятника, см

r_n — наружный радиус кольцевого и круглого подпятника, см

r_k — радиус расположения кольцевой микроканавки в кольцевом и круглом подпятнике (в кольцевом $r_k = (\sqrt{r_b r_n})$ см,

h — зазор в опорах, см

μ — динамическая вязкость (для воздуха $\mu = 184 \times 10^{-10}$ кгс·с·см⁻² при 20°С)

ρ_a — плотность окружающей среды (для воздуха, $\rho_a = 1,23 \times 10^{-9}$ кгс·с²·см⁻⁴ при 20°С и $p_a = 1$ кгс/см²)

d — диаметр отверстий поддува, см

t — глубина микроканавки с профилем правильного треугольника, см

M — массовый расход газа (воздуха), кгс·с·см⁻¹

Q — объемный расход, см³·с⁻¹

W — подъемная сила, кгс

G — жесткость, кгс·см⁻¹

S — площадь опоры, см²

$K_H = W/(Sp_a)$ — удельная подъемная сила

$K_{ж} = Gh/(Sp_a)$ — удельная жесткость

$\lambda = L/B$ — относительная длина прямоугольной секции или опорного элемента в направляющей большой длины

$\lambda_2 = B_2/B$ — относительное расстояние от продольной микроканавки до контура в двухканавочной секции ($\lambda_2 = 1/4$)

$\xi = r_B/r_H$ — отношение радиусов кольцевого подпятника

$\xi_K = r_K/r_H$ — относительный радиус расположения кольцевой микроканавки (в кольцевом подпятнике $\xi_K = \sqrt{\xi}$)

N — число отверстий в кольцевом и круглом подпятниках

$P_s = p_s/p_a$ — относительное давление поддува

$m = \frac{12,9\alpha\mu d^2}{\sqrt{p_a\rho_a h^3}}$ — коэффициент режима

$K = \frac{0,231t^4}{Bh^3}$ — параметр микроканавки одно- и двухканавочных

секций и направляющих большой длины

$K = \frac{0,1155t^4}{Bh^3}$ — параметр микроканавки кольцевого и круглого

подпятника

$\alpha = 0,75$ — коэффициент истечения.

В примерах показана последовательность определения подъемной силы, жесткости, оптимальных параметров и объемного расхода смазки для плоских аэростатических опор с микроканавками.

Пример 1. Определим подъемную силу кольцевого подпятника с $r_B = 50$ мм, $r_H = 84$ мм, $N = 6$, $t = 0,25$ м, $d = 0,2$ мм при $h = 10$ мкм, $p_s = 5$ кгс/см².

В принятой системе единиц (кгс, см, с) эти величины имеют следующие значения: $r_B = 5$ см, $r_H = 8,4$ см, $t = 2,5 \cdot 10^{-2}$ см, $d = 2 \cdot 10^{-2}$ см, $h = 10^{-3}$ см.

1. Вычисляем безразмерные характеристики

$$m = \frac{12,9\alpha\mu d^2}{p_a\rho_a h^3} = \frac{12,9 \cdot 0,75 \cdot 1,84 \cdot 10^{-10} \cdot 2^2 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{1 \cdot 1,23 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-9}}} = 20,3;$$

$$K = \frac{0,1155t^4}{r_H h^3} = \frac{0,1155 \cdot 2,5^4 \cdot 10^{-8}}{8,4 \cdot 10^{-9}} = 5,38;$$

$$\xi = r_B/r_H = 0,595; \quad P_s = p_s/p_a = 5.$$

2. По графику (рис. 131) определяем удельную подъемную силу $K_H = 1,38$.

3. Вычисляем подъемную силу

$$W = \pi (r_H^2 - r_B^2) p_a K_H = 3,14 (8,4^2 - 5^2) 1,38 = 198 \text{ кгс.}$$

Пример 2. Определить жесткость этой же опоры.

Приняв $\Delta H = 0,1$, вычисляем по формулам (420) $K_+ = 7,38$, $K_- = 4,04$, $m_+ = 27,8$, $m_- = 15,25$; по графику (см. рис. 131) определяем

$K_H(K_+, m_+) = 1,63$, $K_H(K_-, m_-) = 1,2$;

по формуле (419) находим $K_{ж} = 2,15$. Затем вычисляем жесткость по формуле (418):

$$G = \frac{\pi (r_H^2 - r_B^2)}{h} K_{ж} = \frac{3,14 (8,4^2 - 5^2)}{10^{-3}} 2,15 = 3,06 \cdot 10^5 \frac{\text{кгс}}{\text{см}} = 30,6 \frac{\text{кгс}}{\text{мкм}}.$$

Изучение зависимости $K_n, K_{ж}$ от безразмерных параметров K, m (или t, d, h) позволяет сделать следующие выводы:

1. При $K = 0$ (микроканавка отсутствует, $t = 0$) подъемная сила растет с увеличением \bar{m} (или d) и достигает максимума при $m = \infty$. Жесткость равна нулю при $\bar{m} = 0, \bar{m} = \infty$ и имеет максимум при некотором конечном \bar{m} , соответствующем $p_d/p_s \approx 0,7$.

2. При $K = \infty$ (глубокая канавка) характер изменения подъемной силы тот же, только в этом случае значения подъемной силы и жесткости значительно больше, чем при $K = 0$.

3. При $K \neq 0, K \neq \infty$ максимум жесткости достигается при нескольких больших значениях p_d/p_s ($p_d/p_s \approx 0,7...0,85$).

4. При значениях \bar{m} (или d), соответствующих $p_d/p_s < 0,9$, подъемная сила и жесткость растут с ростом K (или t).

5. При больших \bar{m} ($p_d/p_s \approx 0,9...1$) жесткость имеет максимум по K (или t).

В реальных опорах глубину микроканавки нельзя выполнять сколь угодно большой, ее ограничивает условие устойчивости от вибрации типа «пневмомолоток» (см. гл. XIV). Для одноканавочной направляющей большой длины условие устойчивости (427) принимает вид $t < \sqrt{0,347Bh}$, для одноканавочной секции

$$t < \sqrt{0,347 \frac{\lambda}{\lambda - 1} Bh},$$

для двухканавочной секции

$$t < \sqrt{0,173 \frac{\lambda}{\lambda - 6\lambda_2 + 2} Bh},$$

для кольцевого подпятника

$$t < \sqrt{0,173 \frac{1 - \xi^2}{\xi_k} r_h h}. \quad (421)$$

для круглого подпятника

$$t < \sqrt{0,173 \frac{1}{\xi_k} r_h h}.$$

Таким образом, чтобы достичь максимальной жесткости опоры при фиксированном зазоре, канавку следует выбирать возможно более глубокой в соответствии с условием устойчивости и подбирать оптимальное значение диаметра отверстия поддува. Если при этом подъемная сила окажется недостаточной, чтобы обеспечить нормальную работу опорного узла, то следует увеличить диаметр отверстия поддува и подбирать оптимальное значение глубины микроканавки, жесткость при этом уменьшится.

Пример 3. Найти оптимальные характеристики подпятника, описанного в примере 1, при $h = 15$ мкм.

1. Выбираем глубину микроканавки из условия (421). Если минимальный рабочий зазор $h \approx 5...6$ мкм, то максимальная глубина микроканавки $t_{\max} \approx 0,248...0,27$ мм. Примем $t = 0,25$ мм.

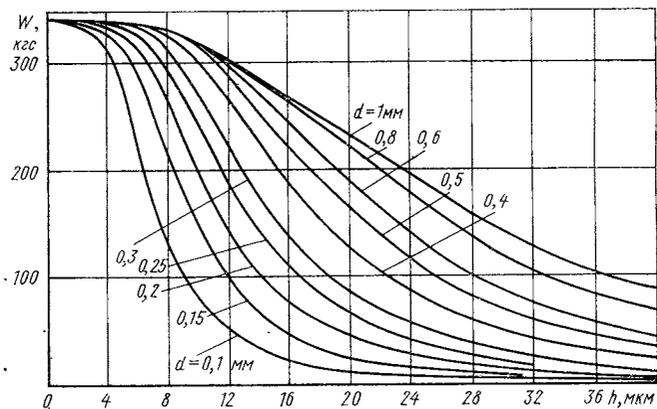


Рис. 132. Зависимость подъемной силы кольцевой опоры с $N = 6$, $r_B = 50$ мм, $r_H = 84$ мм от зазора при $p_s = 5$ кгс/см²:

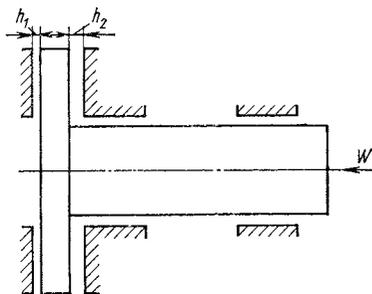


Рис. 133. К расчету осевой жесткости системы двух подпятников

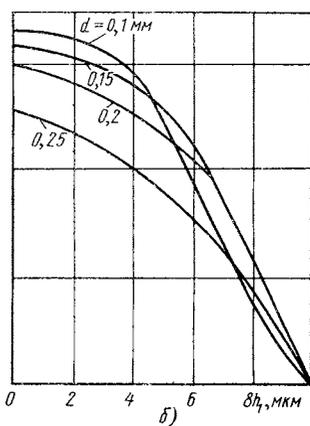
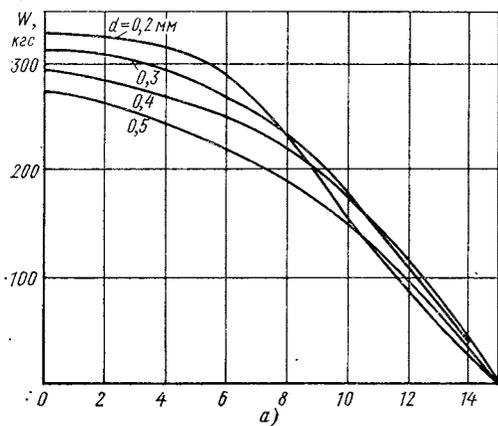


Рис. 134. Зависимость подъемной силы системы двух подпятников от зазора: а — $h_0 = 15$ мм; б — $h_0 = 10$ мм

2. Для ряда значений d, h при $t = 0,25$ мм вычисляем K, \bar{m} , определяем по графику, приведенному на рис. 131, соответствующие значения K_{II} .

3. Вычисляем значения подъемной силы и строим кривые $W(h)$ для ряда значений d (рис. 132).

4. При заданном h можно определить оптимальное d , при котором жесткость опоры максимальна. При $h = 15$ мкм $d_{\text{опт}} = 0,4$ мм, при этом жесткость

$$G = \frac{W(h + \Delta h) - W(h - \Delta h)}{2 \Delta h} = \frac{268 - 151}{2 \cdot 3} = 19,5 \frac{\text{кгс}}{\text{мм}},$$

если принять $\Delta h = 3$ мкм. Подъемная сила $W = 206$ кгс.

Пример 4. Найти осевую жесткость и оптимальные параметры системы двух подпятников (h_1, h_2 — зазоры в подпятниках, рис. 133).

1. При смещении вала под действием осевой нагрузки суммарную подъемную силу W определяют как разность действующих сил со стороны каждого подпятника:

$$W = W_1 - W_2.$$

2. Осевая жесткость системы в центральном положении ($h_1 = h_2 = h_0$) равна, очевидно, удвоенной жесткости одного подпятника. При $h_0 = 15$ мкм, $d = 0,4$ мм имеем $G = 39$ кгс/мм.

3. Очевидно, максимальная жесткость системы будет достигнута при том же значении d , что и в случае одного подпятника (рис. 134, а), в данном примере при $h_0 = 15$ мкм $d_{\text{опт}} = 0,4$ мм. При $d = 0,3$ мм жесткость системы двух подпятников несколько меньше, однако она близка к постоянной на большем участке изменения h_1 .

4. Для увеличения жесткости системы можно уменьшить суммарный осевой зазор, соответственно уменьшив диаметр отверстий. В частности, при $h_0 = 10$ мкм максимальной жесткости достигают при $d = 0,2$ мм, она равна $G = 61,5$ кгс/мм, что примерно в 1,5 раза больше, чем при $h_0 = 15$ мкм, $d = 0,4$ мм (рис. 134, б).

Пример 5. Определить объемный расход воздуха, приведенный к атмосферному давлению, при $t = 0,25$ мм, $d = 0,2$ мм, $h = 10$ мкм, $p_s = 5$ кгс/см².

1. Вычисляем $K = 5,38, \bar{m} = 20,3$.

2. Определяем по графику, представленному на рис. 128, $U_d = 0,135$.

3. Вычисляем $\bar{m}U_d = 2,74$.

4. Определяем по графику, представленному на рис. 129, $P_d = 3,55, P_d/P_s = 0,71$.

5. Вычисляем значение функции истечения $\Theta = \sqrt{1 - 0,71^4} = 0,864$.

6. Определяем массовый расход воздуха при $N = 6$:

$$M = N\alpha \cdot 0,538 \sqrt{p_s \rho_s} d^2 \Theta = 6 \cdot 0,7E \cdot 0,538 \times \\ \times \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 1,23 \cdot 10^{-9} \cdot 2^2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,864} = 1,47 \cdot 10^{-7} \text{ кгс} \cdot \text{с} \cdot \text{см}^{-1}.$$

7. Определяем объемный расход воздуха, приведенный к атмосферному давлению,

$$Q = \frac{M}{\rho_a} = \frac{1,47 \cdot 10^{-7}}{1,23} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ см}^3/\text{с} = 0,432 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

XIV Виброустойчивость аэростатических опор

Глава

„Пневмомолоток“ в аэростатических опорах

Применение аэростатических опор в прецизионных станках и приборах в значительной степени сдерживается малой изученностью вопросов, связанных с неустойчивостью типа «пневмомолотка» и способом ее ликвидации. Многие исследователи, наблюдая вибрации такого типа, отмечали трудность их устранения. Было замечено, что если газ из отверстия поддува попадает непосредственно в зазор (кольцевая диафрагма, рис. 135, *а*), то опора, как правило, устойчива, однако жесткость ее сравнительно низка.

Если газ из отверстия поддува малого диаметра попадает в карман, а затем в зазор (простая диафрагма), то жесткость опоры повышается приблизительно на 30—50%, однако такие опоры склонны к неустойчивости.

Рассмотрим механизм возникновения колебаний на примере плоской аэростатической опоры с карманом сравнительно большого объема (рис. 135, *б*). Необходимым условием устойчивости работы такой опоры является равенство расходов газа через отверстие поддува в карман и через зазор в окружающую среду. Величина этого расхода, зависящая от соотношения сопротивлений отверстия и зазора, определяет давление в кармане p_d , которое при изменении зазора изменяется медленно. При отклонении подвижной части опоры, например, в сторону уменьшения зазора расход смазки в нем уменьшается. Избыток газа, поступающего через отверстие поддува, медленно повышает давление в кармане p_d , которое при постоянной нагрузке увеличивает зазор. Силы инерции отклоняют подвижную часть опоры через положение равновесия в сторону большего зазора. При этом расход через отверстие поддува становится меньшим, чем через зазор, что приводит к медленному снижению давления в кармане. Силы инерции смещают подвижную часть опоры через положение равновесия в сторону уменьшения зазора, и с этого момента весь цикл повторяется. Таким образом, вследствие сжимаемости газов и наличия кармана энергия смазочного слоя может периодически

добавляться к энергии системы, обеспечивая периодические колебания.

В 1958 г. Лихт, Фуллер и Стернлихт опубликовали работу, в которой была сделана попытка анализа устойчивости плоских аэроэстатических опор. Их метод основывается на использовании «сосредоточенных параметров». Критерий устойчивости определяется из уравнения движения подвижной части опоры. Анализ устойчивости осуществляется с помощью метода возмущений, согласно которому давление, величина зазора и массовый расход могут быть представлены в виде суммы равновесных значений и малых отклонений от них.

Обозначим $\Delta p_d = p_d - p_{d0}$, $\Delta p = p - p_0$, $\Delta h = h - h_0$ — малые отклонения давления в кармане, в зазоре и толщины зазора от равновесных значений, обозначенных индексом «0». Примем следующие допущения: а) при равновесии и малых отклонениях от положения равновесия давление в кармане не зависит от радиуса; б) давление на участке от кармана до периферии опоры ($r_d \leq r \leq r_n$) в равновесном положении и при отклонении от него изменяется по линейному закону; в) затухание, обусловленное вязкостью, отсутствует; г) подвижная часть опоры может перемещаться только поступательно в вертикальном направлении.

Запишем условие баланса расхода смазки через опору, согласно которому разность расходов входящей и выходящей массы газа должна быть равна приращению массы газа в опоре:

$$M_{\text{вх}} - M_{\text{вых}} = \frac{dQ}{dt}, \quad (422)$$

где $M_{\text{вх}}$ — массовый расход газа на входе в опору; $M_{\text{вых}}$ — массовый расход газа на выходе из зазора; Q — масса газа, находящаяся в опоре; t — время.

Уравнение движения подвижной части опоры имеет вид

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} = W - F, \quad (423)$$

где m — масса подвижной части (не путать с m — коэффициентом режима); W — подъемная сила смазочного слоя; F — постоянная нагрузка.

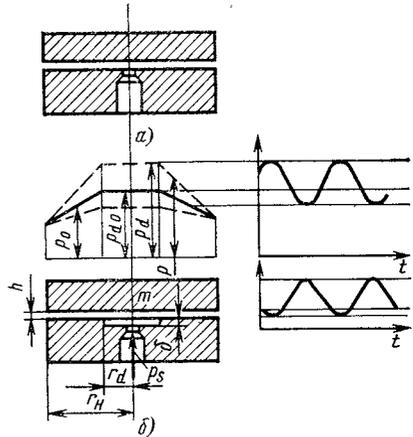


Рис. 135. Плоская аэроэстатическая опора: а — без кармана; б — с карманом

В равновесном положении, очевидно, $M_{\text{вх}0} = M_{\text{вых}0}$, $W_0 = F$. Учитывая характер распределения давления в зазоре, соответствующего допущению б,

$$p = -(p_d - p_a) \frac{r - r_d}{r_{\text{н}} - r_d} + p_d, \quad (424)$$

найдем величину подъемной силы опоры как объем эпюры — усеченного конуса с основанием радиуса $r_{\text{н}}$ и r_d и высотой $p_d - p_a$:

$$W = \frac{1}{3} \pi (p_d - p_a) (r_d^2 + r_d r_{\text{н}} + r_{\text{н}}^2) = A_e (p_d - p_a).$$

Представим в уравнениях (422), (423) входящие в них величины в виде суммы равновесных значений и малых добавок:

$$M_{\text{вх}} = M_{\text{вх}0} - \alpha \Delta p_d; \quad M_{\text{вых}} = M_{\text{вых}0} + \beta \Delta p_d + \gamma \Delta h;$$

$$Q = Q_0 + q \Delta p_d + s \Delta h; \quad h = h_0 + \Delta h; \quad W = W_0 + A_e \Delta p_d,$$

где

$$\alpha = - \left(\frac{\partial M_{\text{вх}}}{\partial p_d} \right)_0; \quad \beta = \left(\frac{\partial M_{\text{вых}}}{\partial p_d} \right)_0; \quad \gamma = \left(\frac{\partial M_{\text{вых}}}{\partial h} \right)_0;$$

$$q = \left(\frac{\partial Q}{\partial p_d} \right)_0; \quad s = \left(\frac{\partial Q}{\partial h} \right)_0.$$

В результате уравнения (422), (423) будут иметь вид

$$(\alpha + \beta) \Delta p_d - \gamma \Delta h = q \frac{d \Delta p_d}{dt} + s \frac{d \Delta h}{dt}; \quad m \frac{d^2 \Delta h}{dt^2} = A_e \Delta p_d.$$

Отсюда, исключив Δp_d , получим

$$\frac{d^3 \Delta h}{dt^3} + C_2 \frac{d^2 \Delta h}{dt^2} + C_1 \frac{d \Delta h}{dt} + C_0 \Delta h = 0,$$

где коэффициенты C_0 , C_1 , C_2 определяются выражениями

$$C_0 = \frac{\gamma A_e}{m q}; \quad C_1 = \frac{s A_e}{m q}; \quad C_2 = \frac{\alpha + \beta}{q}.$$

Поскольку все коэффициенты C положительны, применяя критерий Рауса—Гурвица, определяем, что для достижения устойчивости должно быть $C_1 C_2 > C_0$, или

$$\frac{\alpha + \beta}{\gamma} > \frac{q}{s}. \quad (425)$$

Входящие в это неравенство α , β , γ являются производными от расходов $M_{\text{вх}}$, определяемого по формулам (402), и $M_{\text{вых}}$:

$$M_{\text{вых}} = - \frac{h^3 \rho_a}{24 \mu p_a} \left(p \left(\frac{dp}{dr} \right)_{r=r_{\text{н}}} 2\pi r_{\text{н}} \right).$$

Масса газа Q в зазоре и кармане, входящая в выражения для q , s , может быть найдена как сумма массы газа в кармане $V_{\text{к}} \rho_a$ и зазоре, путем интегрирования ρh по поверхности зазора.

Анализ устойчивости, проведенный с помощью неравенства (425), показывает, что при постоянном давлении поддува p_s устойчивость повышается больше всего при увеличении давления в кармане и уменьшении глубины кармана. Естественно предположить, что глубина кармана должна быть сопоставима с толщиной газового слоя. Размер и тип отверстия также значительно влияют на устойчивую работу опоры. При использовании отверстия поддува в виде капилляра неустойчивость более вероятна, чем при дроссельном отверстии.

Описанный метод дает неполную качественную оценку влияния различных параметров на устойчивость плоских аэростатических опор. Так как при этом методе пренебрегают влиянием выдавливания смазочного слоя, то он дает неизменный критерий устойчивости только в небольшом диапазоне толщин смазочного слоя. Другим существенным недостатком описанного метода является отсутствие в неравенстве (425) массы подвижной части опоры.

Более точный анализ устойчивости плоских аэростатических опор описан в работе [37]. Их анализ основан на использовании «распределенных параметров» с учетом нестационарности распределения давления в зазоре.

Уравнения баланса расхода смазки в опоре и движения подвижной части те же, что и в предыдущем методе, т. е. уравнения (422) и (432), а распределение давления в зазоре описывается не стационарной формулой (424), а уравнением Рейнольдса, содержащим временной член:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r p \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{12\mu}{h} \frac{\partial (ph)}{\partial t}. \quad (426)$$

Система уравнений баланса расхода смазки (422), движения подвижной части (423) и Рейнольдса (426) линеаризуется, как и в предыдущем методе, и к полученным линейным уравнениям можно применить преобразование Лапласа. В результате из системы исключается время, а искомая функция зависит лишь от одной переменной r . Решение полученной системы на ЭВМ позволило найти границы устойчивости опоры.

Критерии устойчивости, получающиеся при данном анализе, более точные, чем при упрощенном анализе, описанном выше, хотя качественная оценка влияния различных параметров опоры (кроме массы подвижной части) на устойчивость в основном совпадает. Значительные расхождения в предельных величинах параметров, которые влияют на устойчивость, в некоторой степени можно объяснить отсутствием массы подвижной части в неравенстве (425). Данный анализ показал, что для всех значений давления газа, подводимого в смазочный зазор, увеличение массы понижает величину критической глубины кармана.

Представляют интерес результаты экспериментального исследования устойчивости и их сравнение с теоретическими, при-

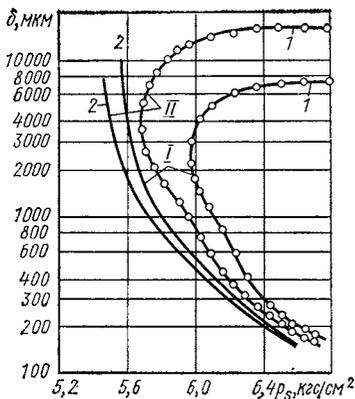


Рис. 136. Зависимость критической глубины кармана от подводимого давления и массы подвижной части опоры:

I и *II* — кривые, соответствующие массам подвижной части опоры 1,16 и 2,1 кг·с²·м⁻²; *1* — экспериментальные кривые; *2* — теоретические кривые

веденными в работе [38]. Эксперименты проводили с подпятником диаметром 127 мм и с карманом диаметром 25,4 мм. Сжатый воздух поступал в карман через 12 отверстий диаметром 0,42 мм. Подвижная часть опоры состояла из упорного диска, выполненного заодно с валом, который перемещался в осевом

направлении в двух радиальных аэростатических подшипниках. Массу подвижной части изменяли с помощью сменных втулок, а нагружение осуществляли с помощью пневматического устройства поршень цилиндр. Изменением глубины кармана или давления подводимого газа создавали неустойчивость опоры.

Для сравнения на рис. 136 приведены расчетные и определенные экспериментально значения критической глубины кармана. Наиболее заметное различие между двумя парами кривых заключается в том, что кривые, определенные экспериментально, двузначны. В области большого давления подводимого газа наблюдается относительно хорошее совпадение экспериментальных и теоретических результатов, однако расхождение верхних участков кривых значительное. Близость теоретических и экспериментальных кривых и тенденции к сближению увеличиваются с возрастанием массы подвижной части опоры, т. е. с уменьшением скорости реакции системы. Несмотря на количественное, а в некоторых случаях и качественное несовпадение экспериментальных и теоретических кривых, результаты анализа по методу, описанному в работе [38], позволяют сделать некоторое обобщение относительно влияния различных параметров плоских аэростатических опор на их устойчивость.

Вероятность возникновения неустойчивости уменьшается с уменьшением отношения объема газа, заключенного в карманах, к объему газа, находящегося в зазоре. Как показали эксперименты [36], это отношение не следует принимать больше 0,3.

Разница давлений газа на входе в отверстие поддува и на выходе из него ($p_s - p_d$) должна быть возможно меньшей, что достигается увеличением диаметра отверстий поддува. Отметим, что жесткость опоры при этом становится меньше максимальной величины, достигаемой при оптимальном значении диаметра отверстий поддува. Масса подвижной части, как следует из рис. 136, должна быть по возможности малой.

Методы борьбы с вибрациями типа „пневмомолоток“

Соответствующим подбором объема карманов, диаметра отверстий поддува, величины давления подводимого газа и высоты зазора всегда можно обеспечить устойчивую работу плоских аэростатических опор. Однако их параметры — жесткость, подъемная сила и расход — не будут являться оптимальными. Это объясняется тем, что для устойчивой работы опор необходимо до минимума уменьшать объем, или глубину карманов, что, как известно, ведет к потере несущей способности и жесткости, либо чрезмерно увеличивать зазор и давление подводимого газа, что резко снижает экономичность опоры вследствие большого расхода воздуха.

В настоящее время известны несколько способов, которые обеспечивают демпфирование вибраций в аэростатических опорах. Например, в отдельных случаях можно рекомендовать соединить карманов с герметичной упругой камерой, выполненной из резины или специальной пластмассы. Другой способ, заслуживающий внимания, заключается в применении акустических резонаторов Гельмгольца, встраиваемых непосредственно в опору. Характерной особенностью акустического резонатора является способность совершать низкочастотные собственные колебания, длина волны которых значительно больше размеров резонатора. Согласно теории, развитой Гельмгольцем и Рэлеем, для демпфирования колебаний опоры собственная частота колебаний резонатора должна быть равна частоте пневмовозбуждаемых колебаний. С повышением частоты колебаний размеры резонатора уменьшаются, и демпфирование осуществляется гораздо легче, чем при низкочастотных колебаниях. Опыты показали, что применение нескольких резонаторов с различными собственными частотами колебаний, которые перекрывали диапазон неустойчивости, удовлетворительных результатов

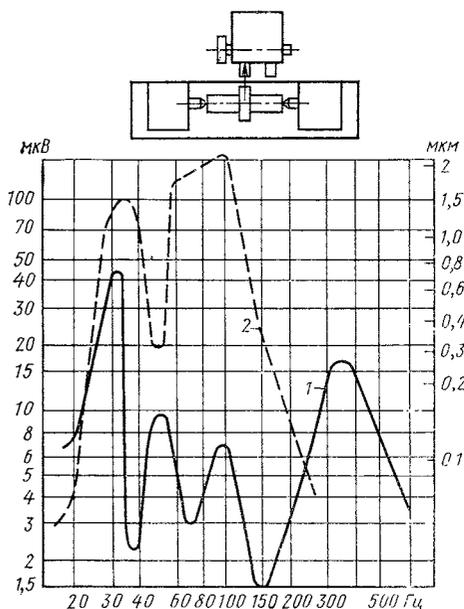


Рис. 137. Колебания круглошлифовального станка на холостом ходу: 1 — на аэростатических направляющих; 2 — на направляющих скользящих

не дало, так как они рассогласовывают систему и вызывают еще более сильные колебания. Это обуславливает основной недостаток описанного способа: возможность демпфировать колебания только в узком диапазоне собственных частот. С изменением же частоты, которое в реальных узлах вызывается изменением нагрузки на опору и непостоянством давления поддува, необходимо существенно изменять размер резонатора, что связано с определенными техническими трудностями.

В отдельных случаях эффективным и простым способом устранения колебаний является применение пористых аэростатических опор. Отсутствие вибраций пористых опор можно объяснить отсутствием полостей в зазоре, а также способностью пористой стенки поглощать энергию колебаний.

Как показал опыт ЭНИМСа, наиболее действенный способ устранения неустойчивости направляющих и подпятников — применение микроканавок для распределения смазки по зазору. Типовые конструкции опор с микроканавками описаны в гл. XII. Уменьшение давления воздуха вдоль микроканавок и по ширине рабочего зазора создает области различной жесткости, вследствие чего повышается виброустойчивость таких направляющих.

Измерение колебаний круглошлифовального станка с бабкой шлифовального круга на аэростатических направляющих показало, что они обладают хорошими демпфирующими свойствами. Наличие воздушного слоя в направляющих каретки поперечной подачи уменьшило амплитуду колебаний станка в несколько раз (рис. 137). Величины колебаний станка составляют не более $1/4—1/3$ допустимых для круглошлифовальных станков повышенной точности.

Экспериментальное исследование плоских аэростатических опор с микроканавками, проведенное в ЭНИМСе, позволило установить, что для устойчивой работы опоры объем микроканавок V_k должен быть в 4—5 раз меньше объема зазора V_3 между опорой и подвижной частью:

$$5V_k < V_3. \quad (427)$$

С увеличением глубины микроканавки градиент давления вдоль микроканавки уменьшается, а жесткость и подъемная сила увеличиваются. Однако увеличение объема микроканавки чревато появлением неустойчивости типа «пневмомолотка».

XV

Глава

Экспериментальное исследование опор с газовой смазкой

Стенд и аппаратура экспериментального исследования вихревой неустойчивости

Экспериментальное исследование угловой скорости вихря, момента его зарождения и условий подавления производили на специальном стенде (рис. 138) [36]. Основой стенда являлся электрошпиндель А48 (см. гл. I).

Испытываемый электрошпиндель был оборудован двумя емкостными датчиками для измерения положения шипа в подшипнике, манометрами для измерения давления в смазочном слое, устройством для нагружения вала внешней силой и рядом вспомогательных устройств. Электрошпиндель устанавливали в призме на массивной стальной плите; была предусмотрена и возможность его установки в вертикальном положении в гильзе.

Массивный вал электрошпинделя с напрессованным на нем ротором встроенного электродвигателя вращался в двух аэродинамических подшипниках, изготовленных из углеграфита АГ1500-Б83. Частоту вращения плавно регулировали в диапазоне от 9 до 48 тыс. об/мин изменением частоты трехфазного тока, питающего электродвигатель. Величину диаметрального зазора в подшипнике изменяли в пределах 10—35 мкм с интервалом через каждые 5 мкм путем замены валов разных диаметров. Массы и моменты инерции валов изменяли с помощью сменных удлинителей, устанавливаемых на переднем конце под нагрузочным подшипником. Вал можно было нагружать механически, а также поддувом воздуха в подшипники. Были исследованы подшипники с циркулярной и дифференциальной системами поддува. Основные параметры электрошпинделя, использованного в экспериментах, приведены в табл. 16.

Для измерения перемещений вала в горизонтальном и вертикальном направлениях на передней крышке электрошпинделя расположены два емкостных датчика (рис. 139) под углом 90° друг к другу. Датчик состоит из металлической пластинки 2 размером 3×3 мм, установленной параллельно поверхности вала 1 с зазором 0,25 мм. Посредством коаксиальных кабелей датчики включены в контуры высокочастотных генераторов двухканального частотного модулятора.

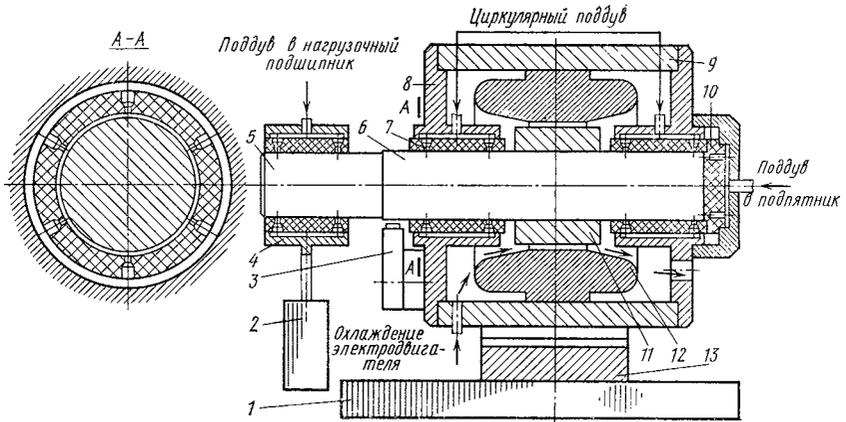


Рис. 138. Испытательный стенд:

1 — плита; 2 — груз; 3 — емкостный датчик; 4 — нагрузочный подшипник; 5 — удлинитель; 6 — шпindelь; 7 — подшипник с циркулярным поддувом; 8 — передний щит; 9 — корпус; 10 — подпятник; 11 — ротор электродвигателя; 12 — статор электродвигателя; 13 — призма

При изменении зазора модулируется частота генератора, которая затем детектируется и выводится в виде сигнала постоянного тока, модулированного по напряжению, на два катодных осциллографа. Для получения на экране осциллографа положения и траектории шипа в двух координатах на пластины горизонтальной развертки одного из них подается сигнал, усиленный вторым осциллографом. Наблюдаемые на экране траектории центра вала фиксирует фотоприставка. Тарируют датчик перемещением его в радиальном направлении: величину перемещения задают с помощью концевых мер длины 6, вводимых в размерную часть датчика.

Таблица 16

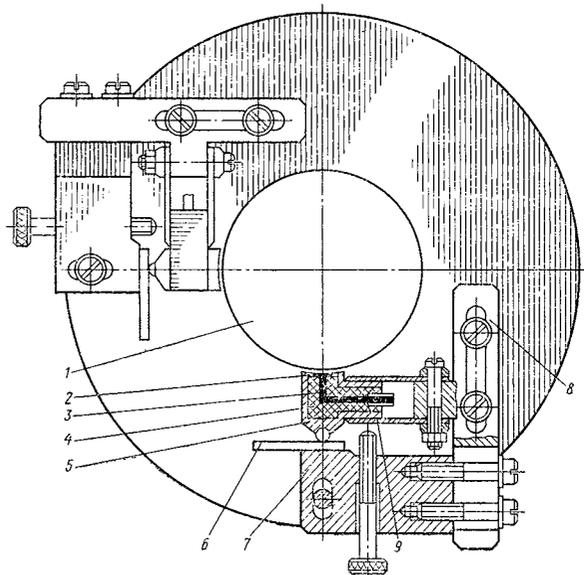
Основные параметры электрошпинделя A48

Параметры	Без удлинителя	С удлинителем
Номинальный диаметр подшипников, мм	32	32
Длина подшипников, мм	35	35
Расстояние между центрами подшипников, мм	97	97
Масса вала с ротором, г	1588	1896
Полярный момент инерции вала с ротором, $г \cdot см \cdot с^2$	3,09	3,44
Экваториальный момент инерции вала с ротором $г \cdot см \cdot с^2$	42,6	85,5

Кроме измерений перемещений вала, емкостные датчики позволяют измерять скорость движения его центра по траектории

Рис. 139. Емкостные датчики:

1 — вал; 2 — пластина датчика; 3 — провод к частотному модулятору; 4 — заливка эпоксидной смолой; 5 — корпус датчика; 6 — концевая мера длины; 7 — неподвижный упор; 8 — основание датчика; 9 — плоские пружины



вихря и определять на ней ориентацию вала. Для этого на поверхности вала в плоскости датчиков прошлифована лыска глубиной 0,2 и длиной 3 мм. При прохождении этой лыски мимо поверхности датчика последний срабатывает вследствие увеличения зазора; на траектории, наблюдаемой на экране осциллографа, появляется всплеск, который в дальнейшем будем называть меткой оборота.

Если вследствие дисбаланса центр вала описывает траекторию в виде окружности, то угловая скорость его движения равна скорости вращения вала (синхронный вихрь). В этом случае лыска проходит мимо поверхности каждого из двух датчиков один раз за оборот и на траектории наблюдаются две метки, расположенные одна относительно другой под тем же углом, что и датчики, т. е. под углом 90° .

При полускоростном вихре за время одного оборота центра вала по круговой траектории вал делает два оборота вокруг собственной оси, поэтому лыска проходит мимо каждого из датчиков дважды и на траектории вихря видны две пары диаметрально противоположных меток, причем одна пара меток повернута относительно другой на 45° . Метки остаются неподвижными, если отношение угловых скоростей вала и его центра равно двум. Если же это число меньше двух, то метки перемещаются по траектории вихря, так как при каждом обороте вала лыска располагается параллельно поверхности датчика в новом положении на траектории вихря.

Результаты исследования вихревой неустойчивости

Описанная выше аппаратура позволила изучить процессы возникновения и развития полускоростного вихря. Рассмотрим развитие вихря при разгоне шпинделя без поддува сжатого воздуха в подшипники, а также с циркулярной и дифференциальной системами поддува. В этой серии опытов, прежде чем включать электродвигатель шпинделя, открывали затвор фотоаппарата, установленного на осциллографе, а потом уже включали электродвигатель. В результате на пленке фиксировался ход луча осциллографа, повторяющий траекторию центра шпинделя в процессе разгона. Для предупреждения повреждения подшипников эксперименты проводили в основном при частотах вращения 12 и 18 тыс. об/мин. Контрольные пуски при больших частотах вращения показали полную аналогию с пусками на малых частотах.

Разгон без поддува сжатого воздуха. Вследствие трения покоя ось шпинделя, лежащего на нижних стенках подшипников, занимает случайное положение относительно оси подшипников. Поэтому на осциллограмме, представленной на рис. 140, центр шпинделя занимает любое случайное положение *1* вправо или влево

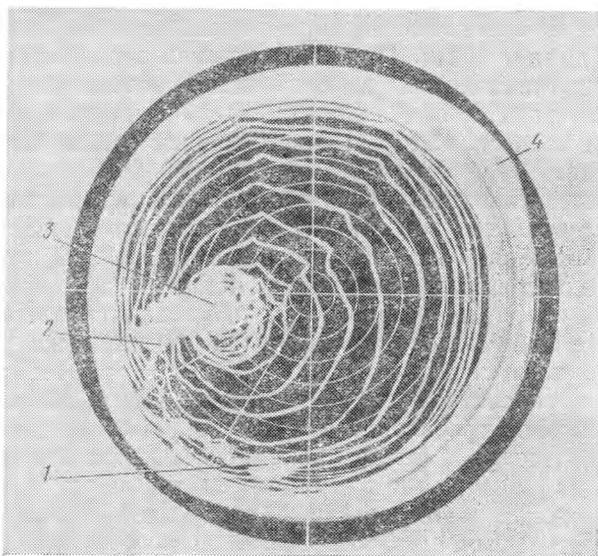


Рис. 140. Траектория центра шпинделя в процессе разгона шпинделя до частоты вращения 12 тыс. об/мин без поддува сжатого воздуха в подшипники при диаметральном зазоре 20—30 мкм:

1 — положение в статике; *2* — начало синхронного вихря; *3* — начало полускоростного вихря; *4* — полностью развившийся полускоростной вихрь

от вертикали в пределах угла трения. При начале вращения по часовой стрелке шпиндель скользит по вкладышу и его центр перемещается влево вверх в положение 2. Это перемещение происходит в течение нескольких первых оборотов, на что указывает растянутость траектории на участке 1—2. Дальше шпиндель поднимается на воздушной подушке и его центр медленно перемещается почти горизонтально вправо в положение 3. На этом участке траектории центр шпинделя вращается вокруг некоторой оси с двойной амплитудой биений порядка 3 мкм вследствие остаточного дисбаланса. Это вращение принято называть синхронным вихрем.

В положении 3, соответствующем величине относительного эксцентриситета $\varepsilon = 0,4$, шпиндель теряет устойчивость, его центр движется по спирали с половинной угловой скоростью, на что указывает наличие четырех меток оборотов на каждом витке спирали. То, что метки не перемещаются вдоль спиральной траектории, доказывает, что скорость вихря в процессе разгона равна половине угловой скорости вала, несмотря на быстрое возрастание этой скорости и амплитуды вихря.

При проведении этого эксперимента шпиндель должен быть отрегулирован так, чтобы лыска, находящаяся на поверхности его вала, проходила под пластинами датчиков только своим краем. Это необходимо для того, чтобы метки оборотов на осциллограмме имели вид небольших, но достаточно четких уступов на траектории вихря.

По достижении шипом вала стенок подшипника его центр описывает окружность, которая на осциллограмме выглядит как довольно широкое кольцо. «Размыв» траектории получается вследствие многократного обкатывания поверхности подшипника шипом вала. При каждом новом обороте центр вала проходит по новой траектории вследствие случайного суммирования ошибок изготовления вала и подшипников. Если уменьшить время экспозиции, то ширина кольца становится значительно уже. Отступление от круглости траектории вследствие неточностей изготовления и нелинейности измерительной аппаратуры можно оценить величиной порядка 4 мкм. Диаметр окружности вихря получается больше, чем величина диаметрального зазора 2 с, из-за того, что при коническом вихре вал оказывается перекошенным относительно оси подшипников, а так как датчики расположены не в плоскости подшипников, то они фиксируют большую окружность. Кроме того, в процессе вихря внешние кромки подшипников сминаются и изнашиваются: у подшипников, на которых проводились эксперименты, был обнаружен развал передней кромки порядка 7—8 мкм. В результате на осциллограмме (рис. 140) при неподвижном шпинделе точка 1 расположена внутри окружности вихря, что является доказательством того, что ось шпинделя движется по траектории конического вихря.

Зависимость диаметра окружности вихря от диаметрального зазора в подшипниках при горизонтальном положении оси шпинделя следующая:

Диаметральный зазор, мкм	15	20	24	30	35
Диаметр окружности вихря, мкм	16	22	26	38	42

При вертикальном положении оси шпинделя исключается влияние силы тяжести, и центр шипа при невращающемся шпинделе занимает случайное положение относительно оси подшипников. После включения электродвигателя центр шипа начинает описывать круговые траектории, диаметр которых увеличивается по мере возрастания скорости, и очень быстро становится равным $2c$. Из-за погрешности вертикальности оси шип вала в состоянии покоя прижат к какой-либо точке подшипника и движение по траектории полускоростного вихря начинается сразу с наибольшей амплитудой. Эти опыты подтвердили, что устойчивое вращение ненагруженного вала в аэродинамических подшипниках, т. е. в замкнутых цилиндрических подшипниках без поддува извне, невозможно.

Разгон с поддувом сжатого воздуха. При подаче сжатого воздуха в систему циркулярного поддува траектория центра шпинделя при начале вращения становится более крутой. Полускоростной вихрь начинает развиваться при меньшем эксцентриситете. На осциллограмме (рис. 141) видно, что для случая без поддува ($p_s = 0$) вихрь появляется при $\epsilon = 0,54$, а в случае с поддувом — при $\epsilon = 0,42$. При разгоне с поддувом на спиральной траектории развивающегося полускоростного вихря видны четыре неподвижные метки оборотов. Следовательно, скорость вихря также равна половине угловой скорости вала. Повышение избыточного давления поддува до 2 кгс/см^2 стабилизирует вращение, при этом давлении невращающийся шип вала не может отделиться от подшипника, но оно достаточно для предотвращения полускоростного вихря. При давлении поддува 3 кгс/см^2 траектория вихря спрямляется. При давлении 4 и 5 кгс/см^2 шип вала отделяется от подшипника и в конце разгона занимает почти соосное с подшипником положение. При давлении поддува 6 кгс/см^2 центр шипа совмещается с центром подшипника даже при невращающемся шпинделе, и вращение не изменяет этого положения.

Полностью развившийся вихрь с амплитудой, равной или большей $2c$, наблюдается не всегда. В подшипниках с малыми зазорами ($2c = 20 \text{ мкм}$), при небольших частотах вращения (12 тыс. об/мин) и давлениях сжатого воздуха при циркулярном поддуве вихрь развивается не полностью, его амплитуда меньше наибольшего эксцентриситета и не постоянна по времени, возникает пульсирующий вихрь. При увеличении частоты вращения до 24 тыс. об/мин вихрь развивается полностью и пульсации не происходит.

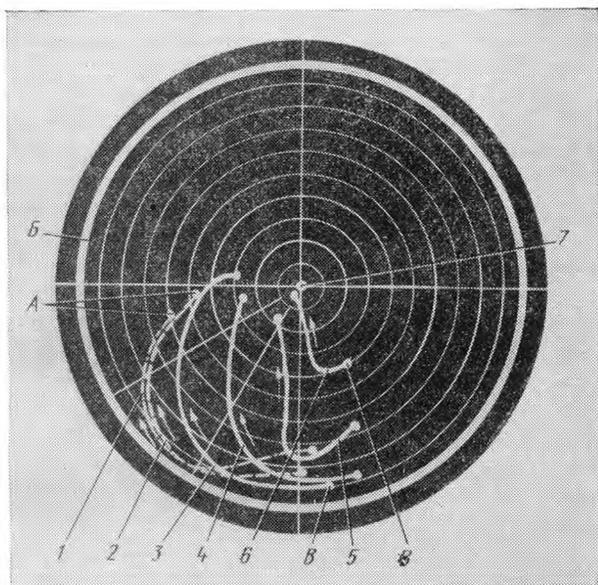


Рис. 141. Траектория центра шипа в процессе разгона шпинделя до частоты вращения 12 тыс. об/мин в подшипниках с диаметральной зазором 35 мкм без поддува и с поддувом сжатого воздуха под давлением 1—6 кгс/см² через циркулярную систему:

A — положение, в котором теряется устойчивость; *B* — окружность полускоростного вихря; *B* — положение в статике; 1 — без поддува; 2 — $p = 1$ кгс/см²; 3 — $p = 2$ кгс/см²; 4 — $p = 3$ кгс/см²; 5 — $p = 4$ кгс/см²; 6 — $p = 5$ кгс/см²; 7 — $p = 6$ кгс/см²

На осциллограмме траектории полностью развившегося и установившегося полускоростного вихря (рис. 142) четыре метки оборотов говорят о постоянстве и точности соотношения $\Omega = \omega/2$.

При поддуве сжатого воздуха в дифференциальную систему шип шпинделя оказывается отделенным от подшипника даже при избыточном давлении воздуха 0,5 кгс/см², но уже не в центральном положении, как при циркулярном поддуве, а со смещением в сторону, диаметрально противоположную продольной канавке (см. гл. III). Если включить электродвигатель, то при начале вращения центр шипа перемещается по дуге в сторону вращения в положение, близкое к центральному. С увеличением давления воздуха при дифференциальном поддуве начинает сказываться влияние продольной канавки. Уже при давлении 1 кгс/см² шип невращающегося шпинделя расположен относительно подшипника со значительным эксцентриситетом, но при вращении он занимает почти центральное положение: при давлении более 2 кгс/см² (рис. 143) шип шпинделя и при вращении располагается со значительным эксцентриситетом относительно подшипника. Траектория разгона центра шипа напоминает собой запятую. Дальнейшее увеличение давления поддуваемого воздуха не вы-

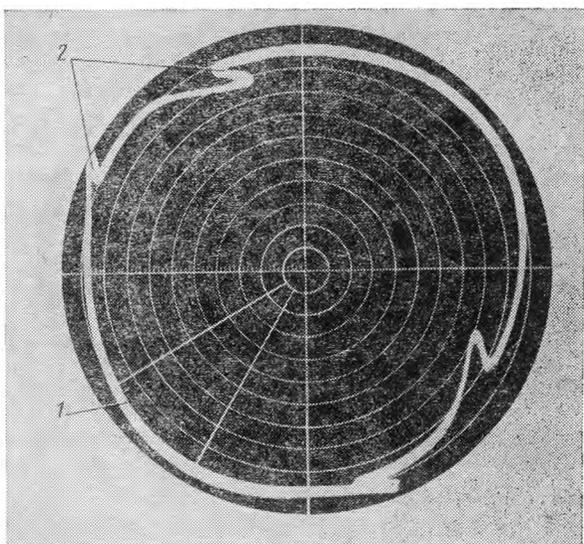


Рис. 142. Траектория центра шипа при полностью развившемся полускоростном вихре:
 1 — траектория полускоростного вихря; 2 — метки оборотов

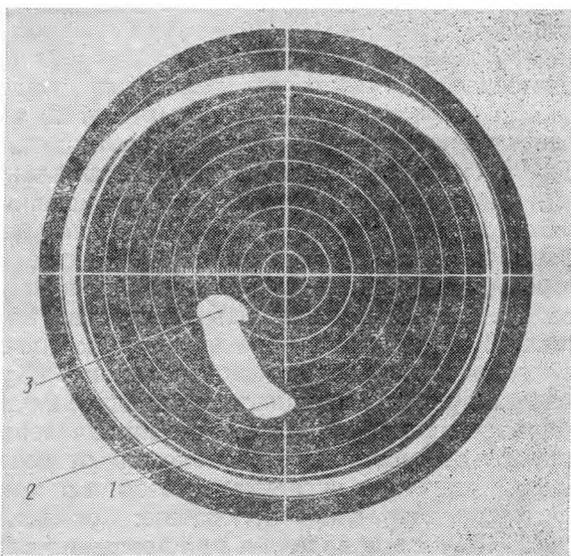


Рис. 143. Траектория центра шипа при разгоне шпинделя в подшипниках с дифференциальным поддувом:
 1 — окружность полускоростного вихря; 2 — положение шипа в статике; 3 — положение шипа при вращении с полной скоростью

зывает изменений в траектории разгона и положения невращающегося шпинделя. Таким образом, при дифференциальном поддуве шпиндель всегда находится в смещенном положении, которое, как будет показано дальше, устойчивее соосного.

Возникновение и гашение полускоростного вихря при установившейся угловой скорости шпинделя. Рассмотрим развитие полускоростного вихря при установившейся скорости вращения. Шпиндель в процессе разгона, поднимаясь на воздушной подушке, теряет устойчивость. Центр шипа начинает двигаться по развертывающейся спирали до тех пор, пока поверхность шипа не достигнет поверхности подшипника, по которой шип скользит, совершая круговое движение с половинной угловой скоростью.

При давлении поддуваемого воздуха выше критического шип шпинделя, разогнавшись, занимает почти соосное положение в подшипнике. При прекращении подачи воздуха вал немедленно теряет устойчивость. Его центр начинает двигаться по развертывающейся спирали до полного развития полускоростного вихря (рис. 144). Хорошо видна спиральная траектория центра шипа, состоящая из значительного числа витков, что объясняется плавным уменьшением статического давления в смазочном слое вследствие большого сопротивления истечению воздуха из зазора подшипника и значительной емкости воздушных коммуникаций.

При подаче сжатого воздуха в подшипник с давлением, большим критического, вихревое движение шипа шпинделя немедленно прекращается. Центр шипа вала с круговой траектории полускоростного вихря переходит на спиральную траекторию и за два-три витка возвращается в соосное положение.

При дифференциальном поддуве воздуха потеря устойчивости и стабилизация вращения происходят несколько иначе, чем при циркулярном поддуве. Если невращающийся шпиндель занимал положение 1 (рис. 145), а при разгоне шпиндель переместился в положение устойчивого равновесия 2, то при выключении поддува он сравнительно медленно перемещается в центральное положение 3 и только тогда теряет устойчивость. Шпиндель движется по спиральной траектории до касания поверхности подшипников.

При подаче сжатого воздуха в дифференциальную систему поддува вихревое движение шпинделя прекращается за два-три оборота, центр шпинделя движется по спиральной траектории и приходит в точку 1 (рис. 146), не совпадающую с положением устойчивого равновесия, в которой полускоростной вихрь прекращается. Но центр шипа шпинделя продолжает двигаться дальше от центра подшипника к его периферии в положение 2. Из положения 2 центр шипа шпинделя плавно и сравнительно медленно перемещается в положение устойчивого равновесия 3. Если вновь выключить поддув воздуха, то шпиндель опять перейдет в соосное положение, где потеряет устойчивость и начнет развиваться полускоростной вихрь.

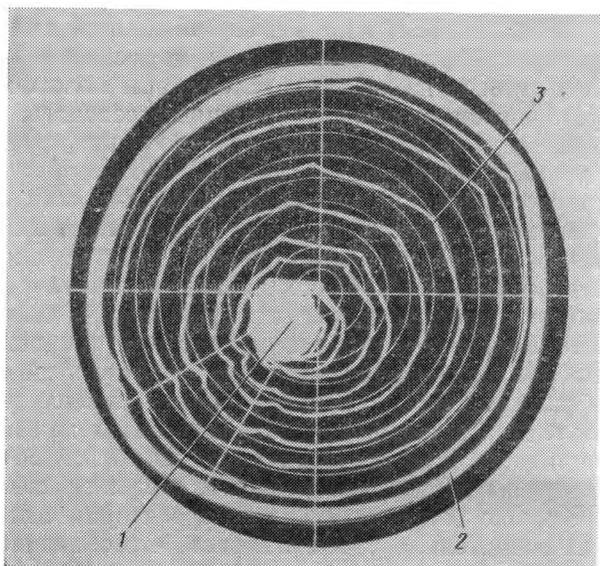


Рис. 144. Траектория центра шипа в процессе развития полускоростного вихря после выключения циркулярного поддува ($n = 12\,000$ об/мин):

1 — стабильное вращение; 2 — траектория развившегося вихря; 3 — метки оборотов

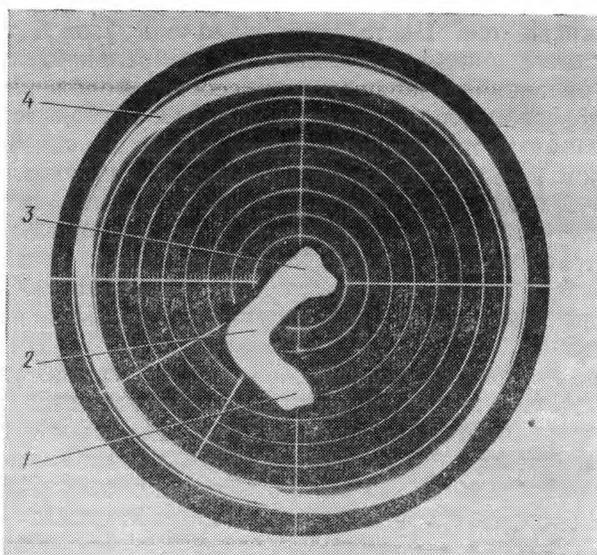


Рис. 145. Траектория центра шипа при разгоне до частоты вращения $12\,000$ об/мин (положение 1—2) и при потере устойчивости после выключения дифференциального поддува давлением 5 кгс/см² (положение 2—3); ось вращения вертикальна:

1 — положение оси шипа в статике; 2 — положение устойчивого вращения с полной частотой; 3 — положение потери устойчивости; 4 — окружность полускоростного вихря

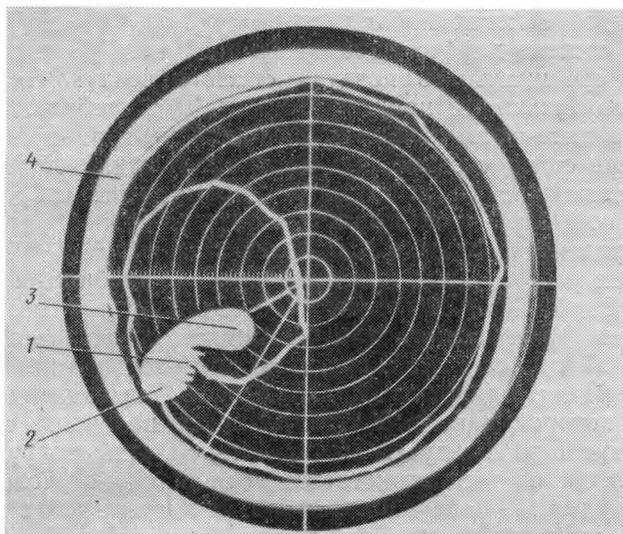


Рис. 146. Траектория центра шипа при подавлении полускоростного вихря дифференциальным поддувом давлением 5 кгс/см^2 , $n = 12\,000 \text{ об/мин}$:

1 — место стабилизации вращения; 2 — положение наибольшего эксцентриситета; 3 — устойчивое положение шипа; 4 — окружность полускоростного вихря

Перемещение центра шипа из положения устойчивого равновесия в соосное можно объяснить тем, что при выключении поддува избыточное давление в продольной канавке становится равным нулю. А так как шпиндель находился в вертикальном положении, давление воздуха в круговом зазоре подшипника выравнивается и затем, по мере утечки воздуха с торцов подшипника, уменьшается, что, в свою очередь, уменьшает радиальную жесткость смазочного слоя. Как только величина жесткости смазочного слоя не сможет уравновесить центробежную силу вала, начинает развиваться полускоростной вихрь.

При включении воздуха давление в продольной канавке почти мгновенно достигает максимального значения и начинает распространяться по зазору в направлении вращения вала. Создается повышенное давление, равнодействующая которого отбрасывает шип вала к периферии подшипника. При определенной величине эксцентриситета между шипом и подшипником вихревое движение прекращается, но эксцентриситет продолжает увеличиваться. И только после того, как в зоне минимального зазора начнет создаваться область повышенного давления, уравновешивающего радиальную силу, создаваемую давлением сжатого воздуха, центр шипа начинает двигаться по направлению к центру подшипника. Это движение продолжается до тех пор, пока не придут в равновесие аэродинамические силы смазочного слоя.

Описанное явление наблюдается при значительном давлении воздуха в системе дифференциального поддува. При подаче в систему дифференциального поддува сжатого воздуха небольшого избыточного давления, например $0,5 \text{ кгс/см}^2$, стабилизация происходит за пять-шесть оборотов и вблизи центрального положения. Теперь силы, создаваемые прижимной канавкой, не оказывают преобладающего действия и шпиндель не отбрасывается в сторону от центра, как было в предыдущем случае, когда давление поддуваемого воздуха равнялось 5 кгс/см^2 .

Остается рассмотреть развитие вихря при стабилизации внешней нагрузкой. При давлении стабилизирующего воздуха заведомо выше критического вал разогнался до заданной частоты вращения 24 тыс. об/мин. С помощью нагрузочного приспособления к консоли шпинделя прикладывали внешнюю нагрузку, величина которой заведомо стабилизирует вращение шпинделя при выключенном поддуве. Под действием этой нагрузки шип располагается с эксцентриситетом относительно подшипника, затем циркулярный поддув выключали, вследствие чего эксцентриситет еще немного увеличивался, но полускоростной вихрь не возникал. Подшипники работали в чисто аэродинамическом режиме, а появление вихря предотвращено внешней нагрузкой. Нагрузку плавно и медленно уменьшали, для чего с чашки при-

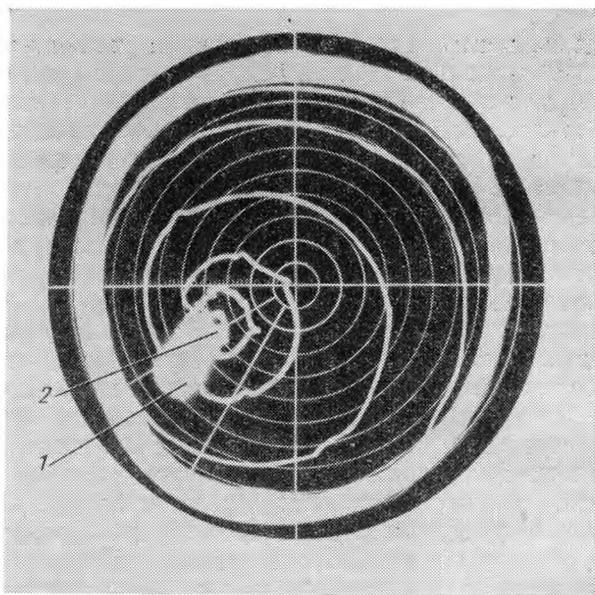


Рис. 147. Траектория центра шипа в процессе развития полускоростного вихря после снятия внешней стабилизирующей нагрузки:

1 — положение центра шипа при устойчивом вращении; 2 — место потери устойчивости

способления небольшими порциями снимали насыпанную дробь. Центр шипа перемещался по кривой подвижного равновесия к центру подшипника. При некоторой величине нагрузки и эксцентриситета начинал появляться полускоростной вихрь, что обнаруживалось по раздваиванию меток оборотов. Для предотвращения развития вихря нагрузку незначительно увеличивали. Стабилизированное положение центра шипа (точка 1 на рис. 147) фиксировали с помощью фотоаппарата. Не закрывая затвора, снимали нагрузку. Центр шпинделя скачком перемещался в положение 2 и дальше по спиральной траектории до полного развития полускоростного вихря.

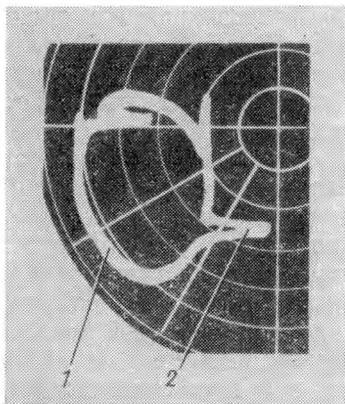


Рис. 148. Полускоростной вихрь шпинделя, нагруженного на консоли нагрузкой 1,135 кгс, без поддува воздуха в подшипники ($n = 12\,000$ об/мин, $2c = 30$ мкм):

1 — траектория полускоростного вихря; 2 — метки оборотов

Величина отскока из положения 1 в положение 2 зависит от скорости уменьшения нагрузки: если нагрузку снимать медленно, то вихрь начинается сразу в положении 1 после уменьшения нагрузки на 2—3 гс. Как и на предыдущих осциллограммах, спиральная траектория имеет четыре неподвижные метки оборотов.

Величину внешней нагрузки можно подобрать такой, что полускоростной вихрь будет развиваться не полностью. Радиус его действия не достигает величины радиального зазора c . Варьируя нагрузку, можно изменять радиус вихря.

В случае, приведенном на рис. 148, траектория вихря никогда не бывает круглой. Центр фигуры перемещается с изменением нагрузки приблизительно по кривой подвижного равновесия, амплитуда вихря растет с уменьшением эксцентриситета при соответствующем уменьшении нагрузки. При неизменной нагрузке амплитуда вихря остается постоянной. Четыре неподвижные метки оборотов говорят о точности отношения $\Omega = \omega/2$.

Подводя итоги, можно считать экспериментально доказанным, что независимо от условий возникновения и методов стабилизации шпинделя, вращающегося в аэродинамических подшипниках, потеря устойчивости всегда выражается в форме вихревого движения с угловой скоростью, равной половине угловой скорости вала. Это подтверждается наличием четырех неподвижных меток на спиральных траекториях развивающегося вихря и круговых траекториях развившегося. Отклонение от этой закономерности наблюдалось только при загрязнении или повреждении поверхностей подшипников и шипов шпинделя.

Микровихрь. На границе устойчивости стационарное положение вала сопровождается полускоростным вихрем его оси с весьма малой амплитудой — установившимся микровихрем. Справедливость этого положения была проверена экспериментально.

Порядок величины остаточного эксцентриситета хорошо отбалансированного вала (0,3—0,4 мкм) такой же, как порядок погрешностей формы шипов вала, так как при балансировке вал вращается на этих шипах. При вращении такого вала в аэродинамических подшипниках траектория синхронного вихря имеет вид замкнутой кривой нерегулярной формы, так как импульсы гидродинамической силы, создаваемые погрешностями формы шипов, вызывают биение центра шипа того же порядка малости, что и радиус синхронного вихря. Кроме того, датчики непосредственно воспринимают погрешности формы. На экране осциллографа траектория центра отображается поэтому небольшим световым пятном переменной формы. На всех приведенных выше осциллограммах стабилизированное вращение оси шпинделя выглядит как расплывчатое световое пятно в результате большой экспозиции пленки и послесвечения экрана осциллографа. Исследование микровихря на этом фоне оказалось невозможным. Увеличить радиус микровихря ρ не удастся, так как хорошо уравновешенный вал теряет устойчивость практически мгновенно при уменьшении давления поддуваемого воздуха до критической величины.

Задача была решена увеличением радиуса синхронного вихря. С этой целью на переднем конце шпинделя при помощи специального приспособления съемный груз закрепляли с эксцентриситетом.

При дисбалансе переходный процесс от устойчивого вращения — синхронного вихря к неустойчивому полускоростному вихрю совершается не мгновенно, как это наблюдается у хорошо уравновешенных шпинделей, а плавно. Если незначительно снизить давление циркулярного поддува, то траектория синхронного вихря начинает раздваиваться, приобретая вид эпициклоиды. Фигуры, иллюстрирующие последовательное развитие полускоростного вихря с дисбалансом, равным 0,315 г, при скорости вращения 30 000 об/мин показаны на рис. 149. Биение поверхности вала лишь незначительно искажает круговую траекторию центра шипа, так как амплитуда этих биений осталась малой, а радиус синхронного вихря значительно возрос. При рассмотрении фигур на рис. 149 следует помнить, что две или четыре метки оборотов не являются истинной траекторией центра шипа.

Последовательное развитие фигур достигалось ступенчатым уменьшением избыточного давления циркулярного поддува с 2,0 кгс/см² для фигуры 1, когда давление было несколько выше критического, до 1,8 кгс/см² для фигуры 10. При постоянном давлении соответствующая фигура оставалась неизменной. Метки оборотов на протяжении всего опыта оставались неподвижными.

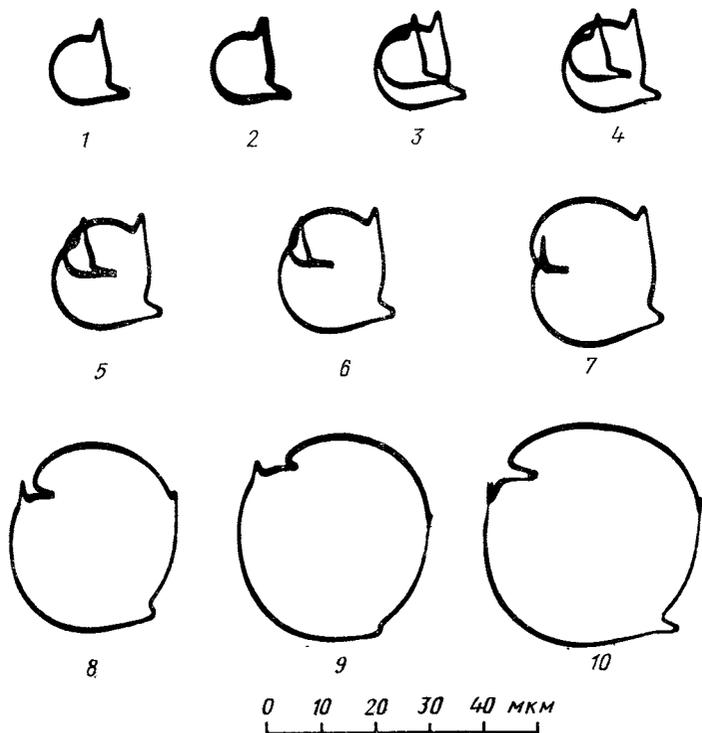


Рис. 149. Осциллограммы последовательности развития полускоростного вихря при снижении давления циркулярного поддува с 2 до 1,8 кгс/см²: дисбаланс 0,315 гс; $n = 30\,000$ об/мин; $2c = 35$ мкм; 1 — устойчивое вращение синхронного вихря радиусом 5 мкм; 2—10 — развитие полускоростного вихря

Искусственное увеличение радиуса r , использованное в опыте, не исказило неустойчивости. Уменьшая r , получаем качественно то же развитие неустойчивости.

Пока стабилизирующее давление поддува выше критической величины, траектория центра шипа имеет форму окружности с двумя метками оборотов (фигура 1). Затем круговая траектория раздваивается (фигура 2), дальнейшее развитие траектории шипа до развернутого вихря показано на остальных фигурах рис. 149. Рассмотрение этих фигур позволяет установить, что на любой стадии переходного процесса, включая устойчивое положение фигуры 1, существует полускоростной вихрь. Покажем, что фигуры на рис. 149 являются результатом сложения двух движений — вращения геометрического центра шипа C (рис. 150) вокруг точки O_1 с угловой скоростью $\Omega = \omega/2$ по окружности радиуса ρ и переносного вращения вокруг точки O_1 по окружности радиуса r с синхронной скоростью.

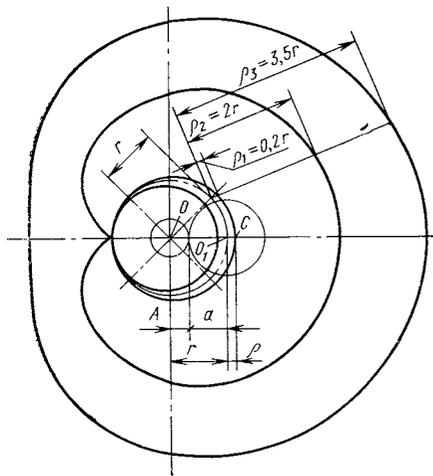


Рис. 150. Эпициклоиды для $\Omega = \omega/2$ и различных соотношений ρ/r

Для доказательства построим траектории движения и полученные фигуры сравним с опытными. Траектории представляют собой эпициклоиды (укороченные при малых ρ и удлиненные при больших ρ), получаемые качением круга радиуса a по неподвижному кругу радиуса $A = a/2$. Приняв при построении $r = A + a = 3A$, что соответствует условию $\Omega = \omega/2$, где по-прежнему r — радиус действия синхронного вихря, получим любую из фигур рис. 149 разметкой траекторий точек катящегося круга, расположенных на окружностях

с различными радиусами ρ . Одновременно убеждаемся в точности отношения $\Omega = \omega/2$. Предположив обратное, например $\Omega < \omega/2$, мы должны принять $a > 2A$. Но тогда начало и конец эпициклоиды не совпадут и на экране осциллографа фигура будет вращаться. В действительности фигуры на экране осциллографа неподвижны.

Рассмотрим подробнее фигуры 1 и 8 на рис. 149. Сравнив фигуру 2 с укороченной эпициклоидой на рис. 150, замечаем, что можно измерить радиус ρ полускоростного вихря, он равен половине наибольшего расстояния между наружной и внутренней ветвями укороченной эпициклоиды. На фигуре $\rho = 0,7$ мкм. Изучение фигуры 1 устойчивого режима показывает, что и здесь имеется составляющая полускоростного микровихря.

Толщина контура на фотографии фигуры пропорциональна скорости пробегающего по нему электронного луча. Это ясно видно на фигурах 8—10, где участок контура, заключенный между двумя правыми метками, значительно тоньше, чем более короткий, но отвечающий тому же отрезку времени участок между левыми метками. Скорость пробегающего луча по контуру фигуры 1 постоянна, так как $\rho \rightarrow 0$, и эпициклоида превратилась в окружность. Однако на этой фигуре ясно виден более тонкий участок с левой стороны. Сравнение фигуры 1 с фигурами 2 и 3 показывает, что здесь находится узел скрещивания внешней и внутренней ветвей эпициклоиды.

Таким образом, эксперименты подтверждают, что наблюдаемое устойчивое вращение шипа не есть стационарное. Оно сопровождается полускоростным микровихрем.

Сопоставление эффективности методов стабилизации. Практикой эксплуатации электрошпинделей с аэродинамическими

опорами и экспериментальными исследованиями установлено, что при прочих равных условиях полускоростной вихрь начинается при строго определенной величине угловой скорости вала, давлении поддуваемого воздуха или внешней нагрузке.

Для оценки эффективности способа подавления полускоростного вихря в качестве оценочного критерия нами принята величина давления поддуваемого воздуха, поскольку сравниваются подшипники с двумя системами поддува: циркулярной и дифференциальной. Частота вращения электрошпинделя является основной неизменной его характеристикой, диктуемой назначением электрошпинделя, поэтому принимать ее за изменяемый параметр для оценки системы поддува нецелесообразно.

Если шпиндель хорошо отбалансирован, то вихрь развивается практически мгновенно при снижении давления поддуваемого воздуха до критической величины. Для подавления полностью развившегося вихря требуется давление несколько большее критического. Эта разница избыточных давлений увеличивается с возрастанием частоты вращения. Если при частоте вращения 12 тыс. об/мин она практически неощутима, то при 48 тыс. об/мин разница составляет 0,2—0,3 кгс/см². За критическую величину давления поддуваемого воздуха принимаем давление, при котором наблюдается начало вихря.

Наблюдения показали, что внешние воздействия, такие, как удары по шпинделю, сотрясения стэнда и т. п., при давлениях поддуваемого воздуха, близких, но больших критического, если и вызывают появление полускоростного вихря, то последний немедленно гаснет вслед за прекращением сотрясений и ударов. Дисбаланс несколько повышает устойчивость, при увеличении дисбаланса величина критического давления воздуха незначительно понижается. Объяснить это явление можно тем, что при дисбалансе появляется эксцентриситет. Увеличение эксцентриситета, как известно, повышает устойчивость.

На величину критического давления поддуваемого воздуха оказывают существенное влияние: вид поддува, т. е. способ подвода воздуха в смазочный зазор, величина зазора, форма вала, частота вращения, положение вала в пространстве.

Анализ графиков, приведенных на рис. 151, показывает, что критическое давление увеличивается с возрастанием скорости и уменьшением зазора в подшипниках. И только при зазоре в 15 мкм критическое давление резко падает. Но при зазоре 15 мкм шип шпинделя не отделяется от подшипника и всегда прижат к одной его стороне, так как, по-видимому, из-за малости зазора в большей степени сказываются ошибки изготовления подшипников, особенно несимметричность расположения отверстий системы циркулярного поддува. Кроме того, при малых зазорах существует влияние, по-видимому, начинает оказывать перекося подшипников, величина которого также становится соизмеримой с величиной зазора. Перекося подшипников улучшает

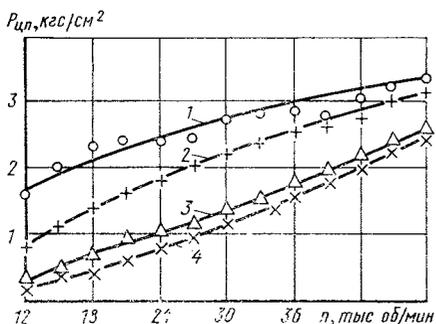


Рис. 151. Зависимость величины критического давления циркулярного поддува $P_{цп}$ от частоты вращения и величины диаметрального зазора $2c$ при горизонтальном положении оси шпинделя:

1 — $2c = 20$ мкм; 2 — $2c = 25$ мкм; 3 — $2c = 30$ мкм; 4 — $2c = 35$ мкм

устойчивости влияние его собственного веса и для стабилизации вращения требуется еще большее давление.

Из рис. 152 видно, что для частоты вращения 48 тыс. об/мин в горизонтальном положении критическое давление равно $4,6$ кгс/см², а при вертикальном положении оно возрастает до 8 кгс/см².

Еще большее влияние на величину критического давления оказывает форма вала. Для того же шпинделя, но с укрепленным на его переднем конце удлинителем (что изменяет соотношение осевого момента инерции с $3,04$ до $3,44$ г·см·с² и экваториального

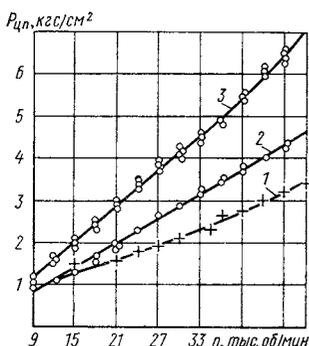


Рис. 152. Зависимость критического давления циркулярного поддува $P_{цп}$ от скорости вращения шпинделя:

1 — без удлинителя в горизонтальном положении; 2 — без удлинителя в вертикальном положении; 3 — с удлинителем в вертикальном положении; $2c = 35$ мкм

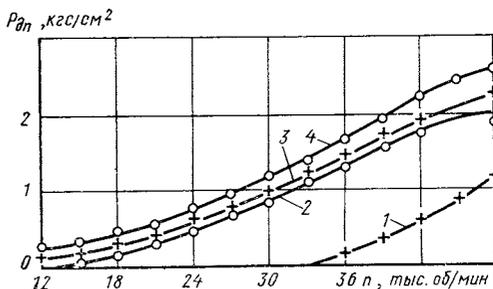


Рис. 153. Зависимость величины критического давления дифференциального поддува $P_{дп}$ от частоты вращения и диаметрального зазора при вертикальном положении оси шпинделя:

1 — $2c = 10$ мкм; 2 — $2c = 15$ мкм; 3 — $2c = 20$ мкм; 4 — $2c = 25$ мкм

их антивибрационные свойства. Поэтому этот случай можно считать циркулярным поддувом условно. Для наиболее часто употребляемой величины зазоров 20 и 25 мкм критическое избыточное давление воздуха для частоты вращения 48 тыс. об/мин достигает $4,1$ кгс/см², что практически совершенно неприемлемо, так как в заводских сетях сжатого воздуха давление часто уменьшается до $2,5$ — 3 кгс/см².

Если шпиндель установить вертикально, то исчезает благоприятное для

момента инерции с 42,6 до 85,5 г·см·с²) для развития частоты вращения 48 тыс. об/мин требуется избыточное давление 7,1 кгс/см².

Система дифференциального поддува оказывается более эффективной для предупреждения полускоростного вихря. Даже в вертикальном положении вала величина критического давления оказывается значительно меньшей, чем при циркулярном поддуве. Кроме того, в противоположность циркулярному поддуву с уменьшением диаметрального зазора в подшипнике величина критического давления падает. Как видно из рис. 153, наибольшая величина критического избыточного давления для зазора 25 мкм равна 2,6 кгс/см² вместо 4,1 кгс/см² при циркулярном поддуве.

Шпиндели в подшипниках с малыми зазорами 15 и 10 мкм работают устойчиво без поддува воздуха при частоте вращения до 12 тыс. об/мин в первом случае и до 33 тыс. об/мин — во втором вследствие влияния ошибок изготовления.

Исследование влияния отдельных элементов системы дифференциального поддува на устойчивость вращения показало, что одно центральное отверстие диаметром 1,5 мм стабилизирует вращение в той же степени, что и циркулярный поддув. Наличие продольной канавки глубиной 0,2 мм вдвое снижает величину критического давления. Но углубление канавки до 0,6 мм снижает критическое давление незначительно. Введение системы подвеса — двух отверстий диаметром 0,4 мм и двух кольцевых микроканалов — увеличивает критическое давление до величин, соответствующих давлению при одной канавке глубиной 0,2 мм. Те же элементы дифференциального поддува влияют и на положение шпинделя в подшипниках. Продольная канавка достаточной глубины смещает центр шипа шпинделя до величины эксцентриситета $\epsilon = 0,8$ и угла $\varphi = 30^\circ$, чем достигается наибольшая устойчивость. Введение системы подвеса уменьшает эксцентриситет до величины $\epsilon = 0,6$, что, естественно, несколько уменьшает устойчивость и повышает величину критического давления поддува.

Смещение центра шипа в область больших эксцентриситетов при дифференциальной системе поддува осуществляется в результате специфического распределения давления воздуха внутри смазочного слоя. При циркулярной системе поддува эпюра давлений в поперечном сечении подшипника представляет собой окружность, а в продольном сечении она практически прямолинейна, с плавным спадом давления у торцов. Вращение шпинделя не изменяет вида эпюр, так как центр шипа не изменяет своего положения.

При дифференциальной системе поддува в верхней части подшипника около продольной канавки создается область высокого давления, смещающая шип вниз. При невращающемся шпинделе эпюра давлений в среднем сечении подшипника (рис. 154) симме-

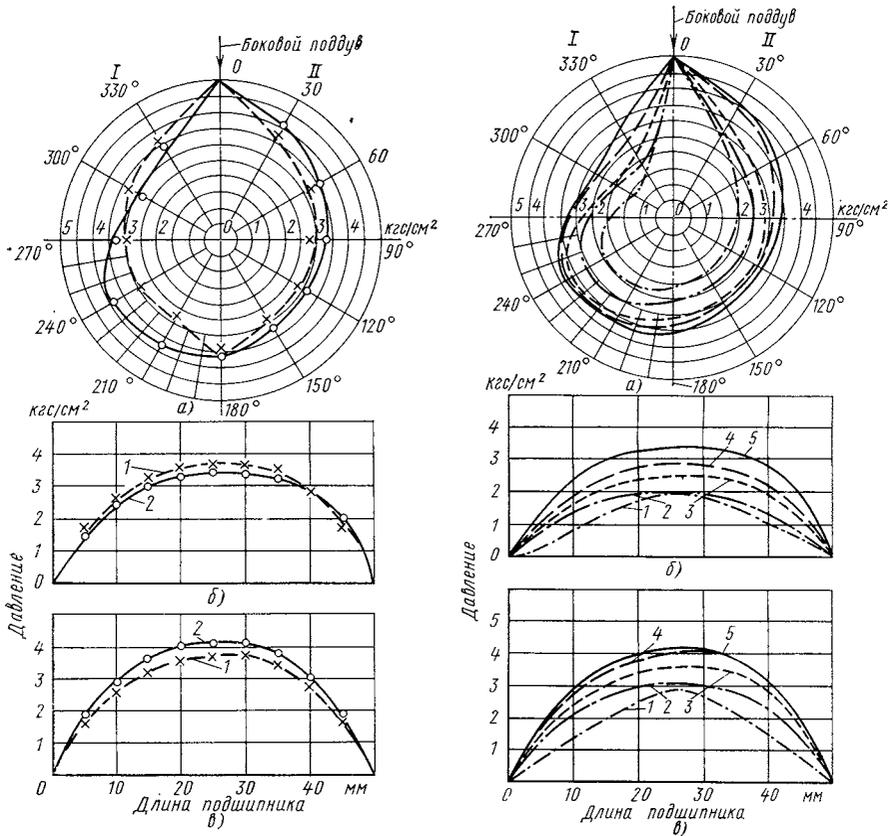


Рис. 154. Эпюры давления в смазочном слое дифференциального подшипника без внешней нагрузки с поддувом давлением 5 кгс/см²: а — в центральном поперечном сечении; б — вдоль образующей I; в — вдоль образующей II; 1 — в статике; 2 — при вращении, $n = 48\ 000$ об/мин

Рис. 155. Эпюры давления в смазочном слое подшипника без внешней нагрузки с поддувом давлением 5 кгс/см²: а — в центральном поперечном сечении; б — вдоль образующей I; в — вдоль образующей II; 1 — через центральное отверстие диаметром 1 мм; 2 — то же, и продольная канавка глубиной 0,2 мм; 3 — то же, и продольная канавка глубиной 0,5 мм; 4 — то же, и два отверстия подвеса диаметром 0,4 мм; 5 — то же, и две кольцевые микроканавки $2c = 25$ мкм, $n = 48\ 000$ об/мин

трична относительно вертикальной оси. Эпюры в двух продольных сечениях, отстоящих от смазочной канавки на 30° в обе стороны, одинаковы. Вращение шпинделя с частотой 48 тыс. об/мин вызывает существенное изменение вида эпюры. Воздух в этом случае захватывается поверхностью шипа и из области повышенного давления нагнетается в зазор в направлении вращения. В секторе за смазочной канавкой давление возрастает, благодаря чему шпиндель удерживается в смещенном положении. Давление воздуха в секторе перед смазочной канавкой снижается в резуль-

тате отсасывающего действия шипа. Теперь эпюры вдоль образующих подшипника перед канавкой и за ней не равны. Перед канавкой ее площадь меньше, а за канавкой больше, соответственно перераспределяются и их равнодействующие, вызывая смещение шпинделя в сторону больших эксцентриситетов. С возрастанием частоты вращения повышенное давление автоматически увеличивается и распространяется по зазору дальше в сторону вращения, противодействуя возрастающей подъемной силе подшипника. Вследствие этого сохраняется эксцентричное положение шипа.

Рассмотрим роль отдельных элементов дифференциального поддува в распределении давлений по поверхности подшипника. Как видно из рис. 155, поддув через одно центральное отверстие повышает давление воздуха лишь в небольшой центральной зоне подшипника, вследствие утечки с торцов зона повышенного давления не распространяется вдоль подшипника. Эпюры давлений вдоль образующих подшипника имеют вид почти правильного треугольника. По продольной канавке достаточной глубины повышенное давление распространяется вдоль подшипника, эпюра давления вдоль подшипника приближается к прямоугольной.

Введение системы подвеса, двух малых отверстий и кольцевых микроканалов еще больше увеличивает зону повышенного давления. Так как, кроме выполнения своей основной функции — отделения шипа от подшипника, кольцевые микроканалы являются уплотнениями, уменьшающими утечку воздуха с торцов подшипника, в результате чего избыточное давление посредине подшипника возрастает примерно на $1,0 \text{ кгс/см}^2$. Влияние кольцевых каналов на увеличение давления особенно хорошо видно на эпюрах вдоль образующих подшипника. Кольцевые канавки значительно увеличивают площадь эпюры, а следовательно, и несущую способность подшипника.

Сравнивая результаты исследования двух способов поддува воздуха в смазочный зазор — циркулярного и дифференциального, можно сделать выводы в пользу последнего, так как он обеспечивает стабилизацию вращения при меньших давлениях поддуваемого воздуха.

В литературе нередко рекомендуют способ стабилизации нагружением вала внешней силой. Для этого увеличивают массу ротора, чтобы создать нагрузку на подшипник. Для определения возможностей этого способа авторы стабилизировали шпиндель внешней силой, приложенной к передней его консоли с помощью нагрузочного приспособления. Шпиндель вращался в подшипниках без поддува и с циркулярной системой поддува. Эксперименты показали, что даже при частоте вращения 24 тыс. об/мин стабилизирующая нагрузка при консольном нагружении доходит до 5 кгс. При центральном нагружении потребуется еще большая нагрузка, так как в этом случае радиальная жесткость значительно выше. Для стабилизации необходимо увеличить массу шпинделя с ротором более чем в 3 раза.

Известно также, что полускоростной вихрь развивается в результате действия центробежной силы, величина которой прямо пропорциональна массе ротора. Следовательно, способ стабилизации вращения шпинделя путем увеличения его массы нельзя считать приемлемым. Стабилизацию внешним нагружением, очевидно, можно и целесообразно применять только в случае привода вала с помощью ременной передачи, когда радиальная сила создается натяжением ремня.

Жесткость смазочного слоя. Основными факторами, определяющими виброустойчивость шпинделя, вращающегося в подшипниках с газовой смазкой, являются жесткость опор и форма ротора. Жесткость самого шпинделя в конструкциях обычно во много раз больше жесткости смазочного слоя и поэтому она не оказывает существенного влияния на виброустойчивость.

В случае соосного положения вала в подшипниках с циркулярным поддувом форма вихря (коническая или цилиндрическая) определяется параметром D [см. уравнение (275)], величина которого зависит от массы и формы шпинделя, а также от расстояния между опорами. Если $D < 0$, то вихрь цилиндрический, если $D > 0$, то вихрь конический. Условия устойчивости от вихря [см. уравнение (277)] определяют критическую величину радиальной жесткости опор G_N , выше которой движение устойчиво, а если она ниже, то возникает вихрь.

В опорах с циркулярным поддувом стабилизирующее действие оказывает жесткость, создаваемая поддувом воздуха, поскольку при развившемся полускоростном вихре аэродинамические силы смазочного слоя равны нулю. Последнее обстоятельство позволяет экспериментально проверить справедливость теории устойчи-

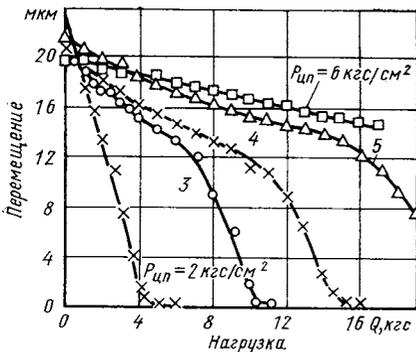


Рис. 156. Перемещение центра шпинделя в аэростатических подшипниках с циркулярным поддувом под действием центральной нагрузки

Рис. 157. Зависимость статической жесткости подшипника от давления циркулярного поддува ($2c = 35$ мкм):

1 — датчики; 2 — подшипник; 3 — блок; 4 — груз

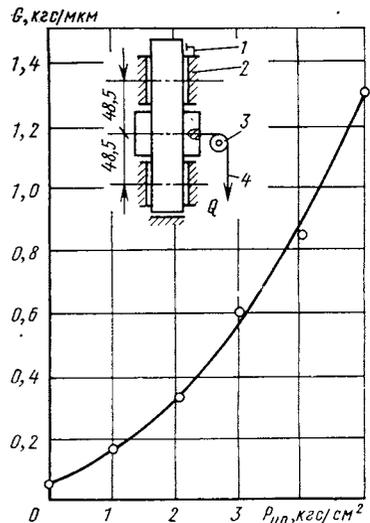


Рис. 158. Зависимости стабилизирующей жесткости G_W циркулярного поддува от частоты вращения для шпинделя:

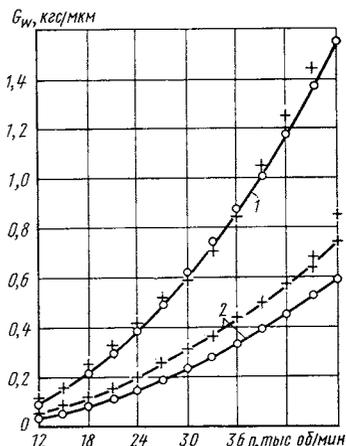
1 — с удлинителем; 2 — без удлинителя ($2c = 35$ мкм) (○—○—○ — расчетная; +—+—+ — экспериментальная)

ности для вала, вращающегося в подшипниках с циркулярным поддувом. С этой целью были получены кривые перемещения шпинделя при нагружении центральной силой (рис. 156). Для исключения силы тяжести шпинделя опыты проводили при вертикальном положении оси шпинделя. По полученным данным построена зависимость жесткости циркулярного поддува от величины давления подводимого воздуха (рис. 157).

Анализируя кривые перемещений (см. рис. 156), убеждаемся в том, что в положениях шипа, близких к соосному, жесткость смазочного слоя практически линейна по эксцентриситету. Следовательно, одна из основных предпосылок теории — линейность G_N по ϵ — справедлива.

Выяснив зависимость величины критического давления циркулярного поддува от частоты вращения для шпинделя с различной массой и соотношением моментов инерции, показанную на рис. 152, строим зависимость критической жесткости (соответствующей критическому давлению воздуха) от частоты вращения и сравниваем ее с жесткостью, рассчитанной по формуле (277). Результаты такого сравнения (рис. 158) показывают, что экспериментальные кривые достаточно близки к расчетным, что подтверждает правильность теоретического расчета.

В случае дифференциального поддува кривые перемещений вблизи положения равновесия существенно нелинейны, а жесткость смазочного слоя значительно выше, чем при циркулярном поддуве. Соответственно и стабилизирующая способность дифференциального поддува выше, чем циркулярного.



Исследование неустойчивости кольцевой аэростатической опоры с микроканавкой

Некоторые результаты экспериментального исследования неустойчивости круглого аэростатического подпятника с центральным карманом, опубликованные в работе [39], приведены в гл. XIV. Аналогичные исследования проводились в Загорском филиале ВНИПП на кольцевых аэростатических опорах, в которых распределение смазывающего газа по зазору осуществляется с помощью микроканавок, показанных на рис. 120, а.

Исследование проводилось на стенде, аналогичном описанному в работе [39], схема которого дана на рис. 159. Он состоит из массивного стального корпуса 3, к верхнему торцу которого шестью винтами крепится крышка 2, к нижней ее стороне приклеен эпоксидным клеем исследуемый подпятник 1 [28].

Экспериментальные данные были получены для плоских кольцевых аэростатических опор с кольцевой микроканавкой, имеющей профиль правильного треугольника. Ниже приведены основные размеры трех групп образцов (S — площадь опоры):

r_H , мм	37,5	35,5	34,0
r_B , мм	17,5	19,5	22,0
r_K , мм	26,5	26,5	26,5
S , см ²	34,5	27,6	21,0

Сжатый воздух под необходимым давлением поступал в микроканавку через четыре отверстия поддува, равномерно расположенные по окружности. Испытания проводили при диаметре отверстий поддува $d = 0,22; 0,32; 0,38; 0,43$ мм и значениях глубины микроканавки $t = 0,15; 0,20; 0,25; 0,3; 0,35$ мм. Точность изготовления микроканавок по глубине составляла $\pm 0,01$ мм на всей длине.

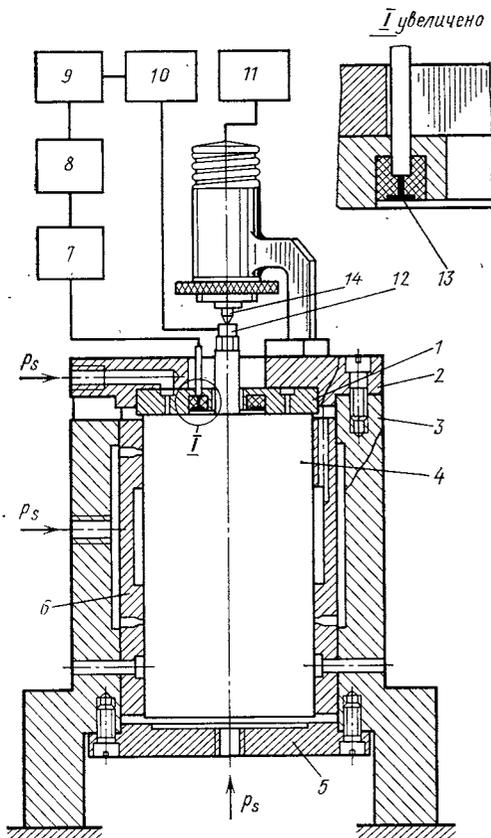


Рис. 159. Стенд для исследования статических и динамических характеристик плоских кольцевых аэростатических опор

Поверхность подпятника доводили вручную на чугунной плите. Неплоскостность рабочей поверхности не превышала 1 мкм. Подвижная часть опоры представляет собой полый вал 4 длиной 130 мм. В радиальном направлении вал фиксировался двумя подшипниками 6 диаметром 75 и длиной 40 мм. Каждый подшипник имел восемь отверстий поддува диаметром 0,25 мм, расположенных в один ряд и оканчивающихся круговыми карманами глубиной 0,15 мм и диаметром 4 мм. В подшипники подавался очищен-

ный воздух под необходимым давлением. Испытания проводили при диаметре отверстий поддува $d = 0,22; 0,32; 0,38; 0,43$ мм и значениях глубины микроканавки $t = 0,15; 0,20; 0,25; 0,3; 0,35$ мм. Точность изготовления микроканавок по глубине составляла $\pm 0,01$ мм на всей длине.

ный сжатый воздух с избыточным давлением 4 кгс/см². Расстояние между рядами отверстий поддува верхнего и нижнего подшипников 60 мм, радиальный зазор между валом и подшипником 0,02 мм. Такая установка вала практически исключала его перекос. Нагрузку на осевую опору до 80 кгс создавали пневматическим нагрузочным устройством 5 (поршень-цилиндр), в которое сжатый воздух поступал под различным давлением.

При экспериментах очень важно обеспечить параллельность поверхностей подпятника и подвижной части опоры (торца вала). Для этого торец вала после шлифования доводили вручную на чугунной плите. Его неплоскостность и биение не превышали 0,5 мкм. Параллельности рабочей поверхности подпятника и опорной поверхности крышки 2 достигали их обработкой с одной установки на шлифовальном станке с последующей доводкой.

Стенд жестко крепили к массивной чугунной плите, установленной на виброизолирующих опорах. Расчетное значение резонансной частоты собственных колебаний всей системы составляло ≈ 20 Гц. Предварительные эксперименты показали, что эта частота примерно в 6 раз меньше самой низкой из полученных в экспериментах частот самовозбуждающихся колебаний подвижной части исследуемых опор. Поэтому считали, что опорная система оказывает малое влияние на возникновение автоколебаний в исследуемой опоре.

Зазор в опоре измеряли с помощью емкостного датчика, пластина которого в виде кольца 13 была вклеена в тело подпятника 1. Усиленный в приборе 7 сигнал подавался на катодный осциллограф 8. Аппаратура дает увеличение в 10 000 раз и позволяет улавливать колебания с амплитудой 0,2 мкм. Частоту колебаний регистрировали электронно-счетным частотомером 9 и одновременно пьезодатчиком 12. Сигнал с пьезодатчика усиливался в усилителе 10 и поступал на частотомер 9. Вне зон неустойчивости зазор в осевой опоре регистрировали датчиком 14 электронного прибора 11 с ценой деления шкал 0,1; 0,5; 1 и 5 мкм.

Давление поддува в опоре устанавливали с помощью пружинного манометра с верхним пределом измерения 6 кгс/см². Нагрузку определяли путем измерения давления воздуха, действующего на нижний торец вала, площадь которого точно известна. Давление воздуха, создающего нагрузку, измеряли с помощью пружинного манометра с верхним пределом измерения 1,6 кгс/см² и ценой деления шкалы 0,01 кгс/см².

Для экспериментов было изготовлено пять подпятников с отверстиями поддува диаметром 0,22 мм, отличающихся только глубиной микроканавки. Для каждого подпятника находили зависимость нагрузки W от зазора h при различных значениях избыточного давления поддува p_s от 1 до 5 кгс/см². На каждой кривой $W(h)$ отмечали начальную и конечную точки участка неустойчивой работы. Начиная с некоторого значения p_s , неустойчивость исчезала, и измерения прекращали. Соединяя плавной

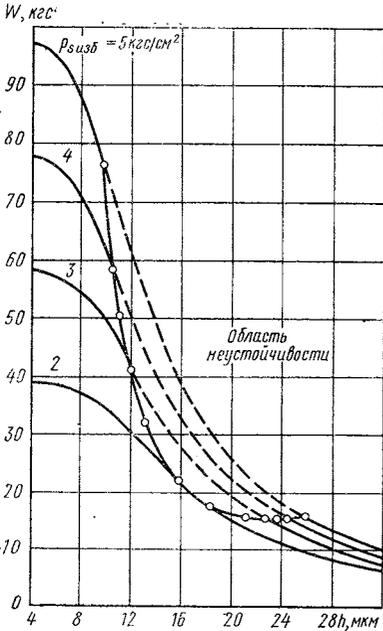


Рис. 160. Зависимость подъемной силы W от зазора h и избыточного давления p_s для кольцевого подпятника с $r_B = 17,5$ мм, $r_H = 37,5$ мм, $d = 0,32$ мм, $t = 0,25$ мм

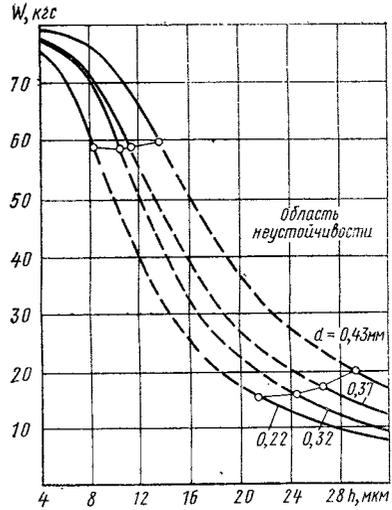


Рис. 161. Зависимость подъемной силы W от зазора h и диаметра отверстий поддува для подпятника с $r_B = 17,5$ мм, $r_H = 37,5$ мм при $p_s = 4$ кгс/см²

кривой соответственно начальные и конечные точки участков неустойчивой работы на кривых $W(h)$ для различных p_s , получали границу неустойчивости для исследуемого подпятника.

Граница участка неустойчивости обычно выражена резким изменением амплитуды колебаний, последующие колебания представляют уже устойчивый колебательный процесс. Сначала к этой границе приближались со стороны участков устойчивой работы,

постепенно уменьшая (либо увеличивая) нагрузку на опору. Затем, изменяя нагрузку, доводили систему до первоначального положения, т. е. до исчезновения колебаний. Существенного различия между критическими значениями нагрузки и зазора на входе в область неустойчивости и на выходе из нее обнаружено не было. Таким образом устанавливали верхнюю и нижнюю гра-

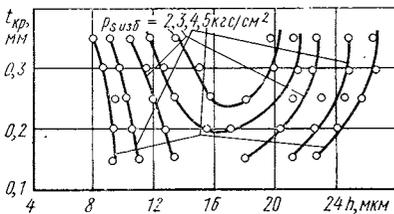


Рис. 162. Зависимость критической глубины микроканавки $t_{кр}$ от зазора h и избыточного давления поддува p_s для подпятника с $r_B = 17,5$ мм, $r_H = 37,5$ мм, $d = 0,32$ мм

ницы области неустойчивости, и во всей этой области — частоту автоколебаний. После определения границ области неустойчивости для избыточных давлений поддува $p_s = 2 \dots 5$ кгс/см² находили нагрузочные характеристики опоры вне участков неустойчивости с помощью индуктивного датчика малых перемещений, а на участках неустойчивости — с помощью емкостного датчика.

Аналогично измеряли характеристики для двух других площадей опоры. При этом подпятник оставался тем же, а рабочую площадь опоры изменяли, уменьшая площадь торца вала. После всех измерений увеличивали диаметр отверстий поддува и цикл измерений полностью повторяли.

Изучение кривых, представленных на рис. 160—162, позволяет сделать некоторые выводы о влиянии различных параметров на устойчивость плоских аэростатических опор с микроканавками (на рис. 160, 161 область неустойчивости обозначена штриховой линией):

1. При увеличении глубины микроканавок область неустойчивости увеличивается. Например, при $p_s = 3$ кгс/см², если $t = 0,2$ мм, опора неустойчива в области $12,5 < h < 20,5$ мкм, если же $t = 0,3$ мм, то область неустойчивости $11 < h < 22,5$ мкм (рис. 162).

2. С увеличением давления поддува область неустойчивости также увеличивается: если при $p_s = 2$ кгс/см² область неустойчивости $16 < h < 18$ мкм, то при $p_s = 5$ кгс/см² она значительно больше $10 < h < 26$ мкм (рис. 160).

3. Если для фиксированных p_s , d и t опора имеет область неустойчивости, то оптимальные с точки зрения максимума жесткости соотношения параметров d и h , как правило, находятся в области неустойчивости либо вблизи границы устойчивости, соответствующей меньшей величине зазора (рис. 161).

4. При увеличении диаметра отверстий величина области неустойчивости увеличивается незначительно и заметно сдвигается в сторону увеличения зазора (рис. 161).

Таким образом, с учетом сделанных выводов в аэростатических опорах с микроканавками для устранения неустойчивости типа «пневмомолоток» необходимо:

1. Уменьшить глубину микроканавок.

2. Если уменьшение глубины микроканавок приводит к значительному снижению жесткости и грузоподъемности, а неустойчивость все же не устранена, уменьшить зазор в опоре, при этом жесткость может оказаться меньше максимальной величины.

3. Если величина зазора ограничена технологическими возможностями изготовления, то при неизменном зазоре увеличить диаметр отверстий поддува, хотя это также приводит к снижению жесткости.

Приложения

1. Расчетные характеристики замкнутого аэродинамического подщипника

Таблица 1

Удельная подъемная сила K_H

$\chi/6$	ε	$\lambda = L/D$						
		0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
0	0,1	0,0721 $\chi/6$	0,130 $\chi/6$	0,226 $\chi/6$	0,384 $\chi/6$	0,491 $\chi/6$	0,630 $\chi/6$	0,943 $\chi/6$
	0,2	0,150 »	0,262 »	0,465 »	0,771 »	0,994 »	1,26 »	1,89 »
	0,3	0,240 »	0,416 »	0,728 »	1,21 »	1,54 »	1,91 »	2,83 »
	0,4	0,352 »	0,600 »	1,04 »	1,68 »	2,11 »	2,59 »	3,81 »
	0,5	0,502 »	0,672 »	1,43 »	2,25 »	2,76 »	3,37 »	4,84 »
	0,6	0,726 »	1,20 »	1,93 »	2,92 »	3,57 »	4,40 »	5,99 »
	0,7	1,10 »	1,75 »	2,70 »	3,93 »	4,67 »	5,52 »	7,43 »
	0,8	1,83 »	2,84 »	4,02 »	5,50 »	6,41 »	7,50 »	9,52 »
	0,9	3,85 »	5,35 »	7,10 »	9,00 »	10,2 »	11,4 »	13,9 »
	0,01	0,1	0,000717	0,00125	0,00225	0,00381	0,00488	0,00615
0,2		0,00149	0,00259	0,00463	0,00765	0,00991	0,0125	0,0188
0,3		0,00239	0,00415	0,00726	0,0119	0,0152	0,0190	0,0283
0,4		0,00351	0,00590	0,0103	0,0167	0,0209	0,0258	0,0380
0,5		0,00501	0,00670	0,0141	0,0223	0,0274	0,0336	0,0483
0,6		0,00722	0,0117	0,0192	0,0292	0,0356	0,0429	0,0598
0,7		0,0109	0,0173	0,0268	0,0391	0,0465	0,0550	0,0742
0,8		0,0183	0,0281	0,0403	0,0547	0,0636	0,0747	0,0959
0,9		0,0435	0,0650	0,0808	0,106	0,112	0,121	0,153
0,02		0,1	0,00144	0,00259	0,00451	0,00745	0,00976	0,0122
	0,2	0,00299	0,00499	0,00926	0,0154	0,0198	0,0251	0,0374
	0,3	0,00478	0,00840	0,0145	0,0239	0,0303	0,0381	0,0563
	0,4	0,0701	0,0131	0,0207	0,0331	0,0418	0,0521	0,0756
	0,5	0,0100	0,0177	0,0282	0,0452	0,546	0,0653	0,0960
	0,6	0,0144	0,0232	0,0384	0,0586	0,0711	0,0857	0,119
	0,7	0,0218	0,0340	0,0537	0,0778	0,0929	0,109	0,148
	0,8	0,0371	0,0558	0,0802	0,112	0,129	0,149	0,194
	0,9	0,0985	0,139	0,178	0,220	0,242	0,268	0,322

$\chi/6$	ε	$\lambda = L/D$						
		0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
0,04	0,1	0,00288	0,00481	0,00902	0,0152	0,0194	0,0242	0,0366
	0,2	0,00598	0,00918	0,0185	0,0276	0,0393	0,0524	0,0733
	0,3	0,00956	0,0160	0,0289	0,0476	0,0601	0,0724	0,110
	0,4	0,0140	0,0238	0,0412	0,0662	0,0829	0,0102	0,148
	0,5	0,0200	0,0345	0,0562	0,0889	0,109	0,133	0,188
	0,6	0,0289	0,0490	0,0768	0,116	0,141	0,170	0,233
	0,7	0,0437	0,0700	0,108	0,155	0,185	0,217	0,292
	0,8	0,0766	0,119	0,170	0,230	0,265	0,305	0,389
	0,9	0,215	0,287	0,375	0,458	0,498	0,542	0,647
0,07	0,1	0,00504	0,0100	0,0157	0,0269	0,0332	0,0408	0,0608
	0,2	0,0105	0,0193	0,0322	0,0532	0,0671	0,0837	0,122
	0,3	0,0167	0,0290	0,0504	0,0822	0,103	0,127	0,183
	0,4	0,0245	0,0439	0,0716	0,113	0,142	0,174	0,246
	0,5	0,0349	0,0585	0,0976	0,149	0,185	0,224	0,314
	0,6	0,0504	0,0806	0,133	0,205	0,240	0,287	0,391
	0,7	0,0769	0,123	0,189	0,271	0,319	0,376	0,493
	0,8	0,138	0,212	0,302	0,400	0,461	0,528	0,662
	0,9	0,378	0,400	0,642	0,778	0,847	0,921	1,09
0,1	0,1	0,00719	0,0124	0,0223	0,0366	0,0459	0,0566	0,0809
	0,2	0,0149	0,0280	0,0456	0,0775	0,0929	0,0113	0,162
	0,3	0,0238	0,0408	0,0713	0,115	0,142	0,172	0,245
	0,4	0,0349	0,0589	0,101	0,159	0,196	0,234	0,331
	0,5	0,0497	0,0800	0,137	0,212	0,256	0,307	0,423
	0,6	0,0719	0,116	0,188	0,277	0,333	0,394	0,530
	0,7	0,110	0,178	0,268	0,375	0,443	0,518	0,673
	0,8	0,200	0,303	0,427	0,564	0,642	0,730	0,909
	0,9	0,523	0,689	0,879	1,06	1,16	1,27	1,48
0,2	0,1	0,0143	0,0270	0,0427	0,0659	0,0791	0,0930	0,121
	0,2	0,0297	0,0500	0,0871	0,134	0,160	0,186	0,246
	0,3	0,0473	0,0780	0,136	0,206	0,246	0,289	0,379
	0,4	0,0691	0,118	0,191	0,285	0,341	0,406	0,524
	0,5	0,0979	0,161	0,259	0,377	0,449	0,534	0,688
	0,6	0,141	0,232	0,353	0,500	0,591	0,687	0,885
	0,7	0,218	0,345	0,504	0,689	0,795	0,923	1,15
	0,8	0,390	0,585	0,789	1,03	1,15	1,29	1,57
	0,9	0,922	1,21	1,53	1,85	2,02	2,22	2,58
0,5	0,1	0,0347	0,0585	0,0858	0,107	0,119	0,131	0,151
	0,2	0,0714	0,119	0,175	0,222	0,246	0,269	0,313
	0,3	0,113	0,191	0,272	0,349	0,389	0,427	0,499
	0,4	0,163	0,271	0,385	0,498	0,557	0,618	0,722
	0,5	0,227	0,365	0,523	0,674	0,761	0,845	1,00
	0,6	0,324	0,500	0,716	0,930	1,04	1,15	1,37
	0,7	0,492	0,732	1,01	1,29	1,44	1,61	1,89
	0,8	0,831	1,19	1,55	1,92	2,12	2,34	2,74
	0,9	1,74	2,29	2,84	3,39	3,70	4,00	4,66

$\chi/6$	ε	$\lambda = L/D$						
		0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
1	0,1	0,0629	0,0870	0,115	0,129	0,135	0,140	0,157
	0,2	0,129	0,181	0,237	0,268	0,281	0,294	0,328
	0,3	0,201	0,297	0,376	0,424	0,450	0,475	0,528
	0,4	0,286	0,431	0,542	0,624	0,659	0,699	0,776
	0,5	0,396	0,581	0,749	0,855	0,922	0,973	1,10
	0,6	0,559	0,905	1,041	1,21	1,29	1,38	1,55
	0,7	0,828	1,15	1,53	1,73	1,85	1,97	2,22
	0,8	1,34	1,80	2,26	2,64	2,81	2,99	3,37
	0,9	2,61	3,30	4,069	4,85	5,20	5,41	6,00
2	0,1	0,0971	0,116	0,130	0,140	0,145	0,149	0,159
	0,2	0,199	0,239	0,271	0,295	0,307	0,317	0,332
	0,3	0,312	0,377	0,436	0,477	0,496	0,513	0,436
	0,4	0,448	0,559	0,639	0,693	0,718	0,745	0,792
	0,5	0,619	0,780	0,899	0,990	1,02	1,06	1,13
	0,6	0,868	1,08	1,27	1,40	1,47	1,53	1,61
	0,7	1,26	1,55	1,83	2,06	2,12	2,21	2,33
	0,8	1,97	2,41	2,82	3,18	3,35	3,52	3,59
	0,9	3,67	4,52	5,27	5,88	6,14	6,35	6,54
4	0,1	0,121	0,138	0,148	0,152	0,154	0,156	0,160
	0,2	0,251	0,279	0,299	0,313	0,319	0,324	0,333
	0,3	0,400	0,441	0,469	0,493	0,505	0,516	0,538
	0,4	0,584	0,638	0,679	0,715	0,734	0,753	0,795
	0,5	0,819	0,943	1,02	1,08	1,11	1,13	1,14
	0,6	1,16	1,35	1,43	1,48	1,50	1,53	1,61
	0,7	1,67	1,93	2,07	2,20	2,26	2,31	2,36
	0,8	2,59	2,93	3,20	3,42	3,50	3,58	3,65
	0,9	3,95	5,01	5,92	6,20	6,30	6,40	6,67
	0,1	0,1594	0,1594	0,1594	0,1594	0,1594	0,1594	0,1594
	0,2	0,3335	0,3335	0,3335	0,3335	0,3335	0,3335	0,3335
	0,3	0,5122	0,5122	0,5122	0,5122	0,5122	0,5122	0,5122
	0,4	0,7966	0,7966	0,7966	0,7966	0,7966	0,7966	0,7966
	0,5	1,186	1,186	1,186	1,186	1,186	1,186	1,186
	0,6	1,635	1,635	1,635	1,635	1,635	1,635	1,635
	0,7	2,352	2,352	2,352	2,352	2,352	2,352	2,352
	0,8	3,665	3,665	3,665	3,665	3,665	3,665	3,665
	0,9	6,691	6,691	6,691	6,691	6,691	6,691	6,691

Коэффициент трения противотока K_T

$\chi/6$	ε	$\lambda = L/D$						
		0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
0	0,1	0,001	0,002	0,004	0,006	0,008	0,010	0,015
	0,2	0,005	0,008	0,015	0,024	0,031	0,039	0,062
	0,3	0,012	0,021	0,034	0,055	0,070	0,087	0,130
	0,4	0,021	0,038	0,061	0,097	0,122	0,151	0,223
	0,5	0,036	0,061	0,098	0,151	0,189	0,230	0,329
	0,6	0,055	0,089	0,147	0,223	0,273	0,337	0,458
	0,7	0,088	0,142	0,215	0,306	0,368	0,440	0,584
	0,8	0,140	0,210	0,317	0,420	0,488	0,564	0,727
	0,9	0,240	0,330	0,440	0,560	0,630	0,710	0,870
0,01	0,1	0,001	0,002	0,004	0,005	0,008	0,009	0,015
	0,2	0,005	0,008	0,015	0,024	0,031	0,039	0,058
	0,3	0,011	0,020	0,033	0,055	0,070	0,086	0,129
	0,4	0,020	0,036	0,060	0,097	0,122	0,151	0,221
	0,5	0,035	0,060	0,097	0,149	0,188	0,229	0,328
	0,6	0,055	0,089	0,147	0,223	0,272	0,332	0,455
	0,7	0,087	0,141	0,213	0,305	0,367	0,425	0,583
	0,8	0,138	0,212	0,301	0,407	0,473	0,545	0,710
	0,9	0,230	0,323	0,414	0,520	0,581	0,644	0,785
0,02	0,1	0,001	0,002	0,004	0,005	0,008	0,009	0,015
	0,2	0,005	0,008	0,014	0,024	0,031	0,039	0,058
	0,3	0,011	0,020	0,033	0,054	0,069	0,085	0,127
	0,4	0,020	0,035	0,060	0,096	0,122	0,150	0,218
	0,5	0,034	0,059	0,097	0,149	0,186	0,228	0,326
	0,6	0,055	0,089	0,150	0,223	0,270	0,326	0,444
	0,7	0,087	0,132	0,210	0,299	0,359	0,424	0,565
	0,8	0,136	0,204	0,296	0,396	0,454	0,520	0,670
	0,9	0,210	0,292	0,380	0,464	0,511	0,567	0,693
0,04	0,1	0,001	0,002	0,004	0,005	0,008	0,009	0,014
	0,2	0,005	0,008	0,014	0,024	0,030	0,037	0,056
	0,3	0,011	0,020	0,033	0,053	0,068	0,085	0,122
	0,4	0,020	0,035	0,059	0,095	0,119	0,147	0,208
	0,5	0,034	0,059	0,096	0,148	0,181	0,225	0,309
	0,6	0,055	0,089	0,143	0,222	0,256	0,326	0,415
	0,7	0,085	0,132	0,201	0,280	0,335	0,390	0,513
	0,8	0,130	0,186	0,264	0,352	0,410	0,476	0,598
	0,9	0,172	0,239	0,289	0,372	0,418	0,466	0,565
0,07	0,1	0,001	0,002	0,004	0,005	0,007	0,008	0,013
	0,2	0,005	0,008	0,014	0,023	0,029	0,035	0,049
	0,3	0,011	0,020	0,032	0,051	0,064	0,078	0,110
	0,4	0,020	0,035	0,059	0,091	0,112	0,134	0,185
	0,5	0,034	0,057	0,093	0,138	0,168	0,199	0,271
	0,6	0,054	0,088	0,136	0,195	0,232	0,271	0,358
	0,7	0,082	0,126	0,184	0,251	0,294	0,337	0,435
	0,8	0,120	0,170	0,230	0,295	0,338	0,379	0,481
	0,9	0,140	0,186	0,240	0,290	0,334	0,374	0,454

$\chi/6$	ε	$\lambda = L/D$						
		0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
0,1	0,1	0,001	0,002	0,003	0,005	0,007	0,008	0,011
	0,2	0,005	0,008	0,014	0,021	0,027	0,032	0,043
	0,3	0,011	0,019	0,032	0,049	0,060	0,072	0,094
	0,4	0,020	0,034	0,057	0,085	0,103	0,121	0,159
	0,5	0,034	0,057	0,089	0,133	0,153	0,177	0,233
	0,6	0,053	0,087	0,130	0,178	0,207	0,239	0,308
	0,7	0,078	0,120	0,170	0,224	0,258	0,294	0,372
	0,8	0,110	0,150	0,198	0,257	0,291	0,332	0,407
	0,9	0,120	0,156	0,200	0,252	0,282	0,314	0,383
0,2	0,1	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,005	0,006
	0,2	0,005	0,008	0,013	0,017	0,020	0,021	0,024
	0,3	0,011	0,019	0,028	0,038	0,044	0,049	0,055
	0,4	0,020	0,033	0,049	0,066	0,075	0,082	0,095
	0,5	0,032	0,051	0,074	0,097	0,109	0,122	0,143
	0,6	0,048	0,071	0,100	0,129	0,145	0,163	0,192
	0,7	0,066	0,094	0,130	0,158	0,177	0,198	0,237
	0,8	0,080	0,108	0,140	0,175	0,197	0,221	0,264
	0,9	0,081	0,106	0,134	0,166	0,187	0,209	0,253
0,5	0,1	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
	0,2	0,004	0,005	0,008	0,010	0,011	0,010	0,006
	0,3	0,009	0,014	0,018	0,018	0,017	0,016	0,015
	0,4	0,017	0,023	0,029	0,029	0,029	0,028	0,027
	0,5	0,026	0,034	0,042	0,045	0,046	0,046	0,044
	0,6	0,035	0,045	0,056	0,061	0,062	0,063	0,064
	0,7	0,044	0,055	0,067	0,074	0,078	0,080	0,087
	0,8	0,048	0,061	0,073	0,084	0,089	0,095	0,105
	0,9	0,044	0,055	0,067	0,079	0,086	0,093	0,109
1	0,1	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000
	0,2	0,003	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,002
	0,3	0,007	0,008	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004
	0,4	0,013	0,014	0,014	0,012	0,011	0,010	0,008
	0,5	0,018	0,019	0,020	0,018	0,016	0,015	0,013
	0,6	0,024	0,026	0,027	0,024	0,023	0,022	0,019
	0,7	0,028	0,030	0,032	0,031	0,029	0,028	0,028
	0,8	0,029	0,034	0,036	0,036	0,036	0,036	0,036
	0,9	0,024	0,029	0,033	0,037	0,038	0,039	0,040
2	0,1	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	0,2	0,002	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
	0,3	0,004	0,004	0,003	0,003	0,002	0,002	0,001
	0,4	0,007	0,006	0,005	0,005	0,004	0,003	0,002
	0,5	0,010	0,009	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003
	0,6	0,013	0,011	0,009	0,007	0,006	0,006	0,005
	0,7	0,015	0,014	0,012	0,011	0,010	0,009	0,007
	0,8	0,015	0,014	0,013	0,013	0,012	0,011	0,010
	0,9	0,013	0,014	0,015	0,015	0,014	0,013	0,011

Продолжение

$\chi/6$	ε	$\lambda = L/D$						
		0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
4	0,1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	0,2	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
	0,3	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,000
	0,4	0,003	0,003	0,002	0,002	0,001	0,001	0,000
	0,5	0,004	0,004	0,003	0,003	0,002	0,002	0,001
	0,6	0,005	0,005	0,004	0,003	0,003	0,002	0,001
	0,7	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,003	0,002
	0,8	0,007	0,006	0,005	0,004	0,004	0,003	0,002
	0,9	0,007	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,003
∞	0,1— 0,9	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 3

Угол смещения φ°

$\chi/6$	ε	$\lambda = L/D$						
		0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
0,01	0,1	89,7	78,3	89,0	88,4	87,9	87,5	86,5
	0,2	89,6	89,2	88,9	88,3	87,8	87,4	86,4
	0,3	89,5	89,1	88,7	88,0	87,5	87,3	86,2
	0,4	89,4	88,9	88,4	87,5	87,1	86,6	85,8
	0,5	89,0	88,5	87,7	87,0	86,4	85,9	85,1
	0,6	88,4	87,7	86,6	85,8	85,2	84,8	83,9
	0,7	86,8	86,8	84,3	83,2	82,7	82,2	81,5
	0,8	81,5	79,3	77,8	76,9	76,5	76,2	75,6
	0,9	58,2	56,1	55,3	55,7	56,2	56,5	55,9
0,02	0,1	89,4	88,9	88,0	86,7	85,8	84,9	83,1
	0,2	89,3	88,8	87,8	86,5	85,5	84,6	82,8
	0,3	89,0	88,4	87,4	86,0	85,0	84,1	82,4
	0,4	88,7	88,0	86,8	85,3	84,2	83,1	81,6
	0,5	88,0	87,0	85,5	83,8	82,8	82,0	80,3
	0,6	96,7	85,3	83,3	81,3	80,5	79,8	78,1
	0,7	83,6	81,2	78,5	76,6	75,9	75,2	73,8
	0,8	73,8	71,0	68,6	66,4	65,8	65,4	64,6
	0,9	42,8	40,3	41,1	42,2	42,8	43,3	43,7
0,04	0,1	88,7	87,8	86,1	83,5	81,8	80,1	76,4
	0,2	88,5	87,6	85,6	82,9	81,2	79,5	75,9
	0,3	88,2	87,0	84,9	82,1	80,2	78,3	75,1
	0,4	87,5	85,9	83,6	80,6	78,7	76,8	73,8
	0,5	86,1	84,2	81,1	77,8	75,9	74,3	71,6
	0,6	83,5	80,4	76,9	73,6	71,9	70,4	68,1
	0,7	77,6	73,1	69,1	66,3	65,0	63,8	62,0
	0,8	61,5	55,7	54,0	52,8	52,5	52,2	51,6
	0,9	30,9	29,6	30,6	32,0	32,5	33,7	34,0

$\chi/6$	ε	$\lambda = L/D$						
		0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
0,07	0,1	87,8	86,3	83,2	78,8	75,5	72,7	67,0
	0,2	87,4	85,6	82,4	77,9	74,8	71,6	66,5
	0,3	86,8	84,8	81,1	76,3	73,3	70,2	65,4
	0,4	85,6	82,9	78,9	73,7	71,0	68,4	63,7
	0,5	83,2	79,7	74,8	69,7	67,2	64,3	61,1
	0,6	78,8	74,3	68,6	62,0	61,8	60,6	57,0
	0,7	69,3	62,0	58,7	55,2	53,9	52,6	50,9
	0,8	50,2	45,6	43,3	42,3	42,2	42,0	41,7
	0,9	24,4	23,6	24,5	25,5	26,2	26,7	27,9
0,1	0,1	86,8	84,4	80,3	74,2	69,9	65,5	58,9
	0,2	86,3	83,6	79,2	72,7	68,9	64,7	58,3
	0,3	85,4	82,2	77,4	71,0	67,1	63,3	57,3
	0,4	83,8	80,2	74,4	67,4	64,4	61,2	55,7
	0,5	80,5	75,9	69,5	63,3	60,1	57,4	53,1
	0,6	74,4	68,5	62,0	56,6	64,5	52,7	49,4
	0,7	62,9	56,6	51,5	48,2	46,8	45,6	43,9
	0,8	43,5	39,6	37,3	36,5	36,4	36,3	35,9
	0,9	21,2	20,3	21,4	22,3	22,8	23,6	24,4
0,2	0,1	83,7	79,3	70,9	59,7	54,3	49,5	39,8
	0,2	82,7	77,6	69,3	58,3	53,2	48,3	39,6
	0,3	80,9	75,2	66,4	56,3	51,3	47,2	39,2
	0,4	77,8	71,5	62,1	53,0	48,6	44,6	38,4
	0,5	72,1	65,1	55,8	48,2	44,6	41,9	36,9
	0,6	63,2	56,2	47,9	42,1	39,9	38,1	34,7
	0,7	49,5	43,3	38,5	35,3	34,0	32,9	31,1
	0,8	32,6	29,0	27,7	27,1	26,6	26,4	25,9
	0,9	16,3	16,1	16,3	16,4	17,2	17,6	18,6
0,5	0,1	74,4	65,0	49,6	35,7	30,2	25,5	18,5
	0,2	72,4	63,2	47,9	34,7	29,8	25,1	18,6
	0,3	68,9	58,7	45,0	33,6	28,8	24,6	18,7
	0,4	63,6	53,3	41,0	31,0	27,4	24,4	18,7
	0,5	55,6	45,8	36,0	28,2	25,3	22,6	18,5
	0,6	45,5	36,6	30,5	25,3	22,8	20,5	17,9
	0,7	33,9	28,3	24,4	21,3	19,8	18,7	16,7
	0,8	22,4	19,7	17,9	16,4	15,8	15,4	14,5
	0,9	11,8	11,2	11,0	10,9	10,8	10,8	10,8
1	0,1	60,9	45,0	31,4	21,8	17,9	14,6	9,5
	0,2	58,6	43,2	30,3	21,2	17,5	14,4	9,5
	0,3	54,5	40,6	28,4	20,1	16,8	14,0	9,6
	0,4	48,8	36,5	25,9	18,7	15,9	13,5	9,7
	0,5	41,4	31,2	22,8	17,1	14,7	12,7	9,6
	0,6	33,3	25,3	19,5	15,3	13,3	11,6	9,4
	0,7	24,8	19,6	15,8	12,6	11,6	10,5	8,9
	0,8	16,6	12,1	11,9	10,4	9,5	8,8	7,9
	0,9	9,0	8,0	7,5	7,2	7,0	6,6	6,1

$\chi/6$	ε	$\lambda = L/D$						
		0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
2	0,1	42,7	28,3	18,5	14,3	12,3	9,8	4,8
	0,2	40,7	26,3	17,8	13,8	11,7	9,5	4,8
	0,3	37,5	24,0	16,7	13,3	11,4	9,3	4,8
	0,4	33,3	20,5	15,2	12,0	10,3	8,6	4,8
	0,5	28,1	17,5	13,4	10,5	9,2	7,6	4,8
	0,6	22,7	14,5	11,5	9,3	8,2	7,2	4,7
	0,7	17,1	11,2	9,4	7,6	6,7	6,0	4,5
	0,8	11,8	8,6	7,2	6,1	5,6	5,0	4,0
	0,9	6,6	5,5	4,7	4,2	3,8	3,6	3,1
4	0,1	25,7	16,2	12,0	8,6	7,0	5,5	2,4
	0,2	24,6	15,3	11,4	8,2	6,6	5,2	2,4
	0,3	22,6	14,4	10,6	7,6	6,3	4,8	2,4
	0,4	20,1	13,3	9,8	7,3	6,0	4,6	2,4
	0,5	17,1	11,6	9,0	6,8	5,5	4,3	2,9
	0,6	14,1	9,7	7,9	5,9	4,8	3,7	2,4
	0,7	14,0	7,4	6,3	5,0	4,2	3,3	2,2
	0,8	7,6	5,2	4,7	4,0	3,5	3,0	2,0
	0,9	4,6	2,5	2,3	2,1	2,0	1,9	1,6
∞	0,1— 0,9	0	0	0	0	0	0	0

Примечание. При $\chi \rightarrow 0$ и $\varepsilon = 0,1 \dots 0,9$ $\varphi = 90^\circ$.

2. Значения удельной подъемной силы $K_H = W/(DLp_a)$ и угла смещения φ гибридного подшипника

Таблица 1

$\lambda = 1, a = 0,5$

P_s	\bar{m}	ε	$\chi/6$				
			0	0,5	1	3	∞
2	2,06	0,1	0,096 0	0,120 20,0°	0,154 21,9°	0,201 12,9°	0,233 0
		0,2	0,188 0	0,241 21,0°	0,306 22,7°	0,404 13,2°	0,484 0
		0,3	0,274 0	0,356 23,0°	0,459 24,1°	0,602 15,0°	0,771 0

P_s	\bar{m}	ε	$\chi/6$				
			0	0,5	1	3	∞
2	2,06	0,4	0,339 0	0,459 25,2°	0,591 26,2°	0,824 16,3°	1,122 0
		0,5	0,402 0	0,574 26,2°	0,744 27,8°	1,091 15,9°	1,574 0
		0,6	0,442 0	0,676 26,8°	0,923 28,0°	1,432 13,8°	2,200 0
		0,7	0,466 0	0,804 27,2°	1,180 24,1°	2,018 11,4°	3,131 0
5	2,01	0,1	0,360 0	0,364 3,9°	0,376 5,4°	0,424 6,4°	0,470 0
		0,2	0,710 0	0,726 4,5°	0,748 6,0°	0,918 7,1°	0,968 0
		0,3	1,036 0	1,055 5,2°	1,100 7,2°	1,302 8,5°	1,527 0
		0,4	1,319 0	1,352 6,2°	1,418 8,3°	1,723 9,8°	2,187 0
		0,5	1,545 0	1,603 7,7°	1,706 11,0°	2,120 11,9°	3,014 0
		0,6	1,714 0	1,801 10,0°	1,993 13,6°	2,573 13,6°	4,120 0
		0,7	1,909 0	2,065 13,2°	2,297 16,2°	3,079 14,6°	5,740 0
10	1,98	0,1	0,774 0	0,776 1,2°	0,762 2,2°	0,821 4,6°	0,895 0
		0,2	1,526 0	1,531 1,4°	1,544 2,6°	1,636 5,3°	1,840 0
		0,3	2,200 0	2,239 1,7°	2,263 3,2°	2,430 6,4°	2,89 0
		0,4	2,848 0	2,862 2,2°	2,903 4,2°	3,178 8,1°	4,126 0
		0,5	3,343 0	3,367 2,9°	3,435 5,5°	3,860 10,3°	5,703 0

P_s	\bar{m}	ε	$\chi^2/6$				
			0	0,5	1	3	∞
10	1,98	0,6	3,715 0	3,760 4,0°	3,880 7,3°	— —	7,680 0
		0,7	— —	— —	— —	— —	10,628 0

 $\lambda = 1, a = 0,75$

Таблица 2

P_s	\bar{m}	ε	$\chi^2/6$				
			0	0,5	1	3	∞
2	3,94	0,1	0,110 0	0,136 18,4°	0,170 19,2°	0,202 12,5°	0,242 0
		0,2	0,212 0	0,272 18,8°	0,341 19,6°	0,426 12,8°	0,502 0
		0,3	0,304 0	0,403 20,1°	0,516 20,6°	0,659 14,0°	0,799 0
		0,4	0,381 0	0,533 22,0°	0,694 22,2°	0,871 14,5°	1,160 0
		0,5	0,435 0	0,670 23,2°	0,866 22,9°	0,181 13,2°	1,625 0
		0,6	0,472 0	0,801 22,8°	1,100 22,0°	— —	2,264 0
		0,7	— —	— —	— —	— —	3,220 0
5	3,82	0,1	0,404 0	0,410 3,1°	0,424 5,2°	0,473 5,8°	0,501 0
		0,2	0,764 0	0,816 3,5°	0,852 5,9°	0,951 6,4°	1,031 0
		0,3	1,148 0	1,174 4,3°	1,234 6,9°	1,426 7,2°	1,624 0
		0,4	1,447 0	1,496 5,5°	1,601 8,5°	1,907 8,3°	2,324 0

P_s	\bar{m}	ε	$\chi/6$				
			0	0,5	1	3	∞
5	3,82	0,5	1,674 0	1,768 7,2°	1,949 10,4°	2,430 9,4°	3,197 0
		0,6	1,831 0	2,021 9,2°	2,326 12,1°	— —	4,362 0
		0,7	— —	— —	— —	— —	6,068 0
10	3,75	0,1	0,860 0	0,862 1,0°	0,868 2,0°	0,908 3,9°	0,959 0
		0,2	1,628 0	1,645 1,3°	1,650 2,5°	1,771 4,7°	1,972 0
		0,3	2,450 0	2,460 1,6°	2,491 3,1°	2,681 5,6°	3,097 0
		0,4	3,052 0	3,116 2,3°	3,176 4,2°	3,520 7,1°	4,415 0
		0,5	3,566 0	3,632 3,3°	3,751 5,8°	4,346 8,8°	6,045 0
		0,6	3,931 0	4,035 4,6°	4,278 7,8°	— —	8,203 0
		0,7	— —	— —	— —	— —	11,377 0

Таблица 3

 $\lambda = 1,5, a = 0,5$

P_s	\bar{m}	ε	$\chi/6$				
			0	0,5	1	3	∞
2	1,49	0,1	0,076 0	0,128 28,6°	0,176 22,4°	0,213 10,8°	0,236 0
		0,2	0,151 0	0,260 29,0°	0,348 22,9°	0,430 11,4°	0,491 0
		0,3	0,220 0	0,397 29,9°	0,514 24,0°	0,664 11,6°	0,783 0
		0,4	0,280 0	0,533 31,0°	0,717 25,2°	0,894 11,5°	1,139 0
		0,5	0,328 0	0,691 31,8°	0,823 24,9°	1,180 10,4°	1,598 0

P_s	\bar{m}	ε	$\chi/6$				
			0	0,5	1	3	∞
2	1,49	0,6	0,362 0	0,844 31,7°	1,187 22,2°	1,607 8,1°	2,230 0
		0,7	0,381 0	1,049 30,6°	1,544 19,8°	2,170 5,8°	3,178 0
5	1,48	0,1	0,282 0	0,302 14,0°	0,348 15,2°	0,450 10,4°	0,486 0
		0,2	0,558 0	0,603 14,5°	0,687 15,5°	0,893 10,7°	1,003 0
		0,3	0,820 0	0,902 15,4°	1,052 16,4°	1,341 11,2°	1,581 0
		0,4	1,056 0	1,181 16,6°	1,406 17,0°	1,860 11,8°	2,267 0
		0,5	1,249 0	1,448 17,9°	1,750 18,4°	2,344 12,4°	3,126 0
		0,6	1,395 0	1,699 19,8°	2,065 20,0°	2,922 12,8°	4,273 0
		0,7	1,498 0	1,966 22,0°	2,408 22,1°	3,364 13,4°	5,956 0
10	1,47	0,1	0,605 0°	0,619 5,6°	0,667 8,2°	0,811 12,3°	0,932 0
		0,2	1,200 0	1,229 5,8°	1,375 8,6°	1,626 12,7°	1,918 0
		0,3	1,768 0	1,815 6,3°	2,003 9,4°	2,447 13,3°	3,018 0
		0,4	2,282 0	2,354 7,0°	2,532 10,5°	3,258 14,4°	4,310 0
		0,5	2,711 0	2,819 8,1°	3,148 12,0°	4,270 16,5°	5,914 0
		0,6	3,039 0	3,215 9,7°	3,803 13,9°	— —	8,100 0
		0,7	— —	— —	— —	— —	11,132 0

Таблица 4

$$\lambda = 1,5, \quad a = 0,75$$

P_s	\bar{m}	ε	$\chi/6$				
			0	0,5	1	3	∞
2	2,77	0,1	0,087 0	0,137 25,6°	0,194 19,2°	0,223 9,3°	0,244 0
		0,2	0,166 0	0,274 26,1°	0,394 19,4°	0,461 9,6°	0,507 0
		0,3	0,245 0	0,409 27,1°	0,591 19,8°	0,681 10,0°	0,808 0
		0,4	0,305 0	0,547 28,6°	0,799 20,2°	0,927 10,3°	1,173 0
		0,5	0,349 0	0,684 29,7°	1,035 19,8°	1,218 10,1°	1,623 0
		0,6	0,377 0	0,865 28,4°	1,337 18,6	— —	2,288 0
		0,7	— —	— —	— —	— —	3,254 0
5	2,69	0,1	0,320 0	0,350 10,4°	0,400 13,3°	0,486 8,6°	0,510 0
		0,2	0,618 0	0,716 11,0°	0,801 13,8°	0,984 8,7°	1,051 0
		0,3	0,913 0	1,023 11,9°	1,196 14,5°	1,480 9,2°	1,657 0
		0,4	1,151 0	1,330 13,2°	1,589 15,5°	1,993 9,7°	2,372 0
		0,5	1,338 0	1,618 14,5°	1,988 16,5°	2,488 10,3°	3,264 0
		0,6	1,460 0	1,920 16,5°	2,406 17,5°	— —	4,455 0
		0,7	— —	— —	— —	— —	6,198 0
10	2,63	0,1	0,680 0	0,697 5,8°	0,732 8,6°	0,883 10,4°	0,980 0
		0,2	1,344 0	1,372 6,0°	1,471 9,0°	1,794 10,7°	2,012 0

P_s	\bar{m}	ε	$\chi/6$				
			0	0,5	1	3	∞
10	2,63	0,3	1,948 0	2,006 6,4°	2,142 10,0°	2,664 11,7°	3,162 0
		0,4	2,448 0	2,567 7,2°	2,787 11,2°	3,561 13,0°	4,509 0
		0,5	2,872 0	3,368 8,4°	3,568 13,0°	4,387 14,5°	6,114 0
		0,6	3,142 0	3,518 9,9°	3,998 14,5°	— —	8,387 0
		0,7	— —	— —	— —	— —	11,596 0

3. Значения удельной подъемной силы $K_{ис} = W/(r^2 p_s)$ аэростатического подшипника с относительной раздвижкой $a = 0,5$

Таблица 1

 $\lambda = 1$

P_s	ε	\bar{m}						
		0,25	0,5	1	1,5	2	3	4
2	0,1	0,058	0,102	0,158	0,184	0,192	0,180	0,154
	0,2	0,120	0,210	0,316	0,367	0,377	0,348	0,298
	0,3	0,192	0,329	0,485	0,541	0,547	0,496	0,426
	0,4	0,284	0,469	0,648	0,698	0,690	0,619	0,535
	0,5	0,402	0,624	0,798	0,825	0,803	0,717	0,626
	0,6	0,552	0,780	0,911	0,916	0,884	0,794	—
	0,7	0,718	0,899	0,980	0,974	—	—	—
3	0,1	0,079	0,138	0,209	0,240	0,250	0,235	0,204
	0,2	0,165	0,284	0,422	0,479	0,492	0,457	0,395
	0,3	0,265	0,445	0,640	0,709	0,716	0,654	0,565
	0,4	0,384	0,630	0,858	0,919	0,909	0,818	0,710
	0,5	0,548	0,837	1,059	1,092	1,062	0,950	0,832
	0,6	0,751	1,047	1,215	1,218	1,174	1,043	0,934
	0,7	0,976	1,213	1,315	1,301	—	—	—

P_s	ε	\bar{m}						
		0,25	0,5	1	1,5	2	3	4
4	0,1	0,094	0,156	0,234	0,266	0,275	0,258	0,224
	0,2	0,194	0,459	0,473	0,456	0,550	0,506	0,435
	0,3	0,312	0,508	0,704	0,786	0,790	0,719	0,622
	0,4	0,456	0,717	0,960	1,020	1,005	0,902	0,782
	0,5	0,639	0,951	1,183	1,214	1,176	1,049	0,917
	0,6	0,869	1,187	1,360	1,355	1,303	1,165	—
	0,7	1,122	1,375	1,475	—	—	—	—
5	0,1	0,105	0,168	0,249	0,280	0,288	0,269	0,234
	0,2	0,218	0,347	0,501	0,558	0,568	0,524	0,454
	0,3	0,346	0,546	0,758	0,828	0,828	0,752	0,650
	0,4	0,501	0,770	1,015	1,074	1,055	0,944	0,818
	0,5	0,698	1,018	1,252	1,278	1,236	1,099	0,960
	0,6	0,945	1,270	1,439	1,429	1,371	1,222	—
	0,7	1,214	1,470	—	—	—	—	—
6	0,1	0,113	0,176	0,258	0,288	0,296	0,276	0,240
	0,2	0,233	0,363	0,518	0,575	0,583	0,537	0,465
	0,3	0,369	0,670	0,784	0,852	0,851	0,771	0,666
	0,4	0,533	0,804	1,048	1,106	1,084	0,968	0,839
	0,5	0,740	1,062	1,293	1,316	1,271	1,127	1,008
	0,6	0,996	1,322	1,486	1,472	1,410	—	—
	0,7	1,276	1,529	1,616	—	—	—	—

Таблица 2

 $\lambda = 1,5$

P_s	ε	\bar{m}						
		0,25	0,5	1	1,5	2	3	4
2	0,1	0,091	0,152	0,215	2,229	0,220	0,180	0,138
	0,2	0,187	0,310	0,429	0,452	0,431	0,350	0,272
	0,3	0,295	0,478	0,640	0,659	0,621	0,504	0,397
	0,4	0,421	0,660	0,839	0,840	0,782	0,638	0,512
	0,5	0,573	0,851	1,008	0,983	0,912	0,753	0,617
	0,6	0,756	1,027	1,131	1,086	1,010	—	—
	0,7	0,940	1,148	1,205	—	—	—	—
3	0,1	0,123	0,202	0,278	0,296	0,286	0,237	0,186
	0,2	0,254	0,412	0,556	0,585	0,561	0,463	0,365
	0,3	0,400	0,635	0,833	0,857	0,812	0,667	0,532
	0,4	0,562	0,877	1,098	1,115	1,028	0,846	0,685
	0,5	0,799	1,134	1,329	1,294	1,202	0,997	0,816
	0,6	1,010	1,350	1,504	1,423	1,311	—	—
	0,7	1,222	1,549	1,599	—	—	—	—

P_5	ε	\bar{m}						
		0,25	0,5	1	1,5	2	3	4
4	0,1	0,143	0,228	0,307	0,324	0,313	0,260	0,205
	0,2	0,294	0,464	0,614	0,641	0,614	0,508	0,402
	0,3	0,462	0,716	0,921	0,942	0,890	0,733	0,586
	0,4	0,660	0,988	1,216	1,210	1,129	0,930	0,754
	0,5	0,898	1,276	1,476	1,430	1,324	1,098	0,906
	0,6	1,181	1,552	1,674	1,594	1,476	1,241	—
	0,7	1,434	1,752	1,800	—	—	—	—
5	0,1	0,156	0,243	0,322	0,338	0,326	0,272	0,214
	0,2	0,320	0,494	0,645	0,670	0,640	0,530	0,420
	0,3	0,502	0,762	0,968	0,985	0,930	0,765	0,612
	0,4	0,716	1,051	1,278	1,267	1,181	0,972	0,787
	0,5	0,973	1,357	1,554	1,500	1,386	1,148	0,947
	0,6	1,277	1,650	1,765	1,675	1,547	—	—
	0,7	1,590	1,866	1,900	1,797	—	—	—
6	0,1	0,165	0,251	0,331	0,346	0,334	0,278	0,220
	0,2	0,338	0,512	0,664	0,687	0,656	0,542	0,430
	0,3	0,530	0,790	0,996	1,010	0,952	0,783	0,627
	0,4	0,754	1,090	1,316	1,300	1,210	0,995	0,807
	0,5	1,023	1,407	1,600	1,540	1,422	1,176	0,970
	0,6	1,340	1,712	1,819	1,728	1,588	—	—
	0,7	1,666	1,937	1,960	—	—	—	—

Примечание. При $\bar{m} = 0$, а также при $\bar{m} \rightarrow \infty K_{HS} = 0$ при любых ε .

4. Расчетные характеристики прямоугольной аэростатической опоры большой длины с микроканавкой

Таблица 1

Удельная подъемная сила K_H

$\lambda = \frac{L}{B}$	P_d	K						
		0	1	2	5	10	20	∞
0,5	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,331	0,470	0,502	0,530	0,542	0,548	0,555
	3	0,733	1,005	1,065	1,118	1,141	1,153	1,167
	4	1,168	1,566	1,652	1,730	1,762	1,780	1,800
	5	1,619	2,140	2,253	2,353	2,395	2,418	2,445
	6	2,080	2,722	2,860	2,983	3,034	3,063	3,095
1	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,215	0,407	0,457	0,506	0,529	0,541	0,555
	3	0,496	0,883	0,980	1,074	1,116	1,140	1,167
	4	0,811	1,389	1,530	1,666	1,726	1,761	1,800
	5	1,145	1,909	2,093	2,270	2,349	2,393	2,445
	6	1,491	2,437	2,774	2,881	2,977	3,032	3,095

Продолжение

$\lambda = \frac{L}{B}$	P_d	K						
		0	1	2	5	10	20	∞
2	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,131	0,323	0,390	0,466	0,504	0,528	0,555
	3	0,308	0,715	0,848	0,996	1,070	1,114	1,167
	4	0,514	1,140	1,337	1,553	1,660	1,724	1,800
	5	0,737	1,581	1,841	2,123	2,263	2,346	2,445
	6	0,973	2,032	2,354	2,701	2,872	2,974	3,095
5	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,066	0,211	0,279	0,380	0,446	0,492	0,555
	3	0,154	0,479	0,624	0,829	0,957	1,047	1,167
	4	0,255	0,777	1,002	1,308	1,496	1,627	1,800
	5	0,365	1,093	1,397	1,802	2,049	2,220	2,445
	6	0,481	1,421	1,803	2,306	2,610	2,820	3,095

Таблица 2

Величина U_d

$\lambda = \frac{L}{B}$	K						
	0	1	2	5	10	20	∞
0,1	0,745	0,614	0,567	0,530	0,516	0,508	0,500
1	0,757	0,365	0,318	0,280	0,266	0,257	0,250
2	0,632	0,238	0,192	0,155	0,141	0,133	0,125
5	0,488	0,150	0,111	0,079	0,065	0,058	0,050

5. Расчетные характеристики прямоугольной одноканавочной секции

Таблица 1

Удельная подъемная сила K_{11}

$\lambda = \frac{L}{B}$	P_d	K						
		0	2	5	10	20	50	∞
3	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,09	0,22	0,28	0,34	0,38	0,41	0,44
	3	0,20	0,49	0,63	0,74	0,81	0,87	0,93
	4	0,34	0,79	1,01	1,16	1,28	1,37	1,44
	5	0,49	1,10	1,40	1,61	1,75	1,87	1,97
	6	0,64	1,41	1,80	2,06	2,24	2,38	2,51

$\lambda = \frac{L}{B}$	P_d	K						
		0	2	5	10	20	50	∞
4	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,07	0,17	0,24	0,30	0,36	0,42	0,46
	3	0,16	0,38	0,54	0,67	0,78	0,89	0,98
	4	0,26	0,62	0,87	1,06	1,23	0,39	0,53
	5	0,38	0,88	1,22	1,48	1,70	1,90	2,09
	6	0,50	1,17	1,57	1,89	2,18	2,42	2,65
5	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,05	0,14	0,21	0,26	0,33	0,40	0,48
	3	0,13	0,32	0,46	0,60	0,72	0,87	1,02
	4	0,21	0,52	0,74	0,95	1,15	1,36	1,58
	5	0,30	0,71	1,05	1,32	1,59	1,86	2,15
	6	0,40	0,77	1,37	1,70	2,04	2,38	2,74
6	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,05	0,11	0,17	0,23	0,30	0,39	0,49
	3	0,11	0,26	0,39	0,52	0,66	0,83	1,04
	4	0,19	0,44	0,64	0,84	1,06	1,31	1,62
	5	0,27	0,63	0,90	1,18	1,46	1,79	2,21
	6	0,36	0,83	1,18	1,52	1,88	2,29	2,80

Величина U_d

Таблица 2

$\lambda = \frac{L}{B}$	K						
	0	2	5	10	20	50	∞
0	0,627	0,228	0,166	0,134	0,118	0,107	0,101
4	0,627	0,221	0,155	0,120	0,098	0,083	0,072
5	0,627	0,219	0,152	0,114	0,089	0,070	0,057
6	0,627	0,219	0,151	0,111	0,083	0,062	0,046

6. Расчетные характеристики прямоугольной двухканавочной секции

Таблица 1

Удельная подъемная сила K_H

$\lambda = \frac{L}{B}$	P_d	K						
		0	2	5	10	20	50	∞
2	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,11	0,36	0,51	0,57	0,61	0,65	0,68
	3	0,26	0,82	1,07	1,18	1,27	1,34	1,39
	4	0,43	1,33	1,65	1,82	1,95	2,05	2,13
	5	0,62	1,85	2,25	2,47	2,63	2,76	2,87
	6	0,82	2,38	2,86	3,13	3,33	3,48	3,61
3	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,09	0,39	0,42	0,51	0,58	0,65	0,71
	3	0,20	0,70	0,91	1,08	1,22	1,35	1,45
	4	0,34	1,12	1,43	1,67	1,88	2,06	2,23
	5	0,49	1,54	1,96	2,28	2,56	2,78	2,99
	6	0,64	1,98	2,49	2,89	3,22	3,51	3,71
4	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,07	0,24	0,35	0,44	0,53	0,63	0,73
	3	0,16	0,54	0,77	0,95	1,12	1,30	1,49
	4	0,26	0,87	1,21	1,48	1,74	2,00	2,27
	5	0,38	1,24	1,67	2,03	2,36	2,70	3,06
	6	0,50	1,63	2,14	2,59	3,00	3,41	3,85

Таблица 2

Величина U_d

$\lambda = \frac{L}{B}$	K						
	0	2	5	10	20	50	∞
2	0,345	0,115	0,085	0,071	0,063	0,059	0,055
3	0,314	0,110	0,078	0,061	0,051	0,043	0,039
4	0,313	0,109	0,076	0,057	0,045	0,037	0,030

7. Расчетные характеристики кольцевой
аэростатической опоры с микроканавкой
с числом отверстий $N = 4$

Таблица 1

Удельная подъемная сила K_H

$\xi = \frac{r_B}{r_H}$	P_d	K						
		0	0,2	0,5	1	2	5	∞
0,2	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,19	0,29	0,37	0,40	0,42	0,44	0,46
	3	0,44	0,66	0,79	0,86	0,91	0,95	0,98
	4	0,72	1,07	1,25	1,36	1,43	1,48	1,53
	5	1,02	1,48	1,72	1,86	1,96	2,03	2,09
	6	1,33	1,91	2,21	2,38	2,50	2,58	2,61
0,4	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,14	0,24	0,32	0,38	0,43	0,47	0,52
	3	0,32	0,55	0,71	0,83	0,93	1,01	1,10
	4	0,54	0,91	1,13	1,31	1,46	1,58	1,70
	5	0,78	1,26	1,57	1,81	2,00	2,16	2,31
	6	1,02	1,65	2,02	1,31	2,55	2,71	2,93
0,6	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,09	0,17	0,24	0,31	0,38	0,45	0,54
	3	0,21	0,39	0,55	0,69	0,83	0,98	1,14
	4	0,35	0,65	0,89	1,10	1,31	1,53	1,76
	5	0,51	0,93	1,24	1,53	1,80	2,09	2,39
	6	0,68	1,24	1,61	1,97	2,31	2,66	3,03

Таблица 2

Величина U_d

$\xi = \frac{r_B}{r_H}$	K						
	0	0,2	0,5	1	2	5	∞
0,2	0,721	0,447	0,340	0,303	0,281	0,265	0,254
0,4	0,655	0,379	0,256	0,212	0,182	0,161	0,145
0,6	0,580	0,314	0,203	0,157	0,124	0,099	0,080

8. Расчетные характеристики кольцевой
аэростатической опоры с микроканавкой
с числом отверстий $N = 6$

Таблица 1

Удельная подъемная сила K_H

$\xi = \frac{r_B}{r_H}$	P_d	K						
		0	0,2	0,5	1	2	5	∞
0,4	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,19	0,31	0,40	0,45	0,48	0,51	0,52
	3	0,44	0,72	0,86	0,95	1,01	1,07	1,10
	4	0,72	1,14	1,35	1,48	1,58	1,67	1,70
	5	1,02	1,59	1,87	2,04	2,15	2,27	2,31
	6	1,34	2,08	2,38	2,60	2,74	2,84	2,93
0,6	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,12	0,24	0,33	0,40	0,45	0,50	0,54
	3	0,29	0,56	0,73	0,86	0,97	1,06	1,14
	4	0,49	0,90	1,16	1,36	1,51	1,64	1,76
	5	0,70	1,27	1,61	1,86	2,07	2,25	2,39
	6	0,93	1,65	2,07	2,38	2,64	2,86	3,03
0,8	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,07	0,15	0,22	0,29	0,37	0,46	0,54
	3	0,16	0,35	0,50	0,65	0,81	0,97	1,16
	4	0,26	0,58	0,81	1,04	1,27	1,51	1,79
	5	0,37	0,81	1,15	1,45	1,76	2,07	2,44
	6	0,49	1,09	1,50	1,87	2,25	2,63	3,10

Таблица 2

Величина U_d

$\xi = \frac{r_B}{r_H}$	K						
	0	0,2	0,5	1	2	5	∞
0,4	0,707	0,392	0,302	0,264	0,244	0,228	0,218
0,6	0,634	0,302	0,217	0,176	0,151	0,134	0,122
0,8	0,519	0,222	0,151	0,111	0,085	0,067	0,053

9. Расчетные характеристики круглой
аэростатической опоры с микроканавкой
с числом отверстий $N = 4$

Таблица 1

Удельная подъемная сила K_H

$\xi_K = \frac{r_K}{r_H}$	P_d	K						
		0	0,2	0,5	1	2	5	∞
0,4	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,32	0,41	0,46	0,49	0,50	0,51	0,52
	3	0,71	0,89	0,98	1,03	1,05	1,07	1,09
	4	1,13	1,39	1,53	1,59	1,63	1,66	1,68
	5	1,56	1,92	2,09	2,17	2,22	2,26	2,29
	6	2,00	2,45	2,66	2,76	2,82	2,86	2,90
0,6	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,32	0,44	0,52	0,57	0,60	0,63	0,65
	3	0,71	0,96	1,11	1,19	1,25	1,30	1,34
	4	1,13	1,50	1,71	1,83	1,92	1,99	2,04
	5	1,56	2,07	2,33	2,48	2,60	2,69	2,76
	6	2,01	2,66	2,94	3,15	3,29	3,40	2,48
0,8	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,25	0,38	0,50	0,59	0,67	0,75	0,82
	3	0,77	0,87	1,06	1,24	1,39	1,53	1,66
	4	0,92	1,38	1,66	1,90	2,12	2,32	2,51
	5	1,29	1,89	2,27	2,59	2,87	3,13	3,36
	6	1,67	2,43	2,89	3,28	3,62	3,93	4,22

Таблица 2

Величина U_d

$\xi_K = \frac{r_K}{r_H}$	K						
	0	0,2	0,5	1	2	5	∞
0,4	0,994	0,731	0,639	0,604	0,538	0,568	0,559
0,6	0,815	0,543	0,451	0,405	0,378	0,358	0,344
0,8	0,622	0,368	0,275	0,227	0,193	0,167	0,148

10. Величина $\overline{m}U_d$ для функции истечения

$$\Theta = \sqrt{1 - \frac{P_d^4}{P_s^4}}$$

$\frac{P_d}{P_s}$	P_s					$\frac{P_d}{P_s}$	P_s				
	2	3	4	5	6		2	3	4	5	6
0,2	—	—	—	0,000	0,0733	0,7	0,551	1,305	1,961	2,580	3,181
0,3	—	—	0,110	0,251	0,375	0,75	0,756	1,638	2,520	3,209	3,880
0,4	—	0,149	0,395	0,608	0,804	0,8	1,016	2,065	3,007	3,904	4,781
0,5	0,000	0,431	0,775	1,084	1,378	0,85	1,367	2,653	3,820	4,935	6,030
0,55	0,110	0,603	1,008	1,377	1,727	0,9	1,908	3,576	5,100	6,565	8,004
0,6	0,236	0,801	1,276	1,715	2,136	0,95	3,030	5,514	7,800	10,01	12,18
0,65	0,381	1,031	1,588	2,110	2,613						

11. Расчет устойчивости (к рис. 22)

На рис. 22 на примере подшипника электрошпинделя мод. А48/1 представлено сравнение двух способов стабилизации — циркулярным поддувом и односторонним поддувом. Последовательные этапы расчета этого подшипника на жесткость, подъемную силу и устойчивость рассмотрены в примерах расчета, завершающих соответствующие разделы теории в гл. VI—XI. Сравнение проведено с точки зрения возможности повышения частоты вращения этого электрошпинделя (см. табл. 1) выше номинальной, равной 48 000 об/мин.

Размеры переднего, наиболее нагруженного подшипника: $D = 3,2$ см; $L = 4,8$ см; радиальный зазор нового подшипника $c = 10 \dots 12$ мкм, допускается износ до 15 мкм. Частота вращения $n = 48\,000$ об/мин, следовательно, угловая скорость $\omega = 5000$ 1/с.

Рассмотрим условия устойчивости подшипника в худшем случае, когда к ротору массой 2 кг привернута массивная оправка со шлифовальным кругом. Масса вала при этом увеличивается до 2,4 кг, а приведенная масса $m_{пр}$ согласно формуле (279)

$$m_{пр} = m \left[\lambda_B (1 + \lambda_B) + \frac{J - 2J_0}{mb^2} \right] = 2,4 \left[0,7 \cdot 1,7 + \frac{(92 - 10) 981}{2400 \cdot 7^2} \right] = 2,4 \cdot 1,874 = 4,5 \text{ кг.}$$

1. Стабилизация циркулярным поддувом при $\varepsilon \rightarrow 0$. а) Необходимая для стабилизации жесткость аэростатического смазочного слоя по формуле (266) для $n = 48\,000$ об/мин:

$$G_N = \frac{4,5}{981} \frac{5000^2}{8} + 14\,300 \text{ кгс/см} = 1,43 \text{ кгс/мкм.}$$

Для $n = 72\,000$ об/мин $G_N = 1,43 \cdot 1,5^2 = 3,22$ кгс/мкм и для $n = 96\,000$ об/мин $G_N = 5,72$ кгс/мкм.

б) Жесткость G , создаваемая поддувом, определяется формулой (226), где максимально возможное значение K_G удельной жесткости отыскиваем по табл. 12. Она зависит от λ , λ_1 и P_s .

В данном случае $\lambda = 1,5$; $\lambda_1 = 0,75$ и $P_s = 2, 5$ и 10 . Зазор c примем равным 15 мкм, каким он может стать в результате допустимого износа. При $\epsilon \rightarrow 0$ зависимость жесткости аэростатического подшипника от давления поддува P_s (см. табл.):

P_s	P_s изб.	K_G	G кгс/мкм
2	1	2,29	0,78
5	4	3,38	2,88
10	9	3,6	6,13

Кривая зависимости $n - P_s$ изб. построенная по этой таблице (см. рис. 22, б), показывает, что уже при $n = 48\ 000$ об/мин $p_{s\text{ ст}} = 1,8$ кгс/см², т. е. на грани допустимого. При $n = 72\ 000$ об/мин $p_{s\text{ ст}} = 4,5$ кгс/см², что совершенно неприемлемо.

2. Стабилизация односторонним поддувом в дифференциальном подшипнике ($\epsilon > 0$). Согласно примеру 3 (гл. IX) длина эквивалентного подшипника $L_3 = 3,7$ см. При поддуве от сети сжатого воздуха давлением $p_{s\text{ изб}} = 5$ кгс/см² граничную устойчивость должно обеспечивать давление $p_{s\text{ изб}} = 2$ кгс/см². Вычислим критерий устойчивости S при $n = 48\ 000$ об/мин ($\omega = 5000$ 1/с) по формуле (316):

$$S = \frac{2,25 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^6}{981 \cdot 3,7 \cdot 3,2 \cdot 3} = 2,42.$$

Число подшипника при этом будет $\frac{\chi}{6} = 2,43 \frac{1}{2,25 \cdot 3} = 0,36$.

Значения критерия устойчивости S и числа подшипника χ при других частотах получим, заменив ω соответственными величинами. Затем по графику, представленному на рис. 82, найдем значения стабилизирующих эксцентриситетов ϵ .

Зависимость стабилизирующего эксцентриситета $\epsilon_{\text{ст}}$ от частоты вращения в диапазоне $48 \dots 96$ тыс. об/мин при постоянном давлении поддува $p_{s\text{ изб}} = 2$ кгс/см² и зазоре $c = 0,015$ мкм (см. табл.):

n тыс. об/мин	$\chi/6$	S	$\epsilon_{\text{ст}}$
48	0,36	2,42	0,52
72	0,81	5,44	0,58
96	1,44	9,69	0,68

Из графика, построенного по этой таблице (рис. 22, а), видны практически неограниченные возможности стабилизации односторонним нагружением: доведение частоты вращения электрошпинделя А48/1 до величин порядка 96 тыс. об/мин лимитируется уже не давлением поддува, а механической прочностью вала и большими потерями на трение (окружная скорость $v > 150$ м/с).

Список литературы

1. Баласаньян В. С. Определение угловой жесткости кольцевого аэростатического подпятника. — *Машиноведение*, 1977, № 3, с. 93—99.
2. Баласаньян В. С. Плоская прямоугольная аэростатическая опора с микроканавкой. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*, 1973, № 3, с. 163—166.
3. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 2, М., Физматгиз, 1962. 639 с.
4. Борисов Ю. Т. Исследование формы рабочей поверхности аэродинамических подшипников с термокомпенсацией. — *Станки и инструмент*, 1977, № 12, с. 17—19.
5. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Пер. с англ. М., Изд. ин. лит., 1963. 467 с.
6. Вунш. Применение подшипников с воздушной смазкой в станках и измерительных приборах. — *Проблемы трения и смазки*. 1968, № 4, с. 22—30.
7. Галанов Н. С. Автоматизация выбора оптимальных параметров аэростатических подшипников. — *Механизация и автоматизация производства*, 1972, № 7, с. 22—24.
8. *Гидродинамическая теория смазки*. /Под ред. Л. С. Лейбензона. М.—Л, Гостехиздат, 1934. 575 с.
9. Грудская Е. Г., Заблоцкий Н. Д. Характеристики гибридного радиального подшипника на газовой смазке. — *Машиноведение*, 1976, № 5, с. 93—98.
10. Данильченко В. Ф., Снопов А. И. Расчет характеристик газостатического подшипника с циркулярным поддувом. — *Станки и инструмент*, 1977, № 12, с. 6—8.
11. Жедь В. П., Павлова М. А., Непомнящий Ю. Л. Расточная головка особо высокой точности на аэростатических подшипниках со встроенным электродвигателем. — *Станки и инструмент*, 1974, № 4, с. 9—10.
12. Жедь В. П., Шейнберг С. А. Состояние и перспективы промышленного использования подшипниковых узлов с воздушной смазкой. — *Станки и инструмент*, 1975, № 11, с. 18—21.
13. Жирицкий Г. С., Струнkin В. А. Конструкция и расчет на прочность деталей паровых и газовых турбин. М., Машиностроение, 1968. 520 с.
14. Заблоцкий Н. Д., Карлов В. С. Характеристики устройств наддува газовых опор. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*, 1973, № 2, с. 143—149.
15. Заблоцкий Н. Д. Расчет подшипников с наддувом при больших числах сжимаемости. — В кн.: — *Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов*. Куйбышевский авиац. ин-т им. С. П. Королева, 1976, вып. 3, с. 109—116.
16. Каннингем, Флеминг, Андерсон. Статические испытания воздушных ра-

- диальных подшипников с внешним наддувом при наличии вращения. — Проблемы трения и смазки, 1970, № 2, с. 163—171.
17. **Карпов В. С., Грудская Е. Г.** Устойчивость вала высокоскоростного внутришлифовального шпинделя на воздушных подшипниках с поддувом. — Станки и инструмент, 1977, № 12, с. 8—10.
 18. **Кастелли, Элрод.** Решение задачи об устойчивости 360°-ных самогенерирующихся подшипников с газовой смазкой. — Теоретические основы инженерных расчетов, 1965, № 3, с. 241—257.
 19. **Крылов А. Н., Кругков Ю. А.** Общая теория гироскопов. Изд. АН СССР, 1932. 398 с.
 20. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М., Наука, 1973. 847 с.
 21. **Новый прибор для контроля точности формы прецизионных деталей станков/А. Н. Авдулов, А. А. Колесников, А. Н. Табенкин, А. И. Минаев** — Труды института, ЭНИМС, 1973, вып. 2, с. 26—33.
 22. **Осепьян Л. С., Сипенков И. Е.** Определение угловой жесткости цилиндрического газового подвеса. Труды ЛПИ, 1970, № 313, с. 110—116.
 23. **Осмен.** Теория устойчивости р-линеаризованного приближения для переносного полустатического блуждания вала в длинных самогенерирующихся подшипниках с газовой смазкой. — Техническая механика, 1963, № 4, с. 160—170.
 24. **Очистка сжатого воздуха для пневматических систем.** Руководящие материалы. М., НИИМАШ, 1973. 119 с.
 25. **Подшипники с газовой смазкой/Под ред. Н. С. Грессема, Дж. У. Пауэлла.** Пер. с англ. М., Мир, 1966. 423 с.
 26. **Расчет аэростатических опор.** Методические рекомендации ЭНИМС, 1977. 31 с.
 27. **Степаняц Л. Г., Заблочкий Н. Д., Сипенко И. Е.** Методы решения задач газовой смазки с наддувом. — В кн.: Газовая смазка подшипников. М., ИМАШ, 1968, с. 4—16.
 28. **Табачников Ю. Б., Галанов Н. С., Шустер В. Г.** Исследование области устойчивости плоских кольцевых аэростатических опор с круговой микроканавкой. — Станки и инструмент, 1974, № 6, с. 11—17.
 29. **Ченг, Пэн.** Анализ устойчивости простых самогенерирующихся цилиндрических радиальных подшипников конечной длины методом Галеркина. — Теоретические основы инженерных расчетов, 1965, № 1, с. 225—232.
 30. **Шейнберг С. А.** Виброустойчивость подшипников с газовой смазкой. — Вестник машиностроения, 1961, № 6, с. 3—10.
 31. **Шейнберг С. А.** Газовая смазка подшипников скольжения (теория и расчет). В кн.: Трение и износ в машинах. Изд. АН СССР, 1953, VIII, с. 107—204.
 32. **Шейнберг С. А., Жедь В. П.** Оптимизация циркулярного аэростатического подшипника. — Вестник машиностроения, 1976, № 2, с. 12—18.
 33. **Шейнберг С. А., Жедь В. П., Шишеев М. Д.** Опоры скольжения с газовой смазкой. М., Машиностроение, 1969. 334 с.
 34. **Шейнберг С. А., Шапиро И. М.** Внутришлифовальный пневмошпиндель с жесткой механической характеристикой. — Станки и инструмент, 1972, № 8, с. 19—22.
 35. **Drescher N.** Luftgeschmierte Lager. Verein Deutsche Ingenieure, 1953, 95, № 35.
 36. **Dolezalek C. M.** Untersuchungen an einer ebenen, luftgelagerten Slittenführung für hohe Belastung. Technische Hochschule Stuttgart, 1966.
 37. **Kochi K.** Characteristics of a self-lubricated stepped thrust pad of infinitely width with compressible lubricant. Journal of Basic Engineering, June, 1959.
 38. **Licht L., Elrod H. G.** Study of the stability of externally pressurized gas bearings. Transactions of the ASME, ser. E, 1960, № 2.
 39. **Licht L., Elrod H. G.** Experimental study of the stability of an externally-pressurized, gas-lubricated bearing. Transactions of the ASME, 1966, № 1, s. E, v. 33.

Оглавление

Предисловие ко второму изданию	5
<i>Глава I. Типовые конструкции высокоскоростных шпиндельных узлов</i>	<i>7</i>
Область применения скоростных узлов	7
Электрошпиндели	9
Сверлильные головки	13
Пневмошпиндели	13
Координатно-шлифовальные пневмошпиндели	16
Расточные головки	18
<i>Глава II. Изготовление и эксплуатация высокоскоростных узлов</i>	<i>20</i>
Точность изготовления и балансировки	20
Контроль точности изготовления	23
Устройство подшипника	25
Выверка соосности подшипников	28
Беззазорная посадка щитов в корпусе	30
Особенности изготовления и ремонта шпиндельных узлов	31
Очистка сжатого воздуха	34
<i>Глава III. Источники вибрации и способы стабилизации</i>	<i>38</i>
Полускоростной вихрь	38
Методы подавления полускоростного вихря	45
Циркулярный подшипник	47
Синхронный вихрь от дисбаланса	50
Короткий циркулярный подшипник	52
Стабилизация нагружением. Дифференциальный подшипник	55
Диагностика источников вибрации	60
Точность динамической балансировки	61
Разбалансировка вала сменными насадками	63
Разбалансировка при вращении	64
Частота собственных колебаний вала	65
Подпятники	66
<i>Глава IV. Уравнения газовой смазки</i>	<i>70</i>
Смазочные свойства газов	70
Общие уравнения газовой смазки	75
Частные случаи	84
Оценка ламинарности потока смазки	85

<i>Глава V. Подшипник бесконечной длины [плоская задача] в стационарном режиме работы</i>	86
Решение уравнения в безразмерных переменных. Закон подобия	86
Подъемная сила и угол смещения	93
Потери на трение	94
Предельный случай $\chi \rightarrow \infty$	97
Предельный случай $\chi \rightarrow 0$	104
Вычисление безразмерных расчетных параметров	111
<i>Глава VI. Аэродинамический подшипник конечной длины в стационарном режиме работы</i>	117
Уравнение пространственного потока смазки. Закон подобия	117
Численное интегрирование уравнения	119
Предельный случай $\chi \rightarrow \infty$	124
Предельный случай $\chi \rightarrow 0$	124
Аэродинамический подшипник с малой нагрузкой ($\epsilon \rightarrow 0$)	125
Подшипник с оптимальным зазором	132
Расчет аэродинамического подшипника (примеры расчета)	138
Конструкция и расчет дифференциального подшипника (пример расчета)	144
<i>Глава VII. Аэростатический подшипник с малой нагрузкой</i>	146
Радиальная жесткость	146
Оптимизация подшипника по радиальной жесткости	156
Подшипник с отверстиями без карманов (кольцевая диафрагма)	159
Расход сжатого газа на поддув	159
Расчет радиальной жесткости аэростатического подшипника (пример расчета)	160
Угловая жесткость	164
Жесткость шпиндельного узла воздушных опор (пример расчета)	170
<i>Глава VIII. Устойчивость ненагруженного вала в подшипниках с циркулярным поддувом</i>	173
Формы проявления неустойчивости	173
Цилиндрический вихрь	174
Конический вихрь	176
Расчет устойчивости (пример расчета)	179
<i>Глава IX. Устойчивость нагруженного вала в аэродинамических и дифференциальных подшипниках</i>	184
Пути достижения устойчивости	184
Дифференциальное уравнение плоской задачи нестационарного процесса газовой смазки	185
Уравнения движения	186
Метод малых возмущений	187
Порог устойчивости в плоской задаче	191
Пространственная задача устойчивости	196
Расчет устойчивости аэродинамического и дифференциального подшипников (примеры расчета)	197
<i>Глава X. Сегментные аэродинамические опоры</i>	200
Разновидности сегментных опор	200
Плоская клиновая опора бесконечной длины	201
Оптимальная клиновая опора	208
Ступенчатая опора бесконечной длины	212
Оптимальная ступенчатая опора	220
Обоснование расчета дифференциального подшипника	221
	335

<i>Глава XI. Гибридные подшипники</i>	223
Численный метод определения давления в смазочном слое радиальных гибридных подшипников	223
Характеристики радиальных гибридных подшипников	226
Расчет гибридного подшипника (пример расчета)	231
<i>Глава XII. Конструкции узлов на аэростатических опорах</i>	234
Металлорежущие станки	234
Измерительные устройства	241
Конструкции аэростатических опор	247
<i>Глава XIII. Теория и расчет плоских аэростатических опор с микроканавками в стационарном режиме</i>	254
Одноканавочная аэростатическая направляющая большой длины (аналитический метод)	254
Численный метод решения задачи газовой смазки для плоских аэростатических опор с микроканавками	258
Методика расчета плоских аэростатических опор с микроканавками (примеры расчета)	266
<i>Глава XIV. Виброустойчивость аэростатических опор</i>	274
«Пневмомолоток» в аэростатических опорах	274
Методы борьбы с вибрациями типа «пневмомолоток»	279
<i>Глава XV. Экспериментальное исследование опор с газовой смазкой</i>	281
Стенд и аппаратура экспериментального исследования вихревой неустойчивости	281
Результаты исследования вихревой неустойчивости	284
Исследование неустойчивости кольцевой аэростатической опоры с микроканавкой	303
<i>Приложения</i>	
1. Расчетные характеристики замкнутого аэродинамического подшипника	308
2. Значения удельной подъемной силы $K_n = W/(DL\rho_a)$ и угла смещения φ гибридного подшипника	315
3. Значения удельной подъемной силы $K_{нс} = W/(r^2\rho_s)$ аэростатического подшипника с относительной раздвижкой $a = 0,5$	321
4. Расчетные характеристики прямоугольной аэростатической опоры большой длины с микроканавкой	323
5. Расчетные характеристики прямоугольной одноканавочной секции	324
6. Расчетные характеристики прямоугольной двухканавочной секции	326
7. Расчетные характеристики кольцевой аэростатической опоры с микроканавкой с числом отверстий $N = 4$	327
8. Расчетные характеристики кольцевой аэростатической опоры с микроканавкой с числом отверстий $N = 6$	328
9. Расчетные характеристики круглой аэростатической опоры с микроканавкой с числом отверстий $N = 4$	329
10. Величина mU_d для функции истечения	
$\Theta = \sqrt{1 - \frac{P_d^4}{P_s^4}}$	330
11. Расчет устойчивости (к рис. 22)	330
Список литературы	332

