

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ВОСТОЧНО-СИБИРСКИЙ ФИЛИАЛ

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЧАСТИЦ И АТОМОВ

Ответственные редакторы

доктор физико-математических наук

В. Н. ЦЫТОВИЧ

кандидат физико-математических наук

И. М. ОПРИНГЕЛЬ



МОСКВА «НАУКА» 1987

М. Я. Амусья, В. М. Буймистров, Б. А. Зон, В. Н. Цытович, В. А. Астапенко, Е. Б. Клейман, А. В. Король, Ю. А. Кротов, А. Б. Кукушкин, В. С. Лисица, И. М. Ойрингель, А. В. Соловьев, В. И. Коган

Поляризационное тормозное излучение частиц и атомов/М. Я. Амусья, В. М. Буймистров, Б. А. Зон, В. Н. Цытович и др.— М.: Наука, 1987.

В монографии впервые систематически излагается теория тормозного излучения, возникающего при рассеянии нерелятивистских и релятивистских заряженных частиц на атомах, ионах и атомных ядрах в плазме. Основное внимание уделяется новым поляризационным эффектам, учет которых в определенных условиях меняет коренным образом общие представления о тормозном излучении. Обсуждаются возможные приложения процессов поляризационного тормозного излучения (например, лазерный пробой в газах, бомбардировка различных мишеней электронами, ионами, ядрами и интерпретация возникающих непрерывных рентгеновских спектров, а также тормозное излучение протонов). Рассматриваются выполненные в последние годы эксперименты и обсуждается постановка экспериментов для дальнейших исследований.

Книга рассчитана на научных работников, занимающихся квантовой электродинамикой, спектроскопией, ядерной физикой, физикой плазмы и плазменной астрофизикой.

Ил. 54. Библиогр. 325 назв.

Рецензенты:

Б. М. БОЛОТОВСКИЙ, Ю. П. НИКИТИН

ПРЕДИСЛОВИЕ

В предлагаемой монографии, написанной коллективом авторов, дано систематическое изложение вопросов, связанных с тормозным излучением в системе многих частиц. В этой области в самое последнее время получено множество новых результатов, заставивших коренным образом пересмотреть существовавшие ранее традиционные представления о тормозном излучении. Это касается как сложных атомов, содержащих большое число электронов, так и дополнительного тормозного излучения в системе многих частиц, образующих среду. Фактически традиционный подход оказался строго применимым только либо к отдельным «бесструктурным» частицам (например, к излучению электрона на протоне), либо к частицам, излучающим в пределе чрезвычайно высоких частот. В практически важной области оптических и рентгеновских частот существенно сказываются, а иногда и становятся определяющими поляризационные эффекты — это либо поляризация самого атома налетающей частицей, либо поляризация среды, окружающей атомную частицу. Первое стали называть поляризационным атомным (или динамическим) тормозным излучением, а второе — поляризационным переходным тормозным излучением. Авторы используют единый термин — поляризационное тормозное излучение. Оказалось, что в противоположность ранее существовавшим представлениям тормозное излучение при столкновении тяжелой налетающей частицы с атомами отнюдь не мало и целиком обязано поляризационным эффектам.

Авторам удалось правильно объяснить целый ряд экспериментов по тормозному излучению в многоэлектронных атомах, по лазерному пробою в парах щелочных металлов и использовать полученные результаты при рассмотрении радиационных свойств низкотемпературной плазмы. В итоге развита общая теоретическая схема описания процессов излучения при столкновении частиц, в которой тормозные и поляризационные механизмы вошли необходимыми и неразделимыми составными частями. Это дает основание для того, чтобы говорить о возникновении нового направления, имеющего общую теоретическую основу и важные приложения.

Авторы монографии активно участвовали в создании этого нового направления. Оно разрабатывалось несколькими группами исследователей, использовавшими разные методы. Возможность их совместной работы возникла в результате координации

онной деятельности Научного совета АН СССР по проблеме «Физика низкотемпературной плазмы». При этом была найдена хорошая форма, позволяющая плодотворно обсуждать новые возникающие актуальные проблемы,— целевые рабочие группы. Они создаются для углубленного изучения возникающих направлений исследований. Одна из таких групп была организована секцией «Коллективные явления в низкотемпературной плазме» совместно с Научным советом АН СССР по проблеме «Физика электронных и атомных столкновений». Эта рабочая группа явилась организационной основой авторского коллектива настоящей монографии и отражает новую форму научного общения, позволившую как бы апробировать новые результаты путем обсуждения между участниками группы. Последующая работа членов группы включала совместное подробное обсуждение каждого раздела книги, коллективное написание вводного и заключительного разделов, а также коллективное обсуждение и корректировку каждого из разделов книги. Такой метод работы позволил создать коллективный труд с единой общей для всего коллектива авторов точкой зрения на проблему. Это несомненное достоинство книги.

Характерное для нашего времени стремление ускорить получение и обобщение научных результатов требует поиска новых типов общения и коллективной работы исследователей. Возможно, что одним из таких путей будет путь, избранный авторами монографии.

Особо следует отметить творческий и организационный вклад председателя секции Научного совета «Коллективные явления в низкотемпературной плазме» и руководителя рабочей группы профессора В. Н. Цытовича.

*Академик Б. Б. Кадомцев
Член-корреспондент АН СССР Л. М. Биберман*

Несколько лет тому назад физика тормозного излучения испытала второе рождение: традиционные, казалось бы устоявшиеся, классические взгляды были пересмотрены или уточнены, появилось много новых терминов — «переходное», «динамическое» и «атомное» тормозное излучение. Как оказалось, физический смысл этих эффектов не только близок, но подчас почти одинаков для одних и тех же процессов в разных объектах. Поставлены многочисленные эксперименты, появились важные приложения эффектов излучения низкотемпературной плазмы, лазерного пробоя и многих других, отечественные и зарубежные публикации, ставятся новые эксперименты.

Короче говоря, налицо новое, быстро развивающееся направление, важное не только своими приложениями, но и объединением ранее разрозненных подходов и физических явлений. Различные исследователи пришли к единому пониманию физического процесса, но своим путем, что и привело к разнообразию в терминологии.

В 1985 г. состоялось заседание рабочей группы «Динамическое и переходное тормозное излучение» одной из секций Научного совета АН СССР по проблеме «Физика низкотемпературной плазмы» совместно с Научным советом АН СССР по проблеме «Физика электронных и атомных столкновений». В заседании приняли участие около двух десятков научных сотрудников, активно работающих в последние годы над новыми проблемами физики тормозного излучения. В результате обсуждений в основном стала ясна общая физическая картина явлений и возникло убеждение в том, что это действительно важное и новое направление исследований. Естественным было изложить последовательно эту физическую картину, собрав воедино наиболее важные результаты исследований по этой проблеме, включая возможные их приложения.

При написании монографии пришлось провести большую работу с тем, чтобы изложение стало последовательным и единым. При этом одним из немаловажных, хотя и непринципиальных моментов, был вопрос о терминологии.

Несколько слов о сути эффекта, без которых разговор о терминологии будет не ясным. Если заряд поместить в плазму, то он экранируется дебаевской поляризационной «шубой» (плазма здесь фигурирует как простейший пример; сходные эффекты возникают в любой среде, что более подробно описано ниже). При столкновении же зарядов «шубы» начинают колебаться, что

приводит к излучению; оно было названо переходным тормозным излучением. Существенно, что импульс и энергия излученного фотона возникают из импульса и энергии сталкивающихся частиц, так как до тех пор, пока «шуба» в процессе излучения не передала энергию и импульс заряду, который она экранирует, она сама нестационарна и процесс излучения не закончился. Таким образом, законы сохранения при излучении «шубы» те же, что для обычного тормозного излучения. Термин «переходное тормозное излучение» здесь вполне оправдан, так как рассеяние на поляризованном заряде — это и есть переходное рассеяние, а тормозное излучение, как известно, сводится к рассеянию виртуального поля сталкивающихся частиц в реальный фотон.

Термины «динамическое» и «атомное» тормозное излучение использовались в работах, посвященных тормозному излучению на атомах и ионах, имеющих связанные электроны, в том числе на многоэлектронных атомах. В этом случае при пролете заряженной частицы около атомов возникает колеблющаяся (динамическая) поляризация атомных электронов, которая и излучает. Атом или ион после излучения могут остаться в том же энергетическом состоянии, но возможно их возбуждение и ионизация. Энергия и импульс излученного фотона берутся из энергии и импульса налетающей частицы или из энергии и импульса центра массы атома (при ионизации необходимо учитывать также энергию и импульс выбитого электрона). В этом случае закон сохранения тот же (если атом не меняет своего энергетического состояния), что и при обычном тормозном излучении, и термин «динамическое» или «атомное» тормозное излучение вполне оправдан. Он подчеркивает также либо то, что в отличие от традиционного тормозного излучения, где существенна статическая поляризация, приводящая к экранировке, здесь играет роль динамическая поляризация (изменение во времени поляризации, связанной с атомными электронами), либо то, что излучают фактически (в смысле изменения дипольного момента) атомные электроны, а не налетающая заряженная частица. Такое излучение, естественно, возникает и при столкновении двух нейтральных поляризующихся частиц.

Термины «переходное», «динамическое» и «атомное» тормозное излучение широко использовались в научных публикациях последнего времени. Поэтому отказ от них был довольно болезненным, тем не менее авторы решили унифицировать терминологию нового направления. Был предложен общий термин «поляризационное тормозное излучение», с тем чтобы в необходимых для уточнения случаях и связи с предыдущими работами использовать также дополнительные термины «поляризационное динамическое излучение» или «поляризационное атомное излучение».

Поляризационное тормозное излучение в общем случае неотделимо от традиционного тормозного излучения, обязанного торможению налетающей частицы, но в определенных интервалах

частот может доминировать. Например, оно весьма велико, когда обе сталкивающиеся частицы тяжелые. Для релятивистских частиц всегда существует область частот, в которой практически все тормозное излучение является поляризационным.

Не будем рассматривать здесь все возникающие эффекты, поскольку именно они составляют предмет дальнейшего изложения. Мы упомянули о некоторых из них лишь для того, чтобы подчеркнуть, что сам эффект значительный, во многих случаях определяющий излучение при столкновениях. Поэтому удивительно, что он до последнего времени практически не привлекал к себе внимания. В работах основателей теории тормозного излучения на отдельных частицах (Зоммерфельда, Бете и Гайтлера, Борна) есть только упоминание о том, что строгая постановка задачи требует рассмотрения всей многоэлектронной системы, включающей как налетающий электрон (при столкновении электрона с ионом), так и атомные электроны.

В настоящей книге изложение строится от простого к сложному. Оно включает не только обзор проблемы, но и достаточно много нового материала.

Первая глава содержит качественное «пальцеобразное» представление процессов поляризационного излучения и написана по результатам независимо развивающихся исследований атомного тормозного излучения, динамического тормозного излучения, лазерного пробоя и переходного тормозного излучения. До сих пор изложенной в этой главе наглядной картины фактически не было, а между тем ее выяснение позволяет сразу объяснить общность различных проявлений поляризационного тормозного излучения. Особенно существенными кажутся эффекты когерентности излучения атомных электронов и электронов дебаевской «шубы», наглядная картина вклада различных прицельных параметров, так называемое «раздевание» атомов при увеличении частоты тормозного кванта.

Вторая глава содержит изложение классической (неквантовой) теории поляризационного тормозного излучения для далеких соударений. Изложение классических представлений нужно не только из-за того, что они нагляднее квантовых, но и потому, что основной вклад от поляризационного тормозного излучения возникает именно для далеких соударений, когда передаваемые импульсы малы по сравнению, например, с импульсом налетающей частицы.

Ранее была развита теория поляризационного переходного тормозного излучения на дебаевских экранирующих «шубах». Оказалось, что можно построить и классическую теорию поляризационного излучения для связанных электронов, т. е. для атома, если описывать атом как поляризующийся диполь. Естественно, что сама поляризуемость при этом должна рассчитываться квантовыми методами. Полученный в классической теории результат совпадает с квантовым, если для поляризуемости атома использовать неквантовый результат и в выражение под логарифма

рифмом подставить размер атома (или, точнее, обрезать прицельный параметр на расстоянии порядка размера атома). Поэтому с точностью до логарифма можно получить интенсивность поляризованного излучения связанных атомных электронов. Этот вывод является новым.

Третья глава содержит описание принципиальных физических вопросов, касающихся флуктуаций и тормозного излучения. Однородная среда не излучает и не рассеивает, поэтому тормозное излучение, так же как и другие типы излучения в среде, в среднем однородной, связано с флуктуациями. Простейшей системой, в которой теория флуктуаций может быть развита до конца, является плазма. Но в ней и процесс тормозного излучения наиболее сложен. Каждый электрон, участвуя в усредненном и флуктуационном движении одновременно, создает дебаевское экранирование и рассеивается (сталкивается) с другими электронами и ионами плазмы. Оказывается, что картина элементарных возбуждений как характеристика усредненного движения, т. е. движения частиц, одетых в «шубы», справедлива не только для описания столкновений частиц, но и для описания тормозного излучения. Показывается, что поляризационное (переходное) тормозное излучение «автоматически» следует из теории флуктуаций и является неотъемлемым элементом общей картины представлений об излучении в однородной среде.

Ранее были известны общие уравнения баланса для тормозного излучения с учетом переходного поляризационного тормозного излучения и доказательство, что сила трения частиц плазмы о тормозные кванты, связанная с индуцированным тормозным излучением и поглощением, обязана суммарному эффекту традиционного и поляризационного тормозного излучения. Здесь же дано доказательство того, что теория флуктуаций приводит с необходимостью к наличию поляризационного тормозного излучения единицы объема плазмы. Этот материал также является новым.

Нерелятивистскому квантовому рассмотрению поляризационного тормозного излучения на атомах посвящена четвертая глава. В ней показано, что последовательное рассмотрение тормозного излучения (с учетом поляризационных эффектов) приводит к правильной физической картине, которая в определенном диапазоне частот существенно отличается от приближения экранировки. В теории возникают и вычисляются суммы по промежуточным состояниям атома, соответствующие виртуальным переходам. Подчеркивается особая роль поляризационного тормозного излучения при столкновении тяжелых частиц, например, когда налетающей частицей является протон, что существенно как в плазме, так и при тормозном излучении на отдельном атоме. Это излучение наблюдалось в экспериментах, часть которых здесь обсуждается.

Пятая глава содержит рассмотрение поляризационного тормозного излучения методами квантовой электродинамики, кото-

рая является единственной последовательной теорией для релятивистских частиц.

Шестая глава использует методы квантовой электродинамики для расчета поляризационного излучения иона с остовом связанных электронов в плазме, когда недостающие для квазинейтральности электроны создаются дебаевской «шубой». Здесь возникает совокупное поляризационное тормозное излучение связанных и свободных электронов, которые в определенном частотном интервале могут даже излучать совместно (когерентно). Получаемые здесь точные результаты соответствуют тем, которые обсуждались во второй главе при использовании классического подхода. Расчеты ведутся путем простого суммирования по всем связанным и свободным электронам системы с использованием методов и результатов пятой главы. И здесь также содержатся новые результаты.

Исследованию поляризационного тормозного излучения многоэлектронных атомов посвящена седьмая глава. При этом уже используется графическая техника теории многих частиц. Интерес к многоэлектронным атомам диктуется в первую очередь имеющимся экспериментальным материалом и тем обстоятельством, что поляризационные эффекты для многоэлектронных атомов весьма значительны и сказываются также при весьма высоких частотах, превышающих даже рентгеновский диапазон. Здесь удастся добиться хорошего согласия теории и эксперимента. Интересен эффект «раздевания» атома при увеличении частоты тормозного кванта, когда последовательно «выключаются» различные атомные оболочки. Поляризационное тормозное излучение выступает при этом как эффективный механизм исследования электронной структуры сложных атомов. Оригинальным и новым является также исследование поляризационного тормозного излучения при столкновении двух атомов и при столкновении с такой «экзотической» системой, как позитроний.

Восьмая глава посвящена теории ядерных столкновений с точки зрения представления о поляризационном излучении и существенна для формирования у читателя более широких взглядов на общие физические проблемы поляризационного излучения.

Девятая глава касается поляризационного тормозного излучения релятивистских атомов и релятивистских частиц с атомами, включая нейтрино. Релятивистские эффекты могут определять в ряде случаев полное сечение тормозного излучения даже при нерелятивистских скоростях, если без их учета возникает компенсация амплитуд. По-видимому, излучение таких «элементарных» частиц, как протоны, нейтроны, мезоны, состоящих из кварков, может тоже быть поляризационным.

На этом кончается изложение общих представлений и начинается изложение несколько более простых, но не менее важных для непосредственных приложений эффектов поляризационного тормозного излучения. К ним в первую очередь нужно отнести

обратный поляризаационный тормозной эффект, когда кванты излучения, поглощаясь в системе «атом + налетающая частица», передают свою энергию налетающей частице. Приобретая достаточную энергию, она может вызвать ионизацию, и тогда возникает лазерный пробой. Для объяснения существующих здесь экспериментов приходится привлекать существование об обратном резонансном поляризаационном тормозном эффекте, который для паров щелочных металлов на частоте рубинового лазера на два порядка превосходит традиционное тормозное поглощение. Изложение этих вопросов содержится в десятой главе.

В одиннадцатой главе обсуждается ряд известных ранее механизмов с точки зрения поляризаационного тормозного излучения. Здесь в первую очередь речь идет об упругих процессах резонансного поляризаационного излучения (когда атом остается в исходном состоянии) и неупругих (не относящихся к собственно поляризаационному тормозному излучению, но примыкающих к нему), таких, как диэлектронная и поляризаационная рекомбинация. Резонансное поляризаационное излучение обсуждается также в четвертой и в заключительной главах. Естественно, что динамическая поляризация атома вблизи частот атомных переходов является резонансно большой. Но при этом возникает два аспекта этой задачи.

Во-первых, при наличии большого числа столкновений, когда налетающие частицы «заставляют» излучать атом на частотах, близких к частоте его перехода, но вне его естественной ширины, такое излучение можно трактовать как уширение спектральных линий из-за столкновений. Это и делается в одиннадцатой главе, тогда как в четвертой главе рассматривается резонансное излучение при одном элементарном акте столкновения. Такая интерпретация уширения, как в одиннадцатой главе (или, точнее, того вклада в уширение спектральных линий, который привносится быстрыми электронами), конечно, обогащает понимание природы поляризаационного тормозного излучения и дает большую ясность в старом представлении о столкновительном уширении (в частности, ясно, что важна скорость налетающей частицы, а не ее масса и уширение может создаваться при столкновении атома с тяжелыми частицами).

Все это позволяет еще больше расширить круг вопросов, которые описываются на языке поляризаационного тормозного излучения. Кстати, в условиях, когда в поляризацию дает существенный вклад не один резонанс, а несколько, поляризаационное тормозное излучение уже не имеет непосредственной связи с уширением и поэтому представляет собой явно более общее явление.

Рассмотрению фотон-плазмонных переходов в плазме как механизма разрушения метастабильных уровней атомов посвящена двенадцатая глава. Этот вопрос примыкает к тем, которые обсуждаются в одиннадцатой главе. Можно сказать, что налетающей частицей здесь является не заряженная частица, а квант

среды — плазмон, который поляризует атом, и последний начинает излучать электромагнитные волны, разрушая те возбужденные состояния, которые являлись метастабильными. Поскольку в плазме очень легко возбуждаются плазмоны различных типов и их уровень, как правило, велик, то этот процесс представляет интерес не только для астрофизических приложений, но и в общей проблеме разрушения метастабильных уровней в слабо ионизированной низкотемпературной плазме. В этой главе, как и в предшествующих, обсуждается поляризационное излучение нейтральных налетающих частиц.

Ранее авторы настоящей монографии работали над указанными проблемами независимо друг от друга, и естественно, что, несмотря на общее согласие по основным моментам, они имели различные мнения по некоторым частным вопросам. Поэтому основной задачей было достижение единой точки зрения по принципиальным вопросам. Решение этой задачи началось еще на рабочей группе и потом продолжалось непрерывно в течение более полугода. Сейчас различия в точках зрения (например, резонансного тормозного излучения или уширения спектральных линий) касаются лишь деталей. Большую пользу принесла совместная работа над Введением и Заключением, а также над рядом других глав. Именно поэтому различные главы имеют большой авторский коллектив. Значительных усилий потребовала также унификация обозначений.

Одной из основных целей настоящей книги авторы считали стимулирование более широких экспериментальных исследований поляризационного тормозного излучения. Обсуждение некоторых возможных экспериментов такого рода содержится в заключительной части одиннадцатой главы, где дается также обзор экспериментов по тормозному излучению термоядерной плазмы.

В заключение отметим, что предлагаемая монография отнюдь не претендует на всеобъемлющий разбор тормозного излучения. Особый акцент в ней сделан на новый механизм поляризационного тормозного излучения. Конечно, и в традиционном подходе за последние годы получено много интересных и новых результатов. Однако традиционный механизм обычно затрагивается здесь лишь в той мере, в какой он конкурирует с поляризационным (а в некоторых случаях почти полностью «гасит» его).

Большая часть изложенного материала докладывалась на общемосковском семинаре, руководимом В. Л. Гинзбургом. Обсуждения на нем сыграли важную роль в более глубоком осмыслении различных подходов и выявлении общей физической основы ранее казавшихся не столь тесно связанными между собой процессов. Теперь стало ясно, что поляризационное тормозное излучение на связанных электронах атомов и ионов также укладывается в общую схему переходного рассеяния виртуальных волн сталкивающихся частиц.

Авторы искренне благодарят за полезные обсуждения своих коллег по рабочей группе, в особенности А. К. Гайлитиса, который первым выполнил известные работы, касающиеся влияния поляризационных эффектов на процессы рассеяния в плазме, и В. И. Когана, внесшего заметный вклад в разработку проблем теории тормозного излучения в классической области, что, в частности, позволило по-новому трактовать соответствующие вопросы квантовой теории. Авторы особо отмечают также плодотворное сотрудничество с А. В. Акопяном, Н. Б. Авдониной, В. И. Гервидсом, А. С. Балтенковым, М. Ю. Кучиевым, Л. К. Михайловым, Л. И. Трахтенбергом, а также полезные обсуждения со своими коллегами Ф. В. Бункиным, Б. М. Болотовским, Э. И. Рашбой, А. А. Рухадзе, Г. В. Скроцким и М. Ф. Стельмахом, М. Л. Тер-Микаеляном. Авторы весьма признательны И. П. Дружинину за поддержку в работе над книгой.

В. Н. Цытович, И. М. Ойрингель

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

s_i, s_f — полный набор квантовых чисел начального и конечного состояний

$\epsilon_i = \epsilon_0, \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_0, \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_0$ — начальные энергия, импульс и скорость налетающей частицы

$\epsilon_f, \mathbf{p}_f, \mathbf{v}_f$ — конечные энергия, импульс и скорость налетающей частицы

E_i, E_f — начальное и конечное энергетическое состояние атома-мишени

$\mathbf{q} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i + \mathbf{k}$ — импульс, передаваемый от частицы-мишени к налетающей частице в процессе тормозного излучения

$\mathbf{q} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i + \mathbf{k}$ — импульс, передаваемый от частицы-мишени к цедь, или (со знаком минус) импульс, передаваемый от налетающей частицы к частице-мишени и тормозному кванту

$-e = -|e|, m$ — заряд и масса электрона

e_0, m_0 — заряд и масса налетающей частицы

$e_i = Z_i e$ — заряд иона или ядра (при $Z_i = Z$)

N — число электронов в атоме $Z_i = Z - N$

N_i, I_i — число электронов и потенциал ионизации i -й оболочки атома

$\alpha_i(\omega, q)$ — обобщенная недипольная поляризуемость атома в состоянии i

$\alpha(\omega) = \alpha_i(\omega) = \alpha_d(\omega)$ — дипольная поляризуемость атома в состоянии i

$F(\mathbf{q})$ — атомный форм-фактор

r_d — дебаевский радиус

$\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n e^2 / m}$ — плазменная частота

$\gamma = \epsilon / mc^2$ — релятивистский фактор

$T_{i,f}$ — кинетическая энергия нерелятивистских частиц

\mathbf{k} — импульс (волновое число) излучаемого фотона

$d\Omega_{\mathbf{k}}$ — элемент телесного угла излучаемых фотонов, угол отсчитывается от начальной скорости налетающей частицы

$d\Omega_{\mathbf{p}_f}$ — элемент телесного угла налетающей частицы после столкновения

$\mathbf{e} = \mathbf{e}_{\mathbf{k},\sigma}$ — единичный вектор поляризации излученного фотона

$\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$ — единичный вектор распространения фотона

$A^{(0)}, E^{(0)}$ — вектор-потенциал и поле налетающей частицы
 $d\sigma$ — дифференциал сечения
 $d\sigma', d\sigma^{st}$ — вклад традиционной (статической) части в сечение тормозного излучения
 $d\sigma^p$ — вклад поляризационной части в сечение тормозного излучения
 $d\sigma^{int}$ — интерференционная составляющая сечения
 $d\sigma(\omega)/d\omega$ — сечение на единичный интервал частот
 $Q_\omega = n_i v \hbar \omega d\sigma(\omega)/d\omega$ — мощность тормозного излучения на единичный интервал частот
 ρ, j — плотность заряда и тока

При использовании атомных единиц $|e| = 1, m = 1, \hbar = 1, e = -1, e_i = Z_i$. В атомных единицах скорость измеряется в e^2/\hbar , длина — в боровских радиусах $a_B = \hbar^2/me^2$, импульс — в единицах \hbar/a_B , напряженность электрического поля — в e/a_B^2 , частота — в $e^2/\hbar a_B = \omega_a$, скорость света c равна $\hbar c/e^2 \approx 137$.

Для получения сечения тормозного излучения в гауссовых единицах из сечения тормозного излучения, записанного в атомных единицах, следует использовать замену

$$\sigma_a = \frac{1}{c^3 p^2} \Lambda(\omega, q, \dots) \rightarrow \sigma_{Gs} = \frac{e^8}{\hbar c^3 p^2} \Lambda\left(\frac{\omega}{\omega_a}, q a_B, \dots\right).$$

Глава 1

ЭФФЕКТ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЧАСТИЦ

1.1. Вводные замечания

Электромагнитное излучение заряженных частиц — традиционная тема физических исследований по крайней мере с конца прошлого века. Для излучения необходимо взаимодействие заряженной частицы с веществом или с внешним полем. В результате такого взаимодействия возникают различного рода излучения: тормозное, черенковское, переходное, синхротронное, ондуляторное и др. [1]. Мы хотим подчеркнуть здесь одно фундаментальное свойство излучения в среде, а именно то, что в переходном и черенковском излучениях особую роль играет переменная поляризация, наводимая зарядом в среде. Возникает естественный вопрос о том, какую роль играют поляризационные эффекты в таком фундаментальном явлении, как тормозное излучение?

Тормозное излучение, как казалось до последнего времени, относится к явлениям, досконально изученным и теоретически, и экспериментально, и составляет довольно обширный раздел современной физики. Тем более удивительно, что, как сейчас ясно, был пропущен целый класс явлений, связанных с эффектом излучения при столкновении частиц, который проявляется одновременно с «традиционным» тормозным излучением. В некоторых случаях этот новый эффект неотделим от традиционного и может в определенных условиях преобладать над ним. Этот эффект может быть назван поляризационным тормозным излучением при столкновении частиц.

1.2. Элементарные представления о «традиционном» тормозном излучении в статическом поле заряда

Напомним основные черты традиционного механизма тормозного излучения.

Столкновение частиц сопровождается их торможением (ускорением). При столкновении легкой частицы с тяжелой ускоряется и излучает в основном легкая частица. Если налетающая частица нерелятивистская, спектральное распределение энергии излучения в одном акте столкновения определяется классиче-

ской формулой [2, 3] дипольного излучения

$$W_{\omega} = \frac{8\pi e_0^2}{3c^3} (\ddot{\mathbf{r}}_{\omega})^2 = \frac{8\pi e_0^4}{3c^2 m_0^2} (E_{\omega})^2 = \frac{8\pi e_0^4 e_i^2}{3c^2 m_0^2} \left[\left(\frac{\mathbf{r}}{r^3} \right)_{\omega} \right]^2,$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\omega} = \frac{e_0}{m_0} E_{\omega}, \quad v \ll c, \quad (1.1)$$

где W_{ω} — энергия, излученная за все время столкновения в интервале частот $d\omega$; e_0 — заряд; m_0 — масса легкой частицы; $\ddot{\mathbf{r}}_{\omega}$ — фурье-компонента ее ускорения; E_{ω} — фурье-компонента поля тяжелой частицы, заряд которой $e_i = Ze$ ($-e$ — заряд электрона).

Простейшим является случай достаточно далеких пролетов, когда траектория налетающей частицы изменяется слабо. Кратчайшее расстояние пролета между налетающей частицей и тяжелой частицей, когда траектория налетающей частицы не возмущена, обычно называется прицельным параметром ρ . Для далеких столкновений в величине ускорения, которое приобретает налетающая частица в поле тяжелого заряда, можно пренебречь изменением траектории. Тогда $r^2 = \rho^2 + v_0^2 t^2$, где v_0 — скорость налетающей частицы. Очевидно, что при пролетах на расстоянии ρ излучаются частоты, меньшие, чем v_0/ρ ; тогда компонента Фурье $(\rho/r^3)_{\omega}$, входящая в (1.1), постоянна и равна $\rho/\pi v_0 \rho^2$. Это означает излучение «белого» спектра (независимость спектрального распределения энергии излучения от частоты).

Сам термин «тормозное излучение» возник после работ Стокса и Зоммерфельда [4], которые объяснили наблюдаемый сплошной «белый» рентгеновский спектр торможением катодных лучей в веществе антикатада. В этом случае, конечно, речь идет об излучении не в отдельных актах столкновения, а об излучении потока частиц, взаимодействующих с мишенью. Каждая из налетающих частиц встречает последовательно на своем пути неподвижные тяжелые частицы. Если их концентрация в одном кубическом сантиметре мишени n_i , то для получения спектральной мощности излучения нужно спектральную плотность энергии отдельной налетающей частицы W_{ω} умножить на $n_i 2\pi\rho d\rho v_0$. При этом предполагается, что частица излучает на каждой тяжелой частице независимо. Это означает, что центры рассеяния расположены случайно и что налетающая частица успеет излучить тормозной квант, до того как столкнется со следующим центром рассеяния (в случае, когда последнее условие не выполнено, говорят о влиянии многократного рассеяния на тормозное излучение [5—7]). В результате получаем следующее выражение для спектральной мощности излучения:

$$Q_{\omega} = \int W_{\omega} n_i v_0 2\pi\rho d\rho = \frac{16e_0^4 e_i^2 n_i}{3m_0^2 v_0 c^3} \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}}. \quad (1.2)$$

Из вывода ясно, что $\rho_{\max} \approx v_0/\omega$, а ρ_{\min} определяется соображениями, изложенными ниже. Мощность (1.2) излучения от-

дельной частицы, движущейся к мишени, имеет слабую логарифмическую зависимость от частоты. Поэтому можно говорить о «белом» спектре. Для него полный интеграл по частотам расходуется, но, очевидно, имеется явное ограничение квантовой природы $\hbar\omega \leq T_i$, где T_i — кинетическая энергия налетающей частицы. Критерий $\hbar\omega \ll T_i$ совместим с предположением о далеких соударениях.

Стандартная величина, используемая в теории тормозного излучения, это дифференциальное по частоте сечение тормозного излучения. Для его нахождения нужно вычислить мощность излучения потока частиц, налетающих на отдельный ион, и разделить ее на плотность потока частиц и энергию одного кванта $\hbar\omega$:

$$Q_\omega = \hbar\omega n_i v_0 \frac{d\sigma}{d\omega}, \quad \sigma = \int \frac{d\sigma}{d\omega} d\omega, \quad (1.3)$$

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{16e_0^4 e_i^2}{3m_0^2 c^3 \hbar \omega} \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}}.$$

Подчеркнем, что здесь постоянная Планка входит в классическое сечение, так как оно, по определению, рассчитывается на энергию одного кванта.

Приведенное изложение эффекта тормозного излучения сделано на самом простом уровне лишь в целях напоминания известных и широко используемых сейчас результатов теории.

Для тормозного излучения не на «голом» ионе, а на реальном атоме нужно учитывать экранирование поля ядра атомными электронами. Именно в этом направлении и развивалась первоначально теория тормозного излучения. Если R_a — это радиус экранирования (радиус атома), то вместо $\rho_{\max} \approx v_0/\omega$ при $v_0/\omega > > R_a$ под логарифмом в (1.2) будет $\rho_{\max} \approx R_a$. Следует отметить, что в квантовом случае, строго говоря, нельзя ввести прицельное расстояние. Но можно использовать соотношение неопределенности для оценки ρ_{\min} [8].

Если ион помещен в плазму, то возникает дебаевское экранирование поля иона, и тогда в качестве ρ_{\max} при $v_0/\omega > r_d$ нужно подставить дебаевский радиус r_d . Весьма важно, что ион в плазме — это фактически очень хороший пример реально существующего «классического атома». Что же касается реальных атомов, то, конечно, атомные электроны должны быть описаны в рамках квантового подхода.

Мы привели здесь вывод формул традиционного тормозного излучения для далеких столкновений еще и потому, что именно для далеких столкновений очень существенным может быть поляризационное тормозное излучение. Оно даже может давать вклад, превосходящий вклад традиционного механизма, о котором шла речь выше.

Следует обратить внимание на характерную зависимость мощности излучения от заряда e_0 и массы m_0 налетающей час-

тицы и заряда e_i рассеивающего центра. Обычно если налетающая частица — электрон ($e_0 = -e$, $m_0 = m$), а рассеивающий центр — многозарядный ион ($e_i = Ze$), то фактор перед логарифмом имеет характерную зависимость $Z^2 e^6 / m^2$.

Для поляризационного тормозного излучения этот фактор, вообще говоря, другой и не зависит от массы налетающей частицы. В этом проявляется качественное отличие двух механизмов излучения частиц, хотя для столкновения электрона с многозарядным ионом он тот же самый.

При описании традиционного механизма тормозного излучения мы использовали классические представления. Это допустимо только при $|e_0 e_i| \gg \hbar v_0$, т. е. при малых скоростях. Тогда ρ_{\min} определяется характерным прицельным параметром, для которого угол отклонения траектории налетающей частицы от прямой молинейной приближается к единице. В противном же случае ρ_{\min} определяется из квантовых соображений, а именно $\rho_{\min} \approx \hbar / m_0 v_0$, и тогда под логарифмом в (1.2) должно быть

$$\rho_{\max} / \rho_{\min} \approx m_0 v_0^2 / \hbar \omega = 2T_i / \hbar \omega.$$

Квантовая теория тормозного излучения была создана трудами Зоммерфельда [4], Бете и Гайтлера [8] и Заутера [9]. Формула Зоммерфельда в борновском приближении (нерелятивистский предел формулы Бете и Гайтлера) при $\hbar \omega \ll T_i$ имеет вид

$$Q_\omega = \frac{16e_0^4 e_i^2 n_i}{3m_0^2 v_0^3 c^3} \left(\ln \frac{2T_i}{\hbar \omega} - \frac{1}{2} \right) \quad (1.4)$$

и фактически дает только более точное подлогарифмическое выражение (1.2).

За последнее время даже в теории традиционного тормозного излучения были получены новые интересные результаты. Это относится в первую очередь к очень «крутым» траекториям, т. е. близким соударениям, некулоновским рассеивающим центрам, а также связи тормозного излучения (свободно-свободные переходы) с рекомбинационным излучением (свободно-связанные переходы). Оно касается также неупругих соударений и общих представлений о квантовых эффектах.

Здесь, в начале книги, мы хотели сконцентрировать внимание читателя на основной проблеме, которой она посвящена, а именно — на поляризационном тормозном излучении.

1.3. Поляризационное (переходное) тормозное излучение

Рассмотрим самый простой пример поляризационного излучения иона в полностью ионизированной плазме. Ион в плазме, как отмечалось, является примером «классической атомной системы» в том смысле, что имеется «ядро» (ион) и «огибающие его» электроны, которые на достаточно большом расстоянии экрани-

иот поле иона. В целом заряд электронов экранировки равен заряду ионов, т. е. этот «атом» квазинейтрален, так же как и атом. То, что квазинейтральность реализуется статистически разными электронами плазмы, в данном случае особой роли не играет (электроны не различимы). Электроны имеют большие скорости, что экранирующие электроны движутся неклассически. Сейчас мы обсудим тормозное излучение такого «классического» атома.

Из нижеследующего изложения (см. гл. 3) будет ясно, что излучение однородной плазмы, которое, как во всякой однородной системе, обусловлено флуктуациями, может быть представлено как сумма излучений отдельных частиц, экранированных «шубой» противоположного знака (ионов, экранированных «шубой» электронов, и электронов, экранированных «шубой» недостатка электронов, как бы «дырок»).

Повторяя рассуждения предыдущего раздела, можно, казалось бы, заключить, что тормозное излучение быстрых электронов на «классическом» атоме (ионе, экранированном электронной «шубой») будет определяться формулой (1.2) с $\rho_{\max} \approx r_d$, где $r_d = v_{Te} / \omega_{pe} = \sqrt{T_e / 4\pi n_0 e^2}$ — дебаевский радиус; $v_{Te} = \sqrt{T_e / m}$ — средняя тепловая скорость электронов; $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / m}$ — плазменная частота; n_0 — концентрация плазмы.

Однако это утверждение ошибочно. Суть ошибки заключается в том, что неявно предполагается, будто облако поляризации, окружающее ион, является статическим. В действительности это не так, поскольку электроны поляризационного облака под действием поля налетающего быстрого электрона приходят в движение (колеблются), что должно приводить к дополнительному излучению. Такая поляризация является динамической.

Различные части «шубы» при $v_0 \gg v_{Te}$ могут колебаться несинхронно, если длина излучаемой волны будет меньше дебаевского радиуса $\lambda < r_d$, и будут колебаться синхронно для $\lambda > r_d$. В обоих случаях должно возникнуть излучение, но ясно, что интенсивность излучения будет больше в случае синхронного колебания облака. Так как колеблющийся заряд при $\lambda > r_d$ равен заряду облака, а он, в свою очередь, равен заряду иона e_i , то излученная энергия будет пропорциональна e_i^2 , так же как и в (1.2). Но другие факторы изменятся. Ускорение теперь испытывают электроны «шубы», т. е. в формулу войдет квадрат отношения заряда к массе электрона: $(e/m)^2$; само же ускорение электронов «шубы» будет определяться полем налетающей частицы, т. е. возникнет фактор e_0^2 . Таким образом, для поляризационного излучения нужно в формуле (1.2) заменить множитель $e_0^4 e_i^2 / m_0^2$ фактором $e_0^2 e^2 e_i^2 / m^2$. Однако если налетающая частица является электроном, то $e_0 = -e$, $m_0 = m$ ($-e$ и m — заряд и масса электрона), и эти множители совпадают. Это значит, что, вообще говоря, излучение экранирующей электроны «шубы» в этом случае по порядку величины совпадает с излучением налетающей частицы (1.2).

Логарифмический фактор для излучения «шубы» должен определяться отношением максимального прицельного параметра к минимальному. Оказывается, при этом возникает $\ln v_0/\omega r_d$, что имеет совсем простое объяснение.

При $v_0/\omega \gg \rho \gg r_d$ физика излучения меняется существенно по сравнению со случаем статической экранировки. С налетающей частицей взаимодействует «шуба», которая теперь выступает как целое. Последнее возможно только при $\rho > r_d$, т. е. дебаевский радиус r_d играет роль уже минимального прицельного параметра. Что же касается максимального прицельного параметра, то он, как и выше, равен v_0/ω . Фактически здесь один механизм излучения сменяется другим, а именно: при $\rho > r_d$ статический механизм не работает (поле ядра заэкранировано), но включается поляризационный механизм. Утверждение о том, что прицельные параметры $\rho > r_d$ не дают вклада в излучение, является неверным. Высказанные выше соображения показывают, что для поляризационного излучения

$$\ln(\rho_{\max}/\rho_{\min}) = \ln(v_0/\omega r_d).$$

Конечно, все приведенные соображения чисто качественные. Ниже будет изложена точная количественная теория [10—13]. Отметим, что поляризационное тормозное излучение можно назвать и переходным тормозным излучением [12, 13], так как оно описывается переходным рассеянием виртуального поля сталкивающихся частиц в электромагнитное излучение (переходное рассеяние [13, 14] — это излучение колебаний «шубы» заряда под действием падающей волны).

Точная теория поляризационного (переходного) тормозного излучения [10—13] дает следующий результат для мощности излучения нерелятивистского быстрого электрона на «шубе» покоящегося иона (традиционным тормозным механизмом пренебрегается, что, строго говоря, пригодно только для бесконечно тяжелой налетающей частицы):

$$Q_\omega = \frac{16e_0^3 e_i^2 e^2 n_i}{3m^2 v_0 c^3} \left(\ln \frac{v_0}{r_d \omega} - \frac{1}{2} \right). \quad (1.5)$$

По сравнению с приведенной выше качественной оценкой здесь уточнен численный коэффициент в подлогарифмическом выражении (слагаемое $-1/2$ можно ввести в виде $e^{-1/2}$ под знак логарифма). Предлогарифмические множители в приближенной и точной формуле совпадают:

Термин «тормозное излучение» для излучения «шубы» вполне оправдан, так как фактически возникающее излучение — это тормозное излучение электронов «шубы». Другое дело, что для тяжелых ионов, когда заряд «шубы» существенно превосходит заряд отдельного электрона, наиболее эффективным такое излучение будет тогда, когда выполнено условие когерентности (все электроны возмущаются синхронно). Если когерентности нет и в пределе возмущается, например, один электрон, то это излуче-

ние аналогично излучению электронов отдачи. Условие когерентности имеет вид $\lambda > r_d$, или $\omega < \omega_{pe} c/v_{Te}$. Это и является областью справедливости приведенной формулы поляризационного (переходного) тормозного излучения.

Нужно, однако, подчеркнуть, что процесс излучения электромагнитных волн при столкновениях частиц является единым процессом, в котором не всегда можно делить излучение на традиционное тормозное и поляризационное тормозное (если только не превалирует один из механизмов). В общем случае, естественно, они интерферируют. Фактически, как это обычно бывает, складываются амплитуды процессов, а не сечения. Поэтому для легкой частицы (электрона) в дипольном приближении происходит частичная компенсация амплитуды поляризационного тормозного излучения и амплитуды в статическом поле. При достаточно больших частотах остается излучение на «голом» ионе (ср. с «раздвиганием» атома для процесса тормозного излучения в разд. 1.4).

Отметим, что, хотя этот механизм тормозного излучения в плазме не менее существен, чем традиционный механизм тормозного излучения на статическом потенциале, первое упоминание о нем появилось только в 1973 г. [10]. При этом в [10] уже было отмечено, что разделять эти механизмы, по сути дела, во многих случаях неправомерно, особенно когда в определенной области частот существенны оба механизма. Это имеет место, например, для излучения нерелятивистских электронов на ионах.

Совпадение буквенных величин перед логарифмом в формулах (1.2) и (1.5) для традиционного и поляризационного тормозного излучения происходит только в том случае, когда налетающей частицей является электрон, а экранирующей — тоже электрон. В общем случае предлогарифмический множитель Λ в формуле для поляризационного тормозного излучения выглядит иначе. В него входит произведение квадратов заряда налетающей частицы, заряда рассеивающей частицы и заряда поляризующейся частицы (в данном случае — электрона), а в знаменатель входит квадрат массы поляризующейся частицы (электрона):

$$\Lambda_p = e_0^3 e_i^2 e^2 / m^2. \quad (1.6)$$

Традиционное тормозное излучение определяется четвертой степенью заряда налетающей частицы, квадратом заряда рассеивающей частицы и массой налетающей частицы. Предлогарифмический фактор имеет вид

$$\Lambda_T = e_0^4 e_i^2 / m_0^3. \quad (1.7)$$

Ясно, что Λ_p и Λ_T в общем случае не только не совпадают, но могут различаться на порядки величин. Самым наглядным является случай, когда налетающей частицей является ион. Тогда $m_0 = m_i \gg m_e$ и (1.7) меньше (1.6) примерно в $(m/m_i)^2$. При ионных столкновениях, таким образом, возникает заметное по-

ляризацiонное излучение и ничтожное по сравнению с ним излучение в статическом поле экранированного заряда иона. Кроме того, имеется и другая зависимость от заряда. Если заряд налетающего иона Z_0e и заряд рассеивающего иона $e_i = Ze$, то $\Lambda_p \propto Z_0^2 Z^2$, тогда как $\Lambda_T \propto Z_0^4 Z^2$. Все это имеет важные практические следствия.

Для возникновения поляризацiонного излучения не нужно ускорения налетающей частицы; она может иметь формально бесконечную массу, т. е. двигаться по прямой без отклонения от первоначального направления. В данном случае излучение связано с колебанием «шубы». Такова классическая картина поляризацiонного тормозного излучения. Вместе с тем нужно иметь в виду, что небольшое изменение скорости частицы, которое требует закон сохранения энергии для изучения кванта данной частоты, конечно, происходит.

Для релятивистских частиц ($v \rightarrow c$) различие в двух механизмах становится еще более разительным. Традиционное тормозное излучение для ультрарелятивистских частиц сосредоточено в узком конусе углов вдоль скорости частиц, а поляризацiонное излучение, которое связано с поляризацией нерелятивистских частиц, не имеет такой направленности. Это показывает, что оба типа излучения резко разделяются по угловому распределению. Кроме того, в области низких частот традиционное тормозное излучение подавляется эффектом плотности (см. [7, 12, 13] и гл. 2), а поляризацiонное — не подавляется эффектом плотности [12, 13]. Поэтому даже для электрон-ионных столкновений существует область частот, когда доминирует поляризацiонное излучение.

Наконец, возникает еще и тормозное излучение налетающего электрона на электронах плазмы, каждый из которых окружен электронной «шубой» противоположного знака («шуба» электронная, хотя она и имеет положительный заряд, так как около каждого электрона имеется недостаток других электронов, которые отталкиваются данным, т. е. возникают как бы электронные «дырки»). Здесь также, помимо традиционного тормозного излучения, при скоростях электронов порядка тепловых, существенно и поляризацiонное. И еще один момент: сам налетающий электрон, попадая в плазму, приобретает поляризацiонную «шубу», и она может давать дополнительное излучение. Правда, оно мало при скоростях электрона v_0 , намного больших v_{Te} .

Пример плазмы, по сути дела, — частный пример проявления поляризацiонного тормозного излучения. Более общая трактовка дана в [13] и основана на общих представлениях о переходном рассеянии [14]. Фактически поле налетающей частицы в известном приближении можно заменить полем эквивалентных фотонов. Их рассеяние на динамической поляризации дает поляризацiонное переходное тормозное излучение. Переходным рассеянием называется рассеяние электромагнитных волн в среде на динамической поляризации, окружающей заряд [11, 13].

Эта динамическая поляризация включает в себя как динамическую поляризацию отдельных атомов, молекул, ионов и т. п., так и видоизменение ее под действием «соседей», которые могут быть и не ближайшими (как в случае иона, экранированного «шубой» в плазме). Общее представление о переходном тормозном излучении (так, как оно введено в [13]) включает в себя рассеяние эквивалентных фотонов на этой полной динамической поляризации вблизи рассеивающего центра. В частном случае, когда атомы среды не влияют друг на друга и динамическая поляризация среды определяется суммой динамических поляризаций отдельных атомов и молекул, получим так называемое динамическое тормозное излучение, физика которого излагается в следующем разделе настоящей главы. Существенным моментом здесь, естественно, является то, что для связанных электронов кулоновское поле ядра не является слабым возмущением. Именно поэтому, несмотря на интерес и существенность высказанных выше соображений, теория поляризационного тормозного излучения на атомах возникла независимо от теории тормозного излучения в плазме.

Подробное изложение поляризационного (переходного) тормозного излучения содержится в [13] и ниже, в гл. 2 и 3.

1.4. Поляризационное тормозное излучение на атомах

Рассмотрим теперь поляризационное тормозное излучение на нейтральных атомах и не полностью ионизированных ионах, т. е. ионах, обладающих электронной структурой (в статьях, посвященных этому вопросу, поляризационное тормозное излучение на атомах называлось динамическим и атомным). Атомные электроны в отличие от плазменных связаны на дискретных энергетических уровнях, и поэтому задача о поляризационном тормозном излучении на атомах, естественно, является квантовой. Решать эту задачу нужно методами квантовой механики и квантовой электродинамики (см. гл. 4—10). Мы увидим ниже, что в сечение поляризационного тормозного излучения входит динамическая поляризуемость атома. Это квантовая величина, и рассчитывается она методами квантовой механики. Однако и в этом случае отчасти можно использовать классические представления для объяснения самого процесса излучения (но не поляризуемости атома) и они помогают лучше понять физическую картину. Описание собственно процесса излучения как классического соответствует здесь случаю, когда $\hbar\omega \ll T_i$ (T_i — кинетическая энергия налетающей частицы). Если выполнено это условие, то можно заменить квантовомеханический ток перехода классическим током частицы точно так же, как и в случае традиционного тормозного излучения.

В плазме, как мы видели выше, поляризационное излучение возникает из-за колебания дебаевской «шубы»; в атоме же оно возникает из-за колебания дипольного момента атомных элек-

тронов, наведенного полем налетающей частицы. Из качественных соображений можно получить формулу для поляризационного излучения на атоме в области длин волн, превосходящих его характерный размер (боровский радиус для атома водорода), т. е. в дипольном приближении по фотону и в дипольном приближении по налетающей частице. Дипольное приближение по налетающей частице означает, что $qR_a \ll 1$, $\hbar q$ — передаваемый импульс. Таким образом, в классической картине это соответствует прицельным параметрам, большим, чем размер атома ($\rho \sim \frac{1}{q} \gg R_a$).

Из описанной выше физической картины следует вывод формулы для поляризационного тормозного излучения. Поляризуемость дебаевской электронной «шубы» нужно заменить поляризуемостью атома $\alpha(\omega)$:

$$-\frac{e}{m} \frac{e_i}{\omega^2} \rightarrow \alpha(\omega). \quad (1.8)$$

Здесь $-e_i$ — полный заряд электронной «шубы», равный заряду полностью ионизированного центрального иона (выше неявно предполагалось, что ион в плазме не обладает электронной структурой, т. е. является полностью ионизированным). Под логарифмом вместо дебаевского радиуса нужно поставить размер атома (для водорода — боровский радиус).

Таким образом, из формулы (1.5) после замены (1.8) и замены дебаевского радиуса на размер атома R_a получаем

$$Q_\omega = \frac{16 |\omega^2 \alpha(\omega)|^2 e_0^2 n_i}{3c^3 v_0} \ln \frac{v_0}{\omega R_a}. \quad (1.9)$$

Соответствующая формула для сечения тормозного излучения очевидным образом получается из (1.9) и (1.3):

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{16 |\omega^2 \alpha(\omega)|^2 e_0^2}{3c^3 v_0^2 \hbar \omega} \ln \frac{v_0}{\omega R_a}. \quad (1.10)$$

Строго говоря, эта формула является квантовой: постоянная Планка входит в нее через атомную поляризуемость и «размер» атома R_a . Кроме того, постоянная Планка входит и тривиальным образом, поскольку сечение тормозного излучения рассчитывается на один квант.

Точная теория поляризационного тормозного излучения на атомах для нерелятивистской налетающей частицы развита в работах [15—19]. В них получена формула (1.9) с точным выражением под знаком логарифма. Для многоэлектронных атомов вычисление подлогарифмического множителя требует решения сложной квантовой многоэлектронной задачи, из которой фактически и определяется эффективный для данной задачи размер атома. Поэтому точное значение подлогарифмического мно-

жителя определено пока что только для атома водорода. Как известно, при больших частотах (значительно больших энергии ионизации всех электронных оболочек атома) электронная поляризуемость $\alpha(\omega)$ превращается в поляризуемость свободных электронов. В результате получается следующая формула для дифференциального сечения поляризованного тормозного излучения:

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{16e_0^2 e^4 N^2}{3m^2 c^3 v_0^2 \hbar \omega} \left(\ln \frac{v_0}{\omega R_a} - \frac{1}{2} \right). \quad (1.11)$$

Здесь N — число электронов в атоме.

Хотя эта формула и отличается от формулы (1.5) только множителем, стоящим под логарифмом, но области применимости формул (1.5) и (1.11) разные. Для формулы (1.5) $\omega < v_0/r_a$, а для формулы (1.11) $1/\hbar \ll \omega < v_0/R_a$. Так как обычно $R_a \ll r_a$, то формула (1.11) описывает излучение существенно более высоких частот. Нужно иметь в виду, конечно, что и в плазме поляризованное излучение существует при $\omega > v_0/r_a$, но оно падает с частотой как ω^{-4} (см. гл. 2). Точно так же и поляризованное излучение атома падает при $\omega > v_0/R_a$.

Это сравнение, конечно, несколько абстрактно. Конкретное же сравнение будет дано в гл. 6 для частично ионизированного иона (иона с электронной структурой) в плазме. Излучение, которое описывается формулой (1.11), может попадать в мягкий рентгеновский диапазон.

Если мы рассматриваем не нейтральный атом, а ион, тогда заряд электронов не равен по величине заряду ядра и поляризованное излучение соответственно определяется полным зарядом электронов, а не зарядом ядра. Тогда в формуле (1.10) заряд ядра e_i нужно заменить полным зарядом электронов в атоме.

Необходимо подчеркнуть, что, как в случае связанных атомных, так и в случае свободных плазменных электронов, традиционный механизм тормозного излучения вносит вклад в полную амплитуду процесса (а не в сечение процесса):

$$A_{\text{total}} = A_p + A_T, \quad d\sigma/d\omega \propto |A_p + A_T|^2. \quad (1.12)$$

Здесь A_T — амплитуда традиционного тормозного излучения на статическом поле; A_p — амплитуда поляризованного тормозного излучения. Точная формула сечения тормозного излучения содержит, таким образом, не только сумму сечений, связанных с каждым из этих механизмов, но и интерференционный член. Особый интерес представляет случай, когда эти амплитуды полностью или частично компенсируются и полное сечение резко уменьшается (что представляет отнюдь не экзотический случай).

Отметим еще ряд особенностей поляризованного тормозного излучения на атомах, которые дают определенное отличие его от тормозного излучения на поляризованных «шубах». Амплитуда поляризованного тормозного излучения является резонансной

на частотах атомных переходов. Вблизи таких частот сечение резко возрастает. Этим объясняются некоторые особенности лазерного пробоя в газах (см. [18] и гл. 10). Резонансные эффекты в полностью ионизированной плазме также возможны, но только при частотах, близких к плазменной частоте, когда плазменная «шуба» как бы резонирует (см. гл. 2).

Для атома существенна как область частот $\hbar\omega \leq I$, так и область $\hbar\omega > I$, где I — энергия ионизации атома. При $\hbar\omega \gg I$ в полном поляризованном излучении нерелятивистского электрона на атоме проявляется весьма интересный физический эффект, который имеет простую наглядную интерпретацию, — в дипольном приближении возникает компенсация амплитуды излучения в статическом поле (точнее, ее части, связанной с экранировкой) и поляризованного излучения (см. (1.12)). Таким образом, излучение происходит так, как будто налетающий электрон рассеивается на «голом» ядре. При больших прицельных параметрах это полностью противоречит картине экранировки. Действительно, когда прицельный параметр больше радиуса атома R_a , поле ядра (в приближении экранировки) полностью экранируется, а в действительности тормозное излучение происходит так, как если бы электрон рассеивался на «голом» ядре. Интерпретация этого явления состоит в следующем: при $\hbar\omega \gg I$ налетающий электрон рассеивается фактически на «свободных» атомных электронах. Как известно из квантовой и классической электродинамики, дипольное тормозное излучение не возникает, когда сталкиваются частицы с одинаковым отношением заряда к массе. Поэтому в дипольном приближении остается лишь тормозное излучение, которое возникает при рассеянии на ядре [16a]. Естественно, что в многоэлектронном атоме условие $\hbar\omega \gg I_i$ (где I_i — энергия ионизации i -й оболочки) для разных оболочек реализуется при разных частотах. Следовательно, с ростом частоты происходит постепенное «раздевание» атома вплоть до того, что при достаточно большой частоте ω , превышающей энергии ионизации всех оболочек атома, тормозное излучение происходит так, как если бы электрон рассеивался на совершенно неэкранированном, «голом» ядре. Таким образом, в спектре тормозного излучения быстрых электронов, помимо максимумов, связанных с зависимостью от частоты фотона дипольной динамической поляризуемости атомов мишени, возникает также эффект «раздевания» электронных подоболочек. Он состоит в том, что величина $\omega d\sigma/d\omega$, которая для тормозного излучения на статическом потенциале должна быть примерно постоянной, увеличивается скачком при переходе частоты ω от значений, заметно меньших потенциала ионизации любой подоболочки I_i , до значений, существенно их превышающих [20, 21] (см. гл. 7). Величина скачка пропорциональна квадрату числа электронов в данной подоболочке.

Сечение рассеяния определяется квадратом суммы амплитуды томсоновского и переходного рассеяния [13, 14]. Спектр рас-

рассеяния с учетом поляризационного (переходного) рассеяния оказывается поэтому разным для электронов и позитронов [14], движущихся с большими скоростями. Поэтому и полное тормозное излучение с учетом поляризационного слагаемого уже в первом борновском приближении оказывается также разным для электронов и позитронов [16].

Из предыдущего изложения с очевидностью следует, что по отношению к поляризационному эффекту вполне оправдан термин «тормозное излучение». Дело в том, что правильная физическая картина тормозного излучения на атоме при больших частотах получается, только если оба эффекта (и традиционный, и поляризационный) учитываются совместно. Конечно, не случайно авторы, которые рассматривали поляризационное излучение при столкновениях, называли его тормозным (переходным тормозным [12], динамическим тормозным [22], атомным тормозным [17]).

Таким образом, при больших частотах картина экранировки заменяется другой, а именно картиной рассеяния на ядре и каждом атомном электроне. Парциальные амплитуды каждого рассеяния складываются в общую амплитуду тормозного излучения. Это позволяет ликвидировать определенную трудность в теории тормозного излучения релятивистской частицы на атоме (теория Бете—Гайтлера). Трудность состоит в том, что приближенная запись гамильтониана не позволяет получить в задаче о тормозном излучении предельный переход к случаю, когда заряд ядра равен нулю [22] (такой случай, правда, не реализуется, так как тогда нет связанных электронов, но формально такой переход делать можно). Для определенности будем говорить о тормозном излучении на атоме водорода. Ясно, что, когда исчезает поле ядра ($Z=0$), остается рассеяние налетающей частицы на свободном электроне. Следовательно, общая формула сечения тормозного излучения должна формально переходить в формулу тормозного излучения, возникающего при столкновении налетающей частицы со свободным электроном. Такой предельный переход нельзя получить в теории Бете—Гайтлера — этому мешает приближенная запись гамильтониана (приближение экранировки). Точный подход позволяет получить предельный переход к случаю $Z \rightarrow 0$. Для этого надо учесть процессы тормозного излучения как без возбуждения, так и с одновременным возбуждением атома. Тогда получается формула, которая при $Z = 0$ переходит в известную формулу для тормозного излучения при рассеянии электрона на электроне (когда налетающая частица — электрон).

Здесь следует подчеркнуть, что имеются различные типы столкновений электрона с атомом, в результате которых испускается фотон: первый, когда атом в результате столкновений не изменяет своего состояния, и второй, когда в результате столкновения с испусканием фотона атом изменяет свое состояние (возбуждается или девозбуждается). Последний процесс будем

называть неупругим тормозным излучением. До сих пор мы рассматривали упругий эффект. В процессе взаимодействия происходило только виртуальное изменение состояний электронов; фактически это сводилось к тому, что частица наводила атомную поляризацию. В конечном состоянии атом получает импульс как целое, оставаясь в исходном электронном состоянии.

То же самое имеет место в плазме: импульс получает ион, а «шуба» до тех пор, пока она не «подстроилась» к конечной скорости иона, имеет переменную поляризацию и излучает. Можно сказать, что в этих случаях «классический атом» и обычный не меняют своего электронного состояния в процессе излучения. Это и есть упругое тормозное излучение (имеется в виду упругость по электронному состоянию атома).

Но возможны и неупругие процессы при излучении тормозного фотона. Конечно, в приближении экранировки их описать нельзя, а последовательная теория, учитывающая динамическую поляризацию, позволяет это сделать (см. гл. 4—8, 11). В свою очередь эти неупругие процессы могут быть двух типов: когда атомный электрон возбуждается на дискретный уровень и когда происходит ионизация атомного электрона. Полное сечение поляризационного тормозного излучения получается, если просуммировать по всем процессам возбуждения. При относительно низких частотах преобладает процесс упругого тормозного излучения. При больших частотах более вероятным является процесс излучения, который сопровождается ионизацией атома.

Каким образом происходит перераспределение энергии и импульса частиц при тормозном излучении? Из-за различия в законах дисперсии налетающей частицы и фотона только часть изменения импульса налетающей частицы уносится фотоном. При упругом процессе фотону передается все (если атом бесконечно тяжелый) изменение энергии налетающей частицы, а практически все изменение импульса налетающей частицы передается атому как целому. При больших частотах ситуация изменяется — становятся более вероятными «неупругие» процессы. Теперь избыточный импульс передается выбитому из атома электрону. Излучение, естественно, происходит по-прежнему за счет колебаний дипольного момента этого электрона. Следует отличать этот процесс от излучения так называемых δ -электронов. В данном случае выбитый электрон излучает при столкновении со «своим» атомом, но, конечно, он может испускать тормозные фотоны при столкновении с другими атомами вещества. Второй процесс и есть излучение δ -электронов. Можно также сказать, что это прямой и каскадный процессы. Здесь различие между процессами совершенно очевидно.

При неупругих процессах иначе выглядит и закон сохранения энергии. В процессе ионизации существенная часть энергии налетающей частицы передается электрону. Когда налетающая частица рассеивается на возбужденных атомах, изменяется и предельная частота тормозного излучения. Становится возмож-

ным следующий процесс: фотону передается вся кинетическая энергия налетающей частицы T_i и энергия девозбуждения атома (энергия перехода атома из возбужденного в основное состояние ΔE):

$$\hbar\omega_{\max} = T_i + \Delta E.$$

Определенный интерес представляет тормозное излучение электронов (и позитронов) на простейших атомах — позитроний [23] и мезоводороде [24]. Позитроний отличается от обычного водорода отсутствием статического поля, связанного с ядром, а потому тормозное излучение, которое возникает при рассеянии быстрых частиц на нем, целиком поляризационное (атомное). В отличие от водорода при рассеянии быстрых, но нерелятивистских позитронов или электронов на позитронии роль неупругих процессов тормозного излучения одного порядка с упругими и в области больших частот.

Традиционное тормозное излучение, т. е. излучение в статическом поле, возникает только при столкновении заряженных частиц. Что же касается поляризационного излучения, то оно возможно при столкновении и нейтральных атомов. Суть этого эффекта в том, что учитывается электронная структура атома. Поскольку нейтральный атом состоит из заряженных частиц, при столкновении атомов происходит, строго говоря, рассеяние заряженных частиц. Эффект тормозного излучения возникает потому, что парциальные амплитуды тормозного излучения отдельных частиц не всегда компенсируются (они компенсируются, например, при столкновении одинаковых нерелятивистских атомов). Аналогичная ситуация возникает в плазме при столкновении двух ионов, окруженных «шубой» электронов, т. е. как бы классических атомов (см. гл. 2).

1.5. Поляризационное излучение на атомах и частично ионизированных ионах в плазме

Для практических приложений важен случай частично ионизированного иона, находящегося в плазме. Это имеет прямое отношение к проблеме излучения низкотемпературной плазмы. Здесь мы встречаемся с одновременным проявлением двух поляризационных эффектов: поляризационного излучения экранирующей «шубы» и поляризационного излучения связанных электронов, иона или атома. Заряд экранирующей «шубы» дополняет заряд связанных электронов так, что вместе они полностью экранируют заряд ядра. Возникает своеобразный «атом» в плазме, в котором связанные электроны являются квантовой системой, а плазменные электроны — классической. Вокруг отрицательно заряженных ионов возникает положительно заряженная поляризационная «шуба», соответствующая недостатку электронов (наличие как бы положительно заряженных дырок).

В соответствии с общими принципами оба поляризационных процесса вместе с традиционным излучением вносят вклад в

полную амплитуду тормозного излучения. Поэтому в полном сечении возникают соответствующие интерференционные члены. Такая интерференция имеет место для плотной плазмы. В обычной, неплотной плазме поляризационные эффекты на связанных и на плазменных электронах проявляются в разных частотных диапазонах. Общая природа этих эффектов ярко видна из того, что при определенных условиях формула для сечения на связанных электронах иона в плазме переходит в соответствующую формулу для излучения на плазменных электронах «шубы» [25] (см. формулы (6.51) и (6.46) в гл. 6).

Что касается различных неупругих процессов излучения атомов и ионов в плазме, то поляризационные процессы могут существенно влиять на них. Так, рекомбинационное излучение возможно не только с налетающей частицей, но и с электроном «шубы». Если в результате взаимодействия с налетающей частицей от атома или иона отрывается один из связанных электронов, то существенно излучение поляризации, возникающей около выбитого электрона (он «обрастает» своей поляризационной «шубой»).

Подчеркнем здесь важные общие свойства поляризационного тормозного излучения в плазме и на связанных электронах (об этом более подробно изложено ниже).

1. Излучение тяжелых нерелятивистских налетающих частиц в низкочастотном диапазоне является в основном поляризационным.

2. Поляризационное излучение релятивистских частиц доминирует в области достаточно низких частот из-за подавления обычного тормозного излучения эффектом плотности (это относится и к легким, и к тяжелым частицам).

3. Для релятивистских налетающих частиц излучение под большими углами к направлению движения частиц в основном поляризационное, так как традиционное тормозное излучение концентрируется в узком конусе углов вокруг направления скорости налетающей частицы.

4. Имеется тесная аналогия между поляризационным тормозным излучением при столкновении нейтральных атомов и ионов, электронов или атомов в плазме; дело в том, что заряженная частица в плазме, поскольку она окружена экранирующей «шубой», является квазинейтральным образованием, поэтому и в плазме, по существу, сталкиваются своеобразные нейтральные атомы. Возникновение тормозного излучения при столкновении нейтральных частиц на первый взгляд является парадоксальным результатом, но, как ясно из изложенного, здесь важна структурность этих частиц, так что фактически происходит рассеяние заряженных частиц, составляющих эти нейтральные частицы. При этом, как уже отмечалось, амплитуды рассеяния отдельных заряженных частиц, составляющих эти квазинейтральные образования, не всегда компенсируются (см. [13, 21, 26—37] и гл. 7).

1.6. Поляризационное тормозное излучение ядерных частиц

Теоретическое исследование поляризационного тормозного излучения при столкновении нуклонов с ядрами восходит к работе Хаббарда и Роуза [38]. Поляризация ядра в процессе его столкновения с нуклонами и другими ядрами играет существенную роль в формировании спектра тормозного излучения γ -квантов с энергиями порядка энергии связи нуклонов с ядрами.

В применении к ядерным столкновениям под поляризационным тормозным излучением понимается излучение γ -квантов вследствие поляризации либо мишени, либо налетающей частицы. Традиционное тормозное излучение в этом случае есть излучение протона или недеформируемого ядра в статическом поле ядра-мишени. Поляризационное тормозное излучение приводит к максимумам в спектре тормозного излучения нуклонов на ядрах при энергиях, соответствующих так называемым гигантским ядерным резонансам — дипольному и квадрупольному. Это в принятой здесь терминологии не что иное, как резонансное поляризационное тормозное излучение. Специфика тормозного излучения в ядерных столкновениях проявляется в большом вкладе квадрупольных фотонов в полный спектр тормозного излучения.

В области частот, которые близки к гигантским резонансам (в отличие от атомных ядерные дискретные возбуждения обладают очень большой шириной, порядка самой энергии резонанса), поляризационное тормозное излучение превосходит традиционное почти на порядок. Поскольку взаимодействие налетающих протона и нейтрона с ядерными нуклонами примерно одинаково, вызванная ими поляризация ядра-мишени, а следовательно, и поляризационное тормозное излучение протона и нейтрона оказываются одного порядка. Как и в атомных столкновениях, роль поляризационного тормозного излучения возрастает с увеличением массы налетающего ядра. Одинаковые ядра (или, точнее, сталкивающиеся пары с совпадающим отношением заряда к массе, к примеру дейтон и α -частица) не имеют дипольного момента, а потому и излучают только квадрупольные фотоны.

Теоретическое исследование вклада поляризационного тормозного излучения в полный спектр излучения, возникающего в столкновении ядерных частиц, затруднительно потому, что межуclidонное взаимодействие заметно сложнее межэлектронного и в замкнутой аналитической форме его выражение, справедливое в широком диапазоне энергий сталкивающихся частиц, неизвестно.

Вероятно, именно поляризационным тормозным излучением объясняется широкий максимум в спектре γ -излучения, расположенный в области энергий «гигантского» квадрупольного резонанса и обнаруженный в столкновении ядер углерода C^{12} — как сравнительно медленных [39, 40], так и быстрых, релятивистических.

стских. То, что обычный механизм тормозного излучения, не учитывающий поляризации нуклонного распределения в ядрах в процессе их столкновения, не объясняет данных эксперимента, отмечалось в [41].

Весьма значительным должен быть вклад поляризационного тормозного излучения, возникающего в столкновении μ -мезонов с ядрами. Заряженные мезоны эффективно поляризуют ядро-мишень, в особенности при передаче ей энергии, лежащей в области «гигантского» дипольного резонанса, в результате чего полный спектр приобретает при такой энергии значительный максимум. Велик должен быть вклад поляризационного тормозного излучения и при рассеянии π -мезонов на ядрах, в том числе и π^0 -мезонов, где следует учитывать не только поляризацию ядра мезоном, но и поляризацию π^0 -мезона ядром.

Что касается мезоводорода, то, как оказывается, для него тормозное излучение — единственный канал реакции, в котором налетающий электрон может терять энергию при рассеянии до порога возбуждения атома-мишени.

Поляризационное тормозное излучение должно быть существенно и в столкновениях других структурных частиц — нуклонов и мезонов — между собой, если рассматривать их как состоящих из кварков и поляризующихся в процессе столкновения.

Сходным с поляризационным тормозным излучением нейтральных частиц является, в сущности, процесс рождения глюонов — квантов хромодинамического поля в физике сильных взаимодействий. Сходство во многом определяется тем, что, подобно фотону в столкновении нейтральных атомов, глюон испускается лишь составляющей самой элементарной частицы — кварком (или другим глюоном). Поляризационное тормозное излучение должно быть существенно и при излучении в среде, а не только при отдельном столкновении изолированной пары частиц (из-за поляризации «соседей» в мишени, как в случае переходного тормозного излучения). Однако процесс в среде осложнен сложением (когерентным или некогерентным — в зависимости от свойств среды) излучения, возникающего в отдельных столкновениях.

1.7. Эксперимент и теория поляризационного тормозного излучения

Поляризационное тормозное излучение представляет собой отчасти относительно новый предмет исследования. Поэтому число экспериментов, которые интерпретируются как проявление этого эффекта, пока невелико. Обсудим некоторые из них.

Лазерный пробой в парах щелочных металлов. В основе лавинной теории лазерного пробоя, которая была предложена Зельдовичем и Райзером [27] и в настоящее время является общепринятой, лежит представление об обратном тормозном эффекте. Обратный тормозной эффект — это поглощение фотона

электроном при рассеянии электрона в поле атома или иона. Эффекты поглощения и тормозного излучения связаны соотношением Эйнштейна. Оказалось, что традиционная теория тормозного излучения дает сечение, которое не позволяет согласовать лавинную теорию лазерного пробоя с экспериментом в парах щелочных металлов (Rb, Cs). Расчеты, проведенные в работе [18], показывают, что вклад в обратный тормозной эффект поляризационной амплитуды на лазерной частоте на два порядка больше вклада обычного тормозного эффекта (обратного тормозного эффекта в статическом поле). С учетом этого обстоятельства лавинная теория пробоя совпадает с экспериментом по лазерному пробояю этих газов [18].

Рассеяние электронов на атомах. Поляризационный механизм был использован для объяснения широкой полосы эмиссионного рентгеновского спектра в твердотельных мишенях из бария, лантана и церия в области частот, соответствующих ~ 100 эВ [28, 29]. Поскольку известно соответствующее этой полосе фотопоглощение, можно восстановить поляризуемость, которая соответствует этому переходу (для этого используется оптическая теорема и дисперсионное соотношение). По известной поляризуемости было рассчитано сечение поляризационного тормозного излучения. Обнаружено согласие теоретической и экспериментальной зависимости сечения тормозного излучения от частоты фотона. Аналогичное исследование на инертном газе (ксеноне) было проведено в работе [30].

Остановимся на этом вопросе подробнее. Дело в том, что роль поляризационного тормозного излучения велика и при промежуточных энергиях налетающего электрона (в десятки и сотни электронвольт), когда частота фотона близка к потенциалу ионизации одной из атомных оболочек. Особо существенным становится поляризационное тормозное излучение, если электрон в конечном состоянии медленный. Этот механизм был использован в [28] для объяснения резкого увеличения выхода фотонов на краю спектра в твердом барии, лантане и церии под действием электронов с энергией, близкой к порогу $3d^{10}$ -оболочек этих элементов.

Выражение для полного сечения тормозного излучения быстрых электронов, полученное в работах [18, 29], было использовано для интерпретации экспериментальных данных по эмиссии фотонов при взаимодействии электронов с металлическим лантаном в области частот фотонов, близких к потенциалу ионизации его $4d^{10}$ -подоболочки [31]. В борновском приближении по налетающему электрону были получены сечения тормозного излучения (включая, разумеется, и поляризационное) для ряда атомов — аргона, ксенона и лантана [32, 32a]. Полный спектр тормозного излучения $d\sigma/d\omega$ представляет собой с весьма высокой точностью просто сумму вкладов традиционного и поляризационного тормозного излучения. В данном случае вклад интерференции амплитуд этих процессов в полный спектр мал. Это

не удивительно, поскольку вклад каждой из них определяется разными прицельными расстояниями. Сравнительно дальнее (много больше радиуса атома) дипольное взаимодействие налетающей частицы с электронами атома мишени приводит к поляризационному тормозному излучению, а взаимодействие порядка радиуса атома и менее приводит к обычному тормозному излучению, которое обусловлено рассеянием электрона в экранированном статическом поле ядра. Если же атом обладает значительным квадрупольным моментом, вклад традиционного тормозного излучения также будет определяться расстояниями, превышающими размер атома, а потому интерференция поляризационного и традиционного тормозного излучения в полном спектре излучения будет существенна. Оказалось [29, 32, 32а], что и в полном спектре тормозного излучения вклад поляризационной составляющей, вообще говоря, не меньше, чем традиционной. С помощью этих расчетов объяснен наблюдаемый на опыте максимум на кривой испускания фотонов с энергией, близкой к потенциалу ионизации $4d^{10}$ -подоболочки ксенона под действием электронов с энергией около 1 кэВ [30].

Тормозное излучение протона. При бомбардировке протонами твердой мишени возникает низкочастотный фон, который давно привлекает внимание исследователей [33—36]. Обычно он объясняется тормозным излучением вторичных электронов, которые выбиваются протонами в мишени [33], а также рядом других эффектов. Ишии и Морита [37] рассчитали сечение поляризационного тормозного излучения, возникающего при рассеянии протонов на атоме алюминия (расчет проводился в борновском приближении, как и в работах [19, 21]). Они показали, что для протонов с энергией в 1 МэВ в интервале частот примерно 2—5 кэВ можно достигнуть согласия теории с экспериментом, если учесть поляризационное тормозное излучение. В этом частотном интервале поляризационное излучение примерно на порядок превышает другие виды фонового рентгеновского излучения.

Хотя, как это видно из сказанного выше, уже наблюдались интересные проявления поляризационного тормозного излучения, конечно, необходимы дальнейшие экспериментальные исследования.

Естественно, здесь не были охвачены вопросы, связанные с поляризационным тормозным излучением при ядерных столкновениях, о которых речь шла в предыдущем разделе.

1.8. Замечания исторического характера

В заключение обсудим вопрос о том, как возникли представления о поляризационном тормозном излучении. Первые работы, которые дали толчок дальнейшему развитию, появились в начале и середине 70-х годов [10—12, 15—18]. Выше мы вели изложение параллельно для атома и для плазмы, чтобы подчеркнуть физическую общность эффекта поляризационного тормозного

излучения на атоме и ионе в плазме. В действительности длительное время исследования этих эффектов проводились вне связи друг с другом. Исходные соображения, которые привели к представлениям о поляризационном переходном тормозном излучении и поляризационном (атомном, динамическом) тормозном излучении на атоме, также были разными.

Вначале расскажем об излучении на атоме. Здесь исходной точкой была более точная формулировка задачи о тормозном излучении. Дело в том, что приближение экранировки, которое вначале было использовано для решения этой задачи, основано на определенной физической модели, а именно на модели экранировки ядра электростатическим зарядом атомного электронного облака. Естественно, что этой модели соответствует не точный гамильтониан задачи, а некоторый приближенный гамильтониан. Что он приближенный — это, конечно, понимали все, но как-то неявно предполагалось, что это приближение не должно привести к большой ошибке. Исключением из общего непонимания ситуации была ранняя работа Ландау и Румера [42], где почти интуитивно для определенного частного случая была введена правильная поправка. Такая популярность приближения экранировки, возможно, связана с его наглядностью и с тем, что для упругого рассеяния оно является точным. Первой известной нам работой, в которой прозвучала необходимость пользоваться точным гамильтонианом, была статья Персивала и Ситона [43]. Однако конкретные расчеты в ней были проведены лишь в области резонанса. Наиболее характерный для тормозного излучения диапазон рентгеновских частот отвечает условию $\hbar\omega \gg I_i$ и является нерезонансным, по крайней мере, для внешних оболочек атома. Таким образом, несмотря на очевидную неточность постановки задачи, видимо, ни у кого не возникло желания решить ее точно в области больших частот. Во всех известных нам учебниках и монографиях задача о тормозном излучении решается в приближении экранировки. Насколько укоренилась привычка удовлетворяться приближением экранировки, видно, между прочим, из классической монографии Мотта и Мэсси [44]. В ней подробно обсуждается статья Персивала и Ситона в связи с вопросом о поляризации резонансного излучения, возникающего при электрон-атомных столкновениях. О том, что эта статья имеет какое-либо отношение к теории тормозного излучения, вообще не упоминается.

Положение существенно изменилось только с середины 70-х годов, когда численными расчетами для водорода [16] и более сложных атомов [17] было показано, что такая постановка задачи о тормозном излучении изменяет количественные результаты не только в области точного резонанса [43].

Дальнейшие работы по поляризационному тормозному излучению на атомах выяснили еще более важное обстоятельство: без точной постановки задачи при больших частотах ($\hbar\omega \gg I_i$) нельзя получить не только правильных количественных резуль-

татов, но даже правильной качественной картины тормозного излучения. Это особенно проявилось в двух эффектах — тормозном излучении электрона при столкновениях с атомом на больших расстояниях [16а] и тормозном излучении протона [19]. И в том и в другом случае физическая картина меняется радикально. Правильная картина возникает только тогда, когда в полной амплитуде излучения учитывается и вклад, связанный с рассеянием на статическом поле экранированного ядра, и поляризационный вклад.

Прояснению физического механизма способствовали и работы [17, 18, 18а], в которых была дана поляризационная интерпретация механизма тормозного излучения. Спонтанное тормозное излучение можно представить себе как результат поляризации атома полем налетающей частицы (см. гл. 7). Вынужденное тормозное излучение возникает в результате динамической поляризации атома внешним электромагнитным полем и рассеяния налетающей частицы на наведенном атомном диполе. Такая наглядная интерпретация была дана в работе [18]. В конечном счете любой из этих механизмов годится для объяснения и спонтанного, и вынужденного поляризационного излучения, поскольку они связаны соотношением Эйнштейна.

Из приведенного выше изложения очевидно, что поляризационное тормозное излучение в плазме на экранирующих «шубах» частиц и поляризационное тормозное излучение на атомах имеют в основе общий физический механизм. Этот вопрос более детально исследован в работе [25] и гл. 6. Он представляет и самостоятельный интерес, потому что при рассеянии на ионе или атоме, который обладает электронной структурой и находится в плазме, имеют место оба эффекта: как поляризационное тормозное излучение на электронах «шубы», так и поляризационное тормозное излучение на связанных электронах атома и иона. Особенно наглядно единая природа излучения в плазме и на атоме проявляется в том, что при определенных условиях связанные электроны плазменного иона и электроны дебаевской «шубы» вносят одинаковый вклад в амплитуду излучения. В обоих случаях он связан с динамической поляризацией, наведенной полем налетающей частицы.

Несколько по-иному в историческом плане развивались исследования по поляризационному излучению на «шубах» частиц. Как отмечалось, поляризационные «шубы» есть у любых частиц в любой среде, и для реальных мишеней «шуба» дает дополнительное поляризационное излучение. Применительно к плазме эффект поляризационного излучения «шуб» частиц привлек внимание тоже только в начале 70-х годов [10—12]. Собственно, эффект дебаевского экранирования заряда, помещенного в плазму, известен очень давно, но это статическое экранирование, которое не дает излучения. Вместе с тем на примере физики плазмы, как будет ясно из дальнейшего, видно, что поляризационное излучение «шуб» является более сложным физическим эффек-

том, нежели поляризационное излучение на отдельных атомах, а именно это коллективный эффект. Такой коллективный эффект нужно, вообще говоря, учитывать при интерпретации экспериментов по излучению налетающих частиц на конкретных мишенях, не только плазменных, но и твердотельных, состоящих из нейтральных атомов.

Поясним, в чем здесь дело, на примере плазмы. Если рассматривать плазму как сплошную среду со средними характеристиками, такими, как плотность, температура и т. д., постоянными в пространстве и времени, то налетающая частица, не встречая никаких электродинамических неоднородностей, вообще не будет излучать. Таким образом, излучение связано с флуктуациями. Это также известно давно, особенно для процессов рассеяния. Рэлеевское рассеяние на атомах издавна рассматривалось как рассеяние на флуктуациях. В определенном приближении рассеяние на флуктуациях, если оно происходит в идеальном газе, сводится к сумме рассеяний на отдельных атомах [45]. Однако известны примеры, когда такая аддитивность не имеет места. Сказывается поляризация окружающих частиц. В плазме эта поляризация остальных частиц играет не второстепенную, а определяющую роль.

Впервые эффекты динамической поляризации при рассеянии излучения в плазме были обнаружены еще в работах Догерти и Фарли, Розенблюта и Ростоккера (см. [46]), хотя интерпретация этих результатов была дана только недавно [47]. В то же время результаты теории рассеяния на флуктуациях плазмы использовались в огромном числе экспериментов по лазерной диагностике температуры плазмы.

Нетривиальность результата, получаемого из теории флуктуаций, для рассеяния электромагнитных волн заключается в следующем: предположим, что в квазинейтральную плазму помещен дополнительный заряд e_i . Он будет экранирован на дебаевском радиусе статическим потенциалом, создаваемым другими частицами плазмы (заряда $-e_i$), а заряд e_i частиц плазмы уйдет на бесконечность. При воздействии электромагнитных волн экранирующий заряд начнет колебаться, создавая динамическую поляризацию, которая излучает. Этот эффект получил в дальнейшем название переходного рассеяния [14, 13], использовался также термин «нелинейное рассеяние» [48], так как колебания «шубы» — это результат нелинейного воздействия на электроны плазмы двух полей: поля заряда e_i и поля падающей волны. С внешним зарядом, казалось бы, ситуация довольно простая.

При рассмотрении флуктуаций ситуация более сложная. Теперь все заряды равноправны и все участвуют в рассеянии. Каждый заряд участвует и в усредненном движении, и во флуктуационном движении, так что каждый из них и является рассеивающим центром, и одновременно участвует в создании динамически поляризованного облака вокруг рассеивающего центра. Каким будет в этом случае результат, с первого взгляда неясно.

Результат, полученный впервые Розенблютом и Ростоккером, согласно интерпретации, данной в [47], свидетельствует о том, что рассеяние электромагнитных волн в однородной плазме на ее флуктуациях происходит так, как если бы плазма состояла из совокупности электронов, окруженных своей поляризационной «шубой», и ионов, окруженных своей «шубой». Число таких «одетых» электронов и ионов равно числу «свободных» электронов и ионов плазмы. Все частицы как бы объединяются в комплексы, но число комплексов равно исходному числу частиц. Это может происходить только в том случае, если каждая из индивидуальных частиц участвует при флуктуациях в микродвижениях двух типов: она является и центром рассеяния, и частицей поляризационной «шубы».

Такая сложная организация движения играет фундаментальную роль, особенно при рассеянии с небольшим изменением частоты (последнее из-за доплеровского смещения при движении частиц).

Рассеяние на поляризационной «шубе» получило, как уже говорилось, название переходного рассеяния [14]. В ряде случаев (при рассеянии на тяжелых частицах) переходное рассеяние является доминирующим, так как тяжелые частицы — ионы мало смещаются в поле падающей волны [14, 48]. Для легких частиц (электронов) переходное рассеяние имеет амплитуду, почти равную и противоположную по знаку амплитуде томсоновского рассеяния. Создается парадоксальная ситуация, когда сечение рассеяния на ионах становится в плазме равным томсоновскому сечению на электронах, а сечение рассеяния на электронах много меньше томсоновского (в дипольном приближении равно нулю).

Все это было выяснено существенно позже, примерно в середине 60-х годов, при создании нелинейной теории плазмы на примере рассеяния ленгмюровских плазменных волн. Нелинейное взаимодействие волн связано с индуцированным рассеянием на частицах [48]. Сперва были выведены уравнения для нелинейного взаимодействия случайных ленгмюровских волн [49] (из теории флуктуаций). Потом выяснилось, что эти уравнения могут быть получены из представлений об индуцированном рассеянии на частицах, если в амплитуде рассеяния учесть как томсоновское, так и переходное рассеяние [50]. Еще позднее были предложены методы расчета спонтанного рассеяния в теории флуктуаций [51] и выяснено, что флуктуационное рассеяние дает результат, соответствующий сумме (в амплитуде рассеяния) переходного и томсоновского рассеяний. И только сравнительно недавно было обращено внимание на то, что результаты работы Розенблюта и Ростоккера для рассеяния электромагнитных волн лазерного излучения на флуктуациях в точности соответствуют сумме переходного и томсоновского рассеяний.

Весьма существенным для приложений в физике плазмы (а именно для нелинейных взаимодействий, соответствующих

индуцированному рассеянию) является то, что во всех случаях, когда рассеяние на ионе определяется динамической поляризацией «шубы» (переходное рассеяние), импульс отдачи при рассеянии получает ион. Но «шуба» подвижна, и кажется несколько удивительным, каким образом легкие частицы (электроны «шубы»), на которых происходит рассеяние, передают импульс (и энергию) ионам. Ответ оказывается простым, а именно: до тех пор, пока «шуба» не «подстроилась» под конечное состояние иона, она колеблется и процесс излучения нельзя считать законченным. В начальном и конечном состояниях ион имеет вполне определенный импульс (скорость), а его «шуба» однозначно определяется его скоростью. Итак, складываются правильные представления о переходном и обычном томсоновском рассеянии отдельных внешних частиц, внесенных в плазму. Рассеяние на флуктуациях соответствует сумме рассеяний на таких «одетых» частицах. Их можно рассматривать как любую пробную частицу плазмы. Эти представления являются фундаментом современной физики плазмы, сложившимся к концу 60-х годов.

Вернемся теперь к тормозному излучению. Для того чтобы сделать первый шаг к обнаружению нового механизма тормозного излучения, названного переходным тормозным излучением, достаточно опереться на два факта. Первый — вероятность тормозного излучения на частице в вакууме может быть представлена в виде произведения двух сомножителей: один сомножитель — это квадрат амплитуды вероятности появления пространственной компоненты Фурье виртуального кулоновского поля сталкивающихся частиц, другой сомножитель — вероятность томсоновского рассеяния виртуальной волны в распространяющуюся электромагнитную волну (волну на световом конусе [52]). Второй факт — вероятность рассеяния в плазме определяется суммой амплитуд томсоновского и переходного рассеяния. Отсюда можно сразу заключить, что должен существовать новый механизм тормозного излучения, связанный с переходным рассеянием виртуальной волны в реальную. Амплитуды обычного и этого нового эффекта интерферируют, образуя полную амплитуду тормозного излучения. Эта физическая картина стала ясна еще в конце 60-х годов, когда была выяснена описанная выше физика переходного рассеяния в плазме.

Однако для того чтобы доказать правильность этой картины, нужно было рассмотреть весь вопрос с точки зрения флуктуаций, так как именно флуктуации определяют излучения, возникающие в объеме плазмы. Первое доказательство было дано в работе [10] на примере тормозного излучения продольных волн. Было показано, что теория флуктуаций дает в тормозном излучении продольных волн два члена в амплитуде вероятности, обязанные томсоновскому и переходному рассеянию виртуальных волн. Потребовались достаточно большие усилия, для того чтобы обобщить этот результат на случай волн произвольной поляризации в плазме и неравновесного распределения частиц [11].

После этого появилась реальная уверенность в физической корректности этой картины и в возможности использования ее для расчетов реального тормозного излучения единицы объема плазмы. Особенно интересным оказался случай релятивистских частиц, где обычное тормозное излучение подавлено эффектом плотности [53, 54].

Долгое время не было предложено единого метода расчета переходного тормозного излучения, минуя теорию флуктуаций. Это было сделано только в монографии [13]. Таким образом как бы завершился круг исследований: было рассмотрено тормозное излучение отдельных частиц и его соответствие теории флуктуаций (тот же круг вопросов, который был предметом усиленных исследований в теории рассеяния в плазме).

Вернемся теперь к связи между переходным тормозным излучением и поляризационным тормозным излучением на атомах. В теории излучения на атомах использовался квантовый подход. Сопоставление переходного и поляризационного тормозного излучения на атомах было затруднено тем, что для их исследования применялись разные математические аппараты. Квантовое описание переходного тормозного излучения в плазме методами, которые использовались для расчета излучения на атомах, дало результаты [25], в точности совпадающие с [12]. Метод работы [25] дал также новое — позволил рассмотреть задачу о тормозном излучении в плазме на ионе, который обладает электронной структурой. В этом случае играет роль и поляризационное переходное и поляризационное атомное тормозное излучение, т. е. на свободных и на связанных электронах иона.

Выше мы изложили соображения, которые привели авторов этой книги к представлению о поляризационном тормозном излучении. В заключение нам кажется уместным еще раз упомянуть о работах, которые предшествовали созданию изложенных здесь представлений и в большей или меньшей степени связаны с данным направлением исследований.

Что касается излучения на атомах и ядрах, мы прежде всего хотим еще раз отдать должное работам Персивала и Ситона [43] и Хаббарда и Роуза [38]. Персивал и Ситон рассматривали атом и налетающий электрон как единую систему, излучающую фотон. Они сделали весьма проницательное замечание о том, что их работа является обобщением теории тормозного излучения. Сейчас трудно сказать, почему работа Персивала и Ситона не получила дальнейшего развития, которого она несомненно заслуживала. Тем более что недостаточность приближения экранировки была ясна и из работы Ландау и Румера [42], и — в применении к ядру — из работы Хаббарда и Роуза [38].

Возможно, что тут сыграло роль следующее обстоятельство: чтобы исследовать резонансное тормозное излучение вне области точного резонанса, необходимы были хорошо развитые методы вычисления сумм по промежуточным атомным состояниям и связанные с ними методы расчета атомных поляризуемостей.

Строгое обоснование формул для сечения поляризационного тормозного излучения на атомах при больших частотах также требует таких методов. Большой опыт в применении этих методов был накоплен в основном позднее [55—57].

Что касается переходного тормозного излучения, то прежде всего нужно отдать должное работе Гинзбурга и Франка [58] по переходному излучению. Как известно, это излучение возникает из-за того, что поляризация, окружающая заряд, изменяется, когда заряд проходит через неоднородности среды. Такими неоднородностями могут служить «шубы» частиц или отдельные атомы. Поляризационное переходное тормозное излучение и поляризационное излучение на атомах укладываются в общую схему переходного рассеяния связанных с частицами виртуальных волн [1, 13]. Конечно, нужно отдать должное основополагающей работе Тамма и Франка [59] по теории излучения Вавилова и Черенкова. Может показаться, что поляризационное тормозное излучение, возникающее при пролете налетающей частицы с постоянной скоростью около отдельного поляризующегося атома, является элементарным актом (на микроскопическом уровне), дающим в итоге излучение Вавилова — Черенкова.

Естественно, в этом случае поляризация атомов необходима (отвлечемся здесь от того, что поляризуемость среды не является, строго говоря, суммой поляризуемостей атомов), но излучение Вавилова—Черенкова, как хорошо подчеркнуто в работе Тамма и Франка, является когерентным излучением. Если отвлечься от когерентной составляющей, то флуктуационная составляющая будет переходным тормозным излучением, как показано в [60] и особенно отчетливо в монографии [13]. (Заметим попутно, что впервые излучение быстрой заряженной частицы на флуктуациях рассмотрено в работах Капицы [60] и Тер-Микаэляна [61]; в монографии [13] уточнены формулы работы [60].) Естественно, что при невыполнении условия излучения Вавилова—Черенкова остается только переходное тормозное излучение.

Может быть уместно закончить этот обзор словами Дирака о том, что наука развивается этапами и ни один этап не является последним.

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ДАЛЕКИХ СТОЛКНОВЕНИЯХ



2.1. Постановка задачи

Для обычного тормозного излучения близкие соударения приводят к появлению достаточно высоких частот, тогда как далекие — достаточно низких. Так как поляризационное тормозное излучение, как отмечалось, имеет наибольшую эффективность при достаточно низких частотах, то следует рассмотреть эффекты далеких соударений. Для них может быть использована теория возмущений в предположении, что налетающая частица мало возмущает поляризационное «облако» частицы мишени (см. [1]). Пока что мы не будем уточнять, создается ли это облако связанными электронами, как в нейтральном атоме, или свободными, как в плазме.

Будем считать, что динамическая поляризуемость частицы мишени известна, а динамическая поляризуемость налетающей частицы отсутствует или пренебрежимо мала (динамическая поляризуемость среды всегда существует, но для достаточно больших скоростей налетающей частицы ею можно пренебречь). Далее, считая частоты достаточно малыми, будем использовать классическую теорию излучения (не будем учитывать квантовые эффекты в процессах излучения, но не в поляризуемости связанных электронов).

Задачей тогда является нахождение переменного тока, создаваемого поляризационной «шубой» частицы (атомом), и расчет интенсивности излучения этого тока. Для расчета интенсивности излучения будем использовать метод Ландау, позволяющий в общем случае найти мощность излучения и тогда, когда излучение не является чисто дипольным. Во многих случаях достаточно ограничиться дипольным приближением, но для ультррелятивистских частиц это оказывается не всегда оправданным. Метод Ландау [1] был впервые использован для расчета излучения Вавилова—Черенкова, испускаемого зарядом, движущимся со сверхсветовой скоростью в среде. Он состоит в подсчете работы поля излучения над током, его создающим, т. е. в использовании соотношения

$$Q = - \int E j \, dr, \quad (2.1)$$

где Q — полная мощность излучения; E — поле излучения тока j .

В отсутствие диссипации мощность излучения равна (со знаком минус) работе поля излучения над создающим его током. Это и было использовано Ландау для излучения Вавилова—Черенкова и является наиболее простым выводом формулы Тамма—Франка [2]. Формула (2.1) чисто классическая. Поэтому здесь мы не используем никаких представлений квантовой теории излучения. Что касается тока \mathbf{j} , то он может быть связан и с возмущениями квантового движения связанных электронов. Фактически здесь ничего непоследовательного нет, если говорить об эффекте излучения, усредненного по многим источникам (или многих независимых источниках), и пренебрегать квантовыми флуктуациями излучения.

Конечно, применимость формулы (2.1) ограничена условием $\hbar\omega \ll T_i$, (2.2)

где ω — частота излучаемого света; T_i — кинетическая энергия налетающей частицы. Вопросы квантовой теории и ряд связанных с этим тонкостей будут обсуждены отдельно ниже при последующем изложении, а здесь ограничимся изложенным методом.

Отметим, что метод Ландау с успехом использовался для расчета переходного рассеяния (см. [3]) и других процессов классического излучения частиц, в том числе и поляризационного (переходного) тормозного излучения [1]. При этом в [1] использовались выражения для нелинейных токов. Ниже дается другое, несколько упрощенное изложение без введения нелинейных токов. В этом в определенном смысле теряется общность, но выигрывается наглядность. О том, как можно связать поляризационное (переходное) тормозное излучение с нелинейными поляризуемостями, показано в гл. 3.

Прежде чем излагать эти вопросы, покажем, как с помощью (2.1) можно получить мощность обычного тормозного излучения. Сначала мы рассмотрим излучение легкой налетающей частицы в поле случайно расположенных тяжелых ионов несколько иначе, чем это было продемонстрировано в гл. 1. Пусть ρ_0, z_0 — цилиндрические координаты некоего иона относительно траектории налетающей частицы (скорость ее v_0 вдоль z) к моменту $t=0$. Ускорение, испытываемое налетающей частицей от этого иона в приближении, когда отклонениями от первоначальной траектории в силе ускорения можно пренебречь, имеет вид ($v_0 \ll c$)

$$\ddot{\mathbf{r}} = - \frac{e_0 e_i}{2\pi^2 m_0} \int \frac{i\mathbf{k}}{(\kappa^2 + k_z^2)} d\mathbf{k}_z d\mathbf{x} \exp(-i\mathbf{x}\rho_0 - ik_z z_0 + ik_z v_0 t). \quad (2.3)$$

Здесь учтено, что поле иона имеет вид ($\mathbf{k} = \{k_z, \boldsymbol{\kappa}\}$, $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{k}_\perp$, z направлено вдоль v_0)

$$\mathbf{E} = \frac{e_i (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3} = - \frac{e_i}{2\pi^2} \int \frac{i\mathbf{k}}{k^2} d\mathbf{k} \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)]. \quad (2.4)$$

Полное излучение определяется суммой по всем ионам или интегралом $n_i d\mathbf{r}_0$ (где n_i — плотность ионов заряда $e_i = Ze$):

$$Q = (2e_0^2/3c^3) \int (\ddot{\mathbf{r}})^2 n_i d\mathbf{r}_0. \quad (2.5)$$

Учтя, что

$$\int \exp [i(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_0] d\mathbf{r}_0 = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}'), \quad (2.6)$$

а $k_z = \omega/v_0$, получим

$$Q = \int \frac{8e_i^2 e_0^4 n_i d\omega d\mathbf{k}}{3\pi c^3 m_0^2 v_0 (\kappa^2 + \omega^2/v_0^2)} = \int_0^\infty Q_\omega d\omega = \int_0^\infty \frac{16e_i^2 e_0^4 n_i}{3m_0^2 c^3 v_0} \ln \frac{\kappa_{\max} v_0}{\omega} d\omega. \quad (2.7)$$

Очевидно, что $\kappa_{\max} = 1/\rho_{\min}$ и для Q_ω получим ранее приведенный результат (1.2).

Этот же результат можно получить методом Ландау из (2.1). Действительно, из (2.3) можно найти добавочную скорость $\delta \mathbf{v}(t)$ и добавочное смещение $\delta \mathbf{r}(t)$ налетающей частицы, которые она получает из-за воздействия покоящегося иона. Дополнительный ток $\delta \mathbf{j}$, обязанный этим изменениям движения налетающей частицы, равен

$$\delta \mathbf{j}_{\mathbf{k}, \omega} = \frac{e_0}{(2\pi)^4} \int dt \exp [i(\omega - k_z v_0) t] [\delta \mathbf{v}(t) - i \mathbf{v}_0 (k \delta \mathbf{r}(t))]. \quad (2.8)$$

Простая постановка (2.8) в (2.1) и интегрирование этого выражения с фактором $n_i d\mathbf{r}_0$ сразу дает (2.7). Прием интегрирования по положениям рассеивающих центров, продемонстрированный как с использованием (2.5), так и (2.1), весьма удобен для простого получения формул поляризационного тормозного излучения.

2.2. Поляризационное тормозное излучение электронов на заряде в плазме

Говоря о заряде в плазме, мы будем иметь в виду либо полностью ионизованный ион, либо другой бесструктурный заряд величины $e_i = Ze$. Поляризация, по предположению, создается электронами плазмы, распределение которых f_p по импульсам p определяется кинетическим уравнением

$$\partial f_p / \partial t + \mathbf{v} \partial f_p / \partial \mathbf{r} - e E \partial f_p / \partial p = 0, \quad n_e = \int f_p dp / (2\pi)^3. \quad (2.9)$$

Стационарное распределение электронов в поле заряда e_i определяется уравнением

$$\mathbf{v} \partial \delta f_p^{(s)} / \partial \mathbf{r} - e E^{(i)} \partial \Phi_p / \partial p = 0, \quad (2.10)$$

где Φ_p — однородное и стационарное распределение электронов вдали от заряда; $\delta f_p^{(s)}$ — возмущение этого распределения вблизи заряда, создающее дебаевскую экранировку.

Статическое поле заряда e_i представим в виде разложения по пространственным гармоникам:

$$\mathbf{E}^{(i)} = \int \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}. \quad (2.11)$$

Возмущение $\delta f_{\mathbf{p}}^{(s)}$ также должно иметь вид разложения (2.11), т. е.

$$\delta f_{\mathbf{p}}^{(s)} = \int \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{k}}^{(s)} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}. \quad (2.12)$$

Приравнивая коэффициенты перед $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ после подстановки (2.11), (2.12) в (2.10), получим

$$i(\mathbf{k}\mathbf{v}) \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{k}}^{(s)} - e \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)} \partial \Phi_{\mathbf{p}} / \partial \mathbf{p} = 0. \quad (2.13)$$

Статическое поле должно удовлетворять уравнению Пуассона

$$\text{div } \mathbf{E}^{(i)} = 4\pi\rho, \quad (2.14)$$

$$\rho = \int \rho_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad i(\mathbf{k}\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)}) = 4\pi\rho_{\mathbf{k}}^{(e_i)} + 4\pi\rho_{\mathbf{k}}^{(s)},$$

где $\rho_{\mathbf{k}}^{(s)}$ — плотность заряда плазменных электронов; $\rho_{\mathbf{k}}^{(e_i)}$ — плотность покоящегося заряда e_i ;

$$\rho_{\mathbf{k}}^{(s)} = -e \int \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{k}}^{(s)} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = ie^2 \int \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)}}{(\mathbf{k}\mathbf{v})} \frac{\partial \Phi_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (2.15)$$

Для электростатического поля ($\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)}$ направлено по \mathbf{k})

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)} = (\mathbf{k}/k^2) (\mathbf{k}\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)}) \quad (2.16)$$

и соотношение (2.14) запишется в виде

$$i(\mathbf{k}\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)}) \left[1 - \frac{4\pi e^2}{k^2} \int \frac{1}{(\mathbf{k}\mathbf{v})} \left(\mathbf{k} \frac{\partial \Phi_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \right) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \right] = 4\pi\rho_{\mathbf{k}}^{(e_i)}. \quad (2.17)$$

Пусть $\Phi_{\mathbf{p}}$ соответствует тепловому распределению электронов с температурой T_e , тогда

$$(\mathbf{k} \partial \Phi_{\mathbf{p}} / \partial \mathbf{p}) = -(\mathbf{k}\mathbf{v}) \Phi_{\mathbf{p}} / T_e \quad (2.18)$$

и, следовательно,

$$i(\mathbf{k}\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)}) (1 + 4\pi n_e e^2 / k^2 T_e) = i(\mathbf{k}\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)}) \epsilon_{\mathbf{k}} = 4\pi\rho_{\mathbf{k}}^{(e_i)}, \quad (2.19)$$

где

$$\epsilon_{\mathbf{k}} = 1 + 1/k^2 r_d^2 = 1 + 4\pi n_e e^2 / k^2 T_e \quad (r_d^2 = v_{Te}^2 / \omega_{pe}^2 = T_e / 4\pi n_e e^2) \quad (2.20)$$

— статическая диэлектрическая проницаемость плазмы.

Итак, из (2.19) имеем

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)} = \frac{4\pi k \rho_{\mathbf{k}}^{(e_i)}}{i k^2 \epsilon_{\mathbf{k}}} = -\frac{4\pi i k \rho_{\mathbf{k}}^{(e_i)}}{k^2 + 1/r_d^2}. \quad (2.21)$$

Для точечного заряда

$$\rho_{\mathbf{k}}^{(e_i)} = e_i / (2\pi)^3,$$

т. е.

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)} = - \frac{1}{2\pi^2} \frac{i k e_i}{(k^2 + 1/r_d^2)}. \quad (2.22)$$

Мы привели здесь известную классическую теорию дебаевского экранирования поля заряда только в целях полноты изложения и с тем, чтобы явно указать на то, какие предположения заложены в теории дебаевского экранирования, а также продемонстрировать, что динамическая и статическая поляризуемости могут быть получены единым методом из уравнения (2.9).

Что касается границ применимости (2.22), то предполагается слабое возмущение электронов плазмы статическим зарядом e_i , что означает, конечно, достаточную малость заряда e_i и достаточно большую скорость тепловых электронов (доля тех электронов, которые имеют малые скорости, сравнимые со скоростями электронов на связанных уровнях заряда e_i , должна быть малой). Экранировка производится свободными пролетными электронами.

Экранирующее облако описывается $\delta f_{\mathbf{p}, \mathbf{k}}^{(s)}$ и из (2.13) имеем

$$\delta f_{\mathbf{p}, \mathbf{k}}^{(s)} = \frac{e}{i k^2 T_e} (\mathbf{k} \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(i)}) \Phi_{\mathbf{p}} = - \frac{e e_i \Phi_{\mathbf{p}}}{2\pi^2 T_e (k^2 + 1/r_d^2)}. \quad (2.23)$$

Рассмотрим теперь воздействие поля налетающей частицы на распределение экранирующего заряда. Налетающую частицу заряда e_0 (для электрона $e_0 = -e$) будем считать в общем случае релятивистской. Тогда магнитное и электрическое поля налетающей частицы могут быть одного порядка величины. Однако частицы плазмы будем считать нерелятивистскими. Поэтому в уравнении (2.9) членом с силой Лоренца $[\mathbf{v}\mathbf{H}]/c$ (\mathbf{E} нужно заменить на $\mathbf{E} + [\mathbf{v}\mathbf{H}]/c$) можно пренебречь. Поле налетающей частицы обозначим $\mathbf{E}^{(0)}$. Частицу эту будем считать быстрой и пренебрегать поляризационным зарядом около нее. Она создает поэтому такое же поле, как и в вакууме. Кроме того, будем пренебрегать обычным тормозным излучением, которое возникает из-за того, что при столкновении меняется скорость частицы (она получает торможение или ускорение). Таким образом, в течение всего процесса столкновения скорость можно считать постоянной. Скорость налетающей частицы обозначим \mathbf{v}_0 . Тогда плотность ее заряда зависит от времени:

$$\rho^{(0)} = [e_0 / (2\pi)^3] \int d\mathbf{k} \exp [i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t) + i k r_0],$$

$$\mathbf{r}_{0, \perp} = \rho_0, \quad r_{0, \parallel} = z_0. \quad (2.24)$$

Здесь ρ_0 — вектор расстояния, перпендикулярный скорости, на котором налетающая частица пролетает мимо иона (напомним,

что скорость ее считается постоянной), а z_0 — расстояние налетающей частицы на ее траектории от точки наибольшего сближения с ионом в момент $t=0$. Плотность заряда (2.24) вместе с тем оказывается зависящей от времени и должна создавать переменное во времени поле $\mathbf{E}^{(0)}$, которое, в свою очередь, должно давать переменную во времени поляризацию. Для поля частицы запишем

$$\mathbf{E}^{(0)} = \int \mathbf{E}_k^{(0)} \exp [ik(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t) + ikr_0] dk, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{H}^{(0)} = \int \mathbf{H}_k^{(0)} \exp [ik(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t) + ikr_0] dk.$$

Уравнения Максвелла

$$\operatorname{div} \mathbf{E}^{(0)} = 4\pi\rho^{(0)}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H}^{(0)} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}^{(0)} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}^{(0)}}{\partial t}, \quad (2.26)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}^{(0)} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}^{(0)}}{\partial t}, \quad \mathbf{j}^{(0)} = \mathbf{v}_0 \rho^{(0)}$$

дают

$$[k\mathbf{E}_k^{(0)}] = \frac{(k\mathbf{v}_0)}{c} \mathbf{H}_k^{(0)}, \quad i[k\mathbf{H}_k^{(0)}] = \frac{e_0 \mathbf{v}_0}{2\pi^2 c} - i \frac{(k\mathbf{v}_0)}{c} \mathbf{E}^{(0)}, \quad (2.27)$$

или

$$\mathbf{E}^{(0)} = \frac{e_0 [k - \mathbf{v}_0 (k\mathbf{v}_0)/c^2]}{i2\pi^2 [k^2 - (k\mathbf{v}_0)^2/c^2]}. \quad (2.28)$$

Можно оценить, когда поляризация около налетающей частицы мало существенна. Во-первых, из (2.25) видно, что характерные частоты поля налетающей частицы — это $k\mathbf{v}_0$. При $v \gg v_{Te}$, т. е. если скорость налетающей частицы много больше средней тепловой скорости частиц плазмы, диэлектрическая проницаемость будет не статического типа, а обычная: $\epsilon = 1 - \omega_{pe}^2/\omega^2$. Таким образом, необходимый критерий сводится к $\omega \gg \omega_{pe}$.

Фактически, как будет видно из дальнейшего, $k\mathbf{v}_0 = \omega$ (ниже (см. (2.33), (2.46)) $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} - \mathbf{q}$ и $(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0 = \omega$). Другими словами, единственными критериями будут

$$v_0 \gg v_{Te}, \quad \omega \gg \omega_{pe}. \quad (2.29)$$

Рассмотрим теперь, какая динамическая поляризация возникает из-за воздействия поля налетающей частицы на поляризационную «шубу» заряда e_i . Для этого используем уравнение (2.9):

$$\begin{aligned} \dot{f}_p &= \Phi_p + \delta f_p^{(s)} + \delta f_p^{(din)}, \\ \frac{\partial \delta f_p^{(din)}}{\partial t} + \frac{v \partial \delta f_p^{(din)}}{\partial r} &= e \left(\mathbf{E}^{(0)} \frac{\partial}{\partial p} \delta f_p^{(s)} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= e \int \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(0)} d\mathbf{k} \exp [i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \mathbf{k}\mathbf{v}_0 t) + i\mathbf{k}\mathbf{r}_0] \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{q}}^{(s)} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} d\mathbf{q} = \\
&= e \int \left(\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right) \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{q}}^{(s)} d\mathbf{k} d\mathbf{q} \exp [i\mathbf{k}\mathbf{r} - i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0 t + \\
&\quad + i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_0]. \tag{2.30}
\end{aligned}$$

Здесь сделана замена переменных: $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} - \mathbf{q}$. Правая часть (2.30) описывает заданный возмущающий источник, зависящий от времени.

Поэтому $\delta f_{\mathbf{p}}^{(\text{din})}$ будет также зависеть от времени:

$$\delta f_{\mathbf{p}}^{(\text{din})} = \int \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{k},\omega}^{(\text{din})} \exp [i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)] d\mathbf{k} d\omega. \tag{2.31}$$

Здесь записано разложение $\delta f_{\mathbf{p}}^{(\text{din})}$ по возможным частотам. Каждая частота возбуждается соответственно правой частью (2.30), т. е. можно записать

$$\delta f_{\mathbf{p},\mathbf{k},\omega}^{(\text{din})} = \int \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{k},\mathbf{q}}^{(\text{din})} \delta [\omega - (\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0] \exp [i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_0] d\mathbf{q}. \tag{2.32}$$

Мы записали возмущения в такой форме, чтобы был выделен закон сохранения в элементарном акте излучения:

$$\omega = (\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0. \tag{2.33}$$

Оказывается, это тот же закон сохранения, что и в обычном тормозном излучении для далеких соударений. В этом можно убедиться из следующих (уже квантовых) соотношений. Рассмотрим процесс излучения, когда налетающая частица имеет энергию $\varepsilon_i = \sqrt{p_i^2 c^2 + m_0^2 c^4}$; в конечном состоянии ее энергия $\varepsilon_f = \sqrt{p_f^2 c^2 + m_0^2 c^4}$. Процесс, который рассматривается, — это излучение с передачей ядру импульса $\hbar\mathbf{q}$.

Законы сохранения энергии и импульса имеют вид

$$\varepsilon_f + \hbar\omega = \varepsilon_i, \tag{2.34}$$

$$\mathbf{p}_f + \hbar\mathbf{k} - \hbar\mathbf{q} = \mathbf{p}_i.$$

Отсюда

$$\varepsilon_i = (p_i^2 c^2 + m_0^2 c^4)^{1/2} = [(p_i - \hbar\mathbf{k} + \hbar\mathbf{q})^2 c^2 + m_0^2 c^4]^{1/2} + \hbar\omega. \tag{2.35}$$

Далеким столкновениям соответствуют малые передачи импульса и малость импульса излученного фотона по сравнению с исходным импульсом налетающей частицы:

$$\varepsilon_f \approx \varepsilon_i - \hbar(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0, \quad \mathbf{v}_0 = \mathbf{p}_0/\varepsilon_0 \approx \mathbf{p}_i/\varepsilon_i \approx \mathbf{p}_f/\varepsilon_f. \tag{2.36}$$

При подстановке (2.35) в (2.36) постоянная Планка \hbar сокращается и мы получаем классический результат, совпадающий с (2.33).

Таким образом, еще до проведения конкретных расчетов интенсивности излучения проявляется тесная связь тормозного и поляризационного излучений.

Если подставить (2.32) в (2.31), то можно возмущение поляризационного заряда записать в другой форме:

$$\delta f_p^{(\text{din})} = \int \delta f_{p,k,q}^{(\text{din})} \exp [i\mathbf{k}\mathbf{r} - i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0 t + i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_0] d\mathbf{k} d\mathbf{q}. \quad (2.37)$$

Подставив (2.37) в (2.30) и приравняв коэффициенты при соответствующих экспонентах, получим

$$[i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0 + i(\mathbf{k}\mathbf{v})] \delta f_{p,k,q}^{(\text{din})} = e\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \delta f_{p,q}^{(s)}. \quad (2.38)$$

Как уже отмечалось, скорость заряда \mathbf{v}_0 , по предположению, намного превосходит скорости плазменных электронов (см. (2.29)), следовательно, членом с $(\mathbf{k}\mathbf{v})$ в левой части (2.38) можно пренебречь. Итак,

$$\delta f_{p,k,q}^{(\text{din})} = \frac{e\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)}}{i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \delta f_{p,q}^{(s)}. \quad (2.39)$$

Чтобы записать окончательный результат для возмущения распределения экранирующих электронов налетающей частицей, достаточно в (2.39) подставить уже найденные выражения для $\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)}$ (см. (2.28)) и $\delta f_{p,q}^{(s)}$ (см. (2.23)). Мы этого пока делать не будем, а найдем вначале ток поляризации, создаваемый этим возмущением:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{j} &= -e \int \mathbf{v} \delta f_p^{(\text{din})} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = \\ &= -e \int \mathbf{v} \delta f_{p,k,q}^{(\text{din})} \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{k} d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \exp [i\mathbf{k}\mathbf{r} - i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0 t + i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_0]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Подставив (2.39) в (2.40) и интегрируя по частям по импульсам \mathbf{p} , получим, что $-\partial/\partial \mathbf{p}$ будет действовать на \mathbf{v} и \mathbf{i} (так как частицы плазмы нерелятивистские) даст $-1/m$. Итак,

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{j} &= \frac{ie^2}{m} \int \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)}}{(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0} \delta f_{p,q}^{(s)} \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{k} d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \exp [i\mathbf{k}\mathbf{r} - \\ &\quad - i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0 t + i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_0]. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Если подставить (2.23), то интеграл по импульсам от Φ_p даст полное число электронов n_e , которое удобно выразить через $\omega_{pe}^2 = 4\pi n_e e^2/m$. Учтя $\omega_{pe}/v_{Te} = 1/r_d$, $v_{Te} = \sqrt{T_e/m}$, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \delta \mathbf{j}_i &= -\frac{ee_i}{m(2\pi)^3} \int \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)}}{(q^2 r_d^2 + 1)} \exp [i\mathbf{k}\mathbf{r} - i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0 t + \\ &\quad + i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_0] d\mathbf{k} d\mathbf{q}, \\ \delta \mathbf{j}_i &= \int \delta \mathbf{j}_{i,k,q} \exp [i\mathbf{k}\mathbf{r} - i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0 t + i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_0] d\mathbf{k} d\mathbf{q}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

где

$$\delta j_{k,q} = + \frac{ee_i}{(2\pi)^3 m (q^2 r_d^2 + 1)} \frac{E_{k-q}^{(0)}}{i(k-q) v_0}.$$

Этого результата уже достаточно для того, чтобы использовать метод Ландау и формулу (2.1). Для этого нужно найти поле излучения по току (2.42), используя уравнения Максвелла

$$\Delta E - \text{grad div } E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \delta j. \quad (2.43)$$

Очевидно, что поле E нужно представить в виде такого же разложения, что и возмущение тока δj (2.42), генерирующего это поле:

$$E = \int E_{k,q} dk dq \exp [ikr - i(k-q)v_0 t + i(k-q)r_0], \quad (2.44)$$

$$k^2 E_{k,q} - k(kE_{k,q}) - \frac{[(k-q)v_0]^2}{c^2} E_{k,q} = \frac{4\pi i}{c^2} (k-q)v_0 \delta j_{k,q}. \quad (2.45)$$

Отсюда

$$E_{k,q} = \frac{4\pi ee_i [E_{k-q}^{(0)} - k(kE_{k-q}^{(0)})/k^2]}{mc^3 (2\pi)^3 [k^2 - ((k-q)v_0)^2/c^2] (1 + q^2 r_d^2)}. \quad (2.46)$$

Решается уравнение (2.45) очень просто (так же, как и (2.27)): (2.45) умножается на k , находится скалярное произведение $(kE_{k,q})$, этот член переносится в правую часть и получается (2.46).

Используем теперь формулу (2.1) для подсчета интенсивности излучения, для чего в (2.1) нужно подставить найденные разложения (2.46), (2.44):

$$\begin{aligned} Q_i &= - \int \delta j E dr = - \int \delta j_{k,q} E_{k',q'} \exp [i(k+k')r - i(k-q + \\ &+ k' - q')v_0 t + i(k-q+k'-q')r_0] dr dk dk' dq dq' = \\ &= - (2\pi)^3 \int \delta j_{k,q} E_{-k,-q} \exp [i(q+q)(v_0 t - r_0)] dk dq dq'. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Здесь использовано

$$\int \exp [i(k+k')r] dr = (2\pi)^3 \delta(k+k').$$

Так же как и в элементарной теории обычного тормозного излучения (см. (2.7)), рассмотрим ситуацию, когда ионы расположены хаотически в среднем равномерно с плотностью n_i . Тогда величина r_0 — это координата иона, отсчитываемая от положения налетающей частицы в момент $t=0$.

Полная интенсивность излучения, создаваемая всеми ионами, будет

$$Q = \int Q_i n_i dr_0 = - (2\pi)^6 n_i \int \delta j_{k,q} E_{-k,-q} dk dq. \quad (2.48)$$

Подставив (2.42), (2.46), получим

$$Q = \frac{4\pi e^2 e_i^2 n_i}{m^2 c^2} \int \frac{dk dq |[\mathbf{k} \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)}]|^2}{i(\mathbf{k}-\mathbf{q}) \mathbf{v}_0 (1 + q^2 r_d^2) [k^2 - ((\mathbf{k}-\mathbf{q}) \mathbf{v}_0)^2 / c^2]} \quad (2.49)$$

В силу нечетности всех величин подынтегрального выражения (2.49) при замене $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$, $\mathbf{q} \rightarrow -\mathbf{q}$ остается только мнимая часть

$$\text{Im} \frac{1}{k^2 - ((\mathbf{k}-\mathbf{q}) \mathbf{v}_0)^2 / c^2} = \pi \frac{(\mathbf{k}-\mathbf{q}) \mathbf{v}_0}{|(\mathbf{k}-\mathbf{q}) \mathbf{v}_0|} \delta \left[k^2 - \frac{((\mathbf{k}-\mathbf{q}) \mathbf{v}_0)^2}{c^2} \right],$$

что дает окончательно

$$Q = \frac{4\pi^2 e^2 e_i^2 n_i}{m^2 c^3} \int \frac{dk dq |[\mathbf{k} \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)}]|^2}{k^3 (1 + q^2 r_d^2)^2} \delta \left[k^2 - \frac{((\mathbf{k}-\mathbf{q}) \mathbf{v}_0)^2}{c^2} \right], \quad (2.50)$$

где $\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)}$ — поле налетающей частицы, задаваемое (2.28), которое можно преобразовать, учтя, что $(\mathbf{k}-\mathbf{q}) \mathbf{v}_0 = k c$ в силу δ -функции в (2.50):

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)} = -\frac{e_0}{i 2\pi^2} \frac{\mathbf{q} + \mathbf{v}_0 k / c}{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 - k^2}. \quad (2.51)$$

Здесь отброшен член, пропорциональный \mathbf{k} , так как он не войдет в векторное произведение, фигурирующее в (2.50).

Итак [1,5-7]:

$$Q = \frac{e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{\pi^2 m^2 c^3} \int \frac{dk dq |[\mathbf{k} \mathbf{q}] + k |[\mathbf{k} \mathbf{v}_0] / c|^2}{k^3 (1 + q^2 r_d^2)^2 [(k-\mathbf{q})^2 - k^2]^2} \delta [k^2 - ((\mathbf{k}-\mathbf{q}) \mathbf{v}_0)^2 / c^2]. \quad (2.52)$$

2.3. Излучение нерелятивистских налетающих частиц

Рассмотрим нерелятивистские налетающие частицы [7]

$$v_0 \ll c. \quad (2.53)$$

Тогда $(\mathbf{k} \mathbf{v}_0) \ll k c$ и в силу принятого $\omega \gg \omega_{pe}$ ($\varepsilon(\omega) \simeq 1$) имеем

$$|\omega| = k c = |(\mathbf{q} \mathbf{v}_0)|.$$

Это означает, что проекция передаваемого импульса на скорость частицы $(\mathbf{q} \mathbf{v}_0) / v_0 = q_{\parallel} = k c / v_0$, т. е. $q \gg q_{\parallel} \gg k$ (проекция вектора меньше или равна его длине $q_{\parallel} \leq q$). По-другому это неравенство можно записать так:

$$\lambda = 2\pi / k \gg 2\pi / q \approx d, \quad (2.54)$$

где d — размер неоднородности распределения зарядов поляризации около иона (вообще говоря, d должно быть порядка r_d). Условие (2.54) в этом смысле соответствует дипольному приближению. В этом случае в первом приближении по параметру

(2.54), а следовательно, и (2.53), учитывая $k/q \sim v_0/c$, имеем

$$Q \approx \frac{e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{\pi^2 m^2 c^3} \int \frac{dk dq [kq]^2}{k^3 q^4 (1 + q^2 r_d^2)^2} \delta \left(k^2 - \frac{(qv_0)^2}{c^2} \right). \quad (2.55)$$

Заметим, что это соответствует пренебрежению членами v_0^2/c^2 в поле налетающей частицы (2.28), т. е. использованию для него выражения

$$E_q^{(0)} = e_0 q / i 2\pi^2 q^2,$$

соответствующего чисто электростатическому полю заряда e_0 в вакууме (пренебречь экранировкой можно при $v_0 \gg v_{Te}$).

Обозначим компоненту вектора, перпендикулярную скорости налетающей частицы, через q_{\perp} , а параллельную — через q_{\parallel} и введем телесный угол $d\Omega_k$ излучения волн $dk = d\Omega_k k^2 dk$ ($\omega \simeq kc$), тогда

$$Q = \frac{e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{\pi^2 m^2 c^3 v_0} \int d\Omega_k \int_0^{\infty} d\omega \int dq_{\perp} \frac{\{[nq_{\perp}]^2 + [nv_0]^2 \omega^2 / v_0^4\}}{\left(q_{\perp}^2 + \frac{\omega^2}{v_0^2}\right)^2 \left[1 + r_d^2 \left(q_{\perp}^2 + \frac{\omega^2}{v_0^2}\right)\right]^2}. \quad (2.56)$$

Здесь q представлено в виде двух компонент:

$$q = q_{\perp} + v_0 (qv_0) / v_0^2 = q_{\perp} + \omega v_0 / v_0^2,$$

а $n = k/k$ — это единичный вектор в направлении излученной волны.

Первый член в фигурных скобках (2.56) соответствует как бы диполю, колеблющемуся перпендикулярно направлению скорости налетающей частицы, а второй — диполю, колеблющемуся по скорости частицы. В действительности диполь колеблется под углом; перекрестный член вылетает при учете того, что имеется симметрия в передаваемых импульсах в плоскости, перпендикулярной скорости налетающей частицы. Удобно передаваемый импульс рассматривать в единицах ω/v_0 , вводя

$$\xi = q_{\perp}^2 v_0^2 / \omega^2. \quad (2.57)$$

Результат (2.56) можно тогда представить в виде

$$Q = \frac{2e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{m^2 c^3 v_0} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} \frac{d\xi [\xi (1 - 1/2 \sin^2 \theta) + \sin^2 \theta]}{(\xi + 1)^2 [(\xi + 1) \omega^2 r_d^2 / v_0^2 + 1]^2}, \quad (2.58)$$

$$d\Omega_k = 2\pi \sin \theta d\theta, \quad [nq_{\perp}]^2 = q_{\perp}^2 (1 - 1/2 \sin^2 \theta).$$

После интегрирования по ξ получим угловое и частотное распределения излучения.

Приведенное выражение (2.58) явно показывает, что результат в данном случае зависит только от одного параметра: $\omega^2 r_d^2 / v_0^2 = \omega^2 v_{Te}^2 / \omega_{pe}^2 v_0^2$.

Рассмотрим случай

$$\omega_{pe} \ll \omega \ll \omega_{pe} v_0 / v_{Te}. \quad (2.59)$$

Тогда во втором члене (пропорциональном $\sin^2 \theta$) в (2.58) можно в знаменателе опустить $\omega^2 r_d^2 / v_0^2$ по сравнению с единицей, а в первом — это можно сделать только при $\xi \ll \xi_*$; $1 \ll \xi_* \ll v_0^2 r_d^2 / \omega^2$:

$$\int_0^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi+1)^2} = 1, \quad \int_0^{\xi_*} \frac{\xi d\xi}{(\xi+1)^2} \approx \ln \xi_* - 1. \quad (2.60)$$

В интеграле же от ξ_* до бесконечности можно использовать то, что

$$\int_{\xi_*}^{\infty} \frac{d\xi}{\xi (\xi \omega^2 r_d^2 / v_0^2 + 1)^2} = \int_{\xi_* \omega^2 r_d^2 / v_0^2}^{\infty} \frac{d\xi}{\xi (\xi+1)^2} = -\ln \frac{\omega^2 r_d^2}{v_0^2} \xi_* - 1. \quad (2.61)$$

Итак:

$$Q = \frac{2e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{m^2 c^3 v_0} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^{\infty} d\omega \left\{ (2 - \sin^2 \theta) \left(\ln \frac{v_0 \omega_{pe}}{v_{Te} \omega} - 1 \right) + \sin^2 \theta \right\}. \quad (2.62)$$

Интегрирование по углам дает частотный спектр

$$Q = \int_0^{\infty} Q_{\omega} d\omega. \quad (2.63)$$

При $\omega \ll \omega_{pe} v_0 / v_{Te}$

$$Q_{\omega} = \frac{16e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{3m^2 c^3 v_0} \left(\ln \frac{v_0 \omega_{pe}}{v_{Te} \omega} - \frac{1}{2} \right). \quad (2.64)$$

Как уже говорилось, поляризационное тормозное излучение содержит квадрат заряда налетающей частицы e_0 и квадрат заряда поляризующейся частицы e (а не e_0^4 , как для обычного тормозного излучения), а также содержит массу m поляризующейся частицы, а не массу m_0 налетающей.

В условиях $\omega \gg \omega_{pe} v_0 / v_{Te}$ из (2.58) получим

$$Q = \frac{e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{6m^2 c^3 v_0} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{d\omega v_0^4}{\omega^2 r_d^4} (2 + 3 \sin^2 \theta). \quad (2.65)$$

Интегрирование по углам дает

$$Q_{\omega} = \frac{4e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{3m^2 c^3 v_0} \left(\frac{v_0 \omega_{pe}}{\omega v_{Te}} \right)^4. \quad (2.66)$$

Таким образом, плоский спектр продолжается до $\omega \approx \omega_{pe} v_0 / v_{Te}$, а далее падает с частотой как $1/\omega^4$.

Общий интеграл по частотам сходится, и поэтому роль квантовых эффектов должна быть весьма малой. Интеграл по ω можно сразу в (2.58) взять, если интересоваться не спектральной плотностью излучения, а полной излученной мощностью:

$$Q = \frac{e^2 e_i^2 e_0^2 n_i \omega_{pe} \pi}{2 m^2 c^3 v_{Te}} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^\infty \frac{d\xi}{(\xi+1)^{5/2}} \left[\xi \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) + \sin^2 \theta \right] =$$

$$= \frac{2 e^2 e_i^2 e_0^2 n_i \omega_{pe} \pi}{3 m^2 c^3 v_{Te}} \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{4 e^2 e_i^2 e_0^2 n_i \omega_{pe} \pi}{3 m^2 c^3 v_{Te}}. \quad (2.67)$$

2.4. Излучение ультрарелятивистских налетающих частиц

Поскольку излучают нерелятивистские электроны поляризации, ожидать, что в случае ультрарелятивистской частицы

$$v_0 \rightarrow c, \quad \epsilon_0 = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \gg m_0 c^2 \quad (2.68)$$

возникающее излучение будет достаточно резко направленным, не приходится.

Для ультрарелятивистских частиц удобно вместо импульса, передаваемого от ядра к налетающей частице \mathbf{q} , ввести \mathbf{q}' — полный импульс, теряемый налетающей частицей ($\mathbf{q}' = \mathbf{q} - \mathbf{k}$), и интегрировать по \mathbf{q}' вместо \mathbf{q} . Обозначим $(\mathbf{q}' \mathbf{v}_0) v_0$ через q'_{\parallel} , а $\mathbf{q}' - q'_{\parallel} \mathbf{v}_0$ через \mathbf{q}'_{\perp} . Тогда

$$q'_{\parallel} v_0 = -\omega = -kc,$$

$$(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 - k^2 = q'^2 - k^2 = (q'_{\perp})^2 + \omega^2/v_0^2 -$$

$$- \omega^2/c^2 = (q'_{\perp})^2 + (\omega^2/c^2) (m_0 c^2/\epsilon_0)^2, \quad (2.69)$$

$$[\mathbf{k} \mathbf{v}_0] k/c + [\mathbf{k} \mathbf{q}] = [\mathbf{k} \mathbf{v}_0] (k/c) (1 - c^2/v_0^2) + [\mathbf{k} \mathbf{q}'_{\perp}] \approx [\mathbf{k} \mathbf{q}'_{\perp}]. \quad (2.70)$$

Последнее равенство есть следствие (2.68).

Далее:

$$1 + q^2 r_d^2 = 1 + (q' - \mathbf{k})^2 r_d^2. \quad (2.71)$$

В условиях, когда

$$r_d \omega/c \ll 1, \quad (2.72)$$

в (2.71) мал как член с $k^2 r_d^2$; так и с $(q'_{\parallel})^2 r_d^2$. Исключительный случай, когда выражение (2.71) отлично от единицы, — это случай больших q'_{\perp} , т. е.

$$1 + q^2 r_d^2 \approx 1 + (q'_{\perp})^2 r_d^2. \quad (2.73)$$

Итак, из (2.52) при сделанных упрощениях получим

$$Q = \frac{e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{\pi^2 m^2 c^3 v_0} \int \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{q}'_{\perp}}{k^4} \frac{[\mathbf{k} \mathbf{q}'_{\perp}]^2}{[(q'_{\perp})^2 + (\omega^2/c^2) (m_0 c^2/\epsilon_0)^2]^2 (1 + (q'_{\perp})^2 r_d^2)^2}. \quad (2.74)$$

Интегрируя по углам вектора q_{\perp}' , получим

$$Q = \frac{8e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{3m^2 c^3 v_0} \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} \frac{dq_{\perp}'^2 q_{\perp}'^2}{[q_{\perp}'^2 + (\omega^2/c^2) (m_0 c^2/\varepsilon_0)^2]^2 (1 + q_{\perp}'^2 r_d^2)^2}. \quad (2.75)$$

Этот интеграл вычисляем тем же приемом, что и в нерелятивистском случае. Получаем

$$Q_{\omega} = \frac{16e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{3m^2 c^4} \left(\ln \frac{\omega_{pe} c \varepsilon_0}{\omega v_T m_0 c^2} - 1 \right). \quad (2.76)$$

Угловое распределение излучения соответствует диполю, ориентированному перпендикулярно скорости налетающей частицы (т. е. по q_{\perp}'). Если же ввести угол θ между скоростью налетающей частицы и волновым вектором излучаемой волны, то

$$|kq_{\perp}'| = k^2 q_{\perp}'^2 (1 - 1/2 \sin^2 \theta) \quad (2.77)$$

и возникает угловая зависимость того же типа, что в нерелятивистской формуле (2.58) (член с $\sin^2 \theta$ имеет в ультрарелятивистском пределе малый множитель порядка $(m_0 c^2/\varepsilon_0)^2$).

Для ультрарелятивистских частиц появляется область частот, существование которой невозможно для нерелятивистских частиц, а именно

$$\frac{c}{r_d} \ll \omega \ll \frac{c}{r_d} \left(\frac{\varepsilon_0}{m_0 c^2} \right)^2. \quad (2.78)$$

В этом случае интенсивность падает как $1/\omega^2$:

$$Q_{\omega} = \frac{2e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{m^2 c^4} \left(\frac{c}{\omega r_d} \right)^2 \left(\ln \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2} m_0 c^2} - \frac{1}{2} \right), \quad (2.79)$$

и, наконец, при

$$\omega \gg \frac{c}{r_d} \left(\frac{\varepsilon_0}{m_0 c^2} \right)^2 \quad (2.80)$$

получается зависимость, пропорциональная $1/\omega^4$:

$$Q_{\omega} = \frac{2e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{3m^2 c^4} \left(\frac{c}{\omega r_d} \right)^2 \left[\frac{c}{\omega r_d} \left(\frac{\varepsilon_0}{m_0 c^2} \right)^2 \right]^2. \quad (2.81)$$

Естественно, что полная интенсивность (интеграл по частотам) сходится (в отличие от обычного тормозного излучения) и квантовый расчет не требуется. Можно найти и полную интенсивность, в общем случае исходя из выражения (2.48). Вводя

q_{\perp}' и q_{\parallel}' , получим

$$Q = \frac{e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{m^2 c^3 v_0 \pi^2} \int_0^{\infty} d\omega \int d\Omega_{\mathbf{k}} \int_0^{\infty} q'_{\perp} dq'_{\perp} \frac{1}{[q'_{\perp}{}^2 + (\omega^2/v_0^2) (m_0 c^2/\epsilon_0)^2]^2} \times$$

$$\times \frac{\{[nq'_{\perp}] + (\omega/v_0^2) [nv_0] (m_0 c^2/\epsilon_0)^2\} d\varphi}{\{r_d^2 [q'_{\perp}{}^2 + (\omega^2/v_0^2) (1 - (v_0/c) \cos \theta)^2 + (\omega^2/c^2) \sin^2 \theta - 2(\omega/c) q'_{\perp} \sin \theta \cos \varphi] + 1\}^2} \quad (2.82)$$

Вводим

$$\lambda = -q'_{\perp} v_0/\omega; \quad (2.83)$$

Тогда

$$Q = \frac{e^2 e_0^2 e_i^2 n_i}{\pi^2 m^2 c^3 v_0} \int_0^{\infty} d\omega \int d\Omega_{\mathbf{k}} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \lambda d\lambda \left\{ [n\lambda] + \left(\frac{m_0 c^2}{\epsilon_0} \right)^2 [nv_0]/v_0 \right\}^2 \times$$

$$\times \left[\lambda^2 + \left(\frac{m_0 c^2}{\epsilon_0} \right)^2 \right]^{-2} \left\{ r_d^2 \frac{\omega^2}{v_0^2} \left[\lambda^2 + \left(1 - \frac{v_0}{c} \cos \theta \right)^2 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{v_0^2}{c^2} \sin^2 \theta - \frac{2v_0}{c} \lambda \sin \theta \cos \varphi \right] + 1 \right\}^{-2} \quad (2.84)$$

Интеграл по ω можно вычислить:

$$Q = \frac{e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{2m^2 c^3 r_d} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \frac{\lambda d\lambda \{ [n\lambda] + [nv_0] m_0^2 c^4 / v_0 \epsilon_0^2 \}^2}{[\lambda^2 + (m_0 c^2)^2 / \epsilon_0^2]^2} \times$$

$$\times \left[\lambda^2 - 2 \frac{v_0}{c} \lambda \sin \theta \cos \varphi + \left(1 - \frac{v_0}{c} \cos \theta \right)^2 + \frac{v_0^2}{c^2} \sin^2 \theta \right]^{-1/2} \quad (2.85)$$

Последний интеграл является исключительно функцией v_0/c . Результат интегрирования имеет вид

$$Q = \frac{4\pi e^2 e_0^2 e_i^2 n_i}{3m^2 c^3 r_d} \begin{cases} 1, & v_0 \ll c, \\ \frac{8}{5} \ln \frac{\epsilon_0}{m_0 c^2}, & v \rightarrow c, \epsilon_0 \gg m_0 c^2. \end{cases} \quad (2.86)$$

Из проведенного анализа видно, что интегральная интенсивность существенно зависит от дебаевского радиуса (радиуса экранирования), тогда как спектральная интенсивность в области ее максимального значения — только логарифмически (см. (2.64), (2.76)). Поэтому с логарифмической точностью можно в спектральной интенсивности пренебречь $k^2 r_d^2$ по сравнению с единицей. Это значит, что в (2.84) множитель в фигурных скобках можно положить равным единице, интегрируя по λ до $\lambda_{\max} \approx$

$\approx \xi v_0 / \omega r_d$ (см. (2.83)). Имеем

$$Q_\omega = \frac{8e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{3m^2 c^3 v_0} \int_0^{\lambda_{\max}^3} d\lambda^2 \frac{\lambda^2 + (m_0 c^2 / \epsilon_0)^4}{[\lambda^2 + (m_0 c^2 / \epsilon_0)^2]^2} =$$

$$= \frac{16e^2 e_i^2 e_0^2 n_i}{3m^2 c^3 v_0} \left(\ln \xi \frac{v_0 \epsilon_0}{\omega r_d m_0 c^2} - \frac{v_0^2}{c^2} \right). \quad (2.87)$$

В нерелятивистском пределе ($v_0 \ll c$) получим (2.64) с $\xi = 1/\sqrt{\epsilon} = 0,7$, а в ультрарелятивистском — (2.76) с $\xi = 1$.

2.5. Резонансное поляризационное тормозное излучение и роль эффекта плотности

Эффектом плотности называют зависимость спектральной плотности излучения от плотности электронов, происходящую от учета показателя преломления излучаемых электромагнитных волн. Электронная плотность входит также в дебаевскую экранировку $r_d = \omega_{pe} / v_{Te}$, и в силу квазинейтральности плазмы n_i и n_e связаны между собой. Однако эта связь не непосредственная (так как интерес может представлять тормозное излучение на небольшом числе примесных ионов с большим Z); условие же квазинейтральности имеет вид $n_e = \sum_i n_i Z_i$.

Отличие показателя преломления от единицы может сказать-ся либо при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$, либо для ультрарелятивистских частиц.

Действительно, в плазме для электромагнитных волн

$$\epsilon(\omega) = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2; \quad k^2 c^2 = \omega^2 \epsilon(\omega) = \omega^2 - \omega_{pe}^2 \quad (2.88)$$

и при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$, $\epsilon(\omega) \rightarrow 0$, $k \rightarrow 0$ интенсивность излучения должна обращаться в нуль. С другой стороны, для релятивистских частиц даже при $\omega \gg \omega_{pe}$ величина $(\omega_{pe} / \omega)^2$ может быть того же порядка, что и $(m_0 c^2 / \epsilon_0)^2$, и это отразится на мощности излучения.

Обобщение общей формулы (2.52) на случай $\epsilon(\omega) \neq 1$ довольно простое, поэтому мы приведем результат. Предварительно, однако, удобно переписать (2.52) в виде

$$Q = \frac{e^2 e_0^2 e_i^2 n_i}{\pi^2 m^2 c^4} \int \frac{dk dq ([k v_0] + c [k q] / k)^2}{k^2 (1 + q^2 r_d^2)^2 ((k - q)^2 - k^2)^2} \delta(kc - (k - q) v_0). \quad (2.89)$$

Обобщение (2.89) сводится к следующему выражению:

$$Q = \frac{e^2 e_0^2 e_i^2 n_i}{\pi^2 m^2 c^4} \int \frac{dk dq ([k v_0] + [k q] \sqrt{k^2 c^2 + \omega_{pe}^2 / k^2})^2}{k^2 (1 + q^2 r_d^2)^2 ((k - q)^2 - k^2)^2} \times$$

$$\times \delta(\sqrt{k^2 c^2 + \omega_{pe}^2} - (k - q) v_0). \quad (2.90)$$

Для частот $\omega \rightarrow \omega_{pe}$, $k \rightarrow 0$ второй член в числителе (2.90) доминирует и получаем

$$Q \approx \frac{e^2 c_0^2 e_i^2 n_i}{\pi^2 m^2 c^4} \int \frac{dk dq \omega_{pe}^2 [kq]^2}{k^6 q^4 (1 + q^2 r_d^2)^2} \delta(\omega_{pe} + qv_0). \quad (2.91)$$

Будем интересоваться интегральным (по углам) излучением. Тогда

$$\int d\Omega_k \frac{[kq]^2}{k^2} = \frac{8\pi}{3} q^2, \quad (2.92)$$

т. е.

$$Q = \frac{8e^2 c_0^2 e_i^2 n_i \omega_{pe}^2}{3m^2 c^3 v_0} \int \frac{dk}{k^2 c} \int_0^\infty \frac{dq_\perp^2}{(q_\perp^2 + \omega_{pe}^2/v_0^2) [1 + r_d^2 (q_\perp^2 + \omega_{pe}^2/v_0^2)]^2}, \quad (2.93)$$

где $q_\perp = q - v_0(qv_0)/v_0^2$.

Так как $c^2 k dk = \omega d\omega \approx \omega_{pe} d\omega$, то

$$\frac{dk}{k^2 c} = \frac{\omega_{pe} d\omega}{k^2 c^3} = \frac{\omega_{pe} d\omega}{(\omega^2 - \omega_{pe}^2)^{3/2}}. \quad (2.94)$$

При $v_0 \gg v_{Te}$ имеем $\omega_{pe}^2 r_d^2/v_0^2 = v_{Te}^2/v_0^2 \ll 1$.

Интеграл по q_\perp^2 берется точно, но здесь мы его вычислим приближенно, вводя q_* :

$$\omega_{pe}^2/v_0^2 \ll q_*^2 \ll 1/r_d^2, \quad (2.95)$$

тогда в области $q_\perp^2 \ll q_*^2$ имеем приближенно интеграл

$$\int_0^{q_*^2} \frac{dq_\perp^2}{q_\perp^2 + \omega_{pe}^2/v_0^2} = \ln \frac{q_*^2 v_0^2}{\omega_{pe}^2}, \quad (2.96)$$

а при $q_\perp^2 \gg q_*^2$

$$\int_{q_*^2}^\infty \frac{dq_\perp^2}{q_\perp^2 (1 + q_\perp^2 r_d^2)^2} = \ln \frac{1}{q_*^2 r_d^2} - 1. \quad (2.97)$$

Итак, учтя (2.94), (2.96), (2.97), получим

$$Q_\omega = \frac{16e^2 c_0^2 e_i^2 n_i}{3m^2 c^3 v_0} \frac{\omega_{pe}^3}{(\omega^2 - \omega_{pe}^2)^{3/2}} \left(\ln \frac{v_0}{\omega_{pe} r_d} - \frac{1}{2} \right). \quad (2.98)$$

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что мощность излучения стремится к бесконечности при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$. Это имеет наглядное объяснение в том, что частота ω_{pe} является резонансной частотой, экранирующей «шубы». Таким образом, здесь проявляется эффект, типичный для поляризационного излучения, а именно возможность появления резонансного поляризационного тормозного излучения.

Сравнение с формулами для обычного тормозного излучения показывает, что поляризационное (переходное) тормозное излучение становится преобладающим при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$. Здесь следует, правда, сделать одну оговорку, касающуюся применимости (2.98). Дело в том, что выше, при получении (2.98), было использовано условие

$$v_0 \gg v_{Te}. \quad (2.99)$$

Таким образом, доминирующим поляризационное излучение является для достаточно быстрых частиц. Однако даже для них мощность излучения не может обращаться в бесконечность при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$.

Анализ, на котором мы здесь подробно останавливаться не будем (его можно провести в той же схеме расчетов, которая была использована выше), показывает, что возникает еще один критерий, который указывает на то, что формула (2.98) не применима вблизи резонанса $\omega = \omega_{pe}$, а именно:

$$|\omega - \omega_{pe}|/\omega_{pe} \gg v_{Te}^2/v_0^2. \quad (2.100)$$

Неравенство (2.99) как раз и указывает на то, что правая часть (2.100) мала, т. е. резонанс ярко выражен.

При выполнении неравенства, обратного (2.100), т. е.

$$|\omega - \omega_{pe}|/\omega_{pe} \ll v_{Te}^2/v_0^2, \quad (2.101)$$

расчет дает [1, 7]

$$Q_\omega = \frac{2e^2 e_0^2 e_i^2 n_i}{m^2 c^3 v_0} \left(\frac{v_0}{v_{Te}} \right)^4 \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_{pe}^2}}{\omega_{pe}}. \quad (2.102)$$

Эта формула показывает, что спектральная интенсивность поляризационного тормозного излучения обращается в нуль при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$. Однако резонанс ярко выражен, и максимального значения спектральная интенсивность излучения достигает при

$$\omega - \omega_{pe} \approx \omega_{pe} v_{Te}^2/v_0^2, \quad (2.103)$$

когда обе формулы (2.98) и (2.102) дают оценочные величины одинакового порядка (значение логарифма в (2.98) считаем числом порядка единицы);

$$(Q_\omega)_{\max} \approx \xi e^2 e_0^2 e_i^2 n_i v_0^2 / m^2 c^3 v_{Te}, \quad (2.104)$$

где ξ порядка единицы.

Эта величина в $(v_0/v_{Te})^3$ раз больше спектральной плотности обычного тормозного излучения.

Стоит сказать, что для тепловых частиц $v_0 \sim v_{Te}$ и из (2.104) следует, что особого превышения поляризационного излучения над обычным тормозным излучением здесь нет. Именно поэтому, возможно, такой «яркий» эффект был пропущен и на него не обращалось внимание до последнего времени. Интерес к это-

Для частот $\omega \rightarrow \omega_{pe}$, $k \rightarrow 0$ второй член в числителе (2.90) доминирует и получаем

$$Q \approx \frac{e^2 e_0^2 e_i^2 n_i}{\pi^2 m^2 c^4} \int \frac{dk d\mathbf{q} \omega_{pe}^2 [\mathbf{kq}]^2}{k^2 q^4 (1 + q^2 r_d^2)^2} \delta(\omega_{pe} + \mathbf{q}\mathbf{v}_0). \quad (2.91)$$

Будем интересоваться интегральным (по углам) излучением. Тогда

$$\int d\Omega_{\mathbf{k}} \frac{[\mathbf{kq}]^2}{k^2} = \frac{8\pi}{3} q^2, \quad (2.92)$$

т. е.

$$Q = \frac{8e^2 e_0^2 e_i^2 n_i \omega_{pe}^2}{3m^2 c^3 v_0} \int \frac{dk}{k^2 c} \int_0^\infty \frac{dq_\perp^2}{(q_\perp^2 + \omega_{pe}^2/v_0^2) [1 + r_d^2 (q_\perp^2 + \omega_{pe}^2/v_0^2)]^2}, \quad (2.93)$$

где $q_\perp = \mathbf{q} - \mathbf{v}_0(\mathbf{q}\mathbf{v}_0)/v_0^2$.

Так как $c^2 k dk = \omega d\omega \approx \omega_{pe} d\omega$, то

$$\frac{dk}{k^2 c} = \frac{\omega_{pe} d\omega}{k^2 c^3} = \frac{\omega_{pe} d\omega}{(\omega^2 - \omega_{pe}^2)^{3/2}}. \quad (2.94)$$

При $v_0 \gg v_{Te}$ имеем $\omega_{pe}^2 r_d^2/v_0^2 = v_{Te}^2/v_0^2 \ll 1$.

Интеграл по q_\perp^2 берется точно, но здесь мы его вычислим приближенно, вводя q_* :

$$\omega_{pe}^2/v_0^2 \ll q_*^2 \ll 1/r_d^2, \quad (2.95)$$

тогда в области $q_\perp^2 \ll q_*^2$ имеем приближенно интеграл

$$\int_0^{q_*^2} \frac{dq_\perp^2}{q_\perp^2 + \omega_{pe}^2/v_0^2} = \ln \frac{q_*^2 v_0^2}{\omega_{pe}^2}, \quad (2.96)$$

а при $q_\perp^2 \gg q_*^2$

$$\int_{q_*^2}^\infty \frac{dq_\perp^2}{q_\perp^2 (1 + q_\perp^2 r_d^2)^2} = \ln \frac{1}{q_*^2 r_d^2} - 1. \quad (2.97)$$

Итак, учтя (2.94), (2.96), (2.97), получим

$$Q_\omega = \frac{16e^2 e_0^2 e_i^2 n_i}{3m^2 c^3 v_0} \frac{\omega_{pe}^3}{(\omega^2 - \omega_{pe}^2)^{3/2}} \left(\ln \frac{v_0}{\omega_{pe} r_d} - \frac{1}{2} \right). \quad (2.98)$$

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что мощность излучения стремится к бесконечности при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$. Это имеет наглядное объяснение в том, что частота ω_{pe} является резонансной частотой, экранирующей «шубы». Таким образом, здесь проявляется эффект, типичный для поляризационного излучения, а именно возможность появления резонансного поляризационного тормозного излучения.

Сравнение с формулами для обычного тормозного излучения показывает, что поляризационное (переходное) тормозное излучение становится преобладающим при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$. Здесь следует, правда, сделать одну оговорку, касающуюся применимости (2.98). Дело в том, что выше, при получении (2.98), было использовано условие

$$v_0 \gg v_{Te}. \quad (2.99)$$

Таким образом, доминирующим поляризационное излучение является для достаточно быстрых частиц. Однако даже для них мощность излучения не может обращаться в бесконечность при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$.

Анализ, на котором мы здесь подробно останавливаться не будем (его можно провести в той же схеме расчетов, которая была использована выше), показывает, что возникает еще один критерий, который указывает на то, что формула (2.98) не применима вблизи резонанса $\omega = \omega_{pe}$, а именно:

$$|\omega - \omega_{pe}|/\omega_{pe} \gg v_{Te}^2/v_0^2. \quad (2.100)$$

Неравенство (2.99) как раз и указывает на то, что правая часть (2.100) мала, т. е. резонанс ярко выражен.

При выполнении неравенства, обратного (2.100), т. е.

$$|\omega - \omega_{pe}|/\omega_{pe} \ll v_{Te}^2/v_0^2, \quad (2.101)$$

расчет дает [1, 7]

$$Q_\omega = \frac{2e^2 e_0^2 e_i^2 n_i}{m^2 c^3 v_0} \left(\frac{v_0}{v_{Te}} \right)^4 \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_{pe}^2}}{\omega_{pe}}. \quad (2.102)$$

Эта формула показывает, что спектральная интенсивность поляризационного тормозного излучения обращается в нуль при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$. Однако резонанс ярко выражен, и максимального значения спектральная интенсивность излучения достигает при

$$\omega - \omega_{pe} \approx \omega_{pe} v_{Te}^2/v_0^2, \quad (2.103)$$

когда обе формулы (2.98) и (2.102) дают оценочные величины одинакового порядка (значение логарифма в (2.98) считаем числом порядка единицы):

$$(Q_\omega)_{\max} \approx \xi e^2 e_0^2 e_i^2 n_i v_0^2 / m^2 c^3 v_{Te}, \quad (2.104)$$

где ξ порядка единицы.

Эта величина в $(v_0/v_{Te})^3$ раз больше спектральной плотности обычного тормозного излучения.

Стоит сказать, что для тепловых частиц $v_0 \sim v_{Te}$ и из (2.104) следует, что особого превышения поляризационного излучения над обычным тормозным излучением здесь нет. Именно поэтому, возможно, такой «яркий» эффект был пропущен и на него не обращалось внимание до последнего времени. Интерес к это-

му эффекту сейчас несомненен, так как, как правило, в плазме наблюдаются как раз нетепловые распределения с очень вытянутыми в область больших энергий «хвостами». Число таких быстрых частиц довольно велико (от процентов и более). Спектральная мощность обычного тормозного излучения пропорциональна $1/v_0$, т. е. для тепловых частиц $1/v_{Te} \sim 1/\sqrt{T_e}$. Если быстрые «хвостовые» частицы можно характеризовать температурой T_e' , то согласно (2.104) $Q_{\omega, \max} \sim T_e'/T_e^{3/2}$.

Обсудим теперь роль $\varepsilon(\omega) \neq 1$ (отличие показателя преломления излучаемых волн от единицы) для ультрарелятивистских частиц. Оказывается, что такое отличие существенно, если

$$(m_0 c^2 / \varepsilon_0)^2 \lesssim \omega_{pe}^2 / \omega^2. \quad (2.105)$$

Из (2.90) получим вместо формулы (2.76) [1, 6]

$$Q_\omega = \frac{16e^2 e_0^2 n_i}{3m^2 c^4} \left[\ln \frac{c \omega_{pe}}{\omega v_{Te} \sqrt{(m_0 c^2 / \varepsilon_0)^2 + (\omega_{pe} / \omega)^2}} - 1 \right]. \quad (2.106)$$

Таким образом, при выполнении (2.105) получим

$$Q_\omega = \frac{16e^2 e_0^2 n_i}{3m^2 c^4} \left(\ln \frac{c}{v_{Te}} - 1 \right), \quad (2.107)$$

где зависящий от ω логарифм возникает только в области больших частот.

Формула (2.76), однако, имеет ограниченную область применимости, так как имеется еще неравенство (2.72)

$$\omega_{pe} \varepsilon_0 / m_0 c^2 \ll \omega \ll \omega_{pe} c / v_{Te}, \quad (2.108)$$

т. е.

$$\varepsilon_0 / m_0 c^2 \ll c / v_{Te}. \quad (2.109)$$

Если же

$$\varepsilon_0 / m_0 c^2 \gg c / v_{Te}, \quad (2.110)$$

то в области частот $\omega \ll \omega_{pe} c / v_{Te}$ заведомо имеем $\omega \ll \omega_{pe} \varepsilon_0 / m_0 c^2$ и справедливо соотношение (2.107).

Тогда как при $\omega \gg \omega_{pe} c / v_{Te}$ вместо (2.79) получим

$$Q_\omega = \frac{2e^2 e_0^2 n_i}{m^2 c^4} \left(\frac{c}{\omega r_d} \right)^2 \left\{ \ln \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{(m_0 c^2 / \varepsilon_0)^2 + \omega_{pe}^2 / \omega^2}} - \frac{1}{2} \right\}. \quad (2.111)$$

При $\omega_{pe} \varepsilon_0 / m_0 c^2 \gg \omega \gg \omega_{pe} c / v_{Te}$ появляется зависимость подлогарифмического выражения от частоты

$$Q_\omega = \frac{2e^2 e_0^2 n_i}{m^2 c^4} \left(\frac{c}{\omega r_d} \right)^2 \left(\ln \frac{\omega}{\omega_{pe} \sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right) \quad (2.112)$$

и формула (2.79) оказывается справедливой только при $\omega \gg \gg \omega_{pe} \varepsilon_0 / m_0 c^2$. Если же энергии налетающих частиц невелики и

выполнено неравенство (2.109), а не (2.110), то условие $\omega \gg \omega_{pe} c/v_{Te}$ автоматически влечет за собой $\omega \gg \omega_{pe} \epsilon_0/m_0 c^2$ и справедливо (2.79). Наконец, при

$$\omega \gg \omega_{pe} (c/v_{Te}) (\epsilon_0/m_0 c^2)^2 \quad (2.113)$$

автоматически $\omega \gg \omega_{pe} \epsilon_0/m_0 c^2$, т. е. всегда имеет место (2.81), когда спектральная плотность интенсивности излучения Q_ω пропорциональна четвертой степени энергии частиц.

Таким образом, анализ роли эффекта плотности для поляризованного излучения релятивистских частиц показывает, что он влияет только на соответствующее подлогарифмическое выражение.

Совсем иной оказывается роль эффекта плотности в обычном тормозном излучении релятивистских частиц [1, 6]. Во-первых, экранирование оказывается существенным в более широкой области частот. Если для нерелятивистских частиц критерием экранирования (появления под знаком логарифма $1/r_d$ вместо ω/v_0) является $\omega \ll \omega_{pe} v_0/v_{Te}$, то в ультрарелятивистском пределе оно сводится к

$$\omega \ll \omega_{pe} (c/v_{Te}) (\epsilon_0/m_0 c^2)^2 \quad (2.114)$$

и заведомо область частот $\omega \ll \omega_{pe} \epsilon_0/m_0 c^2$, где может сказаться эффект плотности, находится в диапазоне, удовлетворяющем неравенству (2.114). Расчеты весьма просты и могут быть проведены так же, как и при получении (1.2). Обобщение (1.2) на случай, когда нужно учитывать эффект плотности, имеет вид [6, 8, 9]

$$Q_\omega = \frac{16e_0^4 e_i^2 n_i}{3m_0^2 c^4} \frac{1}{[1 + (\omega_{pe}/\omega)^2 (\epsilon_0/m_0 c^2)^2]} \ln \frac{\rho_{\max}}{r_d}. \quad (2.115)$$

Таким образом, даже для электронов, когда $e_0 = -e$, $m_0 = m$, при $\omega \ll \omega_{pe} \epsilon_0/m_0 c^2$ обычное тормозное излучение сильно подавляется эффектом плотности и преобладающим становится переходное поляризационное тормозное излучение. В этом случае оно доминирует не только вблизи частот ω_{pe} , но и в широкой области частот до $\omega \sim \omega_{pe} \epsilon_0/m_0 c^2$ [3, 6].

На это обстоятельство также до последнего времени не обращалось внимания. С экспериментальной точки зрения это важный эффект, вполне доступный проверке, особенно для

$$\epsilon_0/m_0 c^2 \gg c/v_{Te}, \quad (2.116)$$

когда должен наблюдаться «провал» в полной интенсивности излучения.

2.6. Поляризационное излучение заряженных частиц на диполях.

Модель поляризационного тормозного излучения на связанных электронах

Рассмотрим точечный поляризующийся диполь \mathbf{p} , мимо которого на расстоянии r_0 (ρ_0, z_0 координаты при $t=0$; диполь расположен при $r=0$) с постоянной скоростью пролетает заряд e_0 . Величина диполя равна нулю в отсутствие возмущающего электрического поля. Поле с частотой ω поляризует диполь, создавая дипольный момент

$$\mathbf{p}_\omega = \alpha(\omega) \mathbf{E}_\omega \delta(r), \quad (2.117)$$

где $\alpha(\omega)$ — поляризуемость; \mathbf{p}_ω — дипольный момент единицы объема.

В качестве действующего поля рассмотрим поле налетающего заряда e_0 (см. (2.25), (2.28)). Тогда

$$\mathbf{p} = \int \alpha((k\mathbf{v}_0)) \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(0)} \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t) + i\mathbf{k}r_0 + i\mathbf{q}r\}. \quad (2.118)$$

Здесь учтено, что $\omega = k v_0$.

Так же, как и выше, заменим $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} - \mathbf{q}$, чтобы получить пространственную компоненту \mathbf{p} в виде $\exp(i\mathbf{k}r)$:

$$\mathbf{p} = \int \alpha((\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_0) \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)} \exp\{i\mathbf{k}r - i(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_0 t + i(\mathbf{k} - \mathbf{q}) r_0\} d\mathbf{k} d\mathbf{q} (2\pi)^{-3}. \quad (2.119)$$

Плотность тока $\delta \mathbf{j}_p$ будет равна

$$\delta \mathbf{j}_p = - \int i(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_0 \alpha((\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_0) \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)} \exp[i\mathbf{k}r - i(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_0 t + i(\mathbf{k} - \mathbf{q}) r_0] d\mathbf{k} d\mathbf{q} (2\pi)^{-3}. \quad (2.120)$$

Сравним это выражение с (2.42) для заряда, экранированного «шубой» в плазме. Перепишем (2.42) в виде

$$\delta \mathbf{j}_i = \int \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{q}}{i(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_0} \frac{e e_i \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)}}{m(q^2 r_d^2 + 1)} \exp[i\mathbf{k}r - i(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_0 t + i(\mathbf{k} - \mathbf{q}) r_0] (2\pi)^{-3}. \quad (2.121)$$

Из сравнения видно, что результат для диполя получается заменой

$$\frac{e e_i}{m(1 + q^2 r_d^2)} \rightarrow \omega^2 \alpha(\omega), \quad \omega = (\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_0. \quad (2.122)$$

Эту же замену можно сделать в (2.90), учтя, что $\sqrt{k^2 c^2 + \omega_{pe}^2}$ нужно заменить на частоту ω_k , являющуюся решением уравнения для распространения электромагнитных волн:

$$k^2 = (\omega_k^2 / c^2) \varepsilon(\omega_k) = (\omega_k^2 / c^2) n^2(\omega_k), \quad (2.123)$$

где $n(\omega)$ — показатель преломления среды, состоящей из диполей

$$Q = \frac{e_0^2 n_p}{\pi^2 c^4} \int \frac{dk dq}{k^2} \frac{([kv_0] + \omega_k [kq]/k^2)^2}{((k-q)^2 - k^2)^2} (\omega_k^2 \alpha(\omega_k))^2 \delta(\omega_k - (k-q)v_0) \quad (2.124)$$

(здесь n_p — концентрация диполей).

Для газовой среды диполей

$$\epsilon(\omega) = 1 + 4\pi\alpha(\omega)n_p. \quad (2.125)$$

Предположение о точечности диполей применимо только для передаваемых перпендикулярных компонент импульса, меньших $1/R_a$, где R_a — размер диполя (атома). Поэтому в окончательных формулах вместо ранее фигурирующей под знаком логарифма величины r_d должна фигурировать величина R_a . Для нерелятивистских частиц при

$$\omega \ll v_0/R_a \quad (2.126)$$

вместо (2.64) имеем формулу, получаемую заменой (2.122) на $r_d \rightarrow R_a$ [10]:

$$Q_\omega = \frac{16}{3} \frac{|\omega^2 \alpha(\omega)|^2 e_0^2 n_p}{c^2 v_0} \ln \frac{v_0}{\omega R_a}. \quad (2.127)$$

Здесь опущен член $1/2$ после логарифма, так как все равно точность подлогарифмического выражения недостаточна.

Строгая квантовая теория должна дать как выражение для R_a под знаком логарифма, так и значение константы порядка единицы в подлогарифмическом выражении, а также значение $\alpha(\omega)$. Однако ясно с самого начала, что величина R_a порядка размера атома или молекулы (порядка размера боровской орбиты для атома водорода и содержит поэтому \hbar) и, кроме того, поскольку R_a входит под знаком логарифма, его конкретное уточнение при грубых оценках мало существенно. Что касается поляризуемости $\alpha(\omega)$, то она в квантовой теории, естественно, также определяется выражениями, содержащими \hbar . Однако $\alpha(\omega)$ может быть подставлено в (2.125) и непосредственно из экспериментов. Формулы для интенсивности поляризационного излучения при частотах $\omega > v_0/R_a$ уже содержат явно значение R_a перед логарифмом; правильные формулы зависят от конкретного значения R_a и требуют более точного квантового расчета.

Для ультрарелятивистских частиц без учета эффекта плотности ($\epsilon(\omega)$ при больших частотах имеет вид плазменной формулы) при

$$\omega \ll c/R_a \quad (2.128)$$

получаем (см. (2.76))

$$Q_\omega = \frac{16}{3} \frac{|\omega^2 \alpha(\omega)|^2}{c^4} e_0^2 n_p \ln \left(\frac{c}{\omega R_a} \frac{\epsilon_0}{m_0 c^2} \right). \quad (2.129)$$

Для иона заряда e_i , не являющегося полностью ионизованным и имеющего связанные электроны, описываемые поляризуемостью $\alpha(\omega)$, нужно учесть, что он представляет собой и заряд e_i , и переменный диполь $\mathbf{p}(\omega)$. Статический заряд e_i , если ион находится в плазме, экранируется дебаевской «шубой». Тогда нужно записать формулы со следующей заменой:

$$\frac{ee_i}{m(1+q^2r_d^2)} \rightarrow \frac{ee_i}{m(1+q^2r_a^2)} + \omega^2\alpha(\omega). \quad (2.130)$$

Если $R_a \ll r_a$, то при $\omega \ll v_0/r_a$ вклад дают и связанные, и свободные электроны. При $v_0/r_a \ll \omega \ll v_0/R_a$ свободные электроны «выключаются», их вклад падает как $1/\omega^4$; существенным остается излучение на связанных электронах. Если в атоме имеются различные оболочки с $R_1 > R_2 > R_3 \dots$, то с ростом частоты постепенно будут «выключаться» различные оболочки. Более подробно эти эффекты количественно теоретически будут рассмотрены ниже, и результаты теории будут сопоставлены с экспериментальными данными. Следует еще несколько слов сказать о формуле (2.130). Для длин волн, намного превышающих дебаевский радиус ($q^2r_d^2 \ll 1$), можно ввести поляризуемость дебаевской «шубы» в виде

$$\alpha_d = ee_i/m\omega^2; \quad (2.131)$$

тогда формула (2.130) будет иметь вид

$$ee_i/m \rightarrow \omega^2(\alpha(\omega) + \alpha_d(\omega)), \quad (2.132)$$

или

$$\alpha_d(\omega) \rightarrow \alpha(\omega) + \alpha_d(\omega), \quad (2.133)$$

т. е. вместо поляризуемости «шубы» входит сумма поляризуемостей «шубы» и связанных электронов.

Физический же смысл (2.131) весьма прост. В условиях когерентности $k \ll 1/r_d$ «шуба» колеблется как целое, т. е.

$$\mathbf{p} = e_i \delta \mathbf{r}, \quad (2.134)$$

где $\delta \mathbf{r}$ — смещение электронов в поле \mathbf{E} :

$$\delta \mathbf{r} = e\mathbf{E}/m\omega^2, \quad (2.135)$$

и это смещение определяется отношением заряда к массе электрона, так как «шуба» состоит из электронов. Подстановка (2.135) в (2.134) сразу дает (2.131).

2.7. Поляризационное тормозное излучение на дипольных молекулах в плазме

Молекула может находиться в состоянии, когда у нее имеется дипольный момент и в отсутствие внешнего поля. Этот статический дипольный момент должен дополнительно учитываться в (2.117). Рассмотрим излучение статического дипольного момен-

та в плазме:

$$\mathbf{p} = \rho_0 \delta(\mathbf{r}). \quad (2.136)$$

Вокруг него в плазме появится экранирующая «шуба».

Вместо (2.22) статическое поле будет описываться соотношением

$$\mathbf{E}_k^{p_0} = \frac{\mathbf{k} (k\rho_0)}{2\pi^2 (k^2 + 1/r_d^2)}, \quad (2.137)$$

а возмущение распределения частиц вместо (2.23) будет представляться формулой

$$\delta f_{p,k}^{(p_0)} = \frac{ie (k\rho_0) \Phi_p}{2\pi^2 T_e (k^2 + 1/r_d^2)}. \quad (2.138)$$

Это значит, что во всех формулах надо делать замену:

$$\mathbf{e}_0 \rightarrow -i(\mathbf{q}\rho_0). \quad (2.139)$$

Так, например, вместо (2.48) получим (в тех же приближениях, когда справедливо (2.89))

$$Q = \frac{e^2 c_0^2 \rho_0^2 n_{p_0}}{3\pi^2 m^2 c^4} \int \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{q} \cdot \mathbf{q}^2 (|\mathbf{k}\mathbf{v}_0| + c |\mathbf{k}\mathbf{q}|/k)^2}{k^2 (q^2 r_d^2 + 1)^2 ((\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 - k^2)^2} \delta(kc - (\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0), \quad (2.140)$$

где n_{p_0} — число диполей в единице объема.

Здесь, простоты ради, предполагалось, что ориентация диполей хаотическая, т. е.

$$\overline{(\mathbf{q}\rho_0)^2} = 1/3 q^2 \rho_0^2. \quad (2.141)$$

Для нерелятивистских скоростей налетающей частицы, интегрируя по углам вылета излучаемого фотона, имеем

$$Q_\omega = \frac{8e^2 e_0^2 \rho_0^2 n_{p_0}}{9m^2 c^3 v_0} \int_0^\infty d\omega \int_0^\infty \frac{dq_\perp^2}{[1 + r_d^2 (q_\perp^2 + \omega^2/v_0^2)]^2}. \quad (2.142)$$

Далее получаем

$$Q_\omega = \frac{8e^2 e_0^2 \rho_0^2 n_{p_0}}{9m^2 c^3 v_0 r_d^2} \frac{1}{[1 + \omega^2 r_d^2/v_0^2]}. \quad (2.143)$$

Спектр будет плоским при $\omega \ll v_0/r_d$, а при $\omega \gg v_0/r_d$ падает как $1/\omega^2$. Объяснение этому то же, что и выше для заряда. Поляризация «шуба» колеблется как целое (когерентно) только для длин волн, больших дебаевского радиуса.

Полная интенсивность излучения равна

$$Q = 4\pi e^2 e_0^2 \rho_0^2 n_{p_0} / 9m^2 c^3 r_d^3. \quad (2.144)$$

Если записать

$$\rho_0 = e_i r_0, \quad (2.145)$$

где r_0 — характерный размер диполя, то в области плоского спектра интенсивность излучения диполя в

$$(r_0/r_d)^2 \ll 1 \quad (2.146)$$

раз меньше излучения заряда. Неравенство (2.146) необходимо потому, что выше диполь считался точечным, что означает малость его размера в сравнении с дебаевским радиусом.

Для ультрарелятивистских налетающих частиц при $\omega \ll c/r_d$ дополнительный множитель q^2 в числителе спектральной плотности практически может быть заменен на q_{\perp}^2 и вместо (2.75) получаем

$$Q_{\omega} = \frac{8e^2 e_0^2 \rho_0^2 n_{p_0}}{3m^2 c^4} \int_0^{\infty} dq_{\perp}^2 q_{\perp}^4 (1 + q_{\perp}^2 r_d^2)^{-2} [q_{\perp}^2 + (\omega/c)^2 (mc^2/\epsilon_0)^2]^{-2}. \quad (2.147)$$

Вводя переменную $x = q_{\perp}^2 r_d^2$, имеем

$$Q_{\omega} = \frac{8e^2 q_0^2 \rho_0^2 n_{p_0}}{m^2 c^4 r_d^2} \int_0^{\infty} \frac{x^4 dx}{(1+x)^2 \left[x^2 + \frac{\omega^2}{c^2} r_d^2 \left(\frac{m_0 c^2}{\epsilon_0} \right)^2 \right]^2}, \quad (2.148)$$

а так как $m_0 c^2 \ll \epsilon_0$ и $r_d^2 \omega^2 \ll c^2$, то

$$Q_{\omega} = 8e^2 e_0^2 \rho_0^2 n_{p_0} j m^2 c^4 r_d^2. \quad (2.149)$$

2.8. Полное тормозное излучение для далеких столкновений

Выше было показано, что при наличии различных моментов у рассеивателей (заряда, диполя и т. п.) и различного типа связанных и свободных электронов нужно складывать поляризуемости (амплитуды) источника излучения для вычисления суммарной мощности излучения. Другими словами, имеет место интерференция разных механизмов. Но, кроме того, как уже отмечалось, нельзя отделить возникающее излучение и от обычного тормозного излучения.

В предыдущей главе обычное тормозное излучение подсчитывалось из ускорения действующего на налетающую частицу со стороны поля экранированного иона в предположении, что само ускорение определяется невозмущенным движением.

Это, конечно, допустимо для далеких соударений. В указанном приближении легко находится не только ускорение, но и возмущение скорости $\delta v(t)$, и возмущение траектории $\delta r(t)$. По ним нетрудно в общем виде найти ток, создаваемый частицей, а затем по формуле (2.1) найти мощность излучения Q . Естественно, что для нерелятивистских частиц (см. разд. 2.1) получатся формулы, которые фигурировали и раньше (см. 1.5)). Но нетрудно записать результат и в общем случае релятивистской

налетающей частицы [1]:

$$\delta \mathbf{j}_T = \frac{4\pi e_0^2 e_i}{m_0 (2\pi)^3} \int \frac{dk dq r_d^2 [\mathbf{v}_0(\mathbf{kq}) + (\mathbf{qv}_0)(\mathbf{q} + \mathbf{v}_0((\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0)/c^2)]}{(q\mathbf{v}_0)^2 (1 + q^2 r_d^2)} \times \\ \times \exp [i\mathbf{k}r + i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_0 - i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_0 t]. \quad (2.150)$$

Из сопоставления с выражением для тока поляризационного излучения (2.42) видно, что полный ток, описывающий как обычное тормозное, так и поляризационное тормозное излучения (общее тормозное излучение), получается из (2.42) путем следующей замены:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)} \rightarrow \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(0)} + \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(T)}, \quad (2.151)$$

причем

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(T)} = - \frac{e_0^2 m r_d^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_0}{2\pi^2 \epsilon_0 (q\mathbf{v}_0)} \{ \mathbf{v}_0(\mathbf{kq}) + [\mathbf{q} + \mathbf{v}_0(\mathbf{v}_0(\mathbf{k} - \mathbf{q}))/c^2] (q\mathbf{v}_0) \}. \quad (2.152)$$

Конечно, r_d фигурирует здесь только благодаря выделению множителя $(1 + q^2 r_d^2)$ в (2.150). При $r_d \rightarrow \infty$ (отсутствие экранирования) ток (2.150) не зависит от r_d (как и должно быть). В нерелятивистском пределе $v_0 \ll c$, как мы видим, $k \ll q$, и выражение (2.152) становится весьма простым:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(T)} = e_0^2 m r_d^2 q / 2\pi^2 \epsilon_0 m_0. \quad (2.153)$$

Отсюда и из (2.50) сразу получим формулу (1.5).

Соотношение (2.151) позволяет учесть интерференцию поляризационного и общего тормозного излучений. Эта интерференция очень существенна для тормозного излучения нерелятивистских электронов. При этом для достаточно больших частот возникает компенсация амплитуды, связанной с экранированием, и амплитуды поляризационного тормозного излучения.

Если необходимо еще учесть связанные электроны, то в первом члене (2.151) делается замена коэффициента согласно (2.122). При наличии постоянного дипольного момента надо еще добавить в обоих слагаемых (2.151) члены, соответствующие замене (2.139). Тем самым находится интенсивность полного тормозного излучения для далеких соударений в самом общем виде.

В заключение сделаем ряд общих замечаний о поляризационном тормозном излучении при далеких столкновениях.

Приведенные примеры, конечно, не охватывают всех возможных проявлений поляризационного излучения при далеких соударениях. Поляризационное излучение может быть связано не только с поляризацией самих частиц, но и с поляризацией окружения. Поэтому при интерпретации экспериментов на реальных мишенях нужно учитывать оба эффекта. Даже в газе нейтральных молекул, имеющих постоянные дипольные моменты, возник-

кает поляризационное излучение. Каждый диполь окружает себя диполями противоположного направления. Сам диполь и «шуба» колеблются из-за того, что поле налетающей частицы неоднородно. Для длин волн, больших размеров «шубы», эти колебания находятся в противофазе и гасят друг друга. Но если среда имеет дипольные частицы различной природы, то полное гашение отсутствует. Релятивистские частицы, в частности, в широких атмосферных ливнях должны порождать электромагнитное, в том числе и радиоизлучение в атмосфере.

Характер поляризующихся дипольных моментов может быть совсем разным: диполями не обязательно должны быть молекулы, ими могут быть и поляризующиеся диэлектрические или другие пылинки. В отличие от переходного излучения, для возникновения которого необходимо, чтобы размер пылинки был больше зоны формирования излучения, здесь нужно лишь, чтобы длина волны была больше размера пылинки. Возможно излучение космических лучей на пылинках, тем более что для возникновения такого излучения совсем не требуется изменения скорости налетающих частиц и таковыми могут быть тяжелые частицы космических лучей (например, протоны).

Проведенные расчеты показывают, что основные черты поляризационного излучения могут быть описаны в рамках классических представлений. Это не значит, что не нужен квантовый подход, особенно для поляризационного излучения связанных электронов. Границы применимости классического описания будут выяснены ниже.

Как уже говорилось, обычное тормозное излучение неотделимо от поляризационного. При этом эффекты интерференции могут быть важными. Сам тормозной механизм возникает и для близких соударений, для которых поляризационное излучение отнюдь не исчезает. И, наконец, тормозное излучение требует квантового рассмотрения, хотя бы потому, что максимальная излучаемая частота определяется из квантового условия.

ФЛУКТУАЦИИ В ИДЕАЛЬНОМ ГАЗЕ И ПЛАЗМЕ И ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

3.1. Флуктуации неравновесной среды и тормозное излучение

О роли флуктуации речь уже шла в гл. 1. Здесь можно различать два вопроса: о поляризационном излучении быстрых частиц во флуктуирующей среде и об излучении среды как таковой из-за флуктуаций. Первая постановка наиболее близка к той, которая обсуждалась выше. Если флуктуации происходят как в газе свободных частиц, то фактически результат должен соответствовать сумме поляризационных излучений на отдельных ионах, атомах и молекулах. Выше мы находили излучение быстрой частицы, суммируя излучение на отдельных ионах, атомах и молекулах. Доказательство правильности утверждения о том, что излучение быстрой частицы из-за флуктуаций в плазме совпадает (в приближении идеальной плазмы) с суммой излучений отдельных ионов, дано в [1, 2].

Излучение из-за флуктуаций рассмотрено впервые Капицей [3] и Тер-Микаэляном [3а] (для совпадения результатов с формулами поляризационного тормозного излучения необходимо устранить ряд неточностей типа опущенного в [3] коэффициента $1/2\pi^2$ [4]). Однако в [3] приведены формулы и для случая, когда поляризация $\alpha(\omega)$ поляризующихся частиц произвольна, и их можно использовать для случая газа поляризующихся молекул.

Тогда несложно убедиться в том, что сделанные выше утверждения о совпадении излучения на флуктуациях с суммой поляризационных излучений справедливы и в случае идеального газа поляризующихся молекул или атомов. Таким образом, результат относится к любой газовой среде или плазме, содержащей ионы, атомы или молекулы.

Теперь о флуктуационном излучении самой среды. Этот случай предполагает, что в среде есть тепловые свободные частицы, т. е. средой должна быть плазма, возможно, частично ионизированная, содержащая как ионы, так и нейтральные молекулы и атомы (и, конечно, электроны).

Для полностью ионизированной плазмы доказательство того, что ее тормозное излучение должно, строго говоря, определяться

квадратом суммы амплитуд поляризованного и обычного тормозного излучений, дано в [1, 2], причем это доказательство дается для произвольного неравновесного распределения частиц. Последнее очень существенно, поскольку в принципе возможна ситуация, когда быстрая нетепловая частица излучает по-другому, нежели тепловая (количественно это так и есть, но речь идет о механизме, который в данном случае один и тот же).

Поскольку доказательство дано для произвольных неравновесных распределений, то таким неравновесным распределением может быть одна быстрая частица на фоне остальных тепловых частиц. А это предыдущий случай. Таким образом, результат [1, 2] значительно более общий, нежели тот, который можно получить из сравнения излучения быстрых частиц во флуктуирующей среде и на отдельных частицах. Он относится к любым неравновесным распределениям.

Конечно, сейчас нет такого же доказательства для не полностью ионизированной плазмы, содержащей частично ионизированные атомы и поляризующиеся молекулы, но вряд ли можно сомневаться на основании всего того, что сейчас известно, что такое доказательство можно дать (для идеального газа).

Это (если считать доказательство имеющим место) приводит к важному выводу о том, что излучение частично ионизированной плазмы всегда определяется поляризационным тормозным, а отнюдь не только обычным тормозным излучением.

Выше обсуждался элементарный акт поляризованного тормозного излучения, в котором участвовало три частицы: фотон, ион (атом) и электрон (или другая налетающая частица). Простоты ради ион считался покоящимся. Конечно, это упрощение, от которого можно легко отказаться для отдельного акта, а в среде, состоящей из многих частиц, ионы (атомы) нужно считать движущимися (нельзя перейти в систему покоя рассеивающего центра, так как выделена система отсчета, где среда покоится). Здесь возникает вопрос о кинетике всех частиц, участвующих в процессе. Речь идет об изменении распределения налетающих частиц (электронов), рассеивающих частиц (ионов, атомов) и излучения. Последний процесс, известный как обращение тормозного излучения, должен включать обращение поляризованного тормозного излучения.

В ряде случаев две из трех указанных компонент можно считать заданными, тогда можно изучать поведение третьей в заданном распределении двух других. Это линейное поглощение электромагнитных волн (обращение поляризованного тормозного излучения) или разогрев электронов в заданном поле излучения и заданном распределении ионов (атомов). Такие задачи имеют ограниченную применимость. При больших энерговкладах (например, лазерного излучения) нужно рассматривать кинетику всех трех компонент. В ряде случаев особое рассмотрение кинетики какой-либо из компонент диктуется физикой

процесса. Так, поглощение излучения, будучи интегральным эффектом по всем частицам, может не определяться быстрыми электронами, кинетика которых представляет интерес для проблем ионизации плазмы, пробоя и т. п.

Выше говорилось о поглощении электромагнитных волн как обращении поляризационного тормозного излучения. В полностью ионизированной плазме поляризационное излучение возникает на «шубах» частиц. Обычно поглощение электромагнитных волн рассчитывается в полностью ионизированной плазме при помощи интеграла столкновений Ландау [5]. Почему же было пропущено поглощение, связанное с поляризационным излучением? Ответ на этот вопрос заключается в том, что фактически дополнительные члены в поглощении, обязанные обращению поляризационного излучения, могут быть действительно получены, если пользоваться не интегралом столкновений Ландау, а интегралом столкновений Ландау—Балеску [6], отличающимся от интеграла столкновений Ландау тем, что учитывается дебаевское экранирование поля сталкивающихся частиц множителем $1/|\epsilon|^2$ (где ϵ — диэлектрическая проницаемость) в интеграле столкновений. Обычно затухание электромагнитных волн подсчитывается как возмущение электромагнитной волной распределения сталкивающихся частиц $\delta\Phi_p$ и $\delta\Phi_r$, фигурирующих в интеграле столкновений, но не учитывается возмущение фактора $1/|\epsilon|^2$, который также зависит от $\delta\Phi_p$ и $\delta\Phi_r$. Эти возмущения соответствуют изменению поляризационной «шубы» частиц и дают обращение поляризационного тормозного излучения. Конечно, большой вклад в поглощение могут дать члены, связанные с непосредственным изменением Φ_p и Φ_r , но это не всегда. Нужно учесть и то, что поглощение определяется интегралом по всем частицам. Примером, когда возмущения $1/|\epsilon|^2$ существенны, могут являться ион-ионные столкновения. При рассмотрении поглощения на поляризующихся атомах в интеграл столкновений естественно входят члены, описывающие обращение поляризационного тормозного излучения.

3.2. Уравнение баланса и вероятности тормозного излучения

Рассмотрим кинетику процесса тормозного излучения частиц сорта α на частицах сорта β , каждая из которых описывается функциями распределения Φ^α и Φ^β , т. е. задачу о тормозном излучении не для отдельных частиц на случайно расположенных центрах (в общем случае с учетом поляризационных эффектов), а при наличии большого числа как налетающих частиц, так и центров (Φ^α и Φ^β , например), которые в общем случае могут быть и движущимися. В этом смысле деление на налетающие частицы и центры рассеяния условное. В частности, если имеется пучок налетающих частиц импульса p_0 , то $\Phi_p^\alpha = (2\pi)^3 n_\alpha \delta(p - p_0)$; а для покоящихся центров рассеяния $\Phi^b = (2\pi)^3 n_b \delta(p)$. Коэффици-

циент $(2\pi)^3$ выбран для нормировки:

$$n_\alpha = \int \Phi_p^\alpha dp / (2\pi)^3, \quad n_\beta = \int \Phi_p^\beta dp / (2\pi)^3, \quad (3.1)$$

где n_α и n_β — концентрация частиц α и β в 1 см³.

Рассмотрим случай, когда тормозные фотоны имеют случайные фазы, т. е. возникают, например, из-за флуктуационного излучения среды, Их можно тогда характеризовать своими функциями распределения, а именно числом квантов N_k^σ , так, что энергия фотонов описывается соотношением (\hbar — постоянная Планка, σ — сорт или поляризация фотонов)

$$E^\sigma = \int \hbar \omega_k N_k^\sigma dk / (2\pi)^3, \quad (3.2)$$

а их число в кубическом сантиметре

$$N^\sigma = \int N_k^\sigma dk / (2\pi)^3. \quad (3.3)$$

Итак, все три компоненты, участвующие в процессе тормозного излучения, описываются функциями распределения Φ_p^α , Φ_p^β и N_k^σ .

Задача состоит в том, чтобы описать кинетику изменения Φ_p^α , Φ_p^β и N_k^σ из-за тормозного излучения. Для этого можно ввести две вероятности — вероятность столкновения частиц и вероятность тормозного излучения при таком столкновении. Будет показано, что в вероятность тормозного излучения автоматически войдет поляризационное тормозное излучение, если последовательно развивать теорию флуктуационного излучения. Сейчас же уравнение кинетики получим феноменологически, вводя понятие вероятностей. В столкновениях происходит передача импульса q от одной частицы другой ($\hbar=1$):

$$p_\alpha = p_\alpha + q; \quad p_\beta = p_\beta - q; \quad \varepsilon_{p_\alpha} + \varepsilon_{p_\beta} = \varepsilon_{p_\alpha + q} + \varepsilon_{p_\beta - q}. \quad (3.4)$$

Здесь штрихом обозначены конечные состояния.

Соответствующую вероятность в единицу времени, отнесенную к интервалу $dq / (2\pi)^3$ передаваемых импульсов, обозначим $w_{p_\alpha, p_\beta}(q)$.

Уравнение баланса из-за столкновений для Φ^α имеет очевидный вид

$$\frac{d\Phi_{p_\alpha}^\alpha}{dt} = - \int \frac{dp_\beta dq}{(2\pi)^6} [w_{p_\alpha, p_\beta}(q) \Phi_{p_\alpha}^\alpha \Phi_{p_\beta}^\beta - w_{p_\alpha + q, p_\beta - q}(q) \Phi_{p_\alpha + q}^\alpha \Phi_{p_\beta - q}^\beta]. \quad (3.5)$$

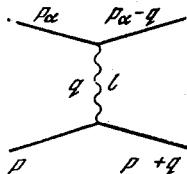
При $q \ll |p_\alpha|, |p_\beta|$ разложение по q дает (см.: [1])

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{p_\alpha}^\alpha}{dt} &= \hat{I}_{p_\alpha}^{\text{col}} \Phi_{p_\alpha}^\alpha = \frac{1}{2} \int \frac{\partial}{\partial p_{\alpha, i}} w_{p_\alpha, p_\beta}^{(0)}(q) \times \\ &\times \left(\Phi_{p_\beta}^\beta \frac{\partial \Phi_{p_\alpha}^\alpha}{\partial p_{\alpha, i}} - \Phi_{p_\alpha}^\alpha \frac{\partial \Phi_{p_\beta}^\beta}{\partial p_{\beta, i}} \right) q_i q_j \frac{dq dp_\beta}{(2\pi)^6}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где $\omega_{p_{\alpha}, p_{\beta}}^{(0)}(\mathbf{q})$ — нулевое (по параметру $q/|p|$) приближение вероятности столкновений.

Это же уравнение может быть просто получено из теории флуктуаций. Столкновение возможно с передачей импульса виртуальной продольной волной или виртуальной поперечной волной (рис. 3.1). Для нерелятивистских частиц можно ограничить-

Рис. 3.1. Диаграмма рассеяния двух частиц



ся виртуальной продольной волной. Тогда получим [1, 6]

$$\omega_{p_{\alpha}, p_{\beta}}^{(0)}(\mathbf{q}) = \frac{4e_{\alpha}^2 e_{\beta}^2 \delta(\mathbf{q}\mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{q}\mathbf{v}_{\beta})}{q^4 |\epsilon^l(\mathbf{q}\mathbf{v}_{\alpha}, \mathbf{q})|^2} \quad (3.7)$$

Этот результат соответствует интегралу столкновений Ландау—Балеску [6], учитывающему экранировку сталкивающихся частиц. Результат в форме (3.7) был получен в [1] путем так называемого принципа соответствия, в [7] — из флуктуаций, а в [6] — в сложной системе корреляционных цепочек Боголюбова [8]. В частично ионизированной плазме существует аналогичный результат (см. [8]), где экранировка частично может определяться резонансными молекулами. Величина ϵ^l в (3.7) зависит от Φ^{α} и Φ^{β} , а их возмущение регулярной внешней волной и дает обращенный эффект поляризационного тормозного излучения, о чем говорилось выше. Такое поглощение особенно существенно при наличии в среде сильно поляризующихся молекул (см. гл. 11).

Столкновения являются необходимым элементом кинетики тормозного излучения и сказываются на распределении частиц. Кроме того, эти распределения меняются и из-за самого процесса тормозного излучения.

Обозначим импульс тормозного кванта $\mathbf{k} (\hbar=1)$, а изменения импульса частицы β при тормозном излучении через \mathbf{q} . Тогда

$$p_{\beta} = p'_{\beta} + \mathbf{q}, \quad (3.8)$$

$$p'_{\alpha} = p_{\alpha} + \mathbf{q} - \mathbf{k}. \quad (3.9)$$

Вероятность тормозного излучения в 1 с, отнесенную к $d\mathbf{k}/(2\pi)^3$ и $d\mathbf{q}/(2\pi)^3$, обозначим через $\omega_{p_{\alpha}, p_{\beta}}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$.

Учитывая процессы спонтанного и индуцированного тормозного излучений, запишем уравнение для частиц типа α [1]:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{p_\alpha}^\alpha}{dt} = & \hat{\Gamma}_{p_\alpha}^{\text{col}} \Phi_{p_\alpha} - \int \{w_{p_\alpha, p_\beta}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) [\Phi_{p_\alpha}^\alpha \Phi_{p_\beta}^\beta (N_{\mathbf{k}}^\sigma + 1) - \\ & - N_{\mathbf{k}}^\sigma \Phi_{p_\alpha + \mathbf{q} - \mathbf{k}}^\alpha \Phi_{p_\beta - \mathbf{q}}^\beta] + w_{p_\alpha - \mathbf{q} + \mathbf{k}, p_\beta + \mathbf{q}}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) [\Phi_{p_\alpha}^\alpha \Phi_{p_\beta}^\beta N_{\mathbf{k}}^\sigma - \\ & - \Phi_{p_\alpha - \mathbf{q} + \mathbf{k}}^\alpha \Phi_{p_\beta + \mathbf{q}}^\beta (N_{\mathbf{k}}^\sigma + 1)]\} d\mathbf{k} d\mathbf{q} dp_\beta / (2\pi)^9. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Здесь выделим члены со спонтанным (без $N_{\mathbf{k}}^\sigma$) и индуцированным (с $N_{\mathbf{k}}^\sigma$) излучением. Считая передаваемый импульс \mathbf{q} и импульс излучаемого кванта \mathbf{k} малыми по сравнению с импульсами частиц \mathbf{p}_α и \mathbf{p}_β , получим для спонтанных процессов

$$\left(\frac{d\Phi_{p_\alpha}^\alpha}{dt} \right)_{\text{sp}}^{\text{rad}} = \frac{\partial}{\partial p_\alpha} F_{p_\alpha}^{\text{sp, rad}} \Phi_{p_\alpha}^\alpha, \quad (3.11)$$

$$F_{p_\alpha}^{\text{sp, rad}} = \int (\mathbf{k} - \mathbf{q}) w_{p_\alpha, p_\beta}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \Phi_{p_\beta} \frac{d\mathbf{q} d\mathbf{k} dp_\beta}{(2\pi)^9}. \quad (3.12)$$

Нужно отметить, что для спонтанных процессов в (3.12) производится интегрирование по всем \mathbf{k} , но не включая те, для которых существенны квантовые эффекты. Поэтому (3.12) можно использовать только при относительно небольших \mathbf{k} (классическая область). В квантовой области нужно использовать более точное выражение, получающееся из (3.10) и не содержащее производной $\partial/\partial p_\alpha$, как в (3.11).

Очевидно, что (3.12) описывает силу трения из-за спонтанного тормозного излучения. Для поляризационного переходного тормозного излучения, как было выяснено, падение интенсивности часто наступает раньше, чем становятся существенны квантовые эффекты. Поэтому (3.12) применимо в тех условиях, когда поляризационное тормозное излучение доминирует. Однако поскольку большие частоты, как правило, излучаются обычным тормозным механизмом, использование (3.11) и (3.12) для них неоправданно.

В индуцированных эффектах тормозного излучения таких проблем не возникает, если $N_{\mathbf{k}}$ имеет ограниченный и достаточно узкий частотный интервал. При $|\mathbf{q}|, |\mathbf{k}| \ll p_\alpha, p_\beta$ имеем

$$\left(\frac{d\Phi_{p_\alpha}^\alpha}{dt} \right)_{\text{ind}}^{\text{rad}} = \frac{\partial}{\partial p_{\alpha, i}} D_{ij}^{\alpha, \text{ind, rad}} \frac{\partial \Phi_{p_\alpha}^\alpha}{\partial p_{\alpha, j}} + \frac{\partial}{\partial p_{\alpha, i}} F_{p_{\alpha, i}}^{\text{ind, rad}} \Phi_{p_\alpha}^\alpha, \quad (3.13)$$

где

$$D_{ij}^{\alpha, \text{ind, rad}} = \int (\mathbf{k} - \mathbf{q})_i (\mathbf{k} - \mathbf{q})_j w_{p_\alpha, p_\beta}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) N_{\mathbf{k}}^\sigma \Phi_{p_\beta} \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{q} dp_\beta}{(2\pi)^9}; \quad (3.14)$$

$$F_{p_{\alpha, i}}^{\text{ind, rad}} = + \int (q_i - k_i) \left(\mathbf{q} \frac{\partial \Phi_{p_\beta}^\beta}{\partial p_\beta} \right) w_{p_\alpha, p_\beta}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) N_{\mathbf{k}}^\sigma \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{q} dp_\beta}{(2\pi)^9}. \quad (3.15)$$

Поскольку передаваемый импульс q и импульс излучаемой волны k введены соотношением (3.8) несимметрично по отношению к частицам α и β (при желании можно было бы их симметризовать, обозначив через q величину $q-k$, от чего конечный результат, естественно, не зависит), то выражения для частиц β несколько отличны. Так, в спонтанную силу в уравнении для Φ_p^β войдет $q\Phi_{p_\alpha}^\alpha$, а не $(k-q)\Phi_p$; в D_{ij}^{ind} войдут $q_i q_j \Phi_{p_\alpha}^\alpha$ вместо $(k-q)_i (k-q)_j \Phi_p$; в F_i^{ind} войдут $q_i (k-q) \partial \Phi_{p_\alpha}^\alpha / \partial p_\alpha$ вместо $(k_i - q_i) (q \partial \Phi_p / \partial p)$.

Уравнение баланса для фотонов имеет вид [1]

$$\frac{dN_k^\sigma}{dt} = \int w_{p_\alpha, p_\beta}(q, k) [\Phi_{p_\alpha}^\alpha \Phi_{p_\beta}^\beta (N_k^\sigma + 1) - N_k^\sigma \Phi_{p_\alpha + q - k}^\alpha \Phi_{p_\beta - q}^\beta] \frac{dp_\alpha dp_\beta dq}{(2\pi)^9} = \left(\frac{dN_k^\sigma}{dt} \right)_{sp} + \left(\frac{dN_k^\sigma}{dt} \right)_{ind}. \quad (3.16)$$

Для спонтанного излучения имеем

$$\left(\frac{dN_k^\sigma}{dt} \right)_{sp} = \int w_{p_\alpha, p_\beta}(q, k) \Phi_{p_\alpha}^\alpha \Phi_{p_\beta}^\beta \frac{dq dp_\alpha dp_\beta}{(2\pi)^9}. \quad (3.17)$$

В частности, интенсивность спонтанного излучения единицы объема определяется следующим образом:

$$Q = \int \omega_k^\sigma \left(\frac{dN_k^\sigma}{dt} \right)_{sp} \frac{dk}{(2\pi)^3} = \int Q_{p_\alpha}^\alpha \Phi_{p_\alpha} \frac{dp_\alpha}{(2\pi)^3} = \int Q_{p_\alpha, p_\beta}^{\alpha, \beta} \Phi_{p_\alpha}^\alpha \Phi_{p_\beta}^\beta \frac{dp_\alpha dp_\beta}{(2\pi)^6}, \quad (3.18)$$

где

$$Q_{p_\alpha}^\alpha = \int Q_{p_\alpha, p_\beta}^{\alpha, \beta} \Phi_{p_\beta}^\beta \frac{dp_\beta}{(2\pi)^3}; \quad (3.19)$$

$$Q_{p_\alpha, p_\beta}^{\alpha, \beta} = \int \omega_k^\sigma w_{p_\alpha, p_\beta}(q, k) \frac{dk dq}{(2\pi)^6}.$$

Если частицы α являются быстрыми налетающими частицами, а β — тяжелыми покоящимися частицами, то излучение отдельной налетающей частицей дается соотношением, следующим из (3.18):

$$Q_{p_\alpha}^\alpha = Q_{p_\alpha, 0}^{\alpha, \beta} n_\beta. \quad (3.20)$$

Индукцированный эффект может быть записан в виде инкремента (или декремента) для числа фотонов:

$$\left(\frac{dN_k^\sigma}{dt} \right)_{ind} = 2\gamma_k^\sigma N_k^\sigma. \quad (3.21)$$

При $k, q \ll |p_\alpha|, |p_\beta|$ получим

$$2\gamma_k^\sigma = \int \omega_{p_\alpha, p_\beta}(q, k) \left[(k - q) \frac{\partial \Phi_{p_\alpha}^\alpha}{\partial p_\alpha} \Phi_{p_\beta} + q \frac{\partial \Phi_{p_\beta}^\beta}{\partial p_\beta} \Phi_{p_\alpha} \right] \frac{dp_\alpha dp_\beta dq}{(2\pi)^3}. \quad (3.22)$$

Величина γ_k^σ для неравновесных распределений частиц может быть как положительной, так и отрицательной. В первом случае говорят о тормозной неустойчивости, а во втором — о вынужденном тормозном поглощении или об обратном тормозном эффекте.

3.3. Вероятности поляризованного излучения и нелинейные токи

Закон сохранения энергии в элементарном акте тормозного излучения ($\hbar=1$)

$$\varepsilon_{p_\alpha} + \varepsilon_{p_\beta} = \varepsilon_{p_\beta - q} + \varepsilon_{p_\alpha + q - k} + \omega_k^\sigma \quad (3.23)$$

при $q, k \ll |p_\alpha|, |p_\beta|$ дает

$$\omega_k^\sigma = qv_\beta + (k - q)v_\alpha. \quad (3.24)$$

Вероятность тормозного излучения должна содержать δ -функцию, описывающую сохранение энергии (3.24) в элементарном акте:

$$\omega_{p_\alpha, p_\beta}(q, k) = v_{p_\alpha, p_\beta}(q, k) \delta(\omega_k^\sigma - qv_\beta - (k - q)v_\alpha). \quad (3.25)$$

Величина v_{p_α, p_β} определяется квадратом матричного элемента процесса, который в рамках квазиклассического предела ($q, k \ll \ll |p_\alpha|, |p_\beta|$) будет равен произведению матричного элемента возникновения виртуального поля q и рассеяния виртуального поля в электромагнитную волну. Известно, что рассеяние может быть двух типов: обычное томсоновское рассеяние (рис. 3.2, а) и переходное рассеяние (рис. 3.2, б).

Переходное рассеяние происходит на «шубе» поляризации, окружающей заряд, и в этом смысле является нелинейным (см. кружок на рис. 3.2, б). Поэтому поляризованное тормозное излучение должно описываться диаграммой рис. 3.3.

Таким образом, поляризованное тормозное излучение должно определяться нелинейными токами системы. Сходным образом, по-видимому, получается и поляризованное тормозное излучение связанных электронов (см. ниже, где для связанных электронов точно, а не по теории возмущений, учитывается поле ядра), однако здесь мы ограничимся простейшим случаем свободных сталкивающихся частиц, т. е. плазмы. Точнее, мы будем рассматривать произвольные нелинейные среды, но поля сталкивающихся частиц будем учитывать по теории возмущений (для связанных электронов поле ядра нельзя рассматривать по тео-

при возмущений). В дальнейшем изложении вопроса о связи поляризаационного излучения с нелинейными токами системы будем следовать работе [4].

Вследствие того, что поля сталкивающихся частиц можно рассматривать по теории возмущений, воспользуемся общим выражением для нелинейного тока

$$j_i(k) = \int S_{i,j,l}(k; q) E_{j,q} E_{l,k-q} dq, \quad q = \{q_0, \mathbf{q}\}, \quad dq = dq_0 d\mathbf{q}, \quad (3.26)$$

где $S_{ijl}(k; q)$ — некий тензор, выражаемый через известный тензор нелинейной поляризуемости.

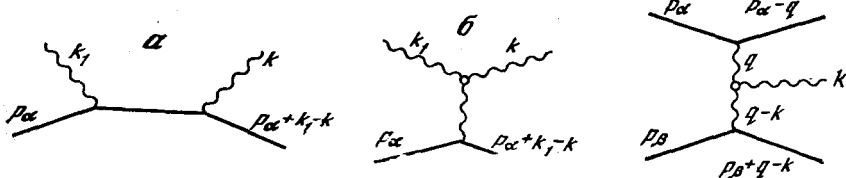


Рис. 3.2. Диаграммы рассеяния волн на частицах

а — томсоновское рассеяние; б — переходное рассеяние

Рис. 3.3. Диаграмма переходного тормозного излучения

В качестве полей E в (3.26) достаточно подставить поля двух сталкивающихся частиц, считая, как обычно, что тензор $S_{i,j,l}$ симметризован по j и l :

$$j_{k,l} = 2 \int S_{i,j,l}(k; q) E_{j,q}^{\alpha} E_{l,k-q}^{\alpha} dq, \quad (3.27)$$

где поле свободно движущейся в среде частицы определяется из уравнений Максвелла по ее току:

$$E_{k,i}^{\alpha,\beta} = G_{ij,k} G_{k,i}^{\alpha,\beta}, \quad (3.28)$$

причем $G_{ij,k}$ для изотропной среды имеет вид

$$G_{i,j}(k) = -\frac{4\pi i k_i k_j}{\omega k^2 \epsilon_k^l} + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \frac{4\pi i \omega}{c^2 \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_k^l \right)}. \quad (3.29)$$

Функция Грина (3.29) описывает две виртуальные линии на диаграмме (см. рис. 3.3) для переходного поляризаационного тормозного излучения. Первый член (3.29) соответствует виртуальной продольной волне, а второй — виртуальной поперечной волне.

Токи частиц $j_{k,i}^{\alpha,\beta}$ в (3.28) задаются обычным выражением для классических токов заряженных частиц, движущихся равномерно и прямолинейно со скоростями \mathbf{v}_α и \mathbf{v}_β :

$$j_k^{\alpha,\beta} = \frac{e_{\alpha,\beta} v_{\alpha,\beta}}{(2\pi)^3} \delta(\omega - k v_{\alpha,\beta}) \exp(i k r_{0,\alpha,\beta}), \quad (3.30)$$

где e_α и e_β — заряды частиц; $\mathbf{r}_{0,\alpha}$, $\mathbf{r}_{0,\beta}$ — векторы прицельного параметра (расстояние между частицами при $t=0$ простоты ради можно положить $\mathbf{r}_{0\beta} = 0$, $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_{0,\alpha} - \mathbf{r}_{0,\beta}$).

Тогда ток, дающий излучение тормозного кванта, запишется в виде

$$j_{k,l} = \frac{2e_\alpha e_\beta}{(2\pi)^3} \int S_{i,j,l}(\omega, \mathbf{k}; \mathbf{q}\mathbf{v}_\beta, \mathbf{q}) G_{l,s}(\mathbf{q}\mathbf{v}_\beta, \mathbf{q}) \times \\ \times G_{j,n}(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}_\alpha, \mathbf{k} - \mathbf{q}) v_{\beta,s} v_{\alpha,n} \delta(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}_\beta - \\ - (\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{v}_\alpha) \exp(i\mathbf{r}_0(\mathbf{k} - \mathbf{q})) d\mathbf{q}. \quad (3.31)$$

В δ -функцию (3.31) вошел закон сохранения (3.24) для тормозного излучения кванта $\omega_{\mathbf{k}}^\sigma$, если только положить $\omega = \omega^\sigma$.

Мощность излучения тока \mathbf{j} можно найти методом Ландау так же, как это было сделано в предыдущей главе. После этого можно найти мощность излучения в среде со случайным распределением частиц, усреднив по прицельным параметрам \mathbf{r}_0 . Сопоставив эту мощность с (3.18), (3.19), получим (см. [1, 4])

$$v_{\alpha,\beta}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) = \frac{2(2\pi)^2 [kM^{\alpha,\beta}]^2}{k^2 \left| \frac{\partial}{\partial \omega} \omega^2 e_k^t \right|_{\omega=\omega_{\mathbf{k}}^\sigma}}, \quad (3.32)$$

где

$$M_i^{\alpha\beta} = 2e_\alpha e_\beta S_{ijl}(\omega_{\mathbf{k}}^\sigma, \mathbf{k}; \mathbf{q}\mathbf{v}_\beta, \mathbf{q}) v_{\beta,s} v_{\alpha,n} G_{l,s}(\mathbf{q}\mathbf{v}_\beta, \mathbf{q}) \times \\ \times G_{j,n}(\omega_{\mathbf{k}}^\sigma - \mathbf{q}\mathbf{v}_\beta, \mathbf{k} - \mathbf{q}). \quad (3.33)$$

В общем случае дополнительный учет обычного тормозного излучения сводится к замене

$$M^{\alpha\beta} \rightarrow M^{\alpha\beta} + M^\alpha + M^\beta, \quad (3.34)$$

где M^α и M^β — эффекты томсоновского рассеяния виртуальных квантов на частице α и частице β (естественно, если α — легкая частица, а β — тяжелый ион, то учитывать следует только M^α).

Выражения M^α и M^β следуют из (2.152):

$$M_i^\alpha = e_\beta (2\pi)^3 \Lambda_{ij}^\alpha(\omega_{\mathbf{k}}^\sigma, \mathbf{k}; \mathbf{q}\mathbf{v}_\beta, \mathbf{q}) G_{j,l}(\mathbf{q}\mathbf{v}_\beta, \mathbf{q}) v_{\beta,l}, \quad (3.35)$$

$$M_i^\beta = e_\alpha (2\pi)^3 \Lambda_{ij}^\beta(\omega_{\mathbf{k}}^\sigma, \mathbf{k}; \omega - \mathbf{q}\mathbf{v}_\beta, \mathbf{k} - \mathbf{q}) G_{j,l}(\omega_{\mathbf{k}}^\sigma - \mathbf{q}\mathbf{v}_\beta, \mathbf{k} - \mathbf{q}) v_{\alpha,l} \quad (3.36)$$

где

$$\Lambda_{ij}^\alpha(\omega, \mathbf{k}; \omega_1, \mathbf{k}_1) = \frac{e_\alpha^3 \sqrt{1 - v_\alpha^2/c^2}}{m_\alpha \omega_1 (2\pi)^3 (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_\alpha)^2} \{ \delta_{ij} (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_\alpha)^2 + \\ + (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_\alpha) (v_{\alpha,i} k_j + v_{\alpha,j} k_{1,i}) + v_{\alpha,i} v_{\alpha,j} (\mathbf{k}\mathbf{k}_1 - \omega\omega_1/c^2) \}. \quad (3.37)$$

Тем самым в общем виде записаны (в классическом пределе) вероятности тормозного излучения, учитывающие также переходное поляризационное тормозное излучение.

3.4. Флуктуации и поляризационное тормозное излучение

Хорошо известно, что однородная среда и, в частности, однородная плазма не излучают. Речь идет, конечно, об однородности в среднем при наличии флуктуаций. Функцию распределения следует разбить на флуктуационную и регулярную части:

$$f_{p\alpha}^{\alpha} = \Phi_{p\alpha}^{\alpha} + \delta f_{p\alpha}^{\alpha}. \quad (3.38)$$

Утверждение об однородности и стационарности относится к $\Phi_{p\alpha}^{\alpha}$, причем

$$\langle f_{p\alpha}^{\alpha} \rangle = \Phi_{p\alpha}^{\alpha}, \quad \langle \delta f_{p\alpha}^{\alpha} \rangle = 0. \quad (3.39)$$

Для описания системы частиц с помощью $\Phi_{p\alpha}^{\alpha}$ нужно усреднить исходные уравнения кинетики плазмы

$$\frac{\partial f_{p\alpha}^{\alpha}}{\partial t} + v_{\alpha} \frac{\partial f_{p\alpha}^{\alpha}}{\partial r} + e_{\alpha} \left(\mathbf{E} + \left[\frac{v_{\alpha}}{c} \mathbf{H} \right] \right) \frac{\partial f_{p\alpha}^{\alpha}}{\partial p_{\alpha}} = 0 \quad (3.40)$$

по статистическому ансамблю. Можно считать регулярные поля отсутствующими (хотя можно учесть и $\langle \mathbf{E} \rangle$, $\langle \mathbf{H} \rangle$). Тогда $\delta \mathbf{E}$ и $\delta \mathbf{H}$ выражаются из уравнений Максвелла через δf . Уравнение для δf получается из (3.40) путем вычитания усредненного уравнения.

В линейном приближении имеем

$$i(\omega - kv_{\alpha}) \delta f_{p,k}^{\alpha} = e_{\alpha} \left(\delta \mathbf{E}_k + \left[\frac{v_{\alpha}}{c} \mathbf{H}_k \right] \right) \partial \Phi_{p\alpha}^{\alpha} / \partial p_{\alpha}, \quad (3.41)$$

а усредненное уравнение будет иметь вид

$$\frac{\partial \Phi_{p\alpha}^{\alpha}}{\partial t} + v_{\alpha} \frac{\partial \Phi_{p\alpha}^{\alpha}}{\partial r} = -e_{\alpha} \left\langle \left(\delta \mathbf{E} + \left[\frac{v_{\alpha}}{c} \delta \mathbf{H} \right] \right) \frac{\partial \delta f_{p\alpha}^{\alpha}}{\partial p_{\alpha}} \right\rangle. \quad (3.42)$$

Из (3.41) и (3.42) в две строчки можно получить интеграл столкновений Ландау—Балеску (3.7), (3.8). Для этого достаточно: а) отбросить в (3.41) и (3.42) для случая нерелятивистских частиц член с магнитным полем; б) δE выразить через δf из уравнения Пуассона

$$i(k\delta E_k) = 4\pi \sum_{\beta} e_{\beta} \int \delta f_{p\beta}^{\beta} dp_{\beta} / (2\pi)^3 \quad (3.43)$$

и, наиболее существенный пункт, в) при решении (3.41) учитывать не только флуктуации, индуцированные флуктуирующими полями δE , но и те, которые имеются в системе в отсутствие

полей (решение однородного уравнения левой части (3.41)). Ясно, что эти δf будут пропорциональны $\delta(\omega - kv)$. Коэффициент пропорциональности легко находится, если воспользоваться известной теоремой статистической физики о том, что средняя квадратичная флуктуация в газе свободных частиц в некотором объеме V равна числу частиц в этом объеме. Это дает

$$\langle \delta f_{p,k}^{\alpha(0)} \delta f_{p',k'}^{\alpha(0)} \rangle = \Phi_p^\alpha \delta(p - p') \delta(k + k') \delta(\omega - kv). \quad (3.44)$$

Таким образом, в (3.41) для электростатических флуктуирующих полей

$$\delta f_{p,k}^{\alpha} = \delta f_{p,k}^{\alpha(0)} + \frac{e_\alpha \delta E_k^{(0)}}{i(\omega - kv_\alpha)} \frac{\partial \Phi_{p\alpha}^\alpha}{\partial p_\alpha}. \quad (3.45)$$

Подстановка этого соотношения вместе с (3.43) в (3.42) сразу приводит к интегралу столкновений (3.7), (3.8).

Эффекты тормозного излучения получаются при расчете более высоких членов по зарядам частиц и, в частности, нелинейных по δf членов. Несложно получить при этом некоторые члены в записанных уравнениях баланса для $\Phi_{p\alpha}$, $\Phi_{p\beta}$ и N_k^σ . В [1, 2] использовался расчет силы трения F из-за тормозного излучения. Однако проще проиллюстрировать результат на примере спонтанного поляризационного тормозного излучения. Для этого нужно получить уравнение для N_k^σ . Само N_k^σ определяется через свободное поперечное электромагнитное поле $\delta E_k^{\sigma(0)}$ при усреднении $\langle \delta E_{k,i}^{\sigma(0)} \delta E_{k',j}^{\sigma(0)} \rangle$. Величина δE_k^σ определяется решением уравнений Максвелла с правой частью, связанной с флуктуацией распределения частиц. При решении этого уравнения наряду с вынужденным членом нужно учесть решение свободного уравнения (так же, как и при решении уравнения для δf). Отсюда имеем $\delta E_{k,i}^{\sigma(0)}$, среднее квадратичное которого и дает $N_{k\sigma}^\sigma$.

При составлении уравнения для N_k^σ проще всего уравнения Максвелла умножить на δE , тогда в правой части возникает $\delta E \delta j$, т. е. работа сил поля над током (ср. с методом Ландау в разд. 2.1). Фактически это известное уравнение баланса энергий. В левой части после усреднения возникает dN_k^σ/dt , правая же часть $\delta E \delta j$ — это то же выражение, которое было использовано для подсчета мощности излучения в методе Ландау, только для флуктуационных токов и полей.

Далее, для получения спонтанного излучения можно в $\delta E \delta j$ перейти к пределу $N_k^\sigma \rightarrow 0$ (индуцированный член пропадает). Но это значит, что δE можно выразить через δj , используя вынужденное решение уравнения Максвелла. Затем получится мощность излучения, в которую входит $\langle [k \delta j]^2 \rangle$. Здесь можно подставлять разные δj . Возникают три вклада. Два из них связаны с тормозным излучением; о третьем скажем несколько ниже.

Поляризаационное тормозное излучение описывается следующим вкладом. В уравнении для δf учтем нелинейный член, опущенный в (3.41):

$$i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_\alpha) \delta f_{\mathbf{p}_\alpha, k}^\alpha = e_\alpha \int \left(\delta \mathbf{E}_q + \left[\frac{\mathbf{v}_\alpha}{c} \delta \mathbf{H}_q \right] \right) \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_\alpha} \delta f_{\mathbf{p}_\alpha, k-q}^\alpha dq, \quad (3.46)$$

и вместо δf в правой части подставим (в первом приближении) выражение (3.41).

Это дает

$$\delta j = \int e_\alpha \mathbf{v}_\alpha \frac{\delta f_{\mathbf{p}_\alpha, k}^\alpha}{(2\pi)^3} d\mathbf{p}_\alpha = \int S_{ijl}(k; q) (\delta E_{l,q} \delta E_{l, k-q} - \langle \delta E_{l,q} \delta E_{l, k-q} \rangle) dq, \quad (3.47)$$

где

$$S_{ijl} = -\frac{1}{2} \sum_\beta e_\beta^3 \int \frac{1}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_\beta} \left\{ \left(\frac{\mathbf{q}}{q} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_\beta} \right) \frac{1}{\omega - q_0 - (\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}_\beta} \times \right. \\ \times \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{q})}{|\mathbf{k} - \mathbf{q}|} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_\beta} + \left(\frac{(\mathbf{k} - \mathbf{q})}{|\mathbf{k} - \mathbf{q}|} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_\beta} \right) \frac{1}{q_0 - (\mathbf{q}\mathbf{v}_\beta)} \times \\ \left. \times \left(\frac{\mathbf{q}}{q} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_\beta} \right) \right\} \Phi_{\mathbf{p}_\beta}^\beta \frac{d\mathbf{p}_\beta}{(2\pi)^3}. \quad (3.48)$$

Получился ток (3.26) с конкретным выражением для коэффициентов S_{ijl} нелинейной поляризуемости, хорошо известной в физике плазмы. Далее, вместо (3.28) запишем

$$\delta E_{k,i}^{\alpha, \beta} = G_{k,i,j} \delta f_{k,i}^{\alpha, \beta(0)}, \quad (3.49)$$

где $\delta f_{k,i}^{\alpha, \beta(0)}$ обязано «нулевым» флуктуациям поля частиц:

$$\delta j_k^{\alpha, \beta(0)} = e_{\alpha, \beta} \int \mathbf{v}_{\alpha, \beta} \delta f_{\mathbf{p}, k}^{\alpha, \beta(0)} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (3.50)$$

При усреднении $\langle [k\delta j]^2 \rangle$ используем (3.44). В результате получим сразу выражение (3.17), пропорциональное $\Phi_{\mathbf{p}_\alpha}^\alpha$ и $\Phi_{\mathbf{p}_\beta}^\beta$ (выше мы получили (3.18), используя токи отдельных частиц, т. е. выражение без $\Phi_{\mathbf{p}_\alpha}^\alpha$). Сама же вероятность, получаемая этим путем, выражается через нелинейные токи, даваемые соотношениями (3.32) и (3.33).

Таким образом, строго доказано, что поляризаационное переходное тормозное излучение входит необходимой составляющей излучения единицы объема плазмы и получается автоматически при использовании последовательной теории флуктуаций.

Картина частиц, «одетых» поляризаационной «шубой», проявляется не только в столкновениях частиц (интеграл Ландау—Балеску), но и в тормозном излучении.

Конечно, выделенный вклад δf , учтенный при расчете, не является единственным. Помимо этого, возникают и нелинейные

члены типа $\delta E \delta f^{(0)}/\delta p$, которые дают обычное тормозное излучение. Последовательный учет всех членов нужного порядка дает полные уравнения баланса для $\Phi_{p\alpha}^\alpha$, $\Phi_{p\beta}^\beta$ и N_k^σ . Если $N_k^\sigma \neq 0$, то возникает еще один канал — рассеяние фотонов на частицах. В рамках уравнений баланса нужно ввести еще вероятность рассеяния и дополнить эти уравнения соответствующими членами [9].

Последовательная теория флуктуаций автоматически дает не только тормозное излучение, но и рассеяние, причем включает в себя как обычное томсоновское рассеяние, так и рассеяние на поляризационных «шубах», т. е. переходное рассеяние. Об этом уже шла речь в гл. 1. Результаты Розенблюта—Ростоккера (см. [10]) по рассеянию электромагнитных волн в плазме на электронах с «шубами» и ионах с «шубами» полностью воспроизводятся при таком расчете.

Учет всех членов, дающих интегралы столкновений Ландау—Балеску, тормозного излучения, включая поляризационное, и рассеяния, включая переходное рассеяние на поляризационных «шубах», чрезвычайно громоздок. Но общая физическая картина, к которой приводят эти расчеты, совершенно ясна. Поляризационные эффекты проявляются во всех элементарных процессах взаимодействия частиц как между собой, так и с электромагнитным излучением.

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ НА АТОМЕ



4.1. Элементарные квантовые представления теории тормозного излучения

С тех пор как Стокс и Зоммерфельд [1] объяснили «белый» рентгеновский спектр торможением катодных лучей в веществе антикатада, тормозное излучение является предметом экспериментальных и теоретических исследований. Квантовая теория тормозного излучения создана трудами Бете и Гайтлера [2, 3], Зоммерфельда [1] и Заутера [4]. Необходимость квантовой теории следует уже из существования предельной частоты ω_{\max} рентгеновских лучей, которая определяется начальной (индекс i) кинетической энергией налетающей частицы T_i и постоянной Планка:

$$\omega_{\max} = T_i / \hbar. \quad (4.1)$$

Конечно, при определенных условиях квантовая теория переходит в классическую. Это происходит, если энергия тормозного фотона значительно меньше энергии налетающей частицы $\hbar\omega \ll \ll T_{i,j}$ (точнее, конечной (индекс j) и начальной). Тогда квантовый ток перехода можно заменить классическим током частицы и квантовая формула для интенсивности тормозного излучения переходит в формулу классической теории.

В работах [1—4], которые возникли вскоре после создания квантовой механики, и многих последующих тормозное излучение рассматривается как испускание фотона заряженной налетающей частицей в результате рассеяния в заданном внешнем поле. В классической теории внешнее поле нужно для торможения электрона: интенсивность излучения пропорциональна квадрату ускорения. В квантовой теории свободный электрон не излучает из-за того, что в элементарном акте излучения фотона не могут выполняться одновременно законы сохранения энергии и импульса; из-за различных законов дисперсии электрона и фотона электрон не может передавать фотону импульс, соответствующий переданной энергии. Таким третьим «телом» в случае заданного внешнего поля является атом, который предполагается бесконечно тяжелым и поэтому может принять на себя любой избыток импульса. В работах [1—4] внешним полем является

кулоновское поле неподвижного ядра, «гололого» или экранированного электростатическим потенциалом атомных электронов (приближение экранировки). Для «гололого» ядра, если рассматривать его как точечный кулоновский заряд, т. е. пренебречь его структурой и отдачей в процессе тормозного излучения (из-за большой массы ядра по сравнению с массой налетающего электрона), такое приближение является точным. Что же касается атома или иона, то здесь ситуация значительно более сложная.

В отличие от других приближений, использованных в теории Бете и Гайтлера, а именно борновского приближения и теории возмущений по электромагнитному полю, приближение экранировки не обосновывается и имеет скорее интуитивный характер. Представление об атомном электроне как о «размазанном» электрическом заряде приводит к правильному сечению упругого рассеяния электрона на атоме (в борновском приближении и в пренебрежении обменными эффектами). Здесь строгое рассмотрение, основанное на применении точного гамильтониана задачи, и приближение экранировки приводит к одинаковым результатам. Роль атомного электрона сводится к введению в сечение рассеяния форм-фактора, который учитывает экранировку заряда. Вероятно, поэтому казалось естественным применить приближение экранировки и в теории тормозного излучения. Приближенный характер такого подхода был ясен многим авторам и отмечался, например, в [5]. Дело в том, что в приближении экранировки налетающая частица и атомный электрон «неравноправны». В то время как налетающая частица рассматривается последовательно, а именно в гамильтониане задачи учитывается ее кинетическая энергия и взаимодействие с электромагнитным полем, соответствующие члены, относящиеся к атомному электрону, не учитываются. Несмотря на это, примерно до середины 70-х годов казалось, что приближение экранировки достаточно, по крайней мере, в рентгеновском диапазоне частот. Такой точки зрения, по-видимому, придерживались даже те авторы, которые в своих работах использовали для расчета сечения тормозного излучения точный гамильтониан задачи [6—8]. Эта же точка зрения нашла свое отражение во всех известных нам учебниках и монографиях. Правда, здесь нужно сделать оговорку, что все сказанное выше относится к процессам, при которых состояние атома не изменяется. Если с одновременным испусканием фотона атом ионизируется, тогда избыток импульса налетающей частицы может быть передан атомному электрону. В этом случае роль атомных электронов, конечно, не сводится только к экранировке. Это отмечается, например, в монографии Бете и Солпитера [2].

В 70-х годах появились работы [9—13], из которых стало ясно, что в ряде случаев, в том числе в наиболее характерной для тормозного излучения области рентгеновских частот, приближение экранировки не только неточно количественно, но и не дает правильной физической картины. В данной главе мы

построим последовательную теорию тормозного излучения, основанную на точном гамильтониане задачи, и покажем, что некоторые из полученных результатов можно объяснить из простых физических соображений.

Прежде чем перейти к изложению, напомним элементарные квантовые представления о тормозном излучении. Рассмотрим процесс, который состоит в рассеянии заряженной частицы на силовом центре. Примем, что взаимодействие центра с частицей характеризуется потенциальной энергией $V(r)$, где радиус-вектор частицы отсчитывается от центра. В результате рассеяния импульс и энергия частицы изменяются от начальных значений p_i, T_i до конечных p_f, T_f и одновременно, т. е. в том же квантовом акте рассеяния, испускается фотон $\hbar\omega$. Этот процесс характеризуется величиной дифференциального сечения. Если умножить сечение на величину потока частиц, т. е. на число частиц, которые проходят через 1 см^2 в 1 с , то получим число частиц, которые рассеиваются одним центром в 1 с (если это тормозное излучение, то с одновременным испусканием фотона). Умножив эту величину на концентрацию силовых центров, получим число актов рассеяния в 1 см^3 в 1 с . Дифференциальное сечение можно представить себе наглядно следующим образом: все частицы, которые проходят через площадь, равную дифференциальному поперечному сечению, рассеиваются определенным образом. Когда рассеивает один атом, то можно ожидать, что сечение будет примерно равно площади поперечного геометрического сечения атома, т. е. площади порядка 10^{-16} см^2 . Это действительно примерно так для упругого рассеяния. Что касается тормозного излучения в статическом поле, то это гораздо менее эффективный процесс: для него типичное значение поперечного сечения на много порядков меньше. Таким образом, только очень малая доля столкновений налетающей частицы (электрона, протона и т. д.) с атомом сопровождается испусканием фотона.

В принятом здесь приближении статического поля дифференциальное сечение тормозного излучения равно

$$d\sigma_{st}(\omega) = \frac{e_0^2 p_f^4 \pi^2}{\hbar^3 c^3 p_i} |(e_{k,\sigma} q)|^2 |V(q)|^2 d\Omega_k d\Omega_{p_f} \frac{d\omega}{\omega}, \quad (4.2)$$

$$V(q) = \int V(r) \exp(-iqr) dr / (2\pi)^3, \quad \hbar q = p_f - p_i.$$

Сечение $d\sigma_{st}(\omega)$ описывает процесс испускания фотона с волновым вектором k в интервал частот от ω до $\omega + d\omega$ (телесный угол $d\Omega_k$ — вокруг направления k), вектор поляризации фотона $e_{k,\sigma}$ соответствует одной из двух возможных взаимно ортогональных поляризаций $\sigma = 1, 2$. Налетающая частица, заряд которой e_0 и масса m_0 , рассеивается в телесный угол направлений импульса $d\Omega_{p_f}$. Сечение $d\sigma_{st}(\omega)$ пропорционально квадрату фурье-компоненты потенциальной энергии взаимодействия, причем аргументом фурье-компоненты является вектор q — изменение вол-

нового числа налетающей частицы при рассеянии (или в системе единиц, где $\hbar=1$, — переданный импульс).

Кратко остановимся на том, как вычисляется сечение $d\sigma_{\text{ат}}(\omega)$. Интересующая нас квантовая система — это налетающая частица, взаимодействующая с силовым центром и квантованным электромагнитным полем. Гамильтониан системы:

$$H = H_p^{(0)} + H_f^{(0)} + H_{p,f} + V(\mathbf{r}). \quad (4.3)$$

Здесь $H_p^{(0)}$, $H_f^{(0)}$ — гамильтонианы соответственно частицы и квантованного электромагнитного поля; $H_{p,f}$, $V(\mathbf{r})$ описывают взаимодействие частицы с электромагнитным полем и силовым центром (конкретные выражения для слагаемых гамильтониана (4.3) даны ниже, в разд. 4.2). Стандартными методами квантовой механики вычисляется вероятность (в единицу времени) интересующего нас перехода. Рассматривается член амплитуды перехода, пропорциональный как взаимодействию частицы с силовым центром $V(\mathbf{r})$, так и взаимодействию с квантованным полем $H_{p,f}$. Поскольку, как уже говорилось, для излучения тормозного фотона необходимы оба взаимодействия одновременно, то это наименьший член теории возмущений, который описывает тормозное излучение. Сечение вычисляется как вероятность перехода в единицу времени, деленная на плотность потока налетающих частиц.

Описанная выше постановка задачи является вполне строгой для точечного кулоновского центра, т. е. для бесструктурного ядра, если пренебречь его отдачей. Однако в рамках той же постановки задачи рассматривалось и тормозное излучение, которое возникает при рассеянии заряженной частицы на атоме. В атоме заряд ядра экранируется атомными электронами. Ограничимся самым простым случаем — атомом водорода или водородоподобным ионом с зарядом ядра $e_i = Ze$. Тогда плотность заряда экранирующего электронного облака — $e|\psi(\mathbf{r})|^2$, где $\psi(\mathbf{r})$ — волновая функция связанного электрона в атоме водорода. Потенциальная энергия взаимодействия налетающей частицы с атомом равна

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_a) = e_0 Z e / r - e_0 e / |\mathbf{r} - \mathbf{r}_a|. \quad (4.4)$$

Здесь \mathbf{r}_a — радиус-вектор атомного электрона. Фурье-компонента потенциальной энергии равна

$$V(\mathbf{q}) = (e e_0 / 2\pi^2 q^2) [Z - F(\mathbf{q})], \quad (4.5)$$

$$F(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) |\psi(\mathbf{r})|^2.$$

Функция $F(\mathbf{q})$ называется форм-фактором. Поскольку атомные волновые функции $\psi(\mathbf{r})$ обладают определенной четностью, форм-фактор $F(\mathbf{q})$ — вещественная величина. Он описывает влияние атомных электронов на процесс рассеяния: при рассеянии на «голом» ядре в формуле для $V(\mathbf{q})$ форм-фактор нужно опустить; при рассеянии на атоме форм-фактор $F(\mathbf{q})$ уменьшает

заряд ядра, т. е. описывает экранировку ядра атомными электронами. Поскольку форм-фактор зависит от переданного импульса q , то и степень экранировки зависит от этой величины.

Каким образом можно наглядно представить себе экранировку в квантовой теории? Когда рассеивается не классическая частица, а волна, то, строго говоря, нельзя ввести представление о прицельном расстоянии. Однако это можно сделать приближенно. В интеграле (4.5), определяющем $F(q)$, из-за быстрых осцилляций экспоненты (для каждого данного q) не играют существенной роли расстояния, превышающие $1/q$. Значит, для данной передачи импульса q заряд, экранирующий ядро, расположен на расстоянии от 0 до $1/q$. Малым передачам импульса соответствуют большие прицельные расстояния: при $q \rightarrow 0$ форм-фактор $F(q) \rightarrow Z$ и электроны экранируют ядро своим полным зарядом; большие q соответствуют малым прицельным расстояниям $1/q$, когда форм-фактор $F(q)$ мал и на электрон, пролетающий вблизи ядра, действует полный заряд ядра.

Таким образом, картина экранировки является физически наглядной и для упругого рассеяния на атоме в борновском приближении она может быть строго введена, если исходить из точного гамильтониана для этой задачи.

Как же обстоит дело с тормозным излучением? В отличие от упругого рассеяния картина экранировки соответствует здесь не точному, а приближенному гамильтониану. Строгое рассмотрение на основе точного гамильтониана приводит к другим результатам.

4.2. Полное сечение тормозного излучения с учетом поляризационного тормозного излучения

Итак, сформулируем точно задачу о тормозном излучении, которое возникает при столкновении нерелятивистской заряженной частицы с атомом. Гамильтониан задачи:

$$H = H_{p,a} + H_f^{(0)} + H_{p,f} + H_{a,f}. \quad (4.6)$$

Здесь $H_{p,a}$ — гамильтониан системы атом + взаимодействующая с атомом налетающая частица; $H_f^{(0)}$ — гамильтониан квантового электромагнитного поля; операторы $H_{p,f}$ и $H_{a,f}$ описывают взаимодействие налетающей частицы и атомных электронов с квантованным электромагнитным полем. В гамильтониан H равноправно входят налетающая частица и атомные электроны. В дальнейшем мы будем рассматривать однофотонные процессы и сохраним в операторах $H_{p,f}$ и $H_{a,f}$ только члены, линейные по квантованному вектор-потенциалу \hat{A} электромагнитного поля:

$$H_{p,f} = -\frac{e_0}{m_0 c} \hat{A}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}}, \quad H_{a,f} = \frac{e}{mc} \sum_{j=1}^N \hat{A}(\mathbf{r}_j) \hat{\mathbf{p}}_j, \\ \hat{A}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} [A_{\mathbf{k}, \sigma}^{(-)}(\mathbf{r}) \hat{a}_{\mathbf{k}, \sigma} + A_{\mathbf{k}, \sigma}^{(+)}(\mathbf{r}) \hat{a}_{\mathbf{k}, \sigma}^{\dagger}] \quad (4.7)$$

$$k = \{k_i\}, \quad k_i = (2\pi/L)l_i, \quad l_i = 0, \pm 1, \pm 2, \quad i = x, y, z,$$

$$A_{k,\sigma}^{(\mp)} = \delta_k \exp(\pm ikr) e_{k,\sigma}, \quad \delta_k = (2\pi\hbar c^2/L^3\omega_k)^{1/2}, \quad \omega_k = kc.$$

Здесь $\hat{a}_{k,\sigma}^+$, $a_{k,\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения фотона с волновым вектором k и поляризацией σ . Мы предполагаем, что атом остается неподвижным до и после столкновения (пренебрегаем отдачей), радиус-вектор каждого из N атомных электронов обозначен через r_j , налетающей частицы — через r . Как обычно, введена основная область в форме куба с ребром L , $V=L^3$, \hat{p} — оператор импульса. Таким образом, точный гамильтониан учитывает взаимодействие с квантованным электромагнитным полем не только налетающей частицы (как в приближении экранировки), но и атомных электронов. Это в конечном счете приводит к учету их излучения в процессе столкновений.

Вероятность $d\omega_{f,i}$ спонтанного испускания одного фотона в определенный интервал импульсов $\hbar k$ равна

$$d\omega_{f,i} = (2\pi/\hbar) \sum_{k,\sigma_f} |\langle f | \hat{L} | i \rangle|^2 \delta(\epsilon_f - \epsilon_i + \hbar\omega), \quad \kappa_f \hbar = p_f, \quad (4.8)$$

$$\hat{L} = -\frac{e_0}{m_0c} A_{k,\sigma}^{(+)} \hat{p} + \frac{e}{mc} \sum_{j=1}^N A_{k,\sigma}^{(+)} \hat{p}_j.$$

Здесь суммирование проводится по конечным импульсам фотона и налетающей частицы, δ -функция выражает закон сохранения энергии. Матричный элемент вычисляется на волновых функциях Φ_s — собственных функциях гамильтониана $H_{a,p}$:

$$(H_a^{(0)} + H_p^{(0)} + V) \Phi_s = \epsilon_s \Phi_s,$$

$$\langle f | \hat{L} | i \rangle = \int d\mathbf{r}_a d\mathbf{r} \Phi_f^*(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) \hat{L}(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) \Phi_i(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}), \quad (4.9)$$

$$\mathbf{r}_a = \{\dots \mathbf{r}_j \dots\}, \quad d\mathbf{r}_a = d\mathbf{r}_1, \dots, d\mathbf{r}_j, \dots, d\mathbf{r}_N,$$

$$V(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) = \frac{Ze_0}{r} - \sum_{j=1}^N \frac{ee_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|},$$

где $H_a^{(0)}$ — гамильтониан атома; $H_p^{(0)}$ — гамильтониан налетающей частицы; ϵ_s — собственные значения гамильтониана $H_{a,p}$; s — совокупность квантовых чисел, определяющих состояние системы атом + налетающая частица; i, f — отмечают начальное и конечное состояния; V — потенциал взаимодействия атома с налетающей частицей; \mathbf{r}_a — совокупность координат атомных электронов. Задачу о рассеянии налетающей частицы атомом будем решать в борновском приближении, т. е. в выражениях для волновой функции $\Phi_s^{(1)}$ и матричных элементов $\langle f | \hat{L} | i \rangle$ ограничимся членами первого порядка по V (индекс 1 в $\langle f | \hat{L} | i \rangle$):

$$\langle f|L|i\rangle_1 \equiv \Sigma_i + \Sigma_f = \sum_{s_0 \neq f_0} \frac{\langle f_0|\hat{V}|s_0\rangle \langle s_0|L|i_0\rangle}{\varepsilon_{f_0}^{(0)} - \varepsilon_{s_0}^{(0)}} +$$

$$+ \sum_{s_0 \neq i_0} \frac{\langle f_0|\hat{L}|s_0\rangle \langle s_0|V|i_0\rangle}{\varepsilon_{i_0}^{(0)} - \varepsilon_{s_0}^{(0)}},$$

$$\Phi_s^{(1)} = \Phi_s^{(0)} + \sum_{s_0 \neq s_0'} \frac{\langle s_0|V|s_0'\rangle}{\varepsilon_{s_0}^{(0)} - \varepsilon_{s_0'}^{(0)}} \Phi_{s_0'}^{(0)}, \quad (4.10)$$

$$\Sigma_i = \sum_{s_0 \neq f_0} \frac{\langle f_0|V|s_0\rangle \langle s_0|\hat{L}|i_0\rangle}{\varepsilon_{f_0}^{(0)} - \varepsilon_{s_0}^{(0)}}, \quad \Sigma_f = \sum_{s_0 \neq i_0} \frac{\langle f_0|\hat{L}|s_0\rangle \langle s_0|V|i_0\rangle}{\varepsilon_{i_0}^{(0)} - \varepsilon_{s_0}^{(0)}}.$$

Матричные элементы $\langle s_0|\hat{L}|s_0'\rangle$ и $\langle s_0|V|s_0'\rangle$ рассчитаны на собственных функциях $\Phi_{s_0}^{(0)}$ гамильтониана $H^{(0)} = H_a^{(0)} + H_p^{(0)}$. В формуле (4.10) опущен матричный элемент $\langle f_0|\hat{L}|i_0\rangle$, поскольку он описывает другой процесс — излучение фотона атомом. Решение невозмущенной задачи имеет следующий вид:

$$H^{(0)}\Phi_{s_0}^{(0)} = \varepsilon_{s_0}^{(0)}\Phi_{s_0}^{(0)}, \quad H^{(0)} = H_a^{(0)} + H_p^{(0)}, \quad s_0 = \{n, \mathbf{x}\} = \{n, p/\hbar\},$$

$$p = \hbar\mathbf{x}, \quad T_p = p^2/2m_0, \quad \varepsilon_{s_0}^{(0)} = T_p + E_n, \quad T_p \ll m_0c^2,$$

$$\mathbf{x}_i = (2\pi/L)l_i, \quad l_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad \Phi_{s_0}^{(0)} = \varphi_n(\mathbf{r}_a)\psi_p(\mathbf{r}),$$

$$\psi_p(\mathbf{r}) = L^{-3/2} \exp(i\mathbf{x}\mathbf{r}) = \exp(ip\mathbf{r}/\hbar) L^{-3/2}, \quad H_p^{(0)}\psi_p = T_p\psi_p, \quad (4.11)$$

$$H_a^{(0)}\varphi_n(\mathbf{r}_a) = E_n\varphi_n(\mathbf{r}_a).$$

Здесь $\varphi_n(\mathbf{r}_a)$ и E_n — волновые функции и термы атома; ψ_p и T_p — то же для налетающей частицы; n — совокупность квантовых чисел атома; $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{x}$ — импульс налетающей частицы; s_0 — полная совокупность квантовых чисел n и $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{x}$. Используя ортонормировку функций $\varphi_n(\mathbf{r}_a)$ и $\psi_p(\mathbf{r})$, получаем

$$\langle s|\hat{L}|s'\rangle = (\delta_{\mathbf{k}/c}) [- (e_0/m_0)\hbar(\mathbf{x}'\mathbf{e}_{\mathbf{k},\sigma})\delta_{\mathbf{x}',\mathbf{x}+\mathbf{k}}\delta_{n,n'} +$$

$$+ (e/m)\langle n|\hat{L}^a|n'\rangle\delta_{\mathbf{x},\mathbf{x}'}],$$

$$\hat{L}^a = \sum_j \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_j)(\mathbf{e}_{\mathbf{k},\sigma}\hat{\mathbf{p}}_j). \quad (4.12)$$

После подстановки (4.12) в (4.10) существенно упрощаются суммы по промежуточным состояниям — теперь суммирование проводится только по состояниям атома:

$$\langle f|\hat{L}|i\rangle_1 = \frac{\delta_{\mathbf{k}}(2\pi)^3}{L^3c} \left[+ \frac{e_0}{m_0} \frac{(\mathbf{q}\mathbf{e}_{\mathbf{k},\sigma})}{\omega} \frac{ee_0}{2\pi^2q^2} (Z\delta_{n_f,n_i} -$$

$$- F_{n_f,n_i}(\mathbf{q})) + \frac{e}{m} \Sigma \right], \quad (4.13)$$

$$F_{n_f, n_i}(\mathbf{q}) = \sum_{j=1}^N \langle n_f | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_j) | n_i \rangle,$$

$$\dot{\Sigma} = \sum_n \frac{\langle n_f | V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) | n \rangle \langle n | \hat{L}^a | n_i \rangle}{E_{n_i} - E_n - \hbar\omega} + \sum_n \frac{\langle n_f | \hat{L}^a | n \rangle \langle n | V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) | n_i \rangle}{E_{n_f} - E_n + \hbar\omega},$$

$$\mathbf{q} = \boldsymbol{\kappa}_f - \boldsymbol{\kappa}_i = (\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i) / \hbar.$$

При вычислении первого слагаемого в (4.13) использованы формулы

$$\langle \boldsymbol{\kappa}_f, n_f | V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_a) | \boldsymbol{\kappa}_i, n_i \rangle = (2\pi)^3 \langle n_f | V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) | n_i \rangle,$$

$$V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \langle \boldsymbol{\kappa}_f | V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_a) | \boldsymbol{\kappa}_i \rangle = \frac{ee_0}{2\pi^2 q^2} \left(Z - \sum_{j=1}^N \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_j) \right),$$

$$\langle \boldsymbol{\kappa}_f, n_f | V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_a) | n_i, \boldsymbol{\kappa}_i \rangle = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 \frac{ee_0}{2\pi^2 q^2} [Z\delta_{n_f, n_i} - F_{n_f, n_i}(\mathbf{q})], \quad (4.14)$$

$$\langle f | \hat{L} | i \rangle_1 = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 \frac{\delta_{\mathbf{k}}}{c} A_{f, i}.$$

Формула (4.14) получается, если в ее левую часть подставить энергию взаимодействия $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_a)$ и провести необходимое интегрирование. В энергетических знаменателях сумм в формуле (4.10) для матричного элемента исчезает зависимость от $\boldsymbol{\kappa}$, если учесть, что первая сумма вычисляется при значении $\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\kappa}_i$, а вторая — при $\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\kappa}_f$. При вычислении используется закон сохранения энергии

$$E_{n_i} + \frac{p_i^2}{2m_0} = E_{n_f} + \frac{p_f^2}{2m_0} + \hbar\omega, \quad \mathbf{p}_i = \hbar\boldsymbol{\kappa}_i, \quad \mathbf{p}_f = \hbar\boldsymbol{\kappa}_f. \quad (4.15)$$

Предполагается также, что импульсом фотона $\hbar\mathbf{k}$ можно пренебречь по сравнению с импульсом электрона. Впрочем, это приближение сказывается только на величине первого слагаемого в формуле (4.13).

Запишем теперь выражение для дифференциального сечения тормозного излучения:

$$d\sigma_{n_f, n_i}(\omega) = 4\pi^2 \frac{p_f}{p_i} \frac{m_0^2}{\hbar^3 c^3} |A_{f, i}|^2 \omega d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} d\Omega_{\mathbf{p}_f}. \quad (4.16)$$

В результате столкновения налетающей частицы с атомом испускается фотон с частотой ω в интервале частот $d\omega$ и импульсом \mathbf{k} внутри телесного угла $d\Omega^{\mathbf{k}}$. При этом налетающая частица с начальным импульсом \mathbf{p}_i рассеивается в телесный угол $d\Omega_{\mathbf{p}_f}$.

Величина конечного импульса определяется законом сохранения энергии (4.15). Чтобы получить формулу (4.16), нужно в выражении для вероятности перехода (4.8) перейти обычным образом от суммирования к интегрированию по интересующему

нас интервалу импульсов фотона и электрона dk и $d\kappa_f$, а также фактически выполнить интегрирование по κ_f . Полученное выражение делим на поток частиц p_i/m_0L^3 ($1/L^3$ — плотность частиц в объеме основной области L^3) и получаем сечение тормозного излучения.

4.3. Тормозное излучение электрона, позитрона и протона

Приступим теперь к исследованию полученного выражения для сечения тормозного излучения. Рассмотрим характерную для рентгеновского излучения область частот, т. е. будем считать, что энергия фотона больше энергии ионизации всех оболочек атома. В первом приближении пренебрегаем в знаменателях сумм в формуле (4.13) разностями $E_{n_i, f} - E_n$ по сравнению с $\hbar\omega$. Тогда суммы по промежуточным атомным состояниям сворачиваются и получается следующее выражение для сечения:

$$d\sigma_{n_f, n_i}(\omega) = \frac{1}{\pi^2} \frac{p_f}{p_i} \frac{e^2 e_0^2 m_0^2}{\hbar^3 c^3} \frac{(\mathbf{e}_{\mathbf{k}, \sigma} \mathbf{q})^2}{q^4} |B_{n_f, n_i}|^2 \frac{d\omega}{\omega} d\Omega_{\mathbf{k}} d\Omega_{\mathbf{p}_f}, \quad (4.17)$$

$$B_{n_f, n_i} = \frac{e_0}{m_0} [Z\delta_{n_f, n_i} - F_{n_f, n_i}(\mathbf{q})] - \frac{e}{m} F_{n_f, n_i}(\mathbf{q} - \mathbf{k}),$$

$$F_{n_f, n_i} = \left\langle n_f \left| \sum_f \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_f) \right| n_i \right\rangle.$$

Вычисление сумм, которое привело нас к формуле (4.17), сводится к вычислению матричного элемента коммутатора

$$\Sigma = -(1/\hbar\omega) \langle n_f | [V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a), \hat{L}_a] | n_i \rangle, \quad (4.18)$$

$$[\hat{a}\hat{b}] = \hat{a}\hat{b} + \hat{b}\hat{a}.$$

Подставляя выражения для $V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a)$ и \hat{L}_a из формул (4.14) и (4.12) в (4.18), получаем

$$\Sigma = -\frac{ee_0}{2\pi^2\omega q^2} (\mathbf{e}_{\mathbf{k}, \sigma} \mathbf{q}) F_{n_f, n_i}(\mathbf{q} - \mathbf{k}). \quad (4.19)$$

Из (4.16), (4.13) и (4.19), в свою очередь, следует формула (4.17).

Формула (4.17) приводит к новой физической картине тормозного излучения. Обсудим этот вопрос подробнее. Вначале ограничимся упругим тормозным излучением ($n_f = n_i$). Тогда

$$B_{n_i, n_i} = (e_0/m_0) [Z - F_{n_i, n_i}(\mathbf{q})] - (e/m) F_{n_i, n_i}(\mathbf{q} - \mathbf{k}). \quad (4.20)$$

Первые два члена в (4.20) описывают тормозное излучение в приближении экранировки: для данной передачи импульса \mathbf{q} заряд ядра Ze уменьшается на величину $eF_{n_i, n_i}(\mathbf{q})$ (функция $F_{n_i, n_i}(\mathbf{q})$ — форм-фактор атома в состоянии n_i). Это и есть картина экранировки: электронная плотность как статический заряд

экранирует ядро. Развита здесь полная теория тормозного излучения приводит к появлению третьего члена в (4.20). Он возникает только в том случае, если атомный электрон рассматривается как частица, равноправная с налетающей, т. е. в гамильтониане системы учитывается кинетическая энергия атома и его взаимодействие с электромагнитным полем.

Начнем с тормозного излучения электрона. Пусть тормозной фотон излучается при рассеянии электрона на атоме водорода или водородоподобном ионе в основном состоянии ($e_0 = -e$; $m_0 = m$, $n_i = 1s$). Для нерелятивистского электрона в борновском приближении импульсом тормозного фотона можно пренебречь по сравнению с изменением импульса электрона ($k \ll q$). Тогда второй и третий члены (4.20) компенсируются и тормозное излучение происходит так, как если бы налетающий электрон рассеивался на «голом» ядре. Таким образом, атомный электрон не экранирует заряд ядра даже при больших прицельных расстояниях, где он «должен» его полностью экранировать. Эта новая физическая картина имеет простое объяснение. Когда выполняются условия

$$p_{f,i}^2/2m_0 \gg I, \quad \hbar\omega \gg I \quad (4.21)$$

(I — потенциал ионизации), атомный электрон можно считать приближенно свободным. Известно, что амплитуда тормозного излучения при рассеянии частиц с одинаковым отношением заряда к массе (e_0/m_0) равна нулю. Поэтому полная амплитуда тормозного излучения при рассеянии электрона на атоме сводится к амплитуде тормозного излучения на ядре. Конечно, атомный электрон даже при выполнении условий (4.21) нельзя считать вполне свободным, и имеется связанная с этим поправка. Она получается, если в использованном выше разложении по степеням $(E_n - E_{n_i,f})/\hbar\omega$ учесть, кроме первого, еще два члена. Тогда для атома водорода получаем

$$d\sigma_{1s,1s}(\omega) = \frac{1}{\pi^2} \frac{p_f}{p_i} \frac{e^6}{\hbar^3 c^3} \frac{(\mathbf{e}_{\mathbf{k},\sigma\mathbf{q}})^2}{q^4} \times \\ \times \left[1 + \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\omega_a}{\omega} \right)^2 a_B^3 |\psi_{1s}(0)|^2 \right]^2 \frac{d\omega}{\omega} d\Omega_{\mathbf{k}} d\Omega_{p_f}. \quad (4.22)$$

Здесь $\psi_{1s}(0)$ — волновая функция атома водорода при $r_a = 0$; $|\psi_{1s}(0)|^2 a_B^3 = 1/\pi$; $\omega_a = me^4/\hbar^3$ — атомная единица частоты; $a_B = \hbar^2/me^2$ — боровский радиус. Эта формула справедлива при $qa_B \ll 1$, т. е. для достаточно больших прицельных расстояний. При выводе (4.22) использовано соотношение

$$(E_{n'} - E_n) \langle n' | \hat{B} | n \rangle = \langle n' | [H_a^{(0)} \hat{B}] | n \rangle, \quad \hat{B} = \mathbf{e}_{\mathbf{k}\sigma} \nabla_f. \quad (4.23)$$

Сравним формулу (4.22) с сечением, которое получается в приближении экранировки:

$$d\sigma_{st}(\omega) = \frac{1}{\pi^2} \frac{p_f}{p_i} \frac{e^6 (\mathbf{e}_{\mathbf{k},\sigma\mathbf{q}})^2}{\hbar^3 c^3 q^4} \left[1 - \frac{16}{(4 + q^2 a_B^2)^2} \right] \frac{d\omega}{\omega} d\Omega_{\mathbf{k}} d\Omega_{p_f}. \quad (4.24)$$

Рассеяние на протоне описывается первым членом в (4.24), влияние атомного электрона сводится к уменьшению эффективного заряда, как это должно быть по самому смыслу понятия экранировки. При рассеянии на угол $\theta=0$ величина $q=2\omega m/(p_i+p_f)$. Теперь при условии $qa_B \gg 1$, которое совместно с неравенствами (4.21), сечение тормозного излучения не переходит в сечение при рассеянии на ядре: малые значения q соответствуют большим прицельным параметрам и, следовательно, полной экранировке (согласно (4.24) $d\sigma_{s,i} \rightarrow 0$ при $q \rightarrow 0$). Отношение сечений, вычисленных по формулам (4.22) и (4.24), меняется от 500 до 8 при изменении q от 0,3 до 1; если $p_i \simeq 10$ а.е., $\omega \simeq 3$ а.е., то при этом угол θ меняется от 0 до 5° . Если учесть к тому же, что при упомянутых выше условиях (которые обеспечивают выполнение неравенства $p_{f,i}^2/2m_0 \gg \hbar\omega$) интенсивность тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре описывается классической формулой, то приходим к выводу, что (4.24) не имеет правильного предельного перехода к классической теории. Это с очевидностью показывает, что роль атомных электронов в тормозном излучении не сводится к экранировке. При $qa_B \gg 1$ формулы (4.22) и (4.24) совпадают с точностью до величин $\sim (\omega_a/\omega)^2$ и $1/q^4 a_B^4$, поскольку при достаточно малых значениях прицельного параметра экранировка мала. Вместе с тем следует отметить, что и в этом случае влияние атомного электрона на сечение тормозного излучения в той мере, в какой оно вообще существенно, следует учитывать по формуле (4.22).

Выше, говоря о предельном переходе к классической теории, мы имели в виду одновременно переход к случаю свободных частиц, когда и атомный электрон становится свободным. Конечно, и в классической теории можно использовать приближение экранировки (см. гл. 2, 3), но правильная классическая теория должна учитывать еще и поляризационное тормозное излучение. При больших частотах для нерелятивистских налетающих электронов член, описывающий экранировку и поляризационное тормозное излучение, в классической теории сокращается так же, как и в квантовой (см. (4.20) при $e_0/m_0 = -e/m$ [2]). В гл. 2, 3 особое внимание обращалось именно на поляризационное тормозное излучение. Поэтому вначале мы пренебрегали традиционным тормозным излучением (что соответствует в (4.20) пренебрежению первым членом: в частности, он становится пренебрежимо малым, когда $m_0 \rightarrow \infty$). Затем в разд. 2.8 учитывалось и обычное тормозное излучение. Для случая, когда налетающей частицей является нерелятивистский электрон, оба эффекта (экранировки и поляризационного тормозного излучения) в классической теории дают одинаковые по величине и противоположные по знаку вклады в полную амплитуду тормозного излучения (как и в (4.20)). Это имеет место в дипольном по фотону приближении. Формулы разд. 2.8 более сложны, так как они не ограничены дипольным приближением. Для того чтобы установить более тесную связь с результатами гл. 1 и 2, найдем интегральное сечение $d\sigma_{n,\mu_i}(\omega)$

(см. (4.17)), проинтегрированное по $d\Omega_k$ и $d\Omega_{p_f}$ и просуммированное по поляризациям (в $B_{i n_i}$ ограничиваемся первым членом: $B_{n_i n_i} = e_0 Z / m_0$; $e_i = Ze$):

$$\int \sum_{\sigma} (\mathbf{e}_{k, \sigma} q)^2 d\Omega_k = \int \frac{[\mathbf{k}q]}{k^2} d\Omega_k = \frac{8\pi}{3} q^2,$$

$$\int \frac{d\Omega_{p_f}}{q^2} = \hbar^2 2\pi \int \frac{d \cos(\hat{\mathbf{p}}_i \hat{\mathbf{p}}_f)}{p_i^2 + p_f^2 - 2p_i p_f \cos(\hat{\mathbf{p}}_i \hat{\mathbf{p}}_f)} =$$

$$= \frac{2\pi \hbar^2}{p_i p_f} \ln \frac{p_i + p_f}{p_i - p_f} \approx \frac{2\pi \hbar^2}{p_i p_f} \ln \frac{2T_i}{\hbar \omega},$$

$$p_f^2 = p_i^2 - 2m\hbar\omega, \quad p_f \approx p_i - m\hbar\omega/p_i,$$

$$\sum_{\sigma} \int (d\sigma_{n_i n_i}(\omega) / d\Omega_k d\Omega_{p_f}) d\Omega_k d\Omega_{p_f} = \frac{16e_0^4 e^2 Z^2}{3c^2 m_0^2 v_0^2 \hbar \omega} \ln \frac{2T_i}{\hbar \omega},$$

что соответствует формуле (1.4).

Обратимся теперь к тормозному излучению позитрона. Очевидно, что в приближении экранировки, которое описывается первым членом (4.20), сечения тормозного излучения электрона и позитрона равны. Однако, если учесть оба члена (4.20), положение изменится. Второй член, естественно, сохраняет знак при замене электрона на позитрон, а первый — меняет. Теперь форм-факторы уже не вычитаются, а складываются. Рассеяние позитрона на атомном электроде дает не нулевой вклад в тормозное излучение (в отличие от рассеяния электрона на электроде), так как у электрона и позитрона отношения e_0/m_0 отличаются знаком. Резкое различие прежнего и нового подхода проявляется в тормозном излучении протона. Стало уже всеобщим утверждение, что тормозное излучение протона меньше тормозного излучения электрона в отношении обратного квадрата их масс. Это действительно так, если и для протона, и для электрона ограничиться первым («статическим») членом формулы (4.20), который обратно пропорционален массе налетающей частицы m_0 . Второй член суммы совершенно меняет дело: в нем множитель e_0/m_0 заменяется множителем e/m . С точки зрения физической картины излучения это вполне понятно, поскольку первый член связан с дипольным моментом налетающей частицы, а второй — с дипольным моментом атомных электронов. Этот последний («динамический») член приводит к тому, что тормозное излучение протона сравнимо с тормозным излучением электрона, правда, только в низкочастотном диапазоне.

Обратимся теперь к физической картине рассеяния частиц, которая поясняет, почему возникает заметное тормозное излучение протона. Пусть вначале атом покоится в лабораторной системе координат и на него налетает протон со скоростью v_0 . Перейдем от лабораторной системы к системе координат, связанной с

протоном. В ней атом налетает на покоящийся протон. Но атом состоит из ядра и электронов. Рассеяние тяжелой частицы (ядра) на протоне действительно не дает заметного тормозного излучения, поскольку в интересующей нас области частот можно пренебречь структурой ядра. Что же касается атомных электронов, то при достаточно больших частотах они будут излучать как свободные электроны, обладающие той же скоростью v_0 . Для свободного электрона верхний предел излучаемой частоты ограничен величиной $mv_0^2/2$. Для электрона, связанного в атоме, этот предел несколько иной, но все же излучение лежит в низкочастотной области.

Эта простая картина (или подобная ей) время от времени обсуждалась в различных статьях (см., например: [13, 14]), а в работе [15] она была даже положена в основу расчета одного из видов космического γ -излучения. Тем не менее утверждение о том, что протон не излучает, оставалось почти хрестоматийным. Представляется, что инстинктивное недоверие к столь простому рассуждению объясняется тем, что оно не было обосновано расчетом, учитывающим связь электрона в атоме. Другими словами, не было рассмотрения, так сказать, из первых принципов. Такой расчет был проведен позднее в [16] для тормозного излучения на атоме и в [17] для тормозного излучения в плазме. Расчет для атома показал, что приведенные выше простые рассуждения в основном верны, но также и то, что недоверие к ним в известной мере оправдано.

Последовательная теория приводит для многоэлектронного атома к результату, который не согласуется с представлением о независимом рассеянии протона на каждом электроне. При определенных условиях сечение тормозного излучения оказывается пропорциональным не числу N электронов в атоме, а квадрату этого числа. Излучение становится когерентным, подобно тому как когерентным может быть рассеяние света на атоме. Эта аналогия не является поверхностной. Действительно, происходит рассеяние на атомных электронах виртуальных фотонов, составляющих поле протона, в реальные фотоны. С формальной стороны этот результат тоже понятен. Он означает, что когерентно складывается N амплитуд рассеяния на отдельных электронах, а сечение тормозного излучения, в которое входит квадрат амплитуды, оказывается пропорциональным N^2 (см. гл. 5). Этот результат имеет место, конечно, не только для протона, но для любой заряженной налетающей частицы.

Итак, последовательная теория тормозного излучения приводит к новым результатам: она показывает, что в некоторых случаях (см., например: [15]) можно ограничиться простым приближением — считать атомные электроны свободными; в других случаях (например, в области частот фотонов, достаточно малых по сравнению с энергией протона) нужна полная теория хотя бы потому, что атомные электроны могут вносить когерентный вклад в тормозное излучение.

Перейдем теперь к вопросу сравнения теории с экспериментом. На первый взгляд кажется, что именно экспериментаторы должны были «забить тревогу», обнаружив аномально большое с точки зрения прежней теории излучение протона и других ядер. В действительности дело оказалось далеко не таким простым. Интерес к рентгеновскому излучению ядер в непрерывном спектре, конечно, был, но как к некоему фоновому эффекту, который мешал основным наблюдениям. В качестве примера можно остановиться на рентгеноструктурном анализе с ионным возбуждением. Выбор протонов и других ионов для возбуждения характеристических рентгеновских спектров атомов связан с тем, что в области высоких частот, вплоть до начальной энергии протона, тормозное излучение действительно слабое (здесь оно правильно описывается теорией экранировки). Поэтому непрерывный фон рентгеновского излучения не мешает наблюдать характеристические спектры. Что же касается низкочастотной области, то в ней обнаружилось фоновое излучение, как это и следует из приведенной выше теории. Однако в то время, когда было замечено фоновое излучение, теория поляризационного тормозного излучения еще не была создана. Тогда считалось, как об этом говорилось выше, что поляризационные эффекты в тормозном излучении малы. Было выдвинуто другое объяснение [18], основанное на двухступенчатом процессе. Оно состоит в следующем: сталкиваясь с атомом мишени (газообразной или твердой), протон выбивает электрон, так называемый δ -электрон, а тот, в свою очередь сталкиваясь с другими атомами, испускает тормозные фотоны. Это, по крайней мере, двухступенчатый, а может быть, и многоступенчатый процесс, если, проходя через мишень, электрон успевает испустить несколько тормозных фотонов. Такой процесс еще называют каскадным.

Для объяснения низкочастотного фона в работах [16, 19] был предложен и такой процесс: тормозное излучение с одновременной ионизацией. В отличие от излучения δ -электронов этот процесс происходит в один квантовый акт: выбитый из атома электрон рассеивается на том же атоме, из которого он выбит, и одновременно испускает фотон (по нашей терминологии, это неупругое тормозное излучение). Результаты работы [19] относятся к тяжелым ядрам, а [16] — к протону и легким ядрам.

Таким образом, было дано качественное объяснение низкочастотного рентгеновского фона. Однако, как это отмечается в сравнительно недавней работе Ишии и Мориты [20], в определенном частотном интервале совпадения теории с экспериментом не получалось. Ишии и Морита показали, что в этом частотном интервале, который начинается примерно от частоты $2mv_0^2$, преобладает упругое поляризационное тормозное излучение, т. е. такое излучение, при котором атом-мишень остается в своем первоначальном состоянии. Ишии и Морита вывели свои общие формулы в тех же исходных предположениях, что и в [16]. Однако в отличие от [16] они провели численный расчет для атома алюминия

с функциями Слетера. Теория и эксперимент сравнивались для протона с энергией 1 МэВ в интервале частот $\sim 2-6$ кэВ, причем фиксировались фотоны, которые испускались под углом 90° к направлению пучка протонов (под этим углом наблюдается максимальное излучение). Оказалось, что в этом интервале упругое поляризационное тормозное излучение преобладает и над радиационной ионизацией, и над излучением вторичных электронов. При энергии, большей 2 кэВ, которая для протонов с энергией 1 МэВ примерно равна $2mv_0^2$, довольно резко падает излучение вторичных электронов. Это можно понять на основании довольно простых соображений: энергия протона порядка 1 МэВ значительно больше энергии связи электрона в атоме, поэтому процесс передачи энергии выбитому из атома электрону происходит почти так, как если бы электрон был свободен. Но свободному электрону в силу законов сохранения энергии-импульса протон не может передать энергию, большую $2mv_0^2$. Связанному атомному электрону энергия, большая $2mv_0^2$, может быть передана, но все же число таких электронов довольно резко падает с ростом энергии, соответственно резко уменьшается число фотонов с энергией, большей 2 кэВ (т. е. с предельной энергией, почти равной начальной энергии выбитого электрона, который испускает тормозной фотон). Таким образом, на первый план выступает упругое поляризационное тормозное излучение. Оно по крайней мере на порядок больше других видов излучения: радиационного излучения и тормозного излучения вторичных электронов. Очевидно, что, помимо радиационной ионизации, возможен еще один тип неупругого процесса — тормозное излучение с одновременным возбуждением атома на дискретный уровень. К сожалению, роль этого процесса пока не анализировалась в связи с экспериментальными данными.

4.4. Тормозное излучение на малых частотах

Перейдем теперь к рассмотрению частот, меньших энергии ионизации атома ($\hbar\omega < I$). Малые частоты характерны для оптического диапазона, если I — энергия ионизации внешней оболочки атома. В рентгеновской области частоты могут быть малыми по сравнению с энергией ионизации внутренней оболочки атома или ионов с высокой степенью ионизации. Малые частоты интересны в связи с лазерным пробоем и вопросом об усилении света. Вынужденное излучение и существенный для лазерного пробоя обратный тормозной эффект происходят во внешнем электромагнитном поле.

Здесь рассмотрим именно вынужденный процесс на низких частотах, из которого сечение спонтанного тормозного излучения легко найти с помощью соотношений Эйнштейна. Далее мы используем дипольное приближение для взаимодействия налетающей частицы с электромагнитным полем.

Гамильтониан задачи об индуцированном тормозном излучении выглядит теперь так:

$$H = H^{(0)} + V + H_{\text{int}}, \quad (4.25)$$

$$H^{(0)} = H_a^{(0)} + H_p^{(0)}, \quad H_{\text{int}} = 2 \cos \omega t \hat{L}_E(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}),$$

$$\hat{L}_E = \frac{i\hbar E_0}{2\omega} \left(\frac{e_0}{m_0} \nabla - \frac{e}{m} \sum_{j=1}^N \nabla_j \right).$$

Первое слагаемое в \hat{L}_E описывает взаимодействие с электромагнитным полем налетающей частицы, а второе — атомных электронов; E_0 — вектор амплитуды электрического поля волны.

Используя те же приближения и повторяя те же выкладки, которые привели нас к формуле (4.9), снова получаем ее, только теперь оператор \hat{L} определяется формулой (4.25). Формула, аналогичная (4.13), выглядит теперь следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{L}_E | i \rangle = & \left(\frac{2\pi}{L} \right)^3 \frac{i\hbar}{2\omega} \left[\frac{e_0}{m_0} \frac{i(\mathbf{E}_0 \mathbf{q})}{\hbar\omega} \langle n_f | V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) | n_i \rangle - \right. \\ & - \frac{e}{m} \sum_n \frac{\langle n_f | V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) | n \rangle \left\langle n \left| \left(\mathbf{E}_0 \sum_{j=1}^N \nabla_j \right) \right| n_i \right\rangle}{E_{n_f} - E_n \mp \hbar\omega} - \\ & \left. - \frac{e}{m} \sum_n \frac{\left\langle n_f \left| \left(\mathbf{E}_0 \sum_{j=1}^N \nabla_j \right) \right| n \right\rangle \langle n | V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) | n_i \rangle}{E_{n_f} - E_n \pm \hbar\omega} \right]. \quad (4.26) \end{aligned}$$

Здесь также выпало суммирование по промежуточным состояниям налетающей частицы (и по той же причине). Теперь можно записать дифференциальное сечение $d\sigma_{n_f, n_i}^{\text{ind}}(\omega)$ вынужденного излучения фотона (нижний знак — поглощение фотона):

$$d\sigma_{n_f, n_i}^{\text{ind}}(\omega) = \frac{m_0^2}{(2\pi)^2 \hbar^4} \frac{p_f}{p_i} |L^3 \langle f | \hat{L}_E | i \rangle_1|^2 d\Omega_{p_f} = \frac{E_0^2 \pi^2 c^3}{\hbar \omega^5} \frac{d\sigma_{n_f, n_i}(\omega)}{d\omega d\Omega_{\mathbf{k}}}. \quad (4.27)$$

Одновременно с излучением фотона налетающая частица рассеивается в телесный угол $d\Omega_{p_f}$ и может измениться состояние атома ($n_i \rightarrow n_f$); $d\sigma_{n_f, n_i}(\omega)/d\omega d\Omega_{\mathbf{k}}$ — сечение спонтанного излучения (4.16).

Снова, как и при больших частотах, необходимо вычислить суммы (4.26) по промежуточным состояниям атома. Для малых частот (если исключить резонансный случай) это значительно более сложная задача, чем для больших. Для ее решения требуются специальные методы. Они развивались рядом авторов на протяжении длительного времени [21—24]. Обстоятельное изложение

этого вопроса имеется в монографии [21], где приведено много конкретных расчетов. Здесь мы используем следующий простой прием. Обратимся к исходным суммам Σ_i и Σ_f и покажем, что они могут быть вычислены по формулам (Σ_i и Σ_f определяются формулой (4.10) с $\hat{L} = \hat{L}_E$)

$$\Sigma_i = \int dr dr_a \Phi_i^*(r, r_a) W_i, \quad \Sigma_f = \int dr dr_a W_f^* V(r, r_a) \Phi_i, \quad (4.28)$$

если вспомогательные функции W_i и W_f удовлетворяют следующим дифференциальным уравнениям:

$$(H^{(0)} - \varepsilon_f) W_i = -\hat{L}_E \Phi_i, \quad (H^{(0)} - \varepsilon_i) W_f = -\hat{L}_E \Phi_f. \quad (4.29)$$

Решения уравнений (4.29) ищем в виде ряда по собственным функциям оператора $H^{(0)}$:

$$W_i = \sum_{s_0} a_{s_0} \Phi_{s_0}, \quad W_f = \sum_{s_0} b_{s_0} \Phi_{s_0}. \quad (4.30)$$

Подставляя функции W_i и W_f в (4.29), обычным образом получаем уравнения для определения коэффициентов a_{s_0} , b_{s_0} . Они разрешимы только в том случае, если собственные функции, относящиеся к собственным значениям ε_f , ε_i , ортогональны правым частям соответствующих уравнений, т. е. если $\langle f | \hat{L}_E | i \rangle = 0$. Уже отмечалось, что это условие выполняется. Очевидно, что решение уравнения (4.29) определяется с точностью до решений соответствующих однородных уравнений. Мы выбираем следующие частные решения уравнений (4.29):

$$W_i = \sum_{s_0 \neq s_{i_0}} \frac{\langle s_0 | \hat{L}_E | i_0 \rangle}{\varepsilon_{i_0} - \varepsilon_{s_0}}, \quad W_f = \sum_{s_0 \neq s_{f_0}} \frac{\langle s_0 | \hat{L}_E | f_0 \rangle}{\varepsilon_{i_0} - \varepsilon_{s_0}}. \quad (4.31)$$

Прямой подстановкой (4.31) в (4.28) убеждаемся, что решения (4.31) выбраны правильно: в результате получается исходное выражение (4.10) для матричного элемента $\langle f | \hat{L}_E | i \rangle$.

Таким образом, задача свелась к решению уравнений (4.29) и вычислению интегралов (4.28).

Изложенный здесь метод имеет простую физическую интерпретацию. Обычная постановка задачи теории квантовых переходов заключается в рассмотрении переходов под действием нестационарного возмущения H_{int} между стационарными состояниями системы, которая описывается гамильтонианом $H^{(0)} + V$. Стационарную волновую функцию такой системы можно вычислить в первом порядке теории возмущений по взаимодействию V :

$$(H^{(0)} - \varepsilon_{i_0, f_0}^{(0)}) \Psi_{i_0, f_0}^{(1)} = -(V(r, r_a) - \varepsilon_{i_0, f_0}^{(1)}) \Phi_{i_0, f_0}^{(0)}. \quad (4.32)$$

Здесь $\Psi_{i_0, f_0}^{(1)}$, $\varepsilon_{i_0, f_0}^{(1)}$ — поправки первого порядка по V к волновым функциям $\Phi_{i_0, f_0}^{(0)}$ и энергиям $\varepsilon_{i_0, f_0}^{(0)}$. Если бы удалось решить эти уравнения, то это было бы равносильно выполнению суммирования по промежуточным состояниям системы. Предложенный

выше метод состоит, в сущности, в том, что уравнения (4.32) заменяются уравнениями (4.29). Поскольку оператор \hat{L}_E значительно проще оператора V , то уравнения (4.29) проще уравнений (4.32): в уравнениях (4.29) разделяются переменные, а в уравнениях (4.32) не разделяются. Уравнения (4.29) возникают при другой физической постановке задачи, когда рассматриваются переходы между нестационарными состояниями системы, которые описываются гамильтонианом $H^{(0)} + H_{\text{int}}$, под действием не зависящего от времени возмущения V . Разумеется, оба метода приводят к одинаковым результатам. Описанная выше «инверсия возмущений» естественным образом вытекает из вариационного принципа для недиагональных матричных элементов (см. [24]).

Прежде чем продолжить вычисления, конкретизируем задачу. Рассмотрим упругое тормозное излучение, т. е. излучение фотона без возбуждения атома. Будем считать, что налетающая частица — электрон и что она рассеивается на атоме водорода или водородноподобном ионе, который находится в основном состоянии ($e_0 = -e$, $m_0 = m$; $\varphi_{n_i, 0} = \varphi(r_a)$, $n_i = n_f = 1s$). Перейдем к решению уравнений (4.29). Функции $W_{i, f}$ имеют следующий вид:

$$W_{i, f} = \left[\tilde{u}_{i, f}^a(r_a) - \frac{i\alpha_{i, f}}{\hbar\omega} \varphi(r_a) \right] L^{-1/2} \exp(i\mathbf{x}_{i, f} \cdot \mathbf{r}), \quad (4.33)$$

$$\alpha = - \frac{ie\hbar}{2m\omega} \mathbf{E}_0,$$

$$(H_a^{(0)} - E_{n_i, f} \pm \hbar\omega) \tilde{u}_{i, f}^a(r_a) = -\alpha \nabla_a \varphi_{n_i, n_f}(r_a). \quad (4.34)$$

Прямой подстановкой (4.33) в (4.29) убеждаемся в правильности (4.33), (4.34). Решение уравнения (4.34) существенно облегчается целесообразным выбором системы координат. Ось z декартовой системы координат направляем по вектору \mathbf{q} и вводим сферические координаты r_a , θ , φ . Записываем уравнение (4.34) в сферических координатах:

$$(H_a^{(0)} - E_{n_i, f} \pm \hbar\omega) \tilde{u}_{i, f}^a(r_a) = -(\partial\varphi(r_a)/\partial r_a) (\alpha_z \cos\theta + \alpha_x \sin\theta \cos\varphi + \alpha_y \sin\theta \sin\varphi)/r_a. \quad (4.35)$$

Решение уравнений (4.35) ищем в виде

$$\tilde{u}_{i, f}^a(r_a) = \alpha_z u_{i, f}^a(r_a, \theta) + u'_{i, f}(r_a, \theta, \varphi). \quad (4.36)$$

Можно показать, что зависящие от угла φ функции $u'_{i, f}$ не вносят вклад в интегралы $\Sigma_{i, f}$. Таким образом, остается решить уравнения для функций $u_{i, f}^a$:

$$(H_a^{(0)} - E_{n_i, f} \pm \hbar\omega) u_{i, f}^a = -(\partial\varphi(r_a)/\partial r_a) \cos\theta. \quad (4.37)$$

Дальше будем проводить вычисления в атомных единицах; к абсолютным единицам вернемся в окончательных выражениях для матричного элемента оператора \hat{L}_E и сечения. Решение урав-

нения (4.37) ищем в виде

$$u_{i,f}^a = \rho \cos \theta \exp(-\rho/2) V(\rho), \quad \rho = 2\beta_{i,f} r_a, \quad \beta_{i,f} = \sqrt{Z^2 \pm 2\omega}. \quad (4.38)$$

Здесь r_a , ρ и ω выражаются в атомных единицах. Подставляя $u_{i,f}^a$ в уравнение (4.37), получаем уравнение для функций $V(\rho)$:

$$\rho \frac{d^2}{d\rho^2} V(\rho) + (4 - \rho) \frac{d}{d\rho} V(\rho) - \left(2 - \frac{Z}{\beta}\right) V(\rho) = \\ = -\gamma \exp[\pm \omega \rho / \beta (\beta + Z)], \quad \gamma = Z^{3/2} / 2\beta^2 \sqrt{\pi}. \quad (4.39)$$

Верхний и нижний знаки относятся соответственно к индексам i и f , в промежуточных вычислениях эти индексы опускаем. Решение уравнения (4.39) в виде степенного ряда имеет вид

$$V(\rho) = \gamma \sum_{k=0}^{\infty} a_k \rho^k, \quad a_{k+1} = \frac{(k+2 - Z/\beta) a_k - b_k}{(k+1)(k+4)}, \quad b_k = \frac{(\pm \omega)^k}{\beta^k (\beta + Z)^{k+1}}. \quad (4.40)$$

Постоянную a_0 нужно выбрать так, чтобы исходные функции W_i и W_f можно было разложить в ряд по собственным функциям оператора $H^{(0)}$. Это требование сводится к определенным условиям, которым должна удовлетворять функция $V(\rho)$ в нуле и на бесконечности.

Для определения постоянной a_0 удобно перейти к новой неизвестной функции $f(\rho)$:

$$f(\rho) = \rho^2 V(\rho) \exp(-\rho/2), \quad (4.41)$$

$$\frac{d^2 f(\rho)}{d\rho^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{Z}{\beta\rho} + \frac{1/4 - (Z/\beta)^2}{\rho^2}\right) f(\rho) = -\gamma \rho \exp(-Z\rho/2\beta).$$

Общее решение неоднородного уравнения (4.41) можно выразить через фундаментальную систему решений соответствующего однородного уравнения:

$$f(\rho) = \frac{\gamma}{\Delta} \left[M(\rho) \int_{\rho}^{\infty} W(\rho') \exp\left(-\frac{Z\rho'}{2\beta}\right) \rho' d\rho' + \right. \\ \left. + W(\rho) \int_0^{\rho} M(\rho') \exp\left(-\frac{Z\rho'}{2\beta}\right) \rho' d\rho' \right], \quad (4.42)$$

$$\Delta = W dM/d\rho - M dW/d\rho, \quad W \equiv W_{Z/\beta, 3/2}(\rho), \quad M = M_{Z/\beta, 3/2}(\rho).$$

Однородное уравнение, соответствующее неоднородному уравнению (4.41), — это хорошо известное уравнение Уиттекера [25]. Функции $M_{Z/\beta, 3/2}$ и $W_{Z/\beta, 3/2}$ — функции Уиттекера. В формуле (4.42) пределы интегрирования выбраны так, чтобы функция $f(\rho)$ была конечной в нуле и убывала на бесконечности. Из формулы

(4.42) получаем предел функции $f(\rho)$ при $\rho \rightarrow 0$ и, следовательно, коэффициент a_0 , который выражается через гипергеометрическую функцию

$$a_0 = \frac{16}{(2 - Z/\beta)(Z/\beta + 1)^4} F\left(4, 2 - \frac{Z}{\beta}, 3 - \frac{Z}{\beta}; \frac{\mp 2\omega}{(Z + \beta)^2}\right). \quad (4.43)$$

Таким образом, мы завершили вычисление функций W_i и W_f . Подставляя эти функции в интегралы Σ_i и Σ_f , получаем

$$\langle f | L_E | i \rangle_1 = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 \frac{i2\alpha q}{\hbar\omega} \frac{e^2}{2\pi^2 q^3} Z^4 \left[A - \frac{1}{2Z^3} + \frac{8}{(4Z^2 + q^2 a_B^2)^2} \right],$$

$$A = \frac{\omega}{\omega_a} \left(\sum_k C_k^i B_k^i - \sum_k C_k^f B_k^f \right), \quad (4.44)$$

$$C_k^{i,f} = a_k 2^{k+1} \rho_{i,f}^{k-1} (k+1)! (q a_B)^{-3} [(Z + \beta_{i,f})^2 + q^2 a_B^2]^{-(k+3)/2},$$

$$B_k^{i,f} = (k+3) q a_B \cos \left[(k+3) \arctg \frac{q a_B}{Z + \beta} \right] - \\ - (Z + \beta) \sin \left[(k+3) \arctg \frac{q a_B}{Z + \beta} \right].$$

Величины $q a_B$ и ω/ω_a в квадратных скобках приведены в атомных единицах; величина сечения, вычисленного по формуле (4.27), получается в абсолютной системе единиц.

Результаты численных расчетов изображены на рис. 4.1 и 4.2 [10, 26, 27]. На рис. 4.1 приведено интегральное сечение упругого тормозного излучения на атоме водорода в основном состоянии в зависимости от частоты. По оси ординат отложена величина $\sigma' = (10^{-2}/a_B^2) \sigma_{1s, 1s}(\omega) (e/a_B^2 E_0)^{-2}$, где $\sigma_{1s, 1s}(\omega) = \int (d\sigma_{1s, 1s}^{ind}/d\Omega_p) d\Omega_p$ — интеграл по полному телесному углу, рассчитанный по формулам (4.27), (4.44). Величины ω/ω_a , $E_0 a_B^2/e$, $\sigma_{1s, 1s}(\omega)/a_B^2$ даны в атомных единицах. Видно, что сечение $\sigma'(\omega)$ (кривая 1) существенно отличается от сечения, рассчитанного в приближении экранировки (кривая 2). Сечение $\sigma'(\omega)$ резко возрастает в области резонансных частот: на рис. 4.1 показаны два резонанса ($\omega/\omega_a \approx \omega_1/\omega_a = 0,37$; $\omega/\omega_a \approx \omega_2/\omega_a = 0,44$), которые отвечают переходам из основного состояния атома водорода в первые два возбужденные состояния (особенность при $\omega = 0$ соответствует «инфракрасной катастрофе»). Естественно, что кривые сильно отличаются вблизи резонанса, но и вне резонансной области имеется заметное различие. Остановимся на значении частоты $\omega/\omega_a = 0,4$ вблизи второго резонанса $\omega_1/\omega_a = 0,44$ (разность $\omega_2/\omega_a - \omega/\omega_a = 0,04$ значительно больше ширины линии излучения). При $\omega/\omega_a = 0,4$ сечение σ' равно 0,9 при точном рассмотрении (кривая 1) и равно 0,1 в приближении экранировки (кривая 2). Если мы попытаемся описать сечение одним резонансным членом в сумме Σ , то получим $\sigma' = 1,3$. Таким образом, необходимость точной теории очевидна.

Рис. 4.1. Сечение тормозного излучения $\sigma_{1s,1s}(\omega)$ на атоме водорода в атомных единицах (кривая 1, $|p_i| = 3$, $E_0 \perp p_i$), а также сечение тормозного излучения, вычисленное в приближении заданного поля (кривая 2) (для удобства используется неравномерный масштаб; между точками, отмеченными по осям цифрами, масштаб равномерный)

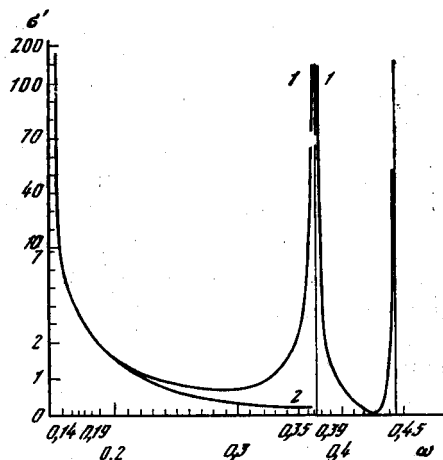
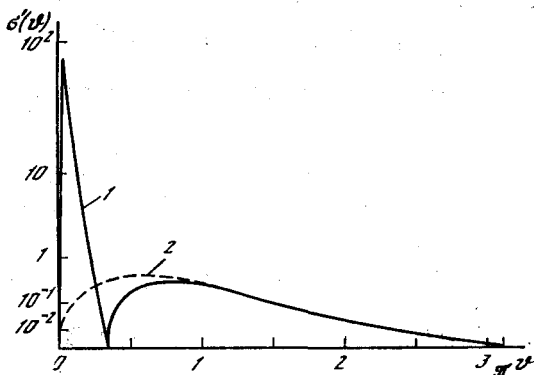


Рис. 4.2. Дифференциальное сечение обратного тормозного эффекта при рассеянии электрона на атоме водорода ($\sigma = 10^{-2} \times \sigma_{1s,1s}(\omega, \theta)/E_0^2$; $\omega = 0,3$ а. е.; $|p_i| = 3$ а. е.)



Обсудим теперь дифференциальное сечение обратного тормозного эффекта. Ограничимся случаем $p_i \perp E_0$. На рис. 4.2 (кривая 1) приведена зависимость сечения от угла рассеяния θ между p_i и конечным импульсом электрона p_f (θ, φ — сферические координаты вектора p_f). По оси ординат отложена величина

$$\sigma'(\theta) = 10^{-2} \frac{\sigma_{1s,1s}^{\text{ind}}(\omega, \theta)}{a_B^2} \left(\frac{e}{a_B^2 E_0} \right)^2,$$

$$\sigma_{1s,1s}^{\text{ind}}(\omega, \theta) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{d\sigma_{1s,1s}^{\text{ind}}(\omega)}{d\Omega_{p_f}}. \quad (4.45)$$

Величина $\sigma_{1s,1s}^{\text{ind}}(\omega, \theta)/a_B^2$ — это сечение рассеяния электрона в телесный угол с раствором $d\Omega_{p_f}$, проинтегрированное по φ (в атомных единицах). Величина $d\sigma_{1s,1s}^{\text{ind}}(\omega)/d\Omega_{p_f}$ определяется формулами (4.27) и (4.44). Ясно видно, что угловая зависимость $\sigma'(\theta)$ (кривая 1) весьма существенно отличается от той, которая полу-

аается в приближении экранировки (кривая 2). Обе функции обращаются в нуль в точках $\vartheta=0$ и $\vartheta=\pi$ благодаря общему угловому множителю $E_0 p_f$ (при $\vartheta=0$ и $\vartheta=\pi$ вектор p_f параллелен или антипараллелен p_i , и, следовательно, $p_f \perp E_0$). Однако функция $\sigma'(\vartheta)$ обращается в нуль также при $\vartheta=0,33$. Этот нуль возникает по совершенно другой причине: в матричном элементе происходит компенсация слагаемых, соответствующих приближению экранировки с суммами \sum_j , которые появляются лишь при точной постановке задачи. Таким образом, четко проявляется не только количественное, но и качественное различие двух вариантов теории.

Наибольшее различие между традиционной и точной постановкой задачи о тормозном излучении проявляется в резонансной области. Точная постановка приводит к дополнительным слагаемым, которые представляют собой бесконечные суммы по атомным состояниям. Когда выполнены условия резонанса

$$\hbar\omega = E_n - E_{n_i}, \quad \hbar\omega = E_{n_f} - E_n, \quad (4.46)$$

знаменатели соответствующих слагаемых этих сумм обращаются в нуль.

Выше мы ограничились случаем, когда частота света не равна, но близка к резонансной, так что имеется расстройка резонанса Δ , причем она больше ширины Γ_n соответствующих уровней (Γ_n — ширина уровня E_n):

$$\Delta = E_{n_i} + \hbar\omega - E_n, \quad \hbar\omega \gg |\Delta| \gg \Gamma_n, \Gamma_{n_i}, \quad (4.47)$$

$$\Delta' = E_{n_f} - \hbar\omega - E_n, \quad \hbar\omega \gg |\Delta| \gg \Gamma_n, \Gamma_{n_f}.$$

Условия (4.46), (4.47) и последующее изложение относятся к обратному тормозному эффекту (амплитуда поглощения фотона получается из амплитуды излучения заменой ω на $-\omega$). Когда выполнены условия (4.47), можно не принимать во внимание уширение атомных уровней и вместе с тем ограничиться в (4.26) одним членом:

$$\langle f | \hat{L}_E | i \rangle_1 \approx - \left(\frac{2\pi}{L} \right)^3 \frac{ie\hbar}{2m\omega\Delta} \langle n_f | V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) | n \rangle \left\langle n \left| \sum_{j=1}^N (\mathbf{E}_0 \nabla_j) \right| n_i \right\rangle \quad (4.48)$$

(для определенности предполагаем, что выполнено первое условие резонанса (4.46) и уровни E_n и E_{n_i} не вырождены). Подставляя (4.48) в (4.27), получаем сечение резонансного тормозного эффекта:

$$d\sigma_{n_f, n_i}^{\text{ind}}(\omega) = \frac{(2\pi)^4 p_f e^2}{4\omega^2 p_i \Delta^2 \hbar^2} \left| \langle n_f | V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) | n \rangle \times \right. \\ \left. \times \left\langle n \left| \sum_{j=1}^N (\mathbf{E}_0 \nabla_j) \right| n_i \right\rangle \right|^2 d\Omega_{p_f}. \quad (4.49)$$

Матричный элемент $\langle n_f | V(\mathbf{q}, \mathbf{r}_a) | n \rangle$ можно выразить через сечение неупругого столкновения быстрых электронов с ионами без участия фотонов. Действительно, в выражение для сечения неупругого столкновения электрона с переходами иона из состояния n в состояние n_f входит матричный элемент

$$\langle n_f | V(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f, \mathbf{r}_a) | n \rangle,$$

который как функция $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f$ совпадает с интересующим нас матричным элементом [28]. Различие состоит лишь в том, что величина конечного импульса \mathbf{p}_f определяется из закона сохранения энергии для неупругого рассеяния электрона без участия фотона:

$$\frac{p_f^2}{2m_0} + E_{n_f} = \frac{p_i^2}{2m_0} + E_n. \quad (4.50)$$

В то же время конечный импульс \mathbf{p}_f , который входит в (4.49), определяется из закона сохранения энергии (4.15) для рассеяния с участием фотона. Вообще говоря, это различные выражения, но если приближенно выполняются условия резонанса, например, если $\hbar\omega \approx E_n - E_{n_i}$, то из (4.15) следует (4.50). Тогда матричный элемент $\langle n_f | V | n \rangle$ следующим образом выражается через сечение неупругого рассеяния $d\sigma_{n_f, n}(\mathbf{p}_f, \mathbf{p}_i)$ с передачей электрону энергии иона $E_n - E_{n_f}$:

$$|\langle n_f | V | n \rangle|^2 = \frac{\hbar^4}{(2\pi)^4 m_0^2} \frac{p_i}{p_f} \frac{d\sigma_{n_f, n}(\mathbf{p}_f, \mathbf{p}_i)}{d\Omega_{\mathbf{p}_f}}. \quad (4.51)$$

Подставляя (4.51) в (4.49), получаем ($m_0 = m$)

$$d\sigma_{n_f, n_i}^{\text{ind}}(\omega) = \frac{e^2 \hbar^2}{4m^2 \omega^2 \Delta^2} d\sigma_{n_f, n}(\mathbf{p}_f, \mathbf{p}_i) \left| \left\langle n \left| \sum_{j=1}^N (\mathbf{E}_0 \nabla_j) \right| n_i \right\rangle \right|^2. \quad (4.52)$$

Если переход $n_i \rightarrow n$ дипольно разрешен, можно выразить матричный элемент $\left\langle n \left| \sum_{j=1}^N (\mathbf{F}_0 \nabla_j) \right| n_i \right\rangle$ через силу осциллятора f_{n, n_i}^z для перехода $n_i \rightarrow n$ ($\mathbf{E}_0 \parallel z$):

$$\left| \left\langle n \left| \sum_{j=1}^N (\mathbf{E}_0 \nabla_j) \right| n_i \right\rangle \right|^2 = \frac{m\omega_{n, n_i}}{2\hbar} f_{n, n_i}^z E_0^2. \quad (4.53)$$

Таким образом, в дипольном приближении формула (4.52) имеет вид

$$d\sigma_{n_f, n_i}^{\text{ind}}(\omega) = \frac{e^2 E_0^2 \hbar}{8m\omega \Delta^2} f_{n, n_i}^z d\sigma_{n_f, n}. \quad (4.54)$$

Из (4.54) видно, что использованная выше аппроксимация, когда в суммах (4.26) сохраняется лишь резонансный член, спра-

ведлива только для дипольно разрешенного перехода $n_i \rightarrow n$ (при дипольно запрещенном переходе $f_{n_i, n_i}^z = 0$ и в дипольном приближении резонансный член обращается в нуль, тогда в суммах (4.26), вообще говоря, нужно учитывать нерезонансные члены). Что же касается дипольно разрешенных переходов, то для них вполне реальной является ситуация, когда резонансный член значительно превышает нерезонансный: при сравнимых величинах числителей знаменатель резонансного члена значительно меньше, чем знаменатели нерезонансных членов. Отметим, что формула (4.54) справедлива не только тогда, когда уровень E_n не вырожден. Если уровень E_n вырожден, но дипольно запрещены все переходы $n_i \rightarrow n$, кроме одного, тогда суммы (4.26) также могут быть аппроксимированы одним резонансным членом. Пусть, например, частота ω близка к частоте перехода водородоподобного иона из основного в первое возбужденное состояние. Тогда дипольно разрешен переход из состояния n_i только в одно из четырех состояний, принадлежащих терму E_n (в состоянии с $l=1$, $m=0$). Формула (4.54) справедлива в этом случае, если f_{n_i, n_i}^z — сила осциллятора разрешенного перехода.

При столкновении атома (или иона), электрона и фотона может одновременно измениться (и обычно изменяется) состояние электрона и иона. Вначале рассмотрим случай, когда изменяется только состояние электрона. Как и при обратном тормозном эффекте электрона в заданном внешнем поле, в этом случае энергия фотона полностью передается электрону. Сечение процесса выражается формулой (4.54) при $n_i = n_f$:

$$d\sigma_{n_i, n_i}^{\text{ind}}(\omega) = \frac{e^2 E_0^2 \hbar}{8\pi\omega\Delta^2} d\sigma_{n_i, n_i} f_{n_i, n_i}^z \quad (4.55)$$

Таким образом, сечение тормозного поглощения фотона выражено через силу осциллятора перехода $n_i \rightarrow n$ (рис. 4.3). Это не

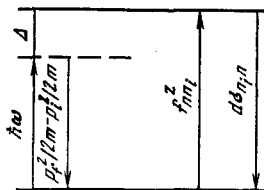


Рис. 4.3. Энергетическая схема тормозного поглощения фотона (справа показаны переходы, вероятности которых определяют сечение тормозного поглощения)

следует интерпретировать как реальное возбуждение атома с переходом его в промежуточное состояние n (такое возбуждение вообще невозможно в принятом нами приближении, когда ширины атомных уровней равны нулю, а расстройка резонанса $\Delta \neq 0$).

При выводе (4.55) мы пренебрегли всеми нерезонансными членами, в том числе первым членом (4.26). Оказывается, что этот член имеет простой физический смысл — он описывает обычный обратный тормозной эффект электрона в заданном внешнем

поле атома или иона. Ограничимся случаем иона. Матричный элемент $\langle n_i | V | n_i \rangle$ представляет собой потенциальную энергию взаимодействия налетающего электрона с ионом, усредненную по волновой функции иона. Можно приближенно учесть поле связанных электронов иона, рассматривая ион как точечный заряд $(Z - N)e$ (это справедливо при $a_B q \ll 1$ [2, 3]). Тогда вклад только первого члена (4.26) в сечение выражается формулой

$$d\sigma_{st}^{ind}(\omega) = \frac{(Z - N)^2 e^6}{(\hbar\omega)^4 q^4} \frac{p_f}{p_i} (E_0 q)^2 d\Omega_{p_f}. \quad (4.56)$$

Это известная формула для сечения поглощения фотона при рассеянии электрона в кулоновском поле точечного заряда $(Z - N)e$.

Остается сравнить резонансный член, аппроксимирующий сумму в (4.26), с последним членом в этой формуле (т. е. формулу (4.53) с (4.56)). Можно упростить (4.55), если воспользоваться приближенным выражением для сечения неупругого рассеяния $d\sigma_{n_i, n_f}$. Поскольку основной вклад в интегральное сечение дают столкновения при $qa \ll 1$, ограничимся сравнением дифференциальных сечений при малых q . При $qa \ll 1$ формула (4.55) приобретает вид

$$d\sigma_{n_i, n_f}^{ind}(\omega) = \frac{e^6 p_f (E_0 q)^2}{4 (\hbar\omega)^2 \Delta^2 q^4 p_i} (f_{n_i, n_f}^z)^2 d\Omega_{p_f}. \quad (4.57)$$

Здесь, как и выше, предполагается, что суммы (4.26) содержат лишь один резонансный член. Чтобы упростить расчет, рассматривается случай, когда квантовые числа n_i соответствуют s -состоянию валентного электрона, а квантовые числа n_f соответствуют p -состоянию. Тогда в матричном элементе $q \langle n_f | r | n_i \rangle$, который возникает при разложении $\exp(iqr)$, в сечении $d\sigma_{n_i, n_f}$ остается только член $q_z \langle n_f | z | n_i \rangle$. Рассмотрим отношение сечений (4.57) и (4.56):

$$\frac{d\sigma_{n_i, n_f}^{ind}(\omega)}{d\sigma_{st}^{ind}(\omega)} = \frac{(f_{n_i, n_f}^z)^2}{4 (Z - N)^2} \left(\frac{\hbar\omega}{\Delta} \right)^2. \quad (4.58)$$

Пусть $Z - N = 1$, $f_{n_i, n_f}^z \approx 10^{-1}$ и $\Delta/\hbar\omega \approx 10^{-2}$, тогда отношение сечений равно 25. Следовательно, можно ограничиться учетом только резонансного члена в матричном элементе (4.26).

Таким образом, тормозное излучение и обратный тормозной эффект необходимо рассматривать последовательно, как многочастичную задачу, в том числе учитывать действие электромагнитного поля на связанные электроны иона. Приближение экранировки приводит к сечению (4.56), значительно меньшему, чем сечение (4.57), которое получается в результате решения многочастичной задачи.

В рамках многочастичной задачи можно рассмотреть также столкновения, при которых одновременно изменяются состояния электрона и иона. В результате такого столкновения электрон

приобретает энергию, меньшую или большую энергии фотона. В первом случае происходит одновременно возбуждение иона и увеличение энергии налетающего электрона за счет энергии одного фотона (рис. 4.4). Сечение таких процессов в дипольном приближении выражается формулой (4.54) при $n_i \neq n_f$. Сравнивая сечение тормозного рассеяния с возбуждением и без возбуждения иона, получаем

$$\frac{d\sigma_{n_f, n_i}^{\text{ind}}(\omega)}{d\sigma_{n_i, n_i}^{\text{ind}}(\omega)} = \frac{d\sigma_{n_f, n}}{d\sigma_{n_i, n}} \quad (4.59)$$

Из (4.59) видно, что если сечение $d\sigma_{n_f, n}$ больше сечения $d\sigma_{n_i, n}$, столкновение с возбуждением иона может быть более вероятно, чем столкновение без возбуждения.

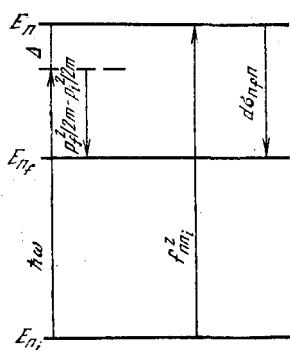


Рис. 4.4. Энергетическая схема перехода с одновременным возбуждением атома и налетающего электрона (справа показаны переходы, вероятности которых определяют сечение тормозного поглощения)

Таким образом, условие малых частот охватывает резонансную ситуацию, когда частота излученного (или поглощенного) фотона близка к частоте атомного перехода. Сечение тормозного излучения вблизи резонансов резко возрастает, и поэтому резонансные частоты представляют особый интерес. В свою очередь, резонансный случай естественным образом делится на два: первый — когда расстройка резонанса значительно больше ширины атомной линии, второй — когда она сравнима с шириной линии. Мы рассматривали только первый случай — он более простой, поскольку не требует изучения конкретных механизмов уширения резонансной линии. Все же и здесь можно задать следующий вопрос. Мы знаем, что существует процесс возбуждения атома электронным пучком (неупругое столкновение электрона с атомом), благодаря чему атом может возбудиться и «потом» испустить резонансный фотон. В то же время при тормозном излучении фотон испускается «одновременно» с рассеянием налетающей частицы (например, электрона). Существует ли реальное физическое различие между этими процессами («каскадным» и «прямым»)? Очевидно, что существует, по крайней мере в том случае, когда между моментом возбуждения атома и его высвечиванием происходят столкновения с другими атомами, электронами и т. д. Тогда понятие «одновременно» и «потом» имеют реальное физическое содержание. Можно ли представить себе эксперименты, хотя бы мысленные, которые позволили бы различить эти процессы? Да, можно.

Мы знаем, что существует процесс возбуждения атома электронным пучком (неупругое столкновение электрона с атомом), благодаря чему атом может возбудиться и «потом» испустить резонансный фотон. В то же время при тормозном излучении фотон испускается «одновременно» с рассеянием налетающей частицы (например, электрона). Существует ли реальное физическое различие между этими процессами («каскадным» и «прямым»)? Очевидно, что существует, по крайней мере в том случае, когда между моментом возбуждения атома и его высвечиванием происходят столкновения с другими атомами, электронами и т. д. Тогда понятие «одновременно» и «потом» имеют реальное физическое содержание. Можно ли представить себе эксперименты, хотя бы мысленные, которые позволили бы различить эти процессы? Да, можно.

Остановимся на одном из таких экспериментов. Он относится к обратному тормозному эффекту. Благодаря обратному тормозному эффекту в заданном внешнем поле частоты ω электрон может приобрести энергию $\hbar\omega$, и его энергия станет равной $T_i + \hbar\omega$. Если пучок электронов достаточно монохроматичен, то для данной частоты ω возникнет максимум распределения электронов при энергии $T_i + \hbar\omega$ с разбросом, соответствующим разбросу по энергиям начального пучка электронов. При приближении частоты ω к резонансу величина максимума будет расти. Вместе с тем в распределении электронов по энергиям будет еще один максимум, который возникнет за счет электронов, потерявших энергию при неупругих столкновениях с атомами с возбуждением атомов на уровень, соответствующий данному резонансу. Положение этого максимума будет смещено относительно положения максимума, соответствующего обратному тормозному эффекту, на величину расстройки резонанса Δ .

Существенно отметить, что эксперименты такого рода действительно проводились, но, к сожалению, только в нерезонансной области [29]. Эти эксперименты были направлены на изучение многофотонных процессов при тормозном излучении, которые рассматривались ранее теоретически [30]. Было бы очень интересно провести такие эксперименты и в резонансной области.

Таким образом, последовательное рассмотрение задачи о тормозном излучении приводит к новой физической картине. Тормозное излучение электронов и позитронов при далеких столкновениях, тормозное излучение протонов в низкочастотном диапазоне и резонансное тормозное излучение возникают только при точной постановке задачи, когда атомные электроны и налетающая частица равноправно входят в гамильтониан системы. Строгое рассмотрение, как и картина экранировки, также обладает физической наглядностью, но здесь вместо рассеяния частицы на статическом потенциале — рассеяние на частицах: ядре и атомных электронах.

Для понимания природы резонансного тормозного излучения очень полезно представление о том, что налетающая частица несет с собой поле виртуальных фотонов [5]. Тогда поляризационное тормозное излучение можно представить себе как рассеяние этих фотонов атомными электронами. Эта аналогия работает: она помогает понять физику явления, особенно в резонансной области. Упругое тормозное излучение с этой точки зрения представляет собой резонансное рассеяние виртуальных фотонов на атоме, когда начальное состояние атома совпадает с конечным. Неупругое тормозное излучение аналогично резонансному комбинационному рассеянию, когда начальное состояние атома не совпадает с конечным. И в том, и в другом случаях излучение не связано с реальным заселением промежуточного резонансного уровня. В теории резонансного комбинационного рассеяния рассмотренная нами ситуация, когда расстройка резонанса удовлетворяет неравенству (4.47), называется предрезонансной. В работе [31]

проведено четкое различие между резонансным комбинационным рассеянием в этой области и люминесценцией, связанной с реальным заселением промежуточного уровня. Более сложным является случай точного резонанса, когда расстройка резонанса порядка или меньше ширины уровня. Он требует дальнейшего исследования.

Весьма актуальны также вычисления сумм по промежуточным состояниям для многоэлектронных атомов при произвольных q , когда суммы не сводятся к поляризуемостям, и оценки точности таких расчетов, особенно в связи с экспериментами, описанными в [20]. Точность вычисления вероятности переходов, как известно, значительно ниже точности вычисления энергии атомов [24].

Выше уже говорилось о тесной связи поляризационного динамического тормозного излучения и поляризационного переходного тормозного излучения, предложенного и исследованного в [17, 32]. Интересно также, что и тот, и другой эффект можно рассматривать как переходное излучение [33, 34], когда неоднородностью является в первом случае — облако атомных электронов, а во втором — дебаевская «шуба» иона в плазме.

Поляризационное тормозное излучение возникает при тройном столкновении атома, электрона и фотона. В целом такие столкновения являются более общим классом процессов, чем тормозное излучение. Например, при одновременном столкновении атома с электроном и фотоном атом может возбудиться, даже если энергия фотона меньше энергии возбуждения атома, — недостаток энергии доставляет электрон [35]. Теория таких процессов [35], по сути, не отличается от теории поляризационного тормозного излучения — они описываются теми же формулами, что и неупругое тормозное излучение. Результаты, полученные в [35], были существенно расширены в работе [36]. В частности, в [36] предложено следить за рассеянными электронами, чтобы идентифицировать процесс возбуждения атома при тройном столкновении.

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ НА АТОМЕ

5.1. Вводные замечания

Как уже отмечалось, теория тормозного излучения релятивистской заряженной частицы на атоме была развита в классических работах Бете и Гайтлера [1, 2]. Уже в них, а также в работах Ландау и Румера [3] и Лэмба и Уиллера [4] отмечалось, что роль атомных электронов в тормозном излучении релятивистской частицы не сводится только к экранировке ядра. Существо вопроса четко сформулировал еще в 1969 г. Тер-Микаэлян [5]: «Помимо излучения на ядре, необходимо учитывать также излучение на атомных электронах. Вопрос этот с учетом связи электрона до сих пор ввиду его сложности не рассмотрен точными методами квантовой электродинамики».

Обычно вклад атомных электронов в тормозное излучение релятивистских частиц учитывался двояко. С одной стороны, атом, как и в нерелятивистской задаче о тормозном излучении, заменяют фиксированным центральным потенциалом, создаваемым ядром и экранирующим его облаком атомных электронов. Для дифференциального (по углам рассеяния налетающей частицы) сечения это приводит к эффективному уменьшению заряда ядра Z_e на величину форм-фактора, который обычно вычисляют по Хартри—Фоку или — для атомов с большим Z — в статистической модели Томаса—Ферми. В интегральном сечении это приводит к понятию радиуса экранирования (в модели Томаса—Ферми $R_a \sim Z^{-1/2} a_B$), что «обрезает» нижний предел интегрирования по передаваемому импульсу и дает хорошо известный логарифм в сечении тормозного излучения.

С другой стороны, помимо излучения на экранированном ядре при релятивистских энергиях налетающей частицы, учитывали также излучение на атомных электронах, что сводится обычно к замене множителя Z^2 в интегральном сечении величиной $Z(Z+1)$ и объясняется добавлением к излучению на ядре, пропорциональном $\sim Z^2$, излучения на «прибитых» единичных зарядах (числом Z), которыми заменяют атомные электроны.

Действительно, как метод эквивалентных фотонов [6, 7], так и борновское приближение [8] приводят в случае $\omega \gg m(\hbar=1)$ для сечения тормозного излучения быстрого электрона на покоя-

щемся свободном к выражению, совпадающему с сечением тормозного излучения электрона на «прибитом» единичном заряде.

Первыми учли таким образом излучение на атомных электронах Ландау и Румер [3], отмечая важность пропорциональной Z добавки в теории космических ливней.

Но при больших значениях передаваемых импульсов и в мягкой ($\omega \ll m$) области тормозного спектра необходимо учитывать излучение атомных электронов отдачи [8]. Кроме того, отмечалось [5, 9], что учет связи атомных электронов при малых передаваемых импульсах неадекватен эффекту экранировки, поскольку атомные электроны могут принимать энергию, возбуждаясь в дискретный спектр, а значит, приводить к рассеянию налетающей частицы и тормозному излучению при прицельных расстояниях, превышающих атомные.

Позднее Лэмб и Уиллер [4] просуммировали сечение Бете—Гайтлера по конечным состояниям атомных электронов и получили слагаемое, пропорциональное Z , но уже с другим экранировочным логарифмом. Фактически этим был уточнен результат Ландау и Румера [3].

В работе [10] результаты [3, 4] были дополнены учетом обмена и больших передаваемых импульсов, что, впрочем, не привело к существенным поправкам.

Все вышесказанное относилось к традиционному тормозному излучению, когда тормозной фотон испускается налетающей частицей, а рассеиватель необходим лишь для принятия избыточного импульса.

После того как в 70-х годах нерелятивистская теория тормозного излучения на атоме была дополнена учетом поляризационного слагаемого, вклад динамической поляризации атома в тормозное излучение релятивистской частицы был подробно исследован в работах [11—13]. Результаты показали, что поляризационное слагаемое тормозного излучения релятивистской частицы на атоме обладает по сравнению с нерелятивистским случаем дополнительными характерными особенностями.

В гл. 5 для расчета поляризационного тормозного излучения релятивистских частиц будут использованы методы квантовой электродинамики (см. также гл. 9). В дальнейшем изложении настоящей главы принято $\hbar = c = 1$.

5.2. Амплитуда тормозного излучения релятивистской частицы на атоме

Рассмотрим столкновение релятивистской частицы (заряд e_0 , масса m_0 , энергия $\epsilon_i = \sqrt{p_i^2 + m_0^2}$) в состоянии $|p_i\rangle$ с атомом, находящимся в состоянии $|n_i\rangle$ с энергией $E_{n_i} \equiv E_i$. В результате столкновения налетающая частица переходит в состояние $|p_f\rangle$ с энергией $\epsilon_f = \sqrt{p_f^2 + m_0^2}$, испускается тормозной фотон с частотой ω , волновым вектором \mathbf{k} , а атом переходит в состояние $|n_f\rangle$

с энергией $E_{n_f} \equiv E_f$. Закон сохранения энергии:

$$\varepsilon_i + E_{n_i} = \varepsilon_f + E_{n_f} + \omega. \quad (5.1)$$

Здесь атом для простоты предлагаем одноэлектронным. Считаем также ядро заряда Ze неподвижным; налетающая частица удовлетворяет уравнению Дирака. Обобщение на случай нерелятивистского многоэлектронного атома будет дано в разд. 5.3.

Кроме того, считаем выполненным условие Борна для скоростей налетающей частицы до и после столкновения: $Z|ee_0| \ll v_{f,i}$. Тогда налетающая частица описывается плоской волной в отличие от точного решения уравнения Дирака во внешнем поле ядра (представление Фарри), которое необходимо для описания атомного электрона. В случае, когда налетающая частица — электрон, это позволяет также пренебречь обменными слагаемыми амплитуды.

Используем стандартную теорию возмущений для оператора рассеяния. В низшем порядке по взаимодействию налетающей частицы с атомом и по взаимодействию налетающей частицы и атомного электрона с электромагнитным полем получаем графическое выражение для амплитуды процесса (рис. 5.1) [11, 13].

Здесь одинарные линии соответствуют волновым функциям и пропагатору налетающей частицы, двойные — атомному электрону в поле ядра. Волнистая линия обозначает электромагнитное поле: фотонный пропагатор и волновую функцию фотона $A_{\mathbf{k},\sigma}^*$. Аналитическое выражение для амплитуды этого процесса имеет вид

$$\begin{aligned} M_{fi} = M_{fi}^{st} + M_{fi}^p = & -\frac{4\pi e_0^2 e}{q^2} A_{\mathbf{k},\sigma}^{\mu*} [Zg^{ov} \langle f|i \rangle - j_{fi}^{\nu}(\mathbf{q})] \times \\ & \times \frac{\bar{u}_f}{\sqrt{2\varepsilon_f}} \left[\gamma_{\nu} \frac{\gamma p_2 + m_0}{p_2^2 - m_0^2} \gamma_{\mu} + \gamma_{\mu} \frac{\gamma p_1 + m_0}{p_1^2 - m_0^2} \gamma_{\nu} \right] \times \\ & \times \frac{u_i}{\sqrt{2\varepsilon_i}} + \frac{4\pi}{q_1^2} A_{\mathbf{k},\sigma,\nu}^* e^2 e_0 \sum_n \left[\frac{j_{n_f}^{\nu}(\mathbf{k}) j_{n_i}^{\mu}(\mathbf{q}_1)}{-E_n + E_f + \omega \pm i0} + \right. \\ & \left. + \frac{j_{n_f}^{\mu}(\mathbf{q}_1) j_{n_i}^{\nu}(\mathbf{k})}{E_i - E_n - \omega \pm i0} \right] \frac{\bar{u}_f \gamma_{\mu} u_i}{2\sqrt{\varepsilon_f \varepsilon_i}}, \quad q_1 = p_f - p_i, q = q_1 + k, \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$p_2 = p_f + k, \quad p_1 = p_i - k.$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$A_{\mathbf{k},\sigma} = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} e_{\mathbf{k},\sigma}, \quad |p\rangle = \psi_p(x) = \frac{u(p,s)}{\sqrt{2\varepsilon}} \exp(-ipx),$$

$$j_{n,n}^{\mu}(x) = \langle n_1 | \gamma^{\mu} \exp(-ixr) | n \rangle, \quad a = a^{\mu} = \{a^0, \mathbf{a}\},$$

$$ab = a^{\mu} b_{\mu} = a^0 b_0 - \mathbf{a}\mathbf{b}, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3.$$

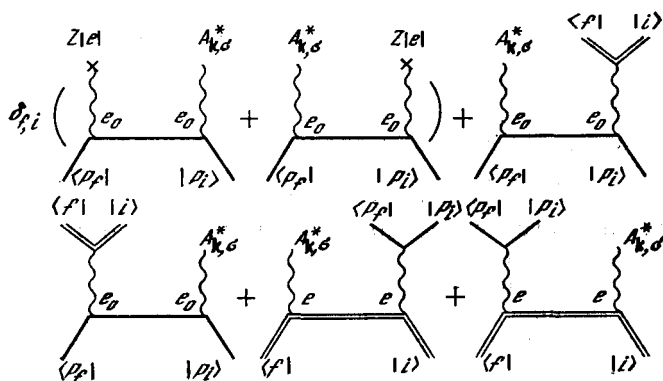


Рис. 5.1. Диаграммы, описывающие амплитуду тормозного излучения на атоме в третьем порядке теории возмущений

Метрика, нормировка и обозначения в (5.2) аналогичны [8]: $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор, недиагональные компоненты которого равны нулю, а диагональные равны $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$; γ^μ — матрицы Дирака; нормировка биспиноров $\bar{u}u = u^+ \gamma^0 u = 2m_0$ соответствует нормировке волновой функции $\psi_p(x)$ налетающей частицы на одну частицу в основной области с объемом, равным единице; волновая функция фотона $A_{k,\sigma}$ также нормирована на один фотон в основной области; $e_{k,\sigma}$ — 4-вектор поляризации, удовлетворяющий в лабораторной системе координат трехмерно-поперечной калибровке: $e_{k,\sigma} = \{0; \mathbf{e}_{k,\sigma}\}$; $\mathbf{k}e_{k,\sigma} = 0$; n, f, i — совокупность квантовых чисел, определяющих стационарное состояние атома; сумма по промежуточным состояниям распространяется как на положительный ($i0$), так и на отрицательный ($-i0$) энергетический спектр атомного электрона.

Проанализируем полученные основные выражения рис. 5.1 и формулы (5.2). Заметим, что первые четыре слагаемых на рис. 5.1 и соответствующее им первое слагаемое в (5.2) в случае, когда атом не меняет своего состояния ($|i\rangle = |f\rangle$), дают классический результат Бете—Гайтлера [1, 2] — тормозное излучение релятивистского электрона в статическом поле ядра и экранирующем его поле атомного электрона. Если в этих слагаемых амплитуды учесть все возможные конечные состояния атомного электрона, то мы получим результат Лэмба и Уиллера [4]. Фурье-образ временной части 4-вектора тока перехода при $f=i$ $j_\mu^i(\mathbf{q})$ дает обычный форм-фактор зарядовой экранировки. Пространственная часть $\mathbf{j}_\mu(\mathbf{q})$ является токовым (магнитным) слагаемым экранировки и может быть существенной при тормозном излучении с возбуждением глубоких атомных оболочек.

Следует отметить, что последовательный электродинамический подход к релятивистской задаче о тормозном излучении на атоме уже в традиционной статической части амплитуды процесса приводит к новым результатам: учету возможности изменения

состояния атома в ходе тормозного излучения и появлению токовой добавки в форм-факторе, обусловленной пространственными компонентами 4-тока перехода атомного электрона.

Два последних слагаемых на рис. 5.1 и соответствующее им второе слагаемое в (5.2) описывают испускание тормозного фотона атомным электроном при столкновении налетающей частицы с атомом. Эти слагаемые возникают, если атомный электрон рассматривается как равноправная динамическая частица, взаимодействующая с электромагнитным полем. Обусловленный ими вклад в полное тормозное излучение мы и называем поляризационным тормозным излучением, так как он определяется динамической поляризацией атома в полях налетающей частицы и тормозного фотона.

Характерной особенностью поляризационного слагаемого амплитуды тормозного излучения на атоме является наличие сумм по виртуальным состояниям атомного электрона с резонансными энергетическими знаменателями. Причем релятивистская задача в дополнении к резонансу в электронном спектре состояния атома, когда $\omega = \epsilon_n^{(+)} - \epsilon_j$, обладает резонансным знаменателем в позитронной части суммы, когда $\omega = \epsilon_i - \epsilon_n^{(-)} \approx 2m$. Здесь такие большие частоты не рассматриваются. Хотя в принципе необходимо учитывать вклад динамической поляризации атома в кросс-инвариантный тормозному излучению процесс рождения пары γ -квантом в поле атома.

Полное сечение тормозного излучения содержит и интерференционный вклад статического и поляризационного тормозного излучения. Но, как это будет видно из дальнейшего, его величина для релятивистской налетающей частицы мала.

Интересно проследить два предельных перехода, содержащихся в выражении (5.2). Предположим сначала, что ядро отсутствует ($Z=0$). В этом случае первые две диаграммы на рис. 5.1 исчезнут, а в оставшихся четырех двойные линии, описывающие атомный электрон в поле ядра, необходимо заменить на одинарные (свободный электрон). Тогда диаграммы на рис. 5.1 переходят в хорошо известное в квантовой электродинамике графическое представление процесса тормозного излучения налетающей частицы на свободном электроне. Причем первая пара диаграмм описывает вклад в тормозное излучение налетающей частицы при ее рассеянии на электроне, а вторая — вклад в тормозное излучение электрона отдачи. В случае, когда налетающая частица — электрон и рассматриваются частоты $\omega \gg m$, получаем хорошо известный в квантовой электродинамике результат, в котором излучением электрона отдачи можно пренебречь, а быстрый электрон излучает на медленном свободном, как на неподвижном единичном заряде. Это, в частности, объясняет результат Ландау и Румера [3]. Отметим, что для получения указанного предельного перехода необходимо в диаграммах рис. 5.1 и в формуле (5.2) учесть возможность возбуждения атома как в дискретный, так и в непрерывный спектр.

В другом предельном случае, когда нет атомного электрона, на рис. 5.1 исчезают последние четыре диаграммы, а амплитуда относится к тривиальному случаю тормозного излучения на «голом» ядре.

Передаваемые 4-импульсы q_i и q по-разному входят в статическое и поляризационное слагаемые амплитуды тормозного излучения и в общем случае имеют как пространственные, так и временные компоненты; q совпадает с передаваемым импульсом из гл. 3:

$$q = \{E_f - E_i; p_f - p_i + k\},$$

$$|q|_{\min} \approx \omega/\gamma^2 \text{ при } \varepsilon_{f,i} \gg \omega, \quad \gamma = \frac{e_i}{m_0} \gg 1;$$

$$q_1 = \{e_f - e_i; p_f - p_i\}, \quad |q_1|_{\min} \approx \omega(1 + 1/\gamma^2)^{1/2}.$$

При этом $|q|$ не зависит от угла рассеяния в диапазоне $\omega/\gamma^2 \varepsilon \gg \theta \geq 0$, $\cos \theta = (p_i p_j) / p_i p_j$ и остается в нем порядка $|q|_{\min}$, в то время как для $|q_1|$ этот диапазон существенно шире: $\omega/\gamma \varepsilon \gg \theta \geq 0$. Область углов рассеяния $\theta \gg \omega/\gamma^2 \varepsilon$ характерна тем, что в ней можно пренебречь зависимостью q от k и с хорошей точностью считать $q \approx q_1 = p_f - p_i$.

Далее мы покажем, что величина переданного атому в процессе тормозного излучения импульса определяет вероятность того, остается атомный электрон в начальном состоянии или возбуждается. Отметим здесь, что в ряде работ по поляризационному тормозному излучению каналы с возбуждением связанного электрона не рассматривались, хотя учет возбуждения атома в некоторых случаях может играть решающую роль.

Из диаграмм рис. 5.1 и формулы (5.2) видно, что традиционное статическое (бете-гайтлеровское) и поляризационное слагаемые амплитуды по-разному зависят от массы и заряда налетающей частицы (о чем уже шла речь в гл. 1). Действительно, $M_{f,i}^{\text{ст}} \sim \sim e_0^2 e / m_0$, а $M_{f,i}^{\text{п}} \sim e_0 e^2 / m$ и статическое тормозное излучение пропадает при стремлении массы налетающей частицы к бесконечности, в то время как поляризационное слагаемое остается конечным. Это приводит, например, к тому, как отмечалось выше, что тормозное излучение протона на атоме, практически равно нулю в приближении экранировки, с учетом поляризации атома сравнимо в определенном частотном диапазоне с тормозным излучением электрона. Изменение знака заряда налетающей частицы не меняет статической амплитуды (приближение экранировки в тормозном излучении чувствительно к знаку заряда налетающей частицы лишь в следующих порядках теории возмущений) и меняет знак поляризационной, что приводит к изменению знака интерференционного слагаемого полного сечения тормозного излучения на атоме.

Рассмотрим случай нерелятивистского атомного электрона ($Z \ll 137$, $|\vec{E}_f, i - m| \ll m$). Если, кроме того, $\omega \ll m$, то выражение

(5.2) можно преобразовать к виду, содержащему только нерелятивистские характеристики атомного электрона.

Действительно, при $Z \ll 137$

$$j_{f,n}^{\mu}(\mathbf{q}_1) = \{j_{f,n}^{\circ}(\mathbf{q}_1), j_{f,n}(\mathbf{q}_1)\} = \int d\mathbf{r} \varphi_f^* \{1, \boldsymbol{\alpha}\} \varphi_n \exp(-i\mathbf{q}_1\mathbf{r}) \approx \\ \approx \left\{ \int d\mathbf{r} \varphi_f^* \exp(-i\mathbf{q}_1\mathbf{r}) \varphi_n; \right. \\ \left. \int d\mathbf{r} \varphi_f^* \left[\exp(-i\mathbf{q}_1\mathbf{r}) \frac{1}{2m} (-i\nabla) + \frac{1}{2m} (-i\nabla) \times \exp(-i\mathbf{q}_1\mathbf{r}) \right] \varphi_n \right\}.$$

Это соответствует формальному разложению атомных биспиноров на большой (~ 1) и малый ($\sim v_a$) спиноры и последующему пренебрежению спиновыми добавками.

Таким образом, в поляризационном слагаемом амплитуды (5.2) в сумме по промежуточным состояниям с положительной энергией переход к нерелятивистскому описанию сводится к замене релятивистских выражений для токов перехода нерелятивистскими. Сумму по промежуточным состояниям с отрицательной энергией можно преобразовать, если предположить, что основной вклад в нее дают состояния, энергия которых удовлетворяет неравенству $||E_n^{(-)}| - m| \ll m$. С учетом того, что $|E_{f,i} - m| \ll m$ и $\omega \ll m$, энергетические знаменатели в слагаемых с отрицательной энергией можно заменить величиной $2m$. Далее, применяя проекционный оператор $(m - \hat{H}_a)/2m$ (\hat{H}_a — атомный гамильтониан) на пространство волновых функций с отрицательной энергией, можно распространить суммирование на весь энергетический спектр атомного электрона. Для этого предполагаем

$$(m - \hat{H}_a)/2m = (1 - \gamma^0)/2, \quad \gamma^0 |n^{\pm}\rangle = \pm |n^{\pm}\rangle.$$

Тогда

$$\sum_{E_n < 0} \approx \frac{1}{2m} \langle f | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) \left(\gamma^{\mu} \frac{(1 - \gamma^0)}{2} \gamma^{\nu} + \gamma^{\nu} \frac{(1 - \gamma^0)}{2} \gamma^{\mu} \right) | i \rangle.$$

И с учетом перестановочного соотношения $\gamma^{\mu}\gamma^{\nu} + \gamma^{\nu}\gamma^{\mu} = 2\delta^{\mu\nu}$ получим

$$\sum_{E_n < 0} \approx \frac{\delta^{\mu\nu}}{m} \langle f | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) | i \rangle = \frac{\delta^{\mu\nu}}{m} j_{fi}^{(0)}(\mathbf{q}).$$

Таким образом, поляризационное слагаемое амплитуды для нерелятивистского атомного электрона имеет вид

$$M_{fi}^{\rho 1} = \frac{4\pi e_0 e^2}{q_1^2} A_{\mathbf{k},\sigma}^{v*} \sum_{E_n > 0} \left[\frac{j_{fn}^{\nu}(\mathbf{k}) j_{ni}^{\mu}(\mathbf{q}_1)}{\omega_{fn} + \omega + i0} + \right. \\ \left. + \frac{j_{fn}^{\mu}(\mathbf{q}_1) j_{ni}^{\nu}(\mathbf{k})}{\omega_{in} - \omega + i0} + \frac{\delta^{\mu\nu}}{m} j_{fi}^0(\mathbf{q}) \right] \frac{\bar{u}_f \gamma_{\mu} u_i}{2\sqrt{e_f e_i}}. \quad (5.3)$$

Выражение (5.3) приводит в случае нерелятивистской налетающей частицы к хорошо известному результату нерелятивистской теории поляризаационного тормозного излучения (см. гл. 4):

$$M_{fi}^p = \frac{4\pi e_0 e^2}{q_1^2} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \sum_n \left\{ \frac{e_{k,\sigma}^* j_{fn}(k) j_{ni}^0(q_1)}{\omega_{fn} + \omega + i_0} + \frac{j_{fn}^0(q_1) e_{k,\sigma} j_{ni}(k)}{\omega_{fn} - \omega + i_0} \right\}. \quad (5.4)$$

Для получения (5.4) из (5.3) необходимо положить (пренебрегая спиновыми эффектами)

$$\bar{u}_i \gamma^\mu u_i / 2 \sqrt{\varepsilon_i \varepsilon_f} \approx \{1, v_0\}, \quad |q_1| \ll |p_{i,f}|,$$

т. е. заменить ток перехода налетающей частицы классическим током и оставить члены низшего порядка по отношению скорости налетающей частицы к скорости света.

5.3. Амплитуда тормозного излучения релятивистской налетающей частицы на нерелятивистском многоэлектронном атоме

Последовательное квантовоэлектродинамическое рассмотрение поляризаационного тормозного излучения релятивистской налетающей частицы на многоэлектронном атоме осложнено необходимостью учета в релятивистском формализме взаимодействия между атомными электронами, а также проблемой суммирования по состояниям с отрицательной энергией для многоэлектронной системы. Вместе с тем для нерелятивистских атомных электронов расчет может быть существенно упрощен, если с самого начала использовать нерелятивистский атомный гамильтониан, а налетающую частицу заменить создаваемым ею электромагнитным полем.

Обоснуем возможность такой замены. Пусть оператор поля свободной налетающей частицы $\hat{\psi}(x)$ ($x = \{t, \mathbf{r}\}$) удовлетворяет уравнению Дирака:

$$(\gamma p - m_0) \hat{\psi}(x) = 0. \quad (5.5)$$

Будем предполагать, что для оператора электрон-позитронного поля атомных электронов $\hat{\psi}(x)$ справедливо уравнение Дирака с взаимодействием:

$$[\gamma(p + eA^{\text{ext}}(x) + e\hat{A}^{a,e}(x)) - m] \hat{\psi}(x) = 0. \quad (5.6)$$

Здесь $A^{\text{ext}}(x)$ — потенциал внешнего поля ядра; $\hat{A}^{a,e}(x)$ — оператор электромагнитного поля, создаваемого атомными электронами, удовлетворяющий уравнению Максвелла:

$$\partial^\nu \partial_\mu \hat{A}^{a,e\mu}(x) - \partial^\mu \partial_\mu \hat{A}^{a,e\nu}(x) = 4\pi e j^\nu(x), \quad (5.7)$$

где $j^\nu(x) = \hat{\psi}(x) \gamma^\nu \hat{\psi}(x)$ — оператор тока атомных электронов.

Таким образом, предполагается, что взаимодействие между атомными электронами учтено в $\hat{\psi}(x)$. Вектор-состояния системы полей (атомных электронов, налетающей частицы, электромагнитного поля) представим в виде произведения: $|\Phi_i\rangle = |j\rangle \cdot |\varphi_j\rangle \cdot |n_{\mathbf{k},\sigma}\rangle$, где $|j\rangle$ — вектор-состояния взаимодействующих между собой атомных электронов, $|\varphi_j\rangle$ — свободной налетающей частицы, $|n_{\mathbf{k},\sigma}\rangle$ — электромагнитного поля (\mathbf{k}, σ — волновой вектор и индекс поляризации фотона). Уравнение для $|\Phi\rangle$ в предположении взаимодействия имеет вид

$$i\partial|\Phi\rangle/\partial t = \int dr [e_0 \hat{J}^\nu(x) - e \hat{j}^\nu(x)] \hat{A}_\nu(x) |\Phi\rangle,$$

$$\hat{J}^\nu(x) = \hat{\psi}^\dagger(x) \gamma^\nu \hat{\psi}(x).$$

Отсюда для оператора рассеяния получаем стандартное равенство

$$\hat{S} = T \exp \left\{ -i \int dx \hat{A}_\nu(x) [e_0 \hat{J}^\nu(x) - e \hat{j}^\nu(x)] \right\}, \quad (5.8)$$

где T — символ хронологического упорядочения.

Амплитуда поляризационного тормозного излучения в низшем порядке теории возмущений описывается третьим членом в разложении $\hat{S}(x_i \equiv i)$:

$$\hat{S}_3 = (-i)^3 e^2 e_0 \int d1 d2 d3 T \{ \hat{A}_\nu(1) \hat{j}^\nu(1) \hat{A}_\mu(2) \hat{j}^\mu(2) \hat{A}_\lambda(3) \hat{J}^\lambda(3) \}. \quad (5.9)$$

Здесь приведены подобные члены, возникающие из-за перестановки переменных интегрирования. В дальнейшем считаем, что обмен между налетающей частицей и атомными электронами отсутствует. Воспользовавшись коммутативностью соответствующих операторов, выражение (5.9) можно переписать в виде

$$\hat{S}_3 = (-i)^3 \int d1 d2 \hat{A}_\nu(1) T \{ e^2 \hat{j}^\nu(1) \hat{j}^\mu(2) \} \int d3 e_0 D_{\mu\lambda}(2, 3) \hat{J}^\lambda(3), \quad (5.10)$$

где $D_{\mu\lambda}(2, 3) = iT \langle 0 | \hat{A}_\mu(2) \hat{A}_\lambda(3) | 0 \rangle$ — фотоинный пропагатор.

В (5.10) оставлен один неспаренный A -оператор, что соответствует изменению электромагнитного поля на один фотон.

Матрируя \hat{S}_3 по начальному $|\Phi_i\rangle = |i\rangle |\varphi_i\rangle |0\rangle$ и конечному $|\Phi_f\rangle = |f\rangle |\varphi_f\rangle |1_{\mathbf{k},\sigma}\rangle$ состояниям системы, получаем

$$S_{3,fi}^p = (-i)^3 \int d1 d2 A_{\mathbf{k},\sigma,\nu}^* L_{if}^{\nu\mu}(1, 2) A_{\mu,fi}^{(0)}(2). \quad (5.11)$$

Здесь

$$L_{if}^{\nu\mu}(1, 2) = e^2 \langle f | T \{ \hat{j}^\nu(1) \hat{j}^\mu(2) \} | i \rangle \quad (5.12)$$

— релятивистский аналог тензора рассеяния электромагнитного поля атомом [7];

$$A_{\mu,fi}^{(0)}(2) = -e_0 \int d3 D_{\mu\nu}(2, 3) \langle \varphi_f | \hat{J}^\nu(3) | \varphi_i \rangle \quad (5.13)$$

— 4-потенциал виртуального фотона, порождаемого налетающей частицей в процессе рассеяния $|\Phi_i\rangle \rightarrow |\Phi_f\rangle$. Заметим, что потенциал виртуального фотона $A_f^{(0)}$ мог быть найден из уравнений Максвелла (5.7), если в их правую часть подставить матричный элемент тока перехода налетающей частицы $\langle \Phi_f | \hat{J}^\mu(3) | \Phi_i \rangle$.

Формула (5.11) для амплитуды поляризационного тормозного излучения позволяет интерпретировать его как процесс рассеяния (конверсии) виртуального фотона $A_{fi}^{(0)}$ на атомных электронах в реальный тормозной фотон.

Легко показать, что такое же выражение для амплитуды поляризационного тормозного излучения может быть получено (для фиксированных $|\Phi_i\rangle, |\Phi_f\rangle$) из другой формы гамильтониана взаимодействия:

$$V' = -e \int d\tau \{ \hat{A}_\nu(x) + \hat{A}_{fi,\nu}^{(0)}(x) \} \hat{j}^\nu(x). \quad (5.14)$$

Здесь налетающая частица заменена создаваемым ею электромагнитным полем $A_{fi}^{(0)}$ и, таким образом, исключена из рассмотрения как динамическая степень свободы. Поле $A_{fi}^{(0)}$ можно считать внешним заданным полем, определяемым равенством (5.13). Тогда амплитуда поляризационного тормозного излучения получается стандартным способом во втором порядке теории возмущений. После вычисления матричного элемента между $|\Phi_i\rangle$ и $|\Phi_f\rangle$ для нее находим

$$S'_{2,fi} = (-i)^2 \int d1 d2 A_{k\sigma,\nu}^*(1) \langle f | T \{ e^2 \hat{j}^\nu(1) \hat{j}^\mu(2) \} | i \rangle A_{\mu,fi}^{(0)}(2). \quad (5.15)$$

Из сравнения (5.11) и (5.15) вытекает: $S'_{2,fi} = S'_{2,fi}$.

Таким образом, амплитуду поляризационного тормозного излучения можно вычислить (при фиксированном начальном и конечном состояниях налетающей частицы), заменив налетающую частицу создаваемым ею полем по формуле (5.13). Тогда в рассматриваемом случае нерелятивистских атомных электронов единственная релятивистская степень свободы — налетающая частица — будет исключена и можно пользоваться нерелятивистским формализмом для вычисления амплитуды процесса.

Отметим, что замена частицы ее полем широко используется при расчете и бете-гайтлеровского тормозного излучения методом эквивалентных фотонов, когда в системе покоя налетающей частицы поле атома (экранированного ядра) заменяют эквивалентными фотонами, которые комптоновским образом рассеиваются в тормозные на налетающей частице.

Вычислим, заменив налетающую частицу ее полем, амплитуду поляризационного тормозного излучения для нерелятивистского многоэлектронного атома ($Z \ll 137$) в пренебрежении обменом «налетающая частица ↔ атомный электрон». Используем аксиальную калибровку электромагнитного потенциала ($A_0 = 0$). Нерелятивистский гамильтониан возмущения атомных электронов элек-

вектор магнитным полем имеет вид

$$V = \frac{e}{2m} \sum_{j=1}^N \{ \hat{p}_j \hat{A}(\mathbf{r}_j, t) + \hat{A}(\mathbf{r}_j, t) \hat{p}_j + e \hat{A}^2(\mathbf{r}_j, t) \}, \quad \hat{p}_j = -i \nabla_j, \quad (5.16)$$

где $\hat{A} = \hat{A}^{\text{ph}} + A_{ji}^{(0)}$ — суммарный вектор-потенциал; \hat{A}^{ph} — описывает фотонное поле ($kx = \omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}$):

$$\hat{A}^{\text{ph}}(x) = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \{ \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \sigma} \hat{c}_{\mathbf{k}, \sigma} \exp(-ikx) + \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \sigma}^* \hat{c}_{\mathbf{k}, \sigma}^+ \exp(ikx) \}, \quad \omega = |\mathbf{k}|. \quad (5.17)$$

Здесь $\mathbf{e}_{\mathbf{k}, \sigma}$ — орт поляризации фотона; $\hat{c}_{\mathbf{k}, \sigma}^+$, $\hat{c}_{\mathbf{k}, \sigma}$ — операторы рождения и уничтожения; $A_{ji}^{(0)}$ дается формулой (5.13) (это внешнее поле, порождаемое налетающей частицей).

Переходя к представлению взаимодействия $\hat{V}_{\text{int}} = \exp(iH_0 t) \times \times V \exp(-iH_0 t)$ (фотонное поле уже записано в представлении взаимодействия), имеем для оператора рассеяния

$$\hat{S} = T \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{\infty} dt \hat{V}_{\text{int}}(t) \right\}. \quad (5.18)$$

Вклад в амплитуду поляризационного тормозного излучения в низшем порядке теории возмущений (втором по заряду e) дают первый и второй члены разложения \hat{S} ; нулевой член этого разложения — единица — соответствует неизменному состоянию системы. В члене первого порядка ($\sim V_{\text{int}}$) вклад в процесс дает слагаемое, содержащее \hat{A}^2 , в члене второго порядка ($\sim \hat{V}_{\text{int}}^2$) — слагаемое, содержащее $\hat{p}\hat{A} + \hat{A}\hat{p}$. Согласно физической картине поляризационного тормозного излучения нужно учитывать слагаемые, содержащие смешанное произведение \hat{A}^{ph} и $A_{ji}^{(0)}$. Итак, матричный элемент процесса представляется в виде

$$S_{fi}^p = S_{fi}^{(1)} + S_{fi}^{(2)}.$$

Здесь

$$S_{fi}^{(1)} = -i \left\langle \Phi_f \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(iH_0 t) \frac{e^2}{2m} \sum_{j=1}^N 2\hat{A}^{\text{ph}}(\mathbf{r}_j, t) A_{ji}^{(0)}(\mathbf{r}_j, t) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp(-iH_0 t) \right| \Phi_i \right\rangle, \quad (5.19)$$

причем $|\Phi_f\rangle = |j\rangle |n_{k,\sigma}\rangle$, так как налетающая частица уже учтена в $A_{fi}^{(0)}$. Из (5.19) находим

$$S_{fi}^{(1)} = -2\pi i \delta(\epsilon_f + E_f + \omega - \epsilon_i - E_i) \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} e_{k,\sigma}^* A_{fi}^{(0)}(q_1) \times \\ \times \left\langle f \left| \sum_{l=1}^N \exp(-iq_l r_l) \right| i \right\rangle \frac{e^2}{m}, \quad (5.19a)$$

где $A_{fi}^{(0)}(q_1)$ — пространственно-временной образ поля налетающей частицы, вычисленный на 4-векторе $q_1 = \{\epsilon_f - \epsilon_i; \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i\}$. Спиновыми эффектами пренебрегаем. Для $S_{fi}^{(2)}$ аналогично имеем выражение

$$S_{fi}^{(2)} = -\frac{1}{2} \left\langle \Phi_f \left| T \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt' \hat{V}_{\text{int}}(t) \hat{V}_{\text{int}}(t') \right| \Phi_i \right\rangle. \quad (5.20)$$

После несложных преобразований $S_{fi}^{(2)}$ приводится к виду

$$S_{fi}^{(2)} = -e^2 \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} 2\pi \delta(\epsilon_f + E_f + \omega - \epsilon_i - E_i) e_{k,\sigma}^* A_{fi,s}^{(0)}(q_1) \times \\ \times \left\langle f \left| \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp(i\omega\tau) \hat{j}^i(\mathbf{k}, \tau) \hat{j}^s(\mathbf{q}_1) \right| i \right\rangle. \quad (5.20a)$$

Здесь

$$\hat{j}^i(\mathbf{x}, \tau) = \exp(iH_a\tau) \frac{1}{2m} \sum_{l=1}^N \{p_l^i \exp(-i\mathbf{x}\mathbf{r}_l) + \\ + \exp(-i\mathbf{x}\mathbf{r}_l) p_l^i\} \exp(-iH_a\tau)$$

— пространственный фурье-образ оператора тока в представлении взаимодействия.

Складывая $S_{fi}^{(1)}$ и $S_{fi}^{(2)}$, получаем амплитуду поляризационного тормозного излучения в виде

$$S_{fi}^p = 2\pi i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} (q_1^0)^2 \delta(\epsilon_f + E_f + \omega - \epsilon_i - E_i) e_{k,\sigma}^* A_{fi,s}^{(0)}(q_1) \times \\ \times \langle f | \hat{c}^{is}(\mathbf{k}, \mathbf{q}_1) | i \rangle; \quad q_1^0 = \epsilon_f - \epsilon_i. \quad (5.21)$$

В (5.21) $\hat{c}^{is}(\mathbf{k}, \mathbf{q}_1)$ — оператор рассеяния электромагнитного поля на атоме в нерелятивистском (по атомным электронам) приближении, который можно представить в следующей форме:

$$\hat{c}^{is}(\mathbf{k}, \mathbf{q}_1) = \frac{e^2}{m (q_1^0)^2} \left[im \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp(i\omega\tau) \times \right. \\ \left. \times T \{ \hat{j}^i(\mathbf{k}, \tau) \hat{j}^s(\mathbf{q}_1, 0) \} - \delta^{is} \hat{n}(\mathbf{q}) \right], \quad \hat{n}(\mathbf{q}) = \sum_{l=1}^N \exp(-iq_l r_l). \quad (5.22)$$

Если проанализировать исходное релятивистское выражение (5.12), из которого следует (5.22), то можно сказать, что первое слагаемое в квадратных скобках (5.22) происходит из суммы по подожительной части спектра атомных электронов и описывает рассеяние электромагнитного поля на токе атомных электронов. Второе слагаемое в (5.22) возникает после сворачивания суммы по состояниям отрицательного энергетического спектра и описывает рассеяние поля на заряде атомных электронов (ср. с формулой (5.3)).

Запишем матричный элемент $c_{fi}^{ls}(\mathbf{k}, \mathbf{q}_1)$ через сумму по промежуточным состояниям атомных электронов:

$$c_{fi}^{ls}(\mathbf{k}, \mathbf{q}_1) = \frac{e^2}{m(q_1^0)^2} \left\{ -\delta^{ls} n_{fi}(\mathbf{q}) + m \sum_n \left[\frac{f_{fn}^i(\mathbf{k}) f_{ni}^s(\mathbf{q}_1)}{\omega_{fn} + \omega + i0} + \frac{f_{fn}^s(\mathbf{q}_1) f_{ni}^i(\mathbf{k})}{\omega_{in} - \omega + i0} \right] \right\}. \quad (5.23)$$

В частности, в случае сферически-симметричного состояния $|i\rangle$ для $f=i$, $\mathbf{k}=\mathbf{q}_1=0$ из (5.23) следует известное выражение для дипольной поляризуемости атома

$$c_{ii}^{ls}(\mathbf{q}, \mathbf{k} \rightarrow 0) \rightarrow \alpha(\omega) \delta^{ls} = \delta^{ls} (e^2/m) \sum_n \frac{f_{in}}{\omega_{in}^2 - \omega^2}, \quad (5.24)$$

где $f_{in} = (2/3) m \omega_{in} |\langle i | \mathbf{r} | n \rangle|^2$ — сила осциллятора перехода $i \rightarrow n$. В формулах (5.22) — (5.24) подразумевается, что $\Delta = |\omega - \omega_{f(i)n}| \gg \gg \Gamma_{f(i)n}$, где $\Gamma_{f(i)n}$ — ширина линии перехода $n \rightarrow f$, i . В противном случае в данных выражениях необходимо учитывать ширину линий соответствующих переходов. Хорошо видно, что полученное выражение для амплитуды поляризационного тормозного излучения (5.21) соответствует его интерпретации как процесса рассеяния поля налетающей частицы на атомных электронах в тормозной фотон.

Вычислим теперь амплитуду «традиционного» тормозного излучения (за счет испускания фотона налетающей частицей), учитывая возможное возбуждение атомных электронов. Используем снова интерпретацию тормозного излучения как процесса рассеяния виртуального фотона в реальный. Теперь виртуальные фотоны создаются атомом (ядром и связанными электронами). Для покоящегося атома и нерелятивистских атомных электронов создаваемые ими виртуальные фотоны в основном продольные. В этом случае удобно использовать кулоновскую калибровку электромагнитного потенциала ($\text{div} \mathbf{A} = 0$), поскольку тогда можно учитывать лишь его временную компоненту. Пространственные компоненты описывают в кулоновской калибровке поперечную часть поля и в рассматриваемом случае малы. Временная компонента потенциала виртуального фотона, создаваемого атомом, согласно (5.13) равна

$$A_{0fi}(1) = - \int d1' D_{00}(1, 1') \langle f | \hat{J}^0(1') | i \rangle. \quad (5.25)$$

Здесь $\hat{J}^0(1) = Ze\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) - e \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_i)$ — оператор плотности заряда атома в координатном представлении (\mathbf{r}_0 — радиус-вектор ядра). Согласно стандартным правилам легко получить амплитуду рассматриваемого тормозного излучения, которое можно называть для краткости статическим:

$$S_{fi}^{st} = -i2\pi \sqrt{(2\pi/\omega)} e_0^2 e_{\kappa\sigma, \nu}^* T^\nu(p_{f,i}; k) A_{fi}^0(q) \times \delta(\epsilon_f + E_f + \omega - \epsilon_i - E_i). \quad (5.26)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$T^\nu = \frac{\bar{u}_f}{\sqrt{2e_f}} \left\{ \gamma^\nu \frac{p_f \gamma + \gamma k + m_0}{(p_f + k)^2 - m_0^2} \gamma^0 + \gamma^0 \frac{\gamma p_i - \gamma k + m_0}{(p_i - k)^2 - m_0^2} \gamma^\nu \right\} \frac{u_i}{\sqrt{2e_i}}, \quad (5.27)$$

$$A_{fi}^0(q) = (4\pi/q^2) \{ \delta_{fi} Ze - en_{fi}(q) \}. \quad (5.28)$$

Физически (5.28) описывает экранированный потенциал ядра, а (5.27) — рассеяние электромагнитного поля на налетающей частице.

Таким образом, полная амплитуда тормозного излучения релятивистской налетающей частицы на нерелятивистском атоме ($Z \ll 137$) с учетом поляризационного механизма и возможного возбуждения атомных электронов имеет вид (в пренебрежении обменом и спиновыми эффектами)

$$S_{fi}^{Br} = S_{fi}^{st} + S_{fi}^p, \quad (5.29)$$

где S_{fi}^p и S_{fi}^{st} даются соответственно формулами (5.21) и (5.26).

5.4. Сечение полного тормозного излучения на нерелятивистском атоме

Исходя из полученного выражения для амплитуды, запишем выражение для полного спектрального сечения тормозного излучения:

$$\frac{d\sigma^{Br}(\omega)}{d\omega} = \frac{e_i}{|\mathbf{p}_i|} \sum_{f,\sigma} \omega^2 \int \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{(2\pi)^3} \frac{dq}{(2\pi)^3} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|S_{fi}^{Br}(\sigma; \mathbf{p}_{f,i}; k)|^2}{T}. \quad (5.30)$$

Здесь $d\Omega_{\mathbf{k}}$ — телесный угол вокруг направления \mathbf{k} , T — параметр, имеющий смысл времени; суммирование производится по поляризациям испущенного фотона (σ) и конечным состояниям атома (f). Далее считаем налетающую частицу борновской, начальное состояние атома невырожденным.

С учетом явного вида S_{fi}^{Br} (5.30) можно переписать:

$$\frac{d\sigma^{Br}}{d\omega} = \frac{e_i}{|\mathbf{p}_i|} \sum_{f,\sigma} \omega^2 \int \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{(2\pi)^3} \frac{dq}{(2\pi)^3} 2\pi \delta(q_1^0 + \omega + \omega_{fi}) \times$$

$$\times \frac{2\pi}{\omega} \left| e_{\mathbf{k}\sigma, i}^* \left\{ e_0^2 \Gamma^i(p_{f, i}; k) \frac{4\pi}{q^2} (Ze\delta_{fi} - en_{fi}(\mathbf{q})) + \right. \right. \\ \left. \left. + (q_1^0)^2 c_{fi}^s(k, q_1) A_{fi, s}^{(0)}(q_1) \right\} \right|^2 = d\sigma^{st}/d\omega + d\sigma^p/d\omega + d\sigma^{int}/d\omega. \quad (5.31)$$

Последний член (5.31) $d\sigma^{int}/d\omega$ описывает интерференцию статического и поляризационного слагаемых тормозного излучения; $\Gamma^i(p_{f, i}; k)$, $c_{fi}^s(k, q_1)$ даются формулами (5.27) и (5.23).

В дальнейшем полагаем, что $|\mathbf{q}_1| \ll |\mathbf{p}_{f, i}|$ — движение налетающей частицы слабо возмущается в ходе тормозного излучения. Тогда для $A_{fi}^{(0)}$ (см. (5.13)) имеем выражение

$$A^{(0)}(\mathbf{q}) = \frac{4\pi e_0}{q^0} \frac{vq^0 - \mathbf{q}}{(q^0)^2 - q^2}, \quad q^0 = \mathbf{q}\mathbf{v}_0. \quad (5.32)$$

Здесь v_0 — скорость налетающей частицы. В этом же приближении

$$\mathbf{T} = \mathbf{q}_i/m_0\gamma(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0), \quad \gamma = \epsilon_i/m_0. \quad (5.33)$$

Полученное выражение (5.31) для сечения тормозного излучения на атоме является наиболее общим. В пренебрежении внутренними степенями свободы налетающей частицы и атомного ядра оно последовательно описывает вклад атомных электронов в процесс тормозного излучения. Для сечения статического тормозного излучения из (5.31) после несложных преобразований получаем

$$\frac{d\sigma^{st}}{d\omega} = \frac{\epsilon_i}{|\mathbf{p}_i|} \omega^2 \int \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{2\pi}{\omega} \int dt \exp[it(\omega + q_1^0)] \times \\ \times \sum_{\sigma} |\mathbf{e}_{\mathbf{k}, \sigma} \mathbf{T}|^2 \frac{2\pi}{q^2} e_0^4 e^2 \langle i | (Z - \hat{n}(-\mathbf{q}))(Z - \hat{n}\mathbf{q}, t)) | i \rangle. \quad (5.34)$$

Если можно пренебречь энергией возбуждения атомных электронов по сравнению с частотой ω , тогда в (5.34) можно положить $\hat{n}(\mathbf{q}, t) \approx \hat{n}(\mathbf{q}, 0)$:

$$\frac{d\sigma^{st}}{d\omega} = \frac{\epsilon_i}{|\mathbf{p}_i|} \omega^2 \int \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} 2\pi\delta(q_1^0 + \omega) [n\mathbf{T}]^2 \times \\ \times \frac{2\pi}{\omega} \frac{2\pi}{q^2} e_0^4 e^2 \langle i | |Z - \hat{n}(\mathbf{q})|^2 | i \rangle, \quad \mathbf{n} = \mathbf{k}/k. \quad (5.35)$$

При получении (5.35) использовано равенство $\sum_{\sigma} e_{\mathbf{k}\sigma, i}^* e_{\mathbf{k}\sigma, s} = \delta_{is} - n_i n_s$. Выражение (5.35) совпадает с результатом Лэмба и Уиллера [4], которые впервые последовательно учли вклад возбуждения атомных электронов в статическое тормозное излучение.

В случае тяжелой налетающей частицы ($m_0 \gg m$) первым слагаемым под знаком модуля в (5.31) можно пренебречь по сравне-

нию со вторым, так как $|T| \propto 1/m_0$, в то время как $A^{(0)}(q)$ и $\hat{c}^{ls}(k, q_1)$ от массы налетающей частицы не зависят. Тогда полное сечение тормозного излучения на атоме сводится к сечению поляризационного тормозного излучения, для которого из (5.31) находим

$$\frac{d\sigma^p}{d\omega} = \frac{e_i}{|p_i|} \omega^2 \int \frac{d\Omega_k}{(2\pi)^3} \frac{dq}{(2\pi)^3} \frac{2\pi}{\omega} (\delta_{ls} - n_i n_s) (q_1^0)^4 A_{fi, s'}^{(0)}(q_1) \times \\ \times A_{fi, l'}^{(0)}(q_1) \int dt \exp(iq^0 t) \langle i | \hat{c}^{s'l'}(k, q_1) \hat{c}^{ls''}(k, q_1, t) | i \rangle. \quad (5.36)$$

Здесь положено

$$A^{(0)} = A^{(0)*}, \quad \hat{c}^{ls}(k, q_1, t) = \exp(iH_a t) \hat{c}^{ls}(k, q_1) \exp(-iH_a t). \quad (5.37)$$

Таким образом, просуммированное по всем конечным состояниям атомных электронов сечение поляризационного тормозного излучения выражается через корреляционную функцию от оператора рассеяния электромагнитного поля на атоме.

Рассмотрим поляризационное тормозное излучение без возбуждения атома (упругое поляризационное тормозное излучение). Его сечение дается слагаемым с $f=i$ во втором члене под знаком модуля в (5.31):

$$\frac{d\sigma_{ii}^p}{d\omega} = \frac{\omega^2}{v_0} \int \frac{d\Omega_k}{(2\pi)^3} \frac{dq}{(2\pi)^3} \frac{2\pi}{\omega} (\delta_{ls} - n_i n_s) (q_1^0)^4 A_h^{(0)}(q_1) A_r^{(0)}(q_1) \times \\ \times 2\pi \delta(q_1^0 + \omega) \langle i | \hat{c}_-^{lh}(k, q_1) | i \rangle \langle i | \hat{c}^{sr*}(k, q_1) | i \rangle, \quad v_0 = |p_i|/e_i. \quad (5.38)$$

Пусть сначала $\omega \ll p_a v_0$ ($p_a \approx Z^h m e^2$ — характерный атомный импульс). Тогда основной вклад в рассматриваемый процесс будут давать модули $|q_1| \ll p_a$, разрешенные законом сохранения энергии. В противном случае ($|q_1| \gg p_a$) должно превалировать поляризационное тормозное излучение с возбуждением и ионизацией атома. Поэтому в данном случае для тензора рассеяния можно использовать дипольное приближение по q_1 и k :

$$c_{ii}^{lh}(k, q_1) \rightarrow \delta^{lh} \alpha_i(\omega) \theta(p_a - |q_1|),$$

и вместо (5.38) получим

$$\frac{d\sigma_{ii}^p}{d\omega} \approx \frac{1}{v_0} \omega^2 \int \frac{d\Omega_k}{(2\pi)^3} \frac{dq}{(2\pi)^3} \frac{2\pi}{\omega} [nA^{(0)}(q_1)]^2 \times \\ \times \delta(q^0) \theta(p_a - |q_1|) |\omega^2 \alpha_i(\omega)|^2, \quad p_a v_0 > \omega. \quad (5.39)$$

Отсюда находим для частотно-углового распределения упругого поляризационного тормозного излучения в рассматриваемом спектральном диапазоне (ср. (1.3), (2.127))

$$\frac{d\sigma_{ii}^p(\omega, \theta)}{d\omega} = \frac{2e_0^2}{v_0^2} \frac{d\omega}{\omega} \left| \omega^2 \alpha_i(\omega) \right|^2 (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta \ln \frac{\gamma p_a v}{\omega}. \quad (5.40)$$

Здесь мы пренебрегли слагаемыми порядка единицы по сравнению с большим логарифмом.

Из (5.40) вытекают два важных следствия (см. гл. 1, 2 и [11—13]):

а) в отличие от статического поляризованное тормозное излучение ультррелятивистской частицы ($\gamma \gg 1$) в частотном интервале $\omega < \rho_0 v$ не является узконаправленным, а носит дипольный характер;

б) сечение поляризованного тормозного излучения логарифмически возрастает с ростом энергии налетающей частицы в ультррелятивистском пределе при $\omega < \rho_0 v$.

Эти характерные черты поляризованного тормозного излучения релятивистской налетающей частицы допускают наглядную физическую интерпретацию. Логарифмический рост сечения поляризованного тормозного излучения с энергией налетающей частицы связан с пространственной структурой электромагнитного поля релятивистской налетающей частицы. Пространственное распределение потенциала этого поля на частоте ω дается формулой

$$A_{\omega}^{(0)} \sim \exp \left[i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t) - i \frac{\omega \rho}{\gamma v_0} \right], \quad (5.41)$$

где z, ρ — координаты поля.

Таким образом, получаем поперечный размер поля $\rho_{\max} \approx \gamma v_0 / \omega$ и соответственно $|\mathbf{q}_{\perp}|_{\min} \sim \omega / \gamma v_0$. Отсюда из формулы для спектрального сечения поляризованного тормозного излучения $d\sigma^p(\omega) \propto \ln |\mathbf{q}_{\perp}|_{\max} / |\mathbf{q}_{\perp}|_{\min}$ вытекает второе свойство поляризованного тормозного излучения. Отметим, что в случае статического тормозного излучения на нейтральном атоме максимальный размер поля, рассеивающегося на налетающей частице в тормозной фотон, определяется размерами атома.

Рассмотрим теперь упругое поляризованное тормозное излучение в частотном диапазоне $m \gg \omega \gg I$ (I — потенциал ионизации атома). В этом случае можно использовать асимптотическое выражение для оператора рассеяния

$$\hat{c}^{is}(k, q_1) \approx - \frac{e^2}{m (q_1^0)^2} \hat{n}(\mathbf{q}) \left\{ \delta^{is} + \frac{q_1^i q_1^s}{2m\omega} \right\}, \quad m \gg \omega \gg I. \quad (5.42)$$

Формула (5.42) получается разложением в ряд матричного элемента c_{fi}^{is} (5.23) по степеням $|\omega_{jm}|/\omega$ ($j=f, i$), причем слагаемые в сумме по промежуточным состояниям с $|\omega_{jm}| > \omega$ дают малый вклад в c_{fi}^{is} при $\omega \gg I$. Подставляя (5.42) в (5.38), находим

$$\frac{d\sigma_{fi}^p}{d\omega} = \frac{\omega^2}{v_0} \int \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{2\pi}{\omega} \delta(q^0) \left(\frac{e^2}{m} \right)^2 \times \\ \times |n_{ii}(\mathbf{q})|^2 \left[n, \left(A^{(0)}(\mathbf{q}_1) + \frac{\mathbf{q}_1 (q_1 A^{(0)}(\mathbf{q}_1))}{2m\omega} \right) \right]^2, \quad m \gg \omega \gg I. \quad (5.43)$$

Для упрощения выкладок считаем $\gamma \gg 1$, тогда поле налетающей частицы в основном поперечно и $\mathbf{q}_i \mathbf{A}^{(0)}(q_i) = 0$. Используем приближение экспоненциальной экранировки для вычисления спектрального сечения. Тогда

$$n_{ii}(\mathbf{q}) = N/(1 + q^2/p_a^2). \quad (5.44)$$

Здесь N — число атомных электронов (для нейтрального атома $N = Z$).

Используя (5.44) для спектрального сечения поляризационного тормозного излучения и $\alpha_{\tau \rightarrow \alpha_a} = -Ne^2/m\omega^2$, находим для трех частотных диапазонов после интегрирования по $d\Omega_k$ и $d\mathbf{q}$ (см. также (9.22); ср. с (2.111), (2.112) при учете (1.3), (2.132))

$$\frac{d\sigma_{ii}^p}{d\omega} = \frac{16}{3} N^2 \frac{e^4 e_0^2}{m^2 \omega} \ln \frac{\gamma p_a}{\omega}, \quad p_a \gg \omega \gg I; \quad (5.45)$$

$$\frac{d\sigma_{ii}^p}{d\omega} = 2N^2 \frac{e^4 e_0^2}{m^2 \omega} \left(\frac{p_a}{\omega}\right)^2 \ln \gamma, \quad \gamma^2 p_a \gg \omega \gg p_a; \quad (5.46)$$

$$\frac{d\sigma_{ii}^p}{d\omega} = 4N^2 \frac{e^4 e_0^2}{m^2 \omega} \left(\frac{p_a}{\omega}\right)^2 \left(\frac{\gamma^2 p_a}{\omega}\right)^2, \quad m \gg \omega \gg \gamma^2 p_a. \quad (5.47)$$

Формулы (5.45), (5.46) малочувствительны к конкретному виду экранировки. Спектральное сечение (5.45) можно получить из (5.40), поскольку в этом диапазоне еще справедливо дипольное приближение и можно использовать выражение для поляризуемости $\alpha(\omega) = -Ne^2/m\omega^2$, справедливое при $\omega \gg I$. Диапазон частот (5.46) характерен для ультррелятивистских налетающих частиц ($\gamma \gg 1$). В нем возможна компенсация \mathbf{q}_i за счет \mathbf{k} в выражении для $n_{ii}(\mathbf{q})$, $|\mathbf{q}_i + \mathbf{k}| \ll p_a$. Это, однако, имеет место лишь для малых углов испускания фотона:

$$\theta \ll p_a/\omega \approx \lambda/R_a, \quad R_a \approx 1/p_a.$$

Действительно, для компенсации \mathbf{q}_i необходимо $|\mathbf{q}_i| \sim |\mathbf{q}_i, \parallel| \sim |\mathbf{k}|$, тогда $|\mathbf{q}| \approx 2\omega \sin \theta/2 < p_a (\omega \gg p_a)$, откуда и вытекает условие на максимальный угол излучения. Таким образом, в частотном интервале (5.46) поляризационное тормозное излучение приобретает направленность ($\theta < \lambda/R_a$) и при вычислении сечения необходимо учитывать импульс фотона. В диапазоне (5.47) (если он существует) всегда $|\mathbf{q}| \gg p_a$ и поляризационное тормозное излучение сильно подавлено, что следует уже из вида $n_{ii}(\mathbf{q}) \sim p_a^2/q^2$. Физически это означает, что при больших переданных атому импульсах ($|\mathbf{q}| \gg p_a$), характерных для данного интервала частот, преобладают неупругие каналы поляризационного тормозного излучения, сопровождающиеся возбуждением и ионизацией атомных электронов.

Отметим, что рассмотренное «упругое» поляризационное тормозное излучение когерентно по атомным электронам, его сечение пропорционально квадрату их числа (N^2 или Z^2). Последнее

можно объяснить тем, что в данном случае, когда состояние атомных электронов не изменяется, электронный заряд, оставаясь локализованным в атоме, проявляет себя как заряд Ne одной частицы (при $\lambda > R_a$). Следовательно, амплитуда его взаимодействия с электромагнитным полем пропорциональна Ne , а сечение пропорционально $N^2 e^2$.

Вернемся к полному, учитывающему возбуждение атомных электронов сечению поляризационного тормозного излучения — формуле (5.36). Получить в явном виде спектральное сечение поляризационного тормозного излучения в общем случае не представляется возможным. Рассмотрим некоторые частные, но практически важные ситуации.

Пусть частота ω такова, что основной вклад в дифференциальное по q_l сечение дают $|q_l| \ll p_a$. Тогда справедливо дипольное приближение и можно выполнить интегрирование по dq с учетом явного вида $A^{(0)}(q)$ (5.32). Принимая во внимание сферическую симметрию состояния $|i\rangle$, после ряда преобразований для спектрального сечения поляризационного тормозного излучения получаем при $\omega_{fi} < p_a v_0 - \omega$

$$\frac{d\sigma_{fi}^p}{d\omega} = \frac{16e_0^2}{9v_0^2} \sum_{m,l,f} \omega^3 \langle f | \hat{c}_{ml}(\omega) | i \rangle \langle f | \hat{c}_{ml}(\omega) | i \rangle^* \ln \frac{\gamma p_a v_0}{\omega + \omega_{fi}}. \quad (5.48)$$

Здесь подразумевается суммирование по l и m ; $\langle i | \hat{c}_{ml}(\omega) | i \rangle = \alpha_l(\omega) \delta_{lm}$ — динамическая поляризуемость атома в состоянии $|i\rangle$. Отметим, что слагаемое в (5.48) с $f=i$ дает спектральное сечение упругого поляризационного тормозного излучения, вытекающее также из (5.40) (после интегрирования по $d\theta$). Для состояний $|f\rangle$, таких, что $\omega_{fi} > p_a v_0 - \omega$, использованное дипольное по q приближение несправедливо.

Рассмотрим случай резонанса. Пусть частота ω такова, что для двух энергетических уровней дискретного спектра $E_n > E_f$ выполняется неравенство $\omega \gg |\omega - \omega_{nf}| \gg \Gamma_{nf}$. Тогда в выражении для матричного элемента $\langle f | \hat{c}_{ml}(\omega) | i \rangle$ можно выделить одно резонансное слагаемое, дающее основной вклад, а также пренебречь мнимой частью тензора рассеяния по сравнению с действительной. В сумме по f в (5.48) остается тоже одно резонансное слагаемое.

После суммирования по проекциям полного момента резонансных состояний ($|f\rangle$, $|n\rangle$) с учетом $J_i=0$ (J — квантовое число полного момента количества движения) для сечения резонансного тормозного излучения находим

$$\frac{d\sigma_{fi}^p}{d\omega} = \frac{4e_0^2 e^4}{3v_0^2 m^2} \left(\frac{\omega}{\Delta}\right)^2 \frac{f_{in}}{\omega_{ni}} (2J_f + 1) f_{fn} \ln \frac{\gamma p_a v_0}{\omega + \omega_{fi}}, \quad (5.49)$$

где $\Delta = \omega - \omega_{nf}$; $\omega \gg |\Delta| \gg \Gamma_{fn}$.

Из (5.49) при $f=i$ следует выражение для «упругого» резонансного тормозного излучения. Вычислим теперь сечение поля-

ризационного тормозного излучения с возбуждением (в том числе ионизацией) атома для $m \gg \omega \gg I$.

Подставляя выражение для \hat{c}^{in} в данном диапазоне (5.42) в формулу (5.36), находим

$$\frac{d\sigma^p}{d\omega} = \frac{2\pi\omega^2}{v_0} \int \frac{d\Omega_k}{(2\pi)^3} \frac{dq}{(2\pi)^3} \frac{2\pi e^4}{\omega m^2} \left[n, (\mathbf{A}^{(0)}(q_1) + \frac{q_1 (\mathbf{q}_1 \mathbf{A}^{(0)}(q_1))}{2m\omega}) \right]^2 S_{ii}(\mathbf{q}). \quad (5.50)$$

Здесь введена величина

$$S_{ii}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(iq^0 t) \langle i | \hat{n}(-\mathbf{q}) \hat{n}(\mathbf{q}, t) | i \rangle, \quad (5.51)$$

которую мы будем называть динамическим форм-фактором атома в соответствии с терминологией, принятой для описания эффектов в среде. Для простоты далее положим $q_1 \approx q$, пренебрегая, таким образом, слагаемыми порядка $(p_a/\omega)^2$ по сравнению с единицей при $\omega \gg p_a$ (5.46); при $\omega \ll p_a$ справедливо дипольное приближение, так что модулями $|\mathbf{q}|$ и $|\mathbf{k}|$ можно пренебречь по сравнению с p_a . Как видно из (5.50), для вычисления спектрального сечения поляризационного тормозного излучения нужно знать явный вид функциональной зависимости S_{ii} от \mathbf{q} . Имея в виду в дальнейшем проследить лишь принципиальные моменты, мы используем для вычислений самую простую аппроксимацию $S_{ii}(\mathbf{q})$:

$$S_{ii}(\mathbf{q}) \approx \{\theta(|\mathbf{q}| - p_a) \delta(q^0 + q^2/2m) N + \theta(p_a - |\mathbf{q}|) \delta(q^0) N^2\}. \quad (5.52)$$

Данную формулу можно получить, принимая во внимание явный вид операторов $\hat{n}(\mathbf{q})$ и $\hat{n}(\mathbf{q}t)$:

$$\hat{n}(\mathbf{q}) = \sum_{j=1}^N \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j),$$

$$\hat{n}(\mathbf{q}, t) = \exp(i\hat{H}at) \hat{n}(\mathbf{q}) \exp(-i\hat{H}at),$$

а также что $|\mathbf{r}_j| \leq 1/p_a$. Тогда для $|\mathbf{q}| < p_a$ экспоненты в определении $\hat{n}(\mathbf{q})$ можно приближенно заменить единицами (учитывая, что $q_1 \approx q$), откуда следует второе слагаемое в (5.52). Для нахождения первого слагаемого используем формулу

$$\exp(i\hat{H}at) \sum_j \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j) = \sum_j \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j) \times \times \exp\left\{it \left[U(\mathbf{r}_j) + \sum_{j'} \frac{1}{2m} (\hat{\mathbf{p}}_{j'} - \delta_{jj'} \mathbf{q})^2 \right] \right\}. \quad (5.53)$$

Здесь $U(\mathbf{r}_j)$ — потенциальная энергия взаимодействия атомных электронов с ядром и друг с другом. Последнее равенство есть следствие того, что $\exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j)$ представляет собой оператор сдвига в импульсном пространстве. Так как $|\mathbf{q}| > p_a$, то в показателе экспоненты в правой части этого равенства можно пренебречь p , по сравнению с $|\mathbf{q}|$. Тогда приближенно получим

$$\langle i | \hat{n}(-\mathbf{q}) \hat{n}(\mathbf{q}, t) | i \rangle \approx \left\langle i \left| \sum_{j,j'} \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j'})] \right| i \right\rangle \times \exp(iq^2 t / 2m), \quad |\mathbf{q}| > p_a. \quad (5.54)$$

Поскольку $|\mathbf{q}| > p_a$, то слагаемые с $j=j'$ после усреднения по $|i\rangle$ дадут малый вклад в силу осциллирующей экспоненты. Таким образом, остаются слагаемые с $j \neq j'$, и мы после интегрирования по dt приходим к первому члену в фигурных скобках (5.52). Здесь первое слагаемое в фигурных скобках соответствует большим переданным импульсам, когда энергии связи атомного электрона с ядром оказывается недостаточно, чтобы удержать электрон на орбите. В результате происходит ионизация, на что расходуется энергия порядка $q^2/2m$. При этом вклад различных атомных электронов в процесс некогерентен и пропорционален их числу ($\sim N$). Второе слагаемое в (5.52) относится к малым $|\mathbf{q}|$, когда атом в ходе тормозного излучения с подавляющей вероятностью остается невозбужденным. В этом случае излучение тормозного фотона всеми атомными электронами происходит когерентным образом, что описывается множителем N^2 в выражении для S_{ii} . Когерентность имеет место, поскольку при $|\mathbf{q}| < p_a$ фаза электромагнитного взаимодействия, приводящего к поляризованному тормозному излучению, слабо меняется на расстоянии порядка радиуса атома ($\approx 1/p_a$), поэтому все атомные электроны вносят вклад одного знака в процесс.

Из (5.52) и (5.50) легко найти спектральное сечение поляризованного тормозного излучения в рассматриваемом приближении (см. также (9.22)):

$$\frac{d\sigma^p}{d\omega} = \frac{16e_0^2 e^4}{3m^2 v_0^2} \left\{ \theta(p_a v_0 - \omega) \left[N^2 \ln \frac{\gamma p_a v_0}{\omega} + N \ln \frac{m_0 v_0}{p_a} \right] + \theta(\omega - p_a v_0) N \ln \frac{\gamma m_0 v_0^2}{\omega} \right\}, \quad m \gg \omega \gg I, \quad \varepsilon_t \gg \omega. \quad (5.55)$$

Полученное выражение справедливо и для нерелятивистской (но борновской) налетающей частицы, но рассматривать его отдельно, без учета статического тормозного излучения, имеет смысл только в тех случаях, когда интерференцией между поляризионным и обычным тормозными излучениями можно пренебречь (например, для тяжелых или релятивистских налетающих частиц). В случае нерелятивистских налетающих электронов или позитронов учет указанной интерференции существен. Так, для налетающего электрона при малых переданных импульсах ($|\mathbf{q}| <$

$\langle p_a \rangle$ и $\omega \gg I$ происходит «раздевание» атома, т. е. взаимная компенсация излучения налетающего и атомных электронов (исчезает первое слагаемое в квадратных скобках формулы (5.55)). Аналогичный эффект должен происходить и при больших переданных импульсах ($|q| > p_a$), когда атомные электроны выбиваются из атома при столкновении с налетающим. Причем в последнем случае компенсация излучений имеет место для всех $\omega \ll m$, а не только для $p_a v_0 \gg \omega \gg I$, как при $|q| < p_a$, поскольку при больших $|q|$ ($|q| > p_a$) атомные электроны можно считать свободными в ходе тормозного излучения вне зависимости от частоты, если еще справедливо нерелятивистское описание процесса ($\omega \ll m, v \ll 1$), а свободные нерелятивистские электроны не могут испустить дипольный фотон. В результате данной компенсации исчезает второе или третье слагаемое (в зависимости от частоты). Для нерелятивистского налетающего позитрона в результате интерференции амплитуд поляризационного тормозного излучения со статическим тормозным излучением имеет место увеличение полного тормозного излучения [11].

Формула (5.55) допускает наглядную интерпретацию. При $\omega < p_a v_0$ (слагаемое в квадратных скобках) поляризационное тормозное излучение идет как без возбуждения атома (при $|q| < p_a$), так и с его ионизацией, если $|q| > p_a$. Причем в первом случае поляризационное тормозное излучение когерентно (по атомным электронам сечение процесса пропорционально N^2), во втором — некогерентно (сечение пропорционально N). Если $\omega > p_a v_0$, то законом сохранения энергии-импульса разрешены только $|q| > p_a$. Тогда поляризационное тормозное излучение идет в основном с ионизацией атома, и его сечение пропорционально N .

Первое и третье слагаемые выражения (5.55) впервые были получены в работе [11], где для радиуса атома использовалась модель Томаса—Ферми.

Важно подчеркнуть, что полное, учитывающее возбуждение атома сечение поляризационного тормозного излучения (5.55) допускает предельный переход к случаю $Z=0$. Указанному предельному переходу в формуле (5.55) соответствует $p_a=0$. Тогда слагаемое в квадратных скобках исчезает, поскольку пропадает частотный интервал $\omega < p_a v_0$. Остается последний член в (5.55), и результат совпадает с формулой, полученной в [8, 14] и описывающей излучение медленного свободного электрона отдачи при столкновении с релятивистской заряженной частицей, что и должно быть согласно физике процесса. Отметим, что рассмотренный предельный переход не имеет места для сечения упругого поляризационного тормозного излучения (5.40), поскольку в отсутствие ядра данный процесс становится принципиально неупругим — избыток импульса принимает атомный электрон и изменяет свое состояние.

Сравним интегральные (по углам рассеяния и излучения) сечения поляризационного и статического тормозных излучений. Наиболее просто соответствующие сечения выглядят в квазиклас-

сическом ($E_f \gg \omega$) и ультрарелятивистском ($\gamma \gg 1$) пределах в области частот, превышающих потенциал ионизации атома.

Так, для налетающего электрона в области частот $p_a v_0 > \omega \gg I$ основной вклад в поляризационное и статическое тормозные излучения дают упругие слагаемые сечений (полагаем $Z, N \gg 1$):

$$\frac{d\sigma_{it}^p}{d\omega} = \frac{16N^2 e^4}{3m^2 \omega} \ln \frac{\gamma p_a}{\omega}; \quad (5.56a)$$

$$\frac{d\sigma_{it}^{st}}{d\omega} = \frac{16Z^2 e^4}{3m^2 \omega} \ln \frac{m}{p_a}, \quad (5.56b)$$

которые отличаются лишь логарифмическими множителями, хотя имеют существенно разные диаграммы направленности излучения.

Выпишем сечение неупругого поляризационного и неупругого статического тормозного излучения в интервале, где основной вклад в поляризационную часть тормозного излучения дают процессы с ионизацией атома (см. также (9.22)):

$$\frac{d\sigma_{\text{noneI}}^p}{d\omega} = \frac{16Ne^4}{3m^2 \omega} \ln \frac{s}{\omega}, \quad (5.57a)$$

$$\frac{d\sigma_{\text{noneI}}^{st}}{d\omega} = \frac{16Ne^4}{3m^2 \omega} \ln \frac{m}{p_a}, \quad \gamma \gg \sqrt{\frac{\omega}{p_a}}. \quad (5.57b)$$

Таким образом, в диапазоне $p_a v_0 \ll \omega \ll m$ сечение упругого статического и упругого поляризационного тормозного излучения отличаются лишь подлогарифмическими множителями, а соответствующие им неупругие слагаемые сечения близки по величине вплоть до $\omega \sim m$.

При $\omega \gg m$ велика пространственная часть передаваемого атомом 4-импульса ($|q_1|_{\text{min}} \gg p_a$) и атомные электроны можно с хорошей точностью считать свободными, что приводит к известному в квантовой электродинамике результату, когда электрон отдачи излучает в ω/m раз меньше, чем быстрый электрон [8, 14]. Таким образом, вклад поляризационного слагаемого в полное сечение тормозного излучения электрона на атоме в области больших ($\omega \gg m$) частот пренебрежимо мал по сравнению со статическим слагаемым.

Все сказанное выше справедливо и для случая тормозного излучения ультрарелятивистского позитрона на атоме, когда знак поляризационного слагаемого амплитуды изменяется на противоположный. Но, так же как и для электрона, благодаря различным зависимостям от углов излучения статического и поляризационного слагаемых их интерференцией можно пренебречь и тем самым представить полное сечение тормозного излучения ультрарелятивистской частицы в виде сумм двух слагаемых — поляризационного и статического.

Если релятивистская частица тяжелая, например протон, то упругое и неупругое статические слагаемые полного сечения (5.566), (5.576) обратно пропорциональны квадрату массы протона, в то время как поляризационные слагаемые сечения (5.56а) и (5.57а) не изменяются. Это приводит, как и в нерелятивистской задаче, к аномально большому тормозному излучению протона на атоме в низкочастотной части спектра. Интересно отметить, что на существенность учета тормозного излучения быстрых протонов на электронах среды обращалось внимание в работах [15—18], где атомные электроны считались свободными благодаря высоким энергиям тормозных квантов и соответственно большим передаваемым импульсам. Учет излучения протонов и ядер на свободных электронах среды важен при интерпретации наблюдаемого космического излучения в рентгеновской и γ -областях [18].

Рассмотрим теперь слагаемое в сечении тормозного излучения, описывающее интерференцию между поляризационным и статическим тормозным излучением. Как следует из анализа угловых зависимостей, указанная интерференция мала для ультрарелятивистской налетающей частицы. Поэтому будем здесь считать налетающую частицу нерелятивистской ($v \ll 1$), но по-прежнему борновской. Пренебрежем возбуждением атома в ходе тормозного излучения. Тогда из (5.31) с учетом (5.32) и (5.33) можно получить

$$\frac{d\sigma_{ii}^{\text{int}}}{d\omega} \approx \frac{32e_0^3\omega^3}{3v_0^2} \int_{\omega/v_0}^{|\mathbf{q}_1|_{\text{max}}} \frac{|e_0e|}{m_0\omega} \text{Re} \{c_{ii}(\omega; |\mathbf{q}_1|)\} (Z - n_{ii}(|\mathbf{q}_1|)) \frac{d|\mathbf{q}_1|}{|\mathbf{q}_1|}. \quad (5.58)$$

При выводе (5.58) было учтено, что при $v \ll 1$ $|\mathbf{q}_1| \gg \omega/v_0 \gg |\mathbf{k}|$. Обратим внимание на то, что вклад в интерференцию дает только действительная часть диагонального матричного элемента оператора рассеяния $c_{ii}(\omega, |\mathbf{q}_1|)$. Примем простейшую аппроксимацию c_{ii} как функцию $|\mathbf{q}_1|$:

$$c_{ii}(\omega, |\mathbf{q}_1|) \approx \theta(p_1 - |\mathbf{q}_1|) \alpha_i(\omega). \quad (5.59)$$

Здесь p_1 — характерный импульс атомных электронов, вносящих основной вклад в поляризуемость атома на данной частоте ω . Предположим также, что поле атома пренебрежимо мало для $|\mathbf{q}_1| < p_{\text{min}}$, где p_{min} — характерный импульс электронов внешней оболочки. Тогда приближенно имеем

$$\frac{d\sigma_{ii}^{\text{int}}(\omega)}{d\omega} \approx \frac{32|e_0e|^3}{3m_0v_0^2} \omega^2 \text{Re} \alpha_i(\omega) \int_{p_*}^{p_1} \frac{(Z - n_{ii}(|\mathbf{q}_1|))}{|\mathbf{q}_1|} d|\mathbf{q}_1|, \quad (5.60)$$

где $p_* = \max\{p_{\text{min}}, \omega/v_0\}$. Из (5.60) следует, что интерференционный член может быть замечен, если наибольший вклад в поляризуемость вносит внутренняя оболочка атома и при этом сечения

поляризационного и статического тормозного излучения сравнимы. Это имеет место, например, для тормозного излучения электронов в ксеионе для частот вблизи потенциала ионизации $4f$ -подоболочки. Спектр излучения ксенона при прохождении через него электронного пучка был снят в работе [19], причем было обнаружено смещение максимума от значения, рассчитанного без учета интерференции, на 20 эВ. Данное расхождение в [19] объяснялось тем, что скорость электронов в пучке, возможно, недостаточно велика для того, чтобы «хорошо» работало борновское приближение. С другой стороны, причиной сдвига может быть неучтенный интерференционный член в полном сечении тормозного излучения. Причем если налетающая частица тяжелая или ультрарелятивистская, то ожидаемая величина сдвига должна быть мала благодаря малости интерференционного слагаемого полного сечения тормозного излучения в этих случаях. Для ультрарелятивистской налетающей частицы теория приводит к дополнительной интересной возможности: величина сдвига максимума частоты тормозного излучения относительно положения потенциала ионизации соответствующей подоболочки атома резко зависит от угла излучения, что обусловлено существенно различными диаграммами направленности поляризационного и статического тормозного излучения в ультрарелятивистском случае.

В заключение отметим, что применение динамического подхода в теории тормозного излучения на многоэлектронном атоме, как было показано, позволяет получить наиболее общее выражение для сечения процесса. В нем учтены возможность возбуждения связанных электронов, недипольность электромагнитного взаимодействия для релятивистской налетающей частицы, интерференция между статическим и поляризационным тормозным излучением [20].

Интерпретация тормозного излучения как процесса рассеяния виртуальных квантов в реальные на заряженных частицах позволяет несложно получить выражение для полного сечения (просуммированного по конечным состояниям атома), которое в частных случаях выражается через динамический и статический атомные форм-факторы.

В диаграмме направленности тормозного излучения релятивистских электрона и позитрона на атоме учет поляризационного вклада приводит к дипольному излучению, которое в диапазоне $p_a v > \omega > I$ интегрально сравнимо с узконаправленным статическим тормозным излучением, причем на этих частотах преобладает «упругое» поляризационное тормозное излучение. В диапазоне $p_a v < \omega$ основной вклад в поляризационное тормозное излучение вносят процессы с возбуждением и ионизацией атома. Существенное различие в диаграммах направленности статического и поляризационного тормозного излучения в ультрарелятивистском случае позволяет пренебречь их интерференцией.

Неупругие слагаемые полного сечения тормозного излучения на многоэлектронном атоме как для поляризационного, так и для

статического тормозного излучения пропорциональны числу атомных электронов и, следовательно, существенны в процессах тормозного излучения на легких атомах.

В случае тяжелой налетающей частицы поляризационное тормозное излучение, как не зависящее от массы налетающей частицы, существенно превышает вклад статического тормозного излучения в частотном диапазоне $\omega < m_0^2/m$.

Поляризационное тормозное излучение в диапазоне частот $\omega > m$ мало по сравнению со статическим тормозным излучением. В диапазоне частот $\omega < m$ их вклады в полное сечение тормозного излучения на атоме сравнимы. При этом поляризационное тормозное излучение зависит от энергии налетающей частицы значительно сильнее, чем статическое тормозное излучение, поэтому оно и определяет зависимость полного тормозного излучения от энергии.

Безусловный интерес представляет дальнейшее исследование данного вопроса в области неборновских скоростей налетающих частиц, релятивизма атомных электронов, учета спиновых и обменных добавок к сечению. Необходимо также подробное экспериментальное исследование поляризационного тормозного излучения релятивистских частиц и сравнение его с имеющимися теоретическими результатами.

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА ИОНАХ И АТОМАХ В ПЛАЗМЕ

6.1. Вводные замечания

Рассмотрим излучение борновской налетающей частицы в плазме [1, 2]. Предполагаем, что ионы плазмы частично ионизированы и обладают электронной структурой. Для полностью ионизированных ионов их дебаевская электронная «шуба» в плазме как бы заменяет связанные электроны атома. При частичной ионизации сложного многоэлектронного атома в плазме часть его электронов составляют «костяк» связанных электронов, тогда как остальные являются пролетными электронами дебаевской «шубы». Как правило, характерный размер R_a , в котором сосредоточены связанные электроны, много меньше дебаевского радиуса r_d ($R_a \ll r_d$). Поэтому нужно различать излучение на различных прицельных параметрах: $\rho < R_a$, $R_a < \rho < r_d$ и $\rho > r_d$. Как было показано в гл. 1, для налетающих частиц с заданным прицельным параметром ρ излучаются частоты, меньшие v_0/ρ . Таким образом, для частот, больших v_0/R_a , вклад дают соударения с прицельными параметрами $\rho < R_a$, для частот, больших v_0/r_d , соударения с $\rho < r_d$ и, наконец, для частот, меньших v_0/r_d , — соударения с прицельными параметрами, меньшими v_0/ω . Итак, в последнем случае должна иметь место интерференция обычного тормозного излучения с поляризационным тормозным излучением на связанных и свободных электронах. Различие между связанными и свободными электронами не столь велико (в определенном смысле и при определенных условиях). Для связанных электронов кулоновское поле ядра иона должно, естественно, учитываться точно, а не по теории возмущений [3]. Свободные же электроны дебаевской «шубы», по предположению, имеют большие энергии (температуры), так что для них кулоновское поле иона является возмущением. Между прочим и для связанных электронов поле ядра иона становится возмущением для высоких частот тормозного излучения, больших потенциала ионизации, когда поляризуемости свободных и связанных электронов практически совпадают. Здесь будет предполагаться, что электроны дебаевской «шубы» слабо возмущаются ионом. Качественная картина поляризационного тормозного излучения для иона с электронной структурой, помещенного в плазму, была описана в гл. 1 и 2. Было показано, что нужно складывать поляризуемости плазменных и связанных

электронов в амплитуде поляризационного тормозного излучения. Далее будет изложена последовательная количественная квантовая теория поляризационного тормозного излучения при одновременном учете плазменных и связанных электронов с использованием методов квантовой электродинамики.

6.2. Сечение поляризационного тормозного излучения на ионе в плазме

Для расчета тормозного излучения ионов в плазме, учитывающего вклад связанных электронов, используем постановку задачи, характерную для поляризационного тормозного излучения на атоме. Рассмотрим излучение поперечного фотона электронами среды (делокализованными и связанными) при неупругом рассеянии борновской налетающей частицы. Сделаем одно упрощающее предположение, справедливое для нерелятивистской плазмы в диапазоне $\omega \gg \omega_{pe}$, $v_0 \gg v_{Te}$: пренебрежем рассеянием виртуальных фотонов в реальные на поляризационном заряде вокруг налетающей частицы. Тогда последняя играет только роль «поставщика» виртуальных фотонов, и ее, как это было обосновано в гл. 5, можно замкнуть соответствующим электромагнитным полем (считаем, что начальное и конечное состояния налетающей частицы заданы) согласно формуле

$$J_{fi,\mu}^{(0)}(1) = -e_0 \int d1' D_{\mu\nu}^{(0)}(1, 1') J_{fi}^{\nu}(1'). \quad (6.1)$$

Здесь e_0 — заряд налетающей частицы; $J_{fi}^{\nu}(1')$ — плотность тока перехода налетающей частицы в координатном представлении. Далее считаем, что движение налетающей частицы слабо возмущается в процессе тормозного излучения: $|\mathbf{q}_i| = |\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i| \ll |\mathbf{p}_{i,f}|$ ($\mathbf{p}_{i,f}$ — начальный и конечный импульсы налетающей частицы), так что для плотности тока перехода имеем

$$J_{fi,i}^{\nu} = v_0^{\nu}, \quad (6.2)$$

где v_0^{ν} — 4-скорость налетающей частицы. В (6.2) нормировочный объем положен равным единице.

Нужно принять во внимание тот факт, что электромагнитное поле в среде является «одетым», т. е. учесть влияние на него поляризации среды. Формально это можно сделать, заменив фотонный пропагатор $D_{\mu\nu}^{(0)}(1, 1')$ в вакууме в формуле (6.1) на фотонный пропагатор в среде, фурье-образ которого для изотропной среды в аксиальной калибровке ($A_0=0$) дается выражением [4]

$$D_{mn}(q) = \frac{4\pi}{(q^0)^2} \left\{ \frac{q_m q_n}{q^2 \epsilon_q^t} + \frac{(q^0)^2}{(q^0)^2 \epsilon_q^t - q^2} \left(\delta_{mn} - \frac{q_m q_n}{q^2} \right) \right\}, \quad (6.3)$$

где $n, m=1, 2, 3$; $\epsilon_q^i, \epsilon_q^t$ — продольная и поперечная компоненты тензора диэлектрической проницаемости среды, взятые на 4-век-

торе $q = \{q^0, \mathbf{q}\}$. Отметим, что пропагатор (6.3) с точностью до множителя совпадает с выражением для линейной функции Грина уравнений Максвелла. Выражение (6.3) для фотонного пропагатора в среде может быть получено последовательным образом с использованием стандартной техники (см. [5]):

$$D_{mn}^{-1}(q) = D_{mn}^{(0)-1}(q) - P_{nm}(q)/4\pi. \quad (6.4)$$

Если теперь ввести по определению [6]

$$\epsilon_q^t = 1 - q_n q_m P_{nm}(q)/q^2 (q^0)^2, \quad (6.5a)$$

$$\epsilon_q^l = 1 - P_{nm}(q) (\delta_{nm} - q_n q_m / q^2) / 2 (q^0)^2, \quad (6.5b)$$

тогда из (6.5) для $P_{nm}(q)$ имеем

$$P_{nm}(q) = (q^0)^2 \left[\delta_{nm} - \epsilon_q^t \frac{q_n q_m}{q^2} - \epsilon_q^l \left(\delta_{nm} - \frac{q_n q_m}{q^2} \right) \right]. \quad (6.6)$$

И с учетом (6.4) приходим к определению $D_{nm}(q)$ с $\epsilon_q^{l,t}$, даваемому формулами (6.5). Поляризационный оператор P_{nm} для нерелятивистских частиц и $|\mathbf{q}| \ll m$ может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} P_{nm}(q) = & 4\pi \left\{ \delta_{nm} \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}^2 n_{\alpha}}{m_{\alpha}} + \sum_s \frac{\langle 0 | \sum_{\alpha} e_{\alpha} \hat{j}_{\alpha}^n(\mathbf{q}) | s \rangle}{\omega_{0s} + q^0 + i0} \times \right. \\ & \times \langle s | \sum_{\alpha'} e_{\alpha'} \hat{j}_{\alpha'}^m(\mathbf{q}) | 0 \rangle + \frac{\langle 0 | \sum_{\alpha'} e_{\alpha'} \hat{j}_{\alpha'}^m(\mathbf{q}) | s \rangle}{\omega_{0s} - q^0 + i0} \times \\ & \left. \times \langle s | \sum_{\alpha} e_{\alpha} \hat{j}_{\alpha}^n(\mathbf{q}) | 0 \rangle \right\}, \quad (6.7) \end{aligned}$$

где α — индекс сорта частиц; n_{α} — концентрация; $\hat{j}_{\alpha}^l(\mathbf{q}) = \frac{1}{2m_{\alpha}} \times$

$\times \sum_i (\hat{p}_{i\alpha}^l e^{-i\mathbf{q}r_{i\alpha}} + e^{-i\mathbf{q}r_{i\alpha}} \hat{p}_{i\alpha}^l)$ — фурье-образ оператора плотности

тока частиц сорта α ; $|0, s\rangle$ — многочастичные волновые функции основного и возбужденных состояний системы. Формула (6.7) справедлива для температуры $T=0$; для $T>0$ (6.7) нужно усреднить по начальному состоянию. Если в нулевом приближении взаимодействием различных сортов частиц можно пренебречь,

тогда $P_{lm}(q) = \sum_{\alpha} P_{lm}^{\alpha}(q)$ и для компоненты диэлектрической про-

ницаемости частиц сорта α $\epsilon_q^{l,t(\alpha)}$ из (6.5) и (6.7) получаем

$$\epsilon_q^{l(\alpha)} = 1 - \frac{4\pi e_{\alpha}^2}{m_{\alpha} (q^0)^2 q^2} \left\{ m_{\alpha} \sum_s \frac{2\omega_{0s}^3 |n_{0s}^{(\alpha)}(\mathbf{q})|^2}{\omega_{0s}^2 - (q^0)^2} + q^2 n_{\alpha} \right\}, \quad (6.8a)$$

$$\epsilon_q^{t(\alpha)} = 1 - \frac{2\pi e_{\alpha}^2}{m_{\alpha} (q^0)^2 q^2} \left\{ m_{\alpha} \sum_s \frac{|[\mathbf{q}]_{0s}^{(\alpha)}(q)|^2}{\omega_{0s}^2 - (q^0)^2} + 2q^2 n_{\alpha} \right\}. \quad (6.8b)$$

Здесь ω_0 — энергии возбуждения системы частиц; $\hat{n} = \sum_i e_i^{-iqr_i}$ —

фурье-компоненты оператора концентрации частиц.

Поскольку в формулах (6.7), (6.8) подразумевается квантовомеханическое усреднение (а не усреднение по физически бесконечно малому объему), отпадает условие $|q| \ll n^{1/3}$ и $\varepsilon_q^{i,t}$ определены для всех значений q , при которых еще справедливо нерелятивистское рассмотрение среды.

Отметим, что, так как среда всегда микронеоднородна, в «одетый» фотонный пропагатор должны также вносить вклад процессы рассеяния фотона с изменением 4-вектора q , которые не учтены в (6.3) и здесь не рассматриваются ввиду их малости.

Таким образом, потенциал виртуального фотона, порождаемого налетающей частицей при рассеянии ($p_i \rightarrow p_f$), равен

$$A_{fi}^{(0)}(x) = A^{(0)}(q) \exp[i(q^0 t - \mathbf{q}\mathbf{r})], \quad A_m^{(0)}(q) = -e_0 D_{mn}(q) v_{0n}. \quad (6.9)$$

Полное электромагнитное поле, возмущающее электроны плазмы, складывается из $A^{(0)}$ и поля свободных фотонов, квантованный вектор-потенциал которого дается выражением

$$\hat{A}^{\text{ph}}(x) = \sum_{k,\sigma} \sqrt{4\pi \frac{\partial}{\partial \omega} \omega^2 \varepsilon_k^t \Big|_{\omega=\omega_k^t}} \{ \mathbf{e}_{k\sigma} \hat{a}_{k\sigma} \times \\ \times \exp[i(k\mathbf{r} - \omega_k^t t)] + \mathbf{e}_{k\sigma}^* \hat{a}_{k\sigma}^{\dagger} \exp[-i(k\mathbf{r} - \omega_k^t t)] \}. \quad (6.10)$$

Здесь σ, \mathbf{k} — соответственно индекс поляризации и волновой вектор фотона; \mathbf{e} — орт поляризации; $\hat{a}_{k\sigma}^{\dagger}, \hat{a}_{k\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения фотонов; ω_k^t — частота поперечного фотона с волновым вектором \mathbf{k} , определяемая законом дисперсии для изотропной среды:

$$\omega_k^t = |\mathbf{k}| \sqrt{\varepsilon_k^t}. \quad (6.11)$$

Выпишем явное выражение для ε_k^t с учетом связанных электронов ионов. В пренебрежении взаимодействием между плазменными и связанными электронами имеем для ε_k^t формулу

$$\varepsilon_k^t = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2 + 4\pi n_i \alpha_i(\omega). \quad (6.12)$$

Здесь $\alpha_i(\omega)$ — динамическая поляризуемость ионов (которые предполагаются одинаковыми) на частоте ω ; n_i — концентрация ионов. При получении (6.12) из (6.8б) было использовано условие $\omega \gg |\mathbf{k}| v_{Te}$ (v_{Te} — тепловая скорость плазменных электронов, которые предполагаются находящимися в состоянии теплового равновесия); эффектом Доплера при учете вклада связанных электронов в ε_k^t пренебрегаем.

Далее будем интересоваться излучением поперечных фотонов частоты $\omega \gg \omega_{pe}$, поэтому в нерезонансных комбинациях полагаем $\varepsilon_k^t \approx 1$. Кроме того, множитель $\sqrt{2(\partial \omega^2 \varepsilon_k^t / \partial \omega)^{-1/2}}$ в (6.10) в дальнейших вычислениях будем опускать, имея в виду, что

после взятия квадрата модуля от амплитуды процесса он сократится с аналогичным множителем, возникающим из выражения для плотности фотонных состояний:

$$\frac{dk}{(2\pi)^3} = \frac{\partial\omega^2 e_k^i}{2\partial\omega} \frac{\omega d\omega d\Omega_k}{(2\pi)^3}, \quad (6.13)$$

где $d\Omega_k$ — элемент телесного угла вокруг направления \mathbf{k} или $\mathbf{n} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$. Гамильтониан возмущения нерелятивистских электронов плазмы электромагнитным полем (используем аксиальную калибровку) имеет вид

$$\hat{V} = \frac{e}{2m} \sum_j \{ \hat{p}_j \hat{A}(\mathbf{r}_j, t) + \hat{A}(\mathbf{r}_j, t) \hat{p}_j + e \hat{A}^2(\mathbf{r}_j, t) \},$$

$$\hat{p}_j = -i\nabla_j, \quad \hat{A} = \hat{A}^{(0)} + \hat{A}^{ph}. \quad (6.14)$$

Здесь суммирование производится как по плазменным, так и по связанным электронам.

Амплитуда интересующего нас процесса, вычисленная (аналогично вычислениям, проведенным в гл. 5) во втором порядке теории возмущений по взаимодействию $\hat{p}\hat{A} + \hat{A}\hat{p}$ и в первом порядке по взаимодействию \hat{A}^2 и содержащая «перекрестные» члены $\mathbf{A}^{(0)}\mathbf{A}^{ph}$, имеет вид

$$M_{fi}(\mathbf{k}, \sigma, q) = \sqrt{2\pi} \frac{e^2}{m} \left\{ m \sum_s \left[\frac{\langle f | \mathbf{e}_{k\sigma}^* (\hat{j}_k^p + \hat{j}_k^b) | s \rangle \langle s | (\hat{j}_{q_1}^p + \hat{j}_{q_1}^b) \mathbf{A}_{q_1}^{(0)} | i \rangle}{\Omega_{fs} + \omega + i\Gamma_{fs}/2} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{\langle f | \mathbf{A}_{q_1}^{(0)} (\hat{j}_{q_1}^p + \hat{j}_{q_1}^b) | s \rangle \langle s | (\hat{j}_k^p + \hat{j}_k^b) \mathbf{e}_{k\sigma}^* | i \rangle}{\Omega_{is} - \omega + i\Gamma_{is}/2} \right] + \right.$$

$$\left. + \mathbf{e}_{k\sigma}^* \mathbf{A}_q^{(0)} \langle f | \hat{n}^p(\mathbf{q}) + \hat{n}^b(\mathbf{q}) | i \rangle \right\}, \quad (6.15)$$

где $\hat{j}_k^{p,b}$, $\hat{n}_k^{p,b}$ — определенные выше фурье-компоненты операторов плотности тока и заряда для плазменных (индекс p) и связанных (индекс b) электронов; $|f, s, i\rangle$ — многочастичные волновые функции; Ω_{ij} — энергии возбуждения, учитывающие эффект Доплера; Γ_{ij} — ширины линий для переходов $i \rightarrow j$. Считаем, что подсистемы связанных электронов каждого иона слабо взаимодействуют с плазменными электронами, а также с электронами соседних ионов, так что волновые функции связанных электронов выделенного иона определяются только параметрами данного иона. Полагаем, что плазменные электроны взаимодействуют с ионами как с точечными зарядами ($\mathbf{q}_i = \mathbf{q} - \mathbf{k}$).

С учетом сказанного представим волновую функцию плазмы в следующем виде:

$$\Psi_s(\mathbf{r}_l, \mathbf{R}_j, \rho_\alpha^j) = \Phi_s(\mathbf{r}_l, \mathbf{R}_j) \prod_i \Psi_s^{(j)}(\rho_\alpha^j). \quad (6.16)$$

Здесь \mathbf{r}_l — радиус-вектор l -го плазменного электрона; \mathbf{R}_j — радиус-вектор центра масс j -го иона; \mathbf{r}_{α}^j — радиус-вектор α -го электрона, принадлежащего j -му иону, до центра масс иона; Φ_{α} — волновая функция взаимодействующих плазменных электронов и ионов; $\psi_{\alpha}^{(j)}$ — волновые функции электронной подсистемы j -го иона. Предполагаем, что системы функций Φ_{α} и $\psi_{\alpha}^{(j)}$ (для каждого j) ортонормированы и образуют полный набор. Для простоты далее считаем, что подсистема связанных электронов не изменяет своего состояния в ходе тормозного излучения: $\Psi_{s_i}^{(j)} = \Psi_{s_f}^{(j)} = \Psi_1 e^{i\varphi_{1j}}$ (φ_{1j} — фаза электронной волновой функции j -го иона в основном состоянии Ψ_1).

Подставляя аппроксимацию (6.16) в формулу (6.15), находим

$$M_{fi}^{(1,1)}(\mathbf{k}, \sigma, \mathbf{q}) = \sqrt{2\pi} \left\{ \frac{e^2}{m} \langle \Phi_f \left| \sum_l e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_l} \right| \Phi_i \rangle \times \right. \\ \times \left[e_{\mathbf{k}\sigma}^* \mathbf{A}_{\mathbf{q}_1}^{(0)} + \frac{(e_{\mathbf{k}\sigma}^* \mathbf{q}_1)(\mathbf{q}_1 \mathbf{A}_{\mathbf{q}_1}^{(0)})}{2m\omega} \right] - e_{\mathbf{k}\sigma, h}^* \mathbf{A}_{\mathbf{q}_1, m}^{(0)} (q^0)^2 \times \\ \times \left. \langle \Phi_f \left| \sum_j e^{-i\mathbf{q}_1 \mathbf{R}_j} c_{hm}^{(1,1)j}(\mathbf{k}, \mathbf{q}_1, \omega - \mathbf{k}\mathbf{v}^j) \right| \Phi_i \rangle \right. \quad (6.17)$$

Здесь $c_{hm}^{(1,1)}(\mathbf{k}, \mathbf{q}_1)$ — диагональный матричный элемент оператора рассеяния электромагнитного поля на электронах j -го иона, который с учетом ширины линии перехода можно представить в виде (см. гл. 5)

$$c_{hm}^{(1,1)}(\mathbf{k}, \mathbf{q}_1, \omega - \mathbf{k}\mathbf{v}^j) = -\frac{e^2}{m} (q_1^0)^{-2} \{ \delta_{hm} \langle 1 | \hat{n}^{(j)}(\mathbf{q}) | 1 \rangle + \\ + m \sum_s \left[\frac{j_{1s}^h(\mathbf{k}) j_{s1}^m(\mathbf{q}_1)}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_s^j + \omega_{1s} + i\Gamma_{1s}/2} + \frac{j_{1s}^m(\mathbf{q}_1) j_{s1}^h(\mathbf{k})}{\omega_{1s} - \omega + \mathbf{k}\mathbf{v}_s^j + i\Gamma_{1s}/2} \right] \}. \quad (6.18)$$

При выводе (6.17) из (6.15) была использована ортонормированность и полнота систем функций Φ_{α} , $\psi_{\alpha}^{(j)}$. При получении второго слагаемого в (6.15) для энергетических знаменателей было положено

$$\Omega_{fs} = \omega_{1s} - \mathbf{k}\mathbf{v}_s^j, \quad \Omega_{is} = \omega_{1s} + \mathbf{k}\mathbf{v}_s^j,$$

где ω_{1s} — частота электронного возбуждения иона; $\mathbf{k}\mathbf{v}_s^j$ и $\mathbf{k}\mathbf{v}_s^j$ — энергии возбуждения иона, связанные с движением его центра масс. В этом приближении можно просуммировать по полному набору функций Φ_{α} , что приводит к появлению множителей $e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_j}$ в (6.17). Учет $\mathbf{k}\mathbf{v}_s^j$, $\mathbf{k}\mathbf{v}_s^j$ в энергетических знаменателях соответствует проявлению эффекта Доплера. Для нерелятивистских плазменных электронов это существенно в области резонансных частот тормозных фотонов ω : $|\Delta| = |\omega - \omega_{1s}| \leq k v_{Ti}$ (v_{Ti} — тепловая скорость ионов плазмы); для $T=300$ К и $Z \approx 10$, где Ze — заряд ядра иона, должно выполняться неравенство $\Delta \leq 10^{-5} \omega$. В противном случае (больших отстроек от резонанса

$|\Delta|$) можно пренебречь эффектом Доплера и упростить выражение (6.17). Отметим, что при получении первого слагаемого в (6.17) был использован прием, описанный в гл. 5 при получении асимптотического вида для тензора рассеяния при $\omega \gg I$ (I — потенциал ионизации атома). В данном случае это соответствует пренебрежению энергией возбуждения плазменных электронов при поглощении импульса \mathbf{k} по сравнению с частотой фотона ω : $\omega \gg |\mathbf{k}|v_{Te}$ ($v_{Te} \ll 1$). С учетом сказанного (6.17) перепишем в виде

$$M_{fi}^{(1,1)}(\mathbf{k}, \sigma, \mathbf{q}) = \sqrt{2\pi} \left\{ \frac{e^2}{m} n_{fi}^{(e)}(\mathbf{q}) \mathbf{e}_{\mathbf{k}\sigma}^* \mathbf{A}^{(0)}(\mathbf{q}_1) - \mathbf{e}_{\mathbf{k}\sigma, h}^* \mathbf{A}_m^{(0)}(\mathbf{q}_1) c_{hm}^{(1,1)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_1) n_{fi}^{(i)}(\mathbf{q}) \right\}, \quad (6.19)$$

где $n_{fi}^{(e)}(\mathbf{q}) = \langle \Phi_f | \sum_i e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_i} | \Phi_i \rangle$; $n_{fi}^{(i)}(\mathbf{q}) = \langle \Phi_f | \sum_j e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_j} | \Phi_i \rangle$

— матричные элементы от фурье-образов операторов плотности плазменных электронов и ионов. В (6.19) мы пренебрегли вторым слагаемым в квадратных скобках (6.17) по сравнению с первым. Последнее возможно, поскольку, как это будет показано ниже, основной вклад в этот член амплитуды тормозного излучения дают $|\mathbf{q}| < \sqrt{2m\omega}$ ($\omega \gg \omega_{pe}$).

Вычислим дифференциальное сечение тормозного излучения в плазме (обусловленного взаимодействием электронов плазмы с фотонами), просуммированное по всем конечным состояниям делокализованных частиц (плазменных электронов и ионов) и усредненное по их начальным состояниям (предполагаем, что плазма находится в состоянии термодинамического равновесия):

$$d\sigma_{11}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{2\pi}{v_0} \sum_{f, i, \sigma} \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i + \omega + \mathbf{q}_1 \mathbf{v}) \omega(i) \times \\ \times |M_{fi}^{(1,1)}(\mathbf{k}, \sigma, \mathbf{q})|^2 \frac{\omega d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} d\mathbf{q}}{(2\pi)^6}, \quad (6.20)$$

где $\omega(i) = \exp(-\varepsilon_i/T) / \sum_s \exp(-\varepsilon_s/T)$; $\varepsilon_f, \varepsilon_s, \varepsilon_i$ — энергии делокализованных плазменных частиц. Формула (6.20) получена по стандартным правилам (см. [7]) с учетом неравенства $v \gg v_{Te}$. Подставляя (6.19) в (6.20) и суммируя по f, i , получаем

$$d\sigma_{1,1}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{(2\pi)^2}{v_0} (\delta_{hi} - n_n n_i) A_m^{(0)}(\mathbf{q}_1) A_n^{(0)}(\mathbf{q}_1) \times \\ \times \frac{\omega d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} d\mathbf{q}}{(2\pi)^6} \left\{ \delta_{hm} \frac{e^4}{m^2} S^{(e)}(\mathbf{q}) + (q^0)^4 S^{(i)}(\mathbf{q}) \times \right. \\ \times c_{hm}^{(1,1)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}) c_{ln}^{(1,1)*}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}) - 2(q^0)^2 (e^2/m_e) \delta_{ln} \times \\ \left. \times \text{Re}(c_{hm}^{(1,1)}) S^{(e,i)}(\mathbf{q}) \right\}; \quad \mathbf{q}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{k}, q^0 = \mathbf{q}\mathbf{v}_0 + \omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0. \quad (6.21)$$

Здесь $S^{(e)}(q)$, $S^{(i)}(q)$, $S^{(ei)}(q)$ — соответственно динамические форм-факторы плазменных электронов, ионов и смешанный электрон-ионный динамический форм-фактор. Они определяются формулами

$$S^{(e)}(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iq^0 t} \langle \hat{n}^{(e)}(\mathbf{q}, t) \hat{n}^{(e)}(-\mathbf{q}, 0) \rangle, \quad (6.22a)$$

$$S^{(i)}(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iq^0 t} \langle \hat{n}^{(i)}(\mathbf{q}, t) \hat{n}^{(i)}(-\mathbf{q}, 0) \rangle, \quad (6.22б)$$

$$S^{(ei)}(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iq^0 t} \langle \hat{n}^{(e)}(\mathbf{q}, t) \hat{n}^{(i)}(-\mathbf{q}, 0) \rangle, \quad (6.22в)$$

где

$$\hat{n}^{(e)}(\mathbf{q}) = \sum_l e^{-iq^0 l}; \quad \hat{n}^{(i)} = \sum_l e^{-iq^0 l}; \quad \hat{n}(\mathbf{q}, t) = e^{i\hat{H}t} \hat{n}(\mathbf{q}) e^{-i\hat{H}t};$$

\hat{H} — гамильтониан делокализованных частиц. Угловые скобки обозначают как квантовомеханическое, так и статическое усреднения согласно равенству

$$\langle \dots \rangle = \text{Sp}(e^{-\hat{H}/T} \dots) / \text{Sp} e^{-\hat{H}/T},$$

где шпур берется по полному набору функций Φ_s . Отметим, что здесь термодинамическое усреднение существенно, так как делокализованные частицы обладают непрерывным спектром энергий. При выводе (6.21) были использованы суммирование по поляризациям фотона $(\sum_{\sigma} \epsilon_{k\sigma, m} \epsilon_{k\sigma, n} = \delta_{mn} - n_m n_n — \text{для неполяризованного излучения})$, интегральное представление δ -функции

$$2\pi\delta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t},$$

полнота системы Φ_s , действительность смешанного динамического форм-фактора

$$S^{(ei)}(q) = S^{(ei)*}(q) = S^{(ie)}(q).$$

Прокомментируем выражение (6.21). В нем можно выделить три слагаемых, пропорциональных соответственно $S^{(e)}(q)$, $S^{(i)}(q)$, $S^{(ei)}(q)$. Первое описывает процесс рассеяния электромагнитного поля налетающей частицы ($\mathbf{A}^{(0)}(\mathbf{q})$) в тормозной фотон на плазменных электронах, второе — тот же процесс на связанных электронах ионов, третье слагаемое — интерференционный член. Введенные динамические форм-факторы представляют собой фурье-образы пространственно-временных корреляционных функций плотность-плотность различных компонент плазмы (см. [8]).

Они характеризуют эффективность поглощения плазмой энергии импульса через ее различные компоненты. Важно подчеркнуть, что определенные таким образом динамические форм-факторы учитывают взаимодействие между плазменными электронами и ионами, например их взаимную экранировку. Это следует из предположения, что входящая в определение динамических форм-факторов (6.22) волновая функция $\Phi_s(\mathbf{r}', \mathbf{R}_i)$ учитывает указанное взаимодействие. Отметим, что динамический форм-фактор возникает в ряде других задач (энергетические потери быстрых частиц в среде, рассеяние света в веществе, дифракция рентгеновских лучей). Он является хорошо изученной величиной, и поэтому введение динамического форм-фактора при вычислении сечения тормозного излучения представляется весьма удобным.

Сечение (6.21) описывает излучение фотонов при рассеянии налетающей частицы на всех зарядах плазмы, находящихся в единичном объеме, так как соответствует (3.18). Этим оно также отличается от сечения рассмотренного выше тормозного излучения, предполагающего столкновение двух выделенных частиц, из которого, впрочем, легко находится и излучение единицы объема плазмы (см. гл. 3). В используемой постановке задачи в рамках единого формализма учитываются процессы тормозного излучения с передачей избытка энергии-импульса коллективным возбуждениям среды, например плазмонам. Во избежание недоразумений укажем, что размерность определенной таким образом величины (6.21) — обратная длина, так как сечение процесса на одной частице в данном случае умножается на концентрацию. Мы, однако, сохраним за величиной (6.21) название «сечение», подразумевая ее умноженной на объем $L^3=1$ (для сохранения нужной размерности).

6.3. Динамические форм-факторы плазменных компонент

Итак, для конкретных вычислений необходимо знать явную зависимость динамических форм-факторов (6.22) от 4-вектора q . Для этого выразим их через характеристики невзаимодействующих частиц — компоненты диэлектрической проницаемости плазмы, воспользовавшись приемом, описанным в [9]. В основе этого метода лежит тот факт, что взаимодействие плазменных электронов и ионов слабое и может быть учтено по теории возмущений. Технически для вычисления динамического форм-фактора используется флуктуационно-диссипативная теорема, связывающая динамический форм-фактор с другой величиной — линейной функцией отклика плазменных компонент на внешнее поле. Так, для электронов плазмы имеем

$$S^{(e)}(q) = [\pi e^2 (\exp(-q^0/T) - 1)]^{-1} \text{Im} F_{ee}(q), \quad (6.23)$$

где $F_{ee}(q)$ — линейная функция отклика электронной компоненты на фиктивный внешний потенциал, действующий только на плаз

менные электроны. Введем, согласно [9], вторую линейную функцию отклика на внешний потенциал F_{ei} , которая описывает отклик электронной компоненты плазмы на фиктивный внешний потенциал, действующий только на ионы. Отметим, что при определении фиктивного потенциала под термином «воздействие» имелось в виду непосредственное взаимодействие внешнего потенциала с той или иной компонентой, которое может затем передаваться другой компоненте за счет кулоновских сил. Здесь для удобства используем кулоновскую калибровку электромагнитного потенциала. Пусть на плазму воздействует внешний потенциал $\varphi^{\text{ext}}(q)$, тогда индуцированная в плазме плотность электронного заряда (учитываем только делокализованные частицы, для которых определены динамические форм-факторы (6.22)) выражается через введенные функции отклика следующим образом:

$$\rho_{\alpha}(q) \equiv \langle \hat{\rho}_{\alpha}(q) \rangle = e_{\alpha} \langle \hat{n}_{\alpha}(q) \rangle, \quad \rho_l(q) = [F_{ee}(q) + F_{ei}(q)] \varphi^{\text{ext}}(q). \quad (6.24)$$

Таким образом, функции $F_{ee}(q)$, $F_{ei}(q)$ учитывают взаимодействие между различными компонентами плазмы. Их для слабого взаимодействия можно выразить через характеристики невзаимодействующих частиц. С этой целью вводится другая функция отклика $\alpha_{\alpha}(q)$ — функция отклика сорта α на полный потенциал в плазме. Она учитывает воздействие на плазменные частицы индуцированного потенциала $\varphi^{\text{ind}}(q)$, возникающего из-за перераспределения заряженных частиц под действием внешнего потенциала. Существенно, что $\alpha_{\alpha}(q)$ приближенно можно определить через характеристики невзаимодействующих частиц, так как взаимодействие учитывается введением индуцированного потенциала. С помощью $\alpha_{\alpha}(q)$ индуцированный заряд α -й компоненты можно выразить через полный потенциал:

$$\rho_{\alpha}(q) = \alpha_{\alpha}(q) \varphi^{\text{tot}}(q). \quad (6.25)$$

По теории возмущений, используя функцию распределения частиц по импульсам Φ_p^{α} , можно получить следующее выражение для $\alpha_{\alpha}(q)$ [9] (здесь $L=1$):

$$\alpha_{\alpha}(q) = e_{\alpha}^2 Q_{\alpha}(q), \quad Q_{\alpha}(q) = \sum_p \frac{\Phi_p^{\alpha} - \Phi_{p+q}^{\alpha}}{q^0 + p^2/2m - (p+q)^2/2m + i0}. \quad (6.26)$$

В дальнейшем нам необходимо знать мнимую часть функции $Q_{\alpha}(q)$. В случае максвелловского распределения для $\text{Im } Q_{\alpha}(q)$ находим из (6.26)

$$\text{Im } Q_{\alpha}(q) = \pi (e^{-q^0/T} - 1) n_{\alpha} \frac{\exp[-(q^0)^2/2q^2v_{T\alpha}^2]}{\sqrt{2\pi} |q| r_D}. \quad (6.27)$$

Из определения продольной части диэлектрической проницаемости

$$\tilde{\epsilon}_q^{l(\alpha)} = 1 - \frac{\varphi^{\text{ind}(\alpha)}(q)}{\varphi^{\text{tot}(\alpha)}(q)}, \quad \varphi^{\text{tot}} = \varphi^{\text{ext}} + \varphi^{\text{ind}}, \quad \varphi^{\text{ind}(\alpha)}(q) = \frac{4\pi}{q^2} \rho_\alpha(q)$$

и выражения для $\rho_\alpha(q)$ (6.25) находим

$$\tilde{\epsilon}_q^{l(\alpha)} = 1 - \frac{4\pi}{q^2} \alpha_\alpha(q), \quad (6.28)$$

где «тильда» над значком диэлектрической проницаемости означает, что не учтен вклад связанных электронов при определении данной величины. Выразим теперь $F_{\alpha\beta}$ через α_α (а значит, через $\tilde{\epsilon}^{l(\alpha)}$). Для этого введем фиктивный внешний потенциал $\varphi^{\text{ext}*}$, действующий только на электроны. Тогда, согласно определению, имеем

$$\rho_e^*(q) = F_{ee}(q) \varphi^{\text{ext}*}(q). \quad (6.29a)$$

С другой стороны, ρ_e^* можно выразить через α_e :

$$\rho_e^*(q) = \alpha_e(q) [\varphi^{\text{ext}*} + \varphi^{\text{ind}*}]. \quad (6.29b)$$

Индукированный потенциал $\varphi^{\text{ind}*}$ определяется из уравнения Пуассона:

$$\varphi^{\text{ind}*}(q) = (4\pi/q^2) [\rho_e^*(q) + \rho_i^*(q)]. \quad (6.30)$$

Осталось найти ρ_i^* :

$$\rho_i^* = \alpha_i \varphi^{\text{ind}*}, \quad (6.31)$$

который определен с учетом того, что фиктивный внешний потенциал $\varphi^{\text{ext}*}$, по определению, непосредственно воздействует только на электроны. Здесь звездочка над величинами означает, что они определены для фиктивного внешнего потенциала $\varphi^{\text{ext}*}$. Решая систему уравнения (6.29)–(6.31), находим для F_{ee} выражение

$$F_{ee}(q) = \alpha_e(q) [1 - (4\pi/q^2) \alpha_i(q)] [1 - (4\pi/q^2) (\alpha_e(q) + \alpha_i(q))]^{-1}. \quad (6.32)$$

Подставляя (6.32) в правую часть флуктуационно-диссипационной теоремы (6.23) и используя определение диэлектрической проницаемости (6.28), получаем для искомого электронного динамического форм-фактора формулу

$$S^{(e)}(q) = \left[\pi e^2 \left(\exp\left(-\frac{q^0}{T}\right) - 1 \right) \right]^{-1} \left\{ \left| \frac{1 - \frac{4\pi}{q^2} \alpha_l(q)}{\tilde{\epsilon}_q^{l'}} \right|^2 \times \right. \\ \left. \times \text{Im} \alpha_e(q) + \left(\frac{4\pi}{q^2} \right)^2 \left| \frac{\alpha_e(q)}{\tilde{\epsilon}_q^{l'}} \right|^2 \text{Im} \alpha_l(q) \right\}. \quad (6.33)$$

Выражение (6.33) можно переписать с учетом (6.26), (6.27):

$$S^{(e)}(q) = \frac{n_e}{V 2\pi |q|} \left\{ \frac{1}{v_{Te}} \left| \frac{\tilde{\epsilon}_q^{l(i)}}{\tilde{\epsilon}_q^l} \right|^2 \exp \left[-\frac{(q^0)^2}{2q^2 v_{Te}^2} \right] + \frac{Z_i}{v_{Ti}} \left| (1 - \tilde{\epsilon}_q^{l(e)}) / \tilde{\epsilon}_q^l \right|^2 \exp \left[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Ti}^2 \right] \right\}. \quad (6.34a)$$

Совершенно аналогично находим для $S^{(i)}(q)$ и $S^{(ei)}(q)$:

$$S^{(i)}(q) = \frac{n_i}{V 2\pi |q|} \left\{ \frac{1}{v_{Ti}} \left| \tilde{\epsilon}_q^{l(e)} / \tilde{\epsilon}_q^l \right|^2 \exp \left[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Ti}^2 \right] + \frac{1}{Z_i v_{Te}} \left| (1 - \tilde{\epsilon}_q^{l(i)}) / \tilde{\epsilon}_q^l \right|^2 \exp \left[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Te}^2 \right] \right\}; \quad (6.34b)$$

$$S^{(ei)}(q) = \frac{n_e}{V 2\pi |q|} \left\{ \left| (1 - \tilde{\epsilon}_q^{l(i)}) / \tilde{\epsilon}_q^l \right|^2 \frac{1}{Z_i v_{Te}} \exp \left[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Te}^2 \right] + \frac{1}{v_{Te}} \left| (1 - \tilde{\epsilon}_q^{l(e)}) / \tilde{\epsilon}_q^l \right|^2 \exp \left[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Te}^2 \right] \right\}. \quad (6.34b)$$

Дадим теперь физическую интерпретацию полученным выражениям для динамических форм-факторов. Рассмотрим для примера электронный динамический форм-фактор $S^{(e)}(q)$. Его удобно представить в следующем виде:

$$S^{(e)}(q) = |\delta n_e|_q^2 |e_{e,q}^{\text{ef}}|^2 + |\delta n_i|_q^2 |Z_{i,q}^{\text{ef}}|^2, \quad (6.35)$$

$$|\delta n_{e,i}|_q^2 = (n_{e,i} / \sqrt{2\pi |q| v_{Te,i}}) \exp \left[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Te,i}^2 \right],$$

$$e_{e,q}^{\text{ef}} = \tilde{\epsilon}_q^{l(i)} / \tilde{\epsilon}_q^l, \quad Z_{i,q}^{\text{ef}} = Z (1 - \tilde{\epsilon}_q^{l(e)}) / \tilde{\epsilon}_q^l.$$

Здесь $|\delta n_{e,i}|_q^2$ — квадраты тепловых флуктуаций электронной и ионной компонент на частоте q^0 и волновом векторе q ; $e Z_{i,q}^{\text{ef}}$ — эффективный электронный заряд, экранирующий ион в плазме определенный на 4-векторе q ; $e |e_{e,q}^{\text{ef}}|^2$ — эффективный заряд плазменного электрона, учитывающий экранирующее воздействие других зарядов. Пользуясь данным представлением электронного динамического форм-фактора, его можно интерпретировать как сумму квадратов тепловых флуктуаций электронной плотности двух типов. Первое слагаемое в (6.35) описывает флуктуации, связанные с отдельными электронами, заэкранированными другими зарядами. Второе слагаемое относится к электронному заряду, экранирующему флуктуации ионной компоненты. Аналогичную интерпретацию допускает и ионный динамический форм-фактор. Смешанный электрон-ионный динамический форм-фактор $S^{(ei)}(q)$ представляет собой сумму флуктуаций каждой из компонент плазмы, экранирующих флуктуации зарядов противоположного знака. Нули продольной части диэлектрической проницаемости в формулах (6.34) соответствуют флуктуациям заряда, связанным с появлением коллективных возбуждений в

плазме. В этом случае избыток энергии-импульса, возникающий в ходе тормозного излучения, передается коллективным возбуждениям среды.

6.4. Поляризационное тормозное излучение на свободных электронах и ионах

Рассмотрим сначала тормозное излучение, обусловленное конверсией виртуального фотона поля налетающей частицы на плазменных электронах. Его сечение дается слагаемым в (6.21), пропорциональным $S^{(e)}(q)$. Выпишем его с учетом явного выражения для $S^{(e)}(q)$ (6.34а):

$$d\sigma^p(k, q) = \frac{(2\pi)^2 e^4}{v_0 m^2} \left[\frac{k}{k} A^{(0)}(q) \right]^2 \left\{ n_e |\tilde{\varepsilon}_q^{l(e)} / \tilde{\varepsilon}_q^l|^2 \times \right. \\ \times \frac{1}{\sqrt{2\pi q v_{Te}}} \exp[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Te}^2] + n_i Z_i^2 |1 - \tilde{\varepsilon}_q^{l(e)} / \tilde{\varepsilon}_q^l|^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi q v_{Ti}}} \times \\ \left. \times \exp[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Ti}^2] \right\} \frac{\omega d\omega d\Omega_k dq}{(2\pi)^3}. \quad (6.36)$$

Слагаемые в фигурных скобках (6.36) описывают процесс рассеяния виртуального фотона в реальный на плазменных электронах. Первое из них связано с передачей энергии-импульса q подсистеме плазменных электронов, второе — описывает передачу q ионам через взаимодействие поля налетающей частицы с плазменными электронами, что является следствием кулоновского взаимодействия электронной и ионной компонент. Об этом, в частности, говорят показатели экспонент, один из которых связан с тепловой скоростью электронов, другой — с тепловой скоростью ионов.

Рассмотрим часть сечения (6.36), определяемую вторым слагаемым в фигурных скобках. Оно совпадает с сечением поляризационного (переходного) тормозного излучения при столкновении быстрой налетающей частицы с точечным плазменным ионом в частотном диапазоне $\omega \gg \omega_{pe}$. Этот процесс изучался в работе [2]. Чтобы убедиться в этом, заметим, что для покоящегося иона в пренебрежении отдачи имеет место равенство

$$\lim_{v_{Ti} \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi} |q| v_{Ti}} \exp[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Ti}^2] = \delta(q^0), \quad (6.37)$$

где $q^0 = \mathbf{q}v_0 + \omega - \mathbf{k}v_0$. В данном случае $q^0 \gg |q|v_{Te}$, $\omega \gg \omega_{pe}$, поэтому рассеянием виртуальных фотонов на электронном поляризационном заряде вокруг налетающей частицы можно пренебречь. Действительно, величина этого заряда определяется величиной $|(1 - \tilde{\varepsilon}_q^{l(e)}) / \tilde{\varepsilon}_q^l|$, которая в данном случае мала: $|(1 - \tilde{\varepsilon}_q^{l(e)}) / \tilde{\varepsilon}_q^l| \approx \omega_{pe}^2 / \omega^2 \ll 1$, $\tilde{\varepsilon}_q^{l(e)} \approx \tilde{\varepsilon}_q^l \approx 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2$. В результате переходное тормозное излучение обусловлено только рассеянием поля на-

гающей частицы на электронном заряде поляризации вокруг иона, что и учтено в (6.36). Принимая во внимание сказанное и явный вид $\mathbf{A}^{(0)}(q)$ (6.3), (6.9) (с учетом того, что в данном случае $\varepsilon_q^l = \varepsilon_q^l = \varepsilon_q$), находим, что сечение

$$d\sigma_i^p(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{(2\pi)^2 e^4 [\mathbf{k}, (\mathbf{q}_1 - q_1^0 \mathbf{v})]^2}{v_0 m^2 k^2 (q^2 - (q^0)^2 \varepsilon_q)^2} \left(\frac{4\pi e_0}{q_1^0} \right)^2 \times \\ \times \delta(q^0) Z_i^2 \left| (1 - \tilde{\varepsilon}_q^{l(e)}) / \tilde{\varepsilon}_q^l \right|^2 \frac{\omega d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} d\mathbf{q}}{(2\pi)^6}, \\ q^0 = \mathbf{q}\mathbf{v}_0 + \omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0, \quad q_1^0 = q^0 - \omega, \quad \mathbf{q}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{k}, \quad (6.38)$$

совпадает с сечением поляризационного (переходного) тормозного излучения быстрой частицы на покоящемся ионе в плазме для $\omega \gg \omega_{pe}$, определяемым матричным элементом (21) из работы [2]. При получении (6.38) из (6.36) было учтено равенство (6.37) и результат разделен на концентрацию ионов (ср. результаты гл. 2 с (3.18)). Совпадение (6.38) с результатом работы [2] не удивительно, так как результат (6.38) чисто классический и должен соответствовать частному случаю результатов гл. 2 и 3.

Таким образом, полученное сечение $d\sigma^p$ для $\omega \gg \omega_{pe}$ совпадает с сечением поляризационного (переходного) тормозного излучения на покоящемся плазменном ионе. Отметим, что без предельного перехода (6.37) и деления на $n_i = \int \Phi_p^{(i)} d\mathbf{p} / (2\pi)^3$ оно описывало бы переходное тормозное излучение на ансамбле плазменных ионов, находящихся в состоянии теплового равновесия.

Рассмотрим теперь сечение, соответствующее первому слагаемому в фигурных скобках (6.36), учитывая отброшенное ранее слагаемое в квадратных скобках выражения (6.17):

$$d\sigma_e^p(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{(2\pi)^2}{v_0 k^2} \left[\mathbf{k}, \left(\mathbf{A}^{(0)}(\mathbf{q}_1) + \frac{\mathbf{q}_1 (\mathbf{q}_1 \mathbf{A}^{(0)}(\mathbf{q}_1))}{2m\omega} \right) \right] \times \\ \times \frac{e}{m} n_e \frac{1}{\sqrt{2\pi} |\mathbf{q}| v_{Te}} \exp[-(q^0)^2 / 2q^2 v_{Te}^2] \times \\ \times \frac{\omega d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} d\mathbf{q}}{(2\pi)^6} \left| \tilde{\varepsilon}_q^{l(i)} / \tilde{\varepsilon}_q^l \right|^2, \quad \mathbf{q}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{k}, \quad q_1^0 = q^0 - \omega, \\ q^0 = \mathbf{q}\mathbf{v}_0 + \omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0. \quad (6.39)$$

Напомним, что (6.39) описывает тормозное излучение за счет конверсии виртуальных фотонов поля налетающей частицы на отдельных экранированных плазменных электронах. Прилагательное «отдельные» в данном случае означает, что избыток энергии (импульса q) передается одному плазменному электрону.

Из явного вида $\tilde{\varepsilon}_q^l$ для $|q^0| \ll |q|v_{Te}$, $|q^0| \gg |q|v_{Ti}$

$$\tilde{\varepsilon}_q^l \approx 1 + \frac{1}{q^2 r_d^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{(q^0)^2}, \quad r_d = \frac{v_{Te}}{\omega_{pe}}, \quad \omega_{pi} = \sqrt{\frac{4\pi n_i e^2}{m_i}}, \quad (6.40a)$$

$$\tilde{\varepsilon}^{l(e)} \approx 1 + 1/q^2 r_d^2 \quad (6.40b)$$

следует, что сечение (6.39) мало при $|q| < r_d^{-1}$. Это соответствует хорошо известному в физике плазмы факту экранировки длинноволновых кулоновских возмущений. Если множитель $\tilde{\varepsilon}_q^{l(i)}/\tilde{\varepsilon}_q^l$ представить в виде

$$\tilde{\varepsilon}_q^{l(i)}/\tilde{\varepsilon}_q^l = 1 - (\tilde{\varepsilon}_q^{l(e)} - 1)\tilde{\varepsilon}_q^l, \quad (6.41)$$

тогда первое слагаемое в (6.41) описывает рассеяние поля налетающей частицы на «голом» (неэкранированном) ионе, второе — на поляризационном электронном заряде вокруг него. В терминологии работ [1, 2] первое излучение есть традиционное тормозное излучение на плазменных электронах, второе — поляризационное (переходное) тормозное излучение на них. Суммарное сечение (6.39) представляет собой их суперпозицию. Отметим, что интерференция между ними приводит для $|q^0| \ll |q| \times v_{Te}$ к резкому уменьшению сечения. Это объясняется тем, что поляризационный электронный заряд вокруг выделенного электрона имеет противоположный знак, поэтому амплитуды рассеяния поля налетающей частицы на электроне и электронном поляризационном заряде, связанном с ним, близки по абсолютной величине и противоположны по знаку, если $|q| \rightarrow 0$.

Ситуация при рассеянии виртуального фотона на плазменном ионе иная: рассеянием на заряде самого иона можно пренебречь в силу его большой массы, поэтому остается нескомпенсированное рассеяние на электронном поляризационном заряде вокруг иона. Из сказанного ясно, почему плазменный ион (ион+его электронная «шуба») при $|q| < 1/r_d$ излучает, хотя при таких $|q|$ эффективный заряд его пренебрежимо мал: в излучении «проявляются» только заряды с малой массой.

Таким образом, слагаемое в (6.21), пропорциональное $S^{(e)}$, описывает суперпозицию поляризационного (переходного) тормозного излучения на плазменных электронах и ионах и традиционного тормозного излучения на плазменных электронах. Эти механизмы тормозного излучения при более общих предположениях были вычислены в [1, 2] в приближении бесструктурных ионов (не имеющих связанных электронов) на основании классического рассмотрения (см. гл. 2, 3).

Отметим, что вклад связанных электронов в диэлектрическую проницаемость (6.12) для переходного тормозного излучения в неплотной плазме (критерий «неплотности» будет выявлен ниже) несуществен. Действительно, сечение поляризационного (переходного) тормозного излучения содержит множитель $|(\varepsilon_q^{l(e)} - 1)/$

$|\varepsilon_q|^2 \approx (1 + |q|^2 r_d^2)^{-2}$, поэтому оно мало при $|q| \gg 1/r_d$. Последнее неравенство с учетом того, что для поляризационного (переходного) тормозного излучения $k \ll q$, можно переписать в виде $|q_\perp| \geq 1/r_d$. Далее, так как из закона сохранения энергии следует, что $|q| \geq \omega/v_0$, поляризационное (переходное) тормозное излучение мало для $\omega > v_0/r_d$. Приведем простой конкретный пример. Для неплотной плазмы с $r_d \approx 10^{-5}$ см и $v_0 \approx 1$ область существования поляризационного тормозного излучения на дебаевской «шубе» определится в этом случае неравенством $\omega < 10^{15}$ Гц. Для таких частот поляризуемость иона можно положить равной ее статическому пределу $\alpha_i(\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} R_i^3$, где $r_i \approx 1 \text{ \AA}$ — средний радиус иона. Следовательно, вкладом связанных электронов в диэлектрическую проницаемость (6.12) можно пренебречь, так как обычно выполняется неравенство $\omega_{pe}^2/\omega^2 \gg n_i R_i^3$ для частот $\omega < v_0/r_d$. Поэтому результат применения изложенного подхода к расчету тормозного излучения, обусловленного плазменными электронами, совпадает с таковым, следующим из теории [1, 2], для частот $\omega \gg \omega_{pe}$ ($v_0 \gg v_{Te}$).

6.5. Поляризационное тормозное излучение на связанных электронах

Перейдем теперь к рассмотрению тормозного излучения в плазме, обусловленного конверсией поля налетающей частицы в тормозной фотон на связанных электронах около соответствующих ионов. Это излучение не было нами учтено выше. Для неплотной плазмы, как правило, в интервале частот $v/r_d > \omega$, где существенно тормозное излучение на дебаевских экранирующих «шубах», ионы можно считать точечными. Однако для более широкого частотного интервала ($m > \omega$) необходимо учитывать вклад связанных электронов около ионов. Если продолжить рассуждения дальше, обобщив рассмотрение на частоты $\omega > m$, то необходимо учитывать структуру ядра в тормозном излучении [10]. В последнем случае, однако, тормозное излучение в плазме можно рассматривать как происходящее на отдельных ионах.

Сечение тормозного излучения за счет взаимодействия связанных электронов с фотонами дается слагаемым формулы (6.21), пропорциональным ионному динамическому форм-фактору $S^{(i)}(q)$:

$$\begin{aligned}
 d\sigma_{i, \text{bound}}^p(\mathbf{k}, \sigma) &= \frac{2\pi\omega d\omega}{v_0 k^2} [kA^{(0)}(\mathbf{q}_1)]^2 (q_1^0)^4 \times \\
 &\times |c(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_1)|^2 \frac{n_i d\Omega_{\mathbf{k}} d\mathbf{q}}{V 2\pi |q| (2\pi)^3} \left\{ \left| \frac{\tilde{\varepsilon}_q^{l(e)}}{\tilde{\varepsilon}_q^l} \right|^2 \frac{1}{v_{Ti}} \times \right. \\
 &\times \exp \left[- (q^0)^2 / 2q^2 v_{Ti}^2 \right] + \left| \left(1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_q^{l(i)}}{\tilde{\varepsilon}_q^l} \right) \right|^2 \times \\
 &\times \left. \frac{1}{v_{Te} Z_i} \exp \left[- (q^0)^2 / 2q^2 v_{Te}^2 \right] \right\}. \tag{6.42}
 \end{aligned}$$

При записи (6.42) приближенно положено $c_{hm}^{(1,1)} = c(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_1) \delta_{n,m}$, что для центрально-симметричного состояния $|1\rangle$ справедливо при $|\mathbf{q}| < \sqrt{2m\omega}$. Из дальнейшего будет видно, что именно эта область переданных от налетающей частицы импульсов представляет интерес. Сечение поляризационного тормозного излучения на связанных электронах (6.24) не учитывает возможного возбуждения электронной подсистемы иона в ходе тормозного излучения.

Плазма оказывает двойное влияние на рассматриваемый процесс по сравнению со случаем тормозного излучения на отдельном ионе в вакууме. Плазменные ионы взаимно экранируют друг друга, что описывается множителем в первом слагаемом в фигурных скобках (6.42). Взаимодействие между ионами и плазменными электронами может привести к передаче избытка энергии-импульса от связанных к плазменным электронам — второе слагаемое в фигурных скобках (6.42). Кроме того, взаимодействие электромагнитного поля налетающей частицы с плазмой вызывает «одевание» соответствующего виртуального фотона, что отражается на виде фотонного пропагатора (6.3) и приводит к изменению закона дисперсии для реального фотона в среде (6.11). Указанное влияние среды учтено в сечении (6.42). Для неплотной плазмы экранировкой ионов и передачей избытка энергии-импульса от связанных к плазменным электронам можно пренебречь. Действительно, легко показать, что указанные эффекты существенны при $|\mathbf{q}_1| \sim |\mathbf{q}| \sim 1/r_a$, как это следует из вида ионного динамического форм-фактора (6.346) и выражения для $\tilde{\epsilon}_q^i$ в низкочастотном пределе (6.40а), (6.40б). Но, как следует из закона сохранения энергии-импульса, такие переданные импульсы возможны для частот $v_0/r_a > \omega$, когда поляризуемость связанных электронов мала. Поэтому при $1/r_a > |\mathbf{q}|$ соответствующее тормозное излучение мало. Поляризуемость связанных электронов приобретает заметную величину при $\omega > \omega_{\min}^{(i)}$ ($\omega_{\min}^{(i)}$ — минимальная частота возбуждения ионных электронов), но тогда $|\mathbf{q}_1| \sim |\mathbf{q}| > 1/r_a$, так как для разреженной плазмы $\omega_{\min}^{(i)} \gg v/r_a$, и в (6.42) можно положить $|\tilde{\epsilon}_q^{(e)}/\tilde{\epsilon}_q^i|^2 = 1$, $|(1 - \tilde{\epsilon}_q^{(i)})/\tilde{\epsilon}_q^i|^2 = 0$. С учетом сказанного и явного вида $\mathbf{A}^{(0)}(q_1)$ для $n_i = 1$ получаем

$$\begin{aligned} d\sigma_{i,\text{bound}}^p(\mathbf{k}, \mathbf{q}) &= \frac{2\pi}{v_0} (4\pi e_0)^2 \frac{d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} d\mathbf{q}}{\omega k^2 (2\pi)^6} \delta(\omega + \mathbf{q}\mathbf{v}_0 - \mathbf{k}\mathbf{v}_0) \times \\ &\times |\omega^2 c(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_1)|^2 [\mathbf{k}, (\omega\epsilon(\omega)\mathbf{v}_0 - \mathbf{q})]^2 [\omega^2\epsilon(\omega) - \mathbf{q}_1^2]^{-2}, \mathbf{q}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (6.43)$$

Отсюда для спектрального сечения в частотном диапазоне $\omega < v_0/R_i$ находим (ср. (2.129))

$$d\sigma_{i,\text{bound}}^p(\omega) = \frac{16e_0^2}{3v_0^2} \frac{d\omega}{\omega} |\omega^2 \alpha_i(\omega)|^2 \ln \frac{1}{\omega R_i (1/v_0^2 - \epsilon(\omega))^{1/2}}. \quad (6.44)$$

При выводе (6.44) было использовано приближенное равенство $c(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_i) \approx \theta(1/R_i - |\mathbf{q}_i|) \alpha_i(\omega)$, вытекающее из того, что при $|\mathbf{q}_i| > R_i^{-1}$ вклад связанных электронов в тензор рассеяния становится некогерентным (см. гл. 5), а когерентная его часть $c(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_i)$ мала.

Сравним сечение $d\sigma_{i,\text{bound}}^p$ и сечение переходного тормозного излучения на покоящихся ионах в частотном диапазоне $\omega < \{v_0/r_d, \omega_{\text{min}}^{(i)}\}$. Выражение для сечения последнего следует из формулы (27) работы [2], а также из (2.106) при $e_i = Ze$ и (6.38):

$$d\sigma_i^p(\omega) = \frac{16e_0^2 e^4 Z_i^2}{3v_0^2 m^2} \frac{d\omega}{\omega} \ln \frac{\gamma v_0}{r_d (\omega^2 + \gamma^2 \omega_{pe}^2)^{1/2}}. \quad (6.45)$$

Аппроксимируем (для рассматриваемых частот) поляризуемость иона ее низкочастотным пределом: $\alpha_i(\omega) \sim R_i^3 \sim (me^2)^{-3} Z^{-1}$. Тогда, пренебрегая отличием логарифмических множителей в сечениях, для отношения сечений η_ω имеем

$$\eta_\omega = \frac{d\sigma_{i,\text{bound}}^p}{d\sigma_i^p} \approx \frac{\omega^4}{Z_i^3 Z^2 m^4 e^{16}}, \quad \omega \ll v_0/r_d, \omega_{\text{min}}^{(i)}. \quad (6.46a)$$

Из (6.46a) следует, что поляризационное тормозное излучение на связанных электронах мало по сравнению с излучением на свободных ($\eta_\omega \ll 1$) для частот

$$\omega \ll \sqrt{ZZ_i} me^4 \approx \omega_{\text{min}}^{(i)}. \quad (6.46b)$$

Если $v/r_d \ll \omega_{\text{min}}^{(i)}$, то излучения на плазменных и связанных электронах существенны в различных частотных интервалах и интерференцией между ними можно пренебречь. Оценим, при каких концентрациях плазмы (n_e) эта интерференция становится существенной. Для этого учтем, что поляризационное тормозное излучение на связанных электронах играет роль при $\omega \gtrsim \omega_{\text{min}}^{(i)} \approx me^4 \sqrt{ZZ_i}$. Излучение на плазменных электронах имеет верхнюю граничную частоту порядка $v_0 \sqrt{4\pi n_e e^2 / T_e}$. Следовательно, при $v \approx 1$ для n_e находим $n_e \approx m^2 e^8 T_e Z Z_i / 4\pi$, откуда при $T_e \sim me^4 Z_i^2$, учитывая, что $a_B = (me^2)^{-1}$, $e^2 = 1/137$, имеем

$$n_e \approx Z Z_i^3 / (137)^2 a_B^3 \approx 10^{19} Z Z_i^3,$$

где n_e выражено в см^{-3} . Итак, критерий «неплотности» плазмы, когда можно пренебречь интерференцией между излучениями на связанных и плазменных электронах (о котором говорилось выше), дается неравенством $n \ll n_e$.

Приведем выражение для $d\sigma_{i,\text{bound}}^p(\omega)$ в интервале частот $v_0/R_i \gg \omega \gg I$ (I — потенциал ионизации иона). Тогда для динамической поляризуемости иона имеем $\alpha(\omega) = -(e^2/m\omega^2)(Z - Z_i)$, где $Z - Z_i = N$ — число связанных электронов иона (Ze — заряд ядра иона). Для релятивистской налетающей частицы находим

следующее выражение для сечения:

$$d\sigma_{i,\text{bound}}^p = \frac{16e_0^2 e^4 (Z - Z_i)^2}{3m^2} \frac{d\omega}{\omega} \ln \frac{\gamma}{R_i (\omega^2 + \gamma^2 \omega_p^2)^{1/2}}, \quad (6.47)$$

$$Z - Z_i = N; \quad v_0/r_i > \omega > I; \quad \omega_p = \sqrt{4\pi n_i Z e^2 / m}.$$

Для частот $\omega > v_0/R_i$ сечение $d\sigma_{i,\text{bound}}^p(\omega)$ резко падает, и основной вклад в рассматриваемое тормозное излучение будут давать процессы с ионизацией связанных электронов (см. гл. 5).

Интересно сравнить (6.47) и формулу для сечения поляризационного тормозного излучения на «шубе» плазменного иона (6.45). Эти выражения совпадают, если произвести замену: $Z - Z_i \rightarrow Z_i$, $R_i \rightarrow r_d$, $\omega_p \rightarrow \omega_p$. Отсюда видно, что поляризационное тормозное излучение на связанных электронах при $\omega \gg I$ полностью аналогично поляризационному тормозному излучению на «шубе» плазменного иона, только в этом случае роль поляризационной «шубы» играет электронное «облако», состоящее из связанных электронов иона. Такое соответствие объясняется тем, что при $\omega \gg I$ связанные электроны взаимодействуют с электромагнитным полем как свободные, так как их собственные частоты много меньше частоты поля. Связь с ядром проявляется тогда только в пространственной локализации ионных электронов. Аналогичная ситуация имеет место и для плазменных электронов в дебаевской сфере вокруг иона. Если же $\omega < I$, то поведение связанных электронов определяется квантовомеханическими законами и в поляризационном тормозном излучении на них проявляются черты, отличные от поляризационного (переходного) тормозного излучения на поляризационных «шубах». В частности, если частота тормозного фотона близка к одной из собственных частот связанных электронов, сечение поляризационного тормозного излучения на них резко возрастает — возникает резонансное тормозное излучение. Аналогия между рассматриваемыми механизмами тормозного излучения прослеживается также в том, что при $\omega > v_0/r_d$ ($\omega > v_0/R_i$), когда существенны большие переданные импульсы $|\mathbf{q}| > 1/r_d$ ($|\mathbf{q}| > 1/R_i$), поляризационное (переходное) тормозное излучение на плазменном ионе мало и преобладают процессы с передачей избытка энергии-импульса отдельным электронам (комптоновское тормозное излучение на плазменных электронах). Это соответствует ионизации связанных электронов в ходе поляризационного тормозного излучения на ионе (атоме), когда избыток энергии-импульса передается электронам, а не ядру (см. гл. 5).

Поляризационное (переходное) тормозное излучение на плазменном ионе является «упругим» поляризационным тормозным излучением на плазменных электронах, тогда как соответствующее комптоновское тормозное излучение соответствует «неупругому» поляризационному тормозному излучению на плазменных электронах.

Формула (6.44) отличается от соответствующего выражения для поляризационного тормозного излучения на ионе (атоме) в вакууме лишь подлогарифмическим выражением. Отсюда, в частности, следует, что поляризационное тормозное излучение на связанных электронах ионов в плазме не поддается эффектом плотности, так же как и поляризационное тормозное излучение на плазменных электронах [2]. Оба эти факта имеют одинаковое объяснение: фотон излучается нерелятивистскими частицами — плазменными и связанными электронами. Поэтому увеличение фазовой скорости электромагнитной волны в плазме не отражается на вероятности излучательного процесса. Изменение подлогарифмического выражения в (6.44) по сравнению с тормозным излучением в вакууме связано с «одеванием» поля налетающей частицы в среде. Здесь стоит отметить, что для структурных плазменных ионов в частотном диапазоне $I \gg \omega \gg \omega_{\min}^{(i)}$ диэлектрическая проницаемость $\epsilon(\omega)$ может быть и больше единицы (6.12). Тогда фазовая скорость фотона уменьшается и должен иметь место эффект, обратный эффекту плотности для бете-гайтлеровского тормозного излучения, в сечении появляется предлогарифмический множитель, больший единицы. Для поляризационного тормозного излучения на связанных электронах это приводит к тому, что в результате «одевания» поле налетающей частицы усиливается, а не ослабляется. Формально это условие проявляется в росте подлогарифмического выражения (6.44), которое при $v^{-2} = \epsilon(\omega)$ обращается в бесконечность. Последнее означает, что используемая схема расчета тормозного излучения для $v^{-2} = \epsilon(\omega)$ становится неприменимой, а рассматриваемый процесс представляет собой рассеяние черенковского излучения на связанных электронах. Для нерелятивистской налетающей частицы среда в случае разреженной плазмы не влияет на поляризационное тормозное излучение, как это следует из (6.44). В частности, не возникает интерференция между поляризационным тормозным излучением на плазменных и на связанных электронах. Действительно, слагаемое в полном сечении поляризационного тормозного излучения (6.21), пропорциональное смешанному динамическому форм-фактору $S^{(ei)}(q)$ и описывающее эту интерференцию, мало. Это объясняется тем, что при переданных импульсах $|\mathbf{q}| > \omega_{\min}^{(i)}/v_0 > 1/r_a$, характерных для поляризационного тормозного излучения на связанных электронах, взаимодействие между плазменными электронами и ионами слабое, так что не происходит обмена энергией-импульсом между ними ($|\tilde{\epsilon}_q^{I(e)} - 1| \ll \tilde{\epsilon}_q^{I(i)}$). Поэтому конверсия поля налетающей частицы в реальный фотон на плазменных электронах приводит к их возбуждению; тот же процесс на связанных электронах (при $v/R_i > \omega$) сопровождается передачей избытка энергии-импульса ионам. Таким образом, данные процессы оказываются некоррелированы и интерференция между ними отсутствует. Отметим также, что излучение, определяемое формулами (6.45) и (6.47), имеет место в различных частотных диапазонах.

Поляризационное тормозное излучение на связанных электронах в неплотной плазме практически совпадает с тем же процессом на отдельных ионах (атомах) в вакууме, и его интерференцией с поляризационным тормозным излучением на плазменных электронах можно пренебречь.

6.6. Поляризационное тормозное излучение в вырожденной плазме

При рассмотрении поляризационного тормозного излучения в реальной вырожденной плазме необходимо иметь в виду два обстоятельства. Во-первых, в этом случае для возбужденных состояний связанных электронов несправедлива аппроксимация волновой функции (6.16), поскольку существенным становится перекрытие волновых функций электронных подсистем различных ионов. Во-вторых, ионы в вырожденной электронной плазме, как правило, нельзя считать свободными, и вид ионного и смешанного динамических форм-факторов становится, вообще говоря, иным. Ниже рассчитаем поляризационное тормозное излучение в плазме с вырожденной электронной компонентой с использованием простейшей модели.

Будем считать, что интересующая нас частота тормозного фотона такова, что вкладом промежуточных состояний связанных электронов в процесс можно пренебречь. Тогда сечение тормозного излучения определится волновой функцией основного состояния подсистемы связанных электронов, когда в нулевом приближении аппроксимацию (6.16) для волновой функции можно считать справедливой. Рассмотрим ситуацию, когда поляризуемость ионной компоненты, связанная с движением центра масс ионов, пренебрежимо мала, т. е. положим $|1 - \tilde{\epsilon}_q^{(i)}| \ll |\tilde{\epsilon}_q^i|$. При этом, однако, считаем $\text{Im} \tilde{\epsilon}^{(i)} \neq 0$. Используем выражение для статической диэлектрической проницаемости электронной компоненты плазмы, которое совпадает с формулой (6.40б), если в последней заменить электронный дебаевский радиус r_d на радиус Томаса—Ферми r_{TF} , описывающий экранирующее действие вырожденных электронов. Тогда, вместо формул (6.34) для динамических форм-факторов в пренебрежении отдачей ионов получаем

$$S^{(e)}(q) = (\delta n_e)_q^2 |\tilde{\epsilon}_q^i|^{-2} + Z_i^2 n_i \delta(q^0) (1 + r_{TF}^2 q^2)^{-2}, \quad (6.48a)$$

$$S^{(i)}(q) = n_i \delta(q^0), \quad (6.48б)$$

$$S^{ei}(q) = Z_i n_i \delta(q^0) (1 + r_{TF}^2 q^2)^{-2}. \quad (6.48в)$$

Первое слагаемое в (6.48a) относится к флуктуациям электронной плотности, не связанным с присутствием ионов, в дальнейшем мы его опустим. Рассмотрим частотный интервал $v_0/R_i > \omega \gg I$. Для него справедливо следующее приближенное выражение тен-

зора рассеяния:

$$c^{lh}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_1) = - \frac{(Z - Z_i) e^2 \delta^{lh}}{m\omega^2 (1 + q^2 R_i^2)}. \quad (6.49)$$

Воспользуемся тем, что при электронной концентрации $n_e \approx 10^{23} \text{ см}^{-3}$ величины R_i и r_{TF} по порядку близки, поэтому можно положить $r_{TF} \sim R_i \sim r$ (r — некоторый средний радиус: $r_{TF} > r > R_i$). Учитывая сказанное, получаем для поляризационного тормозного излучения на обоих типах электронов (делокализованных и связанных) в расчете на один ион сечение ($v_0/R_i \gg \omega \gg I$)

$$d\sigma_{\Sigma}^p(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \delta(q^0) \frac{\omega d\omega}{v_0 k^2} [\mathbf{kA}^{(0)}(\mathbf{q}_1)]^2 \frac{e^4}{m^2 (1 + q^2 R_i^2)^2} \{Z_i^2 + (Z - Z_i)^2 + 2Z_i(Z - Z_i)(1 + q^2 r_d^2)^{-1}\} d\Omega_k d\mathbf{q} (2\pi)^{-6}, \quad q^0 = \omega + \mathbf{q}\mathbf{v}_0 - \mathbf{k}\mathbf{v}_0. \quad (6.50)$$

Для спектрального сечения поляризационного тормозного излучения в рассматриваемом частотном интервале имеем

$$d\sigma_{\Sigma}^p(\omega) = \frac{16}{3} Z^2 \frac{e^4 e_0^2}{m^2} \frac{d\omega}{\omega} \ln \frac{\gamma}{r(\omega^2 + \delta^2 \omega_p^2)^{1/2}}, \quad (6.51)$$

$$\omega_p = (4\pi e^2 n_i Z/m)^{1/2}.$$

Полученное выражение имеет наглядный физический смысл. В частотном интервале $I \ll \omega \ll v/R_i$ связанные электроны переизлучают виртуальные фотоны в реальные как свободные заряды, локализованные в области радиуса R_i . Поэтому их динамические свойства в излучении совпадают со свойствами плазменных электронов и оба типа электронов становятся неразличимы. Основной вклад в поляризационное тормозное излучение дают малые переданные импульсы $|\mathbf{q}| < 1/r_d \ll 1/R_i$ (разрешенные законом сохранения энергии). Поэтому весь электронный заряд внутри дебаевской сферы, включая как плазменные, так и связанные электроны, можно считать точечной частицей. В результате сечение $d\sigma_{\Sigma}^p$ пропорционально $Z^2 e^2$ — квадрату полного электронного заряда, экранирующего ядро иона в плазме. Итак, в данном случае интерференция между поляризационным тормозным излучением на связанных и плазменных электронах очень существенна и, поскольку амплитуды этих процессов складываются когерентно, суммарное сечение возрастает: $d\sigma_{\Sigma}^p \sim [Z_i + (Z - Z_i)]^2$.

Расчет поляризационного тормозного излучения для вырожденной электронной плазмы в металле сильно осложняется наличием периодической структуры, которая влияет как на электронный спектр, так и на вид ионного динамического форм-фактора. Однако ясно, что в этом случае поляризационное тормозное излучение на связанных и делокализованных электронах необходимо учитывать одновременно.

6.7. Сравнение с классической теорией переходного тормозного излучения

Остановимся теперь снова на соответствии между теорией поляризационного (переходного) тормозного излучения [2, 4] для произвольной среды и результатами для поляризационного тормозного излучения, вытекающими из проведенного рассмотрения. Для двух сталкивающихся частиц α и (0) классическая теория поляризационного тормозного излучения дает следующий матричный элемент процесса (см. (3.33)):

$$M_i^{\alpha(0)} = 2e_\alpha e_0 S_{ijl}(k, q) G_{ls}(q) G_{jn}(-q_1) v_{0s} v_{\alpha,n} = \\ = \frac{2}{(4\pi)^2} S_{ijl}(k, q) E_j^{(0)}(-q_1) E_l^{(\alpha)}(q) \sim \epsilon_{ij}^{n_l}(k, q) E_j^{(0)}(-q_1), \quad (6.52)$$

где S_{ijl} — коэффициент нелинейного тока (нелинейная восприимчивость), который может быть вычислен для произвольной среды. Таким образом, хотя матричный элемент процесса (6.52) был получен в гл. 3 на основании классического подхода, данный результат легко обобщается на случай, когда поляризационный ток, излучающий фотон, создается связанными электронами. Действительно, квантовомеханические особенности их движения учитываются в тензоре S_{ijl} , который может быть известен независимо. Однако формула (6.52) для тормозного излучения, обусловленного связанными электронами, описывает иное излучение, чем то, которое рассчитывалось здесь, когда частицы α входили в состав вещества. Тогда излучающий поляризационный ток определяется линейной восприимчивостью среды. Так, амплитуда (6.19) может быть представлена в виде

$$M_{fi} = e_h^* M_h^{(p)}, \quad M_h^{(p)} = \frac{1}{4\pi} (\delta_{hm} - \epsilon_{hm}^{(fi)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q})) A_m^{(0)}(\mathbf{q}), \quad (6.53a)$$

$$\epsilon_{hm}^{(fi)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}) = \delta_{hm} - 4\pi \frac{e^2}{m\omega^2} n_{fi}^{(e)} \delta_{hm} + 4\pi c_{hm}^{(1,1)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}) n_{fi}^{(i)}(\mathbf{q}_1), \quad (6.53b)$$

где $\epsilon_{hm}^{(fi)}$ — аналог тензора нелинейной диэлектрической восприимчивости среды, учитывающий микронеоднородность и возможное возбуждение вещества.

Итак, в данном случае поляризационный ток, вызывающий тормозное излучение, представляет собой линейный отклик среды на поле налетающей частицы (0); вторая частица α , принимающая на себя избыток энергии-импульса, входит неявно в $\epsilon_{hm}^{(fi)}$.

Соответствие между (6.52) и (6.53a) возникает тогда, когда влияние частиц α , входящих в состав вещества, на излучающие электроны можно рассматривать как возмущение. Последнее как раз и имеет место для тормозного излучения, обусловленного плазменными электронами.

Отметим, что выражение для $\epsilon_{hm}^{(fi)}$, относящееся к плазме, может быть обобщено на случай произвольной среды, так что

формула (6.53а) для амплитуды поляризационного тормозного излучения остается в силе. Величина $(1/4\pi)(\delta_{hm} - \epsilon_{hm}^{ii}(k, q))$ описывает конверсию фотона с 4-импульсом $q = \{q^0, \mathbf{q}\}$ в фотон с $k = \{\omega, \mathbf{k}\}$ на электронах среды аналогично тензору рассеяния для атома. Здесь \mathbf{q}, \mathbf{k} — волновые векторы виртуального и реального фотонов. Поэтому сечение поляризационного тормозного излучения в среде нельзя представить в виде

$$d\sigma^p(\omega) = A |1 - \epsilon(\omega)|^2 d\omega/\omega \sim n^2,$$

где A — необходимый множитель; n — концентрация частиц среды; $\epsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость на частоте ω . Действительно, когерентный вклад в процесс дают участки среды с линейным размером $l \lesssim |\mathbf{q}|^{-1}$. Поэтому после усреднения по объему $L^3 \gg l^3$ интерференционные члены исчезают и интенсивность полного поляризационного тормозного излучения равна сумме интенсивностей излучения каждого элементарного излучателя. В результате $d\sigma^{(p)}(\omega) \sim nd\omega/\omega$ (мы не рассматриваем случай периодической среды). Данная ситуация аналогична рассеянию света в веществе: ее можно проиллюстрировать, рассмотрев сечение (6.21). Пусть частота ω такова, что нужно учитывать только излучение связанных электронов, и $c_{hm}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_1) = \delta_{hm} \theta(1/R_1 - |\mathbf{q}_1|) \alpha(\omega)$, тогда

$$d\sigma^p(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{2\pi}{v_0 k^2} [kA^{(0)}(\mathbf{q}_1)]^2 (q_1^0)^4 |\alpha(\omega)|^2 S^{(i)}(q) \frac{\omega d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} dq}{(2\pi)^6}. \quad (6.54)$$

Здесь величина $S^{(i)}(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iq^0 t} \langle \hat{n}^{(i)}(\mathbf{q}, t) \hat{n}^{(i)}(-\mathbf{q}) \rangle$ описы-

вает степень когерентности вклада различных ионов в процесс. При $|\mathbf{q}| \neq 0$, как это следует из (6.34б), $S^{(i)}(q) \sim n_i$, т. е. складываются интенсивности тормозного излучения на каждом ионе. Если же $|\mathbf{q}| = 0$, то $S^{(i)}(q) = \delta(q^0) n_i^2$ — вклад различных ионов в поляризационное тормозное излучение полностью когерентен. Заметим, что формула (6.34б) в этом случае неприменима; нужно исходить из определения $S^{(i)}(q)$.

Итак, при использовании функции нелинейного отклика $\epsilon_{hm}^{ii}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q})$ для описания поляризационного тормозного излучения важно правильно учитывать ее зависимость от \mathbf{k} и \mathbf{q} .

Поляризационное тормозное излучение на связанных электронах ионов существенно в частотном интервале $\omega_{\min} < \omega < v_0/R_1$ и для релятивистских налетающих частиц не подавляется эффектом плотности.

6.8. Общая картина тормозного излучения

Дадим теперь характеристику полного тормозного излучения в плазме с учетом традиционного (бете-гайтлеровского) и поляризационного механизмов. Предполагаем, что налетающая частица — электрон.

Для разреженной плазмы при $\omega_{\min}^{(i)} \gg v_0/r_d$ особенно простая картина имеет место в ультрарелятивистском пределе, когда $\gamma \gg v_0/R_i \omega_{pe}$. В этом наиболее простом случае тормозное излучение за счет различных механизмов имеет место в различных частотных интервалах и поэтому не интерферирует между собой. Соответствующая частотная зависимость величины $\omega d\sigma/d\omega$ (где σ — полное сечение тормозного излучения в пересчете на один ион) представлена на рис. 6.1, а. Предположено для определенности, что $Z/2 > Z_i > 1$, $\sigma_0 = e^6/m^2$. Сплошными линиями изображено традиционное и упругое поляризационное тормозное излучение, штриховыми — неупругое поляризационное тормозное излучение (неупругое поляризационное излучение на связанных электронах для частот $\omega < I$ не показано). Величины соответствующих сечений выписаны без учета логарифмов. На рис. 6.1 можно выделить три частотных интервала: а) $v_0/r_d \gg \omega \gg \omega_{pe}$; б) $v_0/R_i > \omega > \omega_{\min}^{(i)}$; в) $\omega \gg \gamma \omega_{pe}$, в каждом из которых доминирует соответственно поляризационное тормозное излучение на плазменных электронах, поляризационное тормозное излучение на связанных электронах, традиционное (бете-гайтлеровское) тормозное излучение. Как уже отмечалось выше, причина уменьшения с ростом частоты поляризационного излучения на плазменных электронах при $\omega > v_0/r_d$ состоит в том, что на таких частотах дебаевская «шуба» излучает тормозной фотон некогерентно. Рост сечения поляризационного излучения на связанных электронах при $\omega > \omega_{\min}^{(i)}$ связан с увеличением их поляризуемости в данном диапазоне частот по сравнению со статическим пределом. Падение же сечения поляризационного тормозного излучения на связанных электронах («упругого») для $\omega > v_0/R_i$ обусловлено некогерентностью испускания фотона облаком связанных электронов при малых длинах волн фотона, аналогично случаю «а». Для поляризационного излучения на связанных электронах наблюдаются максимумы сечения при частотах, близких к частотам возбуждения иона. В диапазоне «в» доминирует традиционное тормозное излучение, подавленное при $\omega < \gamma \omega_{pe}$ эффектом плотности.

Рассмотрим теперь случай плотной плазмы $\omega_{\min}^{(i)} < v_0/r_d$, когда должна иметь место интерференция между поляризационным тормозным излучением на плазменных и связанных электронах. Этот случай изображен на рис. 6.1, б, где также предположено, что $\gamma \gg v_0/R_i \omega_{pe}$. Интерференция между обоими механизмами поляризационного излучения может привести как к увеличению, так и к уменьшению (даже до нуля) суммарного поляризационного тормозного излучения в зависимости от знака амплитуды излучения на плазменных и связанных электронах. Если $v_0/r_d > \omega > I$, то возникает «конструктивная» интерференция и сечение поляризационного тормозного излучения пропорционально квадрату полного электронного заряда вокруг ядра иона в плазме, составленного как из плазменных, так и из связанных электронов,

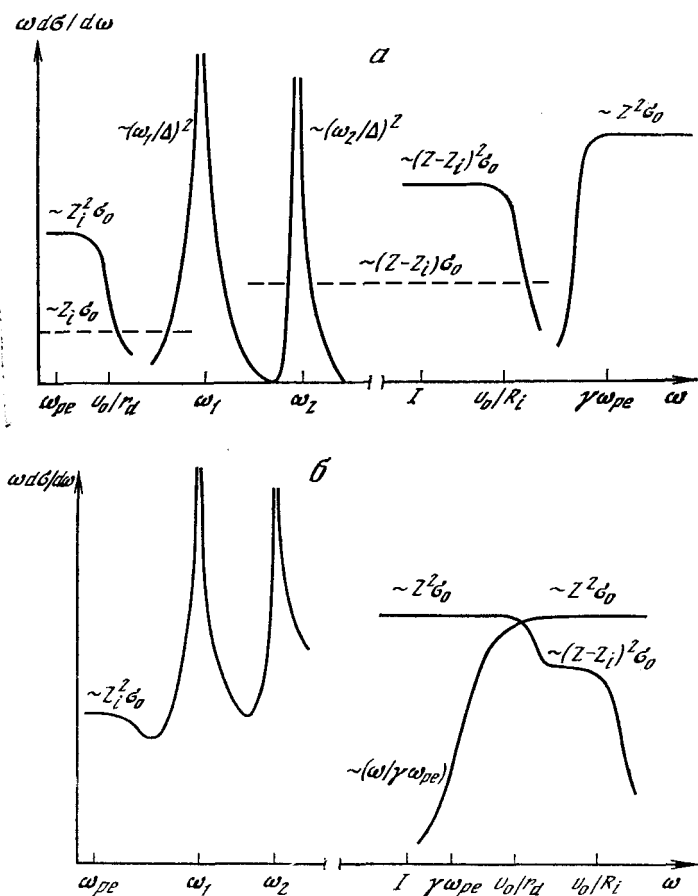


Рис. 6.1. Схематическая частотная зависимость величины $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ для ультрарелятивистской частицы (электрона, позитрона) в разреженной плазме (а) и плотной плазме (б) ($d\sigma(\omega)/d\omega$ — дифференциальное сечение тормозного излучения, ω — частота)

т. е. квадрату заряда ядра. Отметим, что, хотя в частотном интервале $\omega < \gamma\omega_{pe}$ имеет место как поляризационное, так и традиционное тормозное излучение, интерференция между ними, как правило, отсутствует из-за того, что эти механизмы существенны в различных интервалах углов рассеяния налетающих частиц, а в релятивистском случае различно также угловое распределение тормозных фотонов.

Для тяжелой налетающей частицы традиционное тормозное излучение пренебрежимо мало, и остается только поляризационное тормозное излучение.

В заключение отметим, что поляризационное тормозное излучение в конденсированной среде будет богаче и сложнее, в особенности для периодической среды [11].

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА МНОГОЭЛЕКТРОННЫХ АТОМАХ И ПРИ АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ



7.1. Вводные замечания

О физике поляризационного тормозного излучения уже подробно говорилось в гл. 1. Здесь, прежде чем переходить к конкретному изложению результатов, касающихся многоэлектронных атомов, стоит еще раз подчеркнуть ряд существенных свойств поляризационного тормозного излучения. Для поляризационного излучения важна внутренняя структура частиц, которая позволяет под влиянием партнера по столкновению поляризоваться и испускать как те частицы, из которых она состоит, так и другие, рождающиеся из-за переменности наводимой поляризации. В такой общей постановке любые структурные частицы могут излучать в принципе (если это разрешено законами сохранения) любые другие. При взаимодействии с участием структурной частицы естественно различать упругое поляризационное тормозное излучение, когда сталкивающиеся частицы не изменяют своего внутреннего состояния, и тормозное излучение с возбуждением, или неупругое тормозное излучение. Поляризация структурных частиц в процессе столкновения возможна и в том случае, если они в целом электрически нейтральны, но состоят из частиц разных зарядов и масс, или частиц, по-разному взаимодействующих с налетающей. Во всех этих случаях в процессе столкновения в структурной частице наводится переменный дипольный момент.

Поскольку способность деформировать, поляризовать партнера у тяжелой частицы, вообще говоря, не меньше, а, возможно, даже больше, чем у легкой, следует ожидать, что поляризационное тормозное излучение, вызванное тяжелой частицей, будет не меньше, чем у легкой (одинаковой с ней скорости), а, по меньшей мере, таким же.

Поляризационное тормозное излучение оказывается весьма значительным и проявляется в столкновениях различных партнеров: электронов на атомах и ионах, атомов на атомах, электронов, мезонов и нуклонов на ядрах, а также ядер друг на друге.

Еще десять лет назад считалось фактически общепринятым [1], что тормозное излучение свойственно лишь заряженным частицам. Однако сейчас несомненно, что во всех случаях, когда столкновение частиц будет сопровождаться реальным или вир-

туальным возбуждением, поляризационное тормозное излучение вносит существенный вклад в полный спектр тормозного излучения. По-видимому, впервые роль дискретных возбуждений атома-мишени в формировании узких линий в спектре тормозного излучения, образующегося в столкновении электронов с атомами, обсуждалась достаточно давно [2]. Однако для резонансных частот, совпадающих с энергиями уровней атома, тормозное излучение происходит фактически по двухступенчатому механизму: сначала электронным ударом реально возбуждается уровень атома, а затем, спустя значительное по атомным масштабам время, атом переходит в основное состояние, испуская фотон.

Однако налетающий электрон может перевести атом в короткоживущее — виртуальное или реальное — состояние, соответствующее не энергиям дискретных уровней атома, а области сплошного спектра. Распад этого состояния будет происходить немного позже его формирования, а фактически одновременно с формированием, образуя единый процесс поляризационного тормозного излучения. Поляризационное тормозное излучение как единый процесс, в котором существенны не отдельные возбуждения мишени (причем лишь реальные), а весь их спектр, включая и виртуальные, было рассмотрено для быстрых электронов на водороде [3], для медленных — на атомах благородных газов [4, 5]. Затем было получено выражение для дифференциального (по углу рассеяния быстрого электрона) сечения тормозного излучения, включающее вклад и поляризационного излучения для любых атомов [6]. Показано, что спектр тормозного излучения как функция частоты ω испускаемого фотона должен за счет вклада «атомной» составляющей иметь максимумы, положение и интенсивность которых непосредственно связаны с интенсивностью максимумов в дипольной динамической поляризуемости атома-мишени. Для малых углов рассеяния быстрого налетающего электрона вклад поляризационного тормозного излучения в области максимумов значительно превышает вклад обычного тормозного излучения.

Велика роль поляризационного тормозного излучения при энергиях налетающего электрона в десятки и сотни электрон-вольт, когда излучаемая частота близка к потенциалу ионизации одной из атомных оболочек. Особо существенным становится поляризационное тормозное излучение, если электрон в конечном состоянии медленный и рассеивается резонансно в поле виртуально возбужденного атома-мишени. Этот механизм был использован для объяснения резкого увеличения выхода фотонов на краю спектра в твердом барии, лантане и церии под действием электронов с энергией, близкой к порогу $3d^{10}$ -оболочек этих элементов [7].

Выражение для полного сечения тормозного излучения быстрых электронов, полученное в [8, 9], было использовано при интерпретации [9] экспериментальных данных по эмиссии фотонов при взаимодействии электронов с металлическим лантаном в об-

ласти частот фотонов, близких к потенциалу ионизации его $4d^{10}$ -подоболочки [10]. Рассматривая налетающий электрон в борновском приближении, получили сечения тормозного излучения (включая поляризационное) для атомов — Ar, Xe, La [11, 12].

С помощью этих расчетов объяснен наблюдаемый на опыте максимум на кривой испускания фотонов с энергией, близкой к потенциалу ионизации $4d^{10}$ -подоболочки ксенона под действием электронов с энергией около 1 кэВ [13].

В исследовании спектра тормозного излучения быстрых электронов, помимо максимумов, связанных с зависимостью от частоты фотона дипольной динамической поляризуемости атомов мишени, был предсказан эффект «раздевания» электронных подболочек (см. [11, 14] и гл. 4).

Роль поляризационного тормозного излучения в области очень высоких частот может возрастать для релятивистских электронов [15—17]. Это качество объясняется тем, что усиливается взаимодействие налетающего электрона с атомным: виртуальный фотон, которым они обмениваются, становится почти реальным, а процесс — близким к резонансному, в котором испускаемый налетающим электроном фотон поглощается атомным, вызывая поляризацию атомных электронных оболочек с последующим испусканием ими тормозного кванта. Вероятность же резонансных процессов особенно велика.

Как уже отмечалось в гл. 4, в отличие от сечения рассеяния, которое для быстрых частиц не зависит от знака их заряда, спектр полного тормозного излучения оказывается разным для электронов и позитронов, движущихся с большими скоростями [18, 19] (тот же эффект возникает в плазме при взаимодействии частиц, «одетых» в поляризационные «шубы»). Для релятивистских электрона и позитрона разница между спектрами тормозного излучения в области больших частот исчезает [15].

Поляризационное тормозное излучение, как уже отмечалось, существенно не только для электронов, рассеивающихся на атомах, но и для ионов, как положительных, так и отрицательных.

Тяжелая заряженная частица поляризует атом-мишень не менее эффективно, чем электрон. Поэтому поляризационное тормозное излучение, к примеру, протона оказывается в определенной области частот одного порядка с тормозным излучением электрона той же скорости. Поскольку и нейтральная структурная частица (атом) поляризует мишень, ее тормозное излучение оказывается того же порядка, что и тормозное излучение электрона [20]. При столкновении двух атомов, движущихся с большими по сравнению с внутриатомными скоростями, излучение возникает вследствие поляризации одного атома статическим полем другого. На расстояниях порядка радиуса атома и меньше создаваемое им поле заметно отлично от нуля, а потому вызванная им поляризация другого атома оказывается значительной, вполне сопоставимой с вызываемой налетающей заряженной частицей. Это означает, что поляризационное тормозное из-

лучение, а следовательно, и полный тормозной спектр в столкновениях электрона, тяжелой заряженной частицы и нейтрального атома с атомом-мишенью оказываются одного порядка для одинаковых скоростей сталкивающихся частиц [21].

В целом механизм возникновения излучения при столкновении нейтральных атомов близок к тому, который приводит к интенсивному излучению тяжелых зарядов в плазме, которые, экранируясь свободными электронами, образуют, в сущности, своеобразные нейтральные атомы [22].

Тормозное излучение, возникающее в столкновении с участием структурных частиц, может сопровождаться их возбуждением или ионизацией, т. е. быть неупругим. Возникающие при ионизации сталкивающихся частиц вторичные электроны являются источником излучения, причем, возможно, даже более интенсивного, чем сами тяжелые сталкивающиеся частицы. Однако оказалось [23], что имеются области частот фотона, причем весьма значительные, где доминирует вклад упругого тормозного излучения, а влияние неупругих процессов мало (см. гл. 6, 7). Отметим, что для больших частот удастся найти сечение тормозного излучения, учитывающее вклад упругих и неупругих процессов. В этой главе мы подробно обсудим поляризационное тормозное излучение многоэлектронных атомов, используя для описания атомов их поляризацию под действием налетающей частицы и излучение в приближении самосогласованного поля Хартри—Фока. Воспользуемся при этом соответствующей диаграммной техникой (используется атомная система единиц измерения).

7.2. Техника диаграмм многих тел в описании тормозного излучения

Воспользуемся аппаратом квантовой теории многих тел и его графической (диаграммной) техникой [24]. Для определенности будем обсуждать тормозное излучение электронов на атомах. Аналогично можно рассматривать и тормозное излучение нуклонов на ядрах (см. гл. 8). В качестве мишени наиболее просто рассматривать лишь атомы с замкнутыми оболочками, простейшие возбуждения которых состоят в переходе электрона с изначально занятого уровня на свободный (в том числе и в сплошной спектр), т. е. в рождении электронно-дырочной пары.

Обычно применяемые символы графической техники следующие: сплошная линия со стрелкой направо изображает как налетающий электрон, так и атомный, находящийся на свободном уровне атома-мишени; линия со стрелкой налево обозначает вакансию. Волновые функции электрона и дырки считаются вычисленными в приближении самосогласованного поля Хартри—Фока, которое принято за исходное приближение в описании рассматриваемого в настоящей главе процесса тормозного излучения. Вертикально ориентированная волнистая линия — кулоновское взаимодействие между налетающей и атомными частицами —

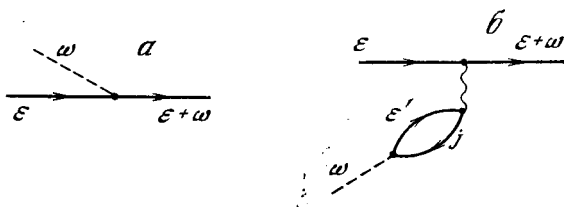


Рис. 7.1. Простейшие диаграммы, описывающие амплитуды обычного тормозного поглощения (а) и поляризационного тормозного поглощения (б)

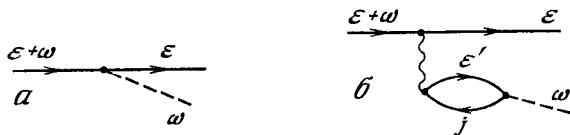


Рис. 7.2. Простейшие диаграммы, описывающие амплитуду тормозного излучения

электронами, ядром; штриховая линия — испускаемый или поглощаемый фотон.

При малых энергиях электронов удобнее рассматривать не тормозное излучение, а обратный ему процесс тормозного поглощения фотонов. На языке графической техники амплитуда электронного тормозного излучения представляется диаграммой (рис. 7.1, а). Здесь точкой изображается оператор взаимодействия электрона с фотоном.

Простейший пример диаграммы, описывающей амплитуду поляризационного тормозного поглощения, изображен на рис. 7.1, б. Она описывает поглощение фотона, при котором атомный электрон переходит в возбужденное состояние, т. е. рождается электронно-дырочная пара (реально или виртуально), а затем, возвращаясь в свое исходное состояние, передает энергию ускоренному электрону.

Подобные приведенным диаграммы тормозного излучения изображены на рис. 7.2. Фактически амплитуда атомного тормозного излучения, пример которой дается диаграммой рис. 7.2, описывает процесс, в котором тормозящийся электрон, рассеиваясь на атоме-мишени, возбуждает (реально или виртуально) ее электрон, а последний, возвращаясь затем в исходное состояние, испускает фотон.

Как видно из дальнейшего, поляризационное тормозное излучение существенно, если $\omega \geq I$, где I — потенциал ионизации атома. Именно такие ω нас и будут интересовать. В этой области частот существенно учесть взаимодействие электрона и вакансии, которые, аннигилируя, рождают фотон. Эта часть диаграммы, изображенная на рис. 7.3, описывает амплитуду фотоионизации. Поэтому естественно учесть взаимодействие электрона ϵ' и дырки j , так же как это делается в описании фотоионизации



Рис. 7.3. Простейшая диаграмма, описывающая поглощение фотона атомом

наружных и промежуточных оболочек,— в рамках приближения случайных фаз с обменом [25], в котором достигается хорошее согласие с опытом. На языке диаграмм приближение случайных фаз с обменом учитывает бесконечную последовательность (рис. 7.4), наглядно описывающую процесс фотоионизации как разворачивающийся во времени: сначала происходит поглощение фотона, а затем один, два и т. д. акта взаимодействия, при которых электронно-дырочная пара переходит из одного состояния в другое. На наших рисунках время считается возрастающим слева направо.

Разработана техника суммирования бесконечного ряда этих диаграмм, которая, помимо приведенных на рис. 7.4, включает и все обменные, получаемые заменой одного или нескольких эле-

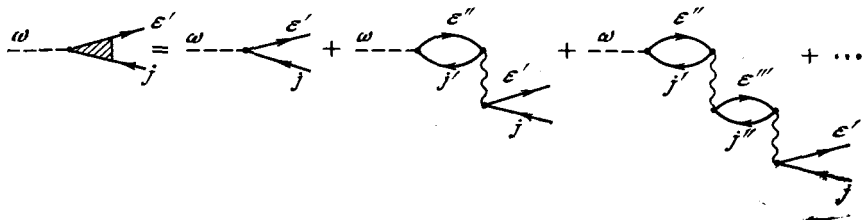


Рис. 7.4. Последовательность диаграмм, описывающих амплитуду фотопоглощения в приближении случайных фаз

ментов, описывающих аннигиляцию пары с ее последующим рождением (рис. 7.5, а), на элемент, соответствующий рассеянию электрона на дырке (рис. 7.5, б).

С помощью этой техники учитываются и так называемые диаграммы с обращением времени, в которых меняется порядок взаимодействия фотона и (или) электронов во времени. К примеру, в первом порядке по взаимодействию электронов наряду с диаграммой, изображенной на рис. 7.6, а, учитывается и диаграмма рис. 7.6, б.

Поправки приближения случайных фаз с обменом значительно меняют дипольную динамическую поляризуемость атома-мишени, а также амплитуду фотопоглощения (и фотоиспускания) [25], обычно уменьшая последнюю на пороге ионизации по сравнению с ее значением для чисто кулоновских волновых функций атомных электронов. Эти поправки будут учитываться нами в вычислении поляризационного тормозного излучения.

Для промежуточных оболочек, в особенности вблизи порогов их фотоионизации, существенно, помимо поправок приближения случайных фаз с обменом, учесть и другие, связанные с перестройкой наружных электронных оболочек при ионизации (реально происходящей или виртуальной).

Рис. 7.5. Простейшие диаграммы аннигиляции и рождения электронно-дырочной пары (а), а также рассеяния электрона на дырке (б)

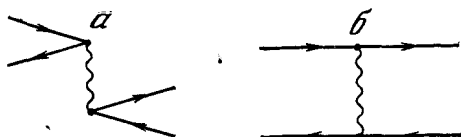
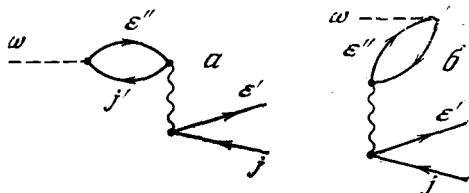


Рис. 7.6. Примеры диаграмм, учитывающих взаимодействие электрона и дырки в фотопоглощении (а) и пары электронов ранее их взаимодействия с фотоном (б)



Перестройка приводит к тому, что фотоэлектрон ϵ'' движется не просто в поле вакансии j' (см. диаграммы рис. 7.4), а в самоогласованном хартри-фоковском поле иона с вакансией j' . На рис. 7.7, а приведены диаграммы, учитывающие этот эффект (j'' — относится к вакансиям во внешних электронных подоболочках атома).

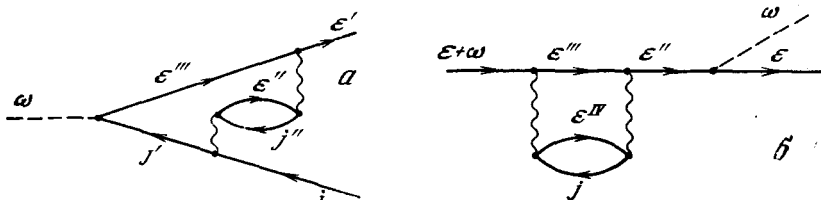


Рис. 7.7. Примеры диаграмм, учитывающих взаимодействие электрона и дырки в фотоионизации через возбуждение остальных электронов (а) и безызлучательную поляризацию атома-мишени в тормозном излучении (б)

Перестройка обычно уменьшает амплитуду фотоионизации в околопороговой области и для промежуточных оболочек обеспечивает удовлетворительное согласие с данными опыта [26]. Вблизи порогов внутренних оболочек наряду с перестройкой следует учитывать и возможный распад вакансии или по механизму Оже, т. е. с испусканием электрона, или радиационный, с испусканием фотона. Учет распада в противоположность перестройке приводит к увеличению амплитуды фотоионизации вблизи порога [27]. Для внутренних оболочек лишь учет обоих этих эффектов обеспечивает согласие с данными опыта.

Если энергия налетающего электрона в конечном или начальном состоянии невелика, может потребоваться учет безызлучательной поляризации атома-мишени налетающим электроном. На языке диаграмм простейший пример соответствующей поправки изображен на рис. 7.7, б. Подразумевается и наличие обмена между электронами ϵ^{III} и ϵ^{IV} в промежуточном состоянии диаграммы.

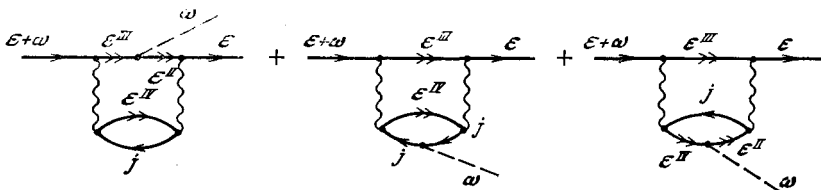


Рис. 7.8. Пример диаграмм, учитывающих излучение фотона компаунд-системой «электрон+атом»

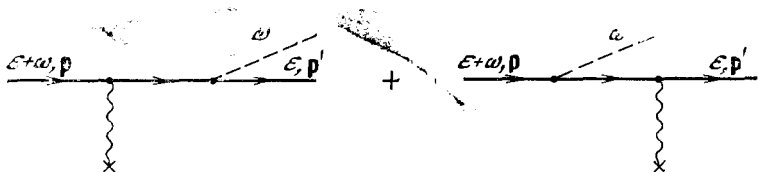


Рис. 7.9. Диаграммы, описывающие тормозное излучение быстрых электронов в поле атома

При описании безызлучательной поляризации атома медленным электроном достаточно соответствующий потенциал вычислить во втором порядке теории возмущений по межэлектронному взаимодействию, о чем свидетельствует согласие данных расчета и опыта в описании упругого рассеяния [25].

Промежуточное состояние на рис. 7.7, б ($\epsilon^{\text{III}}\epsilon^{\text{IV}}j$ — два возбужденных электрона и дырка) может быть долгоживущим, квазистационарным. В этом случае существенно не только излучение электрона или атома, но и излучение самого этого состояния — электронов или вакансий, его образующих, — компаунд-системы «электрон+атом». Простейшие примеры диаграмм, описывающих этот процесс, даны на рис. 7.8. Квазистационарность (или дискретность уровня возбуждения электрона) промежуточного состояния отмечается двойной стрелкой.

Заметим, что по всем промежуточным состояниям (электронным и дырочным) каждой диаграммы должно, вообще говоря, производиться суммирование.

В целом безызлучательная поляризация атома-мишени налетающим электроном приводит к тому, что электрон, помимо короткодействующего потенциала Хартри—Фока, находится и под действием дальнедействующего, так называемого поляризационного потенциала, который на больших расстояниях r от атома имеет вид $\alpha_a/2r^4$, где α_a — дипольная поляризуемость атома.

Если энергия электрона в конечном состоянии невелика, а ω близка к потенциалу ионизации одной из атомных оболочек, в диаграммах поляризационного тормозного излучения, подобных изображенным на рис. 7.2, б, следует учитывать взаимодействие налетающего электрона с возбужденным атомом.

Взаимодействие быстрого электрона с атомом достаточно учесть по теории возмущений, в низшем порядке — по потен-

циалу атома, так что амплитуда обычного тормозного излучения описывается двумя диаграммами (рис. 7.9), где p, p' — импульсы электрона в начальном и конечном состояниях. На этом рисунке волнистая линия с крестом на конце обозначает взаимодействие налетающего электрона с полным статическим полем атома. При высокой энергии функцию налетающего электрона следует считать плоской волной. В отсутствие внешнего поля рождение или испускание фотона свободным электроном запрещено законом сохранения энергии-импульса.

Техника диаграмм может быть применена и к описанию тормозного излучения любой бесструктурной частицы, а не только электрона. Подобную «другую» частицу будем изображать двоянной линией (рис. 7.10).

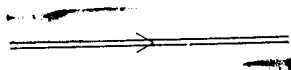


Рис. 7.10. Обозначение распространения любой бесструктурной частицы, кроме электрона

До сих пор рассматривались лишь диаграммы, описывающие другое и тормозное излучение. Неупругое тормозное излучение отличается тем, что либо налетающая частица, либо атомный электрон выбивают электрон из атома-мишени или испускают второй тормозной фотон.

Примером электронного неупругого тормозного излучения служат диаграммы рис. 7.11. Диаграмма рис. 7.11, *а* описывает в наинизшем приближении, помимо излучения тормозного фотона, еще и выбивание электрона с энергией ϵ_3 из атомной подболочки. Диаграмма рис. 7.11, *б* описывает рождение двух фотонов одним электроном. Для быстрого налетающего электрона его взаимодействие с атомом-мишенью, приводящее к ионизации, достаточно учесть в низшем порядке теории возмущений по межэлектронному взаимодействию, что изображено на диаграмме рис. 7.11, *а*.

Неупругие процессы могут сопутствовать и «атомному» тормозному излучению, примерами чего являются диаграммы рис. 7.12.

Диаграммы рис. 7.12, *а, б* описывают рождение электронно-дырочной пары налетающим электроном с последующим испусканием тормозного фотона одной из частиц пары.

Разумеется, в любой диаграмме, описывающей реальный физический процесс, — упругое или неупругое тормозное излучение, выполняется закон сохранения энергии. К примеру, для диаграмм рис. 7.12, *а, б* это означает, что

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 + \epsilon_3 + \omega + \epsilon_j.$$

В приведенных выше диаграммах индексами $\epsilon(\epsilon')$ и $j(j')$ обозначались соответственно все квантовые числа электронных и дырочных состояний: не только энергия или главное квантовое

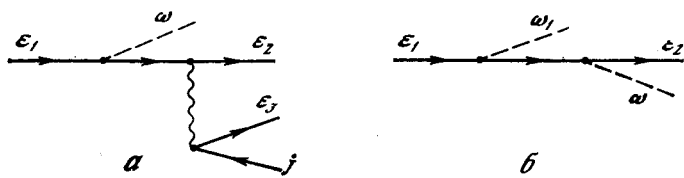


Рис. 7.11. Примеры диаграмм, описывающих неупругое тормозное излучение

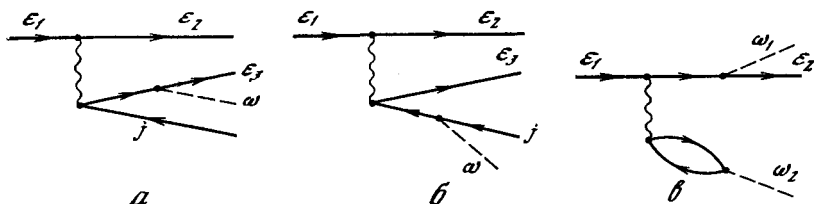


Рис. 7.12. Примеры диаграмм, описывающих неупругие процессы, сопутствующие поляризаационному тормозному излучению

число, но угловой или полный момент, спин и их проекции.

Структурную налетающую частицу будем изображать строеной линией (рис. 7.13), а ее взаимодействие с другой структур-



Рис. 7.13. Обозначение распространения структурной налетающей частицы

ной частицей, включающее фактически попарное взаимодействие входящих в обе структурные частицы элементов, — вертикально ориентированной волнистой линией. Амплитуда тормозного излучения быстрых сталкивающихся структурных частиц изобразится диаграммами рис. 7.14, к которым следует добавить еще две с излучением фотона ω второй частицей. На диаграмме p_1, p_2, p_1', p_2' — импульсы сталкивающихся частиц соответственно в начале и конце процесса, а $i_1(i_2), f_1(f_2)$ обозначают внутренние состояния структурных частиц — атомов или ионов.

Между испусканием фотона и взаимодействием импульс частицы p и ее внутреннее состояние j могут отличаться от начального.

Диаграммам, приведенным в настоящем разделе, по определенным правилам — правилам соответствия [24, 25] сопоставляются аналитические выражения, и мы будем этим пользоваться.

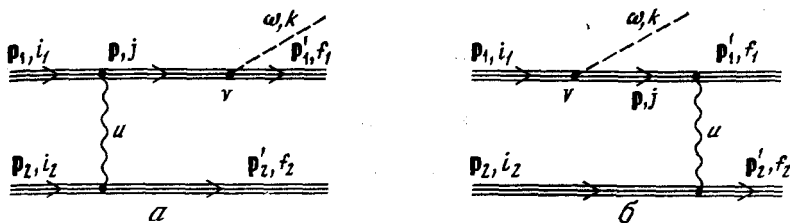


Рис. 7.14. Диаграммы, описывающие тормозное излучение быстрых структурных частиц

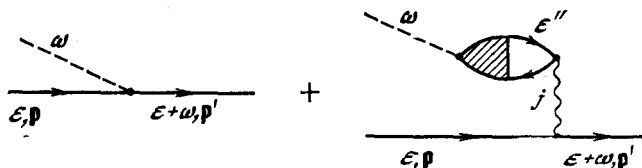


Рис. 7.15. Диаграммы, изображающие амплитуду тормозного поглощения медленных электронов

7.3. Тормозное излучение медленных электронов на атомах

Тормозное поглощение медленных электронов описывается согласно рис. 7.1; 7.4 совокупностью диаграмм [4]. Соответствующее аналитическое выражение для амплитуды $F_{\varepsilon, \varepsilon+\omega}$ есть

$$F_{\varepsilon, \varepsilon+\omega} = \langle \varepsilon | (\mathbf{e}\mathbf{d}) | \varepsilon + \omega \rangle + 2 \sum_{\substack{j \leq F \\ \varepsilon'' > F}} \langle \varepsilon j | u | \varepsilon + \omega, \varepsilon'' \rangle \times \\ \times \frac{(\varepsilon'' + I_j) \langle \varepsilon'' | (\mathbf{e}\mathbf{D}(\omega)) | j \rangle}{[\omega^2 - (\varepsilon'' + I_j)^2]} \quad (7.1)$$

Здесь \mathbf{e} — вектор поляризации фотона; $\mathbf{d} = \mathbf{r}$ (или $i\nabla/\omega$) — оператор дипольного момента электрона; I_j — потенциал ионизации j -й подоболочки. Суммирование осуществляется по состояниям, занятым в атоме-мишени ($j \leq F$) и свободным, включая интегрирование по сплошному спектру. Амплитуда $D(\omega)$, суммирующая последовательность диаграмм рис. 7.4, находится путем решения интегрального уравнения приближения случайных фаз с обменом. В (7.1) $\langle \varepsilon i |$ и $| \varepsilon + \omega, \varepsilon'' \rangle$ есть совокупность прямого и обменного кулоновских матричных элементов взаимодействия атомного электрона и свободного. В (7.1) $\langle \varepsilon |$, $\langle i |$ и т. д. обозначают волновые функции электронов и вакансий.

Дифференциальное сечение тормозного поглощения $d\sigma_{i'l'}^{abs}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}})$ связано с амплитудой $F_{\varepsilon, \varepsilon+\omega}$ соотношением [4] (в атомных единицах)

$$d\sigma_{i'l'}^{abs}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}}) = \frac{\omega}{3c\rho^2\rho'} |F_{\varepsilon, \varepsilon+\omega, \nu}|^2 d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} \quad (7.2)$$

Здесь \mathbf{p} , \mathbf{p}' ; l , l' — импульс и угловой момент ускоряемого (за счет поглощения кванта) электрона в начальном и конечном состояниях соответственно; $d\Omega_{\mathbf{k}}$ — телесный угол вылета фотона.

Поскольку квант дипольный, l и l' отличаются на единицу. В (7.2) проведено интегрирование по всем направлениям импульса \mathbf{p}' .

Для очень малых ω в (7.1) и (7.2) доминирует первый член. Для малых энергий электрона существенный вклад в матричный элемент $\langle \varepsilon | (\mathbf{e}\mathbf{d}) | \varepsilon + \omega \rangle$ вносят большие по сравнению с размером атома расстояния, так что $\varphi_{\varepsilon}(\mathbf{r})$ и $\varphi_{\varepsilon+\omega}(\mathbf{r})$ могут быть заменены своими асимптотическими значениями. Если ε , $\varepsilon + \omega$ малы, в поле нейтрального атома достаточно ограничиться лишь учетом одной s -фазы $\delta_0(l=0)$, так что асимптотический вид радиальной части функции $\varphi_{\varepsilon}(r)$ есть $\sqrt{2/\pi}(1/r)\sin(pr + \delta_0)$ для $l=0$ и $\sqrt{(p/r)J_{l+1/2}(pr)}$ для $l \neq 0$, где $J_{l+1/2}(pr)$ — функция Бесселя полуцелого порядка, соответствующая свободному движению.

Интегрируя по \mathbf{r} , получаем для амплитуды тормозного поглощения электрона в поле атома

$$\langle \varepsilon | (\mathbf{e}\mathbf{d}) | \varepsilon + \omega \rangle = \frac{4\pi p p'}{\omega^2} \left[\frac{(\mathbf{e}\mathbf{p}')}{p} \sin \delta_0 - \frac{(\mathbf{e}\mathbf{p})}{p'} \sin \delta'_0 \right], \quad (7.3)$$

где $p = \sqrt{2\varepsilon}$; $p' = \sqrt{2(\varepsilon + \omega)}$; δ_0 и δ'_0 — фазы свободного электрона в начальном и конечном состояниях соответственно.

Второй член в (7.1) при $\omega \rightarrow 0$ от ω вообще не зависит, что и подтверждает доминирование обычного тормозного излучения при малых ω . При оценке второго члена в (7.1) воспользуемся тем, что волновая функция свободного электрона «размазана» по объему, заметно превышающему атомный. Если на этих расстояниях рассеяние не слишком искажает волновую функцию свободного электрона, ее можно заменить плоской волной. В результате второй поляризационный член в (7.1) оказывается равным $-8\pi p p' [(e\mathbf{q})/q^2] \alpha_d(\omega)$ ($\mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p} + \mathbf{k} \approx \mathbf{p}' - \mathbf{p}$), так что полная амплитуда тормозного излучения есть (подобное выражение получено и в [28])

$$F_{\varepsilon, \varepsilon + \omega} = \frac{4\pi p p'}{\omega} \left[\frac{1}{\omega} \left(\frac{(\mathbf{e}\mathbf{p}')}{p} \sin \delta_0 - \frac{(\mathbf{e}\mathbf{p})}{p'} \sin \delta'_0 \right) + 2\omega \frac{(e\mathbf{q})}{q^2} \alpha_d(\omega) \right], \quad (7.4)$$

где $-\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$; $\alpha_d(\omega)$ — дипольная поляризуемость атома, которая определяется выражением

$$\alpha_d(\omega) = \sum_{\substack{\varepsilon' > F \\ j \leq F}} \frac{2(\varepsilon' + I_j) \langle j | (e\mathbf{r}) | \varepsilon' \rangle \langle \varepsilon' | (e\mathbf{D}(\omega)) | j \rangle}{(\varepsilon' + I_j)^2 - \omega^2}. \quad (7.5)$$

Как следует из (7.5), при малых ω $\alpha_d > 0$ и от частоты зависит слабо. Если ω заметно превышает $p^2/2$ и p мало, то $\mathbf{e}\mathbf{p}' \approx -\mathbf{e}\mathbf{q}$ и $\sin \delta_0/p \sim -a$, где a — длина рассеяния электрона на

атоме [29], так что (7.4) существенно упрощается:

$$F_{\epsilon, \epsilon+\omega} = [4\pi\rho\rho'(\epsilon\rho')/\omega][a/\omega + \alpha_d(\omega)]. \quad (7.6)$$

Для отрицательных длин рассеяния, что соответствует эффективному притяжению ускоряемого электрона к атому, $F_{\epsilon, \epsilon+\omega}$ обращается в нуль при $\omega < I$, где $\alpha_d(\omega) > 0$, в точке $\omega_{\min} \simeq |a|/\alpha_d(0)$, что, к примеру, для аргона ($a = -1,4$, $\alpha_d(0) = 10,7$) составляет 0,26 Ry, а для ксенона ($a = -5,7$; $\alpha_d(0) = 28$) равно 0,4 Ry.

Для положительных длин рассеяния, соответствующих эффективному отталкиванию ускоряемого электрона от атома, $F_{\epsilon, \epsilon+\omega}$ при $\omega < I$ в нуль не обращается. При $\omega > I$ поляризуемость атома становится комплексной величиной, реальная часть которой с ростом ω меняет знак, и в нуль может обращаться лишь $\text{Re } F_{\epsilon, \epsilon+\omega}$. Однако при этом отлична от нуля мнимая часть $\text{Im } F_{\epsilon, \epsilon+\omega}$, пропорциональная согласно (7.5) $\sigma_T(\omega)$:

$$\text{Im } \alpha_d(\omega) = (c/4\pi\omega)\sigma_T(\omega), \quad (7.7)$$

где c — скорость света; $\sigma_T(\omega)$ — сечение фотоионизации атома.

С помощью (7.2) и (7.6) можно сечение тормозного поглощения представить в виде

$$\sigma^{\text{abs}}(\omega) = \sigma^{\text{abs}(0)}(\omega)[1 + (\omega/a)\alpha_d(\omega)]^2, \quad (7.8)$$

где $\sigma^{\text{abs}(0)}$ соответствует лишь первому члену в амплитуде (7.1). Видно, что вклад поляризационного (атомного) тормозного поглощения, описываемый членом $\eta \equiv (\omega/a)\alpha_d(\omega)$ и малый при $\omega\alpha_d(\omega)/a \ll 1$, быстро растет с увеличением ω . Если $|(\omega/a)\alpha_d(\omega)| \gg 1$, то поляризационное (атомное) тормозное излучение доминирует.

Величина $\alpha_d(0)$ неплохо оценивается с помощью соотношения $\alpha_d(0) \approx N_{\text{ext}}/I^2$, где N_{ext} — число наружных электронов, а I — потенциал ионизации атома. Длина рассеяния $|a| \approx \langle r \rangle$, а $I \sim \langle r \rangle$, так что $|\eta| = |(\omega/a)\alpha_d(\omega)| \approx N_{\text{ext}}\omega/I$ и при $\omega \approx I$ роль поляризационного тормозного излучения уже велика: $\eta \approx N_{\text{ext}} > 1$.

Отметим, что для $a < 0$ сечение $\sigma^{\text{abs}}(\omega)$ обращается в нуль при ω_{\min} , а для $a > 0$ в точке $\omega_0 = a/\text{Re } \alpha_d(\omega_0)$ оно равно:

$$\sigma^{\text{abs}}(\omega_0) = \sigma^{\text{abs}(0)}(\omega_0)c^2\sigma_T^2(\omega_0)/(4\pi a)^2. \quad (7.9)$$

Для сложных атомов отрицательная длина рассеяния получается, лишь если учтена поляризация атома налетающим электроном, т. е. вне рамок приближения Хартри—Фока.

Аккуратный численный расчет амплитуды (7.1) и сечения (7.2), проинтегрированного по направлениям импульса ρ' , проводился для электронов с энергией $\epsilon = 0,01$ и $0,09$ Ry, ускоряемых за счет поглощения фотона в поле атомов аргона и ксенона [4]. В соответствии с оценкой, основанной на (7.6), амплитуды обыч-

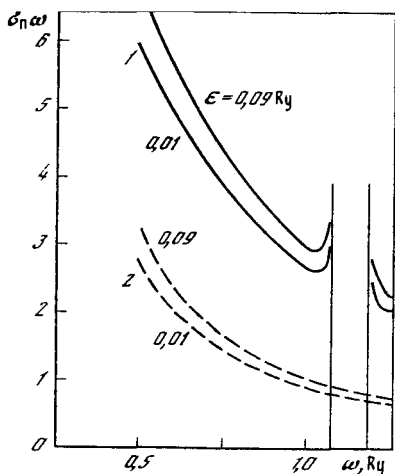


Рис. 7.16. Сечение поглощения фотона медленным электроном на Ag [4] с учетом поляризационного тормозного излучения (1) и обычного тормозного излучения (2)

ного (электронного) и поляризационного (атомного) тормозного излучения оказываются при $\omega \sim I$ противоположных знаков. Результаты расчетов для Ag приведены на рис. 7.16. Рост σ^{abs} при $\omega \rightarrow I_{zr \rightarrow zd}$ ($I_{zr \rightarrow zd}$ — энергия возбуждения резонансного уровня) связан с обращением в нуль знаменателя (7.1).

7.4. Тормозное излучение быстрых (но нерелятивистских) электронов

Амплитуда тормозного излучения быстрых электронов может быть вычислена в борновском приближении с помощью диаграмм рис. 7.1, б, 7.2 и 7.4 [6], где волновая функция налетающего электрона считается плоской волной. Аналитическое выражение для амплитуды тормозного излучения может быть получено как с помощью правил соответствия из диаграмм рис. 7.17,

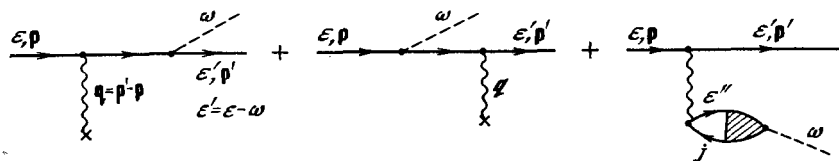


Рис. 7.17. Диаграммы, изображающие амплитуду тормозного излучения быстрых электронов

так и непосредственно из аналитического выражения (7.1), если во втором члене функции свободного электрона заменить плоскими волнами, а в первом — учесть поправки первого порядка по взаимодействию быстрого электрона со статическим полем атома:

$$W(\mathbf{r}) = -Z/r + \int (1/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)\rho(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'. \quad (7.10)$$

Здесь Z — заряд ядра; $\rho(\mathbf{r})$ — электронная плотность.

В результате для амплитуды тормозного излучения получаем выражение

$$F_{Fq}(\omega) = -\frac{W(q)(\mathbf{e}\mathbf{q})}{\omega} + i\frac{4\pi\omega}{q^2} \times \\ \times \sum_{\substack{\varepsilon'' > F \\ j \leq F}} \frac{2 \langle j | \exp(+i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \varepsilon'' \rangle \langle \varepsilon'' | (\mathbf{e}\mathbf{D}(\omega)) | j \rangle (\varepsilon'' + I_j)}{(\varepsilon'' + I_j)^2 - \omega^2}. \quad (7.11)$$

Здесь

$$W(q) = \int W(r) \exp[i\mathbf{q}\mathbf{r}] dr = \left[-Z + \int \rho(r) \exp[i\mathbf{q}\mathbf{r}] dr \right] / q^2;$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p}; \quad \omega = (p^2 - p'^2)/2; \quad k \ll p; \quad \mathbf{q}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{k} \approx \mathbf{q};$$

$J_1(qr)$ — сферическая функция Бесселя. Как и в (7.1), суммирование в (7.10) включает и интегрирование по состояниям сплошного спектра ε'' .

Введем обобщенную поляризуемость атома

$$\alpha_d(\omega, q) = \frac{-i}{(\mathbf{e}\mathbf{q})} \sum_{\substack{\varepsilon'' > F \\ j \leq F}} \frac{2 \langle j | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \varepsilon'' \rangle \langle \varepsilon'' | (\mathbf{e}\mathbf{D}(\omega)) | j \rangle (\varepsilon'' + I_j)}{(\varepsilon'' + I_j)^2 - \omega^2}, \quad (7.12)$$

которая переходит в $\alpha_d(\omega)$ при $\mathbf{q} \rightarrow 0$ ($\mathbf{q}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{k} \approx \mathbf{q}$).

С помощью (7.12) амплитуда (7.11) записывается в виде

$$F_{pq}(\omega) = -(\mathbf{e}\mathbf{q}) [W(q)/\omega + (4\pi\omega/q^2)\alpha_d(\omega, q)]. \quad (7.13)$$

Дифференциальное сечение излучения тормозного фотона с энергией ω и передаваемым импульсом $|\mathbf{q}|$ в интервале $d\omega dq$, просуммированное по поляризациям кванта и проинтегрированное по всем направлениям его вылета, связано с амплитудой $F_{pq}(\omega)$ соотношением (о переходе от атомных к гауссовым единицам см. список обозначений)

$$d\sigma(\omega, q) = \frac{d\omega dq}{16\pi^4 c^3 p^2} \int |F_{pq}(\omega)|^2 \omega q d\Omega_k d\Omega_q, \quad (7.14)$$

где $d\Omega_q$ — телесный угол направления вектора \mathbf{q} .

Рассмотрим $F_{pq}(\omega)$ в области малых переданных импульсов $q < R_a^{-1}$, где R_a — радиус атома. Из закона сохранения энергии $\omega = [p^2 - (\mathbf{p} - \mathbf{q})^2]/2$ следует, что $q > q_{\min} = \omega/p$. Разлагая экспоненту в (7.11) в ряд по $\mathbf{q}\mathbf{r}$ и сохраняя первый неисчезающий член, получаем

$$F_{pq}(\omega) \approx -(\mathbf{e}\mathbf{q}) \left[\frac{W(q)}{\omega} + \frac{4\pi\omega}{q^2} \alpha_d(\omega) \right] = \\ = -\frac{4\pi(\mathbf{e}\mathbf{q})}{q^2\omega} [-Z + Q(\mathbf{q}) + \omega^2 \alpha_d(\omega)], \quad (7.15)$$

где $Q(\mathbf{q}) = \int \rho(r) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) dr$ — форм-фактор атома, который при малых q равен числу электронов атома N .

Выражения в квадратных скобках (7.4) и (7.15) при малых q и δ_0 отличаются лишь множителями, не влияющими на относительную роль поляризационного (атомного) и обычного (электронного) тормозного излучения.

Аппроксимируя потенциал атома $W(r)$ выражением $W(r) = -[Z \exp(-\mu r)]/r$ ($\mu \approx \sqrt{I}$, Z — заряд ядра) и учитывая, что до порога ионизации $\alpha_d(\omega)$ больше $\alpha_d(0) \approx N_{\text{ext}}/I^2$, получаем для отношения η вкладов в амплитуду тормозного излучения поляризационного излучения к обычному:

$$\eta(q) = \frac{4\pi\omega^2\alpha_d(\omega)}{q^2W(q)} \approx \frac{\omega^2 N_{\text{ext}}}{Iq^2 Z}, \quad (7.16)$$

что при $q \approx q_{\text{min}}$ приводит к $\eta = p^2 N_{\text{ext}}/IZ$ для быстрых электронов, для которых $p^2 \gg I$.

При очень больших ω , превышающих потенциалы ионизации всех атомных оболочек, второй член в (7.11) существенно упрощается, поскольку можно пренебречь в знаменателе $(\epsilon'' + I_j)$ по сравнению с ω .

Воспользуемся соотношением $(\epsilon'' + I_j) \langle \epsilon'' | (\mathbf{eD}(\omega) | j) \rangle = -\langle \epsilon'' | (\mathbf{eV}) | j \rangle$ (см. [25]) и полной функцией $\varphi_{\epsilon''}(r)$ и просуммируем в (7.11) по ϵ'' . Интегрируя $\langle j | [\exp(iqr)] (\mathbf{eV}) | j \rangle$ по частям, получаем равенство

$$\langle j | e^{iqr} (\mathbf{eV}) | j \rangle = + \frac{i}{2} (\mathbf{eq}) \langle j | \epsilon^{iqr} | j \rangle,$$

Поскольку

$$\sum_{j \leq F} \langle j | e^{iqr} | j \rangle = Q(q),$$

при больших ω для $F_{pq}(\omega)$ приходим к крайне простому выражению:

$$F_{pq}(\omega) = - \frac{\mathbf{eq}}{\omega} \left[W(q) - \frac{4\pi Q(q)}{q^2} \right] = + \frac{4\pi (\mathbf{eq}) Z}{\omega q^2}. \quad (7.17)$$

Таким образом, согласно (7.17) поляризационное тормозное излучение полностью дезкранирует ядро и тормозное излучение электрона при больших ω сводится к его тормозному излучению на ядре [14]. Это имеет место лишь при $p^2 \gg \omega \gg I_1$. Разумеется, дезкранирование за счет вклада атомного тормозного излучения важно, если $q < R_a^{-1}$; в противном случае при $q \gg R_a^{-1}$ форм-фактор $Q(q)$ мал.

Атомные оболочки по энергии хорошо отделены друг от друга. Поэтому приведенные выше выкладки с неплохой точностью можно применять по отношению только к наружным электронам, т. е. к электронам с потенциалом ионизации много меньше ω . В результате вместо (7.17) получим

$$F_{pq}(\omega) = - \frac{4\pi (\mathbf{eq})}{\omega q^2} [-Z + Q^{(\text{ext})}(q) + \omega^2 \alpha_d^{(\text{ext})}(\omega, q)], \quad (7.18)$$

где $Q^{\text{ext}}(q)$, $\alpha_d^{\text{ext}}(\omega, q)$ — соответственно форм-фактор и обобщенная поляризуемость тех оболочек, потенциал ионизации которых больше или порядка ω . Видно, что с ростом ω происходит постепенное, пооболочечное дезэранирование ядра, названное разделением электронных оболочек [11, 12]. Электроны с потенциалом ионизации меньше ω не вносят вклада в тормозное излучение физически: при таких ω их можно считать свободными, а система свободных электронов не имеет дипольного момента и поэтому не может быть излучателем дипольного фотона.

В целом для быстрых электронов роль поляризационного тормозного излучения велика, причем в особенности для малых q . Поскольку $W(q)$ для атомов отрицательно, а $\alpha_d(\omega) > 0$ при $\omega < I$, в сечении тормозного излучения, определяемом (7.14), возникнет весьма широкий, доходящий до нуля минимум. При $\omega > I$ поляризуемость может быть и отрицательной, и положительной, а кроме того, как уже отмечалось выше, имеет мнимую часть, пропорциональную сечению фотоионизации. На рис. 7.18 приведены результаты расчета сечения (7.14) электрона на Ag [6, 19]. Виден широкий минимум при $\omega = 0,55Ry$ и мощный максимум при $\omega = 2Ry$, определяемые наличием поляризационного тормозного излучения. Зависимость сечения от ω за порогом ионизации 3р-подоболочки довольно сложная.

Тормозное излучение быстрых электронов на ионах определяется также выражениями (7.11) и (7.14). Роль обычного (электронного) тормозного излучения в этом случае больше, а поскольку поляризуемость ионов меньше, чем атомов, роль поляризационного члена в амплитуде тормозного излучения меньше. Для иона $N < Z$ $W(q)$ отрицательно, однако нельзя заранее сказать, возможно ли равенство $F_{pq}(\omega) = 0$ для какого-либо значения ω до порога ионизации. Это будет зависеть от знака величины $\xi = [-z + \omega^2 \alpha_d(\omega)]$, где $z = Z - Q(0)$ — степень ионности. Если при $\omega \leq I$ возможно $\xi > 0$, что, как видно, зависит от величины поляризуемости, сечение тормозного излучения на ионе будет иметь глубокий минимум, как и на атоме.

Разумеется, $\xi > 0$ вблизи первого дискретного уровня возбуждения иона, где $\alpha_d(\omega)$ очень велико. Однако тормозное излучение с частотами, близкими к энергиям уровней иона (или атома-мишени), рассмотренное в [2], здесь не обсуждается.

Для отрицательного иона ситуация несколько иная [30, 19]. Амплитуду тормозного излучения $F_{pq}^{(-)}(\omega)$ представим в виде суммы $F_{pq}(\omega)$ и $\Delta_{pq}^{(-)}(\omega)$, которая определяется, как следует из (7.11), соотношением

$$\Delta_{pq}^{(-)}(\omega) = -\frac{4\pi(eq)}{\omega^2 q^2} [Q^{(-)}(q) + \omega^2 \alpha_d^{(-)}(\omega)], \quad (7.19)$$

где $Q^{(-)}(q)$ и $\alpha_d^{(-)}(\omega)$ — дополнительные форм-фактор и поляризуемость отрицательного иона $A^{(-)}$ по сравнению с атомом, $Q^{(-)}(0) = 1$. При $\omega < \epsilon_c$ (ϵ_c — энергия сродства электрона) и

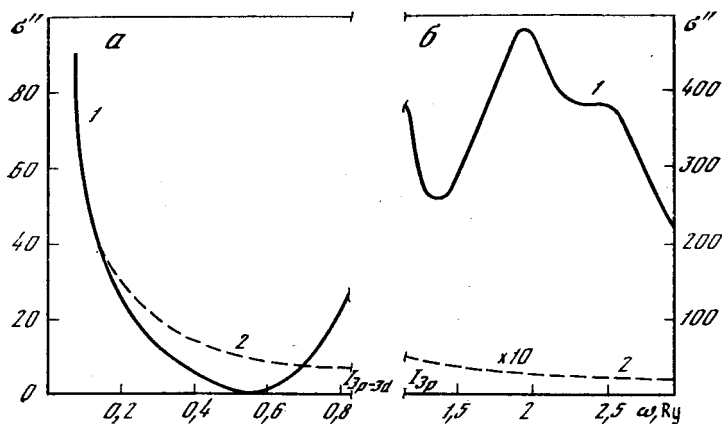


Рис. 7.18. Дифференциальное сечение тормозного излучения σ'' быстрых электронов на Ag [6] с учетом поляризационного тормозного излучения (1) и обыкновенное тормозное излучение (2) ($q=0,5$ а. е., $\sigma'' = (3/4)c^3 v^2 d\sigma(\omega, q) / d\omega dq$)

$q < (r^{(-)})^{-1} \sim \sqrt{\epsilon_c}$ ($r^{(-)}$ — радиус отрицательного иона) в амплитуде доминирует поправка $\Delta_{pq}^{(-)}(\omega)$, поскольку в этой области $W(0)=0$ и $\alpha_d^{(-)} \gg \alpha_d$.

С ростом q величина $Q^{(-)}(q)$, оставаясь положительной, убывает. Поскольку $W(q) < 0$, при некотором q , определяемом равенством $Q^{(-)}(q) = (4\pi/3) q^2 \int \rho(r) r^4 dr$, которое получается разложением $W(q)$ по степеням q , вклад обычного (электронного) тормозного излучения в амплитуду $F_{pq}^{(-)}(\omega)$ обращается в нуль и оно целиком оказывается поляризационным.

При $\omega > \epsilon_c$ поляризуемость $\alpha_d^{(-)}$ меняет знак и компенсирует вклад $Q^{(-)}(q)$, так что тормозное излучение на отрицательном ионе $A^{(-)}$ становится равным тормозному излучению на атоме A . При $q \gg 1/r^{(-)}$ роль поправки $\Delta^{(-)}$, как следует из сравнения (7.19) и (7.18), пренебрежима. Это обусловлено тем, что $q \gg \gg 1/r^{(-)}$ соответствует расстояниям, на которых дополнительный электрон фактически отсутствует.

7.5. Спектр тормозного излучения быстрых электронов

Влияние поляризационного тормозного излучения, как было показано в разд. 7.3, хорошо заметно при малых q . Однако для экспериментального изучения тормозного излучения в этом случае следует фиксировать не только фотон или энергию, теряемую быстрым электроном, но и малый переданный импульс, что довольно трудно. Поэтому выясним роль поляризационного тормозного излучения в формировании полного спектра излучения $d\sigma(\omega)$, получаемого из (7.14) интегрированием по q . Особенно просто

получить выражение для $d\sigma(\omega)$ в так называемом логарифмическом приближении [8, 9].

Для этого воспользуемся (7.14). Переданный импульс q ограничен интервалом $\omega/p < q < 2p$. Первый член в (7.13) велик, порядка Z при $q > 1/R_z$, где R_z — область атома, вне которой находится примерно Z электронов. Согласно модели Томаса—Ферми $R_z \approx Z^{-1/3}$. Второй член велик при малых импульсах. Для данной частоты ω это $q < q_\omega \sim R_\omega^{-1}$, где R_ω — радиус оболочки, вносящей наибольший вклад в поляризуемость $\alpha_d(\omega)$ при данном ω . Возводя (7.13) в квадрат и интегрируя по q квадрат первого и второго членов в тех областях q , где каждый из них велик, получаем

$$d\sigma(\omega) \approx \frac{16Z^2 d\omega}{3c^3 p^2 \omega} \ln 2pR_z + \frac{16}{3} \frac{\omega^3 d\omega}{c^3 p^2} |\alpha_d(\omega)|^2 \ln \frac{p}{\omega R_\omega}. \quad (7.20)$$

Входящие в (7.20) логарифмы считаются много большими единицы. Поэтому при выводе (7.20) отброшены члены, не содержащие большого логарифма, в том числе и интерференционный, являющийся произведением первого и второго членов в $F_{pq}(\omega)$. Это и называется логарифмическим приближением. Отметим, что $\ln p$ в первом члене (7.20) получается от интегрирования в области больших $q \sim p$, а во втором — от интегрирования в области малых $q \sim \omega/p$. Именно поэтому в (7.20) входит полный заряд ядра (при $q \sim p$ форм-фактор $Q(q)$ пренебрежимо мал) и протонная, а не обобщенная поляризуемость $\alpha_d(\omega)$.

При очень высоких частотах выражение для поляризуемости упрощается. Согласно (7.5) получаем, пользуясь правилом сумм для дипольных сил осцилляторов атома, что $\alpha_d(\omega) = -N/\omega^2$. Тогда с логарифмической же точностью (7.20) переходит в

$$d\sigma = \frac{16}{3} \frac{Z^2 d\omega}{c^3 p^2 \omega} \ln 2p^2/\omega \quad (7.21)$$

— спектр тормозного излучения электрона на голом ядре.

Оценим роль поляризационного (атомного) тормозного излучения в сравнении с традиционным (электронным) при разных частотах. Вблизи мощных максимумов сечения фотоионизации $\sigma_T(\omega)$ величина $\text{Re } \alpha_d(\omega)$, как можно усмотреть из (7.5), существенно меньше $\text{Im } \alpha_d = c\sigma_T(\omega)/4\pi\omega$. Поэтому из (7.20) можно сделать важный и весьма общий вывод: мощному максимуму в $\sigma_T(\omega)$ соответствует аналогичный максимум в спектре тормозного излучения.

Оценим относительную роль поляризационного тормозного излучения $\eta(\omega)$:

$$\eta(\omega) = \frac{d\sigma^p}{d\sigma^t} \approx \left(\frac{c\omega_{\max}\sigma_T^{\max}}{4\pi Z} \right)^2 = \eta \quad \text{при } \omega \approx \omega_{\max}, \quad (7.22)$$

где ω_{\max} — энергия фотона в максимуме сечения $\sigma_T(\omega)$.

К примеру, в Мп для $3p$ -оболочки $\omega_{\max}=1,9$ а. е., а $\eta=1,5$. В Хе и Ла для $4d^{10}$ -оболочки $\omega_{\max}=3,6$ и 4 а. е., а $\eta=0,4$ и $3,2$ соответственно. Значение η показывает, что вклад поляризационного тормозного излучения может оказаться заметно большим обычного (электронного).

Роль поляризационного тормозного излучения остается значительной и при больших ω . Так, в (7.21) одинаковый по порядку величины вклад вносит поляризационное и обычное (электронное) тормозное излучение, поэтому $\eta(\omega) \rightarrow 1$ с ростом ω .

Отметим, что $d\sigma^p(\omega)$ более чувствительно к взаимодействию возбужденного атомного электрона и вакансии, описываемому последовательностью диаграмм (см. рис. 7.4), чем сечение фотонизации $\sigma_T(\omega)$, ибо $d\sigma^p(\omega) \sim |\sigma_T(\omega)|^2 d\omega$.

Даже для больших p логарифмическое приближение желательно уточнить, поскольку, к примеру, $\ln pR_Z=5$ даже для $p=c$, т. е. не очень велико. С этой целью были проведены расчеты [11, 12] спектра тормозного излучения $d\sigma(\omega)$ по формулам (7.13) и (7.14), откуда получается выражение

$$d\sigma(\omega) = \frac{16}{3} \frac{d\omega}{\omega} \frac{1}{c^2 p^2} \int_{\omega/p}^{2p} |C(\omega, q)|^2 \frac{dq}{q}, \quad (7.23)$$

где

$$C(\omega, q) = -Z + Q(q) + \omega^2 \alpha_d(\omega, q). \quad (7.24)$$

При вычислении $\alpha_d(\omega, q)$ в [11, 12] использовалась формула (7.12), а также учитывались упомянутые выше эффекты перестройки (см. рис. 7.7) наружных электронных оболочек при виртуальном рождении вакансий j в промежуточной оболочке. Конкретные численные расчеты, использующие хартри-фоковские волновые функции электронов в основном и возбужденном состояниях, проводились для аргона, ксенона и лантана в областях частот ω , близких к потенциалам ионизации многоэлектронных и сравнительно легко поляризуемых оболочек — $3p$ в Аг и $4d$ в Хе и Ла [12]. Результаты для сечения тормозного излучения ($\omega d\sigma(\omega)/d\omega$) электронов с энергией 10 кэВ приведены на рис. 7.19. Видно, что роль поляризационного тормозного излучения велика, даже больше, чем следует из оценок по формуле (7.22). Существенно отметить, что хотя $\alpha_d(\omega)$ и определяется $\sigma_T(\omega)$ в силу дисперсионного соотношения, связывающего $\text{Re} \alpha_d(\omega)$ и $\text{Im} \alpha_d(\omega)$, но $\alpha_d(\omega)$ в целом не пропорционально $\sigma_T(\omega)$. Это приводит к возможному отличию деталей формы, а также положений максимума сечений фотопоглощения и фотоэмиссии $\sigma_T(\omega)$ и $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$, что видно из сравнения $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ и $\sigma_T(\omega)$, которое в максимуме совмещено с $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ на рис. 7.19.

На рис. 7.20 результаты расчета $d\sigma(\omega)/d\omega$ сопоставлены с эмиссионным спектром излучения Ла под действием электронов с энергией 0,5 кэВ, которую, конечно, нельзя считать достаточно

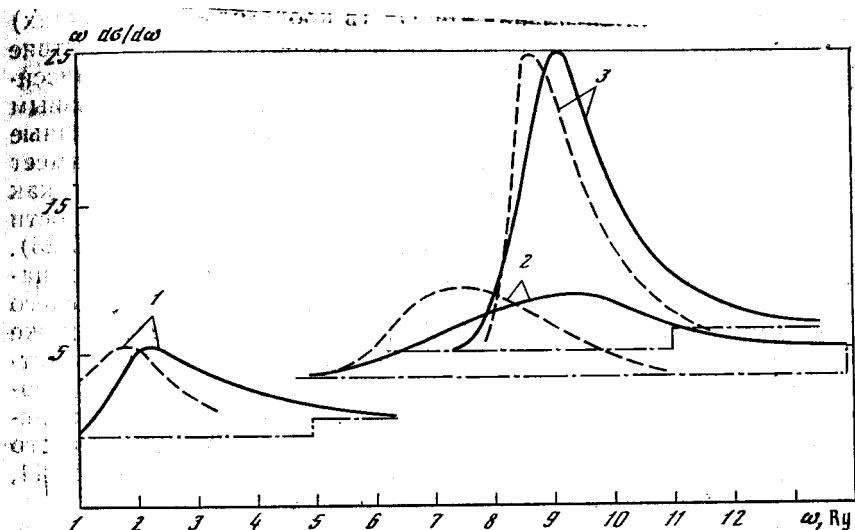
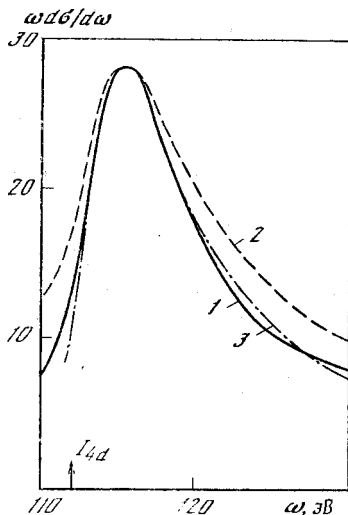


Рис. 7.19. Сечение тормозного излучения быстрых электронов ($v = 50$ кэВ) на Ag (1), Xe (2), La (3) [11, 12]

Сплошная линия — $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ (в единицах $10^{-6} a_B^2$); штриховая линия — $\omega \sigma_{\gamma}(\omega)$ (нормировано на $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ в максимуме)

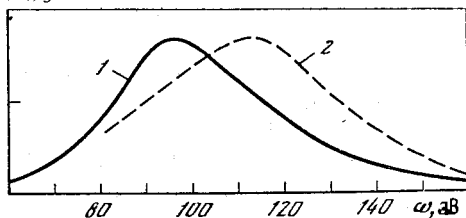
Рис. 7.20. Сопоставление измеренного и расчетного эмиссионных спектров излучения (в ед. $10^{-6} a_B^2$) электронов на лантане [9, 10] (максимумы кривых по высоте совмещены)

1 — расчет;
2 — эксперимент;
3 — сечение фотоионизации



$\mathcal{E}(\omega)$, усл. ед.

Рис. 7.21. Сопоставление расчетного (1) и измеренного (2) эмиссионных спектров излучения электронов на ксеноне [13] (максимумы кривых по высоте совмещены)



высокой. Экспериментальная кривая (в произвольных единицах) в максимуме совмещена с расчетной. Видно явное соответствие форм кривых, позволяющее полагать, что максимум в эмиссионном спектре La [10] объясняется поляризационным тормозным излучением [9]. На рис. 7.21 сопоставлены аналогичные данные для Xe [13]. К сожалению, измеряемое сечение эмиссии не имеет абсолютной калибровки, да и энергия электронов опять-таки, как и в [10], недостаточно высока для обоснованной применимости борновского приближения, т. е. использования формулы (7.23). Однако, как видно из рис. 7.21, эксперимент демонстрирует наличие в эмиссионном спектре максимума, явно соответствующего максимуму, следующему из (7.23), причем относительно даже более мощного. Обратим внимание на то, что, как можно усмотреть из рис. 7.19 и 7.20, $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ за порогом ионизации оболочки существенно больше, чем до него. Это является проявлением упомянутого выше (см. (7.18)) эффекта пооболочечного дезкранирования или «раздевания» электронных оболочек [11, 12] в полном сечении тормозного излучения.

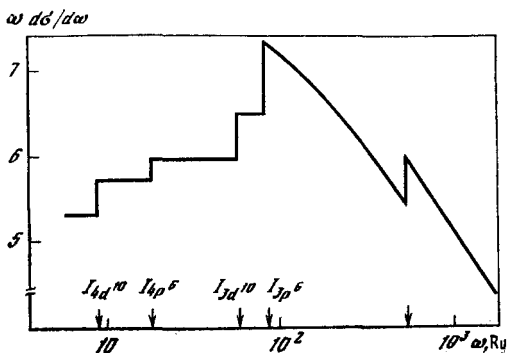
Грубо эффект «раздевания» можно учесть довольно просто. Для этого рассмотрим в (7.13) вклад какой-либо определенной оболочки i (с потенциалом ионизации I_i) и изучим, как изменяется $F_{pq}(\omega)$ с ростом ω в интервале $\Delta\omega_i$ от $\omega < I_i$ до $\omega > I_i$. При этом считается, что $\omega \gg I_{i+1}$ и $\omega \ll I_{i-1}$, где I_{i+1} , I_{i-1} — потенциалы ионизации соответственно наружной и внутренней по отношению к i -й оболочек. Для оценки можно считать, что вклад $\alpha_d(\omega, q)$ i -й оболочки в $C(\omega, q)$, определяемый (7.24), до порога ее ионизации есть $\omega^2 Q_i(q)/I_i^2 \ll Q_i$ (если $\omega \ll I_i$), тогда как существенно за порогом этот вклад много больше и равен $-Q_i(q)$, где $Q_i(q)$ — форм-фактор i -й оболочки. Поэтому при переходе ω через область потенциала ионизации i -й оболочки ($\Delta\omega \leq I_i$) $C(\omega, q)$ меняется на существенную величину $-Q_i(q)$, которая при малых q равна N_i . Пренебрегая вкладом в $\alpha_d(\omega, q)$ внутренних по отношению к i -й оболочек, получаем для «скачка» в $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ при изменении ω на $\Delta\omega_i$:

$$\Delta \left(\omega \frac{d\sigma(\omega)}{d\omega} \right) \approx \frac{32}{3} \frac{1}{c^3 \rho^2} \int_{I_i/p}^{2p} Q_i(p) \left[Z - \sum_{j < i} Q_j(q) \right] \frac{dq}{q}. \quad (7.25)$$

Главный вклад в (7.25) вносят малые q ($Q_i(q) \approx N_i$), так что $\Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega) \approx N_i$. Пооболочечное «раздевание» атома в тормозном излучении схематически представлено на рис. 7.22. Каждая ступенька кривой $\Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega)$ соответствует порогу ионизации последующей оболочки. Поляризационное (атомное) тормозное излучение для всех подоболочек учтено приближенно, путем включения в амплитуду форм-факторов лишь более глубоких оболочек, т. е. по формуле

$$\left(\omega \frac{d\sigma(\omega)}{d\omega} \right)_i = \frac{16}{3} \frac{1}{c^3 \rho^2} \int_{I_i/p}^{2p} \left[Z - \sum_{j < i} Q_j(q) \right]^2 \frac{dq}{q}. \quad (7.26)$$

Рис. 7.22. Схематическое изображение сечения тормозного излучения электрона на атоме лантана [11] (в ед. $10^{-6} a_B^2$)



Нижний предел интегрирования ω/p заменен на I_i/p , что не вносит существенного отличия, если I_i/p и ω/p много меньше r_i^{-1} , где r_i — радиус i -й оболочки. В результате $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ для каждой подоболочки постоянно. С ростом ω нижний предел ω/p становится больше r_i^{-1} , поэтому $Q_i(q)$ в (7.26) следует пренебречь и величина $(\omega d\sigma(\omega)/d\omega)_i$ начинает убывать с ростом ω из-за увеличения нижнего предела ω/p , что имеет место для $3p$ -подоболочки на рис. 7.24.

Фактически, конечно, сечение тормозного излучения изменяется не скачком, а нарастает монотонно (или немонотонно) согласно (7.23) при переходе от $\omega < I_i$ к $\omega > I_i$. В этом интервале частот имеется и область весьма резких изменений $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$, связанных с полюсами в $\alpha_d(\omega, q)$ при энергиях дискретных возбуждений атома.

Важной характеристикой спектра тормозного излучения является угловое распределение фотонов относительно направления потока налетающих электронов. Анизотропия вылета тормозных фотонов определяется наличием множителя $(e\mathbf{q})$ в (7.13). Переход от направления \mathbf{q} (по которому следует проинтегрировать) и \mathbf{e} к направлению \mathbf{p} и \mathbf{k} (импульс фотона), получаем после некоторого тригонометрического преобразования [11]

$$d\sigma(\omega, \Omega_{\mathbf{k}}) = \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{4\pi} d\sigma(\omega) [1 - \beta(\omega) P_2(\cos(\widehat{\mathbf{k}\mathbf{p}}))], \quad (7.27)$$

$$\beta(\omega) = \left(\frac{d\sigma(\omega)}{d\omega} \right)^{-1} \frac{8}{3\omega^3 p^2 c^3} \int_{\omega/p}^{2p} |C(\omega, q)|^2 \left[\frac{3}{4p^2} \left(\frac{2\omega}{q} + q \right)^2 - 1 \right] \frac{dq}{2q}. \quad (7.28)$$

Выражение (7.27) справедливо при $\omega \ll p^2/2$. Если $C(\omega, q)$ от q не зависит (как для чисто кулоновского поля) или зависит слабо, то с логарифмической точностью $\beta(\omega) \approx -1/2$. Расчет показал, однако, что $\beta(\omega)$ заметно отличается от этой величины и существенно зависит от частоты, что иллюстрируется рис. 7.23, где приведены результаты расчета параметра $\beta(\omega)$ [11] для La

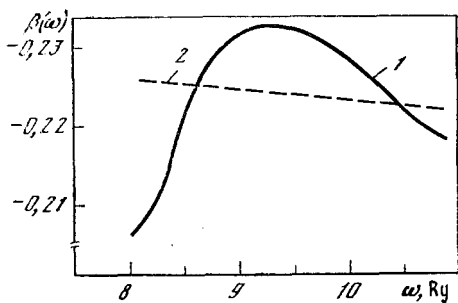


Рис. 7.23. Параметр угловой анизотропии тормозного излучения на атоме лантана [11]

1 — с учетом поляризационного тормозного излучения;
2 — обычное тормозное излучение

в окрестности порога ионизации $4d^{10}$ -подоболочки. Как видно, поляризационное тормозное излучение проявляется в $\beta(\omega)$ весьма слабо.

Тормозное излучение оказывается линейно-поляризационным, причем степень поляризации выражается, как и угловое распределение, через $\beta(\omega)$, определяемое (7.28) (см. также [31]). В [31] показано, что угловое распределение поляризационного тормозного излучения определяется следующими формулами:

$$d\sigma^{\parallel}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}}) = \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{8\pi} d\sigma(\omega) [1 + \beta(\omega) (2 - 3 \cos^2(\hat{\mathbf{k}}\mathbf{p}))], \quad (7.29a)$$

$$d\sigma^{\perp}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}}) = \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{8\pi} d\sigma(\omega) [1 - \beta(\omega)]. \quad (7.29b)$$

Здесь $d\sigma^{\parallel}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}})$, $d\sigma^{\perp}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}})$ — дифференциальные сечения излучения, для которого \mathbf{e} направлено соответственно перпендикулярно и параллельно плоскости, образованной \mathbf{p} и \mathbf{k} .

7.6. Тормозное излучение релятивистских электронов — спектр и угловое распределение фотонов

Тормозное излучение релятивистских электронов с учетом поляризации атома-мишени рассматривалось в работах [15, 16]. Амплитуда тормозного излучения определяется диаграммами (см. рис. 7.17), где в качестве волновой функции быстрого электрона можно использовать дираковские плоские волны. Атомные электроны следует, естественно, описывать в нерелятивистском приближении — функциями Хартри—Фока. Релятивистским должен быть и оператор взаимодействия быстрого электрона с электромагнитным полем $e\boldsymbol{\gamma} \equiv \hat{\mathbf{e}}$ (где $\boldsymbol{\gamma} = \{\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3\}$ — матрицы Дирака) вместо $(e\mathbf{r})$ (или $e\mathbf{p}$). Существенно изменяется и взаимодействие быстрого электрона с атомным. Воспользуемся кулоновской калибровкой для электромагнитного поля. Тогда взаимодействие налетающего электрона со статическим полем атома (или иона) мишени будет описываться, как и в нерелятивистском случае, выражением $(-Z + Q(q))/q^2$. Во взаимодействии же налетающего с атомным электроном следует учесть два члена: первый — чисто

Кулоновский, пропорциональный $1/q^2$, и второй — обусловленный обменом электронов «поперечным» фотоном и описываемый выражением

$$\left(\delta_{ij} - \frac{q_{1,i}q_{1,j}}{q_1^2} \right) \frac{1}{\omega^2 - c^2q_1^2}, \quad \mathbf{q}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{k} = \mathbf{p}' - \mathbf{p},$$

где q_i, q_j — проекции переданного импульса $\mathbf{q} = \{q_x, q_y, q_z\}$.

Амплитуда обычного (электронного) тормозного излучения хорошо известна [1] и определяется выражением (ср. (5.2))

$$F_{pq}^{(t)}(\omega) = \frac{4\pi}{q^2} (Z - Q(\mathbf{q})) \bar{u}(\mathbf{p}', s') \times \\ \times \left\{ \hat{e} \frac{[(\hat{p}' + \hat{k}) + c] \gamma^0}{[(\mathbf{p}' + \mathbf{k})^2 - (\varepsilon' + \omega)^2/c^2 - c^2]} + \right. \\ \left. + \gamma^0 \frac{(\hat{p} - \hat{k}) + c}{[(\mathbf{p} - \mathbf{k})^2 - (\varepsilon - \omega)^2/c^2 - c^2]} \hat{e} \right\} u(\mathbf{p}, s). \quad (7.30)$$

Здесь $u(\mathbf{p}, s)$ — биспинорная амплитуда, в нерелятивистском пределе верхние компоненты которой переходят в единицу; s, s' и $\varepsilon, \varepsilon'$ — проекция спина и энергия быстрого электрона в начальном (конечном) состоянии; \mathbf{k} — импульс фотона; $\hat{a} = a_\mu \gamma^\mu$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$); γ^μ — матрицы Дирака; $\mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p} + \mathbf{k}$; $\mathbf{q}_1 = \mathbf{p}' - \mathbf{p} = \mathbf{q} - \mathbf{k}$.

Выражение $F_{pq}^{(p)}(\omega)$ весьма громоздко [15], поэтому целиком не приводится. Однако его можно существенно упростить и выразить, как и в нерелятивистском случае, в области малых q_1 через динамическую поляризуемость атома. Как видно из (7.12), импульс q_1 входит в амплитуду поляризационного (атомного) тормозного излучения через матричные элементы $\langle j | e^{i\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{r}} | \varepsilon \rangle$ (в (7.12) $q_1 \approx q$), которые заметно отличны от нуля лишь при $q_1 \leq R_j^{-1}$. Наименьший передаваемый импульс $q_{1,\min}$ есть

$$q_{1,\min} = \sqrt{(\varepsilon/c)^2 - c^2} - \sqrt{[(\varepsilon - \omega)/c]^2 - c^2} \approx \omega/v_0 \quad (7.31)$$

при $\omega/\varepsilon \ll 1$, где v_0 — скорость налетающего электрона.

Неравенство $q_{1,\min} \leq R_j^{-1}$ выполняется вплоть до весьма высоких (по атомным масштабам) частот излучения ω ($\omega < cR_j^{-1}$), что для атома Z есть по порядку величины cZ . Замена волновых функций налетающего электрона плоскими волнами законна, если $Z/c \ll 1$. Поэтому неравенство $q_{1,\min} < R^{-1}$ означает, что вклад поляризационного (атомного) тормозного излучения существен лишь при $\omega < cZ < c^2$. В этой области q и ω амплитуда поляризационного тормозного излучения заметно упрощается и принимает вид

$$F_{pq}^{(p)}(\omega) = + \frac{4\pi}{q_1^2} \left[-b^0(\mathbf{e}q_1) + q_1^2 \left((\mathbf{e}\mathbf{b}) - \frac{(\mathbf{b}q_1)(\mathbf{e}q_1)}{q_1^2} \right) \omega \times \right. \\ \left. \times \frac{c}{\omega^2 - c^2q_1^2} \right] \omega \alpha_d(\omega), \quad (7.32)$$

где $q_1 = q - k = p' - p$; $b'' = \bar{u}(p', s') \gamma^\mu u(p, s)$. Амплитуда (7.32) получена в дипольном приближении, справедливом, если $k = \omega/c \ll R_a^{-1}$.

Рассмотрим спектр тормозного излучения. Он определяется вкладом поляризационной и электронной амплитуд, а также их интерференцией. Роль последней в спектре тормозного излучения мала, ибо основные вклады поляризационного и электронного тормозного излучения относятся, как упоминалось в предыдущем разделе, к разным областям значений импульса q_1 (см. вывод и обсуждение (7.20)) — электронное тормозное излучение на нейтральном атоме формируется в области $R_a^{-1} < q_1 < c$, тогда как поляризационное $q_{\min} < q_1 < R_a^{-1}$.

Спектр, угловые распределения и поляризационные характеристики обычного (электронного) тормозного излучения подробно обсуждаются в [1]. Известно, к примеру, что в ультрарелятивистском случае для нейтрального атома

$$d\sigma^{(1)}(\omega) = (16/3) (Z^2 d\omega/c^5 \omega) (\ln cR_a - 1/2). \quad (7.33)$$

Для сравнения (7.33) со спектром (7.20), который содержит растущий логарифм, отметим, что верхний предел $q_{1,\max} = 2p$ в (7.33) недостижим из-за роста виртуальности релятивистского электрона в промежуточном состоянии диаграмм (см. рис. 7.21), «обрезающих» q_1 на значениях $q_{1,\max} = c$.

Вклад поляризационного тормозного излучения выражается через (7.32) с помощью (7.14), где вместо p^2 следует подставить v^2 . Тогда, после интегрирования по dq , получаем с логарифмической точностью

$$d\sigma^{(p)}(\omega) = \frac{16}{3} \frac{d\omega}{\omega c^3 v^2} |\omega^2 \alpha_d(\omega)|^2 \ln \frac{v_0 \varepsilon}{\omega R_a c^2}. \quad (7.34)$$

Отсюда следует, что с ростом ε доминирующим в релятивистском случае оказывается поляризационное тормозное излучение. Для больших ω поляризуемость $\alpha_d(\omega) \approx -Z/\omega^2$, так что

$$\eta = \frac{d\sigma^{(p)}(\omega)}{d\sigma^{(n)}(\omega)} \approx \ln \varepsilon / \omega R_a c \gg 1.$$

Кулоновская калибровка, использованная при получении (7.32), позволяет отделить вклады скалярного (чисто кулоновского) и векторного (от обмена «поперечными» фотонами) взаимодействий, т. е. первого и последующих членов в (7.32), что соответствует представлению логарифма в (7.34) в виде суммы:

$$\ln \frac{\varepsilon}{\omega R_a c} = \ln \frac{\varepsilon}{c^2} + \ln \frac{v_0}{\omega R_a}. \quad (7.35)$$

Обратим внимание на то, что второй член в (7.35) совпадает со вторым логарифмом в (7.20), где, как следует из размерности, в произвольной системе единиц p следует заменить на v . Первый член — вклад «поперечных» фотонов в поляризационное тормоз-

ное излучение — становится, как видно, абсолютно доминирующим при $\epsilon \gg c^2$.

Угловое распределение тормозных квантов поляризованной традиционной частей полного спектра тормозного излучения (в применении к тормозному излучению электронов на краях это впервые отмечено в [17]). При $v_0 \rightarrow c$ все традиционное тормозное излучение сосредоточивается в узком интервале углов $\theta < c^2/\epsilon$. В то же время с помощью (7.14) и (7.32) получаем

$$d\sigma^{(p)}(\omega, \Omega_k) = \frac{d\omega d\Omega_k}{\omega \pi c^2 v^2} |\omega^2 \alpha_d(\omega)|^2 (1 + \cos^2 \theta) \ln \frac{v_0 \epsilon}{\omega R_d c^2}. \quad (7.36)$$

Зависимость от θ в (7.36) есть угловое распределение излучения вращающегося диполя, поляризованного налетающим электроном атома. Полное угловое распределение тормозного излучения характеризуется, таким образом, плавной зависимостью от угла (7.36) при $\theta > c^2/\epsilon$ и резкой анизотропией в области $\theta < c^2/\epsilon$. При столь малых углах $d\sigma(\omega, \Omega_k)$ очень велико — как следует из (7.33), порядка $(32Z^2 \epsilon^2 / 3c^9 \omega) \ln(c/Z^{1/2}) d\omega d\Omega_k$.

Наличие в знаменателе в (7.32) разности $(\omega^2 - c^2 q_1^2)$ обуславливает особенность в угловом распределении быстрых электронов. С помощью (7.14) и (7.32) получаем

$$d\sigma^p(\omega, q_1) = \frac{16}{3} \frac{d\omega dq_1}{\omega c^2 v^2} |\omega^2 \alpha_d(\omega)|^2 \frac{q_1 c^2}{c^2 q_1^2 - \omega^2}. \quad (7.37)$$

Поскольку $q_{1, \min} = \omega/v$ и v близко к c , в области малых q_1 , т. е. очень малых углов рассеяния налетающего электрона, сечение поляризационного тормозного излучения особенно велико. Рост сечения (7.37) в этой области ограничен тем, что всегда $v < c$, однако само сечение $d\sigma^{(p)}(\omega, q_1)$ при $q_1 = q_{1, \min}$ очень велико и составляет $(16/3) (d\omega dq_1 / \omega^2 c^3 v) (\epsilon^2 / c^4) |\omega^2 \alpha_d(\omega)|^2$.

Тормозные спектры для нерелятивистских и релятивистских электронов различаются весьма существенно. При $v \rightarrow c$ и высоких ω вместо упоминавшегося выше деэкранирования возникает эффект, обратный ему. Действительно, заменяя $\alpha_d(\omega)$ на $(-Z/\omega^2)$, в ультрарелятивистском случае ($v \rightarrow c$) для полного спектра тормозного излучения из (7.33) и (7.34) получаем

$$d\sigma(\omega) = (16/3) (Z^2 d\omega / c^5 \omega) \ln \epsilon / \omega. \quad (7.38)$$

Это выражение отличается множителем Z^2 от сечения тормозного излучения электрона на ультрарелятивистском электроне (см. [1]). При $\omega \gg I$ атомные электроны можно считать свободными. Полная амплитуда тормозного излучения складывается в этом случае из трех частей:

$$F_{pq}^{(\omega)} = ZF_{pq}^{(1)}(\omega) + ZF_{pq}^{(2)}(\omega) + F_{pq}^{(3)}(\omega), \quad (7.39)$$

где $F_{pq}^{(1)}(\omega)$, $F_{pq}^{(2)}(\omega)$, $F_{pq}^{(3)}(\omega)$ — амплитуды излучения фотона налетающим электроном на атомном, атомного электрона при взаимодействии с налетающим и налетающего на ядре. Поскольку в

ультрарелятивистском случае амплитуда тормозного излучения быстрого электрона на покоящейся свободной частице не зависит от ее массы, а определяется лишь зарядом, то $ZF_{pq}^{(1)} + F_{pq}^{(3)}(\omega) = 0$ и $F_{pq}(\omega) = ZF_{pq}^{(2)}(\omega)$. Таким образом, оказалось, что полный спектр тормозного излучения в ультрарелятивистском случае определяется лишь излучением свободных атомных электронов — в противоположность нерелятивистскому случаю, где полный спектр тормозного излучения при больших ω совпадает с тормозным излучением на голом ядре, а вклад атомных электронов несуществен.

7.7. Тормозное излучение тяжелой заряженной частицы

Поляризационное тормозное излучение играет особо важную роль, если налетающей является тяжелая частица массы $m_0 \gg 1$. Излучение самой этой частицы, как известно из [1], по сравнению с излучением электрона подавлено в m_0^2 раз (нами используется атомная система единиц, где $e = \hbar = m = 1$). В то же время поляризация атома-мишени и связанное с ним поляризационное тормозное излучение, вызванное тяжелой частицей, ничуть не меньше, чем вызванное электроном той же скорости [18, 19]. Поэтому полный спектр тормозного излучения для $\omega \gg 1$ электрона и тяжелой частицы должны быть одного порядка по интенсивности.

Будем для простоты налетающую частицу e_0 и массы m_0 считать быстрой, т. е. ее скорость большой по сравнению со скоростями атомных электронов. В этом случае можно ограничиться низшим борновским приближением и считать волновую функцию налетающей частицы плоской волной. Пользуясь обозначением диаграммы рис. 7.10, амплитуду тормозного излучения быстрой тяжелой частицы можно представить, подобно рис. 7.17, б, совокупностью диаграмм (рис. 7.24).

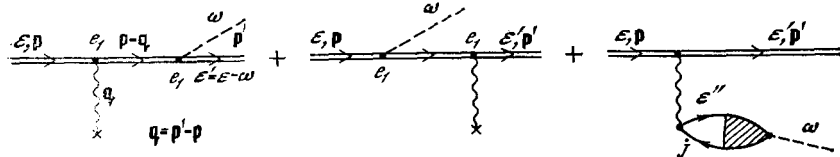


Рис. 7.24. Диаграммы, описывающие амплитуду тормозного излучения быстрой тяжелой частицы на атоме

Как и выше, ограничимся здесь дипольными фотонами и потому их импульсами пренебрежем ($q_1 = p' - p = q - k \approx q$).

Аналитическое выражение амплитуды, даваемой диаграммами рис. 7.24, может быть записано в виде (ср. (7.13))

$$F_{pq}(\omega) = \frac{4\pi e_0^2}{m_0 q^2} [Z - Q(q)] \frac{(eq)}{\omega} - \frac{4\pi e_0}{q^2} \omega \alpha_d(\omega, q) (e\gamma). \quad (7.40)$$

На диаграммах рис. 7.24 отмечено, где взаимодействие определяется зарядом e_0 , и поэтому понятно, что первый член содержит e_0^2 , а второй — e_0 . Здесь e_0 — заряд налетающей частицы, выраженный в единицах электронных зарядов.

Дифференциальное сечение тормозного излучения фотона с энергией ω и передаваемым импульсом $|\mathbf{q}|$ в интервале $d\omega dq$, просуммированное по поляризациям кванта и проинтегрированное по всем направлениям его вылета, связано с амплитудой $F_{pq}(\omega)$ соотношением, отличающимся от (7.14) тем, что в знаменателе вместо p^2 стоит v^2 . Поляризационное (атомное) тормозное излучение вследствие того, что $m_0 \gg 1$, доминирует даже для малых (ω), вплоть до значительных импульсов. Действительно, отношение η поляризационной к обычной амплитуде тормозного излучения согласно (7.40) имеет вид

$$\eta(\omega) = \frac{4\pi\omega^2\alpha_d(\omega)m_0}{e_0^2q^2W(q)} \approx \frac{\omega^2}{Iq^2} \frac{N_{\max}m_0}{Ze_0} \sim \frac{\omega^2m_0}{q^2I}. \quad (7.41)$$

Оценка (7.41) проводилась так же, как в разд. 7.4 для налетающего электрона, и отличается от нее лишь множителем m_0 . Отсюда следует, что $\eta > 1$ вплоть до $q < \omega\sqrt{m_0/I}$, т. е. в области $\omega/v_0 < q < \omega\sqrt{m_0}/v_a$, где v_a — характерная скорость атомных электронов. Указанная верхняя граница q имеет смысл, если $\omega\sqrt{m_0}/v_a < R_a^{-1}$, т. е. для малых частот, порядка $\omega < I/\sqrt{m_0}$. При больших q параметр η определяется отношением

$$\eta = \omega^2\alpha_d(\omega, q)m_0/e_0Z, \quad (7.42)$$

которое быстро убывает с ростом q для $q > R_a^{-1}$.

Аналогично тому, как из (7.13) и (7.14) получалось выражение для спектра тормозного излучения (7.23), для тяжелой частицы находим

$$d\sigma(\omega) = \frac{16}{3} \frac{d\omega}{c^3v_0^2\omega} \int_{\omega/v_0}^{2p} \left[\left| \frac{Z-Q(q)}{m_0} e_0^2 - e_0\omega^2\alpha_d(\omega, q) \right|^2 \frac{dq}{q} \right]. \quad (7.43)$$

Замкнутое выражение для спектра тормозного излучения просто получить из (7.43) в логарифмическом приближении, в котором оно похоже на (7.20):

$$d\sigma(\omega) = \frac{16Z^2e_0^4d\omega}{3c^3v_0^2m_0^2\omega} \ln 2v_0m_0R_Z + \frac{16e_0^2d\omega}{3c^3v_0^2\omega} \left[\omega^2\alpha_d(\omega) \right]^2 \ln \frac{v_0}{\omega R_0}, \quad (7.44)$$

отличаясь от (7.20) заменой p на v_0 во втором члене. Ранее, в (7.20), не делалось разницы между p и v_0 , поскольку $m_e = 1$. Сохранение обоих членов в (7.44) имеет смысл лишь для малых частот, где эти члены одного порядка, т. е. для

$$\omega \sim \omega_R = (Ze_0^2/m_0\alpha_d(0))^{1/4}. \quad (7.45)$$

При $\omega \ll \omega_R$ доминирует обычное тормозное излучение, т. е. излучение самой налетающей частицы. Интересно, что интерференционный член в (7.43) вносит в полный тормозной спектр вклад, который можно оценить как

$$\Delta d\sigma^{\text{int}}(\omega) \approx - \frac{32d\omega (\omega^2 \alpha_d(\omega))}{3\omega c^2 v_0^2 m_0} e_0^3, \quad (7.46)$$

что отличается от среднего геометрического первого и второго членов в (7.44) лишь множителем (-2) и отсутствием большого логарифма. Поэтому интерференционным членом можно пренебречь (во всяком случае, для оценок) при всех ω . Для $\omega \gg I$

$$d\sigma(\omega) \approx \frac{16Z^2 e_0^3 d\omega}{3c^2 v_0^2 \omega} \ln \frac{v_0}{\omega R_a}, \quad (7.47)$$

что в m_0^2 раз больше вклада обычного тормозного излучения. В (7.47) предполагается, что, хотя ω много больше потенциала ионизации большинства атомных оболочек, справедливо и соотношение $q_{\text{min}} \approx \omega/v < R_a^{-1}$ (последнее возможно, если $v_0^2 > (\omega R_a)^2$). Если это неравенство справедливо только для части атомных оболочек — внутренних — и нарушается для наружных, то, пренебрегая членами порядка $1/m_0$ в амплитуде $F_{pq}(\omega)$, $d\sigma(\omega)$ можно записать в виде

$$\begin{aligned} d\sigma(\omega) &= \frac{16}{3} \frac{d\omega}{\omega} \frac{e_0^2}{c^2 v_0^2} \int_{\omega/v_0}^{1/R_b} \left(\frac{N_{\text{ext}} I^2}{q^4} + N_{\text{in}} \right)^2 \frac{dq}{q} \approx \\ &\approx \frac{16}{3} e_0^2 \frac{N_{\text{in}}^2 d\omega}{c^2 v_0^2 \omega} \ln \frac{v_0}{\omega R_b}. \end{aligned} \quad (7.48)$$

Здесь R_b — радиус оболочек, содержащих N_{in} внутренних электронов, для которых $\omega/v_0 < 1/R_b$. Члены, содержащие N_{ext} , отброшены, потому что $q_{\text{min}} = \omega/v_0 > 1/R_{\text{ext}} \gg 1/R_{\text{in}}$ и, следовательно, $1/q^2 \ll 1$.

В сечении тормозного излучения тяжелых частиц, имеющем согласно (7.43) фактически целиком поляризационную природу, проявляются эффекты, подобные «раздеванию» электронных оболочек в тормозном излучении электронов на атомах. Именно с ростом от значений ω , лежащих существенно ниже порога ионизации промежуточной оболочки $I_{\text{мед}}$, до ω , заметно превосходящих $I_{\text{мед}}$, сечение $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ увеличивается скачком и $\Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega)$ пропорционально числу электронов $N_{\text{мед}}$ в промежуточной оболочке. Чтобы в этом убедиться, представим входящий в амплитуду тормозного излучения член $\omega^2 \alpha_d(\omega, q)$ (в области $q_{\text{min}} < q < R_a^{-1}$) в виде

$$\omega^2 \alpha_d(\omega) \approx (-N_{\text{ext}} + \omega^2 \alpha_d^{\text{(med)}}(\omega)), \quad (7.49)$$

законно пренебрегая вкладом в $\alpha_d(\omega)$ от внутренних оболочек и учитывая вклад наружных с полным числом электронов N_{ext} .

Вклад $\omega^2 \text{Im} \alpha_d^{(\text{med})}(\omega) \approx (c/4\pi) \omega \sigma_T(\omega)$ при $\omega \sim I_{\text{med}}$ существен лишь порогом $\omega \geq I_{\text{med}}$ и быстро убывает с ростом ω . Поэтому, если ω значительно превосходит I_{med} , вкладом $\omega^2 \text{Im} \alpha_d^{(\text{med})}(\omega)$ в амплитуду можно пренебречь. До порога I_{med} $\alpha_d^{(\text{med})}(\omega)$ равно по порядку величины $N_{\text{med}}/I_{\text{med}}^2$, а существенно за порогом — $(-N_{\text{med}}/\omega^2)$. Таким образом, выражение $\omega^2 \alpha_d(\omega)$ приобретает добавку $2N_{\text{med}}/I_{\text{med}}^2$, а увеличение сечения $\Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega)$ можно оценить как

$$\Delta \left(\omega \frac{d\sigma(\omega)}{d\omega} \right) \approx 4 \frac{16e_0^2}{3c^2 v_0^2} N_{\text{ext}} N_{\text{med}} \ln \frac{2\rho v_0}{I_{\text{med}}}, \quad (7.50)$$

при выводе которого положено $\omega = I_{\text{med}}$.

Поскольку с приближением ω к I_{med} поляризуемость $\alpha_{\text{med}}(\omega)$ нарастает, оставаясь положительной, возможно в принципе обращение $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ в нуль вблизи порогов некоторых промежуточных многоэлектронных оболочек. За порогом I_{med} , как правило, следует учитывать вклад $\text{Im} \alpha_d(\omega)$ и там, где сечение фотонизации велико, так как вклад $\text{Im} \alpha_d(\omega)$ наиболее существен в сечении $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$. Рост $\alpha_d(\omega)$ до порога и большее сечение $\sigma_T(\omega)$ за порогом I_{med} приводят к тому, что при изменении ω от значений, лежащих заметно ниже I_{med} , до ω , существенно превышающих I_{med} , $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$ может проходить через максимум.

Все сказанное справедливо, если $q_{\text{min}} = \omega/v_0 < R_a^{-1}$. В противном случае, при $q_{\text{min}} \gg R_{\text{ext}}^{-1}$, но $q_{\text{min}} < R_{\text{med}}^{-1}$, где $R_{\text{ext}}, R_{\text{med}}$ — радиусы соответственно наружной и промежуточной подоболочек, положение меняется. Вместо (7.49) для $\omega^2 \alpha_d(\omega)$ имеем

$$\omega^2 \alpha_d(\omega, q) \approx \left(-\frac{N_{\text{ext}} I^2}{q^4} + \omega^2 \alpha_d^{(\text{med})}(\omega) \right). \quad (7.51)$$

Поскольку $q_{\text{min}} \gg R_{\text{ext}}^{-1}$, то $q^2 \gg I$ и первый член может быть существенно меньше второго, так что им можно пренебречь. В этом случае $\Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega)$ становится малым или даже отрицательным, поскольку при увеличении ω от значений, лежащих ниже порога I_{med} , до ω , существенно его превосходящих, абсолютная величина $\omega^2 \alpha_d(\omega, q)$ изменяется мало, а нижний предел интегрирования в (7.43) с ростом ω растет.

Для частот ω , заметно больших ω_R (см. (7.45)), можно сравнительно просто оценить тормозной спектр и в том случае, если тяжелая частица медленная. В [32] показано, что процесс ионизации атома-мишени в диапазоне скоростей налетающей частицы $1/m_0 \ll v_0^3 \ll 1$ можно описывать, заменяя ее волновую функцию плоской волной. Пренебрегая для $\omega \gg \omega_R$ обычным тормозным излучением, оценим вклад поляризационного тормозного излучения, также считая волновую функцию тяжелой частицы плоской волной. Для частот ω , удовлетворяющих условию $\omega/v_0 < 1/R_a$, в качестве оценки справедлива формула (7.47). Область изменения частот $\omega_R \ll \omega \ll v_0/R_a$ может быть совместима с

условием $m_0^{-1/2} \ll v_0 \ll 1$, что проще всего увидеть для случая тормозного излучения протона на атоме водорода, где $\omega_R \approx 1/2 m_0^{-1/2} \approx 0,01$, $R_a = 1$, $m_0^{-1/2} \approx 0,1$. Поэтому условия $0,01 \ll \omega \ll v_0$ и $0,1 \ll v_0 \ll 1$ совместимы. При $\omega > v_0 R_a^{-1}$ интенсивность тормозного излучения становится малой. Формула (7.47) справедлива для оценки и во всем диапазоне скоростей налетающей частицы v_0 — от малых до больших.

В целом, как видно, спектры тормозного излучения тяжелой заряженной частицы и электрона при одинаковых скоростях близки. Для тяжелой частицы, однако, весьма важен вопрос о том, какую роль в спектре тормозного излучения играет излучение так называемых вторичных электронов, удаляемых из атома вследствие его взаимодействия с тяжелой частицей. Подробнее мы обсудим этот вопрос в разд. 7.10.

7.8. Излучение при столкновении двух атомных частиц

Поляризационное тормозное излучение вносит существенный вклад в полный спектр излучения, возникающего при столкновении двух частиц, обладающих внутренней структурой и называемых нами далее атомными частицами. Они могут быть как нейтральными — атомами, так и заряженными — ионами. Если оба партнера столкновения имеют массы $m_1, m_2 \gg 1$, обычным тормозным излучением каждого из них можно пренебречь. В данном случае под обычным тормозным излучением понимается излучение статического поля одной из сталкивающихся частиц в статическом же поле другой — без реального или виртуального возбуждения их внутренних степеней свободы. Поляризационным и в этом случае называется тормозное излучение, возникающее за счет поляризации, по крайней мере, одной из частиц в процессе столкновения. В принципе не обязательно, чтобы масса атомной частицы была велика — она может быть и порядка электронной, как у позитрония. Этот несколько специфический случай будет обсуждаться в гл. 8.

Рассмотрим столкновение нейтральных атомов. Они обладают статическим полем $W(r)$ (см. (7.10)). Для нейтральных частиц $W(r)$ на больших расстояниях убывает с ростом r не медленнее, чем $1/r^3$. Под влиянием этого взаимодействия и возникает дипольная поляризация партнера (за счет смещения в противоположных направлениях его электронной оболочки и ядра) и, как следствие, тормозное излучение [20, 21]. Смещение самих ядер будем далее называть «отдачей».

Естественно, что интенсивность тормозного излучения увеличивается с ростом поляризуемости и усилением статического потенциала партнера.

Амплитуда упругого тормозного излучения быстрых частиц описывается совокупностью четырех диаграмм, две из которых представлены на рис. 7.14, а две другие отличаются от рис. 7.14 тем, что в них излучающей является вторая частица. В настоя-

В этом параграфе будем рассматривать столкновение частиц, внутреннее состояние которых как изначально, так и после столкновения является основным ($i_1=f_1 \equiv 0; i_2=f_2 \equiv 0$), а в промежутке — после взаимодействия или испускания фотона — может быть и возбужденным ($j \equiv n$). Через \hat{u} обозначено полное взаимодействие двух частиц, включая взаимодействие двух ядер, двух групп электронов и электронов каждого из партнеров столкновения с ядром другого,

Оператор взаимодействия с электромагнитным полем наиболее просто записать в форме «скорости» [21]:

$$\hat{V}^{(g)} = - \sum_{j=1}^{N_g} \frac{1}{c} e^{-ikr_j} (e\mathbf{p}_j) + \frac{Z_g}{m_g c} e^{-ikr_n} (e\mathbf{p}_n), \quad g=1, 2, \quad (7.52)$$

где суммирование производится по координатам электронов атома, а \mathbf{r}_n и \mathbf{p}_n — соответственно координата и импульс ядра, индексы 1 и 2 относятся к первой и второй атомным частицам. Для упрощения весьма громоздкой и сложной задачи об излучении в процессе столкновения двух структурных частиц ограничимся рассмотрением лишь длинноволновых (дипольных) фотонов, что позволяет пренебречь их импульсом k . В сущности, это не очень жесткое ограничение, поскольку дипольное приближение справедливо даже для частот, превосходящих потенциалы ионизации внутренних оболочек. В обсуждаемой нами задаче естественно отделить координаты центра тяжести и полные импульсы \mathbf{P} сталкивающихся частиц. Тогда вместо (7.52) имеем

$$V^{(g)} \approx (Z_g - N_g) \frac{(e\mathbf{P}_g)}{m_g c} - \sum_{j=1}^{N_g} \frac{1}{c} (e\mathbf{p}_{jg}), \quad g=1, 2, \quad (7.53)$$

где \mathbf{p}_{jg} — импульс электрона в системе центра тяжести атомной частицы. Поскольку, однако, в ядре сосредоточена основная масса частицы, координаты (и импульс) электрона в системах центра тяжести частицы и ее ядра близки друг другу.

Матричный элемент взаимодействия двух сталкивающихся частиц \hat{u} (см. рис. 7.14) можно записать в виде [21]

$$\langle \mathbf{P}_1, s_1; \mathbf{P}_2, s_2 | \hat{u} | \mathbf{P}'_1, s'_1; \mathbf{P}'_2, s'_2 \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}'_1 - \mathbf{P}'_2) \frac{4\pi}{q^2} S_{s_1, s'_1}^{(1)}(\mathbf{q}) S_{s_2, s'_2}^{(2)}(-\mathbf{q}), \quad (7.54)$$

где $s_1, s_2; s'_1, s'_2$ — внутренние состояния первой (1) и второй (2) частиц соответственно до и после столкновения, а $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2; \mathbf{P}'_1, \mathbf{P}'_2$ — их полные импульсы. В (7.54) $\mathbf{q} = \mathbf{P}'_1 - \mathbf{P}_1 = -(\mathbf{P}'_2 - \mathbf{P}_2)$, а

$$S_{s_g, s'_g}^{(g)}(\mathbf{q}) = \langle s_g | -Z_g e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n} + \sum_{j=1}^{N_g} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j} | s'_g \rangle. \quad (7.55)$$

Основной вклад в полный спектр тормозного излучения вносят малые q , во всяком случае, не намного превышающие $1/R_a$.

[21]. Относительно большая масса ядер обеспечивает малую роль их отдачи в формировании полного спектра тормозного излучения и позволяет его пренебречь. В результате вместо (7.55) получаем

$$S_{s_g, s'_g}^{(g)}(\mathbf{q}) \approx -Z_g \delta_{s_g, s'_g} + \left\langle s_g \left| \sum_{j=1}^{N_g} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_j} \right| s'_g \right\rangle, \quad (7.56)$$

где второй член есть обобщение выражения для форм-фактора $Q(\mathbf{q})$, совпадающее с ним при $\langle s_g | = \langle s'_g | = \langle 0 |$ (см. (7.15)).

Аналитическое выражение амплитуды тормозного излучения F можно представить в виде

$$F = F_1 + F_2,$$

где первый и второй члены описывают излучение фотона первой и второй частицей. Пользуясь (7.53) и (7.56), интегрируя по импульсам \mathbf{P} промежуточного состояния и суммируя по его возбуждениям, получаем для амплитуды тормозного излучения при столкновении атомных частиц

$$F_{pq}^{(1)}(\omega) = \frac{4\pi(\mathbf{e}\mathbf{q})}{q^2\omega} \left[+ \frac{(Z_1 - N_1)}{m_1} (Z_1 - Q^{(1)}(q)) - \omega^2 \alpha_d^{(1)}(\omega, q) \right] (Z_2 - Q^{(2)}(q)). \quad (7.57)$$

Выражение для $F^{(2)}$ получается из (7.57) заменой индексов 1 на 2 и 2 на 1. Очень существенно, что передаваемый от первой частицы ко второй импульс $-q$ входит в $F_{pq}^{(2)}(\omega)$ с обратным знаком; для этой амплитуды \mathbf{q} есть принимаемый импульс, а передаваемый $-(\mathbf{q})$. В результате полная амплитуда тормозного излучения оказывается равной

$$F_{pq}(\omega) = -\frac{4\pi(\mathbf{e}\mathbf{q})}{q^2\omega} \left\{ [Z_1 - Q^{(1)}(q)] [Z_2 - Q^{(2)}(q)] \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{Z_2 - N_2}{m_2} - \frac{Z_1 - N_1}{m_1} \right) + \omega^2 [\alpha_d^{(1)}(\omega, q) (Z_2 - Q^{(2)}(q)) - \right. \\ \left. - \alpha_d^{(2)}(\omega, q) (Z_1 - Q^{(1)}(q))] \right\}. \quad (7.58)$$

Для нейтральных частиц $Z_1 = N_1$ и $Z_2 = N_2$, так что вклад в тормозное излучение вносит только атомное поляризационное излучение одной частицы, поляризованной второй, и роль распределенного заряда играют $Z_g - Q^{(g)}(q)$. Члены с $\alpha_d^{(2)}(\omega, q)$ и $\alpha_d^{(1)}(\omega, q)$ входят в (7.58) с разными знаками, потому что индуцированные дипольные моменты партнеров столкновения противоположно направлены. Амплитуда тормозного излучения как функция ω повторяет структуру дипольных поляризуемостей $\alpha_d^{(g)}(\omega, q)$, имея максимумы там, где они имеются у $\alpha_d^{(g)}(\omega, q)$.

Если ограничиться для нейтральных частиц малыми (по сравнению с $1/R_a^{(g)}$) и большими (по сравнению с потенциалами

ионизации) ω , выражение (7.58) становится особенно простым, поскольку $\alpha_d^{(g)} \approx -Z_g/\omega^2$:

$$F_{pq}(\omega) = (4\pi(eq)/q^2\omega) [Z_2 Q^{(1)}(q) - Z_1 Q^{(2)}(q)], \quad (7.59)$$

и описывает тормозное излучение свободных электронов одного атома в поле ядра другого.

Обратим внимание на то, что согласно (7.58) и (7.59) для одинаковых, хотя и обладающих внутренней структурой, частиц $F_{pq}(\omega) = 0$, поскольку они в целом не могут иметь дипольного момента. Вклады каждой из частиц в амплитуду тормозного излучения (7.58) равны по величине и противоположны по знаку. В этом случае тормозное излучение определяется релятивистскими поправками к (7.58). Грубо они сводятся к тому, что каждая из частиц генерирует свой спектр излучения, причем спектр налетающей смещен в амплитуде по частоте на величину, определяемую эффектом Доплера. Так, если $\alpha_d(\omega)$ имеет узкий максимум, в амплитуде тормозного излучения возникнут два максимума, из которых относящийся к налетающей частице смещен и расширен вследствие эффекта Доплера.

Дифференциальное по q и ω сечение тормозного излучения получается подстановкой (7.58) в (7.14) и заменой p^2 на v_1^2 . Полный спектр получается интегрированием этого сечения по q в пределах от $q_{\min} \approx \omega/v_1$ до $q_{\max} = 2m_1 m_2 v_1 / (m_1 + m_2) \equiv 2\mu v_1$. Отметим, что, естественно, для легкой частицы ($m_1 \ll m_2$ и $q_{\max} \approx 2p_1$) (см. (7.23)) получаем

$$\begin{aligned} d\sigma(\omega) = & \frac{16}{3} \frac{d\omega}{\omega c^3 v_1^2} \int_{\omega/v_1}^{2\mu v_1} \frac{dq}{q} \left| \left\{ (Z_1 - Q^{(1)}(q))(Z_2 - Q^{(2)}(q)) \times \right. \right. \\ & \times \left(\frac{Z_2 - N_2}{m_2} - \frac{Z_1 - N_1}{m_1} \right) + \omega^2 [(Z_2 - Q^{(2)}(q)) \alpha_d^{(1)}(\omega, q) - \\ & \left. \left. - (Z_1 - Q^{(1)}(q)) \alpha_d^{(2)}(\omega, q)] \right\}^2 \right|. \quad (7.60) \end{aligned}$$

Спектр тормозного излучения в столкновении ионов и атомов определяется разными областями импульса q . Для нейтральных частиц отсутствует первый член в (7.60) и основной вклад вносит область $q \sim R_a^{-1}$, поскольку при $q \ll R_a^{-1}$ малы распределенные заряды $(Z_g - Q^{(g)}(q))$, а при $q \gg R_a^{-1}$ — обобщенные поляризуемости $\alpha_d^{(g)}(\omega, q)$.

Напротив, для иона основной вклад вносит область малых q , начиная от $q_{\min} = \omega/v_1$ (если, разумеется, $q_{\min} \ll R_a^{-1}$).

Спектр тормозного излучения иона на атоме, определяемый (7.60), переходит в тормозное излучение тяжелого заряда на атоме, если положить $Z_1 = N_1$, $m_2 = m_0$ и считать заряд бесструктурным, т. е. заменить $Q^{(2)}(q)$ на N_2 и $-Z_2 + N_2$ на e_0 (заряд электрона равен единице). Спектр тормозного излучения иона на атоме можно найти в логарифмическом приближении, и он определяется формулой (7.44) с учетом упомянутой выше замены.

Спектр тормозного излучения в атом-атомных столкновениях следует рассчитывать с помощью (7.60). Это выражение упрощается для $\omega \gg I$, где согласно (7.59) имеем

$$d\sigma(\omega) = \frac{16}{3} \frac{d\omega}{\omega} \frac{1}{c^2 v_1^2} \int_{\omega/v_1}^{2\mu v_1} \frac{dq}{q} |Z_2 Q^{(1)}(q) - Z_1 Q^{(2)}(q)|^2 \approx$$

$$\approx \frac{16}{3} \frac{d\omega}{\omega} \frac{1}{c^2 v^2} (Z_1 Z_2)^2 (I_1 - I_2)^2 \int_0^{\infty} \frac{tdt}{(t + I_1)^2 (t + I_2)^2}. \quad (7.61)$$

Если $q_{\min} \gg R_a^{-1}$, то спектр тормозного излучения в ион-атомном и атом-атомном столкновениях определяется одной и той же областью значений q , поэтому переход от атома к иону не очень сильно меняет полный спектр тормозного излучения.

Угловое распределение фотонов характеризуется, как и в поляризованном тормозном излучении при столкновении электрона с атомом, множителем $(1 + \cos^2 \theta)$, где θ — угол между импульсами налетающего электрона и фотона. Как отмечалось в связи с формулой (7.36), зависимость $(1 + \cos^2 \theta)$ характерна для излучения равномерно вращающегося диполя. Таким образом, угловое распределение фотонов подтверждает качественную картину поляризованного тормозного излучения, определяющего полный спектр излучения в столкновении атомных частиц, — каждая из них поляризует партнера, и векторы поляризации, «следя» за вызвавшей ее частицей, поворачиваются в пространстве.

7.9. Излучение при рассеянии гелия и α -частицы на ксеноне

В настоящем разделе рассмотрим спектры тормозного излучения, возникающего при столкновении атома гелия, α -частицы и электрона с одинаковыми скоростями с атомом ксенона [21]. Покажем, что интенсивности тормозного излучения в этих случаях в области частот порядка потенциала ионизации промежуточной легко поляризуемой многоэлектронной $4d^{10}$ -подоболочки ксенона оказываются одного порядка для электрона, α -частицы и атома гелия [20].

Спектр тормозного излучения гелия и α -частицы определяется с помощью формулы (7.60), а электрона — с помощью (7.23), (7.24). Форм-фактор He взят из [33], а форм-фактор ксенона, как и его обобщенная поляризуемость $\alpha_d^{(Xe)}(\omega, q)$, заимствованы из [11, 12], где форм-фактор вычислялся в приближении Хартри—Фока, а $\alpha_d^{(Xe)}(\omega, q)$ — в приближении случайных фаз с обменом с помощью специальной программы [34].

Членами, содержащими массу m_2 (и, разумеется, m_1), пренебрегаем даже для α -частицы. Считаем, что скорость $v_1 = 5$. Это соответствует энергии в 2,5 МэВ для α -частицы и He и 350 эВ для электрона. Подобная энергия несколько мала для

обеспечения высокой точности борновского приближения. Однако значительное увеличение v_1 привело бы к уменьшению интенсивности тормозного излучения и поэтому неудобно для проведения эксперимента по обнаружению поляризованного (атомного) тормозного излучения. Поскольку в выбранном диапазоне частот $q_{\min}, R_a^{-1} \approx 1$, следует ожидать, как отмечалось в разд. 7.8, что тормозные излучения для He, α -частицы и электрона на Xe будут соизмеримы, что и подтверждается расчетом.

На первый взгляд можно пренебречь обобщенной поляризуемостью гелия, которая для рассматриваемых ω равна $-Q^{(\text{He})}(q)/\omega^2$ и много меньше, чем $\alpha_d^{(\text{Xe})}(\omega, q)$. Однако в области переданных импульсов $qR_{id} \approx 1$, которая определяет величину полного спектра тормозного излучения, вклады обоих членов: $\text{Re}\alpha_d^{(\text{He})}(\omega, q)(Z^{(\text{He})}-Q^{(\text{He})}(q))$ и $\text{Re}\alpha_d^{(\text{Xe})}(\omega, q)(Z^{(\text{Xe})}-Q^{(\text{Xe})}(q))$ — оказываются одного порядка, и вследствие этого их интерференция существенна. Влияние члена, пропорционального $\alpha_d^{(\text{He})}(\omega, q)$, усилено благодаря тому, что $(Z^{(\text{Xe})}-Q^{(\text{Xe})}(q)) \gg 1$. Поскольку $\text{Re}\alpha_d^{(\text{He})}(\omega, q) < 0$ в рассматриваемой области ω , то при $\text{Re}\alpha_d^{(\text{Xe})}(\omega, q) < 0$ интерференция деструктивна, при $\text{Re}\alpha_d^{(\text{Xe})}(\omega, q) > 0$ — конструктивна. Интерференция мнимых частей поляризуемостей фактически отсутствует, поскольку в рассматриваемой области частот $\text{Im}\alpha_d^{(\text{He})}(\omega, q) \approx 0$, тогда как $\text{Im}\alpha_d^{(\text{Xe})}(\omega, q)$ весьма велика для $\omega \gtrsim I_{id}$.

Результаты расчета спектра тормозного излучения He (с учетом и без учета $\alpha_d^{(\text{He})}(\omega, q)$), α -частицы и электрона представлены на рис. 7.25. Все кривые имеют максимум, явно связанный с вкладом поляризационного (атомного) тормозного излучения. Его величина для α -частицы в 4 раза больше, чем для электрона, поскольку $Z_\alpha = 2$. Максимум $d\sigma(\omega)/d\omega$ для α -частицы смещен на 0,75 Ry в сторону больших энергий от положения максимума сечения фотоионизации $4d^{10}$ -подоболочки Xe. Это объясняется тем, что с ростом q пропорциональность $\text{Im}\alpha_d(\omega, q)$ и $\sigma_T(\omega)$ нарушается. Для q порядка R_a^{-1} (которые только и существенны в рассматриваемом диапазоне ω при выбранной скорости $v_1 = 5$) отклонение от пропорциональности $\text{Im}\alpha_d(\omega, q)$ и $\sigma_T(\omega)$ уже вполне заметно и максимум $\text{Im}\alpha_d(\omega, R_a^{-1})$ сдвинут в сторону больших ω относительно максимума в $\sigma_T(\omega)$.

Еще большее смещение максимума (атомного) тормозного излучения для электрона связано со значительной ролью интерференции поляризационного и обычного тормозного излучения в спектре тормозного излучения, которая вполне заметна, поскольку $q_{\min} = \omega/v_1 \sim R_a^{-1}$. Важная роль интерференции входящих в (7.60) амплитуд тормозного излучения гелия на ксеноне и ксенона на гелии проявляется в том, что кривые, полученные с учетом и без учета $\alpha_d^{(\text{He})}(\omega, q)$, как видно из рис. 7.25, заметно отличаются. Рост $d\sigma(\omega)/d\omega$ при $\omega < 7,8$ Ry объясняется конструктивной, а уменьшение $d\sigma(\omega)/d\omega$ при $\omega > 7,8$ Ry деструктивной интерференцией двух амплитуд — гелия на ксеноне и ксенона на гелии.

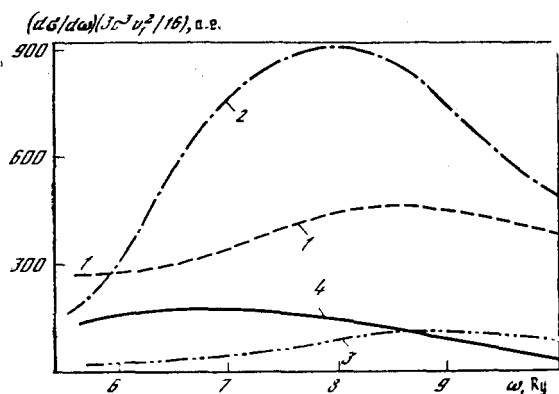


Рис. 7.25. Спектр тормозного излучения быстрых частиц на ксеноне [20] ($v_1=5$)

- 1 — электрон;
- 2 — α -частица;
- 3 — He (без учета его поляризуемости);
- 4 — He (с учетом поляризуемости обоих атомов)

За порогом ионизации реальные части амплитуд в значительной мере компенсируют друг друга, так что $d\sigma(\omega)/d\omega$ определяется вкладом $\text{Im}\alpha_d^{(Xe)}(\omega, q)$.

Примечательная разница $d\sigma(\omega)/d\omega$ при наименьших и наибольших значениях ω на рис. 7.25 для электрона и α -частицы есть проявление обсуждавшегося выше (в разд. 7.5, 7.7) эффекта «раздевания» электронных оболочек в процессе тормозного излучения.

7.10. Полный спектр тормозного излучения — упругого и неупругого

До сих пор рассматривалось лишь упругое тормозное излучение, в котором все изменение кинетической энергии сталкивающихся частиц уносилось испускаемым фотоном. Однако, как отмечалось в гл. 1 и разд. 7.1, имеется и неупругое тормозное излучение. Примеры описывающих его диаграмм даются на рис. 7.11 и 7.12.

С точки зрения возможности экспериментального обнаружения вклада поляризационного тормозного излучения важно выяснить роль неупругих процессов. Если она велика, то обнаружение вклада поляризационного тормозного излучения требует проведения опыта на совпадении, в котором одновременно фиксируется и кинетическая энергия частиц после столкновения, и фотон. Тем самым появляется возможность отделить упругое тормозное излучение от неупругого и, исследуя вклад первого, обнаружить роль поляризационного тормозного излучения. Если налетающая на мишень частица — легкая, подобная программа технически представляется выполнимой, хотя и трудной: надо на совпадение измерять сопоставимые величины — при энергии, к примеру, электрона порядка нескольких килоэлектронвольт фиксировать фотоны с энергией в десятки и сотни электронвольт. Имеющиеся, однако, на сегодняшний день экспериментальные исследования тормозного излучения [10, 13] ограничиваются

лишь измерением полного спектра, вклад в который вносит как упругое, так и неупругое тормозное излучение. Можно надеяться, что техническое совершенствование эксперимента позволит для рассеяния электронов на атомах (или ионах) выделить вклад упругого тормозного излучения и подтвердить важную роль поляризации атома-мишени в формировании полного спектра ТИ.

Ситуация в столкновении тяжелых частиц гораздо сложнее. Чтобы их можно было считать быстрыми, их энергии должны достигать десятков и сотен мегаэлектронвольт. Крайне сомнительной представляется возможность на фоне столь больших энергий зафиксировать на совпадение потерю энергии в несколько десятков или даже сотен электронвольт. Поэтому, хотя поляризационное тормозное излучение увеличивает полный спектр тормозного излучения на шесть-восемь порядков, весьма важно понять, что именно вносит здесь основной вклад — поляризационное тормозное или излучение δ (вторичных) электронов, удаляемых из атомных частиц в процессе их столкновения. Излучение δ -электронов может происходить и не обязательно за счет поляризации одной из сталкивающихся частиц, а в их статическом поле. Поскольку вероятность ионизации в столкновении велика, представлялось естественным, что основной вклад в полный спектр тормозного излучения вносится именно излучением δ -электронов, которые могут быть обязаны в основном и чисто традиционному, а не поляризационному тормозному излучению.

Поэтому для тяжелых частиц особенно важно рассчитать полный спектр тормозного излучения и выяснить, каков относительный вклад упругого и неупругого тормозного излучения. Показано [23], что в значительной области частот излучения ω доминирующим является упругое тормозное излучение. Причина его доминирующей роли в полном спектре излучения заключается в том, что в сечении упругого тормозного излучения вклады виртуальных возбуждений атомных электронов складываются когерентно, подобно тому, как это имеет место в рэлеевском рассеянии света, тогда как в сечении излучения, сопровождающегося ионизацией или возбуждением сталкивающихся частиц, вклады атомных электронов некогерентны. Подобные аналогии определяются тем, что сталкивающиеся частицы взаимодействуют между собой, обмениваясь фотоном (правда, при нерелятивистских скоростях — продольным, приводящим к кулоновскому взаимодействию, а не поперечным).

Рассмотрим полный спектр излучения, включающий упругое и неупругое тормозное излучение быстрой тяжелой заряженной частицы массы m_0 и заряда e_0 , налетающей на атом. В этом случае вкладом диаграмм рис. 7.11 следует пренебречь, поскольку их вклад в амплитуду тормозного излучения содержит множитель $1/m_0$. Из-за большой скорости налетающей частицы следует пренебречь (как поправкой второго борновского приближения) вкладом диаграмм, описывающих излучение фотона электроном атома-мишени, а ее ионизацию — налетающей частицей. Приме-

ром такого процесса служит диаграмма рис. 7.26. Поэтому неупругое тормозное излучение определяется совокупностью диаграмм, простейшие из которых даны на рис. 7.27. Следует учесть и вклад более сложных диаграмм.

Наиболее важные поправки к диаграммам рис. 7.27 происходят, как показывает опыт исследования процесса фотоионизации и неупругого рассеяния [25], от диаграмм, которые учитывают взаимодействие электрона $\epsilon^{(j)}$ или ϵ'' и дырки j, k , как это показано на диаграммах рис. 7.4, а также от диаграмм, учитывающих перестройку (см. рис. 7.7) наружных (промежуточных) оболочек атома-мишени при ионизации внутренней j -оболочки.

Соответствующие аналитические выражения для амплитуды $F_{pq}(\omega, q, \epsilon^{(j)})$ заметно сложнее (7.40), поскольку вместо обобщенной поляризуемости $\alpha_d(\omega, q)$ в него входит выражение, отличающееся от (7.12) иным знаменателем, содержащим вместо ω сумму энергий $[\omega + (\epsilon^{(j)} + I_j)]$, а в числителе — выражение (для диаграммы рис. 7.27, а)

$$\langle j | e^{-iqr} | \epsilon'' \rangle \langle \epsilon'' | (ed) | \epsilon^{(j)} \rangle,$$

которое отличается от входящего в (7.12) заменой j на ϵ_1 и $D(\omega)$ на d . Последнее обусловлено тем, что в диаграмме рис. 7.27, а корреляциями атомных электронов, описываемыми последовательностью диаграмм рис. 7.4, пренебрегается.

При $\omega \ll I$ основной вклад в полный спектр тормозного излучения тяжелой частицы вносится неупругим тормозным излучением

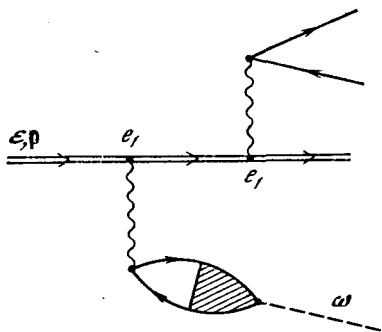


Рис. 7.26. Пример диаграммы, описывающей неупругий процесс, сопровождающий поляризационное тормозное излучение

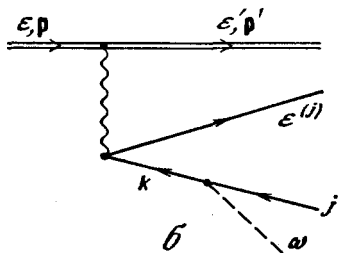
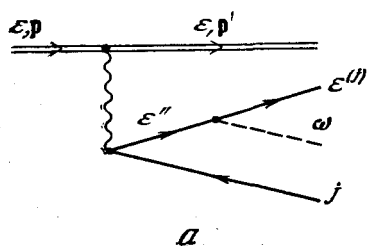


Рис. 7.27. Примеры диаграмм, описывающих неупругое тормозное излучение быстрой частицы

нием — диаграммой, подобной рис. 7.27, а, где фотон малой энергии излучается удаленным из атома электроном. Легко убедиться, что соответствующая амплитуда неупругого тормозного излучения будет пропорциональна амплитуде неупругого рассеяния и содержит множитель $1/\omega$, тогда как амплитуда упругого тормозного излучения пропорциональна ω . Множитель $1/\omega$ содержит амплитуду диаграмм рис. 7.11, а и 7.12, а, однако вместе с $1/m_0$. Амплитуды диаграмм рис. 7.11, б и 7.12, в содержат множитель $1/\omega_1$ при немалой частоте ω_2 . Член, пропорциональный $1/\omega$, имеется и в амплитуде упругого рассеяния, но также с множителем $1/m_0 \ll 1$. С ростом ω роль упругого тормозного излучения возрастает. Поскольку интересно выяснить, может ли и если да, то при каких ω , доминировать упругое тормозное излучение, сразу будем рассматривать частоты, такие, что $\omega \gg I$. Это условие, как многократно демонстрировалось выше, позволяет пренебречь всеми энергиями в знаменателе, кроме ω , т. е. энергиями возбуждения всех атомных оболочек. Суммирование по ϵ'' осуществляется в этом случае просто, с помощью теоремы полноты для состояний ϵ'' в диаграмме рис. 7.27, а. В результате для полного спектра излучения дипольных квантов, просуммированного по всем конечным состояниям атома-мишени, получаем

$$d\sigma^{\text{tot}}(\omega) = \frac{16e_0^2 d\omega}{3c^3 v_0^2} \sum_{\omega_{n_0}=0}^{\infty} \int_{(\omega+\omega_{n_0})/v_0}^{\infty} \frac{dq}{q} \left| \langle n \left| \sum_{j=1}^N e^{-iqr} \right| 0 \rangle \right|^2. \quad (7.62)$$

Здесь ω_{n_0} — энергия атомного возбуждения или ионизации. В применении к диаграммам рис. 7.27 $\omega_{n_0} = \epsilon^{(j)} + I_j$, N — число электронов атома-мишени. Заметим, что при $n=0$ выражение (7.43) переходит в (7.62), если в нем пренебречь членами $\sim 1/m_0$ и учесть, что при $\omega \gg I$ для обобщенной поляризуемости справедливо соотношение, использовавшееся выше уже многократно, $\alpha_d(\omega, q) = -Q(q)/\omega^2$. Верхний предел в сумме и интеграле положен равным ∞ , поскольку основной вклад в (7.62) вносит область малых импульсов q и энергий ω_{n_0} , что и позволяет, во всяком случае для оценки, заменить реальные верхние пределы на ∞ .

Поскольку рассматриваются $\omega \gg I$, а основной вклад в (7.62) вносят небольшие ω_{n_0} , для всех членов суммы по ω_{n_0} следует пренебречь ω_{n_0} по сравнению с ω . Для суммы по возбуждениям $\omega_{n_0} \gg I$ существенны лишь большие q , почти целиком передаваемые атомному электрону. Ограничения на q можно получить из условий $q \geq (\omega + \omega_{n_0})/v_0$, $\omega_{n_0} \approx q^2/2$. Отсюда для $\omega \ll v^2$ вытекают следующие ограничения на q : $\omega/v_0 < q < 2v_0$. В результате, суммируя по ω_{n_0} , получаем из (7.62)

$$d\sigma^{(p)}(\omega) \approx \frac{16e_0^2}{3c^3 v_0^2} \frac{d\omega}{\omega} \left\{ \int_{\omega/v_0}^{2v_0} \frac{dq}{q} |Q(q)|^2 + \right.$$

$$+ \int_{\omega/v_0}^{2v_0} \frac{dq}{q} [N - |Q(q)|^2 + \tilde{W}(q)] \}, \quad (7.63)$$

где $\tilde{W}(q) = \left\langle 0 \left| \sum_{i \neq j}^N \exp[-iq(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)] \right| 0 \right\rangle$, а $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j$ — координаты i -го и j -го электронов в атоме. В области малых q $\tilde{W}(0) = N(N-1)$, а с ростом q $\tilde{W}(q)$ быстро убывает.

Первое слагаемое в (7.63) описывает вклад упругого тормозного излучения в полный спектр, тогда как второе — неупругого. Процессы неупругого тормозного излучения происходят в основном в области $\omega \lesssim v_0^2/2$, т. е. определяются энергией и импульсом поступательного движения атомного электрона относительно налетающей частицы. Связь электронов с ядром атома приводит к тому, что неупругое тормозное излучение, хотя и становится возможным при $\omega > v_0^2/2$, но в этой области ω маловероятно.

Как отмечалось в разд. 7.7, главный вклад в первый член (7.63) вносит область импульсов q от ω/v_0 до R_a^{-1} (разумеется, если $\omega R_a/v_0 \lesssim 1$). Тогда в логарифмическом приближении первый член (7.63) совпадает с (7.47), если заменить Z на N .

Подынтегральное выражение во втором члене близко к нулю при $q < R_a^{-1}$ и растет с ростом q . Поэтому в логарифмическом приближении, интегрируя по q от R_a^{-1} до $2v$, находим

$$d\sigma^{\text{nonel}}(\omega) \approx \frac{16e_0^2}{3c^3v_0^3} \frac{d\omega}{\omega} N \ln(2v_0R_a). \quad (7.64)$$

Отношение вкладов в полный спектр упругого и неупругого тормозного излучения есть

$$N \frac{\ln(v_0/\omega R_a)}{\ln 2v_0R_a} \gg 1. \quad (7.65)$$

Следовательно, в области $\omega/v_0 < R_a^{-1}$, или $I \ll \omega < v_0R_a^{-1}$, упругое тормозное излучение доминирует. С ростом ω для частот $v_0R_a^{-1} \ll \omega \lesssim v_0^2/2$ увеличивается нижний предел интегрирования в (7.63), что приводит к уменьшению вклада упругого тормозного излучения. Область очень больших ω требует специального изучения, поскольку ограничения, использованные при выводе (7.63), становятся там непригодными. Численный расчет [35] показал, что упругое тормозное излучение в рассеянии протонов с энергией в несколько мегаэлектронвольт на атомах Al и C превышает неупругое на порядок, что согласуется с оценкой (7.65).

Формулы (7.43) и (7.60), определяющие спектр упругого тормозного излучения в атом-атомных и заряд-атомных процессах, весьма похожи. Аналогична ситуация и для неупругого тормозного излучения. Деструктивная интерференция обоих атомов ослабляет интенсивность упругого тормозного излучения.

Однако, если сталкивающиеся частицы заметно отличаются зарядом ядра, в области частот $\omega \ll v_0 R_a^{-1}$ доминирует упругое тормозное излучение.

Практически (7.62) и (7.63) можно применять по отдельности к каждой атомной оболочке. С ростом ω для наружных оболочек соотношение $\omega \ll v R_{ext}^{-1}$ начнет нарушаться и их вклад станет пренебрежим. Основной вклад в упругое тормозное излучение внесет промежуточная оболочка, для которой $\omega > I_{med}$ и $\omega \ll v_0 R_{med}^{-1}$, а в неупругое — все наружные, так что отношение вкладов в полный спектр «упругого» и «неупругого» тормозного излучения определяется не (7.65), а выражением

$$\frac{N_{med}^2 \ln(v_0/\omega R_{med})}{(N_{med} + N_{ext}) \ln 2v_0 R_{med}} \quad (7.66)$$

Здесь N_{ext} — число электронов в наружных, по отношению к рассматриваемой промежуточной, оболочках. В формуле (7.66) вместо полного числа электронов N появляется сумма $(N_{ext} + N_{med}) < N$, поскольку в (7.62) не вносят вклад оболочки, для которых потенциал ионизации превосходит ω .

Хотя формулы (7.62)–(7.66) выведены в предположении $\omega \gg I$, для оценок они могут использоваться и в области $\omega \gtrsim I$. Это означает, что доминирование вклада упругого тормозного излучения в полном спектре будет сохраняться и в области $\omega \gtrsim I$. Поэтому вычисляемый с помощью (7.43) спектр упругого тормозного излучения, есть, по крайней мере по порядку величины, полный спектр, который может быть непосредственно измерен на эксперименте. К примеру, для α -частицы в ксеноне такой спектр имеет мощный максимум за порогом ионизации $4d^{10}$ -подоболочки (см. рис. 7.25, кривая 2).

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ С УЧАСТИЕМ ПОЗИТРОНОВ, μ -МЕЗОНОВ И ЯДЕРНЫХ ЧАСТИЦ

8.1. Вводные замечания

Здесь мы обсудим процессы тормозного излучения с участием позитронов, например тормозное излучение электронов (и позитронов) на позитронии [1], а также мезоводороде. Тормозное излучение электронов (и позитронов) на позитронии целиком поляризационное, причем в области больших частот неупругие процессы одного порядка с упругими. Тормозное излучение на мезоводороде [2] также интересно тем, что оно является существенным механизмом неупругих потерь в весьма широком диапазоне энергий налетающей частицы.

Тормозное излучение возникает и в том случае, когда взаимодействие между сталкивающимися частицами имеет не электромагнитную природу. К примеру, излучением фотонов сопровождается рассеяние нейтрино на атомах [3, 4], равно как и на атомных ядрах. Разумеется, интенсивность этого излучения крайне мала, но оно является одним из проявлений прохождения этой частицы через вещество и тем самым может служить для ее обнаружения. Естественно, интенсивность резонансного тормозного излучения — испускания фотонов с частотой, очень близкой или совпадающей с энергией возбуждения атомных уровней, может быть на много порядков больше, чем нерезонансного.

Поляризация ядра в процессе его столкновения с нуклонами и другими ядрами играет существенную роль в формировании спектра тормозного излучения γ -квантов с энергиями порядка энергии связи нуклонов в ядрах [5]. В применении к ядерным столкновениям под поляризационным тормозным излучением следует понимать излучение γ -квантов вследствие поляризации либо мишени, либо налетающей частицы; резонансное же поляризационное тормозное излучение соответствует так называемым гигантским ядерным резонансам. Вблизи резонанса поляризационное тормозное излучение почти на порядок превосходит традиционное. Вероятно, именно поляризационное тормозное излучение объясняет широкий максимум в спектре γ -излучения, соответствующий гигантскому квадрупольному резонансу ядер углерода C^{12} [5—7].

Весьма значительным должен быть вклад поляризованного тормозного излучения в полный спектр излучения, возникающего в столкновении μ -мезонов с ядрами. Заряженные мезоны эффективно поляризуют ядро-мишень, в особенности при передаче ему энергии, лежащей в области гигантского дипольного резонанса, в результате чего полный спектр излучения приобретает при такой энергии значительный максимум. Велик должен быть вклад поляризованного тормозного излучения при рассеянии π -мезонов на ядрах, в том числе и π^0 -мезонов, где следует учитывать не только поляризацию ядра мезоном, но и π^0 -мезона ядром.

Поляризованное тормозное излучение должно быть существенно и в столкновениях других структурных частиц — нуклонов и мезонов — между собой, если рассматривать их как состоящих из кварков и поляризующихся в процессе столкновения [8].

Сходным с поляризованным тормозным излучением нейтральных частиц является, в сущности, процесс порождения глюонов — квантов хромодинамического поля в физике сильных взаимодействий. Сходство во многом определяется тем, что подобно фотону в столкновении нейтральных атомов глюон испускается лишь составляющей самой элементарной частицы — кварком (или другим глюоном).

8.2. Излучение при столкновениях позитронов с атомами

Роль поляризованного тормозного излучения весьма существенна, если налетающей частицей является позитрон. Амплитуда тормозного излучения для позитрона, как и для электрона, определяется диаграммами рис. 7.15, где, однако, прямая линия описывает позитрон. Для медленных позитронов справедливы и исходные формулы (7.1), (7.2), и приближенные выражения (7.3), (7.4). Противоположный знак зарядов позитрона и электрона явно не проявляется, поскольку заряд налетающей частицы входит одинаково, в первом порядке (см. рис. 7.15, жирная точка), в обычную (электронную) и поляризованную (атомную) амплитуды. Позитрон отталкивается атомом, не проникает (если он медленный) близко к ядру, не обменивается с электронами мишени, поэтому для него заведомо более чем для электрона законна замена волновой функции плоской волной, использованная при вычислении амплитуды поляризованного тормозного излучения в (7.4). В результате для медленного позитрона справедливо выражение (7.6) амплитуды тормозного излучения, где a — длина рассеяния позитрона на атоме.

Отношение $\xi(\omega)$ полного спектра тормозного излучения к обычному (электронному) спектру определяется согласно (7.8) выражением

$$\xi(\omega) = [1 + (\omega/a)\alpha_c(\omega)]^2. \quad (8.1)$$

Наличие поляризационного тормозного излучения приводит к тому, что, если $a < 0$, сечение тормозного излучения позитрона может обратиться в нуль до порога ионизации атома-мишени.

К примеру, для He $\alpha_a(0) = 1,3$ [9], а $a = -0,43$ [10], так что до порога его ионизации ($\omega < I = 1,4$ Ry) $\zeta(\omega) \approx (1 - 3\omega)^2$ и сечение тормозного излучения обращается в нуль при $\omega = 1/3 < I$, а к порогу растет, превышая чисто «традиционное» сечение на порядок и более.

При рассеянии медленных позитронов излучение может возникнуть вследствие перехода электрона от атома-мишени к позитрону с образованием позитрония Ps. Энергия связи электрона в отрицательном ионе (а также в щелочных атомах) меньше, чем в позитронии. Поэтому переход с образованием позитрония энергетически выгоден, и для малых скоростей столкновения вся высвобождающаяся энергия испустится в виде фотона. Сечение подобного процесса велико, а после указанной перезарядки на один из возбужденных уровней Ps переход в основное состояние идет с единичной вероятностью.

Если при малых энергиях отличие в рассеянии электрона и позитрона на атоме проявляется косвенно, через фазу δ_0 , то для быстрых электронов и позитронов оно проявляется явно. Амплитуда тормозного излучения быстрого позитрона определяется диаграммами рис. 7.17, а ее аналитическое выражение отличается от (7.11) сменой знака «плюс» на «минус» перед вкладом поляризационного тормозного излучения. Эта замена связана с тем, что амплитуда традиционного тормозного излучения, как видно из рис. 7.17, пропорциональна квадрату заряда налетающей частицы, а амплитуда поляризационного — его первой степени. Амплитуда тормозного излучения быстрого позитрона получается, если изменить знак перед поляризуемостью в формулах (7.4) — (7.6). Разумеется, смена знака приводит и к количественным, и к качественным изменениям спектра тормозного излучения позитрона по сравнению с электроном.

Основное качественное отличие тормозного излучения позитронов от такового для электронов состоит в отсутствии для позитронов «раздевания» электронных оболочек. В результате для больших частот $\omega \gg I$ амплитуда тормозного излучения позитрона на атоме не сводится к амплитуде тормозного излучения электрона на ядре. Действительно, поскольку налетающий позитрон и атомные электроны, даже если считать их свободными (что справедливо для высоких частот ω), имеют отличный от нуля дипольный момент, они могут излучать фотоны. В результате, к примеру, вместо выражения для амплитуды (7.17) получаем для $F_{pq}^{(+)}(\omega)$:

$$F_{pq}^{(+)}(\omega) = \frac{4\pi(eq)}{\omega q^3} (Z - 2Q(q)). \quad (8.2)$$

Отметим, что, таким образом, тормозное излучение на атоме не сводится к тормозному излучению в статическом поле экра-

ированного ядра не только для электронов, но и для позитронов: модели статического экранирования соответствует выражение $Z - Q(q)$, а дополнительное слагаемое $(-Q(q))$ есть вклад поляризационного тормозного излучения (заметим, что тормозное излучение быстрого позитрона на водороде с учетом поляризуемости атома-мишени рассматривалось в [11, 12]). Выражения, в явном виде учитывающие оболочечную структуру атома-мишени, тоже модифицируются. Так, в них сохраняются члены, описывающие тормозное излучение на электронах внешних оболочек атома-мишени, и вместо (7.18) амплитуда тормозного излучения для быстрого позитрона будет определяться выражением

$$F_{pq}^{(+)}(\omega) = -\frac{4\pi(eq)}{\omega q^3} [-Z + 2Q^{\text{ext}}(q) + Q^{\text{int}}(q) - \omega^2 \alpha_d^{\text{int}}(\omega, q)], \quad (8.3)$$

где $Q^{\text{ext}}(q)$ — форм-фактор всех наружных атомных оболочек, а $Q^{\text{int}}(q)$ и $\alpha_d^{\text{int}}(\omega, q)$ — соответственно форм-фактор и поляризуемость тех оболочек, чей потенциал ионизации больше ω . С увеличением ω , с переходом ω от значений, существенно меньших потенциала ионизации некоторой рассматриваемой оболочки I_n , к значениям $\omega > I_n$, вклад члена $-\omega^2 \alpha_d^{\text{int}}(\omega, q)$ от пренебрежимо малого и отрицательного становится положительным и равным $Q^n(q)$. Этот член не компенсирует, как в случае тормозного излучения электронов, аналогичный член в $Q^n(q)$, а добавляется к нему. В этом смысле в применении к тормозному излучению позитронов уместно говорить не о «раздевании», а об «одевании» электронных оболочек в процессе тормозного излучения позитронов.

Видно, что $F_{pq}^{(+)}(\omega)$, а вместе с ним и дифференциальное по q сечение тормозного излучения могут обращаться в нуль и при $\omega \gg I$ — в отличие от того, что имеет место для $F_{pq}(\omega)$ (см. (7.18)).

Отметим, однако, что с логарифмической точностью сечения тормозного излучения электрона и позитрона при больших ω совпадают. В этом легко убедиться, используя в качестве $F_{pq}^{(+)}(\omega)$ выражение (8.2) и имея в виду, что как в области малых q ($\omega/p < q \ll R_a^{-1}$), так и больших ($R_a^{-1} \ll q < 2p$) выражение $[Z - 2Q(q)]^2$ одинаково и примерно равно Z^2 . Аналогично обстоит дело со скачком в сечении $\omega d\sigma(\omega)/d\omega$, связанным с «одеванием» электронных оболочек в процессе тормозного излучения позитрона на атоме. Величина скачка определяется выражением

$$\Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega)^{(+)} = -2 \int_{I_n/p}^{2p} [Z - Q(q) - Q^{\text{ext}}(q)] Q^n(q) \frac{dq}{q}, \quad (8.4)$$

где I_n и $Q^n(q)$ — потенциал ионизации и форм-фактор «одевающейся» оболочки. Это выражение на первый взгляд отличается

от аналогичного выражения для сечения тормозного излучения электрона (см. (7.25))

$$\Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega) = 2 \int_{i_{n/p}}^{2\sigma} [Z - Q(q) + Q^{\text{ext}}(q)] Q^n(q) \frac{dq}{q}.$$

Однако основной вклад в $\Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega)$ и для позитрона, и для электрона вносит область малых q , где оба подынтегральных выражения отличаются лишь знаком, будучи равны соответственно $-N^{\text{ext}}N^n/q$ и $N^{\text{ext}}N^n/q$. С учетом знака «минус» перед интегралом в (8.4) видно, что с логарифмической точностью

$$\Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega)^{(+)} \approx \Delta(\omega d\sigma(\omega)/d\omega).$$

Отличие тормозного излучения электрона и позитрона существенно в дифференциальных сечениях в области $q \sim R_a^{-1}$, вклад которой в $d\sigma(\omega)/d\omega$ мал. В основе физики поляризационного излучения лежит переходное поляризационное рассеяние [12] виртуальных квантов. Отличие рассеяния позитронов и электронов с учетом поляризационных эффектов отмечено в [12].

8.3. Рассеяние позитрона или электрона на позитронии

Рассмотрим упругое и неупругое тормозное излучение, возникающее при столкновении быстрого электрона или позитрона с позитронием Ps [1]. Несмотря на несколько экзотический характер мишени, подобное столкновение представляет значительный принципиальный интерес, поскольку аналог величины $Z - Q(q)$ в (7.15) для позитрония обращается в нуль. Поэтому все тормозное излучение происходит вследствие поляризации позитрония или его разделения на электрон и позитрон, а также возбуждения. Этим тормозное излучение на позитронии принципиально отличается от тормозного излучения на водороде и других атомах.

Атом позитрония не имеет ядра, поэтому в определении амплитуд тормозного излучения следует учитывать движение образующих его электрона и позитрона относительно общего центра масс.

Амплитуда процесса тормозного излучения, в котором при рассеянии быстрого, но нерелятивистского, позитрона (или электрона) на позитронии испускается фотон частоты ω , а сам позитроний переходит из основного состояния $|0\rangle$ в возбужденное $|m\rangle$, записывается в виде [1]

$$\begin{aligned} F_{pq}^{m0}(\omega) &= \frac{4\pi e_0(\epsilon q)}{\omega q^2} [e_0 Q_{m0}(\mathbf{q}) - \omega^2 A_{m0}(\omega, \mathbf{q})] \equiv \\ &\equiv F_{pq}^{m0(1)}(\omega) + F_{pq}^{m0(2)}(\omega), \end{aligned} \quad (8.5)$$

Где

$$Q_{m0}(\mathbf{q}) = \langle m | (e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_+} - e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_-}) | 0 \rangle. \quad (8.6)$$

Здесь r_{\pm} — координаты электрона и позитрона в Ps относительно его центра масс; e_0 — заряд рассеивающейся частицы, равный в принятой нами атомной системе единиц — 1 для электрона и 1 для позитрона.

Первый член в (8.5) есть амплитуда традиционного, а второй — поляризационного упругого и неупругого тормозного излучения на языке диаграмм, представленных соответственно рисунками 7.11, а и 7.12, а, б. Входящее в (8.5) выражение $A_{m_0}(\omega, q)$ — аналог обобщенной поляризуемости $\alpha_d(\omega, q)$ (см. (7.12)) для процессов поляризационного неупругого тормозного излучения — определяется соотношением

$$A_{m_0} = \frac{i}{(eq)\omega} \sum_n \left\{ \frac{\omega_{mn}(\mathbf{ed})_{m_0} Q_{n_0}(q)}{\omega_{nm} - \omega} + \frac{\omega_{n_0} Q_{mn}(q)(\mathbf{ed})_{n_0}}{\omega_{n_0} + \omega} \right\}, \quad (8.7)$$

где \mathbf{d} — оператор дипольного момента позитрония; $\omega_{mn} = E_m - E_n$ — энергия перехода. Отметим, что для $\langle m | = \langle 0 |$ и малых переданных импульсов $q \ll 1$ $A_{00}(\omega, q) = \alpha_d^{Ps}(\omega)$, где $\alpha_d^{Ps}(\omega)$ — дипольная динамическая поляризуемость позитрония. Выражение (8.5) совпадает с амплитудой тормозного излучения на атоме водорода, если в (8.6) понимать под r_+ и r_- координаты протона ($r_p \approx 0$) и электрона. Такое соответствие возможно ввиду того, что позитроний, как и водород, можно считать покоящимся в процессе столкновения (учет отдачи позитрония вносит в (8.4) поправку порядка $\delta v/c \ll 1$ (где δv — скорость, приобретенная позитронием вследствие отдачи). Обратим внимание на то, что Ps — истинно нейтральная частица, так как $Q_{\infty}(q) = 0$ для любых q . Поэтому в (8.5) отсутствует традиционная часть амплитуды упругого тормозного излучения, содержащая $Q_{00}(q) = 0$. Поскольку $Q_{00}(q) = 0$, упругое рассеяние заряженной быстрой частицы на позитронии в первом борновском приближении отсутствует.

Дифференциальное по ω, q и направлению вылета фотона Ω_k сечение неупругого тормозного излучения получается с помощью выражения (8.5)

$$d\sigma^{m_0}(\omega, q, \Omega_k) = \frac{\omega q d\omega dq d\Omega_k}{(2\pi)^3 c^3 v^2} \{ |F_{pq}^{m_0(1)}(\omega)|^2 + |F_{pq}^{m_0(2)}(\omega)|^2 \}. \quad (8.8a)$$

Подразумевается, что в (8.8a) проведено суммирование по уровням тонкой структуры данного состояния $|m\rangle$, так что различные $|m\rangle$ отличаются лишь главным квантовым числом.

Интересно, что в (8.8a) отсутствует интерференционный член. Это связано с тем, что обычная часть амплитуды, как следует из определения (8.6), отлична от нуля лишь для нечетных переходов, а для четных вследствие нечетности выражения $(e^{-iqr_+} - e^{iqr_-}) Q_{m_0}(q) = 0$. Напротив, $F_{pq}^{m_0(2)}(\omega) \neq 0$ лишь для четных переходов, что видно из (8.7): четности состояний $|0\rangle$ и $|n\rangle$, $|m\rangle$ и $|n\rangle$ должны быть противоположны, а следовательно, для состояний $|0\rangle$ и $|m\rangle$ — совпадать.

Отсутствие интерференционного члена следует и из того очевидного факта, что излучение при столкновении ($e^+ + Ps$) и ($e^- + Ps$) вследствие полной симметрии относительно замены $e^+ \rightleftharpoons e^-$ совпадает, а в амплитуде (8.5) при переходе от налетающей частицы e^- к e^+ меняется знак лишь перед одним членом.

В случае $|m\rangle = |0\rangle$ из (8.5) имеем

$$d\sigma(\omega, q) = \frac{16}{3} \frac{d\omega}{\omega c^2 v_0^2} |\omega^2 \alpha_d^{Ps}(\omega, q)|^2 \frac{dq}{q}. \quad (8.86)$$

Видно, что в отличие от любого атома тормозное излучение на позитронии не содержит обычной составляющей и полностью формируется за счет виртуальных возбуждений позитрония в процессе столкновения.

Дифференциальное по ω и импульсу q сечение тормозного излучения электрона или позитрона на позитронии больше, чем на атоме водорода при любых (однако не слишком малых) ω и q . Отношение этих сечений χ можно получить из (8.86) и (7.14), (7.15) для электрона и со знаком «минус» перед $\alpha_a(\omega, q)$ — для позитрона (полагая в (7.15) $Z=1$ и $Q(q)$ равным $(1 + \frac{1}{4}q^2)^{-2}$ — форм-фактору атома водорода). Для рассеяния электрона и ω в области $\omega \gg I$ величина $\chi = 4$. Подобное значение χ легко объяснить из качественных соображений: при $\omega \gg I$ атом-мишень можно рассматривать как совокупность свободных частиц. Поскольку свободные электроны дипольно не излучают, тормозное излучение электрона на позитронии сводится к излучению фотона системой «налетающий электрон + позитрон», а тормозное излучение электрона на водороде — к излучению электрона на протоне. В первом случае приведенная масса сталкивающихся частиц есть $\frac{1}{2}$, а сечение тормозного излучения, обратно пропорциональное квадрату массы, в 4 раза больше в первом случае, чем во втором. Для малых ω ($\omega \lesssim I$) и $q \lesssim 1$ величина χ достигает 64.

Весьма просто найти полное сечение излучения электрона (позитрона) на позитронии $d\sigma^{\text{tot}}(\omega, q)$, которое получается из (8.7) интегрированием по $d\Omega_k$ и суммированием по m . Из (8.7) получаем

$$d\sigma^{\text{tot}}(\omega, q) = \frac{16}{3} \frac{d\omega dq}{\omega q c^2 v_0^2} \frac{1}{m} \sum_m \{ |Q_{m0}(\mathbf{q})|^2 + \omega^4 |A_{m0}(\omega, \mathbf{q})|^2 \}. \quad (8.9)$$

Для частот $\omega \gg I$ второе слагаемое в (8.8a) существенно упрощается:

$$\sum_m \omega^4 |A_{m0}(\omega, \mathbf{q})|^2 = 4 \langle 0 | \cos^2(\mathbf{q}\mathbf{r}/2) | 0 \rangle.$$

Учитывая также, что $\sum_m |Q_{m0}(\mathbf{q})|^2 = 4 \langle 0 | \sin^2(\mathbf{q}\mathbf{r}/2) | 0 \rangle$, находим дифференциальное по ω и q сечение упругого и неупругого

тормозного излучения в области больших частот $\omega \gg I$:

$$d\sigma^{\text{tot}}(\omega, q) = \frac{64}{3} \frac{d\omega dq}{\omega q} \frac{1}{c^2 v_0^2} \left\langle 0 \left| \left(\sin^2 \left(\frac{qr}{2} \right) + \cos^2 \left(\frac{qr}{2} \right) \right) \right| 0 \right\rangle = \frac{64}{3} \frac{d\omega dq}{\omega q} \frac{1}{c^2 v_0^2}. \quad (8.10)$$

Полный спектр излучения получается из (8.10) интегрированием по q в пределах от $q_{\text{min}} = \omega/v_0$ до $q_{\text{max}} = 2\mu v_0$, где μ приведенная масса электрона (позитрона) в столкновении с позитронием ($\mu = 2/3$):

$$d\sigma^{\text{tot}}(\omega) = \frac{64}{3} \frac{d\omega}{\omega c^2 v_0^2} \ln \frac{4v_0^2}{3\omega}. \quad (8.11)$$

Вклад в полный спектр отдельно упругого тормозного излучения можно найти, интегрируя (8.8a) по q от q_{min} до q_{max} . Поскольку $\alpha_d^{\text{Ps}}(\omega, q)$ быстро убывает с ростом q , при $q > 1$ с логарифмической точностью получаем для спектра упругого тормозного излучения

$$d\sigma^{\text{el}}(\omega) = \frac{64}{3} \frac{d\omega}{\omega c^2 v_0^2} |\alpha_d^{\text{Ps}}(\omega) \omega^2|^2 \ln \frac{v_0}{\omega}. \quad (8.12)$$

При больших ω поляризуемость позитрония вдвое больше, чем водорода, и равна $-2/\omega^2$, поэтому в области $\omega \gg I$ из (8.12) имеем

$$d\sigma^{\text{el}}(\omega) = \frac{64}{3} \frac{d\omega}{\omega c^2 v_0^2} \ln \frac{v_0}{\omega}. \quad (8.13)$$

Разница между полным и упругим спектрами тормозного излучения и есть вклад неупругого тормозного излучения:

$$d\sigma^{\text{nonel}}(\omega) = \frac{64}{3} \frac{d\omega}{\omega c^2 v_0^2} \ln \frac{4v_0}{3}. \quad (8.14)$$

Таким образом, неупругое тормозное излучение вносит логарифмически большой вклад в спектр излучения. Отметим, что это есть следствие относительно малой массы позитрония. В столкновении электрона с водородом [12] или любым другим атомом в области $\omega \gg I$ роль неупругого тормозного излучения мала. В этом случае атомные электроны можно считать свободными. Система же свободных электронов, включая налетающий, не обладает дипольным моментом и поэтому не может излучать дипольные фотоны. Изменяет свое состояние лишь налетающий электрон, а атом в процессе рассеяния с излучением не возбуждается.

Если на атом налетает позитрон, поляризационное тормозное излучение, упругое и неупругое (тормозное излучение на электронах атома-мишени), идет с большой вероятностью. Аналогич-

но и для позитрония неупругое тормозное излучение — весьма вероятный процесс, при котором в области $\omega \gg I$ излучает система «налетающий электрон (позитрон) + позитрон (электрон) мишени» и изменить свое состояние может любая из сталкивающихся частиц. Это и обуславливает большой вклад неупругого тормозного излучения (8.14). Заметим, что приведенные выше формулы (8.8а) и (8.12) нуждаются в уточнении при $\omega \ll I$, так как они не содержат сингулярности $1/\omega$, а также не зависящего от ω члена, характерных для спектра тормозного излучения в области малых частот для любых сталкивающихся и излучающих частиц [13]. Этот дефект формул (8.8а) и (8.12) связан с равенством нулю сечения упругого рассеяния на позитронии в первом борновском приближении. Член, пропорциональный $1/\omega$, как и не зависящий от ω , появляются, если учесть в рассеянии электрона (позитрона) на позитронии поляризационный потенциал.

8.4. Неупругое рассеяние на мезоводороде

Рассмотрим тормозное излучение электрона на μ -водороде (H_μ -атоме), состоящем из протона и μ -мезона. В такой системе тормозное излучение — единственный механизм неупругих потерь в весьма широком диапазоне энергий налетающей частицы вплоть до порога возбуждения (ионизации) H_μ — 2,1 (2,8) кэВ. Существенно также, что при описании рассеяния электрона (да и позитрона) на H_μ можно при любой энергии налетающей частицы ограничиться первым борновским приближением [14]. Малая величина сечения упругого рассеяния приводит, естественно, к относительно большой роли поляризационного (атомного) тормозного излучения.

Сечение упругого рассеяния электрона (позитрона) на H_μ при очень малой энергии равно не геометрическому сечению, порядка R_μ^2 (где $R_\mu = 1/m_\mu$ — радиус Бора для μ -водорода, $m_\mu \approx 208$ — масса μ -мезона), а на несколько порядков меньше: $\sigma_{e1} = 4\pi R_\mu^2/m_\mu^2$, где R_μ измеряется в боровских радиусах, а m_μ — в массах электрона.

Как и в задаче упругого рассеяния электрона (позитрона) на H_μ , расчет сечения неупругого рассеяния можно провести, пользуясь теорией возмущений по взаимодействию между сталкивающимися частицами при любых энергиях соударения. Именно поэтому можно воспользоваться выражением (7.13), применимым в отличие от случая электрон-атомного рассеяния при любых, в том числе и малых, энергиях столкновения. Таким образом, амплитуда упругого тормозного излучения электрона (позитрона) на H_μ определяется следующим соотношением [2] ($\omega < p^2/2$, $q < 2p$):

$$F_{pq}^{H_\mu}(\omega) = \frac{4\pi(eq)}{\omega q^3} (1 - Q^{H_\mu}(q)) - \frac{4\pi e_0 \omega}{q^2} (e\sigma) \alpha_I^{H_\mu}(\omega, q). \quad (8.15)$$

Здесь $Q^{H\mu}(q)$ и $\alpha_{\alpha}^{H\mu}(\omega, q)$ — соответственно форм-фактор и обобщенная поляризуемость μ -водорода, определяемые формулами (7.15) и (7.12), где распределение плотности $\rho(r)$ и волновые функции относятся к H_{μ} . Заряд $e_0 = \mp 1$ в (8.15) меняет знак при переходе от электрона к позитрону.

Ограничимся нерелятивистскими энергиями налетающего электрона, где $p \ll c$, а следовательно, $q_{\max} R_{\mu} \approx p/m_{\mu} \ll 1$. Это значит, что тормозное излучение формируется в основном на больших расстояниях от μ -водорода, что объясняется его малым радиусом. Поскольку $qR_{\mu} \ll 1$, достаточно ограничиться низшим членом в разложении $F_{pq}^{H\mu}(\omega)$ по степеням (qR_{μ}) . Проведя указанное разложение, из (8.15) находим

$$F_{pq}^{H\mu}(\omega) = \frac{4\pi(eq)}{\omega q^2} \left[\frac{q^2}{2m_{\mu}^2} + e_0 \omega^2 \alpha_d^{H\mu}(\omega) \right] \equiv F_1(\omega, q) \frac{(eq)}{q}. \quad (8.16)$$

Дифференциальное по q и ω сечение тормозного излучения получается из (8.15) с помощью (7.14), откуда, суммируя по поляризациям фотона и интегрируя по углам его вылета, получаем

$$d\sigma(\omega, q) = \frac{\omega q d\omega dq}{3\pi^2 c v_0^2} |F_1(\omega, q)|^2. \quad (8.17)$$

Отношение η амплитуды поляризационного и традиционного членов (второго и первого членов в (8.16)) можно оценить, заменяя поляризуемость $\alpha_d^{H\mu}(\omega)$ ее статическим значением $9/2 m_{\mu}^3$ ($\alpha_d = 9/2$ для водорода):

$$\eta > 9\omega^2/q^2 m_{\mu}. \quad (8.18)$$

Это неравенство показывает, что в области малых переданных импульсов $q \sim q_{\min} = \omega/v_0$, для $p \geq (m_{\mu})^{1/2}$ отношение $\eta > 9$. Поэтому в дифференциальном по q сечении тормозного излучения существует область q и p , в которой при любых $\omega < (m_{\mu})^{1/2}$ основным оказывается вклад поляризационного тормозного излучения.

Спектр тормозного излучения $d\sigma(\omega)/d\omega$ получается интегрированием (8.17) по переменной q :

$$d\sigma(\omega) = \frac{16}{3} \frac{d\omega}{c^3} \left\{ \frac{p^2 R_{\mu}^4}{\omega} \left[1 - \left(\frac{\omega}{2p^2} \right)^4 \right] + e_0 \omega R_{\mu}^2 \times \right. \\ \left. \times [2\text{Re} \alpha_d^{H\mu}(\omega)] \left[1 - \left(\frac{\omega}{2p^2} \right)^2 \right] + \frac{\omega^3}{p^2} |\alpha_d^{H\mu}(\omega)|^2 \ln \left(\frac{2p^2}{\omega} \right) \right\}. \quad (8.19)$$

Заметим, что, поскольку $\omega < p^2/2$, члены $\omega/2p^2$ малы по сравнению с единицей. Оценим отношение η вкладов поляризационного тормозного излучения и интерференционного члена (второе и третье слагаемые в (8.19)) к первому члену — вкладу традиционного тормозного излучения в тормозной спектр. Заменяя

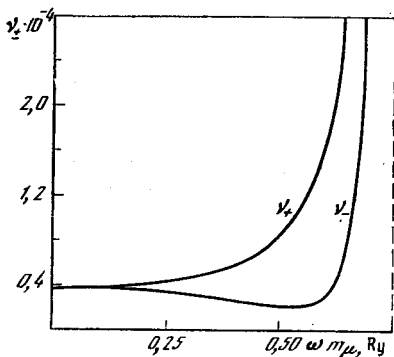


Рис. 8.1. Отношение сечения тормозного излучения электрона на H_{μ} к соответствующему сечению упругого рассеяния σ_{e1} [25] (энергия столкновения 225 Ry)

Отметим, что обычно для легкой частицы доминирует тормозное излучение в статическом поле атома-мишени. В рассмотренной выше ситуации весьма существенная роль поляризационного тормозного излучения есть следствие электронейтральности и компактности атома-мишени.

Результаты расчета спектров тормозного излучения, выполненные по формуле (8.19), представлены на рис. 8.1 в виде отношений $\nu_{\mp} = \omega(d\sigma/d\omega)_{\mp}/\sigma_{e1}$ для электрона и позитрона соответственно. Рис. 8.1 демонстрирует важную роль деформируемости атома-мишени в процессе тормозного излучения, которая приводит к сложной зависимости полного сечения тормозного излучения от ω . Необходимое для расчета спектров выражение динамической поляризуемости $\alpha_d^{H_{\mu}}(\omega)$ взято из работы [15]. Для параметрического сравнения сечения упругого рассеяния на H_{μ} ($\sigma_{e1} = 4\pi R_{\mu}^2/m_{\mu}^2$ [14]) с сечением тормозного излучения $\omega(d\sigma(\omega)/d\omega)_{\mp}$ при одинаковой энергии падающего электрона (позитрона) выпишем явный вид отношений:

$$\nu_{\mp} = \frac{\omega(d\sigma(\omega)/d\omega)_{\mp}}{\sigma_{e1}} = \frac{4}{3\pi} \frac{m_{\mu}^2 p^2 R_{\mu}^2}{c^3} [1 \mp \delta_1(\omega) + \delta_2(\omega)]. \quad (8.21)$$

Формулы (8.20) и (8.21) показывают, что в области $p \sim \sqrt{m_{\mu}}$, $\omega \ll m_{\mu}$ сечение тормозного излучения по порядку величины в m_{μ}/c^3 раз меньше сечения упругого рассеяния электрона на H_{μ} , что наглядно иллюстрируется на рис. 8.1. Из-за значительного роста поляризуемости, а следовательно, и $\delta_1(\omega)$ и $\delta_2(\omega)$ в области у порога возбуждения $2s$ - и $2p$ -состояний H_{μ} отношение сечений ν_{\mp} существенно возрастает, достигая в нескольких ридбергах перед порогом значений порядка $1/m_{\mu}$ и продолжая расти дальше. В связи с этим представляет интерес определение верх-

$\alpha_d^{H_{\mu}}(\omega)$ на $9/2 m_{\mu}^3$, что законно при $\omega \leq m_{\mu}$, получаем соответственно

$$\eta_1(\omega) \gtrsim 9 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \frac{1}{m_{\mu}},$$

$$\eta_2(\omega) \gtrsim \left(\frac{9\omega^2}{2p^2 m_{\mu}}\right)^2 \ln \frac{2p^2}{\omega}. \quad (8.20)$$

Эти неравенства показывают, что в области $p \sim m_{\mu}^{1/2}$, $\omega \sim m_{\mu}$ спектр тормозного излучения в основном определяется поляризационным членом в (8.19). С уменьшением частоты роль обычного тормозного излучения нарастает, и при малых ω , как и должно быть, оно доминирует.

ней границы роста для отношений ν_F . Вводя конечную ширину Γ линии $1s \rightarrow 2p$ в H_μ , оценим максимальное значение поляризуемости как $\alpha_d^{\max} \approx i/\Gamma$. Это означает, что в резонансе ν_F возрастает вплоть до значений $10^6 - 10^7$.

Простота формул, описывающих спектр тормозного излучения, возникающего в столкновении электрона с атомом H_μ , позволяет написать выражение для спектра тормозного излучения в мало обсуждавшейся нами ранее области частот $\epsilon \approx \omega \approx p^2/2$. Здесь энергетическая зависимость $d\sigma/d\omega$ определяется интегрированием по статистическому весу конечных состояний налетающего электрона с учетом закона сохранения энергии: $\int d^4 p' \delta(\epsilon - \omega - p'^2/2) \sim \sqrt{\epsilon - \omega}$. Из (8.16) и (8.17) с учетом зависимости q_{\min} и q_{\max} от p и ω приходим к выражению

$$\frac{d\sigma^\pm(\omega)}{d\omega} = \frac{16}{3c^3} \left[\left(\frac{1}{m_\mu} \right)^4 - \frac{p^2}{m_\mu^2} e_0 \operatorname{Re} \alpha_d^{H_\mu} \left(\frac{p^2}{2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{p^4}{8} \left| \alpha_d^{H_\mu} \left(\frac{p^2}{2} \right) \right|^2 \right] \sqrt{\frac{\epsilon - \omega}{\epsilon}}, \quad (8.22)$$

справедливному при $(\epsilon - \omega)/\epsilon \ll 1$. Приблизненно (8.22) годится и в области $(\epsilon - \omega)/\epsilon \lesssim 1$. Естественно, зависимость от энергии вблизи края — коренная: $d\sigma/d\omega \propto \sqrt{\epsilon - \omega}$.

С ростом p , как видно из (8.22), вклады поляризационного тормозного излучения и интерференционного члена растут и в области $p^2 \approx m_\mu$ становятся соизмеримыми с вкладом традиционного тормозного излучения. Интерференция при $p^2/2 < I_{H_\mu}$ ($p^2 = m_\mu$) носит для электрона ($e_0 = -1$) деструктивный, а для позитрона — конструктивный характер, так что $d\sigma^\pm(\omega)/d\omega$ при $\omega = p^2/2 = m_\mu/2$ составляет соответственно 0,5 и 5 от вклада традиционного члена, если положить $\alpha_d^{H_\mu}(m_\mu) = 9/2m_\mu^3$. С дальнейшим ростом p в области $m_\mu \ll p^2 < m_\mu^2$ роль поляризационного тормозного излучения остается значительной, и, воспользовавшись при $\omega \gg I_{H_\mu}$ выражением для поляризуемости $\alpha = -1/\omega^2$, при $p = m_\mu$ получаем из (8.22) для отношений $d\sigma(\omega)/d\omega$ к обычному (традиционному) вкладу значения, равные 4,4 для позитрона и 0,4 для электрона. Как видим, это соотношение обратно тому, что имеет место при $\omega < I_{H_\mu}$. Для больших p и любых ω следует учитывать релятивизм налетающей частицы, что приведет, как показано в разд. 7.6, к увеличению роли поляризационного тормозного излучения. Если мишенью является атом $\mu^+\mu^-$, роль поляризационного тормозного излучения при рассеянии электрона (позитрона) возрастает, поскольку статический потенциал создаваемый атомом $\mu^+\mu^-$, обращается в нуль. Поэтому обычное тормозное излучение определяется амплитудой упругого рассеяния на поляризационном потенциале, которая, как показано в [14], меньше амплитуды рассеяния на статическом потенциале в $m_\mu^{1/2}$ раз. Отсюда следует, что в этом случае в оценках относи-

тельного вклада поляризационного тормозного излучения (8.18) и (8.20) вместо m_μ^{-1} будет стоять $m_\mu^{-1/2}$, что на порядок больше. Первый член в (8.22) также уменьшится в m_μ раз.

8.5. Столкновения мезонов и электронов с ядрами атомов

При рассеянии электронов, мезонов и нуклонов на ядрах атомов также возникает тормозное излучение. Оно может быть обусловлено как замедлением налетающей частицы в статическом поле ядра, так и изменением во времени дипольно-поляризованного ядра-мишени. Как и в предыдущих разделах, будем первый механизм именовать обычным (традиционным), а второй — поляризационным.

Наиболее просто рассмотреть тормозное излучение μ -мезона — сравнительно тяжелой частицы, взаимодействующей с нуклонами ядра так же, как и электрон. Амплитуда тормозного излучения μ^\pm -мезона аналогично (7.15) определяется выражением

$$F_{pq}(\omega) = \frac{4\pi(eq)Q^n(q)}{\omega q^2 m_\mu} + (eq) \frac{4\pi e_\mu \omega}{q^2} \alpha_d^n(\omega, q), \quad (8.23)$$

где m_μ — масса μ -мезона; e_μ — его заряд, равный ± 1 ; $Q^n(q)$ — форм-фактор ядра; $Q^n(0) = Z$; Z — его заряд; $\alpha_d^n(\omega, q)$ — обобщенная дипольная поляризуемость ядра, определяемая соотношением (7.12), где волновые функции и энергии ω_{nh} описывают основное и возбужденные состояния ядра и их энергии. Далее будем пользоваться аналогом атомной системы единиц для ядра (ядерной системой), т. е. положим $e = \hbar = m_n = 1$, где m_n — масса нуклона. В этой системе единиц $m_e \approx 1/1835$, а $m_\mu = 0,11$. Характерная для ядра единица длины 1 ферми, равная 10^{-13} см, в этой системе равна 0,035 я. е. длины, а ядерная единица энергии 1 Мэв равна 20 я. е. энергии. Выражение (8.23) учитывает лишь дипольные фотоны, т. е. область энергий вплоть до нескольких десятков — сотен мегаэлектронвольт, и рассматривает лишь быстрые налетающие частицы, для которых можно ограничиться первым борновским приближением. Оно справедливо, если $Z/v_0 \ll 1$. При вычислении обобщенной дипольной поляризуемости ядра $\alpha_d^n(\omega, q)$ следует учесть, что обе ядерные частицы — и протон и нейтрон — имеют одинаковый по величине, обратный по знаку и равный половине электронного эффективный электрический заряд [16].

Отношение полного спектра тормозного излучения к вкладу традиционного спектра определяется при малых q выражением

$$\xi_\mu(\omega, q) = \left[\left[1 - \frac{m_\mu e_\mu \omega^2 \alpha_d^n(\omega)}{Q^n(q)} \right] \right]^2. \quad (8.24)$$

Кривая сечения фотопоглощения $\sigma_T(\omega)$ ядер имеет один мощный и сравнительно узкий максимум при энергии $\omega = \Omega_d$ — ги-

гантский резонанс. Сечение $\sigma_T(\omega)$ симметрично относительно Ω_d , поэтому в районе гигантского резонанса $\alpha_d^n(\Omega_d) = i c \sigma_T(\Omega_d) / 4\pi \Omega_d$ (см. (7.7)). В результате отношение амплитуды поляризационного тормозного излучения к амплитуде традиционного в области $\omega \approx \Omega_d$ есть, согласно (8.24),

$$\eta_{\mu} = (m_{\mu} c \sigma_T(\Omega_d) \Omega_d) / 4\pi Q^n(q) > (m_{\mu} c \sigma_T(\Omega_d) \Omega_d / 4\pi Z) \equiv \eta_{0\mu}. \quad (8.25)$$

Гигантский дипольный резонанс [16] в основном насыщает дипольное правило сумм, так что в выбранной нами системе единиц

$$\int_1^{\infty} \sigma_T(\omega) d\omega = 0,147 \frac{NZ}{A}. \quad (8.26)$$

В обычной для ядерной физики системе единиц этот интеграл есть $6NZ/A$ (в МэВ/ферми²), где число нуклонов в ядре A равно $N+Z$. Полная ширина максимума гигантского резонанса составляет 100 я.е. энергии (5 МэВ) [16], поэтому сечение $\sigma_T(\omega)$ в максимуме можно оценить как

$$\sigma_T(\Omega_d) \approx 0,147NZ/A\Gamma \approx 0,0007Z. \quad (8.27)$$

В (8.27) учтено, что для легких и средних ядер $N \approx Z \approx A/2$. Частота гигантского резонанса определяется соотношением $\Omega_d \approx \approx 1500 A^{-1/2} \approx 1200 Z^{-1/2}$. В результате, для $\eta_{0\mu}$ получается весьма простая оценка:

$$\eta_{0\mu} \approx Z^{-1/2}, \quad (8.28)$$

что существенно меньше 1. Отсюда с помощью (8.24) следует выражение для отношения $\xi_{\mu}(\omega)$:

$$\xi_{\mu}(\omega) \approx 1 - 2Z^{-1/2}, \quad Z \gg 1, \quad (8.29)$$

определяющее вклад поляризационного тормозного излучения в полный спектр тормозного излучения, генерируемого в столкновении μ -мезона с ядром.

Угловое распределение тормозных фотонов (при фиксированном ω и q) согласно (8.23) такое же, как и без учета поляризационного тормозного излучения, и определяется множителем (eq) в амплитуде. Следовательно, оно совпадает с $d\sigma(\omega, \Omega_k) / d\omega d\Omega_k$ для тормозного излучения при рассеянии быстрого электрона (см. 7. (27)).

Для больших ω воспользуемся выражением для поляризуемости ядра $\alpha_d^n(\omega) = -NZ/A\omega^2$ и, подставляя его в (8.24), получаем

$$\xi_{\mu} = 1 + 2e_{\mu} m_{\mu} N/A \approx 1 + 0,1e_{\mu}. \quad (8.30)$$

Выше при проведении оценок считалось, что $Q(q) \approx Z$, а также пренебрегалось зависимостью $\alpha_d^n(\omega, q)$ от q . Это справедливо, если $q < R_n^{-1} \approx 30A^{-1/2}$. Заметим, что минимальный переданный импульс q_{min} , совместимый с законом сохранения энергии, есть

$q_{\min} = \Omega_d m_\mu / p \ll (m_\mu \Omega_d / 2)^{1/2} \approx 9A^{-1/2}$, поскольку энергия μ -мезона $p^2 / 2m_\mu \gg \Omega_d$. Поэтому $q_{\min} < R_n^{-1}$, если $(m_\mu \Omega_d / 2)^{1/2} < 30A^{-1/2}$, т. е. фактически для всех $A < 1700$.

С ростом q в области $q < R_n^{-1}$ роль поляризационного тормозного излучения не становится значительней, поскольку быстро убывает не только форм-фактор $Q^n(q)$, но и обобщенная поляризуемость $\alpha_d^n(\omega, q)$. При больших ω между ними существует простая связь:

$$\alpha_d^n(\omega, q) \approx -Q^n(q) / \omega^2.$$

Все приведенные выше результаты справедливы в пренебрежении импульсом фотона, что для оценок законно, а для аккуратного расчета — нет. Действительно, импульс фотона, соответствующий энергии Ω_d , есть $k \approx 11A^{-1/2}$, тогда как $R_n^{-1} \approx 30A^{-1/2}$, т. е. хотя k и меньше R_n^{-1} , но ненамного. Отметим, что k меньше, чем верхний предел $q_{\min} = (m_\mu \Omega_d / 2)^{1/2}$.

Более заметной становится роль поляризационного тормозного излучения, если мезон движется с релятивистской скоростью. Как отмечалось в разд. 7.6, в этом случае роль поляризационного тормозного излучения возрастает. Отличными становятся и угловые распределения: близкое к изотропному — для поляризационного тормозного излучения; сосредоточенное в узком конусе с углом раствора $\theta < \sqrt{1 - v_0^2/c^2}$ — для обычного. Вне этого конуса обычным тормозным излучением можно пренебречь и поляризационное тормозное излучение доминирует. Его следовало бы изучать экспериментально, получая, как видно из (8.23), сведения о поляризуемости атомного ядра — характеристике, прямое измерение которой на опыте иным методом затруднительно.

Поскольку электрон в двести раз легче μ -мезона, для него роль обычного тормозного излучения должна быть еще меньше. Однако для того чтобы иметь возможность испустить фотон с энергией порядка характерных ядерных частот ($\omega = \Omega_d$), налетающий электрон должен быть фактически ультрарелятивистским. Поэтому угловое распределение электронного тормозного излучения крайне анизотропно, сконцентрировано в конусе с углом раствора $\theta < 0,05$ рад. Вне его излучение определяется динамической поляризуемостью ядра-мишени, и дифференциальное сечение тормозного излучения, возникающего в столкновении электрона с ядром, в области углов, больших нескольких градусов, определяется динамической поляризуемостью ядра-мишени. В отличие от атома, где $\alpha_d(\omega, q)$ можно вычислить с неплохой точностью исходя из первых принципов, $\alpha_d^n(\omega, q)$ для своего надежного вычисления требует гораздо больших усилий и известно поэтому гораздо хуже. Изучение тормозного излучения, возникающего в электрон-ядерных столкновениях, позволяет определить $\alpha_d^n(\omega, q)$ практически непосредственно из экспери-

8.6. Нуклон-ядерные столкновения

С переходом к частицам большей массы относительная роль поляризационного тормозного излучения возрастает. Вдали от ядра (при малых q) для протона всеми взаимодействиями, кроме чисто кулоновского взаимодействия его с ядром и ядерными нуклонами, можно пренебречь и для оценки относительной роли поляризационного тормозного излучения воспользоваться выражением (8.24), заменив в нем массу μ -мезона в 9 раз большей массой протона. Аналогично для протона меняется и отношение поляризационного к обычному тормозному излучению, так что вместо (8.28) получаем оценку

$$\eta_{op} \approx 9Z^{-1/2} > 1, \quad (8.31)$$

справедливую для всей периодической системы элементов Менделеева. При малых q роль поляризационного тормозного излучения значительна не только в области $\omega \approx \Omega_d$, но и при больших $\omega \gg \Omega_d$. Вместо (8.30) получаем

$$\xi_p \approx (1 - N/A)^2 \leq 0,25. \quad (8.32)$$

Все приведенные выше результаты получены в пренебрежении импульсом фотона и излучением более высоких, чем дипольное, мультиполей. В применении к рассеянию на атомах подобное приближение вполне законно. Как отмечалось в предыдущем разделе, ситуация в тормозном излучении на ядре иная: оценивая импульс фотона k как $k = \Omega_d/c \approx 11A^{-1/2}$, получаем, что kR_n не слишком мало, $kR_n \approx 0,3$, поскольку $R_n \approx 0,03A^{-1/2}$. Поэтому аккуратный расчет следует проводить без пренебрежения импульсом k . С увеличением q для налетающего протона (и при любых q — для нейтрона), помимо кулоновских сил, следует учесть и ядерное взаимодействие, которое при сближении налетающей частицы и ядра на расстояния порядка радиуса последнего существенно превосходит кулоновское. Диаграммы, описывающие тормозное излучение нуклона на ядре, представлены на рис. 7.2, а поправки, учитывающие взаимодействие возбуждений нуклон — вакансия, представлены последовательно диаграмм на рис. 7.4. Как и в атоме, они наиболее важны и в ядре. Их учет позволяет удовлетворительно описать спектры гигантских резонансов ядер, выбрав межнуклонное взаимодействие в ядре феноменологически, так, чтобы уже в приближении Хартри—Фока описать с неплохой точностью и спектр возбуждений, и основные состояния ядер — их энергию, плотность нуклонов, средний радиус [17].

Амплитуда тормозного излучения нуклона на ядре, соответствующая рис. 7.2, имеет вид

$$F_{if}(\omega, k) = \langle i | (e\nabla) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} e_0 | f \rangle + \\ + i \sum_{n \neq 0} \frac{2\omega \langle i, 0 | \hat{u} | f, n \rangle \langle n | (e\nabla) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} e_{ef} | 0 \rangle}{\omega^2 - \omega_{n0}^2 + i\omega\delta}. \quad (8.33)$$

Здесь $|i\rangle, |f\rangle$ — волновые функции начального и конечного состояний налетающего нуклона, движущегося в поле ядра; $|0\rangle, |n\rangle$ обозначают ядерные состояния; энергия возбуждения состояния $|n\rangle$ есть $\omega_{n0} = \varepsilon_n - \varepsilon_0$; e_0 — заряд налетающего нуклона, равный нулю для нейтрона и единице для протона (в используемой нами системе единиц); \hat{u} — потенциал взаимодействия налетающего нуклона с ядерным. В (8.33) пренебрегается небольшим отличием массы протона и нейтрона, а e_{ef} обозначает эффективный заряд ядерного нуклона — протона e_p или нейтрона e_n . Происхождение e_{ef} , отличного от 1 и 0, в ядре связано с тем, что в нем в отличие от атома отсутствует тяжелая «сердцевина», смещение нуклона относительно которой и есть возбуждение ядра. Напротив, возбуждение ядра есть перемещение одного или нескольких входящих в него нуклонов относительно центра тяжести ядра. Смещение же самого центра тяжести означает рассеяние ядра и само по себе не сопровождается возбуждением его внутренних степеней свободы.

Требование неподвижности центра тяжести при возбуждении приводит к тому, что эффективный электрический заряд нуклона отличается от фактического и зависит от мультипольности возбуждения [16]. Так, с неплохой точностью можно считать для дипольного возбуждения заряд протона равным $e_p = N/A$ и заряд нейтрона $e_n = -Z/A$. Для возбуждений более высоких мультипольностей заряд протона равен 1, а нейтрона — 0.

Выражение для $F_{if}(\omega, \mathbf{k})$ и оценки относительных вкладов первого и второго членов в (8.33) существенно упрощаются, если рассматривается быстрый налетающий нуклон. В этом случае для амплитуды тормозного излучения получается выражение

$$F_{pq}(\omega) \approx -U(q) \frac{(eq)}{\omega} e_0 + 2iu(q) \omega \times \\ \times \sum_{n \neq 0} \frac{\langle 0 | \exp(-iqr) | n \rangle \langle n | (e\nabla) \exp(ikr) e_{ef} | 0 \rangle}{\omega^2 - \omega_{n0}^2 + i\omega\delta}. \quad (8.34)$$

В первом члене (8.34) пренебрегается импульсом фотона \mathbf{k} по сравнению с импульсом $\mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p} + \mathbf{k}$, передаваемым ядру в процессе столкновения. Как отмечалось выше, в интересующей нас области частот $\omega \approx \Omega_\alpha$ $kR_n \approx 1$, а поскольку $\omega = kc \sim pq$, где p — импульс налетающего нуклона ($p < c$), то $q > k \sim R_n^{-1}$ и импульсом k можно пренебречь по сравнению с q .

В (8.34) и $U(q)$, и $u(q)$ — фурье-образы потенциала взаимодействия налетающего нуклона с ядром и ядерным нуклоном соответственно. Как $U(q)$, так и $u(q)$ содержат реальную и мнимую части, а также кулоновское взаимодействие (если налетающей частицей является протон). Неявно, через состояние $|n\rangle$, входит в (8.34) и взаимодействие между нуклонами ядра, которое, вообще говоря, отлично от $u(q)$. Характерная область действия $U(q)$ задается радиусом ядра R_n , а $u(q)$ — средним меж-

нуклонным расстоянием r_0 . Поскольку $r_0 \ll R_n$ и $q > R_n^{-1}$, при оценках амплитуды тормозного излучения можно в (8.34) считать $r_0^{-1} > q \gg R_n^{-1}$. Отметим, что если во втором члене (8.34) пренебречь импульсом фотона k , то оставшееся выражение будет пропорционально обобщенной дипольной поляризуемости ядра.

Для значительных энергий налетающего нуклона взаимодействия $U(q)$ и $u(q)$ связаны между собой: $u(q)$ выражается через амплитуду нуклон-нуклонного рассеяния, а $U(q)$ — есть потенциал Хартри, создаваемый ядром (распределением нуклоном с плотностью $\rho(r)$, взаимодействующих с потенциалом $u(r)$ с налетающим нуклоном). С ростом q ядерное взаимодействие протона начинает доминировать над чисто кулоновским сначала в первом, а затем и во втором члене амплитуды (8.34). Для значительных (порядка 1 ГэВ) энергий налетающего нуклона и малых импульсов q мнимая часть $U(q)$ много больше действительной, и последней можно пренебречь.

Ядерные силы таковы, что быстрый налетающий нуклон (с энергией в сотни МэВ — 1 ГэВ) почти одинаково взаимодействует с протоном и нейтроном ядра. Дипольное же возбуждение возникает при смещении разнозаряженных частиц — протонов и нейтронов — друг относительно друга. Поэтому вероятность дипольных возбуждений налетающими быстрыми нуклонами оказывается малой и наиболее существенными становятся квадрупольные возбуждения. Соответственно подавленной с ростом q оказывается и дипольная компонента тормозного излучения. Угловое распределение существенно изменяется по сравнению с определяемым формулой (7.27) — помимо члена с $P_2(\cos \theta)$, $d\sigma(\omega, \Omega_k)/d\omega d\Omega_k$ будет содержать и член с $P_4(\cos \theta)$.

Основной вклад в первое слагаемое (8.34) вносит излучение дипольных фотонов, тогда как во второе — квадрупольных. Вследствие разной мультипольности фотоны, испускание которых описывается первым и вторым членами в (8.34), в полном спектре тормозного излучения не интерферируют.

Грубо, отношение вкладов поляризационного тормозного излучения к традиционному в полном спектре тормозного излучения дается выражением

$$\xi(\omega) = 1 + |kR_n u(q) \omega^2 \alpha_d^n(\omega)|^2 / |U(q)|^2. \quad (8.35)$$

В (8.35) для оценки квадрупольная поляризуемость $\alpha_q^n(\omega)$ выражена через дипольную с помощью простой формулы: $\alpha_q^n(\omega) \approx \alpha_d^n(\omega) kR_n = \omega \alpha_d^n(\omega) R_n / c$. Отношение $u(q)/U(q)$ при $q \leq R_n^{-1}$ можно оценить как A^{-1} , так что (8.35) упрощается:

$$\xi(\omega) = 1 + (kR_n \omega^2 \alpha_d^n(\omega) / A)^2. \quad (8.36)$$

Как следует из сравнения (8.36) с оценкой (8.25), с ростом q остается небольшое превышение полного спектра тормозного излучения над вкладом от первого члена в амплитуде (8.34).

Фактически в области $\omega \sim \Omega_d$ оценку сделать трудно, однако ясно, что величина второго члена в (8.36) в действительности больше из-за того, что $U(q)$ заметно меньше, чем $U(0)$, при $q \sim R_n^{-1}$.

Второй член в (8.34) отличен от нуля и для нейтрона, для которого отсутствует в пренебрежении магнитным излучением первый член и кулоновское взаимодействие в $u(q)$. Для углов рассеяния, при которых во втором члене доминирует вклад квадрупольного излучения, тормозные излучения протона и нейтрона оказываются близки по величине [5]. Поскольку частоты дипольного и квадрупольного гигантских резонансов Ω_d и Ω_q различны, спектр тормозного излучения может содержать два максимума — при $\omega \approx \Omega_d$ и $\omega \approx \Omega_q$.

Результаты расчета спектра тормозного излучения дифференциального по углу рассеяния налетающего нуклона с энергией 1 ГэВ на ядре Ca^{40} , выполненные с помощью (8.34) и (7.14) [5], приведены на рис. 8.2. Вклад поляризации ядра, т. е. второго члена в (8.34), рассчитывался в приближении случайных фаз (описываемом диаграммами рис. 7.4). В качестве межнуклонного взаимодействия использовались так называемые силы Скирма, а взаимодействие налетающего нуклона с ядерным бралось точечным и таким, чтобы в приближении эйконала воспроизводило оптический потенциал, описывающий упругое рассеяние нуклона на ядре [17]. Влияние поля оптического потенциала на налетающий нуклон было учтено и при такой энергии свелось в основном к поглощению нуклонной волны. Это уменьшило сечение тормозного излучения, но не изменило, естественно, относительной роли первого и второго членов в амплитуде. Из рис. 8.2 видно, что вклад второго члена доминирует в области $\omega \sim \Omega_d, \Omega_q$. В расчете [5] ширина в уравнения случайных фаз вводилась феноменологически, так, чтобы обеспечить согласие с экспериментом при описании гигантских ядерных резонансов — дипольного и квадрупольного.

Дополнительный максимум в спектре тормозного излучения протона есть результат заметной вероятности испускания дипольных квантов за счет кулоновского взаимодействия с нуклонами ядра, существенного даже при столь заметном угле, как $2,5^\circ$.

При скоростях налетающего нуклона, близких к световым, как и для релятивистского электрона, традиционное тормозное излучение и поляризационное тормозное излучение существенно различаются угловым распределением тормозных квантов — первый механизм приводит к преимущественному излучению вперед, а второй — в стороны.

Тормозное излучение нуклона на ядре по величине сечения экспериментально наблюдаемо, для чего требуется регистрация «на совпадение» быстрого нуклона и фотона. Если налетающей частицей является не отдельный нуклон, а ядра, роль поляризационного тормозного излучения увеличивается, поскольку первый член в (8.34) обратно пропорционален массе налетающей частицы m_n .

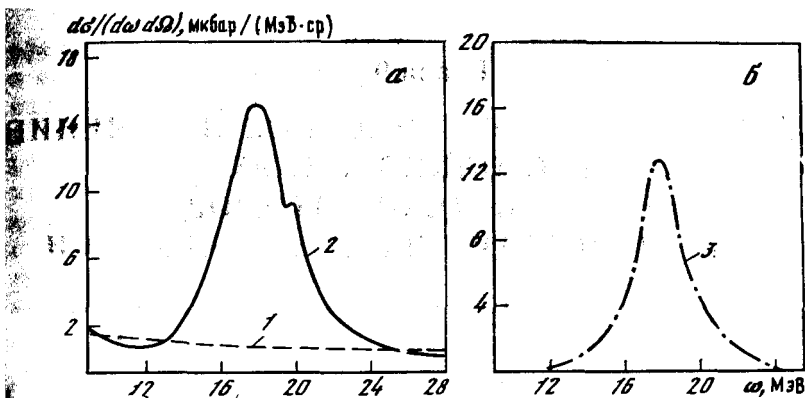


Рис. 8.2. Дифференциальное сечение тормозного излучения нуклона с энергией 1 ГэВ на ядре Ca^{40} при угле рассеяния $2,5^\circ$ [28]

1 — обычное тормозное излучение протона; 2 — полное тормозное излучение протона; 3 — тормозное излучение нейтрона

При столкновении сложных частиц — двух ядер, как и двух атомов (см. (7.58) — (7.61)), источником излучения может стать и мишень, и снаряд, но спектр излучения снаряда сдвинут и расширен вследствие эффекта Доплера. Если отношение Z/A в мишени и снаряде одинаково, дипольное излучение, во всяком случае для малых q , запрещено, так как система «снаряд + мишень» не имеет дипольного момента. Поэтому тормозной спектр в столкновении одинаковых ядер будет иметь максимум лишь при энергии квадрупольного гигантского резонанса Ω_g . Обнаружение такого максимума на эксперименте служило бы убедительным доказательством существования обсуждаемого механизма тормозного излучения.

Несомненно, поляризованное тормозное излучение существенно и в том случае, если снарядом или мишенью являются не атомы, а молекулы, или не ядра, а элементарные частицы. Во всех случаях, когда одна или обе сталкивающиеся частицы обладают внутренней структурой — будь ее элементом атом, электрон, нуклон или кварк — виртуальное или реальное возбуждение проявится в тормозном излучении с участием этой структурной частицы. При этом исследование поляризационного тормозного излучения весьма важно, так как его вклад в полный спектр существен, а иногда является основным. Кроме того, спектр излучения определяется внутренней структурой сталкивающихся частиц и его исследование может дать дополнительную, а порой и уникальную информацию об этой структуре. Представляет также важным и своевременным изучение влияния (и проявления) внутренней структуры атомов на спектры, возникающие при взаимодействии налетающей частицы со сложными многоатомными образованиями — кластерами, смесями, твердыми телами.

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ АТОМОВ И РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ С АТОМАМИ

9.1. Излучение при столкновении бесструктурных заряженных частиц с атомами

Рассмотрим тормозное излучение, возникающее в атомных соударениях при релятивистских скоростях сталкивающихся частиц. Наряду с тормозным излучением заряженных бесструктурных частиц (электрон, позитрон, мюон, протон) на атомах (см. также гл. 5, 7, 8) мы остановимся здесь и на излучении при атом-атомных и ион-атомных столкновениях, когда не только мишень, но и налетающая частица (снаряд) обладают внутренней структурой. На примере нейтрино рассмотрим тормозное излучение частиц, взаимодействие которых с атомом носит не электромагнитный характер. В этом случае наряду с характерными чертами поляризационного тормозного излучения (а для нейтрино никакого иного излучения, кроме поляризационного тормозного, нет) проявляются особенности, обусловленные слабым взаимодействием.

Тормозное излучение релятивистской бесструктурной заряженной частицы с учетом поляризации атома-мишени рассматривалось в работах [1—4] (см. также гл. 5, 7). Ниже для связности изложения мы дадим основные результаты задачи о тормозном излучении релятивистской частицы на атоме, чуть подробнее останавливаясь на некоторых ранее менее затрагиваемых, но не менее важных вопросах.

Релятивистская задача о влиянии поляризации атома-мишени на процесс тормозного излучения заряженной частицы привела к принципиально новым по сравнению с нерелятивистским случаем результатам. Так, оказалось, что спектр поляризационной части тормозного излучения, а вместе с ним и полный спектр излучения логарифмически растет с энергией ϵ налетающей частицы. Вклады поляризационного и традиционного тормозного излучения разделяются в угловом распределении излучения, поскольку тормозное излучение самой налетающей частицы сосредоточено в основном в узком конусе вдоль направления движения и угол раствора конуса уменьшается с ростом ϵ . В то же

время поляризационное тормозное излучение слабо анизотропно, и его форма не зависит от скорости частицы (это неоднократно подчеркивалось выше, в гл. 1—7).

Для полного спектра упругого тормозного излучения $d\sigma^{el}(\omega)$ релятивистской частицы имеет место эффект когерентности, проявляющийся в том, что в некоторой области ω $d\sigma^{el}(\omega)$ пропорционален квадрату числа электронов в атоме N^2 . В этой области, именуемой областью когерентности, сечение упругого тормозного излучения превосходит сечение неупругого тормозного излучения, которое пропорционально N .

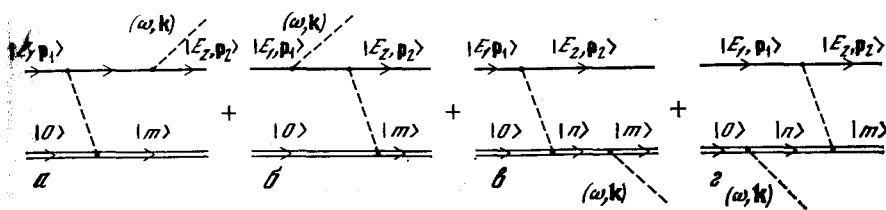


Рис. 9.1. Диаграммы, изображающие амплитуду обыкновенного и поляризационного тормозного излучения релятивистской заряженной частицы

Наше изложение будет во многом основано на работах [2, 4—6а]; часть рассмотренных ниже вопросов содержится в [3]. Как и в предыдущих гл. 7, 8, используется атомная система единиц, где $\hbar = m_e = e = 1$, причем заряд электрона полагается равным -1 .

Начнем с амплитуды процесса излучения при столкновении заряженной частицы массы m_0 и энергии $\epsilon = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$ с многоэлектронным атомом, находящимся в основном состоянии $|0\rangle$. В результате взаимодействия энергия частицы оказывается равной $\epsilon' = c\sqrt{p'^2 + m_0^2 c^2}$ и испускается фотон частоты ω . Атом может остаться как в основном состоянии (процесс упругого тормозного излучения), так и перейти в возбужденное или ионизоваться (неупругое тормозное излучение). Пусть энергии фотона и частицы удовлетворяют неравенству $\omega \ll \epsilon, \epsilon'$. Кроме того, полагем, что выполнено условие Борна для налетающей и рассеянной частиц: $|e_0 Z| \ll v = v_0, v'$, где Z — заряд ядра; e_0 — заряд частицы; v, v' — скорости снаряда до и после столкновения. В этом случае при рассмотрении амплитуды процесса достаточно ограничиться низшим порядком теории возмущений по взаимодействию налетающей частицы с атомом, а также по взаимодействию частицы и атомных электронов с электромагнитным полем.

Графически амплитуда изображается диаграммами рис. 9.1. Здесь тонкая линия обозначает налетающую частицу; двойная линия соответствует атому, находящемуся в некотором состоянии ($|0\rangle, |n\rangle, |m\rangle$); штриховая линия, связывающая линии частицы и атома, есть фотонный пропагатор, для которого исполь-

зуется калибровка Фейнмана; выходящая штриховая линия — испущенный фотон; \mathbf{k} — его волновой вектор.

Первая пара диаграмм (рис. 9.1, а, б) при $|m\rangle = |0\rangle$ определяет хорошо известную амплитуду традиционного упругого тормозного излучения (см., например, [7]). В общем случае $|0\rangle \neq |m\rangle$, воспользовавшись условиями $\varepsilon, \varepsilon' \gg \omega, p, p' \gg k$ и пренебрегая отдачей атома, для этой амплитуды получаем следующее выражение:

$$F_{m0}^f = \frac{4\pi e_0^2}{q^2 - \omega_{m0}^2/c^2} \left[\frac{\mathbf{e} \cdot \mathbf{p}'}{r(kp')} - \frac{\mathbf{e} \cdot \mathbf{p}}{(kp)} \right] \{ b^0 (Z\delta_{m0} - W_{m0}^{(p)}(\mathbf{q})) - \mathbf{b} \mathbf{J}_{m0}^{(p)}(\mathbf{q}) \}, \quad (9.1)$$

где \mathbf{e} — вектор поляризации фотона; $b^\mu = \bar{u}(p', s) \gamma^\mu u(p, s)$ — 4-вектор тока налетающей частицы; $u(p, s)$ — биспинорная амплитуда; $\mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p} + \mathbf{k}$ — передаваемый в указанном процессе атому импульс; $(pk) = p_\mu k^\mu = (\varepsilon\omega/c^2)(1 - \cos\theta \cdot v/c)$; $(p'k) = (\varepsilon'\omega/c^2)(1 - \cos\theta' \cdot v'/c)$; θ и θ' — углы вылета фотона относительно векторов \mathbf{p} и \mathbf{p}' . Функции $W_{m0}^{(p)}(\mathbf{q})$ и $\mathbf{J}_{m0}^{(p)}(\mathbf{q})$ есть следующие матричные элементы, взятые по точным релятивистским волновым функциям атома:

$$W_{m0}^{(p)}(\mathbf{q}) = \left\langle m \left| \sum_{j=1}^N e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j} \gamma^0 \right| 0 \right\rangle, \quad (9.2)$$

$$\mathbf{J}_{m0}^{(p)}(\mathbf{q}) = - \left\langle m \left| \sum_{j=1}^N e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j} \boldsymbol{\gamma} \right| 0 \right\rangle, \quad N = Z,$$

где суммы берутся по всем атомным электронам.

Не рассматривая тяжелые атомы с большим Z , можно считать релятивистские поправки к волновым функциям атома малыми и перейти к нерелятивистскому пределу по движению атомных электронов. При этом матричные элементы (9.2) заменяются соответственно недиагональным форм-фактором атома и фурье-компонентой тока атомных электронов [7]:

$$W_{m0}^{(p)}(\mathbf{q}) \rightarrow W_{m0}(\mathbf{q}) = \left\langle m \left| \sum_{j=1}^Z e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j} \right| 0 \right\rangle,$$

$$\mathbf{J}_{m0}^{(p)}(\mathbf{q}) \rightarrow \mathbf{J}_{m0}(\mathbf{q}) = - \left\langle m \left| \frac{1}{2c} \sum_{j=1}^Z (e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j} \hat{p}_j + \hat{p}_j e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j}) \right| 0 \right\rangle, \quad (9.3)$$

где \hat{p}_j — оператор импульса атомного электрона. В правых частях (1.4) состояния $|0\rangle$, $|m\rangle$ описываются нерелятивистскими волновыми функциями — решениями уравнения Шредингера для атома.

Диаграммы на рис. 9.1, в, г соответствуют поляризационному тормозному излучению. Аналитическое выражение для амплиту-

ды получаем с помощью стандартных правил соответствия [7]. Воспользовавшись определениями (9.2), имеем

$$F_{m_0}^p = \frac{4\pi e_0}{q_1^2 - (\omega + \omega_{m_0})^2/c^2} \sum_n \left\{ \frac{[b^0 W_{mn}^{(p)}(\mathbf{q}_1) - \mathbf{b} J_{mn}^{(p)}(\mathbf{q}_1)] (\mathbf{e} J_{m_0}^{(p)}(k))}{E_n - E_0 + \omega} - \frac{\mathbf{e} J_{mn}^{(p)}(k) [b^0 W_{n0}^{(p)}(\mathbf{q}_1) - \mathbf{b} J_{n0}^{(p)}(\mathbf{q}_1)]}{\omega - E_n + E_m} \right\}, \quad (9.4)$$

где $\mathbf{q}_1 = \mathbf{p}' - \mathbf{p} = \mathbf{q} - \mathbf{k}$, $\omega_{m_0} = E_m - E_0$.

При переходе в (9.4) к нерелятивистскому пределу по движению атомных электронов необходимо учесть, что суммирование по промежуточным состояниям $|n\rangle$ производится как по состояниям с положительными E_n , так и с отрицательными E_n (E_n — полная энергия атомного электрона в состоянии $|n\rangle$, включающая в себя массу покоя). Переход к нерелятивистскому пределу в отрицательно-частотной части суммы подробно рассмотрен в [8]. Для состояний с $E_n > 0$ в (9.4) переход осуществляется с помощью соотношений (9.3). В результате для дипольных частот испускаемого фотона, т. е. когда $(\omega/c)R_a \ll 1$ (R_a — размер атома), приходим к следующему выражению для амплитуды поляризационного тормозного излучения, включающему как упругий, так и неупругий канал [3]:

$$F_{m_0}^p = \frac{-4\pi e_0}{q_1^2 - (\omega + \omega_{m_0})^2/c^2} \left\{ (\mathbf{e} \mathbf{q}_1) b^0 \alpha_{m_0}(\omega, \mathbf{q}_1) + \frac{\omega}{c^2} e^i b^j \beta_{m_0}^{ij}(\omega, \mathbf{q}_1) \right\}. \quad (9.5)$$

Здесь $\alpha_{m_0}(\omega, \mathbf{q})$ — обобщенная динамическая поляризуемость атома, определяемая равенством

$$(\mathbf{e} \mathbf{q}_1) \alpha_{m_0}(\omega, \mathbf{q}_1) = -i \sum_n \left\{ \frac{W_{mn}(\mathbf{q}_1) (\mathbf{e} \mathbf{D})_{n0}}{\omega + \omega_{n0}} + \frac{(\mathbf{e} \mathbf{D})_{mn} W_{n0}(\mathbf{q}_1)}{\omega - \omega_{n0}} \right\}, \quad (9.6a)$$

а трехмерный тензор $\beta_{m_0}^{ij}(\omega, \mathbf{q})$ есть

$$\beta_{m_0}^{ij}(\omega, \mathbf{q}_1) = \frac{ci}{\omega} \sum_n \left\{ \frac{\mathbf{D}_{mn}^i J_{n0}^j(\mathbf{q}_1)}{\omega - \omega_{n0}} - \frac{J_{mn}^i(\mathbf{q}_1) \mathbf{D}_{n0}^j}{\omega + \omega_{n0}} \right\}, \quad (9.6b)$$

где $\mathbf{D} = \sum_{f=1}^Z \mathbf{r}_f$ — оператор дипольного момента атома. Отметим, что выражение (9.5) справедливо при $\omega \ll c^2$, $q \ll c$ [8].

В двух предельных случаях выражение для амплитуды $F_{m_0}^p$ заметно упрощается.

При $|m\rangle = |0\rangle$ амплитуда упругого поляризационного тормозного излучения (9.5) выражается через дипольную поляризуемость атома $\alpha_d(\omega)$:

$$\alpha_{00}(\omega, \mathbf{q}_1) \approx \omega \alpha_d(\omega), \quad \beta_{00}^{ij}(\omega, \mathbf{q}_1) \approx \delta^{ij} \alpha_d(\omega).$$

Находим $F_{e1}^p = F_{00}^p$ при $qR_a \ll 1$:

$$F_{e1}^p = - \frac{4\pi e_0 \omega \alpha_d(\omega)}{q_1^2 - \omega^2/c^2} \left[(\mathbf{e}q_1) b^0 + \frac{\omega}{c} (\mathbf{e}b) \right], \quad (9.7)$$

в нерелятивистском пределе имеем

$$F_{e1}^p = - \frac{4\pi e_0 \omega \alpha_d(\omega)}{q_1^2} (\mathbf{e}q_1).$$

Другим предельным случаем, когда происходит существенное упрощение выражения (9.5), является область больших (по отношению к атомным) частот ω ($\omega \gg 1$).

При этом имеем следующие равенства:

$$\beta_{m0}^{ij}(\omega, q_1) \approx c \delta^{ij} \alpha_{00}(\omega, q_1) \approx - \delta^{ij} c \frac{W_{m0}(q_1)}{\omega^2},$$

и, следовательно:

$$F_{m0}^p = \frac{4\pi e_0}{q_1^2 - (\omega + \omega_{m0})^2/c^2} \frac{W_{m0}(q_1)}{\omega^2} \left[(\mathbf{e}q_1) b^0 + \frac{\omega}{c} (\mathbf{e}b) \right]. \quad (9.8)$$

Полная амплитуда процесса тормозного излучения есть сумма выражений (9.5) и (9.1).

Общее выражение для дифференциального сечения тормозного излучения с одновременным переходом атома из состояния $|0\rangle$ в состояние $|m\rangle$ есть

$$d\sigma_{m0}^{\text{tot}} = d\sigma_{m0}^t + d\sigma_{m0}^p + d\sigma_{m0}^{\text{int}} = \frac{q\omega \varepsilon' dq d\omega d\Omega_k d\Omega_{p'}}{2v_0 \rho c^3 (2\pi)^4} \times \\ \times \sum_{\lambda, s, s'} |F_{m0}^+ + F_{m0}^p|^2, \quad (9.9)$$

где $d\Omega_k$ — телесный угол вылета фотона; $\Omega_{p'}$ — азимутальный угол вектора \mathbf{p}' ; ось z выбирается вдоль направления \mathbf{p} . Суммирование в (9.9) производится по фотонным поляризациям λ и по поляризациям снаряда s, s' до и после столкновения. Энергия частицы после столкновения ε' находится из закона сохранения: $\varepsilon' = \varepsilon - \omega - \omega_{m0}$.

Рассмотрим далее упругое тормозное излучение $|m\rangle = |0\rangle$.

Подставляя в (9.9) выражение (9.7) для амплитуды F_{e1}^p , затем суммируя по поляризации фотона и спидам налетающей частицы и интегрируя по углу $\Omega_{p'}$ и по переданному импульсу q (от $q_{\text{min}} = \omega/v_0$ до некоторого $q_{\text{max}} \sim 1/R_a$), имеем с логарифмической точностью

$$d\sigma_{e1}^p(\omega, \Omega_k) = \frac{e_0^2 d\omega d\Omega_k}{c^2 \omega} (1 + \cos^2\theta) |\omega^2 \alpha_d(\omega)|^2 \ln \frac{v_0 \gamma}{\omega R_a}, \\ \gamma = \frac{\varepsilon}{mc^2}. \quad (9.10)$$

По мере увеличения скорости налетающей частицы в ее угловом распределении в процессе поляризационного тормозного излучения будет появляться особенность. Выпишем дифференциальное сечение упругого поляризационного тормозного излучения в зависимости от переданного импульса q_{\perp} :

$$d\sigma_{el}^p(\omega, q_{\perp}^2) = \frac{A d\omega dq_{\perp}^2}{v_0^2 (q_{\perp}^2 - \omega^2/c^2)} \left[1 - \frac{\omega^2}{c^2 \gamma^2 (q_{\perp}^2 - \omega^2/c^2)} \right], \quad (9.11)$$

где $A = (8/3\omega c^3) |\omega^2 \alpha_d(\omega)|^2$.

Анализ угловой зависимости (9.11) удобнее проводить, выбрав в качестве переменной q_{\perp} перпендикулярную по отношению к ρ составляющую q_{\perp} , величина которой связана с углом рассеяния частицы θ простым соотношением: $q_{\perp} = \rho \theta_p$ ($\rho, \rho' \gg q_{\perp}$). Переходя в (9.11) к переменной q_{\perp}^2 , получаем

$$d\sigma_{el}^p(\omega, q_{\perp}^2) = \frac{A d\omega dq_{\perp}^2}{v_0^2 (q_{\perp}^2 + \omega^2/v_0^2 \gamma^2)} \left[1 - \frac{\omega^2}{c^2 \gamma^2 (q_{\perp}^2 + \omega^2/v_0^2 \gamma^2)} \right]. \quad (9.12)$$

Поведение сечения (9.12) в зависимости от безразмерной переменной $x = q_{\perp}^2 c^2 / \omega^2$ представлено на рис. 9.2, который отображает следующие основные особенности:

а) монотонное убывание $d\sigma_{el}^p(\omega, q_{\perp}^2)$ с ростом q_{\perp}^2 при скоростях $v_0^2 \leq 0,5 c^2$. При этом наибольшего значения сечение достигает в точке $q_{\perp}^2 = 0$: $d\sigma_{el}^p(q_{\perp}^2 = 0) = A/\omega^2$;

б) появление при $v_0^2 > 0,5 c^2$ максимума при $q_{\perp}^2 = q_{\perp 0}^2 = (\omega^2/\gamma^2 v_0^2) (2v_0^2/c^2 - 1)$, в котором $d\sigma_{el}^p(\omega, q_{\perp 0}^2) = A d\omega dq_{\perp}^2 \gamma^2 c^2 / 4v_0^2 \omega^2$.

Видно, что в зависимости от угла рассеяния θ в сечении (9.12) есть «провал» при $\theta < q_{\perp 0}/\rho$. Правда, возможно, что выход за рамки используемого здесь борновского приближения устранил «провал» в угловом распределении (9.12).

При увеличении v_0 значение $q_{\perp 0}^2$ уменьшается и сечение (9.12) приобретает все более резкую зависимость, имея острый максимум при $q_{\perp} \sim q_0$. При этом абсолютная величина $d\sigma_{el}^p(\omega, q_{\perp 0}^2)$ в максимуме неограниченно возрастает в пределе $v_0 \rightarrow c$. Качественно это можно объяснить тем, что при $v_0 \approx c$ во взаимодействии налетающей частицы с атомным электроном играет обмен поперечными виртуальными фотонами. Характерные расстояния между атомом и снарядом при этом растут с энергией пропорционально $q_{\perp 0}^{-1} \sim \gamma v_0/\omega$, что и приводит к увеличению сечения.

Резкая зависимость (9.12) от q_{\perp}^2 в области малых переданных импульсов позволяет выделить в полном дифференциальном по q сечении упругого тормозного излучения отдельно поляризационную и традиционную части. Действительно, для традиционного тормозного излучения существенны переданные импульсы $q \gg R_0^{-1}$, при которых мала экранировка ядра атом-

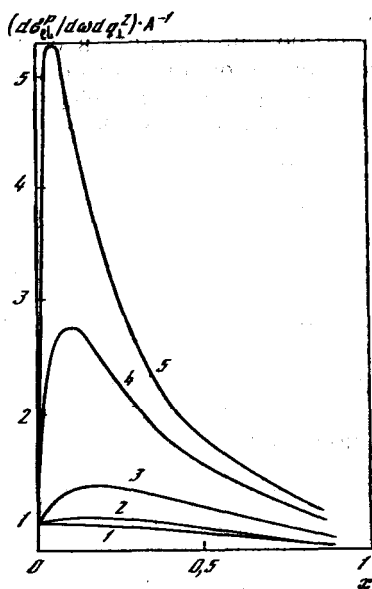


Рис. 9.2. Зависимость сечения $d\sigma_{el}^p(\omega)/d\omega dq_1^2 A$ от безразмерной переменной $x = q_1^2 c^2 / \omega^2$ для различных скоростей v_0 ($\omega = 13,7 \text{ Ry}$, $m = 1$)

$v_0^2 = 0,5 c^2$ (1); $0,6 c^2$ (2); $0,75 c^2$ (3); $0,9 c^2$ (4); $0,95 c^2$ (5); θ — углы, на которые приходятся максимумы сечения: $\theta = 0$ (1); $1,49 \cdot 10^{-3}$ (2); $1,17 \cdot 10^{-2}$ (3); $5 \cdot 10^{-3}$ (4); $2,6 \cdot 10^{-3}$ рад (5)

ными электронами. Поэтому в процессе традиционного тормозного излучения налетающая частица рассеивается на углы θ_p , существенно большие, чем углы рассеяния в поляризационном тормозном излучении $\theta_{p0} = q_{\perp 0} / p \sim \sim \omega / v_0 \gamma p$. Эти рассуждения, справедливые для нейтрального атома, неприменимы при рассмотрении тормозного излучения на ионе, так как излучение фотона налетающей частицей в кулонов-

ском поле иона сопровождается ее рассеянием на малые углы. В этом случае отделить поляризационное тормозное излучение от традиционного можно, рассматривая угловое распределение излучения, характер которого различен для двух механизмов тормозного излучения.

Интегрируя (9.12) по переменной от q_1 до некоторого $q_{\max} \sim \sim R_a^{-1}$, с логарифмической точностью получаем известное выражение для спектра упругого поляризационного тормозного излучения:

$$\frac{d\sigma_{el}(\omega)}{d\omega} = \frac{16}{3} e_0^2 \frac{1}{v_0^2 c^3 \omega} |\omega^2 \alpha_d(\omega)|^2 \ln \frac{v_0 \gamma}{\omega R_a} \quad (9.13)$$

Важной чертой сечения (9.3) является его рост с энергией налетающей частицы. Как показано в [2], это происходит за счет увеличения вклада поперечных виртуальных фотонов во взаимодействие снаряда с атомным электроном, который определяет множитель ϵ под знаком логарифма. Кулоновская же часть взаимодействия не зависит от ϵ , и ее вклад, пропорциональный $\ln v_0 / \omega R_a$ в (9.3), определяется лишь скоростью частицы. Это нетрудно получить, выделив в (9.12) вклад кулоновского взаимодействия, зависящий от $1/q_1^2$. Оставшиеся слагаемые будут соответствовать вкладу поперечных виртуальных фотонов. Такое разбиение сечения (9.12), а с ним и (9.13) естественным образом возникает при использовании кулоновской калибровки для фотонного пропагатора, как это было сделано в [2].

Традиционная часть спектра упругого тормозного излучения ультрарелятивистских частиц с логарифмической точностью не

зависит от ϵ и равна [7]

$$\frac{d\sigma_{el}^f(\omega)}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{e_0^4}{m_0^2 c^2} \frac{1}{\omega} \ln(cR_a). \quad (9.14)$$

Из сравнения (9.13) и (9.14) следует, что при $\gamma = \epsilon/mc^2 \gg 1$ полное сечение упругого тормозного излучения растет с энергией налетающей частицы и основной вклад в него вносит $d\sigma_{el}^f$. Кроме того, традиционным тормозным излучением можно вообще пренебречь для рассеяния частиц тяжелее электрона, так как в этом случае (9.14) подавлено в m_0^2 раз по сравнению с $d\sigma_{el}^f$. Исключение составляет область очень малых частот $\omega \ll \ll (m_0 a_{cl})^{-1/2}$, в которой традиционное тормозное излучение тяжелой частицы доминирует над поляризационным.

Нетрудно показать, что вкладом интерференционного слагаемого в спектр тормозного излучения можно пренебречь для всех скоростей налетающей частицы и во всем частотном диапазоне.

Полный спектр излучения $d\sigma^p(\omega)$ в столкновении заряженной релятивистской частицы с атомом представляет собой сумму спектров упругого и неупругого тормозного излучения, причем они могут происходить как по традиционному, так и по поляризационному механизму излучения. Рассмотрим сначала полный спектр поляризационного тормозного излучения $d\sigma^{tot,p}(\omega)$, который в основном определяет излучение тяжелых заряженных частиц, поскольку вероятность испускания фотона самой частицей мала из-за большой ее массы $m_0 \gg 1$. Следуя работе [4], ниже, для определенности, будем говорить о протоне (см. также [5]).

Выражение для $d\sigma^{tot,p}(\omega)$ получим в области $\omega \gg 1$, где дифференциальное по частоте фотона и проинтегрированное по переданному импульсу q_1 сечение поляризационного тормозного излучения с одновременным переходом атома из основного состояния $|0\rangle$ во все конечные состояния $|m\rangle$ дается следующим выражением:

$$d\sigma^{p,tot}(\omega) = d\omega \sum_m \int_{q_{min}^m}^{q_{max}^m} d\sigma_{m0}^{p,tot}(\omega, q_1) dq_1, \quad q \approx q_1, \quad (9.15)$$

где

$$d\sigma_{m0}^{p,tot}(\omega, q_1) = \frac{16}{3} \frac{e_0^2}{c^2} \frac{d\omega}{\omega} \frac{|W_{m0}(q_1)|^2}{v_0^2 \omega} \times \\ \times \frac{q_1 dq_1}{q_1^2 - (\omega + \omega_{m0})^2/c^2} \left[1 - \frac{\omega^2/\gamma^2 c^2}{q_1^2 - (\omega + \omega_{m0})^2/c^2} \right]; \\ W_{m0}(q_1) = \left\langle m \left| \sum_{j=1}^N e^{-i\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{r}_j} \right| 0 \right\rangle.$$

Нижний предел интегрирования в (9.15), равный $q_{1,\min}^m = |\mathbf{p}' - \mathbf{p}|_{\min}$, находится из закона сохранения энергии $\varepsilon = \varepsilon' + \omega + \omega_{m_0}$, где ω_{m_0} — частота атомного перехода. В результате для $\omega \ll \varepsilon$, $\omega_{m_0} \ll \varepsilon$ получаем, что $q_{1,\min}^m = (\omega + \omega_{m_0})/v$. Верхний предел $q_{1,\max}^m = 2p - q_{1,\min}^m$ в (9.17) можно положить бесконечным, поскольку, как будет показано ниже, основной вклад в сечение дает область нерелятивистских энергий возбуждения ω_{m_0} и переданных импульсом q_1 .

Таким образом, показано, что в (9.17), как для малых возбуждений $\omega_{m_0} \sim 1$, так и для больших $\omega_{m_0} \gg 1$, можно не учитывать зависимости q_{\min}^m и подынтегрального выражения от ω_{m_0} . Это позволяет поменять в (9.17) порядок суммирования и интегрирования. Разделяя в (9.15) вклады упругого и неупругого тормозного излучения, после несложных вычислений находим

$$d\sigma^{\rho, \text{tot}}(\omega) = \frac{16}{3} \frac{e_0^2 d\omega}{c^2 v_0^2 \omega} \left\{ \int_{\omega/v_0}^{\infty} \frac{q_1 |W(q_1)|^2 dq_1}{(q_1^2 - \omega^2/c^2)} \left[1 - \frac{\omega^2/\gamma^2 c^2}{q_1^2 - \omega^2/c^2} \right] + \right. \\ \left. + \int_{\omega/v_0}^{2v_0} \frac{(N + F(q_1) - |W(q_1)|^2)}{q_1^2 - \omega^2/c^2} q_1 dq_1 \left[1 - \frac{\omega^2/\gamma^2 c^2}{q_1^2 - \omega^2/c^2} \right], \right. \\ W(q) = W_{00}(q), \tag{9.16}$$

$$F(q_1) = \sum_{j \neq j'} \langle 0 | \exp[-iq_1(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j'})] | 0 \rangle.$$

Первое слагаемое в (9.16) описывает упругое поляризационное тормозное излучение, второе — неупругое поляризационное тормозное излучение. В нерелятивистском случае имеем

$$d\sigma^{\rho, \text{tot}}(\omega) = \frac{16e_0^2 d\omega}{3c^2 v_0^2 \omega} \left\{ \int_{\omega/v_0}^{\infty} \frac{|W(q_1)|^2 dq_1}{q_1} + \right. \\ \left. + \int_{\omega/v_0}^{2v_0} (N + F(q_1) - |W(q_1)|^2) \frac{dq_1}{q_1} \right\}, \tag{9.17}$$

впервые полученное в работе [5] (см. также (7.63)). Верхний предел интегрирования $q_1 = 2v_0$ в (9.17), а также ограничение на частоту $\omega < v_0^2/2$ легко понять качественно. Действительно, неупругое поляризационное тормозное излучение в области больших q определяется процессами ионизации атома, электроны которого как бы свободны.

Используя (9.16), нетрудно вычислить спектры упругого $d\sigma_{\text{el}}^{\rho}(\omega)$ и неупругого $d\sigma_{\text{nonel}}^{\rho}(\omega)$ поляризационного тормозного излучения при $\omega < v_0 R_a^{-1}$ ($q_{\min} R_a < 1$).

Производя необходимые вычисления, с логарифмической точностью находим

$$d\sigma_{el}^p(\omega) = \frac{16e_0^2 N^2 d\omega}{3c^3 v_0^2 \omega} \ln \frac{\gamma v_0}{\omega R_a}, \quad (9.18)$$

$$d\sigma_{\text{nonel}}^p(\omega) = \frac{16e_0^2 N d\omega}{3c^3 v_0^2 \omega} \ln(cR_a). \quad (9.19)$$

Формулы (9.18) и (9.19) совпадают с первым слагаемым выражения (5.55). Можно убедиться, что при $N \gg 1$ упругое тормозное излучение доминирует в $d\sigma^{p,\text{tot}}(\omega)$, причем это усилено его логарифмическим ростом с энергией налетающей частицы. Появление множителя N^2 в (9.18) обусловлено тем, что излучение атомных электронов в процессе упругого тормозного излучения складывается когерентно, подобно тому как это происходит при рэлеевском рассеянии света. Напротив, в процессах неупругого тормозного излучения вклады в спектр отдельных атомных электронов некогерентны, аналогично тому, что имеет место в комбинационном рассеянии света. Эффект когерентного излучения электронов атома-мишени при упругом тормозном излучении определяет доминирующую роль $d\sigma_{el}^p(\omega)$ также в области нерелятивистских скоростей столкновения [5], в чем не сложно убедиться, используя (9.17).

При $\omega \gg v_0 R_a^{-1}$ в $d\sigma^{p,\text{tot}}(\omega)$ доминируют процессы неупругого тормозного излучения. Для таких частот выполняется соотношение $q_{1,\text{min}} R_a \gg 1$, поэтому для всех q_1 имеем $W(q) \approx 0$, $(N+F(q) - |W(q)|^2) \approx N$. Выражения для $d\sigma_{el}^p(\omega)$ получаем с логарифмической точностью из (9.16) (см. также формулы (5.46), (5.47), (5.55), (5.57а)):

$$d\sigma_{el}^p = \frac{16e_0^2 N d\omega}{3c^3 v_0^2 \omega} \ln \frac{\varepsilon}{\omega}, \quad d\sigma_{el}^p \ll d\sigma_{\text{nonel}}^p, \quad v_0 R_a^{-1} \ll \omega \ll c^2. \quad (9.20)$$

Сечение $d\sigma_{\text{nonel}}^p(\omega)$ из (9.20) с логарифмической точностью равно

$$d\sigma_{\text{nonel}}^p(\omega) = N d\sigma_0(\omega), \quad (9.21)$$

где $d\sigma_0(\omega)$ — сечение тормозного излучения электрона отдачи при рассеянии ультрарелятивистской частицы с зарядом e_0 на медленном свободном электроне. Такое соотношение сечений не случайно, поскольку для достаточно больших частот ω атомные электроны в процессе излучения можно считать свободными. Соотношение (9.21) позволяет прийти к использованному ранее выводу о том, что область нерелятивистских передач импульса q_1 дает логарифмически большой вклад в сечение. Учет релятивизма в движении ионизуемого электрона приводит к уточнению (см. [7]), но не изменяет соотношения (9.21) в области $\omega \gg v_0 R_a^{-1}$, где детали атомной структуры оказываются несущественными.

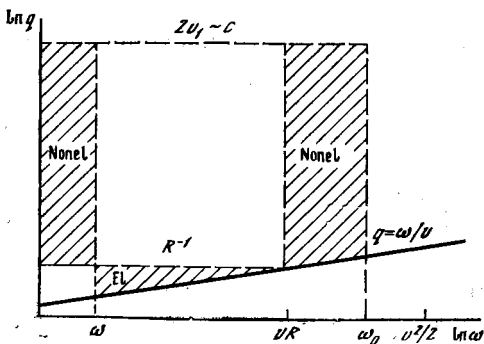


Рис. 9.3. Главные вклады в спектр $d\sigma^p(\omega)/d\omega$ для различных областей ω и q ($v_1 = v_0$, q, q_1)

El — упругое тормозное излучение; noneI — неупругое тормозное излучение

Формулы (9.19) — (9.21) были получены для $\omega \gg 1$, но вывод о доминировании упругого тормозного излучения в $d\sigma^{p,\text{tot}}(\omega)$ вследствие эффекта когерентности можно распространить также и на область $\omega \approx 1$, где $d\sigma_{\text{el}}^p(\omega)$ описывается выражением (9.13). При $\omega \ll 1$, $d\sigma_{\text{el}}^p(\omega)$ убывает пропорционально ω^3 . Спектр $d\sigma_{\text{noneI}}^p(\omega)$ тоже изменится в области $\omega \ll 1$. Однако вклад в него, обусловленный процессами тормозного излучения с ионизацией атома при больших переданных импульсах $q_1 R_a \gg 1$, будет по-прежнему описываться формулой (9.19) (что несложно проверить). Из сопоставления (9.23) и (9.29) следует, что для $\omega \ll 1$, когда $N \ll \omega^4 |\alpha_a(\omega)|^2$, процессы неупругого тормозного излучения доминируют над упругими.

На рис. 9.3 схематически изображены области наиболее существенных импульсов q_1 в зависимости от ω (см. заштрихованные части рисунка).

Перейдем к обсуждению полного спектра в столкновении легкой заряженной частицы (электрона, позитрона) с атомом. В этом случае в $d\sigma^{p,\text{tot}}$ сопоставимые вклады вносят как поляризационное, так и традиционное тормозное излучения. Спектры $d\sigma_{\text{el}}^p, d\sigma_{\text{noneI}}^p$ даются теми же формулами (9.18), (9.19), что и для протона. Выражения для спектров упругого и неупругого традиционного тормозного излучения известны [7]. Для произвольных v_0 они довольно громоздки, а в ультрарелятивистском пределе принимают весьма простой вид:

$$d\sigma_{\text{el}}^t(\omega) = \frac{16Z^2 d\omega}{3c^3 \omega} \ln(cR_a), \quad \omega \ll cR_a^{-1} \frac{\varepsilon^2}{c^4}; \quad (9.22a)$$

$$d\sigma_{\text{el}}^t(\omega) = \frac{16Z^2 d\omega}{3c^3 \omega} \ln \frac{2\varepsilon^2}{c^2 \omega}, \quad \varepsilon \gg \omega \gg cR_a^{-1} \frac{\varepsilon^2}{c^4}; \quad (9.22б)$$

$$d\sigma_{\text{noneI}}^t(\omega) = \frac{16N}{3c^3 \omega} \ln cR_a, \quad \omega \ll cR_a^{-1} \frac{\varepsilon^2}{c^4}; \quad (9.22в)$$

$$d\sigma_{\text{noneI}}^t(\omega) = \frac{16N}{3c^3 \omega} \ln \frac{2\varepsilon^2}{c^2 \omega}, \quad \varepsilon \gg \omega \gg cR_a^{-1} \frac{\varepsilon^2}{c^4}. \quad (9.22г)$$

Величина переданного импульса $(q)_{\min} = (q_1 - k)_{\min} = \omega c^3 / 2e^2$ в традиционном тормозном излучении определяет степень экранирования ядра электронами [7]. Экранирование становится существенным в спектрах традиционного тормозного излучения, когда $(q)_{\min} < R_a^{-1}$, как это видно из (9.22а), (9.22в). В противном случае $q_{\min} \gg R_a^{-1}$ спектр $d\sigma_{el}^t(\omega)$ сводится к тормозному излучению электрона в поле ядра, а $d\sigma_{\text{nonel}}^t(\omega) = Nd\sigma_e(\omega)$, где $d\sigma_e(\omega)$ — сечение тормозного излучения ультрарелятивистского электрона при столкновении со свободным электроном без учета отдачи последнего.

В полном спектре излучения интерференционными членами в ультрарелятивистском случае можно пренебречь, поскольку все традиционное тормозное излучение сконцентрировано в узком интервале углов $\theta < \gamma^{-1}$, тогда как поляризационное упругое и неупругое тормозное излучение слабо анизотропно. Поэтому $d\sigma^{\text{tot}}(\omega)$ дается следующей суммой:

$$d\sigma^{\text{tot}}(\omega) = d\sigma_{el}^t(\omega) + d\sigma_{el}^p(\omega) + d\sigma_{\text{nonel}}^t(\omega) + d\sigma_{\text{nonel}}^p(\omega), \quad (9.23)$$

где все слагаемые определены выше.

Подставляя в (9.23) спектры (9.18), (9.19) и (9.22а), (9.22в) и считая для простоты, что атом-мишень нейтрален ($N=Z$), находим полный спектр излучения в области когерентности поляризационного тормозного излучения, т. е. при $1 \ll \omega < < cR_a^{-1} (v_0 \rightarrow c)$

$$d\sigma^{\text{tot}}(\omega) = \frac{16Z^2 d\omega}{3c^6 \omega} \ln \frac{v}{\omega} + \frac{32Z}{3\omega c^5} \ln(cR_a). \quad (9.24)$$

Первый член этого выражения представляет сумму упругих поляризационного и традиционного спектров, второй — описывает вклад неупругих процессов тормозного излучения в $d\sigma^{\text{tot}}(\omega)$ и для многоэлектронных атомов ($Z \gg 1$) пренебрежимо мал в сравнении с первым. Формула (9.24) показывает, что учет поляризационного упругого тормозного излучения приводит к логарифмическому росту $d\sigma^{\text{tot}}(\omega)$ с v .

За пределами рассмотренной выше области когерентности в спектре поляризационного тормозного излучения доминируют неупругие процессы, сечение которых пропорционально Z . Поэтому в этих областях ω для многоэлектронного атома главным вкладом в $d\sigma^{\text{tot}}(\omega)$ оказывается $d\sigma_{el}^t \sim Z^2 \gg d\sigma_{\text{nonel}}^t \sim d\sigma_{\text{nonel}}^p \sim Z$. Для атомов с небольшим Z спектры $d\sigma_{el}^t, d\sigma_{\text{nonel}}^t, d\sigma_{\text{nonel}}^p$ следует учитывать одновременно.

Мы рассмотрели $d\sigma^{\text{tot}}(\omega)$ ультрарелятивистского электрона. Приведенные выше результаты в равной степени относятся и к ультрарелятивистскому позитрону, поскольку $d\sigma^{\text{tot}}(\omega)$ из (9.23) не содержит интерференционных слагаемых, зависящих от знака заряда налетающей частицы. В случае же $v_0 \ll c$ полный

спектр излучения для позитрона существенно отличается от нерелятивистского [10] из-за возможности дипольного излучения при рассеянии позитрона на электронах атома при $\omega \gg 1$ (см. также гл. 4).

Итак, мы получили, что в целом ряде случаев по полному спектру излучения можно судить о свойствах отдельных процессов. Так, доминирование в $d\sigma^{\text{tot}}$ поляризационного тормозного излучения в области $1 \leq \omega \leq v_0 R_a^{-1}$ из-за когерентности излучения электронов атома-мишени носит универсальный характер, проявляется как для релятивистских, так и нерелятивистских скоростей рассеивающейся частицы, которая может быть и тяжелой, и легкой. Доминирование упругого канала тормозного излучения над неупругими позволяет обнаружить упругое поляризационное тормозное излучение тяжелых заряженных частиц (например, протонов), выбирая в качестве мишени многоэлектронные системы и измеряя лишь полный спектр излучения [4, 5].

Эффект когерентности тормозного излучения не зависит от типа взаимодействия налетающей частицы с атомным электроном. Он возникает, в частности, и при рассеянии нейтрино на атоме. Поляризация атомной оболочки происходит в этом случае за счет слабого взаимодействия. Излучение, возникающее в столкновении нейтрино с атомом, кроме того, несет специфические черты, характерные для слабых взаимодействий. Оказывается, что спектр, угловое распределение тормозного излучения нейтрино существенно зависит от взаимной ориентации импульса нейтрино до рассеяния p и спина s атомного электрона. Так, интенсивность излучения достигает максимального и минимального значений в случае со- и противонаправленности этих векторов соответственно, что свидетельствует о несохранении четности в слабых процессах. Указанное различие в интенсивностях тормозного излучения особенно сильно сказывается при рассеянии нейтрино на водороде или водородоподобном ионе. Тем самым, изучая спектр тормозного излучения нейтрино на поляризованной мишени (имеется в виду электронная поляризация), можно определять направление движения пучка падающих нейтрино. Абсолютная интенсивность тормозного излучения особенно велика, если частоты излучения близки к атомным резонансным частотам.

9.2. Амплитуда процесса тормозного излучения в атом-атомных столкновениях при релятивистских скоростях

Тормозное излучение, возникающее в столкновении быстрых, но нерелятивистских атомных частиц [6], весьма существенно отличается от случая релятивистских. Причина изменения сечений тормозного излучения с увеличением скорости столкновения заключается в том, что из-за эффекта Доплера и аберрации

света меняется частота и угол вылета фотона, испущенного атомом-снарядом [1, 11]. Особенно сильно эти эффекты проявляются при скорости относительного движения атомов $v \sim c$ (c — скорость света), однако их учет важен также и для столкновения быстрых, но нерелятивистских атомов, т. е. когда $1 \ll v \ll c$ (в атомных единицах $c=137$). В частности, при столкновении тождественных атомов учет эффекта Доплера и аберрации света снимает запрет на дипольное излучение [6], и в области характерных атомных частот интенсивность тормозного излучения, обусловленного этими релятивистскими эффектами, параметрически доминирует в сравнении с квадрупольным тормозным излучением системы. Рассмотрим атом-атомное столкновение, при котором испускается фотон с импульсом k , поляризацией e , а атомы как в начале процесса, так и в конце его находятся в основном состоянии. Для описания процесса тормозного излучения при релятивистских скоростях воспользуемся нижшим порядком теории возмущений по взаимодействию между атомами, которое сводится к однофотонному обмену, и по взаимодействию атомов с полем излучения.

Диаграммы Фейнмана для амплитуды тормозного излучения имеют вид, изображенный на рис. 9.4.

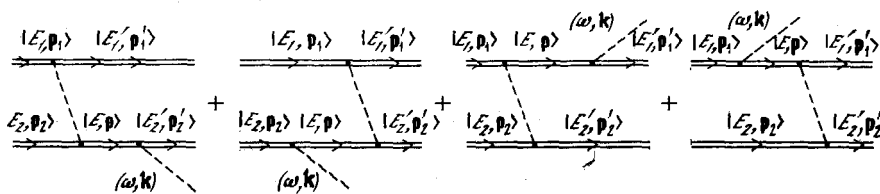


Рис. 9.4. Диаграммы для амплитуды тормозного излучения в столкновении двух атомных частиц

Двойная линия здесь описывает атомы, штриховая — фотон. Состояния частиц обозначены парой букв, первая из которых — полная энергия частицы, а вторая — ее импульс. Полная энергия релятивистского атома включает его собственную и кинетическую энергии. Индексы 1 и 2 на диаграммах и в дальнейшем обозначают величины, относящиеся к атому-снаряду и атому-мишени соответственно.

Представим выражение амплитуды тормозного излучения в атом-атомных столкновениях в виде суммы двух слагаемых:

$$F = F_1 + F_2, \quad (9.25)$$

где F_1 описывает излучение фотона вторым атомом (первые две диаграммы рис. 9.4), а F_2 — первым атомом (третья и четвертая диаграммы рис. 9.4). Аналитическое выражение амплитуды, написанное по общим правилам построения диаграмм Фейнмана [7] с учетом многочастичности сталкивающихся атомов име-

ет следующий вид:

$$\langle f | \hat{F}_1 | i \rangle = i (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E'_1 - E'_2 - \omega) \delta(\mathbf{r}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2 - \mathbf{k}) \sqrt{\frac{2\pi c^2}{\omega L^3} \frac{m_1 c^2}{E_1} \left(\frac{m_2 c^2}{E_2}\right) \frac{1}{L^3}} F_1, \quad (9.26)$$

$$F_1 = \left\langle E'_1 \left| \sum_{j=1}^{N_1+1} e_j \gamma_\mu e^{i\mathbf{q}'_1 \mathbf{r}_j} \right| E_1 \right\rangle D^{\mu\nu}(E_1 - E'_1, -\mathbf{q}'_1) \times \\ \times \sum_E \left\{ \frac{\left\langle E'_2 \left| \sum_{j=1}^{N_2+1} e_j \hat{e} e^{-i\mathbf{k} \mathbf{r}_j} \right| E \right\rangle \left\langle E \sum_{j=1}^{N_2+1} \gamma_\nu e_j e^{i\mathbf{q}_2 \mathbf{r}_j} \right| E_2 \right\rangle}{\omega - (E - E'_2)} - \frac{\left\langle E'_2 \left| \sum_{j=1}^{N_2+1} e_j \gamma_\nu e^{i\mathbf{q}_2 \mathbf{r}_j} \right| E \right\rangle \left\langle E \sum_{j=1}^{N_2+1} e_j \hat{e} e^{-i\mathbf{k} \mathbf{r}_j} \right| E_2 \right\rangle}{\omega + (E - E_2)} \right\},$$

$$\mathbf{q}_{1,2} = \mathbf{p}'_{1,2} - \mathbf{p}_{1,2} + \mathbf{k}, \quad \mathbf{q}'_{1,2} = \mathbf{q}_{1,2} - \mathbf{k}, \quad \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_2 + \mathbf{q}'_1 = 0.$$

В (9.26) выполнено интегрирование по координатам центров инерции каждого из атомов. При написании (9.26) использованы следующие обозначения: m_i — масса атома-снаряда (первого атома); $\{\mathbf{r}_j\}$, $j=1, \dots, N_i$, — совокупность относительных координат электронов в нем; $\mathbf{r}_{N_i+1} \equiv \mathbf{r}_{n,i} \approx 0$ — относительная координата ядра атома в пренебрежении его отдачей в процессе столкновения; $e_j = -1$, $j=1, \dots, N_i$, $e_{N_i+1} = Z_i$ — заряды электронов и ядра первого атома; $\mathbf{q}'_1 = \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}_1$; $\mathbf{q}_2 = \mathbf{p}'_2 - \mathbf{p}_2 + \mathbf{k}$; L^3 — нормировочный объем. Аналогичные обозначения приняты для атома-мишени (второго атома). Символом $D^{\mu\nu}(E_1 - E'_1, -\mathbf{q}'_1)$ обозначена функция Грина фотона, $\hat{e} = e_\mu \gamma^\mu$ ($\mu=0, 1, 2, 3$; γ^μ — матрицы Дирака); e^μ — его вектор поляризации. Сумма в (9.26) ведется по всему спектру положительных и отрицательных энергий атома-мишени в промежуточном состоянии. Для удобства записи дальнейших формул из определения F_1 вынесены нормировочные множители волновых функций атомов $\sqrt{m_i c^2 / F_i L^3}$, $i=1, 2$, и излученного фотона $\sqrt{2\pi c^2 / \omega L^3}$ вместе с δ -функциями, обеспечивающими сохранение энергии и импульса. При этом мы пренебрегли изменением в процессе тормозного излучения факторов $m_i c^2 / E_i = \gamma_i^{-1}$, $m_i c^2 / E'_i = (\gamma'_i)^{-1}$, $i=1, 2$, учитывающих лоренцевское сокращение нормировочного объема волновых функций поступательного движения атомов. Это корректно, поскольку в интересующей нас в дальнейшем кинематической области движение атомов в процессе тормозного излучения происходит почти прямолинейно, т. е. $E_i - E'_i \ll E_i$, $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}'_i \ll \mathbf{p}_i$, $i=1, 2$.

Запишем амплитуду F_1 в символическом виде:

$$F_1 = J_\mu^{(1)}(\mathbf{q}'_1) D^{\mu\nu}(E_1 - E'_1, -\mathbf{q}'_1) T_{\lambda\nu}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_2) e^\lambda, \quad (9.27)$$

где явный вид $J_\mu^{(1)}(\mathbf{q})$ и $T_{\lambda\nu}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q})$ несложно найти, сопоставив формулу (9.27) с (9.26). Здесь 4-вектор $J_\mu^{(1)}(\mathbf{q}_1')$ описывает ток первого атома, а 4-тензор $T_{\lambda\nu}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_2)$ — динамический отклик его партнера, ведущий к испусканию кванта. Взаимодействие между атомами осуществляется посредством обмена фотоном, функция Грина которого $D^{\mu\nu}(E_1 - E_1', -\mathbf{q}_1')$ связывает $J_\mu^{(1)}(\mathbf{q}_1')$ и $T_{\lambda\nu}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_2)$. Таким образом, видим, что структура амплитуды F_1 правильно соответствует качественной картине процесса.

Величины $J_\mu^{(1)}(\mathbf{q}_1')$, $T_{\lambda\nu}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_2)$ имеют наиболее простой вид в системе отсчета, в которой первый или второй атом покоится как целое, т. е. в собственной системе отсчета. В рассматриваемом процессе такую систему отсчета можно ввести для каждого из атомов, поскольку в интересующей нас области малых переданных импульсов \mathbf{q}_1' , \mathbf{q}_2 отдача атомов несущественна. Временная и пространственная компоненты $J_\mu^{(1)}(\mathbf{q}_1')$ в собственной системе отсчета первого атома равны соответственно

$$J_0^{(1)}(\mathbf{q}_1'^s) \equiv Z_1 \delta_{n_1, n_1} - \left\langle n_1' \left| \sum_{j=1}^{N_1} e^{i\mathbf{q}_1'^s \cdot \mathbf{r}_j} \right| n_1 \right\rangle = \\ = Z_1 \delta_{n_1, n_1} - W_{n_1, n_1}^{(1)}(\mathbf{q}_1'^s), \\ \mathbf{J}^{(1)}(\mathbf{q}_1'^s) \equiv \mathbf{J}_{n_1, n_1}^{(1)}(\mathbf{q}_1'^s) = - \left\langle n_1' \left| \sum_{j=1}^{N_1} [\exp(i\mathbf{q}_1'^s \cdot \mathbf{r}_j)] \hat{\mathbf{p}}_j / c \right| n_1 \right\rangle. \quad (9.28)$$

В (9.28) $\hat{\mathbf{p}}_j$ — оператор импульса j -й частицы атома; $|n_1\rangle$, $\langle n_1'|$ — состояния атома в собственной системе отсчета; $\mathbf{q}_1'^s$ — переданный импульс, который является пространственной частью 4-вектора:

$$-q_1'^s = \left\{ \frac{\omega_{n_1, n_1}^s}{c}; -\mathbf{q}_1'^s \right\}, \quad (9.29)$$

где $\omega_{n_1, n_1}^s = E_{n_1}^s - E_{n_1'}^s$ — частота перехода между состояниями $|n_1\rangle$ и $|n_1'\rangle$, а индекс s отмечает принадлежность величины к собственной системе отсчета. При выводе формул (9.28), (9.29) были опущены релятивистские поправки порядка $\mathbf{q}_1'^s/c \ll 1$, $1/m_1 \ll 1$.

Зная $J_\mu^{(1)}(\mathbf{q}_1'^s)$ в собственной системе отсчета, несложно получить этот 4-вектор также и в лабораторной системе отсчета, в которой атом в пренебрежении отдачей его ядра в процессе столкновения движется со скоростью v_1 :

$$J_0^{(1)L}(\mathbf{q}_1^{\parallel}, \mathbf{q}_1^{\perp}) = \gamma \left\{ Z_1 \delta_{n_1, n_1} - W_{n_1, n_1}^{(1)}(\mathbf{q}_1' \gamma^{-1} + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\mathbf{v}_1}{c} \frac{\omega^s}{c} \frac{n_1, n_1'}{c} + \mathbf{q}_1'^{\perp} \Big) + \frac{v_1}{c} n_1 \mathbf{J}_{n_1, n_1}^{(1)} \left(\mathbf{q}_1'^{\parallel} \gamma^{-1} + \right. \\
 & \left. + \frac{\mathbf{v}_1}{c} \frac{\omega^s}{c} \frac{n_1, n_1'}{c} + \mathbf{q}_1'^{\perp} \right) \Big\}, \tag{9.30}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}^{(1)L}(\mathbf{q}_1'^{\parallel}, \mathbf{q}_1'^{\perp}) = & \gamma n_1 \left\{ n_1 \mathbf{J}_{n_1, n_1}^{(1)} \left(\mathbf{q}_1'^{\parallel} \gamma^{-1} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\mathbf{v}_1}{c} \frac{\omega^s}{c} \frac{n_1, n_1'}{c} + \mathbf{q}_1'^{\perp} \right) + \frac{v_1}{c} (Z_1 \delta_{n_1, n_1} - \right. \\
 & \left. - W_{n_1, n_1}^{(1)} \left(\mathbf{q}_1'^{\parallel} \gamma^{-1} + \frac{\mathbf{v}_1}{c} \frac{\omega^s}{c} \frac{n_1, n_1'}{c} + \mathbf{q}_1'^{\perp} \right) \right\} + \\
 & + \mathbf{J}_{n_1, n_1}^{(1)\perp} \left(\mathbf{q}_1'^{\parallel} \gamma^{-1} + \frac{\mathbf{v}_1}{c} \frac{\omega^s}{c} \frac{n_1, n_1'}{c} + \mathbf{q}_1'^{\perp} \right).
 \end{aligned}$$

В (9.30) и далее индексы \parallel и \perp обозначают параллельную и перпендикулярную компоненты векторов скорости атома в лабораторной системе отсчета, $n_1 = \mathbf{v}_1/v_1$, $\gamma = (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2}$.

Несложно проверить, что для диагональных переходов

$$|\mathbf{J}_{n_1, n_1}^{(1)}(+\mathbf{q}_1')| = \frac{1}{c} q_1' W_{n_1, n_1}^{(1)}(\mathbf{q}_1') \ll W_{n_1, n_1}^{(1)}(\mathbf{q}_1')$$

в интересующей нас области $q_1' \ll c$. Поэтому $J_0^{(1)L}$, $\mathbf{J}^{(1)L}$ можно заметно упростить, пренебрегая в (9.30) членами, пропорциональными $J_{n_1, n_1}^{(1)}(\mathbf{q}_1'^{\parallel} \gamma^{-1} + \mathbf{q}_1'^{\perp})$. В результате получим

$$J_0^{(1)L}(\mathbf{q}_1'^{\parallel}, \mathbf{q}_1'^{\perp}) = \gamma (Z_1 - W_{n_1, n_1}^{(1)}(\mathbf{q}_1'^{\parallel} \gamma^{-1} + \mathbf{q}_1'^{\perp})), \tag{9.31}$$

$$\mathbf{J}^{(1)L}(\mathbf{q}_1'^{\parallel}, \mathbf{q}_1'^{\perp}) = \gamma \frac{\mathbf{v}_1}{c} (Z_1 - W_{n_1, n_1}^{(1)}(\mathbf{q}_1'^{\parallel} \gamma^{-1} + \mathbf{q}_1'^{\perp})).$$

Эти формулы имеют простой смысл. Временная компонента $J_0^{(1)L}(\mathbf{q}_1'^{\parallel}, \mathbf{q}_1'^{\perp})$ описывает деформированный вследствие лоренцевского сокращения форм-фактор заряда электронов и ядра в атоме, находящемся в состоянии $|n\rangle$, а пространственная компонента $\mathbf{J}^{(1)L}(\mathbf{q}_1'^{\parallel}, \mathbf{q}_1'^{\perp})$ — ток зарядов атома, связанный с их поступательным движением со скоростью v_1 .

Аналогично вычисляется 4-тензор $T_{\lambda\nu}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_2)$. В дипольном приближении $(\omega/c)R_a \ll 1$ этот тензор имеет следующий вид

в собственной системе отсчета второго атома:

$$T_{\lambda\nu}^{(2)} = \begin{vmatrix} T_{00}^{(2)} & T_{0j}^{(2)} \\ T_{i0}^{(2)} & T_{ij}^{(2)} \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} -k^s q_2^s \alpha^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}_2^s) & -\frac{\omega^s}{c} k_j^s \beta_{ij}^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}_2^s) \\ -\frac{\omega^s}{c} q_{2i}^s \alpha^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}_2^s) & -\left(\frac{\omega^s}{c}\right)^2 \beta_{ij}^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}_2^s) \end{vmatrix}. \quad (9.32)$$

В (9.32) индексами i, j обозначены пространственные компоненты тензора. Обобщенная поляризуемость $\alpha^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}^s)$ введена согласно определению:

$$\mathbf{q}^s \alpha^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}^s) = -i \sum_n \frac{2\omega_{n0}^s}{(\omega^s)^2 - (\omega_{n0}^s)^2} \mathbf{D}_{0n}^{(2)} \mathcal{W}_{n0}^{(2)}(\mathbf{q}^s), \quad (9.33)$$

а поляризационный тензор $\beta_{ij}^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}^s)$ — как

$$\frac{\omega^s}{c} \beta_{ij}^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}^s) = i \sum_n \left\{ \frac{(\mathbf{D}_{0n}^{(2)})_i (\mathbf{J}_{n0}^{(2)}(\mathbf{q}^s))_j}{\omega^s - \omega_{n0}^s} - \frac{(\mathbf{J}_{0n}^{(2)}(\mathbf{q}^s))_i (\mathbf{D}_{n0}^{(2)})_j}{\omega^s + \omega_{n0}^s} \right\}. \quad (9.34)$$

При выводе (9.32) — (9.34) в качестве начального и конечного состояний атома выбиралось его основное состояние $|0\rangle$. В области малых q_2^s ($q_2^s R_a \ll 1$) имеем $\alpha^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}^s) \approx \alpha_d^{(2)}(\omega^s)$, $\beta_{ij}^{(2)} \approx \delta_{ij} \alpha_d^{(2)}(\omega^s)$, где $\alpha_d^{(2)}(\omega^s)$ — дипольная динамическая поляризуемость атома.

В общем случае преобразование компонент тензора $T_{\lambda\nu}^{(2)}$ (9.32) при переходе в лабораторную систему отсчета второго атома достаточно громоздко. Однако, как оказывается, для вычисления сечений тормозного излучения важны именно те области q_2^s , где $T_{\lambda\nu}^{(2)}$ имеет весьма простой вид. Как будет показано, при столкновении пары нейтральных атомов основной вклад в спектр тормозного излучения дает область $q_2^s R_a \approx 1$, поэтому $q_2^s \sim R_a^{-1} \gg \omega^s/c$, ибо в дипольном приближении $(\omega^s/c) R_a \ll 1$. Тензор $T_{\lambda\nu}^{(2)}$ в этой области приближенно равен

$$T_{\lambda\nu}^{(2)} = \alpha^{(2)}(\omega^s, \mathbf{q}_2^s) \begin{vmatrix} -k^{(s)} q_2^s & 0_j \\ -\frac{\omega^s}{c} q_{2,i}^s & 0_{ij} \end{vmatrix}. \quad (9.35)$$

Символами $0_j, 0_{ij}$ обозначены компоненты нулевых вектора и тензора соответственно.

В случае, когда поляризация атома возникает в поле заряженной частицы, например иона, основной вклад при вычислении спектра дает область малых q_2^s ($q_2^s R_a \ll 1$), где тензор $T_{\lambda\nu}^{(2)}$ приближенно равен

$$T_{\lambda\nu}^{(2)} \approx \alpha_d^{(2)}(\omega^s) \begin{vmatrix} -k^s q_2^s & -\frac{\omega^s}{c} k_j^s \\ -\frac{\omega^s}{c} q_{2,i}^s & -\left(\frac{\omega^s}{c}\right)^2 \delta_{ij} \end{vmatrix}. \quad (9.36)$$

Здесь $\alpha_d^{(2)}(\omega^s)$ — дипольная динамическая поляризуемость атома. Далее с помощью преобразования Лоренца для 4-тензоров несложно записать компоненты $T_{\lambda\nu}^{(2)}$ (см. (9.35), (9.36)) также и в лабораторной системе отсчета, аналогично тому, как это было сделано для $J_\mu^{(1)}$ при выводе (9.30).

Построив $J_\mu^{(1)}(\mathbf{q}_1')$, $T_{\lambda\nu}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_2)$ и аналогично $J_\mu^{(2)}(\mathbf{q}_2')$, $T_{\lambda\nu}^{(1)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}_1)$ в собственной и лабораторной системах отсчета, запишем амплитуды F_1, F_2 (см. (9.25)), которые выражаются через эти величины. Поскольку в рассматриваемой кинематической области можно считать, что движение атомов почти прямолинейно, всегда можно выбрать такую систему отсчета, в которой один из атомов, например второй, покоится в процессе тормозного излучения, а его партнер движется со скоростью v_1 . Тогда амплитуда F_1 выражается через 4-вектор $J_\mu^{(1)}(+\mathbf{q}_1')$, вычисленный в лабораторной системе отсчета снаряда, и $T_{\lambda\nu}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}^s, +\mathbf{q}_2^s)$, найденный в собственной системе отсчета мишени. В F_2 , наоборот, входит $J_\mu^{(2)}(+\mathbf{q}_2')$ в собственной системе отсчета атома-мишени и $T_{\lambda\nu}^{(1)}(\omega, \mathbf{k}, +\mathbf{q}_1^s)$ в лабораторной системе отсчета снаряда. Далее, не приводя промежуточных вычислений, запишем амплитуды F_1, F_2 .

В столкновении двух нейтральных атомов F_1, F_2 имеют следующий вид:

$$F_1 = - \frac{4\pi\gamma(Z_1 - W^{(1)}(\mathbf{q}_1^\perp))}{(q_1^\perp)^2} (\mathbf{e}\mathbf{q}_1^\perp) \frac{\omega}{c} \alpha^{(2)}(\omega, \mathbf{q}_1^\perp), \quad (9.37)$$

$$F_2 = + \frac{4\pi\gamma^3(Z_2 - W^{(2)}(-\mathbf{q}_1^\perp))}{(q_1^\perp)^2} \left[\frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta\right) (\mathbf{e}\mathbf{q}_1^\perp) + \right. \\ \left. + \frac{v_1}{c} (\mathbf{e}\mathbf{n}_1)(\mathbf{k}\mathbf{q}_1^\perp) \right] \alpha^{(1)}\left(\omega\gamma \left(1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta\right); -\mathbf{q}_1^\perp\right), \quad (9.38)$$

где $\mathbf{q}_2 = -\mathbf{q}_1$; $\mathbf{n}_1 = \mathbf{v}_1/v_1$; $\theta = \sphericalangle(\mathbf{k}\mathbf{v}_1)$; $\mathbf{q}_1' \approx \mathbf{q}_1$; $\mathbf{q}_2 \approx -\mathbf{q}_1 \approx \mathbf{q}_2$; $W^{(i)}(\mathbf{q}_i^\perp) = W_{00}^{(i)}(\mathbf{q}_i^\perp)$; $q_1^\parallel \approx \omega/v_1 \ll q_1^\perp \sim R_a^{-1}$, так как $(\omega/v_1)R_a \ll 1$; $\gamma = (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2}$.

В ион-ионном столкновении в области малых переданных импульсов амплитуды F_1, F_2 равны

$$F_1 = - \frac{4\pi(Z_1 - N_1)}{q_1'^2 - \omega^2/c^2} \left[\mathbf{e}\mathbf{q}_1' + \frac{\omega}{c^2} (\mathbf{e}\mathbf{v}_1) \right] \frac{\omega}{c} \alpha_d^{(2)}(\omega), \quad (9.39)$$

$$F_2 = - \frac{4\pi\gamma^3(Z_2 - N_2)}{q_2'^2} \left[\frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta\right) (\mathbf{e}\mathbf{q}_2'^\perp) + \right. \\ \left. + \frac{v_1}{c} (\mathbf{e}\mathbf{n}_1)(\mathbf{k}\mathbf{q}_2'^\perp) - \gamma^3 \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta\right) (\mathbf{e}\mathbf{q}_1'^\parallel) \right] \times \\ \times \alpha_d^{(1)}\left(\omega\gamma \left(1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta\right)\right). \quad (9.40)$$

Полученные формулы описывают также тормозное излучение в ион-атомных столкновениях, так как в этом случае главный вклад в сечение процесса дает тормозное излучение атома в кулоновском поле иона. При этом в зависимости от того, покоится атом или движется, амплитуда процесса описывается формулой (9.39) либо (9.40) соответственно.

Обсудим приведенные выше выражения. Амплитуда F_1 (9.37) с учетом нормировочных множителей волновых функций (см. (9.26)) совпадает с выражением для амплитуды тормозного излучения атома-мишени, полученной в [6] для нерелятивистских скоростей столкновения. Такое совпадение не случайно. Процесс столкновения атомов и излучения ими кванта происходит на расстояниях $R \sim q_1^{-1} \sim R_a$, где взаимодействие между ними описывается в основном попарным кулоновским потенциалом взаимодействия между частицами, составляющими снаряд и мишень. Запаздывание электромагнитного взаимодействия и его поперечная компонента в этой области R проявляются слабо. Попарное кулоновское взаимодействие между частицами сталкивающихся атомов осуществляется в основном за счет поперечной компоненты переданного импульса $q_1^\perp \sim R_a^{-1}$, которая значительно превосходит его продольную компоненту: $q_1^\parallel = \omega/v_1 \ll q_1^\perp \sim R_a^{-1}$, поскольку $\omega/v_1 \ll R_a^{-1}$. Продольная компонента переданного импульса $q_1^\parallel = \omega/v_1$ фиксируется законом сохранения энергии. Поперечная компонента q_1^\perp связана с поперечной поляризацией атома-мишени в процессе столкновения, не зависящей от выбора системы отсчета. Поэтому амплитуда F_2 (9.38) может быть получена из F_1 (9.37) переходом в движущуюся со скоростью v_1 систему отсчета и последующей перестановкой атомов. Причем в этом переходе преобразуются лишь частота ω и вектор поляризации фотона \mathbf{e} , тогда как характеристики атомов, вошедшие в (9.37), преобразованием не затрагиваются.

Несколько иначе происходит процесс тормозного излучения в ион-ионном столкновении, поскольку в этом случае основной вклад в сечение дает область малых переданных импульсов $qR_a \ll 1$. В этой кинематической области столкновение происходит на больших расстояниях, так что при релятивистских скоростях становится существенным запаздывание во взаимодействии между ионами и его поперечность. Поляризация каждого из ионов на больших расстояниях обусловлена в основном зарядом иона партнера ($Z_i - N_i$). Амплитуда излучения снаряда (9.40) может быть найдена из (9.39) переходом в движущуюся со скоростью v_1 систему отсчета с последующей перестановкой ионов. При этом в отличие от аналогичного перехода в случае нейтральных атомов необходимо учитывать также преобразование продольной q_1^\parallel компоненты переданного импульса, поскольку в области $q_1 \sim q_1^{\text{min}} = \omega/v_1 \ll R_a^{-1}$ обе компоненты q_1^\parallel и q_1^\perp сопоставимы. С продольной передачей импульса связана продольная поляризация иона (см. третье слагаемое выражения

в скобках в (9.40)), величина которой в лабораторной системе отсчета в γ^{-2} раз меньше его поперечной поляризации. Это обстоятельство следует учесть при переходе от (9.39) к (9.40).

Выполним разложение по параметру v_1/c найденных амплитуд. Это даст главную релятивистскую поправку к формулам работы [6]. В результате простых преобразований находим, что в столкновении пары нейтральных атомов амплитуда процесса $F = F_1 + F_2$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 F = & - \frac{4\pi}{(q_1^\perp)^2} [(Z_1 - W(q_1^\perp)) \alpha^{(2)}(\omega, q_1^\perp) - (Z_2 - W^{(2)}(q_1^\perp)) \times \\
 & \times \alpha^{(1)}(\omega, q_1^\perp)] \frac{\omega}{c} (\mathbf{e}q_1^\perp) - \frac{4\pi (Z_2 - W_2(q_1^\perp))}{(q_1^\perp)^2} \frac{v_1}{c} \times \\
 & \times \left[\cos \theta \frac{\omega}{c} (\mathbf{e}q_1^\perp) \frac{\partial}{\partial \omega} \{ \omega \alpha^{(1)}(\omega, q_1^\perp) \} - (\mathbf{e}n_1) (\mathbf{k}q_1^\perp) \alpha^{(1)}(\omega, q_1^\perp) \right],
 \end{aligned} \tag{9.41}$$

где первое слагаемое описывает амплитуду тормозного излучения при полном пренебрежении релятивистскими эффектами, а второе слагаемое, пропорциональное v_1/c , — главную релятивистскую поправку к этой амплитуде.

В случае ион-ионного столкновения аналогичное разложение амплитуд (9.39), (9.40) приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned}
 F = & - \frac{4\pi}{q_1^2} \frac{\omega}{c} (\mathbf{e}q_1) [(Z_1 - N_1) \alpha_d^{(2)}(\omega) - (Z_2 - N_2) \alpha_d^{(2)}(\omega)] + \\
 & + \frac{8\pi}{q_1^2} \frac{\omega}{c} (\mathbf{e}q_1) (Z_2 - N_2) \alpha_d^{(1)}(\omega) \frac{(\mathbf{k}q_1)}{q_1^2} - \\
 & - \frac{4\pi (Z_2 - N_2)}{q_1^2} \frac{v_1}{c} \left[\frac{\omega}{c} \cos \theta \frac{\partial}{\partial \omega} \{ \omega \alpha_d^{(1)}(\omega) \} (\mathbf{e}q_1) - \right. \\
 & \left. - (\mathbf{e}n_1) (\mathbf{k}q_1) \alpha_d^{(1)}(\omega) \right].
 \end{aligned} \tag{9.42}$$

Здесь $Z_1 - N_1$, $Z_2 - N_2$ — заряды ионов. Второе и третье слагаемые в (9.42) дают релятивистскую поправку к результату нерелятивистского расчета.

При столкновении пары одинаковых атомов или ионов первые слагаемые в амплитудах (9.41), (9.42) отсутствуют и, следовательно, F полностью определяется найденной релятивистской поправкой.

В амплитудах (9.41), (9.42) учтены низшие члены разложения по параметру v_1/c полученных выше в дипольном приближении общих выражений (9.38), (9.40). Наряду с выписанными в (9.41), (9.42) членами в амплитуде тормозного излучения присутствуют, вообще говоря, слагаемые, описывающие излучение квадрупольных фотонов. Они дают поправку к амплитуде тор-

мозного излучения порядка $(\omega/c)R_a \ll 1$. Этой поправкой, однако, можно пренебречь в области $(\omega/c)R_a \ll 1$, поскольку здесь ее порядок много меньше порядка найденной выше релятивистской поправки при $v_1/c \gg (\omega/c)R_a$.

9.3. Сечение процесса тормозного излучения в атом-атомных столкновениях при релятивистских скоростях

Сечение тормозного излучения складывается из трех частей:

$$d\sigma = d\sigma^{\text{targ}} + d\sigma^{\text{bul}} + d\sigma^{\text{int}}, \quad (9.43)$$

где $d\sigma^{\text{targ}}$ — сечение тормозного излучения мишени; $d\sigma^{\text{bul}}$ — сечение тормозного излучения снаряда, а $d\sigma^{\text{int}}$ — интерференционный член. Используя найденные в разд. 9.2 амплитуды F_1 , F_2 , выполним расчет $d\sigma(\omega, \Omega_k)$ аналогично нерелятивистскому случаю [6] (см. гл. 8).

В атом-атомном столкновении сечение процесса, проинтегрированное по импульсам атомов в конечном состоянии и просуммированное по поляризациям фотона, имеет следующий вид:

$$d\sigma^{\text{targ}} = \frac{d\omega d\Omega_k (1 + \cos^2 \theta)}{\pi v_1^2 c^3 \omega} \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} | (Z_1 - W^{(1)}(q_1^\perp)) \omega^2 \alpha^{(2)}(\omega, q_1^\perp) |^2, \quad (9.44)$$

$$d\sigma^{\text{bul}} = \frac{\gamma^2 (1 - \cos \theta \cdot v_1/c)^2 d\omega d\Omega_k}{\pi v_1^2 c^3 \omega} \left(1 + \frac{(\cos \theta - v_1/c)^2}{(1 - \cos \theta \cdot v_1/c)^2} \right) \times \\ \times \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} \left| (Z_2 - W^{(2)}(q_1^\perp)) \omega^2 \alpha^{(1)} \left(\omega \gamma \left(1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta \right), q_1^\perp \right) \right|^2, \quad (9.45)$$

$$d\sigma^{\text{int}} = - \frac{2\omega^2 \gamma (1 - \cos \theta \cdot v_1/c) d\omega d\Omega_k}{\pi v_1^2 c^3} \left(1 + \cos \theta \frac{(\cos \theta - v_1/c)}{(1 - \cos \theta \cdot v_1/c)} \right) \times \\ \times \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} \text{Re} \{ (Z_1 - W^{(1)}(q_1^\perp)) (Z_2 - W^{(2)}(q_1^\perp)) \times \\ \times \alpha^{(1)}(\omega \gamma (1 - \cos \theta \cdot v_1/c), q_1^\perp) [\alpha^{(2)}(\omega, q_1^\perp)]^* \}. \quad (9.46)$$

Формулы (9.44)–(9.46) показывают, что основной вклад в сечение тормозного излучения при столкновении пары нейтральных атомов вносит область переданных импульсов $q_1^\perp R_a \approx 1$, т. е. именно та, в которой были получены F_1 , F_2 (см. (9.37), (9.38)), использованные при вычислении сечения процесса. Действительно, за пределами этой области или $Z_i - W^{(i)}(q_1^\perp) \ll 1$ ($q_1^\perp \ll R_a^{-1}$), или $\alpha^{(i)}(\omega, q_1^\perp) \ll 1$ ($q_1^\perp \gg R_a^{-1}$).

Сравнивая $d\sigma^{\text{тарг}}$ и $d\sigma^{\text{бул}}$, видим, что в $d\sigma^{\text{бул}}$ явление абберации проявляется в изменении угловой зависимости сечения: $(1+\cos^2\theta)\rightarrow[1+(\cos\theta-v_1/c)^2/(1-\cos\theta\cdot v_1/c)^2]$, а эффект Доплера — в преобразовании частоты: $\omega\rightarrow\omega\gamma(1-\cos\theta\cdot v_1/c)$.

Характер углового распределения излучения снаряда и интерференционной составляющей сечения сильно зависит от поведения его поляризуемости, как это следует из (9.45), (9.46).

В пределе малых частот $\omega\ll 1/\gamma$, таких, что при всех углах $0\leq\theta\leq\pi$ выполнено соотношение $\omega\gamma(1-\cos\theta\cdot v_1/c)\ll 1$, поляризуемость $\alpha^{(1)}(\omega\gamma(1-\cos\theta\cdot v_1/c), q_1^\perp)$ фактически не зависит от ω , θ , сводясь к своему статическому значению. В этом случае угловое распределение фотонов в (9.45) имеет вид $d\sigma^{\text{бул}}\propto(1-\cos\theta\cdot v_1/c)^2+(\cos\theta-v_1/c)^2$ и не содержит известной особенности углового распределения излучения заряженных частиц [7], когда фотоны вылетают преимущественно вдоль направления движения частицы в конусе с раствором угла $\theta\lesssim\gamma^{-1}$. Сопоставление сечений (9.44) и (9.45) показывает, что отношение $\eta=d\sigma^{\text{тарг}}/d\sigma^{\text{бул}}$ — величина порядка $\eta\sim\gamma^2$ в области углов $\theta\lesssim\gamma^{-1}$ и $\eta\sim\gamma^{-2}$ для $\theta\gg\gamma^{-1}$. Таким образом, когда $\gamma\gg 1$, при малых углах $\theta\lesssim\gamma^{-1}$ доминирует тормозное излучение атома-мишени, тогда как в остальном интервале углов $\theta\gg\gamma^{-1}$ интенсивнее тормозное излучение снаряда.

Особенность в угловом распределении тормозного излучения атома-снаряда в области малых углов проявляется при больших частотах $\omega\gg\gamma$, в этом случае для всех θ выполнено условие $\omega\gamma(1-\cos\theta)\gg 1$ и поляризуемость $\alpha^{(1)}(\omega\gamma(1-\cos\theta\cdot v_1/c))\sim[\gamma\omega(1-\cos\theta\cdot v_1/c)]^{-2}$, так что в сечении $d\sigma^{\text{бул}}$ (9.45) появляется особенность $d\sigma^{\text{бул}}\sim[\gamma(1-\cos\theta\cdot v_1/c)]^{-2}$. Составляя отношение η сечений (9.44) и (9.45), несложно найти, что в области $\theta\lesssim\gamma^{-1}$ $\eta\approx\gamma^{-2}$, а для углов $\theta\gg\gamma^{-1}$ $\eta\approx\gamma^2$. Таким образом, при излучении больших частот в области малых углов $\theta\ll\gamma^{-1}$ доминирует тормозное излучение атома-снаряда, а в области больших $\theta\gg\gamma^{-1}$ — излучение мишени. Подобный характер имеет угловое распределение тормозного излучения релятивистского электрона на атоме [2], как это было показано в разд. 9.1 (см. гл. 5 и 7). Такое совпадение не случайно, поскольку при больших частотах электроны в атоме-снаряде можно считать свободными, а процесс тормозного излучения снаряда представить как когерентное излучение этих электронов в поле мишени.

В общем случае можно сказать, что если значения частоты и угла подобраны такими, что выполняется условие

$$\gamma^2(1-\cos\theta\cdot v_1/c)^2|\alpha_d^{(1)}(\omega\gamma(1-\cos\theta\cdot v_1/c))|^2\gg|\alpha_d^{(2)}(\omega)|^2, \quad (9.47)$$

то в этой области ω и θ тормозное излучение снаряда будет доминировать над тормозным излучением мишени. При изменении знака этого неравенства на противоположный доминирование тормозного излучения снаряда сменяется доминированием тормозного излучения мишени. Таким образом, можно сделать вы-

вод, что при достаточно больших скоростях столкновения появляется принципиальная возможность разделения тормозного излучения снаряда и мишени. Этот результат обобщает аналогичный вывод, сделанный ранее [2] (см. разд. 9.1) при рассмотрении тормозного излучения релятивистского электрона на атоме.

Интегрируя сечения (9.43)—(9.46) по $\Omega_{\mathbf{k}}$, получаем выражения для соответствующих спектров:

$$d\sigma^{\text{targ}}(\omega) = \frac{16}{3} \frac{d\omega}{\omega v_1^2 c^3} \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} |\omega^2 (Z_1 - W^{(1)}(q_1^\perp)) \alpha^{(2)}(\omega, q_1^\perp)|^2, \quad (9.48)$$

$$d\sigma^{\text{bul}}(\omega) = \frac{2\omega^3 d\omega}{v_1^2 c^3 \gamma} \left(\frac{c}{v_1}\right)^3 \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} \int_{x_0}^{x_0} dx \left[\left(\frac{v_1}{c}\right)^2 x^2 + \left(\frac{1}{\gamma} - x\right)^2 \right] |(Z_2 - W^{(2)}(q_1^\perp)) \alpha^{(1)}(\omega x, q_1^\perp)|^2, \quad (9.49)$$

$$d\sigma^{\text{int}}(\omega) = -\frac{4\omega^3 d\omega}{v_1^2 c^3 \gamma} \left(\frac{c}{v_1}\right)^3 \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} \int_{x_0}^{x_0} dx \left[\left(\frac{v_1}{c}\right)^2 x + \left(1 - \frac{x}{\gamma}\right) \left(\frac{1}{\gamma} - x\right) \right] \text{Re} \{ (Z_1 - W^{(1)}(q_1^\perp)) \times \\ \times (Z_2 - W^{(2)}(q_1^\perp)) \alpha^{(1)}(\omega x, q_1^\perp) \alpha^{(2)*}(\omega, q_1^\perp) \}, \quad (9.50)$$

$$x_0 = \gamma(1 + v_1/c) = \sqrt{(1 + v_1/c)/(1 - v_1/c)}.$$

Важной особенностью полученных выражений является то, что спектр тормозного излучения снаряда и интерференционное слагаемое сечения при некоторой частоте ω_0 зависят от поведения динамической поляризуемости атома-снаряда в весьма широком интервале частот от $\omega_0/\gamma(1+\beta)$ до $\omega_0\gamma(1+\beta)$, $\beta = v_1/c$. Это, в частности, приводит к тому, что узкие спектральные линии, которые можно наблюдать в спектре тормозного излучения покоящегося атома в области характерных атомных частот $\omega \sim 1$, в спектре излучения снаряда оказываются «размазанными» по области $1/\gamma \lesssim \omega \lesssim \gamma$.

Выражения для спектров тормозного излучения (9.47)—(9.50) заметно упрощаются в области малых частот $\omega \ll \gamma^{-1}$, где поляризуемость $\alpha^{(1)}(\omega x, q_1^\perp)$ равна приближенно своему статическому значению $\alpha^{(1)}(0, q_1^\perp)$ при всех $x < \gamma(1 + v_1/c)$ и поэтому возможно вычисление в явном виде интеграла по переменной x . Простой расчет приводит к следующему результату:

$$d\sigma^{\text{bul}}(\omega) = \frac{16}{3} \frac{\omega^3 d\omega}{c^3 v_1^2} \left(1 + \frac{v_1^2}{c^2}\right) \gamma^2 \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} \times \\ \times |(Z_2 - W^{(2)}(q_1^\perp)) \alpha^{(1)}(0, q_1^\perp)|^2, \quad (9.51)$$

$$d\sigma^{\text{int}}(\omega) = -\frac{32\omega^3 d\omega}{3c^3 v_1^3} \gamma \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} \operatorname{Re} \{ (Z_1 - W^{(1)}(q_1^\perp)) \times \\ \times (Z_2 - W^{(2)}(q_1^\perp)) \alpha^{(1)}(0, q_1^\perp) \alpha^{(2)*}(0, q_1^\perp) \}. \quad (9.52)$$

Спектр (9.48) в этой области ω выражается аналогично (9.51) через статическую поляризуемость. Сопоставление (9.51) с (9.52) и (9.48) показывает, что спектр тормозного излучения снаряда в γ^2 раз превосходит спектр тормозного излучения мишени и в γ раз — интерференционное слагаемое сечения.

При больших частотах $\omega \gg \gamma$ поляризуемость приближенно равна $\alpha^{(1)}(\omega x, q_1^\perp) \approx -(1/\omega^2 x^2) W^{(1)}(q_1^\perp)$ для всех x из области интегрирования в формулах (9.94), (9.50), поэтому можно получить простые выражения $d\sigma^{\text{bul}}$, $d\sigma^{\text{int}}$ и в этой области спектра:

$$d\sigma^{\text{bul}} = \frac{16d\omega}{3c^3 v_1^2 \omega} \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} |W^{(1)}(q_1^\perp) (Z_2 - W^{(2)}(q_1^\perp))|^2, \quad (9.53)$$

$$d\sigma^{\text{int}} = \frac{16d\omega}{c^3 v_1^2 \omega \gamma} \left(\frac{c}{v_1}\right)^2 \left[\left(\frac{c}{v_1}\right) \frac{1}{\gamma^2} \ln \gamma \left(1 + \frac{v_1}{c}\right) - 1 \right] \times \\ \times \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} \operatorname{Re} \{ W^{(1)}(q_1^\perp) W^{(2)*}(q_1^\perp) (Z_1 - W^{(1)*}(q_1^\perp)) (Z_2 - W^{(2)}(q_1^\perp)) \}. \quad (9.54)$$

Полученные выражения обобщают соответствующие формулы нерелятивистской теории, которые получаются из (9.51) — (9.54) в пределе $v_1/c \ll 1$. Поскольку $\alpha^{(i)}(0, q_1^\perp)$, $W^{(i)}(q_1^\perp)$ являются вещественными величинами, знаки комплексного сопряжения в (9.51) — (9.54) можно опустить. Складывая (9.48), (9.51), (9.52), а также (9.48), (9.53), (9.54), несложно получить также выражения для суммарного спектра тормозного излучения в атом-атомном столкновении в области больших и малых частот. Они дают ненулевой результат для столкновения одинаковых атомов, что является следствием учета эффекта Доплера и абберации в излучении атома-снаряда. При $\omega \ll \gamma^{-1}$ и достаточно большом $\gamma \gg 1$ в суммарном спектре тормозного излучения доминирует излучение атома-снаряда. В области $\omega \gg \gamma$ ($\gamma \gg 1$) спектр (9.53) подобен спектру тормозного излучения мишени и в γ раз превосходит интерференционную часть $d\sigma^{\text{int}}$ (9.54). Малость интерференционного члена сечения связана с тем, что излучение снаряда в области $\omega \gg 1$ сконцентрировано в основном в узком интервале углов $\theta \leq \gamma^{-1}$, где оно в γ^2 раз превосходит тормозное излучение атома-мишени, которое слабо анизотропно.

Полученные выражения могут быть использованы для нахождения сечения тормозного излучения в столкновении двух одинаковых нерелятивистских атомов, когда $v_1/c \ll 1$. Полное

пренебрежение релятивистскими поправками в этом случае приводит к нулевому результату [6]. Это связано с тем, что индуцированные дипольные моменты одинаковых атомов равны по величине и ориентированы в противоположные стороны, и поэтому полный дипольный момент такой системы, а следовательно, и связанное с его изменением излучение отсутствуют. Учет эффекта Доплера и абберации света в излучении снаряда снимает этот запрет на дипольное тормозное излучение. Пренебрегая в (9.44)—(9.46) всеми членами более низкого порядка, чем v_1/c , получаем для суммарного сечения тормозного излучения (9.43) следующее выражение:

$$d\sigma(\omega, \Omega_k) = \frac{\omega^3 d\omega d\Omega_k}{\pi c^3 v_1^2} \left(\frac{v_1}{c}\right)^2 \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} (Z - W(q_1^\perp))^2 \times \\ \times \left[\cos^2 \theta \left| \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \alpha(\omega, q_1^\perp)) \right|^2 + \left| \alpha(\omega, q_1^\perp) + \right. \right. \\ \left. \left. + \omega \cos^2 \theta \frac{\partial}{\partial \omega} \alpha(\omega, q_1^\perp) \right|^2 \right]. \quad (9.55)$$

Сечение (9.55) не зависит от скорости столкновения. Проведенное разложение показывает, что поправка к нерелятивистским сечениям, обусловленная эффектом Доплера и абберацией света, оказывается доминирующей при $\omega \ll v_1 R_a^{-1}$, поскольку в этой области частот ее порядок $\sim (v_1/c)^2$ превосходит порядок поправки $(R_a \omega/c)^2$, обусловленной квадрупольным излучением системы. Интегрируя (9.55) по $d\Omega_k$, получаем спектр тормозного излучения в столкновении одинаковых атомов:

$$d\sigma(\omega) = \frac{16}{3} \frac{\omega^3 d\omega}{c^5} \int_0^\infty \frac{dq_1^\perp}{q_1^\perp} (Z - W(q_1^\perp))^2 \left[|\alpha(\omega, q_1^\perp)|^2 + \right. \\ \left. + \omega \operatorname{Re} \left\{ \alpha^*(\omega, q_1^\perp) \frac{\partial}{\partial \omega} \alpha(\omega, q_1^\perp) \right\} + \frac{2\omega^2}{5} \left| \frac{\partial}{\partial \omega} \alpha(\omega, q_1^\perp) \right|^2 \right]. \quad (9.56)$$

Несложно получить релятивистскую поправку к сечению тормозного излучения также и для случая столкновения различных атомов. Она может оказаться существенной в тех областях спектра, где имеет место значительная деструктивная интерференция излучений снаряда и мишени. Подобный анализ достаточно прост для каждой конкретной пары атомов, поэтому здесь мы его выполнять не будем.

В разд. 9.2 была найдена амплитуда тормозного излучения в ион-ионных столкновениях при релятивистских скоростях (9.39), (9.40). Вычисление сечений процесса выполняется аналогично рассмотренному выше случаю атом-атомного столкновения и

приводит к следующему результату:

$$d\sigma^{\text{targ}}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}}, \mathbf{q}_1) = \frac{(Z_1 - N_1)^2 \omega^3 |\alpha_d^{(2)}(\omega)|^2}{\pi c^3 v_1^2 (q_1^2 - \omega^2/c^2)} q_1 \times \\ \times \left\{ (1 + \cos^2 \theta) - \frac{(1 - (v_1/c)^2)}{q_1^2 - \omega^2/c^2} \frac{\omega^2}{v_1^2} (3 \cos^2 \theta - 1) - \right. \\ \left. - \frac{2\omega^2}{c^2} \frac{(1 - (v_1/c)^2)}{q_1^2 - v_1^2/c^2} \sin^2 \theta \right\} d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} dq_1, \quad (9.57)$$

$$d\sigma^{\text{bul}}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}}, \mathbf{q}_2) = \frac{(Z_2 - N_2)^2 \omega^3 \gamma^2 (1 - \cos \theta \cdot v_1/c)^2}{\pi c^3 v_1^2 q_2} \times \\ \times |\alpha_d^{(1)}(\omega \gamma (1 - \cos \theta \cdot v_1/c))|^2 \left\{ \sin^2 \theta_{q_2} \left[1 + \frac{(\cos \theta - v_1/c)^2}{(1 - \cos \theta \cdot v_1/c)^2} \right] - \right. \\ \left. - \frac{2}{\gamma^2} \cos^2 \theta_{q_2} \left(\frac{\gamma^{-1} \sin^2 \theta}{1 - v_1 \cos \theta/c} \right)^2 \right\} d\omega d\Omega_{\mathbf{k}} dq_2, \quad (9.58)$$

где $\theta_{q_2} = \widehat{q_2, \mathbf{v}_1}$; $\cos^2 \theta_{q_2} = \omega^2 (1 - v_1 \cos \theta/c)^2 / v_1^2 q_2^2$.

Полученные выражения для сечений (9.57), (9.58) справедливы в областях $q_1 R_a \ll 1$, $q_2 R_a \ll 1$. Первое из них совпадает с сечением тормозного излучения мишени в столкновении с ней бесструктурной частицы с зарядом $Z_1 - N_1$, что естественно для области малых передач импульса, т. е. больших прицельных параметров столкновения. Структура $d\sigma^{\text{bul}}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}}, q_1)$ (9.58) также понятна. Первый член в фигурных скобках в этом выражении описывает тормозное излучение снаряда, возникающее вследствие его поперечной поляризации статическим кулоновским полем иона-мишени, тогда как второй член — тормозное излучение за счет продольной поляризации снаряда. Результат (9.58) можно было бы получить иначе, выделив сначала в $d\sigma^{\text{targ}}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}}, q_1)$ часть, обусловленную чисто кулоновским взаимодействием налетающего иона с мишенью (см. [2]), а затем преобразовав эту часть сечения в системе отсчета, в которой снаряд покоится, а мишень движется со скоростью v_1 , поменяв при этом номера атомов. При преобразовании следует учитывать лоренцевское сокращение продольной компоненты индуцированного в процессе тормозного излучения дипольного момента снаряда. Множитель γ^{-2} , который появляется при этом в сечении, естественно возникает при последовательном выводе $d\sigma^{\text{bul}}(\omega, \Omega_{\mathbf{k}}, q_2)$ и содержится в виде множителя во втором члене в фигурных скобках в (9.58).

Полученные выражения (9.57), (9.58) позволяют найти с логарифмической точностью проинтегрированные по q_1 , q_2 сечения тормозного излучения мишени и снаряда соответственно, аналогично случаю столкновения с атомом бесструктурной заряженной частицы, подробно рассмотренному в разд. 9.1 и гл. 5, 7. Интегрируя (9.57), (9.58) от $q_{1,\text{min}} = \omega/v_1$, $q_{2,\text{min}} = (\omega/v_1) \times$

$\times (1 - \cos \theta \cdot v_1/c)$ соответственно до $q_{1,2,\max} \sim R_a^{-1}$ и оставляя при этом только логарифмически большие члены, приходим к следующему результату:

$$d\sigma^{\text{targ}} = \frac{(Z_1 - N_1)^2 d\omega d\Omega_k}{\pi c^3 v_1^2 \omega} \left| \omega^2 \alpha_d^{(2)}(\omega) \right|^2 (1 + \cos^2 \theta) \ln \frac{v_1 \gamma}{\omega R_a}, \quad (9.59)$$

$$d\sigma^{\text{bul}} = \frac{\gamma^2 (Z_2 - N_2)^2 d\omega d\Omega_k}{\pi c^3 v_1^2 \omega} \left| \omega^2 \alpha_d^{(1)} \left(\omega \gamma \left(1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta \right) \right) \right|^2 \times \\ \times \ln \frac{v_1}{R_a \omega (1 - v_1 \cos \theta/c)} \left[1 + \frac{(\cos \theta - v_1/c)^2}{(1 - v_1 \cos \theta/c)^2} \right] \left(1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta \right)^2. \quad (9.60)$$

Зная амплитуду тормозного излучения снаряда и мишени, можно найти также интерференционное слагаемое сечения тормозного излучения $d\sigma^{\text{int}}(\omega, \Omega_k)$. В логарифмическом приближении вычисления приводят к следующему результату:

$$d\sigma^{\text{int}} = - \frac{2d\omega d\Omega_k (Z_1 - N_1) (Z_2 - N_2) \gamma}{\pi c^3 v_1^2 \omega} \left(1 + \cos^2 \theta - \frac{v_1}{c} 2 \cos \theta \right) \times \\ \times \text{Re} \left\{ \omega^4 \alpha_d^{(1)}(\omega \gamma (1 - v_1 \cos \theta/c)) \alpha_d^{*(2)}(\omega) \right\} \ln \frac{v_1}{\omega R_a (1 - v_1 \cos \theta/c)}. \quad (9.61)$$

Структура полученных выражений (9.59) — (9.62) аналогична структуре сечений тормозного излучения (9.44) — (9.46). Поэтому анализ особенностей частотно-угловой зависимости полученного сечения полностью аналогичен проведенному выше при обсуждении тормозного излучения в атом-атомном столкновении. Он позволяет сделать вывод, что качественно общая картина тормозного излучения в упомянутых двух случаях подобна. Наличие в системе, состоящей из пары ионов, дальнедействующих сил взаимодействия приводит лишь к логарифмическому росту сечений, который не меняет общего характера тормозного излучения системы двух релятивистских сталкивающихся частиц.

Полученные формулы в применении к ион-атомному столкновению показывают, что логарифмически большой вклад в сечение процесса дает тормозное излучение атома в поле иона. При этом сечение тормозного излучения покоящегося атома описывается формулой (9.59), а движущегося — (9.60).

В заключение обсуждения тормозного излучения при ион-ионных столкновениях рассмотрим излучение системой одинаковых ионов при скоростях $v_1 \ll c$. Сечение процесса в этом случае может быть получено из общих формул (9.59) — (9.61) переходом в область $v_1/c \ll 1$ или непосредственным вычислением с использованием найденной ранее амплитуды (9.42). В результате в логарифмическом приближении находим следующее вы-

ражение:

$$d\sigma(\omega, \Omega_k) = \frac{(Z-N)^2 \omega^3}{\pi c^3} \left\{ \cos^2 \theta \left| \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \alpha_d(\omega)) \right|^2 + \right. \\ \left. + \left| \sin^2 \theta \alpha_d(\omega) + \cos^2 \theta \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \alpha_d(\omega)) \right|^2 \right\} \ln \frac{v_0}{\omega R_a} d\omega d\Omega_k, \quad (9.62)$$

$$d\sigma(\omega) = \frac{16\omega^3 (Z-N)^2 d\omega}{3c^3} \left\{ |\alpha_d(\omega)|^2 + \frac{2\omega^2}{5} \left| \frac{\partial}{\partial \omega} \alpha_d(\omega) \right|^2 + \right. \\ \left. + \omega \operatorname{Re}(\alpha_d^*(\omega) \frac{\partial}{\partial \omega} \alpha_d(\omega)) \right\} \ln \frac{v_0}{\omega R_a}. \quad (9.63)$$

В отличие от аналогичных формул (9.55), (9.56) для атом-атомного столкновения в (9.62), (9.63) содержится логарифмическая зависимость от скорости столкновения. Ее возникновение обусловлено наличием в системе далекодействующих кулоновских сил.

Таким образом, при релятивистских скоростях столкновения в системе, состоящей из двух атомных частиц, возникающие специфические особенности частотного и углового распределения тормозного излучения обусловлены в основном эффектом Доплера и аберрацией света в излучении атома-снаряда.

9.4. Тормозное излучение нейтрино

Рассмотрим тормозное излучение частицы, взаимодействующей с атомом неэлектромагнитным способом на примере нейтрино, при его рассеянии на атоме водорода или водородоподобном ионе. Механизм образования излучения аналогичен поляризованному тормозному излучению заряженной частицы. Отличие лишь в том, что электронная оболочка поляризуется за счет слабого взаимодействия с налетающим нейтрино. Ограничиваясь низкоэнергетической областью слабых взаимодействий, т. е. считая, что энергия нейтрино мала в сравнении с массой промежуточного бозона, взаимодействие нейтрино с атомным электроном можно рассматривать в рамках стандартной $V-A$ теории. Оператор взаимодействия e^- с ν в этом случае есть [12]

$$\hat{V}_{e,\nu} = -\frac{G}{\sqrt{2}} \int d\mathbf{r} \hat{J}_\alpha^+(\mathbf{r}) \hat{J}^\alpha(\mathbf{r}), \quad (9.64)$$

где $\hat{J}_\alpha(\mathbf{r}) = \Psi_e(\mathbf{r}) \gamma_\alpha (1 + \gamma^5) \Psi_\nu(\mathbf{r})$ — оператор слабого тока; Ψ_ν , Ψ_e — биспинорные волновые функции (операторные) электрона и нейтрино; G — константа слабого взаимодействия.

В низшем порядке теории возмущений по слабому и электромагнитному взаимодействиям амплитуда упругого тормозного излучения нейтрино определяется двумя диаграммами рис. 9.5. Здесь тонкая линия соответствует нейтрино. Остальные обозначения прежние.

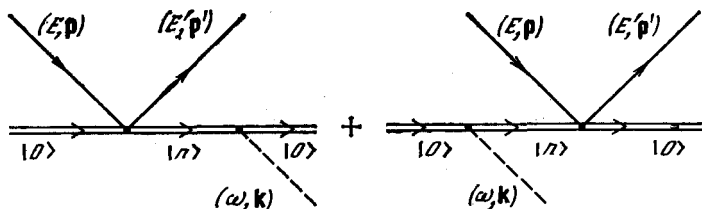


Рис. 9.5. Диаграммы, описывающие амплитуду поляризационного тормозного излучения нейтрино на атоме

Ограничиваясь, как и в разд. 9.1, областью дипольных частот фотона, из диаграмм рис. 9.5 получаем аналитическое выражение для F_{el} :

$$F_{el} = -\frac{G}{\sqrt{2}} b_\alpha \sum_n \left\{ \frac{\langle 0 | e\mathbf{y} | n \rangle \langle n | e^{-i\mathbf{q}r} O^\alpha | 0 \rangle}{E_n - E_0 - \omega} + \frac{\langle 0 | e^{-i\mathbf{q}r} O^\alpha | n \rangle \langle n | e\mathbf{y} | 0 \rangle}{E_n - E_0 + \omega} \right\}, \quad (9.65)$$

где $O^\alpha = \gamma^\alpha (1 + \gamma^5)$; через b_α обозначен 4-вектор тока нейтрино: $b_\alpha = \bar{u}(p', s) O_\alpha u(p, s)$; $\mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p}$.

В (9.65) состояния атомного электрона описываются релятивистскими волновыми функциями. Нерелятивистский предел в (9.65) по движению электрона получается аналогично тому, как это делалось при рассмотрении тормозного излучения заряженной частицы. Кроме того, полагая, что энергия нейтрино удовлетворяет неравенству $E/c \ll R_a^{-1}$, произведем разложение $e^{-i\mathbf{q}r}$ в матричных элементах в (9.65) (обобщение на случай $E/c > R_a^{-1}$ мы дадим ниже, при рассмотрении спектра тормозного излучения). В результате для амплитуды упругого тормозного излучения получаем

$$F_{el} = \frac{G}{\sqrt{2}} \left\{ \omega \alpha_d(\omega) \left[b^0(\mathbf{e}\mathbf{q}) + \frac{\omega}{c} (\mathbf{e}\mathbf{b}) \right] + \omega \left[\omega b^0(\mathbf{e}\beta_d(\omega)) \frac{1}{c} + (\mathbf{e}\mathbf{q})(\beta_d(\omega)\mathbf{b}) \right] \right\}. \quad (9.66)$$

В (9.66) слагаемое, содержащее динамическую дипольную поляризуемость $\alpha_d(\omega)$, есть вклад векторной части оператора взаимодействия (9.64). Вклад псевдовекторной части (9.64), зависящий от спина электрона в начальном и конечном состояниях, описывается в (9.66) слагаемым, пропорциональным вектору

$$\beta_d(\omega) = \sum_n \frac{2\omega_{n0} | (D_2)_{n0} |^2}{\omega_{n0}^2 - \omega^2} s_{fi}, \quad (9.67)$$

где $s_{fi} = \frac{1}{2} \langle \bar{\eta}_i \hat{\sigma} \eta_i \rangle$ — матричный элемент оператора спина, взятый по спиновым частям волновой функции атомного электро-

на до и после столкновения η_i, η_j . Так как в нерелятивистском пределе энергия атомного электрона не зависит от его спина, то в процессе упругого тормозного излучения может изменяться спиновое состояние e^- . Поэтому в (9.67) введены индексы i, j для обозначения η_i, η_j в отличие от индексов 0 и n , которые относятся к координатной зависимости волновой функции электрона. Из определения $\alpha_d(\omega)$ и выражения (9.67) следует, что для водорода справедливо соотношение

$$\beta_d(\omega) = s_{j_i} \alpha_d(\omega). \quad (9.68)$$

Используя (9.66), найдем спектр фотонов и угловое распределение излучения в зависимости от взаимной ориентации вектора p и спина атомного электрона до столкновения. В соответствии с общими правилами [7], дифференциальное сечение тормозного излучения нейтрино представляется в виде

$$d\sigma_{el}(\omega, \Omega_k, q, \varphi_{p'}) = \frac{\omega q d\omega d\Omega_k dq d\varphi_{p'}}{2(2\pi)^4 c^5} \frac{1}{4} \sum_{\lambda, s, s', s''} |F_{el}|^2, \quad (9.69)$$

где суммирование осуществляется по поляризациям нейтрино в начальном и конечном состояниях и по поляризациям фотона и атомного электрона в конечном состоянии. Произведя эти вычисления, а также интегрируя по переданному импульсу q от $q_{min} = \omega/c$ до $q_{max} = p - p'$, получим довольно громоздкое выражение для углового распределения тормозного излучения [13]:

$$\begin{aligned} d\sigma(\omega, \Omega_k) = & \frac{G^2 \omega^3 p'^2 d\omega d\Omega_k}{\pi^2 c^5} |\alpha_d(\omega)|^2 \left\{ p^2 (1 - (nn_v)^2) (1 + \xi n_v) + \right. \\ & + \frac{2}{3} p'^2 (1 + \xi n_v) - \frac{1}{c} \omega p [1 - (nn_v)^2 + (n_v \xi) - \\ & + (nn_v)(\xi n)] + \frac{2}{3} \frac{\omega p'}{c} (1 + \xi n_v) + \frac{\omega^2}{2c^2} [2 + (n_v \xi) - \\ & \left. - (n_v n)(\xi n) \right\}. \quad (9.70) \end{aligned}$$

Здесь n_v — первоначальное направление движения нейтрино; $n = k/k$; ξ — единичный вектор в направлении спина атомного электрона до столкновения; $p' = p - \omega/c$.

Наличие в (9.70) членов с ξn_v , есть результат несохранения четности в процессе тормозного излучения, поскольку эти члены меняют знак при пространственной инверсии. Кроме того, слагаемые, пропорциональные ξn_v , определяют интенсивность излучения в зависимости от взаимной ориентации спина электрона и направления движения нейтрино.

Остановимся подробнее на двух частных случаях (9.73). Так, для случая $\xi n_v = -1$ (направление движения нейтрино противоположно поляризации атомного электрона) из (9.70) по-

лучаем

$$d\sigma_{el}(\omega, \Omega_k, \uparrow\downarrow) = \frac{G^2 \omega^3 d\omega}{2\pi^3 c^5} d\Omega_k |\alpha_d(\omega)|^2 p'^2 (1 + \cos^2 \theta). \quad (9.71)$$

В случае сонаправленности векторов \mathbf{n}_ν и ξ ($(\mathbf{n}\xi) = 1$) имеем

$$d\sigma_{el}(\omega, \Omega_k, \uparrow\uparrow) = \frac{G^2 \omega^3 p'^2}{2\pi^3 c^5} d\omega d\Omega_k |\alpha_d(\omega)|^2 \times \\ \times \{(10pp'/3 + 3\omega^2/2c^2) - (2pp' + \omega^2/2c^2) \cos^2 \theta\}. \quad (9.72)$$

Выражения (9.71), (9.72) показывают, что угловое распределение, а вместе с ним и интенсивность излучения существенно зависят от взаимной ориентации \mathbf{n}_ν и ξ . Наиболее сильно эта зависимость проявляется для частот фотона, малых по сравнению с энергией нейтрино. Сравнивая (9.71) и (9.72) в этом пределе, получаем оценку

$$\eta = \frac{d\sigma_{el}(\uparrow\downarrow)}{d\sigma_{el}(\uparrow\uparrow)} \approx \frac{\omega^2}{E^2}, \quad \omega \ll E. \quad (9.73)$$

Для частот $\omega \sim 1$ Ry и энергий $E \sim 1$ кэВ отношение $\eta \sim 10^{-4}$. Поэтому существует принципиальная возможность определения направления пучка падающих нейтрино по угловому распределению их тормозного излучения на поляризованной мишени (говоря о поляризации, мы имеем в виду электронную компоненту).

Интегрируя (9.70) по углам вылета фотонов, получаем спектр излучения на поляризованной мишени:

$$d\sigma_{el}(\omega) = \frac{16}{3\pi^2} \frac{G^2 p^4 d\omega}{c\omega} |\omega^2 \alpha_d(\omega)|^2 (1 + \xi \mathbf{n}_\nu). \quad (9.74)$$

Из этого выражения видно, что спектр достигает своего максимального значения при $\xi \uparrow \uparrow \mathbf{n}_\nu$ и параметрически мал ($\sim \omega^2/E^2$) для $\xi \uparrow \downarrow \mathbf{n}_\nu$.

Выражения (9.70) — (9.74) при замене в них $\mathbf{n}_\nu \rightarrow -\mathbf{n}_\nu$ описывают тормозное излучение антинейтрино. В этом случае максимум излучения достигается при $\xi \uparrow \downarrow \mathbf{n}_\nu$.

В заключение отметим, что, хотя выражения (9.70) — (9.74) являются точными при $E/c < R_a^{-1}$, для нейтрино больших энергий получить аналогичные формулы тем не менее не сложно. Выражение для амплитуды тормозного излучения, справедливое во всей области изменения q (при $E/c > R_a^{-1}$), получается, как и ранее, при переходе к нерелятивистскому пределу в (9.65), но без разложения e^{-iqr} в соответствующих матричных элементах.

При этом вместо поляризуемостей $\alpha_d(\omega)$ и $\beta_d(\omega)$ войдут более сложные функции, зависящие также и от q . Например, вклад векторной части оператора (9.64) в (9.66) заменится выражением, стоящим в скобках в формуле (9.5) при $|m\rangle = |0\rangle$, т. е. появятся обобщенные поляризуемости $\alpha_{00}(\omega, q)$ и

$\beta_{00}^{ij}(\omega, q)$. Соответствующие выражения для вклада псевдовекторной части $\hat{V}_{e,\nu}$ в амплитуду F_{e1} мы не выписываем ввиду их громоздкости. Важно отметить лишь следующее. При $q \gg \gg R_a^{-1}$ все эти функции ведут себя одинаковым образом — убывают как $(qR_a)^{-4}$. В этом несложно убедиться на примере $\alpha_{00}(\omega, q)$ (см. (9.6a)), где для $q \gg R_a^{-1}$ надо состояния $|n\rangle$ выбрать в виде $e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}}$ и вычислить возникающие интегралы, полагая $|0\rangle = |1s\rangle$. Поэтому область больших переданных импульсов при интегрировании по q дает малый вклад в спектр тормозного излучения, который получим интегрированием (9.69) от $q_{\min} = \omega/c$ до некоторого $q \sim R_a^{-1}$, воспользовавшись (9.66). В результате приходим к выражению, аналогичному (9.74), с той лишь разницей, что вместо множителя $16p^4$ будет стоять κR_a^{-4} , где $\kappa \approx 1$. Тем самым для $E/c > R_a^{-1}$ спектр тормозного излучения нейтрино не зависит от энергии E , а введенный выше параметр η заменяется величиной $(\omega^2/c^2)R_a^2 \ll 1$ для частот порядка I (I — потенциал ионизации атома H).

Таким образом, тормозное излучение, возникающее в столкновении релятивистских частиц с атомами, имеет ряд специфических черт, отсутствующих в нерелятивистском случае. К ним можно отнести особенности в угловом распределении рассеянных частиц, в полном спектре излучения при больших частотах фотона, в угловом распределении излучения при столкновении сложных атомных частиц и др. В связи с этим представляется необходимым проведение численных расчетов процессов тормозного излучения, которые позволят освободиться от ограничений борновского приближения и получить надежные данные для величин предсказываемых эффектов. И хотя выше основное внимание было уделено тормозному излучению в атомных столкновениях, очевидно, что внутренняя структура рассеивающихся частиц играет существенную роль в формировании излучения также и в ядерных релятивистских столкновениях — нуклона с ядром, ядра с ядром, т. е. в столкновении элементарных частиц при высоких энергиях. Поэтому исследования в данных направлениях представляются весьма актуальными.

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ТОРМОЗНОЙ ЭФФЕКТ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ С АТОМАМИ И ЛАЗЕРНЫЙ ПРОБОЙ В ГАЗАХ

10.1. Предел малых частот тормозных квантов

Сечение тормозного эффекта при столкновении электрона с нейтральным атомом определяет важные физические параметры низкотемпературной плазмы. Из самых общих соображений, основанных на законе сохранения заряда и калибровочной инвариантности, можно показать, что для нерелятивистского электрона при малой частоте излучаемого фотона амплитуда тормозного излучения может быть записана в виде [1]

$$M = + \frac{e\hbar^2}{m} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \left[M_0(\epsilon) \frac{qe}{\hbar\omega} + (pe) \frac{\partial M_0(\epsilon)}{\partial \epsilon} \right]. \quad (10.1)$$

Здесь $M_0(\epsilon)$ — амплитуда упругого рассеяния электрона с энергией ϵ ; ω — частота; \mathbf{k} — волновой вектор; e — поляризация излучаемого фотона; \mathbf{p} , \mathbf{p}' — импульсы электрона до и после рассеяния; $p^2 = (p')^2 + 2m\hbar\omega$; $\mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p}$ — переданный импульс.

Малость частоты тормозного фотона означает выполнение условия

$$\omega \ll \epsilon/\hbar. \quad (10.2)$$

Выражение (10.1) представляет собой разложение точной амплитуды тормозного излучения при $\omega \rightarrow 0$, не зависящее от вида взаимодействия электрона с рассеивателем, в данном случае с атомом, который мы здесь считаем, однако, достаточно тяжелым. Второй член в этом выражении получен Лоу [2]. Несимметричность его по импульсам \mathbf{p} , \mathbf{p}' связана с выбором в качестве независимой переменной начальной энергии электрона. Первый член в (10.1) содержит полюс при $\omega \rightarrow 0$, с которым связана хорошо известная «инфракрасная катастрофа».

Очевидно, что формула (10.1) не будет справедлива при частотах ω , попадающих в область характеристических частот атома, поскольку в ней разложение амплитуды в ряд по ω заведомо незаконно. Для нейтральных атомов это соответствует оптическому и ультрафиолетовому диапазонам. Если же рассматривается тормозной эффект на отрицательных ионах, то это могут быть еще меньшие частоты. Поэтому желательно получить обобщение формулы (10.1) на большие частоты.

10.2. Борновское приближение

Начнем с рассмотрения тормозного эффекта в борновском пределе. Борновское приближение для рассеяния электрона на нейтральном атоме применимо, когда скорость электрона до и после рассеяния много больше характеристических скоростей атомных электронов.

Диаграммы Фейнмана, описывающие в этом случае тормозной эффект, изображены на рис. 10.1. Здесь тонкая сплошная линия обозначает функцию распространения электрона, двойная линия — функцию распространения атома, а штриховая линия — взаимодействие между ними, которое в условиях применимости борновского приближения достаточно учесть только один раз — в первом порядке теории возмущений. Волнистая линия означает испущенный или поглощенный фотон.

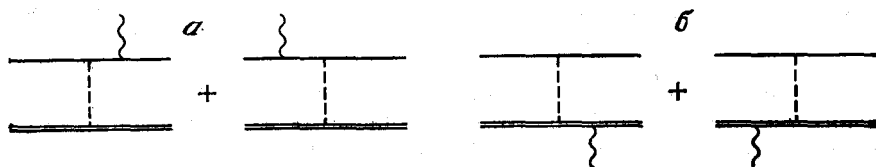


Рис. 10.1. Диаграммы Фейнмана для тормозного эффекта при рассеянии электрона на атоме

Диаграммы рис. 10.1, а дают традиционное описание тормозного эффекта, при котором атом рассматривается лишь как источник силового поля, возмущающего траекторию рассеиваемого электрона. В результате такого возмущения и происходит тормозное излучение или поглощение (в последнем случае необходимо также присутствие внешнего электромагнитного поля).

Диаграммы рис. 10.1, б соответствуют излучению или поглощению тормозного фотона атомными электронами, т. е. описывают поляризационное тормозное излучение. Рассеиваемый электрон в этом случае необходим для того, чтобы обеспечить выполнение законов сохранения энергии и импульса.

Следует отметить аналогию между вкладом диаграмм рис. 10.1, б в тормозной эффект и поправкой Берсукера—Веселова к величине силы осциллятора атома [3, 3а]. Поправка Берсукера—Веселова также может быть изображена диаграммами рис. 10.1, б, но только тонкая сплошная линия будет соответствовать связанному валентному электрону, а двойная линия — атомному остову.

Взаимодействие рассеиваемого электрона с атомом в нерелятивистском приближении определяется законом Кулона

$$U = -\frac{Ze^2}{r} + e^2 \sum_{i=1}^Z \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|}. \quad (10.3)$$

Здесь Z — заряд ядра, помещенного в начало координат; r_j — координаты атомных электронов; \mathbf{r} — координаты рассеиваемого электрона.

Взаимодействие с электромагнитным полем атома V_a и рассеиваемого электрона V_e запишем в дипольном приближении:

$$V_{a,e} = i \sum_{\mathbf{k}, \sigma} (2\pi\hbar\omega)^{1/2} (\mathbf{d}^{(a,e)} \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \sigma}) (a_{\mathbf{k}, \sigma}^{\dagger} - a_{\mathbf{k}, \sigma}), \quad (10.4)$$

$$\mathbf{d}^{(e)} = -e\mathbf{r}, \quad \mathbf{d}^{(a)} = -e \sum_{j=1}^Z \mathbf{r}_j,$$

где $a_{\mathbf{k}, \sigma}^{\dagger}$, $a_{\mathbf{k}, \sigma}$ — операторы рождения и уничтожения фотона с волновым вектором \mathbf{k} и поляризацией σ ; $\mathbf{e}_{\mathbf{k}, \sigma}$ — действительный вектор поляризации (объем квантования выбран единичным).

Аналитическое выражение для амплитуды тормозного эффекта имеет следующий вид:

$$M = \left\langle 0, \mathbf{p}' \left| V^{(e)} G^{(e)} \left(\frac{p^2}{2m} \right) U + U G^{(e)} \left(\frac{p'^2}{2m} \right) V^{(e)} \right| 0, \mathbf{p} \right\rangle + \\ + \left\langle 0, \mathbf{p}' \left| V^{(a)} G^{(a)} (E_0 + \hbar\omega) U + U G^{(a)} (E_0 - \hbar\omega) V^{(a)} \right| 0, \mathbf{p} \right\rangle, \\ |0, \mathbf{p}\rangle = |0\rangle |\mathbf{p}\rangle, \quad \langle 0, \mathbf{p}'| = \langle 0| \langle \mathbf{p}'|. \quad (10.5)$$

Здесь $|0\rangle$ — волновая функция основного состояния атома с энергией E_0 ; $|\mathbf{p}\rangle$, $\langle \mathbf{p}'|$ — волновые функции электрона в начальном и конечном состояниях; $G^{(e,a)}$ — функции Грина электрона и атома:

$$G^{(e)}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\exp\{i\mathbf{p}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')/\hbar\}}{[p^2/2m - \varepsilon + i0]}, \\ G^{(a)}(E, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_n \frac{\langle \mathbf{r} | n \rangle \langle n | \mathbf{r}' \rangle}{E_n - E + i0}. \quad (10.6)$$

Суммирование по n в формуле (10.6) проводится по полному набору промежуточных состояний атома, включая непрерывный спектр. Эффекты обмена рассеиваемого электрона с электронами атома в условиях применимости борновского приближения малы и здесь не учитываются. Численный анализ этих эффектов для отрицательных ионов проведен в работе [4].

Подставляя (10.3), (10.4) и (10.6) в первый матричный элемент (10.5), получим вклад в амплитуду, описываемую диаграммами рис. 10.1, а:

$$M_e = 4\pi e^3 \sqrt{2\pi\hbar\omega} (N_{\mathbf{k}, \sigma} + 1) \frac{(\mathbf{e}_{\mathbf{k}, \sigma} \mathbf{q})}{m\omega^2 q^2} [Z - F(\mathbf{q})], \quad (10.7)$$

где $N_{\mathbf{k}, \sigma}$ — число фотонов; $\{\mathbf{k}, \sigma\}$ — моды внешнего электромагнитного поля;

$$F(\mathbf{q}) = \left\langle 0 \left| \sum_{j=1}^Z \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j/\hbar) \right| 0 \right\rangle \quad (10.8)$$

атомный форм-фактор, определяющий «размытость» электронной оболочки атома в состоянии $|0\rangle$. Для определенности формула (10.7) выписана для тормозного излучения. В случае тормозного поглощения следует сделать замену $N_{k,\sigma} + 1 \rightarrow N_{k,\sigma}$.

При вычислении (10.7) использовано фурье-преобразование кулоновского взаимодействия:

$$\int d\mathbf{r} \frac{e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{4\pi}{p^2} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}'}$$

Аналогично вычисляется вклад в амплитуду, описываемую диаграммами рис. 10.1, б:

$$M_a = \frac{4\pi e^2}{q^2} \sqrt{2\pi\hbar\omega} (N_{k,\sigma} + 1) \sum_n \langle 0 | \mathbf{d}^{(a)} e_{k,\sigma} | n \rangle \times \\ \times \frac{F_{n0}(\mathbf{q})}{\omega_{n0} - \omega} + \frac{F_{0n}(\mathbf{q})}{\omega_{n0} + \omega} \langle n | \mathbf{d}^{(a)} e_{k,\sigma} | 0 \rangle, \quad (10.9)$$

$$\omega_{n0} = (E_n - E_0)/\hbar,$$

$$F_{mn}(\mathbf{q}) = \left\langle m \left| \sum_{j=1}^Z \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j/\hbar) \right| n \right\rangle. \quad (10.10)$$

Вначале будем пренебрегать вынужденным тормозным излучением и рассматривать только спонтанное излучение. Это означает, что в формулах (10.7), (10.9) можно считать $N_{k,\sigma} \ll 1$.

Электронная амплитуда спонтанного тормозного излучения удовлетворяет соотношению (10.1), если учесть, что амплитуда упругого рассеяния электрона на атоме

$$M_0 = -(4\pi e^2/q^2) [Z - F(\mathbf{q})] \quad (10.11)$$

в борновском приближении не зависит от энергии электрона, а определяется только переданным импульсом. По этой причине второе слагаемое в (10.1) в данном случае исчезает.

Как видно из (10.9), амплитуда тормозного излучения обладает резонансными максимумами при $\omega = \omega_{n0}$, соответствующими характеристическим атомным частотам. Впервые на это обстоятельство было обращено внимание в работе [5]. Появление максимумов имеет простой физический смысл: они отвечают возбуждению атома при неупругом рассеянии электрона с последующим радиационным распадом возбуждения. При таких частотах диаграммы рис. 10.1, б обладают полюсными особенностями. Как уже отмечалось, эта часть амплитуды не может быть получена в виде разложения в ряд по ω . Долгое время, однако, оставался неясным вопрос о ширине резонансных максимумов — насколько заметно могут проявляться они на общей спектральной кривой тормозного излучения. Очевидно, что если бы ширина резонансов определялась только естественной шири-

ной спектральных линий, эффект являлся бы совершенно тривиальным.

В работе [6] в результате численного анализа величин (10.7), (10.9) для основного состояния атома водорода было показано, что учет поляризационной (атомной) амплитуды существенно изменяет спектр тормозного излучения в весьма широком интервале энергий фотонов, порядка нескольких электронвольт (см. рис. 4.1). Для того чтобы выяснить, насколько общий характер имеет этот результат и получить возможность рассчитывать амплитуду тормозного излучения для произвольных атомов, следует провести дополнительные рассуждения.

10.3. Приближение Борна — Бете

Прежде всего заметим, что в зависимости от угла рассеяния электрона значение переданного импульса q , определяющее величину недиагонального форм-фактора (10.10), изменяется в некоторых пределах, задаваемых законом сохранения энергии. Если R_a — размеры атома, то

$$q_{\max} R_a \approx 2\hbar\sqrt{\epsilon/E_0} \gg \hbar. \quad (10.12)$$

Угол рассеяния, при котором $q \approx \hbar/R_a$, есть

$$\theta_a \approx v_a/v_0, \quad (10.13)$$

где v_a — скорость атомных электронов; v_0 — скорость рассеиваемого электрона.

Тот же недиагональный форм-фактор (10.10) определяет в первом борновском приближении амплитуду неупругого рассеяния электрона с возбуждением атома. Из теории атомных столкновений хорошо известно, что величина F_{mn} экспоненциально мала для рассеяния на углы $\theta \gg \theta_a$. Поэтому основной вклад в интегральное сечение рассеяния вносят углы $\theta < \theta_a$ [7] и при вычислении F_{mn} можно ограничиться низшими членами разложения экспоненты по параметру $|q\mathbf{r}_j|/\hbar \ll 1$, дающими ненулевой вклад из-за правил отбора по угловому моменту. Подчеркнем, что такое разложение используется для всех углов рассеяния, несмотря на наличие области, ограниченной условием (10.12), в которой это разложение формально не является законным. В этом состоит известное в теории неупругих столкновений приближение Борна—Бете. К задаче о тормозном излучении оно было применено в работе [8].

Из того, что волновые функции атома обладают определенной четностью, следует, что отличный от нуля результат получается при замене в (10.10) $\exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j/\hbar)$ на $-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j/\hbar$. Введем тензор динамической поляризуемости атома на частоте ω :

$$\alpha_{ij}(\omega) = \frac{1}{\hbar} \sum_n \left[\frac{\langle 0 | d_i^{(a)} | n \rangle \langle n | d_j^{(a)} | 0 \rangle}{\omega_{n0} + \omega} + \frac{\langle 0 | d_j^{(a)} | n \rangle \langle n | d_i^{(a)} | 0 \rangle}{\omega_{n0} - \omega} \right]. \quad (10.14)$$

Для сферически симметричных состояний атома, которые здесь только и рассматриваются, тензор поляризуемости диагонален:

$$\alpha_{ij}(\omega) = \delta_{ij} \alpha(\omega).$$

С учетом сказанного, выражение (10.9) можно записать следующим образом:

$$M_a = \frac{4\pi e}{q^2} \sqrt{2\pi\hbar\omega} (qe_{k,o}) \alpha(\omega) \Theta(\theta_a - \theta), \quad (10.15)$$

где

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

— единичная функция Хевисайда. Появление в (10.15) Θ -функции как раз и связано с использованием приближения Борна—Бете. Дифференциальное сечение тормозного излучения в этом приближении имеет вид

$$d\sigma(\omega) = \frac{8e^2 d\omega}{3\pi q^2 \omega \hbar c^3} \frac{p'}{p} |e^2 [Z - F(q)] - m\omega^2 \alpha(\omega) \Theta(\theta_a - \theta)|^2 d\Omega_{p'}. \quad (10.16)$$

В (10.16) проведено суммирование по двум возможным поляризациям фотонов и интегрирование по направлениям вылета фотона. При этом использовалась формула

$$\int d\Omega_k \sum_{\sigma} (qe_{k,\sigma})^2 = \int d\Omega_k \frac{|\mathbf{qk}|^2}{k^2} = \frac{8\pi}{3} q^2.$$

Для интегрирования по углам p' в (10.16) на первый взгляд кажется, что необходимо знание зависимости форм-фактора от переданного импульса. Однако для нейтральных атомов при $\theta < \theta_a$ $F(q) \rightarrow Z$, и поэтому основной вклад в сечение тормозного излучения, обусловленного диаграммами рис. 10.1, а, дают углы $\theta \gg \theta_a$ (ср. с [7]). Следовательно, интерференционный член, связанный с наличием двух слагаемых под знаком модуля в (10.16), исчезает при интегрировании по $d\Omega_{p'}$, поскольку эти слагаемые отличны от нуля в разных областях углов рассеяния.

При выполнении условия (10.2) интеграл от квадрата первого слагаемого можно выразить через транспортное сечение упругого рассеяния в виде

$$\sigma_{tr} = (2e^4/v_0^2) \int (1/q^2) (Z - F(q))^2 d\Omega_{p'}. \quad (10.17)$$

Тогда окончательно получаем [8]

$$d\sigma(\omega) = \frac{4\alpha v_0^2}{3\pi c^2} \frac{d\omega}{\omega} \sigma_{tr} + \frac{16\alpha m^2}{3c^2} \frac{d\omega}{\omega} |\omega^2 \alpha(\omega)|^2 \times \\ \times \int_0^{\theta_a} \frac{\sin \theta}{q^2} d\theta = \frac{4\alpha v_0^2}{3\pi c^2} \frac{d\omega}{\omega} \sigma_{tr} + \frac{8\alpha}{3c^2 v_0^2} \frac{d\omega}{\omega} |\omega^2 \alpha(\omega)|^2 \ln \left(1 + \gamma \frac{v_0^2}{\omega^2 R_a^2} \right), \quad (10.18)$$

где $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры; $\gamma = \theta_a \rho R_a/\hbar$ — множитель порядка единицы, точное значение которого не известно, поскольку не известно точное значение угла θ_a . Легко видеть, однако, что зависимость результата от значения γ слабая, так как γ входит под знак логарифма с большим множителем $(v_0/\omega R_a)^2$. При этой же причине в аргументе логарифма может быть опущена единица.

Отсутствие в приближении Борна—Бете в сечении тормозного эффекта интерференции амплитуд, описываемых диаграммами рис. 10.1, а и б позволяет говорить о раздельном вкладе в полное сечение традиционного тормозного излучения свободным электроном и тормозного излучения связанными электронами атома. Последнее обычно называют поляризационным тормозным излучением, поскольку оно определяется динамической поляризуемостью атома.

Получение численных значений сечения тормозного излучения по формуле (10.18) не представляет трудностей: как транспортное сечение упругого рассеяния, так и динамическая поляризуемость для различных атомов измерялись и рассчитывались многими авторами. Вычисление тормозного излучения при рассеянии электрона с импульсом $3\hbar/a_B$ (где a_B — боровский радиус) для основного состояния атома водорода по формуле (10.18) практически точно совпадает с результатом, приведенным на рис. 10.2 и полученным без использования приближения Борна—Бете.

Из формулы (10.18) видно также, когда возникает сильная частотная зависимость спектра тормозного излучения. Если в атоме имеется переход с большой (~ 1) силой осциллятора, то в соответствующем частотном диапазоне динамическая поляризуемость принимает значения, значительно превышающие a_B^3 . При этом поляризационное тормозное излучение в (10.18) оказывается определяющим и на дисперсионной кривой тормозного излучения возникает широкий максимум. Эти соображения дают ответ на вопрос, поставленный в конце предыдущего раздела.

10.4. Приложения к теории оптического пробоя и многоквантового тормозного эффекта

Полученные в предыдущем разделе формулы позволяют объяснить экспериментальные данные, касающиеся механизма оптического пробоя паров щелочных металлов [8]. Явление оптического пробоя проявляется как возникновение искры, т. е. бурной ионизации среды, при фокусировке в этой среде лазерного излучения. Для газовых сред экспериментально измеряется зависимость порогового значения интенсивности оптического излучения, при котором начинается пробой, от давления газа. В литературе рассматриваются два механизма развития оптического пробоя [9]. Лавинный механизм предполагает набор

свободными электронами энергии вследствие тормозного поглощения при столкновениях с нейтральными атомами или молекулами газа. Когда энергия электрона начинает превышать потенциал ионизации частиц газа, происходит размножение электронов — развитие лавины.

Если лавинная теория оптического пробоя не отличается в принципиальном отношении от теории пробоя газа излучением СВЧ-диапазона, то многоквантовая теория пробоя существенно связана с большой величиной энергии оптических фотонов, значительно превышающей энергию фотонов СВЧ-излучения. Хотя энергия оптического кванта мала для однофотонной ионизации частиц газа, ионизация может произойти вследствие многофотонной ионизации. Поэтому многофотонная теория применима для объяснения пробоя газа весьма малого давления.

В работе [10] измерялись пороги пробоя паров Rb и Cs излучением рубинового лазера. Пробой наблюдался при плотностях, примерно на четыре порядка меньших, чем для He, Ag и паров Hg. Как отмечалось в [10], очень низкие пороги пробоя паров Rb и Cs не могут быть объяснены как лавинной, так и многофотонной теорией явления. Применение формулы (10.18) позволяет в этом случае уменьшить столь резкое расхождение теории с экспериментом. Действительно, поляризуемости Rb и Cs на частоте рубинового лазера составляют примерно 1200 и 800 а. е. соответственно [11]. Для скоростей электронов порядка 10^8 см/с, используя для транспортных сечений теоретически рассчитанные значения порядка $4 \cdot 10^{-15}$ см² [12], находим, что поляризационное тормозное излучение больше традиционного (электронного) тормозного излучения примерно в 130 раз. Что касается He, Ag и Hg, то для них поляризационное слагаемое не меняет полного сечения тормозного эффекта вследствие малых поляризуемостей этих атомов на рассматриваемой частоте. Используя для He, Ag и Hg экспериментально известные транспортные сечения порядка $6 \cdot 10^{-16}$ см², легко видеть, что для Rb, Cs вероятность тормозного эффекта примерно на три порядка превышает вероятность для He, Ag и Hg. Согласно лавинной теории оптического пробоя указанное отличие вероятностей тормозного эффекта для двух групп атомов приводит к отличию на три порядка пробиваемых плотностей. Остающееся примерно на порядок расхождение пороговых плотностей световых потоков может быть связано с различием потенциалов ионизации рассматриваемых групп атомов.

Таким образом, учет поляризационного поглощения позволяет согласовать экспериментальные данные по порогу пробоя паров щелочных металлов оптическим излучением с лавинной теорией. Полученные формулы для сечения тормозного эффекта могут быть обобщены на многоквантовый случай, когда в одном элементарном акте столкновения электрона с атомом поглощается или излучается несколько фотонов [13]. Экспериментально это явление изучалось в ряде работ, обзор которых приведен

в [14]. Обзор теории явления, не учитывающей поляризационного излучения и поглощения, приведен в статье [15]. В этой теории имеет место характерное правило сумм: в борновском приближении полное сечение рассеяния электрона на атоме или молекуле в присутствии внешнего электромагнитного поля остается неизменным по сравнению с рассеянием без поля. Поле приводит к перераспределению электронов по энергиям из-за возможности рассеяния, сопровождаемого излучением или поглощением нескольких фотонов, однако общее число рассеянных электронов при этом остается постоянным. В работе [13] показано, что учет поляризационного излучения и поглощения приводит к увеличению полного сечения, т. е. к увеличению числа рассеянных электронов, независимо от их конечной энергии по сравнению с рассеянием без поля. Отсылая за подробностями к работе [13], приведем здесь лишь один численный пример: при рассеянии электронов с энергией 5 эВ на атоме лития в поле излучения рубинового лазера, напряженность электрического поля которого достигает значения $5 \cdot 10^6$ В/см, полное сечение рассеяния увеличивается на величину порядка 10^{-15} см².

10.5. Высокочастотный предел

Особый интерес представляет анализ полученных формул в пределе больших частот тормозного фотона:

$$\hbar\omega \gg I, \quad (10.19)$$

где I — энергия отрыва от атома всех его электронов. Из физических соображений ясно, что при выполнении условия (10.19) виртуальное возбуждение атомных электронов становится малоэффективным, а потому поляризационное излучение и поглощение должны уменьшаться.

Формально сделанное утверждение следует из (10.18). При выполнении условия (10.19) для поляризуемости можно использовать асимптотическое значение [16]

$$\alpha(\omega) = -Ze^2/m\omega^2, \quad (10.20)$$

и второе слагаемое в (10.18) оказывается убывающим как $1/\omega$. Первое слагаемое в (10.18) также содержит множитель $1/\omega$, поэтому оба члена частично сокращаются и для нахождения асимптотики спектра тормозного излучения нельзя использовать приближения Борна—Бете.

При выполнении условия (10.19) в формуле (10.9) можно провести формальное разложение по параметру ω_{n0}/ω . Ограничившись двумя членами, получим [17]

$$M_a \approx \frac{4\pi e^3}{mq^2\omega^2} (\epsilon_{k,\sigma} \mathbf{q}) \sqrt{2\pi\hbar\omega (N_{k,\sigma} + 1)} F(\mathbf{q}).$$

Сравнивая это выражение с (10.7), видим, что полная амплитуда тормозного излучения в пределе (10.19) не содержит атом-

ного форм-фактора, а определяется только рассеянием электрона на ядре. Этот результат имеет ясный физический смысл: при больших энергиях налетающей частицы и тормозного кванта атомные электроны можно рассматривать как свободные, а в дипольном приближении тормозное излучение при столкновении двух электронов отсутствует [18].

Следует, однако, отметить, что если налетающая частица не является электроном, а рассматривается столкновение атома с позитроном, мезоном или протоном, то атомные форм-факторы не сокращаются и поляризационная амплитуда дает вклад в сечение тормозного эффекта в высокочастотном пределе.

10.6. Тормозной эффект при рассеянии электрона на отрицательном ионе

Ввиду того что отрицательные ионы из-за малой энергии связи избыточного электрона обладают большой поляризуемостью, тормозное излучение при рассеянии электрона на отрицательных ионах должно заметно отличаться от излучения при рассеянии на положительных ионах, хотя обычно предполагается равенство соответствующих сечений [19]. Исследование этого вопроса проведено в работе [20]. В приближении Борна—Бете для столкновения электрона с отрицательным ионом в s -состоянии можно получить следующую формулу для сечения тормозного эффекта:

$$d\sigma(\omega) = \frac{4\alpha v_0^2}{3\pi c^2} \frac{d\omega}{\omega} \sigma_{tr} + \frac{16\alpha d\omega}{3\omega c^2 v^2} \left[\frac{e^2}{m} + \omega^2 \alpha(\omega) \right]^2 \ln \frac{\gamma v_0}{R_a \omega}. \quad (10.21)$$

Здесь σ_{tr} — транспортное сечение рассеяния электрона на нейтральном атоме; $\alpha(\omega)$ — вклад слабо связанного электрона в поляризуемость отрицательного иона (поляризуемостью нейтрального атома пренебрегается). Первое слагаемое в (10.21) связано с рассеянием на нейтральном атоме, второе — на слабо связанном электроном, причем первое слагаемое в квадратных скобках обусловлено кулоновским рассеянием на избыточном заряде иона. Когда энергия фотона значительно превышает энергию фотоотрыва, $\alpha(\omega)$ в (10.21) можно аппроксимировать асимптотическим значением, аналогичным (10.20): $\alpha(\omega) = -e^2/m\omega^2$. При этом второе слагаемое в (10.21) исчезает, что связано с отсутствием в дипольном приближении тормозного эффекта при столкновении двух свободных электронов, о чем уже говорилось выше.

В другом предельном случае $\omega \rightarrow 0$ поляризационное слагаемое вновь не дает вклада в сечение. Во втором слагаемом в квадратных скобках в (10.21) теперь остается только первый член, который связан с рассеянием на избыточном отрицательном заряде иона.

Следовательно, второе слагаемое в (10.21) достигает максимального значения при некоторых промежуточных частотах,

именно там, где поляризуемость иона максимальна. Как известно, этот частотный диапазон соответствует границе фотоотрыва, где поляризуемость обладает широким максимумом (см., например, [21]).

На рис. 10.2 приведено сечение тормозного излучения при рассеянии электрона с энергией 10 Ry на ионе H^- в отношении к сечению рассеяния на точечном кулоновском заряде. Кривая 1 соответствует расчету по формуле (10.21) при $\gamma=1$, значение поляризуемости бралось из работы [21], кривая 2 — расчету без использования приближения Борна—Бете, кривая 3 — расчету без учета поляризационной амплитуды. Как видно, приближение Борна—Бете правильно передает положение и форму максимума дисперсионной кривой. Различие при больших ω связано в основном с нарушением условия (10.2), использованного при записи сечения тормозного излучения на нейтральном атоме через транспортное сечение. Пренебрежение поляризуемостью нейтрального атома привело к тому, что сечение рассеяния на отрицательном ионе не стремится (при увеличении частоты) к сечению рассеяния на незкранированном ядре (в данном случае единичного заряда).

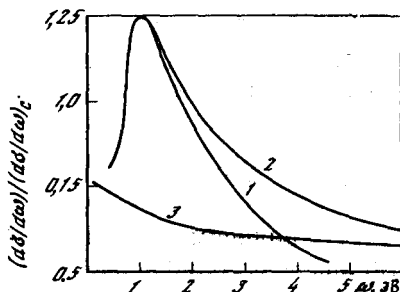


Рис. 10.2. Сечение тормозного излучения при столкновении электрона с ионом H^-

10.7. Тормозной эффект при рассеянии медленных электронов

Приведенные ранее результаты для рассеяния быстрых электронов могут быть получены с помощью элементарной квантовомеханической теории возмущений, если описывать взаимодействие свободного электрона с переменным электрическим полем $E(t)$ эффективным гамильтонианом [8]:

$$\bar{V} = e(\mathbf{r}E(t)) - (e\alpha(\omega)/r^3)(\mathbf{r}E(t)). \quad (10.22)$$

Здесь первый член описывает непосредственное действие поля на электрон, а второй — действие на электрон дипольного момента $p = (\alpha(\omega)E(t))$, который наводится в атоме полем частоты ω . Учет гамильтониана (10.22) по теории возмущений приводит к амплитуде рассеяния (10.15), в которой, однако, отсутствует Θ -функция. Это связано с незаконностью представления об атоме как о точечном диполе при больших передаваемых импульсах.

Тем не менее гамильтониан (10.22) оказывается весьма полезным, поскольку позволяет рассчитать тормозной эффект в пределе малых энергий рассеиваемого электрона. В этом случае,

если полагать, что налетающий электрон обладает энергией, много меньшей атомной, любые переданные импульсы оказываются малыми и гамильтониан (10.22) можно использовать для любых углов рассеяния.

Тормозное поглощение фотонов электронами тепловых энергий при рассеянии на атомах Ag и Kг рассматривалось с учетом поляризационных эффектов в работе [22] численными методами. В работе [23], которой будем следовать в дальнейшем изложении, была получена аналитическая формула для сечения.

Для электрона малой энергии

$$p \ll \hbar/R_a \quad (10.23)$$

атомный потенциал можно рассматривать как короткодействующий. Волновая функция в этом случае может быть записана в виде

$$\langle \mathbf{r} | p \rangle = \sum_l i^l (2l+1) \exp[i\delta_l(p)] R_{pl}(r) P_l\left(\frac{pr}{r}\right), \quad (10.24)$$

где P_l — полином Лежандра; δ_l — фаза рассеяния. Радиальная функция s -состояния принимается равной своему асимптотическому значению:

$$R_{p0}(r) = (\hbar/pr) \sin[pr/\hbar + \delta_0(p)]. \quad (10.25)$$

Для моментов $l \geq 1$ фазы рассеяния полагаются равными нулю, а радиальные функции совпадают с функциями свободного движения:

$$R_{pl}(r) = J_l(pr/\hbar), \quad l \geq 1. \quad (10.26)$$

Здесь J_l — сферические функции Бесселя. Формулы (10.25), (10.26) использовались в работах [24, 25] при расчете тормозного эффекта для медленного электрона без учета поляризационных поправок. Амплитуда тормозного эффекта, вычисленная с функциями (10.25), (10.26) в первом порядке по взаимодействию (10.22), имеет вид

$$M = - \frac{eV \sqrt{2\pi\hbar\omega}}{m\omega^2} \left\{ \left[\frac{(p'e_{\mathbf{k},\sigma})}{p} \sin \delta_0(p) - \frac{(pe_{\mathbf{k},\sigma})}{p'} \sin \delta_0(p') \right] + \frac{2m^2\omega^3}{\hbar} \frac{(qe_{\mathbf{k},\sigma})}{q^2} \alpha(\omega) \right\}. \quad (10.27)$$

Первый член в (10.27) соответствует результату работ [24, 25], второй обусловлен поляризационным взаимодействием. Если пренебречь этим членом, а второе слагаемое в квадратных скобках (10.27) разложить в ряд по p' в точке $p' = p$, то результат совпадает с (10.1) при учете, что для короткодействующего потенциала амплитуды упругого рассеяния

$$M_0 = (\hbar/p) \sin \delta_0(p).$$

Сечение тормозного эффекта легко получить из амплитуды (10.27). Например, для сечения поглощения фотона частоты ω , проинтегрированного по направлениям p' и усредненного по направлениям p , имеем

$$d\sigma(\omega, v) = \frac{16\pi^2\alpha v'}{3v} d\omega \left\{ \frac{\hbar^2}{2m^2\omega^3} \left[\frac{(v')^2}{v^2} \sin^2 \delta_0(v) + \frac{v^2}{(v')^2} \sin^2 \delta_0(v') \right] + \frac{(\alpha(\omega))^2 \omega}{vv'} \ln \frac{v'+v}{v'-v} - \frac{\hbar\alpha(\omega)}{m\omega} \left[\frac{1}{v} \sin \delta_0(v) + \frac{1}{v'} \sin \delta_0(v') + \frac{\hbar\omega}{mvv'} \left(\frac{1}{v} \sin \delta_0(v) - \frac{1}{v'} \sin \delta_0(v') \right) \ln \frac{v'+v}{v'-v} \right] \right\}. \quad (10.28)$$

Легко убедиться, что все величины в (10.28) становятся одного порядка при $v \approx 10^7$ см/с, $\omega \approx 10^{15}$ Гц. Следует заметить, что при такой большой частоте фотона, соответствующей оптическому диапазону, условие (10.23) нарушается. Тем не менее сравнение с численными расчетами показывает, что формулы, полученные в предположении справедливости неравенства (10.23), можно распространить на область $pR_a \sim \hbar$. Нетрудно увидеть, что сечение (10.28) обращается в нуль при отрицательной длине рассеяния L , если частота излучения есть

$$\omega_0 \approx \hbar |L| / m\alpha(\omega_0) \gg p^2 / 2m\hbar. \quad (10.29)$$

Для этого следует использовать оценку нулевой фазы

$$\sin \delta_0(p) \approx -pL/\hbar.$$

Такое поведение сечения связано с интерференционным сокращением двух членов в амплитуде (10.27). Для атомов с положительной длиной рассеяния не обращается в нуль амплитуда, а с ней и сечение. Из этого факта, а также из формулы (10.28) для сечения следует, что для тормозного эффекта с участием медленных электронов весь эффект нельзя разделить на части, связанные с взаимодействием с полем налетающего и связанных электронов, как это было в условиях применимости борновского приближения. В частности, тормозные фотоны излучаются налетающими и связанными электронами в один и тот же телесный угол и в перекрывающиеся частотные диапазоны.

На рис. 10.3 показано поведение коэффициента поглощения излучения электронами в неоне и аргоне, определяемого через сечение $d\sigma(\omega)/d\omega$ формулой

$$K_\omega = n_e n_a \langle v d\sigma(\omega, v) / d\omega \rangle,$$

где n_e , n_a — плотности электронов и атомов соответственно, а усреднение проводится по максвелловскому распределению электронов. Электронная температура указана цифрами у кривых. Фаза рассеяния δ_0 вычислялась в приближении О'Мелли—Спрача—Розенберга [26].

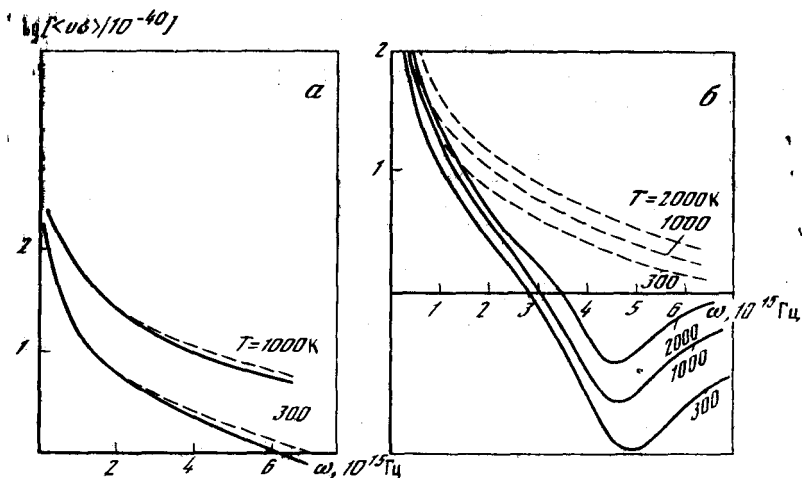


Рис. 10.3. Коэффициент поглощения излучения при свободно-свободных переходах электронов в Ne (а) и Ar (б) (величина $\nu\sigma$ — в см^5)

Сплошные линии на рисунке соответствуют расчету сечения по формуле (10.28), а штриховые — по результатам работ [24, 25]. Как видно, для неона, у которого длина рассеяния положительна, поляризационная поправка практически не изменяет коэффициент поглощения, однако для аргона коэффициент поглощения обладает глубоким минимумом. Напомним, что отрицательность длины рассеяния является также причиной появления эффекта Рамзауера в упругом рассеянии электронов на соответствующих атомах. Однако минимум на кривой фотопоглощения не связан с эффектом Рамзауера непосредственно, поскольку частота ω_0 , определяемая формулой (10.29), значительно превышает ширину рамзауеровского провала. Этот факт виден и из рисунка: штриховая линия для аргона, при расчетах которой учтен эффект Рамзауера в фазах рассеяния, остается монотонной. Можно сказать поэтому, что и рамзауеровский провал, и минимум коэффициента фотопоглощения обусловлены одной и той же причиной — отрицательностью длины упругого рассеяния.

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ МЕХАНИЗМЫ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

см. Таблицы 1-4

11.1. Вводные замечания

11.1. Вводные замечания

Поляризационное излучение атомов, интенсивно исследовавшееся в последние годы [1—5], принадлежит к широкому классу явлений, который можно характеризовать как излучение кванта единой составной системой «атом + налетающая частица». Впервые такой общий подход к процессам тормозного излучения был сформулирован Борном. Работы [1—5] выявили существенность поляризационных эффектов для спектров тормозного излучения электронов на атоме в области частот порядка атомных. Обнаруженные эффекты примыкают к более широкой концепции Борна [6] излучательных процессов в системе многих частиц. Она использовалась для исследования поляризации излучения при столкновениях в области резонансных частот Персивалем и Ситоном [7] и для процессов уширения атомных спектральных линий Яблонским [8]. Важность поляризационных эффектов вне резонансной области частот для процессов тормозного излучения была продемонстрирована в [1—5]. В подходе Борна [6] использовался полный гамильтониан системы частиц, включающий налетающую частицу, атомные электроны и их взаимодействие с электромагнитным полем. Однако в дальнейших расчетах использовался в отличие от [1—5] статический экранированный потенциал. В отличие от обычно используемой трактовки тормозного излучения, связывающей излучение с одним лишь дипольным моментом d_e налетающего электрона, в указанном более общем подходе за излучение ответствен полный дипольный момент системы $d_e + d_a$, являющийся суммой дипольных моментов электрона и атома. Дипольный момент d_a для излучения в спектральном диапазоне порядка атомных частот дает гораздо больший вклад, чем d_e . Ниже мы рассмотрим ряд эффектов, как резонансных, так и нерезонансных, где существенно излучение именно атомного дипольного момента, возмущаемого столкновениями с заряженными частицами. К ним относятся поляризация атомного излучения при возбуждении электронами, уширение атомных спектральных линий, диэлектронная и поляризационная рекомбинации, излучение запрещенных линий. В указанных процессах

происходит испускание кванта атомом с соответствующим изменением энергии рассеивающегося электрона. Поэтому эти процессы, как и тормозное излучение, можно характеризовать некоторым сечением излучения кванта $d\sigma(\omega)/d\omega$, аналогичным сечению тормозного излучения.

Отметим, что аналогичные процессы в принципе реализуются не только для легких частиц — электронов, но и для тяжелых частиц — атомов и ионов. Действительно, поляризационное излучение не зависит от массы налетающей частицы, поскольку излучающим объектом всегда является электронная оболочка атома. Меняется лишь спектральный диапазон излучаемых частот в соответствии с изменением характерных частот относительного движения тяжелых частиц. Примером излучения при столкновении тяжелых частиц может служить излучение при резонансной перезарядке.

11.2. Поляризация излучения атомов при возбуждении электронным ударом.

Общая постановка задачи об излучении при столкновениях

Формулировка задачи о поляризации атомарного излучения, возбуждаемого пучком электронов, весьма близка к формулировке задач о поляризационном тормозном излучении (здесь термин «поляризация» для обоих рассматриваемых эффектов имеет различный смысл; для поляризационного излучения речь идет о деформации электронной оболочки атома, а для света — о различии интенсивности под различными углами наблюдения). Суть эффекта поляризации излучения состоит в том, что излучающий атом, возбужденный электроном, «помнит» о направлении движения электрона и поэтому излучаемый им свет имеет различную поляризацию вдоль и поперек электронного пучка. Ниже нас не будут интересовать детали самого эффекта поляризации излучения, а только его общая физическая формулировка, позволяющая проследить связь между характеристиками излучения атома и рассеяния электрона. Такая формулировка была дана Персивалем и Ситоном [7] в полном соответствии с отмеченной выше трактовкой Борна процессов тормозного излучения. Именно излучение кванта при возбуждении атома рассматривалось в [7] как излучение составной системы «атом + налетающий электрон», обладающей единой волновой функцией $\psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_a)$. Если E — полная энергия системы «атом + электрон», а E_i — энергия начального состояния атома, то при излучении системой кванта $E - E'$ с одновременным переходом атома в состояние E_f начальный p_i и конечный p_f импульсы электрона связаны законом сохранения энергии:

$$E - E' = \hbar\omega = p_f^2/2m_0 - p_i^2/2m_0 - (E_f - E_i). \quad (11.1)$$

Обозначим, следуя [7], символом $\psi(s_i, p_i | \mathbf{r}_e, \mathbf{r}_a)$ волновую функцию сталкивающихся частиц, которая описывает состояние

системы, при котором вначале налетающий электрон обладал импульсом p_i , а атом находился в состоянии s_i . Разложим $\Psi(s_i, p_i | \mathbf{r}_e, \mathbf{r}_a)$ по полной системе волновых функций атома $\psi_s(\mathbf{r}_a)$ и рассеивающегося электрона $\chi_s(s_i, p_i | \mathbf{r}_e)$:

$$\Psi(s_i, p_i | \mathbf{r}_e, \mathbf{r}_a) = \sum_s \psi_s(\mathbf{r}_a) \chi_s(s_i, p_i | \mathbf{r}_e). \quad (11.2)$$

Функция $\chi_s(s_i, p_i | \mathbf{r}_e)$ описывает рассеяние электрона с импульсом p_i на атоме в начальном состоянии s_i , сопровождающееся переходом атома в состояние s . На больших расстояниях функция $\chi_s(s_i, p_i | \mathbf{r})$ выражается через амплитуду неупругого рассеяния $f_s(s_i, p_i | \mathbf{r}/r)$:

$$\chi_s(s_i, p_i | \mathbf{r}) \approx \delta_{s_i, s} e^{i p_i \mathbf{r}} + f_s(s_i, p_i | \mathbf{r}/r) e^{i p_s \mathbf{r}}/r, \quad (11.3)$$

где p_s — импульс электрона в конечном состоянии s .

Полное сечение возбуждения $\sigma^{\text{ex}}(s_i, p_i \rightarrow s_f, p_f)$ равно

$$\sigma^{\text{ex}}(s_i, p_i \rightarrow s_f, p_f) \equiv \sigma_{if}^{\text{ex}} = \frac{p_f}{g_{s_i p_i}} \sum_s \int |f_s(s_i, p_i | \frac{\mathbf{r}}{r})|^2 d\Omega_r, \quad (11.4)$$

где g_{s_i} — статистический вес начального состояния s_i ($s_i \in \Omega$); $d\Omega_r$ — элемент телесного угла вектора \mathbf{r} .

Используя представление (11.2) для волновой функции $\Psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_a)$, запишем общее выражение для интенсивности Q_ω излучения фотона составной системой «атом+электрон» ($p_s^2 - p_i^2 = (\bar{E}_s - E_i) 2m$, $i=f$):

$$Q_\omega = Q_0 \frac{1}{g_{s_i p_i}} \sum_{s_i, s} p_s \int |\langle s, p_s | \mathbf{e}(\mathbf{r}_a + \mathbf{r}_e) | s_i, p_i \rangle|^2 d\Omega_{p_s}, \quad (11.5)$$

$Q_0 = 4e^2 \omega^3 / 3\hbar c^3$, \mathbf{e} — единичный вектор поляризации излучения.

Пользуясь свойствами ортогональности атомных волновых функций, преобразуем матричные элементы в (11.5) к виду

$$\begin{aligned} \langle s, p_s | \mathbf{r}_a + \mathbf{r}_e | s_i, p_i \rangle &= \sum_{k, l} \langle k | \mathbf{r}_a | l \rangle \int \chi_l^\dagger(s, p_s | \mathbf{r}_e) \chi_k(s_i, p_i | \mathbf{r}_e) d\mathbf{r}_e + \\ &+ \sum_{k, l} \int \chi_l^\dagger(s, p_s | \mathbf{r}_e) \mathbf{r}_e \chi_k(s_i, p_i | \mathbf{r}_e) d\mathbf{r}_e. \end{aligned} \quad (11.6)$$

Второе слагаемое, связанное с дипольным моментом \mathbf{r}_e рассеивающегося электрона, представляет собой собственно традиционное тормозное излучение. Первое же слагаемое, связанное с дипольным моментом атома \mathbf{r}_a , описывает поляризационное тормозное излучение. Частотная зависимость спектра обычного и поляризационного тормозного излучения определяется интегралами перекрытия волновых функций рассеивающегося электрона, которые содержат зависимость от ω после подстановки соотношения (11.1).

Формулы (11.5), (11.6) дают общее решение для спектра поляризационного излучения, не связанное с использованием

борновского приближения для рассеяния. Они обладают для поляризованного тормозного излучения той же степенью общности, что и формула Зоммерфельда для обычного тормозного излучения в кулоновском поле.

Структура интегралов перекрытия волновых функций χ в (11.6) весьма сложна. Они описывают, очевидно, интерференцию волн с различными волновыми векторами p_s/\hbar , p_k/\hbar , которая мала всюду, за исключением областей резонанса:

$$\omega \approx \omega_{sk} = (E_s - E_k)/\hbar, \quad (p_s - p_k) \rightarrow 0. \quad (11.7)$$

Для этой резонансной области основной вклад в интегралы вносят далекие расстояния r_e , где функции $\chi(r_e)$ можно заменить их асимптотическими выражениями (11.3).

Возникающие интегралы сводятся к интегралам вида

$$\int_0^{\infty} dr \cdot \exp [i (p_k - p_s) r/\hbar], \quad (11.8)$$

значение которых велико как раз вблизи резонанса. Для получения конечных выражений, справедливых также вблизи резонанса, необходимо учесть затухание волновых функций, отвечающих движению электрона в возбужденных каналах. Так, для атома в возбужденном состоянии s с конечным временем жизни Γ амплитуда рассеяния электрона, движущегося со скоростью v_s , приобретает фактор $\exp [-\Gamma r_e/2v_s]$. В результате интегралы перекрытия волновых функций оказываются пропорциональными резонансным множителям:

$$\int_0^{\infty} \exp \{ i [(p_s - p_k)/\hbar - \Gamma/2v_s] r \} dr = \frac{v_s}{i v_s (p_s - p_k)/\hbar - \Gamma/2}. \quad (11.9)$$

Подставляя вычисленные таким образом интегралы перекрытия в общую формулу (11.5), найдем выражения для интенсивности поляризованного тормозного излучения в резонансном приближении:

$$Q_{\omega} = Q_0 \frac{v_f}{g_{si}} \int \sum_{s_f, s} \left| \sum_{s_f} \frac{\langle s | \mathbf{r}_a e | s_f \rangle f_{s_f}(s_i, p_i | \mathbf{r}/r)}{i(\omega - \omega_{s_f s}) - \Gamma/2} \right|^2 d\Omega_k. \quad (11.10)$$

Структура формулы (11.10) совпадает с общими формулами для поляризованного излучения, приведенными в работах [1—5], если пренебречь нерезонансными слагаемыми, содержащими суммы частот $\omega + \omega_{s_f, s}$.

Отметим, что в (11.10) входит полная амплитуда рассеяния, а не только ее борновский предел. Далее, в резонансном приближении основной вклад в (11.10) вносит уровень, ближайший по частоте $\omega_{s_f, s}$ к частоте ω . В этом случае суммирование под знаком модуля в (11.10) распространяется на вырожденные состояния этого уровня. Важно отметить, следуя [7], что такое сумми-

рование амплитуд отражает факт «сохранения памяти» о возбуждении при последующем высвечивании атома. Это означает, что при возбуждении направленным пучком электронов свет от поляризованного излучения будет обладать поляризационными свойствами. После суммирования по поляризациям интерференция амплитуд под знаком модуля исчезает и вероятность процесса в резонансном приближении определяется простым произведением вероятности возбуждения на вероятность спонтанного высвечивания.

Резюмируя изложенное, укажем, что предложенный Персивалем и Ситоном [7] подход является наиболее общей формулировкой и для процесса поляризованного излучения. Основная проблема здесь сводится к исследованию сложных интегралов перекрытия волновых функций рассеяния электрона в различных каналах.

11.3. Уширение атомных спектральных линий

Суть процессов уширения спектральных линий состоит в том, что в результате соударений с частицами атом имеет возможность излучать свет в существенно более широком спектральном диапазоне, чем его радиационная ширина. Причиной этого является то, что излучающий атом может передать часть энергии возмущающей частице. Таким образом, речь идет опять-таки об излучении составной системы «атом + налетающая частица». Результатом столкновительного уширения является излучение атомом кванта с частотой ω , существенно отличной от невозмущенной частоты перехода ω_0 , причем разность энергий $\hbar(\omega - \omega_0) = \hbar\Delta\omega$ компенсируется изменением энергии ε налетающей частицы:

$$\varepsilon_i - \varepsilon_f = (p_i^2 - p_f^2)/2m = \hbar(\omega - \omega_0) \equiv \hbar\Delta\omega, \quad (11.11)$$

где $\varepsilon_{i,f}$, $p_{i,f}$ — начальные и конечные энергии и импульсы налетающей частицы; $\Delta\omega$ — расстройка частоты. Ясно, что процесс уширения, как и процесс обычного тормозного излучения, можно характеризовать сечением $d\sigma(\omega)/d\omega$ излучения кванта частоты ω при столкновении уширяющей частицы с атомом.

Рассмотрим выражение для интенсивности излучения $Q_{if}(\omega)$ атома на частоте ω , близкой к частоте $\omega_{if} \equiv \omega_0$ перехода между двумя уровнями i и f . Уровни считаются невырожденными по моменту, и взаимодействия излучающего атома с уширяющим электроном в состояниях i и f определяются сферически симметричными потенциалами $U_i(r)$ и $U_f(r)$.

Предполагаем, что квант $\hbar\omega$ излучается единой системой, состоящей из атома и уширяющего электрона. Волновая функция этой системы в начальном и конечном состояниях определяется произведением волновых функций атома ψ_i , ψ_f на волновые функции $\chi_{p_{i,f}}^{(\pm)}$, описывающие рассеяние частицы с импульсом $p_{i,f}$ на потенциалах U_i и U_f (знаки «плюс» и «минус» отвечают

функции, совпадающей на бесконечности со сходящейся или расходящейся сферической волной).

Запишем известное выражение для вероятности $d\omega$ перехода всей системы из состояния i в состояние f с излучением кванта частоты ω и импульсом \mathbf{k} :

$$d\omega = (2\pi/\hbar) |\langle i|V|f\rangle|^2 \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i) dp_f d\mathbf{k} / (2\pi)^6. \quad (11.12)$$

Здесь V — оператор взаимодействия атома с полем излучения; волновые функции $\langle i|$ и $|f\rangle$ системы имеют вид

$$\langle i| = \psi_i \sqrt{\frac{m_0}{\hbar p_i}} \chi_{p_i}^+, |f\rangle = \psi_f \chi_{p_f}^-, \quad (11.13)$$

а энергии $\varepsilon_{i,f}$ удовлетворяют соотношению (11.11). Волновая функция $\langle i|$ выбрана нормированной на единичный поток уходящих электронов. Поэтому формула (11.12) после усреднения по начальным и суммирования по конечным состояниям дает дифференциальное сечение $d\sigma(\omega)/d\omega$ излучения фотона с частотой ω . Это сечение излучения кванта определяется в отличие от обычного тормозного излучения дипольным моментом $e\mathbf{r}_a$ атома и потому не зависит, как и сечение поляризованного излучения, от массы налетающей частицы.

Из сказанного ясно, что для расчета сечения $d\sigma(\omega)/d\omega$ излучения фотона атомом можно воспользоваться общими формулами для сечения обычного тормозного излучения (см., например, [9]), подставив в них вместо дипольного момента электрона $e\mathbf{r}_e$ дипольный момент атома $e\mathbf{r}_a$ и волновые функции (11.13) составной системы «атом + электрон». В результате получим [10, 11]

$$\frac{d\sigma(\omega)}{d\omega} = \frac{4\omega^3 |d_{if}|^2}{3c^3} \frac{\pi^2}{v_i \varepsilon_i p_f} \sum_l (2l+1) |A_l|^2. \quad (11.14)$$

Здесь v_i , ε_i — начальная скорость и энергия налетающего электрона; матричный элемент дипольного момента атома $e\mathbf{r}_a$ распался, как и выше (11.6), на произведение матричного элемента $e\mathbf{r}_a \equiv \mathbf{d}_a$ между состояниями i , f атома и интеграла перекрытия A_l волновых функций электрона с моментом l :

$$A_l = \int_0^\infty dr r^2 R_{p_i, l}(r) R_{p_f, l}(r), \quad (11.15)$$

где $R_{p_i, l}$, $R_{p_f, l}$ — радиальные волновые функции электрона с моментом l в поле $U_i(r)$, $U_f(r)$. Мощность излучения из единицы объема $Q^{\text{vol}}(\omega) d\omega$ выражается, как и в случае обычного тормозного излучения, через сечение $d\sigma(\omega) d\omega$ в виде

$$Q^{\text{vol}}(\omega) = n_a n_e \hbar \omega \int dv_a v_a f(v_a) d\sigma(\omega) / d\omega, \quad (11.16)$$

где n_a , n_e — концентрация атомов и электронов; $f(v_a)$ — функция распределения по начальным относительным скоростям; в дальнейшем для простоты мы не будем проводить усреднений по v_a .

(при необходимости его можно выполнить на последнем этапе). Разделив (11.16) на полную интенсивность излучения атомов $n_e 4\omega^4 |d_{ij}|^2 / 3c^3$, получим выражение для контура линии I_ω отдельного атома:

$$I_\omega = n_e \frac{\pi^2 \hbar}{\varepsilon_i p_i} \sum_l (2l+1) |A_l|^2. \quad (11.17)$$

Таким образом, расчет контура линии сводится, как и выше (см. разд. 11.2), к расчетам интегралов перекрытия A_l , зависимость которых от сдвига частоты $\Delta\omega$ определяется законами сохранения (11.11).

Теория уширения представляет интересную возможность аналитического исследования структуры интегралов перекрытия. Ниже мы продемонстрируем характер спектральной зависимости контура I_ω на основе использования квазиклассических волновых функций в (11.15).

Квазиклассические волновые функции $\chi_{p_i}(r)$ в сферически симметричном потенциале $U_i(r)$ имеют вид

$$\chi_{p_i}(r) \sim \frac{1}{\sqrt{p_i(r)}} \cos \left[\frac{1}{\hbar} \int_{r_0}^r p_i(r) dr \right], \quad (11.18)$$

где радиальная компонента импульса $p_i(r)$ равна

$$p_i(r) = \{2m[\varepsilon_i - U_i(r)] - \hbar^2 l(l+1)/r^2\}^{1/2}. \quad (11.19)$$

Подстановка (11.18), (11.19) в интегралы перекрытия (11.15) приводит к интегралам, содержащим сумму $p_i(r) + p_f(r)$ и разность $p_i(r) - p_f(r)$ импульсов в аргументах тригонометрических функций. Подынтегральные выражения, содержащие сумму $p_i(r) + p_f(r)$, быстро осциллируют и поэтому вносят малый вклад в интегралы перекрытия. Остающиеся интегралы, содержащие разность $p_i(r) - p_f(r)$, имеют вид [12]

$$A_l \propto \int_0^\infty \frac{dr}{\sqrt{p_i(r) p_f(r)}} \cos \left\{ \frac{1}{\hbar} \int_{r_0}^r [p_i(r) - p_f(r)] dr \right\}. \quad (11.20)$$

Разность импульсов под интегралом преобразуем с учетом (11.19) к виду

$$p_i(r) - p_f(r) = \frac{2m}{(p_i(r) + p_f(r))} [\varepsilon_i - \varepsilon_f + U_i(r) - U_f(r)]. \quad (11.21)$$

В квазиклассической области импульс частиц в начальном (p_i) и конечном (p_f) канале меняется незначительно, так что можно положить $p_i \approx p_f$ в знаменателе (11.21).

Учтем, что разность энергий $\varepsilon_i - \varepsilon_f$ равна согласно (11.11) расстройке частоты $\hbar\Delta\omega$. Переходя далее в (11.20) от интеграла по координате dr к интегралу времени $dt = dr/v$ и вводя обозначение для текущего сдвига частоты $\kappa(t) = (1/\hbar)[U_i(r) - U_f(r)]$ (где

мы считаем $r=r(t)$ классической траекторией частицы), найдем

$$A_l(\Delta\omega) \propto \int_0^{\infty} dt \cos \left[\Delta\omega t - \int_0^t \kappa(t') dt' \right]. \quad (11.22)$$

Формула (11.22) имеет уже чисто классическую структуру и представляет собой спектр классического осциллятора, испытывающего сдвиги частоты $\kappa(t)$ вследствие столкновений (фазовую модуляцию [9]). Как правило, функцию $\kappa(t)$ аппроксимируют степенными зависимостями $\kappa(t) = c_n/r^n(t)$, где $r(t)$ — классическая траектория движения возмущающей частицы.

Исследование (11.22) хорошо известно в классической теории уширения [9, 11]. Мы ограничимся лишь описанием двух предельных случаев, характерных для структуры интеграла перекрытия (11.22). Первый случай (статический) отвечает медленным столкновениям и достаточно большим расстройкам частоты $\Delta\omega$, удовлетворяющим условию $\Delta\omega r_{ei}/v \gg 1$, где r_{ei} — эффективный радиус столкновения. Основной вклад в интеграл (11.22) вносит точка стационарной фазы t_k , в которой

$$\kappa(t_k) = \Delta\omega, \quad U_i(r_k) - U_f(r_k) = \hbar\Delta\omega \quad (r_k \equiv r(t_k)). \quad (11.23)$$

Формула (11.23) является элементарным выражением принципа Франка—Кондона [13], согласно которому основной вклад в интенсивность вносят те точки r_k , где система пребывает наибольшее время. Вычисление интеграла (11.22) методом перевала приводит с учетом (11.23) к связи между интенсивностью излучения $I_{\Delta\omega}$ и временем пребывания системы вблизи франк-кондоновских точек (11.23):

$$I_{\Delta\omega} \propto |\dot{\kappa}(t_k)|^{-1} \propto \left| \frac{\partial}{\partial r} [U_i(r) - U_f(r)] \right|_{r=r_k(\omega)}. \quad (11.24)$$

Подстановка степенных зависимостей для потенциалов $U_{i,f}(r)$ приводит к степенному спаду интенсивности излучения (см. [9, 11]).

Второй случай (ударный) отвечает быстрым столкновениям, когда $\Delta\omega r_{ei}/v \ll 1$. В этом случае зависимостью от $\Delta\omega$ в (11.22) можно пренебречь, основной вклад в $\Delta\omega$ вносят большие расстояния $r \rightarrow \infty$, а интеграл перекрытия может быть выражен через квазиклассические фазы рассеяния δ . Результирующий спектр излучения в этом случае имеет лоренцовскую форму $\gamma/(\Delta\omega)^2$, где частота столкновения γ определяется указанными фазами рассеяния. Более подробный анализ можно найти в [9, 11].

11.4. Диэлектронная и поляризационная рекомбинации

Процессы фоторекомбинации, а также сопровождающее их фоторекомбинационное излучение являются прямым продолжением процессов тормозного излучения. Действительно, в кулоновском поле матричные элементы для свободно-свободных переходов,

ответственных за тормозное излучение, непрерывно переходят в матричные элементы для свободно-связанных переходов, ответственных за фоторекомбинационное излучение. Это особенно ясно в квазиклассическом крамерсовом приближении, когда интенсивность излучения Q_0 определяется фурье-компонентой радиус-вектора r_0 классической траектории. Для достаточно больших значений ω ($\omega \gg mv^3/Ze^2$) интенсивность определяется ближайшими к ядру наиболее сильно искривленными участками траектории электрона. При этом интенсивность как тормозного, так и фоторекомбинационного излучения определяется одними и теми же формулами и непрерывно переходит от первого процесса ко второму при увеличении ω . Различие возникает лишь при последующей квазиклассической процедуре приравнивания излученной энергии $\hbar\omega$ разности начальных ε_i и конечных ε_f энергий излучающей частицы: для тормозного излучения оба значения ε_i и ε_f относятся к непрерывному спектру, тогда как для фоторекомбинационного излучения конечное состояние является связанным: $\varepsilon_f = -1/n_f^2$ (ε_f выражено в Ry).

Из этих соображений ясно, что процессы поляризационного излучения могут сопровождаться не только свободно-свободным рассеянием частицы, но и свободно-связанными переходами, приводящими к рекомбинации, т. е. принципиально возможны процессы не только поляризационного тормозного излучения, но и поляризационного рекомбинационного излучения.

В [3] указывалось на аналогию между поляризационным излучением и рассеянием света. При резонансном рассеянии процесс поляризационного тормозного излучения переходит, как уже отмечалось, в просто линейчатое излучение возбужденных атомов (выходит на массовую поверхность). Аналогично в резонансных условиях поляризационная рекомбинация переходит в хорошо известный процесс диэлектронной рекомбинации (см. [14])

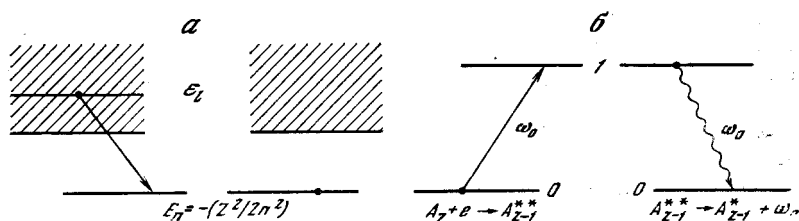


Рис. 11.1. Схема процесса диэлектронной рекомбинации для электрона (а) и остова (б)

Суть процесса диэлектронной рекомбинации сводится к следующему (рис. 11.1). Налетающий электрон с энергией ε_i возбуждает остов иона с энергией возбуждения $\Delta\varepsilon = \hbar\omega_0$; если при этом энергия электрона ε_i оказывается меньше $\Delta\varepsilon$, то он после возбуждения остова сам окажется захваченным на некоторый уровень иона $\varepsilon_f = -1/n_f^2$ (ε_f выражено в Ry), удовлетворяющий

условию

$$\varepsilon_i - \varepsilon_f = \varepsilon_i + 1/n_f^2 = \Delta\varepsilon = \hbar\omega_0. \quad (11.25)$$

В результате образуется дважды возбужденное состояние иона: возбужден электрон остова на величину $\Delta\varepsilon$ и захвачен налетающий электрон в состояние ε_f . Далее возможны два канала распада этого состояния: а) автоионизационный, приводящий к обратному выбрасыванию захваченного электрона в непрерывный спектр с одновременной релаксацией остова в исходное состояние; б) радиационный, приводящий к возвращению остова в основное состояние путем высвечивания кванта частоты $\hbar\omega \simeq \hbar\omega_0 = \Delta\varepsilon$, причем захваченный электрон остается в атоме. Этот последний канал и является диэлектронной рекомбинацией. Таким образом, результативно процесс диэлектронной рекомбинации, как и процесс фоторекомбинационного излучения, приводит к захвату электрона с одновременным испусканием фотона. В случае фоторекомбинационного излучения фотон испускается самим рекомбинирующим электроном, а в случае диэлектронной рекомбинации — возбужденным остовом. Здесь очевидна аналогия с обычным и поляризационным тормозным излучением.

Для более полного выявления аналогии между процессами поляризационного излучения и рассеяния света рассмотрим процессы поляризационной рекомбинации с помощью метода эквивалентных фотонов Ферми [15] (для релятивистских частиц эта идея Ферми приобрела в дальнейшем характер точной теоремы, составившей основу метода Вайцеккера—Вильямса [8]). В основе метода лежит идея о том, что импульс электромагнитного поля, воздействующий на атом при столкновении с заряженной частицей, полностью эквивалентен воздействию на атом светового импульса той же интенсивности. Тогда процесс столкновения атома (или иона) с заряженной частицей можно рассматривать как облучение атома потоком эквивалентных фотонов, интенсивность которого определяется фурье-компонентами электрического поля, создаваемого этой частицей. С точки зрения метода эквивалентных фотонов Ферми процесс диэлектронной рекомбинации можно рассматривать просто как рассеяние эквивалентных фотонов на атоме с их трансформацией в реальные. Тогда скорость диэлектронной рекомбинации можно, очевидно, связать с вероятностью флуоресценции эквивалентных фотонов.

Найдем интенсивность потока эквивалентных фотонов. Поскольку процесс диэлектронной рекомбинации является основным процессом рекомбинации тяжелых ионов в горячей разреженной плазме, будем считать, что рекомбинирующий электрон движется по классической кулоновской траектории в поле многозарядного иона с зарядом $Z \gg 1$. Скорость диэлектронной рекомбинации, как правило, велика для ионов со сложным остовом, обладающим переходами внутри данного квантового числа n (переходы с $\Delta n = 0$, например переходы $2s-2p$ в литиеподобных и более сложных ионах). Энергия $\Delta\varepsilon = \hbar\omega_0$, переходов с $\Delta n = 0$ в

ионах с зарядом $Z \gg 1$ имеет порядок величины Z (в Ry) (см. [14]), тогда как их энергия ионизации имеет порядок $Z^2 \gg \Delta \varepsilon \sim Z$. Поскольку энергия налетающего рекомбинирующего электрона должна быть меньше энергии возбуждения остова $\Delta \varepsilon \approx Z$, то для него выполнено условие

$$Ze^2/\hbar v \sim (Z^2/\varepsilon)^{1/2} \gg 1. \quad (11.26)$$

Условие (11.26) оправдывает применимость классического рассмотрения в интересующих нас процессах рекомбинации.

Величина электрического поля, создаваемого внешним налетающим электроном, в месте нахождения возбуждаемого иона $r_e=0$ равна (в атомной системе единиц $|e|=\hbar=m=1$)

$$\mathbf{E}(0, t) = -\dot{\mathbf{r}}_e(t)/r_e^3(t), \quad (11.27)$$

где $\mathbf{r}_e(t)$ — траектория электрона. Используя уравнение движения внешнего электрона в поле иона $m\ddot{\mathbf{r}}_e = -Ze^2\mathbf{r}_e/r_e^3$, представим (11.27) в виде

$$\mathbf{E}(t) = +\ddot{\mathbf{r}}_e(t)/Z. \quad (11.28)$$

Плотность потока эквивалентных фотонов I_ω , обусловленных электрическим полем налетающего электрона, выражается через фурье-компоненту поля (11.28):

$$I_\omega = \frac{c}{8\pi^2} \frac{1}{\omega} \{|E_{x,\omega}|^2 + |E_{y,\omega}|^2\} = \frac{c\omega^3}{8\pi^2 Z^2} \{|x_\omega|^2 + |y_\omega|^2\}, \quad (11.29)$$

где x и y — координаты в плоскости движения налетающего электрона. Используя известные выражения для фурье-компонент координат электрона, движущегося в кулоновском поле [16], получаем

$$I_\omega = \frac{c\omega}{8v_0^4} \left\{ [H_{iv}^{(1)'}(iv\varepsilon)]^2 - \frac{e^2 - 1}{e^2} [H_{iv}^{(1)}(iv\varepsilon)]^2 \right\}, \quad (11.30)$$

где v_0 — начальная скорость электрона; $H_{iv}^{(1)}$ — функция Ганкеля 1-го рода ранга iv (штрих обозначает дифференцирование по аргументу);

$$e = 1 + 2\varepsilon M^2/Z^2; \quad v = \omega Z/v_0^3; \quad \varepsilon = v_0^2/2; \quad (11.31)$$

ε и M — энергия и момент налетающего электрона; e — эксцентриситет орбиты.

В пределе низких частот эквивалентных фотонов $v \ll 1$ основной вклад в интегральную по прицельным параметрам ρ электрона плотность потока фотонов дают далекие, почти прямолинейные траектории ($\rho \gg a \equiv Z/2\varepsilon$), для которых $e \gg 1$. В этом случае (11.30) преобразуется к виду

$$I_\omega = (c\omega/2\pi^2 v_0^4) \{K_0^2(\omega\rho/v_0) + K_1^2(\omega\rho/v_0)\}, \quad (11.32)$$

где K_0 и K_1 — функции Макдональда. Именно этим выражением пользовался Ферми [15], рассматривавший возбуждение атомов прямолинейно летящей частицей.

Для описания диэлектронной (и поляризационной) рекомбинации, в результате которой налетающий электрон захватывается возбуждаемым ионом, необходимо рассмотреть предел больших частот $\nu \gg 1$. Основной вклад в процесс такой большой энергопередачи от электрона к иону дают близкие, сильно искривленные траектории $\rho \ll a$. Фурье-анализ классической кулоновской траектории показывает, что за излучение таких высокочастотных фотонов (как реальных, так и эквивалентных) ответственна достаточно узкая окрестность траектории вблизи точки поворота радиального движения электрона r_0 (находящейся на расстоянии его наибольшего сближения с ионом). Для соответствующих данной частоте ω эффективных расстояний до иона имеем

$$r_\omega \sim (Z/\omega^2)^{1/2}. \quad (11.33)$$

Основной вклад в интегральный по моментам M спектр дают траектории с $M_{\text{ef}}(\omega) \sim (Z^2/\omega)^{1/2}$, что соответствует формированию излучения частоты ω при (приближенном) вращении электрона вокруг иона на расстоянии r_0 с частотой $\omega \sim \omega_{\text{rot}}$:

$$\omega_{\text{rot}} \sim v_{\text{max}}/r_0 = M/r_0^2, \quad (11.34)$$

где v_{max} — скорость электрона в точке поворота r_0 .

На этих малых расстояниях (11.33) траектория электрона, а вследствие локализации области излучения и получаемый спектр излучения не зависят от начальной энергии электрона ε , а только от момента M . Выпадение зависимости от ε приводит в итоге к тому, что соответствующая формула для спектра излучаемых фотонов описывает как переходы налетающего электрона в непрерывном спекте его энергий (тормозное излучение), так и переходы из непрерывного в дискретный (фоторекомбинационное излучение):

$$I_\omega = \frac{c\omega M^4}{6\pi^2 Z^4} \left\{ K_{1/3}^2 \left(\frac{\omega M^3}{3Z^2} \right) + K_{2/3}^2 \left(\frac{\omega M^3}{3Z^2} \right) \right\} \equiv \frac{cM}{2\pi^2 Z^2} G_0 \left(\frac{\omega M^3}{3Z^2} \right). \quad (11.35)$$

Возможность описания классической формулой даже и фоторекомбинационного спектра излучения обусловлена тем, что в условиях локализации пространственной области, ответственной за излучение больших частот, действительным критерием классичности интегрального по M спектра оказывается условие, предствимое в следующих эквивалентных формах [17]:

$$\lambda(r_\omega)/r_\omega \sim 1/M_{\text{ef}}(\omega) \sim \omega/\varepsilon_{\text{кин}}(r_0) \ll 1, \quad (11.36)$$

где r_ω дается формулой (11.33); $\varepsilon_{\text{кин}}(r)$ — локальная кинетическая энергия электрона;

$$\lambda(r) \sim (r/Z)^{1/2} \quad (11.37)$$

— локальная длина волны электрона. Условие $\lambda(r_\omega) \ll r_\omega$ является условием квазиклассичности движения электрона, непосредственно получаемым из критерия

$$(1/p^2(\mathbf{r})) \operatorname{div} \mathbf{p}(\mathbf{r}) \ll 1, \quad (11.38)$$

где $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ — полный локальный импульс электрона. Формула (11.38) — обобщение стандартного критерия $|\hat{d}\mathbf{x}(x)/dx| \ll 1$ на трехмерный случай применительно к «вращательным» участкам траекторий (на этих участках мал импульс радиального движения, а локальный радиус кривизны траектории $\sim r_\omega$). Из (11.36) видно, что часто приводимое условие $\omega \ll \varepsilon$ в данном случае является излишним и заменяется гораздо менее жестким условием $\omega \ll \varepsilon_{\text{kin}}(r_\omega)$ (в силу $\varepsilon_{\text{kin}}(r_\omega) \gg \varepsilon$).

Критерий классичности спектра (11.36) вытекает из анализа квантовых поправок к классическому пределу квантового спектра, полученных в высокочастотном пределе для центрального поля в [17]. Для спектра излучения электрона с фиксированным моментом критерий классичности имеет вид $l=M \gg 1$ (в области частот, где соответствующий спектр не экспоненциально мал). В действительности, однако, формула (11.35) применима и для малых l (см. [18]). Это утверждение согласуется с тем фактом, что полученная в [17] в предположении $l \gg 1$ квантовая поправка к (11.35) для малых значений аргумента функции G_0 , реализующихся в случае небольших значений l ($M=l+1/2$) и достаточно малых ω/Z^2 , оказывается все еще малой.

При указанном модельном описании диэлектронной рекомбинации должно быть учтено, что она является резонансной флюоресценцией с усложненным промежуточным состоянием, образующимся при захвате налетающего электрона ионом и допускающим дополнительный канал распада путем автоионизации. В резонансной флюоресценции следует рассматривать три типа состояний: начальное (невозбужденный ион и первоначальное распределение интенсивности I_0 эквивалентных фотонов) с энергией E_1 ; промежуточное (возбужденный ион с захваченным на его высокий уровень электроном плазмы, т. е. дважды возбужденный ион с меньшей на единицу кратностью ионизации и первоначальное распределение I_0 с одним поглощенным из него квантом ω_{eq}) с энергией E_2 ; конечное состояние (ион меньшей на единицу кратности ионизации в однократно возбужденном состоянии, квант излучения ω , распределение I_0 без одного кванта ω_{eq}) с энергией E_3 . Энергии этих состояний связаны законами сохранения:

$$E_3 - E_1 = \omega - \omega_{\text{eq}}, \quad E_3 - E_2 = \omega - \omega_0, \quad (11.39)$$

где ω_0 — энергия перехода, возбуждаемого в ионе.

Распределение вероятности резонансной флюоресценции имеет вид [19]

$$\omega_{\text{RF}} = \frac{|V_{21}|^2 |V_{32}|^2}{[(\omega - \omega_{\text{eq}})^2 + \Gamma^2/4][(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4]}, \quad (11.40)$$

где V_{31} и V_{32} — матричные элементы, описывающие соответственно поглощение ионом кванта ω_{eq} и испускание им кванта ω ; Γ и γ — полные вероятности соответственно поглощения кванта ионом и испускания им кванта (в единицу времени):

$$\gamma(E) = 2\pi \sum_{\mathbf{k}} |V_{32}|^2 \delta(E - E_3); \quad (11.41)$$

$$\Gamma(E) = \gamma \sum_{\mathbf{k}_{\text{eq}}} |V_{21}|^2 \frac{1}{[(E - E_2)^2 + \gamma^2/4]}. \quad (11.42)$$

Величины $\Gamma(E)$ и $\gamma(E)$ следует брать в (11.40) в точке $E = E_3$, но практически они обе очень слабо зависят от энергии.

Уместно напомнить вытекающий из (11.40) вывод о том, что в случае индивидуального процесса поглощение — испускание совпадают энергии поглощенного и испущенного квантов (в пределах практически очень малой ширины Γ). Это сохранение ионом (атомом) «памяти» о том, какой квант он поглотил, находит свое выражение в том, что вероятность (11.40) не совпадает с прямым произведением вероятностей испускания и поглощения, так как первый множитель в знаменателе связывает (приблизительно через соответствующую δ -функцию) энергии начального и конечного квантов, а не ω_{eq} и ω . И только в случае облучения иона светом с непрерывным спектром форма поглощенной линии такова, как если бы имели место два независимых процесса — поглощение и последующее испускание.

Для диэлектронной рекомбинации ширина Γ_{DR} будет складываться из ширины γ (11.41) и вероятности автоионизации Γ_A в промежуточном состоянии:

$$\Gamma_{\text{DR}} = \gamma + \Gamma_A, \quad (11.43)$$

что учитывает возможность возврата рекомбинировавшего электрона плазмы обратно в непрерывный спектр с переизлучением ионом кванта.

Матричный элемент V_{21} определяется силой осциллятора радиационного перехода в ионе ($V_{21} \sim d_{21}$, d_{21} — матричный элемент дипольного момента связанного излучающего электрона в ионе) и прямо пропорционален плотности потока эквивалентных фотонов, облучающих ион. Для реализующегося в рассматриваемом нами случае непрерывного по частотам спектра падающего на ион излучения полная вероятность поглощения Γ_{RF} связана с $I_{0,\omega}$ соотношением

$$\Gamma_{\text{RF}} = 2\pi I_{0,\omega} \overline{|V_{21}|^2}, \quad (11.44)$$

где черта означает усреднение по углам волнового вектора поглощенных фотонов. Применительно к конкретным условиям рассматриваемой нами модели диэлектронной рекомбинации суммирование по k_{eq} в (11.42) должно быть дополнено суммированием по конечным состояниям захваченного электрона, что в совокупности с законом сохранения энергии ϵ налетающего

электрона $\omega_{\text{eq}} = \varepsilon_i + Z^2/2n^2$ дает

$$\Gamma_{\text{DR}} = \Gamma_{\text{RF}} Z^2/n^3. \quad (11.45)$$

Используя затем соотношение для полной вероятности диэлектронной рекомбинации, просуммированной по всем частотам эквивалентных фотонов:

$$\sum_{\omega} \omega_{\text{DR}} = \frac{\gamma \Gamma_{\text{A}}}{\gamma + \Gamma_{\text{A}}}, \quad (11.46)$$

можно найти выражение для скорости автоионизации

$$\Gamma_{\text{A}} = \frac{f_{12}}{\pi n^3} I G_0 \left(\frac{\omega_0 M^3}{3Z^2} \right), \quad (11.47)$$

где f_{12} — сила осциллятора возбуждаемого радиационного перехода в ионе; $G_0(x)$ определено в (11.35). Полученная формула (11.47) совпадает с результатом точного квантового расчета [20] в рассмотренном нами пределе классического движения налетающего электрона по квазипараболическим орбитам ($Ze^2/\hbar v \gg 1$, $\rho \ll a$).

Полная скорость диэлектронной рекомбинации с захватом налетающего электрона в состояние n , l дается выражением

$$\alpha_{\text{DR}} = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^{3/2} \frac{g(2)(2l+1)\gamma\Gamma_{\text{A}}}{g(l)(\gamma + \Gamma_{\text{A}})} \exp \left[-\frac{\omega}{T} + \frac{Z^2}{2n^2 T} \right], \quad (11.48)$$

где T — температура максвелловского газа электронов плазмы; $g(2)$ и $g(l)$ — статические веса возбужденного и основного уровней иона. Отметим, что к приведенным выше результатам для Γ_{A} и ω_{DR} можно также прийти и путем использования метода, изложенного в [14]. Так, для Γ_{A} с учетом взаимной обратимости процессов автоионизации в случае слабосвязанного (высвобожденного) электрона и возбуждения иона электронным ударом вблизи порога возбуждения (выражаемого в свою очередь через сечение фотоионизации $\sigma_{n,l \rightarrow s}$ высоковозбужденного электрона при энергии вылетающего электрона порядка ω_0 , являющееся аналитическим продолжением на дискретный спектр девозбуждения) имеем

$$\Gamma_{\text{A}} = \frac{3}{10\pi} Z^2 \left(\frac{\omega_0}{Z^2} \right)^2 f_{12} \sigma_{n,l \rightarrow s}. \quad (11.49)$$

Выражая $\sigma_{n,l \rightarrow s}$ через сечение возбуждения классическим электроном с $\rho \gg a$, получаем (11.47).

Все рассмотренные способы получения Γ_{A} (и ω_{DR}) являются эквивалентными в том смысле, что так или иначе используют дипольное приближение для взаимодействия атомного и налетающего электронов, позволяющие выразить все процессы энергопотерь налетающего электрона (путем излучения при торможении на ионе и путем неупругого кулоновского соударения) как процессы эффективного излучения (реальных или эквивалент-

ных) фотонов с вероятностью, определяемой дипольным матричным элементом соответствующего неупругого перехода.

Полученные выше формулы (11.46), (11.48) для диэлектронной рекомбинации описывают двухступенчатое взаимодействие рекомбинирующего налетающего электрона и излучающего атомного (ионного) электрона, при котором промежуточное состояние — дважды возбужденный ион — является реальным. Это соответствует близости энергии промежуточного состояния к энергии возбужденного иона с поглощенным фотоном (ϵ' в пределах резонанса в формулах (11.39), (11.40)). При значительном отклонении ϵ' от резонанса (отклонении ω_{eq} от ω_0) резонансное приближение неприменимо. Его модификация достигается путем простой замены резонансного знаменателя $(\omega_0 - \omega - i\gamma/2)^{-1}$ в амплитуде резонансной флюоресценции на сумму

$$(\omega_0 - \omega - i\gamma/2)^{-1} + (\omega_0 + \omega - i\gamma/2)^{-1} \quad (11.50)$$

(ср., например, [16]). Это и приводит к тому, что спектральная интенсивность поляризационного излучения, являющегося излучением атома вследствие его динамической поляризации в поле налетающего электрона, выражается через сечение упругого рассеяния $\sigma_{\text{scat}}(\omega)$ нерезонансных (по отношению к ω_0) эквивалентных фотонов:

$$Q_{\omega}^{\text{p}} = I_{\omega} \sigma_{\text{scat}}(\omega), \quad (11.51)$$

где I_{ω} — плотность потока эквивалентных фотонов (11.35).

Сечение σ_{scat} связано с динамической поляризуемостью $\alpha(\omega)$ иона (атома) на частоте ω :

$$\sigma_{\text{scat}}(\omega) = \frac{8\pi\omega^4}{3c^4} \alpha^2(\omega), \quad (11.52)$$

$$\alpha(\omega) = \sum_n |d_{in}|^2 \{(\omega_{ni} - \omega - i0)^{-1} + (\omega_{ni} + \omega - i0)^{-1}\}, \quad (11.53)$$

в которой (вследствие нерезонансности) следует учитывать (виртуальные) переходы излучающего электрона на все остальные уровни иона (нумеруемые в (11.53) индексом n). Из (11.51) получаем представляющее практический интерес отношение интенсивностей поляризационного излучения иона и тормозного излучения электрона, одновременно возникающих при их столкновении. Оно выражается только через динамическую поляризуемость иона (в обычных гауссовых единицах):

$$\frac{Q_{\omega}^{\text{p}}}{Q_{\omega}^{\text{t}}} = \left[\frac{m_0 \omega^2 \alpha(\omega)}{e^2 Z} \right]^2. \quad (11.54)$$

Важно отметить, что этот результат, выведенный нами в случае классического движения налетающего электрона и больших частот ($Ze^2/\hbar v_0 \gg 1$, $\omega \gg m_0 v_0^3 / Ze^2$), в действительности справедлив для произвольных $Ze^2/\hbar v_0$ и ω , т. е. охватывает как область

тормозного ($\hbar\omega \leq \epsilon$), так и область фоторекомбинационного излучения ($\hbar\omega > \epsilon$). Единственным условием применимости (11.54) является дипольность взаимодействия излучающего электрона в ионе с налетающим электроном, обеспечивающая, как уже указывалось, выделяемость в конечном результате (для диэлектронной рекомбинации и поляризационного излучения) интенсивности излучения эквивалентных фотонов. Так, в альтернативных рассмотренному нами борновском и низкочастотном случаях $Ze^2/\hbar v_0 \ll 1$, $\hbar\omega \ll mv_0^2$ (см., например: [3]), для $Q_{\omega} \ll Q_{\omega'} \Gamma$ результат совпадает с (11.54).

11.5. Поляризационный механизм излучения запрещенных переходов в атоме

Поляризация атомных состояний при столкновениях с заряженными частицами может привести к тому, что состояния, ранее не излучавшие, становятся излучающими. При этом в атомных спектрах возникают линии на тех частотах переходов, которые в отсутствие столкновений были запрещены правилами отбора для дипольного излучения. Ярким примером являются запрещенные линии гелия $4f-2p$, появляющиеся при излучении этого атома в плазме. Одним из интересных примеров появления такого рода запрещенных переходов являются эффекты разрушения метастабильных уровней, обусловленные столкновениями с заряженными частицами. Классическим примером здесь являются уровни $2p_{1/2}$ и $2s_{1/2}$ водорода или водородоподобного иона. Уровень $2p_{1/2}$ является излучающим с большой постоянной скоростью распада γ , $2s_{1/2}$ — метастабильным, скоростью распада которого в состояние $1s$ (вследствие двухфотонного перехода) можно пренебречь. При столкновении с медленной заряженной частицей (например, ионом плазмы) вследствие сильной поляризации в системе уровней $2s-2p$ на переходе $2s-1s$ возникает дипольный момент, приводящий к возможности излучения кванта на частоте перехода $2s-1s$. Это приводит к конечному времени жизни t метастабильного уровня.

Следует отметить два основных механизма разрушения метастабильного уровня [21—23]. Первый обусловлен прямыми столкновительными переходами из $2s$ в $2p$ и определяется сечениями неупругого переброса из $2s$ в $2p$ с последующим высвечиванием $2p$ -уровня. Второй механизм, обусловленный поляризацией при медленных столкновениях, не приводит к неупругому переходу из $2s$ в $2p$, а вызывает лишь поляризационное перемешивание этих состояний, приводящее к появлению ненулевого дипольного момента на переходе $2s-1s$. Таким образом, именно этот второй (поляризационный) механизм высвечивания метастабильного уровня ответствен за образование запрещенных линий. Эти линии можно считать в духе предшествовавшего обсуждения своеобразным поляризационным излучением атомов. Отметим, что запрещенные линии образуются даже при

постоянном внешнем возмущении, т. е. при статической поляризации атомных состояний. Исследование спектров запрещенных линий является достаточно сложным [24]. Поэтому ниже мы ограничимся рассмотрением интегральной по спектру характеристики — времени жизни τ метастабильного уровня [22]. Это время определяет, очевидно, полную интенсивность излучения на запрещенном переходе [22—24].

Рассмотрим уравнения Шредингера для амплитуд метастабильного a_0 и излучающего a_1 уровней, разделенных энергетическим интервалом $\hbar\omega$:

$$i\dot{a}_0 = V_{01}(t)e^{i\omega t}a_1, \quad (11.55)$$

$$i\dot{a}_1 = -i\gamma a_1 + V_{10}(t)e^{-i\omega t}a_0,$$

где $\hbar V_{01}(t) = \mathbf{d}_{10} \mathbf{E}(t)$ — возмущение уровней внешним электрическим полем \mathbf{E} заряженных частиц плазмы.

Допустим вначале, что возмущение V_{10} постоянно, и найдем собственные частоты $\omega^{(1,2)}$ и характер изменения амплитуды $a_0(t)$ в этом случае:

$$\text{Im } \omega^{(1,2)} = -\frac{\gamma}{2} \left[1 - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + 4|V_{01}|^2}} \right], \quad (11.56)$$

$$|a_0(t)|^2 = \exp \left\{ -\gamma t \left[1 - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + 4|V_{01}|^2}} \right] \right\}. \quad (11.57)$$

Таким образом, наложение постоянного возмущения приводит к высвечиванию метастабильного состояния, причем при малых $|V_{01}| \ll \omega$ это высвечивание полностью определяется статической поляризуемостью системы уровней $2s-2p$:

$$\text{Im } \omega = -\frac{\gamma}{\omega^2} |V_{10}|^2 = -\frac{\gamma}{\omega^2} \frac{|\mathbf{d}_{01}|^2}{\hbar^2} E^2 = \frac{c}{e^2} E^2. \quad (11.58)$$

Как видно из (11.58), распад состояния a_0 определяется, как и сдвиги уровней, своеобразным квадратичным эффектом Штарка с постоянной c , зависящей от γ .

Рассмотрим, как происходит распад метастабильного уровня при медленном столкновении атома с заряженной частицей, сопровождающемся образованием излучения на запрещенном переходе. Если движение возмущающей частицы (скажем, иона) медленное, то в каждый момент времени t атом распадается в электрическом поле иона $E(t)$ точно так же, как и в статическом поле (11.57). Определим с помощью (11.58) стационарную вероятность перехода в единицу времени:

$$\omega = -\frac{d}{dt} \ln |a_0(t)|^2 = \gamma \left[1 - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + 4|V_{01}|^2}} \right]. \quad (11.59)$$

Тогда изменение полной (к моменту t) вероятности $P(t)$ излучательного высвечивания состояния a_0 определяется произведением скорости переходов $\omega(t)$ на вероятность $(1-P)$ находде-

ния системы в состоянии a_0 :

$$dP/dt = -\omega(t)(1-P). \quad (11.60)$$

Учитывая, что возмущение $V_{10}(t)$ создается налетающей заряженной частицей, проинтегрируем (11.60) при начальном условии $P(-\infty) = 0$, что дает

$$P(\infty) = 1 - \exp \left\{ -\gamma \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 - \frac{\omega}{V\omega^2 + 4|V_{01}(t)|^2} \right] dt \right\}. \quad (11.61)$$

Формула (11.61) определяет вероятность высвечивания метастабильного уровня при одном акте столкновения. Считая траекторию частицы прямолинейной: $r^2(t) = \rho^2 + v_0^2 t^2$ (где ρ — прицельный параметр столкновения, v_0 — скорость частицы), определим сечение высвечивания:

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\infty} \rho d\rho P(+\infty). \quad (11.62)$$

Подставляя в (11.61) явный вид возмущения $V_{10} = \alpha R^{-2}(t)$, $\alpha = (e/\hbar) |d_{10}|$, вводя безразмерные переменные $\rho^2 \omega / \alpha$ и параметр $\xi = (\gamma/\omega) \sqrt{2\omega\alpha/v_0^2}$, найдем [22, 23]

$$\sigma(\xi) = 4\pi (\alpha/\omega) \Lambda [(\gamma/\omega) \sqrt{2\omega\alpha/v_0^2}]. \quad (11.63)$$

Здесь функция Λ определяется интегралом

$$\Lambda(\xi) = \int_0^{\infty} \frac{dz}{z^3} [1 - \exp(-\xi p(z))], \quad (11.64)$$

где функция $p(z)$ равна (ср. с (11.61)):

$$p(z) = \frac{1}{z} \int_{-\infty}^{\infty} dx \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + z^4/(1+x^2)^3}} \right] \approx \begin{cases} \pi z^3/4, & z \ll 1, \\ B\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right) \approx 1,70, & z \gg 1 \end{cases} \quad (11.65)$$

(B — бета-функция).

Сечение высвечивания имеет простые предельные выражения при $\xi \ll 1$ и $\xi \gg 1$. Так, при $\xi \gg 1$ из (11.63) следует

$$\sigma \approx \pi^{5/3} \Gamma(1/3) \gamma^{2/3} \alpha^{4/3} / v_0^{2/3} \omega^{4/3} \equiv \sigma^{(1)}. \quad (11.66)$$

При $\xi \ll 1$ получаем

$$\sigma \approx \frac{8\pi}{3} B\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right) \frac{\gamma \alpha^{3/2}}{v_0 \omega^{3/2}} \approx 31,1 \frac{\gamma \alpha^{3/2}}{v_0 \omega^{3/2}} \equiv \sigma^{(2)}. \quad (11.67)$$

Сечение $\sigma^{(1)}$ соответствует слабым возмущениям, отвечающим обычной поляризации атома в слабом поле E , малом по сравне-

нию с расстоянием ω между $2s-2p$ уровнями. Сечение $\sigma^{(2)}$ отвечает случаю достаточно сильных возмущений, когда искажение двухуровневой системы полем $E(t)$ велико и не может быть выражено степенным законом. Сечения (11.66) и (11.67) непосредственно определяют частоту высвечивания

$$\gamma_0 = n\nu_0\sigma \quad (11.68)$$

или связанное с ней время жизни атома $\tau = \gamma_0^{-1}$ в метастабильном состоянии. После умножения на энергию перехода $\hbar\omega_{2s \rightarrow 1s}$ формула (11.68) даст, очевидно, интенсивность запрещенной линии.

Механизм поляризационного высвечивания запрещенных спектральных линий может служить одним из важных средств исследования плотной горячей плазмы, содержащей многозарядные ионы с зарядом $Z \gg 1$. Оценки интенсивности и спектрального распределения для таких линий даны в [24]. Изложенная выше схема разрушения метастабильного $2s$ -уровня ионами в плазме была успешно использована при интерпретации интенсивности линий водородоподобных ионов в плотной плазме [23].

11.6. Взаимоотношение между неупругим и поляризационным механизмами разрушения метастабильности уровней

Разрушение метастабильных уровней и излучение запрещенных линий представляет собой интересный пример, на котором можно сравнительно просто проследить взаимоотношение между двумя механизмами снятия метастабильности [22]: 1) путем прямого неупругого переброса электрона на излучающий уровень, 2) путем наведения поляризационного дипольного момента на запрещенном переходе.

Анализ перехода между неупругим и поляризационным механизмами разрушения метастабильных уровней проведем на основе теории возмущений второго порядка. Полагая

$$a_0(t) = e^{-i\varphi(t)}, \quad a_0(0) = 1, \quad (11.69)$$

запишем выражение для фазы $\varphi(t)$ метастабильного уровня:

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & -i \int_0^t dt' \cdot V_{01}(t') \exp(i\omega t' - \gamma t') \int_0^{t'} dt'' \times \\ & \times V_{10}(t'') \exp(-i\omega t'' + \gamma t''). \end{aligned} \quad (11.70)$$

Поскольку фазовые сдвиги в рассматриваемом случае малы, будем считать, что результирующий сдвиг $\varphi(t)$ является суммой

сдвигов от отдельных столкновений: $\varphi(t) = \sum_{k=1}^N \varphi_k(t)$, где N — полное число частиц. Это позволяет выразить усреднение по фазовому объему N частиц (обозначаемому ниже $\langle \dots \rangle_N$) через усредне-

ние по фазовому объему одной частицы (обозначаемому $\langle \dots \rangle_1$). Такая процедура выполняется с помощью цепочки равенств

$$\begin{aligned} \langle |a_0(t)|^2 \rangle_N &= \langle \exp(2 \operatorname{Im} \Phi(t)) \rangle_N = \left\langle \prod_{k=1}^N \exp(2 \operatorname{Im} \varphi_k(t)) \right\rangle_N = \\ &= \{ \langle \exp(2 \operatorname{Im} \varphi_1(t)) \rangle_1 \}^N = \left\{ 1 - \frac{1}{V} \int d\mathbf{r} \times \right. \\ &\quad \left. \times [1 - \exp(2 \operatorname{Im} \varphi_1(t))] \right\}^{\sqrt{V}} \approx \exp[-N \bar{V}(t)], \end{aligned} \quad (11.71)$$

где введено обозначение для «объема столкновения»

$$V(t) = \int d\mathbf{r} \cdot [1 - \exp(2 \operatorname{Im} \varphi_1(t))], \quad \varphi_1(t) = \varphi_1(t, \mathbf{r}). \quad (11.72)$$

Здесь и ниже скорость v возмущающих частиц считается для простоты фиксированной и равной некоторой характерной скорости максвелловского распределения. Поэтому усреднение $\langle \dots \rangle_1$ сводится просто к интегрированию по нормировочному объему V , содержащему N частиц ($V \rightarrow \infty$, $N \rightarrow \infty$, $N/V = n = \text{const}$).

Допустим, что плотность n возмущающих частиц достаточно мала, так что эволюция столкновительного объема $V(t)$ определяется последовательными парными соударениями излучающего атома с возмущающими частицами. В этом случае объем $V(t)$ выражается через эффективную частоту столкновений Γ :

$$nV(t) = \Gamma t, \quad (11.73)$$

$$\Gamma = nv \int_0^\infty 2\pi\rho d\rho \cdot [1 - \exp(2 \operatorname{Im} \varphi_1(\infty))] \equiv n\omega\sigma(v), \quad (11.74)$$

$$\operatorname{Im} \varphi_1(\infty) = -\operatorname{Re} \int_0^\infty \exp(i\omega\tau - \gamma\tau) d\tau \int_{-\infty}^\infty V_{01}(t) V_{10}(t - \tau) dt. \quad (11.75)$$

Видно, что эволюция амплитуды метастабильного уровня $a_0(t)$ определяется сечением $\sigma(v)$ парных столкновений, связанным с фазой рассеяния $\varphi_1(\infty)$ при отдельном столкновении.

Вычислим (11.75), используя простейшее выражение для потенциала взаимодействия $V_{10}(t)$ атома с возмущающей заряженной частицей:

$$V_{10}(t) = \alpha/R^2(t), \quad \alpha = d_{01}e/\hbar, \quad R^2(t) = \rho^2 + v_0^2 t^2, \quad (11.76)$$

где константа силового взаимодействия α связана с матричным элементом дипольного момента d_{01} ; ρ , v_0 — прицельный параметр соударения и скорость возмущающей частицы, движение которой считается прямолинейным. Вычисление (11.75) легко выполняется, если воспользоваться условием $\gamma \ll \omega$:

$$\operatorname{Im} \varphi_1(\infty) = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{\alpha}{\rho v_0} \right)^2 \left[\exp(-2\rho\omega/v_0) + \frac{\gamma}{\omega} F\left(2 \frac{\rho}{v_0} \omega\right) \right], \quad (11.77)$$

где функция $F(x)$ выражается через интегральную экспоненту:

$$F(x) = x [e^{-x} \text{Ei}(x) + e^x \text{Ei}(-x)] \approx \begin{cases} 2x^{-1}, & x \gg 1, \\ 2x [\ln x + C], & x \gg 1 \end{cases} \quad (11.78)$$

($C=0,577$ — постоянная Эйлера).

Согласно (11.77) фаза $\varphi_1(\infty)$ состоит из двух членов. Первый определяется прямым неупругим переходом из метастабильного состояния (см. [21]), второй связан с фазой упругого рассеяния и обусловлен возможностью распада метастабильного уровня путем наведения поляризационного дипольного момента даже при чисто упругом рассеянии. Покажем, что первый (неупругий) канал преобладает при быстрых столкновениях, тогда как второй (поляризационный) — при медленных столкновениях.

Переходя в (11.74) к безразмерным переменным $x=2\rho\omega/v_0$ и вводя параметр $\beta=\omega\alpha/v_0^2$, получаем

$$\Gamma = \pi^{5/3} \Gamma(1/3) n \frac{v_0^{1/3} \alpha^{4/3}}{\omega^{2/3}} I_{\gamma/\omega}(\beta), \quad (11.79)$$

$$I_{\gamma/\omega}(\beta) = \frac{\beta^{-4/3}}{2\pi^{2/3} \Gamma(1/3)} \int_0^\infty dx \cdot x \{1 - \exp[-\beta^2 \chi_{\gamma/\omega}(x)]\}, \quad (11.80)$$

$$\chi_{\gamma/\omega}(x) = 4\pi \left(\frac{\pi e^{-x}}{x^2} + \frac{\gamma}{\omega} \frac{F(x)}{x^2} \right) \approx 4\pi \begin{cases} (\gamma/\omega) 2x^{-3}, & x \gg 1, \\ \pi x^{-2}, & x \ll 1. \end{cases} \quad (11.81)$$

При $\beta \rightarrow 0$ (быстрые столкновения) имеем

$$I_{\gamma/\omega}(\beta) \approx \frac{\pi^{4/3} \beta^{2/3}}{\Gamma(1/3)} \ln(1/\beta), \quad (11.82)$$

что после подстановки в (11.79) дает частоту неупругих столкновений

$$\Gamma_{\text{none1}} = \pi^3 n (\alpha^2/v_0) \ln(1/\beta). \quad (11.83)$$

Последовательная вычисленная неупругая частота Γ отличается от (11.83) множителем $\pi^2/4$, что обусловлено нашим упрощенным выбором потенциала (11.77). При $\beta \rightarrow \infty$ (медленные столкновения) величина $I_{\gamma/\omega}(\beta) \rightarrow (\gamma/\omega)^{2/3}$, а после подстановки в (11.83) получается частота упругих столкновений

$$\Gamma_{e1} = \pi^{5/3} \Gamma(1/3) n v_0^{1/3} (\gamma \alpha^2 / \omega^2)^{2/3}. \quad (11.84)$$

Эта частота очевидным образом связана с найденным выше сечением высвечивания $\sigma^{(1)}$ (11.66).

Таким образом, с увеличением скорости возмущающих частиц поляризационный механизм разрушения метастабильного состояния сменяется неупругим. Переход от одного механизма к другому определяется параметром $\beta = \omega\alpha/v_0^2$, являющимся так называемым параметром Месси [6], разграничивающим области медленных (адиабатических) и быстрых столкновений.

11.7. Спектры излучения термоядерной плазмы (экспериментальные аспекты)

Остановимся на основных экспериментальных данных по наблюдению атомных спектров в горячей разреженной плазме термоядерных установок типа токамак. Эти спектры образуются вследствие свободно-свободных (тормозное излучение), свободно-связанных (фоторекомбинационное излучение) и связано-связанных (линейчатое излучение) переходов в поле многозарядных ионов средних и тяжелых элементов, содержащихся в водородной плазме в качестве примесей. Наблюдение указанных спектров составляет основу современной спектроскопической диагностики горячей разреженной плазмы. Типичными параметрами такой плазмы являются температура $T_e \sim 1$ кэВ и концентрация электронов $n_e \approx 10^{13}$ см⁻³. Отметим, что эти условия типичны также для плазмы солнечной короны.

Для диагностики исследуют интенсивности и спектры излучения, выходящего из плазмы, т. е. радиационных потерь плазмы. Выходящее излучение выносит из плазмы энергию и информацию о ее свойствах. Исследуются как полные (по всему интервалу энергий $\Delta \epsilon_{ph} = \hbar \Delta \omega$) потери Q^{tot} , так и их энергетическое (спектральное) распределение $\Delta Q / \Delta \epsilon_{ph}$ — спектральные радиационные потери.

Полные (интегральные по всем излучаемым длинам волн) радиационные потери дают информацию об общем содержании примесей в плазме, их изменении во времени и распределении по радиусу плазменного шнура без какой-либо детализации по механизмам излучения, типам излучающих ионов и т. д.

Исследования спектральных радиационных потерь ($\Delta Q / \Delta \epsilon_{ph}$) позволяют получить гораздо более подробную информацию. При этом интерес представляют измерения $\Delta Q / \Delta \epsilon_{ph}$ как с низким разрешением $\epsilon_{ph} / \Delta \epsilon_{ph} = \omega / \Delta \omega$ (или $\lambda / \Delta \lambda$), но в широком диапазоне энергий ϵ_{ph} (или длин волн λ), так и с высоким разрешением, но в более узком диапазоне ϵ_{ph} (или λ). Важно отметить, что излучение в заданный интервал $\Delta \epsilon_{ph}$ складывается, вообще говоря, из различных индивидуальных механизмов испускания (тормозного, фоторекомбинационного, линейчатого) от ионов разных химических элементов, находящихся в разных стадиях ионизации. Поэтому расшифровка наблюдаемых спектров должна в полной мере основываться на знании как индивидуальных механизмов излучения, так и кинетики излучающих ионов, в частности их ионизационного равновесия. Остановимся на некоторых конкретных примерах, связанных с исследованием спектров непрерывного (континуального) и дискретного (линейчатого) излучения.

На рис. 11.2 представлен спектр непрерывного излучения (континуум) плазмы токамака ТМ-4 [25]. Спектральное разрешение $\epsilon_{ph} / \Delta \epsilon_{ph}$ составляло величину 10^1 — 10^2 . Непрерывный спектр на рис. 11.2 образован тормозным и фоторекомбинацион-

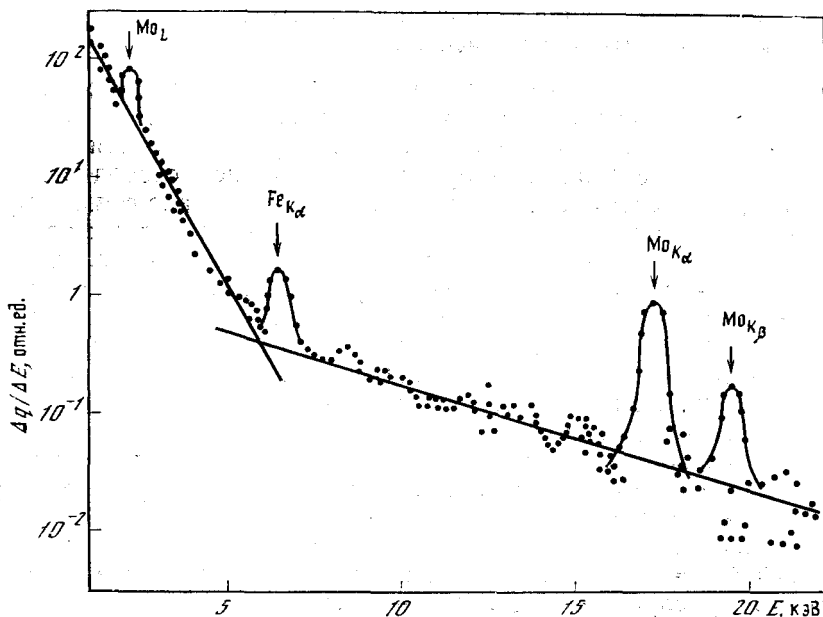


Рис. 11.2. Непрерывный спектр излучения (континуум) плазмы токамака ТМ-4 ($T_e \approx 0,7$ кэВ, $n_e = 1,6 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$) [25] ($E = e_{ph}$, $q = Q$)

ным излучением электронов на ионах различных примесей. Ясно виден излом спектра в области 5—6 кэВ, отвечающий, очевидно, появлению высокоэнергичных («убегающих») электронов. Таким образом, наблюдения плазменного континуума позволяют сделать заключения о распределении электронов по энергиям. Далее, сравнение измерений интенсивности континуума с расчетами интенсивностей тормозного излучения для чисто водородной (электронно-протонной) плазмы обнаруживает сильное превышение наблюдаемой величины над расчетной [26, 27]. По-видимому, это свидетельствует о наличии в плазме достаточно большого количества примесей. Если считать, что излучение электронов на ионах примеси является чисто тормозным, то степень «загрязненности» плазмы примесями удобно характеризовать параметром

$$Z_{ef} = \sum_i n_i Z_i^2 / n_e, \quad (11.85)$$

где n_i — концентрация ионов с зарядом Z_i (включая протоны $Z_p = 1$). Параметр Z_{ef} , фигурирующий также в расчетах проводимости, является важной характеристикой плазмы.

Определение Z_{ef} по спектроскопическим измерениям типа рис. 11.2 затруднено по двум причинам. Во-первых, в интенсивность тормозного излучения электрона на ионах с остовом входит не просто заряд иона Z_i , а некоторый эффективный заряд $Z_{ef}(\omega)$,

значение которого зависит от энергии кванта и меняется от Z_i до заряда ядра Z . Во-вторых, наблюдаемый континуум образован, как отмечалось, не только тормозным, но и фоторекомбинационным излучением и поэтому для определения Z_{ef} (11.85) необходимо знать соотношение между интенсивностями того и другого излучения.

Превышение полного излучения $(\Delta Q/\Delta \epsilon_{ph})^{tot}$ над тормозным принято характеризовать параметром [25]

$$\gamma = (\Delta Q/\Delta \epsilon_{ph})^{tot} / (\Delta Q/\Delta \epsilon_{ph})_t \quad (11.86)$$

Соотношение между фоторекомбинационным и тормозным излучениями равно, очевидно, величине $\gamma - 1$. Расчеты фактора γ были проведены в [26]. Интенсивность фоторекомбинационного излучения оценивалась по формуле квазиклассического приближения

$$\begin{aligned} \hbar c (\Delta Q/\Delta \epsilon_{ph})_R = & 3 \cdot 10^{11} \frac{n_e n_i}{10^{26}} Z_i^2 (T_e)^{-1/2} \times \\ & \times e^{-\xi/T_e} \left[\frac{\xi}{n^3} \frac{I_i}{T_e} e^{I_i/T_e} + \sum_{\nu} \frac{0,027}{T_e} \frac{Z_i^2}{(n+\nu)^3} \times \right. \\ & \left. \times \exp \left(\frac{Z_i^2}{(n+\nu)^2} \frac{0,0136}{T_e} \right) \right], \quad (11.87) \end{aligned}$$

где n — главное квантовое число; ξ — статический вес; I_i — потенциал ионизации основного состояния, кэВ; ϵ_{ph} , T_e выражены в кэВ.

Видно, что интенсивность фоторекомбинационного излучения, а следовательно, и параметр γ сильно зависят от ионизационного состояния примеси, определяющего величину n и ξ в (11.87). На рис. 11.3 приведена зависимость параметра γ от T для различных ионов железа, а также его значения для коронального ионизационного равновесия с учетом (кривая 1) и без учета (кривая 2) диэлектронной рекомбинации [26]. Видно, что учет дополнительного канала рекомбинации может изменить значение γ почти на порядок величины. Данные, приведенные на рис. 11.3, позволяют рассчитать параметр Z_{ef} , который, например, для условий, приведенных на рис. 11.2, близок к двум. Особенности индивидуальных механизмов излучения также могут использоваться в целях диагностики. На рис. 11.4 приведены спектры плазмы с примесью аргона [28], содержащие скачок фоторекомбинационного излучения, который позволяет проследить за динамикой He-подобного иона Ag. На рис. 11.2 и рис. 11.4 ясно видны также отдельные пики интенсивности, отвечающие K - и L -линиям Fe и Mo. Здесь сама возможность регистрации K -линий молибдена целиком обусловлена наличием высокоэнергетического «хвоста» электронной функции распределения. Важно отметить, что каждый пик интенсивности отвечает не отдельному переходу, а состоит из сотен (и даже тысяч) индивидуальных линий, излучаемых

ионами различной кратности ионизации. Низкое разрешение, характерное для рис. 11.2, не позволяет разделить эти массивы линий, требующие для своего наблюдения более высокого разрешения. Структуру таких линий мы рассмотрим на примере K -линий элементов группы железа.

Наблюдение K -линий элементов группы железа является одной из основ современной диагностики плазмы (см. [29—31]). Линия образуется в результате переходов $2p \rightarrow 1s$, возникающих при удалении электрона из $1s$ -оболочки. Имеется три механизма образования дырки в $1s$ -оболочке:

- прямое возбуждение электрона из $1s$ в $2p$ или (если состояния заполнены) более высокие оболочки;
- диэлектронная рекомбинация, сопровождающаяся возбуждением $1s$ -оболочки электронного остова;
- прямая ионизация из $1s$ -оболочки.

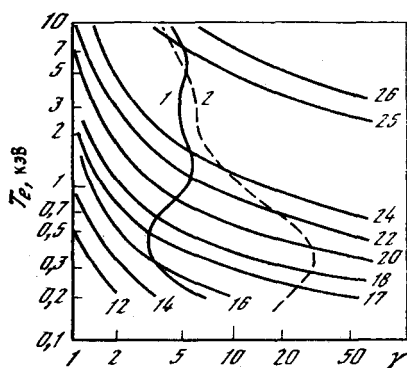
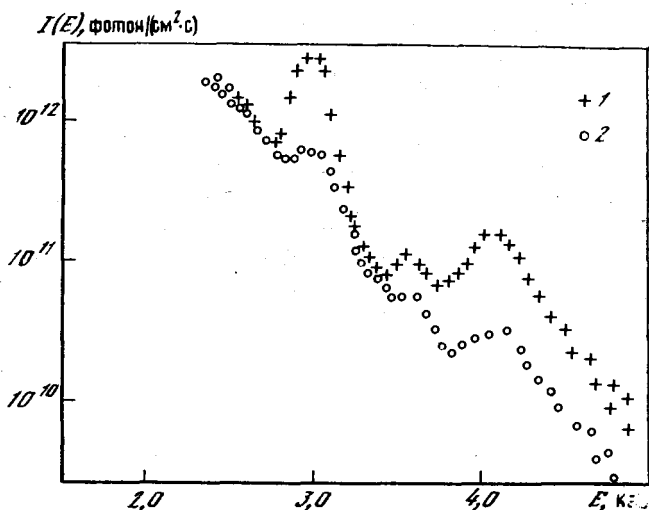


Рис. 11.3. Параметр γ , определяющий превышение полного излучения над тормозным для ионов железа, в зависимости от T_e [26]

Цифры у кривых — заряд ионов;
 1 — расчет по корональной модели с учетом диэлектронной рекомбинации;
 2 — без ее учета

Рис. 11.4. Общий вид рентгеновского спектра на установке Т-10 [28] с добавкой аргона (1) и без добавки (2) ($E = e_{ph}$)



В результате создания дырки в $1s$ -оболочке образуется сложная возбужденная конфигурация типа $1s2s^22p^knl$, состоящая из большого числа индивидуальных подуровней; радиационный распад ее в исходное $1s^2$ -состояние сопровождается излучением большого числа индивидуальных линий — «массива» линий, лежащего в определенном спектральном диапазоне Δe_{ph} . Другая возбужденная конфигурация излучает массив линий в соседнем спектральном диапазоне. Результирующий вид спектральных радиационных потерь ($\Delta Q/\Delta e_{ph}$) вблизи K -линий образуется в результате наложения в ионах различной кратности ионизации различных массивов линий, излучаемых из различных возбужденных конфигураций. Расчеты таких спектров были предприняты в [32—34].

На рис. 11.5 и 11.6 представлены спектры K -линий железа, наблюдаемые [30, 32] в плазме ST-токамака и токамака T-10 ($T_e \approx 1,2$ кэВ, $n_e \approx 7 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$) и рассчитанные в [34]. Спектральное разрешение Δe_{ph} составляло 20 эВ ($\lambda/\Delta\lambda \approx 3 \cdot 10^2$).

Видно, что по сравнению с расчетами в корональной модели (рис. 11.5, кривая 3) экспериментально наблюдаемые пики интенсивности (рис. 11.5, кривая 2) для ионов низкой кратности ионизации оказываются аномально большими. Это свидетельствует об отличии ионизационного равновесия от коронального, причины которого могут быть связаны с диффузией примесных ионов. Действительно, расчеты спектров с типичным для токамаков коэффициентом диффузии $D \approx 10^4$ см $^2 \cdot$ с $^{-1}$ (рис. 11.5; 11.6, кривые 1) существенно улучшают совпадение теории с экспериментом. Тем не менее, как видно из рис. 11.6, даже при учете диффузии остаются расхождения расчетных интенсивностей с наблюдаемыми для ионов самой низкой кратности ионизации (Fe XIX). Эти ионы существуют лишь в периферийной области плазменного шнура, где температура основной массы электронов достаточно низка ($\leq 0,5$ кэВ). Тем не менее они дают вклад в интенсивность K -линии, вполне сравнимый с интенсивностями пиков из горячей центральной области плазмы. Объяснение эффекта состоит в наличии немаксвелловского «хвоста» функции распределения электронов в периферийной области типа приведенного выше на рис. 11.6. Наличие небольшого числа «убегающих» электронов не влияет существенно на ионизационное равновесие, но может дать существенный вклад в интенсивность K -линий периферийных ионов. Расчеты [34], проведенные с экспериментально измеренной (по непрерывному спектру) функцией распределения электронов [35], приводят к хорошему согласию с экспериментально наблюдаемыми [30] интенсивностями также и в той области, где существенно излучение ионов низкой кратности ионизации (см. рис. 11.6). Тем самым оказываются взаимно увязанными экспериментальные данные [35] по наблюдению континуума (тормозного + рекомбинационного) с экспериментами [30] по наблюдению распределения интенсивности в K -линиях (спектров линейного излучения).

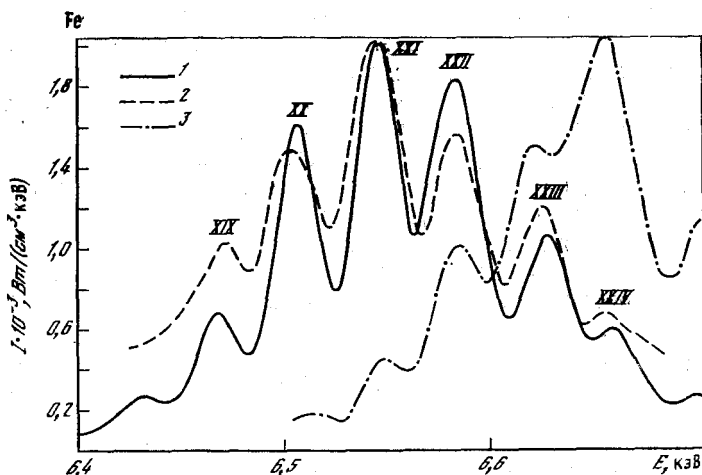


Рис. 11.5. Спектр К-линии железа в плазме токамака

1 — рассчитанный для значения температуры в центре плазменного шнура $T_e(0) = 1,2$ кэВ, $D/a^2 = 80$ с⁻¹ (D — коэффициент диффузии железа, a — малый радиус токамака), плотности электронов $n_e = 7 \cdot 10^{18}$ см⁻³, плотности ионов железа $n_{Fe} = 10^{12}$ см⁻³; 2 — измеренный в принстонском ST-токамаке [32]; 3 — полученный в корональном равновесии с $T_e = 1,2$ кэВ; римские цифры обозначают спектроскопические символы ионов ($E = \varepsilon_{ph}$)

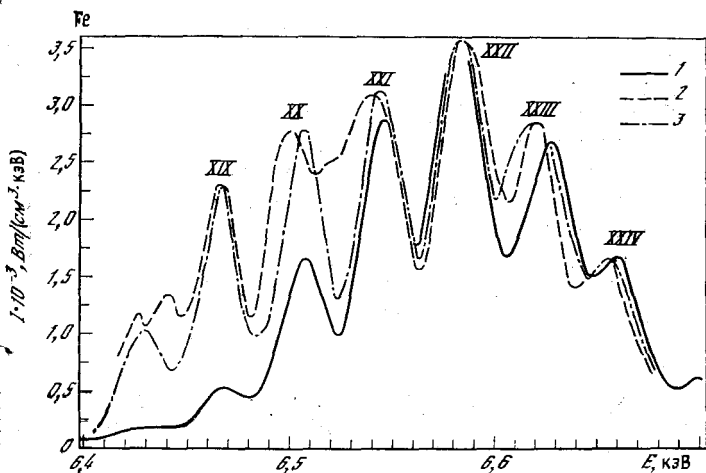


Рис. 11.6. Спектр К-линии железа в плазме токамака

1 — рассчитанный с учетом диффузии $D/a^2 = 20$ с⁻¹, $n_e = 7 \cdot 10^{18}$ см⁻³, $T_e(0) = 1,2$ кэВ; 2 — с дополнительным учетом немаксвелловости возбуждающих электронов; 3 — измеренный на токамаке T-10 [30] ($E = \varepsilon_{ph}$)

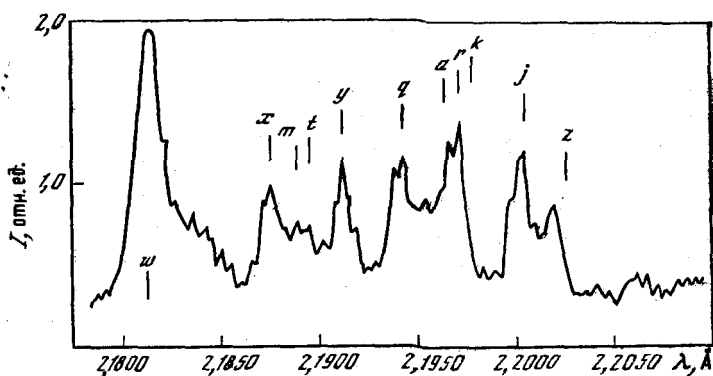


Рис. 11.7. Спектр излучения вблизи K -линии хрома, наблюдаемый на токамаке $T-10$ [31]

Последние достижения рентгеновской спектроскопии связаны с наблюдениями K -линий элементов группы железа с весьма высоким спектральным разрешением $\lambda/\Delta\lambda \geq 10^4$ [29, 31, 33]. Эти наблюдения относятся к существенно более узкому, чем на рис. 11.5 и рис. 11.6, спектральному интервалу и отвечают резонансной ω -линии гелиоподобных ионов с прилегающими к ней спутниками. На рис. 11.7 из работы [31] приведен спектр $I(\lambda)$ вблизи резонансной ω -линии гелиоподобного иона хрома, наблюдаемый на токамаке $T-10$. Спутники образуются либо вследствие возбуждения ионов следующей кратности ионизации (например, литиеподобных), либо вследствие процессов диэлектронной рекомбинации, сопровождающихся образованием дырки в $1s^2$ -оболочке (подробнее см. [33]). Обращает на себя внимание тот факт, что, несмотря на заметное различие радиационных вероятностей перехода, все спутники оказываются сравнимой интенсивности. Это объясняется тем, что в условиях коронального возбуждения, когда все скорости радиационных распадов превышают скорости возбуждения $n_e \langle v_e \sigma^{ex} \rangle \equiv k^{ex}$ электронным ударом, интенсивности переходов оказываются пропорциональными величинам k^{ex} , которые для всех спутников одного порядка. Высокое спектральное разрешение, характерное для рис. 11.7, позволяет по доплеровской ширине отдельных линий (ω -линии) определить ионную температуру плазмы. Отношение интенсивностей различных спутников позволяет определить электронную температуру и ионизационное равновесие ионов в плазме [31, 33]. Определенный интерес представляет исследование квазипрерывного спектра вблизи ω -линии (ее «пьедестала») (см. рис. 11.7). Обычно полагается, что он образован диэлектронными спутниками, возникающими при переходах $2p-1s$ в Li -подобном ионе Cr с очень высоковозбужденным внешним электроном (конфигурации типа $1s2pnl$ при $n \gg 1$). В то же время ввиду близости этих участков спектра и резонансной линии определенным вклад

в эту область могли бы внести и поляризационные эффекты. Количественные оценки этого вклада, однако, отсутствуют.

Таким образом, очевидна тесная связь процессов поляризационного излучения с другими процессами, сопровождающимися излучением в процессе столкновения. Общей характеристикой их является широкий спектр испускаемого атомом излучения. Действительно, обычный подход к излучению атомных электронов состоит в том, что процессы столкновения и излучения можно разделить на два этапа: сначала происходит возбуждение дискретного уровня, а затем (по прошествии весьма большого радиационного времени жизни $\tau \sim 1/\gamma$) высвечивание возбужденного состояния. Излучаемый при этом спектр спонтанного излучения обладает узкой (естественной) шириной γ , малость которой по сравнению со всеми другими частотами задачи и обеспечивает возможность указанного выше разделения столкновительных и излучательных процессов.

В общем случае столкновительные и излучательные процессы неразделимы. Это хорошо известно для свободно-свободных и свободно-связанных переходов (тормозного излучения и фотокомбинационного), где эффективные радиусы столкновения связаны с излучаемым частотным диапазоном [36]. Для линейчатого излучения неразделимость актов столкновения и излучения проявляется прежде всего в статической теории уширения. Здесь диапазон наблюдаемых частотных сдвигов $\Delta\omega$ превышает эффективные частоты движения частиц v_0/ρ , так что спектр излучения атома в этой области оказывается связанным лишь со статическим потенциалом взаимодействия уширяющей частицы с атомом. Примером неразделимости актов излучения и столкновения служит также уширение линий в сильном электромагнитном (лазерном) поле [37]. Здесь со временем столкновения ρ/v_0 сравним период колебаний атома в лазерном поле $T \sim (d_{12}E_0)^{-1}$, где E_0 — напряженность лазерного поля, d_{12} — матричный элемент рассматриваемого перехода. Взаимосвязь столкновительных и излучательных актов в процессе поляризационного излучения особенно наглядно следует из описанной выше картины рассеяния эквивалентных фотонов. Действительно, при излучении вблизи резонансных частот атома мы имеем дело с резонансной флуоресценцией эквивалентных фотонов. В этом случае память о столкновении при последующем излучении сохраняется в поляризационных эффектах. После усреднения по поляризациям оба процесса можно рассматривать как последовательные события. При нерезонансном рассеянии эквивалентных фотонов, ответственным за поляризационное тормозное излучение, столкновительное и излучательное взаимодействие образует единую амплитуду двухквантового перехода, аналогичную нерезонансному рассеянию света.

подавляющее большинство работ по поляризационному тормозному излучению в настоящее время посвящено рассеянию быстрых частиц (как правило, электронов) на атоме. Если атом

является многоэлектронным, то характеристики этого излучения должны выражаться через статистические характеристики атома так же, как характеристики обычного тормозного излучения выражаются через параметры потенциала Томаса—Ферми [17]. Этот вопрос имеет принципиальный характер, поскольку позволяет установить связь между эффектами поляризационного тормозного излучения в плазме и в статистической теории атома. В какой мере картина атома как плазменного сгустка окажется полезной для описания этих процессов, в настоящее время остается неясным.

Интересной проблемой представляются процессы поляризационного тормозного излучения медленных тяжелых частиц. Действительно, любое дальнедействующее (скажем, ван-дер-ваальсово) взаимодействие обусловлено взаимной поляризацией атомов. При наличии их теплового движения вследствие такой поляризации (во всяком случае, для различных атомов) должен возникать переменный дипольный момент, приводящий к поляризационному излучению этих атомов. Несмотря на малую интенсивность такого излучения, связанную с малыми частотами относительно движения медленных атомов, механизм поляризационного тормозного излучения атомов представляет определенный интерес, поскольку это излучение не требует возбуждения атомарной среды.

ФОТОН-ПЛАЗМОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ КАК МЕХАНИЗМ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО РАЗРУШЕНИЯ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ УРОВНЕЙ АТОМОВ В ПЛАЗМЕ

12.1 Вводные замечания

Выше, в гл. 11, дан подробный анализ поляризационных механизмов излучения при атомных столкновениях. Общей физической причиной, приводящей к указанным механизмам, является поляризация атома электрическим полем налетающей заряженной частицы. Применительно к процессам в плазме обычно говорят о действии на атом индивидуальной составляющей плазменного микрополя. Такая ситуация имеет место в равновесной плазме и при малых отклонениях от равновесия [1, 2]. В условиях сильно неравновесной (турбулентной) плазмы важную роль может играть коллективная составляющая плазменного микрополя [1—3]. К числу процессов, за которые ответственна указанная составляющая поля, относятся: уширение спектральных линий, излучение запрещенных линий и разрушение метастабильных атомных уровней, рекомбинация. Уширение спектральных линий турбулентными полями в плазме детально исследовано в работах [2, 3], а рекомбинация в турбулентной плазме — в [4].

Поляризация атома турбулентными полями может привести к тому, что состояния, ранее не излучавшие, становятся излучающими. Одним из примеров такого излучения (особенно важным в космической плазме) является переход $2s \rightarrow 1s$ в водородоподобных атомах. Поляризационное перемешивание состояний $2s$ и $2p$ коллективной составляющей поля в плазме приводит к появлению дипольного момента на переходе $2s \rightarrow 1s$. Такой механизм реализуется, если характерные частоты турбулентных полей не близки к частоте перехода $2s \rightarrow 2p$. В случае близости указанных частот разрушение метастабильного $2s$ -уровня обусловлено другим механизмом — переходами $2s \rightarrow 2p$ под действием турбулентных полей с последующим высвечиванием уровня $2p$. Данные механизмы являются конкурирующими с соответствующими механизмами разрушения уровня $2s$ при столкновении атома с заряженными частицами [2].

Выше рассматривалось поляризованное излучение налетающих нейтральных частиц. В данной главе рассматривается фактически случай, когда налетающей частицей является плазмон, который поляризует атом и приводит к излучению с метастабильных уровней.

При рассмотрении излучательных процессов в турбулентной плазме удобно воспользоваться представлениями о плазмонах, проквантовав длинноволновую часть поля в среде. Такой подход при рассмотрении различных вопросов теории излучения в средах развивался в работах [5—8]. Он дает возможность, используя методы квантовой электродинамики, учитывать все типы волн, которые могут возбуждаться в плазме. В рамках указанного подхода поляризованное излучение запрещенных линий можно трактовать как двухквантовый процесс, идущий с излучением фотона и кванта плазменной волны [8, 9].

12.2. Вероятности двухквантовых переходов в плазме

Для нахождения вероятностей двухквантовых атомных переходов в плазме удобно использовать метод S -матрицы, развитый применительно к проблемам квантовой электродинамики в средах в работах [5—7]. В отличие от стандартного аппарата S -матрицы в вакууме [10], где вклад в операторный 4-потенциал электромагнитного поля A_μ ($\mu=1, 2, 3, 4$) вносят только фотоны, в нашем случае необходимо учесть в A_μ все типы волн, которые могут распространяться в среде. Операторный 4-потенциал в произвольной анизотропной среде (в шредингеровском представлении) имеет вид [7]

$$A(\mathbf{r}) = A^{(o)}(\mathbf{r}) + A^{(l)}(\mathbf{r}), \quad A_i = iA_0 = 0, \quad (12.1)$$

$$A^{(o)}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \left(\frac{2\pi\hbar c^2 k \partial \omega_{\mathbf{k}, \sigma} / \partial \mathbf{k}}{L^3 \omega_{\mathbf{k}, \sigma}^2 \epsilon_{\mathbf{k}, \sigma, \alpha} \epsilon_{\alpha \beta}^* \epsilon_{\mathbf{k}, \sigma, \beta}} \right)^{1/2} (c_{\mathbf{k}, \sigma} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + c_{\mathbf{k}, \sigma}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}) e_{\mathbf{k}, \sigma}, \quad (12.2)$$

$$A^{(l)}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}, l} \left(\frac{4\pi\hbar c^2 k^2}{L^3 \omega_{\mathbf{k}, l}^2 i k_\alpha k_\beta \partial \epsilon_{\alpha \beta} / \partial \omega_{\mathbf{k}, l}} \right)^{1/2} (c_{\mathbf{k}, l} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + c_{\mathbf{k}, l}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}) \frac{\mathbf{k}}{k}. \quad (12.3)$$

Здесь $A^{(o)}(\mathbf{r})$ соответствует обычным волнам; $A^{(l)}(\mathbf{r})$ — продольным волнам; L^3 — объем, занимаемый электромагнитным полем, а $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega)$ — тензор диэлектрической проницаемости среды. В (12.2) частоты обычных волн $\omega_{\mathbf{k}, \sigma}$ и направления векторов поляризации \mathbf{e} находятся путем решения системы алгебраических уравнений

$$[c^2 (k_\alpha k_\beta - k^2 \delta_{\alpha\beta}) + \omega_{\mathbf{k}, \sigma}^2 \epsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega_{\mathbf{k}, \sigma})] e_{\mathbf{k}, \sigma, \beta} = 0, \quad (12.4)$$

где индексы α, β пробегает значения 1, 2, 3. Приравняв нулю определитель системы (12.4), приходим к уравнению Френеля

$$|c^2 (k_\alpha k_\beta - k^2 \delta_{\alpha\beta}) + \omega_{\mathbf{k}, \sigma}^2 \epsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega_{\mathbf{k}, \sigma})| = 0, \quad (12.5)$$

которое для каждого фиксированного значения волнового вектора \mathbf{k} задает частоту $\omega_{\mathbf{k},\sigma}$ как функцию \mathbf{k} :

$$\omega_{\mathbf{k},\sigma} = \omega_{\mathbf{k},\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{k}/k). \quad (12.6)$$

Индекс σ пробегает целочисленные значения $\sigma=1, 2, \dots$, обозначая различные корни $\omega_{\mathbf{k},1}, \omega_{\mathbf{k},2}, \dots$ уравнения (12.6). Для продольных волн частоты $\omega_{\mathbf{k},l}$ ($l=1, 2, \dots$) как функции \mathbf{k} определяются из решения уравнения

$$\varepsilon^l = \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega_{\mathbf{k},l}) = 0. \quad (12.7)$$

Операторы рождения и уничтожения обычных $c_{\mathbf{k},\sigma}^+, c_{\mathbf{k},\sigma}$ и продольных $c_{\mathbf{k},l}^+, c_{\mathbf{k},l}$ квантов удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям

$$[c_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}'\sigma'}^+] = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \delta_{\sigma,\sigma'}, [c_{\mathbf{k},l} c_{\mathbf{k}',l'}^+] = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \delta_{l,l'}, \quad (12.8)$$

где квадратные скобки обозначают коммутаторы соответствующих операторов. При решении конкретных задач удобно перейти в представление взаимодействия, заменив с этой целью множитель $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ в (12.2) и (12.3) на $\exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k},\sigma} t)]$ и $\exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k},l} t)]$ соответственно. Следует отметить, что выбранная здесь калибровка потенциалов, в которой скалярный потенциал $A_0=0$, является более удобной для рассматриваемых ниже задач, чем другие калибровки, используемые в квантовой электродинамике [10].

Для исследования процессов одновременного излучения двух квантов, идущих с участием различных квантов поля в среде, будем, следуя [11], исходить из матрицы рассеяния второго порядка

$$S^{(2)} = \frac{e^2}{\hbar^2 c^2} N \int \{ \hat{\psi}(x_1) \hat{A}(x_1) S_c^{(e)}(x_1, x_2) \hat{A}(x_2) \psi(x_2) \} dx_1 dx_2, \quad (12.9)$$

где $\hat{\psi}(x_2)$ и $\hat{\psi}(x_1) = \hat{\psi}^+(x_1) \beta$ — операторы электронно-позитронного поля; $\hat{A}(x) = \gamma_\mu A_\mu(x)$; $\gamma_\mu = \{\gamma, i\beta\}$ — матрицы Дирака; $x = \{\mathbf{r}, ict\}$; N — нормальное произведение операторов; $S_c^{(e)}(x_1, x_2)$ — функция Грина уравнения Дирака для электрона во внешнем поле:

$$S_c^{(e)}(x_1, x_2) = \begin{cases} \sum_s \psi_s^{(+)}(x_1) \psi_s^{(+)}(x_2), & t_1 > t_2, \\ -\sum_s \psi_s^{(-)}(x_1) \psi_s^{(-)}(x_2), & t_1 < t_2. \end{cases} \quad (12.10)$$

Здесь

$$\psi_s^{(+)}(x) = \psi_s^{(+)}(\mathbf{r}) e^{-i\omega_s^{(+)} t}, \quad \omega_s^{(+)} > 0; \quad (12.11)$$

$$\psi_s^{(-)}(x) = \psi_s^{(-)}(\mathbf{r}) e^{-i\omega_s^{(-)} t}, \quad \omega_s^{(-)} < 0$$

решения уравнения Дирака с положительными и отрицательными частотами во внешнем поле.

Дифференциальная вероятность процесса одновременного излучения двух квантов (\mathbf{k}_1, ω_1 и \mathbf{k}_2, ω_2) имеет вид [10]

$$d\omega = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 \delta(E_i - E_f - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) \frac{d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2}{(2\pi)^6}, \quad (12.12)$$

где M — матричный элемент процесса, а E_i и E_f — энергии начального и конечного электронных состояний соответственно. С помощью матрицы рассеяния S нетрудно получить выражения для матричных элементов $M_{\sigma\sigma'}$, $M_{l\sigma}$, $M_{ll'}$ различных двухквантовых процессов в среде. Отсылая за подробностями к [9], приведем выражения для вероятностей двухквантовых процессов излучения в среде:

а) $\sigma\sigma'$ -излучение:

$$d\omega_{\sigma,\sigma'} = \frac{k_1^3 k_2^3 d\mathbf{k}_1 d\Omega_{\mathbf{k}_1,\sigma} d\Omega_{\mathbf{k}_2,\sigma'} \frac{\partial \omega_{\mathbf{k}_1,\sigma}}{\partial k_1} (N_{\mathbf{k}_1,\sigma} + 1) (N_{\mathbf{k}_2,\sigma'} + 1) D^{\sigma\sigma'}}{(2\pi)^3 (\varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}_1, \omega_{\mathbf{k}_1,\sigma}) e_{\mathbf{k}_1,\sigma,\alpha}^* e_{\mathbf{k}_2,\sigma',\beta}) (\varepsilon_{\alpha'\beta'}(\mathbf{k}_2, \omega_{\mathbf{k}_2,\sigma'}) e_{\mathbf{k}_2,\sigma',\alpha'}^* e_{\mathbf{k}_1,\sigma,\beta'})}, \quad (12.13)$$

$$D^{\sigma,\sigma'} = |(a_{\alpha\beta})_{21} e_{\mathbf{k}_1,\sigma,\alpha}^* e_{\mathbf{k}_2,\sigma',\beta}|^2,$$

$$(a_{\alpha\beta})_{21} = \sum_s \left[\frac{(d_\alpha)_{fs} (d_\beta)_{s1}}{E_i - E_s - \hbar\omega_{\mathbf{k}_1,\sigma}} + \frac{(d_\beta)_{fs} (d_\alpha)_{s1}}{E_i - E_s - \hbar\omega_{\mathbf{k}_2,\sigma'}} \right],$$

где суммирование идет по всем состояниям атомного электрона, включая непрерывный спектр;

б) σl -излучение:

$$d\omega_{\sigma,l} = k_1^3 k_2^4 d\mathbf{k}_1 d\Omega_{\mathbf{k}_1,\sigma} d\Omega_{\mathbf{k}_2,l} \frac{\partial \omega_{\mathbf{k}_1,\sigma}}{\partial k_1} (N_{\mathbf{k}_1,\sigma} + 1) (N_{\mathbf{k}_2,l} + 1) \times \\ \times D^{\sigma l} \left\{ 4\pi^3 (\varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}_1, \omega_{\mathbf{k}_1,\sigma}) e_{\mathbf{k}_1,\sigma,\alpha}^* e_{\mathbf{k}_2,l,\beta}) \times \right. \\ \left. \times \left(k_{2\alpha} k_{2\beta} \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}_2, \omega_{\mathbf{k}_2,l})}{\partial \omega_{\mathbf{k}_2,l}} \right) \frac{\partial \omega_{\mathbf{k}_2,l}}{\partial k_2} \right\}^{-1}, \quad (12.14)$$

$$D^{\sigma l} = \left| (a_{\alpha\beta})_{21} \frac{k_{2\alpha}}{k_2} e_{\mathbf{k}_1,\sigma,\beta}^* \right|^2,$$

где величина $(a_{\alpha\beta})_{21}$ получается из таковой в (12.13) заменой $\omega_{\mathbf{k}\sigma} \rightarrow \omega_{\mathbf{k}l}$;

в) ll' -излучение:

$$d\omega_{ll'} = k_1^4 k_2^4 d\mathbf{k}_1 d\Omega_{\mathbf{k}_1,l} d\Omega_{\mathbf{k}_2,l'} (N_{\mathbf{k}_1,l} + 1) (N_{\mathbf{k}_2,l'} + 1) D^{ll'} \times \\ \times \left\{ 2\pi^3 \left(k_{1\alpha} k_{1\beta} \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}_1, \omega_{\mathbf{k}_1,l})}{\partial \omega_{\mathbf{k}_1,l}} \right) \left(k_{2\alpha} k_{2\beta} \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}_2, \omega_{\mathbf{k}_2,l'})}{\partial \omega_{\mathbf{k}_2,l'}} \right) \frac{\partial \omega_{\mathbf{k}_2,l'}}{\partial k_2} \right\}^{-1}, \quad (12.15)$$

$$D^{ll'} = |(a_{\alpha\beta})_{21} k_{2\beta} k_{1\alpha} / k_2 k_1|^2,$$

где $(a_{\alpha\beta})_{21}$ получается из соответствующей величины в (12.13) с помощью замен $\omega_{\mathbf{k}\sigma} \rightarrow \omega_{\mathbf{k}l}$, $\omega_{\mathbf{k}\sigma'} \rightarrow \omega_{\mathbf{k}l'}$. В формулах (12.13) — (12.15)

$N_{k,\sigma}$, $N_{k,l}$ — число обычных и продольных квантов соответственно, $d\Omega_{k\sigma}$ и $d\Omega_{kl}$ — телесные углы вектора \mathbf{k} для соответствующих квантов, а $(\mathbf{d}_z)_{mn}$ — матричные элементы компонент дипольного момента атома, отвечающие переходу $n \rightarrow m$.

Формулы (12.13) — (12.15) решают в дипольном приближении задачу об одновременном излучении двух квантов атомов в произвольной анизотропной среде. Для нахождения вероятностей конкретных двухквантовых процессов в плазме необходимо подставить в указанные формулы выражения для тензора диэлектрической проницаемости плазмы, а также зависимости ω_m и векторы поляризации для волн. Общие выражения для вероятностей двухквантовых процессов излучения в изотропной плазме приведены в [9].

Наряду с рассмотренными процессами имеют место и процессы рассеяния квантов. Эти процессы являются также процессами второго порядка и поэтому описываются матрицей рассеяния $S^{(2)}$. Дифференциальные эффективные сечения рассеяния атомом различных квантов в среде приведены в [9]. Эти процессы далее здесь рассматриваться не будут.

Двухквантовые процессы в среде обладают рядом особенностей, отличающих их от таковых в вакууме. Во-первых, в среде появляются новые типы процессов σI и II' . Во-вторых, характерные частоты квантов среды, как правило, малы по сравнению с частотами оптических переходов в атомах, поэтому в суммах по промежуточным состояниям в (12.13) — (12.15) важную роль могут играть близкие уровни. И, наконец, в среде важную роль играют индуцированные процессы, в которых числа квантов (в особенности $N_{k,l}$) велики.

12.3. Фотон-плазмонный переход $2s-1s$ в водородоподобных атомах

Как указывалось выше, важным примером запрещенного перехода является переход $2s-1s$ в водородоподобных атомах. Разрушение метастабильного уровня $2s$ в плазме определяется следующими процессами: а) двухфотонными переходами $2s-1s$, б) столкновениями с заряженными частицами плазмы, в) фотон-плазмонными процессами $2s-1s$.

Первый из указанных процессов хорошо изучен, и его вероятность равна $8,226 \text{ с}^{-1}$ [10]. Столкновительные процессы детально исследованы (см., например, [12] и цитируемую там литературу). Их вероятности существенно зависят от скоростей и концентраций частиц плазмы. В турбулентной плазме представляет интерес излучение при переходе $2s-1s$ фотона и кванта плазменной волны. Вероятность данного процесса может стать заметной в силу двух обстоятельств. Так как температура плазмы обычно значительно превосходит энергию квантов, отвечающих плазменным волнам, то указанный процесс является индуцированным, что сильно повышает его вероятность по сравнению с вероят-

ностью спонтанного двухфотонного. Кроме того, водородный атом имеет близкие уровни, что также повышает вероятность указанного фотон-плазмонного процесса.

Рассмотрим двухквантовый переход $2s-1s$, в котором излучаются фотон и ленгмюровский квант [13]. Используя выражение для тензора диэлектрической проницаемости изотропной плазмы (12.14) и дисперсионные соотношения для поперечной и ленгмюровской волн [5], нетрудно получить вероятность двухквантового перехода. При этом учтем, что основной вклад вносит виртуальный переход через промежуточное состояние $2p_{1/2}$. В результате получим [13]

$$dw_{11} = \frac{2e^4 (\omega')^2 (\omega^1)^2 f_1 \tilde{f}_2 N_{k_l} dk_l}{\pi m^2 c^2 v_T^2 e^1 v_{ph}^1 [(\omega_* - \omega^1)^2 + \Gamma^2/4]} \quad (12.16)$$

Здесь e^2/mc^2 — классический радиус электрона; v_{Te} — тепловая скорость электронов; $v_{ph}^1 = \omega^1/k_l$ — фазовая скорость ленгмюровских волн; ω^t и ω^l — частоты фотона и ленгмюровского плазмона соответственно; ω_* — лэмбовская частота; f_1 — сила осциллятора перехода $1s-2p_{1/2}$; $\tilde{f}_2 = f_2 \omega^1/\omega_*$ (f_2 — сила осциллятора перехода $2s-2p_{1/2}$); Γ — ширина уровня $2p_{1/2}$. Выражая dk_l через dk_l с помощью закона сохранения энергии

$$\omega_{21} = \omega_{k_l}^t + \omega_{k_l}^l, \quad (12.17)$$

где ω_{21} — частота перехода $2s-1s$, а k_l и k_l — волновые числа фотона и плазмона, и производя в (12.18) интегрирование, получим

$$w_{11} = \frac{12\pi e^4 \omega_{21}^2 f_1 \tilde{f}_2}{m^2 c^3 [(\omega_* - \omega^1)^2 + \Gamma^2/4]} \frac{U^l}{\hbar \omega_*} \quad (12.18)$$

В этом выражении U^l — плотность энергии ленгмюровских волн:

$$U^l = \frac{1}{2\pi^2} \int \hbar \omega_{k_l}^l N_{k_l} k_l^2 dk_l. \quad (12.19)$$

Проиллюстрируем на примерах роль, которую может играть рассмотренный переход. По-видимому, наибольший интерес он может представить в космической плазме. Так, в плазме с электронной концентрацией $n_e \approx 10^4$ см $^{-3}$ и электронной температурой $T_e \approx 10^4$ К (планетарные туманности) из (12.18) получим

$$w_{11} \approx 2 \cdot 10^{10} U^l, \quad (12.20)$$

где w_{11} выражено в с.

Известно [14], что в указанных условиях конкурирующим процессом разрушения уровня $2s$ является двухфотонное излучение. Сравнивая вероятности указанных процессов, находим, что фотон-плазмонный переход преобладает при плотностях энергии $U^l > 4 \cdot 10^{-10}$ эрг·см $^{-3}$. Так как тепловая энергия в туманностях

$$U_T^l \approx n_e T_e \approx 10^{-8} \text{ эрг/см}^3, \quad (12.21)$$

то указанные плотности U^l , по-видимому, могут достигаться. Преобладание фотон-плазмонного перехода приводит к уменьшению населенности уровня $2s$ и к ослаблению непрерывного спектра туманностей. Таким образом, появляется интересная возможность диагностики плазменной турбулентности по непрерывному излучению.

Оценим ослабление интенсивности двухфотонного излучения $2s-1s$. Следуя [14], будем считать, что возбуждение атомов водорода происходит при фотоионизациях и последующих рекомбинациях. Кроме обычных радиационных и столкновительных переходов, учтем фотон-плазмонный переход $2s-1s$. Система уравнений баланса населенностей имеет вид [11, 15]

$$\begin{aligned} n_{2s}(\omega_{2s,1s} + c_{2s,2p}) &= x_1 R + n_{2p_{1/2}} c_{2p_{1/2},2s} + n_{2p_{3/2}} c_{2p_{3/2},2s}, \\ n_{2p_{3/2}} \left(\frac{\omega_{2p_{3/2},1s}}{N_1} + c_{2p_{3/2},2s} \right) &= x_2 R + n_{2s} c_{2s,2p_{3/2}}, \\ n_{2p_{1/2}} \left(\frac{\omega_{2p_{1/2},1s}}{N_2} + c_{2p_{1/2},2s} \right) &= x_3 R + n_{2s} c_{2s,2p_{1/2}}. \end{aligned} \quad (12.22)$$

Здесь n_{2s} , $n_{2p_{3/2}}$, $n_{2p_{1/2}}$ — населенности соответствующих подуровней второго уровня; $\omega_{2s,1s} = \omega_{2s,1s}^{fl} + \omega_{2s,1s}^{fl'}$ — вероятность перехода $2s-1s$; $c_{2s,2p} = c_{2s,2p_{1/2}} + c_{2s,2p_{3/2}}$ — вероятность перехода $2s-2p$ за счет столкновений с заряженными частицами; $\omega_{2p_{3/2},1s}$ и $\omega_{2p_{1/2},1s}$ — обычные вероятности оптических переходов с излучением фотонов. Далее $x_1 R$, $x_2 R$ и $x_3 R$ — числа атомов, попадающих в состояния $2s$, $2p_{3/2}$ и $2p_{1/2}$ соответственно после рекомбинаций и каскадных переходов в 1 см^3 за 1 с (R — число рекомбинаций), а N_1 и N_2 — средние числа рассеяний соответствующих фотонов. Введение этих чисел позволяет учесть многократное рассеяние фотонов до их выхода из среды. Известно (см., например, [14]), что среднее число рассеяний определяется оптической толщиной излучающей области. Для рассматриваемых близких уровней $2p_{3/2}$ и $2p_{1/2}$ величины N_1 и N_2 примерно одинаковы, поэтому в целях упрощения будем полагать $N_1 = N_2 = N$. Решая систему (12.22), нетрудно получить выражение для населенности уровня $2s$ [9]. В общем случае оно имеет довольно громоздкий вид. Приведем выражение для числа двухфотонных переходов $Z_{2s,1s} = n_{2s} \omega_{2s,1s}^{fl'}$ в предельных случаях. Так, при выполнении условий $\omega_{2p_{3/2},1s} \gg \gg N c_{2p_{3/2},2s}$, $\omega_{2p_{1/2},1s} \gg N c_{2p_{1/2},2s}$ имеем [9]

$$Z_{2s,1s} = \left(1 + \frac{\omega_{2s,1s}^{fl} + c_{2s,2p}}{\omega_{2s,1s}^{fl'}} \right)^{-1} x_1 R. \quad (12.23)$$

Введем фактор α ослабления интенсивности двухфотонного излучения. Тогда в указанных условиях имеем

$$\alpha = \left(1 + \frac{\omega_{2s,1s}^{fl} + c_{2s,2p}}{\omega_{2s,1s}^{fl'}} \right) \left(1 + \frac{c_{2s,2p}}{\omega_{2s,1s}^{fl'}} \right)^{-1}. \quad (12.24)$$

В противоположном предельном случае $\omega_{2p_{3/2}, 1s} \ll N C_{2p_{3/2}, 2s}$, $\omega_{2p_{1/2}, 1s} \ll N C_{2p_{1/2}, 1s}$ для α получим выражение

$$\alpha = 1 + \omega_{2s, 1s}^{II} / \omega_{2s, 1s}^{II'} \quad (12.25)$$

Фотон-плазмонные переходы могут оказаться существенными и в звездных (в том числе солнечной) хромосферах, где также можно ожидать наличия интенсивной плазменной турбулентности. Принимая для оценок $n_e \approx 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $T_e \approx 10^4 \text{ К}$ и используя (12.18), получим (в с^{-1})

$$\omega_{ii} \approx 7 \cdot 10^{11} U'. \quad (12.26)$$

Нетрудно видеть, что в указанных условиях вероятность фотон-плазмонных процессов существенно больше, чем двухфотонных. Но последние не имеют значения в условиях хромосфер. Конкурирующим процессом здесь является переход $2s-2p$ за счет столкновений с протонами [12, 16] с вероятностью (в с^{-1})

$$c_{2s, 2p} = 5,3 \cdot 10^{-4} n_p.$$

Отсюда следует, что если $U' > 8 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/см}^3$, то фотон-плазмонный переход оказывается более эффективным, чем столкновения, и он контролирует населенность метастабильного $2s$ -уровня.

12.4. Фотон-плазмонный переход $2^3s_1-1^3s_1$ в позитронии

Позитроний является структурным аналогом водородоподобного атома, правда, между ними имеются и существенные различия. Во-первых, приведенная масса позитрония равна $1/2m$, поэтому энергия его нерелятивистских уровней становится равной половине таковой для атома водорода, а характерные атомные расстояния удваиваются. Равенство масс электрона и позитрона влияет также на тонкую структуру уровней позитрония [10]. Во-вторых, электрон и позитрон могут аннигилировать с испусканием фотонов. Для состояния с отличным от нуля орбитальным моментом вероятность этого процесса мала. Но в s -состоянии она может превзойти вероятность обычных радиационных переходов.

Свойства излучения, возникающего при аннигиляции электрон-позитронной пары, в большой степени зависят от спиновых состояний сталкивающихся частиц [10]. Существует два типа состояний позитрония: синглетные и триплетные. По условиям симметрии аннигиляция из синглетного состояния возможна лишь с испусканием четного числа фотонов, а из триплетного — нечетного (по крайней мере, трех). Как уже отмечалось, сечение и характер аннигиляции сильно зависят от взаимной ориентации спинов аннигилирующих частиц, следовательно, различаются и времена жизни. Двухфотонная аннигиляция из синглетного состояния позитрония характеризуется временем жизни (в с)

$$\tau_{2,1} = 1,25 \cdot 10^{-9} n_e^{-1} \quad (12.27)$$

а трехфотонная из триплетного состояния — временем жизни (в с)

$$\tau_{3\gamma} = 1,4 \cdot 10^{-7} n^3, \quad (12.28)$$

где n — главное квантовое число.

Как правило, вероятности каскадных радиационных переходов больше, чем вероятность аннигиляции, но у атома ортопозитрония имеется метастабильное состояние 2^3s_1 . Вероятность двухфотонного радиационного перехода из данного состояния в 1^3s_1 , равная $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, гораздо меньше вероятности трехфотонной аннигиляции непосредственно с уровня 2^3s_1 , равной $8,9 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$. Поэтому обычно считается, что ортопозитроний аннигилирует преимущественно из состояния 2^3s_1 . Однако в плазме появляется конкурирующий процесс разрушения метастабильного уровня — фотон-плазмонный переход $2^3s_1 - 1^3s_1$. Найдем выражение для вероятности указанного перехода с излучением фотона и ленгмюровского кванта. Поступая так же, как при выводе формулы (12.18), и учитывая, что основной вклад в искомую вероятность вносят виртуальные переходы через состояния $2^3p_{0,1,2}$ (уровни тонкой структуры), имеем

$$\omega_{ii} = \sum_{i=0}^2 \omega_{ii}^{(i)}, \quad (12.29)$$

где

$$\omega_{ii}^{(i)} = \frac{2\pi e^4 \omega^2 g_i f_i f_i'}{m^2 c^3 [(\omega_i - \omega')^2 + \Gamma_i^2/4]} \frac{U^i}{\hbar \omega_i}. \quad (12.30)$$

Здесь $g_i = (2J_i + 1)/2(2J + 1)$; J и J_i — моменты состояний 2^3s_1 и $2^3p_{0,1,2}$ соответственно; ω — частота перехода $2^3s_1 - 1^3s_1$; ω_i — частота переходов $2^3s_1 - 2^3p_{0,1,2}$; f_i и f_i' — силы осцилляторов переходов $2^3p_{0,1,2} - 1^3s_1$ и $2^3s_1 - 2^3p_{0,1,2}$; Γ_i — ширины уровней $2^3p_{0,1,2}$. Отсылая за подробностями к [17], приведем числовые значения различных величин, входящих в (12.30):

$$\omega = 0,75 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}, \quad \omega_0 = 4 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}, \quad \omega_1 = 3 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_2 = 2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}, \quad f_1' \approx f_2' = 5 \cdot 10^{-5}, \quad f_0' = 2 \cdot 10^{-5}.$$

Используя эти значения, получим в с^{-1} в случае $\omega_i \gg \omega'$

$$\omega_{ii} \approx 6 \cdot 10^8 U^i. \quad (12.31)$$

Сравнение (12.28) и (12.31) дает условие преобладания фотон-плазмонного перехода над трехфотонной аннигиляцией:

$$U^i > 0,1 \text{ эрг/см}^3. \quad (12.32)$$

В обратном случае $\omega' \gg \omega_i$ имеем (в эрг/см^3)

$$U^i \gg 0,1 (\omega'/\omega_2)^2. \quad (12.33)$$

Неравенства (12.32) и (12.33) показывают, что фотон-плазмонный переход $2^3s_1 - 1^3s_1$ может контролировать населенность уров-

ня 2^3s_1 . В этой связи поиски наиболее долгоживущего состояния позитрония могут быть использованы для диагностики плазменной турбулентности.

Важность описанного выше процесса связана со следующим обстоятельством. Электрон-позитронная аннигиляция в плазме проходит чаще всего через стадию образования атомов позитрония [18]. Так, только 25% позитронов с начальной энергией 100 МэВ аннигилируют в «свободном» состоянии. Остальные затормаживаются до тепловых энергий и образуют с электронами плазмы атомы позитрония, из которых 75% оказывается в ортосостоянии и 25% — в парасостоянии. Более 50% атомов позитрония образуется в возбужденном состоянии. Поэтому изучение фотон-плазмонного канала распада метастабильного состояния 2^3s_1 представляет значительный интерес.

В заключение еще раз подчеркнем, что, помимо рассмотренных в настоящей главе, имеется большое число атомных процессов, в которых важную роль играет коллективная составляющая плазменного микрополя. В исследовании по указанному кругу проблем можно выделить два направления.

Первое из них [19] связано с разработкой общей теории процессов, в которых основную роль играют коллективные взаимодействия атомных систем и заряженных частиц в рамках кинетического подхода. В работах второго направления исследуются конкретные атомно-плазменные процессы. Так, в [2] изучается влияние коллективных эффектов на уширение спектральных линий, в [4, 20] — на электрон-ионную рекомбинацию в плазме. В работе [21] изучается роль поляризационных плазменных эффектов в диэлектронной рекомбинации, а в [22] — влияние этих эффектов на процессы перезарядки в плазме.

Необходимо отметить, что и в рамках изложенной выше теории фотон-плазмонных процессов имеется ряд вопросов, на которых мы здесь не остановились. К ним прежде всего следует отнести образование сателлитов линий, сдвинутых относительно частот переходов на ленгмюровскую частоту [1], и связанную с этим процессом диагностику сверхплотной плазмы [23]. Значительный интерес представляют процессы рассеяния квантов метастабильными атомами. Так, для плазмы в астрофизических условиях весьма распространенной является ситуация, когда водородные атомы находятся под воздействием потоков различных радионзлучений [24]. Вопрос о влиянии указанных радиокуантов на поляризационное разрушение метастабильного уровня [1] атома водорода в настоящее время не является полностью выясненным.

Надо полагать, что дальнейшее развитие указанных исследований позволит получить в итоге дополнительную информацию, необходимую для интерпретации излучательных потерь энергии в лабораторной и космической плазмах, а также будет способствовать выяснению принципиальных вопросов кинетики частично-ионизированной неравновесной плазмы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Заканчивая изложение, нам хотелось бы сказать о том, что разными методами и с разных исходных позиций (и даже на разных объектах), в основном независимо, но частично и влияя друг на друга, мы пришли к выводу о существенной роли нового поляризационного механизма тормозного излучения. И, как почти всегда бывает в таких случаях, когда достигнута определенная ясность в понимании физики, возникает вопрос, почему, собственно, это не было сделано давно и сразу. Ответ на этот вопрос по существу стандартный: процесс осознания результатов вычисления часто бывает более длительным и сложным, чем сами вычисления, т. е. решение конкретных задач. Особенно это верно, когда возникает физическая картина, которая частично противоречит общепринятой. Только потом, когда отдельные фрагменты складываются в единое целое, оказывается, что у новой точки зрения в сущности и нет противников.

В достижении необходимой ясности, или в тривиализации результатов, заключалась основная цель нашей работы. В итоге с «высот» нелинейной теории плазмы и квантовой электродинамики мы спустились (или, может быть, в известном смысле поднялись) почти до арифметики «на пальцах». Конечно, не следует преувеличивать такого упрощения результатов. Последовательная математическая теория является надежным обоснованием результатов и позволяет решать более сложные задачи. И все же, раз возникнув, физическая картина как бы живет самостоятельной жизнью и побуждает к действиям. В чем же они должны заключаться?

Коснемся в связи с этим возможностей новых экспериментальных исследований. Начнем с поляризационного (переходного) тормозного излучения в плазме. Как это обычно бывает, новые экспериментальные исследования скорее всего потребуют здесь дополнительные теоретических и численных расчетов, поскольку хорошее совпадение теории и эксперимента может быть достигнуто именно на этом пути. Но общие качественные следствия теории и общие физические представления о поляризационном тормозном излучении позволяют уже сейчас увидеть некоторые новые возможности.

Остановимся сначала на спонтанном излучении, а затем кратко обсудим генерацию и усиление излучения на поляризационном тормозном механизме.

Первый круг проблем, которые могут быть предметом экспериментальных исследований, — это излучение тяжелых частиц, например протонов. Фактически представляют интерес все из рассмотренных ранее вариантов излучения протонов. В твердотельной вырожденной плазме частота $\omega_{pe}c/v_F$, где v_F — скорость на поверхности Ферми, которая достаточно высока. Именно до этих частот простирается поляризационное (переходное) тормозное излучение тяжелых частиц. Частота $\omega_{pe}c/v_F$ может достигать величин порядка 10^{18} — 10^{19} с⁻¹ и соответствовать киловольтному рентгеновскому диапазону. Для тяжелых частиц в определенном частотном диапазоне остается только поляризационное излучение, и это качественно новый эффект. При таких частотах будет существенно также поляризационное тормозное излучение на связанных электронах атомов или ионов, образующих твердое тело, т. е. важна совокупность двух эффектов, как это следует из результатов гл. 6. Естественно, что применительно к твердотельной плазме требуются более детальные теоретические расчеты, учитывающие специфику процессов, происходящих в твердых телах (в частности, передаваемый импульс в процессе излучения может в определенной степени восприниматься решеткой как целой и др.).

Вторая область возможных экспериментов — это тормозное излучение ультрарелятивистских электронов с $\gamma = \epsilon/m_0c^2 > c/v_F$ в твердотельной плазме. Этот диапазон энергии электронов порядка 1 ГэВ вполне доступен для современных ускорителей, и здесь следует ожидать провала в спектре излучения при $\omega \approx \omega_{pe}\epsilon/mc^2$, т. е. в рентгеновском диапазоне. При частотах, меньших $\omega_{pe}\epsilon/mc^2$, сказывается «эффект плотности» в обычном тормозном излучении. Он наблюдался в экспериментах, описанных в работе [1, 1a]. Однако энергии электронов при этом были недостаточны для появления провала в частотной зависимости излучения. При частотах, меньших $\omega_{pe}c/v_F$, излучение электронов становится полностью поляризационным (должен наблюдаться рост интенсивности с уменьшением частоты и последующим насыщением в области частоты $\omega_{pe}c/v_F$). Теоретические расчеты опять-таки должны уточняться применительно к конкретным мишеням и с учетом связанных электронов.

В экспериментах по тормозному излучению на связанных электронах (их достаточно много), за исключением нескольких работ последних лет, все результаты сравниваются с теорией, которая опирается на приближение экранировки. На первый взгляд это кажется малосущественным — ведь экспериментальные результаты не зависят от теоретических формул. В действительности, конечно, теория позволяет найти те условия, в которых проявляется эффект. Как правило, постановка эксперимента сильно облегчается, когда знаешь, что, собственно, ищешь. Из более точной теории, развитой в этой книге, видно, что в определенных частотных диапазонах приближение экранировки «работает» хорошо и поляризационные поправки малы. Например, при рас-

сеянии электронов на атомах водорода точная теория приводит к новой физической картине и новой формуле для дифференциального сечения, но интегральное сечение близко к полученному в приближении экранировки (из-за того, что роль рассеяния на ядре здесь решающая). При рассеянии протона и более тяжелых ядер ситуация совсем иная — здесь при относительно низких частотах поляризацисное тормозное излучение вносит решающий вклад не только в дифференциальное, но и в интегральное сечение. Однако в эксперименте дело осложняется тем, что имеются и другие процессы, создающие рентгеновский фон, например излучение δ -электронов. Нужен серьезный анализ конкретной ситуации, подобный тому, который провели Ишии и Морита [2], чтобы выделить поляризационное тормозное излучение из других эффектов. В сущности такая работа сейчас только начинается, и это не должно обескураживать, если вспомнить историю открытия сходного по физическому механизму эффекта переходного излучения, — там именно многолетняя упорная работа теоретиков привела к тому, что были поставлены решающие эксперименты.

Теперь коротко об усилении и вынужденном излучении. Эффекты поглощения и излучения связаны коэффициентами Эйнштейна. В общем случае неравновесных распределений как налетающих частиц, так и частиц мишени эффект поглощения (излучения) найдется из уравнений баланса через вероятность тормозного излучения (см. [3, 4] и гл. 3). В вероятность, естественно, входит суммарный эффект традиционного и поляризационного тормозного излучения. Вопрос о возможности усиления и генерации тормозного излучения встал почти одновременно с возникновением лазеров. Этой проблеме посвящен обстоятельный обзор [5], базирующийся на традиционном механизме тормозного излучения. Ясно, что учет поляризационного механизма может внести новые элементы. В условиях максвелловского распределения для сталкивающихся частиц (в плазме — для максвелловского распределения всех частиц, а для атомов — для максвелловского распределения налетающих частиц и бoльцмановской тепловой заселенности атомных уровней) возникает всегда поглощение. Для усиления необходима неравновесная инверсная заселенность. Как известно, в атомах ее можно получить различным путем, в частности возбуждением пучком налетающих частиц.

Преимущество тормозного механизма состоит в возможности использования инверсной заселенности в пучке налетающих частиц при отсутствии инверсной заселенности атомных уровней. Для покоящихся центров (частиц β гл. 3) имеем инкремент раскочки тормозных квантов (см. гл. 3)

$$2\gamma_k^\beta = \int w_{\nu_\alpha, \nu_\beta}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \left(\mathbf{q} \frac{\partial \Phi_{\nu_\beta}^\beta}{\partial \rho_\beta} \right) \Phi_{\nu_\alpha}^\alpha \frac{d\rho_\alpha d\rho_\beta d\mathbf{q}}{(2\pi)^9}.$$

В случае $\partial\Phi/\partial\rho > 0$ (это может иметь место для пучка налетающих частиц), величина $\gamma > 0$, что является необходимым условием усиления. Процесс, обуславливающий усиление, может быть любым из механизмов поляризационного тормозного излучения на свободных или на связанных электронах. При этом надо иметь в виду два обстоятельства. Во-первых, величина γ_k пропорциональна как концентрации налетающих частиц, так и концентрации рассеивающих центров ($\Phi_{p\alpha}^{\alpha}$), т. е. для практической реализации усиления желательнее, чтобы эти концентрации были побольше. Концентрация электронов в пучке (если налетающие частицы являются электронами) не может быть очень большой, а если интересоваться усилением высоких частот, то по необходимости войдет малый параметр ω_{pe}/ω , где ω_{pe} — плазменная частота пучка. При малых ω_{pe}/ω и инкремент будет малым. Поэтому нужно брать достаточно плотную мишень, например твердотельную плазму (где ω_{pe} побольше). Но здесь возникает вопрос о глубине проникновения пучка в мишень, которая лимитируется рассеянием пучка. Во-вторых, помимо взаимодействия с налетающими частицами, фотоны в среде испытывают и другие взаимодействия, приводящие к их затуханию. Если ν — характерное обратное время затухания, то для усиления нужно превзойти порог $\gamma > \nu$. Это условие требует либо достаточно плотного, либо достаточно моноэнергетического пучка, а чем больше плотность мишени, тем больше ν и тем жестче требование на пучок. Конечно, при больших плотностях возникает сложная физика различных коллективных процессов, и их нужно учитывать. Короче, хотя принципиальная возможность усиления сама по себе ясна, ее практическая реализация требует большой работы для оптимизации всех условий в конкретном веществе мишени. Поляризационное тормозное излучение открывает здесь новые возможности.

Что касается общей постановки задачи об усилении волн при тормозном излучении, то она была сформулирована еще в [5, 6] для любых сред [3], а для плазмы — в [7]. Оказалось, что для релятивистских налетающих частиц оптимальной в плазме является область частот $c/v_F < \omega < \varepsilon/mc^2$. Однако достаточно мощных релятивистских пучков с такой энергией пока нет. Что касается нерелятивистских пучков, то этот вопрос требует дальнейших исследований с учетом динамической поляризации атомов. В [7] рассмотрено влияние магнитного поля на усиление для поляризационного (переходного) механизма и показано, что условия усиления значительно улучшаются при наличии сильного магнитного поля в плазме. Большой интерес представляет случай твердотельной плазмы, для которой сейчас можно делать только прикидочные оценки. Тем не менее вопрос об усилении настолько интересен, что можно, не дожидаясь завершенных теоретических расчетов, попытаться получить ряд эффектов экспериментально.

Говоря об усилении излучения за счет поляризационного эффекта на связанных электронах, отметим, что здесь, как уже говорилось, очевидным препятствием для наблюдения эффекта является его малая абсолютная величина. Помимо тормозного излучения и обратного ему поглощения, существуют и другие виды поглощения, а также рассеяния тормозного фотона. Очевидно, что если это фоновое поглощение больше тормозного излучения, то реально никакого усиления не получится. Понятно также, что ситуация меняется, если частота излучения близка к резонансной, потому что в этом случае резко увеличивается сечение излучения. Анализ резонансной ситуации содержится в [8, 9]. Возможности усиления и генерации электромагнитного излучения при рассеянии релятивистских электронов на инверсию заселенных атомов рассмотрены в недавно опубликованных работах [5, 6].

В настоящее время ключевое значение приобретает прослеживание перехода от традиционного «статического» механизма тормозного излучения электронов к поляризационному механизму по мере уменьшения частоты излучения ω и одновременного «обращения» ядра Z многоэлектронной оболочкой. В этом плане большой интерес представило бы развитие экспериментов Земаана — Куорлза [10] по спектрам тормозного излучения электронов килоэлектронвольтового диапазона на нейтральных многоэлектронных атомах.

С этими экспериментами в области немалых частот хорошо согласуются как численные расчеты группы Пратта [11], так и аналитическая теория [12]. В области малых частот измерений не было. Поэтому весьма желательно либо непосредственно продлить экспериментальную методику [10] в сторону меньших ω , либо существенно расширить диапазон электронных энергий ϵ и атомных номеров Z .

Помимо прочего, предлагаемое исследование перехода между обоими механизмами тормозного излучения именно в килоэлектронвольтовом диапазоне энергий и вокруг него имеет прямое отношение к физике термоядерной плазмы. Поэтому оно позволило бы сделать обоснованное заключение о реальной области действия поляризационного механизма в этой актуальной проблеме.

Таким образом, ощущается необходимость в дальнейших экспериментах, задуманных специально для обнаружения и исследования поляризационного тормозного излучения, а также в новых теоретических работах, предлагающих и анализирующих такие эксперименты. Собственно, побуждение экспериментаторов к действиям является едва ли не главной целью этой книги.

Глава 1

1. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981. 504 с.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Физматгиз, 1962. 424 с.
3. Ландсберг Г. С. Оптика. М.; Л.: Гостехиздат, 1947. 632 с.
4. Зоммерфельд А. Строение атома и спектры. М.: Изд-во иностр. лит., 1957. 694 с.
5. Ландау Л. Д., Померанчук И. Я. Пределы применимости теории тормозного излучения электронов и образование пар при больших энергиях// ДАН СССР. 1953. Т. 92. С. 535—536.
6. Мигдал А. Б. Влияние многократного рассеяния на тормозное излучение при больших энергиях// Там же. 1955. Т. 96. С. 49—52.
7. Тер-Микаелян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969. 460 с.
8. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. М.: Изд-во иностр. лит., 1956. 491 с.
9. Sauter F. Über die Bremsstrahlung schneller Electroneen// Ann. Phys. 1934. Bd. 20. S. 404—412.
- 9a. Sauter F. Zur unrelativistischen Theorie des kontinuierlichen Röntgenspektrums// Ibid. 1933. Bd. 18. S. 486—496.
10. Цытович В. Н. Тормозное излучение релятивистской плазмы// Тр. ФИАН. 1973. Т. 66. С. 191—204.
11. Акопян А. В., Цытович В. Н. Тормозное излучение в неравновесной плазме// Физика плазмы. 1975. Т. 1. С. 673—683.
12. Акопян А. В., Цытович В. Н. Переходное тормозное излучение релятивистских частиц// ЖЭТФ. 1977. Т. 71. С. 166—176.
- 12a. Акопян А. В., Цытович В. Н. Тормозное излучение релятивистских электронов в сильном магнитном поле// Там же, Т. 72. С. 1824—1832.
13. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
14. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. О переходном рассеянии// ЖЭТФ. 1973. Т. 65. С. 1818—1824.
15. Буймистров В. М. Резонансное тормозное излучение и поглощение фотонов// Укр. физ. журн. 1972. Т. 17. С. 640—648.
16. Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И. Сечение тормозного излучения при рассеянии электрона на атоме водорода// ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 108—114.
- 16a. Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И. О роли атомных электронов в тормозном излучении// Там же. 1977. Т. 73. С. 850—853.
17. Амуся М. Я., Балтенков А. С., Пайзиев А. А. Тормозное излучение электронов на атомах с учетом поляризуемости// Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24. С. 366—369.
18. Зон Б. А. О тормозном эффекте при столкновении электронов с атомами// ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 128—133.
- 18a. Зон Б. А. Поглощение оптического излучения слабоионизованными газами// Там же. 1979. Т. 77. С. 44—51.
19. Буймистров В. М., Кротов Ю. А., Трахтенберг Л. И. Об излучении фотона при столкновении протона и позитрона с атомом// Там же. 1980. Т. 79. С. 808—816.
20. Atusia M. Ya. Atomic bremsstrahlung spectrum// Comments Atom. and Mol. Phys. 1982. Vol. 11. P. 123—137.

21. Амуся М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В. Тормозное излучение в атом-атомных столкновениях//Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 10. С. 1025—1029.
22. Астапенко В. А., Буймистров В. М., Кротов Ю. А. и др. Динамическое тормозное излучение релятивистской заряженной частицы на атоме//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 1560—1569.
23. Amusia M. Ya., Korol A. V., Soloviev A. V. Bremsstrahlung in electron-positronium scattering//Ztschr. Phys. D. 1986. Bd. 1. S. 347—349.
24. Amusia M. Ya., Soloviev A. V. Inelastic scattering on muonic hydrogen//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1985. Vol. 18. P. 3663—3666.
25. Астапенко В. А. Излучение и поглощение фотонов при многочастичных взаимодействиях: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МФТИ, 1985. 21 с.
26. Амуся М. Я., Кучиев М. Ю., Король А. В., Соловьев А. В. Тормозное излучение релятивистских частиц с учетом динамической поляризуемости атома-мишени//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 383—389.
27. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. О лавинной ионизации газа под действием светового импульса//ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С. 1150—1161.
28. Wendin G., Nuroch K. Bremsstrahlung resonances and appearance-potential spectroscopy near the 3d thresholds in metallic Ba, La and Ce//Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 39. P. 48—51.
29. Амуся М. Я., Зимкина Т. М., Кучиев М. Ю. Широкие эмиссионные полосы в излучении атомов под действием быстрых электронов//ЖТФ. 1982. Т. 5. С. 1424—1426.
30. Verkhovtseva E. T., Gnatchenko E. V., Pogrebnjak P. S. Investigation of the connection between giant resonances and atomic bremsstrahlung//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1983. Vol. 16. P. L613—L616.
31. Зимкина Т. М., Ляховская И. И., Шулаков А. С. и др. Структура рентгеновских спектров поглощения и испускания лантана и тория в соединениях с кислородом и фтором в области энергий от 60 до 140 эВ//ФТТ. 1983. Т. 25. С. 26—32.
32. Amusia M. Ya., Avdonina N. B., Chernysheva L. V., Kuchiev M. Yu. «Striping» of the atom in bremsstrahlung//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1985. Vol. 18. P. L791—L796.
- 32а. Авдонина В. Б., Амуся М. Я., Кучиев М. Ю., Чернышева Л. В. Тормозное излучение быстрых электронов на атомах//ЖТФ. 1986. Т. 56. С. 246—254.
33. Folkmann F., Gaard C., Huus T. et al. Proton-induced X-ray emission as a tool for trace element analysis//Nucl. Instrum and Meth. 1974. Vol. 116. P. 487—499.
34. Коляда В. М., Зайченко А. Н., Дмитренко Р. В. Рентгеноспектральный анализ с ионным возбуждением. М.: Атомиздат. 1978. 248 с.
35. Jacubassa D. N., Kleber M. Bremsstrahlung in heavy-ion reactions//Ztschr. Phys. A. 1975. Bd. 273. S. 29—35.
36. Anholt R., Sailor T. K. Radiative ionization in slow ion-atom collisions//Phys. Rev. Lett. A. 1976. Vol. 56. P. 455—457.
37. Ishii K., Morita S. Continuum X-rays produced by light-ion-atom collisions//Phys. Rev. A — Gen. Phys. 1984. Vol. 30. P. 2278—2286.
38. Hubbard D. F., Rose M. E. Nuclear structure effects in bremsstrahlung//Nucl. Phys. 1966. Vol. 84. P. 377—379.
39. McGrath R. L., Arbiola D., Кап J. et al. Direct γ -transition in $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ //Phys. Rev. C — Nucl. Phys. 1981. Vol. 24. P. 2374—2377.
40. Metag V., Lazzarini A., Lesko K. et al. Search for γ -rays from quasimolecular $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ system//Ibid. 1982. Vol. 25. P. 682—687.
41. Nyman E. M. Bremsstrahlung in heavy-ion collisions//Phys. Lett. B. 1984. Vol. 136. P. 143—145.
42. Landau L., Rumer G. The cascade theory of electronics showers//Proc. Roy. Soc. London A. 1938. Vol. 166. P. 213—216.
43. Persival I. C., Seaton M. I. The polarization of atomic line radiation excited by electron impact//Philos. Trans. Roy. Soc. London. A. 1958. Vol. 251, N 3. P. 113—138.

44. Мотт Н., Мессии Г. Теория атомных столкновений. М.: Мир, 1969. 756 с.
45. Фабелинский И. Л. Молекулярное рассеяние света. М.: Наука, 1965. 512 с.
46. Бекефи Дж. Радиационные процессы в плазме. М.: Мир, 1971. 440 с.
47. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Некоторые вопросы теории переходного излучения и переходного рассеяния//Материалы II симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий. Ереван: Ереван. физ. ин-т, 1984. С. 48—96.
48. Цытович В. Н. Теория турбулентной плазмы. М.: Атомиздат, 1971. 424 с.
- 48а. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме. М.: Наука, 1967. 288 с.
49. Кадомицев Б. Б. Турбулентность плазмы//Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1964. С. 188—339.
- 49а. Кадомицев Б. Б. Коллективные явления в плазме//М.: Наука, 1976. 240 с.
50. Гайлитис А., Цытович В. Н. Излучение поперечных электромагнитных волн при рассеянии заряженных частиц на плазменных волнах//ЖЭТФ. 1964. Т. 46. С. 1726—1739.
- 50а. Гайлитис А., Цытович В. Н. Излучение при рассеянии заряженных частиц на электромагнитных волнах изотропной плазмы//Там же. Т. 47. С. 1469—1481.
- 50б. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме//УФН. 1966. Т. 90. С. 435—486.
51. Ситенко А. Г. Флуктуации и нелинейные взаимодействия волн в плазме. Киев: Наук. думка, 1977. 248 с.
52. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 704 с.
53. Тер-Микаелян М. Л. Спектр тормозного излучения в среде//ДАН СССР. 1954. Т. 94. С. 1033—1036.
54. Melrose D. V. A Rasin-Tsytoovich effect for bremsstrahlung//Astrophys. and Space Sci. 1972. Vol. 18. P. 267—272.
55. Рапопорт Л. П., Зон Б. А., Манаков Н. Л. Теория многофотонных процессов в атомах. М.: Атомиздат, 1978. 182 с.
56. Ветчинкин С. И., Христенко С. В. Применение кулоновской функции Грина к расчету взаимодействия атома водорода с полем световой волны во втором порядке теории возмущений//Оптика и спектроскопия. 1968. Т. 25. С. 650—654.
57. Gavrilin M. Elastic scattering of photons//Phys. Rev. 1967. Vol. 163. P. 147—164.
58. Гинзбург В. Л., Фрак И. М. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую//ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 15—28.
59. Тамм И. Е., Франк И. М. Когерентное излучение быстрого электрона в среде//ДАН СССР. 1937. Т. 14. С. 107—112.
60. Капица С. П. Излучение заряда, движущегося в неоднородной среде//ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1367—1370.
61. Тер-Микаелян М. Л. Излучение быстрых частиц в неоднородной среде//ДАН СССР. 1960. Т. 134. С. 318—321.

Глава 2

1. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
2. Тамм И. Е., Франк И. М. Когерентное излучение быстрого электрона в среде//ДАН СССР. 1937. Т. 14. С. 107—112.
3. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. О переходном рассеянии//ЖЭТФ. 1973. Т. 65. С. 1818—1824.
4. Цытович В. Н. Тормозное излучение релятивистской плазмы//Тр. ФИАН. 1973. Т. 66. С. 191—204.
5. Акопян А. В., Цытович В. Н. Тормозное излучение в неравновесной плазме//Физика плазмы. 1975. Т. 1. С. 673—683.
6. Акопян А. В., Цытович В. Н. Переходное тормозное излучение релятивистских частиц//ЖЭТФ. 1977. Т. 71. С. 166—176.

7. *Акопян А. В., Цытович В. Н.* Тормозное излучение нерелятивистских надтепловых электронов в плазме: Препр. ФИАН № 184. М., 1978. 21 с.
8. *Тер-Микаелян М. Л.* Спектр тормозного излучения в среде//ДАН СССР. 1954. Т. 94. С. 1033—1036.
9. *Melrose D. B., Tsytovich-Razin effect in bremsstrahlung//Astrophys. and Space Sci.* 1972. Vol. 18. P. 267—275.
10. *Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И.* О роли атомных электронов в тормозном излучении//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 850—853.

Глава 3

1. *Цытович В. Н.* Тормозное излучение релятивистской плазмы//Тр. ФИАН. 1973. Т. 66. С. 191—204.
2. *Акопян А. В., Цытович В. Н.* Тормозное излучение в нерелятивистской неравновесной плазме//Физика плазмы. 1975. Т. 1. С. 673—683.
3. *Капица С. П.* Излучение заряда, движущегося в неоднородной среде//ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1367—1370.
- 3а. *Тер-Микаелян М. Л.* Излучение быстрых частиц в неоднородной среде//ДАН СССР. 1960. Т. 134. С. 318—321.
4. *Гинзбург В. Л., Цытович В. Н.* Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука. 1984. 360 с.
5. *Ландау Л. Д.* Кинетическое уравнение в случае кулоновского взаимодействия//ЖЭТФ. 1937. Т. 7. С. 203—209.
6. *Балеску Р.* Статистическая механика заряженных частиц. М.: Мир, 1967. 260 с.
7. *Ситенко А. Е.* Флуктуации и нелинейные взаимодействия волн в плазме. Киев: Наук. думка, 1977. 248 с.
8. *Климонтович Ю. Л.* Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. М.: Изд-во МГУ, 1964. 360 с.
9. *Гинзбург В. Л., Цытович В. Н.* О переходном рассеянии//ЖЭТФ. 1973. Т. 65. С. 1818—1824.
10. *Бекефи Дж.* Радиационные процессы в плазме. М.: Мир, 1971. 440 с.

Глава 4

1. *Зоммерфельд А.* Строение атома и спектры. М.: Изд-во иностр. лит., 1957.
2. *Бете Г., Солпитер Э.* Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: Физматгиз, 1960. 562 с.
3. *Гайтлер В.* Квантовая теория излучения. М.: Изд-во иностр. лит., 1956. 491 с.
4. *Sauter F.* Über die Bremsstrahlung schneller Elektronen//Ann. Phys. 1934. Bd. 20. S. 404—412.
- 4а. *Sauter F.* Zur unrelativistischen Theorie des kontinuierlichen Röntgenspektrums//Ibid. 1933. Bd. 18. S. 486—496.
5. *Тер-Микаелян М. Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969. 460 с.
6. *Percival I. C., Seaton M. I.* The polarization of atomic line radiation excited by electron impact//Philos. Trans. Roy. Soc. London. A. 1958. Vol. 251. P. 113—138.
7. *Фирсов О. Б., Чибисов М. И.* Тормозное излучение медленных электронов на нейтральных атомах//ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1770—1776.
8. *Касьянов В., Старостин А.* К теории тормозного излучения медленных электронов//Там же. 1965. Т. 48. С. 295—302.
9. *Буймистров В. М.* Резонансное тормозное излучение и поглощение фотонов//Укр. физ. журн. 1972. Т. 17. С. 640—648.
10. *Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И.* Сечение тормозного излучения при рассеянии электрона на атоме водорода//ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 108—114.
- 10а. *Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И.* О роли атомных электронов в тормозном излучении//Там же. 1977. Т. 73. С. 850—853.
11. *Амусья М. Я., Балатников А. С., Пайзиев А. А.* Тормозное излучение электронов на атомах с учетом поляризуемости//Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24. С. 366—369.

12. Зон Б. А. О тормозном эффекте при столкновениях электронов с атомами//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 128—133.
- 12а. Зон Б. А. Поглощение оптического излучения слабоионизированными газами//Там же. 1979. Т. 77. С. 44—51.
13. Hayakawa S. Cosmic background X-rays produced by intergalactic inner-bremsstrahlung//Progr. Theor. Phys. 1969. Vol. 41. P. 1592—1594.
14. Арутюнян Ф. Р., Туманян В. А. Тормозное излучение электронов среды, возникающее при прохождении через нее тяжелых заряженных частиц: Науч. сообщ. Арм. гос. пед. ин-та им. Х. Абовяна. Ереван, 1975. 8 с.
15. Агаронян Ф. А., Келлер С. Р., Кириллов-Угрюмов В. Г., Котов Ю. Д. Космическое рентгеновское излучение, связанное с тормозным излучением не тепловых протонов и ядер//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1979. Т. 43. С. 2499—2506.
16. Буймистров В. М., Кротов Ю. А., Трахтенберг Л. И. Об излучении фотона при столкновении протона и позитрона с атомом//ЖЭТФ. 1980. Т. 79. С. 808—816.
17. Акоюн А. В., Цытович В. Н. Переходное тормозное излучение релятивистских частиц//Там же. 1977. Т. 71. С. 166—176.
- 17а. Акоюн А. В., Цытович В. Н. Тормозное излучение в нерелятивистской неравновесной плазме//Физика плазмы. 1975. Т. 1. С. 673—683.
18. Folkmann F., Gaard C., Niuns F. et al. Proton-induced X-ray emission as a fool for trace element analysis//Nucl. Instrum. and Meth. 1974. Vol. 116. P. 487—499.
19. Jacobassa D. N., Kleber M. Bremsstrahlung in heavy-ion reactions//Ztschr. Phys. A. 1975. Bd. 273. S. 29—35.
20. Ishii K., Morita S. Continuum X-ray produced by light-ion-atom collisions//Phys. Rev. A — Gen. Phys. 1984. Vol. 30. P. 2278—2286.
21. Рапопорт Л. П., Зон Б. А., Манаков Н. Л. Теория многофотонных процессов в атомах. М.: Атомиздат, 1978. 184 с.
22. Ветчинкин С. И., Христенко С. В. Применение кулоновской функции Грина к расчету взаимодействия атома водорода с полем световой волны во втором порядке теории возмущений//Оптика и спектроскопия. 1968. Т. 25. С. 650—654.
23. Gavrilu M. Elastic scattering of photons//Phys. Rev. 1967. Vol. 163. P. 147—164.
24. Буймистров В. М. Вероятности электронных переходов атомов в неоднородных электрических полях с произвольной угловой зависимостью. Новый метод расчета//Литов. физ. сб. 1963. Т. 3. С. 93—105.
25. Справочник по специальным функциям//Под ред. М. Абрамовица; Н. Стигана. М.: Наука, 1979. 832 с.
26. Трахтенберг Л. И. Резонансное излучение и поглощение фотонов при тройном столкновении электрона, фотона и атома//Оптика и спектроскопия. 1978. Т. 44. С. 863—867.
27. Трахтенберг А. И. Радиационные процессы при многочастичных взаимодействиях: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: Науч.-исслед. физ.-хим. ин-т им. Л. Я. Карпова, 1977. 19 с.
28. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.; Наука, 1974. 752 с.
29. Weingartshofer A., Holmes S. et al. Direct observations of multiphoton process in laser-induced free-free transitions//Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 39. P. 269—270.
30. Бункин Ф. В., Казаков А. Е., Федоров М. В. Взаимодействие интенсивного оптического излучения со свободными электронами (нерелятивистский случай)//УФН. 1972. Т. 107. С. 559—593.
31. Новак Ф., Фридман Дж., Хохитрассер Р. Резонансное рассеяние света молекулами: Нестационарные и когерентные явления//Лазерная и когерентная спектроскопия. М.: Мир, 1982. С. 548—620.
32. Цытович В. Н. Тормозное излучение релятивистской плазмы//Тр. ФИАН. 1973. Т. 66. С. 191—204.
33. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981. 504 с.

34. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
35. Buimistrov V. M. Excitation of an atom by electron-photon impact//Phys. Lett. A. 1969. Vol. 30. P. 136—137.
36. Rahman N. K., Faisal F. H. M. High-energy resonant cross sections for simultaneous electron-photon excitation of the 3s state of hydrogen//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1978. Vol. 11. P. 2003—2014.

Глава 5

1. Bethe H., Heitler W. On stopping of fast particles and on creation of positive electrons//Proc. Roy. Soc. London A. 1934. Vol. 146. P. 83—95.
2. Bethe H. The screening influence on the creation of stopping of electrons//Proc. Cambridge Philos. Soc. 1934. Vol. 30. P. 524—535.
3. Landau L., Rumer G. The cascade theory of electronic showers//Proc. Roy. Soc. London A. 1938. Vol. 166. P. 213—216.
4. Wheeler J., Lamb W. Influence of atomic electrons on radiation and pair production//Phys. Rev. 1939. Vol. 55. P. 858—862.
5. Тер-Микаелян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969. 460 с.
6. Ахизер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981. 432 с.
7. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. М.: Изд-во иностр. лит., 1956. 491 с.
8. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 704 с.
9. Бете Г., Солмитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: Физматгиз, 1960. 562 с.
10. Rohrlch F., Joseph J. Contribution of the electron to pair production in hydrogen//Phys. Rev. 1950. Vol. 78. P. 161—169.
11. Кротов Ю. А. Тормозное излучение и рассеяние фотонов при многочастичных столкновениях: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МФТИ, 1981. 19 с.
12. Астапенко В. А., Буймистров В. М., Кротов Ю. А. и др. Динамическое тормозное излучение релятивистской заряженной частицы на атоме//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 1560—1569.
13. Амусья М. Я., Кучиев Ю. М., Король А. В., Соловьев А. В. Тормозное излучение релятивистских частиц с учетом динамической поляризуемости атома-мишени//Там же. 1985. Т. 88. С. 383—389.
14. Байер В. Н., Катков В. М., Фадин В. С. Излучение релятивистских электронов. М.: Атомиздат, 1973. 376 с.
15. Hayakawa S. Cosmic background X-rays produced by intergalactic inner-bremsstrahlung//Progr. Theor. Phys. 1969. Vol. 41. P. 1592—1594.
16. Boldt E., Serlemitsos P. Cosmic X-ray bremsstrahlung associated with suprathermal protons//Astrophys. J. 1969. Vol. 157. P. 557—562.
17. Арутюнян Ф. Р., Туманян В. А. Тормозное излучение электронов среды, возникающее при прохождении через нее тяжелых заряженных частиц: Науч. сообщ. Арм. гос. пед. ин-та им. Х. Абовяна. Ереван. 1975. 8 с.
18. Агаронян Ф. А., Кельнер С. Р., Кириллов-Угрюмов В. Г., Котов Ю. Д. Космическое рентгеновское излучение, связанное с тормозным излучением нетепловых протонов и ядер//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1979. Т. 43. С. 2499—2506.
19. Verkhovtseva E. T., Gnatchenko E. V., Pogrebniac P. S. Investigation of connection between giant resonances and atomic bremsstrahlung//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1983. Vol. 16. P. L613—L616.
20. Астапенко В. А. Излучение и поглощение фотонов при многочастичных взаимодействиях: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МФТИ, 1985. 21 с.

Глава 6

1. Аюоян А. В., Цыгович В. Н. Тормозное излучение в нерелятивистской неравновесной плазме//Физика плазмы. 1975. Т. 1. С. 673—683.
2. Аюоян А. В., Цыгович В. Н. Переходное тормозное излучение релятивистских частиц//ЖЭТФ. 1977. Т. 71. С. 166—176.
3. Астапенко В. А., Буймистров В. М., Кротов Ю. А. и др. Динамическое тормозное излучение релятивистской заряженной частицы на атоме//Там же. 1985. Т. 88. С. 1560—1569.
4. Гинзбург В. Л., Цыгович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
5. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. М.: Наука. 1978. Ч. 2. 448 с.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
7. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 704 с.
8. Пайнс Д. Элементарные возбуждения в твердых телах. М.: Мир, 1965. 384 с.
9. Платцман Ф., Вольф П. Волны и взаимодействия в плазме твердого тела. М.: Мир, 1975. 440 с.
10. Hubbard D. F., Rose M. E. Nuclear structure effects in bremsstrahlung//Nucl. Phys. 1966. Vol. 84. P. 377—379.
11. Тер-Микаелян М. Л. Интерференционное излучение сверхбыстрых электронов//ЖЭТФ. 1953. Т. 25. С. 296—306.

Глава 7

1. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 704 с.
2. Persival I. C., Seaton M. I. The polarization of atomic line radiation excited by electron impact//Philos. Trans. Roy. Soc. London A. 1958. Vol. 251. P. 113—138.
3. Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И. Сечение тормозного излучения при рассеянии электрона на атоме водорода//ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 108—114.
4. Амусья М. Я., Балтенков А. С., Папизев А. А. Тормозное излучение электронов на атомах с учетом поляризуемости//Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24. С. 366—369.
5. Pindzola M., Kelly H. P. Free-free radiative absorption coefficients for the negative argon ion//Phys. Rev. A—Gen. Phys. 1976. Vol. 14. P. 204—210.
6. Амусья М. Я., Балтенков А. С., Гилерсон В. Б. Тормозное излучение быстрых электронов на атомах//Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3. С. 1105—1109.
7. Wendin G., Nuroch K. Bremsstrahlung resonances and appearance-potential spectroscopy near the 3d thresholds in metallic Ba, La and Ce//Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 39. P. 48—51.
8. Зон Б. А. О тормозном эффекте при столкновении электронов с атомами//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 128—133.
9. Амусья М. Я., Зимкина Т. М., Кучиев М. Ю. Широкие эмиссионные полосы в излучении атомов под действием быстрых электронов//ЖТФ. 1982. Т. 5. С. 1424—1426.
10. Зимкина Т. М., Ляховская И. И., Шулаков А. С. и др. Структура рентгеновских спектров поглощения и испускания лантана и тория в соединениях с кислородом и фтором в области энергий от 60 до 140 эВ/ФТТ. 1983. Т. 25. С. 26—32.
11. Amusia M. Ya., Avdonina N. B., Chernysheva L. V., Kuchiev M. Yu. «Stripping» of the atom in bremsstrahlung//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1985. Vol. 18. P. L791—796.
12. Авдонина Н. Б., Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Чернышева Л. В. Тормозное излучение быстрых электронов на атомах//ЖТФ. 1986. Т. 56. С. 246—254.
13. Verkhovtseva E. T., Gnatchenko E. V., Pogrebnjak P. S. Investigation of

- the connection between «giant» resonances and «atomic» bremsstrahlung// J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1983. Vol. 16. P. L613—L616.
14. Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И. О роли атомных электронов в тормозном излучении //ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 850—853.
 15. Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Король А. В., Соловьев А. В. Тормозное излучение релятивистских частиц с учетом динамической поляризуемости атома-мишени//Там же. 1985. Т. 88. С. 383—389.
 16. Астапенко В. А., Буймистров В. М., Кротов Ю. А. и др. Динамическое тормозное излучение релятивистской заряженной частицы на атоме//Там же. 1985. Т. 88. С. 1560—1569.
 17. Hubbard D. F., Rose M. E. Nuclear structure effects in bremsstrahlung// Nucl. Phys. 1966. Vol. 84. P. 337—379.
 18. Буймистров В. М., Кротов Ю. А., Трахтенберг Л. И. Об излучении фотона при столкновении протона и позитрона с атомом//ЖЭТФ. 1980. Т. 79. С. 808—816.
 19. Amusia M. Ya. Atomic bremsstrahlung spectrum//Comments Atom. and Mol. Phys. 1982. Vol. 11. P. 123—137.
 20. Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В. Тормозное излучение в атом-атомных столкновениях//Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 10. С. 1025—1029.
 21. Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В. Тормозное излучение в атом-атомных столкновениях//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 1512—1521.
 22. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
 23. Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В. Полный спектр излучения в столкновении тяжелой заряженной частицы с атомом//Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 11. С. 1401—1404.
 24. Марч Н., Янг У., Сампантхар С. Проблема многих тел в квантовой механике. М.: Мир, 1969. 496 с.
 25. Amusia M. Ya., Cherepkov N. A. Many-electron correlations in scattering processes//Case Stud. Atom. Phys. 1975. Vol. 5. P. 47—179.
 26. Амусья М. Я., Иванов В. К., Шейнман С. А., Шефтель С. И. Проявление перестройки электронных оболочек атомов в процессах ионизации// ЖЭТФ. 1980. Т. 78. С. 910—923.
 27. Amusia M. Ya., Ivanov V. K., Kupchenko V. A. Photoionization of inner shells//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1981. Vol. 14. P. L667—671.
 28. Зон Б. А. Поглощение оптического излучения слабоионизованными газами//ЖЭТФ. 1979. Т. 77. С. 44—51.
 29. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974. 752 с.
 30. Головинский П. А., Зон Б. А. Тормозной эффект при столкновении электронов с отрицательными ионами//ЖТФ. 1980. Т. 50. С. 1847—1851.
 31. Авдонина Н. Б., Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Чернышева Л. В. Влияние структуры атома на угловое распределение и поляризацию тормозного излучения//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. С. 1261—1266.
 32. Мигдал А. Б. Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975. 335 с.
 33. Радциг А. А., Смирнов Б. М. Справочник по атомной и молекулярной физике. М.: Атомиздат, 1980. 240 с.
 34. Чернышева Л. В., Авдонина Н. Б., Амусья М. Я., Кучиев М. Ю. Система математического обеспечения атомных расчетов «Атом» XIII: Препр. ФТИ № 865. Л., 1983. 46 с.
 35. Ishii K., Morita S. Continuum X-rays produced by light-ion-atom collisions// Phys. Rev. A — Gen. Phys. 1984. Vol. 30. P. 2278—2286.

Глава 8

1. Amusia M. Ya., Korol A. V., Soloviev A. V. Bremsstrahlung in electron-positronium scattering//Ztschr. Phys. D. 1986. Bd. 1. S. 347—349.
2. Amusia M. Ya., Soloviev A. V. Inelastic scattering on muonic hydrogen// J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1985. Vol. 18. P. 3663—3666.
3. Варфоломеев А. А. Когерентное неупругое рассеяние нейтринно на электронах среды//ЯФ. 1978. Т. 28. С. 1034—1039.

4. Варфоломеев А. А. Когерентное взаимодействие нейтринно с плотной средой//Там же. 1980. Т. 31. С. 1268—1275.
5. Амусья М. Я., Гульжаров И. С., Жалов М. Б., Потапова Т. М. Влияние структуры ядра на тормозные спектры быстрых нуклонов//Там же. 1984. Т. 40. С. 1321—1324.
6. McGrath R. L., Arbida D., Karp, J. et al. Direct γ -transitions in $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ // Phys. Rev. C.—Nucl. Phys. 1981. Vol. 24. P. 2374—2377.
7. Metag V., Lazzarini A., Lesko K., Vandenbosch R. Search for γ -rays from the quasimolecular $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ system//Ibid. 1982. Vol. 25. P. 682—687.
8. Nyman E. M. Bremsstrahlung in heavy-ion collisions//Phys. Lett. B. 1984. Vol. 136. P. 143—145.
9. Amusia M. Ya., Cherepkov N. A. Many-electron correlation in scattering processes//Case Stud. Atom. Phys. 1975. Vol. 5. P. 47—179.
10. Amusia M. Ya., Cherepkov N. A., Chernysheva L. V., Shapiro S. G. The elastic scattering of slow positrons on He atom//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1976. Vol. 9. P. L531—534.
11. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. О переходном рассеянии//ЖЭТФ. 1973. Т. 65. С. 1818—1824.
12. Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И. О роли атомных электронов в тормозном излучении//Там же. 1977. Т. 73. С. 850—853.
13. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 704 с.
14. Amusia M. A., Kharchenko V. A. Electron scattering by mesohydrogen//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1981. Vol. 14. P. L219—222.
15. Gavrilin M. Elastic scattering of photons//Phys. Rev. 1967. Vol. 163.
16. Бор О., Мотгельсон Б. Структура атомного ядра. М.: Мир, 1982. Т. 2. 664 с.
17. Амусья М. Я., Жалов М. Б., Рязанов В. И. Упругое рассеяние быстрых протонов магическими ядрами: Препр. ЛИЯФ № 368. Л., 1977. 18 с.

Глава 9

1. Amusia M. Ya. Atomic bremsstrahlung spectrum//Comments Atom. and Mol. Phys. 1982. Vol. 11. P. 123—137.
2. Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Король А. В., Соловьев А. В. Тормозное излучение релятивистских частиц с учетом динамической поляризуемости атома-мишени//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 383—389.
3. Астапенко В. А., Буймистров В. М., Кротов Ю. А. и др. Динамическое тормозное излучение заряженной частицы на атоме//Там же. 1985. Т. 88. С. 1560—1569.
4. Амусья М. Я., Король А. В., Соловьев А. В. Когерентное излучение электронов мишени в атомных столкновениях//Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 12.
5. Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В. Полный спектр излучения в столкновении тяжелой заряженной частицы с атомом//Там же. 1985. Т. 11. С. 1401—1404.
6. Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В. Тормозное излучение в атом-атомных столкновениях//Там же. 1984. Т. 10. С. 1025—1029.
- 6а. Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В. Тормозное излучение в атом-атомных столкновениях//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 1512—1521.
7. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 704 с.
8. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981. 432 с.
9. Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И. О роли атомных электронов в тормозном излучении//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 850—853.
10. Буймистров В. М., Кротов Ю. А., Трахтенберг Л. И. Об излучении фотона при столкновении протона и позитрона с атомом//Там же. 1980. Т. 79. С. 808—816.
11. Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В. Тормозное излучение в атом-атомных столкновениях при релятивистских скоростях//ЖЭТФ. 1986. Т. 55. С. 1520—1522.

12. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. М.: Наука, 1971. Ч. 2. 288 с.
13. Варфоломеев А. А. Когерентное неупругое рассеяние нейтрино на электронах среды//ЯФ. 1978. Т. 28. С. 1034—1039.

Глава 10

1. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969. 623 с.
2. Low F. E. Bremsstrahlung of very low-energy quanta in elementary particle collisions//Phys. Rev. 1958. Vol. 110. P. 974—977.
3. Берсукер И. Б. К учету влияния остова на переходы оптических электронов//Оптика и спектроскопия. 1957. Т. 2. С. 97—103.
- 3а. Веселов М. Г., Штофф А. В. Расчет сил осцилляторов главной серии лития в адиабатическом приближении//Там же. 1969. Т. 26. С. 321—326.
4. Головинский П. А., Зон Б. А. Многоквантовые процессы на отрицательных ионах//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1981. Т. 45. С. 2305—2319.
5. Percival I. C., Seaton M. J. The polarization of atomic line radiation excited by electron impact//Philos. Trans. Roy. Soc. London A. 1958. Vol. 251, N 3. P. 113—138.
6. Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И. Сечение тормозного излучения при рассеянии электрона на атоме водорода//ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 108—114.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974. 752 с.
8. Зон Б. А. О тормозном эффекте при столкновении электронов с атомом//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 128—133.
9. Райзер Ю. П. Лазерная искра и распространение разрядов. М.: Наука, 1974. 307 с.
10. Rizzo J. E., Klewe R. C. The breakdown in vapour of metals due to laser radiation//Brit. J. Appl. Phys. 1966. Vol. 17. P. 1137—1143.
11. Рапопорт Л. П., Зон Б. А., Манаков Н. Л. Теория многофотонных процессов в атомах. М.: Атомиздат, 1978. 182 с.
12. Каруле Э. М., Петеркоп Р. К. Сечения рассеяния медленных электронов на атомах щелочных металлов//Эффективные сечения столкновений электронов с атомами. Рига: Зинанте, 1965. С. 3—27.
13. Bellin E. L., Zon B. A. On the sum rule for multiphoton bremsstrahlung//J. Phys. B: Atom. and Mol. Phys. 1983. Vol. 16. P. L159—L161.
14. Weingartshofer A., Jung C. Multiphoton free-free transitions//Multiphoton ionization of atoms/Ed. S. L. Chin. P. Lambropoulos. Toronto etc.: Acad. press, 1984. P. 155—158.
15. Бункин Ф. В., Казаков А. Е., Федоров М. В. Взаимодействие интенсивного оптического излучения со свободными электронами (нерелятивистский случай)//УФН. 1972. Т. 107. С. 559—593.
16. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
17. Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И. О роли атомных электронов в тормозном излучении//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 850—853.
18. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.
19. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 684 с.
20. Головинский П. А., Зон Б. А. Тормозной эффект при столкновении электрона с отрицательным ионом//ЖТФ. 1980. Т. 50. С. 1847—1851.
21. Головинский П. А., Зон Б. А. Динамическая поляризуемость отрицательного иона водорода//Оптика и спектроскопия. 1978. Т. 45. С. 854—857.
22. Амуся М. Я., Балтенков А. С., Пайзиев А. А. Тормозное излучение электронов на атомах с учетом поляризуемостей//Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24. С. 366—369; Т. 39. С. 1770—1776.
23. Зон Б. А. Поглощение оптического излучения слабоионизованными газами//ЖЭТФ. 1979. Т. 77. С. 44—51.
24. Фирсов О. Б., Чибисов М. И. Тормозное излучение медленных электронов на нейтральных атомах//Там же. 1960. Т. 39. С. 1770—1776.

25. *Охмура Т., Охмура Н.* Continuous absorption due to free-free transitions in hydrogen//Phys. Rev. 1961. Vol. 121. P. 513—517.
26. *Мотт Н., Мессу Г.* Теория атомных столкновений. М.: Мир, 1969. 756 с.

Глава 11

1. *Буймистров В. М., Трахтенберг Л. И.* Сечение тормозного излучения при рассеянии электрона на атоме водорода//ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 108—114.
2. *Амусья М. Я., Балтенков А. С., Пайзиев А. А.* Тормозное излучение электронов на атомах с учетом поляризуемости//Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24. С. 366—369.
3. *Зон Б. А.* О тормозном эффекте при столкновениях электронов с атомами//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 128—133.
4. *Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Король А. В., Соловьев А. В.* Тормозное излучение релятивистских частиц с учетом динамической поляризуемости атома-мишени//Там же. 1985. Т. 88. С. 383—389.
5. *Астапенко В. А., Буймистров В. М., Кротов Ю. А.* и др. Динамическое тормозное излучение релятивистской заряженной частицы на атоме//Там же. 1985. Т. 88. С. 1560—1569.
6. *Мотт Н., Мессу Г.* Теория атомных столкновений. М.: Мир, 1969. 756 с.
7. *Persival I. C., Seaton M. I.* The polarization of atomic line radiation excited by electron impact//Philos. Trans. Roy. Soc. London A. 1958. Vol. 251, N 3. P. 113—153.
8. *Jablonski A.* General theory of pressure broadening of spectral lines//Phys. Rev. 1945. Vol. 68, N 1. P. 78—92.
9. *Собельман И. И.* Введение в теорию атомных спектров. М.: Физматгиз, 1963. 640 с.
10. *Lisitsa V. S.* Line broadening as light emission during a collision process//Acta phys. pol. A. 1979. Vol. 55, N 1. P. 87—93.
11. *Лисица В. С.* Штарковское уширение линий водорода в плазме//УФН. 1977. Т. 122, вып. 3. С. 449—495.
12. *Szudy J.* The Franck-Condon principle and the broadening of isolated spectral lines in plasmas//Acta phys. pol. A. 1971. Vol. 40, N 2. P. 361—378.
13. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1974. 752 с.
14. *Вайнштейн Л. А., Собельман И. И., Юков Е. А.* Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979. 319 с.
15. *Ферми Э.* К теории столкновений атомов с электрически заряженными частицами//Научные труды. М.: Наука, 1971. Т. 1. С. 166—177.
16. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.
17. *Коган В. И., Кукушкин А. Б.* Излучение квазиклассических электронов в атомном потенциале//ЖЭТФ. 1984. Т. 87. С. 1164—1181.
18. *Ганцев Р. А., Казакова Н. Ф., Крайнов В. П.* Скорости излучательных переходов в водородоподобной плазме//Химия плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1985. С. 96—118.
19. *Гайтлер В.* Квантовая теория излучения. М.: Изд-во иностр. лит., 1956. 491 с.
20. *Бейгман И. Л., Вайнштейн Л. А., Чичков Б. Н.* Двэлектронная рекомбинация//ЖЭТФ. 1981. Т. 80, вып. 3. С. 964—973.
21. *Ruggell E. M.* The life-time of the $2^2S_{1/2}$ state of hydrogen in an ionized atmosphere//Astrophys. J. 1952. Vol. 116, N 3. P. 457—462.
22. *Коган В. И., Лисица В. С., Селидовкин А. Д.* Двухуровневая система с затуханием в плазме//ЖЭТФ. 1973. Т. 75. С. 152—167.
23. *Бейгман И. Л., Бойко В. А., Пикюз С. А., Фаенов А. Я.* Столкновительное высвечивание метастабильных уровней и интенсивности компонент резонансного дублета водородоподобных ионов в лазерной плазме//Там же. 1976. Т. 71, вып. 9. С. 975—983.
24. *Виноградов А. В., Юков Е. А.* Запрещенные переходы, индуцируемые столкновениями в плотной плазме//Физика плазмы. 1975. Т. 1, № 5. С. 860—862.

25. *Bygarya V. I., Gorshkov A. V., Grashin S. A.* Measurement of plasma column rotation and potential in the TM-4 Tokamak//Proc. IX Intern. Conf. Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Res. Baltimore, 1982. Vienna: IAEA, 1983. Vol. 3. P. 263—272.
26. *Von Goeler S., Stodiek W., Eubank H.* et al. Thermal X-ray spectra and impurities//Nucl. Fusion. 1975. Vol. 15, N 1. P. 301—311.
27. *Vinogradova N. D., Estpchuk Yu. V., Kovrov P. E., Razumova K. A.* Investigation of plasma X-ray emission in the T-10 Tokamak//Proc. Intern. Conf. Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Res. Insbrouk, 1978. Vienna: IAEA, 1979. Vol. 1. P. 257—267.
28. *Бугаря В. И., Васин Н. Л., Вершков В. А.* и др. Перенос многозарядных ионов в плазме токамака Т-10//Физика плазмы. 1983. Т. 9, вып. 5. С. 914—926.
29. *Sudkever S.* Spectroscopic diagnostic of Tokamak plasmas//Phys. scr. 1981. Vol. 23, N 2. P. 72—86.
30. *Аглицкий Е. В., Ранцев-Картинов В. А., Степаненко М. М., Щеглов Д. А.* Наблюдение рентгеновских спектров хрома и железа в плазме установки «Токамак-10»//Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 26, вып. 7. С. 544—546.
31. *Брызгунов В. А., Лукьянов С. Ю., Пахомов М. Т.* и др. Рентгеновский спектр. Не-подобного хрома лабораторной плазмы//ЖЭТФ. 1982. Т. 82, вып. 6. С. 1904—1909.
32. *Merts A. L., Cowan R. D., Magee N. H. (jun).* The calculated power output from a thin iron-seeded plasma: Los Alamos Inform. Rep. LA 6220-NS. 1976. 48 p.
33. *Durban J., Lourergue M.* Electron excitation cross-sections and oscillator strength for highly ionized atoms//Phys. scr. 1981. Vol. 23, N 2. P. 136—142.
34. *Гонтис В. Г., Лисица В. С.* Эффекты неравновесности и структура рентгеновских линий в плазме, токамака//Физика плазмы. 1985. Т. 11, вып. 4. С. 483—492.
35. *Есипчук Ю. В., Ковров П. Е.* Измерение мягкого рентгеновского излучения на токамаке Т-10: Препр. ИАЭ № 3258/7. М., 1980. 34 с.
36. *Гервидс В. И., Коган В. И., Лисица В. С.* Многозарядные ионы и излучение плазмы//Химия плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1983. Вып. 10. С. 3—73.
37. *Лисица В. С., Яковленко С. И.* Нелинейная теория уширения и обобщенные формулы Карплуса-Швингера//ЖЭТФ. 1975. Т. 68, вып. 2. С. 479—492.

Глава 12

1. *Грим Г.* Уширение спектральных линий в плазме. М.: Мир, 1978. 492 с.
2. *Коган В. И., Лисица В. С., Шолин Г. В.* Уширение спектральных линий в плазме//Вопросы теории плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1984. Вып. 13. С. 205—261.
3. *Окс Е. А., Шолин Г. В.* О штарковских профилях водородных спектральных линий в плазме с ленгмювской турбулентностью//ЖЭТФ. 1975. Т. 68. С. 974—986.
4. *Коган Е. Я., Мартыш Е. В.* К вопросу о рекомбинации в турбулентной плазме//Физика плазмы. 1983. Т. 9, вып. 4. С. 881—886.
5. *Гинзбург В. Л.* Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981. 504 с.
6. *Алексеев А. И., Никитин Ю. П.* Излучение атома в анизотропной среде//ЖЭТФ. 1965. Т. 48. С. 1669—1673.
7. *Алексеев А. И., Никитин Ю. П.* Квантование электромагнитного поля в диспергирующей среде//Там же. 1966. Т. 50. С. 915—922.
8. *Клейман Е. Б., Ойрингель И. М.* Атомные системы в турбулентной плазме//Проблемы физики космической плазмы. М.: Наука, 1979. С. 76—92.
9. *Ойрингель И. М., Клейман Е. Б.* Излучение атомов в космической плазме. Новосибирск: Наука, 1984. 136 с.
10. *Берестецкий В. Б., Лившиц Е. М., Питаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 704 с.

11. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981. 432 с.
12. Коган В. И., Лисица В. С., Селидовкин А. Д. Двухуровневая система с затуханием в плазме//ЖЭТФ. 1973. Т. 65. С. 152—167.
13. Каплан С. А., Клейман Е. Б., Ойрингель И. М. Двухквантовый фотоионизационный переход $2s_{1/2} - 1s_{1/2}$ //Астрон. журн. 1972. Т. 49. С. 294—297.
14. Каплан С. А., Пикельнер С. Б. Физика межзвездной среды. М.: Наука, 1979. 591.
15. Клейман Е. Б. О населенностях второго уровня водородного атома в плазменной среде//Астрон. журн. 1972. Т. 49. С. 892—895.
16. Соболев В. В. Курс теоретической астрофизики. М.: Наука, 1975. 503 с.
17. Каплан С. А., Клейман Е. Б., Ойрингель И. М. Об аннигиляции позитрония в плазме//Астрофизика. 1973. Т. 9. С. 417—423.
18. Гольдманский В. И. Физическая химия позитрона и позитрония. М.: Наука, 1968. 376 с.
19. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория электромагнитных процессов. М.: Наука, 1980. 374 с.
20. Клейман Е. Б., Ойрингель И. М. Влияние поляризационных плазменных эффектов на затухание метастабильных атомных состояний//Материалы IX Всесоюз. конф. по теории атомов и атом. спектров. 1985.
21. Жданов В. П. Диэлектричная рекомбинация//Вопросы теории плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1982. Вып. 12. С. 79—113.
22. Гризориади А. К., Фисун О. И. О перезарядке ионов в плазме//ЖЭТФ. 1979. Т. 49, вып. 5. С. 975—979.
23. Виноградов А. В., Соболев И. И., Юков Е. А. О спектроскопических методах диагностики сверхплотной горячей плазмы//Квант. электроника. 1974. Т. 1, вып. 2. С. 268—278.
24. Каплан С. А., Цытович В. Н. Плазменная астрофизика. М.: Наука, 1972. 440 с.

Заключение

1. Арутюнян Ф. Р., Испирян К. А., Оганесян А. Г. и др. Эффект плотности в тормозном излучении электронов с энергиями до 600 МэВ//ДАН АрмССР. Физика. 1967. Т. 44. С. 65—69.
- 1а. Арутюнян Ф. Р., Назарян А. А., Франгян А. А. Влияние среды на излучение релятивистских электронов//ЖЭТФ. 1972. Т. 62. С. 2044—2048.
2. Ishii K., Morita J. Continuum x-ray produced by light-ion-atom collisions//Phys. Rev. A — Gen. Phys. 1984. Vol. 30. P. 2278—2286.
3. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981. 504 с.
4. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
5. Бункин Ф. В., Казаков А. Е., Федоров М. В. Взаимодействие интенсивного оптического излучения со свободными электронами (нерелятивистский случай)//УФН. 1972. Т. 107. С. 559—593.
6. Цытович В. Н. Тормозное излучение релятивистской плазмы//Тр. ФИАН. 1973. Т. 66. С. 191—204.
7. Акопян А. В., Цытович В. Н. Тормозная неустойчивость релятивистских электронов в плазме//Астрофизика. 1977. Т. 13. С. 717—730.
8. Buimistrov V. M., Trachtenberg L. I. Free-electron transition and light amplification//Opt. Commun. 1973. Vol. 8. P. 289—290.
9. Баткин И. С., Алмалиев А. Н. Кооперативные эффекты при радиационном девозбуждении квантовых систем электронами//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 1958—1966.
10. Semaan M., Quarles C. Z-dependence of atomic-field bremsstrahlung//Phys. Rev. 1982. Vol. 26A, N 6. P. 3152—3154.
11. Tseng H. K., Pratt R. H., Lee C. M. Electron bremsstrahlung angular distributions in the 1—500 keV energy range//Phys. Rev. 1979. Vol. 19A, N 1. P. 187—195.
12. Коган В. И., Кукушкин А. Б. Излучение квазиклассических электронов в атомном потенциале//ЖЭТФ. 1984. Т. 87. С. 1164—1181.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
От редакторов	5
Основные обозначения и единицы измерения	13
Глава 1	
ЭФФЕКТ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЧАСТИЦ	15
М. Я. Амуся, В. М. Буймистров, Б. А. Зои, В. Н. Цытович	
1.1. Вводные замечания	15
1.2. Элементарные представления о «традиционном» тормозном излучении в статическом поле заряда	15
1.3. Поляризационное (переходное) тормозное излучение	18
1.4. Поляризационное тормозное излучение на атомах	23
1.5. Поляризационное излучение на атомах и частично ионизированных ионах в плазме	29
1.6. Поляризационное тормозное излучение ядерных частиц	31
1.7. Эксперимент и теория поляризационного тормозного излучения	32
1.8. Замечания исторического характера	34
✓ Глава 2	
ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ДАЛЕКИХ СТОЛКНОВЕНИЯХ	42
В. Н. Цытович	
2.1. Постановка задачи	42
2.2. Поляризационное тормозное излучение электронов на заряде в плазме	44
2.3. Излучение нерелятивистских налетающих частиц	51
2.4. Излучение ультрарелятивистских налетающих частиц	54
2.5. Резонансное поляризационное тормозное излучение и роль эффекта плотности	57
2.6. Поляризационное излучение заряженных частиц на диполях. Модель поляризационного тормозного излучения на связанных электронах	62
2.7. Поляризационное тормозное излучение на дипольных молекулах в плазме	64
2.8. Полное тормозное излучение для далеких столкновений	66
∨ Глава 3	
ФЛУКТУАЦИИ В ИДЕАЛЬНОМ ГАЗЕ И ПЛАЗМЕ И ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ	69
В. Н. Цытович	
3.1. Флуктуации неравновесной среды и тормозное излучение	69
3.2. Уравнение баланса и вероятности тормозного излучения	71
3.3. Вероятности поляризационного излучения и нелинейные токи	76
3.4. Флуктуации и поляризационное тормозное излучение	79

✓ Глава 4

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ НА АТОМЕ	83
В. М. Буймистров	
4.1. Элементарные квантовые представления теории тормозного излучения	83
4.2. Полное сечение тормозного излучения с учетом поляризационного тормозного излучения	87
4.3. Тормозное излучение электрона, позитрона и протона	91
4.4. Тормозное излучение на малых частотах	97

✓ Глава 5

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ НА АТОМЕ	111
В. А. Астапенко, В. М. Буймистров, Ю. А. Кротов	
5.1. Вводные замечания	111
5.2. Амплитуда тормозного излучения релятивистской частицы на атоме	112
5.3. Амплитуда тормозного излучения релятивистской налетающей частицы на нерелятивистском многоэлектронном атоме	118
5.4. Сечение полного тормозного излучения на нерелятивистском атоме	124

✓ Глава 6

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА ИОНАХ И АТОМАХ В ПЛАЗМЕ	137
В. А. Астапенко, В. М. Буймистров, Ю. А. Кротов, В. Н. Цытович	
6.1. Вводные замечания	137
6.2. Сечение поляризационного тормозного излучения на ионе в плазме	138
6.3. Динамические форм-факторы плазменных компонент	145
6.4. Поляризационное тормозное излучение на свободных электронах и ионах	149
6.5. Поляризационное тормозное излучение на связанных электронах	152
6.6. Поляризационное тормозное излучение в вырожденной плазме	157
6.7. Сравнение с классической теорией переходного тормозного излучения	159
6.8. Общая картина тормозного излучения	160

Глава 7

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА МНОГОЭЛЕКТРОННЫХ АТОМАХ И ПРИ АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ	163
М. Я. Амуся	
7.1. Вводные замечания	163
7.2. Техника диаграмм многих тел в описании тормозного излучения	166
7.3. Тормозное излучение медленных электронов на атомах	173
7.4. Тормозное излучение быстрых (но нерелятивистских) электронов	176
7.5. Спектр тормозного излучения быстрых электронов	180
7.6. Тормозное излучение релятивистских электронов — спектр и угловое распределение фотонов	186
7.7. Тормозное излучение тяжелой заряженной частицы	190
7.8. Излучение при столкновении двух атомных частиц	194
7.9. Излучения при рассеянии гелия и α -частицы на ксеионе	198
7.10. Полный спектр тормозного излучения — упругого и неупругого	200

✓ Глава 8

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ С УЧАСТИЕМ ПОЗИТРОНОВ, μ-МЕЗОНОВ И ЯДЕРНЫХ ЧАСТИЦ	206
М. Я. Амусья	
8.1. Вводные замечания	206
8.2. Излучение при столкновениях позитронов с атомами	207
8.3. Рассеяние позитрона или электрона на позитронии	210
8.4. Неупругое рассеяние на мезоводороде	214
8.5. Столкновения мезонов и электронов с ядрами атомов	218
8.6. Нуклон-ядерные столкновения	221

✓ Глава 9

ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ АТОМОВ И РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ С АТОМАМИ	226
М. Я. Амусья, А. В. Король, А. В. Соловьев	
9.1. Излучение при столкновении бесструктурных заряженных частиц с атомами	226
9.2. Амплитуда процесса тормозного излучения в атом-атомных столкновениях при релятивистских скоростях	238
9.3. Сечение процесса тормозного излучения в атом-атомных столкновениях при релятивистских скоростях	247
9.4. Тормозное излучение нейтрино	254

✓ Глава 10

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ТОРМОЗНОЙ ЭФФЕКТ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ С АТОМАМИ И ЛАЗЕРНЫЙ ПРОБОЙ В ГАЗАХ	259
Б. А. Зон	
10.1. Предел малых частот тормозных квантов	259
10.2. Борновское приближение	260
10.3. Приближение Борна—Бете	263
10.4. Приложения к теории оптического пробоя и многоквантового тормозного эффекта	265
10.5. Высокочастотный предел	267
10.6. Тормозной эффект при рассеянии электрона на отрицательном ионе	268
10.7. Тормозной эффект при рассеянии медленных электронов	269

Глава 11

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ МЕХАНИЗМЫ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ	273
А. Б. Кукушкин, В. С. Лисица	
11.1. Вводные замечания	273
11.2. Поляризация излучения атомов при возбуждении электронным ударом. Общая постановка задачи об излучении при столкновениях	274
11.3. Уширение атомных спектральных линий	277
11.4. Диектронная и поляризационная рекомбинации	280
11.5. Поляризационный механизм излучения запрещенных переходов в атоме	289

11.6. Взаимоотношение между неупругим и поляризационным механизмами разрушения метастабильности уровней	292
11.7. Спектры излучения термоядерной плазмы (экспериментальные аспекты)	295
✓ Глава 12	
ФОТОН-ПЛАЗМОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ КАК МЕХАНИЗМ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО РАЗРУШЕНИЯ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ УРОВНЕЙ АТОМОВ В ПЛАЗМЕ	304
Е. Б. Клейман, И. М. Ойрингель	
12.1. Вводные замечания	304
12.2. Вероятности двухквантовых переходов в плазме	305
12.3. Фотон-плазмонный переход $2s-1s$ в водородоподобных атомах	308
12.4. Фотон-плазмонный переход $2^3s_1-1^3s_1$ в позитронии	311
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	314
М. Я. Амусья, В. М. Буймистров, Б. А. Зон, В. И. Коган, В. Н. Цытович	
Литература	319

**ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ
ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
ЧАСТИЦ И АТОМОВ**

●
Утверждено к печати
Научным советом АН СССР по проблеме
«Физика низкотемпературной плазмы»

●
Редакторы издательства Л. Е. Кочарьянц, Е. К. Паламарчук
Художник О. В. Камаев
Художественный редактор М. Л. Храмцов
Технический редактор Л. Н. Золотухина
Корректоры Н. Б. Габасова, И. А. Талалай

ИБ № 36409

Сдано в набор 22.05.87
Подписано к печати 23.09.87
Т-15589. Формат 60×90^{1/16}
Бумага книжно-журнальная импортная
Гарнитура литературная
Печать высокая
Усл. печ. л. 21. Усл. кр. отт. 21. Уч.-изд. л. 22,5.
Тираж 1100 экз. Тип. зак. 4173
Цена 4 р. 20 к.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука»
117864, ГСП-7, Москва, В-485
Профсоюзная ул., 90

2-я типография издательства «Наука»
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6