

С.К.Савин, А.А.Никитин, В.И.Кравченко

ДОСТОВЕРНОСТЬ КОНТРОЛЯ

**СЛОЖНЫХ
РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ
СИСТЕМ
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ
АППАРАТОВ**

«Машиностроение»

С.К.Савин, А.А.Никитин, В.И.Кравченко

**ДОСТОВЕРНОСТЬ
КОНТРОЛЯ
СЛОЖНЫХ
радиоэлектронных
СИСТЕМ
летательных
аппаратов**



Москва «Машиностроение» 1984

Редактор канд. техн. наук С. К. Савин
Рецензент проф. А. В. Майоров

Савин С. К. и др.
С13 Достоверность контроля сложных радиоэлектронных систем летательных аппаратов / С. К. Савин, А. А. Никитин, В. И. Кравченко. Под. ред. С. К. Савина. — М.: Машиностроение, 1984. — 168 с., ил.

60 к.

Рассмотрены методы оценки и повышения достоверности эксплуатационного контроля сложных радиоэлектронных систем летательных аппаратов.

Для инженерно-технических работников, занимающихся разработкой сложных радиоэлектронных систем.

С $\frac{3606030000-306}{038(01)-84}$. Сводн. пл. подписных изд. 1984 г.

ББК. 39.52
6Т5.1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Развитие авиационной техники характеризуется интенсивной разработкой и внедрением сложных радиоэлектронных систем (РЭС) и комплексов. Они занимают особое место в обеспечении полетов современных летательных аппаратов (ЛА). Полеты ЛА со сверхзвуковыми скоростями в широком диапазоне высот в сложных метеоусловиях днем и ночью вне видимости Земли предъявляют высокие требования к качеству работы РЭС.

В комплексе мероприятий, направленных на повышение качества функционирования РЭС, важную роль играет контроль их параметров. Достоверность результатов контроля должна быть достаточно высокой. При контроле по результатам измерений параметров радиоэлектронных систем принимается решение о их годности или негодности. Ограниченная достоверность контроля (ДК) может привести к ошибочным решениям, т. е. к признанию неисправной РЭС годной или исправной РЭС — негодной. Таким образом, обеспечение необходимого качества функционирования РЭС является одной из важнейших метрологических задач.

На практике, несмотря на получаемые при метрологических расчетах высокие показатели оценки ДК, многие РЭС часто не выполняют функциональные задачи с требуемым качеством. Это обусловлено недостаточным учетом воздействующих на объекты контроля (ОК) случайных факторов. Вопрос об измерениях и контроле в условиях неполной определенности изучен еще недостаточно.

Оценке и обеспечению инструментальной ДК посвящено достаточно много работ. В них общие результаты оценки влияния точности измерений на достоверность производственного контроля, полученные Н. А. Бородачевым [3], конкретизированы для ряда частных задач инструментального контроля. Решение этих задач позволяет обосновать необходимую точность измерений и выбрать контрольные допуски на параметры ОК, гарантирующие требуемую достоверность контроля непосредственно на момент его окончания. Однако в конечном счете важно, в каком техническом состоянии находится объект контроля в условиях его применения. Это обуславливает необходимость учета влияния на достоверность результатов контроля кроме погрешностей измерений ряда других случайных факторов, связанных с особенностями сложных авиационных РЭС. К таким факторам прежде всего относятся непостоянство режимов контроля ОК и их отличие от условий применения РЭС. Первое обстоятельство приводит к неоднородности результатов измерений параметров объектов; второе вызывает обратимые отклонения этих параметров от первоначальных значений, которые при контроле РЭС после применения не обнаруживаются.

Спецификой сложных РЭС является наличие различного рода избыточностей в переменной структуре, а также сложных связей между их элементами. Контроль параметров таких систем может производиться различными способами, различающимися по достоверности результатов.

Эти и ряд других факторов существенно усложняют распознавание

истинного состояния объектов контроля в условиях эксплуатации. Следовательно, учет факторов неопределенности при оценке и обеспечении требуемой достоверности контроля сложных РЭС очень важен. В данной книге делается попытка рассмотреть эти вопросы в доступной для широкого круга специалистов форме.

Все вопросы, излагаемые в книге, рассматриваются с позиций возможно большего учета специфических свойств сложных РЭС и особенностей их эксплуатационного контроля.

Книга написана в развитие идей Н. А. Бородачева [3] о необходимости изучения случайных величин и, в частности, производственных погрешностей не на формальной статистической основе, а с учетом физической сущности изучаемых случайных процессов.

Основной целью книги является изложение вопросов достоверности эксплуатационного контроля в рамках общей проблемы обеспечения высокой эффективности сложных РЭС летательных аппаратов. Единство цели и материала относительно понятий, терминологии, подходов к постановке и решению рассматриваемых вопросов достигалось с учетом общих задач и принципов контроля [2, 3, 10, 14, 15, 21, 31].

Работа по написанию книги распределилась между авторами следующим образом. Предисловие, заключение, гл. 1 и 5; разд. 2.1, 2.3, 2.6, 3.2, 3.3, 3.4, 4.1, 4.2, 4.7, 4.8, 6.1, 6.2, 6.6 и приложения 1 и 6 написаны С. К. Савиным; разд. 2.4 — совместно с В. И. Кравченко; разд. 3.1, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 — с А. А. Никитиным. Разд. 2.2, 6.5 и приложения 2, 3, 4, 5, 8 написаны А. А. Никитиным; разд. 2.5, 2.7, 2.8, 6.3, 6.4 и приложение 7 — В. И. Кравченко.

Авторы приносят глубокую благодарность рецензенту — доктору технических наук, профессору А. В. Майорову за сделанные им ценные замечания, направленные на улучшение содержания рукописи.

Авторы будут признательны всем читателям, которые сочтут нужным высказать свои замечания и пожелания по содержанию книги.

ГЛАВА 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. ЗАДАЧИ КОНТРОЛЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

Производство и эксплуатация радиоэлектронных систем сопровождаются контролем их состояния (работоспособности). Техническое состояние любой РЭС как объекта контроля характеризуется совокупностью различных параметров. Контроль состояния систем производится для обнаружения и своевременного предупреждения отклонения значений их параметров за допустимые пределы. Обнаружение признаков предотказного состояния позволяет принять меры по предотвращению отказов.

Основными операциями контроля являются измерение параметров РЭС и принятие решения об ее отнесении к годным или негодным в зависимости от того, находятся ли полученные результаты измерений в допустимых пределах или нет (рис. 1.1).

Результат измерения каждого из параметров ОК равен

$$y = x_k + \xi_n, \quad (1.1)$$

где x_k — истинное (действительное) значение измеряемого параметра; ξ_n — погрешность измерения параметра*.

При допусковом контроле объект признается годным, если оценка (1.1) каждого из его параметров не выходит за допустимые пределы, т. е.

$$c < y < d, \quad (1.2)$$

где c, d — границы контрольного поля допуска.

Объект действительно является исправным на момент окончания контроля, если истинное значение каждого из его параметров находится в границах области работоспособности (a, b):

$$a < x_k < b. \quad (1.3)$$

Выбором границ контрольных допусков c и d при достаточно высокой точности измерений можно обеспечить выполнение условия (1.3) с высокой вероятностью. Однако на практике в конечном счете важно нахождение РЭС в работоспособном состоянии не при контроле, а при ее непосредственном применении в условиях эксплуатации. Значение каждого из параметров РЭС после контроля в реальных условиях применения равно

$$x_n = x_k + \xi_n, \quad (1.4)$$

где ξ_n — отклонение параметра в процессе применения системы от его значения при контроле.

В условиях применения РЭС на самом деле исправна, если каждый из ее параметров находится в области работоспособности:

$$a < x_n < b. \quad (1.5)$$

* Возникает из-за влияния на получаемые оценки параметра погрешностей измерительных устройств, преобразователей и линий связи.



Рис. 1.1. Структурная схема контроля

Из сказанного следует, что задачи контроля выходят за рамки сравнительно узкой цели определения пригодности ОК для выполнения своего назначения непосредственно на момент окончания проверки. Главной целью контроля является обеспечение условия (1.5). Конечно, не всегда задачи контроля должны решаться только в такой постановке. Принятие в качестве основного рабочего условия (1.3) или (1.5) зависит от цели контроля, типа ОК и экономических факторов.

1.2. ПОКАЗАТЕЛИ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ

Замена условий (1.3) и в особенности (1.5) решающим правилом (1.2) приводит к ошибочным решениям. В результате какая-то часть работоспособных ОК напрасно бракуется и, наоборот, неисправные объекты признаются работоспособными. Поэтому одним из основных требований к контролю является высокая объективность (достоверность) его результатов. Достоверность контроля — степень объективности отражения результатами контроля истинного технического состояния контролируемого объекта.

О состоянии ОК до проведения контроля могут быть высказаны две взаимоисключающие гипотезы:

- 1) объект контроля исправен (И), т. е. значения его параметров удовлетворяют условию (1.3);
- 2) объект контроля неисправен ($\bar{И}$), т. е. для значений его параметров условие (1.3) не выполняется.

Обозначим априорные вероятности этих событий соответственно через P_I и $P_{\bar{И}}$. Гипотезы И и $\bar{И}$ образуют полную группу событий и потому $P_I + P_{\bar{И}} = 1$.

По результатам контроля делается заключение: объект контроля "годен" (Г) или "негоден" ($\bar{Г}$). Для вероятностей этих ситуаций выполняется равенство $P_G + P_{\bar{Г}} = 1$.

При отсутствии погрешностей измерений можно было бы принимать безошибочные решения о годности или негодности ОК в зависимости от того, удовлетворяют ли результаты измерений условию (1.2) или нет. Однако из-за ограниченной точности измерений принять безошибочное решение невозможно. При этом возникают две нежелательные ситуации (рис. 1.2):

- 1) объект, признанный годным, на самом деле является неисправным — необнаруженный отказ (НО);
- 2) отнесенный к негодным ОК в действительности не является таковым — ложный отказ (ЛО).

Необнаруженный отказ возможен с некоторой вероятностью $P_{НО}$, а

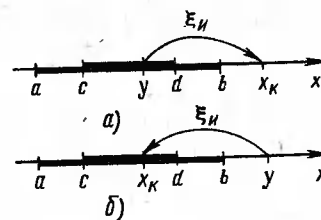


Рис. 1.2. Схема ошибочных решений: а — необнаруженный отказ; б — ложный отказ

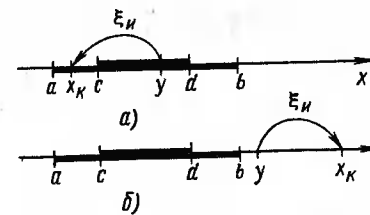


Рис. 1.3. Схемы верных решений: а — верное заключение "годен"; б — верное заключение "негоден"

ложный — с вероятностью $P_{ЛО}$. Вероятность неверного заключения $P_{НЗ} = P_{НО} + P_{ЛО}$. Необнаруженные и ложные отказы называют также соответственно ошибками контроля первого и второго рода.

Верные заключения делаются в двух случаях (рис. 1.3):

- 1) признанный годным ОК на самом деле с некоторой вероятностью $P_{ВЗ}^Г$ является исправным;
- 2) отнесенный к негодным ОК действительно с вероятностью $P_{ВЗ}^{\bar{Г}}$ является неисправным.

Вероятность верного заключения $P_{ВЗ} = P_{ВЗ}^Г + P_{ВЗ}^{\bar{Г}}$.

Рассмотренные несовместные ситуации образуют полную группу событий и потому

$$P_{НО} + P_{ЛО} + P_{ВЗ}^Г + P_{ВЗ}^{\bar{Г}} = 1. \quad (1.6)$$

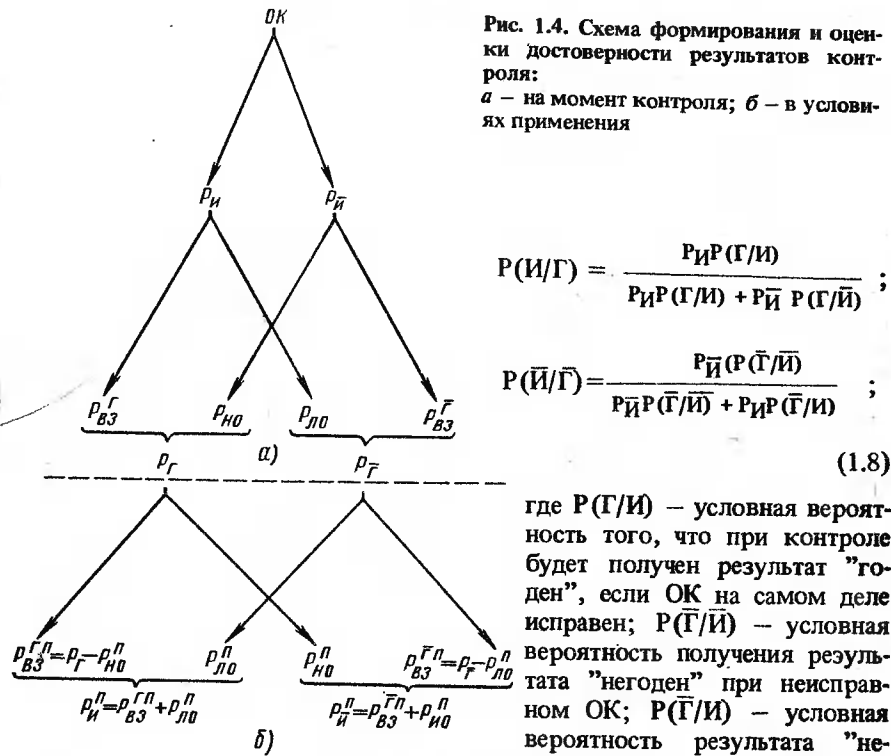
Схема формирования и оценки достоверности результатов двальтернативного контроля на момент его окончания приведена на рис. 1.4, а. Из схемы следует, что

$$\begin{aligned} P_{НО} &= P_G - P_{ВЗ}^Г = P_{\bar{И}} - P_{ВЗ}^{\bar{Г}}; \\ P_{ЛО} &= P_{\bar{И}} - P_{ВЗ}^{\bar{Г}} = P_{\bar{Г}} - P_{ВЗ}^Г; \\ P_G &= P_{И} - P_{ЛО} + P_{НО}; \quad P_{\bar{Г}} = P_{\bar{И}} - P_{НО} + P_{ЛО}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

В силу равенства (1.6) рассмотренные показатели достоверности контроля оценивают долю возможных исходов тех или иных событий во всей их массе. Например, вероятность $P_{ВЗ}$ может трактоваться как среднее относительное число ОК, о состоянии которых было сделано верное заключение.

В ряде задач контроля возможные его исходы необходимо рассматривать по отношению к какой-либо части возникающих при контроле событий. При этом ДК оценивается условными показателями. Так, апостериорные вероятности нахождения ОК в классе состояний "И" или "И", если получены соответствующие результаты контроля "Г" и " $\bar{Г}$ ", определяются по формуле условной вероятности Байеса [6]:

Рис. 1.4. Схема формирования и оценки достоверности результатов контроля:
 а – на момент контроля; б – в условиях применения



$$P(I/\Gamma) = \frac{P_{И} P(\Gamma/I)}{P_{И} P(\Gamma/I) + P_{\bar{И}} P(\Gamma/\bar{И})};$$

$$P(\bar{И}/\bar{\Gamma}) = \frac{P_{\bar{И}} P(\bar{\Gamma}/\bar{И})}{P_{\bar{И}} P(\bar{\Gamma}/\bar{И}) + P_{И} P(\bar{\Gamma}/И)};$$

(1.8)

где $P(\Gamma/I)$ – условная вероятность того, что при контроле будет получен результат "годен", если ОК на самом деле исправен; $P(\bar{\Gamma}/\bar{И})$ – условная вероятность получения результата "негоден" при неисправном ОК; $P(\bar{\Gamma}/И)$ – условная вероятность результата "негоден" при исправном ОК;

$P(\Gamma/\bar{И})$ – условная вероятность результата "годен" при неисправном ОК.

По формуле произведения вероятностей имеем

$$P_{ВЗ}^Г = P(\Gamma/I)P_{И}; \quad P_{НО} = P(\Gamma/\bar{И})P_{\bar{И}};$$

$$P_{ВЗ}^{\bar{Г}} = P(\bar{\Gamma}/\bar{И})P_{\bar{И}}; \quad P_{ЛО} = P(\bar{\Gamma}/И)P_{И}.$$

(1.9)

Подставляя выражения (1.9) в (1.8), с учетом (1.7) получаем

$$P(I/\Gamma) = P_{ВЗ}^Г/P_{Г}; \quad P(\bar{И}/\bar{\Gamma}) = P_{ВЗ}^{\bar{Г}}/P_{\bar{\Gamma}}.$$

(1.10)

Событие, состоящее в том, что среди признанных годными ОК имеются неисправные, на основании первого выражения (1.10) и формулы для определения $P_{НО}$ (1.7) оценивается условной вероятностью необнаруженного отказа

$$P_{НО} = P(\bar{И}/\Gamma) = 1 - P(I/\Gamma) = 1 - P_{ВЗ}^Г/P_{Г} = P_{НО}/P_{Г}.$$

(1.11)

Необнаруженные отказы можно также оценивать условной вероятностью того, что среди неисправных ОК имеются такие, отказы которых при контроле не обнаруживаются:

$$W_{НО} = P(\bar{\Gamma}/\bar{И}) = 1 - P(\bar{\Gamma}/И) = 1 - P_{ВЗ}^{\bar{Г}}/P_{\bar{И}} = P_{НО}/P_{\bar{И}}.$$

(1.12)

Вероятность необнаруженного отказа характеризует потери (риск) за-

казчика, для которого важно, чтобы ОК выполнял свою задачу наилучшим образом.

Ложный отказ оценивается условной вероятностью того, что среди исправных ОК имеются неверно забракованные:

$$P_{ЛО} = P(\bar{\Gamma}/И) = 1 - P(\Gamma/И) = 1 - P_{ВЗ}^Г/P_{И} = P_{ЛО}/P_{И}.$$

(1.13)

Возможность ложного отказа может оцениваться также условной вероятностью того, что среди признанных негодными ОК имеются на самом деле исправные:

$$W_{ЛО} = P(И/\bar{\Gamma}) = 1 - P(\bar{И}/\bar{\Gamma}) = 1 - P_{ВЗ}^{\bar{Г}}/P_{\bar{\Gamma}} = P_{ЛО}/P_{\bar{\Gamma}}.$$

(1.14)

Вероятность ложного отказа характеризует потери изготовителя. Для него необходимо, чтобы исправные ОК напрасно не браковались, так как в противном случае увеличивается время на устранение несуществующих отказов.

При прогнозирующей оценке состояния объекта контроля в условиях применения он в зависимости от того, выполняется или не выполняется условие работоспособности (1.5), может находиться в исправном или неисправном состоянии с некоторыми вероятностями $P_{И}^П$ и $P_{\bar{И}}^П$, для которых выполняется условие $P_{И}^П + P_{\bar{И}}^П = 1$.

В данном случае объекты, признанные годными и на самом деле являющиеся работоспособными на момент окончания контроля, после него в условиях применения могут оказаться неисправными вследствие выхода значений параметра (1.4) за границы области работоспособности (рис. 1.5, а). И наоборот, признанные негодными и действительно являющиеся таковыми на момент окончания контроля ОК в условиях применения могут быть работоспособными (рис. 1.5, б). В первом случае имеет место необнаруженный отказ, а во втором – ложный. Необнаруженный отказ может возникнуть и при невыполнении условия (1.3), а ложный – при нахождении значений параметра x_k в поле допуска. Все эти отказы возникают соответственно с некоторыми вероятностями $P_{НО}^П$ и $P_{ЛО}^П$. Вероятность неверного заключения $P_{НЗ}^П = P_{НО}^П + P_{ЛО}^П$.

Верные заключения делаются в двух случаях: когда признанный годным ОК на самом деле с некоторой вероятностью $P_{ВЗ}^П$ является работоспособным и когда неисправный объект с вероятностью $P_{ВЗ}^П$ верно признается негодным. Вероятность верного заключения $P_{ВЗ}^П = P_{ВЗ}^П + P_{ВЗ}^П$.

Сумма вероятностей неверного и верного заключений равна единице. Условные показатели ДК определяются по формулам (1.10) ... (1.14), в

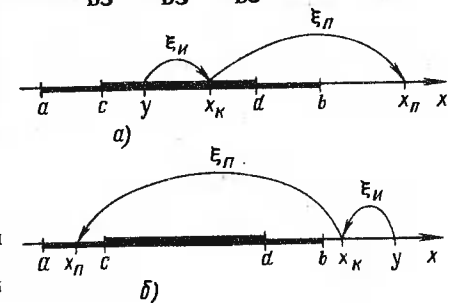


Рис. 1.5. Схемы ошибочных решений при прогнозирующем контроле:
 а – необнаруженный отказ; б – ложный отказ

которых все величины, кроме вероятностей P_T и P_T^- необходимо пометить индексом "П".

Схема прогнозирующей оценки возможных состояний ОК в условиях применения приведена на рис. 1.4, б.

1.3. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ДОСТОВЕРНОСТЬ КОНТРОЛЯ

Задача объективной оценки ДК крайне важна и актуальна, так как ошибки при контроле состояния объекта приводят к большим часто трудно восполнимым потерям. Между тем практика показывает, что измерение параметров ОК с высокой точностью не всегда гарантирует достоверную оценку состояния контролируемых систем. Это обусловлено воздействием на объект помимо погрешностей измерения еще целого ряда других случайных факторов.

При контроле на вход ОК подаются стимулирующие сигналы с некоторыми характеристиками $s_{с.к} = \{s_{с.к1}, s_{с.к2}, \dots\}$ (рис. 1.6, а). Среди этих характеристик имеются информативные, несущие информацию о решаемой РЭС задаче, и технические, не несущие такой информации, но влияющие на результат измерения параметров ОК. К информативным характеристикам относятся, например, имитируемые при контроле аппаратуры инструментальной посадки отклонения самолета от равноточной зоны. Фронт, длительность и частота следования импульсов сигнала на входе этой аппаратуры — технические характеристики.

При контроле к ОК подключаются нагрузки (эквиваленты, измерительные приборы, датчики сигналов и т. п.) с некоторыми характеристиками $s_{н.к} = \{s_{н.к1}, s_{н.к2}, \dots\}$. Это особенно характерно для автономного элементного контроля сложных РЭС. Кроме того, на объект контроля воздействует, например, совокупность таких внешних и внутренних факторов, как температура, механические воздействия, изменения питающих напряжений, с характеристиками $s_{в.к} = \{s_{в.к1}, s_{в.к2}, \dots\}$.

Характеристики дестабилизирующих факторов $s_k = \{s_{с.к}, s_{н.к}, s_{в.к}\}$ в общем случае непостоянны. Поэтому, измеряя параметр объекта $x_k =$

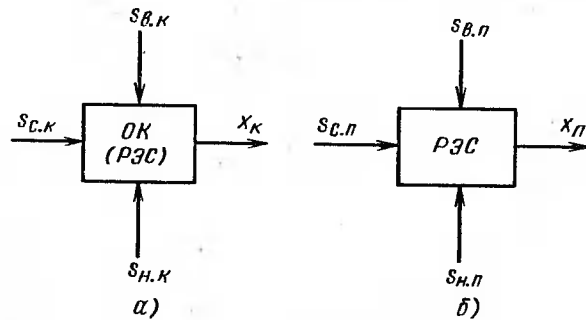


Рис. 1.6. Схема формирования значений параметра: а — контроль; б — применение

$= x(s_k)$ пусть даже в очень близкие моменты времени t_1, t_2, \dots и при отсутствии погрешностей измерений, можно получить различные его значения y_1, y_2, \dots . Если разности этих значений больше или сравнимы с погрешностью измерений, то имеет место дополнительная погрешность измерения параметра

$$\xi_{и.у} = x(s_k) - x(s_0), \quad (1.15)$$

где s_0 — характеристики нормальных или расчетных (номинальных) условий контроля.

Так возникают, например, погрешности измерений из-за отличия характеристик стимулирующих сигналов, имитируемых средствами контроля, от их номинальных значений.

Таким образом, измерение с высокой точностью возможно только тогда, когда контролируемому параметру ОК можно поставить в соответствие неизменное его значение x_k , т. е. при $s_k = s_0 = const$.

Увеличение числа контролируемых параметров сложных РЭС требует резкого сокращения времени их измерения. При этом ОК во время контроля может находиться в переходном режиме и поэтому измеряемые параметры претерпевают значительные изменения. Инерционность ОК приводит к возникновению дополнительной погрешности $\xi_{ин}$ определения значений измеряемого параметра.

После контроля в условиях применения на РЭС воздействует совокупность различных дестабилизирующих факторов (рис. 1.6, б), характеристики которых $s_p = \{s_{с.п}, s_{н.п}, s_{в.п}\}$ непостоянны и отличаются в общем случае от соответствующих характеристик режимов контроля s_k . При этом параметр РЭС отклоняется от своего значения при контроле на некоторую величину, равную

$$\xi_y = x(s_p) - x(s_k). \quad (1.16)$$

Погрешность (1.16) обратима и при повторном контроле ОК в прежних условиях после применения не обнаруживается.

Кроме рассмотренных погрешностей в условиях применения ОК возникает необратимое отклонение параметров ξ_c , обусловленное процессами старения и износа.

Таким образом, результирующее отклонение параметра системы (1.4) от его значения при контроле в процессе применения равно*

$$\xi_p = x_p - x_k = \xi_{ин} + \xi_y + \xi_c. \quad (1.17)$$

При наличии погрешностей (1.17) высокая точность измерения параметров ОК еще не гарантирует нахождения их значений (1.4) в заданных границах области работоспособности (1.5) с высокой вероятностью, что снижает достоверность результатов контроля.

Нахождение ОК в том или ином классе возможных состояний существенно зависит от границ областей принятия решения и работоспособности, которые в общем случае по различным случайным причинам непостоянны.

* См. статью: Савин С. К. Структура погрешностей радиоэлектронной аппаратуры. — Метрология, 1980, № 5, с. 41–45.

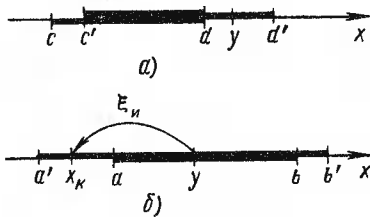


Рис. 1.7. Влияние допусков: a – на результаты контроля "годен" и "негоден"; b – на работоспособность ОК

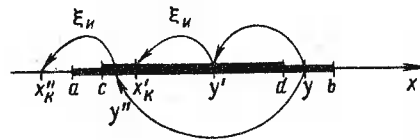


Рис. 1.8. Влияние восстановления на работоспособность ОК

Например, при автоматизированном контроле границы области принятия решения непостоянны из-за нестабильности устройств сравнения. Это, в частности, может привести к получению противоположных результатов контроля "годен" и "негоден" при одной и той же оценке параметра y (рис. 1.7, а).

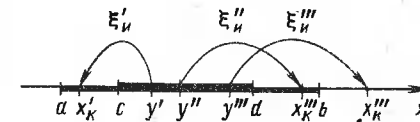
Границы области работоспособности (1.5) могут изменяться, например, из-за влияния на результат применения РЭС различных внешних случайных факторов. При этом один и тот же объект может являться в одном случае работоспособным, а в другом нет (рис. 1.7, б). Как видно, детерминированное задание границ полей допусков снижает объективность проводимых оценок ДК.

Контроль, как правило, совмещается с операцией восстановления работоспособности. Восстановленные ОК контролируются повторно. При этом в зависимости от того, какое случайное значение будет иметь результат измерения параметра восстановленного объекта, его действительное значение при одной и той же погрешности измерения может находиться в поле допуска или вне его (рис. 1.8). Таким образом, случайный процесс восстановления влияет на состояние ОК и достоверность его распознавания.

Параметры многих объектов контролируются в нескольких точках заданного диапазона их возможных значений. После этого ОК может применяться в какой-либо заранее неизвестной точке контролируемого диапазона. Это особенно характерно для сложных РЭС с функциональной избыточностью, позволяющей им решать поставленные задачи различными способами в случае отказа и (или) отключения части их элементов. При этом в зависимости от используемого способа и случайной погрешности измерения параметра, соответствующей этому способу, одна и та же РЭС может оказаться работоспособной или не быть таковой (рис. 1.9). В этом случае состояние ОК при решении функциональной задачи помимо контрольных допусков и точности измерения параметров зависит от случайного процесса использования объекта в том или ином его возможном состоянии.

Особенностью сложных РЭС является наличие вычислительных устройств и различных преобразователей сигналов. Выходной параметр z таких систем является некоторой функцией $z = \varphi(x)$ первичных параметров $x = \{x_1, x_2, \dots\}$ их элементов. Системы с функционально зависимыми параметрами могут контролироваться как по первичным, так и по выход-

Рис. 1.9. Влияние способов решения задачи на работоспособность ОК



ным параметрам, либо по тем и другим вместе способами различной сложности, различающимися по достоверности. При этом на достоверность распознавания состояния контролируемой системы оказывает влияние характер взаимных связей параметров ее элементов, описываемых функцией $\varphi(x)$.

Вопросы оценки достоверности контроля сложных РЭС с учетом выше-названных факторов, оказывающих влияние на результаты эксплуатационного контроля, рассматриваются в гл. 2, 3 и 4.

ГЛАВА 2

ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ

2.1. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Задача оценки достоверности однопараметрического контроля формулируется следующим образом.

Состояние ОК или какой-либо его контролируемой части описывается одним параметром. Контролируется партия невосстанавливаемых объектов одного типа, значения параметра которых изменяется случайным образом от изделия к изделию. Контролируемый объект признается годным, если результат измерения его параметра удовлетворяет условию (1.2).

Необходимо определить показатели достоверности контроля параметра ОК. Эта задача может решаться в различных постановках.

Задача 1. Достоверность контроля оценивается на момент его окончания (см. рис. 1.4, а) в соответствии с решающими правилами (1.2) и (1.3). Возможные в данном случае ситуации приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Ситуации на момент контроля

Событие	Решающее правило		Вероятность события	
	$c < y < d$	$a < x_K < b$	$P_{ВЗ}^Г$	$P_{ВЗ}$
Верное заключение "годен"	$c < y < d$	$a < x_K < b$	$P_{ВЗ}^Г$	$P_{ВЗ}$
Верное заключение "Негоден"	$y < c$ или $y > d$	$x_K < a$ или $x_K > b$	$P_{ВЗ}^Г$	
Необнаруженный отказ	$c < y < d$	$x_K < a$ или $x_K > b$	$P_{НО}$	$P_{НЗ}$
Ложный отказ	$y < c$ или $y > d$	$a < x_K < b$	$P_{ЛО}$	

Априорная вероятность исправного состояния ОК, т.е. выполнения условия (1.3), до отбраковки объектов равна

$$P_{И} = \int_a^b w_K(x_K) dx_K, \quad (2.1)$$

где $w_K(x_K)$ — априорная плотность вероятности истинных значений измеряемого параметра (на момент начала контроля).

Результат контроля "годен" (1.2) возможен с вероятностью

$$P_{Г} = \int_c^d v(y) dy, \quad (2.2)$$

где v_y — плотность вероятности результатов измерения параметра.

При статистической независимости значений параметра и погрешности его измерения, имеющей место на практике в большинстве случаев, плотность вероятности результатов измерений (1.1) находится в виде композиции [6]

$$v(y) = \int_{-\infty}^{\infty} w_K(x_K) q(y-x_K) dx_K, \quad (2.3)$$

где $q(\xi_{и})$ — плотность вероятности погрешности измерения.

При контроле с отбраковкой образуется две группы объектов (рис. 2.1): признанные годными объекты с ненормированной плотностью вероятности значений параметра $w_{Г}(x_K)$; отнесенные к негодным объекты с ненормированной плотностью вероятности значений параметра $w_{Г}^{-}(x_K)$.

Распределение смеси этих объектов записывается так:

$$w_K(x_K) = w_{Г}(x_K) + w_{Г}^{-}(x_K). \quad (2.4)$$

Вероятности НО и ЛО в соответствии с табл. 2.1 находят в виде

$$P_{НО} = \int_{-\infty}^a w_{Г}(x_K) dx_K + \int_b^{\infty} w_{Г}(x_K) dx_K; \quad (2.5)$$

$$P_{ЛО} = \int_a^b w_{Г}^{-}(x_K) dx_K.$$

Верные заключения объект "годен" и "негоден" возможны с вероятностями

$$P_{ВЗ}^{Г} = \int_a^b w_{Г}(x_K) dx_K; \quad (2.6)$$

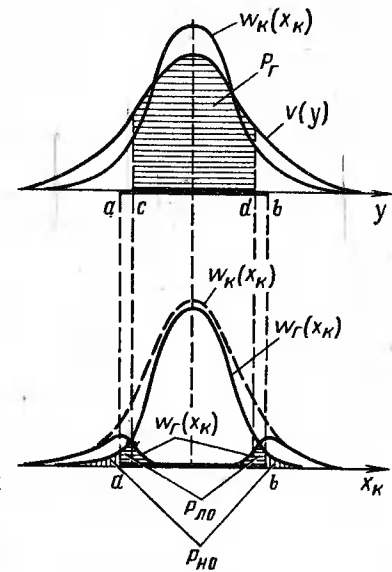
$$P_{ВЗ}^{-} = \int_{-\infty}^a w_{Г}^{-}(x_K) dx_K + \int_b^{\infty} w_{Г}^{-}(x_K) dx_K.$$

Ненормированная плотность вероятности признанных годными ОК находится по известной формуле [6]

$$w_{Г}(x_K) = \int_c^d w_K(x_K/y) v(y) dy, \quad (2.7)$$

где $w_K(x_K/y)$ — плотность вероятности значений параметра при условии, что результат его измерения равен y .

Рис. 2.1. Схема формирования законов распределения



Область интегрирования в (2.7) в соответствии с условиями (1.2) ограничена с и d.

Апостериорная плотность вероятности [6]

$$w_K(x_K/y) = \frac{w_K(x_K) w_K(y/x_K)}{\int_{-\infty}^{\infty} w_K(y/x_K) w_K(x_K) dx_K} \quad (2.8)$$

При независимых величинах x_K и $\xi_{и}$ условная плотность вероятности $w_K \times (y/x_K)$ результатов измерений (1.1) находится из выражения плотности $q(\xi_{и})$:

$$w(y/x_K) = q(y-x_K). \quad (2.9)$$

С учетом выражений (2.3), (2.7), (2.8) и (2.9) имеем

$$w_{Г}(x_K) = w_K(x_K) \int_c^d q(\xi_{и}) d\xi_{и}. \quad (2.10)$$

По формулам (1.11), (1.13), (2.1), (2.2), (2.3), (2.6) и (2.10) находим

$$P_{НО} = 1 - \frac{\int_a^b \int_{c-x_K}^{d-x_K} w_K(x_K) q(\xi_{и}) d\xi_{и} dx_K}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{c-x_K}^{d-x_K} w_K(x_K) q(\xi_{и}) d\xi_{и} dx_K}; \quad (2.11)$$

$$P_{ЛО} = 1 - \frac{\int_a^b \int_{c-x_K}^{d-x_K} w_K(x_K) q(\xi_{и}) d\xi_{и} dx_K}{\int_a^b w_K(x_K) dx_K}.$$

Числитель в формулах (2.11) — вероятность $P_{ВЗ}^{Г}$; знаменатель в первой формуле — $P_{Г}$; а во второй — $P_{И}$. Вероятности $P_{НО}$ и $P_{ЛО}$ находятся по формулам (1.11), (1.13) и (2.11).

Рассмотренная схема использовалась еще Н. А. Бородачевым [3] для оценки влияния погрешностей измерения на результаты производственного контроля, но из-за влияния на достоверность контроля режима работы объекта учет только погрешностей измерений недостаточен (см. разд. 1.3).

Задача 2. На результат измерения параметра кроме погрешности измерительного устройства оказывает влияние погрешность (1.15), вызванная непостоянством режимов контроля.

Ситуации в условиях применения

Событие	Решающее правило			Вероятность события	
Верное заключение "годен"	$c < y < d$	$a < x_K < b$	$a < x_{\Pi} < b$	$P_{ВЗ}^{\Pi}$	$P_{ВЗ}^{\Pi}$
		$x_K < a$ или $x_K > b$			
Верное заключение "негоден"	или $y > d$	$x_K < a$ или $x_K > b$	$x_{\Pi} < a$ или $x_{\Pi} > b$	$P_{ВЗ}^{\bar{\Pi}}$	
		$a < x_K < b$			
Необна- руженный отказ	$c < y < d$	$x_K < a$ или $x_K > b$	$x_{\Pi} < a$ или $x_{\Pi} > b$	$P_{НО}^{\Pi}$	$P_{НЗ}^{\Pi}$
		$a < x_K < b$			
Ложный отказ	или $y > d$	$a < x_K < b$	$a < x_{\Pi} < b$	$P_{ЛО}^{\Pi}$	
		$x_K < a$ или $x_K > b$			

Известна плотность вероятности $w_0(x_0)$ значений параметра $x_0 = x(s_0)$ в нормальных условиях s_0 . Контроль ОК производится в условиях s_K отличающихся от нормальных. После контроля объект применяется в нормальных условиях. Требуется оценить его состояние в этих условиях.

Необходимость решения такой задачи возникает при оценке влияния на достоверность контроля нестабилизирующих сигналов, питающих напряжений, температуры, радиопомех и т. п.

Измерение параметра $x_K = x(s_K)$ в условиях s_K , как следует из формул (1.1) и (1.15), эквивалентно измерению значения $x_0 = x(s_0)$ с погрешностью

$$\xi_{и\Sigma} = \xi_{и} + \xi_{и.у}. \quad (2.12)$$

Плотность вероятности суммы взаимно независимых величин (2.12) находится в виде композиции [6]

$$q_{\Sigma}(\xi_{и\Sigma}) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi_{и}) q_y(\xi_{и\Sigma} - \xi_{и}) d\xi_{и}, \quad (2.13)$$

где $q_y(\xi_{и.у})$ — плотность вероятности значений погрешности $\xi_{и.у}$.

Поскольку $s_0 = \text{const}$, то значения величин (1.15) и $x_0 = x(s_0)$ взаимно независимы. Они практически взаимно независимы и при случайном s_0 , если $\sigma(s_0) \ll \sigma(s_K)$ (см. приложение 1). При этом достоверность контроля оценивается по формулам (2.11), в которых вместо плотностей вероятностей $w_K(x_K)$ и $q(\xi_{и})$ фигурируют соответственно плотности $w_0(x_0)$ и $q_{\Sigma} \times (\xi_{и\Sigma})$ (2.13).

Решение рассмотренной задачи дает оценку достоверности контроля объекта в худших по сравнению с режимом его применения условиях. Это эквивалентно уменьшению точности измерения контролируемого параметра.

Задача 3. Известна плотность вероятности $w_0(x_0)$ значений параметра $x_0 = x(s_0)$ в нормальных условиях s_0 . Объект контролируется в условиях s_K , отличающихся от нормальных. Требуется оценить состояние ОК в этих условиях. Например, необходимо знать, как влияет на ДК изменение условий работы объекта на самолете по сравнению с лабораторными.

Значение параметра в иовых условиях в соответствии с (1.15) записывается так:

$$x_K = x(s_K) = x_0 + \xi_{и.у}. \quad (2.14)$$

Плотность вероятности значений параметра (2.14) находим как композицию

$$w_K(x_K) = \int_{-\infty}^{\infty} w_0(x_0) q_y(x_K - x_0) dx_0, \quad (2.15)$$

где $q_y(\xi_{и.у})$ — плотность вероятности погрешности $\xi_{и.у}$. Достоверность контроля оценивается по формулам (2.11) и (2.15).

Задача 4. Объект применяется в условиях s_{Π} , отличающихся от условий его контроля s_K . Необходимо оценить его состояние в условиях применения (см. рис. 1.4, б) в соответствии с решающими правилами (1.2) и (1.5). В данном случае возможны ситуации, приведенные в табл. 2.2.

В силу того, что величины x_K и ξ_{Π} практически независимы (см. приложение 1), априорная плотность вероятности значений параметра (1.4) в условиях применения (для объектов, не подвергавшихся контролю) записывается как композиция

$$W_K(x_{\Pi}) = \int_{-\infty}^{\infty} w_K(x_K) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_K) dx_K, \quad (2.16)$$

где $q_{\Pi}(\xi_{\Pi})$ — плотность вероятности погрешности ξ_{Π} .

Аналогично плотности вероятности значений параметра (1.4) объектов, признанных в результате контроля годными и негодными, записываются соответственно в виде

$$w_{\Gamma}^{\Pi}(x_{\Pi}) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Gamma}(x_K) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_K) dx_K; \quad (2.17)$$

$$w_{\bar{\Gamma}}^{\Pi}(x_{\Pi}) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{\bar{\Gamma}}(x_K) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_K) dx_K,$$

где $w_{\Gamma}(x_K)$, $w_{\bar{\Gamma}}(x_K)$ — плотности вероятностей значений параметра признанных годными и негодными ОК соответственно, определяемые по формулам (2.4) и (2.10).

Априорная вероятность исправного состояния ОК и вероятности верного и неверного заключений о его годности и негодности в условиях применения соответственно равны

$$P_{Н}^{\Pi} = \int_a^b w_K(x_{\Pi}) dx_{\Pi}; \quad P_{ВЗ}^{\Gamma\Pi} = \int_a^b w_{\Gamma}^{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi}; \quad (2.18)$$

$$P_{ВЗ}^{\bar{\Gamma}\Pi} = \int_{-\infty}^{\infty} w_{\bar{\Gamma}}^{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi} + \int_b^{\infty} w_{\Gamma}^{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi}.$$

Подставляя в формулы (1.11) и (1.13) выражения (2.2), (2.3) и (2.18) с учетом (2.10), (2.16) и (2.17), находим условные вероятности НО и ЛО в виде

$$P_{HO}^{\Pi} = 1 - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_K(x_K) q(\xi_H) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_K) d\xi_H dx_{\Pi} dx_K}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_K(x_K) q(\xi_H) d\xi_H dx_K} \quad (2.19)$$

$$P_{ЛО}^{\Pi} = 1 - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_K(x_K) q(\xi_H) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_K) d\xi_H dx_{\Pi} dx_K}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_K(x_K) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_K) dx_{\Pi} dx_K}$$

Числители дробей (2.19) есть вероятность $P_{ВЗ}^{\Gamma\Pi}$, знаменатель первой — P_{Γ} ; знаменатель второй — P_{II}^{Π} .

Уравнение погрешности (1.17) учитывает практически все возможные отклонения параметра ОК в условиях применения после его контроля. Поэтому формулы (2.19) дают оценку достоверности прогнозирующего эксплуатационного контроля*.

Задача 5. Известна плотность вероятности $w_0(x_0)$ значений параметра в нормальных условиях s_0 . Объект контролируется в других условиях s_K , а затем применяется в условиях s_{Π} . Требуется найти вероятности возможных состояний ОК в условиях применения.

В этом случае показатели ДК находятся подстановкой (2.15) в (2.19).

2.2. ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ

Рассмотрим классическую задачу отбраковки объектов по результатам контроля (см. табл. 2.1). Для определения вероятностей возникновения этих ситуаций введем следующие характеристики и обозначения (см. рис. 2.2, 2.3, 2.4): 2δ — поле допуска; $\delta = (b-a)/2$ — половина поля допуска с границами a, b ; x_H — номинальное значение контролируемого параметра (КП); $\delta_b = b - x_H$, $\delta_a = a - x_H$ — верхний и нижний допуски, отсчитываемые от номинального значения КП; $x_c = (b+a)/2$ — значение КП, соответствующее середине поля допуска; $\gamma_H = x_c - x_H$ — смещение середины поля допуска относительно номинального значения КП; x_{\max}, x_{\min} — наибольшее и наименьшее значения КП, соответствующие принятым границам практически предельного поля рассеивания КП; $2l_x$ — поле рассеивания КП; $l_x = (x_{\max} - x_{\min})/2$ — половина поля рассеивания КП; $\tilde{x}_c = (x_{\max} + x_{\min})/2$ — середина поля рассеивания; $\tilde{\gamma}_H = \tilde{x}_c - x_H$ — смещение середины поля рассеивания относительно номинального значения КП; $\gamma_m = m(x) - x_c$ — смещение математического ожидания КП относительно середины поля допуска; $\tilde{\gamma}_m = \tilde{x}_c - m(x)$ — смещение середины поля рассеивания КП относительно его мате-

матического ожидания; $\gamma_{mH} = m(x) - x_H$ — смещение математического ожидания относительно номинального значения КП.

Здесь и далее там, где это не оговорено особо, принято: $x = x_K$; рабочий и контрольный допуски совпадают между собой ($a = c, b = d$); за начало отсчета берется математическое ожидание $m(x) = 0$; систематическая составляющая погрешности измерения скомпенсирована, т.е. $m(\xi_H) = 0$; распределения КП и погрешностей измерений — симметричные.

Допуски на КП могут быть следующих видов.

Двусторонний несмещенный (симметричный) допуск (рис. 2.2). В этом случае $\tilde{x}_c = m(x) = x_c = x_H$ и $\gamma_{mH} = \tilde{\gamma}_m = \gamma_m = \gamma_H = 0$.

Односторонний допуск (рис. 2.3). Вместо характеристики δ двустороннего симметричного допуска берется характеристика: для допуска с верхней границей b

$$\delta^{(1)} = \delta_b - \gamma_{mH};$$

для допуска с нижней границей a

$$\delta^{(2)} = \delta_a - \gamma_{mH}.$$

Двусторонний смещенный допуск (рис. 2.4). В этом случае $m(x) \neq x_c = x_H$, или же $m(x) = x_c$, или $m(x) \neq x_H$ при $x_c \neq x_H$. Вместо характеристики δ двустороннего симметричного допуска берутся характеристики

$$\delta^{(1)} = \delta - \gamma_m \text{ и } \delta^{(2)} = \delta + \gamma_m, \text{ если задана } \delta;$$

или $\delta^{(1)} = \delta_b - \gamma_{mH}$ и $\delta^{(2)} = \delta_a - \gamma_{mH}$, если заданы δ_b и δ_a .

Для определения показателей ДК в некоторых случаях используются также следующие величины.

Относительный допуск: $\eta = \delta/\sigma(x)$ при двустороннем симметричном допуске, $\eta^{(1)} = \delta^{(1)}/\sigma(x)$ или $\eta^{(2)} = \delta^{(2)}/\sigma(x)$ при одностороннем допуске, $\eta^{(1)} = \delta^{(1)}/\sigma(x)$ и $\eta^{(2)} = \delta^{(2)}/\sigma(x)$ при двустороннем смещенном допуске.

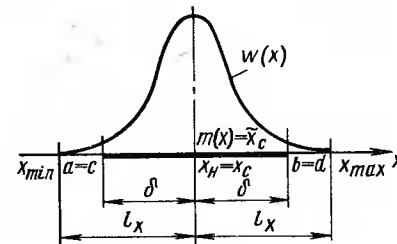


Рис. 2.2. Двусторонний несмещенный (симметричный) допуск

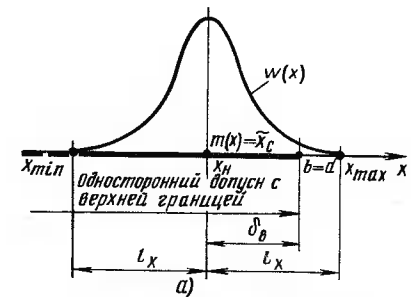


Рис. 2.3. Односторонние допуски: a — с верхней границей; b — с нижней границей

* См. статью: Савин С. К., Никитин А. А. К вопросу оценки достоверности контроля сложных радиоэлектронных систем. — Надежность и контроль качества, 1978, № 1, с. 38—46.

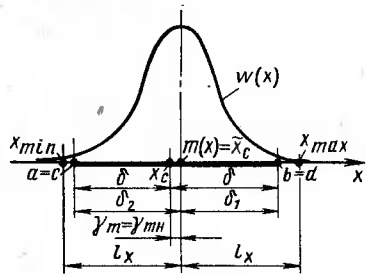


Рис. 2.4. Двусторонний смещенный допуск

Относительная параметрическая погрешность измерения:

$$\eta_x = \sigma(\xi_n) / \sigma(x),$$

где $\sigma(\xi_n) = l_n/3$; $\sigma(x) = l_x/3$ при нормальных законах распределения погрешности измерения и КП;

$\sigma(\xi_n) = l_n/\sqrt{3}$; $\sigma(x) = l_x/\sqrt{3}$ при распределении ξ_n и КП по законам равной вероятности; l_n — половина поля рассеивания погрешности ξ_n .

Относительная допусковая погрешность измерения: $\eta_\delta = \sigma(\xi_n) / \delta$ — при двустороннем симметричном допуске; $\eta_\delta^{(1)} = \sigma(\xi_n) / \delta^{(1)}$ или $\eta_\delta^{(2)} = \sigma(\xi_n) / \delta^{(2)}$ при одностороннем допуске; $\eta_\delta^{(1)} = \sigma(\xi_n) / \delta^{(1)}$ и $\eta_\delta^{(2)} = \sigma(\xi_n) / \delta^{(2)}$ при двустороннем смещенном допуске.

Относительная приведенная допусковая погрешность измерения:

$$\eta_\delta^* = l_n / \delta \text{ или } \eta_\delta^* = l_n / \delta^{(1)}, (2)$$

Известны законы распределения значений КП и погрешности измерения, а также допуск на КП. Рассмотрим задачу оценки ДК при различных допусках.

1. Пусть допуск двусторонний несмещенный с характеристиками $\delta = (b-a)/2$ и $x_n = m(x) = 0$, а значения контролируемого параметра и погрешности измерения распределены по нормальным законам. В этом случае вероятности $P_{НО}$ и $P_{ЛО}$ могут быть определены по формулам [15]:

$$P_{НО} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\eta} e^{-x^2/2} dx \int_{-(x-\eta)/\eta_x}^{(x-\eta)/\eta_x} e^{-\xi_n^2/2} d\xi_n;$$

$$P_{ЛО} = \frac{1}{\pi} \int_{-\eta}^{\eta} e^{-x^2/2} dx \int_{(x-\eta)/\eta_x}^{\infty} e^{-\xi_n^2/2} d\xi_n.$$

Интегралы в этих формулах вычисляются по таблицам двумерного нормального распределения [32]. С помощью этих таблиц значения вероятностей НО и ЛО могут быть вычислены с достаточной для практики точностью при $\eta_x > 0,1$ по приближенным формулам вида

$$P_{НО} = 2\Phi\left(\frac{\eta}{\sqrt{1+\eta_x^2}}\right) + 2T\left(\eta, \frac{2}{\eta_x}\right) + 2T\left(\frac{\eta}{\sqrt{1+\eta_x^2}}, \frac{2+\eta_x^2}{\eta_x}\right) - 2T(\eta, 0) + 2T\left(\frac{\eta}{\sqrt{1+\eta_x^2}}, \eta_x^2\right) - 1; \quad (2.20)$$

$$P_{ЛО} = P_{НО} + 2\Phi(\eta) - 2\Phi\left(\frac{\eta}{\sqrt{1+\eta_x^2}}\right),$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$ — табулированная функция Лапласа; $T(l, a) =$

Таблица 2.3

Приближенные формулы $P_{НО}$ и $P_{ЛО}$ при равномерном распределении значений контролируемого параметра и ξ_n

Вариант	Соотношение между l_x, l_n и δ	$P_{НО}$	$P_{ЛО}$	Соотношение между η и η_x	$P_{НО}$	$P_{ЛО}$
а	$\delta \geq l_x$ $l_n \leq \delta - l_x$	0	0	$\eta \geq 1,73$ $\eta_x \leq \eta/1,73$	0	0
б	$\delta \geq l_x$ $l_n > \delta - l_x$	0	$\frac{[l_n - (\delta - l_x)]^2}{4l_x l_n}$	$\eta \geq 1,73$ $\eta_x > 0,73$	0	$\frac{[\eta_x - (\eta/0,73)]^2}{4\eta_x}$
в	$\delta < l_x$ $l_n > l_x - \delta$	$\frac{[2l_n - (l_x - \delta)]}{4l_x l_n} (l_x - \delta)$	$\frac{l_n}{4l_x}$	$\eta < 1,73$ $\eta_x > 1 - \eta/1,73$	$\frac{l_n}{4l_x}$	$\frac{\eta_x}{4}$
г	$\delta < l_x$ $l_n < l_x - \delta$	$\frac{l_n}{4l_x}$	$\frac{l_n}{4l_x}$	$\eta < 1,73$ $\eta_x \leq 1 - \eta/1,73$	$\frac{l_n}{4l_x}$	$\frac{\eta_x}{4}$

$= \frac{1}{\sqrt{2\pi h}} \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)/2} dx dy$ – табулированная вспомогательная функция нормального распределения. При этом $T(h, 0) = 0$; $T(h, 1) = 0,125 [1 - 4\Phi^2(h)]$; $T(h, \infty) = 0,25 [1 - 2\Phi(|h|)]$.

Пример 2.1. Значения параметра и погрешности измерения подчинены нормальному закону с характеристиками $m(x) = x_H = 0^1$, $\sigma(x) = 2$; $m(\xi_H) = 0$, $\sigma(\xi_H) = 1$. Допуск двусторонний несмещенный с характеристикой $\delta = 5$. Найти значения вероятностей НО и ЛО.

Вычисляем вспомогательные величины
 $\eta = 2,5$; $\eta_x = 0,5$; $\sqrt{1 + \eta_x^2} \approx 1,118$.

По формулам (2.20) рассчитываем $R_{НО}$ и $R_{ЛО}$, значения функций $T(h, a)$ и $\Phi(x)$ определяем по таблицам [32]:

$$R_{НО} = 2\Phi(2,5/1,118) + 2T(2,5; 2/0,5) + 2T[2,5/1,118; (2 + 0,5^2)/0,5] - 2T(2,5; 0) + 2T(2,5/1,118; 0,5) - 1 \approx 0,0035;$$

$$R_{ЛО} = 0,0035 + 2\Phi(2,5) - 2\Phi(2,5/1,118) = 0,0165.$$

Значения вероятностей $R_{НО}$ и $R_{ЛО}$ могут быть найдены также по таблице приложения 2.

Пусть теперь значения КП и погрешности измерения распределены по законам равной вероятности:

$$w(x) = \begin{cases} 1/2l_x & \text{при } -l_x \leq x \leq l_x; \\ 0 & \text{при } x < -l_x \text{ или } x > l_x; \end{cases}$$

$$q(\xi_H) = \begin{cases} 1/2l_H & \text{при } -l_H \leq \xi_H \leq l_H; \\ 0 & \text{при } \xi_H < -l_H \text{ или } \xi_H > l_H. \end{cases}$$

При этом значения вероятностей $R_{НО}$ и $R_{ЛО}$ можно определить по формулам, приведенным в табл. 2.3 [16].

Таблица 2.4

Приближенные значения $R_{НО}$ и $R_{ЛО}$

η_δ^1	Закон распределения КП и погрешности измерения			
	нормальный		равной вероятности	
	$R_{НО}$	$R_{ЛО}$	$R_{НО}$	$R_{ЛО}$
0,1	0,004	0,006	0,011	0,012
0,2	0,01	0,013	0,021	0,026
0,3	0,015	0,02	0,032	0,039
0,4	0,021	0,028	0,04	0,052
0,5	0,026	0,035	0,049	0,066
0,6	0,031	0,044	0,056	0,079
0,7	0,036	0,053	0,063	0,093
0,8	0,041	0,061	0,07	0,106
0,9	0,046	0,071	0,076	0,12
1,0	0,05	0,081	0,082	0,13

¹ Здесь и далее значения величины приводятся в условных единицах.

Если известен вид законов распределения контролируемого параметра и погрешности измерения, а числовые характеристики КП неизвестны, то прикладные оценки достоверности контроля могут быть произведены по табл. 2.4. При этом принято $R_{И} = 0,95$.

Пример 2.2. Параметр объекта контроля распределен по равновероятному закону, числовые характеристики которого $m(x)$ и $\sigma(x)$ неизвестны. Допуск на параметр двусторонний несмещенный с $\delta = 0,25 \cdot 10^{-2}$. Погрешность измерения параметра распределена по закону равной вероятности; $m(\xi_H) = 0$ и $\sigma(\xi_H) = 0,3 \cdot 10^{-3}$. Найти $R_{НО}$ и $R_{ЛО}$.

Рассчитываем величину $\eta_\delta^* = 1_H/\delta \approx 0,2$ и по табл. 2.4 находим $R_{НО} \approx 0,021$, $R_{ЛО} \approx 0,026$.

Для сравнения определим значения этих показателей ДК по формулам табл. 2.3, считая $R_{И} = 0,95$, как это принято для табл. 2.4. При равновероятном законе распределения КП $R_{И} = \delta/l_x$ [6], откуда $l_x = \delta/R_{И} \approx 0,26 \cdot 10^{-2}$ и $\sigma(x) = l_x/\sqrt{3} \approx 0,15 \cdot 10^{-2}$. Найдем $\eta = \delta/\sigma(x) \approx 1,644$ и $\eta_x = \sigma(\xi_H)/\sigma(x) = 0,2$. Так как $\eta < 1,73$ и $\eta_x > (1 - \eta/1,73)$, то пользуемся формулами варианта в (см. табл. 2.3): $R_{НО} \approx 0,023$, $R_{ЛО} \approx 0,05$.

Для нахождения условных вероятностей необнаруженного (1.11) и ложного (1.13) отказов необходимо помимо $R_{НО}$ и $R_{ЛО}$ знать вероятности $R_{И}$ и $R_{Г}$. Если они не заданы, то вероятность $R_{И}$ определяется по формулам [6]:

$$R_{И} = \begin{cases} 2\Phi(\eta) - 1 & \text{при нормальном законе распределения КП;} \\ \eta/1,73 = \delta/l_x & \text{при равновероятном законе распределения КП,} \end{cases} \quad (2.21)$$

где $\Phi(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\eta} e^{-t^2/2} dt$ – табулированный интеграл вероятности (см.

приложение 3). Вероятность $R_{Г}$ определяется по формуле (1.7).

В приложении 4 приведены номограммы, по которым можно определить условные и безусловные вероятности необнаруженного и ложного отказов. Для нахождения вероятностей $R_{НО}$, $R_{ЛО}$, $R_{НО}^*$ и $R_{ЛО}^*$ по номограммам необходимо знать любую пару из величин η , η_x , η_δ .

Рассмотрим примеры пользования номограммами.

Пример 2.3. Параметр объекта контроля распределен по нормальному закону; $m(x) = x_H = 0$ и $\sigma(x) = 0,15 \cdot 10^{-2}$. Определить вероятности $R_{НО}$ и $R_{ЛО}$, если на параметр установлен двусторонний несмещенный допуск с $\delta = 0,3 \cdot 10^{-2}$. Погрешность измерения распределена по нормальному закону; $m(\xi_H) = 0$ и $\sigma(\xi_H) = 0,3 \cdot 10^{-3}$.

Вычисляем $\eta = \delta/\sigma(x) = 2$; $\eta_x = \sigma(\xi_H)/\sigma(x) = 0,2$. По рис. П. 4.1 и П. 4.2 определяем вероятности $R_{НО}$ и $R_{ЛО}$. Для этого из точки $\eta_x = 0,2$ на оси абсцисс проводим вертикальную линию до пересечения с кривой, соответствующей $\eta = 2$. Из точки пересечения проводим горизонтальную линию до оси ординат, по которой считываем значения вероятностей $R_{НО} \approx 0,007$ и $R_{ЛО} \approx 0,011$.

Пример 2.4. Для условий предыдущего примера определить условные вероятности $R_{НО}^*$ и $R_{ЛО}^*$.

Дополнительно к найденной в примере 2.3 величине $\eta = 2$ определим величину $\eta_\delta = \sigma(\xi_H)/\delta = 0,1$. На рис. П. 4.3 из точки пересечения кривых, соответствующих $\eta_\delta = 0,1$ и $\eta = 2$, проводим горизонтальную линию до оси ординат, на которой считываем значение показателя $R_{НО}^* \approx 0,008$. По рис. П. 4.4, проводя из точки $\eta_x = 0,2$ вертикальную линию до пересечения с кривой, соответствующей $\eta_\delta = 0,1$, а затем – горизонтальную линию из этой точки до оси ординат, находим значение вероятности $R_{ЛО}^* \approx 0,012$.

2. Допуск на контролируемый параметр – односторонний. Математи-

ческое ожидание $m(x)$ находится в пределах поля допуска. Вероятности НО и ЛО определяются в виде [15]

$$P_{НО}^{(1),(2)} = 0,5P_{НО}; \quad P_{ЛО}^{(1),(2)} = 0,5P_{ЛО}, \quad (2.22)$$

где $P_{НО}^{(1),(2)}$, $P_{ЛО}^{(1),(2)}$ – вероятности ошибочных результатов контроля при одностороннем допуске с верхней (1) или нижней (2) границами; $P_{НО}$, $P_{ЛО}$ – вероятности ошибочных результатов контроля при двустороннем несмещенном допуске с $\delta = \delta^{(1)}$ или $\delta = \delta^{(2)}$, определяемые как в п. 1. Вероятности $P_{НО}^{(1),(2)}$ и $P_{ЛО}^{(1),(2)}$ могут быть определены и непосредственно по номограммам (см. рис. П. 4.1, П. 4.2, П. 4.7, П. 4.8).

Для определения условных вероятностей НО и ЛО при одностороннем допуске необходимо вычислить значения вероятностей исправного состояния объекта контроля ($P_I^{(1),(2)}$) и признания его годным ($P_{Г}^{(1),(2)}$). При одностороннем допуске, например, с верхней границей b и $\delta = \delta^{(1)}$ вероятность $P_I^{(1)}$ записывается в виде

$$P_I^{(1)} = P \left\{ -\infty \leq x \leq b \right\} = P \left\{ -\infty \leq x \leq 0 \right\} + P \left\{ 0 \leq x \leq b \right\} = 0,5(1 + P_{И}), \quad (2.23)$$

где $P_{И}$ – вероятность исправного состояния ОК при двустороннем симметричном допуске с $\delta = \delta^{(1)}$.

Аналогично находится вероятность $P_{Г}^{(1)}$ при одностороннем допуске

$$P_{Г}^{(1)} = 0,5(1 + P_{Г}), \quad (2.24)$$

где $P_{Г}$ – вероятность признания ОК годным при двустороннем симметричном допуске с $\delta = \delta^{(1)}$.

Подставляя формулы (2.22), (2.23), (2.24) в (1.11) и (1.13), находим условные вероятности НО и ЛО при одностороннем допуске

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{НО}^{(1),(2)} &= \frac{P_{НО}^{(1),(2)}}{P_{НО}^{(1),(2)}} = \frac{P_{НО}}{1 + P_{Г}} = \frac{P_{НО}}{P_{Г}} \frac{P_{Г}}{1 + P_{Г}} = \mathcal{P}_{НО} \frac{P_{Г}}{1 + P_{Г}}; \\ \mathcal{P}_{ЛО}^{(1),(2)} &= \frac{P_{ЛО}^{(1),(2)}}{P_{ЛО}^{(1),(2)}} = \frac{P_{ЛО}}{1 + P_{И}} = \frac{P_{ЛО}}{P_{И}} \frac{P_{И}}{1 + P_{И}} = \mathcal{P}_{ЛО} \frac{P_{И}}{1 + P_{И}}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Вероятности (2.25) могут быть найдены также по номограммам рис. П. 4.5, П. 4.6, П. 4.11 и П. 4.12.

Пример 2.5. Условия те же, что и в примере 2.3, но допуск односторонний с характеристикой $\delta^{(1)} = 0,3 \cdot 10^{-2}$. Определить вероятности НО и ЛО.

Из примера 2.3 берем вероятности $P_{НО} = 0,007$ и $P_{ЛО} = 0,011$ и определяем значения показателей ДК при одностороннем допуске по формуле (2.22): $P_{НО}^{(1)} = 0,0035$; $P_{ЛО}^{(1)} = 0,0053$.

По формуле (2.21) для $\eta = \eta^{(1)} = 2$ и приложению 3 находим вероятность исправного состояния ОК в случае двустороннего допуска: $P_{И} = 2 \cdot 0,9772 - 1 = 0,9544$.

По формуле (1.7) вычисляем вероятность $P_{Г}$ при двустороннем допуске: $P_{Г} = P_{И} - P_{ЛО} + P_{НО} = 0,9508$.

Находим условные вероятности НО и ЛО по формулам (2.25):

$$\mathcal{P}_{НО}^{(1)} = \frac{P_{НО}^{(1)}}{1 + P_{Г}} \approx 0,0036; \quad \mathcal{P}_{ЛО}^{(1)} = \frac{P_{ЛО}^{(1)}}{1 + P_{И}} \approx 0,0054.$$

3. Допуск на КП двусторонний смещенный с характеристиками $\delta^{(1)}$ и $\delta^{(2)}$, $a \leq m(x) \leq b$. В этом случае при симметричном распределении КП по формуле (2.22) находят значения вероятностей $P_{НО}^{(1)}$, $P_{ЛО}^{(1)}$ и $P_{НО}^{(2)}$, $P_{ЛО}^{(2)}$ раздельно для каждой из частей допуска. Затем вычисляются полные вероятности НО и ЛО

$$P_{НО\Sigma} = P_{НО}^{(1)} + P_{НО}^{(2)}; \quad P_{ЛО\Sigma} = P_{ЛО}^{(1)} + P_{ЛО}^{(2)}. \quad (2.26)$$

Условные вероятности НО и ЛО

$$\mathcal{P}_{НО\Sigma} = P_{НО\Sigma} / P_{Г\Sigma}; \quad \mathcal{P}_{ЛО\Sigma} = P_{ЛО\Sigma} / P_{И\Sigma}, \quad (2.27)$$

где $P_{Г\Sigma}$ и $P_{И\Sigma}$ – вероятность признания ОК годным и вероятность его исправного состояния при двустороннем смещенном допуске.

Вероятность $P_{И\Sigma}$ рассчитывается по формулам: *нормальный закон распределения КП*

$$P_{И\Sigma} = \Phi(\eta^{(1)}) - \Phi(\eta^{(2)}); \quad (2.28a)$$

распределение КП по закону равной вероятности

$$P_{И\Sigma} = \begin{cases} 0,289(\eta^{(1)} + \eta^{(2)}) & \text{при } \eta^{(1)} < 1,73 \text{ и } \eta^{(2)} < 1,73; \\ 0,5 + \eta^{(1)}/1,73 & \text{при } \eta^{(1)} < 1,73 \text{ и } \eta^{(2)} \geq 1,73; \\ 0,5 + \eta^{(2)}/1,73 & \text{при } \eta^{(1)} \geq 1,73 \text{ и } \eta^{(2)} < 1,73; \\ 1 & \text{при } \eta^{(1)} \geq 1,73 \text{ и } \eta^{(2)} \geq 1,73. \end{cases} \quad (2.28b)$$

Здесь $\eta^{(1)} = \delta^{(1)} / \sigma(x)$; $\eta^{(2)} = \delta^{(2)} / \sigma(x)$; $\Phi(\eta)$ – табулированный интеграл вероятностей (см. приложение 3).

Вероятность $P_{Г\Sigma}$ вычисляется по формуле (1.7) с помощью подстановки найденных из формул (2.26) и (2.28) значений вероятностей $P_{НО\Sigma}$, $P_{ЛО\Sigma}$ и $P_{И\Sigma}$.

Пример 2.6. Контролируемый параметр и погрешность измерения распределены по законам равной вероятности; $m(x) = 0$, $\sigma(x) = 0,3$ и $m(\xi_M) = 0$, $\sigma(\xi_M) = 0,05$. Допуск – двусторонний смещенный с $\delta^{(1)} = 0,5$ и $\delta^{(2)} = 0,4$. Найти вероятности НО и ЛО.

Вычисляем вспомогательные величины: $\eta^{(1)} \approx 1,67$; $\eta^{(2)} \approx 1,33$; $\eta_x^{(1)} = \eta_x^{(2)} \approx 0,17$. По табл. 2.3 (варианты в и г) находим

$$P_{НО}^{(1)} = \frac{[2 \cdot 0,17 - (1 - 1,67/1,73)](1 - 1,67/1,73)}{4 \cdot 0,17} \approx 0,016;$$

$$P_{ЛО}^{(1)} = P_{ЛО}^{(2)} = P_{НО}^{(2)} = 0,17/4 \approx 0,041.$$

Результирующие вероятности рассчитываем по (2.26): $P_{НО\Sigma} = 0,016 + 0,041 = 0,057$; $P_{ЛО\Sigma} = 0,041 + 0,041 = 0,082$. Для случая $\eta^{(1)} < 1,73$ и $\eta^{(2)} < 1,73$ по (2.28b) вычисляем вероятность $P_{И\Sigma} = 0,289(1,67 + 1,33) = 0,867$, а по (1.7) – вероятность $P_{Г\Sigma} = 0,867 - 0,082 + 0,057 = 0,842$.

Значения условных вероятностей НО и ЛО находим по формулам (2.27):

$$\mathcal{P}_{НО\Sigma} = 0,057/0,842 \approx 0,068; \quad \mathcal{P}_{ЛО\Sigma} = 0,082/0,867 \approx 0,095.$$

Рассмотрим теперь задачу оценки достоверности прогнозирующего контроля (см. табл. 2.2). Для оценки вероятностей возникновения возможных при этом ситуаций помимо рассмотренных ранее вспомогательных величин

и характеристик допусков, погрешностей и КП необходимо знать относительную погрешность $A = \sigma(\xi_{II}) / \sigma(\xi_{II})$.

Показатели достоверности прогнозирующего контроля определяются по номограммам, приведенным в приложении 5 для распределения КП и погрешностей по нормальному и равномерному законам.

Пример 2.7. Значения КП, ξ_{II} , ξ_{II} распределены по нормальным законам с числовыми характеристиками $m(x) = x_{II} = 0$, $\sigma(x) = 2$, $m(\xi_{II}) = 0$, $\sigma(\xi_{II}) = 0,6$; $m(\xi_{II}) = 0$, $\sigma(\xi_{II}) = 0,6$. Контрольный двусторонний несмещенный допуск равен рабочему с характеристикой $\delta = 4$. Необходимо определить условную вероятность НО.

Вычисляем вспомогательные величины: $\eta = 2$; $\eta_x = 0,3$; $A = 1$. По рис. П.5.3 определяем значение $\mathcal{P}_{НО}^{II}$: из точки $A = 1$ на оси абсцисс проводим вертикальную линию до пересечения с кривой, соответствующей $\eta = 2$ и $\eta_x = 0,3$ (штриховая линия); из точки пересечения проводим горизонтальную линию влево до оси ординат и считываем значение $\mathcal{P}_{НО}^{II} = 0,035$.

Аналогично по рис. П.5.4 определяем значение $\mathcal{P}_{ЛО}^{II}$.

При односторонних допусках значения $\mathcal{P}_{НО}^{II}$ и $\mathcal{P}_{ЛО}^{II}$ находят по рис. П.5.5, П.5.6 и П.5.11, П.5.12, а вероятности $R_{НО}^{II}$ и $R_{ЛО}^{II}$ — по формулам вида (2.22). В случае двусторонних смещенных допусков значения всех показателей ДК определяются аналогично тому, как это рассмотрено применительно к классической задаче отбраковки ОК, но с использованием номограмм приложения 5.

Необходимые для оценки достоверности прогнозирующего контроля вероятностные характеристики погрешности ξ_{II} определяются методами расчета точности [3, 5, 16, 33]. Рекомендуемые методы приведены в приложении 6.

2.3. ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ

В ряде случаев требуется оценивать достоверность контроля не всей партии, а одного отдельно взятого объекта. Это необходимо, когда ОК является уникальным, изготовленным в единственном или малом числе экземпляров.

Необходимость индивидуальных оценок возрастает с ростом сложности РЭС, высокая стоимость которых и важность решаемых задач требуют индивидуального подхода к оценке их состояния. Такая оценка необходима также при возникновении спорных ситуаций (например, при расследовании летных происшествий).

Пусть получен результат измерения параметра y . Действительное его значение x из-за наличия погрешностей измерения является случайной величиной с некоторой условной плотностью вероятности $w(x/y)$. Здесь под x в зависимости от решаемой задачи понимают x_K или x_{II} .

При индивидуальном подходе вероятность необнаруженного отказа (1.11) определяется как вероятность того, что ОК, конкретный результат

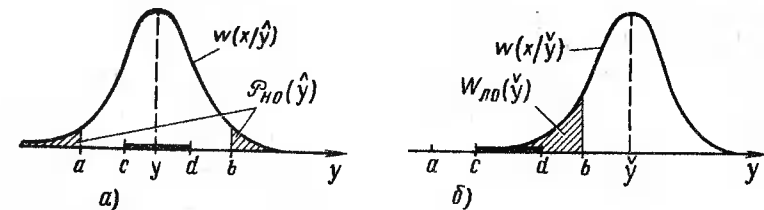


Рис. 2.5. Графическая интерпретация появления ошибок контроля: a — необнаруженный отказ; b — ложный отказ

измерения параметра которого $y = \hat{y}$ удовлетворяет условию (1.2), на самом деле является неработоспособным (рис. 2.5, a):

$$\mathcal{P}_{НО}(y) = 1 - \int_a^b w(x/y) dx; \quad y = \hat{y}. \quad (2.29)$$

Для каждого забракованного ОК с результатом измерения параметра $y = \check{y}$, не удовлетворяющим условию (1.2), вероятность ложного отказа (1.14) находится в виде (рис. 2.5, b)

$$W_{ЛО}(y) = \int_a^b w(x/y) dx; \quad y = \check{y}. \quad (2.30)$$

Задача индивидуальной оценки ДК в зависимости от смысла x может решаться в нескольких постановках.

Задача 1. Состояние ОК оценивается на момент окончания контроля ($x = x_K$). В этом случае формулы (2.29) и (2.30) записываются в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{НО}(y) &= 1 - \int_a^b w_K(x_K/y) dx_K, \quad y = \hat{y}; \\ W_{ЛО}(y) &= \int_a^b w_K(x_K/y) dx_K, \quad y = \check{y}, \end{aligned} \quad (2.31)$$

где $w_K(x_K/y)$ — апостериорная плотность вероятности (2.8).

При малых погрешностях измерения скорость изменения функции $w_K(x_K)$ мала по сравнению с $w_K(y/x_K)$, определяемой в виде (2.9). Это позволяет считать $w_K(x_K)$ постоянной на том интервале, на котором $q(y - x_K)$ существенно отлична от нуля. При этом $w_K(x_K)$ в формуле (2.8) выносится за знак интеграла и потому

$$w_K(x_K/y) \approx q(y - x_K). \quad (2.32)$$

Подставляя выражение (2.32) в (2.31), с учетом (1.1) получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{НО}(y) &\approx 1 - \int_{a-y}^{b-y} q(\xi_{II}) d\xi_{II}, \quad y = \hat{y}; \\ W_{ЛО}(y) &\approx \int_{a-y}^{b-y} q(\xi_{II}) d\xi_{II}, \quad y = \check{y}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

При нормальном распределении значений погрешности:

$$\int_{a-y}^{b-y} q(\xi_{и}) d\xi_{и} = \Phi\left(\frac{b-y-m(\xi_{и})}{\sigma(\xi_{и})}\right) - \Phi\left(\frac{a-y-m(\xi_{и})}{\sigma(\xi_{и})}\right), \quad (2.34)$$

где $\Phi(z)$ — табулированный интеграл вероятностей, значения которого приведены в приложении 3; $m(\xi_{и})$, $\sigma(\xi_{и})$ — математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение погрешности измерения.

Если значения погрешности измерения распределены равномерно на интервале $(-1, 1)$, то вероятности (2.33), как следует из геометрических построений, равны:

$$P_{НО}(\hat{y}) = \begin{cases} 0, & \text{если } \hat{y} + 1 \leq b \text{ и } \hat{y} - 1 \geq a \text{ (рис. 2.6, а),} \\ \frac{1 - \hat{y} + a}{2l}, & \text{если } \hat{y} - 1 \leq a \text{ (рис. 2.6, б),} \\ \frac{1 + \hat{y} - b}{2l}, & \text{если } \hat{y} + 1 \geq b \text{ (рис. 2.6, в);} \end{cases} \quad (2.35a)$$

$$W_{ЛО}(\check{y}) = \begin{cases} 0, & \text{если } \check{y} - 1 \geq b \text{ и } \check{y} + 1 \leq a \text{ (рис. 2.7, а),} \\ \frac{1 - \check{y} + b}{2l}, & \text{если } \check{y} - 1 \leq b \text{ (рис. 2.7, б),} \\ \frac{1 + \check{y} - a}{2l}, & \text{если } \check{y} + 1 \geq a \text{ (рис. 2.7, в).} \end{cases} \quad (2.35б)$$

Задача 2. На результат измерения параметра помимо погрешности измерительного устройства влияет погрешность (1.15). При контроле ОК в некоторых условиях s_k получен результат измерения его параметра y . Требуется оценить состояние ОК в нормальных условиях s_0 .

В данном случае измерения производятся с погрешностью (2.12). Показатели ДК находятся подстановкой плотности (2.13) в (2.33) вместо $q(\xi_{и})$.

Задача 3. При контроле ОК в нормальных условиях s_0 получен результат измерения его параметра y . Необходимо оценить, какова была бы достоверность контроля параметра этого же объекта в условиях s_k , отличающихся от нормальных.

Плотность вероятности значений параметра в нормальных условиях по аналогии с (2.32) находится в виде

$$w_0(x_0/y) \approx q_0(y - x_0), \quad (2.36)$$

где $q_0(\xi_{и})$ — плотность вероятности значений погрешности измерения параметра в нормальных условиях.

В новых условиях s_k плотность вероятности значений параметра (2.14) по аналогии с (2.15) и с учетом (2.36) записывается так:

$$w_k(x_k/y) = \int_{-\infty}^{\infty} w_0(x_0/y) q_y(x_k - x_0) dx_0 \approx \int_{-\infty}^{\infty} q_0(y - x_0) q_y(x_k - x_0) dx_0. \quad (2.37)$$

Показатели ДК находятся подстановкой плотности (2.37) в формулы (2.11) вместо $w_k(x_k)$.

Задача 4. В условиях контроля s_k получен результат измерения пара-

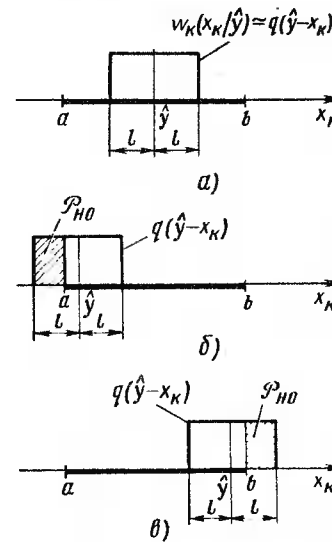


Рис. 2.6. Вероятность НО при равномерном законе распределения погрешности измерения

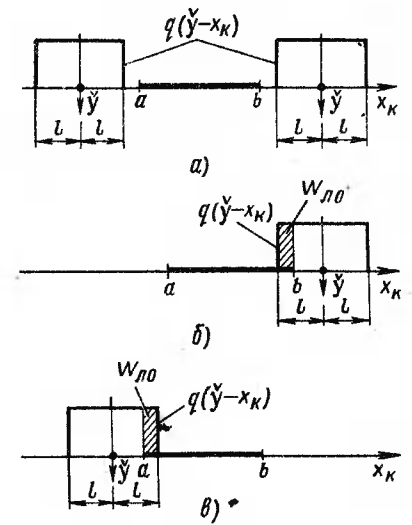


Рис. 2.7. Вероятность ЛО при равномерном законе распределения погрешности измерения

метра y . Требуется оценить состояние ОК по этому параметру в условиях его применения $s_{п}$.

Апостериорная плотность вероятности значений параметра (1.4) по аналогии с (2.16) и с учетом (2.32) записывается в виде

$$w_{п}(x_{п}/y) = \int_{-\infty}^{\infty} w_k(x_k/y) q_{п}(x_{п} - x_k) dx_k \approx \int_{-\infty}^{\infty} q(y - x_k) q_{п}(x_{п} - x_k) dx_k. \quad (2.38)$$

Показатели ДК находятся подстановкой (2.38) в (2.29) и (2.30).

Задача 5. Одновременно имеют место условия задач 3 и 4. В нормальных условиях s_0 получен результат измерения параметра y . Объект контролируется в новых условиях s_k , а затем применяется в других условиях $s_{п}$.

Показатели ДК находятся подстановкой (2.37) в (2.19) вместо $w_k(x_k)$. С инженерной точки зрения решение задач 1 и 2 сводится к простым вычислениям по формулам (2.33), (2.34) и (2.35). При нормальном распределении величин задачи 3 и 5 решаются приведенными в разд. 2.2 способами.

Пусть теперь известно истинное значение параметра объекта x . Результат измерения этого параметра как случайная величина описывается условной плотностью вероятности $w(y/x)$. Тогда для каждого неисправного ОК со значением параметра $x = \check{x}$, не удовлетворяющим условию работоспособности (1.3) или (1.5), вероятность необнаруженного отказа (1.12) равна

$$W_{НО}(x) = \int_c^d w(y/x) dy, \quad x = \check{x}. \quad (2.39)$$

Условная вероятность ложного отказа (1.13) при нахождении значений параметра $x = \hat{x}$ в области работоспособности

$$P_{\text{ЛО}}(x) = 1 - \int_c^d w(y/x) dy, \quad x = \hat{x}. \quad (2.40)$$

Если известно значение параметра в условиях контроля ($x = x_k$), входящая в (2.39) и (2.40) условная плотность записывается в виде (2.9).

Если же известно значение параметра ОК в процессе применения $x = x_{\text{п}}$, то, как следует из (1.1) и (1.4), результат его измерения был

$$y = x_{\text{п}} + \xi_{\text{и}} - \xi_{\text{п}} = x_{\text{п}} + \xi_{\text{и.п}}$$

При этом по аналогии с (2.9) подставляемая в (2.39) и (2.40) условная плотность записывается в виде

$$w_{\text{п}}(y/x_{\text{п}}) = q_{\text{и.п}}(y - x_{\text{п}}),$$

где $q_{\text{и.п}}(\xi_{\text{и.п}})$ — плотность вероятности погрешности $\xi_{\text{и.п}}$.

В случае контроля массовых изделий показатели ДК определяются для множества ОК как среднее значение индивидуальных оценок. Например, для случая $x = x_k$, интегрируя вероятность (2.40) по всем возможным значениям $x = \hat{x}$ с учетом (2.9), получим известную формулу вероятности ложного отказа

$$P_{\text{ЛО}} = \int_a^b P_{\text{ЛО}}(x_k) w_k(x_k) dx_k = \int_a^b w_k(x_k) dx_k - \int_a^c \int_c^d q(y - x_k) w_k(x_k) dy dx_k. \quad (2.41)$$

Такой же результат получается из выражений (1.13) и (2.11).

2.4. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ГРАНИЦАХ ДОПУСКОВЫХ ОБЛАСТЕЙ

До сих пор мы полагали, что границы области работоспособности заданы жестко. Рассмотрим теперь случай, когда границы допусковых областей непостоянны.

Выход значений контролируемого параметра за установленные границы области работоспособности не всегда может быть классифицирован как отказ [30]. Например, требования к мощности излучения передатчика и чувствительности приемника самолетной радиостанции изменяются случайным образом в зависимости от дальности полета, условий прохождения радиоволн, а также воздействия различных помех. Необходимая точность аппаратуры инструментального захода самолетов на посадку зависит от условий видимости и степени подготовки экипажа и т. п.

Возможны также случаи невыполнения объектами задач при нахождении их параметров в установленной области работоспособности из-за влияния неучтенных факторов. Это может быть обусловлено, например, случайным уходом неконтролируемых параметров ОК.

Для оценки достоверности контроля параметров объекта с учетом значимости их отказов можно использовать два подхода.

При одном подходе границы области работоспособности рассматриваются как случайные величины с совместной плотностью вероятности $w_{ab}(a, b)$ [29]. Безусловные вероятности необнаруженного и ложного отказов определяются по формуле математического ожидания [6]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\text{НО}} &= \int_a^b \int_a^b P_{\text{НО}}(a, b) w_{ab}(a, b) da db; \\ \bar{P}_{\text{ЛО}} &= \int_a^b \int_a^b P_{\text{ЛО}}(a, b) w_{ab}(a, b) da db, \end{aligned} \quad (2.42)$$

где $P_{\text{НО}}(a, b)$, $P_{\text{ЛО}}(a, b)$ — вероятности НО и ЛО, определяемые как функции границ a и b по формулам, приведенным в разд. 2.1.

В случае совпадения областей работоспособности и принятия решения, например, в формуле (2.11) границы $c = a$ и $d = b$. При этом вероятности $P_{\text{НО}}$ и $P_{\text{ЛО}}$ являются функциями случайных однозначно связанных границ областей работоспособности и принятия решения. Такой случай имеет место, когда контрольный допуск (c, d) назначается в зависимости от конкретных условий применения ОК.

Границы области работоспособности могут задаваться дискретно. Например, системы инструментального захода самолетов на посадку в зависимости от класса аэродрома подразделяются на три категории, к точности которых предъявляются различные требования.

При дискретном задании границ области работоспособности

$$\bar{P}_{\text{НО}} = \sum_{i=1}^N P(a_i, b_i) P_{\text{НО}}(a_i, b_i); \quad \bar{P}_{\text{ЛО}} = \sum_{i=1}^N P(a_i, b_i) P_{\text{ЛО}}(a_i, b_i), \quad (2.43)$$

где $P(a_i, b_i)$ — вероятность того, что для выполнения задачи достаточно нахождения значений параметра в i -й области работоспособности; N — общее число областей работоспособности;

$$\sum_{i=1}^N P(a_i, b_i) = 1.$$

Аналогично в виде средних значений находятся априорная вероятность исправного состояния $P_{\text{И}}$ и вероятности верных заключений: объект "годен" и "негоден" $P_{\text{ВЗ}}$ и $P_{\text{ВЗ}}$. При $c \neq a$ и $d \neq b$ вероятность получения результата "годен" равна $P_{\text{Г}}$ (2.2), так как область работоспособности не влияет на процесс отбраковки ОК. В противном случае вероятность признания объекта годным находится как среднее значение $P_{\text{Г}}$ вероятности (2.2). Условные показатели достоверности контроля определяются по формулам (1.11) ... (1.14), (2.42) или (2.43).

Другой подход основан на понятии функции эффективности [11], определяемой как вероятность $E(x)$ выполнения объектом задачи в зависимости от значений его параметра. При этом априорная вероятность исправного состояния ОК и безусловные вероятности необнаруженного и ложного отказов находятся соответственно в виде

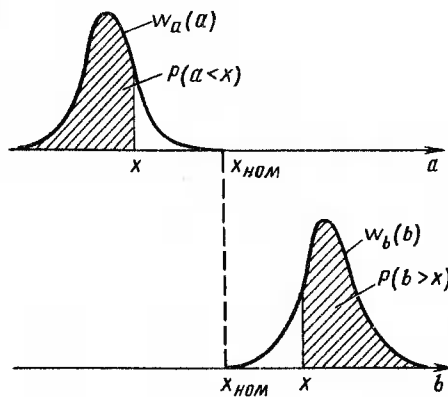


Рис. 2.8. Законы распределения границ области работоспособности

$$\begin{aligned} \bar{P}_И &= \int_{-\infty}^{\infty} E(x) w(x) dx; \\ \bar{P}_НО &= \int_{-\infty}^{\infty} [1 - E(x)] w_{\Gamma}(x) dx; \\ \bar{P}_ЛО &= \int_{-\infty}^{\infty} E(x) w_{\bar{\Gamma}}(x) dx, \end{aligned} \quad (2.44)$$

где $w(x)$ — плотность вероятности значений параметра, определяемая на момент начала контроля как $w_k(x_k)$, а при прогнозирующем контроле — в виде (2.16); $w_{\Gamma}(x)$, $w_{\bar{\Gamma}}(x)$ — плотности вероятности значений параметра, определяемые по формулам (2.4) и (2.10) или (2.17). В частном случае при прямоугольной функции эффективности

$$E(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } a < x < b, \\ 0, & \text{если } x < a \text{ или } x > b \end{cases}$$

приходим к решающему правилу (1.3) или (1.5).

Условные показатели ДК находятся по формулам (1.11)...(1.14) и (2.44).

Оба подхода дают одинаковый результат, так как между $w_{ab}(a, b)$ и $E(x)$ существует взаимно однозначная связь [28]. В частности, при независимых границах, когда $w_{ab}(a, b) = w_a(a) w_b(b)$, где $w_a(a)$, $w_b(b)$ — плотности вероятности границ a и b , функция эффективности есть интегральный закон распределения этих границ (рис. 2.8):

$$E(x) = \begin{cases} P(a < x) = \int_{-\infty}^x w_a(a) da & \text{при } x < x_{НОМ}; \\ P(b > x) = \int_x^{\infty} w_b(b) db & \text{при } x > x_{НОМ}, \end{cases} \quad (2.45)$$

где $x_{НОМ}$ — номинальное значение параметра.

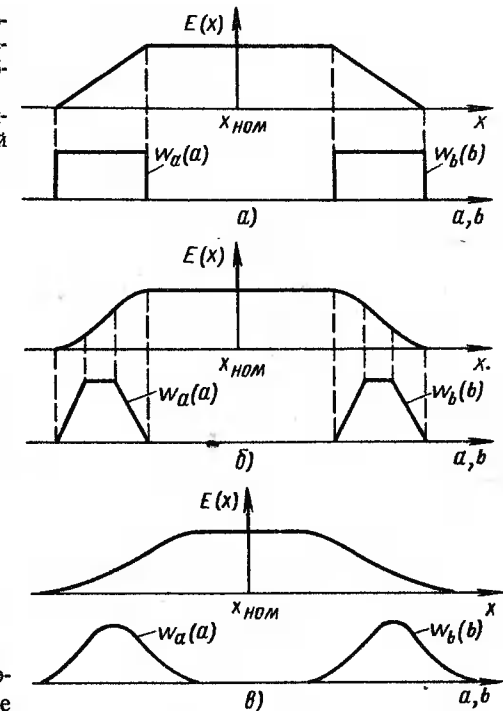
Дифференцируя функцию (2.45) по x , получаем

$$w_a(a) = dE(a)/da, \quad w_b(b) = -dE(b)/db. \quad (2.46)$$

Взаимосвязь функции эффективности (2.45) с плотностями вероятности (2.46) иллюстрируют зависимости, приведенные на рис. 2.9.

На результаты автоматизированного контроля оказывают влияние погрешности устройств сравнения, с помощью которых реализуются контрольные допуски. Вследствие этого граница c и d контрольного поля допуска на параметр ОК являются случайными величинами, значения которых распределены с некоторой совместной плотностью вероятности $w_{cd}(c, d)$. При этом безусловные вероятности необнаруженного и ложного отказов находятся по формуле математического ожидания

Рис. 2.9. Связь между функцией эффективности и законами распределения границ области работоспособности: а — равномерный закон; б — трапецидальный закон; в — нормальный закон



$$\begin{aligned} \bar{P}_НО &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_{НО}(c, d) \times \\ &\times w_{cd}(c, d) dcdd; \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} P_{ЛО} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_{ЛО}(c, d) \times \\ &\times w_{cd}(c, d) dcdd, \end{aligned}$$

где $P_{НО}(c, d)$, $P_{ЛО}(c, d)$ — вероятности НО и ЛО, определяемые как функции границ области принятия решения по формулам, приведенным в разд. 2.1.

Аналогично определяются вероятности получения результата контроля "годен"; верных заключений: объект "годен" и "негоден". Априорная вероятность исправного состояния объекта $P_{И} = P_{И}$, поскольку процесс отбраковки на нее не влияет.

Контрольные допуски могут задаваться дискретно. Например, в производстве выпускаются партии изделий, к параметрам которых могут предъявляться различные требования. В этом случае

$$\begin{aligned} P_{НО} &= \sum_{j=1}^M V(c_j, d_j) P_{НО}(c_j, d_j); \\ P_{ЛО} &= \sum_{j=1}^M V(c_j, d_j) P_{ЛО}(c_j, d_j), \end{aligned} \quad (2.48)$$

где $V(c_j, d_j)$ — объем (относительное число) j -й партии объектов в общем объеме контролируемых партий; $\sum_{j=1}^M P(c_j, d_j) = 1$; M — общее число контролируемых партий ОК.

В общем случае при случайных независимых друг от друга границах областей работоспособности и принятия решения входящие в формулы (2.47) и (2.48) вероятности $P_{НО}(c, d)$ и $P_{ЛО}(c, d)$ представляются в виде (2.42), (2.43) или (2.44).

На практике границы области работоспособности часто симметричны относительно номинального значения параметра, так что $a = x_{\text{ном}} - \delta$, $b = x_{\text{ном}} + \delta$, где $\delta = (b - a)/2$ — половина поля допуска на параметр.

При этом границы области работоспособности могут быть жестко связаны между собой, т. е. при изменении одной из границ на такую же величину изменяется другая. В этом случае, а также при одностороннем поле допуска, вероятности необнаруженного и ложного отказов являются функциями допуска $P_{\text{НО}}(\delta)$ и $P_{\text{ЛО}}(\delta)$. При этом формулы (2.42) записываются в виде

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\text{НО}} &= \int_0^{\infty} P_{\text{НО}}(\delta) w_{\delta}(\delta) d\delta; \\ \bar{P}_{\text{ЛО}} &= \int_0^{\infty} P_{\text{ЛО}}(\delta) w_{\delta}(\delta) d\delta, \end{aligned} \quad (2.49)$$

где $w_{\delta}(\delta)$ — плотность вероятности случайной величины δ .

Разбивая интервал возможных значений допуска δ на N частей, запишем (2.49) приближенно в виде

$$\bar{P}_{\text{НО}} \approx \sum_{i=1}^N P(\delta_i) P_{\text{НО}}(\delta_i); \quad \bar{P}_{\text{ЛО}} \approx \sum_{i=1}^N P(\delta_i) P_{\text{ЛО}}(\delta_i), \quad (2.50)$$

где $P(\delta_i)$ — вероятность того, что величина δ приняла значение δ_i . Выражения (2.50) тем точнее, чем больше N .

Формулы для вычисления вероятностей $P(\delta_i)$ при различных законах распределения допуска δ приведены в табл. 2.5. Рассчитанные по этим формулам значения вероятностей $P(\delta_i)$ для $N=10$ приведены в табл. 2.6.

В случае совпадения границ областей работоспособности и принятия решения вероятности $P_{\text{НО}}(\delta_i)$ и $P_{\text{ЛО}}(\delta_i)$ определяются рассмотренными в разд. 2.2 способами. При оценке достоверности контроля на момент его окончания удобно пользоваться номограммами, приведенными на рис. П.7.1...П.7.4. Эти номограммы построены для нормальных распределений значений контролируемого параметра $x_k = x$ и погрешности его измерения ξ_k ; $m(x) = x_{\text{ном}}$ и $m(\xi_k) = 0$; относительное значение границы области работоспособности равно $\eta = \delta/\sigma(x)$. Семейство кривых построено для различных $\eta_x = \sigma(\xi_k)/\sigma(x)$.

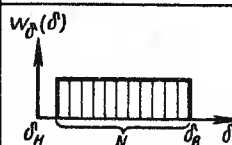
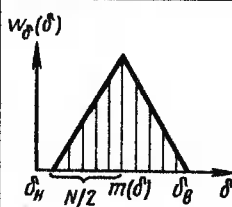
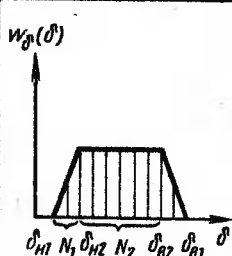
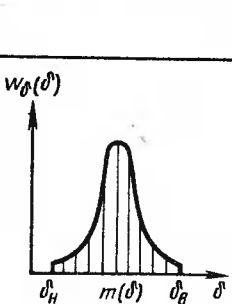
Пример 2.8. Значения параметра и погрешности измерения распределены по нормальным законам с характеристиками $m(x) = x_{\text{ном}}$; $\sigma(x) = 10$; $m(\xi_k) = 0$; $\sigma(\xi_k) = 3$. Односторонняя граница области работоспособности изменяется случайным образом от $\delta_H = 20$ до $\delta_B = 30$ по равномерному закону. Определить вероятности необнаруженного и ложного отказов.

Находим $\delta_H/\sigma(x) = 2$, $\delta_B/\sigma(x) = 3$. Интервал возможных значений границы области работоспособности (2.3) разбиваем на 10 равных частей и для середины каждого из этих отрезков по рис. П.7.1 и П.7.2 по кривой $\eta_x = 0,3$ определяем значения $P_{\text{НО}}(\delta_i)$ и $P_{\text{ЛО}}(\delta_i)$. Полученные результаты сведены в табл. 2.7. Здесь же записаны значения $P(\delta_i)$, взятые из табл. 2.6.

По формулам (2.50) и данным табл. 2.7 находим

Таблица 2.5

Формулы вероятности $P(\delta_i)$

Тип	Вид закона распределения	Плотность распределения	Формула для расчета $P(\delta_i)$ или $P(\delta_{ki})$
I	Равной вероятности		$P(\delta_i) = \frac{1}{N}, \quad i = \overline{1, N}$
II	Симпсона		$P(\delta_i) = \frac{2(2i-1)}{N^2}, \quad i = \overline{1, \frac{N}{2}}$ $P(\delta_i)$ для $i = \overline{\frac{N}{2} + 1, N}$ находится из соображений симметрии
III	Трапециевидальный		$P(\delta_i) = \begin{cases} \frac{2(i-1)(\delta_{H2} - \delta_{H1})}{2N^2(\delta_{B2} - \delta_{H1})} & \text{для} \\ \delta_{H1} \leq \delta_i \leq \delta_{H2}, \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{\delta_{B2} - \delta_{H2}}{N_2(\delta_{B2} - \delta_{H1})} & \text{для} \\ \delta_{H2} \leq \delta_i \leq \delta_{B2}, \end{cases}$ $P(\delta_i)$ для $(\delta_{B2}, \delta_{B1})$ при $\delta_{B2} - \delta_{B1} = \delta_{H2} - \delta_{H1}$ находится из соображений симметрии
IV	Нормальный симметрично усеченный с обеих сторон		$P(\delta_i) = \int_{\delta_i}^{\delta_{i+1}} \frac{\exp\left[-\frac{(\delta - m(\delta))^2}{2\sigma^2(\delta)}\right] d\delta}{\sqrt{2\pi\sigma^2(\delta)} \left\{ \Phi\left[\frac{\delta_B - m(\delta)}{\sigma(\delta)}\right] + \Phi\left[\frac{\delta_H - m(\delta)}{\sigma(\delta)}\right] \right\}}$

$$\bar{P}_{\text{НО}} = \sum_{i=1}^{10} P(\delta_i) P_{\text{НО}}(\delta_i) = 0,0013; \quad \bar{P}_{\text{ЛО}} = \sum_{i=1}^{10} P(\delta_i) P_{\text{ЛО}}(\delta_i) = 0,0036.$$

Как видно из полученных результатов, средние значения показателей ДК существенно отличаются от их отдельных значений.

Пример 2.9. Для условий предыдущего примера определить вероятности необнаруженного и ложного отказов, если закон распределения границ области работоспособности усеченный нормальный.

Значения $R_{НО}(\delta_i)$ и $R_{ЛО}(\delta_i)$ приведены в табл. 2.7. Необходимые для расчетов значения $P(\delta_i)$ берем из табл. 2.6. По формулам (2.50) находим $\bar{R}_{НО} = 0,0011$ и $\bar{R}_{ЛО} = 0,0035$. Как видно из примеров, закон распределения границ области работоспособности оказывает заметное влияние на показатели достоверности контроля.

Оценка ДК при двусторонних симметричных жестко связанных допусках производится аналогичным образом по формулам (2.50). При этом вероятности $R_{НО}(\delta_i)$ и $R_{ЛО}(\delta_i)$ определяются по рис. П.7.3, П.7.4 или по рис. П.7.1, П.7.2 умножением значений вероятностей на два. Значения $P(\delta_i)$ берутся из табл. 2.6.

Если границы области работоспособности являются взаимно независимыми, формулы (2.42) записываются в виде

$$\bar{R}_{НО} = \sum_{i=1}^{N_H} \sum_{j=1}^{N_B} P(\delta_{iH})P(\delta_{jB})R_{НО}(\delta_{iH}, \delta_{jB}); \quad (2.51)$$

$$\bar{R}_{ЛО} = \sum_{i=1}^{N_H} \sum_{j=1}^{N_B} P(\delta_{iH})P(\delta_{jB})R_{ЛО}(\delta_{iH}, \delta_{jB}),$$

где $\delta_H = x_{НОМ} - a$; $\delta_B = b - x_{НОМ}$; N_H, N_B — число разбиений интервалов изменений нижней и верхней границ области работоспособности.

При $m(\xi_H) = 0$ и $m(x) = x_{НОМ}$ входящие в формулы (2.51) вероятности равны

$$R_{НО}(\delta_{iH}, \delta_{jB}) = R_{НО}(\delta_{iH}) + P_{НО}(\delta_{jB}); \quad R_{ЛО}(\delta_{iH}, \delta_{jB}) = R_{ЛО}(\delta_{iH}) + P_{ЛО}(\delta_{jB}). \quad (2.52)$$

Значения $R_{НО}(\delta_{iH})$, $P_{НО}(\delta_{jB})$ и $R_{ЛО}(\delta_{iH})$, $P_{ЛО}(\delta_{jB})$ определяются по рис. П.7.1 и П.7.2.

Пример 2.10. Значения параметра и погрешности измерения распределены по нормальному закону с характеристиками $m(x) = x_{НОМ}$; $\sigma(x) = 8$; $m(\xi_H) = 0$, $\sigma(\xi_H) = 4$. Границы двусторонней области работоспособности изменяются в пределах $\delta_{H,Н} = 16$; $\delta_{B,Н} = 24$; $\delta_{H,В} = 16$; $\delta_{B,В} = 32$ по закону равной вероятности.

Находим $\delta_{H,Н}/\sigma(x) = 2$; $\delta_{B,Н}/\sigma(x) = 3$; $\delta_{H,В}/\sigma(x) = 2$; $\delta_{B,В}/\sigma(x) = 4$. Каждый интервал разбиваем на 4 равные части. Для середин отрезков по рис. П.7.1, П.7.2 для $\eta_x = 0,5$ находим значения $R_{НО}(\delta_{iH})$, $P_{НО}(\delta_{jB})$, $R_{ЛО}(\delta_{iH})$ и $P_{ЛО}(\delta_{jB})$. По формуле приведенной в первой строке табл. 2.5, вычисляем вероятности $P(\delta_{iH})$ и $P(\delta_{jB})$. Найденные значения вероятностей приведены в табл. 2.8.

По формулам (2.51), (2.52) и табл. 2.8 для $N_H = N_B = 4$ находим $\bar{R}_{НО} = 0,0016$ и $\bar{R}_{ЛО} = 0,006$.

Закон распределения границ области работоспособности, необходимый для оценки достоверности контроля с учетом значимости отказов, зависит от условий применения ОК и задач, решаемых ими. Определение этого закона целесообразно производить в два этапа: вначале находится интервал возможных изменений границ области работоспособности, а затем вид закона распределения границ на этом интервале.

Верхние значения границ области работоспособности (см. рис. 2.9) соответствуют случаю работы объекта контроля в наиболее благоприятных условиях. Например, при полетах самолета на малые расстояния устойчивая радиосвязь возможна даже при относительно больших расстройках приемника. Нижние значения границ области работоспособности соответ-

Таблица 2.6

Значения вероятностей $P(\delta_i)$	Характеристика закона распределения	№ отрезка i																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										
I	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	
II	0,02	0,06	0,1	0,14	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14
III	$\frac{\delta_{B2} - \delta_{H2}}{\delta_{B1} - \delta_{H1}} = 0,2$	0,0205	0,0625	0,104	0,146	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146
IV	$\frac{0,4}{0,6}$ $\frac{0,8}{0,8}$ $\delta_B - \delta_H = 6\sigma(\delta)$	0,00713	0,028	0,07942	0,15945	0,226	0,226	0,226	0,226	0,226	0,226	0,15945	0,15945	0,15945	0,15945	0,15945	0,15945	0,15945	0,15945	0,15945	0,15945

Таблица 2.7

Значения вероятностей $R_{НО}$ и $P_{ЛО}$		№ отрезка i									
i	δ_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\eta = \frac{\delta_i}{\sigma(x)}$	2,05	2,15	2,25	2,35	2,45	2,55	2,65	2,75	2,85	2,95	
$R_{НО}(\delta_i)$	0,0031	0,0025	0,0018	0,0015	0,0011	0,00096	0,0007	0,0005	0,0004	0,00031	
$P_{ЛО}(\delta_i)$	0,074	0,006	0,005	0,004	0,004	0,0032	0,0026	0,002	0,0017	0,0011	
$P(\delta_i)$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

ствуют области устойчивого функционирования ОК в наиболее тяжелых условиях.

При правильном выборе допусков, очевидно, область работоспособности, если она не совпадает по условию задачи с областью принятия решения, не может быть меньше последней. В этом случае в первом приближении можно принять $a_n \approx c$, $b_n \approx d$.

Предельные значения границ области работоспособности могут быть определены из анализа с учетом особенностей работы ОК. Например, предельные верхние значения чувствительности и мощности самолетной радиостанции можно найти из расчета обеспечения максимальной дальности полета. В ряде случаев эта задача может быть решена методом граничных испытаний: варьируя параметр (например, питающее напряжение), определяют такие его значения a_B и b_B , при которых объект функционирует еще удовлетворительно.

Вид закона распределения границ области работоспособности может быть найден статистическими методами или путем инженерного анализа. Если вид этого закона неизвестен, можно произвести граничную оценку вероятностей $P_{ЛО}$ и $P_{НО}$ для равномерного (максимальные значения вероятностей) и для нормального (минимальные значения) законов распределения границ.

Пример 2.11. Дано $\delta_H/\sigma(x) = 2$; $\delta_B/\sigma(x) = 4$; $\eta_K = \sigma(\xi_H)/\sigma(x) = 0,5$. По рис. П.7.1, П.7.2 для односторонних границ области работоспособности находим значения $P_{НО}(\delta_i)$ и $P_{ЛО}(\delta_i)$, которые сведены в табл. 2.9.

По табл. 2.9, 2.6 и формулам (2.50) для равновероятного закона с $P(\delta_i) = 0,1$ вычисляем возможные максимальные значения $\bar{P}_{НОmax} = 0,0022$ и $\bar{P}_{ЛОmax} = 0,009$. Аналогично для нормального закона распределения границ находим минимальные значения вероятностей $\bar{P}_{НОmin} = 0,0018$ и $\bar{P}_{ЛОmin} = 0,007$.

Таким образом, искомые вероятности находятся в пределах $\bar{P}_{НО} = 0,0022 \dots 0,0018$; $\bar{P}_{ЛО} = 0,009 \dots 0,0072$.

При случайных границах контрольного поля допуска, если границы $c = x_{НОМ} - \delta_K$ и $d = x_{НОМ} + \delta_K$, где δ_K — половина контрольного поля допуска, жестко связаны между собой или контрольный допуск является односторонним, формулы (2.47) приближенно записываются в виде

$$\bar{P}_{НО} = \sum_{i=1}^M P(\delta_{Ki}) P_{НО}(\delta_{Ki}); \quad \bar{P}_{ЛО} = \sum_{i=1}^M P(\delta_{Ki}) P_{ЛО}(\delta_{Ki}), \quad (2.53)$$

где M — число разбиений интервала возможных изменений контрольного допуска; $P(\delta_{Ki})$ — вероятность того, что допуск $\delta = \delta_K$ принял значения $\delta_i = \delta_{Ki}$, определяемая по формулам табл. 2.5 или по табл. 2.6.

Вероятности $P_{НО}(\delta_{Ki})$ и $P_{ЛО}(\delta_{Ki})$ определяются по рис. П.7.5...П.7.12. Эти номограммы построены для нормальных законов распределения значений параметра и погрешности измерения; $m(x) = x_{НОМ}$ и $m(\xi_H) = 0$. Относительное отклонение границ области принятия решения от границ области работоспособности $\eta = (\delta - \delta_K)/\sigma(x)$.

Пример 2.12. Распределения значений параметра и погрешности измерения подчинены нормальному закону; $m(x) = x_{НОМ}$; $\sigma(x) = 2$; $m(\xi_H) = 0$, $\sigma(\xi_H) = 0,8$. Область работоспособности односторонняя, $\delta = 6$. Контрольный односторонний допуск реализуется устройством сравнения с погрешностью, распределенной в пределах от $\delta_{К.Н} = 4$ до $\delta_{К.В} = 8$ по закону равной вероятности. Определить вероятности необнаруженного и ложного отказов.

Таблица 2.8

i	$\eta = \frac{\delta_{iH}}{\sigma(x)}$	$P_{НО}(\delta_{iH})$	$P_{ЛО}(\delta_{iH})$	$P(\delta_{iH})$	j	$\eta = \frac{\delta_{jB}}{\sigma(x)}$	$P_{НО}(\delta_{jB})$	$P_{ЛО}(\delta_{jB})$	$P(\delta_{jB})$
1	2,125	0,004	0,015	0,25	1	2,25	0,0032	0,011	0,25
2	2,375	0,0022	0,009	0,25	2	2,75	0,0009	0,004	0,25
3	2,625	0,0014	0,0052	0,25	3	3,25	0,0002	0,0016	0,25
4	2,875	0,0006	0,0032	0,25	4	3,75	0,00004	0,0003	0,25

Значения вероятностей НО и ЛО

Таблица 2.9

i	$\eta = \frac{\delta_i}{\sigma(x)}$	$P_{НО}(\delta_i)$	$P_{ЛО}(\delta_i)$	j	$\eta = \frac{\delta_j}{\sigma(x)}$	$P_{НО}(\delta_j)$	$P_{ЛО}(\delta_j)$	$P(\delta_j)$	
									1
1	2,1	0,005	0,016	0,019	0,012	0,012	0,012	0,005	
2	2,3	0,004	0,012	0,012	0,009	0,009	0,009	0,005	
3	2,5	0,0032	0,009	0,009	0,007	0,007	0,007	0,005	
4	2,7	0,0025	0,007	0,007	0,0055	0,0055	0,0055	0,005	
5	2,9	0,002	0,0055	0,0055	0,0042	0,0042	0,0042	0,005	
6	3,1	0,0015	0,0042	0,0042	0,0034	0,0034	0,0034	0,005	
7	3,3	0,0012	0,0034	0,0034	0,0028	0,0028	0,0028	0,005	
8	3,5	0,0009	0,0028	0,0028	0,0025	0,0025	0,0025	0,005	
9	3,7	0,0007	0,0025	0,0025	0,0022	0,0022	0,0022	0,005	
10	3,9	0,0005	0,0022	0,0022	0,0018	0,0018	0,0018	0,005	

Значения вероятностей НО и ЛО

Значения вероятностей НО и ЛО										
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{\delta - \delta_{кi}}{\sigma(x)}$	0,9	0,7	0,5	0,3	0,1	-0,1	-0,3	-0,5	-0,7	-0,9
$P_{НО}(\delta_{кi})$	0,0000042	0,000017	0,000045	0,00012	0,00035	0,00045	0,00065	0,0008	0,001	0,0012
$P_{ЛО}(\delta_{кi})$	0,025	0,015	0,008	0,0045	0,0015	0,0011	0,00045	0,00015	0,000045	0,000012

Таблица 2.11

Значения вероятностей НО и ЛО										
i	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
j	1	1	2	3	4	4	1	2	2	2
$\eta = \frac{\delta_i}{\delta(x)}$	1	1	2	3	4	2	3	3	3	3
$\frac{\delta_1 - \delta_{кj}}{\sigma(x)}$	-0,125	-0,375	-0,625	-0,875	-0,875	0,875	0,625	0,375	0,125	
$P_{ЛО}(\delta_i, \delta_{кj})$	0,003	0,0006	9 · 10 ⁻⁵	8 · 10 ⁻⁶	0,02	0,009	0,0042	0,0017		
$P_{НО}(\delta_i, \delta_{кj})$	0,0048	0,008	0,011	0,014	1 · 10 ⁻⁶	9 · 10 ⁻⁶	5 · 10 ⁻⁵	0,0002		

Находим отношения $\eta = \delta/\sigma(x) = 3$; $\eta_x = \sigma(\xi_H)/\sigma(x) = 0,4$, а также минимальное и максимальное относительные отклонения границ области принятия решения ($\delta - \delta_{к.н}/\sigma(x) = 1$, $(\delta - \delta_{к.в})/\sigma(x) = -1$). Этот интервал разбиваем на 10 равных частей и по рис. П.7.5, П.7.6 находим для середины каждого участка значения $P_{НО}(\delta_{кi})$ и $P_{ЛО}(\delta_{кi})$, которые сведены в табл. 2.10.

Из табл. 2.6 берем $P(\delta_{кi}) = 0,1$. Тогда по формуле (2.53) и данным табл. 2.10 находим $P_{НО} \approx 0,00043$; $P_{ЛО} \approx 0,006$.

В случае, когда погрешности устройств сравнения пренебрежимо малы и области работоспособности и принятия решения совпадают, т. е. $(\delta - \delta_{к})/\sigma(x) = 0$, по рис. П.7.5 и П.7.6 находим $P_{НО} = 0,0004$ и $P_{ЛО} = 0,002$. Как видно, погрешности устройств сравнения оказывают значительное влияние на ДК.

При двусторонних симметричных жестко связанных допусках вероятности $P_{НО}(\delta_{кi})$ и $P_{ЛО}(\delta_{кi})$ находят по рис. П.7.5...П.7.8, умножая полученные результаты на 2, или по рис. П.7.9...П.7.12.

При взаимно независимых границах области принятия решения ДК оцениваются по формулам вида (2.51), в которых допуски $\delta_{ин}$, $\delta_{ив}$ заменены на $\delta_{к.ин}$, $\delta_{к.ив}$.

В общем случае при двусторонних симметричных жестко связанных случайных границах области работоспособности и жестко связанных случайных границах области принятия решения, а также при односторонних допусках, выражения вероятностей ложного и необнаруженного отказов, объединяя выражения (2.50) и (2.51), можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{P}_{НО} &\approx \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M P(\delta_i) P(\delta_{кj}) P_{НО}(\delta_i, \delta_{кj}); \\ \bar{P}_{ЛО} &\approx \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M P(\delta_i) P(\delta_{кj}) P_{ЛО}(\delta_i, \delta_{кj}). \end{aligned} \quad (2.54)$$

Пример 2.13. Значения параметра и погрешности измерения распределены по нормальному закону; $m(x) = x_{ном}$; $\sigma(x) = 2$; $m(\xi_H) = 0$; $\sigma(\xi_H) = 0,6$. Области работоспособности односторонние. Их границы распределены в пределах от $\delta_H = 3$ до $\delta_B = 7$ и от $\delta_{к.н} = 4$ до $\delta_{к.в} = 6$ по закону равной вероятности.

Интервал изменений границ области работоспособности разбиваем на две равные части с серединами $\delta_1 = 4$ и $\delta_2 = 6$. По формуле, приведенной в первой строке табл. 2.5, находим $P(\delta_i) = 0,5$.

Интервал изменений границ области принятия решения разбиваем на четыре равные части со средними значениями $\delta_{к1} = 4,25$; $\delta_{к2} = 4,74$; $\delta_{к3} = 5,25$ и $\delta_{к4} = 5,75$. При этом $P(\delta_{кj}) = 0,25$.

Определяем относительную величину $\eta_x = \sigma(\xi_H)/\sigma(x) = 0,3$. По рис. П.7.7 и П.7.8 для $\eta = \delta_1/\sigma(x) = 2$ находим вероятности $P_{НО}(\delta_1, \delta_{кj})$ и $P_{ЛО}(\delta_1, \delta_{кj})$, а по рис. П.7.5 и П.7.6 для $\eta = \delta_2/\sigma(x) = 3$ - вероятности $P_{НО}(\delta_2, \delta_{кj})$ и $P_{ЛО}(\delta_2, \delta_{кj})$, $j = 1...4$. Найденные значения сведены в табл. 2.11.

По формулам (2.54) и данным табл. 2.11 находим $\bar{P}_{ЛО} = 0,0048$, $\bar{P}_{НО} = 0,0047$.

2.6. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ

При оценке достоверности контроля расчетными методами законы распределения значений параметров ОК и погрешностей их измерения считают-

ся известными. На практике эти законы не всегда известны. В этих случаях ДК может быть оценена статистическими методами по результатам многократных измерений параметров ОК.

Случай 1. Пусть неизвестным является закон распределения значений параметра ОК. В результате независимых измерений* параметра нескольких объектов N найдем статистическую совокупность его значений y_1, y_2, \dots, y_N . Пронумеруем эти значения так, чтобы первые n из них удовлетворяли условию (1.2). Остальные $N-n$ значений будут соответствовать результатам контроля "негоден".

Для каждого результата измерения с номером $i \leq n$ может быть определена условная вероятность необнаруженного отказа $\mathcal{P}_{HO}(y_i)$ по формулам, приведенным в разд. 2.3. Полная вероятность необнаруженного отказа для всех испытываемых ОК оценивается средним значением

$$\bar{\mathcal{P}}_{HO} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathcal{P}_{HO}(y_i). \quad (2.55)$$

При неограниченном возрастании числа положительных результатов n вероятность (2.55) стремится к истинному значению с вероятностью, сколь угодно близкой к единице.

Рассеивание возможных значений индивидуальных вероятностей $\mathcal{P}_{HO}(y_i)$ оценивается их среднеквадратичным отклонением

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [\mathcal{P}_{HO}(y_i) - \bar{\mathcal{P}}_{HO}]^2}. \quad (2.56)$$

Среднеквадратичное отклонение среднего значения (2.55) равно [6]

$$\bar{\sigma} = \sigma / \sqrt{n}. \quad (2.57)$$

Чем меньше отклонение (2.57), тем больше значение (2.55) сходится по вероятности к $\bar{\mathcal{P}}_{HO}$.

Для оценки достоверности среднего значения (2.55) можно воспользоваться тем, что согласно центральной предельной теореме [6] при большом n (порядка 10...20) закон распределения суммы (2.55) близок к нормальному. Тогда, воспользовавшись правилом трех сигм, можно считать, что искомая величина с доверительной вероятностью 0,997 расположена в интервале $[\bar{\mathcal{P}}_{HO} - 3\bar{\sigma}, \bar{\mathcal{P}}_{HO} + 3\bar{\sigma}]$. При доверительной вероятности 0,95 возможные отклонения среднего значения (2.55) от искомой вероятности находятся в пределах $\pm 2\bar{\sigma}$.

Правило трех сигм справедливо при достаточно большой статистике, а при малых выборках возможны ошибки.

Более точная оценка достоверности результатов может быть произведена с использованием аппарата математической статистики, позволяющего найти доверительный интервал $[\bar{\mathcal{P}}_{HO} - t_{\gamma}\bar{\sigma}, \bar{\mathcal{P}}_{HO} + t_{\gamma}\bar{\sigma}]$, покрывающий неизвестную величину \mathcal{P}_{HO} с доверительной вероятностью γ [35]. Величи-

* Независимость достигается временным разделением измерений при флуктуационном характере их погрешностей и применением различных измерительных устройств, если их погрешности постоянны или медленно изменяются во времени.

ну t_{γ} находят для заданных n и γ по таблице, приведенной в приложении 8.

Пример 2.14. В результате $n=10$ замеров параметра x получены следующие результаты: $y_1=4; y_2=-4; y_3=-1; y_4=2; y_5=-2,5; y_6=-5; y_7=2,5; y_8=1; y_9=-5; y_{10}=1,5$. Закон распределения погрешности измерения нормальный; $m(\xi_{ij})=0,5$ и $\sigma(\xi_{ij})=0,5$. Границы поля допуска $a=-5$ и $b=5$.

Необходимо найти среднее значение вероятности необнаруженного отказа и доверительный интервал ее возможных значений для $\gamma=0,997$ и $0,999$.

По формулам (2.33) и (2.34) и таблице интеграла вероятностей (приложение 3) находим $\mathcal{P}_{HO}(y_1) = 0,1587$.

Аналогично определяем индивидуальные вероятности необнаруженного отказа для остальных результатов измерений:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{HO}(y_2) &= 0,0014; \quad \mathcal{P}_{HO}(y_3) \approx \mathcal{P}_{HO}(y_4) \approx 0; \\ \mathcal{P}_{HO}(y_5) &= 0,0002; \quad \mathcal{P}_{HO}(y_6) = 0,1587; \\ \mathcal{P}_{HO}(y_7) &\approx \mathcal{P}_{HO}(y_8) \approx \mathcal{P}_{HO}(y_9) \approx \mathcal{P}_{HO}(y_{10}) \approx 0. \end{aligned}$$

По формулам (2.55), (2.56) и (2.57) находим $\bar{\mathcal{P}}_{HO} = 0,032; \sigma = 0,0623; \bar{\sigma} = 0,02$.

Для заданной доверительной вероятности $\gamma=0,997$ искомая величина лежит в доверительном интервале $[0,032 \pm 3 \cdot 0,02]$. Но вероятность $\mathcal{P}_{HO} > 0$, поэтому ее возможные значения $\mathcal{P}_{HO} = 0 \dots 0,092$.

Для $\gamma=0,999$ по таблице приложения 8 находим $t_{\gamma}=4,78$ и определяем $t_{\gamma}\bar{\sigma} = 0,096$. В данном случае возможные значения вероятности HO находятся в пределах от 0 до $0,032 + 0,096 = 0,128$.

Аналогично в виде среднего значения $\bar{W}_{ЛО}$ индивидуальных вероятностей $W_{ЛО}(y_i)$, найденных для результатов контроля "негоден", находится вероятность ложного отказа.

Остальные показатели ДК находятся по формулам (1.7) и (1.11)... (1.14). Необходимые для этого вероятность получения результата контроля "годен" и априорная вероятность исправного состояния ОК находятся в виде средних значений

$$\bar{P}_Г = n/N, \quad \bar{P}_И = 1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{P}_{HO}(y_i).$$

Случай 2. Если законы распределения значений параметра контролируемого объекта и погрешности его измерения неизвестны, то необходимо произвести n независимых измерений контролируемого параметра каждого из N испытываемых объектов. Из-за наличия случайных погрешностей измерения для каждого ОК будут получены в общем случае различные результаты измерения параметра y_1, y_2, \dots, y_n .

При отсутствии систематической погрешности измерений или при ее компенсации (введением соответствующих поправок в получаемые оценки) наиболее вероятное (действительное) значение параметра равно

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{\nu=1}^n y_{\nu}. \quad (2.58)$$

На основании закона больших чисел [6] можно утверждать, что при возрастании числа измерений n среднее значение (2.58) с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, совпадает с истинным значением параметра на момент контроля.

Для каждого i -го объекта контроля, у которого среднее значение па-

параметра (2.58) не удовлетворяет условию работоспособности (1.3), находим индивидуальную вероятность необнаруженного отказа (1.12)

$$W_{HOi} = n_{\Gamma i} / n, \quad (2.59)$$

где $n_{\Gamma i}$ — число измерений, при которых был получен результат контроля "годен", т.е. выполнялось условие (1.2).

Аналогично для ОК, у которых среднее значение (2.58) удовлетворяет условию (1.3), определяют вероятность ложного отказа (1.13)

$$\mathcal{P}_{ЛОj} = n_{\bar{\Gamma} j} / n, \quad (2.60)$$

где $n_{\bar{\Gamma} j}$ — число измерений, при которых был получен результат контроля "негоден".

Вероятности НО и ЛО находят как средние значения индивидуальных показателей (2.59) и (2.60)

$$\bar{W}_{НО} = \frac{1}{N_{\bar{I}}} \sum_{i=1}^{N_{\bar{I}}} W_{HOi}; \quad \bar{\mathcal{P}}_{ЛО} = \frac{1}{N_I} \sum_{i=1}^{N_I} \mathcal{P}_{ЛОj}, \quad (2.61)$$

где $N_{\bar{I}}, N_I$ — число неисправных и исправных ОК, у которых среднее значение параметра (2.58) находилось вне и в поле допуска соответственно ($N_{\bar{I}} + N_I = N$).

Вероятность получения результата контроля "годен" и априорную вероятность исправного состояния ОК определяют по формулам

$$P_{\bar{\Gamma}} = \sum_{i=1}^N n_{\Gamma i} / nN; \quad \bar{P}_I = N_I / N. \quad (2.62)$$

Остальные показатели ДК находятся по формулам (1.11)...(1.14) и (2.59)...(2.62).

Пример 2.15. Допуск на параметр $\delta = \pm 5$. При контроле двух из $N=10$ устройств получены следующие результаты измерения их параметра: $y_1 = 4, -6, 2, -1, -2, 3, 2, 6, -1, 1$ и $y_2 = -3, -5, -10, -6, -15, 2, -2, -7, 1, -8$. Средние значения параметров этих устройств, найденные по формуле (2.58), равны: $\bar{y}_1 = 0,6$ (в поле допуска), $\bar{y}_2 = -5,3$ (вне поля допуска). При этом число измерений параметра первого ОК, находящихся вне поля допуска, равно $n_{\bar{\Gamma} 1} = 2$, а число результатов измерений параметра второго ОК в поле допуска $n_{\Gamma 2} = 5$.

При контроле других пяти устройств средние значения результатов измерений параметра оказались в поле допуска. Причем некоторые результаты были за пределами поля допуска. Число таких результатов $n_{\bar{\Gamma} 3} = 2, n_{\bar{\Gamma} 4} = 1, n_{\bar{\Gamma} 5} = 6, n_{\bar{\Gamma} 6} = 3$ и $n_{\bar{\Gamma} 7} = 4$.

У трех устройств средние значения параметра были вне поля допуска. При этом число измерений, оказавшихся в допустимых пределах, соответственно равно $n_{\Gamma 8} = 3, n_{\Gamma 9} = 1$ и $n_{\Gamma 10} = 1$. Необходимо найти условные вероятности НО и ЛО. По формулам (2.59) и (2.60) определяем индивидуальные показатели ДК: $W_{HO2} = 0,5; W_{HO8} = 0,3; W_{HO9} = W_{HO10} = 0,1; \mathcal{P}_{ЛО1} = 0,2; \mathcal{P}_{ЛО3} = 0,2; \mathcal{P}_{ЛО4} = 0,1; \mathcal{P}_{ЛО5} = 0,6; \mathcal{P}_{ЛО6} = 0,3; \mathcal{P}_{ЛО7} = 0,4$. Находим по формулам (2.61) искомые вероятности $W_{НО} = 0,25; \mathcal{P}_{ЛО} = 0,3$.

Доверительность средних значений (2.61) может быть оценена таким же образом, как в предыдущем случае.

Случай 3. Другое статистическое решение задачи оценки достоверности контроля основано на определении законов распределения значений параметров ОК и погрешностей измерений по результатам их многократных

оценок. При этом показатели ДК находят методами, рассмотренными в разд. 2.2 и 2.5.

Для определения закона распределения значений погрешности измерений по результатам n независимых измерений параметра какого-либо ОК определяют его среднее значение (2.58) и находят ряд погрешностей измерения

$$\xi_{i\nu} = y_{\nu} - \bar{y}, \quad \nu = 1, 2, \dots, n. \quad (2.63)$$

Для статистического ряда (2.63) подбирают подходящую теоретическую кривую плотности вероятности $q(\xi_{i\nu})$ погрешности измерения. Задача использования малых выборок для построения законов распределения случайных величин решается методами математической статистики [6, 7].

Аналогично по результатам определения средних значений параметра (2.58) нескольких однотипных контролируемых объектов; принимаемых за его действительные значения, находят закон их распределения $w_k(x_k)$ на момент начала контроля.

Нахождение статистических распределений случайных величин достаточно сложная задача. Поэтому статистическое определение показателей ДК через их индивидуальные оценки может оказаться более простым и удобным.

2.7. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ ПРИ ОГРАНИЧЕННОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

При оценке достоверности результатов контроля требуется знать плотность вероятности $w_k(x_k)$. Необходимая для этого априорная информация о распределении значений параметра часто ограничена по объему. Задача нахождения неизвестной плотности распределения при малом объеме статистических данных наиболее просто и эффективно решается с помощью непараметрических оценок парзеновского типа [7, 36].

Пусть произведен ряд измерений параметра ОК, в результате которых получено множество его случайных значений $x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kN}$ с плотностью распределения $w_k(x_k)$. В качестве оценки этой плотности распределения используется статистика

$$w_k^{(N)}(x_k) = \frac{1}{Nh(N)} \sum_{i=1}^N \varphi(z_i), \quad (2.64)$$

где $\varphi(z_i)$ — некоторая весовая функция (ядро); $z_i = (x_k - x_{ki})/h(N)$; $h(N)$ — константа, называемая коэффициентом размытости.

Оценка (2.64) во всех точках получается несмещенной, состоятельной и равномерно сходится к искомой плотности $w_k(x_k)$ с вероятностью, равной единице, если весовая функция удовлетворяет условиям [36]

$$\varphi(z) \geq 0; \quad \sup_{-\infty < z < \infty} |\varphi(z)| < \infty; \quad \lim_{z \rightarrow \pm \infty} |\varphi(z)| \rightarrow 0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(z) dz = 1, \quad (2.65)$$

а коэффициент размытости $h(N)$ выбран в зависимости от числа измерений параметра с соблюдением условий

$$h(N) > 0; \quad \lim_{N \rightarrow \infty} h(N) = 0; \quad \lim_{N \rightarrow \infty} (h(N)N) = \infty. \quad (2.66)$$

Условия (2.65) и (2.66) позволяют выбрать ядро и коэффициент размытости множеством различных способов. Например, требованиям (2.65) удовлетворяет функция вида

$$\varphi(z) = \begin{cases} 1/2 & \text{при } |z| \leq 1 \\ 0 & \text{при } |z| > 1. \end{cases} \quad (2.67)$$

Ядро (2.67) принимает значение 1/2, если текущее значение аргумента x_k попадает в отрезок $[x_{ki} - h(N); x_{ki} + h(N)]$. Во всех остальных случаях его значение равно нулю.

Хорошие результаты достигаются при выборе $h(N)$ в виде

$$h(N) = 1/N^\alpha, \quad (2.68)$$

где α — выбирается из условия $0 < \alpha < 0,5$ [17].

Тогда выражение (2.64) записывается в виде

$$w_k^{(N)}(x_k) = N^{\alpha-1} \sum_{i=1}^N \varphi[N^\alpha(x_k - x_{ki})], \quad (2.69)$$

$$\text{где } \varphi[N^\alpha(x_k - x_{ki})] = \begin{cases} 1/2 & \text{при } |N^\alpha(x_k - x_{ki})| \leq 1; \\ 0 & \text{при } |N^\alpha(x_k - x_{ki})| > 1. \end{cases}$$

Соответствующая плотности (2.69) оценка интегральной функции распределения имеет вид

$$\Omega_k^{(N)}(x_k) = \int_{-\infty}^{x_k} w_k^{(N)}(x_k) dx_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Phi[N^\alpha(x_k - x_{ki})], \quad (2.70)$$

$$\text{где } \Phi[N^\alpha(x_k - x_{ki})] = \begin{cases} 0 & \text{при } [N^\alpha(x_k - x_{ki})] < -1; \\ [N^\alpha(x_k - x_{ki}) + 1]/2 & \text{при } [N^\alpha(x_k - x_{ki})] \leq 1; \\ 1 & \text{при } [N^\alpha(x_k - x_{ki})] > 1. \end{cases}$$

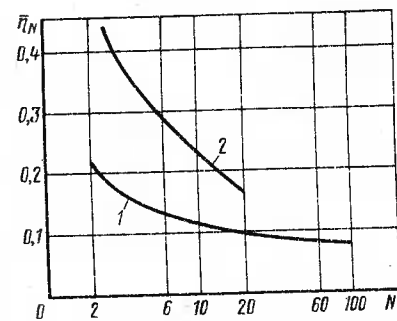
Сходимость оценки (2.70) с истинной функцией распределения проверялась статистически для нормального закона распределения $\Omega_k(x_k)$ и оценивалась величиной $\eta = \max[\Omega_k(x_k) - \Omega_k^{(N)}(x_k)]$. Для каждого N осуществлялось $M=100$ независимых выборок из генеральной совокупности с нормальным законом распределения при $m(x_k)=0$, $\sigma(x_k)=1$ и

оценивалась средняя мера расхождения $\bar{\eta}_N = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \eta_j$, где η_j — мера расхож-

дения, полученная для j -й выборки объема N . Полученная зависимость $\bar{\eta}_N$ от N приведена на рис. 2.10. Здесь же приведена аналогичная зависимость при построении функции $\Omega_k(x_k)$ классическим методом с использованием гистограмм. Из рисунка видно, что сходимость при использовании непараметрических оценок парзеновского типа лучше, чем при оценке классическим методом.

Непараметрические оценки парзеновского типа достаточно просто реализуются на ЭВМ при определении показателей ДК [13], в частности вычислением интегралов вида (2.41), например, по методу Симпсона. Блок-схема

Рис. 2.10. Графики сходимости: 1 — парзеновских оценок; 2 — классического метода (построение гистограмм)



алгоритма решения такой задачи при определении вероятностей ложного РЛО и необнаруженного РНО отказов приведена на рис. 2.11. В качестве исходных данных кроме значений пределов, шага и точности интегрирования, необходимых при вычислении интегралов по методу Симпсона, вводятся массивы случайных значений контролируемого параметра, а также параметры закона распределения погрешности измерений. Здесь для определенности принято, что закон распределения погрешности измерений нормальный. Однако закон может быть любым, вводится он в оператор. Если закон распределения погрешности измерений неизвестен, но есть выборка ее случайных значений, то для описания закона по аналогии с (2.69) также могут использоваться непараметрические оценки парзеновского типа.

Процесс вычисления РЛО и РНО реализуется следующим образом. В операторах 1, 8, 9, 10 производятся вычисления в соответствии с приведенными на блок-схеме формулами. Операторы 2...7 осуществляют вычисление плотности $w_k^{(N)}(x_k)$. При этом для каждого выбранного в операторе 1 x_k , которое перебирается в заданных пределах интегрирования, осуществляется перебор всех значений исходного массива x_{ki} , $i=1, \dots, N$, и для каждого члена вычисляется величина $z = N^\alpha[x_k - x_{ki}]$. В зависимости от ее значения в соответствии с (2.69) формируется величина $w_k^{(N)}(x_k)$ путем добавления либо нуля, либо числа $N^{\alpha-1}/2$. Когда таким образом будут перебраны все N значений для заданного x_k , вычисленное значение $w_k^{(N)}(x_k)$ используется для дальнейших вычислений. При новом значении x_k весь процесс вычислений повторяется.

Вычисление показателей ДК в соответствии с этим алгоритмом (см. рис. 2.11) обеспечивает хорошую сходимость этих показателей к их истинным значениям. Пример оценок сходимости получаемых таким образом показателей для случая нормальных распределений значений параметра и погрешности измерений при $m(x_k)=0$, $\sigma(x_k)=1$, $m(\xi_{ij})=0$, $\sigma(\xi_{ij})=0,3$, $a=c$, $b=d$ приведен на рис. 2.12. Для каждого $N=3, 6, 12, 24, 36$ производилось $M=50$ независимых выборок значений параметра из их генеральной совокупности с нормальным распределением и оценивались средние значения

$$\bar{P}_{НО} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M P_{НОj}; \quad \bar{P}_{ЛО} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M P_{ЛОj};$$

где $P_{НОj}$, $P_{ЛОj}$ — значения вероятностей ложного и необнаруженного отказов, полученные для j -й выборки значений параметра объема N . Как видно из рассматриваемого примера, уже при $N > 20$ получается достаточно хорошая сходимость.

Рассмотренный алгоритм просто реализуется на ЭВМ. Он позволяет

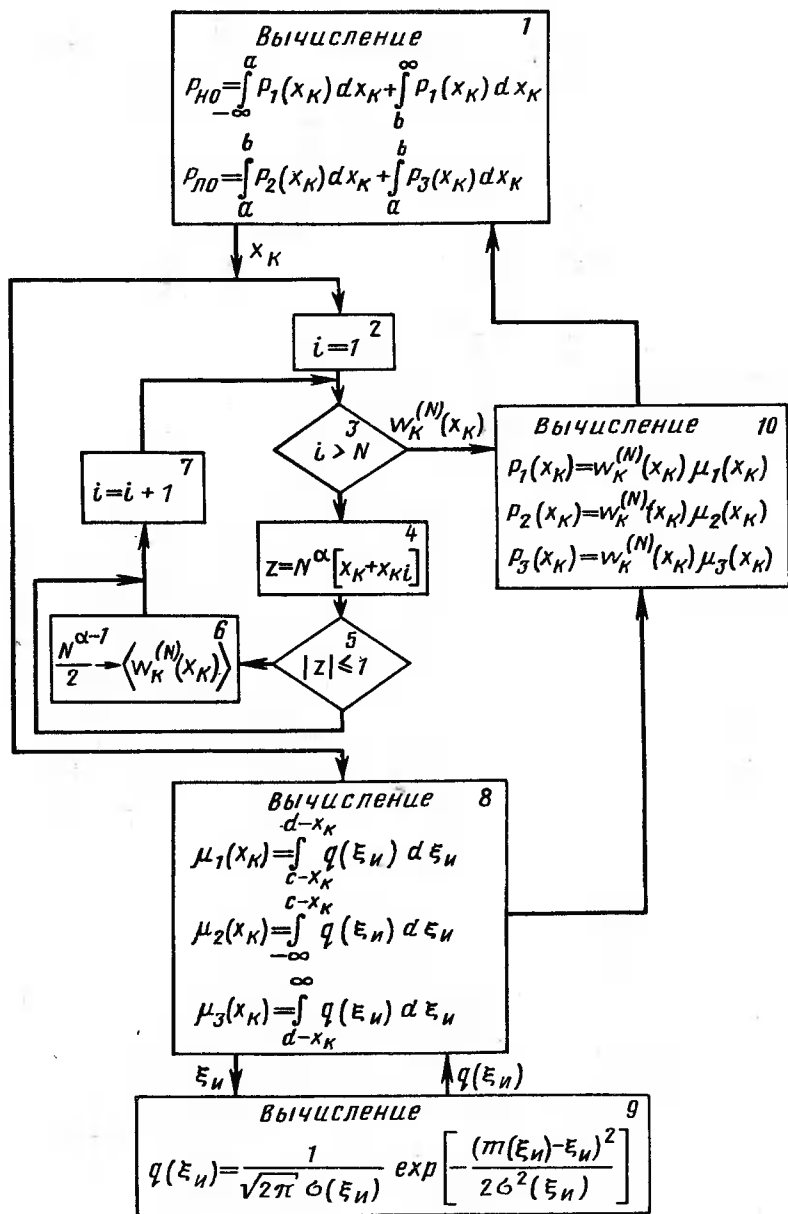
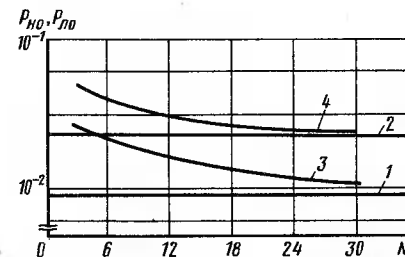


Рис. 2.11. Блок-схема алгоритма вычисления вероятностей НО и ЛО

Рис. 2.12. Графики отклонений вероятностей НО и ЛО от их истинных значений:
1, 2 – истинные значения $P_{НО}$ и $P_{ЛО}$; 3, 4 – оценки



получать оценки ДК при наличии ограниченной статистики о распределениях значений параметра и погрешности измерений без ее предварительной обработки.

2.8. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ ПРИ ОТСУТСТВИИ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

На практике во многих случаях разработки РЭС и систем их контроля не располагают априорной информацией о законе распределения значений контролируемого параметра x_K и погрешности его измерений ξ_M . В этом случае приходится проводить приближенную оценку достоверности контроля.

При приближенной оценке ДК рассматривают два крайних случая [15]: случайные величины x_K и ξ_M распределены по законам равной вероятности (в этом случае вероятности НО и ЛО оцениваются сверху, т. е. вычисляются их максимально возможные значения $P_{НОmax}$ и $P_{ЛОmax}$);

случайные величины x_K и ξ_M распределены по нормальным законам (вероятности НО и ЛО оцениваются снизу, т. е. вычисляются их минимально возможные значения $P_{НОmin}$ и $P_{ЛОmin}$).

Во всех остальных случаях значения вероятностей НО и ЛО будут находиться в пределах $P_{НОmin} < P_{НО} < P_{НОmax}$; $P_{ЛОmin} < P_{ЛО} < P_{НОmax}$.

Для приближенной оценки необходимо знать значение половины поля допуска $\delta = (b - a)/2$, среднееквадратичное отклонение погрешности измерений $\sigma(\xi_M)$ и априорную вероятность исправного состояния объекта $P_{И}$.

Оценка достоверности контроля при отсутствии априорной информации проводится в предположении, что значения контролируемого параметра имеют такое рассеивание по полю допуска, что априорная вероятность их нахождения в поле допуска равна 0,95 и 0,997. Как показывает опыт, такие значения $P_{И}$ наиболее близки к встречающимся на практике. Первое значение соответствует контролю объекта в условиях эксплуатации, а второе – в условиях производства.

В этом случае величина $\eta = \delta/\sigma(x_K)$ равна: $\eta = 2$ при $P_{И} = 0,95$ и $\eta = 3$ при $P_{И} = 0,997$ для нормального закона распределения; $\eta = 1,65$ при $P_{И} = 0,95$ и $\eta = 1,73$ при $P_{И} = 0,997$ для распределения по закону равной вероятности.

Последовательность приближенной оценки ДК при этих предположениях следующая. Выбирается допустимая вероятность нахождения значений параметра в поле допуска. Задается практически максимально возможная погрешность измерений 1_M , по которой определяется среднееквадратичное

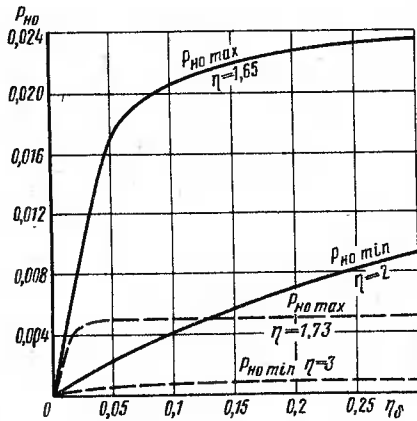


Рис. 2.1.3. Зависимости $P_{НО\min}$ и $P_{НО\max}$ от η_δ при $P_I=0,95$ (сплошные линии) и $P_I=0,997$ (пунктирные линии)

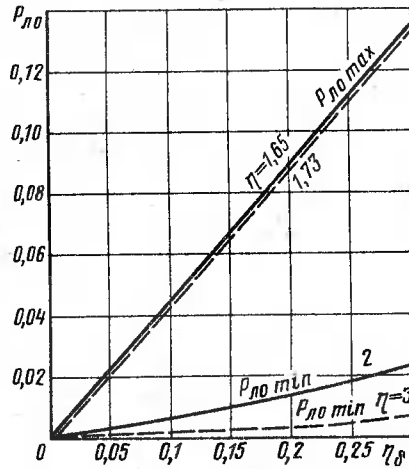


Рис. 2.1.4. Зависимости $P_{ЛО\min}$ и $P_{ЛО\max}$ от η_δ при $P_I=0,95$ (сплошные линии) и $P_I=0,997$ (пунктирные линии)

отклонение погрешности измерений параметра из условия $l_n = (2...3)\sigma(\xi_n)$. После чего находится относительная допусковая погрешность измерения $\eta_\delta = \sigma(\xi_n)/\delta$ и по рис. 2.13 определяются значения вероятностей $P_{НО\max}$ и $P_{НО\min}$ при $P_I = 0,95$ или $0,997$ для найденного значения η_δ . Аналогично по рис. 2.14 находятся значения вероятностей $P_{ЛО\max}$ и $P_{ЛО\min}$ при $P_I = 0,95$ или $0,997$.

Пример 2.16. Законы распределения значений параметра и погрешности его измерения неизвестны. Из анализа конструктивных особенностей ОК полагаем $P_I=0,95$. Максимальное значение погрешности измерения $l_n=3,0$. Допуск на параметр $\delta=5$. Определить вероятности необнаруженного и ложного отказов.

Полагая $l_n=3\sigma(\xi_n)$, находим $\eta_\delta = \sigma(\xi_n)/\delta = 0,2$. По рис. 2.13 определяем $P_{НО\max} \approx 0,0225$ и $P_{НО\min} \approx 0,007$. Аналогично по рис. 2.14 находим $P_{ЛО\max} \approx 0,09$ и $P_{ЛО\min} \approx 0,014$. Таким образом, считаем, что вероятности необнаруженного и ложного отказов находятся в пределах: $P_{НО} = 0,007...0,0225$; $P_{ЛО} = 0,014...0,09$.

Пример 2.17. Для условий предыдущего примера при $P_I=0,997$ необходимо определить вероятности необнаруженного и ложного отказов.

По рис. 2.13 находим $P_{НО\max} \approx 0,0045$ и $P_{НО\min} \approx 0,001$. По рис. 2.14 определяем $P_{ЛО\max} \approx 0,088$, $P_{ЛО\min} \approx 0,003$.

Таким образом, $P_{НО} = 0,001...0,0045$ и $P_{ЛО} = 0,003...0,088$.

Ясно, что рассмотренный способ дает весьма приближенную оценку показателей достоверности контроля. Он позволяет оценить границы возможных значений вероятностей $P_{НО}$ и $P_{ЛО}$. Точность оценки ДК повышается, если известен хотя бы один из законов распределения $w(x_k)$ или $q(\xi_n)$. Показатели оценки достоверности контроля при этом вычисляются способами, рассмотренными в разд. 2.2.

ДОСТОВЕРНОСТЬ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ

3.1. КОНТРОЛЬ СОВОКУПНОСТИ ПАРАМЕТРОВ

В общем случае состояние объекта контроля описывается несколькими параметрами. При допусковом контроле ОК признается годным, если результаты измерения всех его параметров находятся в области принятия решения:

$$c_i \leq y_i \leq d_i, i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.1)$$

Для истинных значений параметров задается область работоспособности, записываемая в виде условий

$$a_i \leq x_i \leq b_i, i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.2)$$

Здесь в зависимости от требований к контролю под x_i понимается значение параметра на момент контроля x_{ik} или в условиях применения x_{in} .

В общем случае границы области принятия решения и работоспособности рассматривают как случайные величины (см. разд. 2.5). Другой подход к описанию области работоспособности основывается на понятии многомерной функции эффективности, определяемой как вероятность $E(x_1, x_2, \dots, x_n)$ выполнения объектом задачи в зависимости от значений его параметров. Введение этого понятия позволяет оценивать ДК с учетом полноты контроля, так как вид функций эффективности зависит от числа контролируемых параметров n .

Задача оценки достоверности контроля по совокупности параметров решается переходом в формулах показателей достоверности однопараметрического контроля от одномерных к многомерным распределениям случайных величин. Так, вероятность верного заключения "годен" на момент окончания контроля в многомерном случае находится из числителя выражений (2.11) в виде

$$P_{ВЗ}^{\Gamma} = \int_{a_n}^{b_n} \int_{a_1}^{b_1} \int_{c_n-x_{нк}}^{d_n-x_{нк}} \dots \int_{c_1-x_{1к}}^{d_1-x_{1к}} w_k(x_{1к}, \dots, x_{нк}) \times \\ \times q(\xi_{и1}, \dots, \xi_{ин}) d\xi_{и1} \dots d\xi_{ин} dx_{1к} \dots dx_{нк}, \quad (3.3)$$

где $w_k(x_{1к}, \dots, x_{нк})$ — совместная плотность вероятности значений параметров на момент начала контроля; $q(\xi_{и1}, \dots, \xi_{ин})$ — совместная плотность вероятности значений погрешностей измерений параметров.

При задании области работоспособности в виде функции эффективности

$$P_{ВЗ}^{\Gamma} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \int_{c_n-x_{нк}}^{d_n-x_{нк}} \int_{c_1-x_{1к}}^{d_1-x_{1к}} E(x_{1к}, \dots, x_{нк}) w(x_{1к}, \dots, x_{нк}) \times \\ \times q(\xi_{и1}, \dots, \xi_{ин}) d\xi_{и1} \dots d\xi_{ин} \dots dx_{1к} \dots dx_{нк}$$

Оценка ДК многомерных объектов связана с необходимостью опреде-

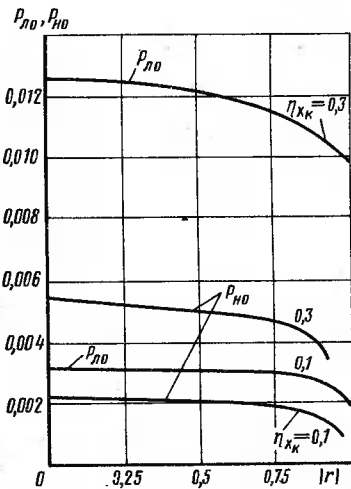


Рис. 3.1. Зависимость вероятностей ЛО и НО от коэффициента корреляции при контроле по двум параметрам

ления совместных плотностей распределения значений параметров и погрешностей их измерений, а также требует проведения сложных трудоемких вычислений. Поэтому на практике приходится упрощать решение этой задачи на основе ряда допущений.

Погрешности измерений параметров ОК часто можно считать взаимно независимыми величинами. При этом

$$q(\xi_{и1}, \dots, \xi_{ин}) = \prod_{i=1}^n q_i(\xi_{иi}),$$

где $q(\xi_{иi})$ – плотность вероятности значений погрешности измерений i -го параметра.

Другое упрощение основано на том, что при коэффициенте корреляции между контролируемыми параметрами $|r| \leq 0,5$ с достаточной для практических расчетов точностью эти параметры при оценке ДК можно считать взаимно независимыми [1]. Это иллюстрируют зависимости, приведенные на рис. 3.1. Здесь $\eta_{KK} = \sigma(\xi_K) / \sigma(x_K)$.

С увеличением коэффициента корреляции ДК повышается. Это обусловлено тем, что каждый из взаимно зависимых параметров несет информацию о другом.

Предельным случаем максимальной корреляционной связи между n параметрами ($|r|=1$) является n -кратный контроль одного и того же параметра (см. разд. 6.1). Показатели ДК в этом случае дают нижнюю оценку вероятностей НО и ЛО. При взаимно независимых параметрах ($r=0$) вероятности необнаруженного и ложного отказа максимальны. Значения этих вероятностей являются верхней оценкой показателей ДК.

Если взаимно независимые параметры и погрешности их измерений не зависят друг от друга, априорные вероятности исправного и неисправного состояния ОК соответственно равны

$$P_{Иi} = \prod_{i=1}^n P_{Иi}; \quad P_{И\bar{i}} = 1 - P_{Иi} = 1 - \prod_{i=1}^n P_{Иi} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{И\bar{i}}), \quad (3.4)$$

где $P_{Иi}$, $P_{И\bar{i}}$ – априорные вероятности исправного и неисправного состояния ОК по i -му параметру соответственно.

Годным объект признается в том случае, когда получен результат контроля "годен" по всем его параметрам. Вероятности этого и противоположного события равны

$$P_{Г} = \prod_{i=1}^n P_{Гi}; \quad P_{Г\bar{i}} = 1 - P_{Г} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{Г\bar{i}}), \quad (3.5)$$

где $P_{Гi}$, $P_{Г\bar{i}}$ – вероятности получения результатов "годен" и "негоден" соответственно при контроле i -го параметра.

Правильный результат контроля "годен" получается, если сделано верное заключение по каждому из параметров. Вероятность этого события

$$P_{ВЗ}^Г = \prod_{i=1}^n P_{ВЗi}^Г, \quad (3.6)$$

где $P_{ВЗi}^Г$ – вероятность получения верного заключения "годен" при контроле i -го параметра.

Подставляя формулы (3.4)...(3.6) в (1.7), (1.11) и (1.13), получаем

$$\begin{aligned} P_{НО} &= \prod_{i=1}^n P_{Гi} - \prod_{i=1}^n P_{ВЗi}^Г, \quad P_{ЛО} = \prod_{i=1}^n P_{Иi} - \prod_{i=1}^n P_{ВЗi}^Г; \\ \mathcal{P}_{НО} &= 1 - \prod_{i=1}^n P_{ВЗi}^Г / \prod_{i=1}^n P_{Гi} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mathcal{P}_{НОi}); \\ \mathcal{P}_{ЛО} &= 1 - \prod_{i=1}^n P_{ВЗi}^Г / \prod_{i=1}^n P_{Иi} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mathcal{P}_{ЛОi}). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Другое решение задачи оценки ДК совокупности взаимно независимых параметров основано на полном переборе возможных при контроле ситуаций [20]. Пусть, например, объект контролируется по двум параметрам x_1 и x_2 . При этом полная группа событий включает в себя ситуации, приведенные в табл. 3.1. Первая ситуация соответствует верному заключению результата контроля "годен" по ОК в целом.

Ситуации 2...4 приводят к необнаруженным отказам с вероятностью

$$P_{НО} = P_{НО1} P_{ВЗ2}^Г + P_{НО2} P_{ВЗ1}^Г + P_{НО1} P_{НО2}.$$

Это выражение с учетом формулы $P_{НО}$ (1.7) приводится к виду

$$P_{НО} = P_{Г1} P_{Г2} - P_{ВЗ1}^Г P_{ВЗ2}^Г.$$

Полученный таким образом результат совпадает с выражением $P_{НО}$ (3.7) при $n=2$.

Заключение "негоден" по ОК в целом является неверным, когда хотя бы по одному параметру получен неверный результат контроля "негоден". При этом вероятность ложного отказа равна сумме вероятностей ситуаций 5...7, которая с учетом выражения $P_{ЛО}$ (1.7) записывается в виде, аналогичном виду $P_{ЛО}$ (3.7).

Все другие ситуации соответствуют верному заключению "объект негоден". При этом ОК является верно признанным негодным, если даже он неправильно бракуется по одному из параметров (ложный отказ), но при этом имеется необнаруженный отказ по другому параметру (ситуации 15 и 16).

Для суммы вероятностей событий, приведенных в табл. 3.1, выполняется условие (1.6). Поэтому эти вероятности имеют такой же смысл, что и соответствующие показатели ДК одиночных параметров.

Под верным заключением объект "негоден" иногда понимают такое

Таблица 3.1.

Показатели достоверности контроля

№ ситуации	Результат контроля			Вероятность события			
	по параметру		по объекту в целом				
	x ₁	x ₂					
1	и/Г	и/Г	и/Г	P _{ВЗ1} ^Г	P _{ВЗ2} ^Г	P _{ВЗ} ^Г	
2	й/Г	и/Г	й/Г	P _{НО1}	P _{ВЗ2} ^Г		
3	и/Г	й/Г	й/Г	P _{ВЗ1} ^Г	P _{НО2}	P _{НО}	P _Г
4	й/Г	й/Г	й/Г	P _{НО1}	P _{НО2}		
5	и/Г̄	и/Г	и/Г̄	P _{ЛО1}	P _{ВЗ2} ^Г		
6	и/Г	и/Г̄	и/Г̄	P _{ВЗ1} ^Г	P _{ЛО2}	P _{ЛО}	
7	и/Г̄	и/Г̄	и/Г̄	P _{ЛО1}	P _{ЛО2}		
8	й/Г̄	и/Г	й/Г̄	P _{ВЗ1} ^Г	P _{ВЗ2} ^Г		
9	й/Г̄	й/Г	й/Г̄	P _{ВЗ1} ^Г	P _{НО2}		P _{Г̄}
10	й/Г̄	и/Г̄	й/Г̄	P _{ВЗ1} ^Г	P _{ЛО2}		
11	й/Г̄	й/Г̄	й/Г̄	P _{ВЗ1} ^Г	P _{ВЗ2} ^Г	P _{ВЗ} ^{Г̄}	
12	и/Г	й/Г̄	й/Г̄	P _{ВЗ1} ^Г	P _{ВЗ2} ^Г		
13	й/Г	й/Г̄	й/Г̄	P _{НО1}	P _{ВЗ2} ^Г		
14	и/Г̄	й/Г̄	й/Г̄	P _{ЛО1}	P _{ВЗ2} ^Г		
15	и/Г̄	й/Г	й/Г̄	P _{ЛО1}	P _{НО2}		
16	и/Г	и/Г̄	й/Г̄	P _{НО1}	P _{ЛО2}		

событие, когда получен правильный результат "негоден" хотя бы по одному параметру [22]. Вероятность этого события

$$P_{ВЗ}^{\bar{Г}} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{ВЗi}^{\bar{Г}}).$$

Соответственно вероятность ЛО с учетом выражений (1.6), (1.7) и (3.5) находится в виде

$$P_{ЛО} = \prod_{i=1}^n (1 - P_{ВЗi}^{\bar{Г}}) - \prod_{i=1}^n P_{Гi} = \prod_{i=1}^n (P_{Гi} + P_{ЛОi}) - \prod_{i=1}^n P_{Гi}$$

Откуда, в частности, при n=2

$$P_{ЛО} = P_{ЛО1} P_{Г2} + P_{ЛО2} P_{Г1} + P_{ЛО1} P_{ЛО2}. \quad (3.8)$$

Так как $P_{Г1} = P_{ВЗ1}^{\bar{Г}} + P_{НО1} > P_{ВЗ1}^{\bar{Г}}$, то вероятность (3.8) больше суммы вероятностей ситуаций 5...7, приведенных в табл. 3.1.

При другом подходе возможность возникновения необнаруженного и

ложного отказов оценивают вероятностями их появления хотя бы по одному параметру [15]

$$P_{НО} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{НОi}); P_{ЛО} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{ЛОi}). \quad (3.9)$$

Проведя перемножение и отбрасывая члены второго порядка малости, из выражений (3.9) получим

$$P_{НО} \approx \sum_{i=1}^n P_{НОi}; P_{ЛО} \approx \sum_{i=1}^n P_{ЛОi}$$

Аналогично можно показать, что в случае высоких надежности объектов и достоверности их контроля, когда $P_{И1} \approx P_{Г1} \approx 1$, $P_{НОi} \ll 1$ и $P_{ЛОi} \ll 1$, при всех рассмотренных подходах показатели ДК записываются в виде сумм

$$P_{ВЗ}^{\bar{Г}} \approx \sum_{i=1}^n P_{ВЗi}^{\bar{Г}}; \quad (3.10a)$$

$$P_{НО} \approx \sum_{i=1}^n P_{НОi}; P_{ЛО} \approx \sum_{i=1}^n P_{ЛОi}; \quad (3.10б)$$

$$P_{НО} \approx \sum_{i=1}^n P_{НОi}; P_{ЛО} \approx \sum_{i=1}^n P_{ЛОi}; \quad (3.10в)$$

Возможность представления показателей ДК в виде (3.10) обусловлена тем, что при названных условиях появление более чем одного отказа ОК является маловероятным событием.

Формула $P_{НО}$ (3.7), например, при n=2 записывается в виде

$$P_{НО} = P_{НО1} + P_{НО2} - P_{НО1} P_{НО2},$$

откуда следует, что выражения (3.10в) дают верхнюю оценку вероятностей необнаруженного и ложного отказов, т. е. действительные значения этих вероятностей не превышают сумм соответствующих вероятностей возникновения отказов по отдельным параметрам. Это еще в большей степени относится к случаю взаимно зависимых параметров.

Пример сравнительной оценки ДК при различных подходах для случая контроля ОК по трем параметрам приведен в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Значения вероятностей НО и ЛО

i	P _{ЛОi}	P _{НОi}	Формула	P _{ЛО}	P _{НО}
1	0,0033	0,0025	(3.7)	0,0275	0,0202
2	0,0131	0,0106	(3.8)	0,0279	-
3	0,0131	0,0106	(3.9) (3.10б)	0,0292 0,0295	0,0236 0,0237

Оценка производилась при следующих исходных данных $\eta_i = \delta_i / \sigma(x_{ik}) = 2,2$, где $2\delta_i$ — допуск на i-й контролируемый параметр (двусторонний симметричный, несмещенный относительно математического

ожидания параметра); $\eta_{x_{1k}} = \sigma(\xi_{i1})/\sigma(x_{1k}) = 0,1$; $\eta_{x_{2k}} = \eta_{x_{3k}} = 0,3$. Распределения значений параметров и погрешностей измерения – нормальные.

В общем случае при наличии взаимно зависимых параметров для упрощения расчетов показателей ДК целесообразно использовать следующий прием. Среди всех контролируемых параметров ОК выбираются такие, коэффициент корреляции между которыми $|r| < 0,5$. Они объединяются в независимые (вернее, в слабо зависимые) между собой группы по 2–3 взаимно зависимых параметра в каждой. Для каждой из групп сравнительно просто найти совместные плотности вероятности значений их параметров и вычислить групповые показатели ДК, например, по формуле (3.3). Обобщенные показатели ДК определяются по формулам для независимых параметров. При этом в качестве исходных частных показателей ДК используются групповые оценки независимых между собой выбранных групп взаимно зависимых параметров.

3.2. МНОГОКРАТНЫЙ КОНТРОЛЬ В ДИАПАЗОНЕ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРА

Параметры многих ОК контролируются в нескольких точках диапазона возможных значений. Так контролируют, например, частоту и мощность излучения радиопередающих устройств, чувствительность приемников, инструментальные погрешности вычислительных устройств при различных входных сигналах и т. п. В формировании параметра в контролируемых точках в общем случае принимают участие различные элементы ОК. Поэтому, несмотря на то что в диапазоне контролируется один и тот же параметр, такой контроль является многопараметрическим. Сюда относится также важный случай контроля сложных систем с функциональной избыточностью, позволяющей решать задачу различными способами в случае отказа части их элементов.

Каждой контролируемой точке диапазона значений параметра соответствуют определенные решающие правила (3.1) и (3.2) и точность его измерения. Поэтому в общем случае достоверность контроля в каждой точке диапазона различна.

Оценка ДК набором показателей, найденных для каждой точки контролируемого диапазона значений параметра в отдельности, не позволяет однозначно судить о состоянии ОК в целом. Обобщенная оценка ДК производится с учетом назначения объекта и решаемых им функциональных задач*. При этом может встретиться несколько различающихся по достоверности контроля случаев.

Случай 1. Объект контроля выполняет задачу, если он работоспособен в каждой из n контролируемых точек диапазона значений параметра. Например, отклонение равносигнальной зоны системы посадки от расчетной

*См. статью: Савин С. К. Достоверность оценки работоспособности систем в контролируемом диапазоне значений параметра. – Автоматика и телемеханика, 1983, № 4, с. 165–172.

траектории больше допустимого хотя бы в одной контролируемой точке приводит к повторному заходу самолета на посадку, что сопряжено с риском и материальным ущербом. В данном случае ДК оценивается по формулам разд. 3.1.

Случай 2. Для решения функциональной задачи достаточно, чтобы ОК был работоспособен хотя бы в одной точке контролируемого диапазона значений параметра. Например, радиосвязь может осуществляться на различных частотах; координаты самолета могут определяться многократно до тех пор, пока они не будут измерены с требуемой точностью.

В этом случае поставленная задача не будет решена, если условия работоспособности (3.2) не выполняются во всех n точках диапазона значений параметра. Поэтому при независимых результатах измерений в соответствии с теоремой умножения вероятностей для априорной вероятности неисправного состояния, вероятностей верного заключения "негоден" и необнаруженного отказа имеют место соответственно соотношения:

$$P_{\bar{И}} = \prod_{i=1}^n P_{\bar{И}i}; \quad P_{\bar{ВЗ}} = \prod_{i=1}^n P_{\bar{ВЗ}i}; \quad P_{НО} = \prod_{i=1}^n P_{НОi}. \quad (3.11)$$

Остальные показатели ДК находятся по формулам (1.7), (1.11)... (1.14) и (3.11). Необходимые для этого вероятности P_{Γ} и $P_{\bar{\Gamma}}$ определяются по формулам (3.5).

Представим вероятность выхода значений i -го параметра за границы области работоспособности в виде суммы

$$P_{\bar{И}i} = P_{\bar{И}i}^H + P_{\bar{И}i}^B,$$

где $P_{\bar{И}i}^H$, $P_{\bar{И}i}^B$ – вероятности того, что параметр вышел за нижнюю и верхнюю границу поля допуска соответственно.

С учетом этого из первого выражения (3.11), например, при $n=2$ получаем

$$P_{\bar{И}} = P_{\bar{И}1}^H P_{\bar{И}2}^H + P_{\bar{И}1}^B P_{\bar{И}2}^B + P_{\bar{И}1}^B P_{\bar{И}2}^H + P_{\bar{И}1}^H P_{\bar{И}2}^B.$$

Аналогично для случая взаимно зависимых значений параметров имеем

$$P_{\bar{И}} = \int_{-\infty}^{a_2} \int_{-\infty}^{a_1} w(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \int_{b_2}^{\infty} \int_{b_1}^{\infty} w(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \\ + \int_{-\infty}^{a_2} \int_{b_1}^{\infty} w(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \int_{b_2}^{\infty} \int_{-\infty}^{a_1} w(x_1, x_2) dx_1 dx_2,$$

где $w(x_1, x_2)$ – совместная априорная плотность вероятностных значений параметра в 1-й и 2-й точках диапазона.

По аналогии вероятность верной браковки ОК находится в виде

$$P_{\bar{ВЗ}} = \int_{-\infty}^{a_2} \int_{-\infty}^{a_1} w_{\bar{\Gamma}}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \int_{b_2}^{\infty} \int_{b_1}^{\infty} w_{\bar{\Gamma}}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \\ + \int_{-\infty}^{a_2} \int_{b_1}^{\infty} w_{\bar{\Gamma}}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \int_{b_2}^{\infty} \int_{-\infty}^{a_1} w_{\bar{\Gamma}}(x_1, x_2) dx_1 dx_2,$$

где $w_{\bar{F}}(x_1, x_2)$ – совместная плотность вероятности значений параметра в контролируемых точках признанных негодными ОК, определяемая переходом в формулах (2.4), (2.10) или (2.17) от одномерных к многомерным распределениям. В данном случае вероятность необнаруженных отказов меньше, а вероятность ложных отказов больше, чем в предыдущей задаче.

Случай 3. Как и в предыдущем случае ОК применяется в n точках диапазона значений параметра. Однако поставленная задача выполняется, если ОК работоспособен хотя бы в k из n точек этого диапазона. Например, летчик в состоянии парировать выходы летательного аппарата из допустимой области, если их число меньше $n-k$.

В данном случае априорная вероятность исправного состояния объекта равна

$$P_{И}(k) = \sum_{j=k}^n P_{Иjn} = 1 - \sum_{j=0}^{k-1} P_{Иjn}. \quad (3.12)$$

Здесь $P_{Иjn}$ – априорная вероятность того, что ОК исправен в j из n точек диапазона значений параметра, определяемая при независимых результатах измерений на основании общей теоремы о повторении опытов [6] из производящей функции

$$\prod_{i=1}^n (1 - P_{Иi} + P_{Иi}z) = \sum_{j=0}^n P_{Иjn} z^j.$$

При одинаковой априорной вероятности исправного состояния ОК во всех точках диапазона значений параметра $P_{И}$ в соответствии с частной теоремой о повторении опытов [6] имеем

$$P_{Иjn} = \frac{n!}{j!(n-j)!} P_{И}^j (1 - P_{И})^{(n-j)}.$$

Условная вероятность необнаруженного отказа в рассматриваемом случае равна

$$\mathcal{P}_{НО}(k) = 1 - \sum_{j=k}^n P_{jИ} (И/\Gamma) = \sum_{j=0}^{k-1} P_{jИ} (И/\Gamma). \quad (3.13)$$

Здесь $P_{jИ} (И/\Gamma)$ – вероятность того, что признанный годным ОК работоспособен в j точках диапазона, определяемая при независимых результатах измерений из производящей функции

$$\prod_{i=1}^n [\mathcal{P}_{НОi} + (1 - \mathcal{P}_{НОi})z] = \sum_{j=0}^n P_{jИ} (И/\Gamma) z^j.$$

Для уменьшения объема вычислений при $k > n - k - 1$ целесообразно использовать первые выражения (3.12) и (3.13).

В общем случае число k – случайная величина. Например, число выходов самолета за допустимые пределы, которые может парировать летчик, изменяется случайным образом в зависимости от условий видимости и степени подготовки экипажа.

При случайном k априорная вероятность исправного состояния и вероятность необнаруженного отказа находятся по формуле математического ожидания в виде

$$P_{И} = \sum_{k=1}^n P(k) P_{И}(k); \quad \mathcal{P}_{НО} = \sum_{k=1}^n P(k) \mathcal{P}_{НО}(k), \quad (3.14)$$

где $P(k)$ – вероятность того, что число необходимых успешных применений ОК равно k ; $\sum_{k=1}^n P(k) = 1$. Остальные показатели ДК определяются по формулам (1.7) и (1.11)...(1.14).

Случай 4. Объект применяется в l из n заранее неизвестных точек i_1, i_2, \dots, i_l диапазона значений параметра. Для выполнения задачи ОК должен быть работоспособен не менее чем в k из l точек.

Число возможных сочетаний используемых точек диапазона значений параметра

$$N = C_n^l = \frac{n!}{l!(n-l)!}.$$

В этом случае априорная вероятность исправного состояния объекта контроля и условная вероятность необнаруженного отказа находятся по формуле математического ожидания:

$$P_{И}(k) = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_l=1}^N P_{i_1, i_2, \dots, i_l} P_{Иi_1, i_2, \dots, i_l}(k); \quad (3.15)$$

$$\mathcal{P}_{НО}(k) = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_l=1}^N P_{i_1, i_2, \dots, i_l} \mathcal{P}_{НОi_1, i_2, \dots, i_l}(k),$$

где P_{i_1, i_2, \dots, i_l} – вероятность применения ОК в точках диапазона i_1, i_2, \dots, i_l ; $\sum_{i_1, i_2, \dots, i_l=1}^N P_{i_1, i_2, \dots, i_l} = 1$; $P_{Иi_1, i_2, \dots, i_l}(k)$; $\mathcal{P}_{НОi_1, i_2, \dots, i_l}(k)$ – априорная вероятность исправного состояния ОК и условная вероятность необнаруженного отказа, определяемые для точек диапазона i_1, i_2, \dots, i_l по формулам предыдущего случая при $n=l$.

При случайном k вероятности (3.15) подставляются в форму (3.14).

В общем случае число l также случайная величина. При этом вероятности (3.15) являются функциями случайного аргумента l . Тогда полные вероятности находятся в виде средних значений

$$P_{И} = \sum_{l=1}^n P(l) P_{И}(l); \quad \mathcal{P}_{НО} = \sum_{l=1}^n P(l) \mathcal{P}_{НО}(l),$$

где $P(l)$ – вероятность того, что число используемых точек диапазона равно l .

Остальные показатели ДК вычисляются по формулам (1.7) и (1.11)...(1.14).

В частном случае при $l=k=1$ объект применяется в одной заранее неизвестной точке диапазона значений параметра. Например, ОК является сложной системой с функциональной избыточностью, которая может находиться в каком-то одном заранее неизвестном состоянии. В этом случае

$$P_{И} = \sum_{i=1}^n P_i P_{Иi}; \quad \mathcal{P}_{НО} = \sum_{i=1}^n P_i \mathcal{P}_{НОi}, \quad (3.16)$$

где P_i – вероятность нахождения системы в i -м состоянии, определяемая

методами теории надежности; P_{i1} , P_{HOi} — априорная вероятность исправного состояния и условная вероятность необнаруженного отказа при нахождении системы в i -м состоянии.

При правильном конструировании вероятность нахождения ОК в первом состоянии наибольшая. Поэтому, как следует из выражений (3.16), достоверность контроля сложной РЭС в начальных состояниях должна быть наиболее высокой.

3.3. КОНТРОЛЬ ФУНКЦИОНАЛЬНО ЗАВИСИМЫХ ПАРАМЕТРОВ

Сложная РЭС состоит из многих функционально связанных элементов (Эл) (рис. 3.2). Выходной параметр такой РЭС является некоторой функцией первичных параметров ее элементов (датчиков информации):

$$x = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (3.17)$$

Вид функции (3.17) зависит от решаемых системой задач и формируется в ее вычислительном устройстве (ВУ).

Некоторые параметры РЭС непосредственному измерению не поддаются и контролируются косвенно. Например, измеряя чувствительность приемника и мощность передатчика, оценивают энергетический потенциал системы.

При косвенном контроле выходной параметр РЭС рассматривается как функция (3.17) измеренных первичных параметров.

Контроль РЭС с функционально зависимыми параметрами может быть произведен различными способами, каждому из которых соответствует определенная достоверность контроля и схема определения ее показателей.

Способ 1. Пусть состояние ОК оценивается по результатам измерения параметров элементов, подключенных к ВУ (рис. 3.3). Объект бракуется, если хотя бы один из параметров Эл не удовлетворяет условию (3.1). Зависимость (3.17) — детерминированная функция своих аргументов, идеальным образом отображающая связь между параметрами ОК. Такой случай имеет место при контроле высокоточных цифровых ВУ, а также при косвенном контроле, если зависимость (3.17) описана строгой математической формулой.

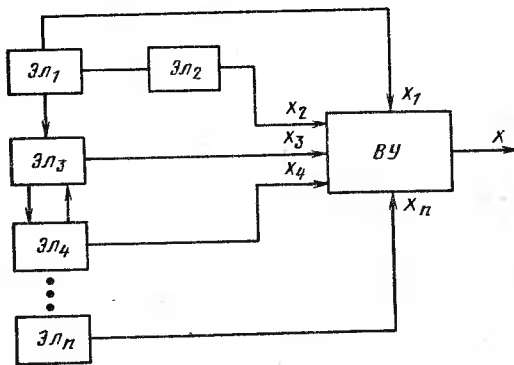
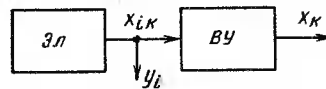


Рис. 3.2. Схема сложной РЭС

Рис. 3.3. Контроль способом 1



В этом случае вероятность признания ОК годным по первичным параметрам находится как при контроле совокупности параметров (см. разд. 3.1). Объект действительно является исправным, если для его выходного параметра выполняется условие (1.3) или (1.5). Априорная вероятность этого события находится соответственно в виде (2.1) или (2.18). Плотность вероятности значений выходного параметра $w_K(x_K)$, если она неизвестна, определяется методами теории вероятностей [6] и расчета точности [5, 16, 33] по уравнению (3.17) и известной плотности вероятности $w_K(x_{1K}, x_{2K}, \dots, x_{nK})$ значений первичных параметров.

Пусть, например, выходной параметр является монотонной функцией одного первичного параметра

$$x_K = \varphi(x_{1K}). \quad (3.18)$$

Применяя формулу об определении закона распределения значений монотонной функции (3.18) при известной плотности вероятности $w_{1K}(x_{1K})$ значений ее аргумента [6], находим закон распределения значений выходного параметра РЭС на момент начала контроля в виде

$$w_K(x_K) = \left| \frac{\partial \psi(x_K)}{\partial x_K} \right| w_{1K}[\psi(x_K)], \quad (3.19)$$

где $\psi(x_K) = x_{1K}$ — функция, обратная (3.18).

Плотность вероятности значений первичного параметра признанного годным ОК на основании выражения (2.10) записывается так:

$$w_{1\Gamma}(x_{1K}) = w_{1K}(x_{1K}) \int_{c_1 - x_{1K}}^{d_1 - x_{1K}} q_1(\xi_{11}) d\xi_{11}. \quad (3.20)$$

Тогда по аналогии с (3.19) плотность вероятности значений выходного параметра признанного годным объектом находится в виде

$$w_{\Gamma}(x_K) = \left| \frac{d \psi(x_K)}{d x_K} \right| w_{1\Gamma}(\psi(x_K)). \quad (3.21)$$

Безусловные показатели достоверности контроля на момент его окончания определяются подстановкой (3.21) в (2.4) и (2.5). Достоверность прогнозирующего контроля оценивается по формулам (2.16)...(2.18). Условные показатели ДК определяются в виде соотношений (1.11)...(1.14).

Если в качестве исходного известно распределение $w_K(x_K)$ значений выходного параметра, то по аналогии с (3.19) входящая в (3.20) плотность вероятности значений первичного параметра записывается в виде

$$w_{1K}(x_{1K}) = \left| \frac{\partial \varphi(x_{1K})}{\partial x_{1K}} \right| w_K(\varphi(x_{1K})). \quad (3.22)$$

Способ 2. В отличие от предыдущего способа параметры элементов контролируются автономно, после чего годные Эл подключаются к ВУ (рис. 3.4).

Плотность вероятности значений первичного параметра признанного годным объектом на момент окончания автономного контроля по аналогии с (3.20) записывается так:

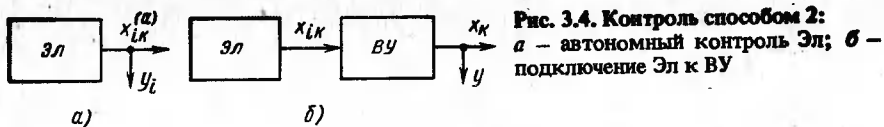


Рис. 3.4. Контроль способом 2:
а – автономный контроль Эл; б – подключение Эл к ВУ

$$w_{1\Gamma}^{(a)}(x_{1к}^{(a)}) = w_{1к}^{(a)}(x_{1к}^{(a)}) \int_{c_1 - x_{1к}^{(a)}}^{d_1 - x_{1к}^{(a)}} q_1(\xi_{И1}) d\xi_{И1}, \quad (3.23)$$

где $w_{1к}^{(a)}(x_{1к}^{(a)})$ – плотность вероятности значений первичного параметра на момент начала автономного контроля.

Значение первичного параметра при подключении Эл к ВУ после автономного контроля становится равным

$$x_{1к} = x_{1к}^{(a)} + \xi_{y1}, \quad (3.24)$$

где ξ_{y1} – отклонение параметра, возникающее из-за отличия режимов контроля Эл от условий их работы в составе РЭС.

Плотности вероятности значений первичного параметра (3.24) на момент начала и окончания контроля находятся соответственно как композиции [6]

$$w_{1к}(x_{1к}) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{1к}^{(a)}(x_{1к}^{(a)}) q_{y1}(x_{1к} - x_{1к}^{(a)}) dx_{1к}^{(a)}; \quad (3.25a)$$

$$w_{1\Gamma}(x_{1к}) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{1\Gamma}^{(a)}(x_{1к}^{(a)}) q_{y1}(x_{1к} - x_{1к}^{(a)}) dx_{1к}^{(a)}, \quad (3.25б)$$

где $q_{y1}(\xi_{y1})$ – плотность вероятности погрешности ξ_{y1} .

Далее ДК оценивается по той же схеме, что и в предыдущем случае.

Способ 3. Непосредственному контролю подвергаются как первичные, так и выходной параметр РЭС (рис. 3.5). Остальные условия такие же, как при контроле первым способом.

Плотность вероятности значений выходного параметра ОК после отбраковки по первичному параметру подчинена закону (3.21).

После контроля и отбраковки ОК по выходному параметру распределение его значений $w_{\Gamma}(x_k)$ находится подстановкой (3.21) в (2.10) вместо $w_k(x_k)$. Безусловные показатели ДК определяются по формулам (2.4) и (2.5), а при апостериорной оценке – по (2.16), (2.17) и (2.18). Вероятность признания ОК годным находится по формуле P_{Γ} (1.7). Условные показатели ДК определяются в виде (1.11)...(1.14).

Если контроль объекта производится вначале по выходному парамет-

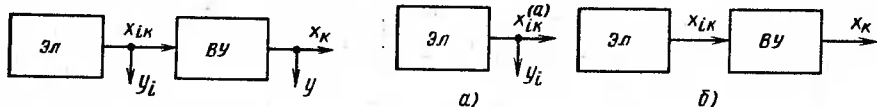


Рис. 3.5. Контроль способом 3

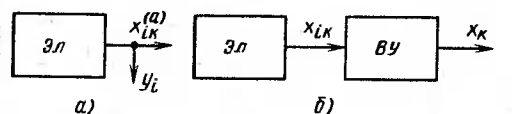
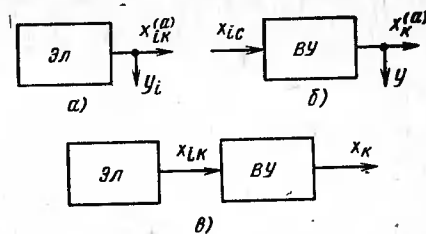


Рис. 3.6. Контроль способом 4:
а – автономный контроль Эл; б – контроль выходного параметра

Рис. 3.7. Контроль способом 5:
а – автономный контроль Эл; б – автономный контроль ВУ; в – подключение Эл к ВУ



ру, то распределение его значений $w_k(x_k)$ преобразуется в выражение

(2.10). При этом распределение значений первичного параметра $w_{1к}(x_{1к})$ находится подстановкой (2.10) в (3.22) вместо $w_k(x_k)$. Плотность вероятности значений первичного параметра признанного годным ОК, определяемая по формуле (3.20), преобразуется в распределение значений выходного параметра (3.21). Это распределение приводится к виду, который оно имеет при первоначальном контроле по первичному параметру. Поэтому ДК не зависит от очередности контроля параметров.

Способ 4. В отличие от предыдущего случая параметры элементов контролируются автономно (рис. 3.6). После этого Эл подключается к ВУ и производится контроль выходного параметра системы.

В этом случае плотность вероятности $w_{\Gamma}(x_k)$ значений выходного параметра на момент окончания контроля по первичным параметрам и подключения Эл к ВУ находится по схеме случая 2. Далее ДК оценивается по схеме случая 3.

Способ 5. Первичные параметры Эл и выходной параметр ВУ контролируются автономно (рис. 3.7).

При автономном контроле на выход ВУ подаются стимулирующие сигналы, значения характеристик которых распределены с некоторой плотностью вероятности $w_c(x_c)$. Известны также плотность вероятности $w_k^{(a)}(x_k^{(a)})$ значений выходного параметра ОК на момент начала автономного контроля при воздействии на ВУ стимулирующих сигналов и плотность вероятности $w_{1к}^{(a)}(x_{1к}^{(a)})$ значений первичного параметра на момент начала автономного контроля.

После автономного контроля и подключения Эл к ВУ значения первичного параметра распределены с плотностью (3.25б). Эти значения отличаются в общем случае от характеристик стимулирующего сигнала. При этом возникает отклонение выходного параметра относительно его значения $x_k^{(a)} = \varphi(x_c)$ при автономном контроле ВУ, записываемое с учетом (3.18) в виде

$$\xi_c = \varphi(x_{1к}) - \varphi(x_c). \quad (3.26)$$

Значение выходного параметра при подключении Эл к ВУ после их автономного контроля становится равным

$$x_k = x_k^{(a)} + \xi_c. \quad (3.27)$$

При правильном конструировании и эксплуатации средств контроля среднее квадратичное отклонение $\sigma(x_k) \ll \sigma(x_{1к})$. Поэтому величины $x_k^{(a)}$ и ξ_c практически взаимно независимы (см. приложение 1). Закон распределения суммы (3.27) таких величин находится в виде композиции

$$w_{\Gamma}(x_k) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Gamma}^{(a)}(x_k^{(a)}) q_{c\Gamma}(x_k - x_k^{(a)}) dx_k^{(a)}, \quad (3.28)$$

где $w_{\Gamma}^{(a)}(x_k^{(a)})$ — плотность вероятности значений выходного параметра ВУ, признанных годными при автономном контроле, определяемая подстановкой в (2.10) плотности $w_k^{(a)}(x_k^{(a)})$ вместо $w_k(x_k)$; $q_{c\Gamma}(\xi_c)$ — плотность вероятности значений погрешности ξ_c , определяемая по уравнению (3.26) и распределениям $w_c(x_c)$ и $w_{1\Gamma}(x_{1k})$ *

Безусловные показатели достоверности контроля на момент его окончания находятся подстановкой (3.28) в (2.4) и (2.5); при прогнозирующей оценке — в (2.16)...(2.18).

До проведения контроля при подключенном Эл к ВУ значения первичного параметра распределены с плотностью (3.25а). Из-за отличия этих значений от характеристик стимулирующего сигнала возникает погрешность (3.26). Плотность вероятности $q_c(\xi_c)$ значений этой погрешности находится по уравнению (3.26), распределению (3.25а) и известной плотности $w_c(x_c)$.

Распределение значений выходного параметра (3.27) на момент начала контроля записывается в виде композиции

$$w_k(x_k) = \int_{-\infty}^{\infty} w_k^{(a)}(x_k^{(a)}) q_c(x_k - x_k^{(a)}) dx_k^{(a)}. \quad (3.29)$$

Априорная вероятность исправного состояния ОК находится подстановкой (3.29) в (2.1) или в (2.16) и (2.18). Вероятность признания ОК годным определяется по формуле P_{Γ} (1.7); условные показатели ДК — по формулам (1.11)...(1.14).

Способ 6. В отличие от предыдущего способа после подключения элементов к ВУ производится повторный контроль выходного параметра (рис. 3.8). При этом на момент начала вторичного контроля ВУ значения его выходного параметра распределены с плотностью (3.28). Закон распределения значений выходного параметра после повторного контроля находится по формуле (2.10), в которой вместо плотности $w_k(x_k)$ фигурирует выражение (3.28). Безусловные показатели ДК находятся по формулам (2.4)...(2.6), (2.17) и (2.18).

Априорная вероятность исправного состояния, вероятность признания ОК годным и условные показатели ДК находятся, как в предыдущем случае.

Способ 7. Выходной параметр ОК контролируется косвенно (рис. 3.9). По результатам измерения первичных параметров y_1, y_2, \dots, y_n и уравнению (3.17) вычисляется значение параметра системы

$$y = \varphi(y_1, y_2, \dots, y_n). \quad (3.30)$$

Объект считается годным при выполнении для оценки (3.30) условия (1.2).

При одном первичном параметре

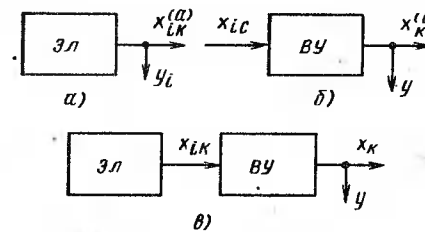


Рис. 3.8. Контроль способом 6:
а — автономный контроль Эл; б — автономный контроль ВУ; в — контроль выходного параметра

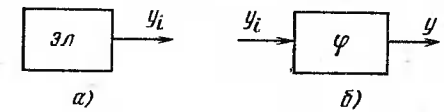


Рис. 3.9. Контроль способом 7:
а — измерение параметра Эл; б — измерение и контроль обобщающего параметра

$$y = \varphi(y_1). \quad (3.31)$$

Обратная зависимости (3.31) функция

$$y_1 = \psi(y). \quad (3.32)$$

Пусть для определенности зависимость (3.32) монотонная и такая, что $\psi(d) > \psi(c)$, где c, d — границы поля допуска на выходной параметр. Тогда значения первичного параметра признанного годным ОК удовлетворяют условию

$$\psi(c) < y_1 < \psi(d). \quad (3.33)$$

С учетом (3.33) на основании (2.10) плотность вероятности значений первичного параметра признанного годным ОК записывается в виде

$$w_{1\Gamma}(x_{1k}) = w_{1k}(x_{1k}) \int_{\psi(c) - x_{1k}}^{\psi(d) - x_{1k}} q_1(\xi_{11}) d\xi_{11}. \quad (3.34)$$

Плотность вероятности значений выходного параметра признанных годными ОК находится подстановкой (3.34) в (3.21). Показатели ДК определяются по формулам (2.4), (2.5) и (2.16)...(2.18).

В многомерном случае, разлагая (3.30) в малой окрестности относительно истинных значений первичных параметров $x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}$ в ряд Тейлора, сохранив в нем только линейные члены, найдем погрешность косвенного измерения выходного параметра в виде

$$\xi_{11} = y - x_k \approx \sum_{i=1}^n \alpha_i \xi_{i1}, \quad (3.35)$$

где $x_k = \varphi(x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk})$; $\alpha_i = (\partial \varphi / \partial y_i)_k$ — частная производная функции (3.30) в точке разложения; $\xi_{i1} = y_i - x_{ik}$ — погрешность измерения i -го первичного параметра.

Закон распределения $q(\xi_{11})$ погрешности (3.35) при $n > 3$ в соответствии с центральной предельной теоремой [6] можно считать нормальным при любых распределениях погрешностей измерений первичных параметров. Параметры этого распределения на основании теоремы о математическом ожидании и дисперсии суммы случайных величин [6] находятся по формулам

* Рекомендуемые методы решения этой задачи приведены в приложении 6.

$$m(\xi_{ni}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i m(\xi_{ni}); \quad (3.36)$$

$$\sigma^2(\xi_{ni}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \sigma^2(\xi_{ni}) + 2 \sum_{i<j} \alpha_i \alpha_j r(\xi_{ni}, \xi_{nj}) \sigma(\xi_{ni}) \sigma(\xi_{nj}).$$

Аналогично закон распределения $w_K(x_K)$ значений выходного параметра ОК на момент начала контроля можно считать нормальным. Параметры этого закона

$$m(x_K) = x_{НОМ} + \sum_{i=1}^n a_i [m(x_{iK}) - x_{iНОМ}]; \quad (3.37)$$

$$\sigma^2(x_K) = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma^2(x_{iK}) + 2 \sum_{i<j} a_i a_j r(x_{iK}, x_{jK}) \sigma(x_{iK}) \sigma(x_{jK}),$$

где $x_{НОМ} = \varphi(x_{1НОМ}, x_{2НОМ}, \dots, x_{nНОМ})$; $x_{iНОМ}$ — номинальное значение i -го параметра; $a_i = (\partial \varphi / \partial x_{iK})_{НОМ}$ — частная производная функции (3.17) по i -му первичному параметру при номинальных значениях в всех параметрах.

Далее задача оценки ДК решается по формулам разд. 2.1 с использованием найденных распределений $q(\xi_{ni})$ и $w_K(x_K)$.

Оценку достоверности косвенного контроля иногда производят, считая ОК работоспособным, если для всех его первичных параметров выполняются условия (3.2). При этом контрольные допуски на первичные параметры $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ назначают из условия обеспечения требуемого допуска δ на выходной параметр так, что [3]

$$\delta = \frac{1}{k} \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 k_i^2 \delta_i^2 + 2 \sum_{i<j} a_i a_j r(x_{iK}, x_{jK}) k_i k_j \delta_i \delta_j}, \quad (3.38)$$

где k, k_i, k_j — коэффициенты относительного рассеивания значений параметров x_K, x_{iK}, x_{jK} . Для нормального распределения $k = k_i = 1$; при равномерном $k = k_i = 1,73$.

Показатели оценки ДК по совокупности первичных параметров хуже, чем при определении результата измерения в виде (3.30) [18].

Пример 3.1. Выходной параметр является линейной функцией $x_K = a_1 x_{1K} + a_2 x_{2K} + a_3 x_{3K}$. Математические ожидания первичных параметров и координаты середин их полей допусков совпадают. Систематические составляющие погрешностей измерений отсутствуют. Значения выходного параметра подчинены нормальному закону. Все коэффициенты корреляции равны нулю. Остальные исходные данные приведены в табл. 3.3.

Значения величин $\sigma(x_K)$, $\sigma(\xi_{ni})$ и δ определялись по формулам (3.36), (3.37) и (3.38). Расчет вероятностей НО и ЛО для первичных и выходного параметров проводился графоаналитическим способом (см. разд. 2.2). Показатели ДК совокупности первичных параметров находились по формулам (3.7). Результаты обобщенных оценок приведены в табл. 3.4.

Заниженная менее объективная оценка ДК по первичным параметрам обуславливает излишне жесткие требования к точности средств контроля.

Способ 8. ОК контролируется по результатам измерений первичных параметров и вычисления значений выходного параметра по формуле (3.30) (рис. 3.10).

Исходные данные

Распределение	Параметр	$\sigma(x_{iK}), \sigma(x_K)$	a_i	$\sigma(\xi_{ni}), \sigma(\xi_{ni})$	δ_i, δ	$P_{ЛО}, P_{ЛО}$	$P_{НО}, P_{НО}$
Нормальное	x_{1K}	1,2	0,2	0,48	1,8	0,056	0,028
	x_{2K}	2,0	0,7	0,80	3,5	0,056	0,028
	x_{3K}	1,2	1,0	0,36	2,4	0,024	0,010
"	x_K	1,86	—	0,67	3,46	0,029	0,0135
Равномерное	x_{1K}	1,2	1,0	0,60	1,0	0,142	0,024
	x_{2K}	2,0	1,0	0,80	1,2	0,145	0,045
	x_{3K}	1,2	1,0	0,36	0,6	0,090	0,024
Нормальное	x_K	2,62	—	1,06	2,92	0,086	0,051

Пусть ОК вначале отбраковывается по первичным параметрам, а затем по результатам повторных измерений этих параметров контролируется расчетное значение (3.30).

Плотность вероятности значений первичного параметра на момент окончания контроля после отбраковки негодных объектов подчинена закону (3.20). Подставляя это распределение в (3.34) вместо $w_{iK}(x_{iK})$, находим плотность вероятности (3.21) значений выходного параметра признанных годными ОК в виде

$$w_{\Gamma}(x_K) = \left| \frac{\partial \psi(x_K)}{\partial x_K} \right| w_{iK}[\psi(x_K)] \frac{d_1 - \psi(x_K)}{c_1 - \psi(x_K)} q_1(\xi_{n1}) d\xi_{n1} \frac{\psi(d) - \psi(x_K)}{\psi(c) - \psi(x_K)} \times q_1(\xi_{n1}) d\xi_{n1}. \quad (3.39)$$

Показатели ДК находятся подстановкой (3.39) в (2.4), (2.5) и (2.16) ... (2.18).

Если вначале произвести отбраковку по результатам расчета выходной величины (3.30), то значения первичного параметра будут подчинены закону (3.34). Распределение значений этого параметра после его контроля на основании (2.10) приводится к виду

$$w_{\Gamma}(x_{iK}) = w_{iK}(x_{iK}) \frac{\psi(d) - x_{iK}}{\psi(c) - x_{iK}} q_1(\xi_{n1}) d\xi_{n1} \frac{d_1 - x_{iK}}{c_1 - x_{iK}} q_1(\xi_{n1}) d\xi_{n1}. \quad (3.40)$$

Таблица 3.4

Показатели достоверности контроля

Распределение	Параметр	$P_{ЛО}$	$P_{НО}$
Нормальное	x_{1K}, x_{2K}, x_{3K}	0,131	0,064
"	x_K	0,029	0,0135
Равномерное	x_{1K}, x_{2K}, x_{3K}	0,336	0,093
Нормальное	x_K	0,086	0,051

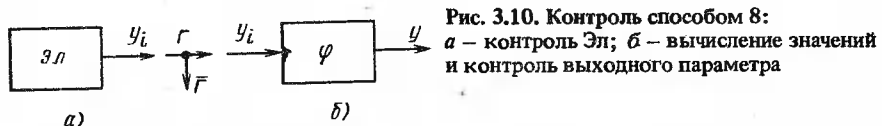


Рис. 3.10. Контроль способом 8:
а – контроль ЭЛ; б – вычисление значений
и контроль выходного параметра

Подставляя выражение (3.40) в (3.21), получим формулу (3.39), т. е. последовательность контроля параметров объекта не влияет на его достоверность.

В общем случае при всех рассмотренных способах контроля зависимости (3.17) и (3.30) являются стохастическими, т. е. каждому значению первичного параметра можно поставить в соответствие множество значений выходной величины. Случайный характер зависимостей может быть обусловлен нестабильностью характеристик ВУ и устройств ввода и вывода информации, а также наличием в вычислителе инерционных элементов. Это особенно характерно для аналоговых ВУ.

Стохастическая зависимость может быть аппроксимирована детерминированной функцией [16]

$$x = \varphi(x_1, q),$$

где q – случайная неконтролируемая характеристика ВУ, значения которой распределены с некоторой плотностью вероятности $f(q)$.

При этом безусловные вероятности обнаруженного и ложного отказов находятся по формуле математического ожидания:

$$P_{НО} = \int_{-\infty}^{\infty} P_{НО}(q) f(q) dq; \quad P_{ЛО} = \int_{-\infty}^{\infty} P_{ЛО}(q) f(q) dq,$$

где $P_{НО}(q)$, $P_{ЛО}(q)$ – вероятности обнаруженного и ложного отказов, определяемые по рассмотренным выше схемам для фиксированного q .

Кроме рассмотренных способов контроля возможны их различные сочетания. Так, при контроле способом 4 (см. рис. 3.6), после автономного контроля элементов может быть произведен их повторный контроль при подключении к ВУ. В этих случаях достоверность контроля оценивается на основе совместного применения рассмотренных схем определения ее показателей.

3.4. КЛАССИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ КОНТРОЛЯ*

Одной из задач, связанных с многократным контролем, является классификация (распознавание) объектов по результатам измерения их параметров. Примером такой задачи является группировка элементов при их выходном контроле в производстве по партиям, к качеству которых предъявляются различные требования. В условиях эксплуатации такая задача решается при необходимости выявления элементов, которые мож-

* Раздел написан при участии А. К. Фомина.

но установить в те или иные изделия взамен отказавших без дополнительных регулировок.

Пусть имеется некоторое число N подлежащих распознаванию типов (классов) объектов, каждый из которых характеризуется определенным числом n каких-либо параметров, заданных в виде системы ограничений на их значения,

$$a_j^{(i)} \leq x_j^{(i)} \leq b_j^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3.41)$$

где $x_j^{(i)}$ – действительное значение j -го параметра i -го класса объектов. Результат измерения j -го параметра объекта i -го класса

$$y_j^{(i)} = x_j^{(i)} + \xi_j^{(i)}, \quad (3.42)$$

где $\xi_j^{(i)}$ – погрешность измерения j -го параметра.

Считается, что объект относится к i -му типу, если результаты измерения (3.42) всех его параметров находятся в пределах некоторых заданных границ для данного класса:

$$c_j^{(i)} \leq y_j^{(i)} \leq d_j^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.43)$$

Замена условия (3.41) правилом (3.43) может приводить к ошибочным решениям при отнесении объекта к тому или иному классу возможных состояний.

Оценка правильности (достоверности) распознавания класса состояний объектов может проводиться в двух различных постановках.

Случай 1. Достоверность правильного распознавания может оцениваться условной вероятностью $\mathcal{P}_{i_p/i}$ такого события i_p/i , при котором объект i -го класса при контроле (распознавании) в соответствии с условием (3.43) будет отнесен именно к этому классу.

Рассмотрим вначале случай, когда объект описывается одним параметром x . Из-за случайного характера погрешности измерений результаты измерений в общем случае также будут случайными величинами, распределенными с некоторой условной плотностью вероятности $v(y/x)$. При этом вероятность правильного распознавания класса состояний объекта определяется выражением

$$\mathcal{P}_{i_p/i}(x) = \int_{c_j^{(i)}}^{d_j^{(i)}} v(y/x) dy. \quad (3.44)$$

Полная вероятность (для всех возможных значений параметра x в целом) отнесения состояния объекта к i -му классу находится по формуле математического ожидания

$$\mathcal{P}_{i_p/i} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}_{i_p/i}(x) w_i(x) dx, \quad (3.45)$$

где $w_i(x)$ – плотность вероятности значений параметра объекта i -го класса состояний.

При статистической независимости значений параметра x и погрешности его измерений ξ условная плотность вероятности результатов измерений y по аналогии с (2.9) находится непосредственно из выражения плотности вероятности погрешности измерений $q(\xi)$ в виде

$$v(y/x) = q(y-x). \quad (3.46)$$

Подставляя (3.44) и (3.46) в (3.45), получаем

$$\mathcal{P}_{i_p/i} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{c_j^{(i)}}^{d_j^{(i)}} q(y-x) w_i(x) dy dx. \quad (3.47)$$

В частности, при равномерном распределении параметра x на отрезке $[a_j^{(i)}, b_j^{(i)}]$ и нормальном законе распределения погрешности измерений выражение (3.47) записывается в виде

$$\mathcal{P}_{i_p/i} = \frac{1}{b_j^{(i)} - a_j^{(i)}} \int_{a_j^{(i)}}^{b_j^{(i)}} \left[\Phi\left(\frac{d_j^{(i)} - x - m(\xi)}{\sigma(\xi)}\right) - \Phi\left(\frac{c_j^{(i)} - x - m(\xi)}{\sigma(\xi)}\right) \right] dx,$$

где $\Phi(\cdot)$ — табулированный интеграл вероятности (см. приложение 3); $m(\xi)$, $\sigma(\xi)$ — математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение погрешности измерений.

В общем случае, когда распознавание объекта производится по n параметрам, условная вероятность отнесения его к i -му классу записывается в виде выражения

$$\mathcal{P}_{i_p/i}(x_1, \dots, x_n) = \int_{c_n^{(i)}}^{d_n^{(i)}} \dots \int_{c_1^{(i)}}^{d_1^{(i)}} v(y_1, \dots, y_n/x_1, \dots, x_n) dy_1 \dots dy_n.$$

Здесь $v(y_1, \dots, y_n/x_1, \dots, x_n)$ — условная совместная плотность вероятности измеренных значений параметров, определяемая из выражения совместной плотности вероятности погрешности измерений $q(\xi_1, \dots, \xi_n)$ в виде

$$v(y_1, \dots, y_n/x_1, \dots, x_n) = q(y_1 - x_1, \dots, y_n - x_n).$$

Полная вероятность правильного отнесения состояния объекта к i -му классу

$$\mathcal{P}_{i_p/i} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}_{i_p/i}(x_1, \dots, x_n) w_i(x_1, \dots, x_n) dx_1, \dots, dx_n, \quad (3.48)$$

где $w_i(x_1, \dots, x_n)$ — совместная плотность вероятности значений параметров объектов i -го класса.

При независимых значениях параметров объекта и погрешностей их измерения полная вероятность отнесения объекта к i -му классу (3.48) определяется по формуле произведения вероятностей

$$\mathcal{P}_{i_p/i} = \prod_{j=1}^n \mathcal{P}_{i_p/i}^{(j)},$$

где $\mathcal{P}_{i_p/i}^{(j)}$ — вероятность правильного распознавания объекта i -го класса по j -му параметру, определяемая по формуле (3.47).

Случай 2. Достоверность распознавания класса состояний объектов может оцениваться условной вероятностью \mathcal{P}_{i/i_p} такого события (i/i_p), при котором он действительно принадлежит i -му классу, если при проведении контроля он был отнесен к этому классу.

Пусть диапазоны возможных значений параметров объектов различных классов не пересекаются, и состояние объектов характеризуется одним параметром.

Истинное значение параметра x объекта i -го класса из-за погрешностей измерения не равно его измеренному значению (3.42). Поэтому по результату измерения можно лишь с некоторой степенью определенности оценить возможные действительные значения параметра x . Эти возможные значения описываются условной плотностью вероятности $v(x/y)$.

Пусть результат измерения параметра объекта i -го типа удовлетворяет выбранному правилу решения (3.43). Тогда вероятность того, что значение x этого параметра действительно принадлежит объекту i -го класса, т.е. выполняется условие (3.41), равна

$$\mathcal{P}_{i/i_p}(y) = \int_{a_j^{(i)}}^{b_j^{(i)}} v(x/y) dx. \quad (3.49)$$

Полная вероятность правильного распознавания объекта i -го класса для всех возможных значений результатов измерения параметров на интервале (3.43) находится интегрированием (3.49) по всем значениям y :

$$\mathcal{P}_{i/i_p} = \int_{c_j^{(i)}}^{d_j^{(i)}} \mathcal{P}_{i/i_p}(y) v_i(y) dy, \quad (3.50)$$

где $v_i(y)$ — плотность вероятности измеренных значений параметра объекта i -го типа.

Условная вероятность $v(x/y)$ по аналогии с (2.24) при статистической независимости величин x и ξ определяется выражением

$$v(x/y) \approx q(y-x). \quad (3.51)$$

Подставляя выражения (3.49) и (3.51) в (3.50), получаем

$$\mathcal{P}_{i/i_p} = \int_{c_j^{(i)}}^{d_j^{(i)}} \int_{a_j^{(i)}}^{b_j^{(i)}} q(y-x) v_i(y) dx dy. \quad (3.52)$$

В частности, при равномерном распределении измеренных значений параметра y на отрезке $[c_j^{(i)}, d_j^{(i)}]$ и нормальном законе распределения погрешности измерений выражение (3.52) записывается в виде

$$\mathcal{P}_{i/i_p} = \frac{1}{d_j^{(i)} - c_j^{(i)}} \int_{c_j^{(i)}}^{d_j^{(i)}} \left[\Phi\left(\frac{a_j^{(i)} - y - m(\xi)}{\sigma(\xi)}\right) - \Phi\left(\frac{b_j^{(i)} - y - m(\xi)}{\sigma(\xi)}\right) \right] dy.$$

При распознавании класса состояний объекта по n непересекающимся параметрам условная вероятность правильного его отнесения к i -му типу записывается в виде

$$\mathcal{P}_{i/i_p}(y_1, \dots, y_n) = \int_{a_n^{(i)}}^{b_n^{(i)}} \dots \int_{a_1^{(i)}}^{b_1^{(i)}} v(x_1, \dots, x_n/y_1, \dots, y_n) dx_1 \dots dx_n.$$

Здесь $v(x_1, \dots, x_n/y_1, \dots, y_n)$ — условная совместная плотность вероятности истинных значений параметра, определяемая из выражения плотности вероятности погрешностей измерения по аналогии с (3.51) в виде

$$v(x_1, \dots, x_n/y_1, \dots, y_n) \approx q(y_1 - x_1, \dots, y_n - x_n).$$

Полная вероятность отнесения объекта к i -му классу возможных состояний

$$\mathcal{P}_{i/i_p} = \int_{c_n^{(i)}}^{d_n^{(i)}} \dots \int_{c_1^{(i)}}^{d_1^{(i)}} \mathcal{P}_{i/i_p}(y_1, \dots, y_n) v_i(y_1, \dots, y_n) dy_1, \dots, dy_n,$$

где $v_i(y_1, \dots, y_n)$ — совместная плотность измеренных значений параметров объекта i -го класса.

Это выражение при независимых значениях параметров и погрешностей их измерений записывается в виде

$$\mathcal{P}_{i/i_p} = \prod_{j=1}^n \mathcal{P}_{i/i_p}^{(j)},$$

где $\mathcal{P}_{i/i_p}^{(j)}$ — вероятность правильного распознавания объекта i -го класса по j -му параметру, определяемая по формуле (3.52).

Рассмотрим теперь общий случай, когда диапазоны возможных значений параметров объектов пересекаются. Пусть действительные значения параметра i -го и l -го классов объектов описываются плотностями вероятности $w_i(x)$ и $w_l(x)$. Тогда при отсутствии погрешностей измерений ($y=x$) число возможных случаев правильного отнесения объекта по результату измерения к i -му или l -му классу на основании метода наибольшего правдоподобия [35] будет пропорционально (рис. 3.11)

$$\{i\} \sim P_i w_i(x); \{l\} \sim P_l w_l(x), \quad (3.53)$$

где P_i и P_l — априорные вероятности нахождения объекта в i -м и l -м классах состояний.

В качестве статистической оценки априорных вероятностей можно принять отношения

$$P_i^* = m_i/M; P_l^* = m_l/M,$$

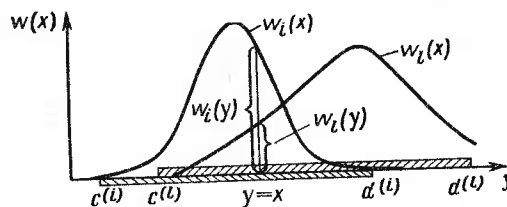
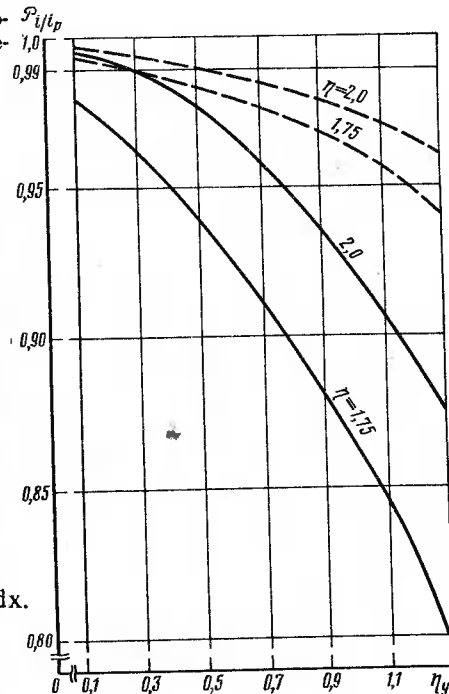


Рис. 3.11. Плотности вероятности значений параметров объектов при пересечении диапазонов признаков

Рис. 3.12. Зависимость вероятности распознавания объектов от погрешностей измерений их параметров



где m_i, m_l — число объектов i -го и l -го классов соответственно; M — общее число объектов, подлежащих распознаванию, $M = m_i + m_l$.

В общем случае измерение параметра x производится с некоторой случайной погрешностью. При этом число случаев, когда по результату измерения y объект правильно относится к i -му классу, пропорционально математическому ожиданию функции (3.53) случайного аргумента x

$$\{i\} \sim P_i M [w_i(x)] = P_i \int_{-\infty}^{\infty} w_i(x) v(x/y) dx.$$

Вероятность того, что по результату измерения параметра состояние объекта будет правильно отнесено к i -му классу, определяется отношением

$$\mathcal{P}_{i/i_p}(y) = \frac{P_i \int_{-\infty}^{\infty} w_i(x) v(x/y) dx}{\sum_{l=1}^N P_l \int_{-\infty}^{\infty} w_l(x) v(x/y) dx} \quad (3.54)$$

Полная вероятность верного отнесения объекта к i -му типу находится подстановкой (3.54) в (3.50).

В многомерном случае вероятность правильного отнесения объекта к i -му типу по результатам измерения n параметров по аналогии с (3.54) записывается в виде

$$\mathcal{P}_{i/i_p}(y_1, \dots, y_n) = \frac{P_i \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} w_i(x_1, \dots, x_n) v(x_1, \dots, x_n/y_1, \dots, y_n) dx_1 \dots dx_n}{\sum_{l=1}^N P_l \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} w_l(x_1, \dots, x_n) v(x_1, \dots, x_n/y_1, \dots, y_n) dx_1 \dots dx_n} \quad (3.55)$$

В этом случае вероятность верного отнесения ОК к i -му классу находится по формулам (3.50) и (3.55).

Расчет рассмотренных показателей достоверности распознавания класса состояний объектов может быть выполнен номографическими методами. Для примера на рис. 3.12 приведена номограмма вероятности правильного распознавания (3.52) при значениях параметра и погрешности его из-

мерения, распределенных по нормальному (пунктирная линия) и равномерному (сплошная линия) законам. Здесь $\eta_y = l\xi/\sigma(y)$; $\eta = \delta_y/\sigma(y)$; $\delta_y = (d-c)/2$, $l\xi$ — половина поля рассеивания погрешностей измерения параметра; $\sigma(y)$ — среднеквадратичное отклонение измеренных значений параметра. Видно, что на вероятность распознавания оказывают существенное влияние законы распределения значений параметров объектов и их погрешностей измерений.

ГЛАВА 4

ДОСТОВЕРНОСТЬ КОНТРОЛЯ С ВОССТАНОВЛЕНИЕМ

4.1. ОБЩАЯ СХЕМА ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ*

До сих пор мы рассматривали такой контроль, целью которого является определение технического состояния РЭС с отбраковкой неисправных объектов без восстановления. Однако иногда в условиях производства, а при эксплуатации почти всегда, забракованные РЭС восстанавливают. Процесс восстановления деформирует законы распределения значений параметров РЭС и тем самым влияет на достоверность результатов их контроля [19].

Рассмотрим общую схему контроля восстанавливаемых систем. Процесс контроля с восстановлением (КВ) состоит из ряда последовательных операций (рис. 4.1), необходимость выполнения которых является случайным событием.

В результате контроля система с некоторой вероятностью P_{Γ} может быть признана годной. Вероятность противоположного события, т.е. отнесения контролируемой РЭС к негодным, равна $P_{\bar{\Gamma}} = 1 - P_{\Gamma}$. Признанная негодной система восстанавливается каким-либо способом и вновь контролируется. Восстановленный объект в результате контроля признается годным с некоторой вероятностью $P_{\Gamma 1}$ или бракуется. Такой процесс КВ, представляющий собой ряд повторяющихся последовательных операций (циклов), продолжается до тех пор, пока объект не будет признан годным. Вероятность получения результата контроля "годен" после N циклов КВ равна

$$P_{\Gamma \Sigma}(N) = P_{\Gamma} + \sum_{i=1}^N P_{\Gamma i} \quad (4.1)$$

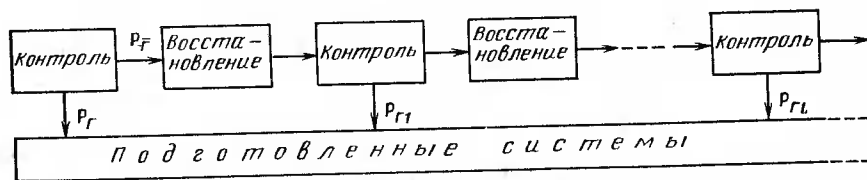


Рис. 4.1. Общая схема операций контроля и восстановления

* Раздел написан при участии В. Н. Мельникова.

где $P_{\Gamma 1}$ — вероятность получения результата "годен" при проведении 1-го цикла КВ.

Вероятность (4.1) может трактоваться как среднее число объектов, которые были признаны годными после N циклов контроля и восстановления. Так, если на контроль поступило некоторое число систем n , то через N циклов будет подготовлено к применению $n P_{\Gamma \Sigma}(N)$ объектов.

При $N \rightarrow \infty$ рассмотренные циклы КВ представляют собой полную группу событий. Поэтому в этом случае имеет место предел

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P_{\Gamma \Sigma}(N) = P_{\Gamma} + \sum_{i=1}^{\infty} P_{\Gamma i} = P_{\Gamma} + P_{\bar{\Gamma}} = 1. \quad (4.2)$$

При контроле с восстановлением все ОК в конечном счете признаются годными. Основными показателями такого контроля является условная вероятность необнаруженного отказа (1.11), в признанном годным объекте. Эта вероятность в силу условия (4.2) находится по формуле полной вероятности в виде

$$\mathcal{P}_{\text{НО} \Sigma} = P_{\Gamma} \mathcal{P}_{\text{НО}} + \sum_{i=1}^{\infty} P_{\Gamma i} \mathcal{P}_{\text{НО} i} \quad (4.3)$$

где $\mathcal{P}_{\text{НО}}$ — вероятность того, что ОК, признанный годным при первоначальной проверке, является на самом деле неисправным; $\mathcal{P}_{\text{НО} i}$ — вероятность того, что ОК, признанный годным при проведении 1-го цикла, на самом деле неисправен.

После N циклов КВ условная вероятность НО с учетом (1.11) записывается в виде

$$\mathcal{P}_{\text{НО} \Sigma}^{(N)} = \frac{1}{P_{\Gamma}(N)} (P_{\Gamma} \mathcal{P}_{\text{НО}} + \sum_{i=1}^N P_{\Gamma i} \mathcal{P}_{\text{НО} i}), \quad (4.4)$$

При $N \rightarrow \infty$ вероятность (4.4) стремится к своему пределу (4.3).

Остальные показатели достоверности контроля восстанавливаемых РЭС определяются с учетом конкретного способа реализации процесса восстановления объектов.

4.2. КОНТРОЛЬ С ПЕРЕПРОВЕРКАМИ

Из-за ошибок контроля часть объектов напрасно бракуется. Для их выявления все забракованные ОК перепроверяются более точно (рис. 4.2).

Оценим вначале достоверность контроля РЭС с перепроверкой на момент его окончания. Пусть достоверность контроля при перепроверке настолько высокая, что практически во всех случаях принимаются безошибочные решения об отнесении объекта к классу годных или негодных изделий*.

*Способы обеспечения высокой ДК рассматриваются в гл. 5, 6.

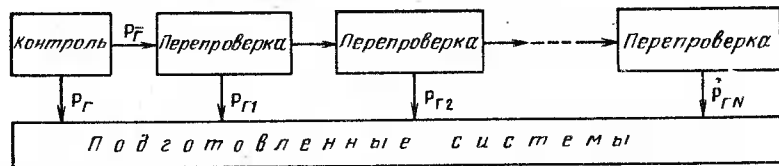


Рис. 4.2. Схема контроля с перепроверкой

Тогда при первой же перепроверке будут выявлены все ошибочно забракованные объекты. Возможность такого события оценивается вероятностью ложного отказа $P_{ЛО}$. При этом вероятность получения результатов "годен" увеличивается и становится равной

$$P_{Г}(1) = P_{Г} + P_{Г1} = P_{Г} + P_{ЛО}. \quad (4.5)$$

Условная вероятность НО в перепроверенном ОК равна нулю. С учетом этого и (4.5) из (4.4) имеем

$$P_{НО\Sigma}(1) = P_{Г} P_{НО}/P_{Г}(1) = P_{НО}/(P_{Г} + P_{ЛО}). \quad (4.6)$$

Как видно из выражения (4.6), перепроверка уменьшает вероятность НО в признанных годными объектах. Соответственно увеличивается вероятность верного признания ОК годным, которая становится равной

$$P_{ВЗ\Sigma}^Г = P_{ВЗ}^Г + P_{ЛО}, \quad (4.7)$$

где $P_{ВЗ}^Г$ — вероятность верного заключения "годен" при первоначальной проверке РЭС.

При однопараметрическом контроле вероятность $P_{ЛО}$ находится по формулам (2.4), (2.5) и (2.10). Если область принятия решения при перепроверке выбрать так, чтобы $c = a$ и $d = b$, то вероятности $P_{ЛО}$ и $P_{ВЗ\Sigma}^Г$ (4.7) возрастут, а $P_{НО\Sigma}(1)$ (4.6) уменьшится.

Если же перепроверку нельзя считать идеальной, для выявления ошибочно забракованных объектов ее необходимо производить последовательно несколько раз (см. рис. 4.2). При этом значения контролируемого параметра объектов, признанных негодными при первоначальной проверке, будут распределены с ненормированной плотностью $w_{Г}(x_k)$, определяемой по формулам (2.4) и (2.10). Эти ОК перепроверяются. Ненормированная плотность вероятности значений параметров объектов, признанных при первой перепроверке годными, по аналогии с (2.10) записывается так:

$$w_{Г1}(x_k) = w_{Г}(x_k) \int_{c_1 - x_k}^{d_1 - x_k} q_1(\xi_n) d\xi_n, \quad (4.8)$$

где c_1, d_1 — границы контрольного поля допуска при первой перепроверке; $q_1(\xi_n)$ — плотность вероятности значений погрешности измерений при первой перепроверке.

Распределение значений параметра объектов, признанных негодными при перепроверке, с учетом (2.4) находится в виде

$$w_{Г1}(x_k) = w_{Г}(x_k) - w_{Г1}(x_k). \quad (4.9)$$

Аналогично после повторной перепроверки

$$w_{Г2}(x_k) = w_{Г1}(x_k) \int_{c_2 - x_k}^{d_2 - x_k} q_2(\xi_n) d\xi_n; \quad (4.10)$$

$$w_{Г2}(x_k) = w_{Г1}(x_k) - w_{Г2}(x_k).$$

Из выражений (4.8)...(4.10) по индукции плотности вероятностей значений параметра объектов, признанных годными и негодными при 1-й перепроверке, находятся в виде следующих рекуррентных выражений:

$$w_{Г1}(x_k) = w_{Г1-1}(x_k) \int_{c_1 - x_k}^{d_1 - x_k} q_1(\xi_n) d\xi_n;$$

$$w_{Г1}(x_k) = w_{Г1-1}(x_k) - w_{Г1}(x_k). \quad (4.11)$$

При одинаковой точности независимых измерений и контрольных допусках при всех перепроверках выражения (4.11) с учетом (2.4) и (2.10) приводятся к виду

$$w_{Г1}(x_k) = w_k(x_k) \left[1 - \int_{c-x_k}^{d-x_k} q(\xi_n) d\xi_n \right]^1 \int_{c-x_k}^{d-x_k} q(\xi_n) d\xi_n;$$

$$w_{Г1}(x_k) = w_k(x_k) \left[1 - \int_{c-x_k}^{d-x_k} q(\xi_n) d\xi_n \right]^{1+1}.$$

Перед 1-й перепроверкой значения контролируемого параметра распределены с плотностью $w_{Г1-1}(x_k)$, определяемой по рекуррентной формуле вида (4.11). Вероятность признания ОК годным при 1-й перепроверке на основании (2.2) и (2.3) находится в виде

$$P_{Г1} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{c_1}^{d_1} w_{Г1-1}(x_k) q_1(y - x_k) dy dx_k. \quad (4.12)$$

Вероятности $P_{НО}^П$ и $P_{ЛО}^П$ после 1-й перепроверки на основании (2.5) определяются интегрированием (4.11) в соответствующих пределах

$$P_{НО1} = \int_{-\infty}^{\infty} w_{Г1}(x_k) dx_k + \int_b^{\infty} w_{Г1}(x_k) dx_k;$$

$$P_{ЛО1} = \int_a^b w_{Г1}(x_k) dx_k. \quad (4.13)$$

Условные вероятности НО и ЛО после N перепроверок равны

$$P_{НО\Sigma}(N) = P_{НО} + \sum_{i=1}^N P_{НО1}; \quad P_{ЛО\Sigma}(N) = \sum_{i=1}^N P_{ЛО1}. \quad (4.14)$$

Другие показатели ДК находятся по формулам (1.11)...(1.14), (4.1), (4.12)...(4.14).

Оценим теперь достоверность прогнозирующего контроля с перепроверками. Пусть высокая точность измерений позволяет практически безо-

шибочно определять состояние ОК на момент окончания его перепроверки. При этом вероятность признания его годным определяется по формуле (4.5), а вероятности НО и ЛО находятся в виде

$$P_{НО\Sigma}^{\Pi} = P_{НО}^{\Pi} + P_{НО1}^{\Pi}; \quad P_{ЛО\Sigma}^{\Gamma} = P_{ЛО}^{\Pi} + P_{ЛО1}^{\Pi}, \quad (4.15)$$

где $P_{НО}^{\Pi}$, $P_{ЛО}^{\Pi}$ – вероятности НО и ЛО в объектах, находящихся в условиях применения после первичного контроля; $P_{НО1}^{\Pi}$, $P_{ЛО1}^{\Pi}$ – вероятности НО и ЛО в перепроверенных объектах при их применении.

Вероятности $P_{НО}^{\Pi}$ и $P_{ЛО}^{\Pi}$ при однопараметрическом контроле находятся по формулам разд. 2.1, п. 4.

Ненормированная плотность вероятности значений контролируемого параметра $w_{\Gamma}^{\Pi}(x_k)$ объектов, признанных негодными при идеальной перепроверке, преобразуется в распределения

$$w_{\Gamma1}^{\Pi}(x_k) = \begin{cases} w_{\Gamma}^{\Pi}(x_k) & \text{при } c < x_k < d; \\ 0 & \text{при } x_k < c \text{ и } x_k > d; \end{cases} \quad (4.16)$$

$$w_{\bar{\Gamma}1}^{\Pi}(x_k) = \begin{cases} w_{\bar{\Gamma}}^{\Pi}(x_k) & \text{при } x_k < c \text{ и } x_k > d; \\ 0 & \text{при } c < x_k < d. \end{cases}$$

Плотности вероятности значений параметра (1.4) в условиях применения ОК, признанных годными и негодными при перепроверке, находятся как композиции соответствующих распределений (4.16) и закона распределения $q_{\Pi}(\xi_{\Pi})$ отклонений контролируемого параметра

$$w_{\Gamma1}^{\Pi}(x_{\Pi}) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Gamma1}^{\Pi}(x_k) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_k) dx_k; \quad (4.17)$$

$$w_{\bar{\Gamma}1}^{\Pi}(x_{\Pi}) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{\bar{\Gamma}1}^{\Pi}(x_k) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_k) dx_k.$$

Входящие в (4.15) вероятности НО и ЛО по аналогии с (2.5) находятся интегрированием (4.17) в соответствующих пределах

$$P_{НО1}^{\Pi} = \int_{-\infty}^a w_{\Gamma1}^{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi} + \int_b^{\infty} w_{\bar{\Gamma}1}^{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi}; \quad (4.18)$$

$$P_{ЛО1}^{\Pi} = \int_a^b w_{\Gamma1}^{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi}.$$

В случае недостаточно высокой достоверности контроля перепроверяемых ОК может производиться несколько последовательных их перепроверок N . При этом результирующие вероятности НО и ЛО находятся в виде сумм

$$P_{НО\Sigma}^{\Pi}(N) = P_{НО}^{\Pi} + \sum_{l=1}^N P_{НО1}^{\Pi}; \quad P_{ЛО\Sigma}^{\Gamma}(N) = P_{ЛО}^{\Pi} + \sum_{l=1}^N P_{ЛО1}^{\Pi}. \quad (4.19)$$

Входящие в (4.19) вероятности НО и ЛО при 1-й перепроверке по аналогии с (4.17) и (4.18) записываются в виде

$$P_{НО1}^{\Pi} = \int_{-\infty}^a w_{\Gamma1}^{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi} + \int_b^{\infty} w_{\bar{\Gamma}1}^{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi};$$

$$P_{ЛО1}^{\Gamma} = \int_a^b w_{\bar{\Gamma}1}^{\Gamma}(x_{\Pi}) dx_{\Pi}.$$

$$\text{Здесь } w_{\Gamma1}^{\Pi}(x_{\Pi}) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Gamma1}^{\Pi}(x_k) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_k) dx_k.$$

$$w_{\bar{\Gamma}1}^{\Pi}(x_{\Pi}) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{\bar{\Gamma}1}^{\Pi}(x_k) q_{\Pi}(x_{\Pi} - x_k) dx_k,$$

где $w_{\Gamma1}^{\Pi}(x_k)$, $w_{\bar{\Gamma}1}^{\Pi}(x_k)$ – плотности вероятности (4.11).

Вероятность признания объектов годными определяется по формулам (4.1) и (4.12).

При многопараметрическом контроле в приведенных выше соотношениях необходимо перейти от одномерных распределений величин к многомерным.

4.3. КОНТРОЛЬ С ВОССТАНОВЛЕНИЕМ ЗАМЕНАМИ

При восстановлении признанных негодными РЭС замена* вместо забракованной системы берется запасная (ЗРЭС), которая контролируется и в случае необходимости отбраковывается (рис. 4.3). Такой процесс продолжается до признания какой-либо из ЗРЭС годной.

Контролируемая РЭС с вероятностью P_{Γ} признается годной. Браковка РЭС с вероятностью $P_{\bar{\Gamma}} = 1 - P_{\Gamma}$ приводит к возникновению ряда последовательных ситуаций.

Система может быть восстановлена (признана годной) в результате первой замены. Вероятность этого сложного события, состоящего в том, что РЭС будет забракована, а ЗРЭС признана годной, равна

$$P_{\Gamma1} = P_{\bar{\Gamma}} P_{\Gamma1}^3, \quad (4.20)$$

где $P_{\Gamma1}^3$ – вероятность признания первой ЗРЭС годной.

Первая ЗРЭС с вероятностью $P_{\bar{\Gamma}1}^3 = 1 - P_{\Gamma1}^3$ может быть признана негод-

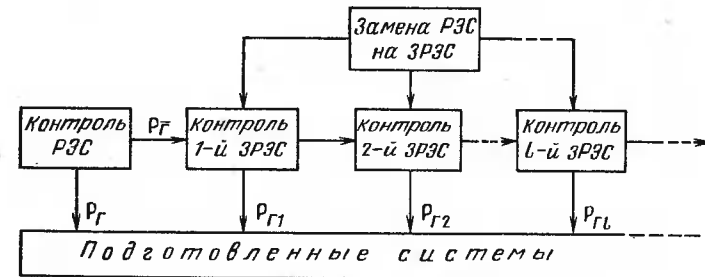


Рис. 4.3. Схема контроля с восстановлением заменой

* См. статью: Савин С. К., Никитин А. А., Салиенко П. Ф. Оценка достоверности контроля систем, восстанавливаемых заменами. – Надежность и контроль качества, 1983, № 1, с. 24–30.

ной. Тогда вероятность того, что система будет восстановлена в результате второй замены, равна

$$P_{Г2} = P_{Г} P_{Г1}^3 P_{Г2}^3, \quad (4.21)$$

где $P_{Г2}^3$ — вероятность признания второй ЗРЭС годной.

Из (4.20) и (4.21) по индукции для l последовательных замен находим

$$P_{Гl} = P_{Г} \prod_{k=1}^{l-1} P_{Гk}^3 P_{Гl}^3. \quad (4.22)$$

Условная вероятность необнаруженного отказа в объекте, восстановленном после N -й замены, находится по формулам (4.1), (4.4) и (4.22).

В случае независимых результатов измерений параметров всех используемых для замены ЗРЭС при одинаковых их надежности и достоверности контроля вероятность признания годной любой из них $P_{Г}^3$. Тогда выражение (4.22) примет вид

$$P_{Гl} = P_{Г} [P_{Г}^3]^{l-1} P_{Г}^3. \quad (4.23)$$

В данном случае одинаковы также вероятности необнаруженного отказа $\mathcal{P}_{НО}^3$ в каждой признанной годной ЗРЭС. С учетом этого, подставляя (4.1) и (4.23) в (4.4), получаем

$$\mathcal{P}_{НО\Sigma}(N) = \frac{1}{P_{Г} + \gamma(N) P_{Г}} [P_{Г} \mathcal{P}_{НО} + \gamma(N) P_{Г}^3 \mathcal{P}_{НО}^3], \quad (4.24)$$

где $\gamma(N) = \sum_{i=1}^N [P_{Г}^3]^{i-1} P_{Г}^3$ — вероятность признания ЗРЭС годной после

N -й независимой выборки.

Очевидно, существует предел $\lim_{N \rightarrow \infty} \gamma(N) = 1$. При этом вероятность (4.24) становится равной

$$\mathcal{P}_{НО\Sigma} = P_{Г} \mathcal{P}_{НО} + P_{Г}^3 \mathcal{P}_{НО}^3. \quad (4.25)$$

Выражению (4.25), которое может быть получено сразу же по формуле полной вероятности [6], соответствует схема контроля и восстановления, приведенная на рис. 4.4. Для определения остальных показателей ДК при контроле и восстановлении объекта по этой схеме предположим, что на контроль поступило некоторое число систем n . Пусть это число настолько велико, что по поступившим на контроль системам можно достоверно судить о всей генеральной совокупности РЭС данного типа. При этом общее число объектов с необнаруженными и ложными отказами среди проверенных РЭС и ЗРЭС равно

$$n_{НО\Sigma} = n P_{НО} + n_3 P_{НО}^3; \quad n_{ЛО\Sigma} = n P_{ЛО} + n_3 P_{ЛО}^3, \quad (4.26)$$

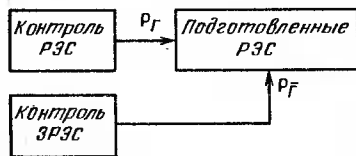


Рис. 4.4. Схема контроля и восстановления заменой

где n_3 — число ЗРЭС, использованных для замен; $P_{НО}, P_{ЛО}, P_{НО}^3, P_{ЛО}^3$ — безусловные вероятности НО и ЛО при контроле РЭС и ЗРЭС.

Общее число исправных РЭС и ЗРЭС до их контроля и отбраковки равно сумме

$$n_{И\Sigma} = n P_{И} + n_3 P_{И}^3, \quad (4.27)$$

где $P_{И}, P_{И}^3$ — априорные вероятности исправного состояния РЭС и ЗРЭС. Число всех контролируемых РЭС и ЗРЭС равно

$$n_{\Sigma} = n + n_3. \quad (4.28)$$

При восстановлении заменами общее число РЭС и ЗРЭС, признанных годными,

$$n_{Г\Sigma} = n. \quad (4.29)$$

В соответствии с формулой (1.6) безусловные вероятности НО и ЛО записываются в виде соотношений

$$P_{НО} = n_{НО\Sigma} / n_{\Sigma}; \quad P_{ЛО} = n_{ЛО\Sigma} / n_{\Sigma}. \quad (4.30)$$

Вероятности (4.30) оценивают доли необнаруженных и ложных отказов во всей массе возможных событий, возникающих при контроле РЭС и ЗРЭС.

В соответствии с выражениями (1.11) и (1.13) условные вероятности НО и ЛО находятся в виде

$$\mathcal{P}_{НО\Sigma} = n_{НО\Sigma} / n_{Г\Sigma}; \quad \mathcal{P}_{ЛО\Sigma} = n_{ЛО\Sigma} / n_{И\Sigma}. \quad (4.31)$$

Для обеспечения восстановления ОК заменами число признаваемых годными ЗРЭС $n_3 P_{Г}^3$ должно быть равно числу забракованных ЗРЭС $n P_{Г}$, поэтому

$$n_3 = n P_{Г} / P_{Г}^3. \quad (4.32)$$

Подставляя выражения (4.26)...(4.29) и (4.32) в (4.30) и (4.31), находим

$$P_{НО\Sigma} = (P_{НО} + A P_{НО}^3) / (1 + A); \quad P_{ЛО\Sigma} = (P_{ЛО} + A P_{ЛО}^3) / (1 + A); \quad (4.33)$$

$$\mathcal{P}_{НО\Sigma} = P_{НО} + A P_{НО}^3; \quad \mathcal{P}_{ЛО\Sigma} = (P_{ЛО} + A P_{ЛО}^3) / (P_{И} + A P_{И}^3),$$

где $A = (1 - P_{Г}) / P_{Г}^3$.

Пример 4.1. Дано $P_{И} = 0,65$; $P_{НО} = 0,03$; $P_{ЛО} = 0,052$; $P_{И}^3 = 0,98$; $P_{НО}^3 = 0,012$; $P_{ЛО}^3 = 0,015$. Оценить ДК при восстановлении объектов заменами.

По формуле $P_{Г}$ (1.7) находим вероятности $P_{Г} = 0,628$; $P_{Г}^3 = 0,997$.

По формулам (1.11) и (1.13) определяем значения условных вероятностей НО и ЛО при контроле основных и запасных ОК: $\mathcal{P}_{НО} = 0,0477$; $\mathcal{P}_{ЛО} = 0,08$; $\mathcal{P}_{НО}^3 = 0,0123$; $\mathcal{P}_{ЛО}^3 = 0,0153$.

Результирующие значения показателей ДК вычисляем по формулам (4.33): $P_{НО\Sigma} \approx 0,024$; $P_{ЛО\Sigma} \approx 0,042$; $\mathcal{P}_{НО\Sigma} \approx 0,035$; $\mathcal{P}_{ЛО\Sigma} \approx 0,057$.

Сравнивая результирующие значения вероятностей НО и ЛО с соответствующими значениями показателей ДК при контроле основных и

запасных ОК, видим, что восстановление заменами оказывает существенное влияние на достоверность результатов контроля.

4.4. КОНТРОЛЬ С ПЕРЕПРОВЕРКОЙ И ЗАМЕНАМИ

Для уменьшения числа потребных для восстановления ЗРЭС признанные негодными системы (РЭС и ЗРЭС) могут перепроверяться более точными средствами контроля и только после этого в случае необходимости окончательно браковаться. Перепроверки позволяют сократить число ошибочно бракуемых ОК. Возможны несколько вариантов проведения контроля с перепроверкой и заменой.

Вариант 1. Забракованная система перепроверяется, и если в результате этого признается негодной, то заменяется на ЗРЭС по схеме, показанной на рис. 4.3. В данном случае из всей массы признанных негодными РЭС, пропорциональной вероятности $P_{\bar{\Gamma}}$, исключаются перепроверенные и признанные годными. В результате перепроверки доля использованных для замены признанных годными ЗРЭС уменьшается и становится равной

$$P_{\bar{\Gamma}_1} = P_{\bar{\Gamma}} - P_{\Gamma_1}, \quad (4.34)$$

где P_{Γ_1} — вероятность получения результата контроля "годен" при первой перепроверке признанной негодной РЭС (см. разд. 4.2). При достаточно высокой точности перепроверки $P_{\Gamma_1} \approx P_{\text{ЛО}}$.

С учетом сказанного, рассматривая такие же события, что и при выводе формулы (4.24), условную вероятность необнаруженного отказа при перепроверке РЭС и N заменах найдем в виде

$$\mathcal{P}_{\text{НО}\Sigma}(N) = \frac{1}{P_{\Gamma} + P_{\Gamma_1} + \gamma(N)P_{\bar{\Gamma}_1}} [P_{\Gamma} \mathcal{P}_{\text{НО}} + P_{\Gamma_1} \mathcal{P}_{\text{НО}1} + \gamma(N)P_{\bar{\Gamma}_1} \mathcal{P}_{\text{НО}}^3], \quad (4.35)$$

где $\mathcal{P}_{\text{НО}1} = P_{\text{НО}1}/P_{\Gamma_1}$ — условная вероятность НО в однократно перепроверенной и признанной годной РЭС (см. разд. 4.2).

При $N \rightarrow \infty$ значение вероятности (4.35) стремится к пределу

$$\mathcal{P}_{\text{НО}\Sigma} = P_{\Gamma} \mathcal{P}_{\text{НО}} + P_{\Gamma_1} \mathcal{P}_{\text{НО}1} + P_{\bar{\Gamma}_1} \mathcal{P}_{\text{НО}}^3. \quad (4.36)$$

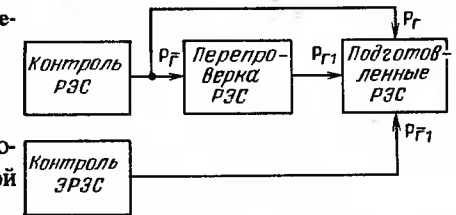
Схема контроля и восстановления ОК для предельного случая, описываемого формулой (4.36), приведена на рис. 4.5. В данном случае число заменяемых РЭС в общем объеме поступивших на контроль объектов n равно $nP_{\bar{\Gamma}_1}$. Так как число признаваемых годными запасных систем $n_3 P_{\Gamma}^3 = nP_{\bar{\Gamma}_1}$, то необходимое для восстановления число ЗРЭС равно

$$n_3 = nP_{\bar{\Gamma}_1}/P_{\Gamma}^3. \quad (4.37)$$

Общее число исправных РЭС и ЗРЭС на момент начала контроля равно сумме (4.27). Результирующее число систем с НО и ЛО соответственно равно

$$n_{\text{НО}\Sigma} = n(P_{\text{НО}} + P_{\text{НО}1}) + n_3 P_{\text{НО}}^3; \quad n_{\text{ЛО}\Sigma} = nP_{\text{ЛО}1} + n_3 P_{\text{ЛО}}^3, \quad (4.38)$$

Рис. 4.5. Схема контроля и восстановления заменой с перепроверкой РЭС



где $P_{\text{НО}1}$, $P_{\text{ЛО}1}$ — безусловные вероятности НО и ЛО в перепроверенной РЭС (см. разд. 4.2).

Подставляя выражения (4.27)...(4.29), (4.37) и (4.38) в (4.30) и (4.31), находим

$$P_{\text{НО}\Sigma} = \frac{P_{\text{НО}} + P_{\text{НО}1} + P_{\text{НО}}^3}{1 + V}; \quad P_{\text{ЛО}\Sigma} = \frac{P_{\text{ЛО}1} + P_{\text{ЛО}}^3}{1 + V}; \quad (4.39)$$

$$\mathcal{P}_{\text{НО}\Sigma} = P_{\text{НО}} + P_{\text{НО}1} + P_{\text{НО}}^3; \quad \mathcal{P}_{\text{ЛО}\Sigma} = \frac{P_{\text{ЛО}1} + P_{\text{ЛО}}^3}{P_{\text{И}} + P_{\text{И}}^3},$$

где $V = P_{\bar{\Gamma}_1}/P_{\Gamma}^3$.

При многократной перепроверке признаваемых негодными РЭС в формулу (4.34) вместо вероятности P_{Γ_1} подставляется сумма (4.1), слагаемые которой при однопараметрическом контроле определяются по формулам (4.11) и (4.12). В этом случае в формулах (4.39) величины $P_{\text{НО}} + P_{\text{НО}1}$ и $P_{\text{ЛО}1}$ заменяются на вероятности (4.14), значения которых находятся по формулам (4.11) и (4.13), а при оценке достоверности прогнозирующего контроля — по формулам (4.11), (4.17) и (4.18).

Вариант 2. Перепроверке подвергаются как забракованные РЭС, так и признанные негодными ЗРЭС (рис. 4.6). Забракованные при перепроверке РЭС заменяются на ЗРЭС. Необходимость этого оценивается вероятностью (4.34).

Вероятность того, что РЭС будет восстановлена в результате первой замены на ЗРЭС, признанную годной, равна

$$P_{\Gamma_1}^3 = P_{\bar{\Gamma}_1} P_{\Gamma_1}^3, \quad (4.40)$$

где $P_{\Gamma_1}^3$ — вероятность признания годной первой ЗРЭС.

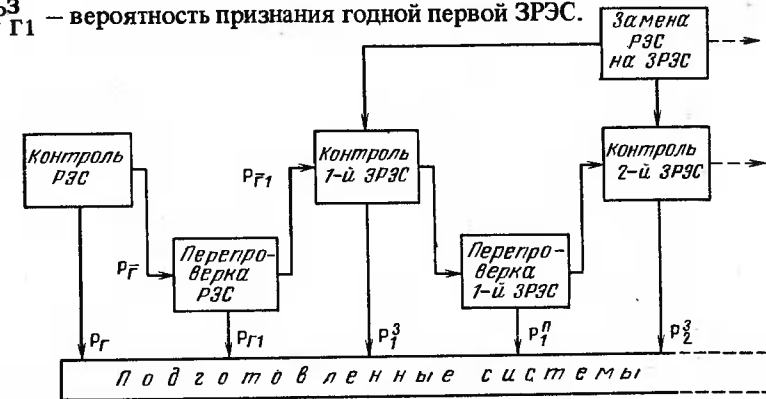


Рис. 4.6. Схема контроля с восстановлением заменой и перепроверкой

В случае браковки первой ЗРЭС она перепроверяется. Вероятность восстановления РЭС заменой на признанную годной перепроверенную ЗРЭС равна

$$P_1^{np} = P_{\bar{Г}1} P_{Г13}, \quad (4.41)$$

где $P_{Г13}$ — вероятность того, что первая ЗРЭС будет забракована при контроле и признана годной при перепроверке, определяемая при однопараметрическом контроле по формулам (4.11) и (4.12).

Если ЗРЭС при перепроверке бракуется, то для замены используется вторая ЗРЭС, проверенная и признанная годной. Необходимость такой замены по аналогии с (4.34) оценивается вероятностью $P_{\bar{Г}13}^3 = P_{\bar{Г}1}^3 P_{Г13}$, где $P_{\bar{Г}1}^3 = 1 - P_{Г1}^3$; $P_{Г13}$ — вероятность получения результата контроля "годен" при перепроверке ЗРЭС (см. разд. 4.2). Вероятность восстановления ОК в результате второй замены равна

$$P_2^3 = P_{\bar{Г}1} P_{\bar{Г}13} P_{Г2}^3, \quad (4.42)$$

где $P_{Г2}^3$ — вероятность признания годной второй ЗРЭС при первичной проверке.

Если вторая ЗРЭС при первичной проверке признается негодной, то она перепроверяется. Вероятность восстановления ОК в результате вторичной перепроверки ЗРЭС равна

$$P_2^{np} = P_{\bar{Г}1} P_{\bar{Г}13} P_{Г23}, \quad (4.43)$$

где $P_{Г23}$ — вероятность того, что вторая ЗРЭС будет забракована при контроле и признана годной при перепроверке (см. разд. 4.2).

Из (4.40) ... (4.43) по индукции для l последовательных замен и перепроверок ЗРЭС имеем

$$P_1^3 = P_{\bar{Г}1} \prod_{k=1}^{l-1} P_{\bar{Г}k3} P_{Гk}^3; \quad P_1^{np} = P_{\bar{Г}1} \sum_{k=1}^{l-1} P_{\bar{Г}k3} P_{Гk3}. \quad (4.44)$$

Условную вероятность НО при N заменах и $N \pm 1$ перепроверках на основании (4.4) находим по формуле полной вероятности в виде

$$P_{НО}(N, N \pm 1) = \frac{P_{Г} P_{НО} + P_{Г1} P_{НО1} + \sum_{l=1}^N P_1^3 P_{НО1}^3 + \sum_{l=1}^{N \pm 1} P_1^{np} P_{НО1}^3}{P_{Г} + P_{Г1} + \sum_{l=1}^N P_1^3 + \sum_{l=1}^{N \pm 1} P_1^{np}}, \quad (4.45)$$

где $P_{НО1}^3$ — условная вероятность НО при контроле l -й ЗРЭС; $P_{НО11}^3$ — условная вероятность НО при однократной перепроверке l -й ЗРЭС (см. разд. 4.2).

В случае одинаковых достоверности контроля и надежности всех ЗРЭС выражение (4.45) с учетом (4.44) приводится к виду

$$P_{НО\Sigma}(N, N \pm 1) = \frac{P_{Г} P_{НО} + P_{Г1} P_{НО1} + \gamma_3(N) P_{\bar{Г}1} P_{НО}^3 + \gamma_{п}(N \pm 1) P_{\bar{Г}1} P_{НО1}^3}{P_{Г} + P_{Г1} + [\gamma_3(N) + \gamma_{п}(N \pm 1)] P_{\bar{Г}1}}, \quad (4.46)$$

где $\gamma_3(N) = \sum_{l=1}^N (P_{\bar{Г}13})^{l-1} P_{Г}^3$; $\gamma_{п}(N \pm 1) = \sum_{l=1}^{N \pm 1} (P_{\bar{Г}13})^{l-1} P_{Г13}$; $P_{НО}^3$, $P_{НО1}^3$ — условные вероятности НО при контроле и однократной перепроверке ЗРЭС соответственно.

При $N \rightarrow \infty$ имеет место предел [12]

$$\sum_{l=1}^{\infty} (P_{\bar{Г}13})^{l-1} = (1 - P_{\bar{Г}13})^{-1}. \quad (4.47)$$

В случае $N \rightarrow \infty$ рассмотренные выше ситуации образуют полную группу событий. Поэтому сумма вероятностей событий, записанная в знаменателе выражения (4.46), стремится к единице. Тогда с учетом (4.47) выражение (4.46) приводится к виду

$$P_{НО\Sigma} = P_{Г} P_{НО} + P_{Г1} P_{НО1} + C [P_{Г}^3 P_{НО}^3 + P_{Г13}^3 P_{НО1}^3], \quad (4.48)$$

где $C = P_{\bar{Г}1} / (1 - P_{\bar{Г}13})$.

Схема контроля и восстановления для предельного случая (4.48) приведена на рис. 4.7. При этом число восстанавливаемых РЭС в общем объеме контролируемых систем n равно $n P_{\bar{Г}1}$. Число используемых для восстановления ЗРЭС из-за их перепроверки увеличилось и стало равным $n_3 (P_{Г}^3 + P_{Г13}^3)$, где n_3 — общее число использованных ЗРЭС. Из условия равенства этих чисел с учетом (4.34) находим необходимое для восстановления число запасных систем

$$n_3 = \frac{n P_{\bar{Г}1}}{P_{Г}^3 + P_{Г13}^3} = \frac{n P_{\bar{Г}1}}{1 - P_{\bar{Г}13}} \approx n C. \quad (4.49)$$

Общее число исправных РЭС и ЗРЭС на момент начала контроля равно сумме (4.27). Результирующее число систем с НО и ЛО соответственно равно

$$n_{НО\Sigma} = n (P_{НО} + P_{НО1}) + n_3 (P_{НО}^3 + P_{НО1}^3), \quad (4.50)$$

$$n_{ЛО\Sigma} = n P_{ЛО1} + n_3 P_{ЛО1}^3,$$

где $P_{НО1}^3$, $P_{ЛО1}^3$ — безусловные вероятности НО и ЛО в однократно перепроверенной ЗРЭС (см. разд. 4.2).

Подставляя формулы (4.27) ... (4.29), (4.49) и (4.50) в (4.30) и (4.31), находим

$$P_{НО\Sigma} = \frac{1}{1 + C} [P_{НО} + P_{НО1} + C (P_{НО}^3 + P_{НО1}^3)]; \quad P_{ЛО\Sigma} = \frac{1}{1 + C} \times$$

$$\times (P_{ЛО1} + C P_{ЛО1}^3);$$

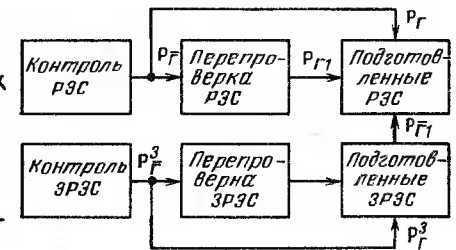


Рис. 4.7. Схема контроля и восстановления с перепроверкой РЭС и ЗРЭС

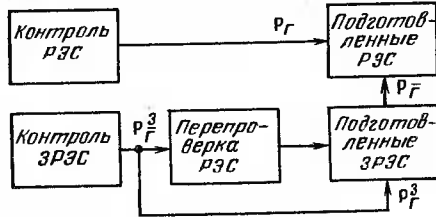


Рис. 4.8. Схема контроля РЭС и восстановления замены с перепроверкой ЗРЭС

$$\mathcal{P}_{\text{НО}\Sigma} = P_{\text{НО}} + P_{\text{НО}1} + C(P_{\text{НО}}^3 + P_{\text{НО}1}^3);$$

$$\mathcal{P}_{\text{ЛО}\Sigma} = \frac{P_{\text{ЛО}1} + CP_{\text{ЛО}1}^3}{P_{\text{И}} + CP_{\text{И}}^3}. \quad (4.51)$$

При высокой достоверности результатов перепроверки $P_{\text{Г}1} \approx P_{\text{ЛО}}$ (см. разд. 4.2) и потому в формулах (4.51) вероятности $P_{\text{Г}1} = P_{\text{Г}} - P_{\text{Г}1} \approx P_{\text{Г}} - P_{\text{ЛО}} = P_{\text{ВЗ}}^{\text{Г}}$; $P_{\text{Г}13} \approx P_{\text{ВЗ}}^{\text{Г}3}$ и $C \approx P_{\text{ВЗ}}^{\text{Г}} / (1 - P_{\text{ВЗ}}^{\text{Г}3})$.

В случае многократной перепроверки РЭС и ЗРЭС вероятности $P_{\text{Г}1}$ и $P_{\text{Г}13}$ находятся с учетом замечаний, приведенных после формулы (4.39).

Вариант 3. Перепроверке подвергаются только забракованные ЗРЭС (рис. 4.8). В данном случае в отличие от контроля и восстановления по схеме, изображенной на рис. 4.7 число восстанавливаемых РЭС пропорционально вероятности $P_{\text{Г}1}$ и, так как РЭС не перепроверяются, то $P_{\text{НО}1} = 0$ и $P_{\text{ЛО}1} = P_{\text{ЛО}}$. С учетом сказанного, заменяя в формулах (4.51) вероятность $P_{\text{Г}1}$ на $P_{\text{Г}}$ и полагая $P_{\text{НО}1} = 0$; $P_{\text{ЛО}1} = P_{\text{ЛО}}$, находим

$$P_{\text{НО}\Sigma} = \frac{1}{1+D} [P_{\text{НО}} + D(P_{\text{НО}}^3 + P_{\text{НО}1}^3)]; \quad P_{\text{ЛО}\Sigma} = \frac{1}{1+D} (P_{\text{ЛО}} + DP_{\text{ЛО}1}^3);$$

$$\mathcal{P}_{\text{НО}\Sigma} = P_{\text{НО}} + D(P_{\text{НО}}^3 + P_{\text{НО}1}^3); \quad \mathcal{P}_{\text{ЛО}\Sigma} = \frac{P_{\text{ЛО}} + DP_{\text{ЛО}1}^3}{P_{\text{И}} + DP_{\text{И}}^3}; \quad (4.52)$$

где $D = P_{\text{Г}}^3 / (P_{\text{Г}} + P_{\text{Г}13}) = P_{\text{Г}}^3 / (1 - P_{\text{Г}13})$.

При многократной перепроверке ЗРЭС вероятность $P_{\text{Г}13}$, входящая в (4.52), находится в соответствии с замечаниями, приведенными после формул (4.39).

В случае оценки достоверности прогнозирующего контроля входящие в формулы (4.33), (4.39), (4.51) и (4.52) вероятности НО и ЛО находятся с учетом возможного изменения состояния объекта в условиях применения (см. разд. 2.1, 2.2, 4.2).

4.5. КОНТРОЛЬ С РЕГУЛИРОВКОЙ

При проведении профилактических работ основным видом восстановления РЭС во многих случаях является регулировка. Возможные схемы контроля и восстановления РЭС регулировкой приведены на рис. 4.9.

Процесс регулировки параметров полностью восстанавливает объект без замены. Поэтому основным показателем ДК в данном случае является условная вероятность НО в признанном годным и в случае необходимости

восстановленном регулировкой ОК. Эта вероятность определяется по формулам (4.25) и (4.36), в которых величина $\mathcal{P}_{\text{НО}}^3$ заменена на

$$\mathcal{P}_{\text{НО}}^P = 1 - \int_a^b w_P(x) dx, \quad (4.53)$$

где $w_P(x)$ — плотность вероятности действительных значений параметра подвергавшихся регулировке ОК.

Нахождение плотности вероятности $w_P(x)$ сложно. Другое решение задач может быть основано на использовании плотности вероятности $v(y)$ измеренных значений параметра (1.1) признанных годными и подвергавшихся регулировке ОК. В этом случае условная вероятность НО, находится по формуле математического ожидания

$$\mathcal{P}_{\text{НО}} = \int_c^d \mathcal{P}_{\text{НО}}(y) v(y) dy, \quad (4.54)$$

где $\mathcal{P}_{\text{НО}}(y)$ — вероятность необнаруженного отказа (2.29) при условии, что результат измерения параметра удовлетворяет требованию (1.2).

При оценке достоверности контроля непосредственно на момент его окончания подстановка первой формулы (2.33) в (4.54) приводит к выражению вида

$$\mathcal{P}_{\text{НО}} \approx 1 - \int_c^d \int_a^{b-y} q(\xi_n) v(y) d\xi_n dy. \quad (4.55)$$

Обычно систематическая погрешность измерения $m(\xi_n) = 0$, среднеквадратичное отклонение $\sigma(\xi_n) \ll (d-c)/2$ и плотность $q(\xi_n)$ — симметрич-

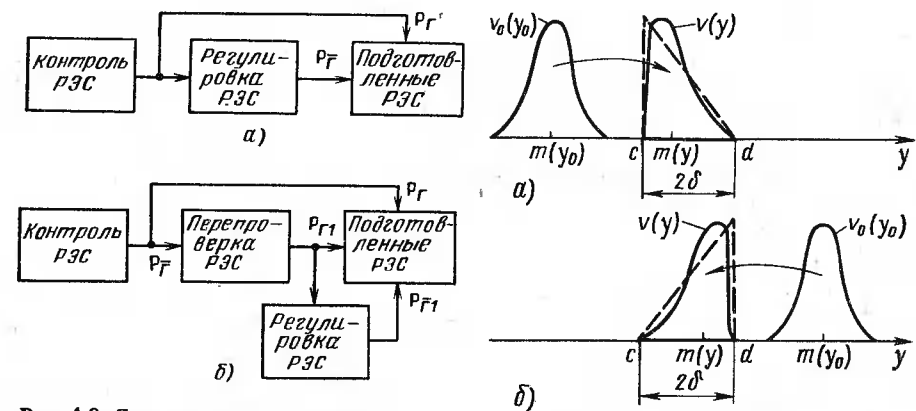


Рис. 4.9. Схемы контроля и восстановления регулировкой: а — без перепроверки; б — с перепроверкой

Рис. 4.10. Изменение законов распределения измеренных значений параметра после регулировок

где x_{ki} — действительное значение параметра ОК на момент окончания контроля и регулировки при формировании i -й контрольной задачи (теста) с характеристиками сигнала $s_{c,ki}$ ($i=1, 2, \dots, n$).

Решая систему уравнений (4.58), находим характеристики регулировочных элементов как функции величин

$$q_1 = q_1(s_{c,k1}, \dots, s_{c,kn}, x_{k1}, \dots, x_{kn}), \quad 1 = 1, 2, \dots, n. \quad (4.59)$$

Подставляя выражение (4.59) в (4.57), получаем зависимость значений выходного параметра РЭС от характеристик входного сигнала, тестов и установленных значений параметров для каждой из контрольных задач:

$$x_k = x(s_c, s_{c,k1}, \dots, s_{c,kn}, x_{k1}, \dots, x_{kn}). \quad (4.60)$$

По уравнению функции (4.60) и вероятностным характеристикам ее аргументов известными методами теории вероятностей и расчета точности (см. приложение 6) находится плотность вероятности $w_\Gamma(x_k)$ значений выходного параметра признанного годным объекта на момент окончания его контроля и регулировки. Тогда условная вероятность НО на момент окончания контроля РЭС записывается в виде выражения

$$\mathcal{P}_{HO} = 1 - \int_a^b w_\Gamma(x_k) dx_k. \quad (4.61)$$

При оценке достоверности прогнозирующего контроля плотность вероятности значений параметра (1.4) в условиях применения находится по формуле (2.17). При этом вероятность НО находится в виде

$$\mathcal{P}_{HO}^{\Pi} = 1 - \int_a^b w_\Gamma^{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi}. \quad (4.62)$$

Необходимые для оценки ДК по формулам (4.60) ... (4.62) вероятностные характеристики параметров входных сигналов и контрольных тестов находятся статистическими методами по результатам наблюдений. Они могут быть приведены в технической документации на изделия.

Плотность вероятности значений параметра признанного годным ОК при формировании i -й контрольной задачи находится интегрированием условного распределения (2.32) в пределах границ области принятия решения:

$$w_{i\Gamma}(x_{ki}) = \int_{c_i}^{d_i} w_{ki}(x_{ki}/y_i) v_i(y_i) dy_i \approx \int_{c_i}^{d_i} q_i(y_i - x_{ki}) v_i(y_i) dy_i, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (4.63)$$

где $v_i(y_i)$ — плотность вероятности измеренных значений регулируемого параметра при формировании i -й контрольной задачи (см. разд. 4.5).

Характеристики входных сигналов s_c изменяются в общем случае в широком диапазоне. Так, измеряемая радиолокатором дальность может изменяться от сотен метров до десятков километров. Определяемый радиоконпасом курс изменяется от 0 до 360° . Соответственно в широком диапазоне контролируется выходной параметр системы (4.60). При этом каждой точке контролируемого диапазона значений параметра соответствуют определенные характеристики входного сигнала $s_c = s_{ci}$, $i=1, 2, \dots, n$, а следовательно, и определенные вероятности (4.61) и (4.62). При этом обобщен-

ная оценка ДК в контролируемом диапазоне значений параметра производится по формулам разд. 3.2.

Рассмотренная схема оценки достоверности тестового контроля может быть применена и для нерегулируемых объектов. При этом плотности вероятности значений параметров x_{ki} , $i=1, 2, \dots, n$, являющиеся аргументами функции (4.60), находятся по формулам вида (2.10).

4.7. КОНТРОЛЬ ФУНКЦИОНАЛЬНО ЗАВИСИМЫХ РЕГУЛИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ

Выходной параметр системы в общем случае является функцией (3.17) многих первичных параметров ее элементов. При этом могут применяться различные способы контроля.

Способ 1. Пусть система отбраковывается по результатам контроля первичных параметров (см. рис. 3.3). Объекты восстанавливаются регулировкой этих параметров так, чтобы они попали в поле допуска. При этом плотность вероятности значений каждого i -го независимого от других первичного параметра находится по формуле (4.63), в которой $q_i(x_{ni})$ — плотность вероятности погрешности измерения i -го первичного параметра; $v_i(y_i)$ — плотность вероятности измеренных значений i -го параметра признанных годными и при необходимости отрегулированных ОК (см. разд. 4.5).

При тестовом контроле элементов РЭС плотности вероятностей значений первичных параметров определяются по схеме, приведенной в разд. 4.6. Вероятности НО находятся по формулам (4.61) и (4.62). Необходимая для этого плотность вероятности $w_\Gamma(x_k)$ значений выходного параметра РЭС определяется методами расчета точности по уравнению (3.17) и найденным распределениям значений первичных параметров $w_{i\Gamma}(x_{ki})$, $i=1, 2, \dots, n$.

При линеаризации функции (3.17) в пределах небольших изменений ее аргументов и $n > 3$ закон распределения значений выходного параметра РЭС можно считать нормальным. Характеристики этого распределения находятся в виде (3.37). При высокой точности измерений входящие в (3.37) числовые характеристики значений первичных параметров

$$m(x_{ik}) \approx m(y_i), \quad \sigma(x_{ik}) \approx \sigma(y_i), \quad i=1, 2, \dots, n,$$

где $m(y_i)$, $\sigma(y_i)$ — числовые характеристики измеренных значений i -го первичного параметра.

Измеренные значения регулируемых параметров ОК могут быть аппроксимированы законом равной вероятности или равномерно изменяющимся распределением (см. рис. 4.10).

Для закона равной вероятности имеют место соотношения

$$m(y_i) \approx (c_i + d_i)/2; \quad \sigma(y_i) \approx \delta_i/\sqrt{3}.$$

При равномерно изменяющемся законе

$$m(y_i) \approx (c_i + d_i)/2 \pm \delta_i/3, \quad \sigma(y_i) \approx \sqrt{2}\delta_i/3,$$

где знак "+" ставится при равномерно возрастающем распределении.

Способ 2. Первичные параметры РЭС контролируются и регулируются

автономно (см. рис. 3.4), после чего элементы подключаются к ВУ. Значения первичного параметра, например, с номером $i=1$ на момент окончания контроля РЭС распределены с плотностью (3.25б). Здесь $w_{Г1}^{(a)}(x_{1к}^{(a)})$ — плотность вероятности значений первичного параметра на момент окончания автономного контроля и регулировки, определяемая в виде (4.63). Далее нахождение условий вероятности НО производится, как при контроле первым способом.

В случае высокой точности измерений при линеаризации функции (3.17) и принятии гипотезы о нормальном распределении значений выходного параметра ОК его числовые характеристики находятся по формулам (3.37), в которых

$$m(x_{iк}) = m(y_i) + m(\xi_{нi}), \sigma(x_{iк}) = \sqrt{\sigma^2(y_i) + \sigma^2(\xi_{нi})},$$

где $m(\xi_{нi}), \sigma(\xi_{нi})$ — числовые характеристики отклонений i -го первичного параметра от его значения при автономном контроле из-за изменения нагрузки.

Способ 3. Непосредственному измерению подвергаются как первичные, так и выходной параметры ОК (см. рис. 3.5). При этом могут встретиться два случая:

а) система регулируется только при ее браковке по первичным параметрам, после чего она контролируется по выходному параметру. При этом плотность вероятности $w_{Г}(x_{к})$ значений выходного параметра ОК на момент начала его контроля определяется по схеме способа 1. Показатели ДК находятся подстановкой $w_{Г}(x_{к})$ вместо $w_{к}(x_{к})$ в формулы (2.11), а при оценке достоверности прогнозирующего контроля — в (2.19);

б) система контролируется и регулируется как по первичным, так и по выходному параметрам. Конечной операцией контроля РЭС в этом случае является контроль и в случае необходимости регулировка выходного параметра так, чтобы его значение было в заданных пределах. Поэтому оценка ДК в данном случае может быть проведена по методике, рассмотренной в разд. 4.5 для случая контроля одиночного регулируемого параметра. При этом контроль и регулировка первичных параметров объекта уменьшают вероятность выхода значений его выходного параметра за границы поля допуска. Это ослабляет проявление рассмотренных в разд. 4.5 закономерностей формирования распределений значений параметра по полю допуска. Вследствие этого законы распределения не всегда могут быть аппроксимированы распределениями, приведенными в табл. 4.1. При этом ДК целесообразно оценивать по формулам (4.25) и (4.36), в которых вероятность $\mathcal{P}_{НО}^3$ заменена на $\mathcal{P}_{НО}^Р$ (4.53).

Способ 4. В отличие от предыдущего способа параметры элементов системы контролируются и регулируются автономно (см. рис. 3.6). После этого Эл подключаются к ВУ и производится контроль его выходного параметра. При этом могут иметь место два случая:

а) ОК регулируется только при браковке по первичным параметрам. При этом плотность вероятности $w_{Г}(x_{к})$ значений выходного параметра на момент начала его контроля находится по схеме способа 2. Далее задача оценки ДК решается как при контроле способом 3;

б) объект контролируется и регулируется по первичным и выходному

параметрам. В данном случае ДК оценивается по схеме способа 3, случай б.

Способ 5. Выходной и первичные параметры ОК контролируются и регулируются автономно (см. рис. 3.7). На вход ВУ при автономном контроле подаются стимулирующие сигналы.

Условные вероятности НО на момент окончания контроля определяются по формуле (4.61), а при прогнозирующем контроле — (4.62). Необходимая для этого плотность вероятности $w_{Г}(x_{к})$ значений выходного параметра признанного годным ОК находится в виде (3.28). Входящая в это выражение плотность вероятности значений выходного параметра ОК на момент окончания его автономного контроля по аналогии с (4.63) находится в виде

$$w_{Г}^{(a)}(x_{к}^{(a)}) \approx \int_{-\infty}^{\infty} q(x - x_{к}) v(y) dy,$$

где $q(\xi_{и}), v(y)$ — плотности вероятностей погрешности измерений и измененных значений выходного параметра. После автономного контроля, регулировки элементов и их подключения к ВУ значения каждого i -го первичного параметра распределены с плотностью $w_{iГ}(x_{к})$, схема определения которой рассмотрена при контроле способом 2.

При тестовом контроле Эл и ВУ плотности вероятностей значений первичных и выходного параметра находятся по методике, рассмотренной в разд. 4.6.

Плотность вероятности $q_{сГ}(\xi_{с})$ отклонений параметра (3.26), возникающих при подключении элементов к ВУ, находится методами расчета точности по распределениям характеристик стимулирующих сигналов $w_{ic}(x_{ic})$ и распределениям первичных параметров $w_{iГ}(x_{iк})$.

Способ 6. Этот способ отличается от предыдущего тем, что после подключения Эл и ВУ производится повторный контроль выходного параметра (см. рис. 3.8). При этом возможны случаи:

а) забракованные при повторном контроле выходного параметра ОК не регулируются. При этом плотность вероятности $w_{Г}(x_{к})$ значений выходного параметра на момент начала его контроля определяется по схеме способа 5. Показатели ДК находятся подстановкой $w_{Г}(x_{к})$ в формулы (2.11) и (2.19) вместо $w_{к}(x_{к})$;

б) забракованные при повторном контроле выходного параметра ОК регулируются. В этом случае ДК оценивается по схеме способа 3, случай б.

Способ 7. Решение об отнесении ОК к годным или негодным изделиям принимается по результату вычислений обобщающего параметра по уравнению (3.30) (рис. 3.9). Если результат вычислений находится вне поля допуска, объект регулируется. Косвенные измерения эквивалентны измерению одной величины с погрешностью (3.35). Поэтому в этом случае оценка ДК производится так, как это делалось при контроле одиночного регулируемого параметра (см. разд. 4.5).

Способ 8. Этот способ отличается от предыдущего тем, что ОК вначале отбраковывается по первичным параметрам, а затем по результатам расчетов по формуле (3.30) (см. рис. 3.9):

а) объекты регулируются только при браковке по первичным параметрам

рам. ОК, признанные негодными по обобщающему параметру, не регулируются.

Положим в (3.30) $y_i = \text{const}$ для всех $i \geq 2$ и найдем обратную функцию

$$y_1 = \psi(y, y_2, \dots, y_n). \quad (4.64)$$

При этом решающее правило (3.33) переписывается в виде

$$\psi(c, y_2, \dots, y_n) < y_1 < \psi(d, y_2, \dots, y_n). \quad (4.65)$$

Плотность вероятности $w_{1\Gamma}(x_{1K})$ значений первичного параметра на момент окончания контроля и регулирования определяется по схеме способа 1. Подставляя это распределение в (3.34) вместо $w_{1K}(x_{1K})$ и заменяя в соответствии с (4.64) и (4.65) функции $\psi(x_K)$, $\psi(c)$ и $\psi(d)$ соответственно на $\psi(x_K, y_2, \dots, y_n)$, $\psi(c, y_2, \dots, y_n)$ и $\psi(d, y_2, \dots, y_n)$, найдем условную плотность распределения выходного параметра $w_\Gamma(x_K/y_2, \dots, y_n)$ признанного годным ОК. Полное распределение:

$$w_\Gamma(x_K) = \int_{c_n}^{d_n} \dots \int_{c_2}^{d_2} w_\Gamma(x_K/y_2, \dots, y_n) v_2(y_2) \dots v_n(y_n) dy_2 \dots dy_n, \quad (4.66)$$

где $v_i(y_i)$ — плотность вероятности измеренных значений i -го первичного параметра.

Показатели ДК находятся по формулам (4.61), (4.62) и (4.66);

б) системы контролируются и регулируются как по первичным, так и выходному параметрам. В этом случае ДК оценивается по схеме способа 3, случай б.

4.8. ВЛИЯНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ НА ГОТОВНОСТЬ СИСТЕМ*

Задачей технического обслуживания наряду с достоверным определением состояния РЭС является своевременная ее подготовка к применению. Для систем, применяемых по требованию, время t_Γ подготовки, включающей в себя контроль и восстановление, должно быть не более заданного t_3 . Такое событие оценивается вероятностью

$$\Gamma = P(t_\Gamma \leq t_3). \quad (4.67)$$

Продолжительность подготовки РЭС, представленной в виде ряда последовательных операций (см. рис. 4.1), зависит от числа операций контроля, отбраковки и восстановления системы различными методами. Необходимость этих операций в общем случае является случайным событием. Обозначим вероятность того, что для подготовки РЭС понадобится выполнение i операций через $P_{\Gamma i}$. Для суммы вероятностей этих событий выполняется условие нормировки

$$\sum_i P_{\Gamma i} = 1. \quad (4.68)$$

Каждому i -му комплексу работ соответствует определенное время подготовки $t_{\Gamma i}$, которое с вероятностью $\Gamma_i = P(t_{\Gamma i} \leq t_3)$ не превышает заданного. В силу (4.68) в соответствии с формулой полной вероятности [6] безусловная вероятность (4.67) подготовки РЭС за заданное время записывается так:

$$\Gamma = P(t_\Gamma \leq t_3) = \sum_i P_{\Gamma i} \Gamma_i. \quad (4.69)$$

Первый этап процесса подготовки представляет собой контроль технического состояния РЭС (см. рис. 4.1). Поэтому первое слагаемое в сумме (4.69) равно произведению вероятности признания системы при контроле годной P_Γ вероятности $\Gamma_0 = P(t_\Pi \leq t_3)$, где t_Π — время проверки системы при контроле. С учетом этого выражение (4.69) записывается в виде*

$$\Gamma = P_\Gamma \Gamma_0 + \sum_i P_{\Gamma i} \Gamma_i, \quad (4.70)$$

где $l = i + 1$ — номер этапа восстановления.

Входящие в (4.70) вероятности Γ_i находятся статистическими методами. Вероятности $P_{\Gamma i}$ определяются расчетным путем в зависимости от конкретного способа организации восстановления.

Влияние характеристик процессов контроля и восстановления на готовность РЭС рассмотрим на примере контроля при восстановлении методом замен (см. рис. 4.3). Такой метод находит широкое применение при оперативных видах подготовок авиационных РЭС. В этом случае вероятности $P_{\Gamma i}$ рассчитываются по формуле (4.23). С учетом этого показатель готовности (4.70) записывается в виде

$$\Gamma = P_\Gamma \Gamma_0 + P_{\Gamma 1} \sum_i [P_\Gamma^3]^{i-1} P_{\Gamma 1}^3 \Gamma_1. \quad (4.71)$$

Проиллюстрируем оценку готовности на простейшем примере подготовки к применению радиопередающего устройства, контролируемым параметром которого является частота излучаемого сигнала f . Передатчик (ПРД), признанный по результатам контроля негодным, заменяется на запасной, проверенный и отрегулированный на стенде перед установкой на летательный аппарат.

Действительное значение частоты излучения передатчика после его установки на ЛА равно

$$f = f_K + \Delta f_y,$$

где f_K — действительное значение частоты ПРД после его контроля и регулировки на стенде; Δf_y — погрешность частоты излучения, обусловленная отличием условий контроля ПРД на стенде от условий его работы на ЛА (см. разд. 1.3).

В рассматриваемом примере погрешность Δf_y обусловлена следующими причинами. При контроле ПРД на стенде нагрузкой его является эквивалент антенны. После контроля ПРД устанавливается на ЛА. Нагрузкой

* См. статью Бондаренко А. И., Савина С. К. К вопросу оценки готовности технических систем. — Автоматика и телемеханика, 1981, № 1, с. 166–169.

* Раздел написан при участии А. И. Бондаренко и В. Н. Мельникова.

его при этом является антенно-фидерная система, характеристики которой в общем случае отличаются от характеристик эквивалента.

Пусть пригодность ПРД к применению определяется по результатам контроля частоты после его установки на ЛА. Измеренное значение частоты контролируемого ПРД равно

$$f_{и} = f + \Delta f_{и} = f_{к} + \Delta f_{у} + \Delta f_{и}, \quad (4.72)$$

где $\Delta f_{и}$ — погрешность измерения частоты.

Вероятность получения результата "годен" при контроле ПРД

$$P_{\Gamma} = \int_{f_{н\text{ом}} - \delta}^{f_{н\text{ом}} + \delta} v(f_{и}) df_{и}, \quad (4.73)$$

где $v(f_{и})$ — закон распределения измеренного значения частоты ПРД; $f_{н\text{ом}}$ — номинальное значение частоты; δ — половина поля допуска на частоту излучения.

При нормальном законе распределения значений частоты с $m(f_{к}) = f_{н\text{ом}}$ и $m(\Delta f_{у}) = m(\Delta f_{и}) = 0$ вероятность (4.73) равна

$$P_{\Gamma} = \Phi\left[\frac{\delta}{\sigma(f_{и})}\right] - \Phi\left[-\frac{\delta}{\sigma(f_{и})}\right] = 2\Phi\left[\frac{\delta}{\sigma(f_{и})}\right] - 1, \quad (4.74)$$

где $\sigma(f_{и}) = \sqrt{\sigma^2(f_{к}) + \sigma^2(\Delta f_{у}) + \sigma^2(\Delta f_{и})}$.

Рассмотрим на числовом примере зависимость показателя готовности (4.71) от точности измерений и условий контроля.

Пример 4.2. Допуск на частоту излучения передатчика $\delta = 8$ МГц; $\sigma(f_{к}) = 9$ МГц. Забронированный передатчик заменяется на запасной, который контролируется и в случае необходимости также заменяется. Такая замена может быть произведена несколько раз (см. рис. 4.3). Среднеквадратичное отклонение частоты излучения запасного передатчика равно $\sigma^3(f_{к}) = 3$ МГц. Вероятности того, что длительности контроля основного ПРД и замены на запасной ПРД при числе замен $N = 1 \dots 5$ не превышают заданного времени t_3 , соответственно равны $\Gamma_0 = 0,99$; $\Gamma_1 = 0,67$; $\Gamma_2 = 0,48$; $\Gamma_3 = 0,25$; $\Gamma_4 = 0,1$; $\Gamma_5 = 0,05$.

Проследим, как меняются значения показателя (4.71) от числа замен n . Результаты расчетов по формулам (4.71) и (4.74) при $\sigma(\Delta f_{и}) = 0,9$ МГц приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Зависимость Γ от числа замен N

$\sigma(\Delta f_{у}), \text{ МГц}$	N					
	0	1	2	3	4	5
0	0,510	0,830	0,833	0,833	0,833	0,833
3	0,510	0,814	0,828	0,828	0,829	0,829
7	0,510	0,738	0,787	0,794	0,795	0,795

Ясно, что при практических расчетах готовности достаточно учесть 2...4 замены. Причем с уменьшением $\sigma(\Delta f_{у})$ число учитываемых замен уменьшается и при $\sigma(\Delta f_{у}) = 0$ показатель готовности Γ достигает практически предельного значения уже при $N = 2$.

Результаты расчетов зависимости показателя готовности (4.71) от точности измерительных средств при числе замен $N = 3$ приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Зависимость Γ от точности измерительных средств

$\sigma(\Delta f_{у}), \text{ МГц}$	$\sigma(\Delta f_{и}), \text{ МГц}$					
	0	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5
0	0,835	0,833	0,832	0,827	0,820	0,809
3	0,829	0,828	0,825	0,820	0,809	0,797
7	0,801	0,794	0,791	0,783	0,778	0,767

Видно, что точность измерительных средств оказывает заметное влияние на вероятность подготовки РЭС к применению за заданное время.

ГЛАВА 5

МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. ИСПРАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТА ИЗМЕРЕНИЯ

Принимая за действительное значение контролируемого параметра x результат его измерения y , мы ошибаемся с некоторой погрешностью $\xi = y - x$. Можно предположить, что существует какая-то исправленная оценка \tilde{x} измеряемого параметра, в том или ином смысле в большей степени приближающаяся к истинному значению x , чем результат измерения y .

Вероятность того, что оценка \tilde{x} является истинным значением параметра или, вернее, вероятность нахождения истинного значения в границах от $\tilde{x} - 0,5\Delta x$ до $\tilde{x} + 0,5\Delta x$ равна

$$P = w(x/y) \Delta x, \quad x = \tilde{x}, \quad (5.1)$$

где $w(x/y)$ — плотность вероятности значений параметра при условии, что результат его измерения равен y .

В соответствии с принципом максимального правдоподобия [35] оценку \tilde{x} можно найти так, чтобы вероятность (5.1) была максимальной. Для этого рассмотрим функцию правдоподобия

$$L = \ln \frac{P}{\Delta x} = \ln w(x/y) \quad \text{при } x \approx \tilde{x}. \quad (5.2)$$

При том x , при котором вероятность P максимальна, будет иметь место максимум функции (5.2). Наилучшая оценка находится из уравнения

$$\frac{dL}{dx} = \frac{d \ln w(x/y)}{dx} = 0, \quad x = \tilde{x}. \quad (5.3)$$

При оценке параметра на момент его контроля плотность вероятности

$w(x/y)$ находится по формуле (2.32), а в условиях применения — (2.38). В общем случае по аналогии с (2.32) при тех же условиях имеем

$$w(x/y) = q(y-x),$$

где $q(\xi)$ — плотность вероятности значений погрешности ξ .

С учетом этого условие наилучшей оценки (5.3) записывается так:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{d \ln q(y-x)}{dx} = 0, \quad x = \tilde{x}. \quad (5.4)$$

Пусть погрешность подчинена нормальному закону

$$q(\xi) = \frac{1}{\sigma(\xi) \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[\xi - m(\xi)]^2}{2\sigma^2(\xi)} \right\}.$$

В этом случае функция правдоподобия

$$L = \ln \left[\frac{1}{\sigma(\xi) \sqrt{2\pi}} \right] - \frac{1}{2\sigma^2(\xi)} [y-x-m(\xi)]^2.$$

Дифференцируя это уравнение в соответствии с (5.4), находим

$$\tilde{x} = y - m(\xi). \quad (5.5)$$

На практике может встретиться случай, когда кроме результата измерения известно, что истинное значение параметра x больше или меньше некоторой величины x_0 . Такая ситуация возникает, например, при выходе самолета за какие-либо известные границы наблюдаемого визуального ориентира из-за погрешностей навигационной системы. На практике часто может быть известно, что контролируемый параметр выходит с вероятностью, близкой к единице, за верхнюю или нижнюю границу поля допуска и т.п.

В этом случае значение (5.5) не может быть взято в качестве оценки параметра. Очевидно, исправленная оценка в данной ситуации, например при $y > x_0$, должна быть $\tilde{x} > x_0$. Для нахождения этой оценки рассмотрим вероятности того (рис. 5.1), что возможные значения параметра лежат в интервалах (x_0, \tilde{x}) и (\tilde{x}, ∞) :

$$P_1 = \int_{x_0}^{\tilde{x}} w(x/y) dx; \quad P_2 = \int_{\tilde{x}}^{\infty} w(x/y) dx. \quad (5.6)$$

Оценка может быть выбрана так, чтобы вероятности были равны:

$$P_1 = P_2. \quad (5.7)$$

При выполнении условия (5.7) вероятности нахождения значений параметра слева и справа от \tilde{x} одинаковы, т.е. эта оценка является медианой случайной величины x , рассматриваемой на интервале (x_0, ∞) .

При полимодальном и антимодальном распределении значений параметра (рис. 5.2) уравнение (5.3) имеет два и более решений. Поэтому в данном случае метод максимального правдоподобия не применим. Его целесообразно использовать только в том случае, когда распределение $w(x/y)$ симметрично относительно моды. Более универсальной оценкой, пригодной для любых распределений, является медиана, определяемая по аналогии с (5.6) и (5.7) из уравнения

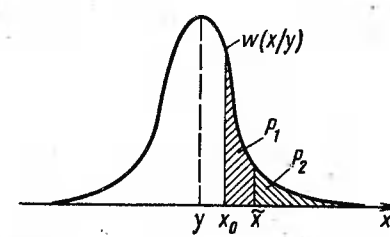


Рис. 5.1. Одномодальное распределение значений параметра

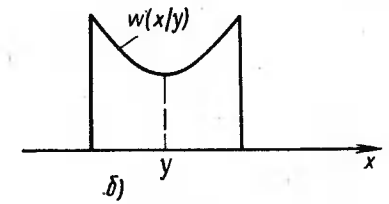
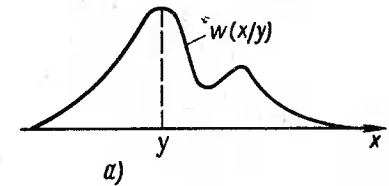


Рис. 5.2. Распределение значений параметра:

а — полимодальное; б — антимодальное

$$\int_{-\infty}^{\tilde{x}} w(x/y) dx = \int_{\tilde{x}}^{\infty} w(x/y) dx = 1/2. \quad (5.8)$$

В качестве другой оценки можно использовать условное математическое ожидание

$$\tilde{x} = m(x/y) = \int_{-\infty}^{\infty} x w(x/y) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x q(y-x) dx. \quad (5.9)$$

При симметричных распределениях значений параметра их оценка на основе соотношений (5.8) и (5.9) приводит к одному и тому же решению (5.5). Решение (5.9) при любых законах распределения неизвестного параметра дает результат в виде (5.5).

Способ вычисления оценок в виде (5.9) является способом наименьших квадратов, поскольку в нем реализуется условие минимума среднеквадратичной погрешности

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \tilde{x})^2 w(x/y) dx = 0. \quad (5.10)$$

Действительно, необходимым условием экстремума функции (5.10) является равенство

$$\frac{dS}{d\tilde{x}} = -2 \int_{-\infty}^{\infty} (x - \tilde{x}) w(x/y) dx = 0,$$

откуда находим значение \tilde{x} , равное математическому ожиданию (5.9).

Выбор критерия введения поправок зависит от решаемой задачи и вида закона распределения значений погрешности параметра. При симметричных распределениях все рассмотренные критерии приводят к одному и тому же результату (5.5).

5.2. ОПТИМАЛЬНАЯ ОБРАБОТКА СЕРИИ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Ограниченная точность измерительных устройств (ИУ) — одна из основных причин, снижающих достоверность контроля. При контроле и применении РЭС в относительно постоянных условиях погрешности измерений являются практически единственной причиной ошибок контроля. Однако необходимая точность измерений не всегда может быть достигнута, так как повышение точности ИУ связано с увеличением их стоимости и массы, а также приводит к снижению их надежности.

Высокая точность измерений может быть получена с помощью простых и надежных относительно неточных ИУ, если проводятся несколько последовательных равноточных измерений N , результаты которых осредняются. Существует два способа таких измерений, каждый из которых уменьшает определенные погрешности ИУ.

Погрешность измерения равна

$$\xi = \xi_0 + \xi_\phi, \quad (5.11)$$

где ξ_0 — постоянная или медленно меняющаяся составляющая погрешности; ξ_ϕ — флуктуационная погрешность.

Погрешность ξ_0 определяется начальной точностью ИУ, а также обратным влиянием внешних условий работы и необратимым процессом старения. Коэффициент корреляции значений этой погрешности в достаточно близкие моменты времени $r_0 \approx 1$.

Погрешность ξ_ϕ обусловлена флуктуациями параметров ИУ типа "белого шума". Коэффициент корреляции этой функции в любые соседние моменты времени

$$r_\phi \approx 0. \quad (5.12)$$

Пусть в результате N измерений контролируемого параметра, произведенных с помощью одного и того же ИУ в некоторые моменты времени t_1, t_2, \dots, t_N , получен ряд его значений y_1, y_2, \dots, y_N .

Среднее значение результатов измерений равно

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j. \quad (5.13)$$

Погрешность оценки результатов измерений в виде (5.13) равна среднему значению погрешностей единичных измерений, записываемому с учетом (5.11) в виде

$$\bar{\xi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \xi_j = \frac{1}{N} \left[\sum_{j=1}^N \xi_{0j} + \sum_{j=1}^N \xi_{\phi j} \right]. \quad (5.14)$$

Так как время измерений относительно мало, то для медленно меняющейся составляющей погрешности измерений можно записать

$$\xi_{01} \approx \xi_{02} \approx \dots \approx \xi_{0N} = \xi_0. \quad (5.15)$$

Среднеквадратичные отклонения флуктуационных погрешностей в соседние моменты времени:

$$\sigma_1(\xi_\phi) \approx \sigma_2(\xi_\phi) \approx \dots \approx \sigma_N(\xi_\phi) = \sigma(\xi_\phi). \quad (5.16)$$

С учетом (5.12), (5.15) и (5.16) среднеквадратичное отклонение погрешности (5.14) на основании формулы дисперсии суммы случайных величин записывается в виде [6]

$$\sigma(\bar{\xi}) = \sqrt{\sigma^2(\xi_0) + \sigma^2(\xi_\phi)/N}. \quad (5.17)$$

Как следует из выражения (5.17), многократные измерения с временным разделением каналов в \sqrt{N} раз уменьшают флуктуационную погрешность ИУ.

При измерении контролируемого параметра N идентичными ИУ взаимно независимыми являются не только флуктуационные, но и медленно меняющиеся погрешности. В этом случае

$$\sigma(\bar{\xi}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sigma(\xi) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\sigma^2(\xi_0) + \sigma^2(\xi_\phi)}. \quad (5.18)$$

Пространственное разделение каналов повышает в \sqrt{N} раз точность конечного результата измерений по сравнению с одиночным измерением параметра. Физически это обусловлено тем, что погрешности отдельных ИУ взаимно компенсируют в среднем друг друга.

При достаточно большом числе взаимно независимых измерений (скажем, порядка пяти и более) на основании центральной предельной теоремы [6] закон распределения значений погрешности (5.14) при любых распределениях значений погрешностей единичных измерений можно считать нормальным*.

$$q_N(\bar{\xi}) = \frac{1}{\sigma(\bar{\xi}) \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\bar{\xi}^2}{2\sigma^2(\bar{\xi})} \right]. \quad (5.19)$$

Показатели достоверности контроля параметра по среднему значению (5.13) находятся подстановкой (5.19) в соответствующие формулы гл. 2. Другая, более наглядная оценка ДК [27], основана на том, что распределение (5.19) симметрично относительно $m(\bar{\xi}) = 0$, а поле рассеивания погрешности измерений во встречающихся на практике интересных случаях меньше поля допуска на измеряемый параметр. При этом если области принятия решения (1.2) и работоспособности (1.3) совпадают ($c = a, d = b$), вероятности НО и ЛО определяются приближенно по формуле [34]

$$\mathcal{P}_{НО}^{(N)} \approx \mathcal{P}_{ЛО}^{(N)} \approx \frac{w(c) + w(d)}{\int_c^d w(x) dx} \int_0^\infty \bar{\xi} q_N(\bar{\xi}) d\bar{\xi}, \quad (5.20)$$

где $w(x)$ — плотность вероятности значений параметра на момент начала контроля.

Формула (5.20) тем точнее, чем меньше погрешности одиночных измерений и больше их число N . Подставляя выражения (5.18) и (5.19) в (5.20), получаем

* Здесь и далее полагаем, что систематическая составляющая погрешности измерения компенсирована.

Необходимое число измерений

1/σ	a							
	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,99	0,999
1,0	2	2	3	4	5	7	11	17
0,5	3	4	6	9	13	18	31	50
0,4	4	6	8	12	19	27	46	74
0,3	6	9	13	20	32	46	78	127
0,2	13	19	29	43	70	99	171	277
0,1	47	72	109	166	273	387	668	1089
0,05	183	285	431	659	1084	1540	2659	4338
0,01	4543	7090	10732	16436	27161	38416	66358	108307

$$\mathcal{P}_{\text{НО}}^{(N)} \approx \mathcal{P}_{\text{ЛО}}^{(N)} \approx \frac{w(c) + w(d)}{\int_c^d w(x) dx} \frac{1}{\sigma(\xi) \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \bar{\xi} e^{-\frac{\bar{\xi}^2}{2\sigma^2(\xi)}} d\bar{\xi} =$$

$$= \frac{w(c) + w(d)}{\int_c^d w(x) dx} \frac{\sigma(\xi)}{\sqrt{2\pi N}},$$

откуда следует, что

$$\mathcal{P}_{\text{НО}}^{(N)} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \mathcal{P}_{\text{НО}}; \quad \mathcal{P}_{\text{ЛО}}^{(N)} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \mathcal{P}_{\text{ЛО}}, \quad (5.21)$$

где $\mathcal{P}_{\text{НО}}$, $\mathcal{P}_{\text{ЛО}}$ – вероятности НО и ЛО при одиночном измерении ($N=1$).
Необходимое для обеспечения требуемой точности число измерений N может быть выбрано таким образом, чтобы среднеквадратичное отклонение погрешности измерений (5.18) не превышало некоторой заданной величины $\sigma_3(\xi)$. При этом необходимое число измерений $N \geq \sigma^2(\xi) / \sigma_3^2(\xi)$. Аналогично можно потребовать, чтобы вероятности (5.21) не превышали заданных значений. Тогда $N \geq (\mathcal{P}_{\text{НО}} / \mathcal{P}_{\text{НО}_3})^2$; $N \geq (\mathcal{P}_{\text{ЛО}} / \mathcal{P}_{\text{ЛО}_3})^2$.

В качестве другого критерия выбора N можно принять вероятность того, что погрешность измерения $\bar{\xi} = \bar{y} - x$ параметра x по его среднему значению \bar{y} лежит внутри доверительного интервала $(-1, 1)$ с заданной надежностью:

$$a = P(-1 < \bar{\xi} < 1) \leq P_3, \quad (5.22)$$

где P_3 – заданное значение вероятности.

При нормальном законе распределения значений погрешности (5.19) вероятность (5.22) равна

$$a = \int_{-1}^1 q_N(\bar{\xi}) d\bar{\xi} = 2\Phi\left[\frac{1}{\sigma(\bar{\xi})}\right] - 1, \quad (5.23)$$

где $\Phi[\cdot]$ – табулированный интеграл вероятностей (см. приложение 3).

В этом случае необходимое число измерений с учетом формул (5.18), (5.22) и (5.23) находится из уравнения

$$\Phi[\sqrt{N}/\sigma(\xi)] = 1/2(1 + P_3).$$

Среднеквадратичное отклонение $\sigma(\xi)$ генеральной совокупности на практике может быть не известно. При достаточно большом N (скажем, $N > 20$) за приближенное значение дисперсии генеральной совокупности погрешностей можно принять ее выборочное эмпирическое значение

$$\sigma^2(\xi) \approx \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (y_j - \bar{y})^2. \quad (5.24)$$

Если N недостаточно велико, вопрос о надежности условия (5.22) решается с помощью распределения Стьюдента [6, 35]. Согласно этому закону случайная величина $t = \sqrt{N}\bar{\xi} / \sigma$ имеет плотность вероятности

$$S(t; N) = \frac{\Gamma(N/2)}{\sqrt{(N-1)\pi} \Gamma(N/2)!} \left(1 + \frac{t^2}{N-1}\right)^{-N/2}.$$

Интегрируя это выражение в соответствующих пределах, находим вероятность (5.22) в виде

$$a = P(-t_a < t < t_a) = 2 \int_0^{t_a} S(t; N) dt, \quad (5.25)$$

где $t_a = \sqrt{N} / \sigma$.

Уравнение (5.25) при заданных a и t_a / \sqrt{N} может быть решено с помощью таблицы Стьюдента–Фишера [35] методом подбора. Результаты решения этой задачи сведены в табл. 5.1.

В этой таблице дано необходимое число измерений для обеспечения заданной доверительной вероятности a при относительной погрешности измерения $1/\sigma$.

5.3. ОСРЕДНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Отдельные или все результаты серии измерений контролируемого параметра могут быть неравноточными. Это имеет место, например, тогда, когда параметр измеряется неидентичными ИУ различных классов. Измерения будут также неравноточными, если они проводятся в различных условиях.

При неравноточных измерениях параметр оценивается как средневзвешенное значение результатов N независимых измерений

$$\bar{y} = \sum_{j=1}^N a_j y_j. \quad (5.26)$$

Здесь весовые коэффициенты для сохранения масштаба контролируемого параметра удовлетворяют условию нормировки

$$\sum_{j=1}^N a_j = 1. \quad (5.27)$$

Погрешность оценки параметра в виде (5.26) равна средневзвешенной сумме

$$\bar{\xi} = \sum_{j=1}^N a_j \xi_j, \quad (5.28)$$

где ξ_j — погрешность j -го измерения.

При независимых результатах измерений дисперсия погрешности (5.28) равна

$$\sigma^2(\bar{\xi}) = \sum_{j=1}^N a_j^2 \sigma^2(\xi_j), \quad (5.29)$$

где $\sigma^2(\xi_j)$ — дисперсия значений погрешности j -го результата измерения параметра.

Очевидно, чем точнее ИУ, тем больше должен быть соответствующий ему вес a_j . Выберем весовые коэффициенты так, чтобы они обращали в минимум дисперсию (5.29). Для этого в соответствии с методом неопределенных множителей Лагранжа [12] из (5.27) и (5.29) составляем вспомогательную функцию

$$\psi(y) = \gamma \sum_{j=1}^N a_j + \sum_{j=1}^N a_j^2 \sigma^2(\xi_j).$$

Взяв производные от этой функции по всем a_j и приравняв их нулю, получаем совокупность независимых уравнений

$$\gamma + 2a_j \sigma^2(\xi_j) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

откуда находим

$$a_j = -\gamma / 2\sigma^2(\xi_j), \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (5.30)$$

Подставляя (5.30) в (5.27), имеем

$$\gamma = -2 / \sum_{j=1}^N \frac{1}{\sigma^2(\xi_j)}. \quad (5.31)$$

И, наконец, подставив (5.31) в (5.30), находим

$$a_j = 1 / \sigma^2(\xi_j) \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma^2(\xi_i)}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5.32)$$

Пусть для определенности $\sigma^2(\xi_N)$ — наибольшая из всех дисперсий. Введем обозначение

$$\alpha_j = \sigma^2(\xi_N) / \sigma^2(\xi_j) \geq 1. \quad (5.33)$$

С учетом (5.33), подставляя (5.32) в (5.29), получаем

$$\sigma(\bar{\xi}) = \sigma(\xi_N) / \sqrt{\sum_{j=1}^N \alpha_j}, \quad (5.34)$$

откуда видно, что с ростом числа измерений точность оценки контролируемого параметра по среднему значению (5.26) возрастает. Точность изме-

рения по среднему значению выше точности самого точного результата единичного измерения.

Известные характеристики точности ИУ могут отличаться от реальных. При этом весовые коэффициенты в уравнении (5.26) отличаются от оптимальных значений (5.32). Оценим критичность осреднения измеряемого параметра в виде (5.26) к погрешностям выбора весовых коэффициентов. Поскольку равенство (5.27) соблюдается и для неточно найденных весовых коэффициентов, то

$$\sum_{j=1}^N \Delta a_j = 0, \quad (5.35)$$

где $\Delta a_j = a_{j0} - a_j$ — погрешность определения j -го весового коэффициента; a_j, a_{j0} — неточное и оптимальное значения весового коэффициента.

Пусть \bar{y} — точное (оптимальное) значение средневзвешенной оценки параметра при всех $\Delta a_j = 0$. Тогда погрешность нахождения оценки равна

$$\Delta \bar{y} = \sum_{j=1}^N a_{j0} y_j - \sum_{j=1}^N a_j y_j = \sum_{j=1}^N \Delta a_j y_j. \quad (5.36)$$

Выразим, например, погрешность Δa_1 с учетом (5.35) через все другие погрешности:

$$\Delta a_1 = -(\Delta a_2 + \Delta a_3 + \dots + \Delta a_n). \quad (5.37)$$

Подставляя (5.37) в (5.36), получаем

$$\Delta \bar{y} = (y_2 - y_1) \Delta a_2 + (y_3 - y_1) \Delta a_3 + \dots + (y_n - y_1) \Delta a_n. \quad (5.38)$$

Запишем (5.38) в форме относительной погрешности

$$\frac{\Delta \bar{y}}{\bar{y}} = \frac{a_2 (y_2 - y_1) (\Delta a_2 / a_2) + \dots + a_n (y_n - y_1) (\Delta a_n / a_n)}{\sum_{j=1}^N a_j y_j} \quad (5.39)$$

Пусть $|\Delta a / a|_{\max}$ — модуль границы наибольшей из погрешностей. Тогда, заменяя все остальные погрешности на этот модуль, из (5.39) получим

$$\left| \frac{\Delta \bar{y}}{\bar{y}} \right| \leq \left| \frac{\Delta a}{a} \right|_{\max} \times \frac{|a_2 (y_2 - y_1) + a_3 (y_3 - y_1) + \dots + a_n (y_n - y_1)|}{\sum_{j=1}^N a_j y_j}. \quad (5.40)$$

Преобразуем числитель правой части неравенства (5.40) так:

$$A = a_2 (y_2 - y_1) + a_3 (y_3 - y_1) + \dots + a_n (y_n - y_1) = a_2 y_2 + a_3 y_3 + \dots + a_n y_n - (a_2 + a_3 + \dots + a_n) y_1,$$

откуда, учитывая, что в силу (5.27) $a_2 + a_3 + \dots + a_n = 1 - a_1$, получаем

$$A = \sum_{j=1}^N a_j y_j - y_1 = \bar{y} - y_1.$$

Очевидно, если повторить весь вывод, исключив не a_1 , а любой другой j -й весовой коэффициент, то в правой части неравенства (5.40) будет фигурировать не результат измерения y_1 , а y_j . Следовательно, полученный результат (5.40) в общем случае можно представить в виде

$$\left| \frac{\Delta \bar{y}}{\bar{y}} \right| \leq \left| \frac{\Delta a}{a} \right|_{\max} \frac{|\bar{y} - y_j|}{\bar{y}} \quad (5.41)$$

Неравенство (5.41) показывает, что погрешность оценки неизвестного значения измеряемого параметра средневзвешенным значением (5.26), обусловленная погрешностями определения весовых коэффициентов, во много раз меньше максимального отклонения любого j -го результата измерения от среднего значения всех полученных результатов.

При большом числе измерений закон распределения значений погрешности (5.28) является практически нормальным при любых распределениях погрешностей единичных измерений. Показатели достоверности контроля при этом находятся подстановкой выражения (5.19) в соответствующие формулы гл. 2. Для получения более наглядного решения, подставляя (5.19) и (5.34) в (5.20), по аналогии с (5.21) получаем

$$\mathcal{P}_{\text{НО}}^{(N)} \approx \mathcal{P}_{\text{НО}} / \sqrt{\sum_{i=1}^N \alpha_i}; \quad \mathcal{P}_{\text{ЛО}}^{(N)} \approx \mathcal{P}_{\text{ЛО}} / \sqrt{\sum_{i=1}^N \alpha_i}.$$

Необходимое число измерений N при осреднении неравноточных результатов находится таким же образом, как и в случае равноточных измерений. В частности, число измерений может быть определено с помощью соотношений (5.22), (5.23), (5.29) и (5.32).

5.4. ОБНАРУЖЕНИЕ ГРУБЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Среди результатов многократных независимых измерений параметра РЭС может встретиться один (или несколько), резко отличающийся по своему значению от других. Это может быть обусловлено не случайными причинами, а являться результатом грубой ошибки. Такие погрешности возникают, например, из-за воздействия на ОК различных факторов: ошибок операторов, сбоев аппаратуры и т. п.

Результаты измерений, резко отличающиеся от остальных, выявляются общими методами статистических гипотез. Эта задача может решаться по различным критериям.

Пусть получен ряд y_1, y_2, \dots, y_{N+1} исправленных результатов измерений (систематическая погрешность измерений отсутствует), в котором y_{N+1} — отличающееся от остальных значение. Требуется установить, действительно ли это значение является таковым.

Критерий Зо. Результат измерения y_{N+1} считается грубым, если его отклонение от среднего значения (5.13) остальных результатов

$$|y_{N+1} - \bar{y}| > 3\sigma(\xi), \quad (5.42)$$

где $\sigma(\xi)$ — среднеквадратичное отклонение погрешности измерений, определенное приближенно по формуле (5.24).

При нормальном распределении результатов измерений вероятность того, что событие (5.42) является следствием случайных причин, а не грубых ошибок, не превышает 0,0027. По принципу практической невозможности маловероятных событий такой результат следует отбросить.

Критерий Шовине. Измерение считается грубым, если его отклонение от среднего значения

$$|y_{N+1} - \bar{y}| \geq z\sigma(\xi).$$

Величина z определяется из уравнения

$$\Phi(z) = (2N-1)/4N + 0,5,$$

где $\Phi(z)$ — табулированный интеграл вероятностей (см. приложение 3).

Оба приведенных критерия требуют знания дисперсии генеральной совокупности значений погрешности измерений и поэтому могут дать удовлетворительные результаты лишь при $N \geq 20$, когда эмпирическая дисперсия (5.24) близка к истинной. При меньшем числе измерений целесообразно пользоваться другим критерием.

Критерий Романовского. Результат измерения относят к грубым, если наблюдаемое расхождение $|y_{N+1} - \bar{y}|$ можно считать практически неслучайным. Вероятность противоположного события равна

$$\beta = P(|y_{N+1} - \bar{y}| \geq \epsilon) = 2 \int_{\frac{\epsilon}{\sigma} \sqrt{\frac{N}{N+1}}}^{\infty} S(t; N) dt, \quad (5.43)$$

где ϵ — критерий грубой погрешности.

Задаваясь вероятностью β , обеспечивающей практическую невозможность события, можно найти из равенства (5.43) величину ϵ , являющуюся критерием грубой погрешности измерений. Для упрощения практических расчетов в табл. 5.2 приведены значения ϵ/σ для различных значений β и N .

Таблица 5.2

Значения величины ϵ/σ

N	$\beta = 0,05$	$\beta = 0,02$	$\beta = 0,01$	$\beta = 0,001$
2	15,561	38,973	77,964	779,696
3	4,969	8,042	11,460	36,486
4	3,558	5,077	6,530	14,468
5	3,041	4,105	5,043	9,432
6	2,777	3,635	4,355	7,409
7	2,616	3,360	3,963	6,370
8	2,508	3,180	3,711	5,733
9	2,431	3,053	3,536	5,314
10	2,372	2,959	3,409	5,014
11	2,327	2,887	3,310	4,791
12	2,291	2,829	3,233	4,618
13	2,261	2,782	3,170	4,481
14	2,236	2,743	3,118	4,369

Продолжение табл. 5.2

N	$\beta = 0,05$	$\beta = 0,02$	$\beta = 0,01$	$\beta = 0,001$
15	2,215	2,710	3,075	4,276
16	2,197	2,683	3,038	4,198
17	2,181	2,658	3,006	4,131
18	2,168	2,637	2,997	4,074
19	2,156	2,618	2,953	4,024
20	2,145	2,602	2,932	3,979
21	2,135	2,587	2,912	3,941
22	2,117	2,575	2,995	3,905
23	2,119	2,552	2,880	3,874
24	2,112	2,552	2,865	3,845
25	2,105	2,541	2,852	3,819
26	2,099	2,532	2,840	3,796
27	2,094	2,524	2,830	3,775
28	2,088	2,517	2,820	3,775
29	2,083	2,509	2,810	3,737
30	2,079	2,503	2,802	3,719
40	2,048	2,456	2,742	3,602
60	2,018	2,411	2,683	3,402
120	1,988	2,368	2,628	3,388
∞	1,960	2,326	2,576	3,291

5.5. МАЖОРИТАРНАЯ ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Из серии результатов многократных измерений могут использоваться не все, а только какая-то их часть. Такая оценка, называемая мажоритарной (с использованием голосования), основана на сравнении измеряемых значений параметров между собой. Это сравнение может осуществляться по различным признакам.

Пусть, например, параметр x измеряется двумя ИУ. Причем наименьший из результатов измерений считается истинным, а остальные отбраковываются. Такая оценка при одностороннем допуске с верхней границей (см. рис. 2.3, а) и нахождении результатов измерений в этом допуске позволяет уменьшить вероятность необнаруженных отказов.

В данном случае сравниваются две величины $y_1 = x + \xi_1$ и $y_2 = x + \xi_2$, где ξ_1 и ξ_2 — независимые погрешности измерений параметра с известными интегральными функциями распределения

$$F_1(\xi_1) = P(\Xi_1 < \xi_1) \text{ и } F_2(\xi_2) = P(\Xi_2 < \xi_2).$$

Результат измерения параметра обрабатывается в соответствии со следующими возможными несовместными ситуациями:

$$y = \begin{cases} y_1, & \text{если } y_1 < y_2; \\ y_2, & \text{если } y_2 < y_1. \end{cases}$$

Переходя к погрешностям измерений, имеем

$$\xi = y - x = \begin{cases} \xi_1, & \text{если } \xi_1 < \xi_2; \\ \xi_2, & \text{если } \xi_2 < \xi_1. \end{cases} \quad (5.44)$$

Функция распределения погрешности измерений (5.44) записывается в виде

$$F(\xi) = P(\Xi < \xi) = P(\Xi < \xi, \Xi = \Xi_1) + P(\Xi < \xi, \Xi = \Xi_2) = \\ = P(\Xi_1 < \xi, \Xi_1 < \Xi_2) + P(\Xi_2 < \xi, \Xi_2 < \Xi_1) = \varphi_1(\xi) + \varphi_2(\xi). \quad (5.45)$$

Интегрированием находим

$$\varphi_1(\xi) = P(-\infty < \Xi_1 < \xi; \Xi_1 < \Xi_2 < \infty) = \int_{-\infty}^{\xi} dF_1(\xi_1) \int_{\xi_1}^{\infty} dF_2(\xi_2) = \\ = \int_{-\infty}^{\xi} [1 - F_2(\xi_1)] dF_1(\xi_1). \quad (5.46)$$

Если используются ИУ одинакового типа, то $F(\xi_1) = F(\xi_2) = F_0(\xi)$ и выражение (5.46) приводится к виду

$$\varphi_1(\xi) = \varphi_2(\xi) = F_0(\xi) - F_0^2(\xi)/2. \quad (5.47)$$

Подставляя (5.47) в (5.45), получаем

$$F(\xi) = 2F_0(\xi) - F_0^2(\xi). \quad (5.48)$$

Дифференцируя (5.48), находим плотность вероятности значений погрешности (5.44) в виде

$$q(\xi) = F'(\xi) = 2q_0(\xi) \left[1 - \int_{-\infty}^{\xi} q_0(\xi) d\xi \right], \quad (5.49)$$

где $q_0(\xi) = F_0'(\xi)$ — плотность вероятности значений погрешности одиночного измерения.

Показатели достоверности контроля параметра, находятся подстановкой (5.49) в соответствующие формулы гл. 2.

Для нахождения числовых характеристик погрешности (5.44) запишем ее начальный момент k -го порядка с учетом (5.48) в виде

$$\alpha_k = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^k dF(\xi) = 2(\alpha_{k0} - \beta_{k0}). \quad (5.50)$$

$$\text{Здесь } \alpha_{k0} = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^k dF_0(\xi); \quad \beta_{k0} = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^k F_0(\xi) dF_0(\xi). \quad (5.51)$$

Математическое ожидание и дисперсию погрешности измерения с учетом (5.50) находим в виде

$$m(\xi) = \alpha_1 = 2(\alpha_{10} - \beta_{10}) = 2[m_0(\xi) - \beta_{10}]; \\ \sigma^2(\xi) = \alpha_2 - m^2(\xi) = 2(\alpha_{20} - \beta_{20}) - m^2(\xi) = 2[\sigma_0^2(\xi) - \beta_{20}] - m^2(\xi), \quad (5.52)$$

где $m_0(\xi)$, $\sigma_0^2(\xi)$ — математическое ожидание и дисперсия одиночного измерения.

Пусть значения погрешностей каждого ИУ подчинены на интервале $(-1, 1)$ равномерному закону

$$q_0(\xi) = \begin{cases} 1/2l & \text{при } -1 < \xi < 1, \\ 0 & \text{при } \xi < -1 \text{ и } \xi > 1. \end{cases}$$

В данном случае

$$F_0(\xi) = \int_{-\infty}^{\xi} q_0(\xi) d\xi = \frac{1}{21} \int_{-1}^{\xi} d\xi = \frac{1}{21} (\xi + 1). \quad (5.53)$$

Подставляя (5.53) в (5.51), после преобразований получаем

$$\beta_{10} = \frac{1}{41^2} \int_{-1}^1 \xi (\xi + 1) d\xi = \frac{1}{6}; \quad (5.54)$$

$$\beta_{20} = \frac{1}{41^2} \int_{-1}^1 \xi^2 (\xi + 1) d\xi = \frac{1^2}{6}.$$

Числовые характеристики погрешности при равномерном распределении ее значений равны

$$m_0(\xi) = 0; \quad \sigma_0(\xi) = \sqrt{31}/3. \quad (5.55)$$

Подставляя (5.54) и (5.55) в (5.52), получаем

$$m(\xi) = -1/3; \quad \sigma(\xi) = \sqrt{21}/3 < \sqrt{31}/3.$$

В данном случае рассеивание значений погрешности в $\sqrt{1,5}$ раз меньше, чем при одиночных измерениях. Однако это рассеивание, как следует из (5.18), больше, чем при осреднении сигналов.

Пусть параметр измеряется тремя ИУ. За истинное значение принимается средний результат. Результаты, лежащие слева и справа от этого результата, отбрасываются.

В данном случае сравниваются три величины $y_1 = x_1 + \xi_1$, $y_2 = x_2 + \xi_2$ и $y_3 = x_3 + \xi_3$. При этом возможны следующие несовместные ситуации:

$$y = x + \xi = \begin{cases} y_1, & \text{если } y_2 < y_1 < y_3 \text{ или } y_3 < y_1 < y_2; \\ y_2, & \text{если } y_1 < y_2 < y_3 \text{ или } y_3 < y_2 < y_1; \\ y_3, & \text{если } y_1 < y_3 < y_2 \text{ или } y_2 < y_3 < y_1. \end{cases}$$

Функция распределения погрешности измерения параметра записывается в виде

$$F(\xi) = P(\bar{x} < \xi) = P(\bar{x}_1 < \xi, \bar{x}_2 < \bar{x}_1 < \bar{x}_3) + P(\bar{x}_1 < \xi, \bar{x}_3 < \bar{x}_1 < \bar{x}_2) + P(\bar{x}_2 < \xi, \bar{x}_1 < \bar{x}_2 < \bar{x}_3) + P(\bar{x}_2 < \xi, \bar{x}_3 < \bar{x}_2 < \bar{x}_1) + P(\bar{x}_3 < \xi, \bar{x}_1 < \bar{x}_3 < \bar{x}_2) + P(\bar{x}_3 < \xi, \bar{x}_2 < \bar{x}_3 < \bar{x}_1) = \sum_i \varphi_i(\xi). \quad (5.56)$$

Интегрированием находим

$$\varphi_1(\xi) = P(-\infty < \bar{x}_1 < \xi; -\infty < \bar{x}_2 < \bar{x}_1; \bar{x}_1 < \bar{x}_3 < \infty) = \int_{-\infty}^{\xi} dF_1(\xi_1) \int_{-\infty}^{\xi_1} dF_2(\xi_2) \int_{\xi_1}^{\infty} dF_3(\xi_3) = \int_{-\infty}^{\xi} [1 - F_3(\xi_1)] F_2(\xi_1) dF_1(\xi_1).$$

$$-F_3(\xi_1)] F_2(\xi_1) dF_1(\xi_1). \quad (5.57)$$

Аналогично находятся другие функции $\varphi_i(\xi)$. При равноточных измерениях из (5.57) имеем

$$\varphi_i(\xi) = \frac{1}{2} F_0^2(\xi) - \frac{1}{3} F_0^3(\xi), \quad i = 1, 2, \dots, 6. \quad (5.58)$$

Подставляя (5.58) в (5.56), получаем

$$F(\xi) = 3F_0^2(\xi) - 2F_0^3(\xi). \quad (5.59)$$

Плотность вероятности значений погрешности измерений находим из (5.59) в виде

$$q(\xi) = F'(\xi) = 6q_0(\xi) \int_{-\infty}^{\xi} q_0(\xi) d\xi [1 - \int_{-\infty}^{\xi} q_0(\xi) d\xi]. \quad (5.60)$$

Показатели ДК находятся подстановкой (5.60) в соответствующие формулы гл. 2.

Начальный момент k-го порядка погрешностей измерений, имеющих функцию распределения (5.59), равен

$$\alpha_k = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^k dF_0(\xi) = 6(\beta_{k0} - \gamma_{k0}). \quad (5.61)$$

Здесь β_{k0} — коэффициент (5.51);

$$\gamma_{k0} = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^k F_0^2(\xi) dF_0(\xi). \quad (5.62)$$

Математическое ожидание и дисперсию погрешности измерения с учетом (5.51) находим в виде

$$m(\xi) = \alpha_1 = 6(\beta_{10} - \gamma_{10}); \quad \sigma^2(\xi) = \alpha_2 - m^2(\xi) = 6(\beta_{20} - \gamma_{20}) - m^2(\xi). \quad (5.63)$$

При распределении значений погрешностей ИУ по закону (5.53) из (5.62) получаем

$$\gamma_{10} = \frac{1}{81^3} \int_{-1}^1 \xi (\xi + 1)^2 d\xi = \frac{1}{6}; \quad (5.64)$$

$$\gamma_{20} = \frac{1}{81^3} \int_{-1}^1 \xi^2 (\xi + 1)^2 d\xi = \frac{21^2}{15}.$$

Подставляя (5.54) и (5.64) в (5.63), находим

$$m(\xi) = 0, \quad \sigma(\xi) = 1/\sqrt{5}.$$

В данном случае точность измерений повысилась по сравнению с единичным измерением в $\sqrt{5/3}$ раза. При осреднении результатов измерений точность улучшается в $\sqrt{3}$ раза.

Таким образом, точность измерений при мажоритарной оценке менее высокая, чем при обработке сигнала методом осреднения. Поэтому такую оценку целесообразно применять в случаях, когда возможно появление грубых погрешностей измерения.

5.6. ТЕСТОВЫЕ МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ*

Наиболее высокие требования предъявляются к точности измерений выходных параметров информационно-измерительных систем. К таким системам относятся, например, пилотажно-навигационные комплексы и входящие в их состав различные измерители навигационной информации.

* Раздел написан при участии Ю. А. Киташина.

Информационно-измерительная РЭС состоит из некоторого числа измерительных преобразователей, каждому из которых соответствует определенная зависимость, связывающая входную и выходную величины. Обобщенная градуировочная характеристика (ГХ) такой системы является функцией

$$y = \varphi(x, a_0, a_1, \dots, a_n), \quad (5.65)$$

где x — измеряемая величина (входной параметр); y — результат измерения величины x (выходной параметр); a_0, a_1, \dots, a_n — параметры ГХ.

Изменение параметров ГХ в процессе эксплуатации приводит к изменению выходных параметров РЭС, которые выявляются при их измерении, однако проявляются в процессе применения. Вследствие этого получаемые на момент контроля высокие показатели ДК не всегда гарантируют высокую достоверность прогнозирующего контроля. В этом случае необходимо измерять и регулировать параметры РЭС непосредственно в процессе применения, а это не всегда практически осуществимо.

Влияние изменений параметров ГХ на точность информационно-измерительных систем может быть устранено без проведения регулировок. Для этого истинное значение измеряемого параметра РЭС находится в виде обратной выражению (5.65) функции

$$x = \psi(y, a_0, a_1, \dots, a_n). \quad (5.66)$$

Из (5.66) следует, что при известном результате измерения y для определения истинного значения параметра x достаточно знать величины a_1, a_2, \dots, a_n .

Для определения неизвестных параметров ГХ системы могут быть применены, например, метод образцовых мер и тестовые методы [4].

Метод образцовых мер основан на отыскании с помощью дополнительных эталонных измерений параметров градуировочной характеристики, представляемой в виде степенного полинома

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x^i.$$

Процесс измерений состоит из $n + 2$ тактов. В первом, основном такте измеряют входную величину x , а в последующих тактах вместо нее подключаются известные образцовые меры L_1, L_2, \dots, L_{n+1} . Результаты измерений образцовых мер Y_1, Y_2, \dots, Y_{n+1} совместно с результатом y первого такта образуют систему уравнений

$$y = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n;$$

$$Y_1 = a_0 + a_1 L_1 + \dots + a_n L_1^n;$$

.....

$$Y_{n+1} = a_0 + a_1 L_{n+1} + \dots + a_n L_{n+1}^n$$

(5.67)

Система уравнений (5.67) решается относительно измеряемой величины x . В частности, при линейной ГХ решение этой системы имеет вид

$$x = L_1 + (L_2 - L_1)(y - y_1)/(y_2 - y_1).$$

При тестовых методах повышения точности измерений для определения неизвестных параметров ГХ процесс измерения состоит также из $n + 2$ тактов. В первом, основном такте измеряется входная величина x , а в $n + 1$ других — тесты $A_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n + 1$, каждый из которых является некоторой функцией измеряемой величины x . Результаты основного и дополнительного преобразований $y, Y_1, Y_2, \dots, Y_{n+1}$ представляются в виде системы уравнений (5.67), в которой $L_1 = A_1(x)$. Эта система решается относительно измеряемой величины x .

Недостатком рассмотренных методов является большое число тактов, увеличивающее время измерений, и трудность создания набора образцовых мер и тестов высокой точности.

Время измерений при сохранении высокой точности может быть уменьшено формированием образцовой меры в виде эталонного периодического изменяющегося, например, по косинусоидальному закону сигнала

$$x_3 = x_0 + \Delta x \cos \tau, \quad (5.68)$$

где $x_0, \Delta x$ — постоянная составляющая и амплитуда эталонного сигнала; $\tau = \Omega t + \varphi$ (Ω, φ — круговая частота и начальная фаза).

Составляющие амплитуды эталонного сигнала выбираются равными

$$x_0 = (x_{\min} + x_{\max})/2;$$

$$\Delta x = (x_{\max} - x_{\min})/2,$$

где x_{\min}, x_{\max} — границы диапазона измеряемой величины.

При воздействии на вход РЭС периодического сигнала (5.68) сигнал на ее выходе также изменяется по периодическому закону. Коэффициенты разложения последнего в ряд Фурье являются функциями параметров ГХ. Это позволяет искомым параметрам ГХ найти по измеренным значениям постоянной составляющей Y_0 и амплитудам Y_1, Y_2, \dots преобразованного выходного сигнала [26]*. Решение этой задачи получается наиболее простым в случае представления ГХ системы в виде разложения по полиномам Чебышева

$$y = \sum_{i=1}^n b_i T_i\left(\frac{x - x_0}{\Delta x}\right), \quad (5.69)$$

где b_1, b_2, \dots, b_n — параметры ГХ.

Пять первых полиномов Чебышева имеют вид

$$\begin{aligned} T_0(z) &= 1; \quad T_1(z) = z; \quad T_2(z) = z^2 - 1/2; \quad T_3(z) = z^3 - 3z/4; \\ T_4(z) &= z^4 - z^2 + 1/8. \end{aligned} \quad (5.70)$$

* См. также статью: Савин С. К. Способ аналитического представления характеристик нелинейных элементов. — Электричество, 1971, № 7, с. 63–64.

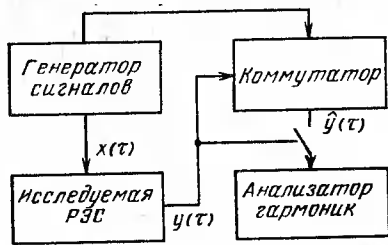


Рис. 5.3. Схема измерения параметров ГХ

Так как $T_i(\cos \tau) = (1/2^{i-1}) \cos i\tau$ [9], то, подставив (5.68) в (5.69), получим ряд Фурье

$$y = Y_0 + \sum_{i=1}^n Y_i \cos i\tau,$$

где $Y_0 = b_0$, $Y_i = b_i / 2^{i-1}$ — коэффициенты Фурье.

Определив анализатором гармоник постоянную составляющую и амплитуды гармоник выходного сигнала (рис. 5.3), найдем искомые параметры ГХ в виде выражений

$$b_0 = Y_0; \quad b_i = 2^{i-1} Y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5.71)$$

В случае линейной ГХ из формул (5.69) ... (5.71) имеем

$$x = x_0 + (\Delta x / Y_1) (y - Y_0).$$

В данном случае для определения коэффициентов ГХ необходимо подключить один эталонный сигнал (5.68), поэтому процесс измерения состоит всего лишь из одного такта [А. с. 935799 (СССР)].

Полиномы Чебышева дают наилучшую точность аппроксимации характеристики (5.65) у границ возможных изменений x_{\min} и x_{\max} входной величины [9]. Для обеспечения одинаковой точности измерений во всем диапазоне входных величин уравнение ГХ ищется в виде разложения по полиномам Лежандра

$$y = \sum_{i=0}^n c_i P_i[(x - x_0) / \Delta x], \quad (5.72)$$

где c_0, c_1, \dots, c_n — параметры ГХ.

Шесть первых полиномов Лежандра имеют вид [25]

$$P_0(z) = 1; \quad P_1(z) = z; \quad P_2(z) = (3z^2 - 1)/2; \quad P_3(z) = (5z^3 - 3z)/2;$$

$$P_4(z) = (35z^4 - 30z^2 + 3)/8; \quad P_5(z) = (63z^5 - 70z^3 + 15z)/8.$$

Параметры ГХ при ее представлении в виде разложения (5.72) находятся в виде [25]

$$c_i = \frac{2i+1}{2} \int_{-1}^1 y(z) P_i(z) dz,$$

где $y(z)$ — уравнение аппроксимируемой ГХ.

Так как при принятых обозначениях $z = \cos \tau$, то

$$c_i = \frac{2i+1}{2} \int_0^\pi y(\cos \tau) P_i(\cos \tau) \sin \tau d\tau.$$

Откуда с учетом того, что [25]

$$P_0(\cos \tau) = 1; \quad P_1(\cos \tau) = \cos \tau;$$

$$P_2(\cos \tau) = (3 \cos \tau + 1)/4;$$

$$P_3(\cos \tau) = (5 \cos 3\tau + 3 \cos \tau)/8;$$

$$P_4(\cos \tau) = (35 \cos 4\tau + 20 \cos 2\tau + 9)/64;$$

$$P_5(\cos \tau) = (63 \cos 5\tau + 35 \cos 3\tau + 30 \cos \tau)/128.$$

После преобразований находим

$$c_0 = \pi Y_1 / 4; \quad c_1 = 3\pi Y_2 / 8;$$

$$c_2 = 5\pi(3Y_3 + 5Y_1) / 32;$$

$$c_3 = 7\pi(5Y_4 + 8Y_2) / 64;$$

$$c_4 = 9\pi(35Y_5 + 55Y_3 + 3Y_1) / 512;$$

$$c_5 = 11\pi(63Y_6 + 98Y_4 + 65Y_2) / 1024.$$

Здесь $Y_i = (2/\pi) \int_0^\pi y(\cos \tau) \sin i\tau d\tau$, $i = 1, 2, \dots, 5$ являются коэффициентами

разложения в ряд Фурье периодической нечетной функции, определяемыми анализатором гармоник (см. рис. 5.3). Для этого выходной сигнал $y = y(\tau)$ предварительно преобразуется с помощью коммутатора в нечетную функцию $\hat{y}(\tau)$ (рис. 5.4).

Рассмотренные способы позволяют проверять не только сами РЭС, но и средства их контроля, что в свою очередь, повышает точность измерений. Эти способы дают возможность осуществлять централизованную оценку параметров многофункциональных сложных РЭС, состоящих из большого числа устройств. На рис. 5.5 для примера приведена схема измерения параметров пилотажно-навигационного комплекса оборудования самолета, в состав которого входят бортовая вычислительная машина (БЦВМ), радиотехническая система дальней навигации (РСДН), радиотехническая система ближней навигации (РСБН), доплеровский измеритель скорости и угла сноса (ДИСС), радиовысотометр (РВ), самолетный дальномер (СД), аппара-

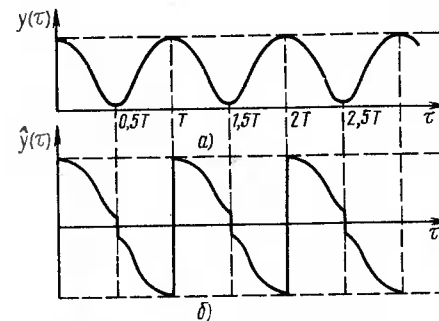


Рис. 5.4. Преобразование выходного сигнала: а — четная функция; б — нечетная функция

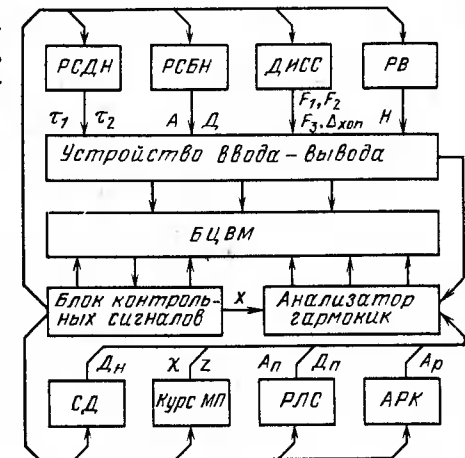


Рис. 5.5. Схема измерения параметров пилотажно-навигационного комплекса (А — азимут; Д — дальность; Н — высота; χ — отклонения по курсу и тангажу)

тура посадки (КУРС-МП), радиолокационная станция (РЛС) и автоматический радиоконпас (АРК).

Параметры навигационных измерителей периодически измеряются с помощью блока контрольных сигналов и анализатора гармоник. Обнаруживаемые при этом изменения параметров их градуировочных характеристик учитываются при обработке навигационной информации по уравнению (5.66) в БЦВМ. Такое парирование изменений параметров ГХ систем, не требующее их регулировок, повышает не только точность РЭС, но и готовность их к применению.

ГЛАВА 6

ПОВЫШЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ

6.1. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ НЕЗАВИСИМЫХ ПРОВЕРОК

Решение о годности или негодности РЭС может приниматься в зависимости от результатов многократного контроля, полученных при каждой проверке. При этом, поскольку результаты контроля в общем случае могут быть различными, правило принятия решения строится с учетом всех возможных положительных и отрицательных исходов. Естественно, чем больше положительных результатов, тем с большим основанием ОК можно признать годным, и, наоборот, при большом числе отрицательных исходов объект практически достоверно можно считать неисправным.

Объект относят к годным, если его признают таковым заданное число раз n . При этом в соответствии с (1.8), (1.11) и (1.14) условные вероятности НО и ЛО определяются по формулам

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{НО}}^{(n)}(N) &= \frac{P_{\bar{И}} P(\Gamma_N^{(n)}/\bar{И})}{P_{И} P(\Gamma_N^{(n)}/И) + P_{\bar{И}} P(\Gamma_N^{(n)}/\bar{И})}; \\ W_{\text{ЛО}}^{(n)}(N) &= \frac{P_{И} P(\bar{\Gamma}_N^{(n)}/И)}{P_{И} P(\bar{\Gamma}_N^{(n)}/И) + P_{\bar{И}} P(\bar{\Gamma}_N^{(n)}/\bar{И})}, \end{aligned} \quad (6.1)$$

где $P_{И}$, $P_{\bar{И}}$ — априорные вероятности исправного и неисправного состояний ОК; $P(\Gamma_N^{(n)}/И)$, $P(\bar{\Gamma}_N^{(n)}/И)$ — вероятности того, что при N -кратной проверке неисправного ОК результаты контроля "годен" и "негоден" будут получены по n раз; $P(\Gamma_N^{(n)}/И)$, $P(\bar{\Gamma}_N^{(n)}/И)$ — вероятности того, что при N -кратной проверке исправного ОК результаты контроля "годен" и "негоден" будут получены n раз.

Входящие в формулы (6.1) вероятности определяются с учетом (1.12) и (1.13) по формуле Бернулли о повторении опытов [6] в виде

$$P(\Gamma_N^{(n)}/\bar{И}) = \frac{N!}{n!(N-n)!} (1 - W_{\text{НО}})^{N-n} W_{\text{НО}}^n;$$

$$\begin{aligned} P(\Gamma_N^{(n)}/И) &= \frac{N!}{n!(N-n)!} (1 - \mathcal{P}_{\text{ЛО}})^n \mathcal{P}_{\text{ЛО}}^{N-n}, \\ P(\bar{\Gamma}_N^{(n)}/\bar{И}) &= 1 - P(\Gamma_N^{(n)}/\bar{И}); \\ P(\bar{\Gamma}_N^{(n)}/И) &= 1 - P(\Gamma_N^{(n)}/И), \end{aligned} \quad (6.2)$$

где $W_{\text{НО}}$, $\mathcal{P}_{\text{ЛО}}$ — условные вероятности НО и ЛО при одиночной проверке ОК.

Вероятность получения результата контроля годен n раз равна

$$P_{\Gamma}^{(n)}(N) = \frac{N!}{n!(N-n)!} P_{\Gamma}^n (1 - P_{\Gamma})^{N-n}, \quad (6.3)$$

где P_{Γ} — вероятность признания ОК годным при одной проверке.

Остальные показатели ДК находятся подстановкой (6.1) ... (6.3) в формулы (1.9) ... (1.14).

В частном случае при $n = N$ формулы (6.1) с учетом (6.2) приводятся к виду

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{НО}}^{(N)} &= \frac{P_{\bar{И}} W_{\text{НО}}^N}{P_{И} (1 - \mathcal{P}_{\text{ЛО}})^N + P_{\bar{И}} W_{\text{НО}}^N}; \\ W_{\text{НО}}^N &= \frac{P_{И} [1 - (1 - \mathcal{P}_{\text{ЛО}})^N]}{1 - P_{И} (1 - \mathcal{P}_{\text{ЛО}})^N - P_{\bar{И}} W_{\text{ЛО}}^N} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Формулы (6.4) не позволяют непосредственно судить о влиянии числа независимых проверок на достоверность контроля. Более наглядное представление получается в частном случае однопараметрического контроля с многократной проверкой и отбраковкой [27].

Пусть $w(x)$ — известная плотность вероятности действительных значений параметра на момент начала его контроля, а $q(\xi)$ — плотность вероятности значений погрешности его измерения. После $N-1$ независимых проверок с отбраковкой негодных ОК плотность $w(x)$ преобразуется в некоторое распределение $w_{N-1}(x)$. При этом искомая условная вероятность НО в признанном годным при всех N проверках объекте по аналогии с (5.20) записывается в виде

$$\mathcal{P}_{\text{НО}}^{(N)} \approx \frac{w_{N-1}(c) + w_{N-1}(d)}{\int_c^d w_{N-1}(x) dx} \int_{-\infty}^{\infty} \xi q(\xi) d\xi. \quad (6.5)$$

Нормированный закон распределения значений контролируемого параметра признанных годными ОК после первой проверки на основании (2.10) записывается в виде

$$w_1(x) = \frac{w(x)}{P_{\Gamma}(1)} \frac{d-x}{c-x} q(\xi) d\xi, \quad (6.6)$$

где $P_{\Gamma}^{(1)}$ — вероятность получения результата контроля "годен" при первой проверке.

После $N-1$ проверок и отбраковок, применяя последовательно формулу (6.6), имеем

$$w_{N-1}(x) = \frac{w(x)}{\prod_{i=1}^{N-1} P_{\Gamma}^{(i)}} \left[\int_{c-x}^{d-x} q(\xi) d\xi \right]^{N-1}, \quad (6.7)$$

где $P_{\Gamma}^{(i)}$ — вероятность получения результата контроля "годен" после i -й проверки.

При высокой точности измерений можно считать, что

$$\int_c^d w_{N-1}(x) dx \approx 1, \quad P_{\Gamma}^{(i)} \approx 1, \quad i = 2, 3, \dots, N-1.$$

С учетом этого, подставляя (6.7) в (6.5), получаем

$$\mathcal{P}_{HO}^{(N)} \approx \frac{1}{P_{\Gamma}^{(1)}} \left\{ [w(c) \int_0^{2\delta} q(\xi) d\xi]^{N-1} + [w(d) \int_{-2\delta}^0 q(\xi) d\xi]^{N-1} \right\} \times \int_0^{\infty} \xi q(\xi) d\xi,$$

где $2\delta = d - c$, откуда, учитывая, что

$$\int_0^{2\delta} q(\xi) d\xi = \int_{-2\delta}^0 q(\xi) d\xi \approx \frac{1}{2}; \quad P_{\Gamma}^{(1)} \approx P_{\Gamma}^{(1)} = \int_c^d w(x) dx,$$

получаем

$$\mathcal{P}_{HO}^{(N)} = \frac{1}{2^{N-1}} \left[\frac{w(c) + w(d)}{\int_c^d w(x) dx} \int_0^{\infty} \xi q(\xi) d\xi \right] = \frac{1}{2^{N-1}} \mathcal{P}_{HO}, \quad (6.8)$$

где \mathcal{P}_{HO} — условная вероятность НО при одиночном измерении.

В отличие от необнаруженных ложные отказы возникают при каждой из N проверок. После первой проверки и отбраковки среднее относительное число ложно забракованных ОК в соответствии с (1.13) равно $P_{\Gamma}^{(1)} = P_{\Gamma}^{(1)} \mathcal{P}_{ЛО}^{(1)}$. При второй отбраковке число таких объектов пропорционально $P_{\Gamma}^{(1)} P_{\Gamma}^{(2)} = P_{\Gamma}^{(1)} P_{\Gamma}^{(2)} \mathcal{P}_{ЛО}^{(2)}$. И, наконец, после N -й отбраковки относительное число ложно забракованных ОК равно

$$\left(\prod_{i=1}^{N-1} P_{\Gamma}^{(i)} \right) P_{\Gamma}^{(N)} = \left(\prod_{i=1}^{N-1} P_{\Gamma}^{(i)} \right) P_{\Gamma}^{(N)} \mathcal{P}_{ЛО}^{(N)}.$$

• Общее относительное число ложно забракованных ОК равно

$$P_{ЛО\Sigma}^{(N)} = P_{\Gamma}^{(1)} \mathcal{P}_{ЛО}^{(1)} + P_{\Gamma}^{(1)} P_{\Gamma}^{(2)} \mathcal{P}_{ЛО}^{(2)} + \dots + \left(\prod_{i=1}^{N-1} P_{\Gamma}^{(i)} \right) P_{\Gamma}^{(N)} \mathcal{P}_{ЛО}^{(N)}. \quad (6.9)$$

Так как $P_{\Gamma}^{(1)} \approx P_{\Gamma}^{(1)}, P_{\Gamma}^{(i)} \approx P_{\Gamma}^{(i)} \approx 1$ при $i \geq 2$ и согласно (5.20) и (6.8)

$$\mathcal{P}_{ЛО}^{(i)} \approx \mathcal{P}_{ЛО} / 2^{i-1},$$

из (6.9) получаем

$$\mathcal{P}_{ЛО\Sigma}^{(N)} = \frac{P_{ЛО\Sigma}^{(N)}}{P_{\Gamma}^{(1)}} \approx \sum_{i=1}^N \mathcal{P}_{ЛО}^{(i)} \approx (1 + 1/2 + 1/4 + \dots + \frac{1}{2^{N-1}}) \times \mathcal{P}_{ЛО} = 2(1 - \frac{1}{2^N}) \mathcal{P}_{ЛО} \approx 2 \mathcal{P}_{ЛО}.$$

Видно, что многократный контроль с отбраковкой, уменьшая возможность возникновения НО, увеличивает число ложных отказов.

6.2. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ

Если при многопараметрическом контроле получены конкретные результаты измерения y_1, y_2, \dots, y_n параметров ОК, то может быть определена индивидуальная вероятность того, что эти параметры не удовлетворяют условиям работоспособности (3.1). В частности, при независимых результатах измерений индивидуальная условная вероятность НО в соответствии с выражениями (3.7) и (3.10) определяется формулой

$$\mathcal{P}_{HO} = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - \mathcal{P}_{HO}(y_i)] \approx \sum_{i=1}^n \mathcal{P}_{HO}(y_i), \quad (6.10)$$

где $\mathcal{P}_{HO}(y_i)$ — индивидуальная вероятность НО при контроле i -го параметра (см. разд. 2.3).

Объект признается годным, если вероятность (6.10) не превышает допустимого значения:

$$\mathcal{P}_{HO} = \mathcal{P}_{HO}(y_1, y_2, \dots, y_n) \leq \mathcal{P}_{HO \text{ доп}}. \quad (6.11)$$

Принятие решения может осуществляться и по другим индивидуальным показателям ДК. Например, объект признается негодным, если вероятность ЛО больше допустимой:

$$\mathcal{P}_{ЛО} = \mathcal{P}_{ЛО}(y_1, y_2, \dots, y_n) \geq \mathcal{P}_{ЛО \text{ доп}}. \quad (6.12)$$

Правила (6.11) и (6.12) могут быть применены совместно.

Применение этих правил затруднено тем, что после измерений необходимо еще рассчитать показатель ДК и сравнить его с допустимым значением. Однако допустимую область значений параметров, удовлетворяющих принятым условиям, достаточно заранее определить из уравнения (6.11) или (6.12) только один раз.

Пример 6.1. Погрешности измерений двух взаимно независимых параметров распределены по нормальному закону с $m(\xi_{i1}) = m(\xi_{i2}) = 0$ и $\sigma(\xi_{i1})/\delta_1 =$

$= \sigma(\xi_{N_2})/\delta_2 = 0,25$. Допустимая вероятность $\mathcal{P}_{\text{НО доп}} = 0,1$. Найти область принятия решения.

С учетом (6.10), (2.33) и (2.34) записываем условие (6.11) в виде

$$1 - \prod_{i=1}^2 \left\{ \Phi[(1 - \hat{y}_i)\delta_i/\sigma(\xi_{N_i})] - \Phi[(\hat{y}_i - 1)\delta_i/\sigma(\xi_{N_i})] \right\} = 0,1,$$

где $\delta_i = (b_i - a_i)/2$; $\hat{y}_i = (y_i - x_{ic})/2$; $x_{ic} = (b_i + a_i)/2$.

Учитывая, что $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$ [6], получаем

$$\left\{ 2\Phi[4(1 - \hat{y}_1)] - 1 \right\} \left\{ 2\Phi[4(1 - \hat{y}_2)] - 1 \right\} = 0,9.$$

Соответствующая этому уравнению кривая границы области работоспособности приведена на рис. 6.1. Вероятность НО не превышает допустимого значения для результатов измерений, находящихся внутри этой области. На рисунке показан только один квадрант, поскольку в остальных квадрантах кривая проходит симметрично.

По найденной таким образом области работоспособности может быть решена задача назначения контрольных допусков по правилу, заданному условиями (3.1).

Пример 6.2. Исходные данные те же, что и в примере 6.1. Требуется назначить контрольные допуски на параметры x_1 и x_2 .

Для уменьшения вероятности ЛО контрольные допуски δ_{K1} и δ_{K2} выбираем так, чтобы число случаев браковки ОК при нахождении значений параметров в допустимой области было минимальным. Число таких случаев в силу симметричности области работоспособности минимально при равенстве площадей, ограниченных сторонами прямоугольника — новой области допустимых значений параметров (заштрихованная часть области на рис. 6.1). Части области равны при $\hat{y}_1 = \hat{y}_2 = 0,44$. Поэтому $\delta_{K1} = 0,44\delta_1$ и $\delta_{K2} = 0,44\delta_2$.

Множество допустимых значений контролируемых параметров, задаваемых неравенствами (3.1), представляет собой n -мерный параллелепипед, который вписывается в область D множества результатов измерений, удовлетворяющих условию (6.11) (см. рис. 6.1). При использовании правила принятия решения (6.11) некоторые из результатов измерений могут оказаться вне контрольного поля допуска. Поэтому условие (6.11) обеспечивает меньший уровень ЛО, чем принятие решения по условию (3.1).

Использование правила (6.11) не вызывает затруднений даже при автоматизированном контроле РЭС непосредственно на самолете. Для этого можно использовать бортовую ЭВМ, в память которой необходимо заложить вид функции риска $\mathcal{P}(y_1, y_2, \dots, y_n)$ и допустимое ее значение $\mathcal{P}_{\text{доп}}$.

Если результаты замеров таковы, что условие (6.11) не выполняется, то для уменьшения вероятности НО можно произвести многократные независимые измерения параметров ОК и вычислить среднее значение (5.13)

каждого из них или какой-то их части. При этом в соответствии с центральной предельной теоремой можно считать, что погрешность оценки среднего значения \bar{y}_i подчинена нормальному закону. Тогда индивидуальная вероятность $\mathcal{P}_{\text{НО}}(\bar{y}_i)$ на момент окончания контроля рассчитывается по формулам (2.33) и (2.34), в которых $y = \bar{y}_i$, а среднеквадратичное отклонение

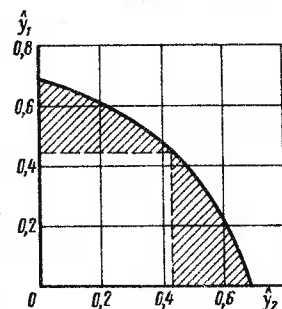


Рис. 6.1. Границы области допустимых значений параметра

значений погрешности измерений определяется в виде (5.18). При этом, например, в случае измерения идентичных параметров с одинаковой точностью, как следует из (5.21) и второго выражения (6.10), достоверность контроля увеличивается в \sqrt{N} раз. После этого по формуле (6.10) проверяется выполнение условия (6.11).

Если индивидуальные вероятности НО при многократных измерениях параметров определяются на момент контроля, то при $N \rightarrow \infty$ вероятность (6.10) становится равной нулю, если ОК действительно является работоспособным. В противном случае значение этой вероятности равно единице. При этом принимается абсолютно безошибочное решение о состоянии ОК.

Выбор решающего правила (6.11) необходимо производить в зависимости от принятого подхода к оценке ДК. При прогнозирующей оценке достоверности контроля (с учетом возможных изменений параметров ОК в условиях применения) значение вероятности $\mathcal{P}_{\text{НО доп}}$ должно выбираться большим, чем при оценке ДК на момент контроля. Если при прогнозирующей оценке вероятность $\mathcal{P}_{\text{НО доп}}$ будет задана недостаточно большой, то условие (6.11) может не выполняться даже при идеальной точности измерений. При этом ОК будут часто напрасно браковаться.

6.3. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПЕРЕПРОВЕРОК

В практике эксплуатации широко распространены оперативные методы контроля работоспособности РЭС с применением встроенных систем контроля (ВСК) и различных автоматов контроля, позволяющих по измеренным значениям обобщенных параметров ОК оценивать их техническое состояние. Однако повышение оперативности контроля сопряжено со снижением точности измерений параметров, а следовательно, достоверности его результатов.

Достоверность оперативных проверок можно повысить рациональной организацией двухэтапного контроля, при котором на первом этапе осуществляется оперативный контроль, а на втором более точный, но менее оперативный и более трудоемкий контроль. Причем на втором этапе могут контролироваться не только те параметры, что на первом этапе, но и формирующие их промежуточные параметры.

Организация двухэтапного контроля может быть нескольких видов. 1. Часть объектов, признанных годными (событие Γ), из-за наличия ошибок оперативного контроля на самом деле могут быть неисправными (И). Для выявления объектов с необнаруженными отказами они проверяются повторно более точно. Перепроверенные признанные годными ($\Gamma_{\text{пр}}$) объекты допускаются к применению. Признанные негодными объекты (Γ) не переверяются. Схема формирования результатов контроля при переверках годных ОК, построенная в соответствии со схемой, изображенной на рис. 1.4, приведена на рис. 6.2, а. Как следует из этой схемы и формул (1.7), при рассматриваемой организации контроля результирующие вероятности НО и ЛО, вероятности верного заключения "годен" и "негоден" равны

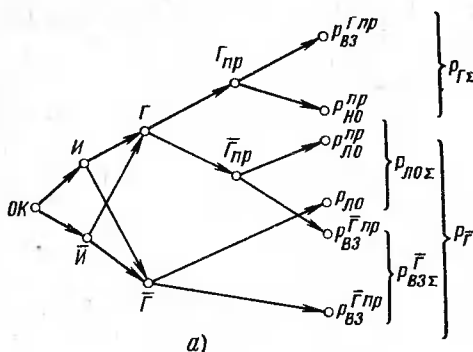
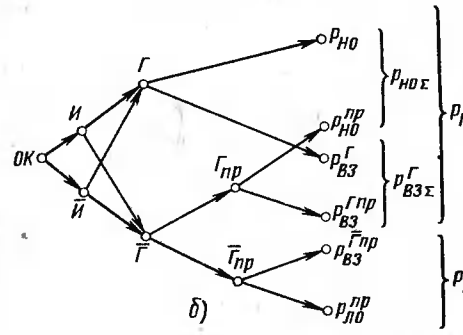


Рис. 6.2. Схема принятия решений при перепроверках:
а - годных ОК; б - негодных ОК

$$\begin{aligned}
 P_{НО\Sigma} &= P_{НО}^{пр} = P_{Г\Sigma} - P_{ВЗ}^{Гпр}; \\
 P_{ЛО\Sigma} &= P_{ЛО} + P_{ЛО}^{пр} = P_{И} - P_{ВЗ}^{Гпр}; \\
 P_{ВЗ\Sigma}^{Г} &= P_{ВЗ}^{Гпр}; \quad P_{ВЗ\Sigma}^{Г} = P_{ВЗ}^{Г} + P_{ВЗ}^{Гпр},
 \end{aligned}
 \tag{6.13}$$



где $P_{Г\Sigma}$ - вероятность получения результата "годен" при двухэтапном контроле; $P_{И}$ - априорная вероятность исправного состояния ОК; индексом "пр" помечены вероятности событий, возникающих при перепроверке ОК; непомеченные - вероятности событий для непереверяемых ОК.

Как следует из формул (6.13), для данной схемы организации контроля вероятности ЛО и верно-

го заключения "негоден" увеличиваются, а вероятности НО и верного заключения "годен" в соответствии с уравнением (1.6) уменьшаются.

Плотность вероятностей значений параметра признанных годными объектов на момент окончания контроля подчинена закону (2.10). Эти ОК перепроверяются. Ненормированная плотность вероятности значений параметра объектов контроля, признанных в результате перепроверки годными, по аналогии с (2.10) записываются в виде выражения

$$\begin{aligned}
 w_{Г}^{пр}(x_k) &= w_{Г}(x_k) \int_{c_{пр}-x_k}^{d_{пр}-x_k} q_{пр}(\xi_{и}) q_{\xi_{и}} = \\
 &= w_k(x_k) \int_{c-x_k}^{d-x_k} q(\xi_{и}) d\xi_{и} \int_{c_{пр}-x_k}^{d_{пр}-x_k} q_{пр}(\xi_{и}) d\xi_{и},
 \end{aligned}
 \tag{6.14}$$

где $c_{пр}$, $d_{пр}$ - границы контрольного поля допуска при перепроверке годных ОК; $q_{пр}(\xi_{и})$ - плотность вероятности значений погрешности измерений перепроверяемого ОК.

Ненормированная плотность вероятности значений параметра признанных негодными перепроверенных ОК с учетом (2.4) находится в виде

$$w_{Г}^{пр}(x_k) = w_{Г}(x_k) - w_{Г}^{пр}(x_k),$$

откуда с учетом (2.10) и (6.14) находим

$$w_{Г}^{пр}(x_k) = w_k(x_k) \int_{c-x_k}^{d-x_k} q(\xi_{и}) d\xi_{и} \left[1 - \int_{c_{пр}-x_k}^{d_{пр}-x_k} q_{пр}(\xi_{и}) d\xi_{и} \right]. \tag{6.15}$$

Вероятности НО и ЛО в перепроверенном ОК по аналогии с (2.5) находим интегрированием (6.14) и (6.15) в соответствующих пределах

$$P_{НО}^{пр} = \int_{-\infty}^a w_{Г}^{пр}(x_k) dx_k + \int_b^{\infty} w_{Г}^{пр}(x_k) dx_k; \tag{6.16}$$

$$P_{ЛО}^{пр} = \int_a^b w_{Г}^{пр}(x_k) dx_k.$$

Остальные показатели ДК находятся по формулам (1.7) и (6.13) ... (6.16).

Плотности вероятностей значений параметра (1.4) объектов контроля, признанных годными и негодными при перепроверке, в условиях применения находятся как композиции распределений (6.14) и (6.15) и закона распределения $q_{П}(\xi_{П})$ отклонений контролируемого параметра

$$\begin{aligned}
 w_{Г}^{прП}(x_{П}) &= \int_{-\infty}^{\infty} w_{Г}^{пр}(x_k) q_{П}(x_{П} - x_k) dx_k; \\
 w_{Г}^{прП}(x_{П}) &= \int_{-\infty}^{\infty} w_{Г}^{пр}(x_k) q_{П}(x_{П} - x_k) dx_k.
 \end{aligned}
 \tag{6.17}$$

Вероятности НО и ЛО в условиях применения для перепроверенных ОК находятся подстановкой (6.17) в (6.16) вместо соответствующих плотностей $w_{Г}^{пр}(x_k)$ и $w_{Г}^{пр}(x_k)$.

2. При другой организации контроля перепроверке подвергаются только признанные негодными ОК. Это позволяет уменьшить вероятность ложного отказа. Схема формирования результатов контроля при перепроверках годных ОК приведена на рис. 6.2, б. Как следует из этой схемы и формул (1.7), результирующие вероятности возможных исходов результатов контроля равны

$$\begin{aligned}
 P_{ЛО\Sigma} &= P_{ЛО}^{пр} = P_{И} - P_{ВЗ}^{Г}; \\
 P_{НО\Sigma} &= P_{НО} + P_{НО}^{пр}; \\
 P_{ВЗ\Sigma}^{Г} &= P_{ВЗ}^{Гпр}; \quad P_{ВЗ\Sigma}^{Г} = P_{ВЗ}^{Г} + P_{ВЗ}^{Гпр}.
 \end{aligned}
 \tag{6.18}$$

При данной схеме организации контроля, как следует из формул (6.18), уменьшаются вероятности ложного отказа и верного заключения "негоден", а вероятности необнаруженного отказа или верного заключения "годен" возрастают.

Значения контролируемого параметра объектов, признанных негодными, распределены с плотностью $w_{Г}^{пр}(x_k)$, определяемой из выражений (2.4) и (2.10). После перепроверок значения параметра объектов, признанных годными, по аналогии с (2.10) подчинены закону

$$\begin{aligned}
 w_{Г}^{пр}(x_k) &= w_{Г}^{пр}(x_k) \int_{c_{пр}-x_k}^{d_{пр}-x_k} q_{пр}(\xi_{и}) d\xi_{и} = w_k(x_k) \left[1 - \right. \\
 &\left. - \int_{c-x_k}^{d-x_k} q(\xi_{и}) d\xi_{и} \right] \int_{c_{пр}-x_k}^{d_{пр}-x_k} q_{пр}(\xi_{и}) d\xi_{и}.
 \end{aligned}
 \tag{6.19}$$

Плотность вероятности значений параметра перепроверенных ОК, признанных негодными, с учетом (2.4), (2.10) и (6.19) находится в виде

$$w_{\Gamma}^{\text{пр}}(x_k) = w_{\Gamma^-}(x_k) - w_{\Gamma^+}^{\text{пр}}(x_k) = w_k(x_k) \left[1 - \int_{c-x_k}^{d-x_k} q(\xi_{\text{и}}) d\xi_{\text{и}} \right] \left[1 - \int_{c_{\text{пр}}-x_k}^{d_{\text{пр}}-x_k} q_{\text{пр}}(\xi_{\text{и}}) d\xi_{\text{и}} \right]. \quad (6.20)$$

Вероятности НО и ЛО на момент окончания контроля находятся подстановкой (6.19) и (6.20) в (6.16). При оценке достоверности прогнозирующего контроля в (6.16) подставляются плотности (6.17), (6.19) и (6.20).

Введя обозначения $\delta_k = (d-c)/2$ и $\delta_k^{\text{пр}} = (d_{\text{пр}}-c_{\text{пр}})/2$, на основании (6.13)...(6.20) вероятности НО и ЛО в общем случае при перепроверке как годных, так и негодных ОК можно записать в виде следующих функций:

$$P_{\text{НО}} = P_{\text{НО}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}}); \quad P_{\text{ЛО}} = P_{\text{ЛО}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}}). \quad (6.21)$$

Как видно из (6.21), изменение вероятностей НО и ЛО может производиться не только выбором различных схем организации контроля, но и установлением соответствующих допусков δ_k и $\delta_k^{\text{пр}}$.

В качестве критериев оптимального выбора допусков могут использоваться различные экстремальные и ограничивающие условия. Можно, например, потребовать, чтобы вероятность неверного заключения $P_{\text{НЗ}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}}) = P_{\text{НО}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}}) + P_{\text{ЛО}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}})$ была минимальна. Тогда для оптимального выбора значений δ_k и $\delta_k^{\text{пр}}$ необходимо решить систему уравнений

$$\frac{\partial P_{\text{НЗ}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}})}{\partial \delta_k} = 0; \quad \frac{\partial P_{\text{НЗ}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}})}{\partial \delta_k^{\text{пр}}} = 0.$$

Либо можно потребовать выполнения условий

$$P_{\text{НО}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}}) = \min \text{ при } P_{\text{ЛО}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}}) \leq P_{\text{ЛО доп}}$$

$$\text{или } P_{\text{ЛО}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}}) = \min \text{ при } P_{\text{НО}}(\delta_k, \delta_k^{\text{пр}}) \leq P_{\text{НО доп}}.$$

На рис. 6.3 и 6.4 приведены зависимости вероятностей ЛО и НО от границ контрольных допусков δ_k и $\delta_k^{\text{пр}}$. Здесь δ — половина поля допуска на область работоспособности; $\sigma(\xi_{\text{и}})$ и $\sigma_{\text{пр}}(\xi_{\text{и}})$ — среднеквадратичные отклонения погрешностей измерения при оперативном контроле и перепроверке, $\delta/\sigma(x_k) = 2$; $\sigma(\xi_{\text{и}})/\sigma(x_k) = 0,5$; $\sigma(\xi_{\text{и}})/\sigma_{\text{пр}}(\xi_{\text{и}}) = 5$.

При перепроверке годных ОК для уменьшения вероятности ЛО, которая при такой организации контроля, как следует из (6.13), возрастает, границы контрольных допусков необходимо выбирать шире границ области работоспособности ($\delta_k \geq \delta$).

Расширение контрольных допусков относительно области работоспособности с соблюдением условия $\delta_k \leq \delta_k^{\text{пр}}$ приводит к уменьшению вероятности ЛО, однако при этом вероятность НО возрастает (см. рис. 6.3, пунктирные линии). Уменьшение вероятности НО, как следует из рис. 6.3

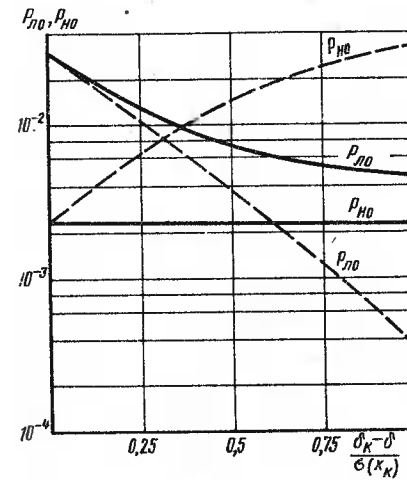


Рис. 6.3. Зависимости $P_{\text{НО}}$ и $P_{\text{ЛО}}$ при перепроверке годных ОК при $\delta_k = \delta_k^{\text{пр}} = \text{var}$ (пунктирные линии) и $\delta_k = \text{var}$, $\delta_k^{\text{пр}} = \delta = \text{const}$ (сплошные линии)

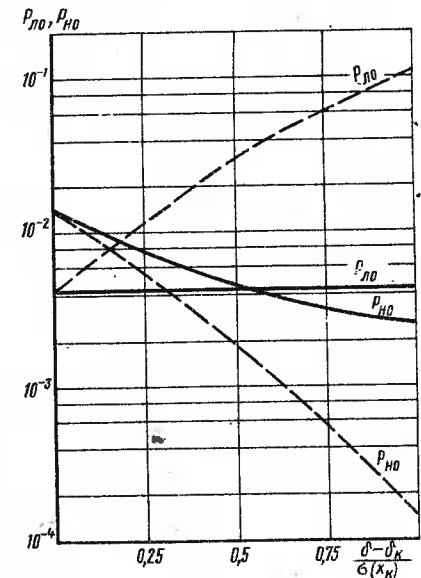


Рис. 6.4. Зависимости $P_{\text{НО}}$ и $P_{\text{ЛО}}$ при перепроверке негодных ОК при $\delta_k = \delta_k^{\text{пр}} = \text{var}$ (пунктирные линии) и $\delta_k = \text{var}$, $\delta_k^{\text{пр}} = \delta = \text{const}$ (сплошные линии)

(сплошные линии), может быть достигнуто при совпадении контрольных допусков с областью работоспособности ($\delta_k^{\text{пр}} \approx \delta$). Анализ показывает, что выбор $\delta_k^{\text{пр}} \leq \delta$ приводит к уменьшению вероятности НО, однако при этом возрастает вероятность ЛО.

Перепроверка негодных ОК, как следует из (6.18), приводит наряду с уменьшением вероятности ЛО к увеличению вероятности НО. В данном случае для уменьшения последней целесообразно выбирать контрольные допуски уже области работоспособности ($\delta_k \leq \delta$, $\delta_k^{\text{пр}} \leq \delta$). Сужение контрольных допусков с соблюдением условия $\delta_k = \delta_k^{\text{пр}}$ приводит, как следует из рис. 6.4 (пунктирные линии), к уменьшению вероятности НО, но при этом возрастает вероятность ЛО. Для ее уменьшения по аналогии с предыдущей схемой следует при перепроверке негодных ОК контрольные допуски выбирать равными области работоспособности.

Таким образом, при организации двухэтапного контроля целесообразно при перепроверке годных ОК выбирать контрольные допуски из условий $\delta_k \geq \delta$; $\delta_k^{\text{пр}} \approx \delta$. При перепроверках негодных ОК — из условий $\delta_k \leq \delta$, $\delta_k^{\text{пр}} \approx \delta$. Выбор той или иной схемы организации контроля зависит от задаваемых требований к вероятностям НО и ЛО, оперативности и достоверности контроля и т.д. При этом следует иметь в виду, что число случаев перепроверки годных ОК пропорционально вероятности получения результата контроля "годен" P_{Γ} , а число случаев перепроверки негодных ОК — вероятности $P_{\Gamma^-} = 1 - P_{\Gamma}$. Обычно $P_{\Gamma} > P_{\Gamma^-}$, поэтому контроль с перепровер-

ками негодных ОК является более оперативным и требует меньших затрат.

При оценке состояния объекта контроля по множеству взаимно независимых параметров n , контролируемых по схеме, показанной на рис. 6.2, а, вероятности НО и ЛО в соответствии с формулами (1.7), (3.7) и (6.13) равны

$$P_{НО\Sigma} = \prod_{i=1}^n P_{Г\Sigma i} - \prod_{i=1}^n P_{ВЗ i}^{Гпр} = \prod_{i=1}^n [P_{ВЗ i}^{Гпр} + P_{НО i}^{пр}] - \prod_{i=1}^n P_{ВЗ i}^{Гпр}; \quad (6.22)$$

$$P_{ЛО\Sigma} = \prod_{i=1}^n P_{И i} - \prod_{i=1}^n P_{ВЗ i}^{Гпр}.$$

При аналогичных условиях при контроле по схеме, изображенной на рис. 6.2, б, из выражений (1.7), (3.7) и (6.18) имеем

$$P_{НО\Sigma} = \prod_{i=1}^n [P_{ВЗ i}^{Г} + P_{ВЗ i}^{Гпр} + P_{НО i} + P_{НО i}^{пр}] - \prod_{i=1}^n [P_{ВЗ i}^{Г} + P_{ВЗ i}^{Гпр}]; \quad (6.23)$$

$$P_{ЛО\Sigma} = \prod_{i=1}^n P_{И i} - \prod_{i=1}^n [P_{ВЗ i}^{Г} + P_{ВЗ i}^{Гпр}].$$

Если часть параметров контролируется по схеме, показанной на рис. 6.2, а, а другая — по схеме на рис. 6.2, б, то ДК оценивается на основе совместного применения формул (6.22) и (6.23).

6.4. КОНТРОЛЬ С ПЕРЕПРОВЕРКОЙ ПРИ НАХОЖДЕНИИ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРА В ОБЛАСТИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

При контроле с перепроверкой повторно проверяются все признанные годными и негодными ОК. Это приводит к увеличению временных и материальных затрат на двухэтапный контроль. Для уменьшения этих затрат можно перепроверять не все объекты, а только те из них, в неисправности которых возникает сомнение.

Для выявления таких объектов могут задаваться следующие допусковые области (рис. 6.5):

- 1) если для результата измерения выполняется условие $c_1 < y < d_1$, принимается решение: объект "годен";
- 2) если $y < c_2$ или $y > d_2$, то принимается решение: объект "негоден";
- 3) если значения параметра находятся в областях $c_1 < y < c_2$, $d_1 < y < d_2$, называемых областями неопределенности, принимается решение перепроверить ОК [24].

При такой организации контроля перепроверке подвергаются только те объекты, измеренные значения параметров которых находятся около границ области работоспособности a и b .

Схема формирования результатов контроля при принятии решения о перепроверке ОК, для которых в правильности принятого решения по результатам контроля возникло сомнение, приведена на рис. 6.6. Как следует из этой схемы, при такой организации двухэтапного контроля результиру-

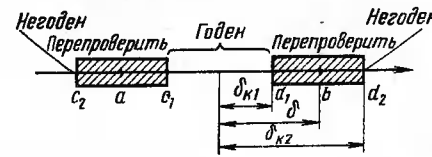


Рис. 6.5. Схема выбора годных, негодных и подлежащих перепроверке ОК

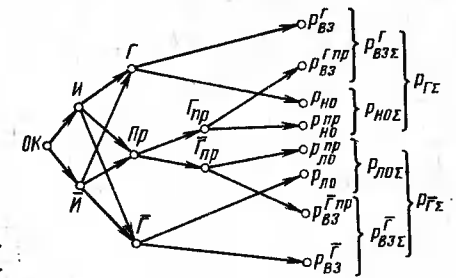


Рис. 6.6. Схема принятия решения с перепроверкой; результат измерения параметра находится в области неопределенности

щие вероятности НО и ЛО, а также вероятности верного заключения "годен" и "негоден" соответственно равны

$$P_{НО\Sigma} = P_{НО} + P_{НО}^{пр}; \quad P_{ЛО\Sigma} = P_{ЛО} + P_{ЛО}^{пр}; \quad P_{ВЗ\Sigma}^{Г} = P_{ВЗ}^{Г} + P_{ВЗ}^{Гпр}, \quad (6.24)$$

$$P_{ВЗ\Sigma}^{Г} = P_{ВЗ}^{Г} + P_{ВЗ}^{Гпр}.$$

Уменьшение вероятностей НО и ЛО достигается соответствующим выбором контрольных допусков (c_1, d_1) и (c_2, d_2) для оперативного контроля и повышением точности измерений при повторном контроле.

Плотность вероятности значений параметра признанных годными ОК на момент окончания оперативного контроля $w_{Г}^{(1)}(x_k)$ подчинена закону (2.10) с контрольными допусками (c_1, d_1). Плотность вероятности значений параметров ОК, признанных негодными по результатам оперативного контроля, как следует из (2.4), (2.10) и рис. 6.5, находится в виде

$$w_{Г}^{(2)}(x_k) = w_k(x_k) \left[1 - \int_{c_2 - x_k}^{d_2 - x_k} q(\xi_n) d\xi_n \right].$$

Ненормированная плотность вероятности значений параметров, результаты измерений которых при оперативном контроле находятся в области неопределенности, с учетом (2.4), как следует из рис. 6.5, записывается в виде выражения

$$w_{Г}^{пр}(x_k) = w_k(x_k) - [w_{Г}^{(1)}(x_k) + w_{Г}^{(2)}(x_k)] =$$

$$= w_k(x_k) \left[\int_{c_2 - x_k}^{d_2 - x_k} q(\xi_n) d\xi_n - \int_{c_1 - x_k}^{d_1 - x_k} q(\xi_n) d\xi_n \right]. \quad (6.25)$$

На основании (2.10) и (6.25) плотность вероятности значений параметров ОК, признанных годными после перепроверок, находится в виде

$$w_{Г}^{пр}(x_k) = w_{Г}^{пр}(x_k) \int_{c_{пр} - x_k}^{d_{пр} - x_k} q_{пр}(\xi_n) d\xi_n = w_k(x_k) \left[\int_{c_2 - x_k}^{d_2 - x_k} q(\xi_n) d\xi_n - \int_{c_1 - x_k}^{d_1 - x_k} q(\xi_n) d\xi_n \right] \int_{c_{пр} - x_k}^{d_{пр} - x_k} q_{пр}(\xi_n) d\xi_n, \quad (6.26)$$

где $q_{пр}(\xi_n)$ — плотность вероятности значений погрешности измерений параметра перепроверяемого ОК.

Ненормированная плотность вероятности значений параметра объектов, признанных в результате перепроверок негодными, с учетом (2.4) записывается в виде выражения

$$w_{\Gamma}^{\text{пр}}(x_k) = w^{\text{пр}}(x_k) - w_{\Gamma}^{\text{пр}}(x_k) = w_k(x_k) \left[\int_{c_2 - x_k}^{d_2 - x_k} q(\xi_{\text{и}}) d\xi_{\text{и}} - \int_{c_1 - x_k}^{d_1 - x_k} q(\xi_{\text{и}}) d\xi_{\text{и}} \right] \left[1 - \int_{c_{\text{пр}} - x_k}^{d_{\text{пр}} - x_k} q_{\text{пр}}(\xi_{\text{и}}) d\xi_{\text{и}} \right]. \quad (6.27)$$

Вероятности НО и ЛО перепроверенных ОК находятся подстановкой (6.26) и (6.27) в (6.16).

При оценке ДК с учетом условий применения объектов вероятности необнаруженного и ложного отказов находятся подстановкой в (6.16) выражений (6.17), (6.26) и (6.27).

Введем обозначений $\delta_{k1} = (d_1 - c_1)/2$, $\delta_{k2} = (d_2 - c_2)/2$, $\Delta = \delta_{k2} - \delta_{k1}$, $\delta_k^{\text{пр}} = (d_{\text{пр}} - c_{\text{пр}})/2$. Тогда на основании (6.26) и (6.27) вероятности НО и ЛО можно записать в виде функций

$$P_{\text{НО}} = P_{\text{НО}}(\Delta, \delta_k^{\text{пр}}); \quad P_{\text{ЛО}} = P_{\text{ЛО}}(\Delta, \delta_k^{\text{пр}}). \quad (6.28)$$

Из (6.28) следует, что достижение необходимых вероятностей НО и ЛО можно обеспечить соответствующим выбором величин Δ и $\delta_k^{\text{пр}}$.

Для оптимального выбора величин Δ и $\delta_k^{\text{пр}}$ можно потребовать выполнения условий

$$P_{\text{НО}}(\Delta, \delta_k^{\text{пр}}) = \min \text{ при } P_{\text{ЛО}}(\Delta, \delta_k^{\text{пр}}) \leq P_{\text{ЛО доп}}$$

$$\text{или } P_{\text{ЛО}}(\Delta, \delta_k^{\text{пр}}) = \min \text{ при } P_{\text{НО}}(\Delta, \delta_k^{\text{пр}}) \leq P_{\text{НО доп}}.$$

На рис. 6.7 приведены зависимости вероятностей НО и ЛО от ширины области неопределенности Δ . Как видно, расширение границ области неопределенности и применение для повторного контроля более точных средств измерений не всегда приводят к уменьшению вероятностей необнаруженного или ложного отказов. Так, симметричное относительно границ области работоспособности расширение области неопределенности и выбор $\delta_k^{\text{пр}} = \delta_{k1}$ вызываются увеличение вероятности ЛО (штрихпунктирные линии) при одновременном уменьшении вероятности НО.

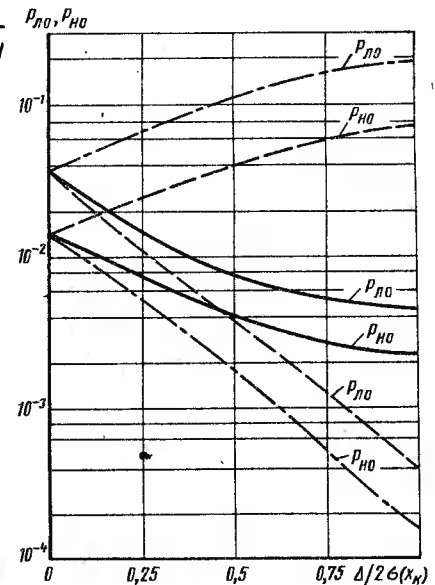
При выборе $\delta_k^{\text{пр}} = \delta_{k2}$ и расширении области неопределенности возрастает вероятность НО (пунктирные линии), а вероятность ЛО уменьшается.

Для одновременного уменьшения вероятностей НО и ЛО (сплошные линии) необходимо при расширении границ области неопределенности выбирать контрольные допуски при перепроверках, равными области работоспособности $\delta_k^{\text{пр}} = \delta$.

Таким образом, при организации двухэтапного контроля с перепроверкой объектов, значения параметров которых попали в область неопределенности, необходимо для повышения ДК выбирать контрольные допуски при оперативном контроле $\delta_{k1} < \delta$ и $\delta_{k2} > \delta$, а при перепроверках $\delta_k^{\text{пр}} \approx \delta$.

При оценке состояния ОК по нескольким взаимно независимым параметрам n вероятности НО и ЛО по аналогии с (6.22) и (6.23) в соответствии со схемой рис. 6.6 находятся в виде

Рис. 6.7. Зависимости $P_{\text{НО}}$ и $P_{\text{ЛО}}$ при перепроверке ОК при $(\sigma/\sigma(x_k)) = 2$; $\sigma(\xi_{\text{и}})/\sigma(x_k) = 0,5$; $\sigma(\xi_{\text{и}})/\sigma_{\text{пр}}(\xi_{\text{и}}) = 5$



$$P_{\text{НО}\Sigma} = \prod_{i=1}^n P_{\Gamma\Sigma i} - \prod_{i=1}^n P_{\Gamma\text{ВЗ}\Sigma i} =$$

$$= \prod_{i=1}^n [P_{\text{ВЗ}i}^{\Gamma} + P_{\text{ВЗ}i}^{\Gamma\text{пр}} + P_{\text{НО}i} + P_{\text{НО}i}^{\text{пр}}] -$$

$$- \prod_{i=1}^n [P_{\text{ВЗ}i}^{\Gamma} + P_{\text{ВЗ}i}^{\Gamma\text{пр}}];$$

$$P_{\text{ЛО}\Sigma} = \prod_{i=1}^n P_{\text{И}i} - \prod_{i=1}^n P_{\text{ВЗ}\Sigma i}^{\Gamma} =$$

$$= \prod_{i=1}^n P_{\text{И}i} - \prod_{i=1}^n [P_{\text{ВЗ}i}^{\Gamma} + P_{\text{ВЗ}i}^{\Gamma\text{пр}}]. \quad (6.29)$$

Для уменьшения временных и материальных затрат при повторном контроле целесообразно проверять не все параметры, а только те, которые при оперативном контроле попали в область неопределенности. При этом в формулах (6.29) должны фигурировать вероятности только перепроверяемых параметров ОК.

6.5. НАЗНАЧЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ ДОПУСКОВ

С увеличением точности измерений параметров объектов контроля вероятности НО и ЛО уменьшаются. Однако при этом требуемое повышение ДК не всегда возможно, особенно когда на результаты контроля оказывает влияние непостоянство условий измерений. В ряде случаев получение высокой точности измерений и обеспечение постоянства их условий могут оказаться нецелесообразными из-за связанных с этим больших затрат.

При ограниченной точности измерений и непостоянстве их условий обеспечение требуемого уровня НО может быть достигнуто сужением контрольных допусков (1.2) по сравнению с нормативными требованиями на область работоспособности (1.3). В этом случае ОК считается годным, если для результатов измерений всех n контролируемых параметров выполняется условие

$$a_i < c_i \leq y_i \leq d_i < b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6.30)$$

Если условие (6.30) не выполняется, то объект бракуется. При этом поле рассеивания значений параметров ОК, признанных годными, становится уже области работоспособности, что уменьшает вероятность НО. И наоборот, по мере сужения контрольных допусков вероятность ЛО возрастает.

Контрольные допуски могут быть выбраны по различным критериям.

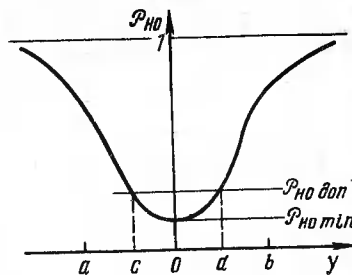
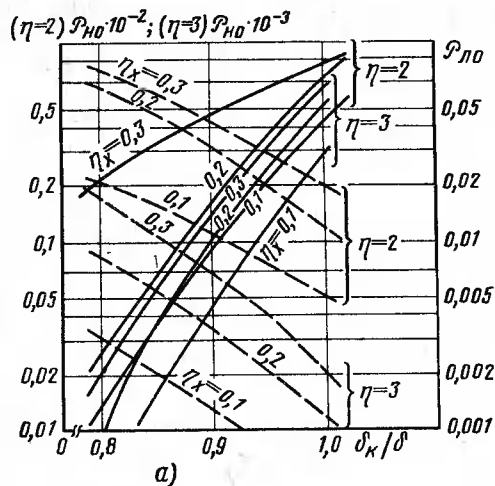


Рис. 6.8. Зависимость вероятностей НО (сплошные линии) и ЛО (пунктирные линии) от контрольного допуска при распределении контролируемого параметра и погрешности измерения:
 а – по нормальному закону;
 б – по закону равной вероятности

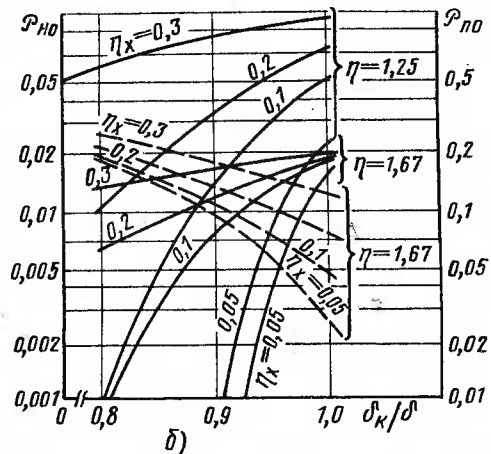


Рис. 6.9. Зависимость индивидуальной вероятности НО от результата измерения

Рассматривая показатели ДК как функции контрольных допусков, значения последних можно выбрать, например, из условия того, чтобы вероятность неверного заключения не превышала допустимого значения:

$$P_{НЗ} = P_{ЛО} + P_{НО} \leq P_{НЗ доп} \quad (6.31)$$

При многопараметрическом контроле ($n > 1$) условие (6.31) может быть выполнено при различных соотношениях допусков на контролируемые параметры. Для однозначного решения задачи следует ввести какие-либо дополнительные условия. Например, можно потребовать, чтобы при выполнении условия (6.31) вероятность получения результата контроля "годен" была минимальной ($P_{Г} = \min$). При этом повышается готовность РЭС к применению. Можно решить также обратную задачу:

$$P_{НЗ} = \min \text{ при } P_{Г} \leq P_{Г доп} \quad (6.32)$$

где $P_{Г доп}$ – заданное допустимое значение вероятности результата контроля "годен".

Следует иметь в виду, что при недостаточно высокой точности измерений и непостоянстве их режимов условия (6.31) и (6.32) могут оказаться невыполнимыми даже при бесконечно узких контрольных допусках. Для решения задачи в этом случае необходимо уменьшить $P_{НЗ доп}$ и $P_{Г доп}$.

При установлении допусков с учетом возможных изменений параметров объекта после контроля вероятность $P_{НЗ доп}$ следует выбирать меньше, чем при оценке ДК на момент окончания контроля. Решение задачи нахождения допусков по критериям (6.31), (6.32) может быть получено по формулам, приведенным в гл. 2 и 3 методами поиска экстремумов [23] с помощью ЭВМ.

Другим, более простым способом назначения контрольных допусков может являться, например, удовлетворение требования

$$P_{НО} \leq P_{НО доп} \quad (6.33)$$

где $P_{НО}$, $P_{НО доп}$ – условная вероятность НО и ее допустимое значение.

При однопараметрическом контроле контрольный допуск, обеспечивающий выполнение условия (6.33), находится из уравнения (2.11), а в случае прогнозирующей оценки ДК – из уравнения (2.19). Кривые зависимостей $P_{НО}(\delta_k)$ и $P_{ЛО}(\delta_k)$, построенные по формулам (2.11), приведены на рис. 6.8. Здесь

$$\eta = \delta / \sigma(x_k); \quad \delta_k = (d - c) / 2;$$

$$\delta = (b - a) / 2 \text{ и } \eta_x = \sigma(\xi_{II}) / \sigma(x_k).$$

Если закон распределения $w_k(x_k)$ значений контролируемого параметра неизвестен, то контрольный допуск может быть найден из уравнения (2.29) при $y = c$ или $y = d$ (рис. 6.9).

В случае $P_{НО доп} < P_{НО min}$ решение уравнения (6.33) отсутствует. Это означает, что при имеющейся точности измерений никакое сужение допусков не позволяет обеспечить требуемую ДК.

Выбор контрольных допусков существенно зависит от погрешностей измерений, а при прогнозирующей оценке ДК – и от погрешностей (1.17). Рассмотрим их влияние на вероятности НО и ЛО.

Пусть систематические составляющие погрешностей отсутствуют, а случайные характеризуются среднеквадратичными отклонениями $\sigma(\xi_{II})$ и $\sigma(\xi_{II})$. В табл. 6.1 приведены зависимости условных вероятностей НО и ЛО при прогнозирующей оценке ДК от среднеквадратичных отклонений погрешностей при $\eta = 2$ и распределении значений контролируемого параметра и погрешностей по законам равной вероятности. На рис. 6.10 показаны аналогичные зависимости при распределении значений параметра и по-

Таблица 6.1

Зависимость вероятностей НО и ЛО от величины η_x и η_{II}

η_x	$P_{НО}^П$			$P_{ЛО}^П$		
	η_{II}			η_{II}		
	0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5
0,1	0,0082	0,0429	0,0876	0,0282	0,0452	0,0483
0,3	0,0242	0,0497	0,0921	0,0499	0,0805	0,0868
0,5	0,0255	0,0621	0,0948	0,1677	0,1722	–

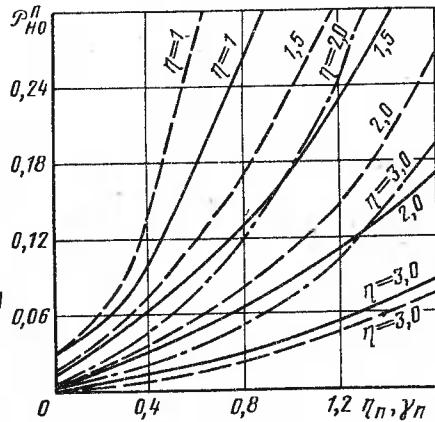
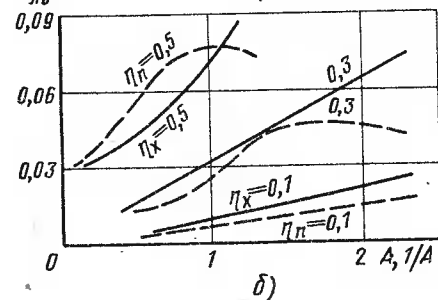
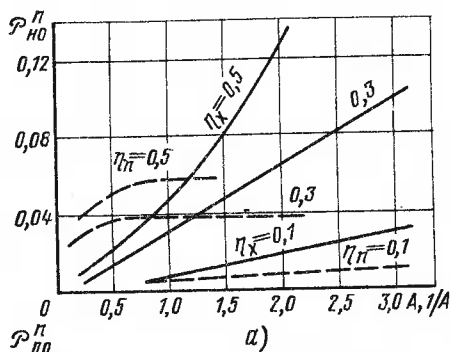


Рис. 6.10. Зависимость вероятностей НО (а) и ЛО (б)

Рис. 6.11. Зависимость вероятности НО

грешностей по нормальным законам. Здесь $\eta_{\pi} = \sigma(\xi_{\pi})/\sigma(x_{\kappa})$, $A = \sigma(\xi_{\pi})/\sigma(\xi_{\pi})$. Сплошными линиями показаны зависимости вероятностей НО и ЛО от величины A , пунктирными — от $1/A$; $\eta = 2$.

Видно, что величина η_{π} влияет на вероятность НО сильнее, чем η_{χ} . Существенное влияние на вероятность НО оказывает систематическая составляющая $m(\xi_{\pi})$ погрешности (1.17). На рис. 6.11 приведены зависимости вероятности НО от величины η_{π} (сплошные линии), $\gamma_{\pi} = m(\xi_{\pi})/\sigma(x_{\kappa})$ (пунктирные линии) и от одновременно одинаково изменяющихся величин η_{π} и γ_{π} (штрихпунктирные линии) при нормальных распределениях значений параметра, погрешности (1.17) и измерения при $\eta_{\chi} = 0,1$.

На вероятность ЛО при распределении всех величин по законам равной вероятности более сильное влияние оказывает погрешности измерения.

Сужение контрольного допуска не приводит к заметному уменьшению вероятности $\mathcal{P}_{\text{НО}}^{\Pi}$. Вероятность $\mathcal{P}_{\text{ЛО}}^{\Pi}$ с ужесточением контрольного допуска возрастает.

При $\sigma(\xi_{\pi}) \gg \sigma(\xi_{\pi})$, что часто имеет место на практике, сужение контрольных допусков и повышение точности измерений не являются действенной мерой повышения достоверности прогнозирующего контроля. При проверках же ОК со стабильными параметрами, особенно в тех случаях, когда условия применения и контроля идентичны, т. е. при $\sigma(\xi_{\pi}) \leq \sigma(\xi_{\pi})$, сужение контрольных допусков позволяет существенно уменьшить вероятность $\mathcal{P}_{\text{НО}}^{\Pi}$.

6.6. РАЦИОНАЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ КОНТРОЛЯ И РЕГУЛИРОВКИ СИСТЕМ

Требуемая достоверность контроля РЭС в условиях производства достигается применением средств контроля высокой точности, а также обеспечением постоянных (нормальных) условий проверки. В условиях производства поля рассеивания значений контролируемых параметров сравнительно невелики, что уменьшает возможность возникновения НО и ЛО.

В процессе эксплуатации контроль РЭС летательных аппаратов производится в непостоянных условиях, отличающихся от условий их применения. Вследствие этого и под влиянием времени возникают отклонения параметров (1.17). При этом появляются систематические отклонения контролируемых параметров от их номинальных значений. Поля рассеивания значений параметров РЭС увеличиваются. Это снижает достоверность эксплуатационного контроля. Комплексная задача повышения последней решается по нескольким направлениям.

Исключение систематических погрешностей. Эти погрешности, постоянные или закономерно изменяющиеся во времени, обусловлены воздействием на ОК неслучайных факторов.

Как следует из выражений (1.1) и (1.17), результирующее отклонение параметра ОК в процессе применения от результата измерения равно

$$\xi = y - x_{\pi} = \xi_{\pi} - (\xi_{\text{ин}} + \xi_{\text{y}} + \xi_{\text{c}}). \quad (6.34)$$

Систематическая составляющая погрешности (6.34) равна

$$m(\xi) = m(\xi_{\pi}) - [m(\xi_{\text{ин}}) + m(\xi_{\text{y}}) + m(\xi_{\text{c}})]. \quad (6.35)$$

Погрешность (6.35) может быть устранена введением поправки. В этом случае в результат измерения параметра y вносятся поправки, равные, но противоположные по знаку погрешности (6.35). Полученный таким образом исправленный результат измерения будет равен

$$\tilde{x} = y + \Delta, \quad (6.36)$$

где $\Delta = -m(\xi)$ — вводимая поправка.

Поправка Δ может находиться как для отдельно взятого ОК, так и для некоторой их совокупности. В первом случае ввод поправки более эффективен.

Постоянство всякой систематической погрешности соблюдается лишь до определенного предела. При этом, если ввести поправку $\Delta(t)$ для какого-то момента t , то в остальные моменты времени погрешность не будет компенсирована. Поэтому целесообразно вводить усредненные поправки. Такая поправка для системы кратковременного действия равна

$$\bar{\Delta} = \int_0^{\infty} \Delta(t) v(t) dt \approx \Delta(m_t), \quad (6.37)$$

где $v(t)$ — плотность вероятности моментов времени применения системы; m_t — математическое ожидание времени применения.

В системы длительного действия поправка может вводиться непрерывно или дискретно, в достаточно близкие моменты времени. Если это техни-

чески невозможно, то следует ограничиться введением средней поправки

$$\overline{\Delta(\tau)} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \Delta(t) dt, \quad (6.38)$$

где τ — длительность применения системы.

Для случайной длительности применения РЭС целесообразно вводить поправку

$$\bar{\Delta} = \int_0^{\infty} \overline{\Delta(\tau)} \rho(\tau) d\tau, \quad (6.39)$$

где $\rho(\tau)$ — плотность вероятности значений длительности применения системы.

Введение поправок повышает ДК, однако усложняет обслуживание, увеличивает трудозатраты и потому уменьшает готовность систем. Вследствие этого введение поправок целесообразно тогда, когда достигается значительный выигрыш в точности. В качестве такого критерия можно, например, принять условие

$$|m(\xi)| \geq \sigma(\xi)/2. \quad (6.40)$$

При оценке параметра в виде (6.36) возможны случайные ошибки из-за недостаточного объема статистических данных для определения поправки Δ . Вследствие этого рассеивание исправленной погрешности параметра $\tilde{\xi} = \tilde{x} - x_{\Pi} = \xi + \Delta$ увеличивается, так как ее дисперсия становится равной

$$\sigma^2(\tilde{\xi}) = \sigma^2(\xi) + \sigma^2(\Delta). \quad (6.41)$$

До введения поправки значения погрешности (6.34) находятся в доверительном интервале с некоторой вероятностью

$$a = P \left\{ m(\xi) - t_a \sigma(\xi) < \xi < m(\xi) + t_a \sigma(\xi) \right\},$$

где t_a — величина, определяемая для заданной доверительной вероятности a по таблицам нормального закона или распределения Стьюдента [6, 35].

До введения поправки доверительная граница погрешности (6.34) для доверительной вероятности a , соответствующей t_a , равна

$$\Delta_d = m(\xi) + t_a \sigma(\xi). \quad (6.42)$$

После введения поправки доверительная граница в силу (6.41) становится равной

$$\tilde{\Delta}_d = m(\xi) - \Delta + t_a \sigma(\tilde{\xi}) = m(\xi) - \Delta + t_a \sqrt{\sigma^2(\xi) + \sigma^2(\Delta)}. \quad (6.43)$$

Поправки целесообразно вводить в тех случаях, когда они уменьшают доверительные границы погрешности (6.34), т.е. при $\tilde{\Delta}_d < \Delta_d$. Подставив в это неравенство выражения (6.42) и (6.43), получим

$$m(\xi) - \Delta + t_a \sqrt{\sigma^2(\xi) + \sigma^2(\Delta)} < m(\xi) + t_a \sigma(\xi),$$

откуда с учетом того, что обычно $\sigma(\xi) < \sigma(\Delta)$, получаем

$$\Delta > t_a \sigma(\xi) [\sqrt{1 + \sigma^2(\Delta)/\sigma^2(\xi)} - 1] \approx t_a \sigma(\Delta)/2. \quad (6.44)$$

Таким образом, поправку целесообразно вводить, если она больше половины доверительного интервала.

При исчезающе малой дисперсии поправки из выражения (6.44) следует, что введение любой поправки повышает достоверность результатов. Однако это эффективно, если выполняется условие (6.40).

Если систематическая погрешность (6.35) соизмерима с доверительным отклонением $t_a \sigma(\xi)$, то введение поправки может оказаться нерациональным из-за необходимости дополнительных регулировок. В этом случае целесообразно устанавливать упреждающие (смещенные) допуски. Такой допуск устанавливается сдвигом координаты середины поля допуска в сторону, противоположную систематической погрешности. При этом границы поля допуска становятся равными $\hat{c} = c + \Delta$, $\hat{d} = d + \Delta$, где c, d — границы несмещенного поля допуска.

Смещение середины поля допуска $\hat{x}_c = x_c + \Delta = (c + d)/2 + \Delta$ на $\Delta = -m(\xi)$ или на одну из величин (6.37)...(6.39) компенсирует соответствующую систематическую составляющую погрешности (6.34).

В качестве другого критерия введения упреждающих допусков можно выбрать условие обеспечения наилучшего значения какого-либо показателя ДК. При этом, например, условие минимизации вероятности ложного отказа (2.41) записывается в виде

$$\frac{d}{d\Delta} \left[\int_a^b \int_{c+\Delta}^{d+\Delta} q(y - x_K) w_K(x_K) dy dx_K \right] = 0. \quad (6.45)$$

При симметричных распределениях значений контролируемого параметра и погрешности измерений условия (6.36) и (6.45) эквивалентны.

Введение упреждающих допусков позволяет избавиться от необходимости каждый раз при контроле вводить поправки.

Систематические погрешности (6.35) определяются статистическими методами [6] по результатам измерений параметра или применений РЭС. Рассмотрим некоторые возможные способы определения и компенсации систематических погрешностей навигационных систем (НС) летательных аппаратов, оказывающих наибольшее влияние на безопасность полетов.

Систематические погрешности НС могут быть обнаружены сравнением измеренных значений координат с координатами известного (эталонного) ориентира. Поправка определяется как разность между ними. Так, например, производят визуальную корреляцию пилотажно-навигационных комплексов по известным наземным ориентирам. Момент пролета ЛА над ориентиром при этом фиксируется с помощью оптического визира.

Другой прием определения поправок может быть основан на сравнении результатов измерения одних и тех же координат и параметров полета ЛА с помощью основной и эталонной НС. Таким образом производят, например, радиокорреляцию навигационных комплексов по скорости полета и координатам местоположения ЛА, определяемым с помощью радиотехнических НС.

Знак погрешностей ряда НС зависит от направления полета ЛА. В этом случае при полете точки пространства, координаты которой необходимо определить, с двух различных выбранных соответствующим образом направлений можно получить результаты измерений этих координат, в которые одна и та же погрешность измерений входит с различным знаком.

При оценке координат ЛА по среднему значению полученных результатов измерений их погрешности компенсируют друг друга.

Минимизация начальной погрешности. При невыполнении для результата измерений параметра у условия (1.2) система бракуется. При восстановлении негодной РЭС регулировкой точная установка значений параметра у, равного номинальному (расчетному) значению $x_{ном}$, требует дополнительных затрат, поэтому регулируемый параметр устанавливается случайным образом в поле допуска 2δ . При этом в общем случае имеет место начальная погрешность параметра

$$\xi_0 = y - x_{ном}; \quad c \leq y \leq d. \quad (6.46)$$

В условиях производства и на начальном этапе эксплуатации РЭС значения параметра у обычно распределены по нормальному закону с математическим ожиданием $m(y) \approx (c + d)/2$. В данном случае систематическая составляющая погрешности (6.46) равна $m(\xi_0) \approx 0$.

При нормальном законе распределения значения погрешности (6.46) с вероятностью 0,997 находятся в пределах $\pm 3\sigma(\xi_0)$. В данном случае среднеквадратичное отклонение погрешности (6.46) можно принять равным

$$\sigma(\xi_0) = \delta/3. \quad (6.47)$$

При эксплуатации значения параметра у распределены в пределах поля допуска по законам, близким к равномерно изменяющимся или равной вероятности (см. разд. 4.5). В первом случае

$$m(\xi_0) \approx (c + d)/2 - x_{ном} \pm \delta/3; \quad \sigma(\xi_0) \approx \sqrt{2}\delta/3. \quad (6.48)$$

Здесь знак "плюс" соответствует равномерно возрастающему распределению, а "минус" — равномерно убывающему.

При законе равной вероятности

$$m(\xi_0) = (c + d)/2 - x_{ном}; \quad \sigma(\xi_0) = \delta/\sqrt{3}. \quad (6.49)$$

Систематические погрешности (6.48) и (6.49) устраняются введением поправок.

Как следует из (6.48) и (6.49), среднеквадратичные отклонения значений погрешности в процессе эксплуатации больше начального (6.47) соответственно в 1,44 и 1,73 раза.

Поскольку при нормальном законе распределения значений параметра у в условиях производства $v(c) \approx v(d) \approx 0$, то, следует из (4.56), в процессе эксплуатации вероятность НО увеличивается.

Для повышения достоверности контроля целесообразно периодически производить установку значения контролируемого параметра в середину поля допуска. Такая регулировка требует дополнительных трудовых затрат. Поэтому может оказаться целесообразным сужение контрольных допусков по сравнению с начальными. Необходимая периодичность таких регулировок находится опытным путем в результате статистического анализа преобразования вида закона распределения $v(y)$ в зависимости от числа циклов контроля. Обычно потребность в более точной регулировке параметра возникает не менее чем через 2–3 цикла его контроля.

Уменьшение погрешностей старения. Погрешность старения $\xi_{ст}(t)$, возникающая из-за необратимых изменений параметров ОК под воздействи-

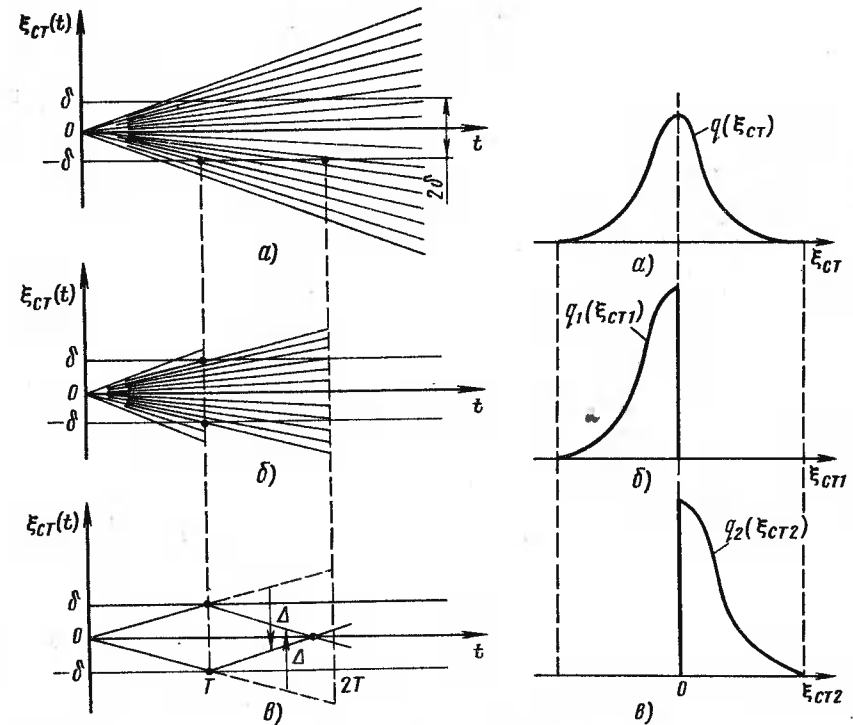


Рис. 6.12. Погрешности старения:

а — без отбраковки; б — после отбраковки; в — при введении поправки

Рис. 6.13. Законы распределения погрешностей старения

ем внешних факторов, является обычно монотонной функцией времени. В первом приближении случайная составляющая погрешности старения описывается линейной функцией (рис. 6.12, а)

$$\xi_{ст}(t) = \alpha t, \quad (6.50)$$

где α — случайная величина с математическим ожиданием, равным нулю.

Параметры объектов с большими значениями коэффициента α раньше выходят за границы поля допуска 2δ . Эти ОК при контроле в некоторый момент времени T будут забракованы (рис. 6.12, б). Объекты, признанные годными, имеют меньшее значение коэффициента старения α , чем забракованные, однако в интервале времени $(T, 2T)$ они могут иметь большие погрешности (6.50), чем в интервале $(0, T)$ имели забракованные в момент времени T системы. При этом поле рассеивания значений контролируемого параметра с течением времени увеличивается, что снижает ДК.

Для минимизации погрешностей старения целесообразно вводить соответствующие поправки Δ в значения параметров ОК (рис. 6.12, в).

При использовании информационной избыточности на основе осреднения значений параметров нескольких РЭС, например в случае одновремен-

ной работы двух систем, погрешность старения по аналогии с (5.14) записывается в виде

$$\bar{\xi}_{\text{CT}} = 1/2(\xi_{\text{CT1}} + \xi_{\text{CT2}}), \quad (6.51)$$

где ξ_{CT1} , ξ_{CT2} — погрешности старения первой и второй РЭС соответственно.

Если объекты подобрать так, чтобы коэффициенты старения их параметров были равны друг другу по абсолютной величине и противоположны по знаку ($\alpha_1 \approx -\alpha_2$), то, как следует из (6.50) и (6.51), погрешность старения станет равна $\xi_{\text{CT}} \approx 0$. Однако такой подбор требует затрат времени и средств. Более легко выполнимо условие противоположности по закону коэффициентов старения. При этом достаточно лишь убедиться в том, что погрешность старения одного из ОК больше, а другого — меньше нуля.

Пусть, например, значения погрешности старения подчинены нормальному закону со среднеквадратичным отклонением $\sigma(\xi_{\text{CT}})$ (рис. 6.13, а). Тогда, рассматривая отдельно ОК с погрешностями $\xi_{\text{CT1}} < 0$ и $\xi_{\text{CT2}} > 0$, получим две группы объектов с плотностями вероятностей $q_1(\xi_{\text{CT1}})$ и $q_2(\xi_{\text{CT2}})$ (рис. 6.13, б, в). Среднеквадратичные отклонения значений этих погрешностей равны $\sigma(\xi_{\text{CT1}}) = \sigma(\xi_{\text{CT2}}) = \sigma(\xi_{\text{CT}})/2$. При этом среднеквадратичное отклонение значений погрешности (6.51) [6].

$$\sigma(\bar{\xi}_{\text{CT}}) = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2(\xi_{\text{CT1}}) + \sigma^2(\xi_{\text{CT2}})} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sigma(\xi_{\text{CT}}).$$

Аналогично могут быть уменьшены погрешности (6.46). Для этого необходимо осреднить параметры РЭС, имеющих различные по знаку начальные погрешности. При этом значения параметра одного из ОК устанавливаются в пределах (s , $x_{\text{НОМ}}$), а другого — в пределах ($x_{\text{НОМ}}$, d).

Все сказанное относится не только к объектам, но и к средствам их контроля.

Выбор условий контроля. Характеристики условий контроля s_K систем в общем случае непостоянны и отличаются от характеристик условий их применения s_{Π} . Вследствие этого возникает погрешность (1.16).

Если характеристики условий контроля выбраны так, что $s_K = s_{\Pi}$, то погрешность $\xi_y = 0$. Такой выбор характеристик режимов контроля практически трудно осуществим. Более простым является условие равенства математических ожиданий характеристик условий контроля и применения:

$$m_{s_K} = m_{s_{\Pi}}. \quad (6.52)$$

При достаточно малом изменении характеристик условий работы погрешность (1.16) записывается приближенно в виде

$$\xi_y = a(s_{\Pi} - s_K), \quad (6.53)$$

$$\text{где } a = \left. \frac{\partial x(s_{\Pi})}{\partial s_{\Pi}} \right|_{s_{\Pi} = s_K}.$$

При выполнении условия (6.52) систематическая составляющая погрешности (6.53) равна $m(\xi_y) = a(m_{s_{\Pi}} - m_{s_K}) = 0$.

Если условия контроля выбраны так, что

$$s_K = m_{s_{\Pi}}, \quad (6.54)$$

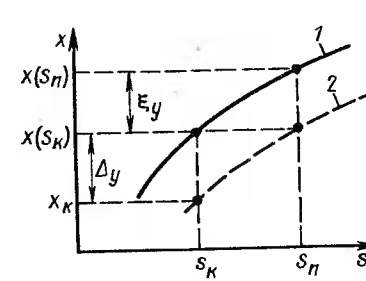


Рис. 6.14. Зависимость параметра от условий работы: 1 — до введения поправки; 2 — после введения поправки

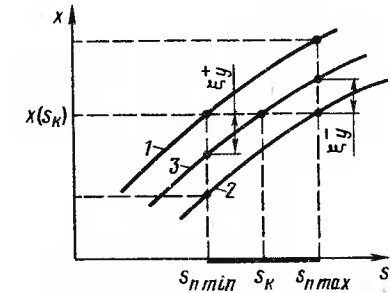


Рис. 6.15. Зависимость параметра от условий работы: 1 — $s_K = s_{\Pi min}$; 2 — $s_K = s_{\Pi max}$; 3 — рациональный выбор условий контроля

то $m(\xi_y) = 0$, а дисперсия имеет минимальное значение $\sigma^2(\xi_y) = a^2(\sigma_{s_{\Pi}}^2 + \sigma_{s_K}^2) = a^2 \sigma_{s_{\Pi}}^2$.

Контроль ОК не всегда может быть произведен в условиях, отвечающих требованиям (6.52) и (6.54). В этом случае контроль необходимо производить в любых других удобных условиях, вводя поправку Δy , учитывающую неидентичность условий контроля и применений ОК. Такая поправка может вводиться для заранее известных неслучайных условий контроля и применения РЭС. При этом введение поправки $\Delta y = -\xi_y = x(s_K) - x(s_{\Pi})$ установкой значений параметра $x_K = x(s_K) + \Delta y$ позволяет получить значение параметра в условиях применения равным требуемому значению $x(s_K)$ (рис. 6.14).

Когда условия применения случайны, целесообразно вводить поправку $\Delta y = x(s_K) - x(m_{s_{\Pi}})$. При этом систематическая составляющая погрешности ξ_y минимизируется.

Если известен диапазон ($s_{\Pi min}$, $s_{\Pi max}$) возможных изменений условий применения, то предельные отклонения параметра ОК получаются минимальными, если условия контроля s_K выбраны так, что выполняется равенство $|\xi_y^+| = |\xi_y^-|$ (рис. 6.15). При этом уменьшается систематическая составляющая обратимой погрешности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цель контроля радиоэлектронных систем — получение информации о их состоянии. Благодаря контролю повышаются надежность, точность и качество функционирования РЭС.

Вместе с тем сам процесс контроля является весьма сложным и дорогостоящим. Он порождает множество сложных научных и технических проблем, одна из главных — повышение достоверности контроля. Задача объективной оценки достоверности контроля крайне важна и актуальна, так как ошибки в оценке состояния РЭС приводят к большим потерям, например для авиационных РЭС они прямо влияют на безопасность полетов, снижают готовность систем к применению.

Между тем на практике многие системы, несмотря на получаемые при метрологических расчетах высокие показатели достоверности их контроля, часто не выполняют функциональные задачи с требуемым качеством. Причем эти ухудшения функциональных свойств РЭС в полете при повторном контроле на земле не всегда обнаруживаются. Это свидетельствует о недостаточном учете случайных факторов, воздействующих на РЭС при контроле и, главное, в условиях применения.

Вопрос о достоверности контроля РЭС в условиях неполной определенности изучен еще недостаточно. Некоторые результаты решения этой задачи нашли свое отражение на страницах этой книги. За основу было принято следующее*:

известное положение квантовой механики о том, что естественным поведением любой физической величины, и в том числе параметров РЭС, является изменение во времени (или в пространстве);

необходимость решения реальных задач контроля сложных РЭС в условиях неполной определенности, связанной с воздействием на объекты при контроле и в процессе применения различных случайных факторов.

С таких позиций в качестве исходных были приняты положения:

1) состояние РЭС как объекта контроля зависит от большого числа случайных факторов;

2) каждому состоянию РЭС, обусловленному некоторым числом факторов, соответствует определенное значение измеряемого параметра;

3) существует непустое множество состояний контролируемых РЭС;

4) истинное состояние РЭС определить невозможно.

Первое и второе положения указывают на необходимость причинно-следственного подхода к оценке достоверности контроля в условиях влияния на его результаты многих случайных факторов. К таким факторам прежде всего относятся помимо учитываемых погрешностей измерения непостоянство режимов измерений и их отличие от условий применения РЭС, случайный характер границ полей допусков, переменная структура сложных систем и др.

Третье и четвертое положения определяют необходимость применения вероятностных методов для оценки достоверности контроля РЭС с позиций общей теории статистических гипотез.

Следовательно, основным принципом оценки достоверности контроля должно являться требование определения его показателей с позиций возможно большего учета условий неопределенности. Детерминирование хотя бы некоторых из этих условий приводит к необоснованному завышению показателей достоверности контроля. Это положение обуславливает, в свою очередь, следующий важнейший принцип — определяемые показатели достоверности контроля должны максимально учитывать реальные возможности РЭС решать поставленные задачи с заданным качеством. В такой постановке задача оценки достоверности прогнозирующего контроля пря-

* См. статью Савин С. К., Савин А. С. Некоторые методологические аспекты оценки достоверности контроля в условиях неопределенности. — Метрология, 1983, № 5, с. 8–13.

мо соприкасается с проблемой оценки надежности, точности и эффективности функционирования РЭС. Определение вероятностей отказов в виде условных вероятностей необнаруженных отказов в отличие от формальных статистических подходов позволяет исследовать в аналитической форме влияние на эффективность функционирования РЭС границ областей принятия решения и работоспособности, точности измерений и стабильности параметров, а также функциональных связей между элементами. На основе этого могут решаться задачи рационального выбора допусков и периодичности контроля РЭС, предъявляться требования к точности и стабильности параметров.

Остановимся теперь на дальнейших перспективах развития ряда насущных задач контроля, связанных с оценкой и обеспечением достоверности его результатов.

Генеральная линия развития техники, и РЭС в частности, определяется постоянным расширением круга задач, решаемых объектами, при одновременном росте требований к качеству их решения. Эта объективная тенденция сопровождается существенным усложнением технических устройств, что особенно ярко проявляется в радиоэлектронике в связи с появлением качественно новых объектов — радиоэлектронных комплексов. Такое усложнение само по себе затрудняет организацию контроля и оценку его результатов. Эти трудности усугубляются еще и снижением надежности, обычно сопровождающим их усложнение. В этих условиях быстрый и, главное, достоверный контроль становится необходимой предпосылкой реализации потенциальных возможностей, заложенных в том или ином объекте. Это требует внедрения контроля РЭС по обобщающим параметрам. Для оценки эффективности результатов такого контроля необходима разработка соответствующих методов определения показателей его достоверности*.

Кроме того, повышение эффективности контроля требует, чтобы он стал органической частью объекта. При этом ЦВМ, входящие в состав авиационных комплексов помимо основных задач, решают и задачи контроля. Такой процесс, по-видимому, целесообразно реализовывать на основе тестовых методов повышения точности измерения (см. разд. 5.6), позволяющих измерять параметры, в частности навигационных измерителей, непосредственно в полете с компенсацией обнаруженных погрешностей.

В свою очередь, такая автоматизация процесса обнаружения и устранения отклонений параметров РЭС приведет к еще более тесному слиянию функций РЭС и систем их контроля, являясь предпосылкой к переходу в задачах обслуживания к реализации принципов адаптации и самоорганизации.

* Общие подходы к решению этой задачи рассмотрены в разд. 3.3.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕЗАВИСИМОСТИ ЗНАЧЕНИЙ ПОГРЕШНОСТИ И ПАРАМЕТРА

Раскладывая зависимость $x_0 = x(s_0)$ и погрешность (1.15) в ряд Тейлора, получаем

$$x_0 \approx x(m_{s_0}) + a(s_0 - m_{s_0}), \quad \xi_{н.у} \approx b(s_k - s_0), \quad (П.1.1)$$

где $a = \partial x(s_0) / \partial s_0 |_{s_0 = m_{s_0}}$; $b = \partial x(s_0) / \partial s_0$.

При малых изменениях величины s_0 коэффициент $b \approx a$. С учетом этого корреляционный момент случайных величин (П.1.1) записываем в виде

$$K(x_0, \xi_{н.у}) = m(\hat{x}_0, \hat{\xi}_{н.у}) = m(-a\hat{s}_0, a\hat{s}_0) = -a^2 m(\hat{s}_0^2) = -a^2 \sigma^2 s_0,$$

где $\hat{x}_0 = x_0 - m(x_0)$; $\hat{\xi}_{н.у} = \xi_{н.у} - m(\xi_{н.у})$.

Так как $\sigma(x_0) = a\sigma_{s_0}$ и $\sigma^2(\xi_{н.у}) = a^2(\sigma_{s_k}^2 + \sigma_{s_0}^2)$, то коэффициент корреляции

$$r(x_0, \xi_{н.у}) = \frac{K(x_0, \xi_{н.у})}{\sigma(x_0)\sigma(\xi_{н.у})} = -\frac{\sigma(s_0)}{\sqrt{\sigma^2(s_k) + \sigma^2(s_0)}}$$

Коэффициент корреляции максимален при линейной зависимости величин, поэтому пренебрежение в уравнениях (П.1.1) нелинейными членами привело к завышенной его оценке. Если $\sigma_{s_0} \ll \sigma_{s_k}$, то коэффициент $|r(x_0, \xi_{н.у})| \ll 1$, что позволяет считать величины x_0 и $\xi_{н.у}$ взаимно независимыми.

Аналогично доказывается взаимная независимость значений погрешности (1.16) и параметра $x_k = x(s_k)$ при $\sigma_{s_п} \gg \sigma_{s_k}$.

В силу различной физической природы входящие в уравнение (1.17) погрешности $\xi_{ин}$, $\xi_{и}$ и ξ_c можно считать взаимно независимыми. Поэтому при названных условиях погрешность (1.17) не зависит от значений параметра x_k .

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ЗНАЧЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ $P_{ЛО}$ И $P_{НО}$ (%) ПРИ НОРМАЛЬНОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ x И $\xi_{и}$

η	η_x	$P_{ЛО}$	$P_{НО}$	η	η_x	$P_{ЛО}$	$P_{НО}$
1,0	0,02	0,39098	0,38130	1,5	0,08	1,24016	1,09438
	0,04	0,79161	0,75293		0,1	1,57379	1,34630
	0,06	1,20189	1,11493		0,15	2,44975	1,94018
	0,08	1,62172	1,46735		0,2	3,38550	2,48525
	0,1	2,05104	1,81026		0,25	4,38020	2,98485
	0,15	3,16502	2,62663		0,02	0,21060	0,20283
	0,2	4,33503	3,38616		0,04	0,42918	0,39811
1,25	0,02	0,29606	0,28693	0,06	0,65592	0,58603	
	0,04	0,60137	0,56486	0,08	0,89102	0,76683	
	0,06	0,91604	0,83395	0,1	1,13464	0,94073	
				0,15	1,78201	1,34675	

η	η_x	$P_{ЛО}$	$P_{НО}$	η	η_x	$P_{ЛО}$	$P_{НО}$	
1,75	0,2	2,48570	1,71452	3,0	0,25	0,29052	0,12318	
	0,25	3,24709	2,04750		0,3	0,38605	0,13820	
	0,02	0,14074	0,13470		0,35	0,49947	0,15119	
	0,04	0,28774	0,26359		0,4	0,63360	0,16250	
	0,06	0,44125	0,38688		0,45	0,79136	0,17240	
	0,08	0,60146	0,50482		3,25	0,02	0,00735	0,00681
	0,1	0,76862	0,61761			0,04	0,01527	0,01314
0,15	1,21828	0,87848	0,06	0,02383		0,01902		
0,2	1,71584	1,11176	0,08	0,03307		0,02448		
0,25	2,26416	1,32047	0,1	0,04306		0,02956		
0,3	2,86556	1,50739	0,15	0,07174		0,04083		
2,0	0,02	0,08835	0,08404	0,2		0,10669	0,05029	
	0,04	0,18124	0,16396	0,25		0,14930	0,05833	
	0,06	0,27886	0,23995	0,3		0,20119	0,06520	
	0,08	0,38144	0,31223	0,35		0,26430	0,07108	
	0,1	0,48921	0,38096	0,4		0,34077	0,07618	
	0,15	0,78286	0,53848	0,45	0,43299	0,08061		
	0,2	1,11359	0,67758	0,5	0,54355	0,08448		
	0,25	1,48511	0,80062	3,5	0,02	0,00337	0,00311	
	0,3	1,90058	0,90967		0,04	0,00704	0,00598	
	0,35	2,36292	1,00653		0,06	0,01102	0,00863	
	2,25	0,02	0,05211		0,04925	0,08	0,01535	0,01108
0,04		0,10724	0,09580		0,1	0,02007	0,01335	
0,06		0,16557	0,13981		0,15	0,03381	0,01834	
0,08		0,22729	0,18144		0,2	0,05090	0,02248	
0,1		0,29257	0,22079		0,25	0,07218	0,02597	
0,15		0,47268	0,31018		0,3	0,09875	0,02892	
0,2		0,67952	0,38815		0,35	0,13185	0,03143	
0,25		0,91637	0,45636		0,4	0,17301	0,03359	
0,3		1,18665	0,51621	0,45	0,22397	0,03546		
0,35		1,49369	0,56890	0,5	0,28672	0,03708		
0,4		1,84068	0,61544	0,55	0,36347	0,03851		
2,5	0,02	0,02887	0,02711	3,75	0,02	0,00146	0,00133	
	0,04	0,05961	0,05259		0,04	0,00305	0,00256	
	0,06	0,09235	0,07653		0,06	0,00479	0,00368	
	0,08	0,12729	0,09905		0,08	0,00670	0,00471	
	0,1	0,16440	0,12022		0,1	0,00879	0,00567	
	0,15	0,26828	0,16790		0,15	0,01498	0,00774	
	0,2	0,38986	0,20898		0,2	0,02283	0,00944	
	0,25	0,53195	0,24454		0,25	0,03284	0,01087	
	0,3	0,69752	0,27545		0,3	0,04566	0,01206	
	0,35	0,88973	0,30241		0,35	0,06202	0,01307	
	0,4	1,11178	0,32606		0,4	0,08294	0,01393	
0,45	1,36690	0,34689	0,45	0,10957	0,01467			
2,75	0,02	0,01502	0,01402	0,5	0,14330	0,01531		
	0,04	0,03113	0,02712	0,55	0,18575	0,01587		
	0,06	0,04840	0,03936	0,6	0,23874	0,01637		
	0,08	0,06692	0,05080	3,75	0,02	0,00059	0,00054	
	0,1	0,08680	0,06151		0,04	0,00124	0,00103	
	0,15	0,14310	0,08541		0,06	0,00196	0,00148	
	0,2	0,21032	0,10575		0,08	0,00274	0,00188	

η	η_x	$P_{ЛО}$	$P_{НО}$	η	η_x	$P_{ЛО}$	$P_{НО}$	
	0,1	0,00362	0,00226		0,65	0,15538	0,00650	
	0,15	0,00623	0,00307		0,7	0,20151	0,00664	
	0,2	0,00963	0,00373	4,0	0,02	0,00022	0,00020	
	0,25	0,01407	0,00428		0,1	0,00140	0,00085	
	0,3	0,01988	0,00473		0,2	0,00382	0,00178	
	0,35	0,02752	0,00511		0,3	0,00816	0,00174	
	0,4	0,03756	0,00543		0,4	0,01607	0,00199	
	0,45	0,05071	0,00571		0,5	0,03050	0,00217	
	0,5	0,06789	0,00595		0,6	0,05634	0,00231	
	0,55	0,09016	0,00616		0,7	0,10102	0,00241	
	0,6	0,11883	0,00634					

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-t^2/2} dt$ для $z \geq 0$ *

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0,00	0,5000	0,32	0,6255	0,64	0,7389
0,01	0,5040	0,33	0,6293	0,65	0,7422
0,02	0,5080	0,34	0,6331	0,66	0,7454
0,03	0,5120	0,35	0,6368	0,67	0,7486
0,04	0,5160	0,36	0,6406	0,68	0,7517
0,05	0,5199	0,37	0,6443	0,69	0,7549
0,06	0,5239	0,38	0,6480	0,70	0,7580
0,07	0,5279	0,39	0,6517	0,71	0,7611
0,08	0,5319	0,40	0,6554	0,72	0,7642
0,09	0,5359	0,41	0,6591	0,73	0,7673
0,10	0,5398	0,42	0,6628	0,74	0,7703
0,11	0,5438	0,43	0,6664	0,75	0,7734
0,12	0,5478	0,44	0,6700	0,76	0,7764
0,13	0,5517	0,45	0,6736	0,77	0,7794
0,14	0,5557	0,46	0,6772	0,78	0,7823
0,15	0,5596	0,47	0,6808	0,79	0,7852
0,16	0,5636	0,48	0,6844	0,80	0,7881
0,17	0,5675	0,49	0,6879	0,81	0,7910
0,18	0,5714	0,50	0,6915	0,82	0,7939
0,19	0,5753	0,51	0,6950	0,83	0,7967
0,20	0,5793	0,52	0,6985	0,84	0,7995
0,21	0,5832	0,53	0,7019	0,85	0,8023
0,22	0,5871	0,54	0,7054	0,86	0,8051
0,23	0,5910	0,55	0,7088	0,87	0,8078
0,24	0,5948	0,56	0,7123	0,88	0,8106
0,25	0,5987	0,57	0,7157	0,89	0,8133
0,26	0,6026	0,58	0,7190	0,90	0,8159
0,27	0,6064	0,59	0,7224	0,91	0,8186
0,28	0,6103	0,60	0,7257	0,92	0,8212
0,29	0,6141	0,61	0,7291	0,93	0,8238
0,30	0,6179	0,62	0,7324	0,94	0,8264
0,31	0,6217	0,63	0,7357		

* Значения функции $\Phi(z)$ при $z < 0$ вычисляются по формуле $\Phi(z) = 1 - \Phi(-z)$.

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0,95	0,8289	1,37	0,9147	1,79	0,9633
0,96	0,8315	1,38	0,9162	1,80	0,9641
0,97	0,8340	1,39	0,9177	1,81	0,9649
0,98	0,8365	1,40	0,9192	1,82	0,9656
0,99	0,8389	1,41	0,9207	1,83	0,9664
1,00	0,8413	1,42	0,9222	1,84	0,9671
1,01	0,8437	1,43	0,9236	1,85	0,9678
1,02	0,8461	1,44	0,9251	1,86	0,9686
1,03	0,8485	1,45	0,9265	1,87	0,9693
1,04	0,8508	1,46	0,9279	1,88	0,9699
1,05	0,8531	1,47	0,9292	1,89	0,9706
1,06	0,8554	1,48	0,9306	1,90	0,9713
1,07	0,8577	1,49	0,9319	1,91	0,9719
1,08	0,8599	1,50	0,9332	1,92	0,9726
1,09	0,8621	1,51	0,9345	1,93	0,9732
1,10	0,8643	1,52	0,9357	1,94	0,9738
1,11	0,8665	1,53	0,9370	1,95	0,9744
1,12	0,8686	1,54	0,9382	1,96	0,9750
1,13	0,8708	1,55	0,9394	1,97	0,9756
1,14	0,8729	1,56	0,9406	1,98	0,9761
1,15	0,8749	1,57	0,9418	1,99	0,9767
1,16	0,8770	1,58	0,9429	2,00	0,9772
1,17	0,8790	1,59	0,9441	2,10	0,9821
1,18	0,8810	1,60	0,9452	2,20	0,9861
1,19	0,8830	1,61	0,9463	2,30	0,9893
1,20	0,8849	1,62	0,9474	2,40	0,9918
1,21	0,8869	1,63	0,9484	2,50	0,9938
1,22	0,8888	1,64	0,9495	2,60	0,9953
1,23	0,8907	1,65	0,9505	2,70	0,9965
1,24	0,8925	1,66	0,9515	2,80	0,9974
1,25	0,8944	1,67	0,9525	2,90	0,9981
1,26	0,8962	1,68	0,9535	3,00	0,9986
1,27	0,8980	1,69	0,9545	3,10	0,9990
1,28	0,8997	1,70	0,9554	3,20	0,9993
1,29	0,9015	1,71	0,9564	3,30	0,9995
1,30	0,9032	1,72	0,9573	3,40	0,9997
1,31	0,9049	1,73	0,9582	3,50	0,9998
1,32	0,9066	1,74	0,9591	3,60	0,9998
1,33	0,9082	1,75	0,9599	3,70	0,9999
1,34	0,9099	1,76	0,9608	3,80	0,9999
1,35	0,9115	1,77	0,9616	3,90	1,0000
1,36	0,9131	1,78	0,9625		

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

НОМОГРАММЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ НА МОМЕНТ КОНТРОЛЯ

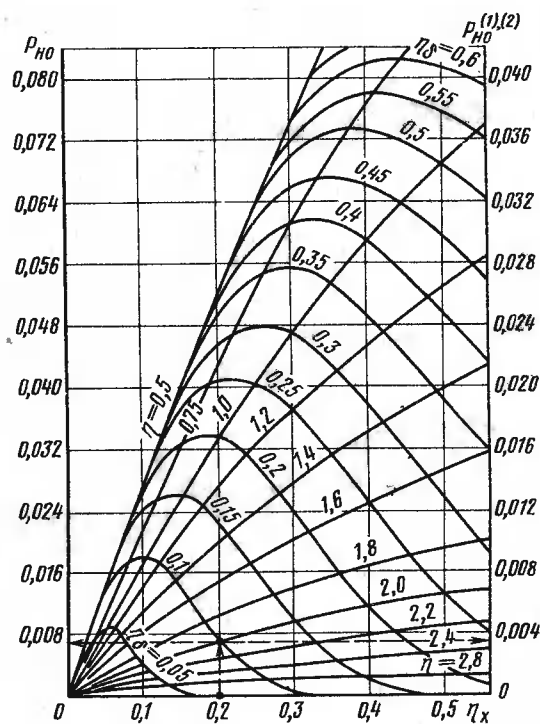


Рис. П. 4.1. Номограмма для определения РНО при распределении x и ξ_{II} по нормальному закону

Рис. П. 4.2. Номограмма для определения РНО при распределении x и ξ_{II} по нормальному закону

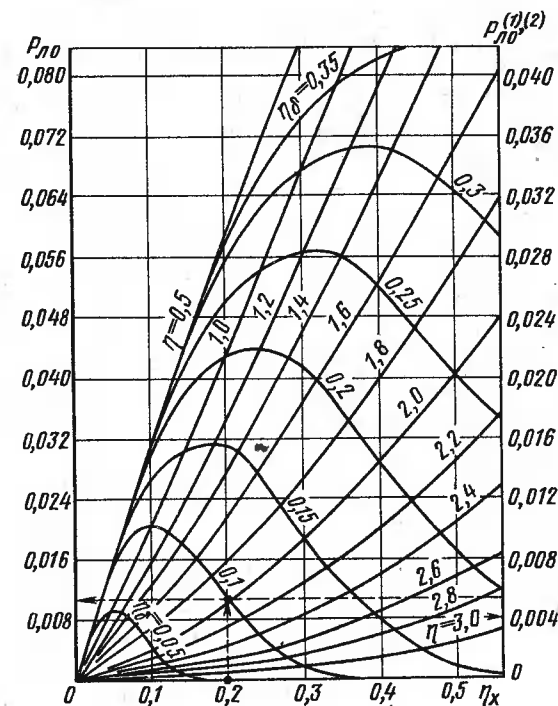
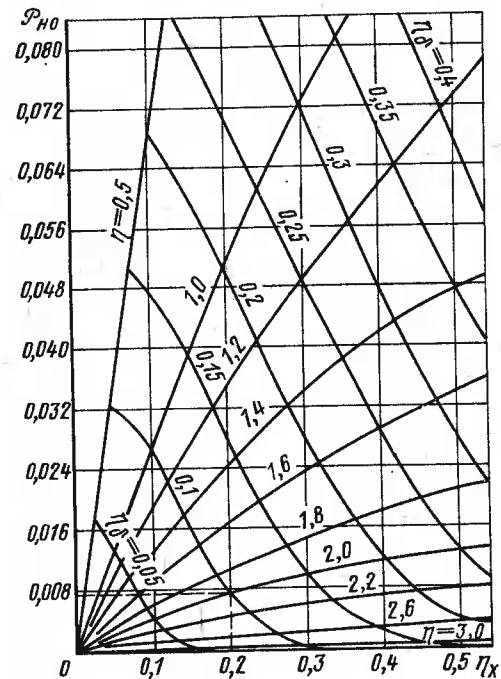


Рис. П. 4.3. Номограмма для определения РНО при распределении x и ξ_{II} по нормальному закону и двусторонним симметричным допуском



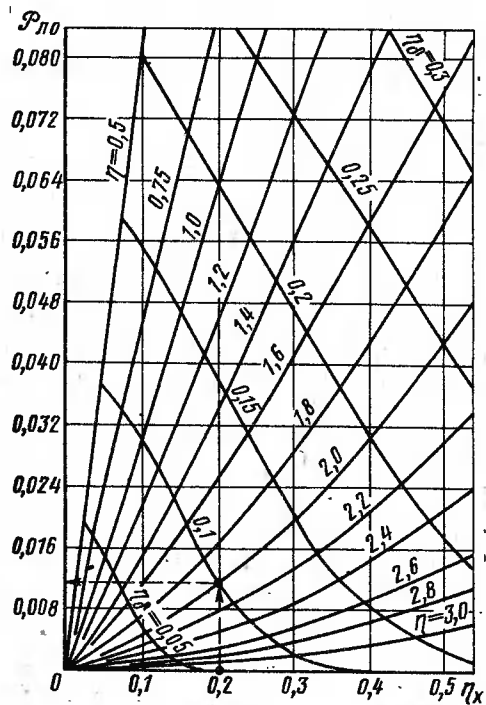


Рис. П. 4.4. Номограмма для определения $P_{ЛО}$ при распределении x и ξ_H по нормальному закону и двустороннем симметричном допуске

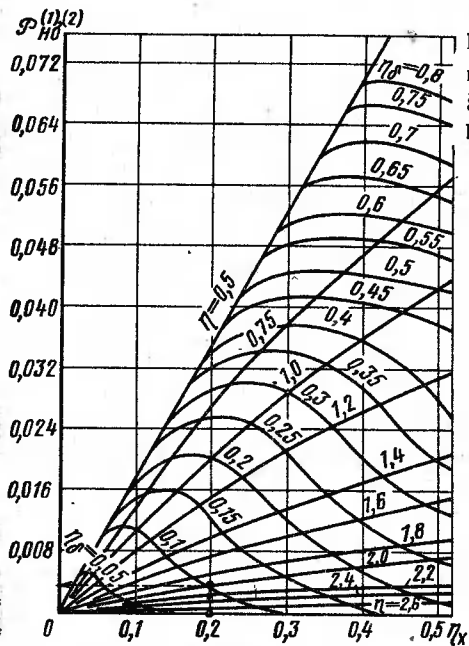


Рис. П. 4.5. Номограмма для определения $P_{НО}^{(1),(2)}$ при распределении x и ξ_H по нормальному закону и одностороннем допуске

Рис. П. 4.6. Номограмма для определения $P_{ЛО}^{(1),(2)}$ при распределении x и ξ_H по нормальному закону и одностороннем допуске

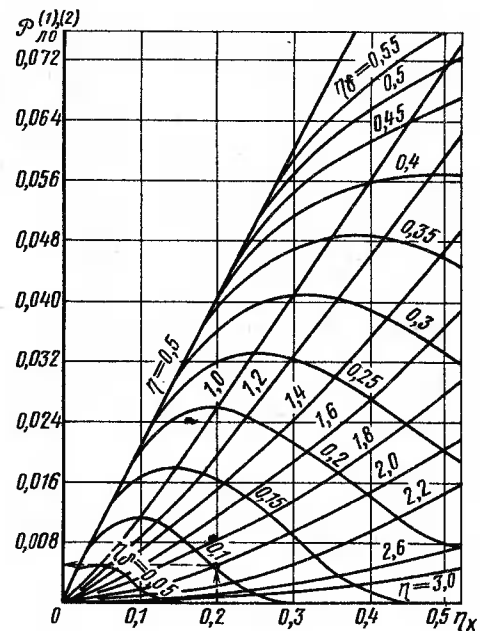
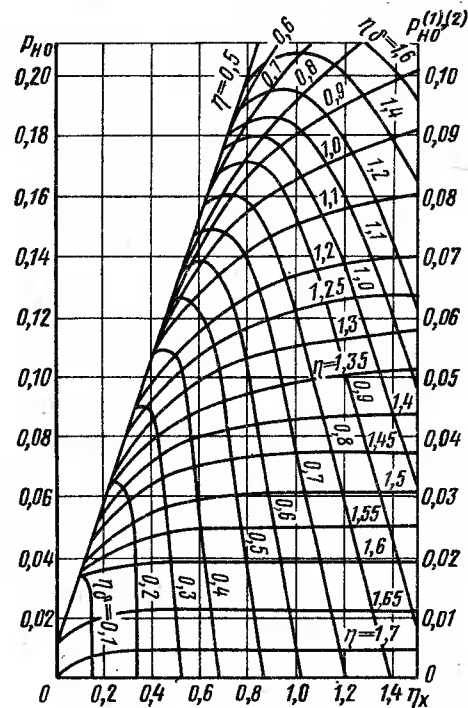


Рис. П. 4.7. Номограмма для определения $P_{НО}$ при распределении x и ξ_H по закону равной вероятности



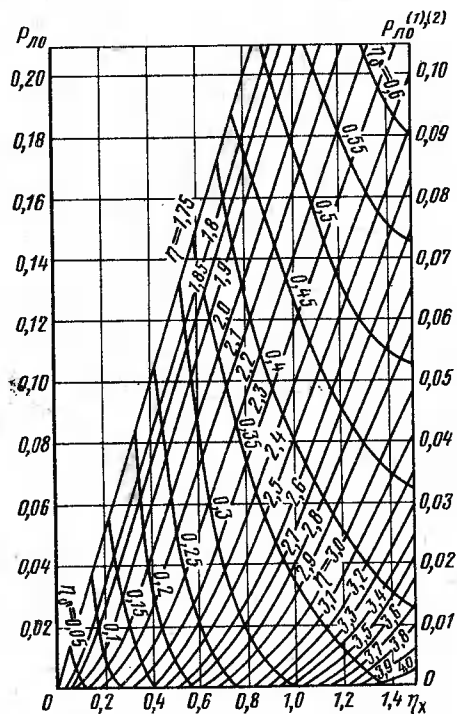


Рис. П. 4.8. Номограмма для определения $P_{ЛО}$ при распределении x и ξ_H по закону равной вероятности

Рис. П. 4.10. Номограмма для определения $P_{ЛО}$ при распределении x и ξ_H по закону равной вероятности и двустороннем симметричном допуске

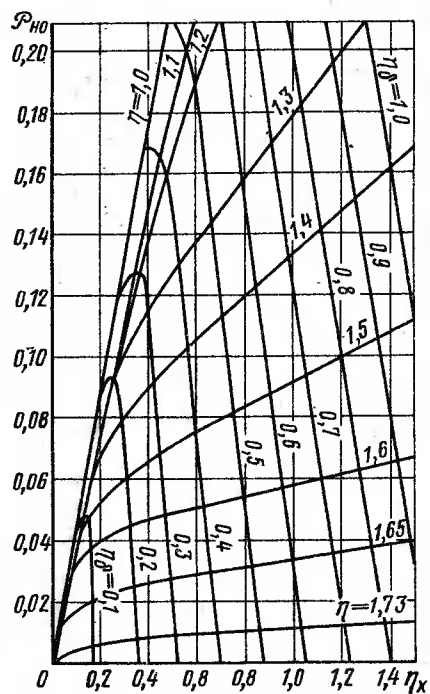
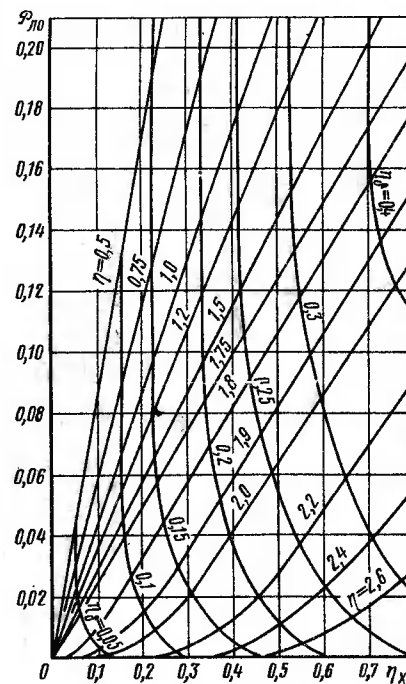


Рис. П. 4.9. Номограмма для определения $P_{НО}$ при распределении x и ξ_H по закону равной вероятности и двустороннем симметричном допуске

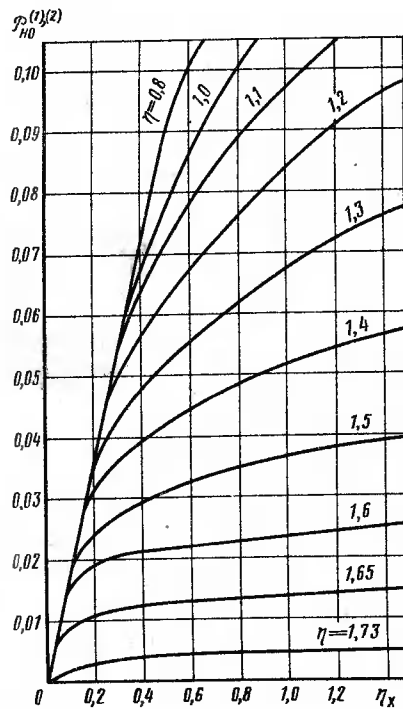


Рис. П. 4.11. Номограмма для определения $P_{НО}^{(1),(2)}$ при распределении x и ξ_H по закону равной вероятности и одностороннем допуске

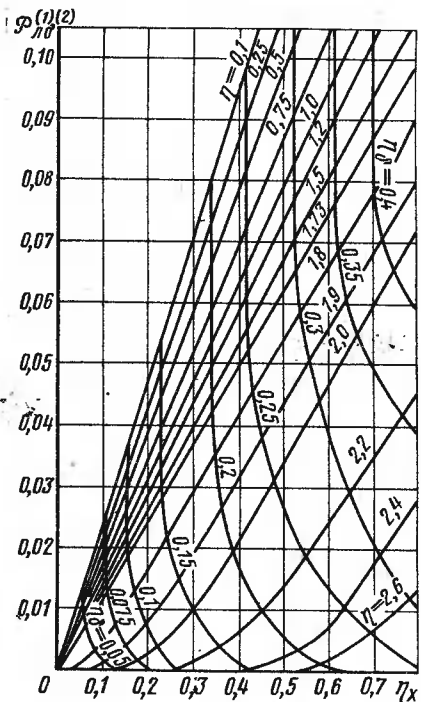


Рис. П. 4.12. Номограмма для определения $P_{LO}^{(1),(2)}$ при распределении x и ξ_n по закону равной вероятности и одностороннем допуске

ПРИЛОЖЕНИЕ 5
НОМОГРАММЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДОСТОВЕРНОСТИ
ПРОГНОЗИРУЮЩЕГО КОНТРОЛЯ

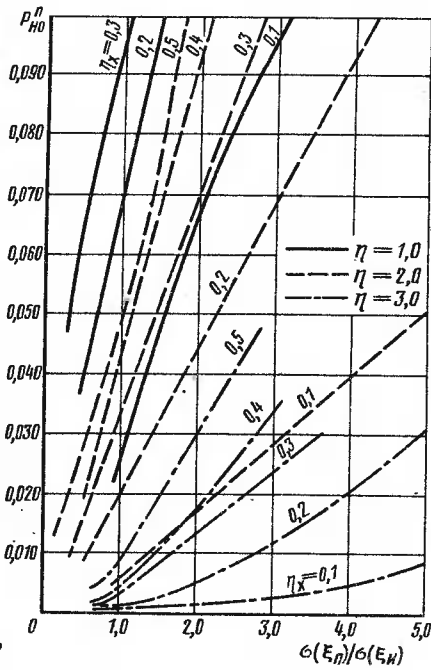


Рис. П. 5.1. Номограмма для определения P_{NO}^{II} при распределении x , ξ_n , ξ_n по нормальному закону

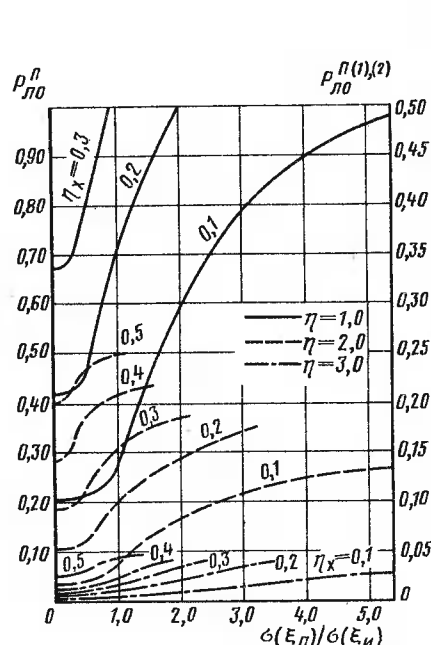


Рис. П. 5.2. Номограмма для определения P_{LO}^{II} при распределении x , ξ_n , ξ_n по нормальному закону

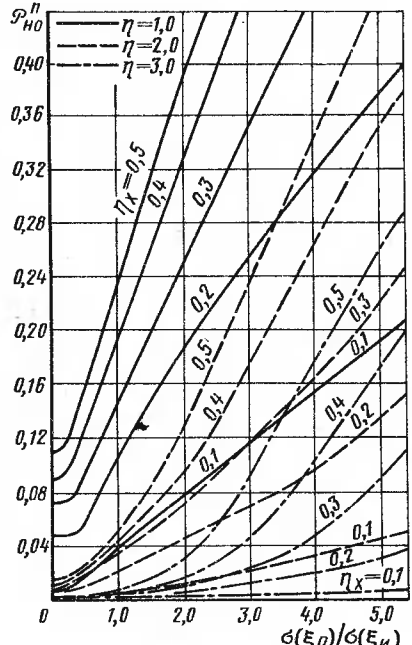


Рис. П. 5.3. Номограмма для определения P_{NO}^{II} при распределении x , ξ_n , ξ_n по нормальному закону и двустороннем несмещенном допуске

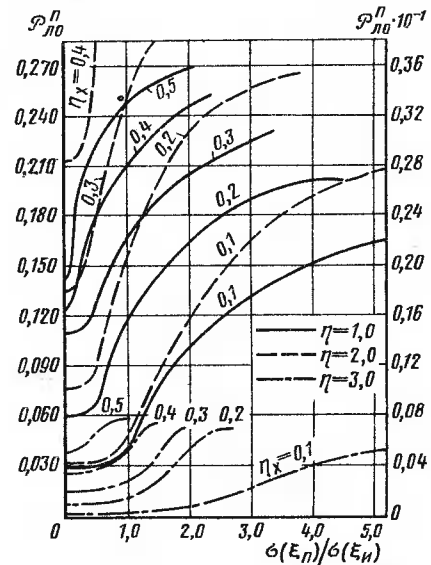


Рис. П. 5.4. Номограмма для определения P_{LO}^{II} при распределении x , ξ_n , ξ_n по нормальному закону и двустороннем несмещенном допуске. Значения P_{LO}^{II} для $\eta = 1.0$ считаются по левой шкале, для $\eta = 2.0$ и $\eta = 3.0$ – по правой

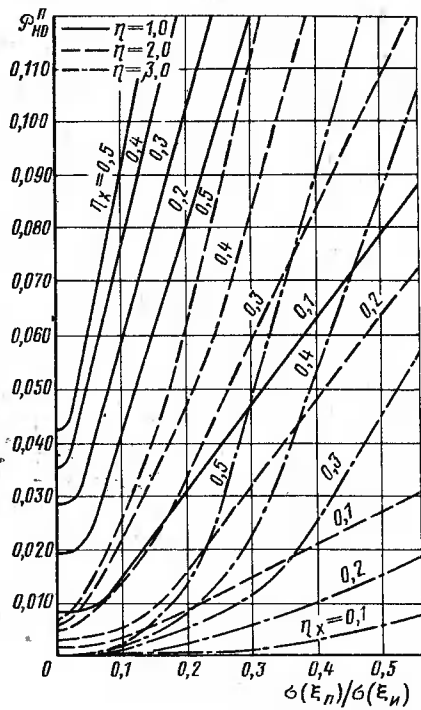


Рис. П. 5.5. Номограмма для определения P_{NO}^{II} при распределении x, ξ_m, ξ_n по нормальному закону и одностороннем допуске

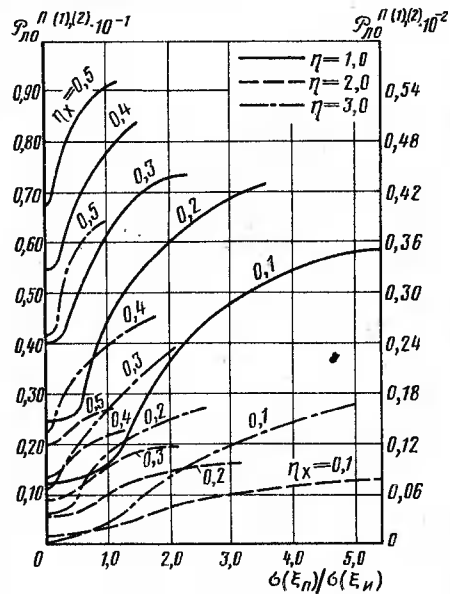


Рис. П. 5.6. Номограмма для определения $P_{NO}^{II(1,2)}$ при распределении x, ξ_m, ξ_n по нормальному закону и одностороннем допуске

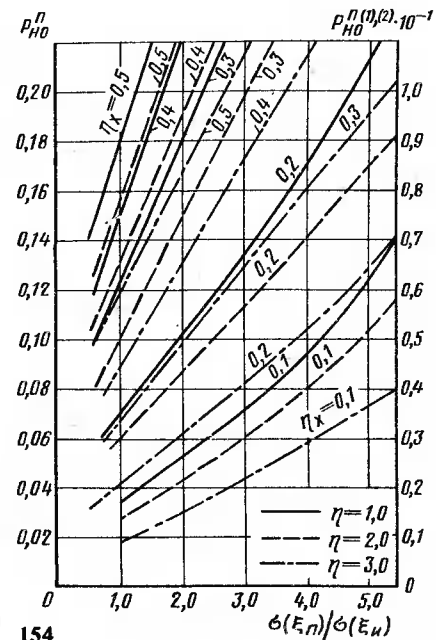


Рис. П. 5.7. Номограмма для определения P_{NO}^{II} при распределении x, ξ_m, ξ_n по закону равной вероятности. Значения $P_{NO}^{II(1,2)}$ считаются для $\eta = 1.0$ и $\eta = 2.0$ по левой шкале, для $\eta = 3.0$ — по правой

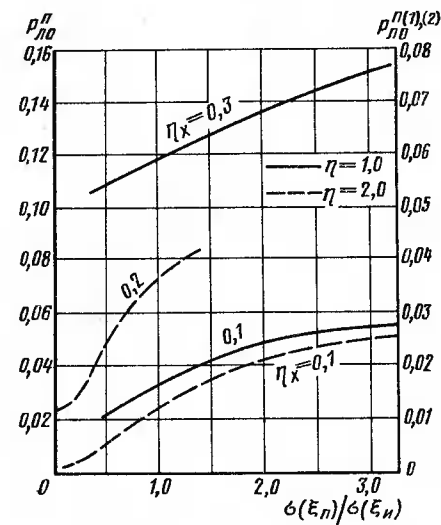


Рис. П. 5.8. Номограмма для определения $P_{NO}^{II(1,2)}$ при распределении x, ξ_m, ξ_n по закону равной вероятности

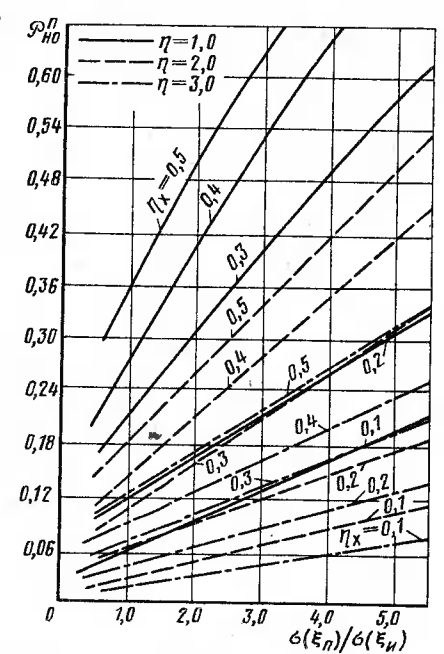


Рис. П. 5.9. Номограмма для определения P_{NO}^{II} при распределении x, ξ_m, ξ_n по закону равной вероятности и двустороннем несмещенном допуске

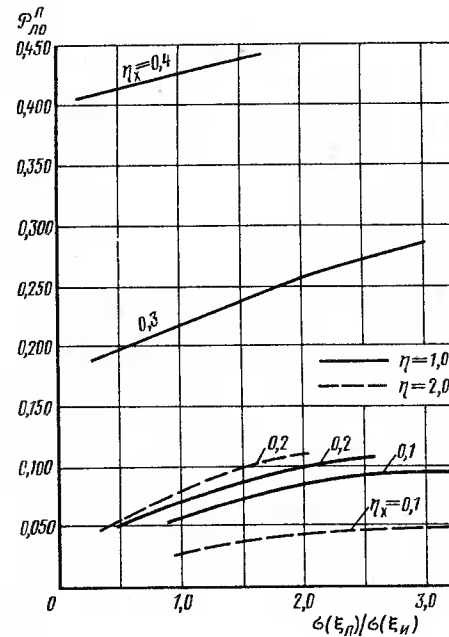


Рис. П. 5.10. Номограмма для определения P_{NO}^{II} при распределении x, ξ_m, ξ_n по закону равной вероятности и двустороннем допуске

Рис. П. 5.11. Номограмма для определения $\mathcal{P}(\Pi(1), (2))$ при распределении x , $\xi_{ин}$, $\xi_{п}$ по закону равной вероятности и одностороннем допуске

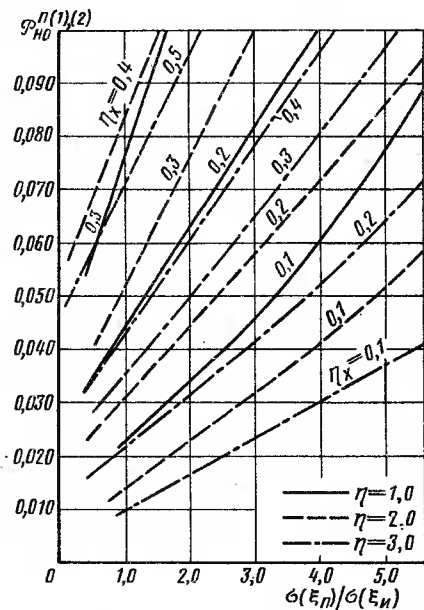
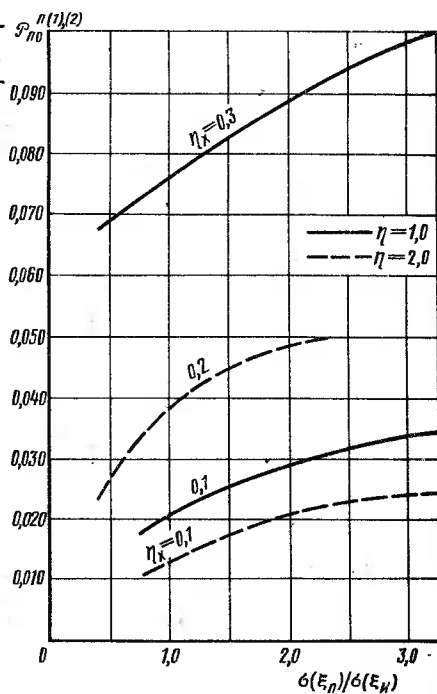


Рис. П. 5.12. Номограмма для определения $\mathcal{P}(\Pi(1), (2))$ при распределении x , $\xi_{ин}$, $\xi_{п}$ по закону равной вероятности и одностороннем допуске



ПРИЛОЖЕНИЕ 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТИ $\xi_{п}$

Математическое ожидание и дисперсия погрешности (1.17) равны *

$$m(\xi_{п}) = m(\xi_{ин}) + m(\xi_{y}) + m(\xi_{c});$$

$$\sigma^2(\xi_{п}) = \sigma^2(\xi_{ин}) + \sigma^2(\xi_{y}) + \sigma^2(\xi_{c}).$$

Числовые характеристики погрешностей $\xi_{ин}$ и ξ_{c} находятся методами математической статистики [6] по результатам натуральных испытаний. Характеристики погрешности ξ_{y} могут быть определены методами расчета точности. Для этого уравнение погрешности (1.16) записывается как функция характеристик условий работы объекта контроля

$$\xi_{y} = x_{п} - x_{к}, \quad (П.6.1)$$

где $x_{п} = x(s_{п1}, s_{п2}, \dots, s_{пn})$ — значение параметра в условиях применения; $x_{к} = x(s_{к1}, s_{к2}, \dots, s_{кn})$ — значение параметра в условиях контроля.

Математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение погрешности (П.6.1) равны

$$m(\xi_{y}) = m(x_{п}) - m(x_{к}); \quad \sigma^2(\xi_{y}) = \sigma^2(x_{п}) + \sigma^2(x_{к}). \quad (П.6.2)$$

Для определения входящих в формулы (П.6.2) числовых характеристик значений параметра в условиях применения и контроля обозначим для общности их значения $x_{п}$ и $x_{к}$ через x , а характеристики условий применения и контроля через s_1, s_2, \dots, s_n .

В области малых изменений аргументов зависимость $x = x(s_1, s_2, \dots, s_n)$ приводится разложением в ряд Тейлора к линейному виду

$$x = x(s_{10}, s_{20}, \dots, s_{n0}) + \sum_{i=1}^n a_i (s_i - s_{i0}), \quad (П.6.3)$$

где s_{i0} — выбранное значение i -й характеристики условий;

$$a_i = \left. \frac{\partial x}{\partial x_i} \right|_{s_i = s_{i0}}.$$

В качестве выбранного значения каждой i -й характеристики условий применения можно принять ее номинальное (расчетное) значение или математическое ожидание $m(s_{пi})$.

Применяя к выражению (П.6.3) теоремы о вычислении математического ожидания и дисперсии суммы случайных величин [6], получаем

$$m(x) = x(s_{10}, s_{20}, \dots, s_{n0}) + \sum_{i=1}^n a_i [m(s_i) - s_{i0}]; \quad (П.6.4)$$

$$\sigma^2(x) = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma^2(s_i) + 2 \sum_{i < j} a_i a_j r(s_i, s_j) \sigma(s_i) \sigma(s_j).$$

* Аналогично находятся характеристики погрешностей (1.15) и (3.26).

При нелинейной зависимости параметра от условий работы интервалы возможных значений их характеристик s_1, s_2, \dots, s_n разбивают соответственно на $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n$ отрезков (квантов). Середины этих отрезков считаются представителями квантов. Создаются ситуации, при которых каждая из величин s_1, s_2, \dots, s_n принимает значение, соответствующее представителю определенного кванта. Число возможных ситуаций равно $\nu = \prod_{i=1}^n \nu_i$.

Перебором в любой последовательности всех ν ситуаций по уравнению $x(s_1, s_2, \dots, s_n)$ или непосредственно на макете ОК определяются значения параметра x .

По результатам испытаний составляется матрица ситуаций, имеющая, например, при $n = 3$ и двух квантах $\nu_i = 2$, вид

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{21} & s_{31} & x_1 & P_1 \\ s_{12} & s_{21} & s_{31} & x_2 & P_2 \\ s_{11} & s_{21} & s_{32} & x_3 & P_3 \\ s_{12} & s_{21} & s_{32} & x_4 & P_4 \\ s_{11} & s_{22} & s_{31} & x_5 & P_5 \\ s_{12} & s_{22} & s_{31} & x_6 & P_6 \\ s_{11} & s_{22} & s_{32} & x_7 & P_7 \\ s_{12} & s_{22} & s_{32} & x_8 & P_8 \end{bmatrix},$$

где s_{i1}, s_{i2} — представители первого и второго квантов характеристик $s_i, i = 1, 2, 3$; x_j — значение параметра в j -й ситуации; P_j — вероятность совместного появления представителей квантов в j -й ситуации.

Число строк матрицы равно ν . Сумма вероятностей ситуаций $P_1 + P_2 + \dots + P_\nu = 1$.

При взаимной независимости характеристик условий работы вероятности ситуаций определяются как произведения вероятностей нахождения значений этих характеристик в пределах соответствующих квантов.

Последние два столбца матрицы являются статистическим рядом значений параметра, для которого можно подобрать соответствующую теоретическую кривую закона распределения [6, 7].

Числовые характеристики значений параметра определяются по формулам

$$m(x) = \sum_{j=1}^{\nu} P_j x_j, \quad \sigma^2(x) = \sum_{j=1}^{\nu} P_j x_j^2 - m^2(x). \quad (\text{П.6.5})$$

Пример П.6.1. Относительная нестабильность частоты автогенератора является линейной функцией температуры $t \Delta w/w = 1,2 \cdot 10^{-6} t$. Числовые характеристики температуры при контроле и применении автогенератора соответственно равны $m(t_K) = 11,5^\circ \text{C}$; $\sigma(t_K) = 3,25^\circ \text{C}$; $m(t_{\Pi}) = 18,5^\circ \text{C}$; $\sigma(t_{\Pi}) = 6,75^\circ \text{C}$. Найти числовые характеристики относительной нестабильности, возникающей из-за неидентичности температурных условий контроля и применения автогенератора.

По формулам (П.6.2) и (П.6.4) находим

$$m(\Delta w/w) = 1,2 \cdot 10^{-6} (18,5 - 11,5) = 0,84 \cdot 10^{-5};$$

$$\sigma(\Delta w/w) = 1,2 \cdot 10^{-6} \sqrt{6,75^2 + 3,25^2} = 0,88 \cdot 10^{-5}.$$

Пример П.6.2. Задержка сигнала в тракте усиления радиодальномера является

функцией $\tau = \tau(U, \Delta f)$ уровня входного сигнала U и расстройки приемника Δf . Распределения значений взаимно независимых аргументов этой функции имеют вид (см. табл.)

Интервал величины	U, мкВ			Δf, МГц		
	50...100	100...300	300...700	-2...-1	-1...1	1...2
Вероятность нахождения величины в интервале (P_j)	0,05 0,24	0,92 0,57	0,03 0,19	0,1 0,15	0,82 0,71	0,08 0,14
Среднее значение величины в интервале (x_j)	75	200	500	-1,5	0	+1,5

В числителе приведены значения вероятностей, соответствующие условиям контроля радиодальномера, а в знаменателе — условиям его применения.

Определить числовые характеристики погрешности радиодальномера.

Разбиваем каждый интервал возможных значений величин U и Δf на три кванта. Измеряя на макете радиодальномера значения задержки сигнала τ_j для каждой из возможных ситуаций, составляем матрицу

U	Δf	τ_j , мкс	P_j^K	P_j^{Π}
75	-1,5	0,51	0,0050	0,0360
200	-1,5	0,36	0,0920	0,0855
500	-1,5	0,12	0,0030	0,0285
75	0	0,49	0,0411	0,1704
200	0	0,32	0,7544	0,4047
500	0	0,08	0,0246	0,1349
75	+1,5	0,53	0,0040	0,0336
200	+1,5	0,37	0,00736	0,0798
500	+1,5	0,13	0,0024	0,0266

В двух последних столбцах матрицы записаны значения вероятностей ситуаций, найденные из предыдущей таблицы как произведения соответствующих вероятностей.

По формулам (П.6.5) вычисляем числовые характеристики задержки сигнала при контроле и применении

$$m(\tau_K) = \sum_{j=1}^9 P_j^{(K)} \tau_j = 0,3272 \text{ мкс},$$

$$\sigma(\tau_K) = \sqrt{\sum_{j=1}^9 P_j^{(K)} \tau_j^2 - m^2(\tau_K)} = 0,031 \text{ мкс};$$

$$m(\tau_{\Pi}) = \sum_{j=1}^9 P_j \tau_j = 0,3271 \text{ мкс}; \quad \sigma(\tau_{\Pi}) = \sqrt{\sum_{j=1}^9 P_j \tau_j^2 - m^2(\tau_{\Pi})} = 0,04 \text{ мкс}.$$

Находим по формуле (П.6.2) числовые характеристики погрешности радиодальномера $m(\Delta \tau_{\gamma}) = -0,0001 \text{ мкс}$; $\sigma(\Delta \tau_{\gamma}) = 0,051 \text{ мкс}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

НОМОГРАММЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ $P_{НО}$ И $P_{ЛО}$ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ДОПУСКАХ

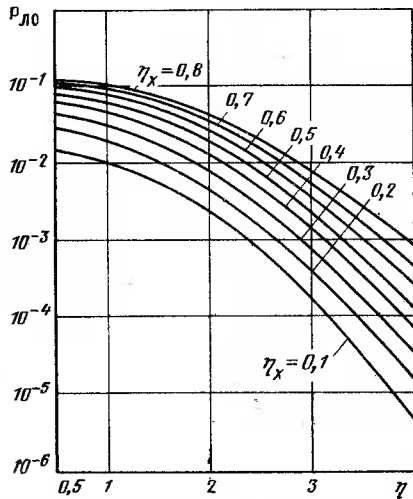


Рис. П. 7.1. Номограмма для определения $P_{ЛО}$ при односторонних допусках и изменении границы области работоспособности

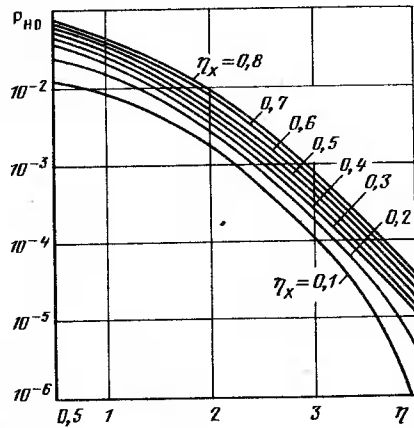


Рис. П. 7.2. Номограмма для определения $P_{НО}$ при односторонних допусках и изменении границы области работоспособности

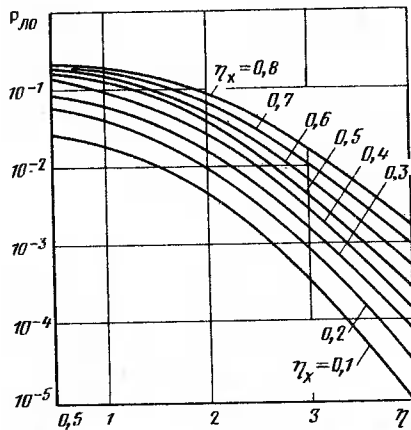


Рис. П. 7.3. Номограмма для определения $P_{ЛО}$ при двусторонних допусках и симметричном изменении границ области работоспособности

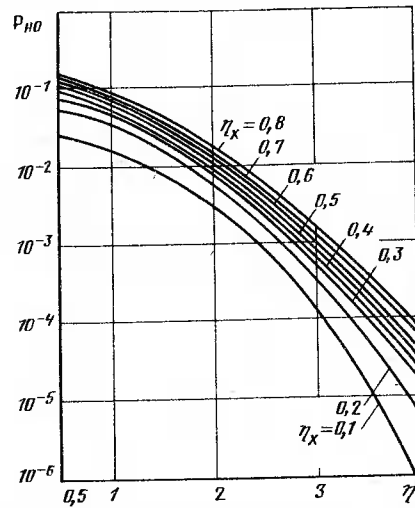


Рис. П. 7.4. Номограмма для определения $P_{НО}$ при двусторонних допусках и симметричном изменении границ области работоспособности

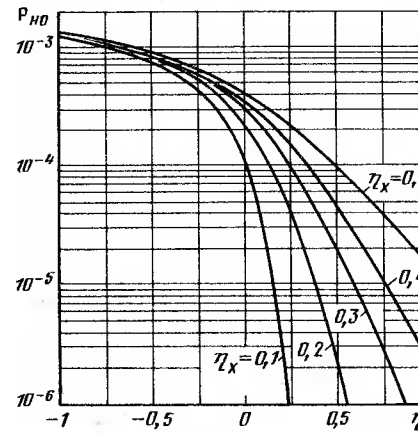


Рис. П. 7.5. Номограмма для определения $P_{НО}$ при односторонних допусках $\delta/\sigma(x) = 3$ и различных значениях δ_K

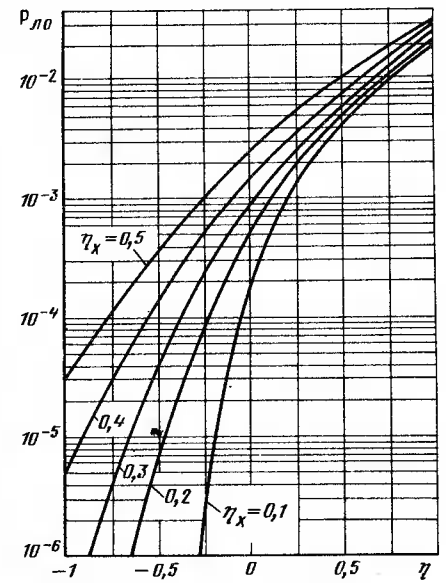


Рис. П. 7.6. Номограмма для определения $P_{ЛО}$ при односторонних допусках $\delta/\sigma(x) = 3$ и различных значениях δ_K

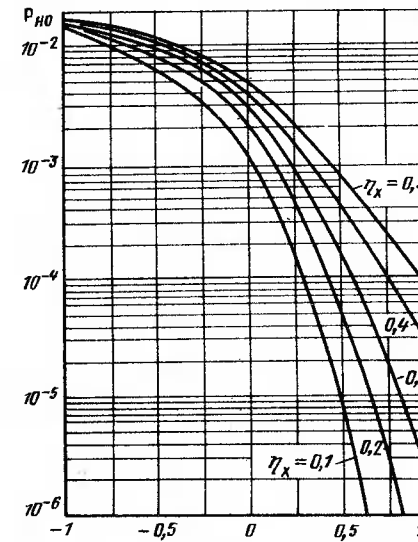


Рис. П. 7.7. Номограмма для определения $P_{НО}$ при односторонних допусках $\delta/\sigma(x) = 2$ и различных значениях δ_K

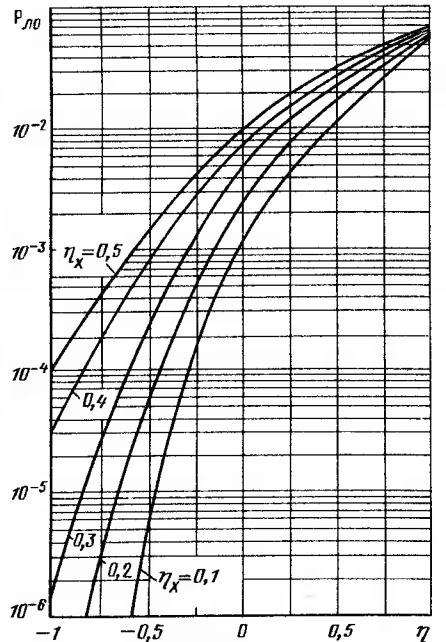


Рис. П. 7.8. Номограмма для определения $P_{ЛО}$ при односторонних допусках $\delta/\sigma(x) = 2$ и различных значениях δ_K

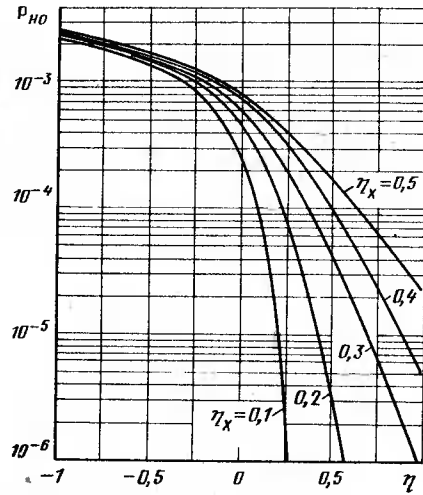


Рис. П. 7.9. Номограмма для определения $P_{НО}$ при двусторонних допусках $\delta/\sigma(x) = 3$ и различных значениях δ_K

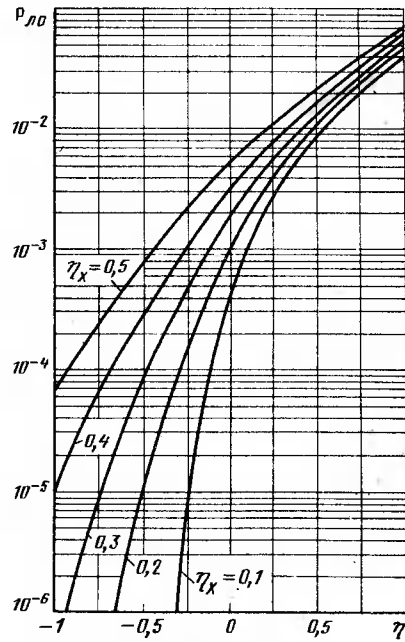


Рис. П. 7.10. Номограмма для определения $P_{ПД}$ при двусторонних допусках $\delta/\sigma(x) = 3$ и различных значениях δ_K

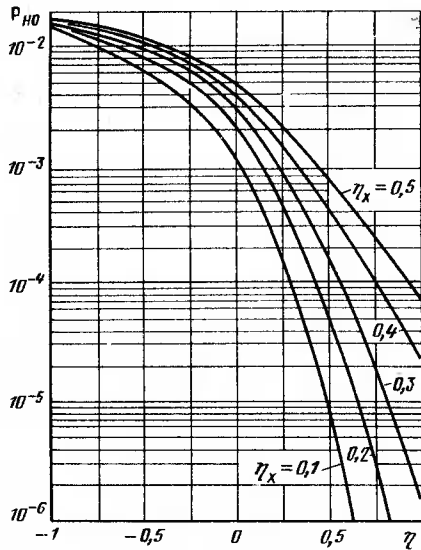


Рис. П. 7.11. Номограмма для определения $P_{НО}$ при двусторонних допусках $\delta/\sigma(x) = 2$ и различных значениях δ_K

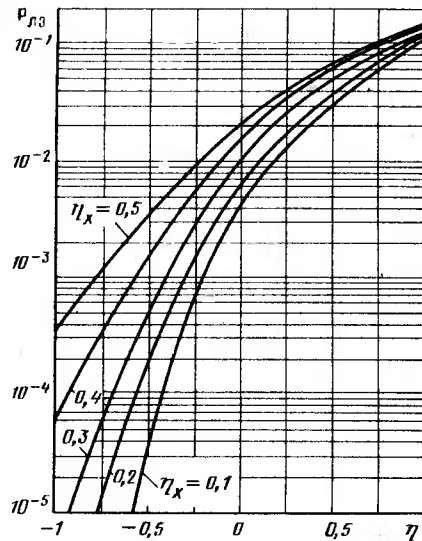


Рис. П. 7.12. Номограмма для определения $P_{ПД}$ при двусторонних допусках $\delta/\sigma(x) = 2$ и различных значениях δ_K

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ t_γ

n	γ			n	γ		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
2	12,71	63,7	636,6	22	2,08	2,83	3,82
3	4,30	9,92	31,6	23	2,07	2,82	3,79
4	3,18	5,84	12,94	24	2,07	2,81	3,77
5	2,77	4,60	8,61	25	2,06	2,80	3,74
6	2,57	4,03	6,86	26	2,06	2,79	3,72
7	2,45	3,71	5,96	27	2,06	2,78	3,71
8	2,36	3,50	5,40	28	2,05	2,77	3,69
9	2,31	3,36	5,04	29	2,05	2,76	3,67
10	2,26	3,25	4,78	30	2,04	2,76	3,66
11	2,23	3,17	4,59	35	2,032	2,729	3,600
12	2,20	3,11	4,49	40	2,023	2,708	3,558
13	2,18	3,06	4,32	45	2,016	2,692	3,527
14	2,16	3,01	4,22	59	2,009	2,679	3,502
15	2,14	2,98	4,14	60	2,001	2,662	3,464
16	2,13	2,95	4,07	70	1,996	2,649	3,439
17	2,12	2,92	4,02	80	1,991	2,640	3,418
18	2,11	2,90	3,96	90	1,987	2,633	3,403
19	2,10	2,88	3,92	100	1,984	2,627	3,392
20	2,09	2,86	3,88	120	1,980	2,617	3,374
21	2,09	2,84	3,85	150	1,960	2,576	3,291
					1,960	2,58	3,29

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоконь Р. Н., Кеидель В. Г., Полторацкая В. К. Исследование влияния корреляционной зависимости между контролируемыми параметрами на характеристики инструментальной достоверности контроля. — В сб.: Прикладная математика. Труды городского семинара по прикладной математике. Вып. № 3. Иркутск, 1971. с. 17–21.
2. Блинов И. Н., Гаскаров Д. В., Мозгалевский А. В. Автоматический контроль систем управления. Л.: Энергия, 1968. 151 с.
3. Бородачев Н. А. Основные вопросы теории точности производства. М.: АН СССР, 1959. 412 с.
4. Бромберг Э. М., Куликовский К. Л. Тестовые методы повышения точности измерений. М.: Энергия, 1978. 176 с.
5. Бруевич Н. Г., Доступов Б. Г. Основы теории счетно-решающих устройств. М.: Сов. радио, 1964. 817 с.
6. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.
7. Гаскаров Д. В., Шаповалов Г. И. Малая выборка. М.: Статистика, 1978. 248 с.
8. Гнедеико Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965. 524 с.
9. Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалов Э. З. Численные методы анализа. М.: Наука, 1967. 368 с.
10. Евланов Л. Г. Контроль динамических систем. М.: Наука, 1972. 424 с.
11. Кориневский Л. А. Оценка достоверности контроля с учетом значимости отказов. — Автоматика и телемеханика, 1977, № 3, с. 138–145.
12. Кори Г., Кори Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1974. 831.
13. Кравченко В. И. Оценка достоверности контроля при производственных законах распределения контролируемого параметра и погрешности измерения. — Метрология, 1976, № 12, с. 3–7.
14. Кудрицкий В. Д., Сиинца М. А., Чинаев П. И. Автоматизация контроля радиоэлектронной аппаратуры / Под ред. П. И. Чинаева. М.: Сов. радио, 1977. 256 с.
15. Михайлов А. В. Эксплуатационные допуски и надежность в радиоэлектронной аппаратуре. М.: Сов. радио, 1970. 215 с.
16. Михайлов А. В., Савин С. К. Точность радиоэлектронных устройств. М.: Машиностроение, 1976. 214 с.
17. Надарая Э. А. Некоторые новые оценки функций распределения. — Теория вероятностей и ее применение, 1964, № 3, с. 34–40.
18. Никитин А. А., Савин С. К. К вопросу оценки достоверности контроля радиоэлектронных устройств с взаимно зависимыми параметрами. — Надежность и контроль качества, 1976, № 10, с. 39–43.
19. Никитин А. А., Савин С. К. К вопросу оценки достоверности контроля восстанавливаемых систем. — Автоматика и телемеханика, 1979, № 2, с. 187–194.
20. Никитин А. А., Савин С. К. Сопоставление оценок инструментальной достоверности многопараметрического контроля автоматических систем. — Автоматика и телемеханика, 1982, № 9, с. 107–111.
21. Основы технической диагностики / В. В. Карибский, П. П. Пархоменко, Е. С. Согомонян, В. Ф. Халчев. Под. ред. П. П. Пархоменко. М.: Энергия, 1976. 464 с.
22. Разумный В. М. Оценка параметров автоматического контроля. М.: Энергия, 1975. 79 с.
23. Раскин Н. Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления. М.: Сов. радио, 1976. 344 с.
24. Репин В. Г., Тартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио, 1977. 431 с.
25. Рыжик И. М., Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1963. 464 с.

26. Савин С. К. К вопросу аппроксимации функций, заданных графически. — Радиотехника, 1974, № 2, с. 82–84.

27. Савин С. К. Закон распределения значений параметра устройства при многократных проверках. — Радиотехника, 1979, № 7, с. 28–30.

28. Савин С. К. Оценка качества функционирования сложных технических систем с учетом характеристик точности. — Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика, 1980, № 5, с. 209–213.

29. Савин С. К., Кравченко В. И. К вопросу повышения точности оценок достоверности контроля радиоэлектронных систем. — Надежность и контроль качества, 1981, № 2, с. 16–22.

30. Савин С. К., Никитин А. А. К вопросу оценки качества функционирования радиоэлектронной аппаратуры. — Надежность и контроль качества, 1976, № 2, с. 18–26.

31. Сердаков А. С. Автоматический контроль и техническая диагностика. Киев: Техника, 1971. 242 с.

32. Смирнов Н. В., Большев Л. Н. Таблицы для вычисления функций двумерного распределения. М.: АН СССР, 1962. 204 с.

33. Точность производства в машиностроении и приборостроении / Н. А. Бородачев, Р. М. Абдрашитов, И. М. Веселова. Под ред. А. Н. Гаврилова. М.: Машиностроение, 1973. 567 с.

34. Фрумкин В. Д., Рубичев Н. А., Котляр А. Б. Достоверность контроля средств радиоизмерений и контрольные допуски. М.: Госстандарт, 1975. 87 с.

35. Шор Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М.: Сов. радио, 1962. 552 с.

36. Parzen E. On estimation of a probability density function and mode. — Ann. Math. Stat., 1962, Vol. 33, N 3, p. 1065–1076.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
ГЛАВА 1.	
Общие сведения	
1.1. Задачи контроля работоспособности	5
1.2. Показатели достоверности контроля	6
1.3. Факторы, влияющие на достоверность контроля	10
ГЛАВА 2.	
Оценка достоверности однопараметрического контроля	
2.1. Основные расчетные соотношения	13
2.2. Инженерные методы оценки достоверности контроля	18
2.3. Индивидуальная оценка достоверности контроля	26
2.4. Оценка достоверности контроля при случайных границах допусковых областей	30
2.5. Инженерные методы оценки достоверности контроля при случайных допусках	34
2.6. Статистическая оценка достоверности контроля	41
2.7. Оценка достоверности контроля при ограниченной априорной информации	45
2.8. Оценка достоверности контроля при отсутствии априорной информации	49
ГЛАВА 3.	
Достоверность многопараметрического контроля	
3.1. Контроль совокупности параметров	51
3.2. Многократный контроль в диапазоне значений параметра	56
3.3. Контроль функционально зависимых параметров	60
3.4. Классификация объектов по результатам контроля	68
ГЛАВА 4.	
Достоверность контроля с восстановлением	
4.1. Общая схема оценки достоверности контроля	74
4.2. Контроль с перепроверками	75
4.3. Контроль с восстановлением заменами	79
4.4. Контроль с перепроверкой и заменами	82
4.5. Контроль с регулировкой	86
4.6. Тестовый контроль с регулировкой	89
4.7. Контроль функционально зависимых регулируемых параметров	91
4.8. Влияние достоверности контроля на готовность систем	94
ГЛАВА 5.	
Методы повышения точности измерений	
5.1. Исправление результата измерения	97
5.2. Оптимальная обработка серии равноточных измерений	100
5.3. Осреднение результатов неравноточных измерений	103
5.4. Обнаружение грубых погрешностей измерений	106
5.5. Мажоритарная оценка результатов измерений	108
5.6. Тестовые методы повышения точности измерений	111

ГЛАВА 6.

Повышение достоверности контроля

6.1. Принятие решения по результатам независимых проверок	116
6.2. Принятие решения по результатам индивидуальной оценки достоверности контроля	119
6.3. Принятие решения по результатам перепроверок	121
6.4. Контроль с перепроверкой при нахождении значений параметра в области неопределенности	126
6.5. Назначение контрольных допусков	129
6.6. Рациональная организация контроля и регулировки систем	133

Заключение	139
----------------------	-----

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Доказательство независимости значений погрешности и параметра	142
2. Значения вероятностей $P_{ДЮ}$ и $P_{НО}$ (%) при нормальном законе распределения значений x и $\xi_{и}$	142
3. Значения функции $\Phi(z)$	144
4. Номограммы для определения показателей достоверности контроля на момент контроля	146
5. Номограммы для определения показателей достоверности прогнозирующего контроля	152
6. Определение числовых характеристик погрешности $\xi_{п}$	157
7. Номограммы для определения $P_{НО}$ и $P_{ДЮ}$ при случайных допусках	160
8. Таблица значений t_{γ}	163

Список литературы	164
-----------------------------	-----

Сергей Константинович Савин, Андрей Андреевич Никитин,
Виталий Иванович Кравченко

**ДОСТОВЕРНОСТЬ КОНТРОЛЯ СЛОЖНЫХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

Редактор *Е. И. Кравченко*
Художественный редактор *В. В. Лебедев*
Технический редактор *Н. В. Петрова*
Переплет художника *Е. Н. Волкова*
Корректор *С. Н. Львова*

ИБ № 4383

Сдано в набор 19.05.83. Подписано в печать 2.10.84. Т-18844. Формат 60×90 1/16.
Бумага офсетная №2. Гарнитура Пресс Роман. Ротапринт.
Усл. печ. л. 10,5. Усл. кр.-отт. 10,75. Уч.-изд. л. 11,56.
Тираж 1185 экз. Заказ 3054. Цена 60 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство "Машиностроение",
107076, Москва, Б-76, Стромьинский пер., д. 4

Московская типография № 9 Союзполиграфпрома при Государственном
комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
109033, Москва, Волочаевская ул., 40