

Я.М. ШАПИРО, Г.Ю. МАЗИНГ, Н.Е. ПРУДНИКОВ

Я.М. ШАПИРО
Г. Ю. МАЗИНГ
Н.Е. ПРУДНИКОВ

ОСНОВЫ
ПРОЕКТИРОВАНИЯ
РАКЕТ
НА
ТВЕРДОМ
ТОПЛИВЕ

Я. М. ШАПИРО, Г. Ю. МАЗИНГ, Н. Е. ПРУДНИКОВ



ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАКЕТ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ



Ордена Трудового Красного Знамени
ВОЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ОБОРОНЫ СССР
МОСКВА — 1968

- Шапиро Я. М., Мазинг Г. Ю., Прудников Н. Е.**
Ш23 Основы проектирования ракет на твердом топливе.
352с 5.500 экз. 1 р. 25 к.

В книге на основании материалов, опубликованных в отечественной и зарубежной печати, дается обзор конструкций управляемых и неуправляемых ракет различного назначения с двигателями на твердом топливе. Рассматриваются элементы конструкций отдельных агрегатов и узлов, компоновочные схемы ракет и вопросы регулирования тяги по величине и направлению. Даются инженерные методы расчета элементов траекторий управляемых и неуправляемых ракет применительно к задачам баллистического проектирования. Рассматриваются факторы, влияющие на рассеивание неуправляемых ракет. Оптимальные параметры ракет и элементы конструкций оцениваются путем составления и анализа весовых уравнений для ракеты с использованием приближенных внешнебаллистических зависимостей. Излагаются основы расчета на прочность РДТТ и заряда к нему.

Книга может быть использована в качестве пособия для инженеров, работающих в области ракетной техники, а также для слушателей высших учебных заведений.

ИСПРАВЛЕНИЯ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
73	Формула (2.68)	$\tilde{w} = u_e \tilde{v} =$	$\tilde{w} = \frac{\tilde{v}}{u_e} =$
76	6 снизу	$\tilde{w} = u_e \tilde{v} =$	$\tilde{w} = \frac{\tilde{v}}{u_e} =$
77	8 снизу	$= 0,188 \cdot 10^6.$	$= 1,88 \cdot 10^6.$
123	16 сверху	условие	условие $dV_k = 0$
141	Формула (3.101)	$RT_0.$	$\sqrt{RT_0}.$
183	10 снизу	$d \left(\frac{F_{\text{крит}}}{F_{\text{св}}} \right) \frac{dE}{dE} = \infty.$	$d \left(\frac{F_{\text{крит}}}{F_{\text{св}}} \right) \frac{dE}{dE} = \infty.$
284	14 сверху	комплексной	мнимой
323	Формула (10.81)	$\frac{\pi d_3^2}{\Delta}$	$\frac{\pi d_3 n^2}{\Delta},$
323	Формула (10.82)	$\frac{2\gamma_m}{g} \pi^2 \frac{D_H^2 \Delta}{\rho_m} +$ $+ 2 \frac{\omega (1 - \psi) \pi d_3^2}{g \rho_m' L D_H}$	$\frac{2\gamma_m}{g} \pi^2 \frac{D_H \Delta n^2}{\rho_m} +$ $+ 2 \frac{\omega (1 - \psi) \pi d_3 n^2}{g \rho_m' L D_H}$
331	Формула (10.119)	$1 + \tilde{M}$	$\frac{1 + \tilde{M}}{\tilde{M}}$
334	11 сверху	1,644	1,6·4

ПРЕДИСЛОВИЕ

Последнее десятилетие характеризуется бурным развитием ракетной техники. В настоящее время разрабатываются ракеты как для военных целей, так и для исследования космического пространства. После запуска первого в мире искусственного спутника Земли, открывшего эру космических полетов, советская наука и техника добились значительных успехов в исследовании и освоении космического пространства.

В практике проектирования ракет различного класса широко применяются ракетные двигатели на твердом топливе (РДТТ). Поэтому вопросы теории, проектирования и эксплуатации этих двигателей представляют большой интерес для специалистов ракетной техники и конструкторов.

В книге излагаются основные сведения и зависимости, необходимые для проектирования ракет на твердом топливе. В ней приведены основные конструктивные схемы и характеристики современных ракет на твердом топливе.

В данной книге рассматриваются вопросы внешней баллистики и баллистического проектирования ракет на твердом топливе, которые доводятся до инженерных расчетов, а также расчеты на прочность ракетной камеры и заряда твердого топлива.

Дается обобщение экспериментальных и теоретических исследований по актуальным вопросам проектирования РДТТ: надежности, регулированию и расчету на прочность зарядов твердого топлива с учетом упруго-пластических деформаций, реологических свойств и температурных напряжений.

Книга базируется на основных положениях теории РДТТ и является логическим продолжением книги «Теория ракетного двигателя на твердом топливе» тех же авторов.

Поскольку в одной книге небольшого объема нельзя охватить все вопросы, связанные с проектированием ракет различных классов, авторам при изложении материала пришлось ограничиться рамками проектирования управляемых одноступенчатых ракет и неуправляемых ракетных снарядов класса «земля — земля». Тем не менее многие из рассмотренных методов и зависимостей являются универсальными и могут быть использованы при проектировании ракет других классов. Сюда следует отнести ряд зависи-

мостей внешней баллистики, расчеты на прочность основных узлов конструкции, весовые уравнения, формулы, связывающие размеры заряда с параметром заряжания, экстремальные решения задач баллистического проектирования и т. д.

Изложение основных методов расчета иллюстрируется цифровыми решениями. Там, где в примерах использованы характеристики двигателей, топлив, материалов, заимствованные из иностранной литературы, даются ссылки на литературные источники. В остальных примерах с чисто методической целью используются произвольно взятые величины, не связанные с конкретными изделиями.

Главы II, VII, VIII и IX написаны заслуженным деятелем науки и техники РСФСР доктором технических наук, профессором Я. М. Шапиро, главы III и X — кандидатом технических наук, доцентом Г. Ю. Мазингом, главы I, IV, V и VI — кандидатом технических наук, доцентом Н. Е. Прудниковым.

В написании § 10.7 принимал участие кандидат технических наук М. Н. Степанов.

ГЛАВА I

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ КОНСТРУКЦИЙ РАКЕТ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ

§ 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ РАКЕТ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ

Ракета состоит из ракеты-носителя и транспортируемого объекта (боевой заряд, приборы для научных исследований, радио-передающие устройства и другие грузы). Если ракета-носитель и транспортируемый объект неотделимы, то термин ракета относится к летательному аппарату в целом, например боевые ракеты ближнего действия или зенитные управляемые ракеты. Если ракета-носитель и транспортируемый объект на траектории полета разделяются, то термин ракета относится к ракете-носителю.

Создание выдающимся русским ученым К. Э. Циолковским теории реактивного движения сыграло огромную роль в разработке ракетных летательных аппаратов различного назначения. В 1924 году советскими инженерами были созданы боевые ракеты на бездымном порохе [1]. К началу Великой Отечественной войны на вооружении находились только ракеты на твердом топливе. В качестве твердого топлива в этих ракетах использовались порох баллистического типа.

После второй мировой войны ввиду несовершенства твердого топлива областью его применения были исключительно неуправляемые ракеты малых калибров. К этому периоду наметилось резкое разделение ракет по дальности действия. В ракетах дальнего действия использовались жидкие топлива, а ракеты на твердом топливе являлись основными боевыми средствами наземной ракетной артиллерии ближнего действия.

Появление смесового твердого топлива и совершенствование технологии его производства значительно расширило область применения ракет на твердом топливе. В настоящее время ракетные двигатели на твердом топливе (РДТТ) применяются во всех видах вооружения (см. табл. 1.1).

Значительная роль, которую играют ракеты на твердом топливе в современной ракетной технике, определяется следующими

ОСНОВНЫЕ ТАКТИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАКЕТ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ [1]

№ по пор.	Наименование или индекс ракеты	Количество ступеней и стартовый вес, т	Максимальная дальность, км	Длина ракеты, м	Диаметр первой ступени, м	Стартовая установка	Примечание
Ракеты класса „земля — земля“							
1	„Лакросс“ (США)	1/1,0	32	5,86	0,52	Самоходная пусковая установка	Крылатая ракета
2	„Мэйс“ (США)	2/8,2 (7,0)* старт. РДТТ+ТРДj —33	> 1600 (2220)*	13,4	1,37		То же
3	„Минитмэн А“ (США)	3/30,9	9200	16,2	1,65	Со стационарных стартовых позиций. Запуск из шахты	Межконтинентальная баллистическая ракета
4	„Минитмэн В“ (США)	3/31,5	10200	17,03	1,65		
5	„Минитмэн С“ (США)	3/33,0	12000 (13366)*	18,00	1,68		
6	„Афина“ (США)	4/7,2	—	16,2	—	Старт с рельсовой направляющей длиной 9 м	Головная часть ракеты доставлялась на высоту 180 км для исследования входа баллистических ракет в атмосферу
7	„Першинг А“ (США)	2/4,54	750 (185—740)*	10,6 (10,7)*	1,0	Мобильная наземная	Баллистическая ракета
8	„Першинг В“ (США)	2/5,0	1500	10,0	1,0	То же	То же
9	„Сержант“ (США)	1/4,54	46—140 (320)*	10,0 (10,5)*	0,8		
10	„Онест Джон“ (США)	1/2,0	До 32 (19)*	7,6	0,76	Запуск с прицепа автомобиля	Неуправляемый ракетный снаряд
11	„Литл Джон“ (США)	1/0,360	16	4,4	0,3	Запуск с автомобиля	—

№ по пор.	Наименование или индекс ракеты	Количество ступеней и стартовый вес, т	Максимальная дальность, км	Длина ракеты, м	Диаметр первой ступени, м	Стартовая установка	Примечание
12	„Слим Джон“ (США)	1/2,2	32	7,3	0,76	Мобильная — запуск с автомобиля Противотанковое ружье	—
13	„SS-10“ (Франция)	1/0,015	1,500	(7,6)* 0,86	0,152		Снаряд управляет-ся по проводам
14	„SS-11“ (Франция)	1/0,029	3,5	1,17	0,152	—	—
15	TOW	2/0,073 (0,018)*	0,075—3,500	1,35	0,14	Пусковая труба	Заряд первой ступени сгорает в пусковой трубе и выталкивает снаряд
							Заряд второй ступени воспламеняется после выхода снаряда из пусковой трубы
16	„Виджилент“ (Англия)	1/0,0147	1,65	0,91	0,13	—	—
Ракеты класса „земля — воздух“							
17	„Диамант“ (Франция)	3/—; II и III ступени—РДТТ	Высота перигея 530 км Высота апогея 2680 км	—	1,4	Пусковая установка для запуска ИСЗ	Ракета выводит в космос на орбиту искусственного спутника Земли аппарат „А-1“
18	Антиспутник на базе ракет-носителей „ТАТ-ЭДЖЕНА“ и „ТАТ-ДЕЛЬТА“ (США)	2/58,0 ЖРД+три РДТТ	—	18,2	2,4	Стационарная ПУ	Снаряд предназначен для перехвата спутников на орбитах высотой около 640 км
19	„Ника-Зевс“ (США)	3/10,3 (13,6)*	240—370	14,7	1,17	Стационарная ПУ Выстреливается из подземной пусковой установки	—
20	„Спринт“ (США)	2/4,54	Высота перехвата цели 30—50 км	8,2	1,4		Антиракета

№ по пор.	Наименование или индекс ракеты	Количество ступеней и стартовый вес, т	Максимальная дальность, км	Длина ракеты, м	Диаметр первой ступени, м	Стартовая установка	Примечание
21	„Нибек“ (США)	2/—	Перехват ракет на малых высотах 800 (700)*	—	—	Стартовый двигатель запускается в шахте	Антиракета
22	„Бомарк“ (США)	2/7,3 РДТТ+2ПВРД	>130	14,3	0,89	—	—
23	„Ника-Геркулес“ (США)	2/4,5	—	12,1	0,8	—	—
24	„Бладхаунд“ (Англия)	2/— 4РДТТ+2ПВРД	—	2,03	0,55	—	—
25	„Тандерберд“ (Англия)	2/1,8	50÷60	6,4	0,53	Транспортеры, прицепы; транспортабелен по воздуху	—
26	„Роланд“ (Франция и ФРГ)	1/0,06; РДТТ с двумя ступенями тяги	0,5÷7,0	2,5	0,15	ПУ рассчитана на 8 снарядов и обеспечивает их запуск парами	—
27	„Редай“ (США)	1/0,009; РДТТ с двумя ступенями тяги	3÷5	1,2	0,076	Запуск производится с плеча из пусковой трубы	—
28	„Хоук“ (США)	1/0,58; РДТТ с двумя ступенями тяги	35÷40	5	0,36	ПУ на транспортерах и прицепах	—
29	„Маулер“ (США)	1/0,055; РДТТ с двумя ступенями тяги	0,450÷15,0	1,8	0,14	Гусеничный транспортер-амфибия	—
30	„Шорт/Матра и Диссо Арамис“ (Англия и Франция)	—	—	2,5	Размах крыла 0,3	Транспортер	—

№ по пор.	Наименование или индекс ракеты	Количество ступеней и стартовый вес, т	Максимальная дальность, км	Длина ракеты, м	Диаметр первой ступени, м	Стартовая установка	Примечание
Ракеты класса „воздух — земля“							
31	„Скайболт“ (США)	2/4,0—5,0	1850	11,7	1,0	Старт с самолетов	Баллистическая ракета с запуском с самолета
32	„Норд Авиасьон“ (Франция)	2/0,5 2РДТТ в одном корпусе	11,0	3,8	0,35	Самолетная ПУ	Для вооружения тактической авиации
33	„SAAБ-305“ (Швеция)	РДТТ	—	3,53	0,305	То же	—
34	„Шрайк“ (США)	РДТТ 0,227	20,0	≈3,0	0,2	—	Ракета предназначена для поражения радиолокационных установок ПВО
Ракеты класса „воздух — воздух“							
35	„Фолкон“ (США)	1/0,068	8,0	2,17	0,164	Самолетная ПУ	Для вооружения истребителей
36	„Фолкон“ (GAR—9) (США)	РДТТ/0,36	160 (>40)* Высота ≈21 км	3,8	0,34	То же	Для вооружения истребителей-перехватчиков
37	„Феникс“ (США)	1/0,227; РДТТ с двумя ступенями тяги	65÷75	—	0,15		Для вооружения истребителей флота
38	„Сперроу-3“ (США)	1/0,17 РДТТ	8÷15	3,6÷3,66	0,21		То же
39	„Ред Топ“ (Англия)	1/0,136	13 (17)*	3,5	0,22		Для вооружения самолетов
40	„Сайдуиндер“ (США)	1/0,07	7÷16	2,87	0,127		Для вооружения истребителей
41	„Матра“ (Франция)	1/0,195; РДТТ с двумя ступенями тяги	14 (18,5)*	3,3	0,26		Для вооружения всепогодных истребителей

№ по пор.	Наименование или индекс ракеты	Количество ступеней и стартовый вес, т	Максимальная дальность, км	Длина ракеты, м	Диаметр первой ступени, м	Стартовая установка	Примечание
Ракеты класса „корабль — воздух“							
42	„Терьер“ (США)	2/1,6	≈37	9,0	0,33	Корабельная ПУ	Для ПВО надводных кораблей
43	„Тартар“ (США)	1/0,68; РДТТ с двумя ступенями тяги	17÷20	≈4,5	0,33	То же	Для обороны эсминцев от самолетов
44	„Сислаг“ (Англия)	2/1,8	32	6,0	0,41		Для ПВО надводных кораблей
45	„Сикет“ (Англия)	1/— РДТТ с двумя ступенями тяги	8	1,47	0,19		Для обороны надводных кораблей и поражения надводных и береговых целей
46	„Мазурка“ (Франция)	2/1,450÷1,850	30÷40	8,5÷8,6	0,4		Для ПВО надводных кораблей
47	„Регул“ (США)	2/6,6 2РДТТ+маршевый ТРД	800—900	10÷10,4	1,37		Самолет-снаряд запускается с корабельной пусковой установки
Ракеты класса „подводная лодка — земля“							
48	„Поларис А-1“ (США)	2/12,8	2200	8,7	1,37	ПУ подводной лодки	Запуск ракеты осуществляется из-под воды по наземным сооружениям
49	„Поларис А-2“ (США)	2/14,5	2800	9,6	1,37	ПУ надводной стационарной базы и ПУ подводной лодки	—

№ по пор.	Наименование или индекс ракеты	Количество ступеней и стартовый вес, т	Максимальная дальность, км	Длина ракеты, м	Диаметр первой ступени, м	Стартовая установка	Примечание
50	„Поларис А-3“ (США)	2/15,9	4600	9,8	1,37	ПУ надводной стационарной базы и ПУ подводной лодки	—
51	„Посейдон С-3“ (США)	2/—	4600	—	1,47	—	—
Ракеты класса „корабль — подводная лодка“							
52	„Терне III“ (Норвегия)	1/0,12	5,6	1,98	0,3	Корабельная ПУ	—
53	„Асрок“ (США)	1/0,450 РДТТ+торпедный электродвигатель	1,6 ÷ 15	4,6 → (общая длина аппарата) 2,54 → (длина снаряда)	0,3	—	Для борьбы с атомными подводными лодками
54	„Малафон-2“ (Франция)	1/1,4 2 стартовых РДТТ+торпедный двигатель	≈ 18	6,0	0,53 ÷ ÷ 0,63	Корабельная ПУ	Для вооружения эскортных кораблей
55	„Саброк“ (США)	РДТТ/1,80	40 ÷ 50 (65 ÷ 80)*	6,4	0,553	Торпедный аппарат	Баллистическая ракета с запуском с подводной лодки

* Характеристики, приведенные в скобках, взяты по другим данным.

Сокращенные названия означают:

ПУ — пусковая установка;

ТРД — турбореактивный двигатель; ПВРД — прямоточный воздушно-реактивный двигатель;

ПВО — противовоздушная оборона, ИСЗ — искусственный спутник Земли.

преимуществами твердотопливных ракет по сравнению с ракетами на жидком топливе:

- высокая надежность действия и постоянная готовность к пуску;
- простота и компактность устройства;
- простота эксплуатации и связанные с этим простота наземного оборудования и обслуживания;
- возможность длительного хранения в окончательно снаряженном виде;
- несложность технологии производства и меньшая, по сравнению с другими ракетными двигателями, стоимость изготовления;

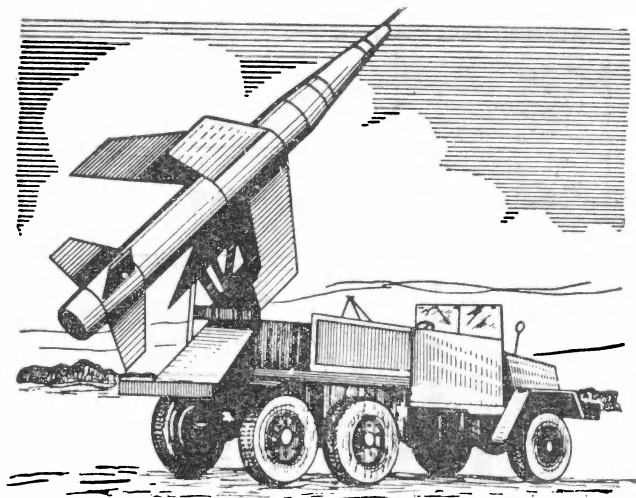


Рис. 1.1. Крылатая ракета «Лакросс» на твердом топливе

— возможность обеспечения высокой тяговооруженности (использование в качестве стартового двигателя).

К недостаткам РДТТ относятся: наличие существенной зависимости характеристик двигателя от начальной температуры заряда твердого топлива, более сложное решение задач, связанных с обеспечением управления и многократным запуском двигателя.

Управляемые ракеты — наиболее распространенный вид летательных аппаратов. По своей аэродинамической форме и устройству управляемые ракеты подразделяются на две группы:

- крылатые ракеты;
- баллистические, или бескрылые ракеты.

У крылатых ракет аэродинамическая подъемная сила в системе сил, определяющих полет по траектории, играет существенную роль.

Примером подобной конструкции является крылатая ракета на твердом топливе «Лакросс» (рис. 1.1).

В системе сил, определяющих полет баллистической ракеты по траектории, подъемная сила не играет существенной роли. Траектория баллистической ракеты, за исключением начального участка, представляет собой траекторию полета тела, свободно брошенного под углом к горизонту. В качестве примера подобной конструкции можно привести двухступенчатую баллистическую ракету на твердом топливе «Першинг» (рис. 1.2).

Существующие ракеты на твердом топливе по своим конструктивным схемам и тактико-техническим характеристикам весьма

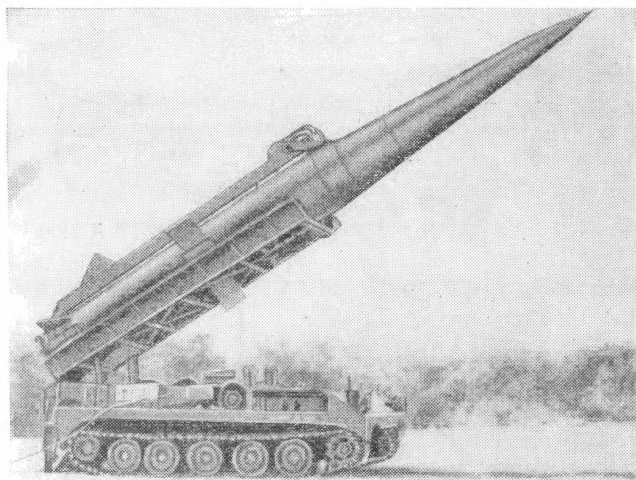


Рис. 1.2. Баллистическая двухступенчатая ракета «Першинг» с двигателями на твердом топливе

разнообразны. В зависимости от места старта и конечной цели ракеты разделяются на классы: «земля — земля», «земля — воздух» и т. д. (рис. 1.3).

Баллистические ракеты класса «земля — земля» показаны на рис. 1.4 и 1.5.

Для поражения воздушных целей применяются зенитные управляемые ракеты (ЗУР), относящиеся к классу «земля — воздух». В этом классе ракет двигатели на твердом топливе, как правило, используются в качестве стартовой ступени. К средствам противовоздушной обороны относятся также ракеты-перехватчики. На рис. 1.6 показана ракета-перехватчик класса «земля — воздух» с ракетными двигателями на твердом топливе, установленными на стартовой и маршевой ступенях.

Особое место среди ракет класса «земля — воздух» занимают антиракеты, предназначенные для перехвата боевых головок межконтинентальных баллистических ракет и баллистических ракет среднего радиуса действия на относительно небольших высотах.

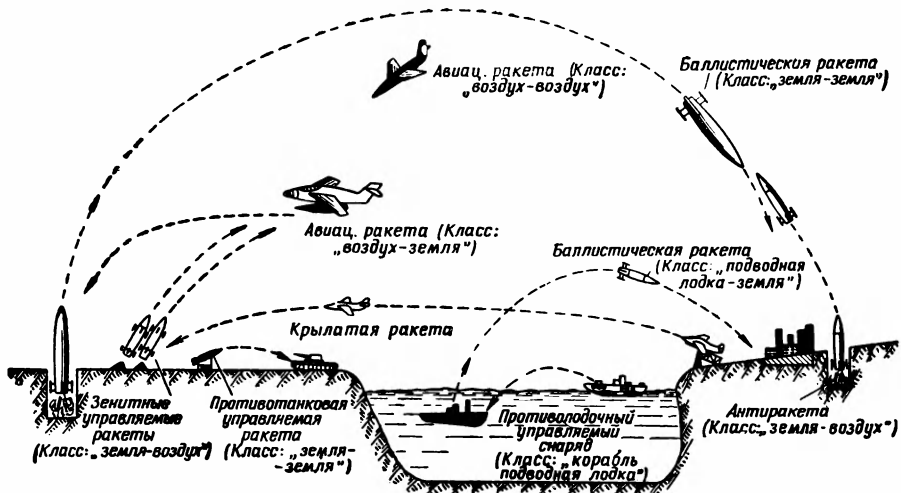


Рис. 1.3. Ракеты на твердом топливе различных классов и траектории их полета

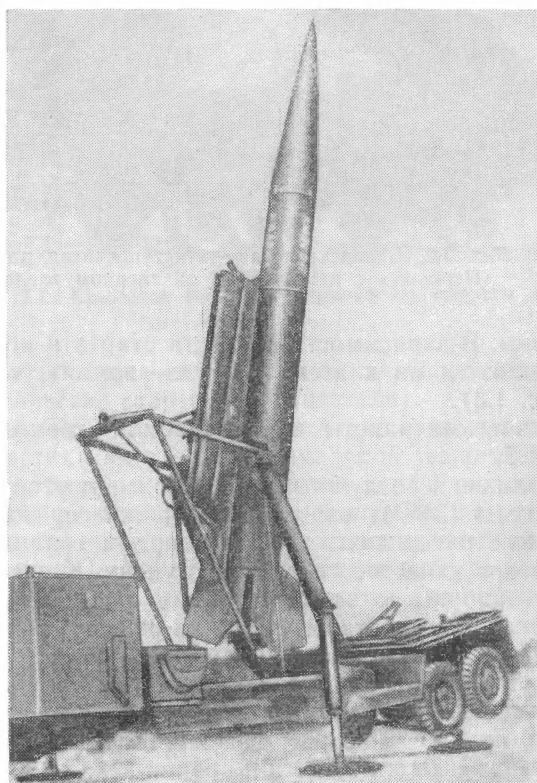


Рис. 1.4. Управляемая ракета «Сержант» на твердом топливе

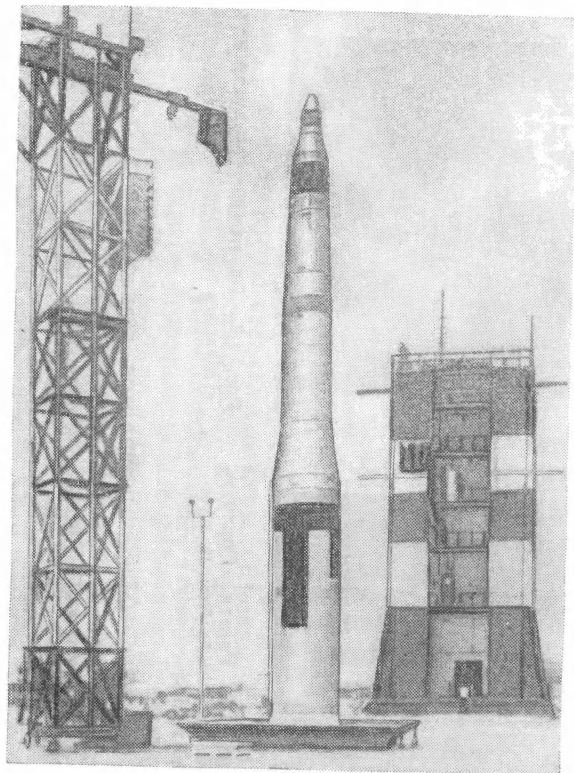


Рис. 1.5. Межконтинентальная баллистическая ракета «Минитмэн» на твердом топливе

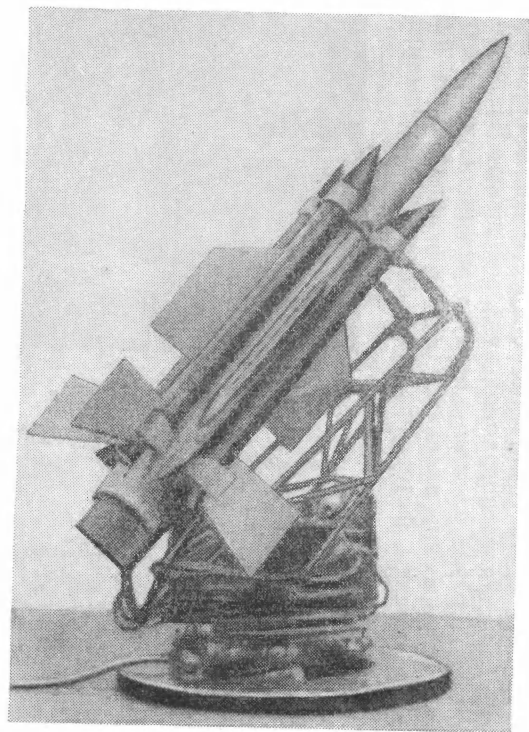


Рис. 1.6. Двухступенчатая ракета-перехватчик «Тандерберд»

Антиракета «Спринт» (рис. 1.7), выполненная в виде конуса, представляет собой двухступенчатую конструкцию с двигателями на твердом топливе. Для увеличения скорости подъема антиракеты она выстреливается из подземной пусковой шахты [1].

С помощью ракет «земля — воздух» можно изучать строение атмосферы, физические явления в космосе, производить биологические эксперименты, фотографировать поверхность Земли.

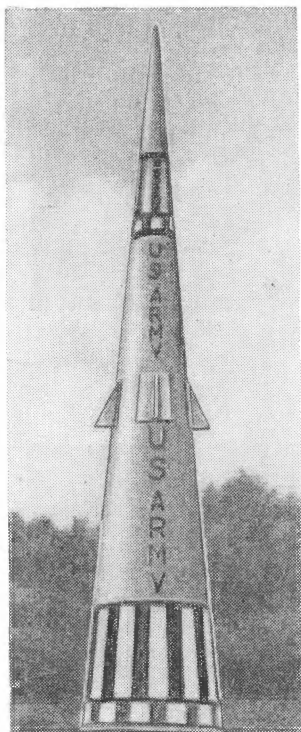


Рис. 1.7. Ракета «Спринт» для перехвата боевых головок баллистических ракет

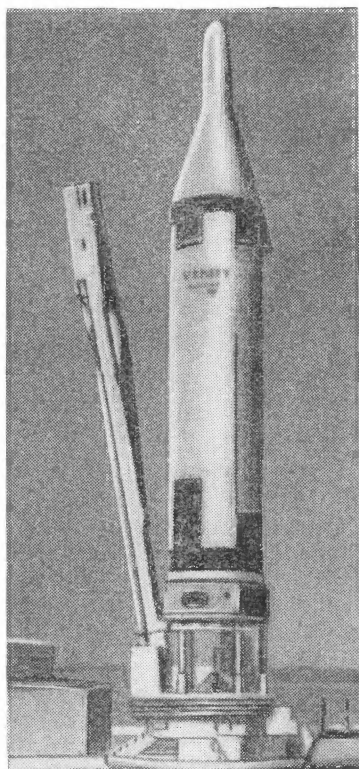


Рис. 1.8. Баллистическая ракета «Поларис» на твердом топливе

Пусковые установки аппаратов классов «воздух — воздух», «воздух — корабль», «воздух — земля» располагаются на самолетах-носителях. В этих случаях к скорости ракеты добавляется еще скорость самого самолета.

Примером ракеты класса «подводная лодка — земля», стартовой из подводного положения, является баллистическая ракета на твердом топливе «Поларис» (рис. 1.8). На вооружении атомной подводной лодки имеется 16 таких ракет.

Ракеты класса «корабль — воздух» применяются для противовоздушной обороны надводных кораблей (табл. 1.1).

Приведенная классификация позволяет внести определенную последовательность в описание ракет различных классов. В то же время ракеты довольно разнообразны и отличаются друг от друга по своим конструктивным схемам, рабочим характеристикам и другим признакам. Поэтому при изучении технических, конструктивных и эксплуатационных особенностей ракет и установления для них целесообразных областей применения можно классифицировать их также и по другим признакам (по назначению, по роду используемого твердого топлива и т. д.).

§ 1.2. ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКТИВНЫХ И КОМПОНОВОЧНЫХ СХЕМ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ И ЭЛЕМЕНТЫ КОНСТРУКЦИИ

Конструктивные схемы РДТТ

РДТТ является основой конструкции ракеты. К нему стыкуются приборный блок, исполнительные органы управления, а также стабилизаторы, рули, крылья и другие элементы. На рис. 1.9 при-

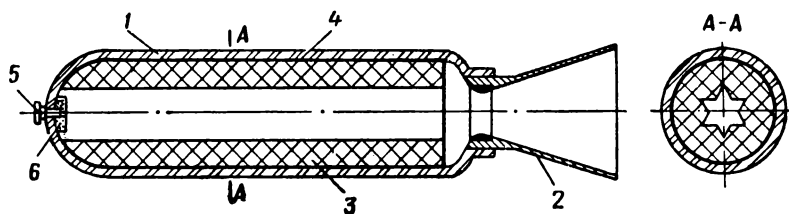


Рис. 1.9. Схема ракетного двигателя на твердом топливе с зарядом, скрепленным со стенками ракетной камеры:

1 — ракетная камера; 2 — сопловой блок; 3 — заряд твердого топлива; 4 — бронировка заряда; 5 — пиросвеча; 6 — воспламенитель

ведена современная конструктивная схема РДТТ со смесевым зарядом, скрепленным со стенками камеры. Основными свойствами этих топлив являются способность к устойчивому горению при рабочем давлении 30—40 кг/см² и возможность снаряжения двигателя заливкой в камеру сгорания любых размеров. Горение топлива происходит с внутренней поверхности центрального канала. При этом стенки камеры сгорания защищены от теплового воздействия газов всей толщиной заряда. Для изготовления ракетной камеры применяют конструкционные материалы с высокой удельной прочностью $\frac{\sigma}{\gamma}$, такие, как легированная сталь, титан, алюминиевые сплавы, бериллиевые сплавы, стеклопластики и др. Вследствие этого удалось уменьшить вес корпуса двигателя, а время работы двигателя увеличить до нескольких десятков секунд [3].

Величина коэффициента качества конструкции α , представляющего отношение веса конструкции к весу топлива, для РДТТ рассматриваемой схемы составляет $\approx 0,08-0,1$.

Согласно сообщениям иностранной печати некоторыми американскими фирмами [4] разрабатываются РДТТ калибрами 3, 4 и 6,6 м, предназначенные для межконтинентальных баллистических ракет и ракет-носителей космических кораблей. Основные характеристики двигателей приведены в табл. 1.2 [5].

Т а б л и ц а 1.2

Характеристика		Длина L , м	Вес $Q_{дв}$, т	Вес топлива ω_T , т	Тяга P , т	Время работы τ , сек	Давление в камере p , $\frac{кг}{см^2}$
РДТТ 3 м	калибром	11,3	—	90	273	—	—
РДТТ 4 м	калибром	23,75	352	316	635	130	50
То же, с фиксированным соплом		≈ 30	—	362,8	1360	—	—
РДТТ 6,6 м	калибром	42,7 24,4	— 680	3175 1475	1588 ≈ 800	120 <120	53 —

РДТТ калибром 4 м (рис. 1.10) состоит из секции с верхним днищем, центральной секции, секции с нижним днищем и поворотного сопла. Заряд изготовлен из смесового топлива на основе полибутадиена с акриловой кислотой и с присадками алюминия. Горение секции топливного заряда происходит со стороны цилиндрического канала диаметром 1,65 м и с торцов. При стендовых испытаниях РДТТ с топливом данного состава было получено значение единичного импульса $245 \frac{кг \cdot сек}{кг}$.

Новые конструктивные схемы РДТТ больших тяг* нельзя анализировать в отрыве от формы и веса топливных зарядов.

Вес топлива для двигателей больших диаметров, как видно из табл. 1.2, достигает многих сотен тонн. Поэтому при разработке зарядов для наиболее крупных ракетных двигателей на твердом топливе возникают новые задачи, решение которых связано не только с размерами и весом, но также и с транспортировкой их к стартовым площадкам [4]. В настоящее время разрабатываются

* В зарубежной печати двигатели большой мощности называются бустерами.

технологические процессы заливки топлива в корпус РДТТ непосредственно на стартовой площадке [6]. На рис. 1.11 показана установка оправки в корпус РДТТ перед заливкой топлива в двигатель. Кроме того, для облегчения транспортировки крупногабаритных РДТТ и повышения прочности заряда твердого топлива раз-

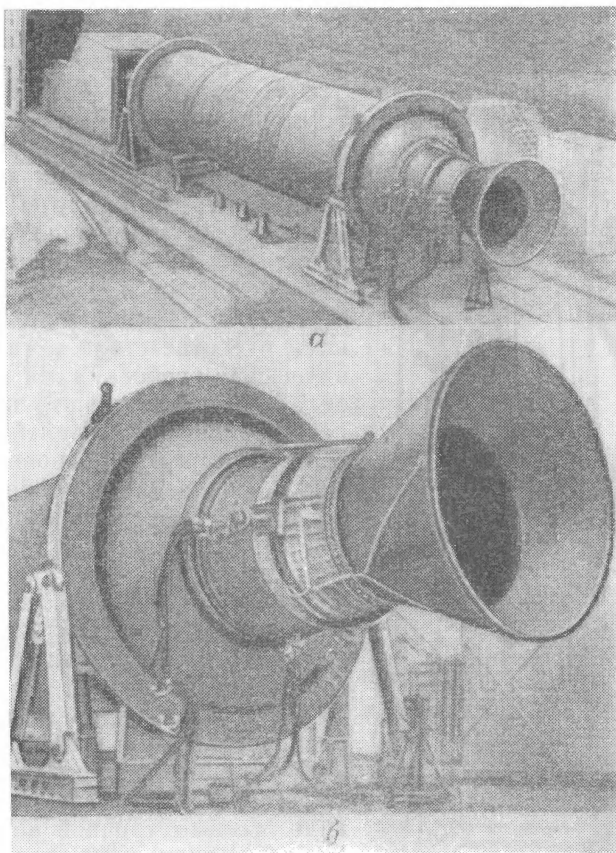


Рис. 1.10. Ракетный двигатель на твердом топливе большой мощности:
а — общий вид двигателя калибром 4 м; *б* — часть двигателя с поворотным соплом

рабатываются секционные двигатели. Заряд топлива может состоять из нескольких секций, разделенных инертными перегородками (рис. 1.12). Секции монтируются на месте старта.

Для наиболее крупных двигателей применяются модулярные шашки (рис. 1.13), собранные из нескольких отлитых и запolyмеризованных в отдельности топливных элементов-модулей [6].

Отдельные модули более транспортабельны, доступны качественному контролю, а в случае необходимости легко заменяются. На рис. 1.14 показана сборка модулярной шашки в момент опускания передней части двигателя для присоединения к пятой секции топливного заряда.

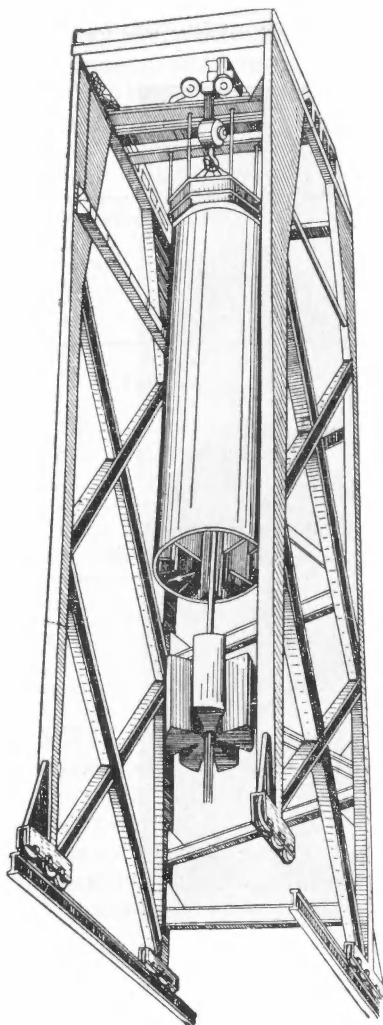


Рис. 1.11. Ракетная камера и секция иглы-стержня перед заливкой твердого топлива на стартовой площадке

Компоновочные схемы двигателей

Существующие РДТТ по своим компоновочным схемам весьма разнообразны. Это объясняется тем, что ракетные двигатели на твердом топливе из-за простоты конструкции и удобства в эксплуатации получили широкое распространение в самых различных классах ракет.

На основании общей компоновки и в соответствии с тактико-техническими требованиями выбираются тип несущих конструкций и места крепления двигателей, а также способы передачи основных нагрузок и соединения головной части и соплового блока с ракетной камерой.

В зависимости от дальности полета, характера боевого действия у цели и других факторов ракеты могут быть одноступенчатые и многоступенчатые.

На рис. 1.9 приведена одна из распространенных схем РДТТ для одноступенчатой управляемой ракеты. Корпус двигателя выполнен в виде осесимметричной конструкции. Непосредственно с ним стыкуется сопловой блок, а через переходное дно корпус соединяется с приборным отсеком и с головной частью.

Одна из типовых компоновочных схем РДТТ для многоступенчатой ракеты приведена на рис. 1.15.

В данной ракете первая и вторая ступени собраны по пакетной схеме, а третья (последняя) ступень состоит из одиночного ракетного двигателя. При полете многоступенчатой ракеты отработанные и не нужные для дальнейшего полета двигателя сбрасываются,

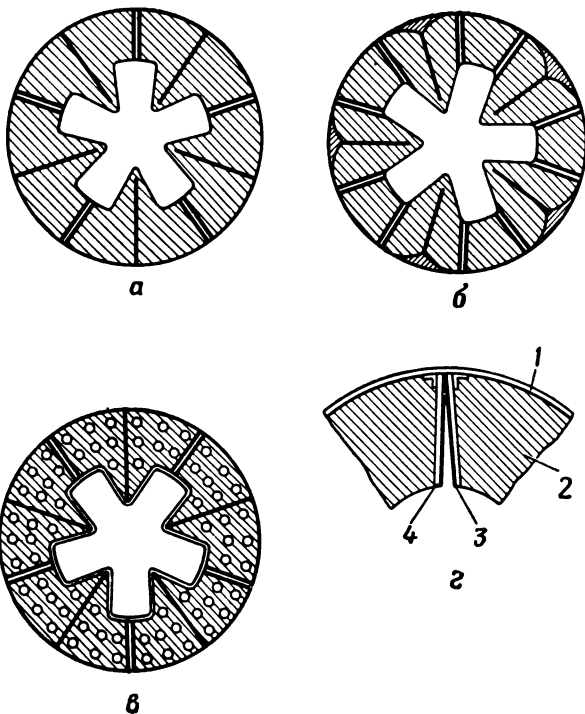


Рис. 1.12. Формы секционных шашек:

a — шашка, разделенная пятью вертикальными перегородками; *б* — шашка, разделенная десятью вертикальными перегородками; *в* — шашка с горизонтальными опорными полками; *г* — расходящееся соединение; *1* — стенка корпуса; *2* — топливо; *3* — теплозащитное покрытие; *4* — вертикальная опорная пластинка из армированного пластика

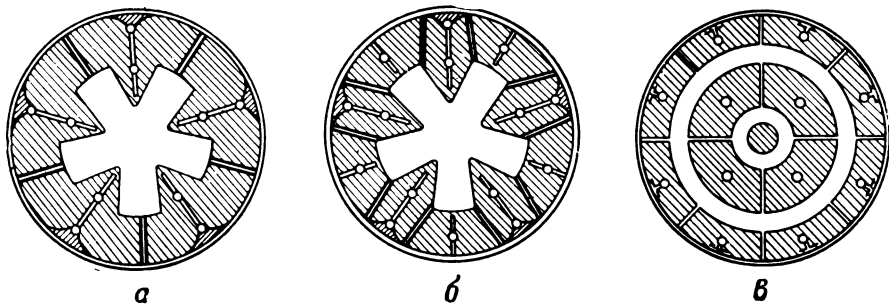


Рис. 1.13. Формы модулярных шашек:

a — пять модулей; *б* — десять модулей; *в* — тринадцать модулей

а работающий двигатель способен сообщить облегченной ракете дополнительную скорость.

Компоновочная схема РДТТ существенно зависит от назначения ракеты, а также от характера и режима работы двигателя. Для зенитных, противотанковых и некоторых других конструкций

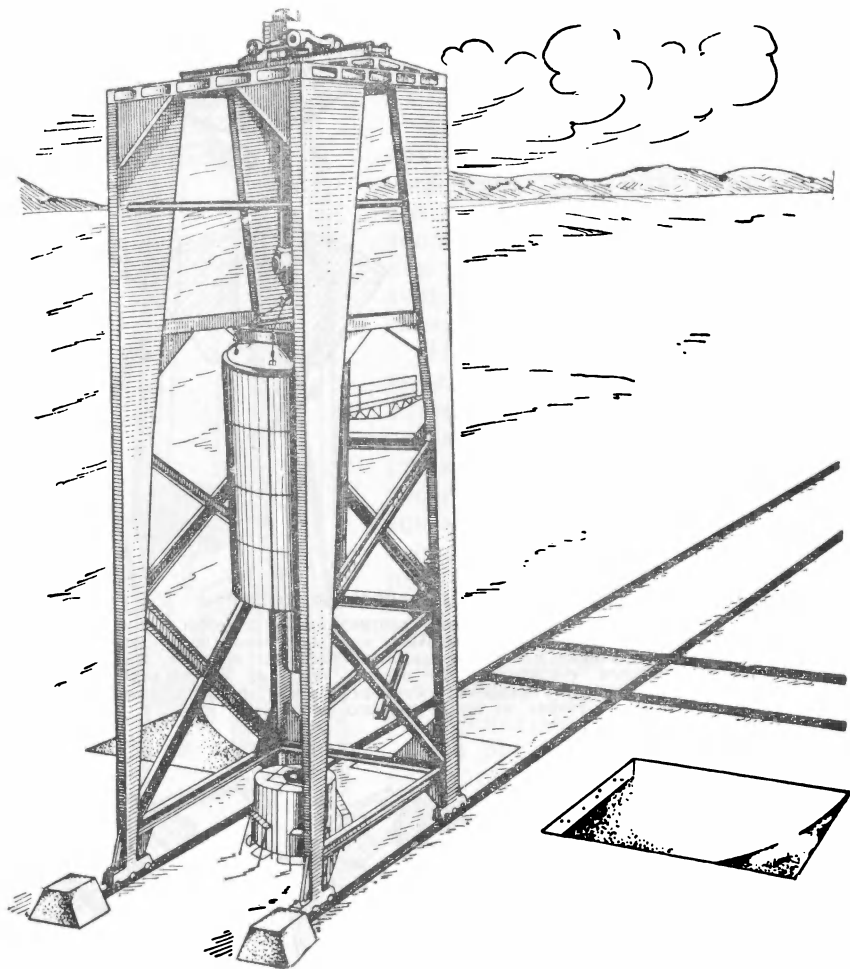


Рис. 1.14. Сборка модульной шашки на стартовой площадке

ракет обычно двигатель первой ступени играет роль ускорителя и предназначен для быстрого набора скорости, необходимой для обеспечения устойчивого полета. Такие двигатели носят название стартовых. Двигатель, обеспечивающий дальнейший полет ракеты по траектории, называется маршевым. Режимы работы стартовых и маршевых двигателей (тяга и время) существенно отличаются

один от другого. Заряд стартового двигателя изготовлен из топлива с высокой скоростью горения, имеет малую толщину горящего свода и большую поверхность горения. Для заряда маршевого двигателя целесообразно использовать топливо с пониженной скоростью горения.

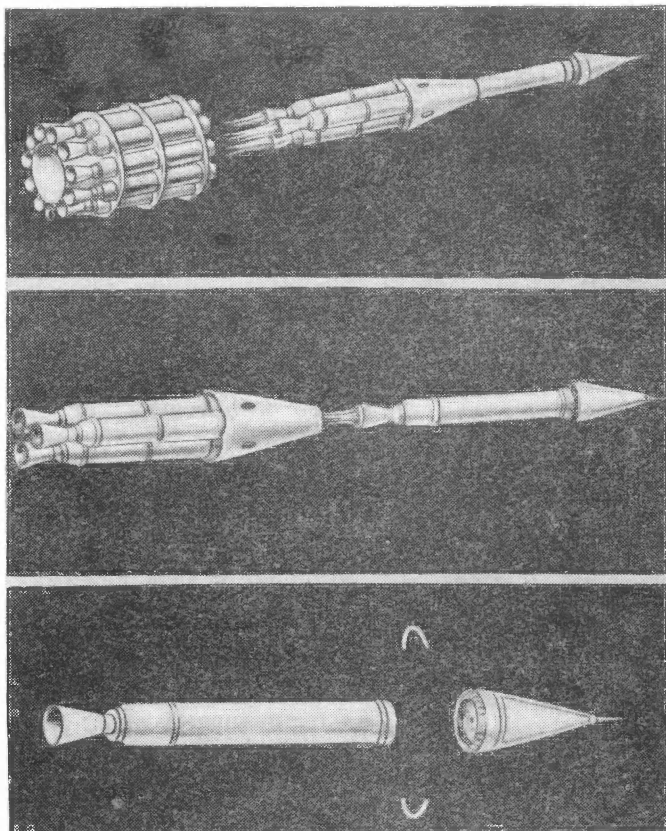


Рис. 1.15. Принципиальная схема разделения ступеней в многоступенчатой ракете на твердом топливе

При расположении стартовых двигателей вокруг маршевого двигателя сопла могут устанавливаться параллельно оси ракеты или под углом. Если сопла установлены под некоторым углом к оси ракеты, то линия действия вектора тяги каждой из ракетных камер обычно проходит через общий центр тяжести ракеты. При этом исключается возможность попадания струй газов, истекающих из сопел, на корпус ракеты.

Чтобы максимально уменьшить различие в тягах отдельных двигателей, а также произвести одновременную отсечку («оста-

нов») работающих двигателей, необходимо в каждом двигателе соблюдать одинаковые режимы горения. Конструктивно все эти вопросы решают, используя газодинамические связи между двига-

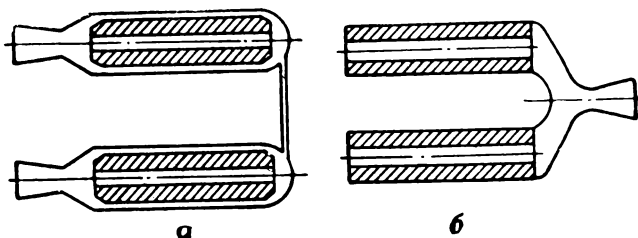


Рис. 1.16. Компоновочные схемы РДТТ:

а — схема двигателей, соединенных с помощью трубопровода для обеспечения огневой связи; *б* — схема двигателей, соединенных на одно общее сопло

телями. На рис. 1.16 показаны схемы РДТТ, в которых камеры соединены между собой трубопроводом или одним соплом; это способствует выравниванию давлений внутри отдельных ракетных камер и обеспечивает одновременный запуск и отсечку всех двигателей в связке [16].

В некоторых компоновочных схемах (рис. 1.17) одноступенчатых ракет используются двигатели, работающие в двух режимах (стартовом и маршевом). На рис. 1.17, *а, б* показаны схемы двигателей, в ракетных камерах которых расположено по два заряда твердого топлива с различным временем горения. На рис. 1.17, *в, г* показаны схемы двигателей с несколькими ракетными камерами, размещенными в едином корпусе.

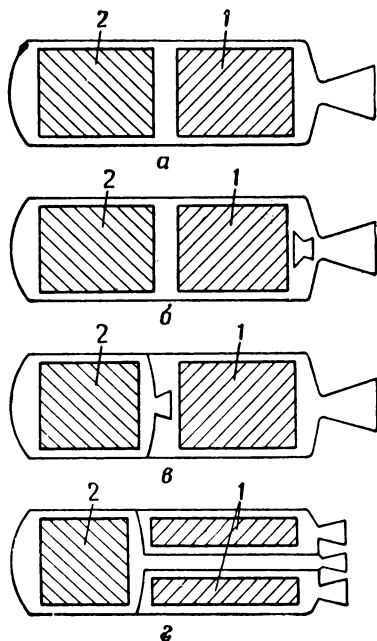


Рис. 1.17. Схемы принципиально возможных конструкций РДТТ с двумя ступенями тяги:

а, б — однокамерный; *в, г* — двухкамерный; 1 — заряд стартового режима; 2 — заряд маршевого режима

Ракетная камера

Основной частью двигателя является ракетная камера, которая работает в условиях большого давления и высокой температуры. Поэтому в качестве материала для изготовления ракетных камер РДТТ используют конструкционные и жаропрочные стали, а также сплавы легких металлов, титановые сплавы (6% Al, 4% V) и пластмассы.

Так, например, стальной корпус двигателя первой ступени ракеты «Минитмэн» (рис. 1.18) состоит из цилиндрической обечайки, двух крышек (верхней 2 и нижней 3). Сферические или эллипсоидальные крышки (днища) изготавливаются из изотропных материалов (сталь, титан и т. д.). Верхняя крышка приваривается к цилиндрической части, а нижняя крепится на резьбе. Внутренняя поверхность верхней крышки покрыта формованной каучуковой изоляцией толщиной 10 мм. Изоляция нижней крышки состоит из стеклоткани толщиной 50 мм и двухслойного каучукового покрытия, обеспечивающего компенсацию расширения топлива при изменении температуры. Внутренняя поверхность корпуса двигателя покрывается двухслойной каучуковой изоляцией 4, толщиной ≈ 5 мм. На наружную поверхность корпуса наносится защитное покрытие 5, которое предохраняет двигатель от воздействия газов при пуске из шахты, а также от аэродинамического нагрева при полете в атмосфере [7].

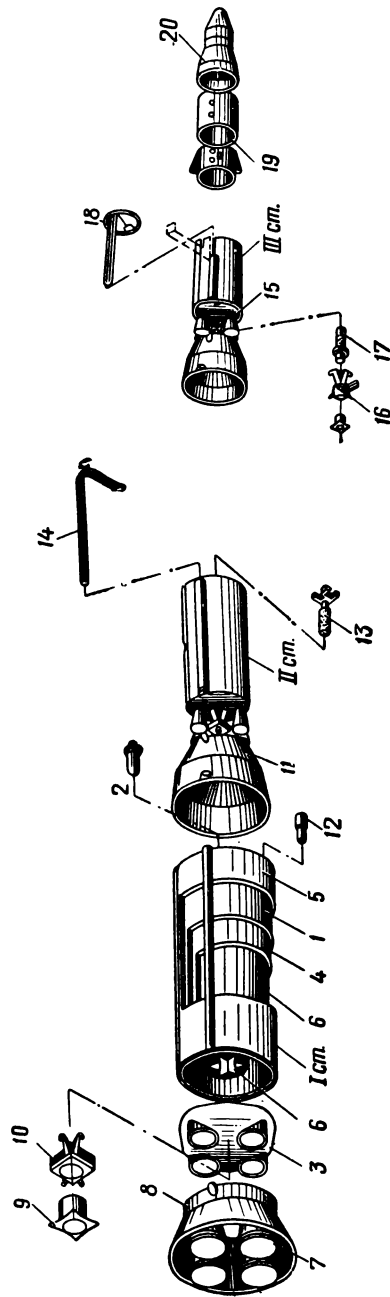


Рис. 1.18. Компоночная схема ракеты на твердом топливе «Минитмэн»:

1 — корпус; 2 — верхняя крышка корпуса; 3 — нижняя крышка корпуса; 4 — внутренняя изоляция; 5 — внешняя изоляция; 6 — топливо; 7 — сопловой блок; 8 — «юбка»; 9 — тепловой отражатель; 10 — блок управления соплами; 11 — переходная секция, соединяющая первую и вторую ступени; 12 — самоликвидатор; 13 — воспламенитель двигателя второй ступени; 14 — самоликвидатор в форме кумулятивного заряда; 15 — сопловой блок третьей ступени; 16 — блок управления; 17 — воспламенитель; 18 — самоликвидатор; 19 — отсек с оборудованием системы наведения и управления; 20 — отделяющаяся боевая часть ракеты

Термически обработанная сталь, идущая на изготовление ракетных камер, постепенно вытесняется пластическими материалами, армированными стекловолокном, обладающими резко выраженными анизотропными свойствами. Стандартные марки стеклопластиков изготавливаются на основе эпоксидной смолы (оптимальное содержание смолы $\approx 15-20\%$). При использовании обычной эпоксидной смолы прочность стеклопластиков снижается на 25% уже при 149°С. Продолжаются работы над созданием смол, сохраняющих высокую прочность до температуры 260°С [3]. Волокна могут изготавливаться не только из стекла и нейлона, но также из стали и других материалов [8]. Перспективными являются волокна, изготовленные из окиси бериллия и бора. В табл. 1.3 приведены сравнительные данные механических свойств составных систем бериллия и стали [9].

Таблица 1.3

Материал	Временное сопротивление		Модуль упругости	
	среднее [кг/см ²]	удельное [см]	средний [кг/см ²]	удельный [см]
Бор короткие волокна	35000	$1,35 \cdot 10^7$	$4,2 \cdot 10^6$	$1,62 \cdot 10^9$
	непрерыв- ные волокна	28100	$1,02 \cdot 10^7$	$4,2 \cdot 10^6$
Е — стеклово- локно	35000	$1,37 \cdot 10^7$	$0,73 \cdot 10^6$	$0,28 \cdot 10^9$
Бериллий	6300	$0,33 \cdot 10^7$	$3,1 \cdot 10^7$	$1,68 \cdot 10^9$
Сталь	1970—42100	$(0,025 \div 0,53) \cdot 10^7$	$2,1 \cdot 10^6$	$0,28 \cdot 10^9$

При изготовлении цилиндрических корпусов камер сгорания методом намотки применяется комбинированная намотка нити (под различными углами), позволяющая воспринимать помимо сил давления газов изгибающие усилия, возникающие от действия инерционных сил.

Подобным методом изготавливают корпуса РДТТ обеих ступеней ракеты «Поларис А-3», а также двигатель третьей ступени ракеты «Минитмэн».

Сравнительные весовые данные стальных и пластмассовых (стеклопластиковых) корпусов двигателей трех модификаций ракеты «Поларис» приведены в табл. 1.4 [9].

Как видно из табл. 1.4, стеклопластиковые корпуса значительно легче стальных корпусов.

Таблица 1.4

Модификация ракеты	Материал корпуса	Плотность [г/см ³]	Толщина стенки [мм]	Длина цилиндрической части [м]	Вес корпуса без теплозащиты [кг]	
I ступень	A-1	Сталь	7,8	5,6	2,6	862
	A-2	Сталь	7,8	4,8	3,4	773
	A-3	Стеклопластик (стекловолокно S-994)	2,0	8,1	3,5	433
II ступень	A-1	Сталь	7,8	2,3	0,9	238
	A-2	Стеклопластик (стекловолокно E)	2,1	4,6	0,9	173
	A-3	Стеклопластик (стекловолокно S-994)	2,0	3,7	1,1	95

В табл. 1.5 приведены характеристики некоторых конструкционных материалов, позволяющие сделать сравнительный анализ целесообразности их использования [8].

Таблица 1.5

Наименование материала	Временное сопротивление разрыву [кг/см ²]	Удельный вес [г/см ³]	Удельная прочность [см · 10 ⁶]	Удельная прочность при кольцевом напряжении [см · 10 ⁶]	Коэффициент теплопроводности [ккал/м · час · °С]
Сталь RS 140	15700	7,8	2,010	—	12 ÷ 19
Алюминиевый сплав L71	4400	2,8	1,580	—	100 ÷ 170
Титан	9400	4,5	2,090	—	12 ÷ 16
Фенолосбестовая пластмасса					
Тип „А“	2040	1,75	1,160	—	—
Тип „В“	3640	1,8	2,030	—	—
Тип „С“	420	1,8	0,236	—	—
Стеклопластик (стекловолокно S-994; намотка продольная)	8400*	2,0	—	4,2	—
Стеклопластик (стекловолокно марки E; намотка спиральная)	7000*	2,1	—	3,3	—
Стеклопластик (стекловолокно S-994; намотка спиральная)	10500*	2,0	—	5,3	—

* Значения предела прочности для стеклопластиков даны для кольцевого напряжения.

Ракетный сопловой блок

Конструкция сверхзвукового сопла в РДТТ и взаимное расположение сопла и ракетной камеры влияют на величину тяги и надежность работы двигателя. Конфигурация входной (докритической) и выходной (закритической) частей сопла выбирается из условия обеспечения минимальных потерь энергии при истечении газов из сопла. В зависимости от назначения РДТТ выбирается оптимальная степень расширения сопла. Выходная часть сопла может быть в виде конуса с углом раствора $16\text{--}40^\circ$ или в виде кривой определенного профиля для обеспечения на срезе сопла прямолинейного и равномерного потока (профилированное сопло).

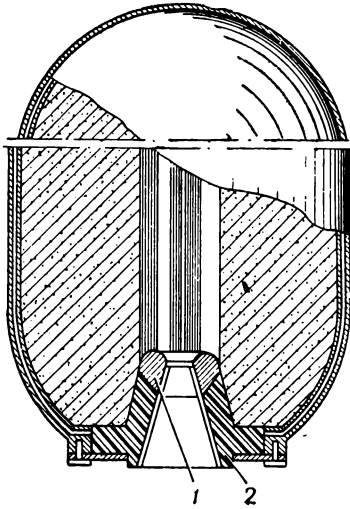


Рис. 1.19. Схема РДТТ с соплом, скрепленным непосредственно с зарядом твердого топлива:

1 — критическая часть сопла; 2 — расширяющаяся часть сопла

Для изготовления сопловых вкладышей используют пирографит, полученный пиролизом углеводородов в вакуумной печи при высокой температуре. Пирографит прочный, непроницаемый и стойкий к эрозии материал. Он хорошо сопротивляется окислению до температуры 1000°C , имеет анизотропные свойства и начинает разлагаться при температуре 3500°C .

Для двигателей, у которых заряд плотно скреплен со стенками ракетной камеры, пластмассовый сопловой блок может крепиться также к топливному заряду (рис. 1.19). Такое крепление значительно уменьшает вес соплового блока и термические нагрузки на элементы конструкции, прилегающие к соплу.

На рис. 1.20 изображена конструкция поворотного сопла для РДТТ калибром 4 м. К неподвижной докритической части сопла 1 на двух штифтах 2 крепится шарнирное кольцо 3 диаметром 2 м. К шарнирному кольцу под углом 90° к первым двум штифтам крепится подвижная часть сопла 4, которая может отклоняться на

угол до 5° в двух плоскостях [13]. В зазор между неподвижной и подвижной частями вставляется уплотнительное кольцо, изготовленное из каучука специальной марки. Чтобы предотвратить прогар, кольцо покрывается силиконовой смазкой. Стальные корпуса элементов подвижного сопла покрыты графитовой и угольной тканями, а также стеклопластиком, пропитанным фенольной смолой.

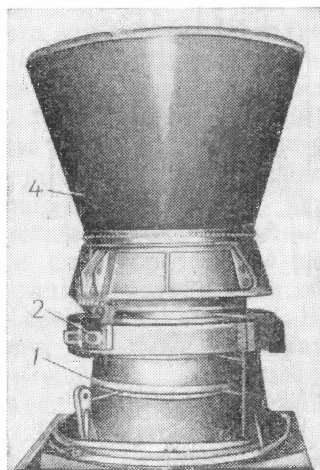
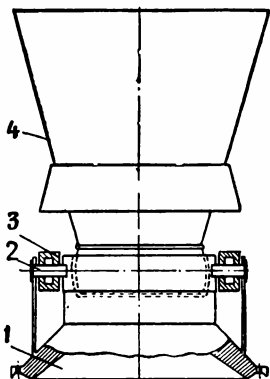


Рис. 1.20. Поворотное сопло для РДТТ калибром 4 м:

1 — неподвижная часть сопла; 2 — цапфа; 3 — силовое кольцо узла качания; 4 — подвижная часть сопла



Поскольку тепловые потоки в стенку сопла достигают своего максимального значения в критическом сечении сопла ($\sim 10^7 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \cdot \text{час}}$), то его теплоизоляции придают большое значение. Так, например, в критическом сечении сопла первой ступени ракеты «Минитэн» укреплен вольфрамовый вкладыш с шестью графитовыми кольцами [7]. В конструкции сопла, изображенной на рис. 1.21, охлаждение критического сечения сопла происходит за счет разложения гидридов

металлов LiH; LiBH₄; NaBH₄ и KBH₄. Над пористым вкладышем 1 находится набор пластин гидрида металла 2, чередующихся со стальными пластинами 3. При течении горячих газов по соплу пластины гидрида металла нагреваются. (Для интенсификации нагрева горячие газы могут подаваться к пластинам через

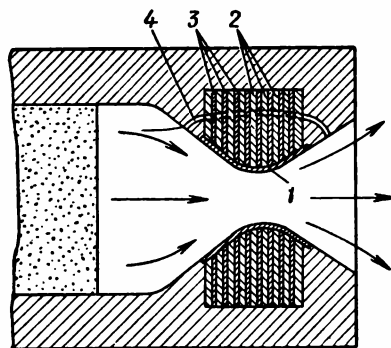


Рис. 1.21. Конструкция сопла со специальным видом тепловой защиты:

1 — пористый вкладыш; 2 — пластины гидрида металла; 3 — стальные пластины; 4 — канал для прохода газов

металлов LiH; LiBH₄; NaBH₄ и KBH₄. Над пористым вкладышем 1 находится набор пластин гидрида металла 2, чередующихся со стальными пластинами 3. При течении горячих газов по соплу пластины гидрида металла нагреваются. (Для интенсификации нагрева горячие газы могут подаваться к пластинам через

сверление 4.) Под действием высокой температуры гидрид металла разлагается с выделением водорода, который, проходя через пористый вкладыш, образует на поверхности сопла

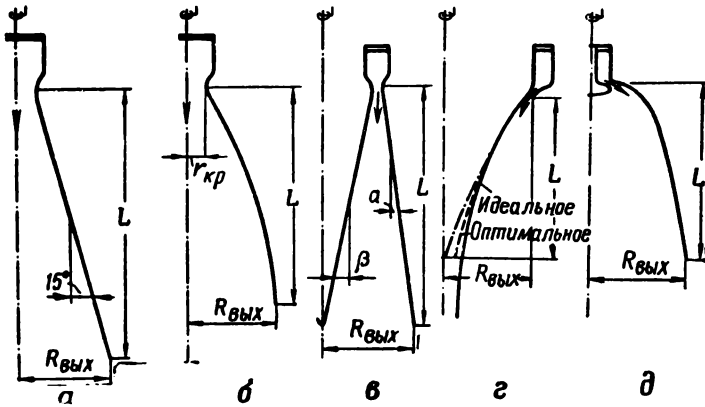


Рис. 1.22. Различные формы криволинейных сопел с принудительным отклонением струи:

a — коническое сопло; *б* — сопло с оптимальным контуром; *в* — кольцевое сопло; *г* — сопло с центральным телом; *д* — тарельчатое сопло

газовую пленку, уменьшающую тепловые потоки от горячих газов к соплу [11].

В конструкциях РДТТ для управляемых ракет нашли применение криволинейные сопла. Различные формы криволинейных со-

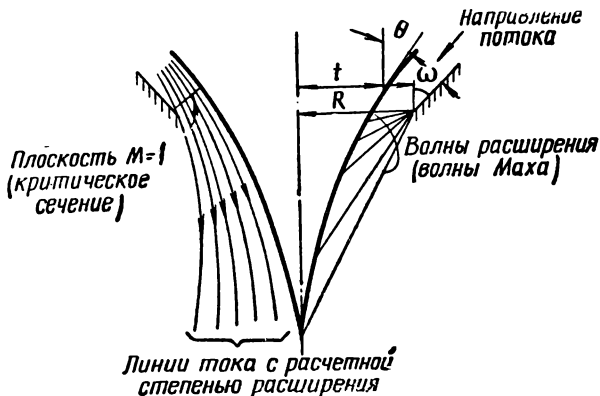


Рис. 1.23. К вопросу о физической картине процесса в сопле с центральным телом

пел с принудительным отклонением струи приведены на рис. 1.22. К ним относятся три возможных типа: кольцевые сопла, сопла с центральным телом и тарельчатые сопла (или сопло с «юбкой»).

Все приведенные типы сопел характеризуются высокими тяговыми характеристиками, имеют сравнительно малую длину (вес) и создают на выходе из сопла равномерный и прямолинейный поток.

В настоящее время широко используются сопла с центральным телом (рис. 1.23). Внешняя граница струи вдоль такого сопла является свободной поверхностью. Во время изменения высоты полета свободная поверхность газовой струи, обтекающей центральное тело, непрерывно приспосабливается к окружающим условиям, а величина площади сечения струи на конце центрального тела устанавливается автоматически в соответствии со степенью расширения. Поскольку сопло с центральным телом работает как сопло с регулируемым отношением сечений, то характеристики сопла на режимах ниже расчетного более высокие, чем характеристики обычных сопел Лавалья (рис. 1.24). Физический смысл указанного преимущества заключается в природе саморегулирования потока. Работа сопла с центральным телом идентична процессу обтекания сверхзвуковым потоком газа выпуклого тупого угла (течение Прандтля — Мейера).

Увеличение давления на части центрального тела увеличивает тягу сопла с центральным телом по сравнению с тягой сопла Лавалья. При степенях расширения, превышающих расчетную, тяговые характеристики сравниваемых сопел совпадают (рис. 1.24). Это объясняется тем, что всякое расширение струи газов в атмосфере при отношении давлений выше расчетного не влияет на поток, движущийся вдоль стенки сопла любого типа [15].

Применение центрального тела открывает новые возможности в управлении вектором тяги по направлению.

§ 1.3. ХАРАКТЕРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКТИВНЫХ СХЕМ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ РЕАКТИВНЫХ СНАРЯДОВ

В иностранной печати указывается, что, хотя управляемые ракеты в настоящее время являются основными в боевой ракетной технике, неуправляемые реактивные снаряды (НРС) все еще занимают важное место в системе вооружения армий [17].

НРС просты по устройству, а их пусковые установки безотказны, легки и малогабаритны.

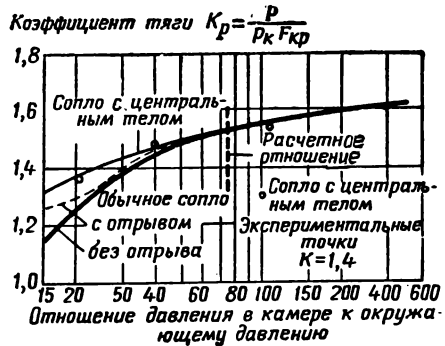


Рис. 1.24. Тяговые характеристики сопел различных типов

На рис. 1.25—1.27 показаны различные образцы советских НРС, относящихся к периоду второй мировой войны [2, 18].

Неуправляемые РС отличаются разнообразием компоновочных и конструктивных схем. При выборе оптимальной компоновочной схемы учитывают назначение снаряда, вес и состав полезного

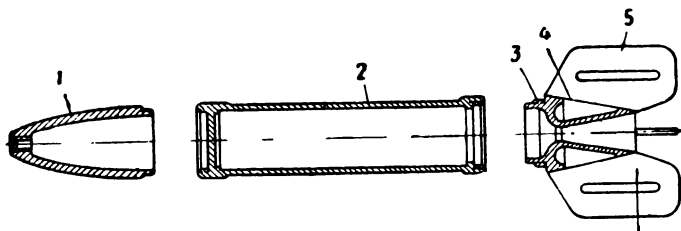


Рис. 1.25. Ракетный снаряд М-8 (СССР), калибр 82 мм, стартовый вес 8 кг, максимальная скорость 315 м/сек:
1 — боевая часть; 2 — ракетная камера (с глухим передним дном);
3 — сопло; 4 — обтекатель; 5 — стабилизатор

груза, характер и эффективность действия снаряда у цели, тип взрывательного устройства.

Существует несколько схем взаимного расположения боевой и ракетной частей в общей компоновке ракетного снаряда с двигателем на твердом топливе (рис. 1.28). Основной схемой следует

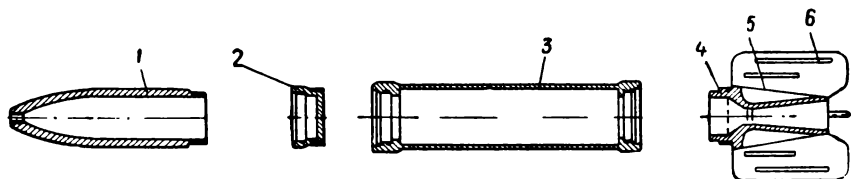


Рис. 1.26. Ракетный снаряд М-13 (СССР), калибр 132 мм, стартовый вес 42,5 кг, максимальная скорость 355 м/сек:
1 — боевая часть; 2 — переходное дно; 3 — ракетная камера; 4 — сопло; 5 — обтекатель;
6 — стабилизатор

считать так называемую нормальную схему РС — боевая часть впереди, ракетная часть сзади (рис. 1.29). Некоторые РС полевой артиллерии осколочного действия выполнены по обратной схеме — ракетная часть впереди, боевая часть сзади (рис. 1.30), что повышает эффективность действия данного снаряда у цели [18].

Конструктивная схема РДТТ для неуправляемой ракеты зависит от назначения и дальности полета снаряда. НРС наземной ракетной артиллерии рассчитаны на сравнительно небольшую даль-

ность стрельбы и поэтому чаще всего в них применяются однокамерные РДТТ.

На рис. 1.31 [2] показано устройство противотанковых снарядов. В ракетной камере находится тонкосводный заряд твердого топлива. Время горения заряда равно долям секунды, и поэтому заряд в основном сгорает в период движения НРС в трубе направляющего пускового устройства. Диаметр корпуса двигателя меньше диаметра головной части НРС.

Авиационные НРС имеют компоновку, аналогичную снарядам наземной ракетной артиллерии (рис. 1.32), и стабилизируются в полете хвостовым оперением. На рис. 1.32 показан конструктивный узел хвостового стабилизатора, выполненный в виде раскрывающегося оперения.

Чтобы улучшить кучность попадания, в конструктивной схеме РДТТ для неуправляемых РС предусматриваются устройства, которые обеспечивают проворот ракеты вокруг продольной оси. В неуправляемой одноступенчатой баллистической ракете «Онест Джон» (рис. 1.33) за боевой головкой под некоторым углом к оси помещены небольшие РДТТ, предназначенные для медленного вращения ракеты вокруг оси симметрии.

Кроме обычных НРС, стабилизирующихся в полете с помощью оперения, применяют турбореактивные снаряды (ТРС), в которых стабилизация в полете осуществляется за счет вращения снаряда вокруг своей продольной оси (рис. 1.29). Вращение ТРС создается в результате истечения газов через косонаправленные сопла, установленные в дне ракетной камеры [19].

Типовые схемы ракетных двигателей на твердом топливе для неуправляемых снарядов изображены на рис. 1.34, 1.35 [10].

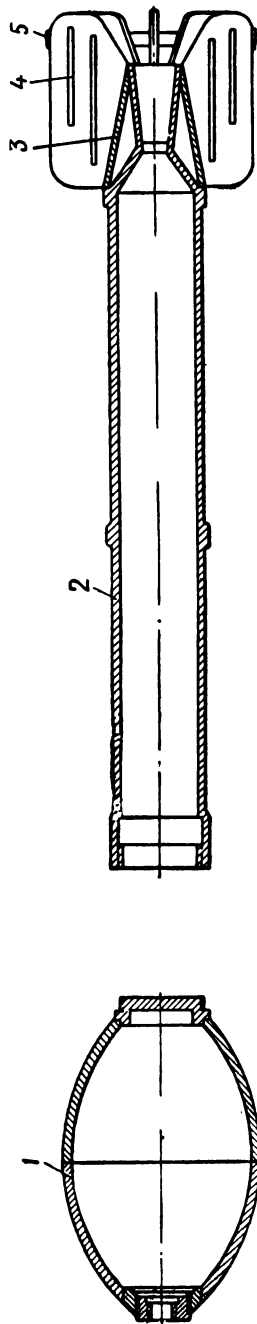


Рис. 1.27. Ракетный снаряд М-31 (СССР), калибр 300 мм, стартовый вес 94,6 кг, максимальная скорость 255 м/сек; 1 — боевая часть (сборка); 2 — ракетная камера (выполняется как одно целое с соплом); 3 — обтекатель; 4 — стабилизатор; 5 — направляющее кольцо стабилизатора

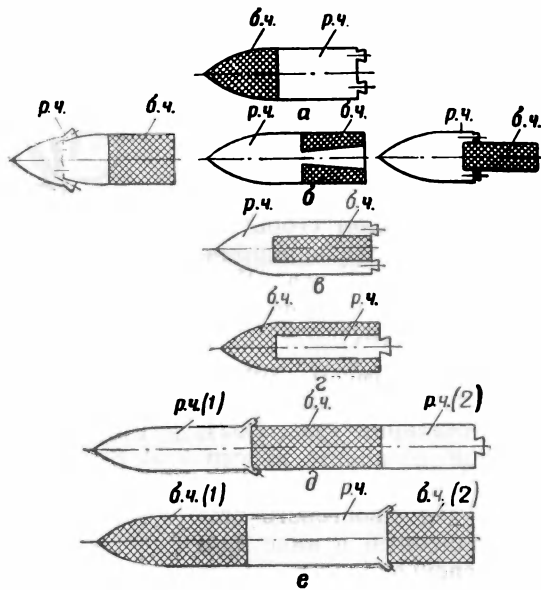


Рис. 1.28. Возможные схемы конструктивной компоновки ракетных снарядов с двигателями на твердом топливе:

а — боевая часть впереди, ракетная камера сзади; *б* — ракетная часть впереди, боевая часть сзади; *в* — боевая часть внутри ракетной камеры; *г* — ракетная часть внутри боевой; *д* — боевая часть между двумя ракетными камерами; *е* — ракетная камера между двумя боевыми частями

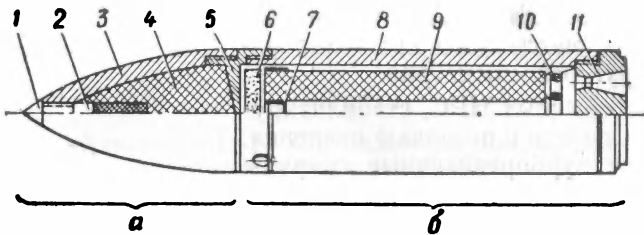


Рис. 1.29. Примерная конструкция современного ракетного снаряда полевой артиллерии:

а — боевая часть; *б* — ракетная часть; 1 — взрыватель; 2 — дополнительный детонатор; 3 — корпус боевой части; 4 — боевой заряд взрывчатого вещества; 5 — переходное дно; 6 — воспламенитель с системой электровоспламенения; 7 — передняя решетка для крепления воспламенителя и заряда; 8 — корпус ракетной камеры; 9 — заряд твердого топлива; 10 — диафрагма; 11 — сопловый блок

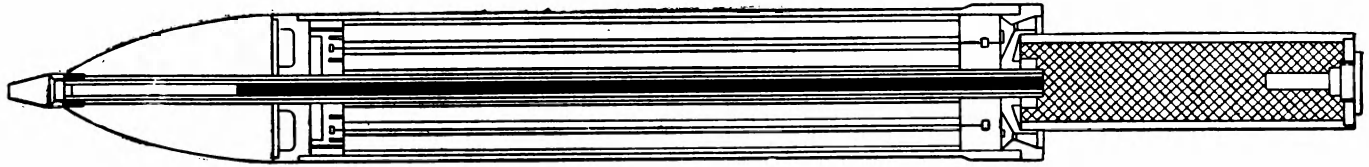


Рис. 1.30. Схема турбореактивного неуправляемого снаряда

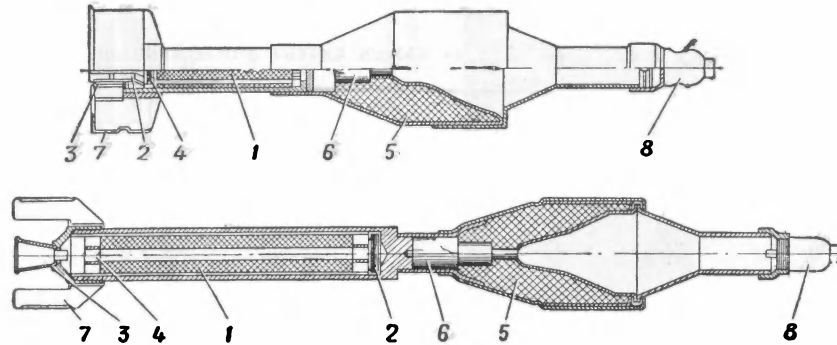


Рис. 1.31. Схемы противотанковых снарядов:

1 — ракетная камера с зарядом твердого топлива; 2 — воспламенитель; 3 — сопло;
 4 — диафрагма; 5 — боевой заряд с кумулятивной выемкой; 6 — донный детонатор;
 7 — стабилизатор; 8 — головной взрыватель

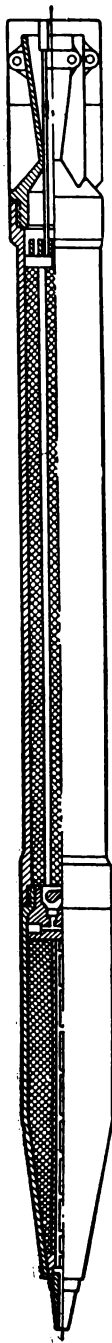
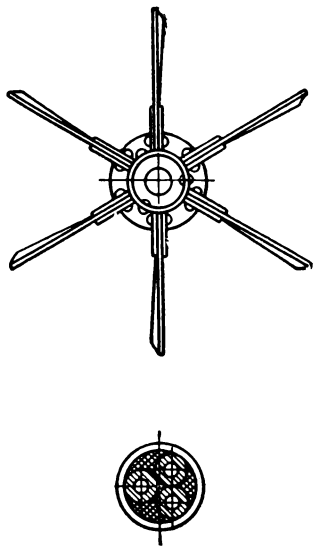


Рис. 1.32. Ракетный неуправляемый снаряд класса «воздух — воздух» с раскрывающимся оперением

Для неуправляемых РС в настоящее время используется несколько схем РДТТ. Наиболее простой по устройству является схема двигателя со свободным вложенным зарядом (рис. 1.34).

Основными элементами двигателя является камера сгорания 1, в которой непосредственно находится заряд твердого топлива 4, сопловой блок 2, переднее дно 3, воспламенительное устройство 6 и диафрагма 5, предотвращающая выброс через сопло шашек заряда твердого топлива.

Наряду с указанными главными элементами конструктивной схемы в двигателе могут быть установлены предохранительные клапаны для аварийного сброса давления, кассеты для шашек, держатели заряда, фиксаторы на наружной поверхности заряда, которыми заряд прилегает к стенкам камеры сгорания, сопловые заглушки для герметизации двигателя и другие части. В этих двигателях использовались баллиститные твердые топлива — нитроглицериновые пороха. Заряды из этого типа топлива в виде цилиндрических одноканальных и многоканальных пороховых шашек свободно укладываются в камеру сгорания. При таком снаряжении двигателя продукты сгорания топлива соприкасаются с корпусом по всей внутренней поверхности, что приводит к интенсивному

нагреву корпуса и снижению прочностных характеристик материала. В связи с этим возникают дополнительные трудности, связанные с защитой стенки камеры от нагрева. Ракетные двигатели на твердом топливе, выполненные по такой схеме, имели сравнительно большой вес, а коэффициент качества конструкции α со-

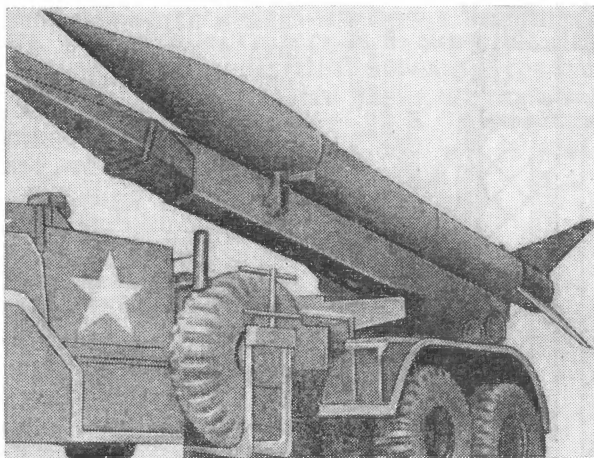


Рис. 1.33. Неуправляемый ракетный снаряд класса «земля — земля» «Онест Джон»

ставлял значительную величину, равную 0,8—1,5 [20]. Двигатель со свободно вложенным зарядом прост в снаряжении и контроле, удобен в эксплуатации.

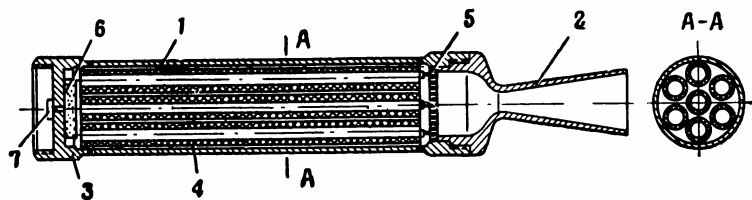


Рис. 1.34. Схема устройства РДТТ со свободно вложенным зарядом твердого топлива:

1 — корпус ракетной камеры; 2 — сопло; 3 — переднее дно; 4 — заряд твердого топлива; 5 — диафрагма; 6 — воспламенитель; 7 — пиросвеча

На рис. 1.35 схематично показан вариант двигателя, у которого заряд, бронированный снаружи, свободно вложен в камеру сгорания. Отсутствие интенсивного конвективного теплообмена между газами и камерой сгорания предохраняет стенки корпуса двигателя от существенного нагрева в процессе горения заряда. Камера сгорания состоит из цилиндрической трубы, заднего днища и входной

В конструкциях РДТТ, выполненных по схеме со свободно вложенным зарядом, имеется диафрагма, которая удерживает заряд в ракетной камере до полного сгорания.

Диафрагмы изготавливаются из стали с содержанием углерода $\approx 0,3\%$, из жаростойкой стали с небольшим содержанием хрома, а также из различных марок пластмасс.

В зависимости от геометрической формы диафрагмы бывают многокольцевые (рис. 1.36), однокольцевые с ребрами, колосниковые, дисковые, лепестковые, секторные и дырчатые [18]. Форма и размеры диафрагм современных НРС определяются конструкцией заряда твердого топлива и соплового блока, а также временем ра-

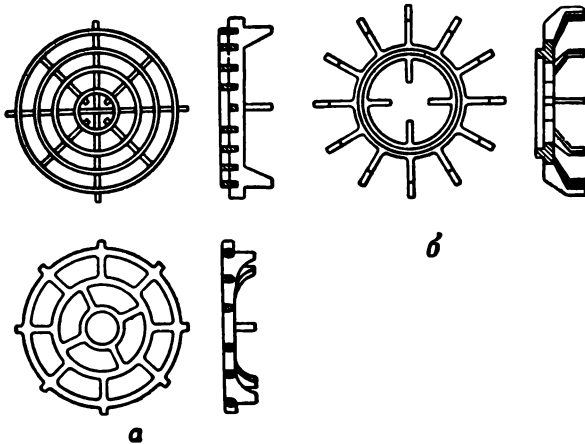


Рис. 1.36. Конструктивные формы диафрагм для ракетных двигателей на твердом топливе:

а — многокольцевые диафрагмы для многошашечных зарядов;
б — однокольцевая диафрагма без периферийного кольца для одношашечных зарядов

боты и назначением РДТТ. Течение газа через диафрагменный узел характеризуется максимальной турбулизацией потока и сопровождается дросселированием газа, образованием вихрей и увеличенным перепадом давления.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ I

1. Вопросы ракетной техники. № 6, 1964; № 1, 2; 1965 г. Издательство «Мир».
- Авиация и космонавтика. № 4, 1965 г. Издательство «Красная Звезда».
- М. Н. Гончаренко. «Ракеты и проблемы антиракет». Изд. ДОСААФ, М., 1962;
- А. Е. Татарченко. «Управляемые снаряды и ракеты». Изд. ДОСААФ, М., 1962;
- Я. М. Паушкин. «Химия реактивных топлив». Издательство Академии Наук СССР, М., 1962;
- Авиэйшн Уик», т. 82, № 12, 15, 1965;

- «Мисайлз энд рокетс», т. 16, № 15, 1965;
«Электроник ньюс», т. 10, № 482, 1965.
2. В. И. Феодосьев, Г. Б. Синярев «Введение в ракетную технику», Оборонгиз, 1960.
3. Я. М. Шапиро, Г. Ю. Мазинг, Н. Е. Прудников «Теория ракетного двигателя на твердом топливе», Воениздат МО СССР, М., 1966 г.
4. «Мисайлз энд рокетс», 21/XII, 1964, стр. 16; «Aviation Week», 1964, 22/VI, vol 80, № 2p; «Missile Space Daily», 1964, 16/VII, vol 8, № 11.
5. «Интеравиа», 1965, III, т. 20, № 3, стр. 388;
«Мисайлз Спейс Дейли», 1965, 13/IV, т. 12, № 32, стр. 251;
«Интеравиа эйр леджер», 1965, 8/III, № 5701, стр. 5;
«Астронотикс энд Аэронотикс», 1964, X, т. 2, № 10, стр. 94.
6. А. Б. Бойд, В. М. Бёрке, Дж. Е. Медфорд «Проблемы проектирования крупногабаритных ракетных двигателей». Исследование ракетных двигателей на твердом топливе, под редакцией М. Саммерфилда, изд. Иностранной литературы, М., 1963.
7. Вопросы ракетной техники, № 6, 1963. Издательство «Мир».
8. «Астронавтика и ракетодинамика», изд. ВИНТИ АН СССР и ГНТК № 18, 1961. Вопросы ракетной техники, № 6, 1964, изд. «Мир», М., «Астронавтика и ракетодинамика» (Экспресс информация) № 7, 1964.
9. Morris E. E. «Glass Cases for the Biggest Solids». «Astronautics and Aeronautics», 1964, 2, № 7, 23—38
10. Патент США, кл. 60—35, № 3103784, заявл. 15.II.60; кл. 60—35.55, № 3140584.
11. Патент США, кл. 60—35.6, № 3115746, заявл. 18—07—60.
12. „Missile Space Daily“, 1965, II, № 27, 217 (англ.)
13. «Авиэйшн Уик», 1964, 14.XII, т. 81, № 24, 25.
«Мисайлз энд рокетс», 1964, 21/XII, т. 5, № 25.
14. Б. В. Орлов, Г. Ю. Мазинг «Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе». Издательство «Машиностроение», 1964
15. Рао. «Последние достижения в профилировании ракетных сопел». «National Engineering Science Company». Пасадена, шт. Калифорния.
16. М. Баррер, А. Жомотт, Б. Ф. Вебек, Ж. Ванденкеркхове. «Ракетные двигатели», Оборонгиз, 1962 г.
17. Б. В. Ляпунов «Ракета», Воениздат МО СССР, 1960.
18. В. Д. Куров, Ю. М. Должанский «Основы проектирования пороховых ракетных снарядов», Оборонгиз, 1961.
19. М. Е. Серебряков. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. Оборонгиз, 1962.
20. В. В. Рожков. Ракетные двигатели твердого топлива. М., Воениздат, 1963.
-

ГЛАВА II

ОСНОВНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

§ 2.1. РАКЕТА КАК ТЕЛО ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ

В классической механике, базирующейся на законах Ньютона, масса движущегося тела рассматривается как постоянная величина. Однако на практике приходится рассматривать задачи о движении тела, масса которого непрерывно изменяется с течением времени вследствие отделения от него или присоединения к нему материальных частиц. Такое тело называется телом переменной массы. Рассмотрим вопросы механики тела переменной массы применительно к динамике ракет.

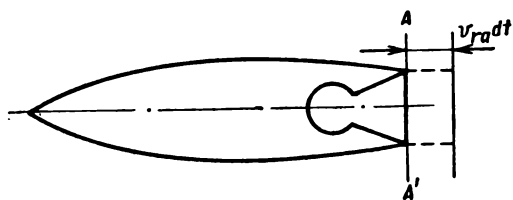


Рис. 2.1. Ракета как тело переменной массы

Окружим ракету контрольной поверхностью Σ , проходящей по внешней поверхности корпуса ракеты и по выходному сечению сопла AA' (рис. 2.1).

Все материальные точки, находящиеся в момент времени t внутри указанной контрольной поверхности, будем считать принадлежащими «телу переменной массы» — ракете. Чтобы можно было за время dt рассматривать ракету как тело постоянной массы и применять к ней обычные зависимости механики Ньютона, введем еще в рассмотрение деформируемую контрольную поверхность Σ_1 . Последняя отличается от поверхности Σ тем, что часть ее, проходящая через выходное сечение AA' , за время dt перемещается по потоку на величину $v_{ra} dt$, где v_{ra} — скорость газа относительно корпуса ракеты, индекс a отвечает выходному сечению сопла. Таким образом, внутри контрольной поверхности Σ_1 за время dt масса остается неизменной.

В дальнейшем мы будем рассматривать три области:

Область I содержит твердые тела внутри контрольной поверхности Σ , за исключением газов, находящихся в ракетной камере.

Таким образом, к области I будем относить корпус ракеты, твердое и жидкое топливо. Массу тел, находящихся в момент времени t в области I, будем относить к корпусу ракеты и обозначать M_k .

Область II содержит газы, находящиеся в ракетной камере до выходного сечения AA' . Массу этих газов обозначим m .

Область III за выходным сечением сопла содержит массу газов, вытекающих из камеры за время dt . Масса этих газов равна $\mu dt = -dm$, где μ — секундный расход массы вытекающих газов.

Напишем уравнение количества движения ракеты. В момент времени t внутри контрольной поверхности в областях I и II находится масса ракеты $M_k + m$. Эта же масса находится в момент времени $t + dt$ внутри контрольной поверхности Σ_1 , в областях I, II и III. Количество движения системы в момент времени t равно

$$\bar{Q} = M_k \bar{v}_{kc} + \bar{q},$$

где \bar{v}_{kc} — скорость центра массы корпуса;

\bar{q} — количество движения газов.

Для момента времени $t + dt$ получим

$$\bar{Q} + d\bar{Q} = [M_k - (\mu + d\mu) dt] (\bar{v}_{kc} + d\bar{v}_{kc}) + \bar{q} + d\bar{q} + \mu dt \cdot \bar{u}, \quad (2.1)$$

где \bar{u} — абсолютная скорость истечения газов в выходном сечении сопла.

Величиной $d\mu$ мы учитываем то обстоятельство, что секундная подача топлива в камеру может отличаться от секундного расхода вытекающих газов.

Из выражения (2.1), отбрасывая величины $(\mu + d\mu) dt \cdot d\bar{v}_{kc}$, $d\mu \cdot dt \cdot \bar{v}_{kc}$ ввиду их малости, получим

$$d\bar{Q} = M_k d\bar{v}_{kc} + d\bar{q} + \mu (\bar{u} - \bar{v}_{kc}) dt.$$

Разделим на dt и, учитывая, что $\bar{u} - \bar{v}_{kc} = \bar{v}_{ra}$, где \bar{v}_{ra} — скорость истечения газов относительно системы координат, связанной с корпусом ракеты, получим*

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = M_k \frac{d\bar{v}_{kc}}{dt} + \frac{d\bar{q}}{dt} + \mu \bar{v}_{ra} = \bar{\Phi}, \quad (2.2)$$

где $\bar{\Phi}$ — главный вектор внешних сил, действующих на ракету.

Величина $\frac{d\bar{q}}{dt}$ характеризует изменение количества движения газов в камере.

* Следовало бы учесть то обстоятельство, что скорость потока относительно корпуса отличается от скорости потока относительно центра массы ракеты на величину скорости перемещения центра массы ракеты относительно ее корпуса. Последняя скорость для ракеты V-2 составляет величину 0,001% величины v_{ra} .

Рассмотрим элементарную массу газов в камере δm между сечениями x и $x + dx$ (рис. 2.2). Элементарное количество движения

$$\delta \bar{q} = \delta m \cdot \bar{v}_{аб}, \quad (2.3)$$

где $\bar{v}_{аб}$ — скорость газов относительно неподвижной системы отсчета.

Дифференцируя по времени выражение (2.3) и переходя к подвижной системе координат, связанной с корпусом, получим

$$\frac{d\delta \bar{q}}{dt} = \delta m \cdot \frac{d\bar{v}_{аб}}{dt} = dm (\bar{w}_e + \bar{w}_r + \bar{w}_{кор}). \quad (2.4)$$

Интегрируя выражение (2.4) вдоль камеры до выходного сечения, получим

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \int_k (\bar{w}_e + \bar{w}_r + \bar{w}_{кор}) dm.$$

Так как ускорение $w_e = w_{кам}$ не изменяется вдоль сопла, то первое слагаемое принимает вид

$$\int \bar{w}_e dm = \bar{w}_{кк} m = m \frac{d\bar{v}_{кк}}{dt}$$

Второе слагаемое —

$$\int \bar{w}_r dm = \int \frac{d\bar{v}_r}{dt} dm = \frac{d}{dt} \bar{q}_r$$

где \bar{q}_r — количество движения газов в камере относительно корпуса ракеты.

Третье слагаемое —

$$\int \bar{w}_{кор} \cdot dm = -\bar{F}_{кор},$$

где $F_{кор}$ — сила инерции Кориолиса, которая появляется при колебании ракеты.

Таким образом,

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = m \frac{d\bar{v}_{кк}}{dt} + \frac{d\bar{q}_r}{dt} - \bar{F}_{кор}.$$

Подставив полученное выражение в выражение (2.2), получим

$$(M_k + m) \frac{d\bar{v}_{кк}}{dt} = -\frac{d\bar{q}_r}{dt} + \bar{F}_{кор} + \bar{\Phi} - \mu \bar{v}_{ra}$$

или, обозначая $M = M_k + m$,

$$M \frac{d\bar{v}_{кк}}{dt} = \bar{\Phi} \quad \mu \bar{v}_{ra} - \frac{d\bar{q}_r}{dt} + \bar{F}_{кор}. \quad (2.5)$$

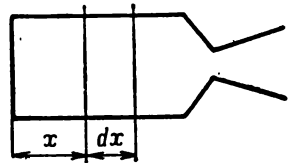


Рис. 2.2. Количество движения газов в камере

Главный вектор внешних сил определяется из выражения

$$\bar{\Phi} = M\bar{g} + \bar{F}_{\text{дав}} + \bar{F}_{\text{тр}}, \quad (2.6)$$

где $M\bar{g}$ — вес ракеты;

$\bar{F}_{\text{тр}}$ — главный вектор касательных сил сопротивления трения;

$\bar{F}_{\text{дав}}$ — главный вектор внешних сил давления.

$$\bar{F}_{\text{дав}} = \iint_S (p - p_H) \bar{n} ds, \quad (2.7)$$

где p — давление на поверхности ракеты;

p_H — атмосферное давление на высоте полета;

\bar{n} — единичный вектор нормали к элементарной поверхности ds ;

s — полная внешняя поверхность.

Давление газов в выходном сечении сопла работающего двигателя не зависит от характера обтекания ракеты внешним потоком и определяется целиком параметрами ракетного двигателя. Поэтому в выражении (2.7) целесообразно из области интегрирования s выделить выходное сечение сопла s_a

$$\bar{F}_{\text{дав}} = \iint_{s_1} (p - p_H) \bar{n} ds + \iint_{s_a} (p - p_H) \bar{n} ds.$$

Таким образом,

$$\bar{F}_{\text{дав}} + \bar{F}_{\text{тр}} = \bar{R} + (p_a - p_H) s_a \bar{n}_a, \quad (2.8)$$

где p_a — давление газов в выходном сечении;

\bar{n}_a — единичный вектор нормали этого сечения;

\bar{R} — главный вектор аэродинамических сил.

Выражение (2.6) принимает вид

$$\bar{\Phi} = M\bar{g} + \bar{R} + (\bar{p}_a - \bar{p}_H) s_a \bar{n}_a. \quad (2.9)$$

Уравнение движения ракеты записывается так:

$$M \frac{d\bar{v}_{\text{ск}}}{dt} = M\bar{g} - \mu \bar{v}_{ra} + (p_a - p_H) s_a \bar{n}_a + \bar{R} - \frac{d\bar{q}_r}{dt} + \bar{F}_{\text{кор}}.$$

Выражение

$$- \mu \bar{v}_{ra} + (p_a - p_H) s_a \bar{n}_a = \bar{P} \quad (2.10)$$

называется реактивной силой. Слагаемое $\frac{d\bar{q}_r}{dt}$ можно рассматривать как поправку к реактивной силе, зависящую от изменения параметров потока газов в камере с течением времени. При установившемся процессе в камере двигателя $q_r = \text{const}$, $\frac{dq_r}{dt} = 0$.

Оценим величину $\frac{dq_r}{dt}$ в общем случае.

Рассмотрим элементарный объем газов в камере sdx , где s — площадь сечения камеры. Количество движения газов в этом элементарном объеме

$$\delta q_r = sdx \cdot \rho v_r = \mu dx,$$

где ρ — массовая плотность газа.

Интегрируя вдоль камеры до выходного сечения сопла, получим

$$q_r = \mu l,$$

откуда

$$\dot{q}_r = \dot{\mu} l.$$

Секундный расход газов пропорционален давлению газов в камере. Рассмотрим такой неустановившийся процесс, когда давление в камере, а следовательно, и секундный расход изменяются вдвое за одну секунду. При этом, принимая $dt = 1$, получим

$$\dot{q} \sim q = \mu l.$$

Сравним эту величину с основным слагаемым в выражении для реактивной силы μv_{ra} . Получим

$$\frac{\mu l}{\mu v_{ra}} = \frac{l}{v_{ra}}.$$

Для ракеты V-2

$$\frac{l}{v_{ra}} \sim \frac{2,5}{2000} = 1,25 \cdot 10^{-3} \approx 0,1\%.$$

Оценим величину силы инерции Кориолиса. Пусть ракета колеблется вокруг оси, перпендикулярной его оси симметрии, с угловой скоростью φ . Для элементарной массы газа $dm = s\rho dx$ сила Кориолиса равна

$$dF_{\text{кор}} = 2dm \cdot v_{ra} \dot{\varphi} = 2s\rho dx \cdot v_{ra} \dot{\varphi} = 2\mu \dot{\varphi} dx.$$

Интегрируя вдоль камеры, получим

$$F_{\text{кор}} = 2\mu \dot{\varphi} l.$$

Пусть колебание ракеты происходит по закону

$$\varphi = A \cos \omega t.$$

Тогда

$$\dot{\varphi} = -A\omega \sin \omega t, \\ |\dot{\varphi}_{\text{max}}| \approx A\omega.$$

Для ракеты V-2 амплитуда колебания $A \approx 2^\circ$, а частота $\omega \approx 1$ гц. При этом $\dot{\varphi}_{\text{max}} \approx 0,035$. Длина камеры $l \approx 2$ м. Секундный расход массы $\mu \approx 15 \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{м}}$. При этом имеем

$$(F_{\text{кор}})_{\text{max}} = 2\mu \dot{\varphi}_{\text{max}} \cdot l = 2 \cdot 15 \cdot 0,035 \cdot 2 \approx 2 \text{ кг}$$

при весе ракеты примерно 13 000 кг и реактивной силе около 25 000 кг.

Из приведенных оценок видно, что при изучении движения ракеты можно отбросить слагаемые, учитывающие силу инерции Кориолиса и изменение количества движения газов в камере.

При этом уравнение движения центра массы ракеты принимает следующий вид:

$$M(t) \frac{d\bar{v}_{кц}}{dt} = M(t) \bar{g} + \bar{R} + \bar{P},$$

где

$$\bar{P} = \mu \bar{v}_{ra} + (p_a - p_H) s_a \bar{n}_a.$$

Проектируя последнее выражение на направление, противоположное скорости истечения газов, получим

$$P = \frac{G_{сек}}{g} v_{ra} + (p_a - p_H) F_a, \quad (2.11)$$

где

$$F_a = s_a, \quad G_{сек} = g\mu.$$

§ 2.2. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Силой тяжести называется равнодействующая силы земного притяжения и силы инерции переносного движения от вращения Земли.

Рассмотрим материальную точку P с массой $m=1$, находящуюся вне объема, занимаемого Землей. Сила притяжения этой точки некоторой частицей Земли определяется законом всемирного тяготения

$$F = f \frac{M}{r^2},$$

где M — масса частицы Земли;

r — её расстояние до притягиваемой точки;

f — константа всемирного тяготения.

Силовая функция этой силы определяется из выражения

$$\Pi = \frac{fM}{r}$$

Напомним свойство силовой функции: проекции силы на оси координат равны частным производным от силовой функции по соответствующим координатам. Рассматривая ось r , направленную к притягиваемой точке, как одну из осей координат, получим

$$F_r = \frac{\partial \Pi}{\partial r} = - \frac{fM}{r^2}$$

Ньютонов потенциал Земли получается суммированием силовых функций всех частиц Земли

$$\Pi = f \int_M \frac{dM}{r}.$$

Этот потенциал зависит от формы, размеров и распределения масс Земли.

В первом приближении можно рассматривать Землю как тело сферической формы, у которого плотность во всех точках зависит только от их расстояний до центра сферы. В этом случае можно доказать, что тело притягивает внешнюю точку так, как если бы вся его масса была сосредоточена в центре сферы [2].

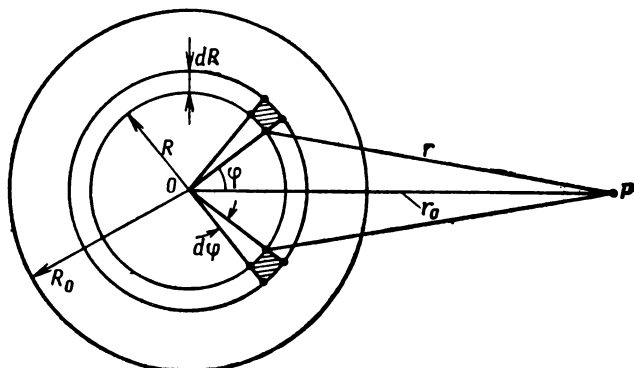


Рис. 2.3. Гравитационное поле Земли

На рис. 2.3 R_0 — радиус Земли, P — притягиваемая точка, r_0 — ее расстояние до центра Земли (O). Построим два конуса с полууглами φ и $\varphi + d\varphi$ с общей вершиной в центре сферы и проведем две концентрические поверхности радиусами R и $R + dR$. Масса элементарного объема тела, ограниченного указанными поверхностями, равна

$$dM = \rho 2\pi R^2 \sin \varphi \cdot dR \cdot d\varphi,$$

где $\rho = \rho(R)$ — плотность в рассматриваемом элементе.

При этом значение Ньютонового потенциала Земли определяется выражением

$$\Pi = f \int_M \frac{dM}{r} = 2\pi f \int_0^{R_0} \rho(R) R^2 dR \int_0^\pi \frac{\sin \varphi}{r} d\varphi, \quad (2.12)$$

где r — расстояние точки P до выделенного объема тела. Исходя из выражений:

$$r^2 = R^2 + r_0^2 - 2Rr_0 \cos \varphi;$$

$$r dr = Rr_0 \sin \varphi d\varphi,$$

введем переменную интегрирования r вместо φ . При этом

$$\Pi = \frac{2\pi f}{r_0} \int_0^{R_0} \rho(R) R dR \int_{r_0-R}^{r_0+R} dr = \frac{4\pi f}{r_0} \int_0^{R_0} \rho R^2 dR.$$

Учитывая, что при указанных допущениях масса Земли

$$M = 4\pi \int_0^{R_0} \rho R^2 dR,$$

получаем

$$\Pi = f \frac{M}{r_0}.$$

Такое же выражение для потенциала получается в том случае, если предположить, что вся масса Земли сосредоточена в ее центре.

Опуская индекс 0 при r и обозначая fM через k^2 , получим в первом приближении выражение для силы притяжения Землей частицы массой m

$$F = \frac{k^2 m}{r^2}.$$

Ускорение g , сообщаемое этой силой притягиваемой частице, равно

$$g = \frac{k^2}{r^2}.$$

Последнее выражение может быть использовано для определения константы k^2 по ускорению силы притяжения Земли g_0 на ее поверхности

$$k^2 = g_0 R_0^2.$$

Числовое значение константы k^2 может быть принято

$$k^2 = 3,986 \cdot 10^{14} \frac{\mathcal{M}^3}{\text{сек}^2} \quad (k = 1,9965 \cdot 10^7).$$

При определении потенциала Земли во втором приближении, учитывая сплюснутость Земли, фигуру последней заменяют сфероидом Ф. Н. Красовского. При этом с точностью до малых величин первого порядка относительно $\frac{1}{r}$ выражение для потенциала Земли принимает вид

$$\Pi = \frac{fM}{r} + \frac{f}{2r^3} (C - A) (1 - 3 \sin^2 \lambda), \quad (2.13)$$

где λ — широта притягиваемой точки;

C — момент инерции относительно оси вращения Земли;

$A = B$ — момент инерции относительно экваториальной оси.

Второе слагаемое в выражении (2.13) является по сравнению с первым слагаемым величиной первого порядка малости.

Поскольку распределение масс Земли неизвестно, то для определения коэффициентов в выражении (2.13) необходимо пользоваться результатами измерения ускорения силы тяжести на поверхности Земли, а также результатами наблюдений за полетами спутников. В работе [1] на основании обобщения указанных исследований предлагается следующая зависимость для потенциала Земли:

$$\Pi = \frac{k^2}{r} \left[1 + \frac{J}{3} \left(\frac{a}{r} \right)^2 (1 - 3 \sin^2 \lambda) + \frac{H}{5} \left(\frac{a}{r} \right)^3 (3 \sin \lambda - 5 \sin^3 \lambda) + \frac{K}{30} \left(\frac{a}{r} \right)^4 (3 - 30 \sin^2 \lambda + 35 \sin^4 \lambda) \right], \quad (2.14)$$

где λ — геоцентрическая широта;
 a — длина экваториального радиуса.

Значения геоцентрических постоянных:

$$a = 6,378145 \cdot 10^6 \pm 11 \text{ м};$$

$$k = 1,9965015 \cdot 10^7 \pm 111 \frac{\text{м}^{3/2}}{\text{сек}};$$

$$J = (1623,41 \pm 4) \cdot 10^{-6};$$

$$H = (6,04 \pm 0,73) \cdot 10^{-6};$$

$$K = (6,37 \pm 0,23) \cdot 10^{-6}.$$

Третье слагаемое в выражении (2.14) содержит $\sin \lambda$ в нечетных степенях и характеризует некоторое нарушение симметрии по направлению Север—Юг (грушевидная форма Земли).

Оценим величину второго слагаемого в выражении для потенциала Земли, полагая $r = 7000 \text{ км} = 7 \cdot 10^6 \text{ м}$. Получаем

$$\frac{J}{3} \left(\frac{a}{r} \right)^2 = \frac{1623 \cdot 10^{-6}}{3} \left(\frac{6,378}{7,0} \right)^2 \approx 0,45 \cdot 10^{-3}.$$

На экваторе $\sin \lambda = 0$, и поправка к первому слагаемому получается $\approx 0,045\%$. На полюсе $1 - 3 \sin^2 \lambda = -2$, и поправка получается $\approx 0,9\%$.

При изучении движения тела относительно Земли необходимо учесть еще силу инерции переносного движения и силу инерции Кориолиса (рис. 2.4).

Переносная центробежная сила инерции, действующая на точку P , равна

$$F_{\text{пер}} = mr\omega^2 \cos \lambda.$$

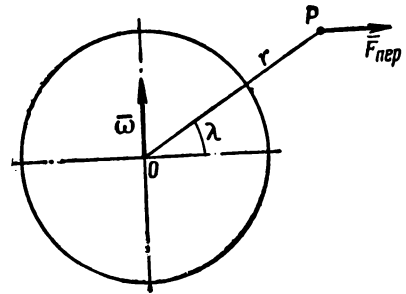


Рис. 2.4. Центробежная сила инерции Земли

Потенциал этой силы равен

$$\Pi_{\text{пер}} = \frac{m}{2} r^2 \omega^2 \cos^2 \lambda.$$

Проекция силы $F_{\text{пер}}$ на направление радиуса вектора точки P равна

$$(F_{\text{пер}})_r = m \frac{\partial \Pi_{\text{пер}}}{\partial r} = mr\omega^2 \cos^2 \lambda.$$

Проекция этой силы на касательную к координатной линии сферической координаты λ равна

$$(F_{\text{пер}})_\lambda = \frac{m}{r} \frac{\partial \Pi_{\text{пер}}}{\partial \lambda} = -mr^2 \cos \lambda \sin \lambda. \quad (2.15)$$

Сила тяжести является равнодействующей силы земного притяжения и силы инерции переносного движения от вращения Земли. Потенциал силы тяжести

$$\Pi_{\text{тяж}} = \Pi + \Pi_{\text{пер}}.$$

Оценим наибольшую величину силы $F_{\text{пер}}$ по отношению к основной силе притяжения Земли.

Угловая скорость вращения Земли

$$\omega = \frac{2\pi}{86164} = 7,292 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{сек}}.$$

Тогда

$$\frac{F_{\text{пер}}}{F} = mr\omega^2 : \frac{mk^2}{r^2} = \frac{\omega^2 r^3}{k^2} = \frac{7,292^2 \cdot 10^{-10}}{1,996^2 \cdot 10^{14}} r^3 \approx 13,7 \cdot 10^{-24} r^3.$$

Принимая для спутника $r = 7 \cdot 10^6$ м, получим

$$\frac{F_{\text{пер}}}{F} = 13,7 \cdot 10^{-24} \cdot 343 \cdot 10^{18} \approx 0,0047.$$

Ускорение силы тяжести на поверхности Земли g_0 изменяется с широтой как вследствие сжатия сфероида, так и вследствие изменения с широтой центробежного ускорения от вращения Земли.

Сила инерции Кориолиса $F_{\text{кор}}$ определяется из выражения

$$\vec{F}_{\text{кор}} = 2m\vec{v}_r \times \vec{\omega}, \quad (2.16)$$

где \vec{v}_r — скорость тела относительно системы координат, связанных с Землей.

Наибольшая величина ускорения этой силы

$$(w_{\text{кор}})_{\text{max}} = 2v_r \omega.$$

Оценим отношение

$$\frac{w_{\text{кор}}}{g_0} = \frac{2\omega v_r}{g_0} = \frac{2 \cdot 7,292 \cdot 10^{-5}}{9,8} v_r = 1,48 \cdot 10^{-5} v_r.$$

При скорости тела 1000 м/сек получаем $\frac{w_{\text{кор}}}{g_0} = 1,48 \cdot 10^{-2}$, или $1,5\%$. При первой космической скорости ракеты это отношение достигает 12% .

§ 2.3. ЗЕМНАЯ АТМОСФЕРА

Параметры земной атмосферы (плотность ρ , температура T и давление p) входят в выражения для аэродинамических и реактивных сил и моментов и непосредственно влияют на полет ракеты. Из выражения для реактивной силы

$$P = \frac{G_{\text{сек}}}{g} v_{ra} + F_a (p_a - p_H)$$

видно, что с уменьшением атмосферного давления возрастает тяга двигателя, т. е. с увеличением высоты возрастает тяга.

В выражение для лобового сопротивления (2.20)

$$X = \frac{\rho v^2}{2} S c_x \left(\frac{v}{a} \right)$$

массовая плотность воздуха ρ входит непосредственно, а температура T — в выражение для скорости звука

$$a = \sqrt{\kappa g R T} \quad (2.17)$$

Характер изменения метеорологических параметров с высотой зависит от общего состояния погоды и является различным для разных районов Земли и различных сезонов. Поэтому для упрощения баллистических расчетов устанавливаются некоторые средние или стандартные зависимости метеорологических элементов от высоты. Эти стандартные данные используются для расчетов, связанных с баллистическим проектированием ракет. Кроме того, они используются для составления таблиц стрельбы. Влияние изменения метеорологических параметров на отклонение элементов траектории учитывается специальными методами (теория поправок).

Три основных метеорологических параметра ρ , p , T связаны уравнением состояния

$$p = g \rho R T \quad (2.18)$$

Можно еще установить зависимость между давлением и температурой, рассматривая вертикальное равновесие атмосферы, при котором вес некоторого столба воздуха уравновешивается разностью давлений на верхнее и нижнее его сечения.

Выделим (рис. 2.5) на высоте y слой воздуха с площадью основания s и высотой dy . Вес данного объема воздуха равен $g \rho s dy$, а силы давления на нижнее и верхнее сечения равны ps и $(p +$

+ dp) s соответственно. Составляя уравнение вертикального равновесия, получим

$$dp = -g\rho dy,$$

а на основании уравнения состояния имеем

$$\frac{dp}{p} = -\frac{1}{R} \frac{dy}{T},$$

откуда

$$p = p_0 e^{-\frac{1}{R} \int_0^y \frac{dy}{T}} \quad (2.19)$$

Если учитывать изменение ускорения силы тяжести с высотой, то вес элементарного объема воздуха на высоте y определяется из выражения

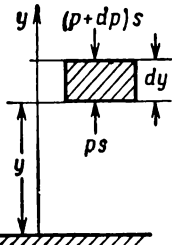


Рис. 2.5. Вертикальное равновесие атмосферы

$$g_0 \frac{r_0^2}{(r_0 + y)^2} \rho s dy,$$

где r_0 и g_0 отвечают уровню моря.

При этом выражение (2.19) принимает следующий вид:

$$p = p_0 e^{-\frac{1}{R} \int_0^y \left(1 + \frac{y}{r_0}\right)^{-2} \frac{dy}{T}}$$

Для вычисления интеграла в выражении (2.19) необходимо знать зависимость $T(y)$. Если известны эта зависимость и давление p_0 у поверхности Земли, то можно вычислить давление p на произвольной высоте. Зная p и T , можно вычислить плотность из выражения (2.18). Таким образом, мы можем рассматривать температуру T как основной метеорологический параметр, закон изменения которого с изменением высоты определяет характер изменения других метеорологических параметров.

В артиллерийской практике приняты следующие стандартные значения метеорологических параметров на уровне моря:

$$T_0 = 288^\circ \text{K}; \quad p_0 = 750 \text{ мм рт. ст.}$$

Кроме того, учитывается 50% влажности воздуха введением виртуальной температуры τ , определяемой из выражения

$$\tau = \frac{T}{1 - \frac{3}{8} \frac{e}{p}},$$

где e — давление водяных паров.

При этом $\tau_0 = 288,9^\circ \text{K}$, $\rho_0 = 0,123 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^4$.

В качестве стандартной функции $\tau(y)$ принята зависимость, предложенная профессором Вентцелем Д. А.

Для $y \leq 9300$ м принимается убывание с высотой температуры с постоянным градиентом G :

$$\tau = 288,9 - Gy,$$

где $G = 6,328 \frac{0}{\text{км}} = 0,006328 \frac{0}{\text{м}}$.

Для высот от 9300 до 12 000 м градиент убывает линейно от 0,006328 до нуля. При этом получаем

$$\tau = 230,0 - 0,006328(y - 9300) - 1,172 \cdot 10^{-6}(y - 9300)^2.$$

Для высот больших 12 000 м температура принимается постоянной и равной $\tau = 221,5$.

Значение давления определяется по формуле (2.19).

В настоящее время широко применяется международная стандартная атмосфера (МСА), характеристики которой следующие:

$$T_0 = 288^\circ \text{K}; \quad p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.}; \quad \rho_0 = 0,125 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^4.$$

Для высот до 11 000 м

$$T = T_0 - 0,0065y.$$

При этом из выражений (2.18), (2.19) можно получить:

$$p = p_0 \left(1 - \frac{y}{44300}\right)^{5,256};$$

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{y}{44300}\right)^{4,256}$$

Для высот от 11 000 до 20 000 м принимается постоянной температура $T = 216,5^\circ \text{K}$ ($-56,5^\circ \text{C}$).

Характер изменения метеорологических параметров на высотах, превышающих 30 км, является очень сложным. Надежные экспериментальные данные по этому вопросу получены лишь в недавнее время в результате зондирования атмосферы метеорологическими ракетами и искусственными спутниками Земли. По этим данным, начиная с высоты 30 км, температура повышается, достигая максимальной величины $+50^\circ \text{C}$ на высоте около 50 км. Далее температура опять понижается, достигая минимума на высоте примерно 80 км. В дальнейшем происходит непрерывное повышение температуры.

В таблице приложения 1, заимствованной из работы [4], приведены значения температуры, давления и плотности для высот до 100 км. Для высот до 20 км эти значения отвечают международной стандартной атмосфере.

§ 2.4. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ

При движении в воздухе на поверхности ракеты появляется неравномерное распределение сил нормального давления и сил касательных напряжений, определяемых вязкостью среды. Направление касательных напряжений совпадает с направлением скорости потока в рассматриваемой части поверхности ракеты. Указанные силы в совокупности создают суммарную аэродинамическую силу \bar{R} (главный вектор) и суммарный момент \bar{M} (главный момент).

Чтобы описать аэродинамические силы и моменты, выберем скоростную систему координат с началом в центре масс ракеты C . Будем полагать, что ось ракеты отклонена от вектора скорости \bar{v} ее центра масс на угол α , называемый углом атаки. В плоскости угла атаки направим ось Cx по направлению вектора скорости \bar{v} и ось Cy по перпендикуляру к оси Cx в сторону отклонения оси ракеты. Ось Cz направлена таким образом, чтобы система $Cxyz$ была правой системой координат.

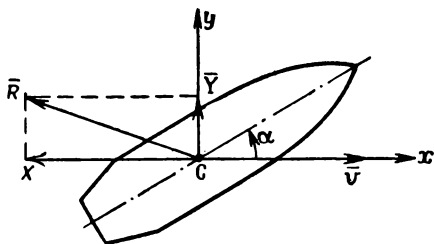


Рис. 2.6. Аэродинамические силы

Для составляющих аэродинамической силы \bar{R} и аэродинамического момента \bar{M} по осям координат приняты следующие обозначения и названия:

$$\begin{aligned} X &= -R_x \text{ — лобовое сопротивление;} \\ Y &= R_y \text{ — подъемная сила;} \\ Z &= R_z \text{ — боковая сила;} \\ M_x &\text{ — момент крена;} \\ M_y &\text{ — момент рыскания;} \\ M_z &\text{ — момент тангажа.} \end{aligned}$$

В дальнейшем мы будем рассматривать преимущественно случай, когда плоскость угла атаки совпадает с плоскостью симметрии ракеты и когда система сил симметрична относительно этой плоскости (рис. 2.6).

В этом случае $Z = 0$, $M_x = 0$, $M_y = 0$. Выражение для аэродинамических сил и момента принимает следующий вид:

$$X = -\frac{\rho v^2}{2} S c_x, \quad (2.20)$$

$$Y = \frac{\rho v^2}{2} S c_y, \quad (2.21)$$

$$M_z = \frac{\rho v^2}{2} S L m_z, \quad (2.22)$$

где ρ — массовая плотность воздуха;
 v — скорость центра масс ракеты;
 S — площадь поперечного сечения ракеты (площадь «ми-
 деля»);
 L — характерная длина ракеты (обычно принимается ее
 длина).

Исходя из теории подобия в аэродинамике доказывается, что аэродинамические коэффициенты c_x , c_y , m_z , помимо формы ракеты и ее ориентации относительно потока, зависят от двух основных параметров:

числа Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (2.23)$$

и числа Маха

$$M = \frac{v}{a}, \quad (2.24)$$

где μ — коэффициент вязкости воздуха;

a — скорость звука в воздушном потоке, обтекающем ракету.

Поскольку при рассмотренных допущениях система аэродинамических сил является плоской системой, то она может быть сведена к одной силе, лежащей в плоскости угла атаки. Точка P пересечения линии действия этой силы с осью ракеты называется центром давления. У ракет, снабженных стабилизирующим оперением, обычно центр давления находится позади центра массы; в этом случае момент M является стабилизирующим моментом. У ракет без оперения, как правило, центр давления находится впереди центра тяжести. В этом случае ракета статически неустойчива и стабилизируется органами управления (газовыми рулями, поворотными соплами и т. д.) или путем сообщения ракете большой угловой скорости вращения вокруг ее оси симметрии.

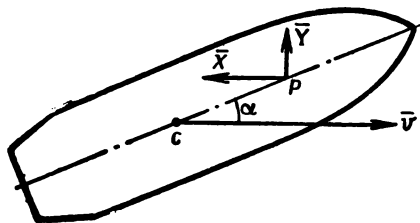


Рис. 2.7. Центр давления

Нетрудно найти зависимость между моментом M_z , составляющими аэродинамической силы X , Y и расстоянием $\Delta L = CP$ между центром давления и центром масс ракеты (рис. 2.7):

$$M_z = Y \Delta L \cos \alpha + X \Delta L \sin \alpha \quad (2.25)$$

Зависимость между аэродинамическими коэффициентами c_x , c_y , m_z на основании выражений (2.20)—(2.25) принимает вид

$$m_z = \frac{\Delta L}{L} (c_y \cos \alpha + c_x \sin \alpha). \quad (2.26)$$

Лобовое сопротивление

Лобовое сопротивление зависит от формы тела, числа Маха (M), числа Рейнольдса (Re) и угла атаки (α). При малых углах атаки и больших скоростях полета, характерных для баллистических ракет класса «земля — земля», первые два фактора являются определяющими. На рис. 2.8 показаны кривые зависимости c_x от M и α для ракеты V-2.

Для значений $M < 0,7 \div 0,8$ можно практически считать c_x не зависящим от скорости. В диапазоне околосвуковых скоростей происходит резкое возрастание $c_x(M)$ с последующим плав-

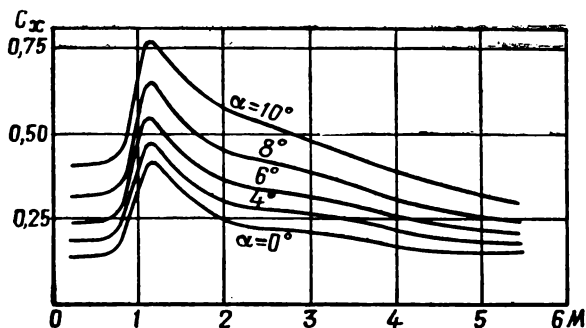


Рис. 2.8. Зависимость лобового сопротивления от угла атаки α и числа M

ным убыванием этой функции. При больших сверхзвуковых скоростях ($M > 5$) функция $c_x(M)$ остается практически постоянной.

На рис. 2.9 приведены типовые кривые функции $c_x(M)$ при нулевом угле атаки для артиллерийских снарядов и ракет.

Кривая 1 отвечает закону Сиаччи, полученному путем обработки результатов опытов со снарядами общей длиной до 4 калибров и головной частью оживальной формы длиной 1—1,3 калибра.

Кривая 2 отвечает снарядам улучшенной формы, имеющим заостренную головную часть длиной $\approx 2,5$ калибра и хвостовую часть в виде усеченного конуса при общей длине снаряда около 5 калибров. Для сравнения приведена также кривая c_x ракеты V-2 (кривая 3).

Ввиду того, что форм артиллерийских снарядов не очень много, а определить зависимость $c_x(M)$ и вычислить баллистические таблицы — трудоемкая работа, были установлены стандартные функции сопротивления воздуха (c_x)_{вт}, к которым относятся: закон Сиаччи (Италия), Гаврский закон (Франция), закон Майевского-Забудского, закон 1930 г., закон 1943 г. (СССР).

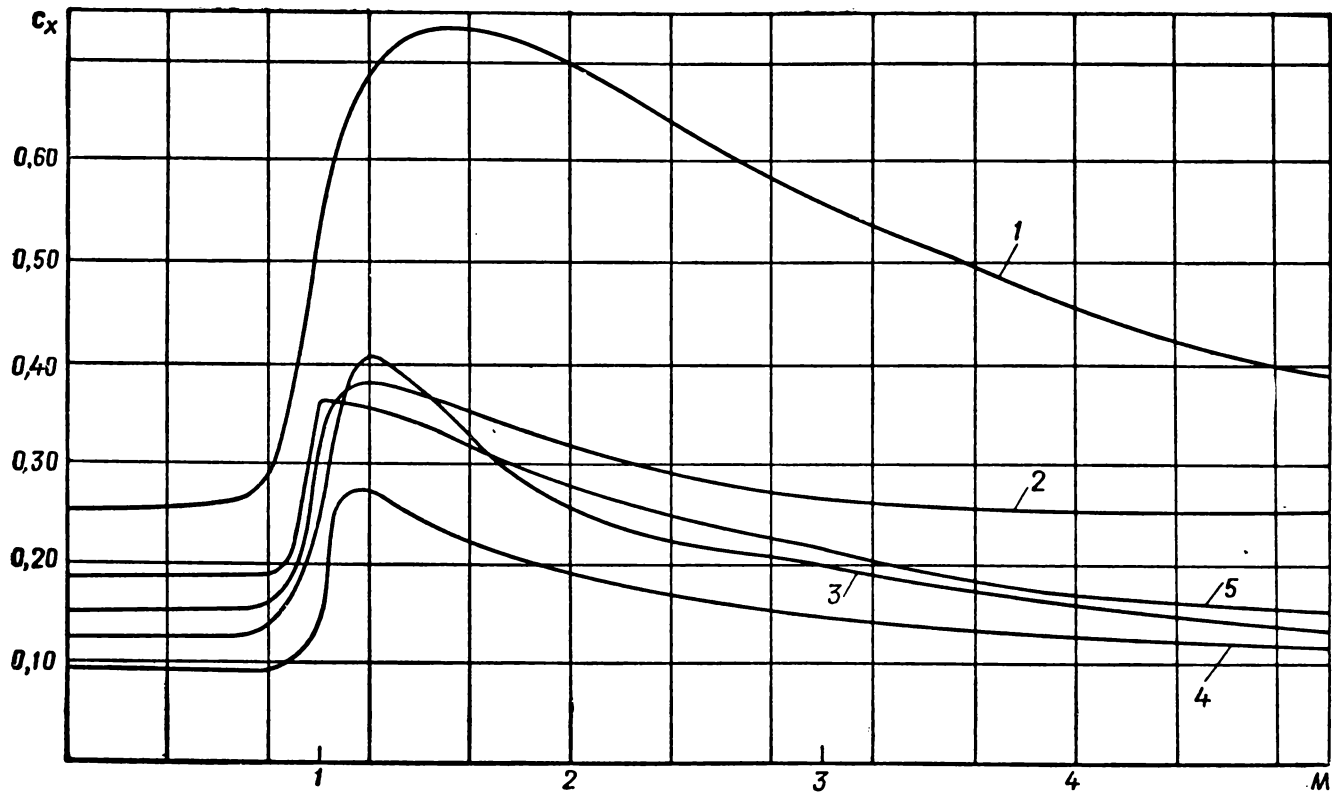


Рис. 2.9. Эталонные функции c_x :

1 — функция Снячи; 2 — функция 1943 г.; 3 — c_x ракеты V-2; 4 — c_x табл. 2.1; 5 — функция 1930 г.

При использовании стандартных функций (c_x)_{от} предполагается, что функцию сопротивления воздуха конкретного снаряда c_x можно приближенно определить из выражения

$$c_x = i(c_x)_{от},$$

где $i = \text{const}$ — коэффициент формы снаряда.

Допущение о постоянстве коэффициента формы не является строгим, поэтому для точных расчетов и особенно для управляемых ракет используются индивидуальные функции c_x , определяемые для каждой ракеты по данным аэродинамических расчетов и экспериментов. Стандартные функции c_x при допущении о постоянстве коэффициента формы используются в основном применительно к артиллерийским снарядам.

Такое допущение можно считать также приемлемым для инженерных баллистических расчетов, связанных с оценкой баллистических параметров проектируемых ракет (баллистическое проектирование).

Для примерных расчетов, приведенных в данной книге, принята эталонная функция c_x , приведенная в табл. 2.1 и показанная на рис. 2.9 (кривая 4).

Таблица 2.1

M	c_x	M	c_x	M	c_x
0,00	0,1020	1,00	0,1450	2,40	0,1710
0,10	0,1010	1,02	0,1780	2,50	0,1665
0,20	0,1000	1,04	0,2000	2,60	0,1620
0,30	0,0990	1,06	0,2320	2,70	0,1585
0,40	0,0980	1,08	0,2660	2,80	0,1545
0,50	0,0970	1,10	0,2730	2,90	0,1510
0,60	0,0960	1,12	0,2760	3,00	0,1495
0,62	0,0958	1,14	0,2770	3,10	0,1465
0,64	0,0956	1,16	0,2764	3,20	0,1435
0,66	0,0954	1,18	0,2760	3,30	0,1420
0,68	0,0952	1,20	0,2744	3,40	0,1400
0,70	0,0950	1,22	0,2720	3,50	0,1385
0,72	0,0940	1,24	0,2660	3,60	0,1360
0,74	0,0946	1,26	0,2620	3,70	0,1340
0,76	0,0944	1,28	0,2570	3,80	0,1324
0,78	0,0948	1,30	0,2530	3,90	0,1310
0,80	0,0954	1,40	0,2370	4,00	0,1294
0,82	0,0960	1,50	0,2250	4,10	0,1278
0,84	0,0968	1,60	0,2150	4,20	0,1262
0,86	0,0976	1,70	0,2070	4,30	0,1250
0,88	0,0986	1,80	0,2010	4,40	0,1240
0,90	0,1000	1,90	0,1950	4,50	0,1230
0,92	0,1018	2,00	0,1900	4,60	0,1220
0,94	0,1038	2,10	0,1845	4,70	0,1210
0,96	0,1060	2,20	0,1800	4,80	0,1200
0,98	0,1130	2,30	0,1750	4,90	0,1190
				5,00	0,1180

Чтобы вычислить коэффициент формы данной ракеты, достаточно определить экспериментально или расчетом значения c_x для нескольких значений числа M и осреднить величину

$$i = \left[\frac{c_x}{(c_x)_{\text{ср}}} \right]_{\text{ср}}$$

Приближенный метод расчета лобового сопротивления [5]

Лобовое сопротивление ракеты существенно влияет на траекторию и дальность ее полета.

Точное определение коэффициента лобового сопротивления c_x требует трудоемких расчетов и экспериментов, методы выполнения которых рассматриваются в курсах аэродинамики. Ниже приводятся формулы, позволяющие приближенно оценить величину лобового сопротивления проектируемой неоперенной ракеты при сверхзвуковых скоростях ее полета и величину коэффициента формы ракеты по отношению к выбранному эталону.

Лобовое сопротивление неоперенной ракеты можно разделить на следующие составляющие:

- волновое сопротивление головной части $(c_x)_г$;
- волновое сопротивление хвостового конуса $(c_x)_{\text{хк}}$;
- сопротивление трения $(c_x)_{\text{тр}}$;
- донное сопротивление $(c_x)_д$.

Суммарный коэффициент лобового сопротивления для пассивного участка траектории определяется из выражения

$$c_x = (c_x)_г + (c_x)_{\text{хк}} + (c_x)_{\text{тр}} + (c_x)_д$$

Для активного участка траектории последнее слагаемое исключается, так как давление в выходном сечении сопла двигателя учитывается в выражении для реактивной силы.

Волновое сопротивление головной части $(c_x)_г$

Волновое сопротивление при сверхзвуковом обтекании головной части определяется появлением головной ударной волны, позади которой на поверхности тела образуется зона повышенного давления. Волновое сопротивление головной части достигает 50% и более общего сопротивления ракеты. Относительная доля этого сопротивления возрастает с увеличением числа M .

Для конической головной части величина $(c_x)_г$ может быть вычислена по формуле

$$(c_x)_{г. \text{кон}} = (0,0016 + 0,002M^{-2}) (\beta_k^\circ)^{1,7}, \quad (2.27)$$

где β_k° — половина угла конуса в градусах.

Для оживальной головной части, образующая которой дуга окружности:

$$(c_x)_{г. ож} = \frac{0,08(15,5 + M)}{3 + M} \tilde{\rho}_к, \quad (2.28)$$

где $\tilde{\rho}_к = (c_x)_{г. кон}$ вычисляется для угла β заострения вершины головной части.

Для головной части с параболической образующей

$$(c_x)_{г. пар} = \frac{0,3}{\lambda_r^2} \cdot \frac{1 + 2M}{\sqrt{M^2 - 1}}, \quad (2.29)$$

где λ_r — длина головной части в калибрах.

Волновое сопротивление хвостового конуса

$(c_x)_{х. к}$ определяется из выражения

$$(c_x)_{х. к} = 0,002(0,8 + M^{-2})(\beta_{х.к})^{1,7} \sqrt{1 - \tilde{S}_д}, \quad (2.30)$$

где $\tilde{S}_д = \frac{S_{дна}}{S_{мид}}$.

Донное сопротивление

$(c_x)_д$ определяется из выражения

$$(c_x)_д = 1,14 K_1 (2 - K_1) M^{-2} \tilde{S}_д, \quad (2.31)$$

где $K_1 = M \frac{\tilde{S}_д}{\lambda}$;

λ — длина ракеты в калибрах.

При очень больших скоростях ракеты можно считать, что в донной части образуется вакуум. При этом

$$(c_x)_д = \frac{2}{KM^2} \tilde{S}_д. \quad (2.32)$$

Сопротивление трения

Приближенное определение сопротивления трения производится по формулам для сопротивления обтекаемой пластинки c_f . Коэффициент сопротивления трения пластинки можно определить по формуле

$$c_f = \frac{0,032}{Re^{0,45}} (1 + 0,12M^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.33)$$

при числах Рейнольдса в пределах $2 \cdot 10^6 - 10^{10}$ и по формуле

$$c_f = \frac{1,32}{\sqrt{Re}} (1 + 0,03 M^2)^{-\frac{1}{3}} \quad (2.24)$$

для чисел Рейнольдса $Re < 10^6$.

Коэффициент сопротивления трения корпуса ракеты определяется по формуле

$$(c_x)_{тр} = c_f \frac{S_{тр}}{S_{мид}}, \quad (2.25)$$

где $S_{тр}$ — боковая поверхность корпуса (без площади дна).

Коэффициент вязкости, входящий в выражение для числа Рейнольдса, определяется по формуле Сатерленда

$$\mu = 1,82 \cdot 10^{-6} \left(\frac{T}{288} \right)^{3/2} \frac{388}{110 + T}. \quad (2.26)$$

Вычислив суммарный коэффициент лобового сопротивления c_x для нескольких значений числа M , можно определить коэффициент формы по отношению к выбранному эталону функции c_x .

Пример.

Определить аэродинамический коэффициент c_x для следующих условий:

Калибр $D = 1,65$ м. Длины в калибрах: головной части $\lambda_r = 3,16$, цилиндрической части $\lambda_d = 3,0$, хвостового конуса $\lambda_{хк} = 2,0$, всего корпуса $\lambda = 8,16$. Относительный диаметр дна $D_d = D_d : D = 0,675$. Головная часть параболической формы. Высота полета $y = 6000$ м, скорость ракеты $v = 845$ м/сек.

Решение.

По таблице приложения 1 для высоты $y = 6000$ м находим

$$\frac{\rho}{\rho_0} = H(y) = 0,523; \quad \rho = 0,123 \cdot 0,523 = 0,0643;$$

$$\sqrt{\frac{T_0}{T}} = 1,066; \quad T = \frac{288}{1,066^2} = 257^\circ \text{ К.}$$

Скорость звука

$$a = a_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} = \frac{340}{1,066} = 320 \text{ м/сек.}$$

Число Маха $M = \frac{845}{320} = 2,64$.

Коэффициент вязкости μ определяем по формуле (2.26)

$$\mu = 1,82 \cdot 10^{-6} \left(\frac{257}{288} \right)^{3/2} \frac{388}{110 + 257} = 1,62 \cdot 10^{-6}.$$

Определяем коэффициент волнового сопротивления головной части $(C_x)_r$ по формуле (2.29):

$$(C_x)_r = \frac{0,3}{\lambda_r^2} \cdot \frac{1 + 2M}{\sqrt{M^2 - 1}} = \frac{0,3}{3,16^2} \frac{1 + 2 \cdot 2,64}{\sqrt{2,64^2 - 1}} = 0,078.$$

Определяем коэффициент волнового сопротивления хвостового конуса $(c_x)_{хк}$ по формуле (2.30).

Предварительно определяем угол хвостового конуса

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2\lambda_k} (1 - \tilde{D}_k) = \frac{1}{2 \cdot 2} (1 - 0,675) = 0,081;$$

$$\beta^\circ = 4,63^\circ; \quad \tilde{S}_k = \tilde{D}_k^2 = 0,455.$$

По формуле (2.30) имеем

$$(c_x)_{\text{хк}} = 0,002 (0,8 + 2,64^{-2}) \cdot 4,63^{1,7} \sqrt{1 - 0,455} = 0,019.$$

Определяем коэффициент донного сопротивления по формуле (2.31).
Имеем:

$$K_1 = M \frac{\tilde{S}_k}{\lambda} = 2,64 \frac{0,455}{8,16} = 0,147.$$

$$(c_x)_d = 1,14 \cdot K_1 (2 - K_1) M^{-2} \tilde{S}_k = 1,14 \cdot 0,147 \cdot 1,853 \cdot 2,64^{-2} \cdot 0,455 = 0,020.$$

Чтобы определить сопротивление трения, предварительно вычисляем число Рейнольдса (2.23)

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{0,0643 \cdot 845 \cdot 8,16 \cdot 1,65}{1,62 \cdot 10^{-6}} = 4,55 \cdot 10^7.$$

По формуле (2.33) имеем

$$c_f = \frac{0,032}{(4,55 \cdot 10^7)^{0,145}} (1 + 0,12 \cdot 2,64^2)^{-\frac{1}{2}} = 0,00182.$$

Чтобы приближенно определить боковую поверхность ракеты, заменим ее поверхностью цилиндра длиной L , при этом:

$$\frac{S_{\text{тр}}}{S_{\text{мид}}} = \frac{4L}{D} = 4\lambda = 32,6;$$

$$(c_x)_{\text{тр}} = c_f \frac{S_{\text{тр}}}{S_{\text{мид}}} = 0,00182 \cdot 32,6 = 0,059.$$

Определяем суммарный коэффициент лобового сопротивления
 $c_x = (c_x)_r + (c_x)_{\text{хк}} + (c_x)_d + (c_x)_{\text{тр}} = 0,078 + 0,019 + 0,020 + 0,059 = 0,176.$

Лобовое сопротивление определяется из выражения

$$X = \frac{\rho v^2}{2} S c_x = \frac{0,0643 \cdot 845^2}{2} \frac{\pi}{4} 1,65^2 \cdot 0,176 = 8600 \text{ кг}.$$

Подъемная сила

Подъемная сила определяется из выражения (2.21)

$$Y = \frac{\rho v^2}{2} S c_y.$$

При $\alpha < 5^\circ$ зависимость аэродинамического коэффициента c_y от угла атаки линейная и характеризуется графиком рис. 2.10.

Выражение для подъемной силы можно записать в виде

$$Y = \frac{\rho v^2}{2} S c_y^a \alpha = Y^a \alpha, \quad (2.37)$$

где коэффициент c_y^a можно считать зависящим только от числа M .

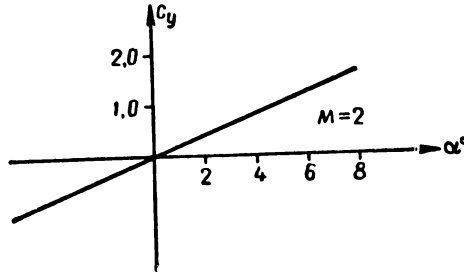


Рис. 2.10. Зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки

Опыты и расчеты показывают, что коэффициент c_y^a у оперенных ракет значительно больше значения c_y^a у неоперенных ракет. График зависимости c_y от числа M и угла атаки для V-2 показан на рис. 2.11.

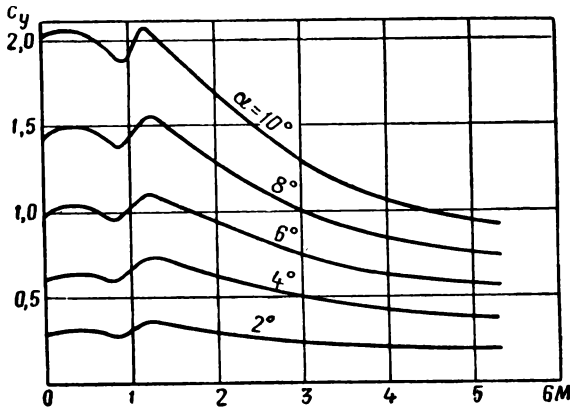


Рис. 2.11. Зависимость коэффициента c_y от α и M

Аэродинамический момент M_z

Аэродинамический момент определяется по формуле (2.22)

$$M_z = \frac{\rho v^2}{2} S L m_z, \quad (2.38)$$

где аэродинамический коэффициент m_z зависит от числа M и угла атаки α . График зависимости m_z от угла атаки для статически устойчивой (оперенной) и неустойчивой (неоперенной) ракет

показан на рис. 2.12. Для неустойчивой ракеты (кривая 1) знак m_z совпадает со знаком угла атаки и аэродинамический момент стремится опрокинуть ракету. В этом случае момент M_z называют опрокидывающим. Кривая 2 отвечает статически устойчивой ракете. В этом случае момент называется стабилизирующим.

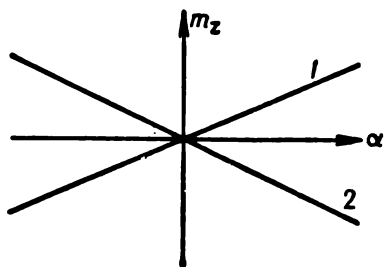


Рис. 2.12. Аэродинамический коэффициент m_z для неоперенной (1) и оперенной (2) ракет

атаки из выражения (2.26) получаем следующую зависимость между аэродинамическими коэффициентами m_z^a , c_y^a и c_x

$$m_z^a = \frac{\Delta L}{L} (c_y^a + c_x). \quad (2.39)$$

Демпфирующий момент

В реальных условиях полета ось ракеты колеблется относительно вектора скорости центра массы ракеты, а угол атаки α колеблется около нуля. Наличие угловой скорости $\Omega = \dot{\varphi}$ вращения оси ракеты в плоскости угла атаки вызывает дополнительный аэродинамический момент, называемый демпфирующим моментом. Теория и опыт показывают, что демпфирующий момент определяется выражением

$$M_d = -\rho v S L^2 \Omega m_d, \quad (2.40)$$

где m_d — коэффициент демпфирующего момента. Знак (—) указывает, что момент стремится уменьшить угловую скорость вращения оси ракеты.

§ 2.5. ТРАЕКТОРИЯ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ РАКЕТЫ. УЧАСТКИ ТРАЕКТОРИИ

Старт ракет класса «земля — земля», предназначенных для больших дальностей полета, осуществляется при вертикальном положении ракеты. Поворот оси ракеты для полета по заданной траектории осуществляется программным механизмом, составляю-

щим один из элементов системы управления. Силowymi элементами, поворачивающими ракету, являются газовые рули, поворотные двигатели и другие устройства, отклоняющие главный вектор реактивных сил от оси ракеты и создающие реактивный момент относительно оси, ей перпендикулярной. Движение ракеты под действием заранее предусмотренных сил принято называть программным или невозмущенным. При расчете невозмущенного движения ракеты учитывается ее вес, а также учитываются реактивные и аэродинамические силы и моменты, номинальные значения которых заранее определяются на основании расчетов, лабораторных и летных испытаний.

В реальных условиях полета ракета будет подвергаться действию случайных, или возмущающих, сил и моментов, не учитываемых при расчете невозмущенного движения. К ним относятся, например, случайные силы, вызываемые колебаниями параметров ракетного двигателя и метеорологических параметров атмосферы (температура, плотность, ветер).

Под действием случайных сил ракета совершает так называемое возмущенное движение. Чтобы возмущенное движение ракеты мало отличалось от расчетного невозмущенного ее движения, в приборном комплексе имеется автомат стабилизации ракеты, составляющий один из основных элементов системы управления ее полетом. Движение стабилизированной ракеты происходит таким образом, что параметры возмущенного движения колеблются около параметров невозмущенного движения, незначительно отклоняясь от них.

Требования, которые предъявляются к точности и полноте учета сил, действующих на ракету в полете, и к точности самих баллистических расчетов, зависят от их назначения. С максимально возможной точностью должны производиться расчеты, предназначенные для предвычисления параметров реального полета ракеты к цели или орбитального полета.

Значительно менее строгие требования предъявляются к точности инженерных расчетов, предназначенных для определения баллистических параметров проектируемых ракет и оценки их зависимости от конструктивных характеристик ракет (тяга двигателя, вес элементов конструкции и топлива и др.).

Подобные расчеты мы и будем рассматривать в дальнейшем.

При изучении невозмущенного движения ракеты без учета влияния вращения Земли и влияния ветра траектория движения центра массы ракеты рассматривается как плоская кривая*.

В плоскости полета ракеты направим ось Ox по горизонтальной точке старта в сторону полета, ось Oy — вертикально вверх (рис. 2.13). В произвольный момент времени t центр массы ракеты находится в некоторой точке M траектории; вектор скорости v на-

* Влияние вращения Земли на полет ракеты рассматривается в § 2.15.

клонен к горизонту под углом θ . Ось ракеты составляет с вектором скорости v угол атаки α и с плоскостью горизонта — угол тангажа $\varphi = \alpha + \theta$.

По характеру сил, действующих на ракету, траекторию движения ее центра масс разделяют на два основных участка: активный участок полета ракеты с работающим ракетным двигателем

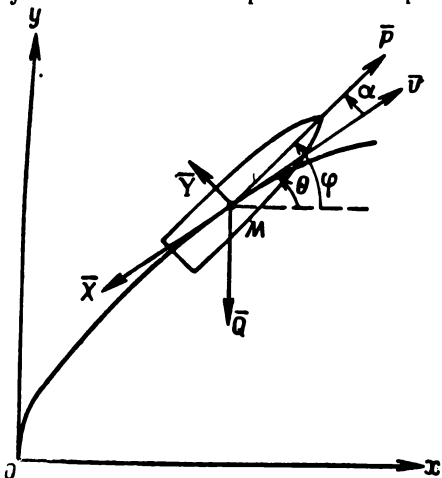


Рис. 2.13. Схема сил, действующих на ракету на активном участке траектории

и пассивный участок полета после выключения двигателя. В связи с рассматриваемыми далее методами расчета мы будем делить траекторию на более мелкие участки (рис. 2.14), а именно:

— начальный вертикальный активный участок OA ;

— криволинейный участок AB разворота ракеты по углу тангажа;

— конечный наклоненный активный участок BK с примерно постоянным углом тангажа;

— начальный пассивный участок полета ракеты KK_1 , вдоль которого сопротивление воздуха не является пренебрежимым;

— безвоздушный пассивный участок K_1C_1 (вследствие большого разрежения атмосферы на этом участке можно пренебречь

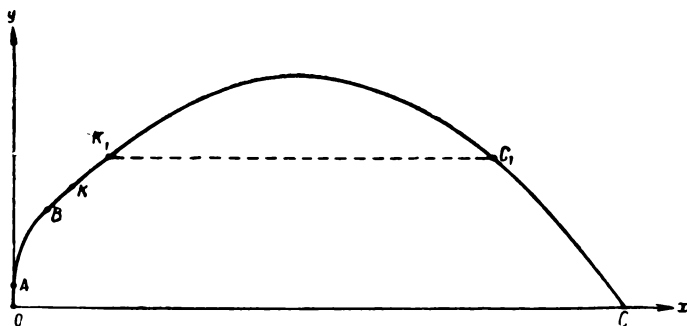


Рис. 2.14. Деление траектории ракеты на участки

сопротивлением воздуха и вычислить элементы траектории по формулам эллиптической теории);

— конечный пассивный участок C_1C входа ракеты в плотные слои атмосферы и резкого торможения скорости.

§ 2.6. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ

При изучении невозмущенного движения ракеты на активном участке траектории будем учитывать:

— вес ракеты $Q(t) = m(t)g$;

— реактивную силу (тягу) $P = \frac{G_{\text{сек}}}{g} v_{ra} + F_a(p_a - p_H)$;

— лобовое сопротивление $X = \frac{\rho v^2}{2} S c_x$;

— подъемную силу $Y = Y^a \alpha = \frac{\rho v^2}{2} S c_y^a \cdot \alpha$;

— аэродинамический статический момент $M_z = \pm M_z^a \cdot \alpha \pm \pm \frac{\rho v^2}{2} S L m_z^a \cdot \alpha$;

— демпфирующий момент $M_{\dot{\alpha}} = -\rho v S L^2 m_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} = -M_{\dot{\alpha}}^a \cdot \dot{\alpha}$;

— подъемную управляющую силу органов управления $Y_{\text{упр}} = Y_{\text{упр}}^{\delta} \delta$,

где δ — угол отклонения рулей (поворотных двигателей) от нейтрального положения;

— момент управляющей силы относительно центра масс ракеты определяется из выражения $M_{\text{упр}} = -h Y_{\text{упр}}^{\delta} \cdot \delta$ (знак минус указывает, что при повороте рулей против часовой стрелки момент $M_{\text{упр}}$ вызывает поворот ракеты по часовой стрелке).

Составим уравнения движения ракеты при учете перечисленных выше сил и моментов. Ускорение центра массы ракеты будем проектировать на касательную и нормаль к его траектории.

Уравнение движения относительно касательной принимает следующий вид:

$$m(t) \dot{v} = P \cos \alpha - X - m(t) g \sin \theta - Y_{\text{упр}} \sin \alpha. \quad (2.41)$$

Учитывая, что нормальное ускорение $w_n = \frac{v^2}{\rho} = v^2 \frac{d\theta}{dS} = v\dot{\theta}$, получим уравнение движения относительно нормали:

$$m(t) v\dot{\theta} = P \sin \alpha + Y^a \cdot \alpha - m(t) g \cos \theta + Y_{\text{упр}} \cos \alpha. \quad (2.42)$$

Уравнение вращательного движения ракеты вокруг ее центра масс принимает вид

$$A\ddot{\alpha} = \pm M_z^a \alpha - M_{\dot{\alpha}}^a \dot{\alpha} - Y_{\text{упр}}^{\delta} \delta h, \quad (2.43)$$

где A — экваториальный момент инерции ракеты.

К указанным уравнениям необходимо добавить кинематические уравнения, определяющие координаты центра масс ракеты:

$$x = v \cos \theta;$$

$$y = v \sin \theta$$

и уравнение

$$\varphi(t) = \varphi_{\text{пор}}(t),$$

определяющее программное значение угла тангажа, задаваемое программным механизмом системы управления и реализуемое силовыми органами управления.

Для ракет класса «земля — земля» значения углов атаки α не превосходят нескольких градусов. При этом $\sin \alpha \approx \alpha$ и $\cos \alpha \approx 1$. В выражении (2.41) слагаемое $Y_{\text{упр}} \sin \alpha \approx Y_{\text{упр}}^{\delta} \cdot \delta \cdot \alpha$ можно отбросить как величину второго порядка малости. При этом получим следующую систему уравнений, определяющих движение ракеты:

$$\dot{v} = \frac{P-X}{m(t)} - g \sin \theta; \quad (2.44)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{g \cos \theta}{v} + \frac{P+Y^{\alpha}}{vm(t)} \alpha + \frac{Y_{\text{упр}}^{\delta}}{vm(t)} \delta; \quad (2.45)$$

$$A\ddot{\varphi} = \pm M_z^{\alpha} \cdot \alpha - M_n^{\dot{\varphi}} \cdot \dot{\varphi} - hY_{\text{упр}}^{\delta} \cdot \delta; \quad (2.46)$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\text{пор}}(t); \quad (2.47)$$

$$\dot{x} = v \cos \theta; \quad (2.48)$$

$$\dot{y} = v \sin \theta; \quad (2.49)$$

$$\varphi = \alpha + \theta. \quad (2.50)$$

Всего получаем семь уравнений для определения семи искомых функций $v, \theta, \alpha, \varphi, x, y, \delta$.

Начальные условия:

$$\text{при } t_0 = 0; v_0 = 0; \theta_0 = \varphi_0 = \frac{\pi}{2}; x_0 = 0; y_0 = 0; \alpha_0 = 0.$$

Интегрирование уравнений (2.44) — (2.50) производится одним из методов численного интегрирования дифференциальных уравнений с использованием электронных цифровых вычислительных машин.

Рассмотрим схему простейшего метода численного интегрирования — метода Эйлера. Уравнениям (2.44) — (2.50) можно придать следующий общий вид:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= f_1(t, y, v, \theta); \\ \dot{\theta} &= f_2(t, y, v, \theta, \alpha, \delta); \\ \dot{\delta} &= f_3(t, y, v, \alpha, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}); \\ \varphi &= \varphi_{\text{пор}}(t); \\ \dot{x} &= f_4(v, \theta); \\ \dot{y} &= f_5(v, \theta); \\ \alpha &= \varphi - \theta, \end{aligned}$$

В начальный момент при вертикальном старте имеем:

$$t_0 = 0; \quad x_0 = 0; \quad y_0 = 0; \quad v_0 = 0; \quad \theta_0 = \frac{\pi}{2};$$

$$\alpha_0 = 0; \quad \delta_0 = 0; \quad \varphi_0 = \theta_0 = \frac{\pi}{2}$$

Исходя из начальных условий, находим значения \dot{v}_0 , $\dot{\theta}_0$, \dot{x}_0 , \dot{y}_0 . На участке вертикального старта φ_0 и φ_0 равны нулю.

Выбираем интервал (шаг) достаточно малым, чтобы производные v , θ , x , y в том интервале можно было принять постоянными и равными их начальным значениям. При этом получаем для конца интервала

$$t_1 = t_0 + \Delta t;$$

$$v_1 = v_0 \Delta t;$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2};$$

$$y_1 = y_0 \Delta t;$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2}.$$

Величины x , α и δ сохраняют нулевые значения на всем вертикальном участке траектории.

Подставляя значения v_1 , θ_1 , y_1 , φ_1 в уравнения (2.44) — (2.50),

получим значения производных v_1 , θ_1 , y_1 и аналогично предыдущему находим значения искоемых функций при $t = t_2 = t_1 + \Delta t$.

На криволинейном участке траектории φ и $\dot{\varphi}$ численным дифференцированием находятся функции $\varphi(t)$, α определяется из уравнения (2.50), δ определяется из уравнения (2.46). Интегрирование производится путем последовательного прибавления приращений искоемых функций до конца активного участка.

Рассмотренная схема численного интегрирования по методу Эйлера сводится по существу к разложению искоемых функций в ряд Тейлора и сохранению членов первого порядка относительно интервала Δt . Подобный метод расчета точен только при очень малом интервале интегрирования Δt . На практике применяются методы расчета, в которых используются члены разложения (или конечные разности) более высокого порядка. К ним относятся метод Адамса — Крылова, метод Рунге — Кутты и др., рассматриваемые в специальных руководствах.

На рис. 2.15 показаны элементы активного участка траектории ракеты V-2. Необходимо обратить внимание на ход изменения ло-

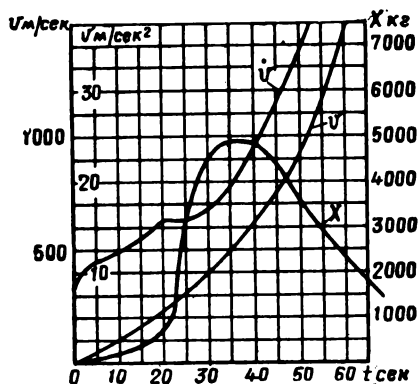


Рис. 2.15. Элементы активного участка траектории ракеты V-2

бОВОГО сопротивления X вдоль траектории. Вследствие возрастания скорости лобовое сопротивление воздуха вначале резко возрастает. В дальнейшем уменьшение плотности воздуха с высотой становится определяющим и после достижения максимума примерно 5000 кг лобовое сопротивление непрерывно убывает.

Рассмотрим характер изменения угла атаки на активном участке траектории исходя из уравнения (2.45). Для приближенных расчетов можно в нем отбросить последнее слагаемое в правой части. При этом, учитывая, что угол θ убывает вдоль траектории так, что $\dot{\theta} = -|\dot{\theta}|$, получим

$$\alpha = \frac{m}{P + \gamma^\alpha} (g \cos \theta - v |\dot{\theta}|). \quad (2.51)$$

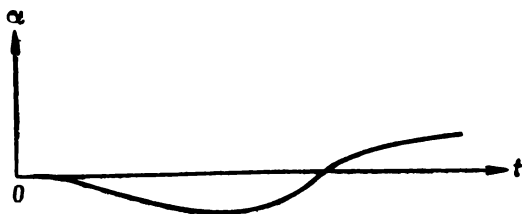


Рис. 2.16. Изменение угла атаки вдоль активного участка траектории

На первом вертикальном отрезке траектории

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad |\dot{\theta}| = 0.$$

При этом $\alpha = 0$. Ось ракеты и вектор скорости совпадают.

В начале криволинейного участка угол θ близок по величине к $\frac{\pi}{2}$ и можно принять $\cos \theta \approx 0$.

При этом

$$\alpha \approx - \frac{mv |\dot{\theta}|}{P + \gamma^\alpha} < 0.$$

Головная часть ракеты отклоняется от вектора скорости вниз (в сторону движения ракеты).

На наклонном прямолинейном участке $|\dot{\theta}| = 0$; при этом получаем

$$\alpha = \frac{mg \cos \theta}{P + \gamma^\alpha} > 0.$$

Головная часть ракеты отклоняется вверх от направления вектора скорости.

График изменения угла атаки вдоль активного участка траектории для ракеты V-2 приведен на рис. 2.16.

**§ 2.7. ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ АКТИВНОГО
УЧАСТКА ТРАЕКТОРИИ ПО МЕТОДУ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО
ИНТЕГРИРОВАНИЯ**

Для приближенных расчетов активного участка траектории, учитывая малость угла атаки α , примем $\theta \approx \varphi$. При этом мы можем считать заданной программу изменения угла θ наклона вектора скорости к горизонту

$$\theta(t) = \theta_{np}(t) \approx \varphi_{np}(t)$$

и уравнения, определяющие движение центра масс ракеты, могут интегрироваться независимо от уравнения (2.46).

Уравнения движения центра масс ракеты принимают следующий вид:

$$\dot{v} = \frac{P-X}{m(t)} - g \sin \theta; \quad (2.52)$$

$$\dot{y} = v \sin \theta; \quad (2.53)$$

$$x = v \cos \theta; \quad (2.54)$$

$$\theta = \theta_{np}(t),$$

где

$$\begin{aligned} P &= \frac{G_{сек} v_{ra}}{g} + F_a (p_a - p_{H0}) = \\ &= \frac{G_{сек} v_{ra}}{g} + F_a (p_a - p_{H0}) + F_a (p_{H0} - p_H) = P_0 + F_a (p_{H0} - p_H). \end{aligned}$$

Введем обозначение

$$\pi(y) = \frac{p_H}{p_{H0}},$$

где функция $\pi(y)$ определяет принятый в качестве стандартного закон изменения атмосферного давления с высотой. Учитывая выражения для числа Маха

$$M = \frac{v}{a}$$

и для скорости звука

$$a^2 = \frac{kp}{\rho} = kgRT$$

и обозначая $K = \frac{kp_{H0}}{2}$,

можем написать:

$$P = P_0 + F_a p_{H0} [1 - \pi(y)]; \quad (2.55)$$

$$X = i \frac{\rho v^2}{2} S c_x = i K S \pi(y) M^2 c_x(M). \quad (2.56)$$

Вес ракеты в произвольный момент времени определяется из выражения

$$Q = Q_0 - G_{сек}t = Q_0(1 - \mu),$$

где $\mu = \frac{G_{сек}t}{Q_0}$

Уравнение (2.52) можно переписать в виде

$$\frac{Q_0(1-\mu)}{g} \dot{v} = P_0 + F_a p_{H0} \cdot [1 - \pi(y)] - iKS\pi(y) M^2 c_x - Q_0(1 - \mu) \sin \theta$$

или

$$\frac{Q_0}{gP_0} \dot{v} = \frac{1}{1-\mu} + \frac{F_a p_{H0}}{P_0} \cdot \frac{1-\pi(y)}{1-\mu} - \frac{iKS\pi(y)}{P_0(1-\mu)} M^2 c_x - \frac{Q_0}{P_0} \sin \theta. \quad (2.57)$$

Перейдем от независимой переменной t к переменной μ .
При этом

$$\dot{v} = \frac{dv}{d\mu} \dot{\mu} = \frac{dv}{d\mu} \cdot \frac{G_{сек}}{Q_0}$$

и левая часть уравнения (2.57) примет вид

$$\frac{Q_0}{gP_0} \dot{v} = \frac{G_{сек}}{gP_0} \cdot \frac{dv}{d\mu}$$

В дальнейшем будем отмечать штрихом ($'$) производную по μ .
Исходя из выражения

$$P_0 = \frac{G_{сек}}{g} u_e = G_{сек} J_{10}$$

(где u_e — эффективная скорость истечения) и вводя в рассмотрение безразмерную скорость ракеты w , определяемую из выражения $w = \frac{v}{u_e}$, получим уравнение (2.57) в следующем виде:

$$w' = \frac{1}{1-\mu} - \frac{1}{\eta} \sin \theta + A \frac{1-\pi(y)}{1-\mu} - B \frac{\pi(y) M^2 c_x}{1-\mu}, \quad (2.58)$$

где

$$A = \frac{F_a p_{H0}}{P_0}; \quad (2.59)$$

$$B = \frac{iKS}{P_0}; \quad (2.60)$$

$$\eta = \frac{P_0}{Q_0} \quad (2.61)$$

Уравнения (2.53), (2.54) принимают вид:

$$y' = Dw \sin \theta; \quad (2.62)$$

$$x' = Dw \cos \theta, \quad (2.63)$$

где

$$D = \frac{u_e^2}{g\eta} = \frac{gJ_{10}^2}{\eta} \quad (2.64)$$

Рассмотрим правую часть уравнения (2.58). Первое слагаемое характеризует тягу ракеты у земли, второе — силу тяжести. Эти слагаемые в основном определяют максимальную скорость ракеты и будут в дальнейшем учитываться в первом приближении. Третье и четвертое слагаемые, характеризующие изменение тяги с высотой и сопротивление воздуха, будем рассматривать как поправочные члены и учитывать во втором приближении.

Решение первого приближения

Интегрируя уравнение (2.58) в первом приближении и принимая для момента старта $\mu = 0$; $\omega = 0$, получим

$$\omega = \ln \frac{1}{1-\mu} - \frac{1}{\eta} \int_0^\mu \sin \theta d\mu. \quad (2.65)$$

Поскольку относительный расход μ — известная функция времени, то программное значение $\theta = \theta_{\text{пр}}(t)$ может рассматриваться как известная функция μ .

Обозначая

$$\Pi_1(\mu) = \ln \frac{1}{1-\mu}; \quad (2.66)$$

$$\Pi_2(\mu) = \int_0^\mu \sin \theta d\mu, \quad (2.67)$$

получим решение первого приближения для скорости в виде

$$\tilde{\omega} = u_e \tilde{v} = \Pi_1(\mu) - \frac{1}{\eta} \Pi_2(\mu). \quad (2.68)$$

Знаком (\sim) мы будем отмечать решение первого приближения.

В таблице приложения 2 даны значения функции $\theta(\mu)$, отвечающей программе ракеты V-2. Эту функцию мы в дальнейшем примем как типовую.

Значения $\Pi_1(\mu)$ и $\Pi_2(\mu)$ приведены в той же таблице.

Максимальная скорость ракеты определяется по формуле (2.68) исходя из значения

$$\mu_{\text{max}} = \frac{\omega_{\text{топ}}}{Q_0}.$$

Для определения координат x, y центра масс ракеты необходимо интегрировать уравнения (2.62), (2.63) с учетом выражения (2.68). При этом получим:

$$\tilde{y} = D \left[\Pi_3(\mu) - \frac{1}{\eta} \Pi_4(\mu) \right]; \quad (2.69)$$

$$\tilde{x} = D \left[\Pi_5(\mu) - \frac{1}{\eta} \Pi_6(\mu) \right], \quad (2.70)$$

где

$$\Pi_3(\mu) = \int_0^{\mu} \Pi_1 \cdot \sin \theta d\mu; \quad (2.71)$$

$$\Pi_4(\mu) = \int_0^{\mu} \Pi_2 \sin \theta d\mu; \quad (2.72)$$

$$\Pi_5(\mu) = \int_0^{\mu} \Pi_1 \cos \theta d\mu; \quad (2.73)$$

$$\Pi_6(\mu) = \int_0^{\mu} \Pi_2 \cos \theta d\mu. \quad (2.74)$$

Значения Π_3 — Π_6 даны в таблицах приложения 2. Заметим, что функции Π_3 — Π_6 можно рассматривать зависящими от одного аргумента μ , если исходить из типовой программы $\theta_{пр}(\mu)$. Нетрудно видеть, что

$$\Pi_4(\mu) = \frac{1}{2} [\Pi_2(\mu)]^2.$$

Решение второго приближения

Интегрирование уравнения (2.58) во втором приближении производится с учетом слагаемых, характеризующих изменение тяги с высотой и лобовое сопротивление. При этом получим:

$$w = \Pi_1(\mu) - \frac{1}{\eta} \Pi_2(\mu) + A \int_0^{\mu} \frac{1 - \pi(y)}{1 - \mu} d\mu - B \int_0^{\mu} \frac{\pi(y) M^2 c_x}{1 - \mu} d\mu$$

или

$$w = \Pi_1(\mu) - \frac{1}{\eta} \Pi_2(\mu) + A\Phi_1(\mu, u_0, \eta) - B\Phi_2(\mu, u_0, \eta),$$

где

$$\Phi_1(\mu, u_e, \eta) = \int_0^\mu \frac{1 - \pi(y)}{1 - \tilde{\mu}} d\mu; \quad (2.75)$$

$$\Phi_2(\mu, u_e, \eta) = \int_0^\mu \frac{\pi(y) M^2 c_x}{1 - \mu} d\mu. \quad (2.76)$$

В подынтегральное выражение для Φ_1 входит $\pi(y)$, характеризующее изменение атмосферного давления с высотой. Кроме того, в выражение для Φ_2 входят

$$M = \frac{v}{a} \text{ и } c_x(M),$$

зависящие от скорости ракеты v и от скорости звука a , изменяющейся с высотой. Поскольку слагаемые, содержащие Φ_1 и Φ_2 , играют роль поправок к основным слагаемым, то при их вычислении можно учесть значения v и y из решения первого приближения. Из выражений (2.68), (2.69) видно, что

$$\begin{aligned} \tilde{y} &= f(\mu, \eta, D) = \varphi_1(\mu, \eta, u_e); \\ \tilde{v} &= \varphi_2(\mu, \eta, u_e). \end{aligned}$$

Таким образом, функции Φ_1 и Φ_2 зависят еще от двух параметров: η и u_e . При вычислении функции Φ_2 принята типовая функция $c_x(M)$, приведенная в табл. 2.1. Отличие конкретной функции c_x данного объекта от типовой можно учесть величиной коэффициента формы i , входящего в выражение (2.60) для параметра B .

Интегрируя уравнения (2.62), (2.63) во втором приближении, получим

$$y = D \left(\Pi_3 - \frac{1}{\eta} \Pi_4 \right) + A\Phi_3 - B\Phi_4;$$

$$x = D \left(\Pi_5 - \frac{1}{\eta} \Pi_6 \right) + A\Phi_5 - B\Phi_6,$$

где

$$\Phi_3 = D \int_0^\mu \Phi_1 \sin \theta d\mu; \quad (2.77)$$

$$\Phi_4 = D \int_0^\mu \Phi_2 \sin \theta d\mu; \quad (2.78)$$

$$\Phi_5 = D \int_0^\mu \Phi_1 \cos \theta d\mu; \quad (2.79)$$

$$\Phi_6 = D \int_0^\mu \Phi_2 \cos \theta d\mu. \quad (2.80)$$

Ввиду того что при вычислении координат точек активного участка траектории требуемая точность относительно меньше точности вычисления скорости, то в дальнейшем мы будем исходить из приближенных зависимостей: $y = \tilde{y} \frac{w}{\tilde{w}}$; $x = \tilde{x} \frac{w}{\tilde{w}}$

Типовая программа $\theta_{пр}$, принятая при составлении таблиц функции $\Pi_2(\mu)$ и приведенная в приложении 2, отвечает значению угла θ на конечном прямолинейном отрезке активного участка траектории ($\theta_k = 42^\circ 50'$). В реальных условиях угол θ_k выбирается исходя из требований получения максимальной дальности и минимального рассеивания на пассивном участке траектории и может изменяться в значительных пределах.

Изменение скорости v_k в зависимости от изменения угла θ_k может быть определено приближенно, если предположить, что весь активный участок траектории как твердое тело поворачивается в своей плоскости на угол $\delta\theta_k$. В этом случае, дифференцируя выражение (2.68) по параметру θ и учитывая, что для любой точки траектории $\delta\theta = \delta\theta_k$, получим

$$\delta w = -\frac{1}{\eta} \delta \Pi_2(\mu) = -\frac{1}{\eta} \delta \theta_k \int_0^{\mu} \cos \theta d\mu$$

или окончательно

$$\delta w = -\frac{1}{\eta} \Pi_7(\mu) \delta \theta_k, \quad (2.81)$$

где

$$\Pi_7(\mu) = \int_0^{\mu} \cos \theta d\mu. \quad (2.82)$$

Окончательно схема приближенного расчета элементов активного участка траектории принимает следующий вид.

Первое приближение:

$$\tilde{w} = u_e \tilde{v} = \Pi_1 - \frac{1}{\eta} \Pi_2;$$

$$\tilde{y} = D \left[\Pi_3 - \frac{1}{\eta} \Pi_4 \right];$$

$$\tilde{x} = D \left[\Pi_5 - \frac{1}{\eta} \Pi_6 \right],$$

где

$$D = \frac{u_e^2}{g\eta}; \quad \eta = \frac{P_0}{Q_0}.$$

Функции Π_1 — Π_6 определяются по таблице приложения 2.

Второе приближение:

$$w = w + A\Phi_1(\mu, u_e, \eta) - B\Phi_2(\mu, u_e, \eta);$$

$$y = \tilde{y} \frac{w}{\tilde{w}};$$

$$x = \tilde{x} \frac{w}{\tilde{w}},$$

где

$$A = \frac{F_a P_{H0}}{P_0}; \quad B = \frac{iKS}{P_0} = 7140 \frac{iS}{P_0}.$$

Анализ графиков функции Φ_1 показывает, что она мало зависит от u_e и η и может быть выражена интерполяционной формулой

$$\Phi_1 = \frac{\mu^2 (1 - 0,7\mu)}{1,05 - \mu} \quad (2.83)$$

Графики функции $\Phi_2(\mu, u_e, \eta)$ даны в приложении 3.

Рассмотрим пример вычисления элементов активного участка траектории для следующих характеристик ракеты:

Калибр $D = 1,65$ м ($S = 2,14$ м²).

Начальный вес ракеты $Q_0 = 13300$ кг.

Тяга ракеты у земли $P_0 = 26600$ кг.

Вес сгорающего топлива $\omega_{\text{топ}} = 8650$ кг.

Площадь выходного сечения сопла $F_a = 0,43$ м².

Эффективная скорость истечения $u_e = 1920$ м/сек.

Коэффициент формы ракеты, отнесенный к функции c_x , приведенной в табл. 2.2, $i = 1,4$.

Коэффициент энерговооруженности $\eta = \frac{P_0}{Q_0} = 2$.

Нормальное атмосферное давление у земли $p_{H0} = 1,02$ кг/см².

Вычисление постоянных параметров:

$$A = \frac{F_a P_{H0}}{P_0} = \frac{0,43 \cdot 1,02 \cdot 10^4}{26600} = 0,165.$$

$$B = K \frac{iS}{P_0} = 7140 \frac{1,4 \cdot 2,14}{26600} = 0,802.$$

$$D = \frac{u_e^2}{g\eta} = \frac{1920^2}{9,81 \cdot 2} = 0,188 \cdot 10^6.$$

Определяем максимальную скорость ракеты и координаты конца активного участка траектории при сгорании топлива $\omega_{\text{топ}} = 8700$ кг.

При этом

$$\mu = \mu_k = \frac{\omega_{\text{топ}}}{Q_0} = \frac{8650}{13300} = 0,65.$$

Определяем значения функций $\Pi_1 - \Pi_6$ по таблицам приложения 2:

$$\Pi_1 = 1,0499; \quad \Pi_2 = 0,5412; \quad \Pi_3 = 0,2127;$$

$$\Pi_4 = 0,1464; \quad \Pi_5 = 0,1793; \quad \Pi_6 = 0,1162.$$

Расчет первого приближения:

$$\tilde{w} = \Pi_1 - \frac{1}{\eta} \Pi_2 = 1,0499 - 0,5 \cdot 0,5412 = 0,7793;$$

$$\tilde{v} = \tilde{w} \cdot u_p = 0,7793 \cdot 1920 = 1493 \text{ м/сек};$$

$$\tilde{y} = D \left[\Pi_3 - \frac{1}{\eta} \Pi_4 \right] = 1,88 \cdot 10^6 [0,2127 - 0,5 \cdot 0,1464] = 26230 \text{ м};$$

$$\tilde{x} = D \left[\Pi_5 - \frac{1}{\eta} \Pi_6 \right] = 1,88 \cdot 10^6 [0,1793 - 0,5 \cdot 0,1162] = 22790 \text{ м}.$$

Расчет второго приближения:

По формуле (2.57) находим

$$\Phi_1 = \frac{0,65^2 (1 - 0,7 \cdot 0,65)}{1,05 - 0,65} = 0,575.$$

Из графика функции Φ_2 находим $\Phi_2 = 0,137$.

Вычисляем второе приближение:

$$w = \tilde{w} + A\Phi_1 - B\Phi_2 = 0,7793 + 0,165 \cdot 0,575 - 0,802 \cdot 0,137 = 0,7643;$$

$$v = w \cdot u_p = 0,7643 \cdot 1920 = 1468 \text{ м/сек};$$

$$y = \tilde{y} \frac{w}{\tilde{w}} = 26230 \frac{0,7643}{0,7793} = 25720 \text{ м};$$

$$x = \tilde{x} \frac{w}{\tilde{w}} = 22790 \frac{0,7643}{0,7793} = 22360 \text{ м}.$$

§ 2.8. РАСЧЕТ НАЧАЛЬНОГО ПАССИВНОГО УЧАСТКА ТРАЕКТОРИИ ПО ДУГАМ

Если конец активного участка траектории находится на большой высоте, где можно пренебречь сопротивлением воздуха, пассивный участок траектории вычисляется по формулам для эллиптических траекторий в пустоте. Если же конец активного участка находится на относительно небольшой высоте, то начальный отрезок пассивного участка рассчитывается с учетом сопротивления воздуха.

Ускорение силы лобового сопротивления напишем в виде

$$J_R = \frac{ig}{Q_k} \frac{\rho v^2}{2} S c_x. \quad (2.84)$$

Заменяя площадь миделя через калибр

$$S = \frac{\pi D^2}{4}$$

и плотность воздуха ρ через функции $H(y)$

$$\rho = \rho_0 H(y),$$

получим

$$J_R = 4,74 \cdot 10^{-4} c H(y) v^2 c_x,$$

где

$$c = \frac{iD^2}{Q_k} 1000$$

принятая в баллистике величина баллистического коэффициента.

В дальнейшем введем величину $c_1 = 4,74 \cdot 10^{-4} c$.

Уравнения движения ракеты принимают вид:

$$v = -c_1 H(y) v^2 c_x - g \sin \theta;$$

$$\dot{\theta} = -\frac{g \cos \theta}{v};$$

$$y = v \sin \theta;$$

$$\dot{x} = v \cos \theta.$$

В дальнейшем удобно будет перейти к независимой переменной y . При этом уравнения движения принимают следующий вид:

$$v' = -\frac{c_1 H(y) v c_x}{\sin \theta} - \frac{g}{v}; \quad (2.85)$$

$$\theta' = -\frac{g}{v^2 \operatorname{tg} \theta}; \quad (2.86)$$

$$x' = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta}. \quad (2.87)$$

Разложим v , θ и x в ряд по степеням Δy и сохраним первые степени этой величины:

$$v = v_k - \left(\frac{c_1 H v c_x}{\sin \theta} + \frac{g}{v} \right)_{\text{ср}} \Delta y; \quad (2.88)$$

$$\theta = \theta_k - \left(\frac{g}{v^2 \operatorname{tg} \theta} \right)_{\text{ср}} \Delta y; \quad (2.89)$$

$$x = x_k + \frac{1}{\operatorname{tg} \theta_{\text{ср}}} \Delta y, \quad (2.90)$$

где $\Delta y = y - y_k$.

Расчет по формулам (2.88) — (2.90) производится двумя приближениями. В первом приближении средние значения y , v и θ принимаются равными значениям этих величин в начале рассматриваемого отрезка.

Во втором приближении принимается:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_k + v}{2}; \quad \theta_{\text{ср}} = \frac{\theta_k + \theta}{2}; \quad y_{\text{ср}} = \frac{y_k + y}{2}.$$

Сравнение расчетов указанным методом с расчетами по методу численного интегрирования показывает, что для $\Delta y > 5$ км более точные результаты получаются в том случае, если y_{cp} определяется как среднеинтегральное из выражения

$$H(y_{cp}) = \frac{1}{\Delta y} \int_{y_k}^y H(y) dy = \frac{1}{\Delta y} [H_1(y_k) - H_1(y)], \quad (2.91)$$

где

$$H_1(y) = \int_y^h H(y) dy;$$

h — такое достаточно большое значение y , при котором можно принять $H(h) = 0$.

Значения $H_1(y)$ даны в табл. 2.2, для которой принято $h = 50$ км.

Таблица 2.2

$y_{км}$	$H_1(y)$	Δ	$10^{-6} \cdot H_2(y)$	Δ	$10^{-9} \cdot H_3(y)$	Δ
50	0		0			
45	4		0			
40	15		1			
35	38		2			
30	89	16	5	0	0	1
29	105	18	5	1	1	0
28	123	21	6	1	1	1
27	144	25	8	1	2	1
26	169	30	9	2	3	1
25	199	34	11	2	4	1
24	233	40	13	2	5	1
23	273	47	15	3	6	2
22	320	55	18	4	8	2
21	375	64	22	4	10	2
20	439	76	26	5	12	3
19	515	88	31	5	15	4
18	603	103	36	7	19	3
17	706	120	43	7	22	5
16	826	141	50	9	27	5
15	967	164	59	11	32	7
14	1131	192	70	12	39	7
13	1323	225	82	14	46	9
12	1548	262	96	17	55	11
11	1810	302	113	20	66	12
10	2112	344	133	22	78	15
9	2456	388	155	26	93	16
8	2844	438	181	27	109	20
7	3282	494	208	35	129	22
6	3776	554	243	41	151	27
5	4330	620	284	56	178	31
4	4950	693	330	61	209	36
3	5643	771	391	60	245	42
2	6414	856	451	68	287	48
1	7270	950	519	78	335	56
0	8220		597		391	

Рассмотрим случай, когда конец активного участка траектории находится на высоте $y_k = 10$ км.

При этом $v_k = 2000$ м/сек, $\theta_k = 40^\circ$, $Q_k = 4000$ кг, $D = 1,65$ м; $i = 1,07$, тогда

$$c_1 = 4,74 \cdot 10^{-4} c = 0,474 \cdot 1,07 \frac{1,65^2}{4000} = 0,345 \cdot 10^{-3}.$$

Число Маха определяется из выражения

$$M = \frac{v}{a} = \frac{v}{a_{H0}} \frac{a_{H0}}{a} = \frac{v}{340} \sqrt{\frac{T_{H0}}{T}}$$

Индекс «Н0» отвечает нормальным условиям у земли. $\sqrt{T_{H0}} : T$ так же, как $H(y)$, определяем по таблице приложения 1.

Для высоты $y_k = 10$ км имеем

$$M_k = \frac{v_k}{340} \sqrt{\frac{T_{H0}}{T}} = \frac{2000}{340} 1,118 = 6,56.$$

Значение c_x определяется по табл. 2.1. Для значения $M > 5$ примем постоянным $c_x = 0,115$.

В табл. 2.3 приведены результаты расчета пассивного участка траектории для интервала высот 10—30 км методом численного интегрирования. Координата x отсчитывается от конца активного участка.

Таблица 2.3

$y_{км}$	v	θ°	x	$y_{км}$	v	θ°	x
10	2000	40,00	0	20	1750	37,96	12323
11	1958	39,83	1194	21	1737	37,72	13609
12	1921	39,65	2397	22	1725	37,48	14906
13	1889	39,46	3606	23	1714	37,23	16216
14	1862	39,27	4821	24	1704	36,98	17538
15	1837	39,07	6046	25	1694	36,72	18872
16	1815	38,86	7282	26	1685	36,46	20218
17	1796	38,64	8528	27	1676	36,19	21579
18	1779	38,42	9783	28	1668	35,92	22953
19	1764	38,19	11048	29	1660	35,64	24341
20	1750	37,96	12323	30	1652	35,36	25745

Для сравнения вычислим приведенным выше приближенным методом значения v , θ , x для $y=20$ км, приняв за исходные значения этих величин для $y = 10$ км.

Расчет первого приближения.

Определяем $H(y_{ср})$ из выражения (2.91), определив $H_1(y)$ из табл. 2.2:

$$H(y_{ср}) = \frac{1}{\Delta y} [H_1(10) - H_1(20)] = \frac{2112 - 439}{10000} = 0,167.$$

Вычисляем Δv по формуле (2.88):

$$\tilde{\Delta v} = - \left(\frac{c_1 H_{\text{ср}} v_{\text{к}} c_x}{\sin \theta_{\text{к}}} + \frac{g}{v_{\text{к}}} \right) \Delta y = - \left(\frac{0,345 \cdot 10^{-3} \cdot 0,167 \cdot 2000 \cdot 0,115}{0,643} + \frac{9,81}{2000} \right) 10000 = -256;$$

$$\tilde{v} = 2000 - 256 = 1744 \text{ м/сек};$$

$$\tilde{v}_{\text{ср}} = \frac{v_{\text{к}} + \tilde{v}}{2} = 1872 \text{ м/сек}.$$

По формуле (2.89) имеем:

$$\Delta \theta^{\circ} = -\Delta \theta \frac{180}{\pi} = -\frac{180}{\pi} \frac{g}{v_{\text{ср}}^2 \operatorname{tg} \theta_{\text{ср}}} \Delta y,$$

или

$$\Delta \theta^{\circ} = -\frac{562 \Delta y}{v_{\text{ср}}^2 \operatorname{tg} \theta_{\text{ср}}} = -\frac{562 \cdot 10000}{1872^2 \cdot 0,839} = -1,91^{\circ};$$

$$\tilde{\theta} = 40,00^{\circ} - 1,91^{\circ} = 38,09^{\circ} = 38^{\circ}5';$$

$$\theta_{\text{ср}} = 39^{\circ}2'$$

Знаком (\sim) отмечены величины первого приближения.

Расчет второго приближения.

$$\begin{aligned} \Delta v &= - \left(\frac{c_1 H_{\text{ср}} v_{\text{ср}} c_x}{\sin \theta_{\text{ср}}} + \frac{g}{v_{\text{ср}}} \right) \Delta y = \\ &= - \left(\frac{0,345 \cdot 10^{-3} \cdot 0,167 \cdot 1872 \cdot 0,115}{0,630} + \frac{9,81}{1872} \right) 10000 = -250 \text{ м/сек}; \end{aligned}$$

$$v = 1750 \text{ м/сек}; v_{\text{ср}} = 1875 \text{ м/сек};$$

$$\Delta \theta^{\circ} = -\frac{562 \cdot \Delta y}{v_{\text{ср}}^2 \operatorname{tg} \theta} = -\frac{562 \cdot 10000}{1875^2 \cdot 0,810} = -1,98^{\circ};$$

$$\theta_1 = 38,02^{\circ} = 38^{\circ}1'.$$

Определяем Δx из выражения

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{\operatorname{tg} \theta_{\text{ср}}} = \frac{10000}{0,810} = 12350 \text{ м}.$$

Аналогичные расчеты приближенным методом произведены для участка траектории от $y = 15$ км до $y = 25$ км и от $y = 15$ км до $y = 30$ км. Сравнительные результаты расчетов методом численного интегрирования и приближенным методом приведены в табл. 2.4.

Интервалы высот, км	v_0	θ_0	x_0	Метод расчета	v	θ	x
10—20	2000	40°0′	0	Первое приближение	1744	38°5′	—
				Второе приближение	1750	38°1′	12350
				Численное интегрирование	1750	37°58′	12323
15—25	1837	39°4′	6046	Первое приближение	1694	36°51′	—
				Второе приближение	1693	36°46′	18860
				Численное интегрирование	1694	36°43′	18872
15—30	1837	39°4′	6046	Первое приближение	1653	35°41′	—
				Второе приближение	1651	35°26′	25764
				Численное интегрирование	1652	35°20′	25745

§ 2.9. ДВИЖЕНИЕ РАКЕТЫ НА ПАССИВНОМ БЕЗВОЗДУШНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ ЗЕМЛИ

Полагая, что для высот $y > h$ сопротивлением воздуха можно пренебречь, будем рассматривать движение ракеты в центральном поле тяготения вне сферы радиуса $r_0 = R + h$, где R — радиус Земли (рис. 2.17). При этом будем учитывать изменение величины ускорения силы притяжения Земли для центрального поля тяготения

$$g = g_0 \frac{r_0^2}{r^2} \quad (2.92)$$

В настоящем параграфе будем рассматривать движение ракеты относительно не вращающейся Земли. В этом случае не нужно учитывать центробежную силу инерции переносного движения Земли (§ 2.2). Учет вращения Земли рассмотрим в § 2.15.

Положение движущейся материальной точки относительно центра Земли будем

определять в полярных координатах. На рис. 2.18. $\vec{O_1O} = \vec{r}_0$ радиус-вектор начальной точки и $\vec{O_1M} = \vec{r}$ радиус-вектор произвольной точки траектории, η — полярный угол, отсчитываемый относительно оси, положение которой уточним в дальнейшем, θ — угол накло-

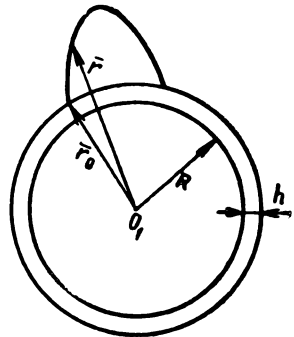


Рис. 2.17. Схема эллиптической траектории

на вектора скорости к местному горизонту движущейся точки (плоскость, перпендикулярная радиусу-вектору \vec{r}).

Для вывода уравнения траектории воспользуемся теоремой о кинетическом моменте и теоремой о кинетической энергии точки.

Теорема о кинетическом моменте.

Согласно этой теореме производная по времени от момента количества движения точки относительно некоторого центра равна моменту действующей на точку силы относительно того же центра.

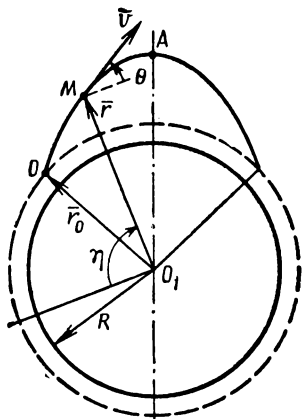


Рис. 2.18. Полярные координаты точек эллиптической траектории

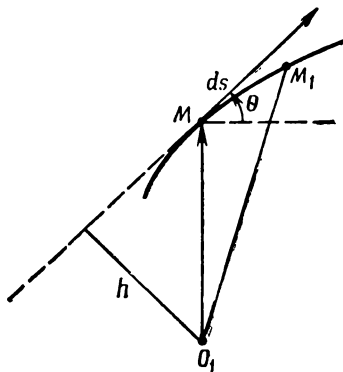


Рис. 2.19. Закон сохранения площадей

В данном случае, применяя эту теорему относительно центра Земли O_1 , получим

$$\frac{d}{dt} \bar{m}_0 (m\bar{v}) = \bar{m}_0 (\bar{F})$$

или

$$\frac{d}{dt} (\bar{r} \times m\bar{v}) = \bar{r} \times \bar{F}.$$

Для центральной силы притяжения Земли имеем $\bar{r} \times \bar{F} = 0$, откуда:

$$\begin{aligned} \bar{r} \times m\bar{v} &= \text{const}; \\ rv \cos \theta &= \text{const}. \end{aligned} \quad (2.93)$$

Составляющая скорости, перпендикулярная радиусу-вектору, равна

$$v_{\theta} = r\dot{\eta} = v \cos \theta. \quad (2.94)$$

Из выражений (2.93) и (2.94) имеем

$$r^2 \dot{\eta} = c = \text{const}. \quad (2.95)$$

Постоянная c находится из начальных условий. В начальной точке O имеем

$$c = r_0^2 \dot{\eta}_0 = r_0 v_0 \cos \theta_0 \quad (2.96)$$

Для геометрической интерпретации выражения (2.96) рассмотрим элементарный треугольник MM_1O_1 (рис. 2.19). Площадь этого треугольника равна

$$d\sigma = \frac{1}{2} h dS = \frac{1}{2} r \cos \theta \cdot v dt = \frac{1}{2} r^2 \eta dt.$$

Учитывая выражение (2.95), получим

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{2} c = \text{const},$$

$$\Delta\sigma = \frac{1}{2} c \Delta t.$$

Последняя зависимость выражает закон сохранения площадей. При движении под действием центральной силы радиус-вектор движущейся точки в равные промежутки времени описывает равные площади.

Теорема о кинетической энергии.

Из уравнения движения относительно касательной

$$m\dot{v} = -mg \sin \theta$$

и выражения (2.92), учитывая, что

$$\sin \theta = \frac{v_r}{v} = \frac{\dot{r}}{v} = \frac{dr}{dS},$$

получим:

$$\dot{v} = -g_0 \frac{r_0^2}{r^2} \frac{dr}{dS};$$

$$\dot{v} dS = v dv = -g_0 r_0^2 \frac{dr}{r^2}.$$

Интегрируя в пределах от начальной до произвольной точки траектории, получим

$$v^2 = v_0^2 - 2g_0 r_0^2 \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right). \quad (2.97)$$

В случае вертикального полета максимальная высота найдется из условия $v = 0$.

При этом имеем

$$v_0^2 = 2g_0 r_0^2 \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_{\max}} \right) = 2g_0 r_0 \left(1 - \frac{r_0}{r_{\max}} \right). \quad (2.98)$$

В дальнейшем удобно ввести в рассмотрение параметр скорости v , определяемый из выражения

$$v = \frac{v_0^2}{g_0 r_0} \quad (2.99)$$

При этом выражение (2.98) принимает вид

$$v = 2 \left(1 - \frac{r_0}{r_{\max}} \right).$$

Чтобы материальная точка могла бесконечно удаляться от Земли, преодолев «панцирь тяготения», необходимо исходить из условия $r_{\max} = \infty$, откуда $v = 2$. При этом $v_0^2 = 2g_0 r_0$.

Для значений $g_0 = 9,81 \text{ м/сек}^2$, $r_0 = 6,371 \cdot 10^6 \text{ м}$ получим

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 6,371 \cdot 10^6} = 11200 \text{ м/сек}$$

Это так называемая вторая космическая скорость необходима для того, чтобы тело, преодолев тяготение Земли, превратилось в искусственную планету солнечной системы.

Первая космическая скорость отвечает $v = 1$; при этом

$$v_0 = \sqrt{g_0 r_0} = \sqrt{9,81 \cdot 6,371 \cdot 10^6} = 7900 \text{ м/сек}$$

При достижении этой скорости тело становится искусственным спутником Земли.

Уравнение траектории.

В выражениях для составляющих скорости $v_r = \dot{r}$ и $v_\theta = r\dot{\eta}$ перейдем к независимой переменной η , отмечая штрихом производную по η .

Кроме того, учтем выражение (2.95). При этом получим:

$$v_r = \dot{r} = r' \frac{c}{r^2};$$

$$v_\theta = r\dot{\eta} = \frac{c}{r};$$

$$v^2 = v_r^2 + v_\theta^2 = r'^2 \frac{c^2}{r^4} + \frac{c^2}{r^2}.$$

Обозначая

$$\rho = \frac{c}{r},$$

получим

$$v^2 = \rho'^2 + \rho^2.$$

При этом выражение (2.97) принимает вид

$$\rho'^2 + \rho^2 = v_0^2 - 2g_0 r_0 + 2g_0 r_0^2 \frac{1}{r}. \quad (2.100)$$

Обозначая:

$$q = v_0^2 - 2g_0 r_0; \quad (2.101)$$

$$d = \frac{g_0 r_0^2}{c}; \quad (2.102)$$

$$b^2 = q + d^2, \quad (2.103)$$

получим:

$$\rho'^2 = b^2 - (\rho - d)^2;$$

$$d\eta = \frac{d\rho}{\sqrt{b^2 - (\rho - d)^2}},$$

откуда

$$\eta = -\arccos \frac{\rho - d}{b} + \alpha.$$

Подставляя значение $\rho = \frac{c}{r}$, получим:

$$\frac{1}{r} = \frac{b}{c} \cos(\eta - \alpha) + \frac{d}{c} = \frac{d}{c} \left[1 + \frac{b}{d} \cos(\eta - \alpha) \right],$$

$$r = \frac{\frac{c}{d}}{1 + \frac{b}{d} \cos(\eta - \alpha)}. \quad (2.104)$$

Из аналитической геометрии известно уравнение конического сечения в полярных координатах (эллипс, парабола, гипербола)

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\eta - \alpha)}, \quad (2.105)$$

где p — параметр, e — эксцентриситет.

Сравнивая выражения (2.104) и (2.105), мы видим, что формула (2.105) является уравнением движения материальной точки в поле тяготения Земли. При этом:

$$p = \frac{c}{d} = \frac{c^2}{g_0 r_0^2},$$

$$e = \frac{b}{d} = \sqrt{1 + \frac{q}{d^2}}$$

Учитывая выражения (2.96), (2.101)—(2.103) и (2.99), получим:

$$p = v r_0 \cos^2 \theta_0, \quad (2.106)$$

$$e = \sqrt{1 - v(2 - v) \cos^2 \theta_0} \quad (2.107)$$

Теперь определим произвольную постоянную α и одновременно уточним положение оси, от которой отсчитывается полярный угол η .

Напишем выражение для $\operatorname{tg} \theta$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_r}{v_\theta} = \frac{\dot{r}}{r\dot{\eta}} = \frac{r'}{r}$$

Логарифмируя и дифференцируя выражение (2.105), имеем

$$\frac{r'}{r} = \frac{e \sin(\eta - \alpha)}{1 + e \cos(\eta - \alpha)} = \operatorname{tg} \theta \quad (2.108)$$

Выберем ось отсчета угла η так, чтобы она проходила от центра Земли к вершине (точка A на рис. 2.18), являющейся одной из вершин эллипса. Поскольку в вершине траектории $\theta_A = 0$, то из выражения (2.108), учитывая, что $\eta_A = 0$, получим $\sin \alpha = 0$, это отвечает значению $\alpha = 0$ или $\alpha = \pi$. Чтобы уточнить α , применим выражение (2.105) к точке вылета, полагая $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$; при этом $\operatorname{tg} \theta > 0$, и из выражения (2.108) следует, что при положительном значении эксцентриситета необходимо принять $\alpha = \pi$. Окончательно получаем уравнение траектории в виде

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \eta} \quad (2.109)$$

Исследование характера траектории.

Из выражения для эксцентриситета (2.107) видно, что:

при $v < 2$; $e < 1$; траектория — эллипс;

при $v = 2$; $e = 1$; траектория — парабола;

при $v > 2$; $e > 1$; траектория — гипербола;

при $v = 1$ и $\theta_0 = 0$; $e = 0$; траектория — окружность.

Последний случай отвечает движению спутника по круговой орбите. При этом предполагается, что спутник запущен в горизонтальном направлении при начальной скорости $v_0 = \sqrt{g_0 r_0}$ ($v = 1$).

При $v < 1$ траектория также является эллипсом. Однако при этом траектория не будет замкнутой кривой, так как на своем пути материальная точка столкнется с поверхностью Земли. Таким образом, случай $v < 1$ отвечает полету ракет класса «земля — земля».

§ 2.10. ДАЛЬНОСТЬ ПОЛЕТА РАКЕТЫ. УГОЛ НАИБОЛЬШЕЙ ДАЛЬНОСТИ. ВЫСОТА ТРАЕКТОРИИ

При выбранном направлении оси отсчета угла η начальная точка траектории характеризуется полярными координатами $(r_0; -\beta)$, а точка падения — координатами $(r_0; \beta)$, где 2β — угловая дальность полета (рис. 2.20). Дальность полета, отсчитываемая по криволинейной поверхности сферы радиуса r_0 , определится из выражения

$$L = 2\beta r_0 \quad (2.110)$$

Значение β найдется из выражения (2.109) при подстановке $\eta = \beta$ и $r = r_0$. При этом получим

$$\cos \beta = \frac{r_0 - p}{r_0 e} = \frac{1 - v \cos^2 \theta_0}{\sqrt{1 - v(2 - v) \cos^2 \theta_0}} \quad (2.111)$$

При сравнительно небольших дальностях (примерно 200 км) угол $\beta < 1^\circ$. При этом ошибка в величине $\cos \beta$ в одну единицу пятого знака вызывает ошибку в величине β , а следовательно, и в дальности около 3%. Поэтому удобно преобразовать выражение (2.111) так, чтобы угол β входил под знак tg или \sin . Имеем

$$\operatorname{tg}^2 \beta = \frac{1}{\cos^2 \beta} - 1 = \frac{1 - v(2 - v) \cos^2 \theta_0}{(1 - v \cos^2 \theta_0)^2} - 1.$$

После элементарных преобразований получим

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v \sin \theta_0 \cos \theta_0}{1 - v \cos^2 \theta_0} \quad (2.112)$$

Разделив числитель и знаменатель на $\cos^2 \theta_0$, получим

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v \operatorname{tg} \theta_0}{1 - v + \operatorname{tg}^2 \theta_0}. \quad (2.113)$$

Пример.

При $v_0 = 2000$ м/сек; $\theta_0 = 45^\circ$; $r_0 = 6,371 \cdot 10^6$ м; $g_0 = 9,81$ м/сек² получим:

$$v = \frac{v_0^2}{g_0 r_0} = 0,0640;$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v}{2 - v} = 0,03306;$$

$$\beta = 1^\circ 53,6' = 0,03304 \text{ рад};$$

$$L = 2r_0 \beta = 2 \cdot 6,371 \cdot 10^6 \cdot 0,03304 = 421 \cdot 10^3 \text{ м} = 421 \text{ км}.$$

Угол наибольшей дальности.

Рассмотрим семейство траекторий, отвечающих неизменной начальной скорости v_0 при переменном параметре θ_0 . Определяя из выражения (2.113) значение угла θ_0^* , отвечающего максимуму функции $\beta = f(\theta_0)$, получим

$$\operatorname{tg} \theta_0^* = \sqrt{1 - v} \quad (2.114)$$

Напомним, что при движении материальной точки в постоянном гравитационном поле траектория является параболой и дальность, определяемая из выражения

$$X = \frac{v_0 \sin 2\theta_0}{g},$$

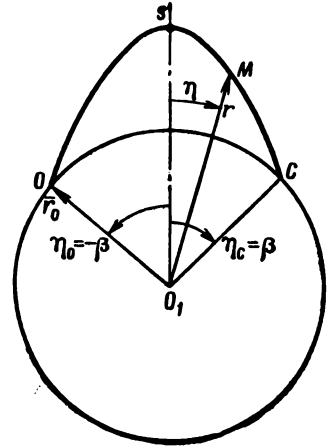


Рис. 2.20. Дальность полета ракеты $L = 2r_0 \beta$

достигает максимума при $\theta_0 = 45^\circ$ при любых значениях v_0 . Выражение (2.114) показывает, что при движении в переменном центральном гравитационном поле значение θ_0^* , отвечающее наибольшей дальности, зависит от скорости или от v . При достаточно малых скоростях ($v \rightarrow 0$) $\theta_0^* \rightarrow 45^\circ$. При $v=1$ получаем $\theta_0^* = 0$, т. е. наибольшая дальность получается, когда вектор начальной скорости горизонтален. При этом из выражения (2.111) видно, что $\beta^* = \frac{\pi}{2}$

$$L = 2\beta^* r_0 = \pi r_0.$$

Наибольшая дальность полета при $v=1$ получается равной половине окружности земного шара. Учитывая возможность пуска ракет в противоположных направлениях, мы приходим к выводу, что при $v=1$; $v_0 = \sqrt{g_0 r_0}$, т. е. при достижении первой космической скорости и при значении $\theta_0 = 0$, что отвечает горизонтальному направлению вектора v_0 , ракета может достигнуть любой точки Земли. Заметим, однако, что угол $\theta^* = 0$, обеспечивающий при $v=1$ наибольшую дальность полета, связан с большим рассеиванием точек падения, так как небольшое отклонение угла θ_0 от оптимального $\theta_0^* = 0$ вызывает большое изменение дальности.

В заключение напомним, что значение r_0 , входящее в выражения (2.110) и (2.113) для дальности полета, отвечает радиусу сферы, вне которой сопротивлением воздуха можно пренебрегать

$$r_0 = R + h.$$

При этом

$$g_0 = 9,81 \frac{R^2}{(R + h)^2}.$$

Высота траектории.

Наибольшая высота траектории может быть найдена из условия $\beta = 0$. При этом из выражения (2.109) получим:

$$r_{\max} = \frac{p}{1 - e};$$

$$Y = y_{\max} = r_{\max} - r_0.$$

Подставляя значения p и e из выражений (2.106) и (2.107), получим:

$$Y = y_{\max} = \frac{v r_0 \cos^2 \theta_0}{1 - \sqrt{1 - v(2 - v) \cos^2 \theta_0}} - r_0.$$

После несложных преобразований имеем

$$Y = \frac{r_0 v \sin^2 \theta_0}{\sqrt{1 - v(2 - v) \cos^2 \theta_0} + (1 - v)}. \quad (2.115)$$

Для рассмотренного выше примера

$$e = \sqrt{1 - \nu(2 - \nu) \cos^2 \theta_0} = \sqrt{1 - 0,064 \cdot 1,936 \cdot 0,5} = 0,9685;$$

$$Y = \frac{6,371 \cdot 10^6 \cdot 0,064 \cdot 0,5}{0,9685 + 0,936} = 107 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

Предельные выражения для дальности L и высоты Y при малых ν .

Из рассмотренных примеров мы видим, что дальностям примерно 400 км отвечают малые значения ν и β ($\nu \approx 0,06$, $\beta \approx 0,03$). При этих условиях можно в формулах (2.112), (2.115) пренебречь квадратами этих величин и заменить $\text{tg } \beta \approx \beta$.

При этом получим:

$$\beta = \frac{\nu \cos \theta_0 \sin \theta_0}{1 - \nu \cos^2 \theta_0},$$

$$L = 2r_0 \beta = \frac{2r_0 \nu \cos \theta_0 \sin \theta_0}{1 - \nu \cos^2 \theta_0}.$$

Учитывая выражение

$$\nu = \frac{v_0^2}{g_0 r_0},$$

получим

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g_0} \cdot \frac{1}{(1 - \nu \cos^2 \theta_0)}. \quad (2.116)$$

Пренебрегая ν по сравнению с единицей, получим известное выражение для дальности в постоянном гравитационном поле

$$X = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g_0} \quad (2.117)$$

Величина $(1 - \nu \cos^2 \theta_0)^{-1}$ может рассматриваться как поправочный множитель на неоднородность гравитационного поля. Для рассмотренного примера

$$1 - \nu \cos^2 \theta_0 = 1 - \frac{0,064}{2} = 0,968.$$

Дальность в центральном поле тяготения Земли для рассмотренного примера превышает на 3,2% дальность, отвечающую однородному гравитационному полю и вычисляемую по формуле (2.117) параболической теории.

Для высоты траектории при допущении о малости ν можно аналогично получить из выражения (2.115)

$$Y = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g_0} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\nu}{2} (1 + \cos^2 \theta_0)} \quad (2.118)$$

вместо выражения

$$Y = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g_0}$$

из параболической теории.

Формулы (2.116) — (2.118) позволяют оценить погрешности параболической теории.

При $\theta_0 = 45^\circ$ $\cos^2 \theta_0 = 0,5$ и относительная погрешность в величине дальности

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\nu}{2}$$

Задаваясь величиной относительной погрешности $\approx 1\%$, получим $\nu \approx 0,02$. Записав выражение (2.117) для $\theta_0 = 45^\circ$ в форме $X = r_0 \nu$, получим

$$X = 6,371 \cdot 10^6 \cdot 0,02 = 0,127 \cdot 10^6 \text{ м} = 127 \text{ км.}$$

Для дальности $X < 127 \text{ км}$ погрешность параболической теории не превосходит 1% .

§ 2.11. ВРЕМЯ ПОЛЕТА

Для вычисления времени полета будем исходить из закона сохранения площадей (2.96)

$$r^2 \dot{\eta} = c = r_0 v_0 \cos \theta_0,$$

откуда

$$dt = \frac{r^2}{c} d\eta.$$

Выразив r через η из выражения (2.109), получим

$$dt = \frac{p^2}{c} \cdot \frac{d\eta}{(1 - e \cos \eta)^2} \quad (2.119)$$

При выбранном нами отсчете углов η от оси, проходящей через вершину траектории, для определения полного времени полета необходимо выражение (2.119) интегрировать слева от нуля до T и справа от $\eta = -\beta$ до $\eta = +\beta$. Учитывая симметрию траектории относительно оси, отвечающей $\eta = 0$, можно написать

$$T = \frac{2p^2}{c} \int_0^\beta \frac{d\eta}{(1 - e \cos \eta)^2} \quad (2.120)$$

Для интегрирования выражения (2.120) вводим подстановку

$$x = \operatorname{tg} \frac{\eta}{2}.$$

При этом получаем

$$T = \frac{2p^2}{c} \int_0^x \frac{2(1+x^2) dx}{[1-e+(1+e)x^2]^2}.$$

Последнее выражение путем подстановки

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} x$$

после некоторых преобразований приводится к виду

$$T = \frac{2p^2}{c} \cdot \frac{1}{(1-e^2)^{3/2}} \int_0^E (1+e \cos E) dE \quad (2.121)$$

или

$$T = \frac{2p^2}{c(1-e^2)^{3/2}} (E + e \sin E).$$

Подставляя значения c и p из выражений (2.96) и (2.106), получим

$$T = \frac{2v_0^3 \cos^3 \theta_0}{g_0^2 r_0 (1-e^2)^{3/2}} (E + e \sin E).$$

На основании выражения (2.107) получим окончательно

$$T = \frac{2}{(2-\nu)^{3/2}} \sqrt{\frac{r_0}{g_0}} (E + e \sin E), \quad (2.122)$$

где

$$E = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right),$$

$$\nu = \frac{v_0^2}{g_0 r_0}.$$

Для рассмотренного в § 2.10 примера $v_0 = 2000$ м/сек; $\theta_0 = 45^\circ$; $\nu = 0,064$; $e = 0,9685$; $\beta = 0,03304$; $E = 14^\circ 52' = 0,2596$ рад. При этом получим

$$T = \frac{2}{(2-0,064)^{3/2}} \sqrt{\frac{6,371 \cdot 10^6}{9,81}} (0,2596 + 0,9685 \cdot 0,2567) = 304 \text{ сек.}$$

§ 2.12. РАСЧЕТ КОНЕЧНОГО УЧАСТКА ТРАЕКТОРИИ

Пусть точка C_1 — конец безвоздушного пассивного участка траектории и начало конечного участка входа ракеты или ее последней ступени в плотные слои атмосферы. Точку падения отметим буквой C .

Для расчета конечного участка траектории можно воспользоваться методом расчета траектории по дугам, изложенным в § 2.8. При этом необходимо иметь в виду, что на этом участке $\theta < 0$ и $\Delta y < 0$ и учесть знаки этих величин в формулах (2.88) — (2.90). Можно, однако, отказаться от деления конечного участка на отрезки и получить зависимости для непосредственного вычисления элементов точки падения, учитывая характер изменения элементов траектории на конечном ее участке.

В табл. 2.5 приведены результаты расчетов конечного участка траектории по дугам при начальных значениях: $y_1 = 30\,000$ м, $v_1 = 1652$ м, $|\theta_1| = 35,34^\circ$; $x_1 = 0$.

Дальность x отсчитывается от начала конечного участка.

В последней строке приведены значения элементов траектории, вычисленные по формулам параболической теории движения материальной точки вне атмосферы в постоянном гравитационном поле.

Таблица 2.5

<i>y км</i>	<i>v</i>	$ \theta^\circ $	<i>x</i>	Примечание
30	1652	35,34	0	
25	1670	36,74	6873	
20	1674	38,05	13413	
15	1649	39,33	19659	
10	1568	40,63	25624	
5	1404	42,08	31303	
0	1110	43,98	36665	
0	1822	42,28	37120	В пустоте

Из анализа приведенных в таблице результатов видно, что, хотя сопротивление воздуха уменьшает скорость падения на 710 м/сек, или на 39%, горизонтальная дальность конечного участка уменьшается всего на 1,2%. Угол падения также изменяется мало.

Воспользуемся последним обстоятельством и получим приближенный метод вычисления элементов точки падения, не прибегая к расчету по дугам. При этом будем искать значения элементов точки падения θ и x в виде поправок к значениям соответствующих элементов, вычисляемых по формулам параболической теории.

Введем обозначения:

$$u = v \cos \theta; p = \operatorname{tg} |\theta|.$$

Элементы траектории в пустоте (параболическая теория) будем отмечать знаком (\sim).

Принимая за независимую переменную высоту y , мы можем дифференциальные уравнения движения записать в следующем виде:

$$\frac{du}{dy} = \frac{c_1 c_x H(y) u}{\sin |\theta|}; \quad (2.123)$$

$$\frac{dp}{dy} = -\frac{g}{pu^2}; \quad (2.124)$$

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{1}{p} \quad (2.125)$$

Необходимо учесть, что на конечном участке $dy < 0$.

При движении в пустоте получаем:

из уравнения (2.123)

$$\tilde{u} = u_1 = \text{const}, \quad (2.126)$$

из уравнения (2.124)

$$\tilde{p}^2 = p_1^2 + \frac{2g}{\tilde{u}^2} (y_1 - y), \quad (2.127)$$

из уравнений (2.124) и (2.125)

$$\frac{dx}{dp} = \frac{u^2}{g}, \quad (2.128)$$

откуда

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{u}^2}{g} (\tilde{p} - p_1). \quad (2.129)$$

Подставляя значение $\frac{\tilde{u}^2}{g}$ из выражения (2.127), получим

$$\tilde{x} = \frac{2(y_1 - y)}{\tilde{p} + p_1}. \quad (2.130)$$

Для точки падения получаем:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_c &= u_1 = \text{const}; \\ \tilde{p}_c^2 &= p_1^2 + \frac{2g}{u_1^2} y_1; \end{aligned} \quad (2.131)$$

$$\tilde{x}_c = \frac{2y_1}{\tilde{p}_c + p_1}. \quad (2.132)$$

Рассмотрим конечный участок траектории в воздухе. Из уравнения (2.123) имеем

$$\ln \frac{u}{u_1} = \int_{y_1}^y \frac{c_1 c_x}{\sin |\theta|} H(y) dy.$$

При больших скоростях входа ракеты в плотные слои можно принять c_x постоянной или малоизменяющейся величиной. Угол θ изменяется тем меньше, чем больше скорость полета. Вынося c_x и $\sin|\theta|$ средним значением из-под знака интеграла и обозначая

$$c = \frac{c_1 c_x \text{cp}}{\sin|\theta|_{\text{cp}}}, \quad (2.133)$$

получим

$$\ln \frac{u}{u_1} = c \int_{y_1}^y H(y) dy. \quad (2.134)$$

Введем обозначение

$$H_1(y) = \int_y^h H(y) dy, \quad (2.135)$$

где h — достаточно большое значение y , при котором можно принять $H(y) = H(h) = 0$.

При этом получаем

$$\ln \frac{u}{u_1} = -c [H_1(y) - H_1(y_1)] = -c \Delta H_1,$$

откуда

$$u = u_1 e^{-c \Delta H_1}. \quad (2.136)$$

Значения функции $H_1(y)$ даны в табл. 2.2 при $h = 50$ км. Для точки падения имеем $H_1(y_c) = H_1(0) = 8220$ м.

При этом получаем

$$u_c = u_1 e^{-c \Delta H_1} = u_1 e^{-c[8220 - H_1(y_1)]} \quad (2.137)$$

Для вычисления $p = \text{tg}|\theta|$ перепишем уравнение (2.124) в виде

$$\frac{d\pi}{dy} = -\frac{2g}{u^2}, \quad (2.138)$$

где $\pi = p^2$.

Введем обозначения:

$$\pi = \tilde{\pi} + \delta\pi;$$

$$u = \tilde{u} + \delta u,$$

где знаком (\sim) отмечены величины, отвечающие траектории в пустоте.

При этом получим

$$\frac{d(\tilde{\pi} + \delta\pi)}{dy} = -\frac{2g}{(\tilde{u} + \delta u)^2} = -\frac{2g}{\tilde{u}^2} + \frac{4g\delta u}{\tilde{u}^3} + O(\delta u^2),$$

где $O(\delta u^2)$ — величины второго и более высокого порядка малости относительно δu .

Сохраняя величины первого порядка малости и учитывая уравнение (2.138), получим

$$\frac{d(\delta\pi)}{dy} = \frac{4g}{\tilde{u}^2} \frac{\delta u}{\tilde{u}}. \quad (2.139)$$

Из выражения (2.136) имеем

$$\frac{u}{u_1} = \frac{u}{\tilde{u}} = \frac{\tilde{u} + \delta u}{\tilde{u}} = e^{-c\Delta H_1}$$

или

$$1 + \frac{\delta u}{\tilde{u}} = 1 - c\Delta H_1 + \frac{c^2}{2} (\Delta H_1)^2 + \dots$$

Отбрасывая величины выше первого порядка малости, получим

$$\frac{\delta u}{\tilde{u}} = -c\Delta H_1.$$

Подставляя последнее выражение в уравнение (2.139), интегрируя в соответствующих пределах и учитывая, что при $y = y_1$ $\delta u = 0$, $\delta\pi = 0$, получим

$$\delta\pi = -\frac{4gc}{u_1^2} \int_{y_1}^y \Delta H_1 dy = -\frac{4gc}{u_1^2} \int_{y_1}^y [H_1(y) - H_1(y_1)] dy. \quad (2.140)$$

Введем функцию $H_2(y)$, определяемую выражением

$$H_2(y) = \int_y^h H_1(y) dy.$$

Выражение (2.140) принимает вид

$$\delta\pi = \frac{4gc}{u_1^2} [H_2(y) - H_2(y_1) - (y_1 - y) H_1(y_1)].$$

Расчеты показывают, что можно сохранить в скобках только первое слагаемое. При этом имеем

$$\delta\pi = \frac{4g}{u_1^2} cH_2(y) \quad (2.141)$$

или для точки падения

$$\delta\pi_c = \frac{4g}{u_1^2} cH_2(0), \quad (2.142)$$

$$p_c^2 = p_1^2 + \frac{2g}{u_1^2} y_1 + \frac{4g}{u_1^2} cH_2(0). \quad (2.143)$$

Из табл. 2.2 находим $H_2(0) = 597 \cdot 10^5 \text{ м}^2$.

Вычислим поправку в дальности.

Из уравнения (2.125) путем подстановки

$$x = \tilde{x} + \delta x;$$

$$p = \tilde{p} + \delta p$$

и линеаризации уравнения (2.125) получим

$$\frac{d(\delta x)}{dy} = \frac{\delta p}{\tilde{p}^2} = \frac{\delta \pi}{2\tilde{p}^3}.$$

Подставляя значение $\delta \pi$ из выражения (2.141), получим

$$\frac{d(\delta x)}{dy} = \frac{2gc}{u_1^2 \tilde{p}^3} H_2(y);$$

$$\delta x = \frac{2gc}{u_1^2} \int_{y_1}^y \frac{H_2(y)}{\tilde{p}^3} dy = \frac{2gc}{u_1^2 \tilde{p}_{cp}^3} \int_{y_1}^y H_2(y) dy. \quad (2.144)$$

Введем функцию $H_3(y)$, определяемую из выражения

$$H_3(y) = \int_y^h H_2(y) dy.$$

При этом получим

$$\delta x = -\frac{2gc}{u_1^2 \tilde{p}_{cp}^3} [H_3(y) - H_3(y_1)].$$

Из табл. 2.2 видно, что второе слагаемое в скобках можно отбросить. При этом получаем для точки падения

$$\delta x_c = -\frac{2gc}{u_1^2 \tilde{p}_{cp}^3} H_3(0). \quad (2.145)$$

Из табл. 2.2 находим $H_3(0) = 391 \cdot 10^9 \text{ м}^3$.

Пример.

На высоте 30 км параметры конечного участка траектории

$$v_1 = 1652 \text{ м/сек}; \quad \theta_1 = 35^\circ 20'; \quad c_1 c_x = 0,397 \cdot 10^{-4}.$$

Требуется определить элементы точки падения θ_c , x_c , v_c . Предварительно по формулам параболической теории (2.131), (2.132) определяем:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_c &= u_1 = v_1 \cos \theta_1 = 1348 \text{ м/сек}; \\ \tilde{p}_c^2 &= p_1^2 + \frac{2g}{u_1^2} y_1 = \text{tg}^2 35^\circ 20' + \frac{2 \cdot 9,81}{1348^2} 30000 = 0,8264; \\ \tilde{p}_c &= 0,9090; \quad |\tilde{\theta}_c| = 42^\circ 16'; \end{aligned}$$

$$\tilde{x}_c = \frac{2y_1}{p_1 + p_c} = \frac{2 \cdot 30000}{0,7089 + 0,9090} = 37120 \text{ м};$$

$$|\tilde{\theta}_{cp}| = \frac{42^\circ 16' + 35^\circ 20'}{2} = 38^\circ 48'.$$

Переходим к расчету поправок δx_c , δp_c , к элементам \tilde{x}_c , \tilde{p}_c параболической траектории. Имеем

$$c = \frac{c_1 c_x}{\sin |\tilde{\theta}_{cp}|} = \frac{0,397 \cdot 10^{-4}}{0,6266} = 0,645 \cdot 10^{-4}.$$

По табл. 2.2 находим $H_1(0) = 8220$; $H_2(0) = 597 \cdot 10^6$; $H_3(0) = 391 \cdot 10^9$. По формуле (2.145) находим:

$$\delta x_c = -\frac{2gc}{u_1^2 \tilde{p}_{cp}^3} H_3(0) = -\frac{2g \cdot 0,645 \cdot 10^{-4} \cdot 391 \cdot 10^9}{1348^2 \cdot \text{tg}^3 38^\circ 48'} = -525 \text{ м};$$

$$x_c = \tilde{x}_c + \delta x_c = 37120 - 525 = 36595 \text{ м}.$$

По формуле (2.142) находим:

$$\delta p_c = \delta(p_c^2) = \frac{4gc}{u_1^2} H_2(0) = \frac{4 \cdot 9,81}{1348^2} 0,645 \cdot 10^{-4} \cdot 597 \cdot 10^6 = 0,0830;$$

$$p_c^2 = \tilde{p}_c^2 + \delta(p_c^2) = 0,8264 + 0,0830 = 0,9094;$$

$$p_c = 0,954, \quad |\theta_c| = 43^\circ 40'.$$

Вычисляем скорость падения v_c .

По формуле (2.136) находим

$$\frac{u_c}{u_1} = e^{-c[8220 - H_1(y_1)]},$$

$$c[8220 - H_1(y_1)] = 0,645 \cdot 10^{-4} (8220 - 89) = 0,518;$$

$$u_c = u_1 \cdot e^{-0,518} = 1348 \cdot 0,596 = 803 \text{ м/сек};$$

$$v_c = \frac{u_c}{\cos \theta_c} = \frac{803}{\cos 43^\circ 40'} = \frac{803}{0,723} = 1110 \text{ м/сек}.$$

В табл. 2.6 дано сравнение полученных результатов с результатами расчетов по методу дуг и по формулам параболической теории.

Таблица 2.6

Метод расчета	x_c	$ \theta_c $	v_c
Метод поправок к параболической теории	36595	43°40'	1110
Метод дуг (6 участков)	36655	43°59'	1110
Параболическая теория	37120	42°17'	1822

§ 2.13. СУММАРНЫЙ РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ ТРАЕКТОРИИ. МЕТОД ФИКТИВНЫХ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ

В § 2.7—2.12 были рассмотрены методы расчета отдельных участков траектории ракеты.

«Стыкование» этих участков усложняется тем, что эллиптический пассивный участок рассчитывается в полярных координатах, а остальные участки в декартовых координатах. Однако можно упростить суммарный расчет элементов траектории, в частности элементов точки падения, если применить метод фиктивных начальных условий, сущность которого сводится к следующему.

Пусть в результате расчета первого пассивного участка мы определили значения элементов точки M_1 (v_1, θ_1, y_1, x_1) конца этого участка. Если, принимая точку M_1 за начальную, интегрировать уравнения движения назад без учета сопротивления воздуха, то для высоты $y=0$ мы получим фиктивную точку вылета Φ и ее начальные параметры $v_\Phi, \theta_\Phi, x_\Phi$, которые мы будем называть фиктивными начальными условиями (рис. 2.21).

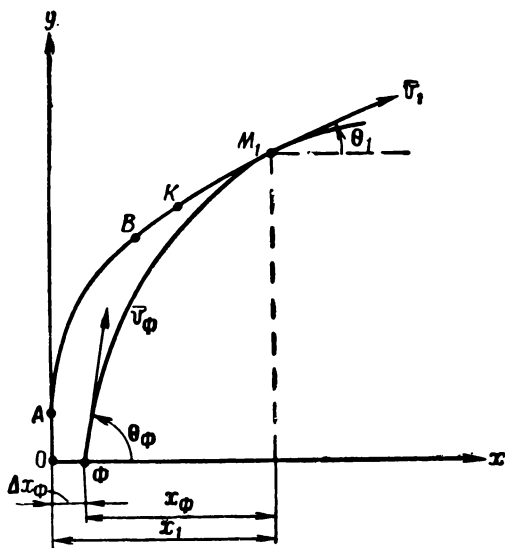


Рис. 2.21. Метод фиктивных начальных условий

Пользуясь этими начальными условиями, можно рассчитать по формулам эллиптической теории элементы точки падения и внести необходимые поправки методами, рассматриваемыми ниже.

Для определения значений v_Φ, θ_Φ и x_Φ можно воспользоваться формулами параболической теории. Из условий сохранения кинетической энергии непосредственно имеем

$$v_\Phi^2 = v_1^2 + 2gy_1.$$

Из условия постоянства горизонтальной составляющей скорости

$$u_1 = v_1 \cos \theta_1 = u_\Phi = v_\Phi \cos \theta_\Phi$$

получаем

$$\cos \theta_\Phi = \frac{v_1 \cos \theta_1}{v_\Phi}.$$

Из известного выражения

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \operatorname{tg} \theta_\phi - \frac{gx_\phi}{u^2}$$

получаем

$$x_\phi = (\operatorname{tg} \theta_\phi - \operatorname{tg} \theta_1) \frac{u_1^2}{g}.$$

В дальнейшем удобно иметь дело с величиной

$$\Delta x_\phi = x_1 - x_\phi,$$

характеризующей отклонение фиктивного начала координат от точки вылета ракеты.

Пользуясь полученными значениями v_ϕ и θ_ϕ , можно по формулам эллиптической теории определить полную дальность $L = X_{\text{эл}}$, отсчитываемую по сферической поверхности Земли (§ 2.10). Необходимо еще учесть уменьшение дальности на конечном участке C_1C входа ракеты в плотные слои атмосферы. Эта поправка может быть вычислена по формуле (2.145)

$$\delta x_c = - \frac{2gc}{u_1^2 \rho_{\text{ср}}^3} H_3(0),$$

где

$$c = \frac{c_1 c_x}{\sin |\theta_{\text{ср}}|};$$

$$|\theta_{\text{ср}}| = \frac{1}{2} (\theta_\phi + \theta_1),$$

$H_3(0) = 391 \cdot 10^9$ определяется по табл. 2.2.

Пример расчета δx_c приведен в § 2.12.

Полная дальность полета ракеты определится из выражения

$$X = X_{\text{эл}} + \Delta X_\phi - |\delta x_c|$$

Если требуется еще уточнить значения θ_c и v_c с учетом сопротивления воздуха на конечном участке входа ракеты в плотные слои атмосферы, то можно воспользоваться методом, рассмотренным в § 2.12.

§ 2.14. ТРАЕКТОРИЯ ПОЛЕТА СПУТНИКА ЗЕМЛИ

Примем за начальную точку траектории центра масс спутника некоторую точку A на высоте h от поверхности Земли. Пусть скорость v_A направлена горизонтально ($\theta_A = 0$). Начальное значение радиуса-вектора точки $r_A = r_0 = R + h$, где R — радиус Земли. Направим полярную ось от центра Земли к точке A , рассматриваемой как начальная точка. При этом начальные условия имеют вид:

$$\eta = 0; \quad r = r_0; \quad v = v_0; \quad \theta = \theta_0 = 0.$$

Из уравнения (2.105), в котором α — произвольная постоянная, получаем $\sin \alpha = 0$. Из выражений (2.106) и (2.107), учитывая, что $\sin \theta_0 = 0$, получим:

$$p = r_0 v; \quad (2.146)$$

$$e = \sqrt{1 - v(2 - v)} = \pm (v - 1). \quad (2.147)$$

Знак (+) или (−) будем выбирать так, чтобы $e > 0$. Пусть $v > 1$, тогда $e = v - 1$ и уравнение (2.105) принимает вид

$$r = \frac{vr_0}{1 + (v - 1) \cos(\eta - \alpha)}.$$

Подставляя начальные условия $r = r_0$, $\eta_0 = 0$, получим $\cos \alpha = 1$. Учитывая, что $\sin \alpha = 0$, получаем $\alpha = 0$, и выражение (2.105) принимает вид

$$r = \frac{vr_0}{1 + (v - 1) \cos \eta}. \quad (2.148)$$

Мы получили уравнение траектории спутника Земли, запущенного в горизонтальном направлении.

При $e = 1 - v$ и $\alpha = \pi$ уравнение (2.105) принимает вид

$$r = \frac{r_0 v}{1 - (1 - v) \cos \eta} \quad (2.149)$$

Рассмотрим несколько случаев движения спутников Земли.

1. $v < 1$.

При этом $e = 1 - v < 1$. Траектория является эллипсом.

Начальная точка A одна из вершин эллипса. Другая вершина B находится на продолжении прямой AC (рис. 2.22). Ее расстояние от центра Земли определяется из выражения

$$r_B = \frac{r_0 v}{1 - (1 - v) \cos \pi} = \frac{vr_0}{2 - v} < r_0.$$

Таким образом, начальная точка A наиболее удалена от центра тяготения и называется апогеем. Противоположная точка B (ближайшая к центру тяготения точка) называется перигеем.

При этом из рис. 2.22 видно, что реальным является участок траектории AD до встречи с поверхностью Земли.

В предельном случае, когда $r_B = R$, эллиптическая орбита будет касаться поверхности Земли в точке перигея ϵ (при отсутствии сопротивления воздуха).

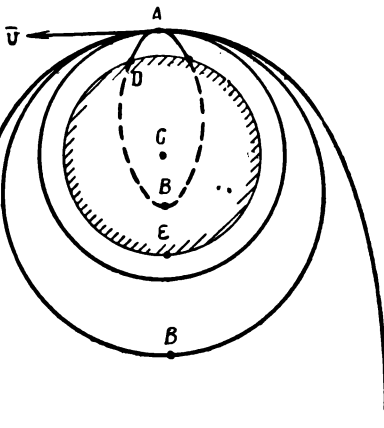


Рис. 2.22. Траектории спутников Земли

2. $v = 1$.

В этом случае $v_0 = \sqrt{g_0 r_0}$ равняется первой космической скорости. Уравнение траектории принимает вид $r = r_0$. Спутник движется по круговой орбите.

3. $2 > v > 1$.

В этом случае уравнение траектории определяется выражением (2.148).

Для вершин эллипса A и B получаем ($\eta = 0$ и $\eta = \pi$)

$$r_A = r_0; \quad r_B = \frac{r_0 v}{2 - v} > r_0.$$

Начальная точка A является ближайшей к центру тяготения точкой и называется перигеем, а точка B — апогеем.

По мере увеличения скорости положения перигея остается неизменным, а точка апогея все более удаляется от центра тяготения.

4. $v \geq 2$.

При $v = 2$; $v_0 = \sqrt{2g_0 r_0}$ достигается вторая космическая скорость. При этом получается

$$e = 1; \quad r_B = \frac{r_0 v}{2 - v} = \infty.$$

Точка, двигаясь по незамкнутой кривой (параболе), удаляется в бесконечность.

При $v > 2$ $e > 1$ траектория точки — гипербола.

В заключение заметим, что выводы о бесконечном удалении движущейся точки от Земли при $v > 2$ получены без учета гравитационного поля Солнца. В действительности при достижении второй космической скорости тело, удаляясь от Земли, становится искусственной планетой солнечной системы. При удалении тела от Земли на расстояние одного миллиона километров притяжение Солнца является преобладающим.

Период обращения спутника вокруг Земли может быть вычислен исходя из закона сохранения площадей (2.96)

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{2} c = \frac{1}{2} r_0 v_0 \cos \theta_0,$$

откуда

$$dt = \frac{2}{c} d\sigma.$$

Рассматривая полный оборот спутника вокруг Земли по эллиптической орбите, получим

$$T = \frac{2}{c} \sigma,$$

где σ — площадь эллипса, определяемая из выражения $\sigma = \pi ab$ (a и b — большая и малая полуоси эллипса).

Из аналитической геометрии известно, что

$$a = \frac{p}{1 - e^2};$$

$$b = \frac{p}{\sqrt{1 - e^2}}.$$

Таким образом, имеем

$$T = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{c} = \frac{2\pi \sqrt{p}}{c} a^{3/2} \quad (2.150)$$

При движении по круговой орбите $v = 1$; $e = 0$; $a = b = r_0$; $c = v_0 r_0$.

При этом

$$T = \frac{2\pi r_0}{v_0}.$$

Выражая v_0 через параметр скорости $v = 1$, получим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r_0}{g_0}}.$$

Пример.

На высоте 300 км:

$$g_0 = 9,81 \frac{R^2}{(R + h)^2} = 9,81 \frac{6,371^2}{6,671^2} = 8,93 \text{ м/сек}^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r_0}{g_0}} = 2\pi \sqrt{\frac{6,671 \cdot 10^6}{8,93}} = 5440 \text{ сек} = 90,7 \text{ мин.}$$

Рассмотрим случай, когда при той же высоте $h = 300$ км параметр скорости $v = 1,1$.

При этом имеем $r_0 = 6,671 \cdot 10^6$, $g_0 = 8,93$, $v = 1,1$, тогда

$$v_0 = \sqrt{v g_0 r_0} = \sqrt{1,1 \cdot 8,93 \cdot 6,671 \cdot 10^6} = 8100 \text{ м/сек.}$$

При $\theta_0 = 0$

$$e = v - 1 = 0,1;$$

$$p = v r_0 = 1,1 \cdot 6,671 \cdot 10^6 = 7,341 \cdot 10^6.$$

Высота перигея $r_A = r_0 = 6,671 \cdot 10^6$ м.

Высота апогея $r_B = r_0 \frac{v}{2 - v} = 8,16 \cdot 10^6$ м.

Большая полуось $a = \frac{r_A + r_B}{2} = 7,42 \cdot 10^6$ м.

Далее $c = r_0 v_0 = r_0 \sqrt{g_0 v r_0}$.

Подставляя значения c и p в выражение (2.150), получим

$$T = \frac{2\pi}{r_0 \sqrt{g_0}} a^{3/2},$$

или

$$T = 2\pi \frac{(7,42 \cdot 10^6)^{3/2}}{6,671 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{8,93}} = 6380 \text{ сек} = 106,2 \text{ мин.}$$

§ 2.15. ТРАЕКТОРИЯ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА ОТНОСИТЕЛЬНО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЗЕМЛИ

Рассмотренные выше зависимости для движения материальной точки в поле земного тяготения отвечают системе координат, связанной с невращающейся Землей. Чтобы учесть влияние вращения Земли, необходимо рассмотреть подвижную систему координат, связанную с вращающейся Землей.

При этом, кроме силы притяжения Земли, следует учесть еще силы инерции переносного движения и силы инерции Кориолиса. Однако при изучении движения точки в центральном поле тяготения вращающейся Земли обычно применяют другой метод, сущность которого излагается ниже.

Рассмотрим связанную с Землей сферическую поверхность, проходящую через начало эллиптического участка траектории в пустоте. Причем центр сферы совпадает с центром Земли. Эту сферу будем в дальнейшем называть подвижной сферой. Радиус подвижной сферы r_0 . Положение начальной точки относительно подвижной сферы будем определять широтой λ_0 и долготой ϕ_0 . Кроме подвижной сферы, рассмотрим еще неподвижную сферу, которая совпадает с подвижной сферой в начальный момент времени.

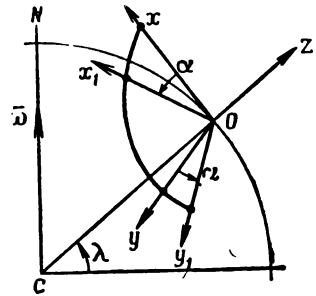


Рис. 2.23. Система координат, связанная с вращающейся Землей

На рис. 2.23 в плоскости чертежа показана окружность меридиана начальной точки. Направим ось Oz по направлению вертикали начальной точки, ось Ox — в горизонтальной плоскости на север, ось Oy — на запад. Назовем плоскостью бросания плоскость, проходящую через вертикаль и вектор \bar{v}_{0r} начальной скорости относительно Земли. В этой плоскости направим ось Ox_1 горизонтально в направлении полета и ось Oy_1 — влево. Угол α , отсчитываемый от плоскости меридиана к плоскости бросания, назовем азимутом плоскости бросания. Мы будем изучать движение материальной точки относительно неподвижной сферы. Поэтому при рассмотрении начальных условий полета мы должны, помимо начальной скорости \bar{v}_{0r} относительно Земли, учесть еще переносную скорость начальной точки при ее перемещении вместе с Землей. Как нетрудно видеть, эта скорость равна

$$v_{0e} = r_0 \omega \cos \lambda \quad (2.151)$$

и направлена по отрицательному направлению оси y .

Абсолютная начальная скорость $(\bar{v}_0)_{аб}$ определяется из выражения

$$\bar{v}_0_{аб} = \bar{v}_{0r} + \bar{v}_{0e}$$

Проектируя это равенство на неподвижные оси координат и опуская индекс аб, получим (рис. 2.24):

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_{0r} \cos \theta_0 \cos \alpha; \\ v_{0y} &= v_{0r} \cos \theta_0 \cdot \sin \alpha - r_0 \omega \cos \lambda; \\ v_{0z} &= v_{0r} \sin \theta_0. \end{aligned} \quad (2.152)$$

Рассматривая горизонтальную проекцию вектора абсолютной скорости, мы видим (рис. 2.25), что

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{v_{0r} \cos \theta_0 \sin \alpha - r_0 \omega \cos \lambda}{v_{0r} \cos \theta_0 \cos \alpha}, \quad (2.153)$$

где α_1 — азимут плоскости бросания в абсолютном движении.

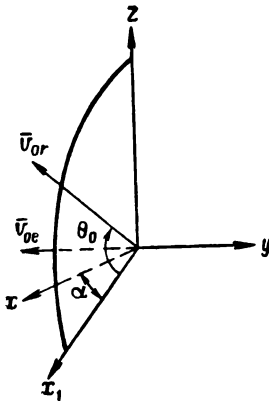


Рис. 2.24. Составляющие вектора начальной скорости при учете вращения Земли

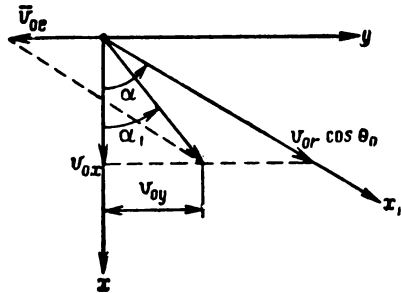


Рис. 2.25. Азимут стрельбы с учетом вращения Земли

Угол θ_{01} , составленный вектором абсолютной скорости с горизонтом начальной точки, найдется из выражения

$$\operatorname{tg} \theta_{01} = \frac{v_{0z}}{\sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}}. \quad (2.154)$$

Таким образом, вектор \bar{v}_0 абсолютного движения будет определен как по модулю, так и по направлению (θ_{01} и α_1). Зная начальные условия полета, можно по обычным формулам эллиптической теории определить траекторию полета в полярных координатах η, r относительно неподвижной сферы. Для точки падения $\eta = 2\beta$.

Пользуясь формулами сферической тригонометрии, можно выразить геодезические координаты произвольной точки λ и ϕ через

параметр η эллиптической траектории и азимут α_1 , определяемый из выражения (2.153) (рис. 2.26).

Напомним некоторые основные зависимости сферической тригонометрии.

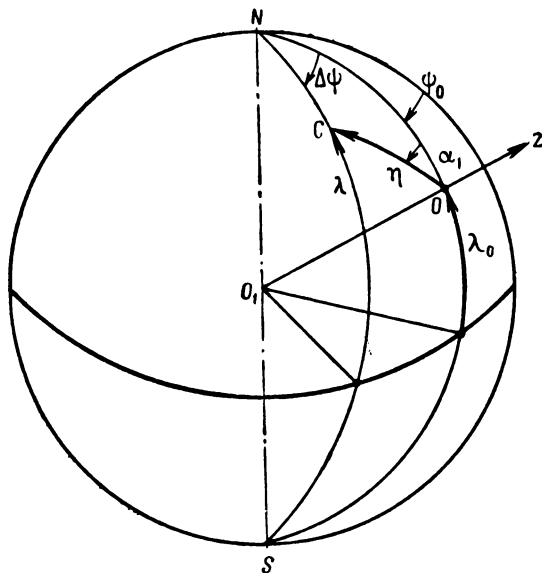


Рис. 2.26. Геодезические координаты ракеты

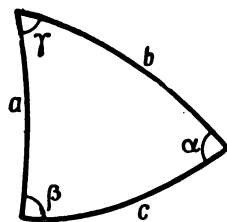


Рис. 2.27. Сферический треугольник

Если a, b, c (рис. 2.27) — стороны сферического треугольника и α, β, γ — углы, противоположные соответствующим сторонам, то

$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta} = \frac{\sin c}{\sin \gamma} \quad (\text{формула синусов}); \quad (2.155)$$

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha \quad (\text{формула косинусов}). \quad (2.156)$$

Рассматривая рис. 2.26 и 2.27, мы видим, что

$$a = 90^\circ - \lambda; \quad b = 90^\circ - \lambda_0; \quad c = \eta;$$

$$\alpha = \alpha_1; \quad \gamma = \psi - \psi_0 = \Delta\psi.$$

Таким образом, из выражения (2.156) имеем

$$\sin \lambda = \sin \lambda_0 \cos \eta + \cos \lambda_0 \sin \eta \cos \alpha_1. \quad (2.157)$$

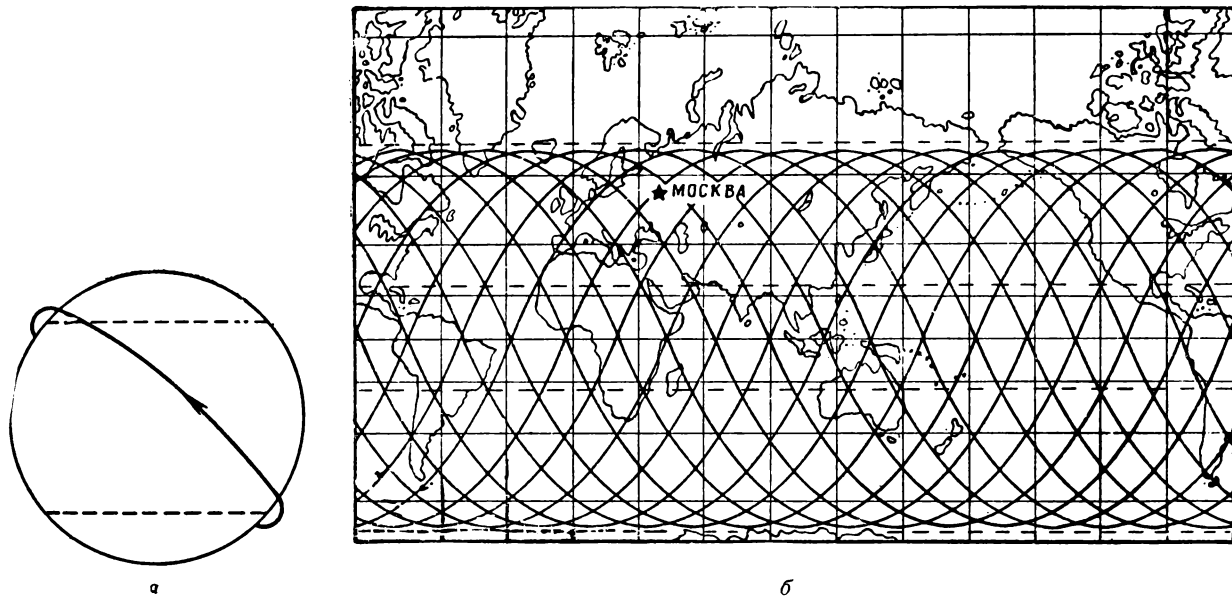


Рис. 2.28. Траектория движения спутника:
а — относительно невращающейся Земли; б — относительно вращающейся Земли

Определив λ , найдем по формуле (2.155)

$$\frac{\cos \lambda}{\sin \alpha_1} = \frac{\sin \eta}{\sin \Delta\psi}. \quad (2.158)$$

Определив $\Delta\psi$ из последнего выражения, найдем значение

$$\psi = \psi_0 + \Delta\psi.$$

Таким образом, мы определим сферические координаты r , λ , ϕ произвольной точки эллиптической траектории относительно неподвижной сферы, отвечающей положению Земли в начальный момент времени. Чтобы получить координаты точки траектории относительно вращающейся Земли, достаточно учесть угол поворота Земли за время t полета материальной точки. При этом очевидно, что поворот подвижной сферы относительно неподвижной не вызовет изменения радиуса-вектора точки r и широты λ . Что касается долготы, то она изменится на величину $\delta\phi = \omega t$, где ω — угловая скорость вращения Земли $= 7,292 \cdot 10^{-5} \frac{1}{сек}$. Окончательно получим для произвольной точки траектории

$$\psi = \psi_0 + \Delta\psi + \omega t.$$

На рис. 2.28 показан общий вид траектории спутника Земли относительно неподвижной и вращающейся Земли.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ II

1. Дж. Б. Уэстром. Траекторные постоянные. Сборник «Космические траектории». Изд. иностр. литер., М., 1963.
2. Д. А. Погорелов. Теория кеплеровых движений летательных аппаратов. Гос. Изд. физико-математической литературы, М., 1961.
3. Л. М. Лахтин. Свободное движение в поле земного сфероида. Гос. Изд. физико-математической литературы, М., 1963.
4. В. И. Феодосьев, Г. Б. Синярев. Введение в ракетную технику. Оборонгиз, 1960.
5. Н. Ф. Краснов. Аэродинамика тел вращения. Издательство «Машиностроение», М., 1964.

ГЛАВА III

БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

§ 3.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Разработка ракеты представляет собой чрезвычайно трудоемкий процесс и включает в себя следующие этапы [1]:

- разработку тактико-технических требований на основании исследований операций;
- эскизное проектирование;
- разработку рабочих чертежей ракеты (рабочее проектирование);
- изготовление и испытание моделей и натуральных образцов.

При выполнении первого этапа вырабатываются и затем задаются конструкторам исходные данные для проектирования ракеты [1]:

- необходимая дальность полета X_3 ;
- необходимая вероятность поражения цели;
- необходимая полезная нагрузка;
- условия использования ракеты в системе вооружения и состоянии боевой готовности;
- требования к экономике производства;
- условия организации военного снабжения и обслуживания.

Проектирование ракеты начинается с выбора общей конструктивной схемы, топлива и материалов для основных узлов конструкции. Прежде чем перейти к разработке эскизного проекта ракеты в целом и конструкторской проработке отдельных ее узлов, необходимо хотя бы приблизительно определить весовые, габаритные и тяговые характеристики ракеты. Приближенный расчет этих характеристик на начальном этапе проектирования называют баллистическим проектированием.

Целью баллистического проектирования является определение основных конструктивных параметров оптимального баллистического образца, который, обеспечивая заданную дальность при заданной полезной нагрузке, обладает при принятых характеристиках топлива и материалов наименьшим стартовым весом.

При минимальных весе и габаритах ракеты упрощается ее эксплуатация, уменьшаются габариты, вес и мощность энергоагрегатов пусковых и подъемно-транспортных установок, повышается маневренность ракетного комплекса. С уменьшением веса ракеты снижаются запас топлива и расход материалов, уменьшаются затраты на изготовление конструкции. Следовательно, можно полагать, что в первом приближении минимум стартового веса ракеты при заданных дальности и весе полезной нагрузки и прочих равных условиях (выбранный метод управления, характеристики системы управления) определяет минимум материальных затрат при выполнении боевой задачи. В то же время требование минимального стартового веса отличается простым аналитическим выражением, что и позволяет использовать его в качестве основного критерия оптимизации конструктивного решения.

Цель баллистического проектирования, его место в системе общего проектирования ракеты определяют приемлемость тех или иных расчетных методов и требования к точности решения. На стадии баллистического проектирования не требуется учитывать все факторы, влияющие на стартовый вес ракеты. Рассматривают лишь наиболее существенные. На этой стадии проектирования нет необходимости добиваться высокой точности в определении характеристик ракеты, поскольку они будут изменяться и уточняться на последующих стадиях проектирования. Методы баллистического проектирования должны быть достаточно простыми, и, главное, они должны обеспечивать удобства анализа влияния отдельных конструктивных параметров на характеристики ракеты.

Методика баллистического расчета, изложенная в гл. II, позволяет представить дальность одноступенчатой управляемой ракеты с вертикальным стартом в виде функции шести параметров. Чтобы выразить эти параметры в виде, наиболее удобном для целей баллистического проектирования, преобразуем коэффициенты уравнения (2.75).

Поскольку

$$P_0 = f(\lambda_a) p_0 F_a - p_{H0} F_a = F_a p_0 \left[f(\lambda_a) - \frac{p_{H0}}{p_0} \right], \quad (3.1)$$

где $f(\lambda_a) = (1 + \lambda_a^2) \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_a^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$ — табличная газодинамическая функция (см. [2]);

p_0 — давление в камере;

λ_a — безразмерная скорость в выходном сечении сопла, определяемая отношением $F_a/F_{кр}$,
то коэффициент A можно представить в виде

$$A = \frac{p_{H0} F_a}{P_0} = \frac{p_{H0}}{p_0} \frac{1}{\left[f(\lambda_a) - \frac{p_{H0}}{p_0} \right]}. \quad (3.2)$$

Коэффициент B можно преобразовать следующим образом:

$$B = \frac{7140iS_{\text{ж}}}{P_0} = \frac{7140iS_{\text{ж}}}{\eta Q_0} = \frac{7140i}{\eta \Pi_0}, \quad (3.3)$$

где Q_0 — стартовый вес ракеты;

$\Pi_0 = \frac{Q_0}{S}$ — начальная поперечная нагрузка.

При этом максимальную дальность можно представить в виде

$$X_{\text{max}} = f(J_{10}, \mu_k, \eta_0, \Pi_0, \rho_0, \lambda_a). \quad (3.4)$$

Заметим, что при выбранных характеристиках топлива, давлении в двигателе ρ_0 и расширении сопла $F_a/F_{\text{кр}}$, что равнозначно заданию λ_a , однозначно определяется величина единичного импульса у земли J_{10} . Следовательно, при фиксированных значениях η_0 , Π_0 , ρ_0 и λ_a соответствующей им величине J_{10} максимальная дальность может быть рассчитана по зависимостям гл. II как функция относительного запаса топлива μ_k . Очевидно, подобные баллистические расчеты могут быть выполнены независимо от решения задачи баллистического проектирования для произвольных значений указанных параметров. На основании таких расчетов могут быть построены графики, позволяющие по заданной дальности при принятых значениях η_0 , Π_0 , ρ_0 и λ_a определить соответствующее им значение μ_k . В дальнейшем, рассматривая решение задачи баллистического проектирования, будем полагать зависимость $\mu_k = f(X_m, \eta_0, \Pi_0, \rho_0, \lambda_a)$ заданной. Параметры η_0 , Π_0 , ρ_0 и λ_a мы будем называть в дальнейшем проектными. Значения проектных параметров, обеспечивающие при выбранных характеристиках топлива и материалов минимум стартового веса ракеты, будем называть оптимальными.

В данной главе рассматривается в общей постановке задача баллистического проектирования одноступенчатой управляемой ракеты на твердом топливе. Методика решения этой задачи включает следующие основные этапы:

— использование зависимостей, связывающих вес ракеты с параметрами двигательной установки;

— расчет стартового веса ракеты на заданную дальность стрельбы при фиксированных значениях проектных параметров;

— анализ влияния каждого из проектных параметров на стартовый вес ракеты; выбор оптимальных значений проектных параметров;

— определение основных конструктивных параметров оптимального баллистического варианта.

Использование электронных вычислительных машин значительно расширяет возможности баллистического проектирования, позволяя проводить расчеты для большего числа вариантов с различными комбинациями проектных параметров.

§ 3.2. ВЕСОВОЕ УРАВНЕНИЕ ОДНОСТУПЕНЧАТОЙ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ РАКЕТЫ

Стартовый вес ракеты

$$Q_0 = q_{пн} + q_{пу} + q_{оу} + q_{кy} + q_{ао} + q_{кc} + q_{д} + q_{с} + q_{тр} + \omega, \quad (3.5)$$

- где $q_{пн}$ — вес полезной нагрузки (боевое снаряжение, научно-исследовательская аппаратура и т. д.);
 $q_{пу}$ — вес аппаратуры для управления полетом ракеты;
 $q_{оу}$ — вес исполнительных органов управления и силовых приводов (газодинамические рули, верньерные двигатели, поворотные насадки, рулевые машинки и энергоблоки);
 $q_{кy}$ — вес корпусов отсеков, несущих полезный груз и аппаратуру управления;
 $q_{ао}$ — вес аэродинамических органов (стабилизаторы, аэродинамические рули, крылья, используемые в ракетах с промежуточной баллистикой);
 $q_{кc}$ — вес соединительных элементов и коммутаций (крепёжные узлы и детали, кабели и пневмопровода системы управления);
 $q_{д}$ — вес переднего днища двигателя;
 $q_{с}$ — вес соплового блока;
 $q_{тр}$ — вес цилиндрической части корпуса двигателя;
 ω — вес ракетного заряда.

Такое деление условно, что, однако, не влияет на подход к решению задачи баллистического проектирования.

Весовое уравнение необходимо преобразовать таким образом, чтобы получить наиболее простые зависимости, связывающие стартовый вес ракеты с параметрами двигательной установки, а через них и с рассмотренными ранее проектными параметрами. Подобные зависимости предлагались различными авторами [3], [6], [8]. В основном эти зависимости базируются на элементарных теоретических соображениях. Однако по мере накопления статистических данных, полученных из анализа разработанных конструкций, подобные методики могут подкрепляться использованием экспериментально-статистических коэффициентов и формул.

Объединим в первую группу веса полезной нагрузки, бортовой аппаратуры управления и корпусов отсеков. Вес полезной нагрузки является исходной характеристикой при проектировании. Веса аппаратуры и корпусов отсеков можно полагать назначаемыми либо выбираемыми независимо от стартового веса ракеты. Назовем сумму весов первой группы приведенным весом полезной нагрузки:

$$q'_{пн} = q_{пн} + q_{пу} + q_{кy}. \quad (3.6)$$

В дальнейшем будем рассматривать приведенный вес полезной нагрузки как известную величину.

Выделим во вторую группу элементы, вес которых можно полагать в первом приближении возрастающим пропорционально стартовому весу ракеты:

$$q_{oy} + q_k + q_{ao} = (\bar{q}_{oy} + \bar{q}_k + \bar{q}_{ao}) Q_0 \quad (3.7)$$

где \bar{q}_{oy} , \bar{q}_k и \bar{q}_{ao} — весовые коэффициенты, определяемые как среднестатистические величины по данным аналогичных образцов и из конструкторских проработок.

Обозначим для краткости

$$\bar{k} = \bar{q}_{oy} + \bar{q}_{kc} + \bar{q}_{ao}. \quad (3.8)$$

Третья группа объединяет веса элементов двигательной установки.

Введем обозначение:

$$\alpha = \frac{q_{тр} + q_d + q_c}{\omega} = \frac{q_{ду}}{\omega}, \quad (3.9)$$

где $q_{ду}$ — вес конструкции двигательной установки.

Величина α характеризует весовое совершенство конструкции двигателя, поэтому его называют весовым коэффициентом двигателя.

Иногда вместо коэффициента α в расчетах используется коэффициент $\beta = 1 + \alpha$.

Вес топлива можно представить в виде

$$\omega = \omega_{pz} + \omega_{gz} + \omega_{dz} + \omega_{до}$$

где ω_{pz} — рабочий запас топлива;
 ω_{gz} — гарантийный запас;
 ω_{dz} — достартовый запас;
 $\omega_{до}$ — вес дегрессивных остатков.

Гарантийный запас топлива выбирается таким, чтобы двигатель отключался от автомата управления дальностью и при стрельбе на предельную дальность.

Достартовый запас представляет собой вес топлива, сгорающего после срабатывания воспламенителя до достижения тяги, равной весу ракеты.

Остатки заряда, дегрессивно догорающие после сгорания основной массы топлива, для рабочего процесса РДТТ считаются потерянными. Наличие дегрессивных остатков может быть обусловлено формой заряда (например, при канале звездообразного сечения) либо разностоводностью (эллипсность либо коничность канала, эксцентриситет канала относительно диаметра ракетной камеры).

По величине эти слагаемые существенно отличаются друг от друга. Для РДТТ время выхода на режим в зависимости от калибра составляет от нескольких сотых до десятых долей секунды, вследствие чего третье слагаемое представляет собой ничтожно малую величину, которую при баллистическом проектировании

можно не учитывать. Более значительными являются второе и четвертое слагаемые, однако и они составляют относительно небольшую долю рабочего запаса топлива. Величина этих слагаемых может быть уточнена на стадии эскизного проектирования. При баллистическом проектировании их можно учесть некоторым поправочным коэффициентом k_ω , выбираемым на основании обработки статистических данных, близких по характеристикам образцов.

Таким образом:

$$\omega = k_\omega \omega_{pz},$$

при этом

$$\mu_{k_1} = \frac{\omega_{pz}}{Q_0} = \frac{\omega}{k_\omega Q_0} = \frac{\mu_k}{k_\omega}.$$

Используя принятые обозначения, получим

$$Q_0 = q'_{пн} + \bar{k}Q_0 + (1 + \alpha)\omega, \quad (3.10)$$

отсюда

$$\frac{q'_{пн}}{Q_0} = 1 - (1 + \alpha)\mu_k - \bar{k}, \quad (3.11a)$$

или

$$\frac{q'_{пн}}{Q_0} = 1 - \beta\mu_k - \bar{k}. \quad (3.11б)$$

Отношение $q'_{пн}/Q_0$ можно назвать показателем конструктивно-веса совершенства ракеты. Этим критерием можно руководствоваться при сравнении образцов на заданную дальность, различающихся стартовыми весами и весами полезной нагрузки.

При заданном приведенном весе полезной нагрузки, если известны характеристики β и \bar{k} , стартовый вес ракеты на заданную дальность определяется как

$$Q_0 = \frac{q'_{пн}}{1 - \beta\mu_k - \bar{k}} \quad (3.12)$$

Следует подчеркнуть, что в уравнение (3.12), как и в последующих выкладках, связанных с его преобразованием, входит значение μ_k , представляющее отношение полного веса заряда к стартовому весу ракеты. Это значение в k_ω раз больше того, которое обеспечивает заданную дальность стрельбы и получается из баллистического расчета.

§ 3.3. ВЕСОВОЙ КОЭФФИЦИЕНТ РДТТ

Рассмотрим, от чего зависит вес основных элементов двигательной установки на твердом топливе.

Вес цилиндрической части корпуса (трубы) можно представить как сумму весов несущей оболочки $q_{тк}$ и теплоизоляционного по-

крытия или адгезионного слоя $q_{тн}$. Несущая оболочка изготавливается из высокопрочного материала и является элементом конструкции, воспринимающим внутренние и внешние нагрузки. При определении толщины несущей оболочки Δ_k на стадии баллистического проектирования будем исходить только из нагружения ее внутренним давлением, рассматривая ее как тонкостенную бесконечную трубу. Тогда

$$\Delta_k = \frac{p'_m D_H}{2\sigma_B}, \quad (3.13)$$

где D_H — калибр двигателя;

p'_m — расчетное давление;

σ_B — предел прочности материала оболочки.

Поскольку при используемых в настоящее время в ракетной технике материалах с высокими прочностными характеристиками толщина оболочки составляет незначительную долю калибра двигателя, при определении веса оболочки можно исходить из простейшей зависимости:

$$q_{тк} = \pi D_H \Delta_k \gamma_k k_L L, \quad (3.14)$$

где γ_k — удельный вес материала оболочки,

L — длина заряда,

k_L — коэффициент, учитывающий различие длин заряда и камеры.

Поскольку относительная толщина оболочки

$$\bar{\Delta}_k = \frac{\Delta_k}{D_H} = \frac{p'_m}{2\sigma_B},$$

можно записать

$$q_{тк} = \pi D_H^2 \bar{\Delta}_k \gamma_k k_L L. \quad (3.15)$$

На внутреннюю поверхность корпуса РДТТ наносится слой теплозащитного покрытия. Толщина этого слоя выбирается в соответствии с условиями теплообмена на данном участке и с теплофизическими характеристиками принятого материала покрытия. На участке корпуса, защищенном скрепленным с ним зарядом, толщина этого слоя невелика и в образцах большого калибра составляет несколько миллиметров (в РДТТ первой ступени ракеты «Минитэн» ~ 5 мм).

При применении щелевых зарядов либо зарядов с коническими обгорающими торцами некоторая часть внутренней цилиндрической поверхности корпуса с начала горения заряда вступает в контакт с горячими газами. По мере выгорания заряда контактная поверхность увеличивается. Эти участки корпуса нуждаются в усиленной тепловой защите. Толщина покрытия на этих участках может доходить до нескольких десятков миллиметров.

На толщину теплоизоляционного покрытия существенное влияние оказывают температура продуктов сгорания топлива (эта зависимость приближается к линейной), твердые частицы, находящиеся в продуктах сгорания, и химически агрессивные компоненты. Расчет теплозащитных покрытий РДТТ рассматривается в работах [8], [18].

Для обеспечения адгезии (сцепления) топлива с внутренней поверхностью корпуса на нее наносится адгезионный слой, толщина которого определяется из технологических соображений.

Вес этих покрытий можно рассчитывать как

$$q_{тн} = \pi D_n \Sigma \Delta_n \gamma_n l.$$

Если полагать толщину покрытия по длине цилиндрической части корпуса постоянной, равной некоторому среднему значению, получим

$$q_{тн} = \pi D_n \cdot \Delta_n \gamma_n k_L L. \quad (3.16)$$

Вес цилиндрической части корпуса

$$q_T = q_{тк} + q_{тн} = \pi D_n \Delta_k k_L L \left(\gamma_k + \gamma_n \frac{\Delta_n}{\Delta_k} \right). \quad (3.17)$$

Обозначим

$$\gamma_{пр} = \gamma_k + \gamma_n \frac{\Delta_n}{\Delta_k}$$

и назовем эту величину приведенным удельным весом оболочки. На стадии баллистического проектирования отношение $\frac{\Delta_n}{\Delta_k}$ выбирается на основании статистического анализа ранее разработанных конструкций.

Уравнение (3.17) переписется в следующем виде:

$$q_T = \gamma_{пр} \pi D_n^2 \Delta_k k_L L. \quad (3.18)$$

Вес сопла также можно представить в виде суммы весов несущей оболочки и термоизоляционного материала:

$$q_c = q_{ск} + q_{с.и}. \quad (3.19)$$

Толщина несущей оболочки, нагруженной низкими давлениями и защищенной от действия высоких температур, обычно выбирается из конструктивных соображений (т. е. из соображений жесткости и условия крепления к нему органов управления вектором тяги). Если полагать толщину несущей оболочки пропорциональной диаметру данного участка сопла, вес ее можно представить в виде

$$q_{ск} = \int_0^{L_c} \gamma_k \pi D^2 \bar{\Delta}_k dl. \quad (3.20)$$

Поскольку $dl = 1/2 dD |\operatorname{ctg} \alpha|$ (см. рис. 3.1), получим

$$q_{\text{ск}} = \int_{D_{\text{вх}}}^{D_{\text{а}}} \gamma_k \pi D^2 \bar{\Delta}_k |\operatorname{ctg} \alpha| dD. \quad (3.21)$$

При заданном профиле сопла $\alpha = f(D)$ вес оболочки сопла для фиксированного отношения $D_{\text{а}}/D_{\text{кр}}$ можно представить в общем виде, связав его величину с некоторым характерным диаметром, в качестве которого целесообразно принять $D_{\text{кр}}$. Тогда

$$q_{\text{ск}} = k_{\text{ск}} D_{\text{кр}}^3, \quad (3.22)$$

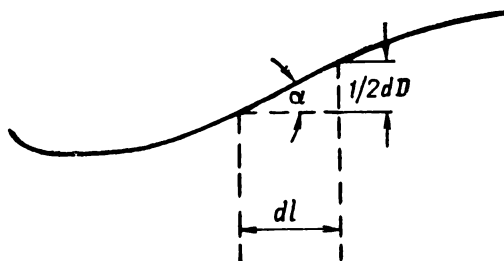


Рис. 3.1. Элементы контура сопла

или

$$q_{\text{ск}} = k_{\text{ск}} F_{\text{кр}}^{3/2}. \quad (3.23)$$

Поскольку тяга двигателя пропорциональна площади критического сечения сопла, можно записать

$$q_{\text{ск}} = k_{\text{ск}} P^{3/2} \quad (3.24)$$

По всей длине сопла РДТТ с большим временем работы обычно наносятся покрытия. Для защиты входного и выходного раструбов сопла могут быть использованы различные пластики. В области критического сечения сопла располагается вкладыш из тугоплавкого эрозиянностойкого материала (графит, молибден, вольфрам). Если в первом приближении принять, что толщина теплозащитных элементов сопла пропорциональна времени работы двигателя τ , суммарный вес этих элементов выразится зависимостью

$$q_{\text{си}} = \int_{D_{\text{вх}}}^{D_{\text{а}}} \gamma_{\text{и}} \pi D k_{\tau} \tau |\operatorname{ctg} \alpha| dD. \quad (3.25)$$

Проводя преобразования, аналогичные рассмотренным в предыдущем случае, получим

$$q_{\text{си}} = k_{\text{си}} F_{\text{кр}} \tau. \quad (3.26)$$

Полагая $F_{кр} \sim P$, получим

$$q_{си} = k_{си} P \tau = k_{си} I, \quad (3.27)$$

где I — суммарный импульс тяги.

Полный вес сопла составит

$$q_c = k_{ск} P^{3/2} + k_{си} I. \quad (3.28)$$

Для двигателей с большим временем работы второй член может стать определяющим. Так, Ванденкеркхове [2] считает, что вес сопла приблизительно пропорционален суммарному импульсу, т. е.

$$q_c \approx k_c I.$$

На основе анализа рассмотренных конструкций он предлагает принять $k_c \approx 2,5 \cdot 10^{-4}$. Если I брать в кг.сек, то при этом коэффициенте вес сопла получается в кг. Для некоторых новейших конструкций РДТТ согласно литературным данным [4], [5] получается

$$k_c = (0,9 - 1,2) 10^{-4}.$$

Полученные зависимости для $q_{ск}$ и $q_{си}$, строго говоря, справедливы для сопел геометрически подобных, т. е. с равными отношениями $D_a/D_{кр}$. Рассмотрим, как будут меняться коэффициенты $q_{ск}$ и $q_{си}$ при изменении этого отношения. Приращение веса несущей оболочки сопла при увеличении площади выходного сечения можно представить как

$$\Delta q_{ск} = \gamma_k \bar{\Delta}_k \Delta S,$$

где ΔS — приращение поверхности сопла, соответствующее приращению ΔF_a .

Но

$$\Delta S = \Delta F_a \cdot \text{ctg } \bar{\alpha}_a,$$

где $\bar{\alpha}_a$ — средний угол конусности сопла для выходного участка.

В свою очередь $\Delta F_a = F_{кр} \cdot \Delta \left(\frac{F_a}{F_{кр}} \right)$.

Следовательно:

$$\Delta q_{ск} = \gamma_k \bar{\Delta}_k \text{ctg } \bar{\alpha}_a F_{кр} \Delta \left(\frac{F_a}{F_{кр}} \right). \quad (3.29)$$

Из выражения (3.23) получаем

$$\Delta k_{ск} = F_{кр}^{3/2} \Delta k_{ск}. \quad (3.29a)$$

Приравнивая правые части уравнений (3.29) и (3.29a), находим

$$\Delta k_{ск} = \frac{\gamma_k \bar{\Delta}_k \text{ctg } \bar{\alpha}_a}{F_{кр}^{1/2}} \Delta \left(\frac{F_a}{F_{кр}} \right).$$

Проводя аналогичные преобразования, получаем

$$\Delta q_{си} = \gamma_i k_{\tau} F_{кр} \text{ctg } \bar{\alpha}_0 \Delta \left(\frac{F_a}{F_{кр}} \right),$$

откуда

$$\Delta k_{\text{си}} = \gamma_{\text{и}} k_{\tau} \cdot \text{ctg } \bar{\alpha}_0 \Delta \left(\frac{F_{\text{а}}}{F_{\text{кр}}} \right).$$

Днища корпуса имеют сферическую либо эллиптическую форму. Толщина сферического днища теоретически должна равняться половине толщины цилиндрической оболочки корпуса. В действительности эффективная толщина днища за счет размещения различных кронштейнов и креплений будет значительно больше. Вес силовой части $q_{\text{дк}}$, по-видимому, для ракет определенного класса можно полагать пропорциональным площади мидела ракеты

$$q_{\text{дк}} = k_{\text{дк}} \frac{\pi D_{\text{н}}^2}{4}. \quad (3.30)$$

Значительную долю веса днищ, особенно соплового, составляет вес теплозащитного покрытия. Так, например, для соплового днища двигателя первой ступени ракеты «Минитмэн» толщина покрытия из стеклопластика превышает 50 мм. Для определения веса этих покрытий можно воспользоваться зависимостью, аналогичной зависимости (3.26):

$$q_{\text{ди}} = k_{\text{ди}} \frac{\pi D_{\text{н}}^2}{4} \tau. \quad (3.31)$$

Следовательно:

$$q_{\text{д}} = \frac{\pi D_{\text{н}}^2}{4} (k_{\text{дк}} + k_{\text{ди}} \tau). \quad (3.32)$$

Вес ракетного заряда выразим формулой

$$\omega_{\tau} = \delta \frac{\pi D_{\text{н}}^2}{4} \varphi \epsilon L, \quad (3.33)$$

где δ — удельный вес топлива;

ϵ — коэффициент заполнения площади поперечного сечения камеры зарядом $\epsilon = \frac{S_{\tau}}{F_{\text{к}}}$;

φ — коэффициент, учитывающий различие площадей камеры и мидела ракеты

$$\varphi = \frac{F_{\text{к}}}{F_{\text{м}}} = \left(1 - 2 \frac{\Delta_{\text{и}} + \Delta_{\text{к}}}{D_{\text{н}}} \right)^2 \quad (3.34)$$

Когда заряд состоит из участков с существенно различными значениями ϵ (как, например, шелевой заряд), то при рассмотрении зависимости (3.33) следует иметь в виду приведенное значение

$$\epsilon_{\text{пр}} = \frac{\epsilon_1 L_1 + \epsilon_2 L_2}{L_1 + L_2},$$

где ϵ_1 и ϵ_2 — значения ϵ для отдельных участков заряда;
 L_1 и L_2 — длины этих участков.

Подставляя зависимости, выведенные для весов отдельных элементов двигателя, в исходное уравнение (3.9), после сокращения имеем

$$\alpha = \frac{k_{дк} + 4\gamma_{пр}k_L\bar{\Delta}_k L}{\delta\varphi\varepsilon L} + \frac{k_c I + k_{ди}\tau S_M}{\omega}. \quad (3.35)$$

Поскольку $\tau = I/P$, а $\omega = I/J_{иср}$, получим

$$\alpha = \frac{k_{дк} + 4\gamma_{пр}k_L\bar{\Delta}_k L}{\delta\varphi\varepsilon L} + J_{иср} \left(k_c + k_{ди} \frac{S_M}{P} \right). \quad (3.36)$$

Разделив обе части равенства (3.33) на площадь мицеля ракеты и заменив ω произведением $\mu_k Q_0$, находим

$$\frac{\mu_k Q_0}{S_M} = \delta\varphi\varepsilon L, \quad (3.37)$$

или

$$\mu_k \Pi_0 = \delta\varphi\varepsilon L, \quad (3.38)$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{\mu_k \Pi_0}{\delta\varphi L}; \quad (3.39)$$

$$\varepsilon L = \frac{\mu_k \Pi_0}{\delta\varphi}. \quad (3.40)$$

Заменим

$$\frac{S_M}{P} = \frac{S_M}{\eta Q_0} = \frac{1}{\eta \Pi_0}. \quad (3.41)$$

Подставляя выражения (3.40) и (3.41) в выражение (3.36), получим

$$\alpha = \frac{k_{дк} + 4\gamma_{пр}k_L\bar{\Delta}_k L}{\mu_k \Pi_0} + J_{иср} \left(k_c + k_{ди} \frac{1}{\eta \Pi_0} \right). \quad (3.42)$$

Таблица 3.1

Элементы	Вес, кг	Характеристики двигателя	Значение характеристики при $T_0 = +21^\circ \text{C}$
Корпус	171	Среднее давление	61,5 кг/см ²
Теплоизоляция	32	Время горения заряда	12,7 сек
Топливо	800		
Воспламенитель	2	Средняя тяга	12110 кг
Сопло	21		
Итого	1026	Единичный импульс	219,8 сек
$\alpha = 0,279$			

Некоторое представление о распределении веса двигателя малой тяги между его основными элементами может дать приводимая ниже весовая сводка двигателя 15 KS 25 000 [4].

Весовой коэффициент двигателя зависит от выбора тяговых параметров, характеристик применяемых конструкционных и теплоизоляционных материалов, конструктивного оформления отдельных узлов двигательной установки.

С увеличением размеров двигателя значение α уменьшается. Для современных крупных двигателей одноступенчатых ракет $\alpha = 0,1 \div 0,08$ [5], [15].

Уменьшить весовой коэффициент двигателя α можно:

- снижением рабочего давления в двигателе;
- применением топлив с низкой температурной зависимостью, термостатированием двигателя либо регулированием сопла с целью снижения зависимости давления от температуры;
- изготовлением корпуса двигателя из материалов с высокой удельной прочностью;
- повышением плотности заряжания.

По мере уменьшения расчетного давления и увеличения удельной прочности материала ракетной камеры в весовом балансе возрастает роль теплоизоляционных покрытий, днищ и сопел.

Даже в двигателе относительно малых размеров, как это следует из приведенной таблицы, вес теплоизоляции и сопла составляет около 25% веса конструкции двигателя. Для различных модификаций ракеты «Поларис» у двигателя первой ступени суммарный вес днищ и соплового блока согласно данным табл. 3.1 составляет от 30 до 44% веса корпуса без теплоизоляции. В связи с этим приобретают значение конструктивное совершенствование сопел РДТТ и применение наиболее эффективных теплоизоляционных материалов.

§ 3.4. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ДОПУСКАЕМЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ ЕДИНИЧНОГО ИМПУЛЬСА И ВЕСА КОНСТРУКЦИИ ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ЗАДАННОЙ СКОРОСТИ РАКЕТЫ В КОНЦЕ АКТИВНОГО УЧАСТКА

При проектировании ракет приходится учитывать факторы, которые, с одной стороны, увеличивают единичный импульс, с другой стороны, увеличивают вес конструкции двигателя. Перечислим основные из этих факторов.

1. Температура горения топлива. Использование в двигателе топлив с высокой температурой горения является основным путем повышения единичного импульса РДТТ. Однако при этом возникает потребность в более тяжелых теплозащитных покрытиях, в применении специальных мер тепловой защиты сопла, связанных с увеличением его веса [18].

2. Рабочее давление в двигателе. С увеличением давления возрастает отношение p_a/p_0 , приводящее к увеличению I_1 , и одновременно возрастает толщина стенок корпуса двигателя.

3. Отношение $F_a/F_{кр}$. С увеличением площади выходного сечения сопла и увеличением отношения $F_a/F_{кр}$ возрастает (до некоторого предела) среднее значение $I_{1ср}$ на активном участке. В то же время возрастает и вес сопла.

Для того чтобы найти решение, обеспечивающее с учетом перечисленных факторов максимальный выигрыш в весе ракеты, необходимо установить эквивалент изменений единичного импульса и веса конструкции двигателя относительно максимальной скорости ракеты.

При определении этого эквивалента будем полагать параметры η и P_0 заданными. Для баллистических параметров в конце активного участка траектории, обеспечивающих заданную дальность стрельбы, должно выполняться условие

$$dV_k = du_e \cdot w_k + u_e \cdot dw_k = dI_{10} \cdot g \cdot w_k + gI_{10} \cdot dw_k,$$

откуда

$$\frac{dI_{10}}{I_{10}} = - \frac{dw_k}{w_k}. \quad (3.43)$$

Из формулы (2.75)

$$dw_k = d[\Pi_1(\mu_k)] - \frac{1}{\eta} d[\Pi_2(\mu_k)] + d[A\Phi_1(\mu_k, I_{10}, \eta)] - B \cdot d[\Phi_2(\mu_k, I_{10}, \eta)].* \quad (3.44)$$

Поскольку третий и четвертый члены выражения (3.44) составляют малую долю от суммы двух первых, в большинстве случаев не превосходящую 1—2%, их дифференциалы можно рассматривать как величины второго порядка малости. Опуская эти слагаемые в выражении для w_k и их дифференциалы в выражении для dw_k , получаем упрощенное равенство

$$\frac{dI_{10}}{I_{10}} = - \frac{d[\Pi_1(\mu)] - \frac{1}{\eta} d[\Pi_2(\mu)]}{\Pi_1(\mu) - \frac{1}{\eta} \Pi_2(\mu)}. \quad (3.55)$$

Заметим, что функция $\Pi_2(\mu)$ с высокой точностью аппроксимируется линейной зависимостью

$$\Pi_2(\mu) = a + b\mu,$$

где $a = 0,1$, $b = 0,689$.

Используя эту аппроксимацию, получаем:

$$d[\Pi_1(\mu)] = \frac{d\mu}{1-\mu};$$

$$d[\Pi_2(\mu)] = b d\mu.$$

* Для упрощения выкладок принимаем $k_{\infty} = 1$.

Уравнение принимает вид

$$\frac{dI_{10}}{I_{10}} = - \frac{\frac{1}{1-\mu} - \frac{b}{\eta}}{\ln \frac{1}{1-\mu} - \frac{a+b\mu}{\eta}} d\mu. \quad (3.56)$$

Считая вес топлива $\omega = \mu Q_0$ постоянным, получаем

$$d\mu \cdot Q_0 + dQ_0 \cdot \mu = 0. \quad (3.57)$$

Поскольку рассматривается изменение веса ракеты за счет изменения веса конструкции двигателя, то

$$dQ_0 = dq_{дв}$$

Следовательно:

$$d\mu = - \frac{\mu \cdot dq_{дв}}{Q_0}. \quad (3.58)$$

Подставляя выражение (3.58) в уравнение (3.56), получаем

$$- \frac{dq_{дв}}{Q_0} = \frac{\ln \frac{1}{1-\mu} - \frac{a+b\mu}{\eta}}{1 - \frac{b}{\eta}(1-\mu)} \frac{1-\mu}{\mu} \frac{dI_{10}}{I_{10}}.$$

Умножим обе части равенства на отношение $\frac{Q_0}{q_{дв}}$:

$$- \frac{dq_{дв}}{q_{дв}} = \frac{\ln \frac{1}{1-\mu} - \frac{a+b\mu}{\eta}}{1 - \frac{b}{\eta}(1-\mu)} \frac{Q_0(1-\mu)}{q_{дв}\mu} \frac{dI_{10}}{I_{10}}. \quad (3.59)$$

Отсюда процентное изменение веса конструкции двигателя, эквивалентное изменению единичного импульса на 1%, равно

$$D = \frac{\ln \frac{1}{1-\mu} - \frac{a+b\mu}{\eta}}{1 - \frac{b}{\eta}(1-\mu)} \frac{Q_0}{q_{дв}} \frac{1-\mu}{\mu}$$

или, поскольку $Q_0(1-\mu) = q_{п}$ (пассивный вес ракеты),

$$D = \frac{\ln \frac{1}{1-\mu} - \frac{a+b\mu}{\eta}}{1 - \frac{b}{\eta}(1-\mu)} \frac{q_{п}}{q_{дв}} \frac{1}{\mu}. \quad (3.60a)$$

Учитывая, что $q_{дв} = Q_0\mu\alpha$, это выражение можно также представить в виде

$$D = \frac{\ln \frac{1}{1-\mu} - \frac{a+b\mu}{\eta}}{1 - \frac{b}{\eta}(1-\mu)} \frac{1-\mu}{\alpha\mu^2}. \quad (3.60б)$$

Из рассмотренных зависимостей следует, что увеличение веса конструкции РДТТ целесообразно, если при увеличении веса на $D\%$ единичный импульс возрастает не менее чем на 1% , и, наоборот, снижение веса двигателя за счет уменьшения единичного импульса достигает своей цели, если при уменьшении веса на $D\%$ единичный импульс падает не более чем на 1% .

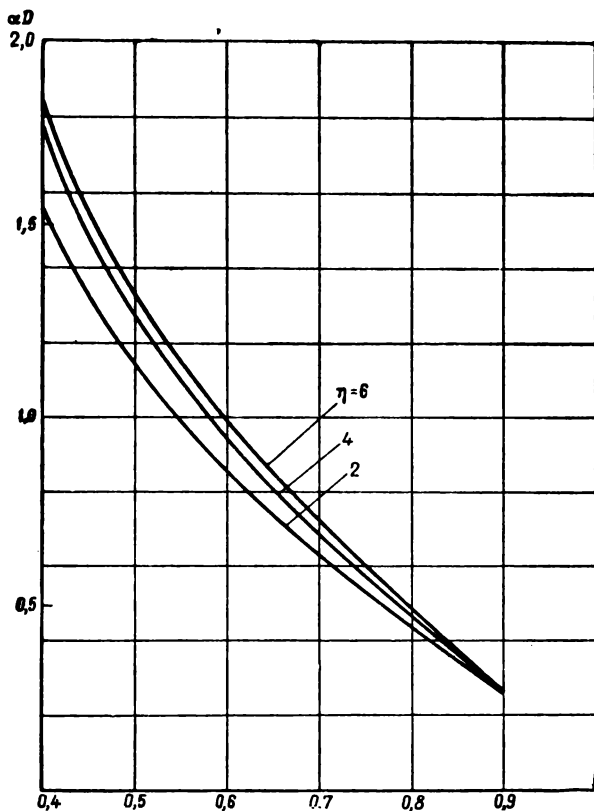


Рис. 3.2. Зависимость характеристики αD от относительного запаса топлива μ_k и начальной тяговооруженности η

На рис. 3.2 представлен график зависимости αD от μ_k , рассчитанный для $\eta = 2, 4, 6$ по формуле (3.60б). Чтобы определить из него значение D , необходимо знать весовой коэффициент α . В настоящее время для РДТТ многоступенчатых и первых ступеней многоступенчатых ракет достигнуты значения $\alpha = 0,08-0,1$ [5]. При этом для $\eta = 4-6$ согласно графику в рассматриваемом диапазоне μ_k характеристика $D = 3-18$.

С ростом μ_k отношение $q_n/q_{ду}$ уменьшается, т. е. доля веса конструкции двигателя в пассивном весе ракеты возрастает. Ракета

становится более чувствительной к относительному изменению веса конструкции двигателя, поэтому и уменьшается величина D с увеличением μ_k . Для образцов с более совершенной конструкцией двигателя (низкие α) характеристика D выше, чем для образцов с высокими α . Это объясняется тем, что снижение α при равных значениях μ_k приводит к уменьшению доли веса конструкции двигателя в весе ракеты, что снижает чувствительность ракеты к изменению веса конструкции двигателя. Увеличение тяговооруженности в пределах $\eta < \eta_{opt}$ (см. § 3.6) также приводит к росту D . Повышение тяговооруженности с точки зрения обеспечения заданной скорости ракеты эквивалентно снижению μ_k , т. е. увеличению пассивного веса ракеты, что и сопровождается уменьшением чувствительности к изменению веса конструкции двигателя.

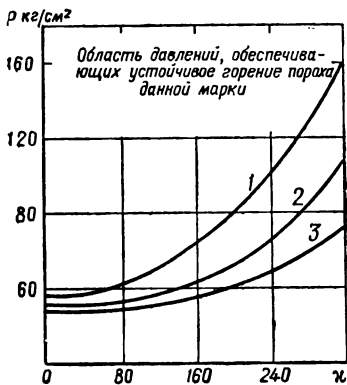


Рис. 3.3. Зависимость минимально допустимого давления от x для одного из баллиститных топлив:

1 — начальная температура заряда ($T_{н}$) -20°C ; 2 — начальная температура заряда $+20^{\circ}\text{C}$; 3 — начальная температура заряда $+60^{\circ}\text{C}$.

§ 3.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ ЗАРЯДА

Выбор основных размеров заряда ограничен существованием некоторого значения критерия заряжания, характеризующего порог нормального функционирования заряда. Основные размеры заряда должны быть согласованы между собой и с внутренними размерами двигателя таким образом, чтобы обеспечиваемое при этом значение параметра заряжания было меньше предельно допустимого.

В отечественной литературе [6], [7], [8] обычно используется параметр заряжания x , предложенный проф. Ю. А. Победоносцевым в качестве критерия устойчивости горения заряда. Существует некоторое максимально допускаемое значение $x_{пр}$, при превышении которого начинается аномальное горение заряда, сопровождающееся резким снижением единичного импульса и переходящее иногда в прерывистое горение с полным затуханием. Значение $x_{пр}$ существенно зависит от уровня рабочего давления в двигателе, начальной температуры заряда, марки топлива, некоторых конструктивных особенностей заряда. На рис. 3.3 приведен график, связывающий величину предельного значения $x_{пр}$ с рабочим давлением в двигателе, полученный для одной из рецептур баллиститного топлива [7]. Каждая из кривых графика, построенная для определенного значения начальной температуры заряда, ограничивает снизу область давлений, обеспечивающих устойчивое горение топлива. Очевидно, выбираемое при проектировании значение $x_{пр}$ должно лежать внутри этой области.

Рассмотрим некоторые работы иностранных исследователей по этому вопросу. Уимпресс [9], рассматривая проектирование двигателей на баллиститном топливе, указывает, что при больших значениях отношения $F_{кр}/F_{св}$ давление в камере становится весьма чувствительным к изменению размеров камеры и заряда. Основываясь на экспериментальных данных, он утверждает, что для заряда в виде цилиндрической одноканальной шашки из топлива JPN при начальной температуре 54°C отношение $F_{кр}/F_{св}$ не должно превышать 0,5. Это отношение он представляет в виде $\frac{F_{кр}}{F_{св}} = \frac{S}{F_{св}} : \frac{S}{F_{кр}}$. Поскольку величина делителя ограничена, Уимпресс

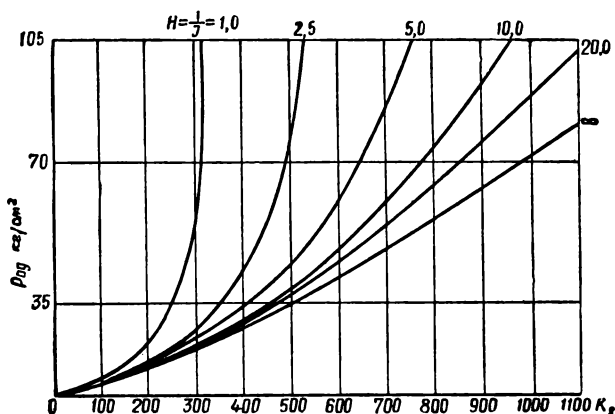


Рис. 3.4. Зависимость давления в передней части двигателя от K и H для одного из смесевых топлив ($u_{10}=0,38$ см/сек, $v=0,25$; $T_n=+20^{\circ}\text{C}$)

считает, что при проектировании заряда основную роль играет величина $K_f = S/F_{св}$, которая тождественна χ .

Бедевадт [10] рекомендует при проектировании заряда исходить из величины допустимого внутреннего поджатия K_i , которое по определению совпадает с нашим параметром χ .

Ванденкеркхове [2], Бартли и Миллс [11] предлагают при проектировании заряда РДТТ пользоваться графиком зависимости, связывающей давление в передней части двигателя $\rho_{од}$ с двумя параметрами заряжения: $K_s = \frac{S}{F_{кр}}$ и $H = \frac{1}{I} = \frac{F_{св}}{F_{кр}}$. На рис. 3.4 представлен подобный график, построенный для одного из смесевых топлив по данным, полученным при стендовых испытаниях РДТТ [11]. Нетрудно заметить, что, поскольку $K_s \cdot I = \chi$, этот график допускает перестройку в координатах $\rho_{од} = f\left(\frac{S}{F_{кр}}, \chi\right)$.

Итак, во всех случаях критериями, определяющими выбор геометрии заряда, являются два симплекса: $\chi = \frac{S}{F_{св}}$ и $\frac{S}{F_{кр}}$, последний из которых при заданных характеристиках топлива определяет средний уровень рабочего давления в двигателе.

Выбирая величину параметра χ при расчете заряда, следует иметь в виду следующие обстоятельства. С одной стороны, с ростом χ (в пределах области устойчивого горения заряда) возрастает плотность заряжания. С другой стороны, с ростом χ растет перепад давления по длине заряда, что при заданном среднем давлении в двигателе приводит к росту давления у переднего днища двигателя в начальный момент горения заряда. При некотором значении χ начинается и с дальнейшим ростом его усиливается эрозионное горение топлива, сопровождающееся ростом давления на начальной участке кривой давления. Это приводит к увеличению максимального давления у переднего днища, по которому и выбирается расчетное давление, определяющее толщину стенки ракетной камеры. Очевидно, оптимальным будет значение χ , обеспечивающее достаточно высокую плотность заряжания при относительно низком расчетном давлении. Окончательное суждение об оптимальности выбора χ можно вынести на основании расчетов веса ракеты, проведенных при различных произвольно заданных значениях χ .

Трудности, связанные с эрозионным горением и большими перепадами давлений по длине ракетной камеры, устраняются в случае использования заряда с торцовым горением. К тому же заряд, горящий с торца, обеспечивает максимально возможную плотность заряжания.

Однако, недостатки, присущие заряду с торцовым горением, препятствуют его использованию в баллистических ракетах. При торцовом горении по мере выгорания топлива непрерывно обнажаются и вступают в контакт с горячими газами все новые и новые участки поверхности корпуса. Вследствие этого для тепловой защиты корпуса, в особенности для части камеры, обращенной к соплу, требуется достаточно толстая и тяжелая теплоизоляция. В этом отношении торцовый заряд является антиподом заряда, связанного со стенками и горящего изнутри, который обеспечивает оптимальное решение тепловой защиты.

Кроме того, при торцовом горении зарядов из современных топлив трудно обеспечить тяговооруженность, необходимую для управляемой баллистической ракеты.

Тяга, обеспечиваемая при торцовом горении, может быть расчитана как

$$P = I_1 G = I_1 \delta S_T \mu.$$

Обеспечиваемая при этом тяговооруженность

$$\eta = \frac{P}{Q_0} = \frac{I_{10} \delta S_T \mu}{\Pi_0 F_M}.$$

Принимая в первом приближении площадь торца заряда, равной площади мишеля, получим

$$\eta \simeq \frac{I_{10}\delta u}{\Pi_0},$$

откуда потребная скорость горения топлива равна $u = \frac{\eta \Pi_0}{I_{10}\delta}$.

Принимая $\Pi_0 = 8000 \text{ кг/м}^2$, $I_{10} = 230 \text{ кг.сек/кг}$, $\delta = 1700 \text{ кг/м}^3$, получим

$$u = \eta \frac{8000}{230 \cdot 1700} = 0,02\eta \text{ м/сек.}$$

При $\eta = 3-6$ потребная скорость торцового горения заряда составит

$$u = 60 - 120 \text{ мм/сек,}$$

что находится за пределами возможностей современных твердых топлив.

Зависимости, связывающие основные размеры заряда и камеры при $\chi = \chi_{\text{пр}}$, для каждой из форм зарядов имеют свое индивидуальное выражение. Это ограничивает общность решения задачи баллистического проектирования, связывая его с определенной формой заряда, что, строго говоря, противоречит самой постановке задачи, требующей отыскания оптимальных значений проектных параметров и оптимальных форм и размеров заряда. Отсюда вытекает потребность в обобщенной зависимости, пригодной для зарядов любой формы, объединяемых одним, наиболее существенным с точки зрения их геометрии, признаком. При проектировании РДТТ в большинстве случаев исходят из требования постоянной тяги, что в свою очередь требует постоянства поверхности заряда при горении. При соблюдении условия $S = \text{const}$ независимо от формы заряда для определения коэффициента заполнения может быть использована система уравнений:

$$\omega = \delta S e_1; \quad (3.61)$$

$$\omega = \delta L \varepsilon F_k; \quad (3.62)$$

$$\chi = \frac{S}{F_k(1-\varepsilon)}, \quad (3.63)$$

где e_1 — толщина горящего свода.

Решение этой системы приводит к выражению

$$\varepsilon = \frac{\chi e_1}{\chi e_1 + L}, \quad (3.64)$$

откуда

$$L = \chi e_1 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}. \quad (3.65)$$

Если в формулу (3.65) подставить вместо ϵ его значение из выражения (3.39), получим

$$L = \frac{\kappa e_1}{\frac{\kappa e_1 \delta \varphi}{\mu_{\kappa} \Pi_0} - 1}. \quad (3.66)$$

Установим связь между толщиной горящего свода и начальной тяговооруженностью

$$\eta_0 = \frac{P_0}{Q_0} = \frac{I_{10} G}{Q_0}.$$

Поскольку при постоянном расходе топлива:

$$G = \frac{\omega}{\tau};$$

$$\tau = \frac{e_1}{u_{\text{ср}}},$$

где $u_{\text{ср}}$ — скорость горения топлива при принятом среднем давлении в двигателе,

$$\eta_0 = \frac{I_{10} \omega u_{\text{ср}}}{Q_0 e_1}. \quad (3.67)$$

Поскольку $\omega/Q_0 = \mu_{\kappa}$, то получаем

$$\eta_0 = \frac{I_{10} \mu_{\kappa} u_{\text{ср}}}{e_1}, \quad (3.68)$$

откуда

$$e_1 = \frac{I_{10} \mu_{\kappa} u_{\text{ср}}}{\eta_0}. \quad (3.69)$$

Подставляя выражение (3.69) в выражение (3.66), получаем

$$L = \frac{\mu_{\kappa}}{\frac{\delta \varphi}{\Pi_0} - \frac{\eta_0}{\kappa I_{10} u_{\text{ср}}}}. \quad (3.70)$$

§ 3.6. ЗАВИСИМОСТЬ СТАРТОВОГО ВЕСА РАКЕТЫ ОТ НАЧАЛЬНОЙ ТЯГОВООРУЖЕННОСТИ

Рассмотрим, как влияет изменение начальной тяговооруженности ракеты на величину скорости, достигаемую ею в конце активного участка траектории.

С увеличением тяговооруженности уменьшаются потери скорости Δv_g , обусловленные действием силы тяжести за время работы двигателя, выражаемые вторым слагаемым формулы (2.75). На графике 3.5 представлены расчетные значения этой величины, отнесенные к скорости $v_{\text{ц}}$, рассчитываемой по формуле Циолковского. Как следует из графика, при низкой тяговооруженности

($\eta < 2$) величина этих потерь в зависимости от μ_k может составлять от 15 до 36% максимально возможной скорости ракеты. С увеличением тяговооруженности величина этих потерь снижается и при $\eta = 6-8$ составляет 4-12% от $v_{\text{д}}$. Дальнейшее увеличение тяговооруженности приводит к незначительному изменению этих потерь.

Одновременно с увеличением тяговооруженности происходит сокращение длины активного участка. Высокие скорости полета достигаются в более низких, плотных слоях атмосферы, вследствие чего возрастают потери скорости, обусловленные действием лобового сопротивления. В третьем слагаемом выражения (2.75), определяющее величину потерь скорости от лобового сопротивления, параметр η входит в знаменатель коэффициента B , а также как аргумент функции Φ_2 . С увеличением тяговооруженности это слагаемое возрастает. Так, например, при $I_{10} = 230 \text{ сек}$, $\Pi_0 = 10\,000 \text{ кг/м}^2$, $\mu_k = 0,7$ при изменении тяговооруженности от 2,5 до 6 величина этих потерь, отнесенная к максимально возможной скорости $v_{\text{д}}$, изменяется от 3,7 до 6,4%. Как показывают расчеты, относительная величина этих потерь при $\Pi_0 > 8000 \text{ кг/м}^2$ сравнительно невелика: при $\eta \leq 6$ она не превышает 7-8%.

С уменьшением высоты активного участка снижается среднетраекторное значение единичного импульса, а следовательно, уменьшается поправка на скорость, обусловленная увеличением тяги с высотой (третье слагаемое в формуле 2.75).

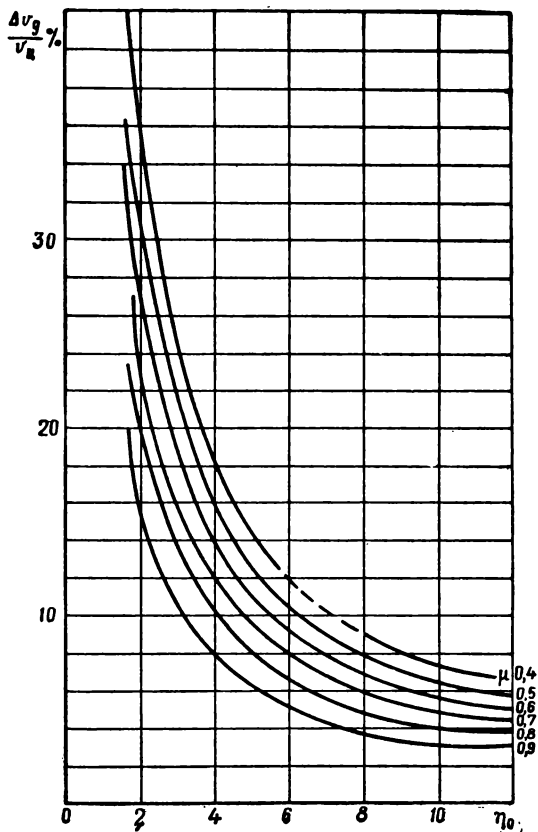


Рис. 3.5. Изменение потерь скорости ракеты, обусловленных действием сил тяжести, с ростом начальной тяговооруженности η_0 . Потери выражены в % от скорости, рассчитанной по формуле Циолковского для $\mu_k = 0,4-0,9$

Как показывают расчеты, относительная величина этих потерь при $\Pi_0 > 8000 \text{ кг/м}^2$ сравнительно невелика: при $\eta \leq 6$ она не превышает 7-8%.

С уменьшением высоты активного участка снижается среднетраекторное значение единичного импульса, а следовательно, уменьшается поправка на скорость, обусловленная увеличением тяги с высотой (третье слагаемое в формуле 2.75).

При таком характере изменения отдельных слагаемых выражения (2.75) должно существовать некоторое значение η_{vm} , обеспечивающее при заданных значениях μ_k , Π_0 , ρ_0 и λ_a наибольшую скорость ракеты в конце активного участка траектории. Смещение от значения η_{vm} в сторону меньшей тяговооруженности приведет к падению скорости за счет увеличения Δv_g . Превышение значения η_{vm} увеличивает потери скорости за счет сил лобового сопротивления и снижения среднетраекторного значения единичного импульса. Следует, однако, заметить, что в пределах увеличения η , представляющих практический интерес, снижение скорости ракеты при $\eta > \eta_{vm}$ оказывается несущественным. Максимум дальности, который, помимо величины скорости ракеты в конце активного участка, определяется также координатами этой точки, должен соответствовать $\eta_{xm} < \eta_{vm}$.

Очевидно, если исходить из заданной дальности полета ракеты, значению η_{xm} будет соответствовать минимальное значение μ_k . Ввиду трансцендентности зависимостей, связывающих максимальную дальность с проектным параметром η , аналитическое решение уравнения

$$\frac{d\mu_k}{d\eta} = 0$$

при $X = X_3$ получить невозможно и точное значение η_{xm} может быть определено только просчетом большого числа баллистических вариантов.

Однако влияние тяговооруженности на стартовый вес ракеты не ограничивается величиной μ_k , потребной для обеспечения заданной дальности X_3 . Оно проявляется также в изменении весового коэффициента двигателя α . Увеличение тяговооруженности при фиксированном уровне среднего давления в двигателе для заданного топлива требует уменьшения толщины горящего свода, что уменьшает плотность заряжания, а следовательно, повышает величину α . Поэтому оптимальная тяговооруженность, при которой обеспечивается минимум стартового веса ракеты, должна определяться по минимуму произведения $(1 + \alpha)\mu_k$, т. е. из условия

$$\frac{d\alpha}{d\eta} \mu_k + (1 + \alpha) \frac{d\mu_k}{d\eta} = 0. \quad (3.71)$$

Из уравнения (3.42)

$$\frac{d\alpha}{d\eta} = \frac{4\gamma_{пр} k_L \bar{\Delta}_k}{\mu_k \Pi_0} \frac{dL}{d\eta} - \frac{I_1 \text{ ср } k_{дн}}{\Pi_0 \eta^2}. \quad (3.72)$$

Для определения производной $\frac{dL}{d\eta}$ используем формулу (3.70), из которой

$$\frac{dL}{d\eta} = \frac{\mu_{k1}}{\kappa I_{10} u_{ср}} \frac{1}{\left(\frac{\delta \varphi}{\Pi_0} - \frac{\eta_0}{\kappa I_{10} u_{ср}} \right)^2}. \quad (3.73)$$

Подставляя выражение (3.73) в выражение (3.72), получим

$$\frac{d\alpha}{d\eta} = \frac{4\gamma_{\text{нр}} k_L \bar{\Delta}_k}{\lambda I_{10} u_{\text{ср}} \Pi_0} \frac{1}{\left(\frac{\delta\varphi}{\Pi_0} - \frac{\eta}{\lambda I_{10} u_{\text{ср}}} \right)^2} - \frac{I_{1\text{ср}} k_{\text{ди}}}{\Pi_0 \eta^2}. \quad (3.74)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (3.74) выражает увеличение коэффициента α с ростом тяговооруженности η за счет утяжеления ракетной камеры. Второе слагаемое выражает снижение коэффициента α за счет облегчения тепловой защиты сопла с уменьшением времени работы двигателя. Структура уравнения (3.74) указывает на существование максимума α по η , однако такой максимум не представляет практического интереса, поскольку ввиду малости второго слагаемого в реальном диапазоне изменения η будет наблюдаться всегда увеличение α с увеличением тяговооруженности.

Если на основании баллистических расчетов построить зависимость $\mu_k = f(\eta)$ при $X = X_3$ и из нее определить значение $\frac{d\mu}{d\eta}$, можно, используя выражение (3.74), из уравнения (3.71) определить оптимальное значение тяговооруженности, обеспечивающее при прочих фиксированных параметрах минимальный стартовый вес ракеты на заданную дальность.

Существование зависимости α от η приводит к тому, что значение тяговооруженности, обеспечивающее при заданных Π_0 , I_{10} , λ_a минимальный стартовый вес ракеты, смещается влево от оптимального значения $\eta_{\text{хт}}$, определяемого только решением внешней баллистики.

Отметим, что в области низких тяговооруженностей весовые характеристики РДТТ сравнительно слабо зависят от величины η , что позволяет для ракет на твердом топливе принимать относительно высокие значения тяги.

§ 3.7. ВЫБОР НАЧАЛЬНОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ НАГРУЗКИ Π_0

Влияние Π_0 на стартовый вес ракеты может проявляться в величине μ_k , а также в величине весового коэффициента двигателя α .

Изменение потребного значения μ_k ракеты на заданную дальность при изменении Π_0 связано с потерями скорости из-за лобового сопротивления на активном участке траектории. Обращаясь к зависимости (2.75), можно проследить, как при фиксированных значениях η , μ_k , I_{10} и p_0 с изменением Π_0 меняется величина ω . На рис. 3.6 представлен график $\omega = f(\Pi_0)$, построенный нами по данным, полученным расчетом по формуле (2.75), для двух значений тяговооруженности. Как следует из графика, влияние Π_0 на величину скорости в конце активного участка траектории существенно сказывается только при малых значениях Π_0 (в рассматриваемом случае при $\Pi_0 < 5000 \text{ кг/м}^2$). При значениях $\Pi_0 > 8000 \text{ кг/м}^2$ величина ω изменяется очень мало. Так, при $\eta = 2,5$ изменение Π_0 от

8000 до 12000 $\text{кг}/\text{м}^2$ увеличивает ω менее чем на 2%. С ростом тяговооруженности относительное изменение ω , вызванное увеличением Π_0 , возрастает потому, что с увеличением η уменьшается высота активного участка и большие скорости приобретаются ракетой в нижних более плотных слоях атмосферы, ввиду чего роль аэродинамического сопротивления возрастает и повышается чувствительность скорости к изменению площади миделя. Однако и

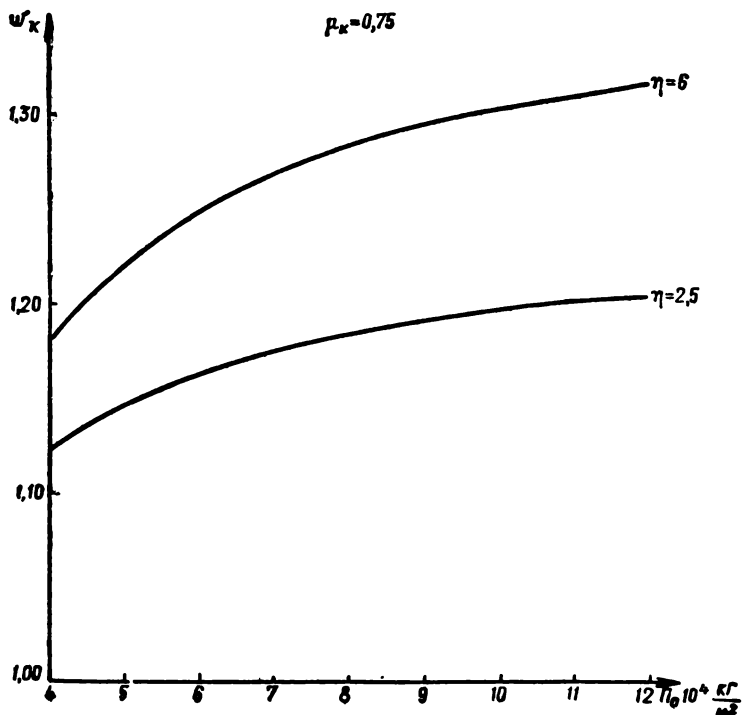


Рис. 3.6. Изменение относительной скорости ракеты в конце активного участка траектории с ростом начальной поперечной нагрузки Π_0 для тяговооруженности $\eta_0 = 2,5$; $\eta_0 = 6$

при $\eta = 6$ в рассмотренном диапазоне изменения Π_0 относительное изменение ω составляет всего 3%. Следовательно, при $\Pi_0 > 8000 \text{ кг}/\text{м}^2$ максимальная скорость в конце активного участка мало зависит от начальной поперечной нагрузки ракеты.

Очевидно, переходя к условию $\omega = \text{const}$, отвечающему требованию обеспечения заданной дальности стрельбы, аналогичные выводы можно сделать относительно изменения μ_k , вызванного изменением Π_0 . Таким образом, можно полагать, что при значениях $\Pi_0 > 8000 \text{ кг}/\text{м}^2$ этот параметр не оказывает существенного влияния на μ_k .

Рассмотрим влияние Π_0 на весовой коэффициент двигателя α . Определим из уравнения (3.42) экстремум α по Π_0 с учетом выражения (3.70):

$$\frac{d\alpha}{d\Pi_0} = -\frac{k_{дк}}{\mu_k \Pi_0^2} + 4\gamma_{пр} k_L \bar{\Delta}_k \frac{\eta}{\kappa I_{10} u_{ср}} \frac{1}{\left(\delta\varphi - \frac{\eta \Pi_0}{\kappa I_{10} u_{ср}}\right)^2} - \frac{I_{ср} k_{дн}}{\eta \Pi_0^2} = 0. \quad (3.75)$$

Введем обозначение

$$B = \sqrt{\frac{4\gamma_{пр} k_L \bar{\Delta}_k \eta}{\kappa I_{10} u_{ср}} \frac{1}{\frac{k_{дк}}{\mu_k} + \frac{I_{ср} k_{дн}}{\eta}}}. \quad (3.76)$$

Решая уравнение (3.75) относительно Π_0 и используя выражение (3.76), получим

$$\Pi_{опт} = \frac{\delta\varphi}{B + \frac{\eta}{\kappa I_{10} u_{ср}}}. \quad (3.77)$$

Выражение (3.77) определяет оптимальное значение начальной поперечной нагрузки, при которой достигается минимальное значение весового коэффициента двигателя α .

Согласно формуле (3.77) оптимальное значение Π_0 возрастает с увеличением удельного веса топлива, с увеличением комплекса $\kappa I_{10} u_{ср}$, а также при снижении тяговооруженности η .

Рассмотрим физический смысл существования этого оптимума. Увеличение Π_0 связано с увеличением L_p — длины ракеты, а следовательно, с удлинением двигателя и заряда. Согласно зависимости (3.64) с удлинением заряда при фиксированном значении параметра заряжания χ величина ε уменьшается, т. е. уменьшается заполнение камеры топливом, что само по себе должно вести к увеличению относительного веса конструкции, т. е. к увеличению α . Одновременно с увеличением Π_0 уменьшается калибр ракеты D_n . Если исходить из необходимости размещения в камере примерно одного и того же количества топлива, длина камеры, определяемая без учета уменьшения плотности заряжания, должна возрастать пропорционально Π_0 . Периметр камеры уменьшится пропорционально $1/\sqrt{\Pi_0}$. Следовательно, вес камеры при постоянном заданном объеме должен возрасти пропорционально $\sqrt{\Pi_0}$. Однако при уменьшении миделя ракеты уменьшается вес днищ ракетного двигателя. Итак, при коротких зарядах коэффициент α увеличивается за счет утяжеления днищ, при длинных зарядах — за счет уменьшения плотности заряжания и утяжеления цилиндрической оболочки корпуса. Это и обуславливает существование оптимального удлинения двигателя и связанного с ним значения $\Pi_{0\text{ опт}}$.

Чем выше значения весовых коэффициентов переднего и соплового днищ $k_{дк}$, $k_{сн}$ и $k_{дн}$, тем согласно выражению (3.76) меньше

значение комплекса Б, тем выше значение Π_0 опт, определяемое по формуле (3.77). Таким образом, при более тяжелой конструкции днищ оптимум Π_0 смещается в сторону более длинных зарядов, и, наоборот, при легкой конструкции он перемещается в область коротких зарядов, для которых обеспечивается более высокая плотность заряжания.

Согласно формуле (3.77) значительное влияние на величину оптимального значения Π_0 оказывает комплекс $\frac{\chi I_{10} u_{ср}}{\eta}$.

Перепишем формулу (3.64) в виде

$$\epsilon = \frac{1}{\frac{L}{\chi e_1} + 1}. \quad (3.78)$$

Подставляя сюда значение e_1 из выражения (3.69), получим

$$\epsilon = \frac{1}{\frac{L\eta}{\chi I_{10} u_{ср} \mu_k} + 1}. \quad (3.79)$$

Итак, рассматриваемый комплекс при заданных L и μ_k определяет плотность заряжания. С увеличением этого комплекса плотность заряжания возрастает, что и приводит согласно уравнению (3.77) к смещению оптимального значения α в сторону более длинных зарядов.

При окончательном выборе значения Π_0 необходимо учитывать удобства эксплуатации и пуска ракеты. Если при проектировании задаться высоким значением Π_0 , ракета может получиться чрезмерно длинной, что затруднит ее транспортировку и размещение на пусковой установке. Такая ракета будет обладать большим экваториальным моментом инерции, что затруднит управление ее полетом и обусловит большие поперечные перегрузки при движении с разворотом на активном участке траектории.

В табл. 3.2 приведены значения Π_0 , рассчитанные нами для ракет на твердом топливе по данным, приведенным в § 1.1.

Таблица 3.2

Ракета	Сержант	Першинг	Поларис	Минитмэн
$\Pi_0 \left[\frac{\kappa\Gamma}{\text{м}^2} \right]$	9250	5780	8600	10400

§ 3.8. СВЯЗЬ МЕЖДУ ПАРАМЕТРОМ χ И ДАВЛЕНИЕМ В ПЕРЕДНЕЙ ЧАСТИ ДВИГАТЕЛЯ (С УЧЕТОМ ЭРОЗИОННОГО ГОРЕНИЯ)

Чтобы сделать расчеты, связанные с определением оптимального значения χ , необходимо знать зависимость между параметром χ и давлением в передней части двигателя. Графическим вы-

ражением такой зависимости является экспериментальный график, приведенный на рис. 3.4 [11]. Аналитическое решение подобной задачи рассматривается в работах [2], [9], [11].

Излагаемое ниже решение основано на использовании таблиц газодинамических функций и поэтому методически более удобно.

Рассмотрим изменение основных газодинамических параметров вдоль зарядов, горящих по боковой поверхности с постоянной по длине заряда свободной площадью поперечного сечения (см. рис. 3.7). Для канала постоянного сечения полный поток импульса постояен, т. е.

$$v \cdot G/g + pF = \text{const} = I_p. \quad (3.80)$$

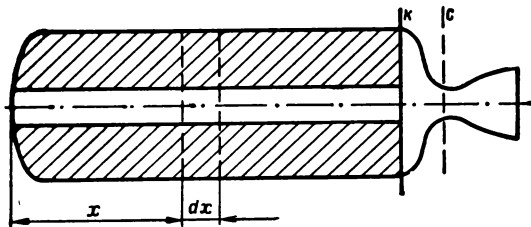


Рис. 3.7. Схема геометрии ракетной камеры

В начальном сечении канала при $v=0$

$$I_p = p_{од} \cdot F_k. \quad (3.81)$$

Для произвольного сечения

$$\frac{G}{g} v + pF = \frac{pF}{r(\lambda)} = \text{const}, \quad (3.82)$$

где

$$r(\lambda) = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2}{1 + \lambda^2}; \quad (3.83)$$

$\lambda = v/a_{кр}$ — безразмерная скорость;

$$a_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} gRT_0},$$

k — показатель адиабаты;

R — газовая постоянная;

T_0 — температура торможения продуктов сгорания твердого топлива.

Уравнение (3.83) не учитывает сил трения потока газа о поверхность заряда. По оценке некоторых исследователей [11] при числах Рейнольдса, характерных для течения газа вдоль заряда

($Re \approx 10^6$), для начального периода горения заряда потери на трение составляют не более 2—5% падения давления вдоль заряда, связанного с притоком массы газов.

Из уравнений (3.82) и (3.81) следует, что статическое давление вдоль канала изменяется как

$$p = p_{0n} \cdot r(\lambda). \quad (3.84)$$

При горении по торцевой поверхности, обращенной к переднему днищу (рис. 3.8), начальное сечение канала можно рассматривать как конечное сечение фиктивного участка канала с боковой поверхностью, равной площади торца S_T :

$$l_{\Phi} \Pi_r = S_T,$$

где l_{Φ} — длина фиктивного участка;
 Π_r — периметр горения.

Откуда

$$l_{\Phi} = \frac{S_T}{\Pi_r}. \quad (3.85)$$

Чтобы связать изменение параметров потока в канале с газоприходом за счет горения топлива, выделим элементарный участок горения протяженностью dx (рис. 3.7). Изменение расхода через поперечное сечение канала на участке dx равно газоприходу на этом участке:

$$dG = \delta \Pi_r u_{10} f(p) \varphi(\lambda) dx, \quad (3.86)$$

где u_{10} — единичная скорость горения топлива;
 $f(p)$ — функция, выражающая зависимость скорости горения от давления;
 $\varphi(\lambda)$ — функция, выражающая зависимость скорости горения топлива от скорости обтекающего его газового потока.

Общее выражение для расхода газов представим в виде

$$G = g_p F v = \frac{p}{RT} F v. \quad (3.87)$$

Подставляя значение p из выражения (3.84) и принимая температуру газа вдоль канала постоянной, равной температуре торжования (она же температура горения топлива), получим

$$G = \frac{p_{0n}}{RT_0} F a_{kp} \lambda r(\lambda). \quad (3.88)$$

Дифференцируя выражение (3.87), находим

$$dG = \frac{p_{0n}}{RT_0} F a_{kp} \left\{ r(\lambda) + \lambda \frac{d[r(\lambda)]}{d\lambda} \right\} d\lambda. \quad (3.89)$$

Приравнивая правые части уравнений (3.88) и (3.89), получим основное уравнение для определения параметров потока по длине заряда

$$\frac{p_{0d}}{RT_0} Fa_{кр} \left\{ r(\lambda) + \lambda \frac{d}{d\lambda} [r(\lambda)] \right\} d\lambda = \delta \Pi_r u_{10} f(p) \varphi(v) dx. \quad (3.90)$$

Для упрощения решения без существенного уменьшения его точности при значениях $\lambda < 0,5$ можно вместо зависимости (3.83) пользоваться более простой формулой

$$r(\lambda) = 1 - \lambda^2. \quad (3.91)$$

Приближенные и точные значения функции $r(\lambda)$ для $\kappa = 1,25$ представлены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,50	0,55
$r(\lambda)$ (3,91)	0,99	0,96	0,91	0,84	0,75	0,6975
$r(\lambda)$ (3,83)	0,9891	0,9572	0,9083	0,8467	0,7778	0,7419
$\Delta\%$	+0,09	+0,28	+0,19	-0,79	-3,57	-5,97

Согласно таблице (3.3) при значениях $\lambda < 0,4$; $\kappa = 1,1-1,25$ погрешность аппроксимации Δ остается менее 1% и лишь при $\lambda = 0,50-0,55$ она резко возрастает до 3—6%.

Зависимость скорости горения твердого ракетного топлива от давления называют законом горения топлива. На основании большого экспериментального материала были предложены различные формулы, выражающие эту зависимость. Во внутренней баллистике РДТТ наиболее часто используются:

— степенной закон горения, применяемый в диапазоне давлений примерно до 70 кг/см^2 :

$$\begin{aligned} u &= u_{10} p^{\nu}; \\ f(p) &= p^{\nu}; \end{aligned} \quad (3.92)$$

— линейный закон горения, применяемый в диапазоне давлений от 30 до 120 кг/см^2 :

$$u = u_{10} (1 + bp).$$

В настоящее время распространен закон Саммерфилда, который охватывает широкий диапазон давлений (от 1 до 100 кг/см^2):

$$u = \frac{ap}{1 + bp^{3/4}}.$$

При движении газового потока вдоль поверхности горения заряда скорость горения топлива увеличивается. Увеличение скорости горения обуславливается усилением подвода тепла от газа к топливу при турбулизации газового потока вблизи поверхности заряда. В литературе это явление называется эрозионным горением. Ряд исследователей указывает на существование некоторой пороговой скорости потока, начиная с которой проявляется влияние обтекания поверхности газами на скорость горения топлива. Относительное изменение скорости горения топлива обычно выражается зависимостью.

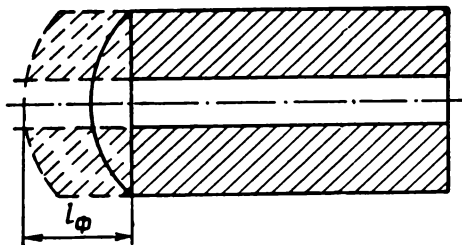


Рис. 3.8. Приведение площади горящего торца к дополнительной фиктивной длине канала

$$\varphi(\nu) = \frac{u_{IV}}{u_{10}} = 1 + k_{\lambda}(\lambda - \lambda_{пр}), \quad (3.93)$$

где k_{λ} — эрозионная константа, являющаяся характеристикой топлива;
 $\lambda_{пр}$ — пороговое значение безразмерной скорости, начиная с которой проявляется эрозионное горение.

При $\lambda < \lambda_{пр}$ $\varphi(\nu) = 1$.

Подставив выражения (3.91), (3.92) и (3.93) в уравнение (3.90), получим

$$\begin{aligned} & \frac{p_{од} F a_{кр}}{RT_0} (1 - 3\lambda^2) d\lambda = \\ & = \delta \Pi_r u_{10} p_{од}^{\nu} (1 - \lambda^2)^{\nu} [1 + k_{\lambda}(\lambda - \lambda_{пр})] dx. \end{aligned} \quad (3.94)$$

Для упрощения выкладок целесообразно принять

$$[r(\lambda)]^{\nu} = (1 - \lambda^2)^{\nu} = 1 - \nu\lambda^2. \quad (3.95)$$

О наибольшей величине погрешностей, вносимых такой заменой в реальном диапазоне изменения λ , можно судить по данным табл. 3.4, рассчитанным для $\lambda_{кр} = 0,5$.

Таблица 3.4

ν	0,2	0,3	0,5	0,7
$[r(\lambda)]^{\nu}$	0,951	0,927	0,882	0,838
$1 - \nu\lambda^2$	0,950	0,925	0,875	0,825
$\Delta\%$	0,1	0,2	0,8	1,6

Разделив переменные и интегрируя, получим

$$\int_{\lambda_{\text{нр}}}^{\lambda} \frac{1 - 3\lambda^2}{(1 - k_{\lambda}\lambda_{\text{нр}} + k_{\lambda})(1 - \nu\lambda^2)} d\lambda = \frac{\delta \Pi_{\Gamma} u_{10} RT}{Fa_{\text{кр}} p_{\text{од}}^{1-\nu}} (x - x_{\text{нр}}), \quad (3.96)$$

где $x_{\text{нр}}$ — координата сечения, в котором безразмерная скорость достигает значения $\lambda_{\text{нр}}$.

Для участка $x < x_{\text{нр}}$ уравнение (3.94) принимает вид

$$\frac{p_{\text{од}} Fa_{\text{кр}}}{RT} \frac{1 - 3\lambda^2}{1 - \nu\lambda^2} d\lambda = \delta \Pi_{\Gamma} u_{10} p_{\text{од}}^{\nu} dx, \quad (3.97)$$

откуда после интегрирования получаем

$$\int_0^{\lambda_{\text{нр}}} \frac{1 - 3\lambda^2}{1 - \nu\lambda^2} d\lambda = \frac{\delta u_{10} RT}{a_{\text{кр}} p_{\text{од}}^{1-\nu}} \frac{\Pi_{\Gamma} x_{\text{нр}}}{F}. \quad (3.98)$$

Определив из уравнения (3.98) значение $x_{\text{нр}}$ и подставив его в выражение (3.96), получим

$$\int_{\lambda_{\text{нр}}}^{\lambda} \frac{1 - 3\lambda^2}{[1 - k_{\lambda}(\lambda - \lambda_{\text{нр}})](1 - \nu\lambda^2)} d\lambda + \int_0^{\lambda_{\text{нр}}} \frac{1 - 3\lambda^2}{1 - \nu\lambda^2} d\lambda = \frac{\delta u_{10} \Pi_{\Gamma} RT}{Fa_{\text{кр}} p_{\text{од}}^{1-\nu}} x. \quad (3.99)$$

Левая часть равенства представляет собой функцию от λ , $\lambda_{\text{нр}}$, k_{λ} и ν . Аналитическое выражение этой функции можно получить путем интегрирования:

$$\begin{aligned} \Phi(\lambda, k_{\lambda}, \lambda_{\text{нр}}, \nu) = & \frac{3}{\nu} \lambda_{\text{нр}} - \frac{3 - \nu}{2\nu \sqrt{\nu}} \ln \frac{1/\sqrt{\nu} + \lambda_{\text{нр}}}{1/\sqrt{\nu} - \lambda_{\text{нр}}} + \\ & + \frac{3}{\nu k_{\lambda}} \ln [1 + k_{\lambda}(\lambda - \lambda_{\text{нр}})] + \frac{\nu - 3}{\nu^2} \frac{1}{k_{\lambda}^2/\nu - (1 - k_{\lambda}\lambda_{\text{нр}})^2} \times \\ & \times \left\{ k_{\lambda} \ln [1 + k_{\lambda}(\lambda - \lambda_{\text{нр}})] - \frac{k_{\lambda}}{2} \ln \frac{1 - \nu\lambda^2}{1 - \nu\lambda_{\text{нр}}^2} - \right. \\ & \left. - \frac{1 - k_{\lambda}\lambda_{\text{нр}}}{2} \sqrt{\nu} \ln \left(\frac{1/\sqrt{\nu} + \lambda}{1/\sqrt{\nu} - \lambda} \frac{1/\sqrt{\nu} - \lambda_{\text{нр}}}{1/\sqrt{\nu} + \lambda_{\text{нр}}} \right) \right\}. \quad (3.100) \end{aligned}$$

График функции $\Phi(\lambda, k_{\lambda}, \lambda_{\text{нр}}, \nu)$ для $\lambda_{\text{нр}} = 0,15$, $k_{\lambda} = 1,0 \div 5,0$, $\nu = 0,3 - 0,7$ приведен на рис. 3.9.

Заметим, что $\Pi_{\Gamma} x/F$ представляет не что иное, как критерий Ю. А. Победоносцева x .

Таким образом:

$$\Phi(\lambda, k_{\lambda}, \lambda_{\text{нр}}, \nu) = \frac{\delta u_{10} x}{p_{\text{од}}^{1-\nu}} \sqrt{\frac{k+1}{2gk}} RT_0 \quad (3.101)$$

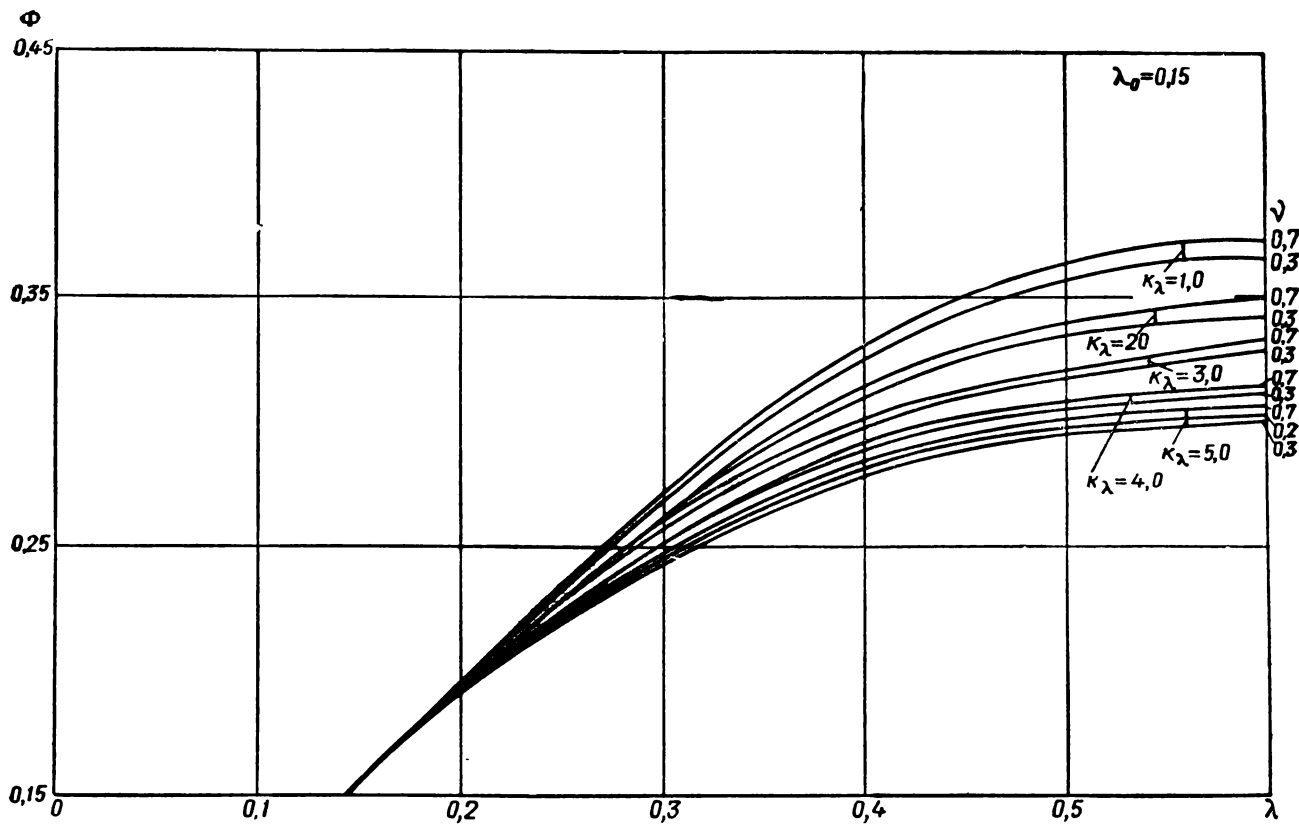


Рис. 3.9. Зависимость функции $\Phi(\lambda, \kappa_\lambda, \lambda_{пр}, \nu)$ от λ для $\kappa_\lambda = 1,0-5,0$, $\nu = 0,3-0,7$, $\lambda_{пр} = 0,15$

Определим полный перепад давления по газодинамическому тракту камеры от дна до критического сечения.

Для канала заряда

$$\Delta p_k = p_{од} - p_k = p_{од} [1 - r(\lambda_k)] \quad (3.102)$$

или, используя выражение (3.91), получим

$$\Delta p_k \approx p_{од} \lambda_k^2. \quad (3.103)$$

Перепад давления в предсопловом объеме может быть приближенно оценен на основании общих зависимостей гидравлики:

$$\Delta p_c = \xi \frac{\rho v^2}{2},$$

где ξ — коэффициент гидравлических потерь.

Рассмотрим случай многосоплового блока (рис. 3.10), когда основные потери давления обуславливаются ударом газовой струи, истекающей из канала, в сопловое днище. Согласно Идельчику [12] при выходе потока из труб и каналов на экран величина коэффициента гидравлических потерь определяется относительным расстоянием от выходного сечения трубы до экрана. Экспериментальные значения этого коэффициента приведены в табл. 3.5 [12].

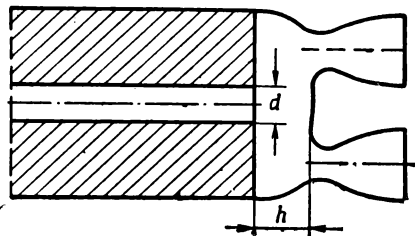


Рис. 3.10. Схема сопловой части двигателя

Таблица 3.5

h/d	0,5	0,6	0,7	1,0
ξ	1,37	1,20	1,11	1,00

Выражая плотность через статическое давление в выходном сечении канала, а скорость в этом сечении через $\lambda_k a_{кр}$, получим:

$$\Delta p_c = \frac{p_k}{gRT_k} \frac{2gk}{k+1} RT_0 \xi \frac{\lambda_k^2}{2} = \frac{k\xi}{k+1} p_k \lambda_k^2, \quad (3.104)$$

или

$$\Delta p_c = \frac{k\xi}{k+1} p_{од} r(\lambda_k) \lambda_k^2. \quad (3.105)$$

Полное давление в выходном сечении канала выразится как

$$p_{ок} = \frac{p_k}{\pi(\lambda_k)} = \frac{p_{од} r(\lambda_k)}{\pi(\lambda_k)}, \quad (3.106)$$

где

$$\pi(\lambda_k) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_k^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Коэффициент восстановления полного давления для канала составит

$$\sigma_k = \frac{p_{ок}}{p_{од}} = \frac{r(\lambda_k)}{\pi(\lambda_k)}. \quad (3.107)$$

Потери полного давления оказываются по величине существенно меньше перепада статических давлений Δp_k . Относительные величины этих характеристик, рассчитанные при $k=1,25$ для различных λ_k , приведены в табл. 3.6.

Таблица 3.6

λ_k	0,2	0,3	0,4	0,5
$\Delta p_k/p_{од}$	0,04	0,09	0,16	0,25
$1-\sigma_k$	0,025	0,045	0,072	0,105

Коэффициент восстановления полного давления для предсуплового объема равен

$$\sigma_c = \frac{p_{ок} - \Delta p_c}{p_{ок}} = 1 - \frac{\Delta p_c}{p_{ок}}, \quad (3.108)$$

или после подстановки выражения (3.105)

$$\sigma_c = 1 - \frac{k\xi}{k+1} \lambda_k^2 \pi(\lambda_k). \quad (3.109)$$

В инженерных расчетах в диапазоне $\lambda_k < 0,5$ с достаточной степенью точности можно принять

$$\xi \pi(\lambda_k) = 1.$$

Коэффициент восстановления полного давления для всего газодинамического тракта камеры

$$\sigma_{дв} = \sigma_k \sigma_c = \frac{r(\lambda_k)}{\pi(\lambda_k)} - \frac{k\xi}{k+1} \lambda_k^2 r(\lambda_k). \quad (3.110)$$

Этот коэффициент позволяет выразить полное давление газового потока на входе в сопло как

$$p_{ос} = \sigma_{дв} p_{од}, \quad (3.111)$$

отсюда

$$\frac{p_{од}}{p_{ос}} = \frac{1}{\sigma_{дв}} = \frac{\pi(\lambda_k)}{r(\lambda_k)} \frac{1}{1 - \frac{k\xi}{k+1} \lambda_k^2 \pi(\lambda_k)}. \quad (3.112)$$

Полученное выражение устанавливает связь между безразмерной скоростью в конце канала и отношением полных давлений у переднего дна двигателя и перед соплом.

Суммарный перепад статического давления для всего газодинамического тракта камеры

$$\sum \Delta p = \Delta p_k + \Delta p_c = p_{\text{од}} \lambda_k^2 \left[1 + \frac{k\xi}{k+1} r(\lambda_k) \right]. \quad (3.113)$$

Связь между безразмерной скоростью λ_k и отношением площади сечения канала к площади критического сечения сопла можно установить из уравнения сплошности для этих сечений:

$$p_{\text{ок}} F_k q(\lambda_k) = p_{\text{ок}} \sigma_c F_{\text{кр}} \varphi_c,$$

откуда

$$\frac{F_k}{F_{\text{кр}}} = \frac{\sigma_c \varphi_c}{q(\lambda_k)} = \frac{\varphi_c}{q(\lambda_k)} \left[1 - \frac{\xi k}{k+1} \lambda_k^{2\tau}(\lambda_k) \right]. \quad (3.114)$$

В табл. 3.7 приведены отношения $F_k/F_{\text{кр}}$, соответствующие различным значениям λ при $k=1,25$, $\xi=1$, $\varphi_c=1$.

Т а б л и ц а 3.7

λ_k	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$F_k/F_{\text{кр}}$	3,15	2,06	1,54	1,225	1,025

Если исходить из заданной геометрии двигателя, определив по отношению $F_k/F_{\text{кр}}$ величину λ_k , а затем по ней — значение функции $\Phi(\lambda, k, \lambda_0, \nu)$, можно по зависимости (3.101) рассчитать $p_{\text{од}}$:

$$p_{\text{од}} = \left[\frac{\delta u_{10x}}{\Phi(\lambda, k, \lambda_0, \nu)} \sqrt{\frac{k+1}{2gk} RT_0} \right]^{\frac{1}{1-\nu}} \quad (3.115)$$

На основе полученной зависимости можно также определить отношение максимального значения $p_{\text{од max}}$, соответствующего эрозионному пику давления, к среднему значению $p_{\text{од ср}}$, которое можно полагать связанным со средними за время горения заряда значениями x и $\Phi(\lambda)$:

$$\frac{p_{\text{од max}}}{p_{\text{од ср}}} = \left[\frac{x_{\text{max}} \Phi(\lambda_{\text{кр ср}})}{x_{\text{ср}} \Phi(\lambda_{\text{кр max}})} \right]^{\frac{1}{1-\nu}}$$

Величину $x_{\text{ср}} = \frac{x_{\text{max}} + x_{\text{min}}}{2}$ можно подставить в виде

$$x_{\text{ср}} = \frac{x_{\text{max}}}{2} \left(1 + \frac{F_{\text{кр min}}}{F_{\text{кр max}}} \right),$$

где $F_{к \min}$ — минимальное сечение канала, по которому рассчитывается χ_{\max} , соответствующее началу горения;

$F_{кам}$ — максимальное сечение канала в конце горения принимается равным площади камеры.

Значение функции $\Phi(\lambda_{к \text{ ср}})$ определяется по $\lambda_{к}$, вычисленному для отношения $F_{к \text{ ср}}/F_{кр}$, где $F_{к \text{ ср}} = \frac{F_{к \min} + F_{кам}}{2}$.

Поскольку

$$F_{к \min} = F_{кам} (1 - \epsilon),$$

то

$$\chi_{\text{ср}} = \chi_{\max} \left(1 - \frac{\epsilon}{2}\right)$$

и

$$F_{к \text{ ср}} = F_{кам} \left(1 - \frac{\epsilon}{2}\right).$$

Выведенные нами зависимости позволяют определять при заданной геометрии двигателя и заряда ($F_{к}$, $F_{кр}$, χ) газодинамические и баллистические параметры ($\rho_{од}$, $\lambda_{к}$, $\rho_{од}/\rho_{ос}$) и рассчитывать геометрию заряда и двигателя ($F_{к}$, $F_{кр}$, χ), обеспечивающую заданные значения $\rho_{од}$ и $\rho_{од}/\rho_{ос}$.

Для баллистического проектирования наибольший интерес представляет задача второго типа. Возможная схема решения состоит в следующем:

1. Задаемся рядом произвольных значений $\lambda_{к}$, для которых при заданных значениях K , ξ и $\rho_{ос}$ по формуле (3.112) определяется $\rho_{од}$.

2. При заданных характеристиках топлива ν , k_{λ} , λ_0 определяем функцию $\Phi(\lambda, k_{\lambda}, \lambda_0, \nu)$, а затем по формуле (3.101) рассчитываем значение χ .

Полученные значения χ и $\rho_{од}$ используем при расчете весовых характеристик ракеты.

Мы рассмотрели случай, когда сечение канала по длине заряда постоянно. Эрозионного горения топлива и связанного с ним взрыва давления можно избежать, если сделать сечение канала возрастающим по направлению к соплу. Однако это сопряжено с уменьшением плотности заряжания и с разносводностью по длине заряда. Более сложные условия течения возникают при использовании секционных зарядов, когда участки канала с малыми сечениями чередуются с зазорами между отдельными секциями. В межсекционных зазорах возникают дополнительные гидравлические потери, обусловленные вихреобразованием и внезапным сжатием струи при входе в канал следующей секции. Характер изменения давления вдоль канала секционного заряда представлен на графике (рис. 3.11), который рассчитан для РДТТ стартовой ступени ракеты «Титан» ЗС [15]. Значение параметра χ для этого двигателя, рассчитанное с учетом торцов, равно примерно 90.

Отношение средней площади канала к площади критического сечения сопла — примерно 1,3. Максимальный перепад полного давления по длине двигателя — 12%.

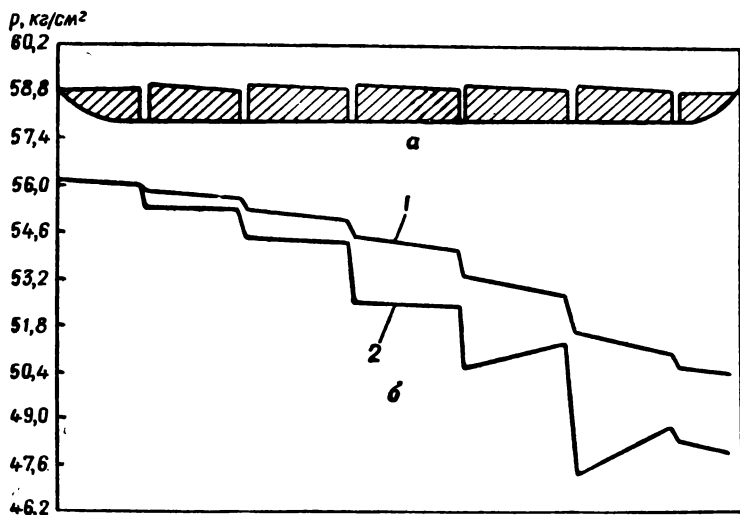


Рис. 3.11. Изменение давления вдоль секционного заряда: а — профиль заряда; б — график изменения давления; 1 — давление торможения; 2 — статическое давление

§ 3.9. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ РАБОЧЕГО ДАВЛЕНИЯ И ПАРАМЕТРА ЗАРЯЖАНИЯ

Рассмотрим основные последствия увеличения рабочего давления в РДТТ.

1. Увеличение единичного импульса. Как известно, единичный импульс для условий у поверхности Земли чувствителен к изменению давления при $p < 70 \text{ кг/см}^2$ и практически не зависит от давления при $p > 120\text{--}150 \text{ кг/см}^2$.

При расчетном истечении ($p_0 = p_{\text{н}}$) у поверхности Земли относительное изменение единичного импульса может быть в первом приближении представлено следующей таблицей [13].

Таблица 3.8

$p_0 \text{ кг/см}^2$	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
$\bar{I}_1 = \frac{I_1}{(I_1)_{70}}$	0,88	0,92	0,93	0,95	0,96	0,98	0,99	1,00	1,02	1,025

Очевидно, для повышения величины единичного импульса рабочее давление, как следует из таблицы, целесообразно увеличивать в пределах примерно до 70 кг/см^2 .

2. Увеличение скорости горения топлива.

Если тяговооруженность η задана, увеличение скорости горения топлива позволяет повысить толщину горящего свода, что согласно рассмотренным выше зависимостям приводит к увеличению плотности заряжания.

3. Увеличение веса конструкции двигателя.

Рост расчетного давления, обусловленный увеличением рабочего давления в двигателе, приводит к утолщению несущей стенки ракетной камеры. Это утолщение и связанное с ним утяжеление пропорционально расчетному давлению. С увеличением рабочего давления пропорционально $p^{0,8}$ возрастает коэффициент теплоотдачи от газов внутренней поверхности двигателя. Поскольку время горения заряда меняется пропорционально $1/p^v$, где, как правило, $v < 0,8$, в целом с увеличением давления общее количество тепла, передаваемого к поверхности ракетной камеры, увеличивается. Следовательно, с увеличением давления должен возрасти потребный вес теплозащитных покрытий двигателя.

Таким образом, влияние изменения рабочего давления проявляется в направлениях, противоположных по своим результатам. Это и обуславливает существование оптимального значения рабочего давления, при котором легкость конструкции двигателя сочетается с высоким значением единичного импульса и большой плотностью заряжания, что обеспечивает минимальный стартовый вес ракеты на заданную дальность.

Выбор оптимальное давление можно только применительно к конкретной схеме двигательной установки с заданными для нее характеристиками топлива, материалов и другими проектными параметрами. При выборе p_0 , рассматривая совместное влияние давления на величину единичного импульса и на вес конструкции двигателя, можно руководствоваться зависимостями, изложенными в § 3.4.

Выбор оптимального значения параметра заряжания связан с выбором рабочего давления в двигателе. С ростом x уменьшается площадь свободного сечения камеры. С одной стороны, это приводит к росту плотности заряжания, т. е. к уменьшению весового коэффициента двигателя α . С другой стороны, при этом усиливается эрозионный эффект горения топлива и увеличивается перепад давлений по длине заряда и в предсопловом объеме. Поскольку при определении толщины несущей оболочки двигателя расчетное давление приходится назначать исходя из наибольшего давления у переднего днища, увеличение x должно привести к увеличению веса конструкции двигателя. Отсюда в каждом отдельном случае можно определить оптимальное значение x , обеспечивающее достаточно большую плотность заряжания при наименьшем увеличении расчетного давления и связанное с опреде-

ленным рабочим (среднеиндикаторным) давлением в двигателе. В результате анализа находим оптимальную комбинацию p , x , дающую возможность получить наименьший вес изделия.

§ 3.10. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ РАСШИРЕНИЯ СОПЛА

Максимальной величины единичный импульс двигателя достигает при расчетном режиме истечения, когда газы в сопле расширяются до давления окружающей среды. Однако с изменением высоты полета ракеты атмосферное давление меняется и режим истечения газа из сопла значительно отклоняется от расчетного.

Если сопло работает в расчетном режиме у поверхности Земли, то при подъеме ракеты оно будет работать в режиме недорасширения, и, наоборот, если сопло двигателя рассчитано на большие высоты, то на малых высотах оно будет работать в режиме перерасширения со значительными потерями единичного импульса.

Рассмотрим вначале вопрос об оптимальной степени расширения сопла, не касаясь влияния этого фактора на вес двигательной установки. При заданных значениях μ_k , η и P_0 условие максимума скорости ракеты при изменяемом расширении сопла запишется как

$$\frac{dv_k}{d\lambda_a} = \frac{dI_{10}}{d\lambda_a} g\omega + \frac{d\omega}{d\lambda_a} gI_{10} = 0. \quad (3.116)$$

Здесь в качестве характеристики расширения сопла принята безразмерная скорость газового потока в выходном сечении сопла — λ_a .

Аналитическое решение уравнения (3.116) невозможно ввиду трансцендентности зависимости ω от λ_a , поскольку λ_a через величину I_{10} входит в функции $\Phi_1(\mu_k, I_{10})$ и $\Phi_2(\mu_k, I_{10}, \eta)$. Задаваясь произвольными значениями λ_a , можно рассчитать для них значения I_{10} и ω , затем, построив график $v = gI_{10}\omega$, определить максимум. В табл. 3.9 даны результаты такого расчета, проведенного нами для $\mu_k = 0,6$, $P_0 = 8000 \text{ кг/м}^2$, $p_0 = 40 \text{ кг/см}^2$ и для значения единичного импульса при $p_a = p_n = 1 \text{ кг/см}^2$, $I_{10} = 235 \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{кг}}$.

Максимум скорости обеспечивается при $\lambda_a = 2,3$.

Таблица 3.9

λ_a	2,17	2,3	2,5	2,6
I_{10} , сек	235	229,6	170,7	46,7
ω	0,810	0,8909	1,0723	3,187
v_k , м/сек	1863	2007	1796	1459
p_a , кг/см ²	0,985	0,475	0,106	0,038

Значения I_{10} и p_a рассчитаны без учета отрыва пограничного слоя от стенки сопла. Чтобы определить точку отрыва, часто используется упрощенный критерий, предложенный Саммерфилдом. По Саммерфилду для конических сопел с углом полураствора примерно 15° при $p_0/p_n > 16$ опасность отрыва возникает при расчетном значении $p_a/p_n < 0,4$. По данным, полученным для больших ракетных сопел, отрыв наступает при p_a/p_n , равном примерно 0,296 [3]. Следовательно, определенная нами точка максимума лежит над точкой возможного отрыва пограничного слоя, и, следовательно, проведенные расчеты сохраняют свою силу для области $\lambda_a < 2,37$ (соответствующее $p_a/p_n \approx 0,3$).

При выборе оптимальной степени расширения сопла необходимо также учитывать утяжеление конструкции двигателя с увеличением отношения $F_a/F_{кр}$ *. Вследствие этого действительный оптимум λ_a сместится влево, в сторону меньшего расширения, по отношению к тому значению, которое было определено на основании максимума скорости без учета изменения веса. Выбор высоты сопла в значительной степени зависит от давления в двигателе, от относительного запаса топлива и тяговооруженности. С увеличением относительного запаса топлива и с уменьшением тяговооруженности, когда протяженность активного участка траектории возрастает, оптимум смещается в сторону больших расширений.

Для двигателя первой ступени ракеты «Минитмэн» отношение $F_a/F_{кр}$ составляет примерно 8 [14].

В последнее время в ракетной технике за рубежом получает распространение сопло с центральным телом, у которого на сверхзвуковом участке течения происходит внешнее расширение потока до давления, равного давлению окружающей среды. Свободная поверхность газовой струи, обтекающей центральное тело, во время изменения высоты полета непрерывно приспосабливается к окружающим условиям. Таким образом, сопло с центральным телом можно рассматривать как авторегулируемое устройство, обеспечивающее расчетное истечение на выходе из сопла.

При отношении давлений p_0/p_n ниже расчетного, т. е. того, при котором крайняя характеристика расширяющегося потока проходит через носок центрального тела, для сопла с центральным телом обеспечиваются более высокие значения единичного импульса, чем для сопла с внутренним расширением, работающим в режиме перерасширения.

Кроме того, применение сопла с центральным телом позволяет сократить общую длину ракетного двигателя. Следует, однако, заметить, что использование сопла с центральным телом в РДТТ связано с некоторыми трудностями, и в первую очередь с проблемой эрозионной стойкости материала в области критического сечения.

* См. § 3.3.

§ 3.11. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАКЕТЫ

Задачей баллистического проектирования является отыскание основных характеристик оптимального конструктивного варианта с заданной полезной нагрузкой, обеспечивающего заданную дальность стрельбы при минимальном стартовом весе. В ходе баллистического проектирования должны быть установлены значения проектных параметров, гарантирующие оптимальное решение задачи. В предыдущих параграфах рассматривался подход к определению оптимального значения каждого из проектных параметров при условии, что значения остальных параметров являются фиксированными. В действительности для решения задачи необходимо рассмотреть множество вариантов с различными сочетаниями η_0 , Π_0 , ρ_0 , λ_a и выбрать тот, для которого стартовый вес получается наименьшим. Зачастую выбор оптимальных значений проектных параметров ограничивается реальными возможностями РДТТ и дополнительными требованиями к образцу. Так, например, оптимальная тяговооруженность при приемлемом уровне давления в двигателе становится невозможной из-за отсутствия топлив с необходимой для этого скоростью горения. Выбор поперечной нагрузки зачастую лимитируется допускаемой по условиям эксплуатации длиной образца.

Выпишем полученные нами зависимости, предназначенные для расчета основных характеристик ракеты при заданных значениях проектных параметров:

$$Q_0 = \frac{q'_{\text{пн}}}{1 - (1 + \alpha) \mu_k - k}; \quad (3.12)$$

$$\alpha = \frac{k_{\text{дк}}}{\mu_k \Pi_0} + 4 \gamma_{\text{пр}} k_L \bar{\Delta}_k \frac{1}{\delta \varphi - \frac{\eta_0 \Pi_0}{\kappa I_{10} \mu_{\text{ср}}}} + I_{1 \text{ ср}} \left(k_c + \frac{k_{\text{дн}}}{\eta \Pi_0} \right). \quad (3.42)$$

Зависимость (3.42) позволяет при заданных значениях μ_k , Π_0 , I_{10} , $I_{1 \text{ ср}}$, при принятых характеристиках топлива и материалов конструкции определить весовой коэффициент двигателя, а затем, используя его, рассчитать по формуле (3.12) стартовый вес ракеты.

Площадь мидела ракеты определяем так:

$$S_{\text{м}} = \frac{\pi D_{\text{н}}^2}{4} = \frac{Q_0}{\Pi_0};$$

вес топлива

$$\omega = k_{\omega} \mu_k Q_0;$$

длина заряда

$$L = \frac{1}{\frac{\delta}{\Pi_0 \mu_k} - \frac{\eta}{\kappa I_{10} \mu_{\text{ср}}}}.$$

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ III

1. Э. А. Бонни, М. Дж. Зукроу, К. У. Бессерер. Основы проектирования управляемых снарядов. Аэродинамика. Реактивные двигатели. Практика конструирования и расчета. Физматгиз, 1960.
 2. Г. Н. Абрамович. Прикладная газовая динамика. Гостеортехиздат, 1953.
 3. М. Баррер, А. Жомотт, Б. Ф. Вебек, Ж. Ванденкеркхове. Ракетные двигатели. Оборонгиз, 1962.
 4. J. R. Cameron. «Programmes on rocket propulsion at card». Canadian Aeronautics and Space Journal 1963 vol 9. № 1.
 5. У. Максвелл, Г. Юнг. Большие ракетные двигатели на твердом топливе. «Вопросы ракетной техники», № 1, 1962.
 6. Дж. Е. Даннинг. Оптимальные размеры ракетного двигателя. «Вопросы ракетной техники», № 1, 1962.
 7. В. Д. Куров, Ю. М. Должанский. Основы проектирования пороховых ракетных снарядов. Оборонгиз, 1961.
 8. Б. В. Орлов, Г. Ю. Мазинг. Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе. Оборонгиз, 1964.
 9. Р. Н. Уимпресс. Внутренняя баллистика пороховых ракет. Изд. иностр. лит., 1952.
 10. В. Бёдевадт. Наиболее выгодные формы заряда твердого топлива. «Вопросы ракетной техники», № 6, 1959.
 11. Ч. Е. Бартли, М. М. Миллс. Ракетные двигатели твердого топлива (РДТТ) «Реактивные двигатели». Сб. переводов под ред. Н. Г. Дубровского. Воениздат, 1962.
 12. И. Е. Идельчик. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. Госэнергоиздат, 1960.
 13. К. У. Бессерер. Инженерный справочник по управляемым снарядам, Воениздат, 1962.
 14. Межконтинентальный баллистический снаряд «Минитмэн» фирмы «Боинг». «Вопросы ракетной техники», № 6, 1963.
 15. Разработка крупных РДТТ в США (обзор). «Вопросы ракетной техники», № 3, 1966.
 16. Разработка в США ракеты-носителя «Титан-3» (обзор). «Вопросы ракетной техники», № 11, 1964.
 17. Ч. Хитч и Р. Маккин. Военная экономика в ядерный век. 1964 г.
 18. Шапиро Я. М., Мазинг Г. Ю., Прудников Н. Е. Теория ракетного двигателя на твердом топливе. Воениздат, 1966.
-

ГЛАВА IV

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ РДТТ

§ 4.1. РАБОЧИЕ НАГРУЗКИ, РАСЧЕТНЫЕ СЛУЧАИ И ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ ДВИГАТЕЛЕЙ

Одной из основных задач проектирования ракет на твердом топливе является определение прочности элементов ракеты.

При расчете на прочность ракеты на твердом топливе необходимо учитывать все возможные случаи нагружения (при транспортировке, обслуживании, хранении, старте, полете) как конструкции в целом, так и отдельных ее узлов.

Наиболее существенными рабочими нагрузками, действующими на ракету в процессе транспортировки и хранения, являются весовые статические нагрузки, вибрации и перегрузки в различных условиях эксплуатации. Условия транспортировки и хранения зависят от типа ракеты, ее габаритов и характера использования. Например, для авиационных ракет одним из расчетных случаев является подвеска ракеты к самолету-носителю, а при хранении ракет на корабле режимы нагружения будут определяться в основном вибрациями [1].

Для ракет, старт которых производится со стационарных установок, в расчете на прочность учитываются перегрузки, которые испытывает ракета при подаче и перемещении стартового устройства. Если ракета должна длительное время находиться на стартовом столе и имеет крупногабаритный двигатель с зарядом твердого топлива, то рабочими нагрузками будут являться нагрузки от веса и внешние нагрузки. Особое место в этом случае будет занимать расчет упруго-пластических деформаций в заряде (§ 5.8).

В момент самого старта при расчете на прочность учитываются вибрации, характер нарастания давления в ракетной камере, а также инерционные нагрузки при разгоне ракеты, которые зависят от веса и характера движения ракеты вдоль стартового устройства.

В полете основными рабочими нагрузками являются — избыточное давление в ракетной камере; инерционные нагрузки на элементы конструкции; аэродинамические силы и моменты, распределенные по несущим поверхностям и по корпусу, а также эффекты

аэроупругости (флаттер); нагрузки от органов управления в виде реакций, возникающих в местах крепления передающих механизмов к корпусу, а также динамические нагрузки, передающиеся стопорным механизмам при перекладке рулей; нагрузки при отделении стартовых двигателей, разделении ступеней, отсечки тяги и торможении баллистической боевой головки в плотных слоях атмосферы.

Режим работы РДТТ, внешние условия при эксплуатации, старте и боевом применении для каждого типа ракет различны. Поэтому установление расчетных случаев производится в соответствии с конкретными условиями для определенной конструкции ракеты.

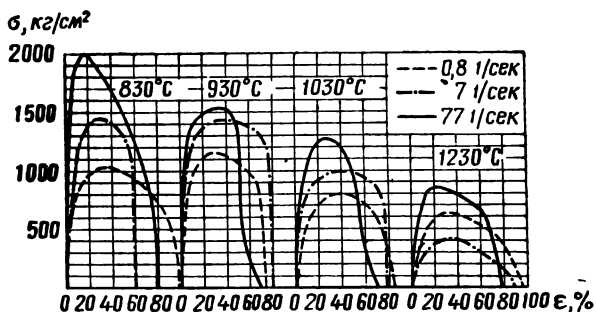


Рис. 4.1. Влияние температуры и скорости деформации на механические характеристики материалов [$\sigma = f(\epsilon)$]

Методы и приемы расчета ракет на прочность от действия перечисленных выше статических и динамических нагрузок рассматриваются в специальной литературе.

Во время работы двигателя на твердом топливе стенки ракетной камеры испытывают со стороны газов температурное воздействие. Температура газов в камере достигает 3000—3500° С. Чтобы создать эффективную конструкцию управляемой ракеты на твердом топливе, необходима надежная теплоизоляция стенки корпуса. Теплоизоляция позволяет снизить температуру поверхности стенки двигателя до 300—800° С. Материал корпуса ракеты при этих температурах сохраняет достаточно высокие механические свойства.

Расчеты элементов ракетного двигателя твердого топлива на прочность при высоком температурном воздействии связаны с большими трудностями. Это объясняется тем, что, кроме самого факта возникновения температурных напряжений, обусловленных неравномерностью поля, необходимо учитывать изменение механических характеристик материала. С повышением температуры предел текучести материала вначале иногда несколько повы-

шается, затем понижается, еще быстрее понижается предел прочности.

Очень короткий промежуток времени работы двигателя (максимально около двух минут) и связанные с ним условия почти мгновенного приложения рабочих нагрузок требуют учета не только влияния высоких температур, но и повышенных скоростей деформации материалов [2].

На рис. 4.1 показано влияние температуры и скорости деформации на растяжение отпущенной малоуглеродистой стали, имеющей при комнатной температуре $\sigma_B = 6240 \text{ кг/см}^2$ и $\delta = 28,4\%$ [3], по данным опытов ИНОУЭ (Япония).

Диаграммы растяжения (рис. 4.2), полученные при различных фиксированных скоростях деформации, показывают, что участки упругих деформаций совпадают, а криволинейный участок, изображающий пластическую область деформаций, тем выше, чем больше скорость деформации.

Необходимо также учесть, что в процессе изготовления, технологического контроля и рабочего режима элементы конструкции РДТТ подвергаются многократному воздействию силовых и температурных нагрузок. Вторичное нагружение элементов двигателя, работающих в упругопластической области, влияет на механические свойства материала.

Следует заметить, что предварительная пластическая деформация одного знака ухудшает сопротивляемость материала в отношении последующей пластической деформации другого знака. Это явление определяется эффектом Баушингера.

В связи с тем, что в элементах РДТТ возникают напряжения, заметно превышающие предел упругости, расчеты на прочность должны проводиться в пластической области.

При расчете конструкций, работающих в условиях сложного напряженного состояния, необходимо знать функциональную зависимость интенсивности напряженного состояния σ_i от интенсивности деформированного состояния ε_i . Многочисленные опыты показывают, что любое сложное объемное напряженное состояние независимо от того, находится ли рассматриваемая область в состоянии упругих или пластических деформаций, может быть сведено к простому растяжению стержня [4]. Чтобы по величине одного из параметров, например по величине σ_i , определить величину ε_i можно пользоваться обычными диаграммами растяжения $\sigma \approx \varepsilon$.

В связи с тем, что все рассмотренные выше особенности важны при назначении допускаемых напряжений, те из них (как, напри-

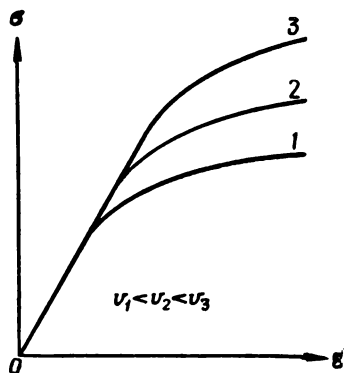


Рис. 4.2. Диаграмма растяжения, полученная при различных фиксированных скоростях деформации

мер, влияние скорости деформации, эффект Баушингера и др.), влияние которых аналитически нельзя определить при расчетах на прочность, должны быть учтены при определении величины запаса прочности.

Основной несущей частью РДТТ является ракетная камера, находящаяся под воздействием избыточного давления газов. Однако расчет на прочность корпуса РДТТ надо вести не по величине избыточного давления, а на расчетное давление ($p_{расч}$).

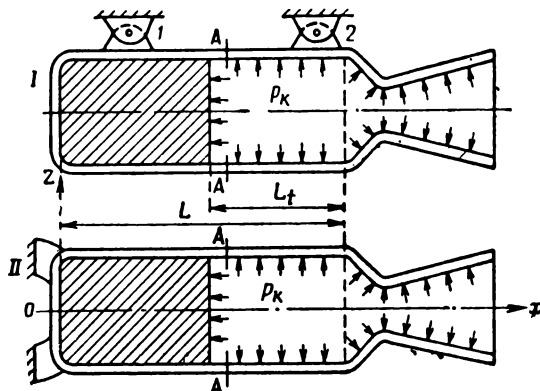


Рис. 4.3. Схема крепления РДТТ к корпусу ракеты:

I — узлы крепления установлены на цилиндрической части ракетной камеры; *II* — узлы крепления установлены на переднем днище ракетной камеры

Величина расчетного давления определяется по формуле

$$p_{расч} = k_1 k_2 p_{max},$$

где k_1 — коэффициент, учитывающий допуск на разброс максимального давления для твердого топлива различных партий;

k_2 — коэффициент, учитывающий выброс давления при воспламенении заряда;

p_{max} — максимальное давление при наибольшей начальной положительной температуре, заданной для двигателя.

В поверочном расчете, оценивая истинное напряженное состояние конструкции, определяют коэффициент запаса прочности.

Величины нагрузок, воспринимаемых корпусом двигателя, зависят от места расположения узлов, передающих силу тяги ракете. Рассмотрим два наиболее распространенных способа крепления РДТТ к ракете (рис. 4.3).

В первом случае узлы крепления (кронштейны) устанавливаются вдоль образующей корпуса камеры сгорания в сечениях у переднего днища и у соплового блока. Иногда узлы крепления устанавливают в трех или даже в четырех сечениях.

Такой способ крепления используется на двигателе «Эроджет» (рис. 4.4).

Во втором случае (рис. 4.3) узлы крепления устанавливаются на переднем днище камеры сгорания [2].

Определим осевые усилия, которые будут действовать во время работы двигателя в сечении AA корпуса камеры сгорания, в которой заряд плотно скреплен со стенкой.

Первый способ крепления двигателя.

Принимаем следующие допущения:

1. Сечение AA находится от узлов крепления 1 и 2 на расстоянии, большем, чем зона распространения местного изгиба (краевого эффекта).

2. Пренебрегаем действием изгибающего момента, являющегося следствием реакций в опорах.

Сделанные допущения позволяют для упрощения задачи условно заменить действие реакции в опорах действием равномерно распределенных нагрузок q_1 (рис. 4.5) и q_2 , направленных вдоль обра-

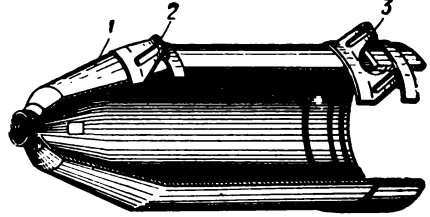


Рис. 4.4. Корпус двигателя с узлами крепления, установленными на цилиндрической части ракетной камеры:

1 — ракетная камера; 2 — кронштейны переднего крепления; 3 — кронштейны заднего крепления

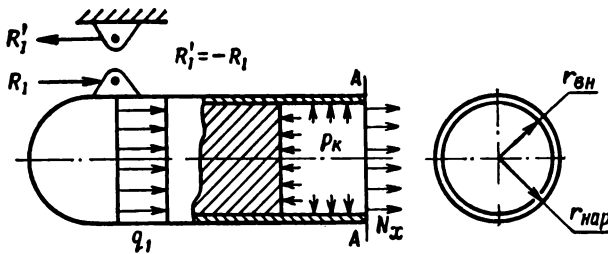


Рис. 4.5. Расчетная схема для определения реакции в узлах крепления

зующих наружной поверхности корпуса камеры сгорания. Эти нагрузки приложены к окружностям, лежащим в плоскостях, проходящих соответственно через оси узлов крепления 1 и 2 и перпендикулярных к оси двигателя. Действительно, при такой замене в сечении AA не будут возникать изгибающие моменты.

Если реакции в опорах обозначить через R_I и R_{II} для опор 1 и 2 соответственно, тогда можно было бы написать:

$$R_I = 2\pi r_{\text{нар}} q_1 \text{ и } R_{II} = 2\pi r_{\text{нар}} q_2.$$

Реакции в опорах 1 и 2 можно в первом приближении считать равными между собой, тогда:

$$R_I = R_{II}; \quad q_1 = q_2 = \frac{P - (Q_{к. д.} + \omega_t) \cdot n}{4\pi r_n}, \quad (4.1)$$

где P — тяга двигателя;

$R_I = R_{II}$ — реакции в опорах 1 и 2 соответственно;

$Q_{к. д.}$ — вес двигателя без топлива;

ω_t — вес топлива в момент времени t после запуска ракеты;

n — коэффициент перегрузки;

r_n — наружный радиус корпуса камеры сгорания.

$$\omega_t = \omega - G \cdot t \dots, \quad (4.2)$$

где ω — вес топлива при $t = 0$;

G — расход продуктов сгорания в единицу времени.

Напишем уравнение равновесия для части ракетной камеры, расположенной слева от сечения AA (рис. 4.3 и 4.5):

$$p_k \pi r_{вн}^2 = \frac{P - (Q_{к. д.} + \omega_t) n}{2} + N_x^I \cdot 2\pi r_{ср}, \quad (4.3)$$

откуда

$$N_x^I = \frac{2p_k \pi r_{вн}^2 - P + (Q_{к. д.} + \omega_t) n}{4\pi r_{ср}}, \quad (4.4)$$

где $r_{ср} = \frac{r_{вн} + r_n}{2}$;

$r_{вн}$ — внутренний радиус корпуса камеры сгорания;

p_k — давление в камере сгорания;

N_x^I — удельное меридиональное усилие [2].

Второй способ крепления. В этом случае тяга передается через узлы крепления, расположенные на переднем днище [2]. Аналогично первому способу напишем уравнение равновесия для левой части камеры сгорания:

$$p_k \pi r_{вн}^2 = P - (Q_{к. д.} + \omega_t) n + N_x^{II} 2\pi r_{ср}, \quad (4.5)$$

откуда

$$N_x^{II} = \frac{p_k \pi r_{вн}^2 - P + (Q_{к. д.} + \omega_t) n}{2\pi r_{ср}}. \quad (4.6)$$

Для большинства конструкций ракетных двигателей на твердом топливе применяется второй способ крепления.

§ 4.2. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ КОРПУСА ДВИГАТЕЛЯ

Ракетная камера представляет собой цилиндрическую тонкостенную оболочку, внутри которой содержится горячий газ с повышенным давлением. Для расчета на прочность следует различать

длинные и короткие цилиндрические оболочки. Камеру сгорания РДТТ можно отнести к классу длинных цилиндрических оболочек. Оболочку можно считать длинной, если удовлетворяется неравенство [5]:

$$L \geq 2,4 \sqrt{R\delta}, \quad (4.7)$$

где L — длина оболочки;
 R — внутренний радиус;
 δ — толщина стенки.

В качестве примера, подтверждающего справедливость неравенства (4.7) для корпусов ракетных двигателей, воспользуемся результатами расчета оптимального варианта РДТТ с давлением в камере 120 кг/см^2 , приведенными в работе [6]. Двигатели с таким давлением должны иметь следующие оптимальные геометрические размеры: длина камеры сгорания 133 см ; внутренний радиус $\approx 12,0 \text{ см}$.

Корпус ракетной камеры такого двигателя, изготовленный из стали с допустимым напряжением $\sigma = 7500 \text{ кг/см}^2$, имеет толщину стенки около 2 мм . Отсюда по условию (4.7) имеем

$$133 > 2,4 \sqrt{12 \cdot 0,2} = 3,84.$$

Получив подтверждение о том, что корпуса РДТТ относятся к типу длинных оболочек, можно при расчете корпуса на прочность пренебречь влиянием нагрузок, приложенных к одному краю, на напряженное состояние возле другого края [5].

Поскольку относительная толщина стенок камеры сгорания мала, например, для рассмотренного выше случая равна $\frac{0,2}{12} \approx 0,01$, требуемая точность расчета позволяет считать модуль упругости, если материал корпуса находится в зоне упругих деформаций, и коэффициент линейного расширения материала оболочки постоянными величинами, равными их средней величине в интервале температур наружной и внутренней поверхностей оболочки.

Далее можно принять, что температура по толщине стенки изменится по линейному закону от значения T_v на внутренней поверхности оболочки до значения T_n — на наружной.

Для такой неравномерно нагретой по толщине тонкостенной оболочки, находящейся под действием давления p и осевой силы N_x , перемещение точек срединной поверхности (W_x) будет характеризоваться следующим дифференциальным уравнением [4]:

$$D \frac{d^4 W}{dx^4} + \frac{E_{cp} \delta}{R^2} W = -p + \mu \frac{N_x}{R} - \frac{\alpha_{cp} E_{cp} \delta}{R} T_0 + \frac{D(1 + \mu) \alpha_{cp}}{\delta} \cdot \frac{d^2(\Delta T)}{dx^2}, \quad (4.8)$$

где $D = \frac{E_{cp} \delta^3}{12(1 - \mu^2)}$ — цилиндрическая жесткость, кгсм ;

$E_{\text{ср}}$ — модуль упругости материала на срединной поверхности, $\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$;
 μ — коэффициент Пуассона;
 p — внутреннее давление, $\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$;
 R — радиус срединной поверхности, см ;
 α — коэффициент линейного расширения, $\frac{1}{^\circ\text{C}}$;

$T_0 = \frac{T_{\text{н}} + T_{\text{в}}}{2}$ — температура срединной поверхности оболочки в градусах;

$\Delta T = T_{\text{н}} - T_{\text{в}}$ — разность температур наружной и внутренней поверхностей оболочки в градусах.

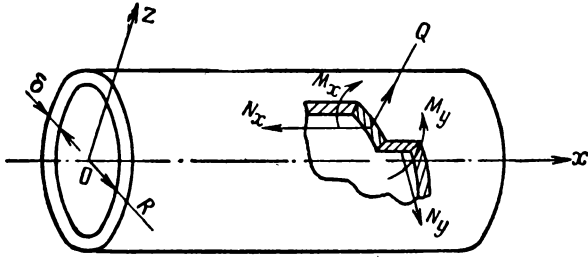


Рис. 4.6. Силы и моменты в сечениях неравномерно нагретой цилиндрической оболочки, находящейся под действием внутреннего давления

В общем случае T_0 и ΔT переменны по длине оболочки. В поперечном сечении оболочки (рис. 4.6) (сечении, перпендикулярном к оси) на единицу длины действуют [4]:

перерезывающая сила в кг/см

$$Q = -D \left[\frac{d^3 W}{dx^3} - \frac{1 + \mu}{\delta} \alpha_{\text{ср}} \frac{d}{dx} (\Delta T) \right] = \frac{dM_x}{dx}; \quad (4.9)$$

изгибающий момент в кгсм/см

$$M_x = -D \left[\frac{d^2 W}{dx^2} - (1 + \mu) \alpha_{\text{ср}} \frac{\Delta T}{\delta} \right]. \quad (4.10)$$

В продольном сечении (в сечении, проходящем через ось) на единицу длины действуют [4]:

растягивающая сила в кг/см

$$N_y = \mu N_x - \frac{E_{\text{ср}} \delta W}{R} - \alpha_{\text{ср}} E_{\text{ср}} \delta T_0; \quad (4.11)$$

изгибающий момент в кгсм/см

$$M_y = -D \left[\mu \frac{d^2 W}{dx^2} - (1 + \mu) \alpha_{\text{ср}} \frac{\Delta T}{\delta} \right]. \quad (4.12)$$

Зная внутренние силовые факторы Q , M_x , M_y , N_y , можно подсчитать возникающие в корпусе камеры сгорания напряжения. В произвольном слое стенки камеры сгорания, отстоящем на расстоянии z от срединной поверхности, возникают касательные и нормальные напряжения. Касательные напряжения возникают под действием перерезывающей силы Q и для их распределения по толщине оболочки δ можно принять параболический закон [4, 5]:

$$\tau = \frac{Q}{\delta} \left(\frac{3}{2} - \frac{6z^2}{\delta^2} \right). \quad (4.13)$$

Вообще касательные напряжения в сечении оболочки обычно небольшие и ими можно пренебречь.

Нормальные напряжения, вызываемые действием продольных усилий и изгибающих моментов, значительно больше касательных напряжений и для произвольного слоя оболочки их можно подсчитать по формулам [4]:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{\delta} - \frac{12M_x}{\delta^3} z; \quad \sigma_y = \frac{N_y}{\delta} - \frac{12M_y}{\delta^3} z. \quad (4.14)$$

Значение N_x при двух способах стыковки двигателя с ракетой можно определить по формулам (4.4) и (4.6).

Величина максимального касательного напряжения, как правило, значительно меньше максимального нормального напряжения. Поэтому наиболее напряженными точками всегда будут наружные или внутренние точки стенки, в которых нормальные напряжения подсчитываются по формулам [4]:

$$(\sigma_x)_{\max} = \frac{N_x}{\delta} \pm \frac{6M_x}{\delta^2}; \quad (\sigma_y)_{\max} = \frac{N_y}{\delta} \pm \frac{6M_y}{\delta^2} \quad (4.15)$$

Таким образом видно, что для определения общей несущей способности корпуса камеры сгорания необходимо отыскать функцию $W(x)$. В работе [4] приводится приближенное решение уравнения (4.8), общим интегралом которого будет выражение вида

$$W(x) = e^{-kx} (c_1 \cdot \sin kx + c_2 \cdot \cos kx) - \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) - R\alpha_{cp}T_0, \quad (4.16)$$

где $k = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{\delta^2 R^2}}$ — параметр, зависящий от размеров оболочки.

Последние два члена функции $W(x)$ представляют собой частное решение уравнения (4.8). Так, например, при постоянном по длине внутреннем давлении p и при отсутствии температурных напряжений это частное решение имеет вид [5]

$$W_1(x) = \frac{pR^2}{E_{cp}\delta}. \quad (4.18)$$

Значения коэффициентов c_1 и c_2 находятся из граничных условий. При $x = 0$

$$\left. \begin{aligned} W(0) &= -R\alpha_{cp}T_0, \\ W'(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

Подставив значение $W(0)$ в уравнение (4.16), получим

$$c_2 = \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) \quad (4.20)$$

Если продифференцировать уравнение (4.16) по x и подставить значение $W'(0)$ из системы (4.19), получим

$$c_1 = c_2 = \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) \quad (4.21)$$

Теперь, подставив значения c_1 и c_2 соответственно из выражений (4.20) и (4.21) в равенство (4.16), получим решение дифференциального уравнения (4.8):

$$W(x) = \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) [e^{-kx} (\cos kx + \sin kx) - 1] - R\alpha_{cp}T_0. \quad (4.22)$$

Для определения внутренних силовых факторов $Q(x)$, $M_x(x)$, $N_y(x)$ и $M_y(x)$ найдем 1, 2 и 3-ю производные функции $W(x)$:

$$\begin{aligned} W'(x) &= \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) [e^{-kx} \cdot k (-\sin kx + \cos kx - \\ &- \cos kx - \sin kx)] = -2k \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) e^{-kx} \cdot \sin kx; \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} W''(x) &= -2k \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) [e^{-kx} k \cos kx - k e^{-kx} \sin kx] = \\ &= -2k^2 \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) (\cos kx - \sin kx) e^{-kx}; \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} W'''(x) &= -2k^2 \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) [e^{-kx} (\cos kx - \sin kx) + \\ &+ k e^{-kx} (-\sin kx - \cos kx)] = \\ &= -4k^3 \frac{pR^2}{E_{cp}\delta} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) e^{-kx} \cdot \cos kx. \end{aligned} \quad (4.25)$$

После подстановки полученных значений $W(x)$, $W'(x)$, $W''(x)$ и $W'''(x)$ из уравнений (4.22), (4.23), (4.24) и (4.25) соответственно в уравнения (4.9), (4.10), (4.11) и (4.12) и несложных преобразований получим:

$$Q(x) = -\frac{p}{k} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) e^{-kx} \cos kx; \quad (4.26)$$

$$M(x) = \frac{p}{2k^2} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) e^{-kx} (\cos kx - \sin kx) + \frac{E_{cp}\alpha_{cp} \cdot \Delta T \delta^2}{12(1-\mu)}; \quad (4.27)$$

$$N_y = \mu N_x - pR \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR}\right) [e^{-kx} (\cos kx + \sin kx)]; \quad (4.28)$$

$$M_y = \frac{p}{2k^2} \mu \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR}\right) e^{-kx} (\cos kx - \sin kx) + \frac{E_{\text{ср}} \alpha_{\text{ср}} \Delta T \delta^2}{12(1-\mu)}. \quad (4.29)$$

Теперь определим расчетные формулы для вычисления внутренних силовых факторов для двух характерных сечений.

1. Рассмотрим сечение камеры сгорания, расположенное около переднего днища или около соплового блока (у входа в сопло). Начало координат расположено в указанном выше сечении, т. е. $x = 0$, тогда:

$$\left. \begin{aligned} Q(0) &= -\frac{p}{k} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR}\right); \\ M_x(0) &= \frac{p}{2k^2} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR}\right) + \frac{E_{\text{ср}} \alpha_{\text{ср}} \Delta T \delta^2}{12(1-\mu)}; \\ N_y(0) &= \mu N_x; \\ M_y(0) &= \frac{p}{2k^2} \mu \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR}\right) + \frac{E_{\text{ср}} \alpha_{\text{ср}} \Delta T \delta^2}{12(1-\mu)}. \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

2. Для сечения, расположенного в средней (по длине) части камеры сгорания, т. е. при $x = \frac{Lk}{2}$, в принятой в первом случае системе координат будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} Q\left(\frac{Lk}{2}\right) &= -\frac{p}{k} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR}\right) e^{-k \frac{Lk}{2}} \cdot \cos k \frac{Lk}{2}; \\ M_x\left(\frac{Lk}{2}\right) &= \frac{p}{2k^2} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR}\right) e^{-k \frac{Lk}{2}} \left(\cos k \frac{Lk}{2} - \sin k \frac{Lk}{2}\right) + \\ &\quad + \frac{E_{\text{ср}} \alpha_{\text{ср}} \Delta T \delta^2}{12(1-\mu)}; \\ N_y\left(\frac{Lk}{2}\right) &= \mu N_x - pR \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR}\right) \left[e^{-k \frac{Lk}{2}} \cos k \frac{Lk}{2} + \sin k \frac{Lk}{2} \right]; \\ M_y\left(\frac{Lk}{2}\right) &= \frac{p}{2k^2} \mu \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR}\right) e^{-k \frac{Lk}{2}} \left(\cos k \frac{Lk}{2} - \sin k \frac{Lk}{2}\right) + \\ &\quad + \frac{E_{\text{ср}} \alpha_{\text{ср}} \Delta T \delta^2}{12(1-\mu)}. \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

Формулы (4.30) и (4.31) используем для расчета корпуса, материал которого в расчетном случае не выходит из зоны упругих

деформаций. Однако, как указывалось в § 4.1, корпус камеры сгорания РДТТ часто работает в условиях упруго-пластических деформаций. В случае упруго-пластических деформаций связь между деформацией и напряжением можно представить в виде [4]:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= E_c(\epsilon_x; z) [\epsilon_x - \alpha(z) T(z)]; \\ \sigma_y &= E_c(\epsilon_y; z) [\epsilon_y - \alpha(z) T(z)];\end{aligned}\quad (4.32)$$

где $E_c = \frac{\sigma_t}{\epsilon_i}$ — секущий модуль упругости;

α — коэффициент линейного расширения.

Действительно, допустим ϵ_{xn} и ϵ_{yn} — полные относительные удлинения в точке корпуса камеры сгорания, обусловленные действием нагрузок p_i , N_x и T . Тогда относительные удлинения ϵ_x и ϵ_y , обусловленные действием только p_i и N_x , можно представить в следующем виде [4]:

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \epsilon_{xn} - \epsilon_i; \\ \epsilon_y &= \epsilon_{yn} - \epsilon_t.\end{aligned}\quad (4.33)$$

Умножим левую и правую части системы уравнений (4.33) на E_c , и получим уравнение (4.32).

Рис. 4.7. Элемент оболочки с центральным углом $d\varphi$

Рассмотрим условие равновесия для элемента оболочки с центральным углом $d\varphi$ (рис. 4.7). На внутреннюю поверхность элемента оболочки действует давление p_i :

$$p_i R = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_y \cdot dz.\quad (4.34)$$

Величину единичного усилия N_x можно определить так:

$$N_x = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x dz.\quad (4.35)$$

Подставим в полученные выражения (4.34) и (4.35) соответственно значения σ_y и σ_x из системы уравнений (4.32). Не делая большой ошибки, так как оболочка тонкостенная, можно ϵ_{xn} и ϵ_{yn}

считать не зависящими от z , решим полученные уравнения относительно ϵ_y и ϵ_x [4]:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_y &= \frac{p_i R + \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} E_c \alpha(z) T(z) dz}{\int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} E_c dz}; \\ \epsilon_x &= \frac{N_x + \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} E_c \alpha(z) T(z) dz}{\int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} E_c dz}. \end{aligned} \right\} (4.36)$$

Определить значения ϵ_y и ϵ_x из выражений (4.36) невозможно, так как входящий в правую часть формул секущий модуль E_c является функцией ϵ_x и ϵ_y .

Выражения (4.36) можно значительно упростить, если принять, что коэффициент линейного расширения α и секущий модуль упругости E_c не зависят от z , а температура изменяется по линейному закону, т. е.

$$T(z) = T_0 + \frac{\Delta T}{\delta} z. \quad (4.37)$$

Тогда:

$$\epsilon_y = \frac{pR}{E_c \delta} + \alpha(T_0); \quad (4.38)$$

$$\epsilon_x = \frac{N_x}{E_c \delta} + \alpha(T_0).$$

Если теперь значения ϵ_x и ϵ_y из выражений (4.38) подставить в формулы (4.32), получим:

$$\sigma_y = \frac{pR}{\delta} + E_c \alpha T_0 - E_c \alpha \left(T_0 + \frac{\Delta T}{\delta} z \right) = \frac{pR}{\delta} + \alpha \frac{\Delta T}{\delta} z E_c;$$

$$\sigma_x = \frac{N_x}{\delta} + E_c \alpha T_0 - E_c \alpha \left[T_0 + \frac{\Delta T}{\delta} z \right] = \frac{N_x}{\delta} + \alpha \frac{\Delta T}{\delta} z E_c,$$

где z изменяется от $-\frac{\delta}{2}$ до $+\frac{\delta}{2}$.

Максимальное значение σ_x и σ_y имеют при $z = \frac{\delta}{2}$:

$$\begin{aligned}\sigma_{x \max} &= \frac{N_x}{\delta} + \alpha \frac{\Delta T}{2} E_c; \\ \sigma_{y \max} &= \frac{pR}{\delta} + \alpha \frac{\Delta T}{2} E_c.\end{aligned}\tag{4.39}$$

Систему уравнений (4.39) можно решить методом последовательных приближений [4]. Можно, например, в качестве первого приближения принять значения σ_x и σ_y , определенные по формулам (4.15). Зная значения σ_x и σ_y , можно определить значение интенсивности напряженного состояния σ_i :

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2}.\tag{4.40}$$

По величине σ_i из соответствующей диаграммы растяжения находим значение интенсивности деформированного состояния ϵ_i . Значение ϵ_i можно вычислить также по формуле [4]:

$$\epsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_x \epsilon_y + \epsilon_y^2},\tag{4.41}$$

для чего предварительно в соответствии со значениями σ_x и σ_y определяем ϵ_x и ϵ_y .

Далее находим значение секущего модуля упругости $E_c = \frac{\sigma_i}{\epsilon_i}$ и подставляем в формулы (4.39) для определения значений σ_x и σ_y второго приближения. Приближения необходимо продолжать до тех пор, пока разница между последующим и предыдущим приближениями не будет удовлетворять требуемой точности расчета. После этого по формулам (4.39) можно определить искомые напряжения.

Таким образом, для определения искомых напряжений нам необходимо знать параметры нестационарного температурного поля. Функция $T(z)$, определяющая распределение температуры в стенке в зависимости от текущих значений z , изменяется не по линейному закону. Вопросы распределения температуры в стенке рассмотрены более подробно в курсах теплопередач.

§ 4.3. ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ КОНСТРУКЦИИ БОЛЬШИХ РДТТ

Под надежностью системы подразумевается свойство системы выполнять заданные функции при определенных условиях эксплуатации и в течение определенного времени.

В процессе работ при создании РДТТ получили развитие два метода вычисления надежности системы: определение характеристик надежности, основанное на использовании опытных статистических данных и нестатистических критериев надежности.

Статистический метод анализа кривых распределения, применяемый для оценки надежности РДТТ, основан на выводах теории вероятности и математической статистики. Этот метод применим в условиях проведения большого цикла однотипных стендовых и летных испытаний. Поэтому для оценки надежности конструкции РДТТ сбор статистической информации о работе двигателя, о прочности корпуса РДТТ и его отдельных элементов имеет решающее значение.

Качественные результаты выполнения программы летных испытаний больших РД представлены на графике (рис. 4.8), которые

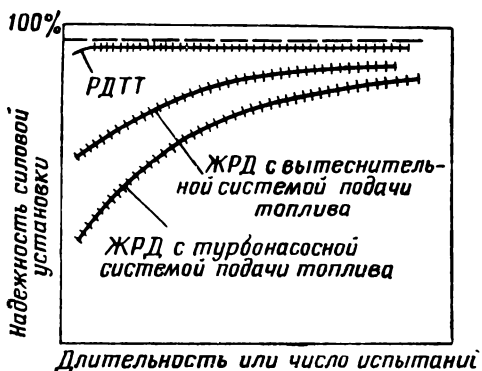


Рис. 4.8. Зависимость фактора надежности от числа летных испытаний в процессе отработки

показывают, что для межконтинентальных баллистических ракет и ракет для запусков искусственных спутников Земли надежность является функцией числа испытаний. Эта функция асимптотически возрастает с увеличением числа испытаний от относительно малого начального значения [7, 8]. Поскольку громадные затраты на испытания больших РД будут ограничивать число возможных летных испытаний, то величину надежности систем надо брать в начальной области этих кривых. В этой области высоконадежными системами являются ракетные двигатели на твердом топливе [9]. Это подтверждается сравнительными данными надежности, приведенными в табл. 4.1 [7, 8], основанными только на изучении работы двигателей, исключая нарушения при работе систем управления, и для чисто гипотетических значений надежностей отдельных ступеней ракеты. Предполагается также, что отказы при воспламенении двигателей производят такие же разрушения, как и прогорание камеры сгорания.

Таблица 4.1

Надежность отдельной ступени	Тип двигателя	Количество ступеней	Полная надежность
0,8	Жидкостный	3	0,512
0,8	Жидкостный	4	0,410
0,98	Твердотопливный	4	0,922

Недостатком опытного статистического метода при оценке прочности и надежности конструкции РДТТ с требуемой достоверностью в 90—95% является необходимость проведения большого числа испытаний даже для средних значений надежности. Например, для ракеты-носителя NOVA надежность каждого двигателя в связке должна равняться 99% [10]. Чтобы получить достоверность 95%, необходимо провести безаварийные огневые испытания 295 двигателей, что слишком дорого и требует много времени.

В последнее время приобрела большое значение методика прогнозирования надежности при проектировании двигателей [10,

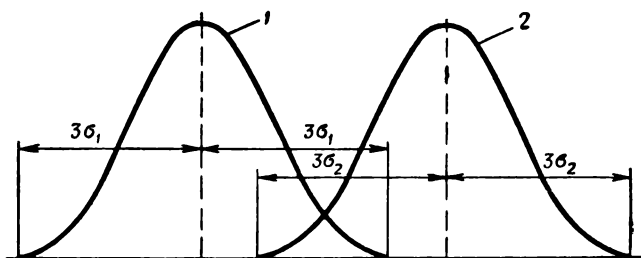


Рис. 4.9. Функции нормального распределения напряжений: 1 — функция распределения действующего напряжения; 2 — функция распределения допустимого напряжения

11]. Надежность двигателя выражается произведением надежности конструкции R_k и надежности работоспособности R_p .

Оценка надежности конструкции. Надежность конструкции можно рассматривать как вероятность успешной (бездемонтной) работы основных конструктивных узлов двигательной установки в условиях воздействия силовых нагрузок окружающей среды. Метод оценки вероятности отказа или надежности конструкции приводится в работе [11]. Методика предвычисления надежности основывается на двух основных предположениях.

1. Считают, что все типы и причины отказов, приводящие к аварии двигателя, известны [11]. Поэтому для расчета можно воспользоваться данными предыдущих программ разработки РДТТ и выбрать значения коэффициентов запаса прочности таким образом, чтобы обеспечить надежную работу в условиях, приведших раньше к отказу.

2. Распределение напряжения в элементах от воздействия окружающих условий и допустимого напряжения для материала элемента подчиняется нормальному закону распределения случайных величин, причем известны их средние значения \bar{x} и отклонения (дисперсии) σ . На рис. 4.9 приведены функции распределения напряжений.

Для прогнозирования надежности конструкции РДТТ разбивается на ряд основных подсистем (рис. 4.10) и проводится подробный анализ возможных типов отказов. Все независимые и взаимосвязанные причины отказа табулируются.

Пусть x_1 — напряжение, возникшее в элементе конструкции от внешнего воздействия определенной интенсивности E ; x_2 — допустимое напряжение для материала элемента. Если $x = x_2 - x_1 > 0$, то отказа в работе не произойдет.

Поскольку E является переменной величиной, среднее значение (математическое ожидание) \bar{x} равно

$$\bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1. \tag{4.42}$$

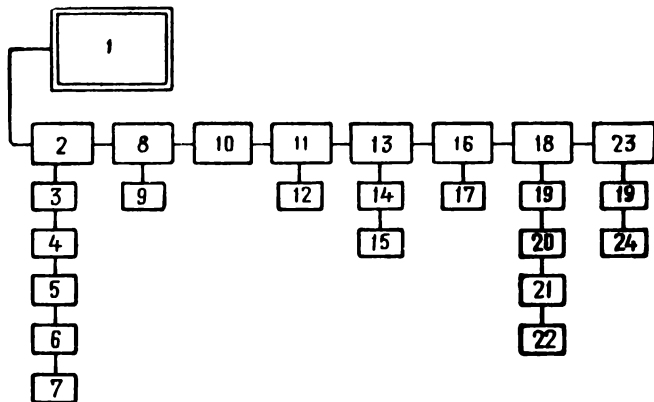


Рис. 4.10. Основные подсистемы РДТТ:

1 — РДТТ, 2 — корпус; 3 — ракетная камера; 4 — передняя крышка; 5 — задняя крышка; 6 — передняя «юбка»; 7 — задняя «юбка»; 8 — бронировка; 9 — элементы; 10 — изоляция; 11 — компоненты; 12 — сопло; 13 — коническая часть сопла; 14 — вкладыш в критическом сечении сопла; 15 — система управления вектором тяги; 16 — органы управления; 17 — система воспламенения; 18 — заряд воспламенителя; 19 — оболочка воспламенителя; 20 — предохранительное устройство; 21 — воспламенитель; 22 — система ликвидации; 23 — электрозапал; 24 — электрозапал

Аналогично среднеквадратическое отклонение x равно

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}. \tag{4.43}$$

Закон распределения вероятности x запишется в виде

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} \cdot e^{-\left[\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right]}. \tag{4.44}$$

Вероятность отсутствия отказа будет равна

$$P(x > 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} \int_0^{\infty} e^{-\left[\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right]}. \tag{4.45}$$

Введение замены

$$z = -\frac{(x - \bar{x})}{\sigma_x} \quad (4.46)$$

позволяет выразить вероятность отсутствия отказа с помощью функции $\Phi\left(\frac{\bar{x}}{\sigma_x}\right)$, значения которой можно получить из имеющихся таблиц [12].

Тогда

$$P(x > 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\bar{x}}{\sigma_x}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi\left(\frac{\bar{x}}{\sigma_x}\right). \quad (4.47)$$

Затем вводятся коэффициент запаса прочности

$$k = \frac{\bar{x}_2 - 3\sigma_2}{x_1 + 3\sigma_1} \quad (4.48)$$

и коэффициенты изменчивости или вариации действующих и допустимых напряжений (a и b), определяемые отношениями:

$$a = \frac{3\sigma_1}{x_1}; \quad (4.49)$$

$$b = \frac{3\sigma_2}{x_2}. \quad (4.50)$$

После преобразования формула (4.48) примет вид

$$k = \frac{\bar{x}_2(1-b)}{x_1(1+a)}. \quad (4.51)$$

Тогда отношение $\frac{\bar{x}}{\sigma_x}$ может быть выражено через k , a и b , используя формулы (4.42) и (4.43):

$$\begin{aligned} \frac{\bar{x}}{\sigma_x} &= \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}} = \frac{\bar{x}_1 \left(k \frac{1+a}{1-b} - 1 \right)}{\frac{x_1}{3} \sqrt{a^2 + k^2 b^2 \frac{(1+a)^2}{(1-b)^2}}} = \\ &= 3 \frac{k \frac{1+a}{1-b} - 1}{\sqrt{a^2 + k^2 b^2 \left(\frac{1+a}{1-b} \right)^2}}. \end{aligned} \quad (4.52)$$

Приближенное решение может быть получено в случае использования в расчете только номинальных значений величин \bar{x}_1 и \bar{x}_2 , т. е. когда $K = \frac{\bar{x}_2}{x_1}$.

Выражение 4.52 принимает упрощенный вид

$$\frac{\bar{x}}{\sigma_x} = 3 \frac{K-1}{\sqrt{a^2 + b^2 K^2}}. \quad (4.53)$$

По вычисленным значениям $\frac{\bar{x}}{\sigma_x}$ для каждой основной подсистемы из таблиц находится функция $\Phi\left(\frac{\bar{x}}{\sigma_x}\right)$.

Для каждого типа отказа при оценке вероятности нужно установить соответствующие значения a , b и K (K).

Результаты сводятся в табл. 4.2, в последнем столбце которой записывается вероятность безотказной работы при воздействии окружающей среды.

Таблица 4.2

Тип отказов	k			$\Phi(\)$	P
1	k_1	a_1	b_1	$\Phi_1(\)$	P_1
2	k_2	a_2	b_2	$\Phi_2(\)$	P_2
n	k_n	a_n	b_n	$\Phi_n(\)$	P_n

Учитывая, что типы отказов являются независимыми величинами, а некоторые элементы конструкции могут иметь несколько причин отказов, вероятность того, что первая система не откажет, будет представлена произведением

$$P \text{ (подсистема)} = P_a \cdot P_b \cdot P_c \dots$$

Значение надежности конструкции РДТТ будет выражено произведением результирующих вероятностей безотказной работы каждой подсистемы [10, 11]:

$$R_k = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \dots P_n.$$

На рис. 4.11 и 4.12 приведены зависимости надежности от коэффициента вариации при различных значениях k , K , a и b [10, 11].

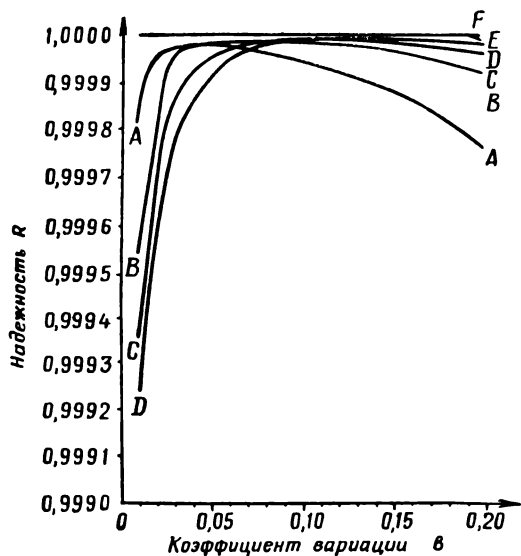


Рис. 4.11. Зависимость надежности R от коэффициента вариации b ($0,01 < b < 0,20$):

$A - \kappa=1, a=0,05$; $B - \kappa=1, a=0,10$; $C - \kappa=1, a=0,15$;
 $D - \kappa=1, a=0,20$; $E - \kappa=1,1, 0,01 < a < 0,2$; $F - \kappa=1,1,$
 $0,01 < a, v < 0,2$

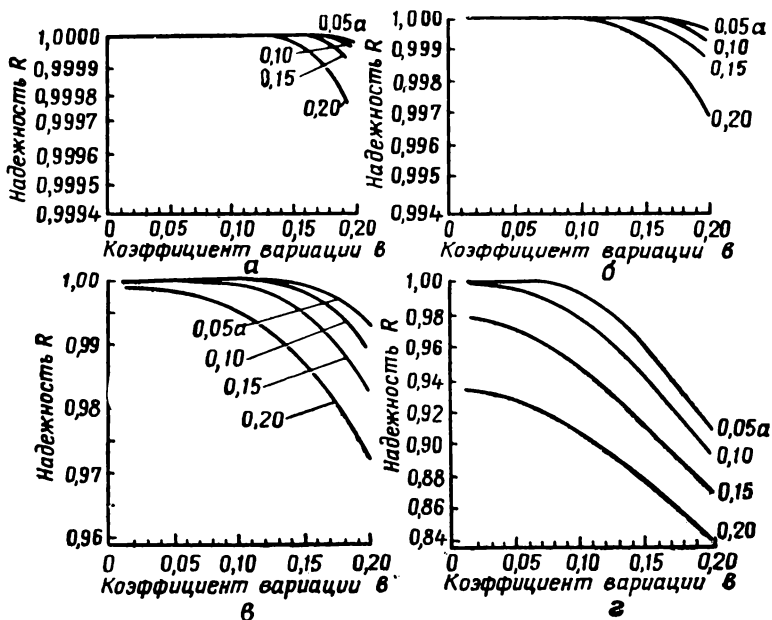


Рис. 4.12. Зависимость надежности R от коэффициента вариации b при использовании номинальных значений величин K :

$a - K=1,4$; $b - K=1,3$; $v - K=1,2$; $z - K=1,1$

Пример 1. Определим вероятность разрыва корпуса РДТТ в рабочих условиях при следующих основных данных. Расчетное рабочее давление в камере сгорания РДТТ $p_{\text{кам}} = 42 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$. Давление из-за изменения скорости горения

твердого топлива может увеличиться на $2,52 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$ (величина нормального отклонения). Корпус двигателя изготавливается из стали прочностью на разрыв 12500 кг/см^2 . Величина нормального отклонения указанной прочности материала 120 кг/см^2 . Коэффициент запаса прочности $K = 1,25$ из расчета на предельную нагрузку.

Решение. Из анализа возможных аномалий в работе РДТТ делаем вывод, что основной причиной разрыва корпуса является разрушение стягивающего кольца (обода). Определим по формулам (4.49) и (4.50) коэффициенты вариации действующих нагрузок и допустимых напряжений материала:

$$a = 3 \frac{\sigma_1}{x_1} = 3 \cdot \frac{2,52}{42} = 0,181;$$

$$b = 3 \frac{\sigma_2}{x_2} = 3 \cdot \frac{120}{12500} = 0,0288.$$

Используя формулу (4.53), найдем

$$\frac{\bar{x}}{\sigma_x} = 3 \cdot \frac{K - 1}{(a^2 + b^2 K^2)^{\frac{1}{2}}} = 3 \cdot \frac{1,25 - 1}{(0,181^2 + 0,0288^2 \cdot 1,25^2)^{\frac{1}{2}}} = 3,51.$$

Табличное значение функции $\Phi(3,51) = 0,9996$. Следовательно, вероятность разрыва стягивающего кольца (обода) в рабочих условиях равна $0,04\%$.

Рассмотренная методика предвычисления надежности позволяет провести анализ надежности материала конструкции и способствует тщательному выбору материала. Большое значение имеет возможность значительного увеличения отношения нормального отклонения к номинальной величине прочности материала. Поэтому при использовании новых материалов, появившихся в ракетостроении, с более высокими прочностными характеристиками это обстоятельство необходимо обязательно учитывать. В качестве примера приведем расчет вероятности безотказной работы отдельных элементов при различных значениях коэффициента b .

Пример 2. Элементы конструкции РДТТ изготовлены из различных материалов A и B . Коэффициент запаса прочности для обоих материалов $K = 1,25$ (из расчета номинальных значений напряжений).

Пусть для обоих материалов коэффициент $a = 15\%$. Примем значение коэффициента вариации допустимых напряжений (σ) для материала A равным 5% , а для материала B равным 20% . Определим надежность материала конструкции.

Решение. Используя для решения уравнение (4.53), получим:

$$\left(\frac{\bar{x}}{\sigma_x}\right)_A = 3 \frac{K - 1}{\sqrt{a^2 + b^2 K^2}} = 3 \frac{1,25 - 1}{\sqrt{0,15^2 + 0,05^2 \cdot 1,25^2}} = 4,61;$$

$$\left(\frac{\bar{x}}{\sigma_x}\right)_B = 3 \frac{K - 1}{\sqrt{a^2 + b^2 K^2}} = 3 \frac{1,25 - 1}{\sqrt{0,15^2 + 0,2^2 \cdot 1,25^2}} = 2,69.$$

Тогда

для $\left(\frac{\bar{x}}{\sigma}\right)_A = 4,61$ табличное значение надежности $\Phi(4,61)$ равно $P_A = 0,9999$,

для $\left(\frac{\bar{x}}{\sigma}\right)_B = 2,69$ табличное значение надежности $\Phi(2,69)$ равно $P_B = 0,9962$.

Различие в надежности двух элементов, зависящее от характеристики материалов, сравнительно невелико. Однако в сложных системах даже небольшое уменьшение надежности элементов может значительно повлиять на надежность системы. Отметим, что необходимую надежность конструкции можно получить при изменении коэффициента запаса прочности K . Рассмотренная методика предвычисления надежности позволяет внести необходимые изменения в характеристики надежности для обеспечения заданной вероятности успешной работы РДТТ.

Оценка эксплуатационной надежности. Под эксплуатационной надежностью (надежность работоспособности) понимается вероятность надежной работы двигателя в заданных пределах рабочих характеристик. Огневые испытания реального двигателя имитируются при помощи программно-вычислительного устройства, моделирующего процессы внутренней баллистики РДТТ. Расчет характеристики двигателя основан на использовании вероятностных свойств входных параметров. Зная технические требования, предъявляемые к работе двигателя, оценку надежности можно производить по тому количеству расчетов на моделирующей машине (имитация запусков), в которых двигатель работал в заданных пределах [11]. Программно-вычислительное устройство для расчета эксплуатационной надежности выполняется идентичным программой, по которой проводилась предварительная проверка правильности конструкции заряда твердого топлива и оценка работы двигателя до запуска [11]. Это видно также из частичного перечня основных входных параметров:

k — отношение удельных теплоемкостей основных компонентов топлива;

A — коэффициент расхода или коэффициент истечения газов;

u_1 — единичная скорость горения в степенном законе горения ($u = u_1 \cdot p^\nu$);

ν — показатель степени в законе горения;

ε — коэффициент повышения скорости горения топлива за счет теплового воздействия газового потока на интенсивность горения заряда;

ρ — плотность твердого топлива;

T_k^o — температура газов в ракетной камере;

$F_{\text{вых}}$ — площадь выходного сечения сопла;

α — угол полураствора конуса сопла;

K_p — эффективный коэффициент тяги;

$F_{\text{кр } \tau}$ — изменение площади критического сечения сопла в зависимости от времени работы двигателя.

К этому перечню добавляются еще некоторые выходные данные, позволяющие определить форму шашки твердого топлива как функцию времени:

- $\frac{I}{t}$ — средняя величина тяги;
- P_k — давление в передней части камеры сгорания РДТТ;
- $P_{кт}$ — давление в камере в конце работы двигателя;
- $\frac{F_{свк}}{F_{кр}}$ — отношение площади поперечного сечения камеры для свободного прохода газового потока к площади критического сечения сопла;
- S — полная поверхность горения шашек твердого топлива;
- P — тяга;
- I — полный импульс;
- I_1 — единичный (удельный) импульс;
- τ — время работы двигателя.

Чтобы исследовать влияние дисперсии входных переменных на характеристику двигателя, применяют метод статистических проб (метод Монте-Карло) [8, 11]. Предполагается также, что большинство входных параметров подчиняется нормальному закону распределения. Применение метода статистических проб дает такую же оценку надежности, как и для экспериментальных запусков, в виде отношения числа успешных к общему числу смоделированных запусков. Такая оценка надежности реального двигателя с помощью моделирующего устройства является достаточно объективной, что подтверждается сравнением предварительно рассчитанных и экспериментальных характеристик (табл. 4.3).

Таблица 4.3

Сравнение расчетных и экспериментальных характеристик РДТТ

Баллистические характеристики*	Расхождение к номинальному значению, %
Средняя тяга	0,9
Суммарный импульс	2,1
Время работы двигателя	4,7

На точность оценки надежности влияет степень независимости входных параметров и характер соответствия смоделированного запуска фактическому. Усовершенствование моделирования реального процесса будет идти путем улучшения имитации более коротких интервалов времени воспламенения заряда твердого топлива и дальнейшей аппроксимации процесса горения твердого топлива

* Получены в результате 20 смоделированных запусков.

с учетом теплового воздействия газового потока на скорость горения заряда. Введение переменных, подчиняющихся закону нормального распределения случайных величин, позволяет оценить совместное влияние случайного изменения этих переменных на основные параметры, определяющие работоспособность РДТТ.

В заключение надо отметить, что расчет по методике прогнозирования надежности определяет надежность некоторого идеального проекта РДТТ. В процессе производства и эксплуатации возможно понижение надежности.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ IV

1. Э. А. Бонни, М. Дж. Зукроу, К. У. Бессерер. Практика конструирования и расчета. Государственное издательство физико-математической литературы, М. 1960.
 2. В. И. Феодосьев. Прочность теплонпряженных узлов жидкостных ракетных двигателей. Оборонгиз, 1963.
 3. А. А. Илюшин. Сопротивление материалов, Физматгиз, 1959.
 4. Н. И. Безухов, В. Л. Бажанов, И. И. Гольденблат, Н. А. Николаенко, А. М. Синюков. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур. Машиностроение, 1965.
 5. И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Р. М. Шнейдерович. Расчет на прочность деталей машин. Машгиз, 1959.
 6. М. Баррер, А. Жомотт, Б. Ф. Вебек, Ж. Ванденкеркхове. Ракетные двигатели. Оборонгиз, 1962.
 7. Космическая техника. «Наука», 1964.
 8. Липов, Ллойд. Оценка надежности больших ракетных двигателей на твердом топливе в процессе их отработки. «Вопросы ракетной техники», № 1, 1964.
 9. Ракетные двигатели твердого топлива (обзор). «Вопросы ракетной техники», № 6, 1964.
 10. «Астронавтика и ракетодинамика», № 2, 1965.
 11. Ключгер Поль «Американ Рокет Сос» (Препринтс), 1963., № 2755, стр. 1—10. Экспресс-информация «Астронавтика и ракетодинамика», № 48, 1965.
 12. Б. В. Гнеденко. «Курс теории вероятностей». Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.
-

ГЛАВА V

ПРОЧНОСТЬ ЗАРЯДОВ ТВЕРДОГО РАКЕТНОГО ТОПЛИВА

§ 5.1. РАБОЧИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ХАРАКТЕР ДЕФОРМАЦИИ РАКЕТНЫХ ЗАРЯДОВ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА

Наряду с высокими энергетическими, баллистическими и технологическими свойствами твердые топлива должны отличаться высокими прочностными характеристиками. Механические свойства топлива должны быть такими, чтобы топливные заряды выдерживали возникающие напряжения без разрушения. При этом не должно быть отслаивания заряда от внутренней поверхности камеры сгорания, появления трещин и изломов. Кроме того, жесткость топлива должна быть достаточной, чтобы в процессе горения точно выполнялся заданный закон изменения поверхности. Топливо должно обладать умеренно упругими свойствами, так как иначе местные деформации могут превысить допустимую величину, что приведет к взрыву РД.

В период работы ракетного двигателя заряд твердого топлива находится под действием сил инерции и давления газов в камере сгорания. Эти силы вызывают деформацию заряда, характер которой зависит от геометрических и механических характеристик топливных шашек и способа закрепления заряда в камере.

В ракетных двигателях со свободно вложенными шашками, опирающимися в камере лишь по части их поверхности, под действием указанных нагрузок топливо подвергается продольному сжатию и растяжению в поперечном направлении (рис. 5.1). В конце работы двигателя трубчатый заряд становится очень тонким и при недостаточной прочности заряда шашка может потерять продольную устойчивость. Разрушение заряда может также произойти в том случае, если местные напряжения превышают предел упругости. При высоких начальных температурах топливо становится мягким. Чтобы шашка не сминаясь и не раскалывалась, топливо должно характеризоваться высоким значением допустимого напряжения. В поперечном расчете учитывается истинная величина напряжения смятия в торцовой части шашки и величина опорной поверхности, которую находят из условия

$$F_{\text{оп}} = \frac{\omega \cdot n}{\sigma_{\text{см}}},$$

где n — коэффициент перегрузки, равный отношению максимального ускорения ракеты к ускорению силы тяжести;
 ω — вес заряда твердого топлива;
 $\sigma_{см}$ — допускаемое напряжение шашки твердого топлива на смятие при температуре заряда $+50^\circ\text{C}$.

Заряд торцового горения (рис. 5.2) нагружен противоположно направленными силами (силами давления $p_{кам} \cdot F_{кам}$ и силами

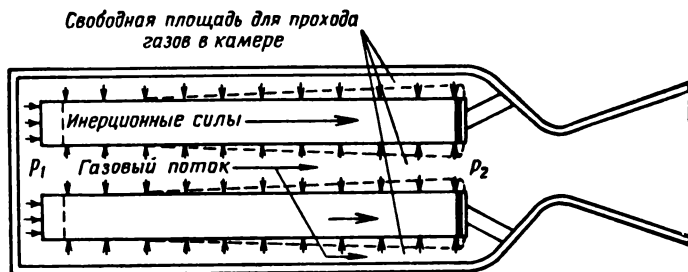


Рис. 5.1. Схема усилий и характер деформаций заряда твердого топлива, свободно вложенного в камеру сгорания и опирающегося на диафрагму

инерции). Силы инерции при полете будут меньше сил давления. Под давлением газов в камере шашка может значительно уменьшить свою длину. Если же топливная шашка заключена в эластичную оболочку, неплотно прилегающую к стенкам камеры (бронировка), то силы давления в камере будут действовать как гидростатическая нагрузка, сопровождаемая малой деформацией и очень малым уменьшением объема шашки [2].

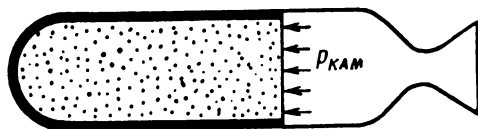


Рис. 5.2. Схема РДТТ с зарядом торцового горения

В ракетных двигателях с зарядами, горящими по внутренней поверхности (рис. 5.3), давление передается через топливо на стенки камеры сгорания.

В ракетных двигателях с зарядами, горящими по внутренней поверхности (рис. 5.3), давление передается через топливо на стенки камеры сгорания.

Под действием сил от перепада давления вдоль камеры и ускорения заряд стремится сдвинуться к соплу (рис. 5.4). Силами, противодействующими смещению заряда, являются силы сцепления топлива со стенками камеры сгорания (адгезивные силы), а также внутренние силы сцепления топлива. Опасными напряжениями сдвига обычно являются напряжения, возникающие в местах склейки топлива с оболочкой.

В крупногабаритных РДТТ существенными нагрузками, действующими на заряд твердого топлива, являются нагрузки от веса и инерционных сил, которые во время старта и полета ракеты вы-

зывают заметное осевое оползание шашки (рис. 5.4), приводящее к уменьшению площади канала для выхода газов.

Расчеты показывают [4], что для одноканального заряда, имеющего относительную толщину свода 50%, при жестком корпусе и жестком закреплении торца заряда величина относительного

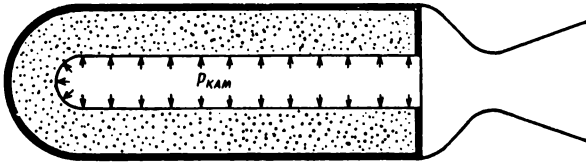


Рис. 5.3. Схема РДТТ с зарядом внутреннего горения

уменьшения площади канала $F_{\text{кан}}$ у соплового торца шашки оказалась равной

$$\frac{\Delta F}{F_{\text{кан}}} \approx 40 \frac{\rho R n}{E}, \quad (5.1)$$

где E — модуль упругости Юнга;
 R — наружный радиус шашки эквивалентного трубчатого заряда;
 ρ — удельный вес заряда топлива.

Для зарядов с относительно большим диаметром максимальное значение относительного изменения проходного сечения будет примерно 10% на 1g [6].

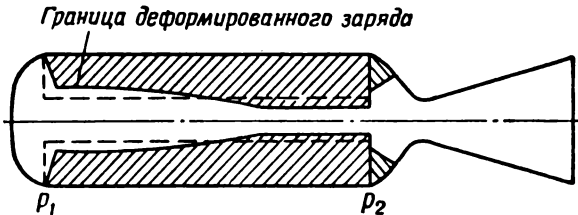


Рис. 5.4. Характер деформаций в заряде твердого топлива, прочно скрепленного с внутренней поверхностью камеры сгорания

В зависимости от режима работы двигателя требования к механическим свойствам топлива могут быть различными. В РДТТ первой ступени ракеты, когда заряд подвержен кратковременному действию инерционных сил, заплывания канала не происходит (если это не произошло раньше под действием веса при эксплуатации и при сборке ракеты), так как скорость горения твердого топлива обычно больше скорости ползучести. Вторая ступень двигателя подвергается действию ускорения в течение более

длительного времени. Поэтому целесообразно выбирать заряд с более жестким модулем, большим временем релаксации или с расширяющимся к выходу каналом.

§ 5.2. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ РАКЕТНЫХ ТОПЛИВ

В табл. 5.1 приведены некоторые механические характеристики баллиститных топлив.

Таблица 5.1

ТИПИЧНЫЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
БАЛЛИСТИТНЫХ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ [1]

Характеристика	Обозначение	Величина
Модуль упругости при 20° С	E , кг/см ²	1000 ÷ 3000
Модуль упругости при 50° С	E , кг/см ²	200 ÷ 1000
Коэффициент Пуассона	μ	0,35 ÷ 0,5
Коэффициент линейного термического расширения	α , $\frac{1}{\text{°К}}$	$1,2 \cdot 10^{-4} \div 2,0 \cdot 10^{-4}$

Баллиститное твердое топливо можно рассматривать как абсолютно упругий и изотропный материал. При положительных температурах подобное топливо характеризуется стеклообразным (жестким) состоянием материала. При отрицательных температурах оно становится хрупким. На рис. 5.5, 5.6 и 5.7 изображены кривые, показывающие влияние температуры на механические характеристики баллиститных топлив, а также результаты экспериментов [5] по определению критических напряжений при потере продольной устойчивости безканальных шашек диаметром 25 мм. Показанные зависимости находятся в качественном согласии с расчетами, проведенными по известной формуле Эйлера для критического напряжения:

$$\sigma = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{r_i}\right)^2}, \quad (5.2)$$

где E — модуль упругости твердого топлива;
 L — приведенная длина шашки;
 r_i — радиус инерции поперечного сечения шашки.

Рассмотрим предельную деформацию трубчатого заряда (рис. 5.1) с точки зрения максимально допустимого сминания заряда до степени, ведущей к перекрыванию свободных отверстий для прохода газов, что в конечном итоге приводит к разрыву или разрушению заряда. На заряд в виде трубчатых шашек действует сила P_1 , возникающая в результате перепада давления по длине шашек:

$$P_1 = (p_1 - p_2) S_T, \quad (5.3)$$

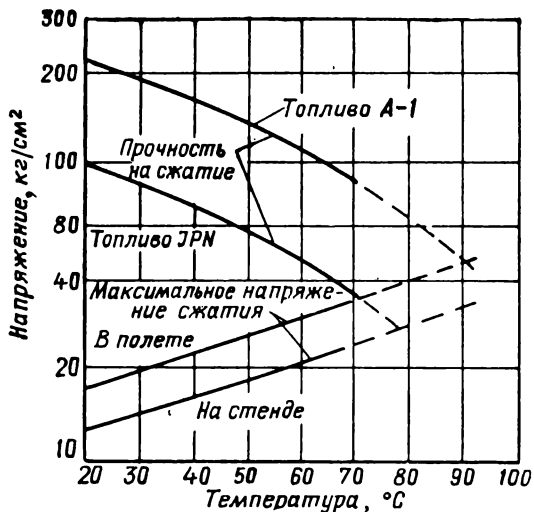


Рис. 5.5. Прочность на сжатие и максимальное напряжение сжатия для шашки из баллистического топлива

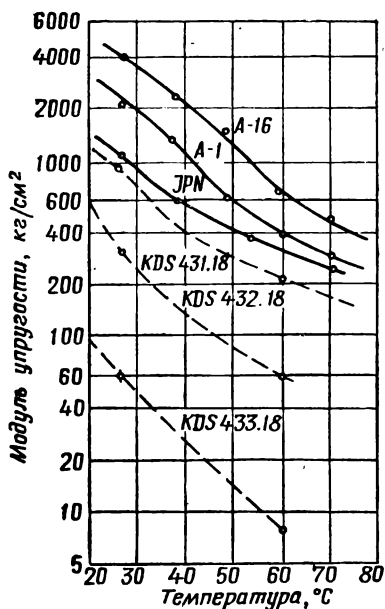


Рис. 5.6. Зависимость модуля упругости от температуры для различных марок твердого топлива: KDS — марка топлива, обладающего низкой механической прочностью, специально изготовленного для экспериментальных целей

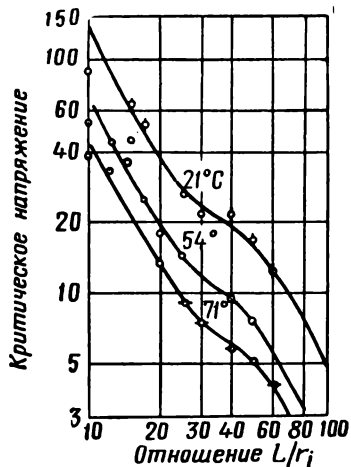


Рис. 5.7. Прочность шашки из твердого топлива JPN на продольный изгиб

где p_1 и p_2 — давление газов соответственно у переднего и заднего концов заряда;

S_T — площадь торцов заряда.

Кроме того, на заряд действует инерционная сила P_2 от продольного ускорения ракеты

$$P_2 = \omega \cdot n. \quad (5.4)$$

Под действием этих сил и вследствие относительно низкого модуля упругости твердого топлива, особенно при повышенных температурах, заряд деформируется (рис. 5.1) и тем самым уменьшается свободная площадь для прохода газов в камере.

Выражение для осевого напряжения σ , возникающего на конце заряда возле диафрагмы, можно написать так:

$$\sigma = (p_1 - p_2) + L\rho_T j, \quad (5.5)$$

где L — длина заряда;

ρ_T — массовая плотность топлива;

j — продольное ускорение ракеты.

Зависимость площади поперечного сечения заряда S_T от величины напряжения выражается формулой [2]

$$S_T = S_{T_0} \left(1 + 2 \frac{\mu}{E} \sigma \right), \quad (5.6)$$

где S_{T_0} — начальная площадь поперечного сечения заряда;

μ — коэффициент Пуассона;

E — модуль упругости.

Учитывая термическое расширение шашки топлива, приведем формулу (5.6) к следующему виду:

$$S_T = S_{T_0} [1 + 2\alpha(T_0 - T)] \left(1 + 2 \frac{\mu}{E} \sigma \right), \quad (5.7)$$

где α — коэффициент линейного термического расширения топлива;

T_0 — начальная температура топлива;

T — эталонная температура топлива, равная 15°C

Имея в виду соотношения:

$$F_{св} = F_{кам} - S_T; \quad F_{св_0} = F_{кам} - S_{T_0}, \quad (5.8)$$

где $F_{св}$ — площадь для прохода в камере газов;

$F_{св_0}$ — начальная площадь для прохода газов в камере;

$F_{кам}$ — площадь поперечного сечения камеры,

и приняв $F_{кам} \approx 2S_{T_0}$, можно преобразовать уравнение (5.6) так:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{E}{\sigma_0} \left[1 - \frac{F_{св}}{F_{св_0}} \right], \quad (5.9)$$

где σ_0 — напряжение в заряде до начала работы двигателя.

Имея данные о зависимости перепада давления (или, что то же самое, о σ в топливе) от величины свободного проходного сечения, можно схематически показать (рис. 5.8) влияние модуля упругости топлива на характер деформации в заряде.

В районе точки *A* (устойчивая область) деформации заряда ($\frac{\sigma}{\sigma_0}$) соответствуют напряжения, которые были вызваны газовым потоком за счет перепада давления, и эти напряжения будут меньше допустимых упругих напряжений, которые имеют место в условиях уменьшенной площади каналов. В районе точки *B* (неустойчивая область) смещение вправо приводит к уменьшению площади для прохода газов в камере и увеличению давления, в результате чего происходит разрушение заряда.

Уравнения (5.8) и (5.9) при подстановке в них внутрибаллистических характеристик позволяют с учетом деформации заряда отношение

$\frac{F_{\text{крит}}}{F_{\text{св}}}$ в зависимости от модуля упругости E . На рис. 5.9 приве-

дена эта зависимость на основании результатов расчета трубчатого заряда, изготовленного из баллиститного топлива [1]. Когда модуль упругости E достаточно высок, деформации заряда практически не происходит и величина $F_{\text{крит}}/F_{\text{св}}$ мало отличается от своего начального значения. Уменьшение модуля упругости топлива приводит к росту отношения $\frac{F_{\text{крит}}}{F_{\text{св}}}$ и при $E = E_{\text{min}}$ (точка *M*)

имеет место предел устойчивости, определяющийся условием

$$d \frac{\left(\frac{F_{\text{крит}}}{F_{\text{св}}}\right)}{dE} = \infty.$$
 Участок кривой, расположенный выше точки *M*, описывает процесс, соответствующий увеличению давления, когда приход газов с горящих поверхностей заряда будет больше расхода газов через свободную площадь поперечного сечения камеры, что в конечном итоге приведет к взрыву двигателя.

При анализе механических свойств смесевых топлив принимается ряд существенных допущений, главным из которых является рассмотрение топлива как изотропного и гомогенного материала, обладающего линейными вязкоупругими свойствами, т. е.

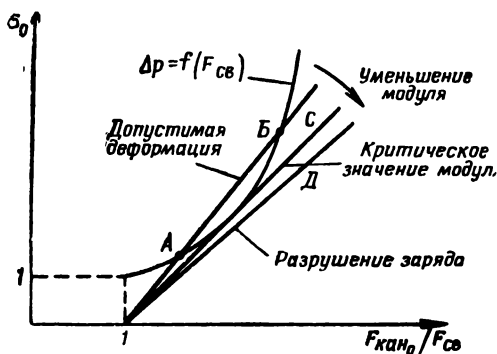


Рис. 5.8. Схематическая картина изменения напряжений в заряде твердого топлива в зависимости от величины свободной площади для прохода газов ($F_{\text{св}}$)

тогда, когда деформации остаются пропорциональными нагрузкам, хотя оба параметра могут изменяться во времени.

В то же время следует учитывать, что частицы окислителя хотя и смачиваются (обволакиваются) полимерным горючим связующим, но между окислителем и связующим существует слабое взаимодействие. Поэтому механические свойства смесового топлива

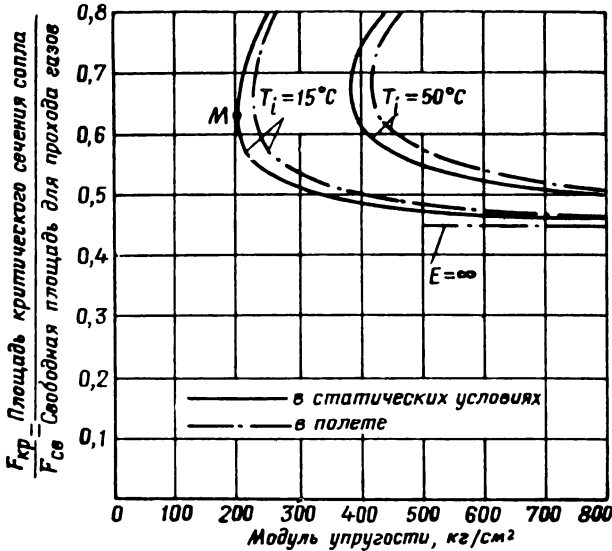


Рис. 5.9. Зависимость отношения $\frac{F_{кр}}{F_{св}}$ от величины модуля упругости трубчатого заряда твердого топлива марки JPN

почти полностью определяются физическими свойствами горючего. В табл. 5.2 приведены данные о пределе прочности некоторых горючих связующих.

Таблица 5.2

Прочностные характеристики горючих связующих твердых топлив [7]

Пластические смолы, обладающие литейными свойствами	Предел прочности на разрыв в вулканизированном виде без добавок, кг/см ²
Эпоксидные смолы	28 ÷ 914
Эпоксидо-полисульфиды	70 ÷ 703
Фенольные смолы	280 ÷ 492
Полиэфирсы	422 ÷ 703
Полиэтилены	105 ÷ 387
Полиуретаны	211 ÷ 281
Винилы	70 ÷ 633

На рис. 5.10 приведены данные прочности топлива в зависимости от процентного содержания в топливе связующего. Очевидно, что прочность на разрыв примерно пропорциональна содержанию горючего связующего.

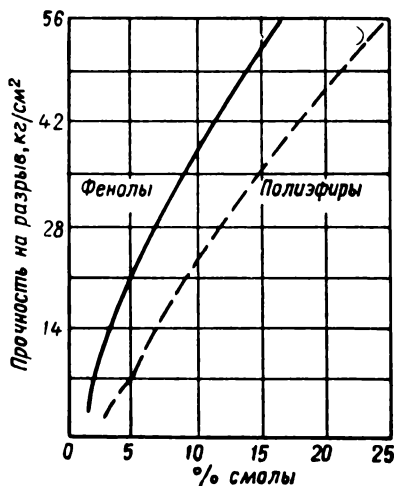


Рис. 5.10. Влияние процентного содержания горючих связующих компонентов на величину прочности в смешанных топливах

В табл. 5.3 приведены примерные значения некоторых характеристик смешанных топлив.

Таблица 5.3

Типичные механические и теплофизические свойства смешанных твердых топлив [1]

Характеристика	Обозначение	Величина
Модуль упругости при -40°C	E , кг/см ²	1000 ÷ 2000
Модуль упругости при $+15^{\circ}\text{C}$	E , кг/см ²	100 ÷ 200
Модуль упругости при $+40^{\circ}\text{C}$	E , кг/см ²	50 ÷ 100
Коэффициент Пуассона	μ	0,35 ÷ 0,50
Коэффициент линейного термического расширения	$\alpha, \frac{1}{^{\circ}\text{K}}$	$0,5 \cdot 10^{-4} \div 1,5 \cdot 10^{-4}$

Механические характеристики вязкоэластичных топлив сильно зависят от температуры и скорости деформации.

На рис. 5.11 приведены диаграммы растяжения эластичного высокснаполненного смесового топлива при различных температурах. При температуре хрупкости, равной примерно -25°C , топ-

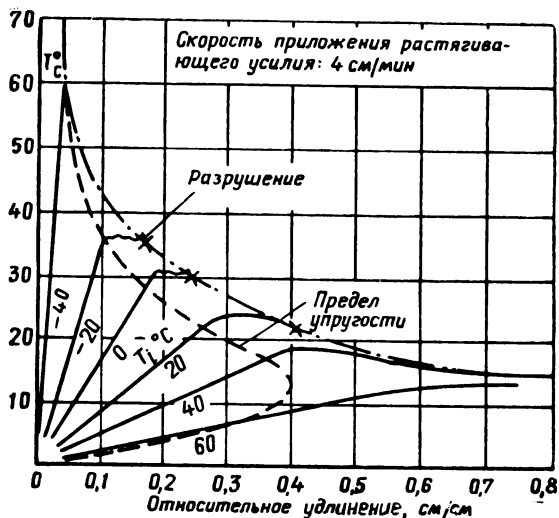


Рис. 5.11. Типичные диаграммы растяжения эластичных смесовых топлив

ливо, изменяя свои упруго-пластичные свойства, теряет способность к значительному удлинению, которое характерно для более

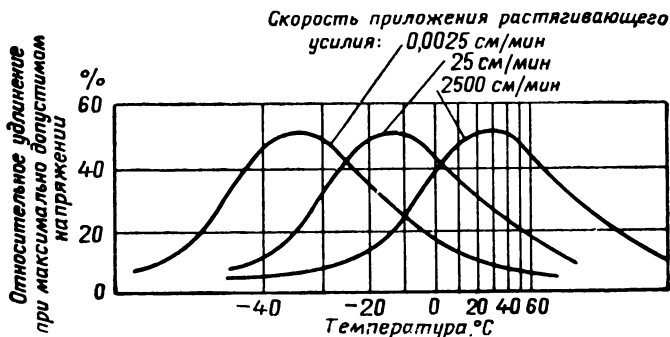


Рис. 5.12. Зависимость удлинений, соответствующих максимально допустимым напряжениям в эластичном смесовом топливе, от температуры при различных скоростях приложения растягивающего усилия

высоких температур. При температурах ниже температуры стеклования $T^{\circ}\text{стекл}$ топливо становится хрупким.

Включение параметра времени (реологический фактор) при исследовании зависимости деформаций от напряжений значительно

усложняет прочностной расчет. Однако даже упрощенная физическая картина, показывающая влияние скорости растягивающего усилия на механические характеристики топлива, будет полезной для понимания причин дефектов топлива. Зависимость удлинений от температуры при различных скоростях приложения растягивающего усилия иллюстрируется кривыми, приведенными на рис. 5.12. Отсюда видно, что, чем больше скорость приложения растягивающего усилия, тем при более высокой температуре наступает состояние хрупкости. Следовательно, в момент воспламенения быстрое приложение нагрузки опасно при низких начальных температурах топлива [4].

При качественном рассмотрении деформации шашки в зависимости от скорости деформации можно наблюдать следующее. Вначале, с ростом деформации, значения предельного напряжения так же, как и предельной деформации, монотонно растут. Однако этот рост продолжается до некоторой критической скорости деформации, величина которой будет определяться физическими свойствами топлива (например, температурой). Затем при последующем увеличении скорости деформации наблюдается уменьшение значений предельных напряжений и деформаций. Это подтверждается графиком, изображенным на рис. 5.13, полученным Смитом для чистого каучука [3].

Данное соотношение между предельной деформацией и скоростью деформации было установлено при испытании образцов на одномерное растяжение. Образцы доводились до разрушения при различных постоянных скоростях деформации.

Одновременно теоретически и экспериментально установлено [3], что можно связать критическую скорость деформации (или время разрушения при постоянной скорости деформации) с температурой, а именно:

$$\lg a_T \equiv \lg \frac{t_T}{t_0} = - \frac{k_1 (T - T_{\text{стекл}})}{k_2 + (T - T_{\text{стекл}})}, \quad (5.11)$$

где a_T — температурный параметр;
 t_T — время наблюдения некоторого явления при абсолютной температуре;
 t_0 — время при исходной температуре T_0 ;

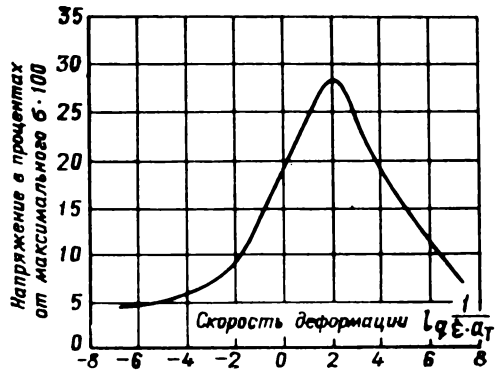


Рис. 5.13. Характерный профиль кривой, показывающий зависимость предельных напряжений от скорости деформации, при одноосном растяжении:

ϵ — скорость деформации; a_T — температурный параметр

$T_{\text{стекл}}$ — температура, при которой модуль равен модулю стеклоподобного тела (ниже этой температуры материал существенно хрупок);

k_1, k_2 — можно считать универсальными эмпирическими постоянными для многих полимеров.

В анализе упругих деформаций и напряжений зарядов твердого топлива значительную роль играет коэффициент Пуассона (5.9). Отношение поперечной деформации к продольной не постоянно, а является функцией времени или деформации и зависит

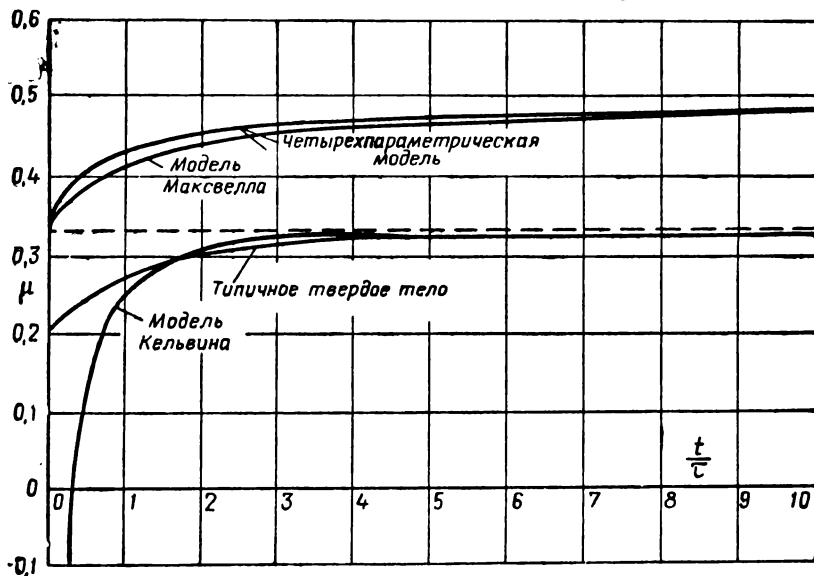


Рис. 5.14. Коэффициент Пуассона μ как функция времени $\mu \left(\frac{t}{\tau} \right)$ для различных вязко-упругих сред, подвергнутых упругому сжатию при постоянной скорости напряжения ($\sigma = ct$):

τ — величина, характеризующая механические свойства топлива

как от вязко-упругих свойств топлива, так и от условий нагрузки. В результате проведенного анализа [6] различных упругосжимаемых сред показано, что коэффициент Пуассона является возрастающей функцией времени или деформации (рис. 5.14).

§ 5.3. КРИТЕРИИ ПРОЧНОСТИ

Независимо от того, насколько удачно проведен анализ упругих или неупругих деформаций, анализ прочности не может быть завершен, пока не установлен критерий прочности. В настоящее время условия, при которых происходит разрушение упруго-пластичных материалов, к которым относятся твердые топлива, изучены недостаточно.

Для области упругих деформаций можно пользоваться обычными теориями прочности и за критерий прочности принять либо максимальную нормальную деформацию, либо деформацию сдвига.

В упруго-пластичной области можно использовать [3] в качестве критерия прочности максимальную нормальную деформацию, так как явление разрушения, встречающееся в ракетных двигателях на смесевом топливе, значительно сильнее зависит от деформации, чем от напряжения.

Рассмотрим возможность использования в качестве критерия прочности величину максимальной октаэдрической деформации сдвига и установим связь между трехмерным и одномерным разрушением. Максимальная октаэдрическая деформация сдвига $\gamma_{\text{окт}}$ связана с удельной энергией формообразования \mathcal{A}_Φ , которая в общем виде определяется так [4]:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_\Phi &= \frac{1}{12G} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)] = \\ &= \frac{1}{12G} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2], \end{aligned} \quad (5.12)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения;

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \text{ — модуль упругости 2-го рода.}$$

Октаэдрические касательные напряжения можно выразить через главные напряжения и главные деформации:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{окт}} &= \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \\ &= \frac{2}{3} G \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}. \end{aligned} \quad (5.13)$$

После подстановки формулы (5.13) в формулу (5.12) выражение энергии формоизменения примет вид

$$\mathcal{A}_\Phi = \frac{G}{3} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]. \quad (5.14)$$

Применив к уравнению (5.13) закон Гука, получим

$$\gamma_{\text{окт}} = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (5.15)$$

Теперь, подставив выражение (5.15) в выражение (5.14), можем выразить \mathcal{A}_Φ через $\gamma_{\text{окт}}$:

$$\mathcal{A}_\Phi = \frac{3 \cdot G}{4} \gamma_{\text{окт}}^2. \quad (5.16)$$

При расчете на прочность заряда твердого топлива целесообразно использовать главные цилиндрические деформации $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$ и ε_z .

Тогда выражение (5.15) можно переписать в виде

$$\gamma_{\text{окт}} = \frac{2}{3} \sqrt{(\epsilon_r - \epsilon_\theta)^2 + (\epsilon_\theta - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_r)^2} \quad (5.15')$$

Теперь рассмотрим одномерное испытание (рис. 5.15), для которого имеем

$$\epsilon_r = \epsilon_\theta = -\mu \epsilon_z.$$

Подставив последнее выражение в формулу (5.15'), получим

$$\gamma_{\text{окт}} = \frac{2}{3} \sqrt{2} (1 + \mu) \epsilon_z. \quad (5.16')$$

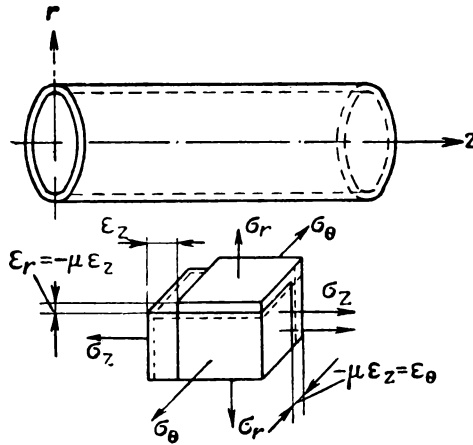


Рис. 5.15. Схема распределений главных напряжений и главных деформаций при одномерном растяжении

Если теперь предельную деформацию обозначить через $\epsilon_{\text{разр}}$, тогда в момент разрушения в рассматриваемом случае

$$\epsilon_z = \epsilon_{\text{разр}}.$$

Тогда из выражения (5.16') находим

$$\epsilon_{\text{разр}} = \frac{3\sqrt{2}}{4(1+\mu)} \gamma_{\text{окт}}. \quad (5.17)$$

Поскольку величина $\gamma_{\text{окт}}$ инвариантна относительно преобразования координат, то значение $\epsilon_{\text{разр}}$, при котором достигается критическая величина $\gamma_{\text{окт}}$, будет равно

$$\epsilon_{\text{разр}} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\mu)} \sqrt{(\epsilon_r - \epsilon_\theta)^2 + (\epsilon_\theta - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_r)^2} \quad (5.18)$$

При плоской деформации трубчатого заряда $\epsilon_z = 0$. Тогда выражение (5.18) примет вид

$$\epsilon_{\text{разр}} = \frac{1}{\sqrt{2} (1 + \mu)} \sqrt{(\epsilon_r - \epsilon_\theta)^2 + \epsilon_\theta^2 + \epsilon_r^2} \quad (5.19)$$

В качестве примера рассмотрим напряжение в заряде с звездообразным каналом в момент воспламенения. Опасным сечением будут звездообразные концы, для которых из закона напряжений — деформация при плоской деформации имеем [4]:

$$\epsilon_r = \frac{1 + \mu}{E} [(1 - \mu) \sigma_r - \mu \sigma_\theta]; \quad (5.20)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1 + \mu}{E} [(1 - \mu) \sigma_\theta - \mu \sigma_r]. \quad (5.21)$$

Для несжимаемого топлива ($\mu = 0,5$) $\epsilon_r = \epsilon_\theta$, тогда

$$\epsilon_{\text{разр}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \epsilon'_\theta \approx 1,15 \epsilon'_\theta$$

где ϵ'_θ — допустимая кольцевая деформация на концах лучей звездообразного канала в шашке.

Таким образом, на основании выбранного критерия требуется, чтобы для данного типа топлива допустимая деформация на лучах звезды составила приблизительно 85% предельной деформации, измеряемой при испытаниях на растяжение [4].

§ 5.4. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ЗАРЯДА ТВЕРДОГО ТОПЛИВА ПРИ РАБОТЕ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Для простоты расчетов проведем анализ установившихся напряжений и деформаций в цилиндрической одноканальной шашке,

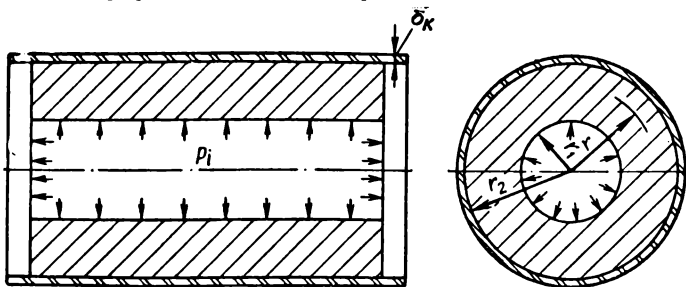


Рис. 5.16. К вопросу расчета на прочность заряда под действием внутреннего давления

прочной скрепленной со стенкой камеры, под действием равномерного внутреннего давления (рис. 5.16). Осевым ускорением и перепадом давления по длине шашки при ее горении пренебрегаем.

Кроме того, для упрощения полагаем, что камера и шашка подчиняются законам идеальной упругости (нелинейные эффекты, вызываемые пластичностью, незначительны), шашка достаточной длины, так что согласно принципу Сен-Венана концевым эффектом можно пренебречь, любое поперечное сечение, перпендикулярное оси камеры, остается плоским при действии напряжения на шашку (продольное напряжение не зависит от радиуса).

Шашка подвергается действию внутреннего давления p_i , которое равно эффективному давлению во внутреннем канале и внешнему эффективному давлению p_b , обусловленному наличием тонкостенной камеры.

Напряжения, возникающие в заряде твердого топлива, могут быть выражены через эффективные давления с помощью формул Ляме для толстостенной трубы. В случае плоской задачи во всех точках заряда будут действовать радиальные и тангенциальные напряжения [3]:

$$\sigma_r = \frac{p_i r_1^2 - p_b r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{(p_b - p_i) r_1^2 r_2^2}{r^2 (r_2^2 - r_1^2)}; \quad (5.22)$$

$$\sigma_\theta = \frac{p_i r_1^2 - p_b r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{(p_b - p_i) r_1^2 r_2^2}{r^2 (r_2^2 - r_1^2)}, \quad (5.23)$$

где r — текущий радиус;
 p_i — внутреннее эффективное давление, действующее на шашку;
 p_b — внешнее эффективное давление, действующее на шашку.

Если заряд горит, например, по внутренним поверхностям, то

$$p_i = p_{\text{кам}} - p_a,$$

где $p_{\text{кам}}$ — абсолютное давление в камере;
 p_a — атмосферное давление.

Заметим, что сумма $\sigma_r + \sigma_\theta$ для всех точек заряда должна быть постоянной:

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 2 \frac{p_i r_1^2 - p_b r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (5.24)$$

Вводя в формулы Ляме безразмерные параметры

$$m = \frac{r_1}{r_2} \quad \text{и} \quad \rho = \frac{r_1}{r},$$

получим:

$$\sigma_r = \frac{m^2 p_i - p_b}{1 - m^2} + \frac{\rho^2 (p_b - p_i)}{1 - m^2}; \quad (5.25)$$

$$\sigma_\theta = \frac{m^2 p_i - p_b}{1 - m^2} - \frac{\rho^2 (p_b - p_i)}{1 - m^2}. \quad (5.26)$$

Из анализа формул (5.25) и (5.26) можно сделать вывод, что при расчете заряда на прочность, когда справедливо неравенство $\rho_i > \rho_B$, определяющее значение имеют тангенциальные напряжения σ_θ , которые достигают своего максимального значения на внутренней поверхности канала шашки при $\rho_B = 0$:

$$\sigma_{\theta_{\max}} = \frac{m^2 + \rho^2}{1 - m^2} p_i \quad (5.27)$$

Поскольку в принятой схеме расчета $m \leq \rho \leq 1$, то радиальные напряжения σ_r всегда являются сжимающими, а тангенциальные σ_θ — растягивающими. Величина m практически может изменяться в пределах от 0 до 1, при этом σ_θ будет изменяться от $\rho^2 p_i$ до ∞ . Поэтому, чтобы избежать больших растягивающих напряжений, не следует брать величину параметра m меньше 0,5—0,6 или, что то же самое, относительная толщина свода заряда, скрепленного со стенками камерами, не должна превышать примерно 0,5—0,4 [1].

Допуская идеальное скрепление камеры с шашкой, можно принять равными на поверхности скрепления ($r = r_2$) тангенциальные и осевые деформации в шашке и в камере ($\epsilon_{\theta_T} = \epsilon_{\theta_K}$):

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \mu (\sigma_r + \sigma_z)] = \frac{1}{E_K} [\sigma_{\theta_K} - \mu_K (\sigma_{r_K} + \sigma_{z_K})]; \quad (5.28)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_r + \sigma_\theta)] = \frac{1}{E_K} [\sigma_{z_K} - \mu_K (\sigma_{r_K} + \sigma_{\theta_K})], \quad (5.29)$$

где E и E_K — модули упругости соответственно топлива и камеры; μ и μ_K — коэффициенты Пуассона шашки и корпуса.

Если считать материал камеры абсолютно жестким ($\sigma_{r_K} = 0$ при $r = r_2$), то уравнения (5.28) и (5.29) примут вид:

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \mu (\sigma_r + \sigma_z)] = 0; \quad (5.30)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_r + \sigma_\theta)] = 0. \quad (5.31)$$

Исключив из выражений (5.30) и (5.31) σ_z , получим [1]:

$$\sigma_\theta - \mu (\sigma_r + \sigma_\theta) = 0. \quad (5.32)$$

Значение внешнего эффективного давления можно определить, если подставить в уравнение (5.32) значения σ_r и σ_θ , полученные из формул (5.25) и (5.26), при условии, что $\rho = m$:

$$\sigma_r = -p_B;$$

$$\sigma_\theta = \frac{2m^2 p_i - (1 + m^2) p_B}{1 - m^2},$$

тогда

$$p_v = \frac{2m^2(1-\mu)}{1+m^2-2\mu} p_i. \quad (5.33)$$

Подставив теперь значения p_v в формулы Ляме, можно определить значения тангенциального и радиального напряжений как функций параметров m , ρ , μ . При $m=0$ максимальное тангенциальное напряжение $(\sigma_\theta)_{\max}$ становится равным эффективному давлению в камере; такая величина недопустима для эластичных и мягких топлив, используемых в зарядах, скрепленных со стенками камеры. На величину напряжений в шашке сильное влияние оказывает коэффициент Пуассона μ . Если топливо представляет собой почти несжимаемый резиноподобный материал ($\mu=0,5$), то при повышенных температурах тангенциальные деформации становятся незначительными. Если же топливо чувствительно к деформациям, то желательно так подобрать относительную жесткость камеры и самой шашки, чтобы топливу не деформировалось. В этом случае мы приходим к схеме ракетного двигателя со свободно вложенной шашкой, где обеспечен проход газов к внешней поверхности шашки и шашка твердого топлива находится в условиях равномерного гидростатического давления ($\sigma_r = \sigma_\theta = -p_{\text{кам.}}$).

§ 5.5. АНАЛИЗ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАРЯДЕ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА СО СЛОЖНОЙ ПЕРФОРАЦИЕЙ ВНУТРЕННЕГО КАНАЛА ШАШКИ

До сих пор в расчетах рассматривались заряды простой конфигурации в виде толстостенных цилиндров. В действительности шашки твердого топлива имеют значительно более сложную форму, например шашка со звездообразным каналом или шашка с внутренними пропилами (рис. 5.17). В шашках, имеющих сложную геометрическую форму, вокруг углов концентрируются напряжения, которые при воздействии на шашку силовых или температурных факторов снижают прочность заряда. Реальные напряжения на концах звезды в канале шашки превышают в несколько раз напряжения, возникающие в простом толстостенном цилиндре.

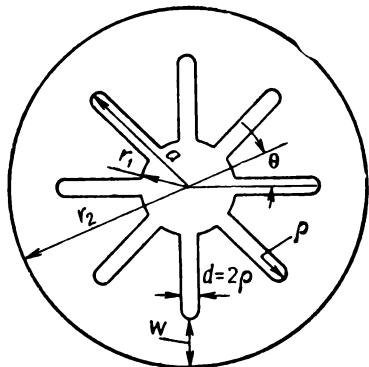


Рис. 5.17. Типичная модель заряда с пропилами (щелями)

Специальные эксперименты [1, 3] на толстостенных цилиндрах с симметричными внутренними вырезами различной глубины, ширины и формы с применением метода фотоупругости дали воз-

возможность изучить влияние геометрической формы внутреннего канала шашки на концентрацию напряжений в заряде, обусловленных давлением газов в камере сгорания.

За меру концентраций напряжений принимается [3] коэффициент концентрации напряжений K_i , который можно определить как

$$K_i = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{\sigma_{\theta_0} - \sigma_{r_0}}, \quad (5.34)$$

где σ_θ и σ_r — действительные величины тангенциальных и радиальных напряжений;

σ_{θ_0} и σ_{r_0} — напряжения, которые возникли бы в эквивалентном заряде в виде толстостенного цилиндра.

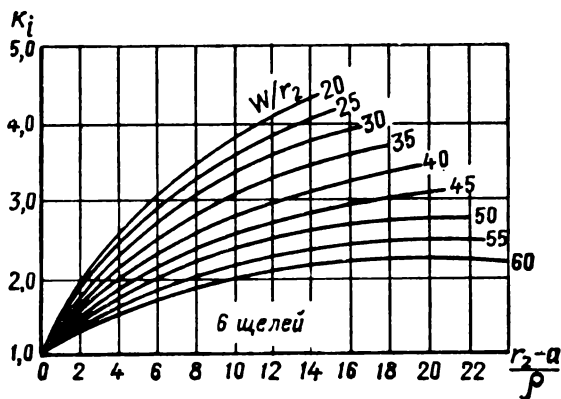


Рис. 5.18. Зависимость коэффициента концентрации напряжений от геометрических размеров шашки

Расчетные графики коэффициентов концентрации напряжений от внутреннего давления при исследовании шашек с внутренними щелями представлены на рис. 5.18. Из графика видно, что уменьшить концентрацию напряжений в шашке с пропилами можно уменьшив толщину свода и увеличив радиусы скругления в пропилах.

Большие эксперименты проведены [1, 3] на фотоупругих моделях по исследованию поля напряжений в зарядах со звездообразным внутренним каналом различных конфигураций, нагруженных давлением по наружной поверхности. Используя выводы метода фотоупругости, коэффициент концентрации напряжений K_i может быть экспериментально определен как отношение действительного числа полос в рассматриваемой точке к тому числу полос, которое существовало бы в эквивалентном толстостенном цилиндре при том же перепаде давлений ($p_{\text{внешн}}$ — $p_{\text{внутр}}$). На рис. 5.19 показана типичная фотоупругая модель заряда. Изохроматические полосы

получены в результате имитации внутреннего давления. Данные экспериментов показывают, что концентрацию напряжений в топливной шашке с учетом ранее приведенных рекомендаций можно также уменьшить, увеличив относительную толщину свода и число лучей звезды при данных W и ρ , увеличив угол раскрытия луча звезды и ширину прорези луча звезды.

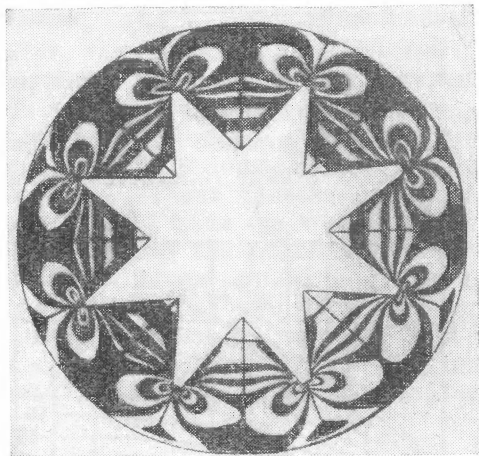


Рис. 5.19. Типичный вид фотоупругой модели заряда твердого топлива со звездообразным каналом

При точных прочностных расчетах зарядов твердого топлива надо учитывать, кроме указанных выше термических и механических напряжений, явления релаксации, а также напряжения с учетом вязко-упругих свойств топлива.

§ 5.6. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ РАКЕТНОГО ЗАРЯДА С УЧЕТОМ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ И РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА

Для случая толстостенных цилиндрических шашек из общей теории упругости могут быть получены аналитические выражения и относительно простые решения. Прочность зарядов со сложной формой канала может быть оценена с помощью данных о прочности простого заряда с учетом коэффициента концентрации напряжений.

Однако для точного расчета на прочность зарядов твердого топлива обычные методы упругостного анализа применять нельзя, потому что твердое топливо характеризуется потенциально нелинейной упруго-пластичностью, а пластично-упругие деформации его являются временными (реологическими) процессами.

В твердом теле имеют место две характерные деформации σ и τ . Причем деформация σ относится к растяжению или сжатию

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (5.35)$$

где E — модуль Юнга.

Деформация τ относится к сдвигу или кручению и в одномерном виде она записывается так:

$$\tau = G \cdot \gamma, \quad (5.36')$$

где G — модуль сдвига.

В специальных исследованиях [3] установлено, что распределение напряжений в изотропной несжимаемой упруго-пластичной среде совпадает с распределением напряжений в упругой среде, если граничные условия накладываются только на напряжения. Используя математический аппарат операционного исчисления,

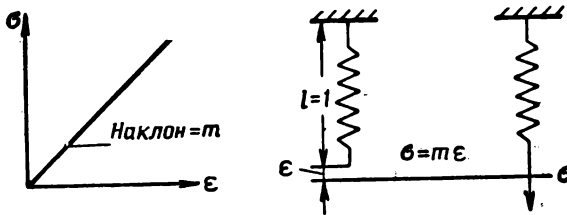


Рис. 5.20. Одноэлементная модель Гука

был разработан метод вычисления упруго-пластических напряжений и перемещений во многих задачах [3].

Подробно не анализируя, можно указать, что для вычисления напряжений и деформаций в принципе применимы прямые методы исследования широкого класса упруго-пластических задач, если речь идет о топливе, характеризующемся примерно линейной пластичностью.

Чтобы составить уравнения, связывающие напряжения и деформации в твердых топливах, необходимо применить классический метод представления материала в виде механических моделей, состоящих из элементарных пружин и демпферов. Модель собирается из пружин и демпферов таким образом, чтобы в целом воспроизводить при нагрузках поведение твердого топлива.

Простейшей моделью является линейная пружина (модель Гука), которая дает прямую пропорциональность между напряжением и деформацией (рис. 5.20). Постоянная пружины является аналогом модуля Юнга. Еще одной простой моделью является единичный демпфер (модель Ньютона) (рис. 5.21), который характеризует пропорциональность между напряжением и скоростью деформации. Естественным обобщением этих простейших моделей будет модель, состоящая из пружины и демпфера. Если соединить параллельным способом пружину и демпфер (рис. 5.22), то полу-

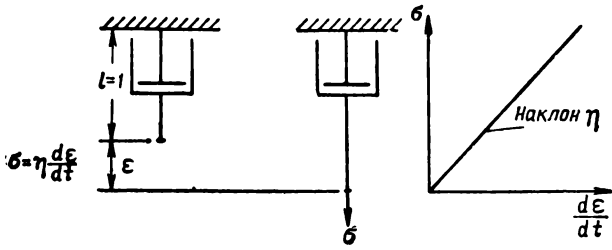


Рис. 5.21. Одноэлементная модель Ньютона

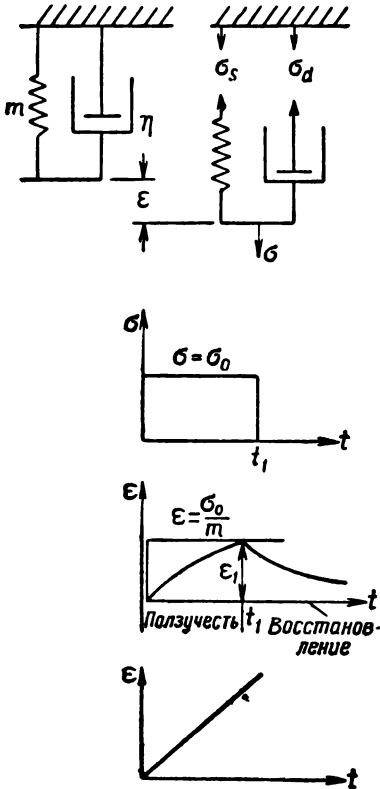


Рис. 5.22. Двухэлементная модель Войта

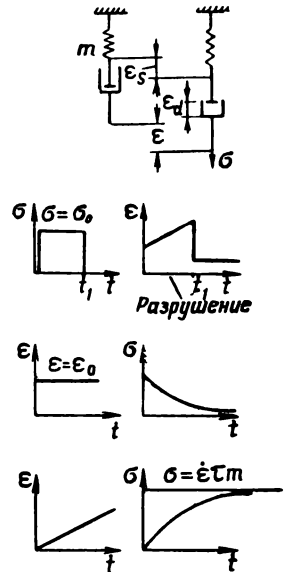


Рис. 5.23. Двухэлементная модель Максвелла

чим модель, известную под названием модели Войта (складываются напряжения). При последовательном соединении пружины и демпфера получим модель Максвелла (складываются деформации) (рис. 5.23). Во многих задачах можно ожидать, что модели Войта и Максвелла дадут хорошее приближение к реальной реакции топлива при малых деформациях в ограниченном интервале времени.

С помощью модели Войта (рис. 5.22) при исследовании ползучести при постоянной нагрузке было получено уравнение [3, 4, 6]

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{m} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \text{ для } 0 < t \leq t_1, \quad (5.36)$$

где σ_0 — напряжение, соответствующее постоянной нагрузке;
 t — время;
 $\tau = \frac{\eta}{m}$;

η и m — константы демпфера и пружины.

При очень больших значениях времени $\varepsilon(t)$ приближается к статической деформации. Такое поведение материала называется ползучестью (запаздывание деформации).

Процесс релаксации (ослабление напряжений или восстановление первоначальной формы после прекращения действия нагрузки) согласно той же модели (рис. 5.22) описывается уравнениями вида

$$\sigma = 0; \varepsilon(t) = \varepsilon_1 e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}} \text{ для } t > t_1, \quad (5.37)$$

где ε_1 — деформация в момент снятия нагрузки;
 t_1 — время в момент снятия нагрузки.

Если же на модели Войта промоделировать процессы, идущие с постоянной скоростью деформации $\dot{\varepsilon}$, то эти процессы можно описать следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \dot{\varepsilon} t; \\ \sigma &= \dot{\varepsilon} m \left(t + \frac{\eta}{m} \right), \end{aligned} \quad (5.38)$$

где $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$ — скорость деформации.

С помощью модели Максвелла можно также промоделировать ползучесть под постоянной нагрузкой.

В этом случае процессы описываются следующими уравнениями:

$$\sigma = \sigma_0; \varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{m} \left(1 + \frac{t}{\tau} \right) \text{ для } 0 \leq t \leq t_1, \quad (5.39)$$

а после снятия нагрузки:

$$\sigma = 0; \varepsilon(t) = \frac{\sigma}{m} \frac{t_1}{\tau} \text{ для } t > t_1. \quad (5.40)$$

Процессы, идущие с постоянной скоростью деформации, можно моделировать по той же схеме (рис. 5.23) и описать уравнениями вида

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon t; \\ \sigma &= \epsilon \tau m \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \end{aligned} \quad (5.41)$$

Процессы релаксации на модели Максвелла (рис. 5.23) описываются уравнением ($\epsilon = \epsilon_0$):

$$\sigma(t) = \epsilon_0 m e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{для } t > 0.$$

Если необходимо, то можно моделировать 3- и 4-элементными моделями (рис. 5.24). Однако практически вычисления с такими моделями представляют большие трудности и могут быть произведены только для шашек с очень простой геометрической формой. Как правило, в расчетах пользуются моделями, состоящими максимум из двух элементов.

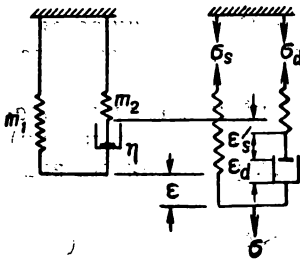


Рис. 5.24. Трехэлементная механическая модель, изображающая реакцию материала на сдвиг

Определим упруго-пластические деформации при действии давления на бесконечно длинную полую цилиндрическую шашку, заключенную в упругую оболочку.

Решение в упругой области деформаций для несжимаемого топлива ($\mu = 0,5$) и при наличии тонкой оболочки под действием внутреннего давления в проекциях напряжений имеет вид [3]:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= - \frac{\left(\frac{r_2}{r} \right)^2 - 1 + \frac{3/2}{(1 - \mu_K^2)} \cdot \frac{\delta_K \cdot E_K}{r_2 E}}{\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 + \frac{3/2}{(1 - \mu_K^2)} \cdot \frac{\delta_K E_K}{r_2 E}} \cdot p_i; \\ \sigma_\theta &= \frac{\left(\frac{r_2}{r} \right)^2 + 1 - \frac{3/2}{(1 - \mu_K^2)} \cdot \frac{\delta_K E_K}{r_2 E}}{\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 + \frac{3/2}{(1 - \mu_K^2)} \cdot \frac{\delta_K E_K}{r_2 E}} \cdot p_i; \\ \sigma_z &= \frac{1 - \frac{3/2}{(1 - \mu_K^2)} \cdot \frac{\delta_K \cdot E_K}{r_2 \cdot E}}{\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 + \frac{3}{2(1 - \mu_K^2)} \cdot \frac{\delta_K E_K}{r_2 E}} p_i, \end{aligned} \quad (5.42)$$

где E и μ — модуль Юнга и коэффициент Пуассона для топлива;
 E_k и μ_k — модуль Юнга и коэффициент Пуассона для матери-
 ала камеры;
 δ_k — толщина стенки камеры.

Изотропный упруго-пластичный материал представим с по-
 мощью модели Войта. Тогда отставание сдвига во времени можно
 записать так:

$$\tau_{ij} = \eta \left(\frac{d\gamma_{ij}}{dt} \right) + G\gamma_{ij} \quad (i \neq j). \quad (5.43)$$

Применив преобразование Лапласа к уравнению (5.43) для
 начальных условий, получим

$$\bar{\tau}_{ij} = (\eta p + G) \bar{\gamma}_{ij}. \quad (5.44)$$

Из теории упругости для несжимаемого материала следует, что

$$\tau_{ij} = G\gamma_{ij} = \frac{E}{3} \gamma_{ij}. \quad (5.45)$$

Из уравнений (5.44) и (5.45) получим значение эквивалент-
 ного модуля упругости

$$E(p) \rightarrow 3(\eta p + G). \quad (5.46')$$

Подставив модуль, определяемый операторным выражением
 (5.46'), в каждое из начальных уравнений для упругой деформа-
 ции, найдем соответствующие упруго-пластические деформации [3]:

$$\bar{\sigma}\left(\frac{r}{\theta}\right) = - \frac{\left[\pm \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 - 1 \right] (\eta p + G) + \frac{\delta_k E_k}{2(1 - \mu_k^2) r_2}}{\left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right) - 1 \right] (\eta p + G) + \frac{\delta_k E_k}{2(1 - \mu_k^2) r_2}} \bar{p}_i(p), \quad (5.46)$$

где верхний знак соответствует σ_r , а нижний знак σ_θ .

Полагая $\bar{p}_i = \frac{p_i}{p}$, преобразованное уравнение (5.46) примет
 вид

$$\bar{\sigma}\left(\frac{r}{\theta}\right) = K \frac{(p + a_0)}{p \left(p + \frac{1}{\tau} \right)}, \quad (5.47)$$

где

$$K = - \frac{\pm \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 - 1}{\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1} p_i; \quad (5.48)$$

$$a_0 = \frac{\left[\pm \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 - 1 \right] G + \frac{\delta_k E_k}{2(1 - \mu_k^2) r_2}}{\left[\pm \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 - 1 \right] \eta}; \quad (5.49)$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 \right] G + \frac{\delta_k E_k}{2(1-\mu_k^2) r_2}}{\left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 \right] \eta}. \quad (5.50)$$

Делая обратное преобразование Лапласа, получим выражение для физических напряжений с учетом реологических свойств твердого топлива

$$\sigma\left(\frac{r}{r_1}\right) = K\tau \left[a_0 - \left(a_0 - \frac{1}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \right], \quad (5.51)$$

где τ — время;

η и m — коэффициенты модели, определяемые экспериментально.

Для случая, когда $r=r_2$, давление между шашкой и оболочкой затухает с постоянной времени τ , а напряжения могут быть определены по формуле

$$\frac{\sigma_r(r_2)}{p_i} = - \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau}}}{1 + 2(1-\mu_k^2) \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right) \left(\frac{r_2 E}{3\delta_k E_k} \right)} \quad (5.52)$$

Таким образом, напряжения в заряде зависят от упруго-пластических констант E и G , которые входят в формулу (5.52) и в выражение для времени τ . В то же время влияние скорости (η) учитывается лишь в выражении (5.50), написанном для времени релаксации τ .

Уместно отметить также, что при жесткой оболочке $E_k \rightarrow \infty$, $\tau^{-1} \rightarrow \infty$ и $\sigma_r(r_2) \rightarrow -p_i$.

Окончательно расчет напряженно-деформированного заряда с учетом реологических свойств твердого топлива производится по формулам [3]:

$$\frac{\sigma_\theta(r_1)}{p_i} = \frac{\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} + 1 \right) E - \frac{3\delta_k E_k}{2(1-\mu_k^2) r_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + \frac{\frac{r_2^2}{r_1^2} + 1}{\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1} e^{-\frac{t}{\tau}}}{\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right) + \frac{3\delta_k E_k}{2(1-\mu_k^2) r_2}}; \quad (5.53)$$

$$\frac{\sigma_r(r_1)}{p_i} = 1;$$

$$\frac{E \cdot \epsilon_\theta(r_1)}{p_i} = \frac{3 \frac{r_2^2}{r_1^2}}{\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right) + \frac{3\delta_k E_k}{2(1-\mu_k^2) r_2} E} \left[1 + \frac{\frac{3\delta_k E_k}{2(1-\mu_k^2) E r_2}}{\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1} e^{-\frac{t}{\tau}} \right].$$

Дифференцируя, получим скорость деформации

$$\dot{\epsilon}_{r_1} = \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_{\theta} (r_1),$$

тогда

$$\frac{E}{\rho_i} \dot{\epsilon}_{\theta} (r_1) = - \frac{3 \frac{r_2^2}{r_1^2} \frac{\delta_k E_k}{2(1-\mu_k^2)}}{\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1\right) \cdot \eta} r_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5.53')$$

Используя кривую Смита (рис. 5.13) и полученные зависимости, можно определить запас прочности заряда твердого топлива.

§ 5.7. УЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РАСЧЕТЕ НА ПРОЧНОСТЬ ЗАРЯДА ТВЕРДОГО ТОПЛИВА [3]

В большинстве случаев ракетные двигатели твердого топлива подвергаются при длительном хранении воздействию температуры окружающей среды. Действие температурных напряжений сильнее сказывается на зарядах, связанных с оболочкой, чем на зарядах, свободно уложенных в камере сгорания.

Для изучения термических напряжений сделаем следующие допущения:

1. В начальном состоянии двигатель с залитой в него топливной шашкой свободен от термических напряжений и деформаций.

2. Распределение температуры симметрично относительно оси и не зависит от осевой координаты z .

3. Модуль упругости, коэффициент линейного расширения α и коэффициент Пуассона от температуры не зависят.

4. Заряд при рассмотрении принимается достаточно длинным, так что в соответствии с принципом Сен-Венана концевыми эффектами можно пренебречь.

Общие выражения для радиального, тангенциального и осевого напряжений в плотно скрепленном с тонкой упругой оболочкой заряде твердого топлива могут быть записаны так [3]:

$$\sigma_r = - p' \frac{1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}; \quad (5.54)$$

$$\sigma_{\theta} = - p' \frac{1 + \left(\frac{r_1}{r}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}; \quad (5.55)$$

$$\sigma_z = - p' \frac{1}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}, \quad (5.56)$$

где

$$p' = \frac{(a - a_k) E \cdot T^\circ}{\frac{3r_1^2}{2(r_2^2 - r_1^2)} + (1 - \mu_k^2) \frac{r_2 E}{\delta_k E_k}}. \quad (5.57)$$

Рассматривая картину упруго-пластичного сдвига с помощью модели Максвелла и предполагая линейный закон изменения температуры заряда по времени ($T^\circ = \kappa' t$), можно получить окончательные расчетные формулы для напряжений в заряде под действием температурных напряжений с учетом реологических свойств твердого топлива:

$$\sigma_r(t) = -k \frac{\left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{\alpha \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right)}; \quad (5.58)$$

$$\sigma_\theta(t) = -\frac{k \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{\alpha \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right)}; \quad (5.59)$$

$$\sigma_z(t) = -\frac{k}{\alpha \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right)} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (5.60')$$

где

$$k = \frac{(a - a_k) G \cdot k'}{\frac{r_1^2}{2(r_2^2 - r_1^2)} + (1 - \mu_k^2) \frac{r_2 G}{\delta_k E_k}}. \quad (5.60)$$

Эти уравнения показывают экспоненциальный характер роста напряжений во всех направлениях, что отвечает предложенной механической модели Максвелла, которая поглощает энергию деформации.

§ 5.8. РАСЧЕТ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ЗАРЯДЕ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЕСА [3]

Касательные напряжения сдвига от собственного веса цилиндрической одноканальной шашки, установленной в вертикальном положении и поддерживаемой упругой оболочкой, пренебрегая краевыми эффектами, определяются уравнением

$$\tau_{rz}(r) = -\frac{\rho k}{2} \left(r - \frac{r_1^2}{r}\right). \quad (5.61)$$

Этим напряжениям отвечает соответствующее перемещение (перемещение в месте скрепления шашки с оболочкой равно нулю), выражаемое формулой

$$W_r = -\frac{\rho g}{2G} \left(r_1^2 \ln \frac{r_2}{r} - \frac{r_2^2 - r^2}{2} \right). \quad (5.62)$$

Представим характеристики материала механической трехэлементной упруго-пластичной моделью (рис. 5.24). Предполагая, что при установке шашки в вертикальное положение вес возрастает скачком, и считая, что $\mu = 0,5$, окончательное выражение для определения осевого сползания принимает следующий вид:

$$W(t) = -\frac{\rho g r_1^2}{4m_1} \left\{ 2 \ln \frac{r_2}{r} - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right] \right\} \times \\ \times \frac{1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right) - \left(\frac{m_2}{m_1} \right) e^{-\frac{t}{\tau_t}}}{1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)}, \quad (5.63)$$

где $\tau_t = \eta \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$ — постоянная времени для постоянного напряжения;

η , m_1 и m_2 — коэффициенты демпфера и двух пружин.

При больших значениях t деформация приближается к упругой и зависит от постоянного модуля сдвига материала (m_1 или m_2).

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ V

1. Баррер М., Жомотт А. и др. Ракетные двигатели. Оборонгиз, 1962.
2. Бартли Ч. Е., Миллс М. М. Реактивные двигатели. Воениздат, 1962.
3. Williams. The Strain analysis of solid propellant rocket grains Ias paper, No 59—110, 1959.
4. Вильямс М. Л. Влияние механических свойств на конструкцию двигателей на твердом топливе. Исследование ракетных двигателей на твердом топливе. Изд. иностр. литер., 1963.
5. Wimpless R. N. Internal Ballistics of Solid — Fuel Rockets, Mc Graw Hill Book Co. New York, 1950.
6. Фриденталь А., Генри Л. «Коэффициент Пуассона в топливах с линейной вязкоупругостью». Исследование ракетных двигателей на твердом топливе. Изд. иностр. литер., 1963.
7. Zachringer A. I., Solid Propellants Rockets, ARG, Wyandotte. Michigan, 1958.

Г Л А В А VI

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОРГАНЫ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТОЙ С ДВИГАТЕЛЯМИ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ

Исполнительные органы управления ракетой предназначены для регулирования вектора тяги РДТТ в полете по величине и направлению.

§ 6.1. РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЯГИ ПО ВЕЛИЧИНЕ

В работах [1, 2] описаны механические способы предстартовой настройки двигателя для получения постоянной величины тяги при применении зарядов твердого топлива с различными начальными температурами. В полете система регулирования величины тяги РДТТ должна:

- изменять тягу во времени по заданной программе;
- поддерживать необходимую величину тяги независимо от случайных факторов (например, случайные изменения скорости горения топлива и поверхности заряда, разгар сопла и т. п.), вызывающих ее изменение [3];
- прекращать работу двигателя по достижении ракетой заданной скорости.

Регулирование величины тяги РДТТ можно достичь соответствующим выбором характеристик твердого топлива и геометрии заряда.

Наиболее простым законом изменения тяги по времени является двухступенчатый закон, соответствующий стартовому и маршевому режимам РДТТ.

На рис. 6.1, *a* показаны поперечные сечения двух возможных вариантов РДТТ, в которых осуществляется двухрежимный закон изменения тяги. В стартовом режиме двигатель развивает высокую тягу в относительно небольшой период времени и сообщает ракете скорость, необходимую для полета и маневрирования [4]. В маршевом режиме, для которого характерно большое время работы двигателя при низкой тяге, ракета получает дополнительную скорость или сохраняет скорость, достигнутую в конце стартового участка (рис. 6.1, *б*).

Более сложной конструктивной задачей является непрерывное регулирование величины тяги РДТТ в полете. Для этого могут быть использованы схемы с авторегулируемыми соплами. В качестве датчика системы регулирования может служить интегратор ускорений, который по величине измеряемых ускорений посылает

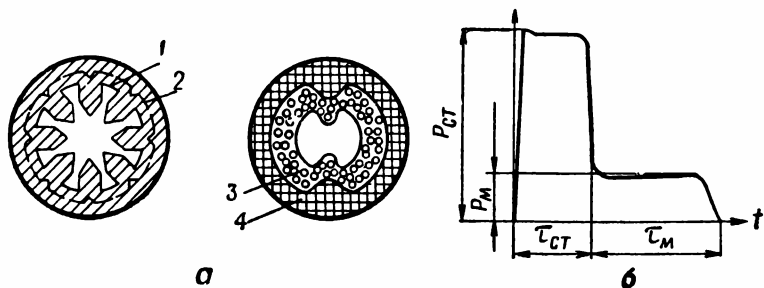


Рис. 6.1. Различные формы зарядов твердого топлива, обеспечивающие двухступенчатый закон изменения тяги: *а* — поперечные сечения двух возможных вариантов РДТТ; *б* — диаграмма двухступенчатого закона изменения тяги; 1 — поверхность горения для стартовой ступени; 2 — поверхность горения для маршевой ступени; 3 — топливо с высокой скоростью горения для стартовой ступени; 4 — топливо с низкой скоростью горения для маршевой ступени

сигналы в исполнительные органы, изменяющие величину критического сечения сопла [5].

Одним из известных методов регулирования тяги по величине в РДТТ является применение сопла с профилированной иглой (рис. 6.2). В камере сгорания у критического сечения сопла двигателя помещена игла (заглушка), которая с помощью гидропривода может перемещаться по продольной оси двигателя. Игла при своем перемещении изменяет площадь критического сечения сопла в зависимости от давления в камере. Чтобы выключить двигатель, игла максимально втягивается в камеру. В этом случае значительно увеличивается площадь критического сечения сопла, давление резко падает и двигатель прекращает работу. Во время проведения экспериментальных исследований РДТТ включался шесть раз с интервалами 10 мин и каждый раз работал по 3—4 сек [6]. Таким способом регулирования удается

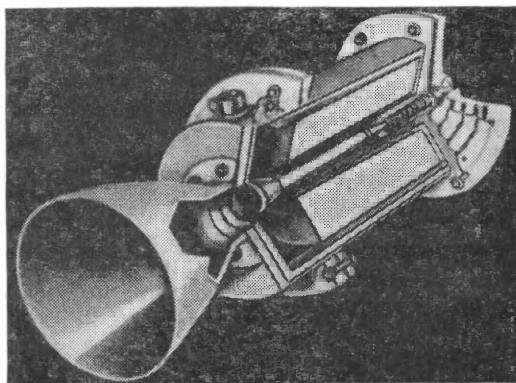


Рис. 6.2. РДТТ с регулируемой тягой

снизить лишь величину разброса тяги. Кроме того, регулирование тяги, основанное на изменении только одной площади критического сечения сопла, становится неэффективным [4] при использовании топлив с $\nu \rightarrow 0$. Во всех случаях сопло, профилированная игла и другие детали регулирующего механизма должны изготавливаться из жаропрочных материалов с применением теплоизоляционных материалов. В некоторых случаях требуется постоянное охлаждение регулирующего устройства.

К новым методам регулирования относятся: 1) регулирование тяги с помощью перепуска газа или отвода его в стороны из соплового блока; 2) воздействие на процесс горения твердого топлива звуковыми колебаниями, генерируемыми в камере сгорания РДТТ; 3) регулирование путем изменения расхода жидкого компонента в комбинированных (гибридных) двигателях на твердом топливе [3].

К перспективным методам регулирования тяги по величине относятся немеханические способы изменения площади критического сечения путем вдува * вспомогательного газа при высокой скорости в критическое сечение сопла [7]. Такие сопла можно назвать соплами с газодинамически переменной площадью критического сечения (рис. 6.3). Если вдувать вспомогательный газ по

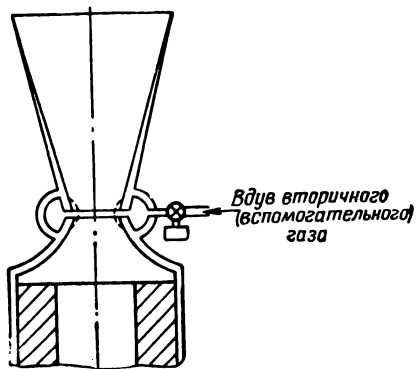


Рис. 6.3. Схема сопла с регулируемым критическим сечением

кольцу в критическое сечение сопла (или вблизи от него), то этот поток как бы сместит внутрь основной поток истекающих газов и тем самым уменьшит площадь критического сечения сопла. Вдув можно произвести через узкую щель или ряд отверстий, расположенных вокруг критического сечения. Уменьшение площади критического сечения за счет вдува газа приводит к значительному повышению давления в камере сгорания, массового расхода и тяги.

Для приближенного анализа эффекта изменения площади критического сечения сопла применим уравнение газового баланса [1]

$$u_1 p_{к1}^{\gamma} \cdot S = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \sqrt{\frac{g \cdot k}{R}} \frac{\epsilon p_{к} F_{кр}}{\sqrt{T_0}} \quad (6.1)$$

В работе [1] показано, что для степенного закона скорости горения справедливо соотношение вида

$$p_{к} \approx (F_{кр})^{-\frac{1}{1-\nu}} \quad (6.2)$$

* Процессы вдува газа в критическое сечение сопла в иностранной литературе называют вторичной эжекцией.

Тогда, учитывая выражение (6.2), правую часть уравнения (6.1) можно записать так:

$$G_{сек} \approx F_{кр} p_k \approx (F_{кр})^{-\frac{\nu}{1-\nu}} \quad (6.3)$$

Для определения тяги двигателя имеем формулу

$$P = \frac{G}{g} u_e + F_a (p_a - p_H). \quad (6.4)$$

В уравнении тяги величины p_H и F_a не зависят от изменения площади критического сечения сопла, а значение эффективной скорости истечения газа из сопла u_e мало меняется при изменении $F_{кр}$, вызванном вдувом вспомогательного газа. Поэтому в первом приближении можно написать уравнение (6.4) в следующем виде:

$$P \approx \left[(F_{кр})^{\frac{\nu}{\nu-1}} \cdot u_e + \frac{p_a}{p_k} F_a (F_{кр})^{\frac{1}{\nu-1}} - p_H F_a \right]. \quad (6.5)$$

Если обозначить индексом 0 члены уравнения, относящиеся к равновесному истечению при начальной площади критического сечения сопла $F_{кр0}$, а без этого индекса — относящиеся к равновесному истечению при измененной площади $F_{кр}$, то получим окончательно выражение [1, 7]

$$\frac{P}{P_0} = \frac{G_{p_0} u_e \left(\frac{F_{кр}}{F_{кр0}} \right)^{\frac{\nu}{\nu-1}} + \frac{p_a}{p_k} F_a p_{k_0} \left(\frac{F_{кр}}{F_{кр0}} \right)^{\frac{1}{\nu-1}} - p_H F_a}{G_{сек} u_e + \frac{p_a}{p_k} \cdot p_k F_a - p_H F_a}. \quad (6.6)$$

При вдуве газа в сопло с уменьшением критического сечения, когда показатель степени в законе горения $\nu < 1$, давление в ракетной камере увеличивается (6.2). Соответственно этому величина массового секундного расхода возрастает, что подтверждается выражением (6.3). Результаты теоретического анализа находятся в соответствии с экспериментальными данными, полученными в работе [7]. В сопло, степень расширения которого равнялась $\frac{p_k}{p_a} = 15$, осуществлялся вдув воздуха для регулирования тяги по величине у экспериментального ракетного двигателя. Для подачи вспомогательного воздуха низкой температуры в критическом сечении сопла была сделана кольцевая щель (рис. 6.4). Ширина щели менялась с помощью прокладок. На рис. 6.5 показана зависимость изменения расхода основного потока от расхода вспомогательного вдуваемого воздуха (G_{p_2}). С увеличением расхода вдуваемого воздуха (G_{p_2}) значительно увеличивается расход основного потока, а следовательно, тяга двигателя возрастает согласно уравнению (6.4). Практический интерес представляют результаты экспериментов, показывающих зависимость расхода

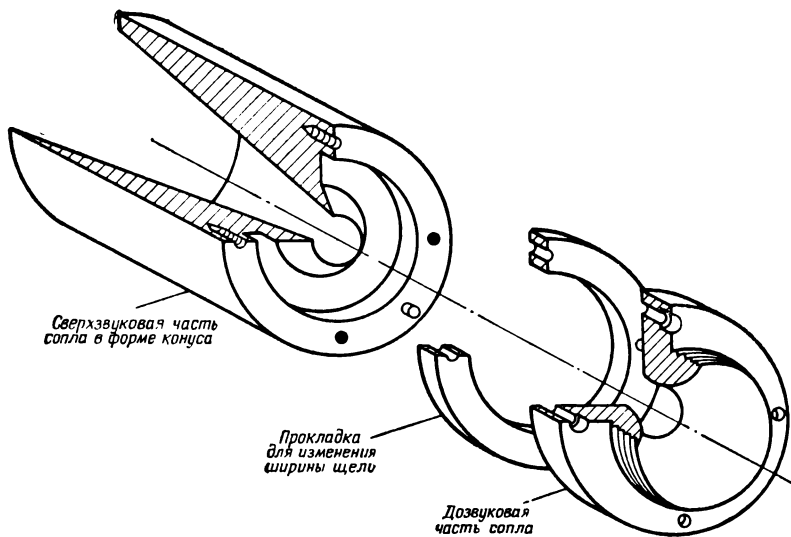


Рис. 6.4. Схема экспериментального сопла

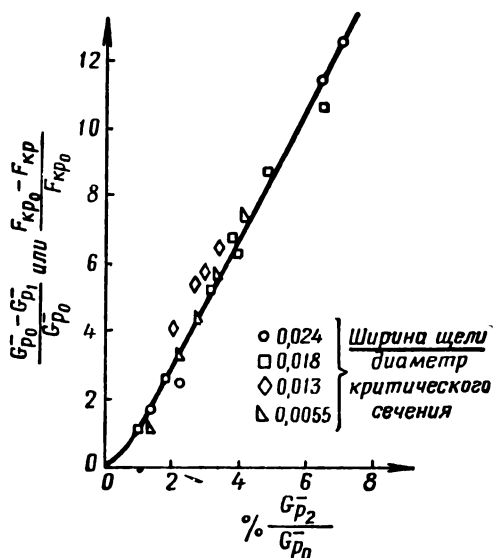


Рис. 6.5. Изменение расхода основного потока в зависимости от расхода вспомогательного вдуваемого газа:

\bar{G}_{p_1} — расход вдуваемого газа; \bar{G}_{p_0} — расход основного потока

основного потока от давления газов вдуваемого потока при различной ширине щели (рис. 6.6). С помощью этого графика можно определить давление вдуваемого воздуха для заданного изменения расхода основного потока.

Поскольку давление вдуваемого вторичного газа не может превышать давление основного потока, то сама камера сгорания РДТТ могла бы служить в качестве вспомогательного источника питания. Однако использование для вторичного вдува газа из камеры сгорания вследствие его высокой температуры будет усложнять охлаждение сопла в критическом сечении. Применение же холодного газа, хранящегося в баллоне, для вторичного вдува охлаждает сопло.

§ 6.2. ОТСЕЧКА ТЯГИ

Отсечка тяги как один из видов регулирования тяги все больше применяется в конструкциях баллистических и космических ракет, а также в других реактивных летательных аппаратах, траектории полета которых должны точно корректироваться.

Для точного управления дальностью полета баллистической ракеты необходимо регулировать продолжительность времени действия тяги РДТТ. В качестве датчика для отсечки (выключения) тяги двигателя в нужный момент может быть применен гироскопический интегратор ускорений.

Рассмотрим несколько конструктивных схем управления дальностью полета ракеты. На рис. 6.7 изображена связка РДТТ, в центре которой расположена боевая часть ракеты. При достижении заданной скорости работающие двигатели отделяются от боевой части и, увеличивая свою скорость вследствие уменьшения нагрузки, удаляются от боевой части ракеты, которая продолжает двигаться по программной траектории [8]. Время действия тяги в РДТТ можно также регулировать либо создав противотягу, либо полностью прекратив горение заряда. На рис. 6.8 показана конструктивная схема отсечки тяги путем гашения пламени и полного прекращения горения заряда [9]. Опыты, проведенные с РДТТ,

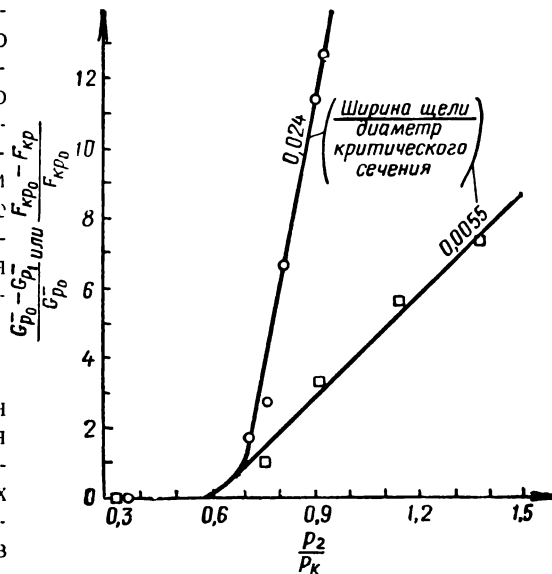


Рис. 6.6. Влияние давления газа при вдуве на изменение расхода основного потока.

p_2 — давление вспомогательного газа; p_k — давление в камере

заряд которого весил $\approx 1,0$ т, показали, что для прекращения горения данного заряда требуется $\approx 11,0$ л воды [20]. Для полной гарантии отсечки тяги в момент отсечки в передней части камеры

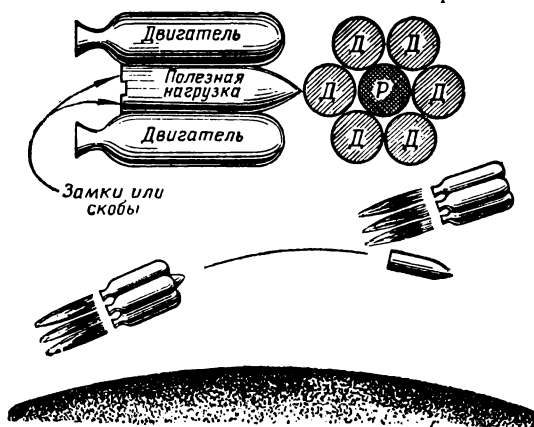


Рис. 6.7. Схема управления дальностью полета ракеты

открываются дополнительные отверстия, в результате чего давление в ракетной камере падает.

Наиболее распространенным способом отсечки тяги является реверсирование тяги (создание противотяги). В двигателе второй ступени ракеты «Поларис» отсечка тяги происходит в результате вскрытия четырех реверсивных сопел, обращен-

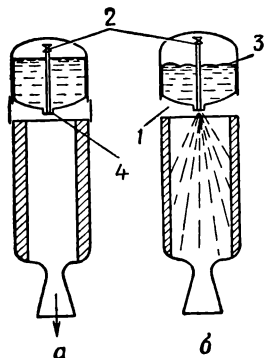


Рис. 6.8. Конструктивная схема отсечки тяги:

a — РДТТ перед отсечкой тяги; *б* — РДТТ в момент отсечки тяги; 1 — отверстие для создания противотяги; 2 — обратный клапан; 3 — резиновый мешок; 4 — уплотнение с прорывной диафрагмой

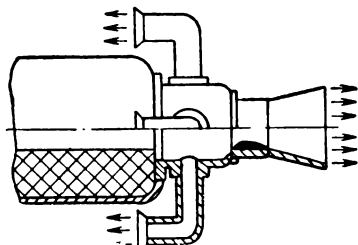


Рис. 6.9. Реверсивные сопла для отсечки тяги

ных вперед. Падение давления в двигателе сочетается с уравновешиванием тяги противотягой дополнительных сопел (рис. 6.9). Действие тяги прекращается через 50 мсек, что позволяет регули-

рывать конечную скорость ракеты с точностью 10 м/сек [3]. Более жесткие требования установлены для системы отсечки тяги в моноблочном РДТТ «Бид Пэкидж» № 6. Падение тяги на 50% в данном экспериментальном двигателе должно произойти через 5 мсек после выключения системы [11].

Время срабатывания системы (рис. 6.10) характеризуется величиной градиента давления $\frac{dp}{dt}$, непосредственно связанного с заданным законом раскрытия отверстий для реверсирования тяги. Из уравнения баланса вещества в РДТТ в работе [12] получено

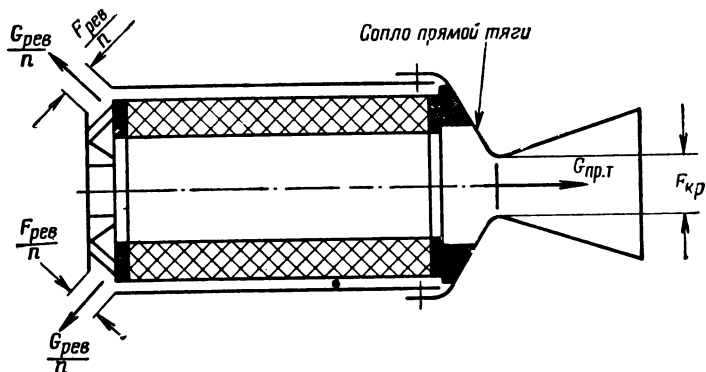


Рис. 6.10. К вопросу отсечки тяги в РДТТ:

$F_{рев}$ — площадь всех открытых критических отверстий для реверсирования тяги; $п$ — число отверстий

выражение, характеризующее зависимость площади раскрытия отверстий реверса тяги от времени:

$$t - t_{рев} = \frac{V_{своб.}}{f \cdot \epsilon (F_{кр} + F_{рев}) (1 - \nu)} \ln \frac{1 - \left[\frac{F_{кр}}{F_{кр} + F_{рев}} \right]}{\left(\frac{p}{p_{рев}} \right)^{1-\nu} - \left[\frac{F_{кр}}{F_{кр} + F_{рев}} \right]}, \quad (6.7)$$

где $t_{рев}$ — время открытия отверстий реверса тяги;
 $V_{своб.}$ — свободный объем камеры, равный начальному свободному объему плюс объем, освободившийся от сгоревшей части заряда, к моменту начала реверсирования тяги;

$f = RT_0$ — сила твердого топлива;

ϵ — коэффициент расхода.

Из уравнения (6.7) можно получить графическую зависимость изменения давления в камере от времени после начала реверсирования тяги для различных значений площади открытых отверстий (рис. 6.11). В работе [12] приводится пример вычисления закона раскрытия отверстий реверса тяги изложенным методом. Сначала для двигателя с заданными параметрами получена экспериментальная зависимость изменения давления в камере от вре-

мени после сигнала отсечки. По этой экспериментально определенной зависимости подсчитано, что эффективное раскрытие отверстий обратной тяги достигается примерно через 45 мсек после сигнала, а полное раскрытие через 160 мсек [12].

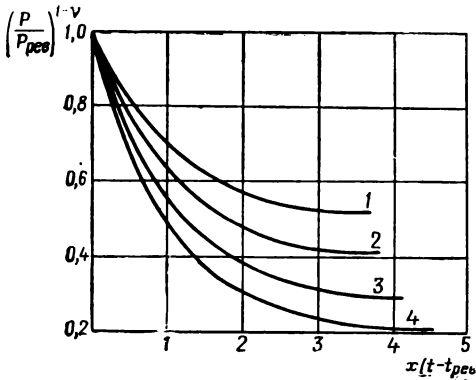


Рис. 6.11. Расчетная зависимость давления в камере от времени после начала истечения газов через отверстия реверса тяги:

$$1 - \frac{F_{\text{рев}}}{F_{\text{рев}} + F_{\text{кр}}} = 0,5; \quad 2 - \frac{F_{\text{рев}}}{F_{\text{рев}} + F_{\text{кр}}} = 0,4$$

$$3 - \frac{F_{\text{рев}}}{F_{\text{рев}} + F_{\text{кр}}} = 0,3; \quad 4 - \frac{F_{\text{рев}}}{F_{\text{рев}} + F_{\text{кр}}} = 0,2.$$

p — давление в камере в процессе реверсирования тяги; $p_{\text{рев}} = p_{\text{к}}$ — давление в камере в момент открытия отверстий реверса тяги

Тягу РДТТ можно свести к нулю путем прерывания горения заряда РДТТ, которое достигается резким понижением давления в двигателе. Быстрое понижение давления в камере сгорания можно получить открыв выпускное отверстие в камере, например, отделив заднее днище двигателя вместе с соплом (рис. 6.12, а), или открыв дополнительные радиальные отверстия (рис. 6.12, б). Опыты, проведенные в стендовых условиях, показали, что устройство «осевого сброса» давления, изображенное на рис. 6.12, а, создает в момент отделения соплового блока 4—6-кратное увеличение тяги [9].

Несмотря на то что пик тяги по времени краток, он все же нежелателен, так как уменьшает надежность бортовой аппаратуры. Этого можно избежать, используя «боковой сброс» давле-

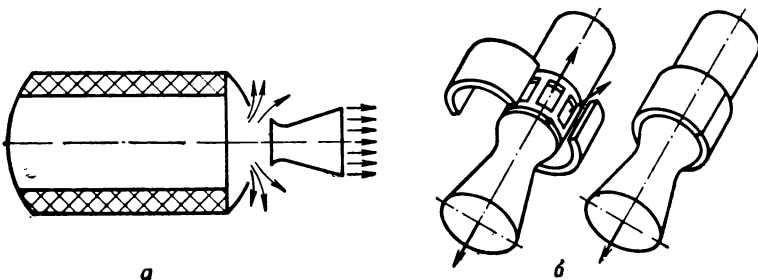


Рис. 6.12. Возможные способы уменьшения давления в камере сгорания:

а — схема «осевого сброса» давления в двигателе; б — схема «бокового сброса» давления в двигателе

ния (рис. 6.12, б). Такое устройство для отсечки тяги частично уравнивает прямую тягу, создаваемую соплом двигателя.

Влияние быстрого понижения давления на горение твердого топлива было исследовано в лабораторных условиях на приборе типа «Прерыватель горения» [3]. Опыты показали, что основное влияние на прерывание горения при внезапном падении давления оказывает скорость уменьшения давления. Полное прекращение процесса горения наблюдалось только при определенном значении скорости падения давления, которая в работе [13] названа критической $\left(\frac{dp}{dt}\right)_{кр}$

Величина $\left(\frac{dp}{dt}\right)_{кр}$ определяется составом топлива и рабочим давлением в камере РДТТ.

Для смесового топлива минимальная величина скорости уменьшения давления в камере, обеспечивающая окончательное прекращение горения, равнялась 5200 атм/сек при начальном давлении в камере 38 ата. Чем выше рабочее давление в двигателе, тем большая скорость понижения давления необходима для надежного гашения заряда. Величина $\left(\frac{dp}{dt}\right)_{кр}$ с увеличением давления в камере изменяется линейно.

§ 6.3. РЕГУЛИРОВАНИЕ ВЕКТОРА ТЯГИ ПО НАПРАВЛЕНИЮ

Современные баллистические и космические ракеты нуждаются в непрерывном регулировании вектора тяги по направлению для управления полетом при выполнении программы.

Ракета может выполнить командный маневр относительно осей тангажа, рыскания и крена и изменить траекторию полета в том случае, если к ракете будет приложена сила, направленная под некоторым углом относительно положения касательной к траектории. Составляющая этой силы, направленная по нормали к траектории, называется управляющей. В систему управления двигателем ракеты входит комплекс аппаратуры и устройств для измерения отклонений фактического движения ракеты от необходимого направления полета, формирование соответствующего сигнала и создание с помощью органов управления управляющей силы.

В зависимости от природы сил, участвующих в управлении движением ракеты, органы управления можно разделить на три типа: аэродинамические, газодинамические и комбинированные [14]. Аэродинамические органы управления (рули, крылья, стабилизаторы, элероны, интерцепторы) создают управляющую силу только при полете в условиях атмосферы, за счет поворота вектора аэродинамических сил. Газодинамические органы управления представляют собой комплекс устройств, регулирующих вектор тяги по направлению. Комбинированные органы управления при

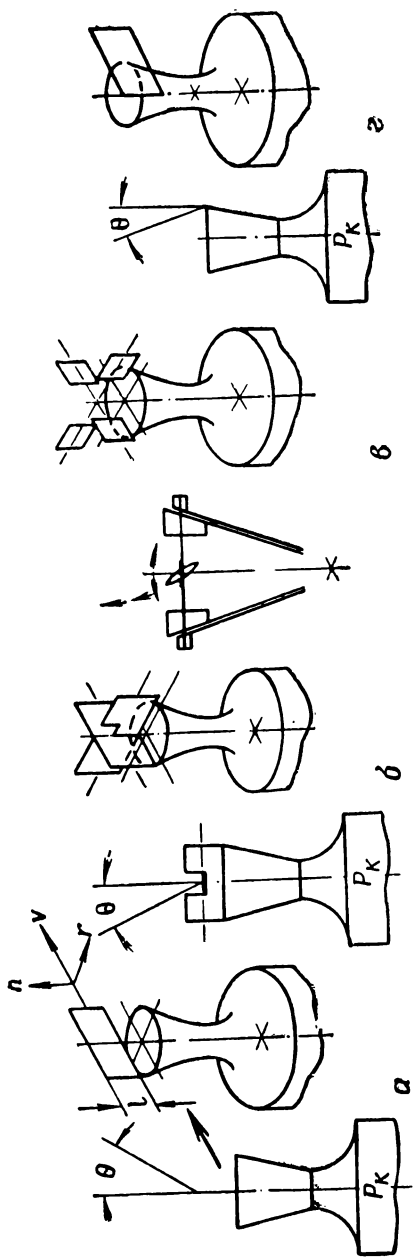


Рис. 6.13. Различные формы газоструйных рулей:

а — центральный газовый руль; **б** — два пересекающихся руля; **в** — газовые рули, установленные по периферии выходного сечения сопла; **г** — руль, установленный на границе струи

создании управляющей силы используют аэродинамические силы и силу тяги.

К основным исполнительным органам управления ракетой на твердом топливе могут быть отнесены: газовые рули, косо срезанные сопла, кольцевые газовые рули, дефлекторы, вращающиеся сопла, поворотные двигатели и устройство для газодинамического управления вектором тяги путем вторичного вдува газа или впрыска жидкости в сверхзвуковую часть сопла.

Газовые рули. Еще в начале XX века основоположник космонавтики К. Э. Циолковский предусмотрел возможность управления ракетой при помощи рулей, помещенных в струю истекающих газов. В Доме-музее К. Э. Циолковского в Калуге имеется рисунок-схема «Поворачивание ракеты взрыванием при наклонении руля» [15]. Эта схема К. Э. Циолковского дает прообраз газоструйных устройств для управления полетом современных ракет.

Возможные схемы пластинчатых газоструйных рулей показаны на рис. 6.13. На газовый руль, находящийся в потоке газов, истекающих из сопла двигателя, действуют:

$$X_{г.р} = c_{x_{г.р}} \frac{\rho v^2}{2} S;$$

- подъемная сила или боковая тяга $Y_{г.р.} = c_{y_{г.р.}} \frac{\rho v^2}{2} S_i$;
- газодинамический момент $M_{г.р.} = c_{m_{г.р.}} \frac{\rho v^2}{2} S \cdot l$,

где v — скорость потока, обдувающего руль;
 ρ — плотность газа в потоке;
 S — характерная площадь руля;
 l — характерная длина руля.

Формирование управляющей боковой силы при повороте одного из горизонтальных газовых рулей на угол θ наглядно представлено на рис. 6.14. Если привести силу $Y_{г.р.}$ к центру массы ракеты, то момент, создаваемый парой сил $Y_{г.р.}$ и $Y'_{г.р.}$, повернет

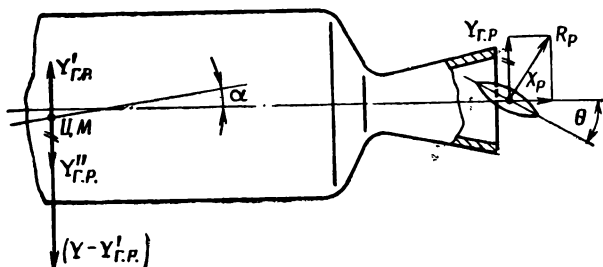


Рис. 6.14. К вопросу о формировании управляющей силы с помощью газового руля

ракету вокруг центра массы (Ц. М.) на некоторый угол атаки α . Это приведет к возникновению подъемной силы Y , приложенной к ракете в центре массы. Разность сил $Y - Y'_{г.р.}$ будет составлять величину управляющей силы, под действием которой центр массы ракеты начнет отклоняться в сторону действия управляющей силы [16, 17].

Угол поворота рулей в потоке для баллистических ракет дальнего действия меняется в пределах $\pm 25^\circ$. Это приводит к тому, что силы, действующие на руль, меняются в широких пределах. На рис. 6.15 приведены результаты экспериментов по определению боковой тяги газового руля [18]. Экспериментальные исследования показывают, что боковая тяга при изменении отклонения газового руля подчиняется примерно линейному закону. Разница между осевой тягой свободной струи и осевой тягой отклоненной струи эквивалентна лобовому сопротивлению руля. Измерения показали, что для всех видов рулей величина потерь составляет в среднем 60% полученной боковой силы.

В многокамерных двигателях газовые рули могут располагаться в нейтральном положении между камерами. В этом случае газовые рули будут находиться под воздействием потока газов только во время поворота рулей.

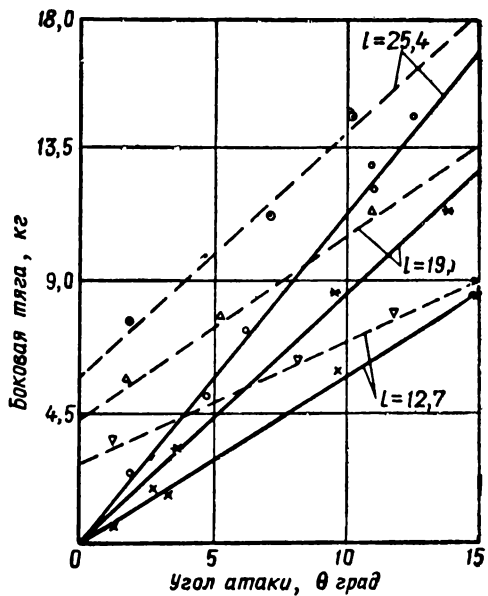


Рис. 6.15. Экспериментальные данные по определению боковой тяги газовых рулей ($p_k = 50 \text{ кг/см}^2$):

- изменение боковой тяги с изменением угла атаки центрального газового руля ($r=0$);
- изменение боковой тяги с изменением угла атаки смещенного газового руля (руль расположен на расстоянии $r=8,6 \text{ мм}$ от оси струи)

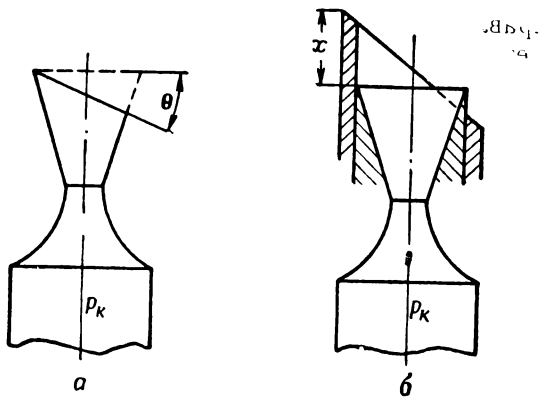


Рис. 6.16. Сопло с косым срезом

Сопло с косым срезом. Отклонение струи в сопле, имеющем косой срез (рис. 6.16), приводит к образованию боковой силы. Эффективное поперечное расширение струи в соплах подобной

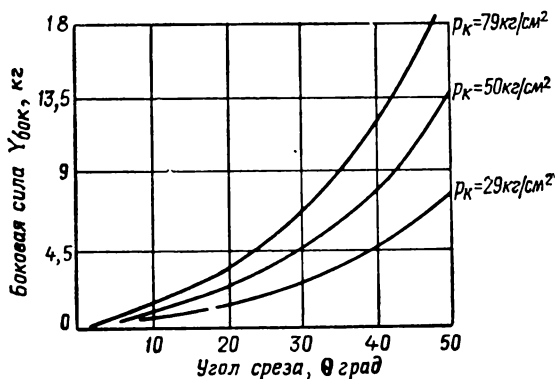


Рис. 6.17. Зависимость боковой силы от угла среза сопла при различных давлениях в ракетной камере

конструкции можно создать при наличии повышенного давления на срезе сопла по сравнению с атмосферным. Результаты экспериментов представлены на графике (рис. 6.17). Сопло, срезанное под углом 30° , отклоняет струю на 4° . Причем полученная боковая тяга равна боковой тяге обычного газового руля, установленного под углом атаки в 6° [18].

Более эффективной конструкцией сопла для управления вектором тяги в полете является сопло со срезанным цилиндрическим насадком (рис. 6.16, б). Экспериментальные данные, приведенные на графике (рис. 6.18), показывают, что с увеличением длины насадка боковая тяга увеличивается сначала линейно и достигает максимальной величины, когда насадок полностью охватывает истекающую из сопла струю.

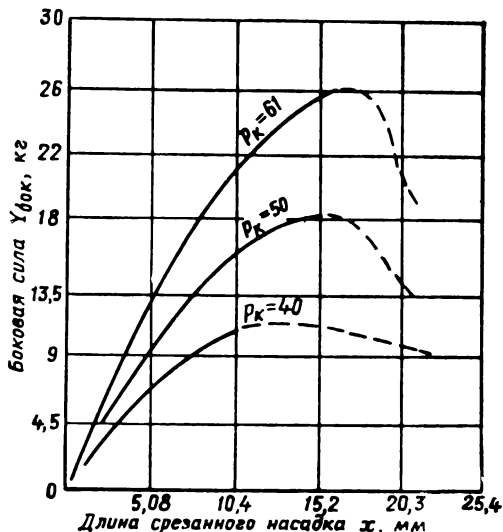


Рис. 6.18. Зависимость боковой силы от длины насадка с косым срезом при различных давлениях в ракетной камере

Потери осевой тяги, обусловленные наличием отклоненного потока, незначительны и составляют около 2,5% полной тяги [18].

Цилиндрический поворотный насадок. В данной системе для управления вектором тяги используется тот же прин-

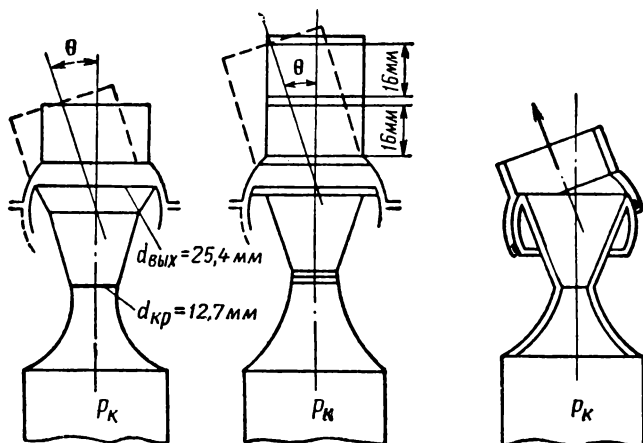


Рис. 6.19. Цилиндрический поворотный насадок для управления вектором тяги

цип отклонения реактивной струи с помощью рулевого устройства, как и при использовании газовых рулей. Однако преимуществом

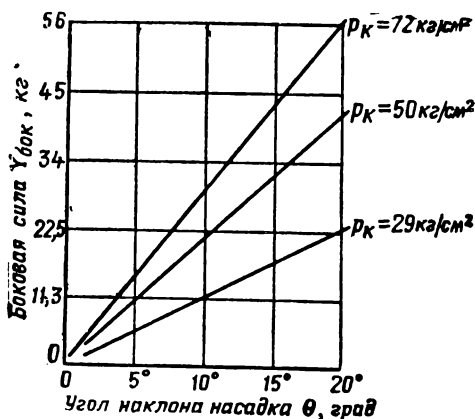


Рис. 6.20. Зависимость боковой силы от угла поворота цилиндрического насадка (по экспериментальным данным)

рассматриваемого исполнительного органа управления по сравнению с газовыми рулями является то, что цилиндрический поворотный насадок взаимодействует со струей газа только во время прохождения командного сигнала на создание бокового вектора тяги (рис. 6.19).

Вращаясь вокруг поперечной оси, цилиндрический насадок или дугообразный лопастный руль создает боковую силу, величина которой зависит от угла поворота и длины насадка (рис. 6.20, 6.21) [18]. При повороте на один и тот же угол испол-

нительный орган управления ракетой в виде цилиндрического насадка дает большую величину тяги, чем газовый руль. Максимальная боковая сила соответствует длине цилиндрического

насадка, равной примерно трем калибрам критического сечения сопла. Недостатком такого устройства является большая величина шарнирного момента.

Применение дефлекторов в качестве исполнительных органов газодинамического управления ракетой является дальнейшим развитием конструкций цилиндрических поворотных насадок. Дефлектор (рис. 6.22) представляет собой сферическое полированное кольцо, которое вращается на шаровых опорах и вводится в поток газов и, отклоняя поток, тем самым изменяет направление вектора тяги. Для поворота потока и создания боковых сил требуется сравнительно небольшой шарнирный момент, что является преимуществом такой конструкции руля. Из литературы известно, что дефлекторы устанавливались на каждом из четырех сопел 1-й ступени ракет «Поларис А-1» и «Поларис А-2».

Поворотные двигатели и сопла.

Управлять ракетой можно путем поворота камеры сгорания двигателя (рис. 6.23). Величина составляющей тяги $P \cdot \sin \theta$, используемой для управления, будет зависеть от угла поворота θ .

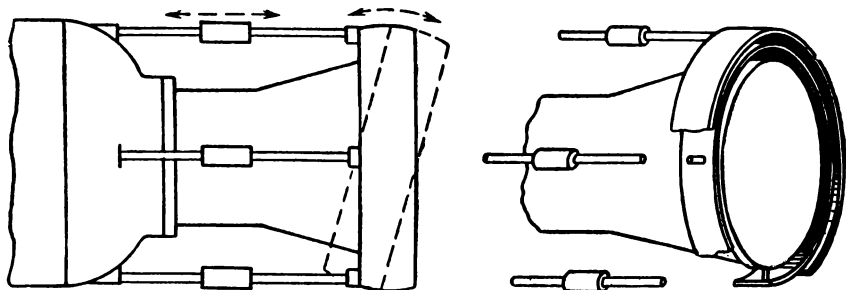


Рис. 6.22. Дефлектор для регулирования вектора тяги по направлению

Поскольку обычно угол поворота камеры θ мал, то управляющая сила изменяется примерно по линейной зависимости

$$Y_{упр} = P \sin \theta \approx P\theta.$$

Потеря тяги $X_{упр}$ будет величиной весьма малой, а значение определяется из выражения

$$X_{упр} = P - P \cos \theta = P(1 - \cos \theta) \approx P \frac{\theta^2}{2}.$$

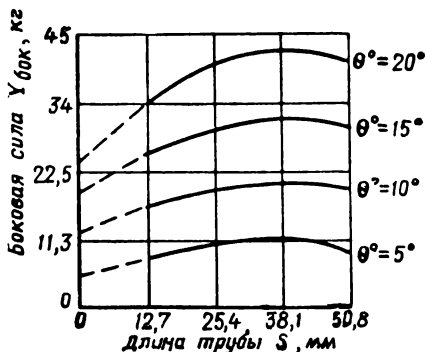
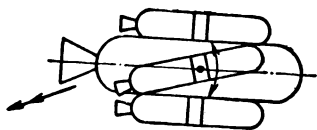


Рис. 6.21. Зависимость боковой силы от длины цилиндрического насадка (по экспериментальным данным)

Отклонения от траектории полета по тангажу и рысканию обнаруживаются гироскопами. Сигналы от гироскопа передаются через усилители и цепи управления к сервомеханизмам, которые поворачивают камеру сгорания, установленную в карданном подвесе.

Направлением силы тяги можно управлять поворотом небольших шарнирно подвешенных двигателей (рис. 6.23). В схеме



управления с боковыми двигателями при совпадении вектора скорости ракеты с заданным направлением поток газов из каждого бокового двигателя идентичен. При отклонении ракеты от заданной траектории гироскоп подает сигнал на специальные механизмы, которые поворачивают нужные боковые двигатели. Потоки газов, вытекающие из повернутых двигателей, создают силу, которая повернет ракету относительно ее центра тяжести. После того как ось ракеты совпадет с заданным направлением полета, гироскоп разомкнет цепь возбуждения электромагнита и специальные устройства возвратят боковые двигатели в исходное положение.

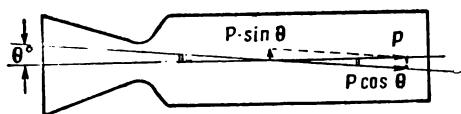


Рис. 6.23. Управление полетом ракеты путем поворота камеры РДТТ

нет ракету относительно ее центра тяжести. После того как ось ракеты совпадет с заданным направлением полета, гироскоп разомкнет цепь возбуждения электромагнита и специальные устройства возвратят боковые двигатели в исходное положение.

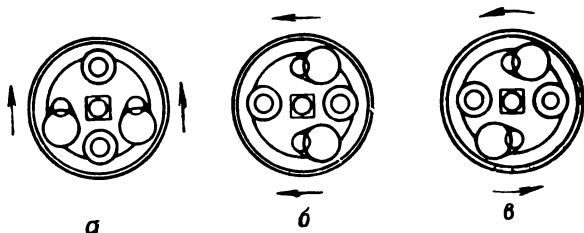


Рис. 6.24. Схема действия поворотных сопел для управления полетом ракеты

При решении задачи регулирования направления вектора тяги часто применяют поворотные сопла, которые имеют малый вес и небольшие потери осевой тяги при отклонении направления действия силы тяги от оси ракеты [19]. Примером такой схемы может служить ракета «Минитмэн». На каждой ступени ракеты имеется по четыре поворотных сопла, отклонение которых на необходимый угол производится соответствующими гидроприводами. На рис. 6.24 представлена схема действия поворотных сопел для управления полетом ракеты «Минитмэн». Управление по углу тангажа осуществляется поворотом двух сопел вверх — вниз (а); маневры по углу рыскания (по курсу) проводятся поворотом обоих

сопел, находящихся в вертикальной плоскости, в одну или другую сторону (б); управление по углу крена производится поворотом сопел, находящихся в горизонтальной плоскости, в разные стороны (в). Сопло (рис. 6.25) состоит из неподвижной стальной части 1, кольцевого воротникового уплотнения 2 и вращающейся части 3, которая на шарнирных цапфах 4 может отклоняться на угол до 8°

Оценка величины шарнирных моментов подобной конструкции сопел была проведена при испытании опытного ракетного двигателя с тягой 3,2 т при давлении в камере 35 кг/см^2 . Поворот сопла

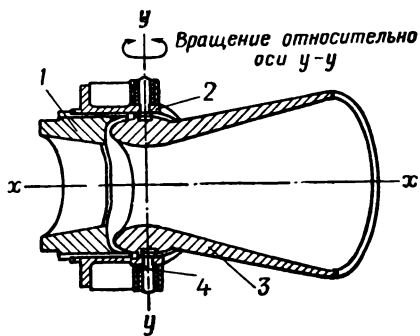


Рис. 6.25. Схема поворотного сопла

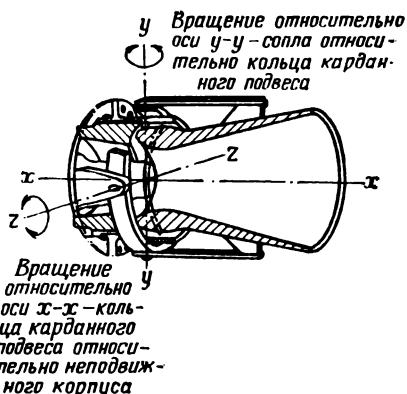


Рис. 6.26. Поворотное сопло с карданным подвесом

для отклонения вектора тяги на 10° осуществлялся максимальным крутящим моментом, равным 2 кг.м [20].

В связке двигателей ускорителя ракеты «Нова» применяется сопло с карданным подвесом (рис. 6.26). Обычно такое сопло крепится к кольцу карданного устройства шарнирно в двух точках. В перпендикулярной этому подвесу плоскости к корпусу двигателя шарнирно крепится кольцо карданного подвеса.

Управление поворотными соплами осуществляется пневматическими и гидравлическими приводами. На рис. 6.27 приведена схема пневматической сервосистемы, работающей на горячем газе. В качестве источника рабочего тела для сервосистемы используется пороховой аккумулятор давления (ПАД). Чтобы предотвратить засорение системы, в конструкции сервосистемы имеются фильтры тонкой очистки [21].

На схеме рис. 6.28 представлено устройство поворотного сопла с сифонным уплотнителем. Гибкий металлический сифон, соединяющий сопло с двигателем, образует подвижное газовое уплотнение.

Зона неподвижного газа вокруг горловины сопла предохраняет тонкий сифон от нагрева продуктами сгорания топлива [19, 22].

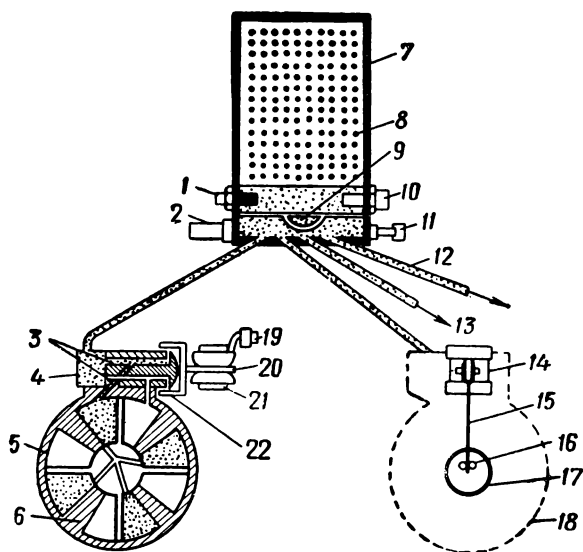


Рис. 6.27. Схема пневматической сервосистемы для поворота исполнительных органов управления ракетой:

1 — термopapa (при необходимости использования сигнала поджигания); 2 — клапан регулирования давления; 3 — постоянные дроссели; 4 — фильтр ресивера; 5 — цельное литое резиновое уплотнение; 6 — четырехлопастная поворотная рулевая машинка (квадрант) на горячем газе; 7 — генератор газа; 8 — пороховой аккумулятор давления (ПАД); 9 — фильтр и уплотнение для защиты от влаги; 10 — воспламенитель; 11 — штепсельный разъем для наземной проверки; 12 и 13 — подача газа в рулевые машинки; 14 — электро-механический преобразователь; 15 — пружина обратной связи; 16 — ведущие шлицевые соединения; 17 — выходной вал; 18 — рулевая машинка (вид сзади); 19 — сигнал управления; 20 — крепление пружины обратной связи; 21 — электро-механический преобразователь; 22 — заслонка

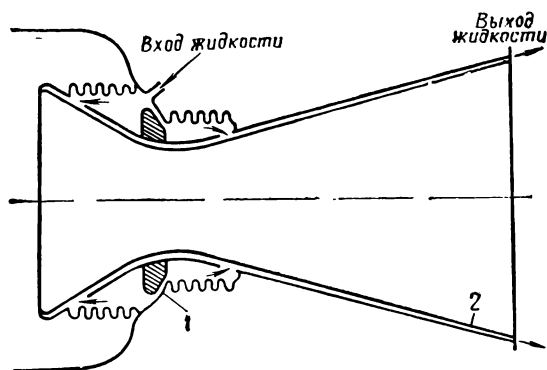


Рис. 6.28. Схема поворотного сопла с сильфонным уплотнителем:

1 — гибкий сильфон; 2 — зубчатое пространство

§ 6.4. УПРАВЛЕНИЕ ВЕКТОРОМ ТЯГИ ПУТЕМ ВДУВА ГАЗА ИЛИ ВПРЫСКА ЖИДКОСТИ* В ЗАКРИТИЧЕСКУЮ ЧАСТЬ СОПЛА

Из материалов, опубликованных в иностранной литературе, видно, что разработка методов по созданию боковой тяги в настоящее время является одной из самых трудных и важных проблем, с которой сталкиваются инженеры при проектировании больших твердотопливных двигателей [23].

В настоящее время уделяется большое внимание методу управления вектором силы тяги путем вдува газа или впрыска жидкости в сопло ракетного двигателя. При осуществлении этого метода отсутствует контакт между подвижными деталями и истекающими из сопла газами. Вводимые в сопло газ или жидкость отклоняют основной поток, создавая боковую силу, которая используется для управления ракетой.

При этом рассматриваются два типа систем подачи рабочего тела: с вдуванием горячего газа и система впрыска жидкости. Каждая система для целей регулирования вектора тяги требует дополнительного количества рабочего тела, которое используется в ракете за счет уменьшения величины полезной нагрузки. В исследованиях, проводимых для реализации рассматриваемого метода, в качестве рабочего тела применяют: горячий газ, газообразный азот, жидкий азот, жидкий водород, воду и фреон-12.

В случае вдува горячего газа последний подается от вспомогательного газогенератора или забирается из основной камеры сгорания. Затем этот газ через клапан регулирования поступает в закритическую часть сопла. Фирма «Тиокол» разработала систему перепуска горячих газов из камеры сгорания РДТТ тягой в 2270 кг в закритическую часть сопла. Испытания этой системы перепуска показали надежную работу в течение 50 сек игольчатого клапана, изготовленного из пористых жаростойких материалов, пропитанных медью и охлаждаемых выпотеванием. Расход газа через клапан не превышал 3% максимального расхода основной камеры сгорания. Вес приводного механизма и клапана менее 1,8 кг [24].

Использование фреона несколько облегчает проблему подачи газа, но потребуются вспомогательные баки, в которых фреон будет находиться под давлением гелия или азота.

Физическая схема процесса. Поток жидкости или газа, вводимый в сверхзвуковую часть сопла, взаимодействует со сверхзвуковым потоком газообразных продуктов сгорания топлива и, являясь преградой для основного потока, тормозит этот поток. В сопле, таким образом, создаются условия для формирования

* Процессы вдува газа и впрыска жидкости в некоторых литературных источниках называют инжекцией, рабочее тело — инжектантом, систему подачи — инжектором.

скачка уплотнения, возникающего при взаимодействии сверхзвукового потока с преградой (поперечным потоком) в виде вводимой струи. Вводимый поток, отклоняясь от первоначального направления, течет вниз по потоку к срезу сопла, смешиваясь с основным потоком (рис. 6.29).

Одновременно, как показывают теневые фотографии процесса [23], происходит взаимодействие между возникающей криволинейной ударной волной и пограничным слоем, приводящее к отрыву вторичного потока от стенки, на которой расположено отверстие для вдува (впрыска). Положение точки отрыва от границ зоны

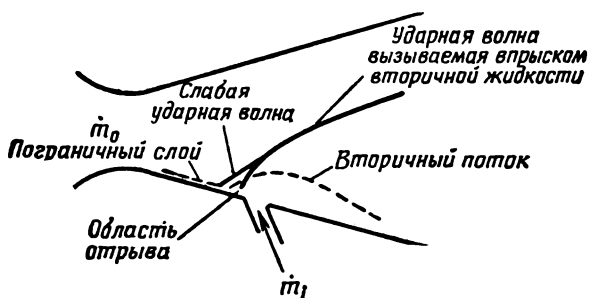


Рис. 6.29. Элементы физической схемы процесса в сопле при вдуве газа в закритическую часть сопла

отрыва и слоя смешения зависит от расхода вводимого компонента (а следовательно, давления) и числа Маха в сечении вдува (впрыска). После смешения газы расширяются изэнтропически до статического давления, равного статическому давлению невозмущенного сверхзвукового потока. За скачком уплотнения скорость газа резко уменьшается, а давление растет. При этом давление на стенку сопла ниже места вдува (впрыска) по потоку оказывается большим, чем в случае, если ввода струи не было бы. Это обстоятельство приводит к возникновению боковой силы $Y_{бок}$, величина которой равна сумме всех сил от увеличения давления, действующих на стенку сопла за скачком уплотнения.

О форме ударной волны. Во всех экспериментах [23] ударные волны, образующиеся при вдуве газа или впрыске жидкости независимо от физических свойств вводимого компонента, по форме аналогичны приведенным на рис. 6.29. Наклон ударной волны в любом сечении возрастает с увеличением расхода вводимого компонента и уменьшается с уменьшением числа Маха в сечении ввода. При некоторых сочетаниях вводимого компонента и положения отверстия для ввода ударная волна падает на противоположную стенку сопла и отражается от нее. Это наблюдается чаще всего тогда, когда место вдува (впрыска) расположено близко к критическому сечению сопла или расход вводимого компонента слишком велик. В этом случае снижается удельная боко-

вая тяга, отнесенная к единице массового расхода вводимого компонента. Эффективность создания боковой тяги уменьшается также при наличии размытого контура ударной волны и при наличии высоких расходов вводимого вещества, когда система скачков начинает распространяться радиально. В обоих случаях возмущения давления выходят за пределы плоскости, нормальной к плоскости вдува (впрыска).

В литературе рассмотрены различные приближенные методы по теоретическому исследованию процессов вдува газа или впрыска жидкости в сопло [25, 26].

Экспериментальные исследования боковых сил [23], возникающих при вводе вторичной жидкости в сопло РДТТ. Опыты проводились с РДТТ, заряды которых представляли собой смесевое топливо, состоящее из полиуретана и перхлората аммония. При работе двигателя развивали тягу 590—680 кг в течение 8 сек. Экспериментальные сопла были выполнены в виде конуса со степенью расширения газа 25 : 1. В зависимости от расположения отверстия для ввода компонента менялся характер взаимодействия индуцированной ударной волны с противоположной стенкой сопла. Индуцированный скачок не ударяется о противоположную сторону сопла при степени расширения сопла (ϵ_i) в месте ввода компонента, равной 9,9. Скачок падает и отражается от нее при $\epsilon_i = 2,65$. Угол, ограниченный противоположной стороной и линией, соединяющей место впрыска с точкой отражения, определяющийся уровнем давления на противоположной стороне, равен приблизительно 53°.

В качестве рабочего тела для ввода в закритическую часть сопла применялись фреон-12, вода и газообразный азот. Отношение весовых расходов впрыскиваемого вещества и основного потока находилось в пределах от 0,039 до 0,118. Вдоль стенки сопла давление измерялось в пределах от 0,07 до 1 кг/см².

На рис. 6.30, 6.31 показаны типичные профили давления вдоль поверхности сопла, полученные для одинаковых ϵ_i при вводе фреона-12 и N₂ через дренажные отверстия, расположенные в од-

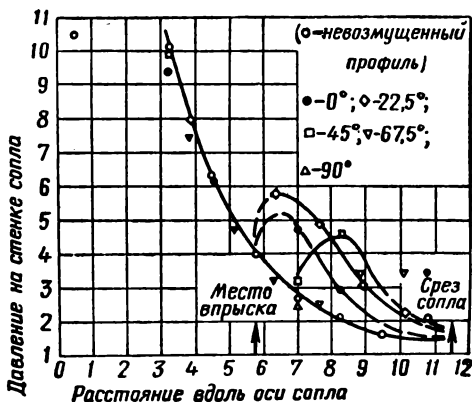


Рис. 6.30. Типичные профили давления вдоль поверхности сопла при впрыске фреона-12:

$$p_k = 20,3 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}; \quad p_{i\text{торм}} = 70 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}; \quad \frac{p_{i\text{торм}}}{p_k} = 3,48;$$

$$\frac{G_{\text{сек1}}}{G_{\text{сек}_0}} = 0,205; \quad \epsilon_i = 9,90; \quad d_i = 2,03 \text{ мм}$$

ном квадранте конического сопла. Сравнение профилей давления показывает существенное возрастание положительного давления над давлением невозмущенного потока в области за местом вдува азота по направлению

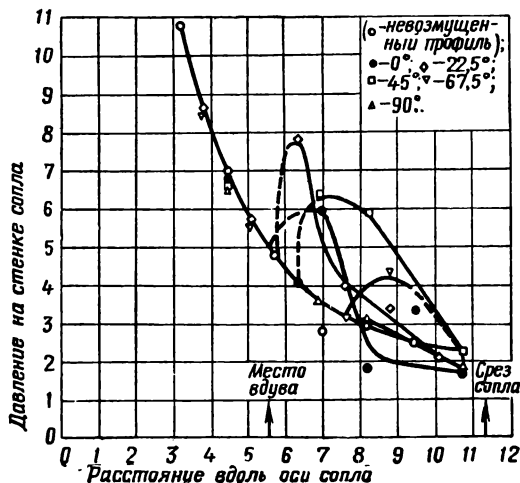


Рис. 6.31. Типичные профили давления вдоль поверхности сопла при вдуве газообразного азота:

$$p_k = 36,3 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}; p_{i\text{торм.}} = 76,9 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}; \frac{p_{i\text{торм.}}}{p_k} = 2,11;$$

$$\frac{G_{\text{сек1}}}{G_{\text{сек0}}} = 0,049; \epsilon_i = 9,9; d_i = 3,3 \text{ мм.}$$

как показывают профили давления, основная часть боковой силы образуется ниже по потоку от места впрыска (вдува) и объясняется возмущениями в распределении давления по стенке сопла.

В табл. 6.1 приводятся опытные данные по суммарной силе и сравниваются с данными, полученными при замерах тяги на шестикомпонентном стенде.

Таблица 6.1

Сравнительные тяговые характеристики РДТТ при впрыске фреона-12 в сверхзвуковую часть сопла

Величины, полученные на основании измерений профиля давления *						Величины, полученные экстраполяцией данных по замеру боковой тяги	
	$\frac{G_l}{G_0}$	$\frac{P'_{\text{бок}}}{P_{\text{осев}}}$	$\frac{P_{\text{бок}}}{P_{\text{осев}}}$	$\frac{\Delta P_{\text{осев}}}{P_{\text{бок}}}$	$\frac{\Delta P_{\text{осев}}}{P_{\text{осев}}}$	$\frac{P_{\text{бок}}}{P_{\text{осев}}}$	$\frac{G_l}{G_0}$
0°	0,08	0,0216	0,0233	0,305	0,071	0,0253	0,08
40°	0,103	0,363	0,0387	0,393	0,0152	0,043	0,103

* Получено интегрированием профиля давления и импульса, замеренных в процессе впрыска жидкости;

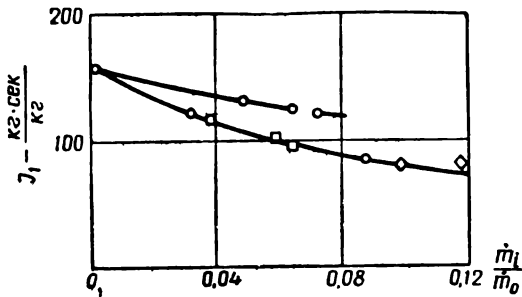


Рис. 6.32. Влияние расхода фреона-12 на величину удельного импульса:

I_1 — эффективный удельный импульс вторичной впрыскиваемой жидкости

Возникновение боковых сил при впрыске жидкости или вдуве газа в закритическую часть сопла вызывает увеличение осевой тяги двигателя. Осевое увеличение тяги имеет тенденцию к прямой пропорциональности расходу вторичного потока. Для данных расходов вводимых компонентов и выбранной формы сопла увеличение осевой силы тяги составляет приблизительно $1/3$ возникающей при этом боковой тяги.

На рис. 6.32 показано влияние расхода фреона-12 на величину удельного импульса. Экстраполяция экспериментальных данных довольно хорошо совпадает с расчетным значением эффективного единичного импульса вторичной жидкости, равного $156 \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{кг}}$, теоретический расчет которого проведен в работе [27].

В литературе описываются схемы вдува газов, отобранных из камеры сгорания, в закритическую часть фиксированного сопла, частично утопленного в корпусе (рис. 6.33). Сопло может быть утоплено в корпусе на 30—80% длины в зависимости от конструкции двигателя. При испытаниях РДТТ

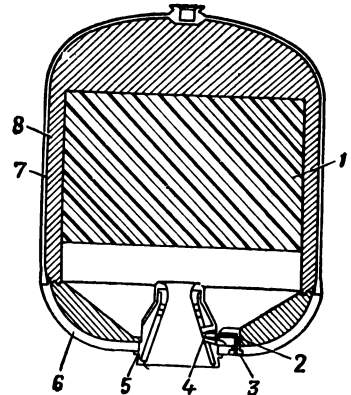


Рис. 6.33. Схема РДТТ с соплом, частично утопленным в корпусе:

1 — заряд твердого топлива; 2 — игла клапана; 3 — клапан для вдува в закритическую часть сопла газов из ракетной камеры; 4 — патрубок для вдува газов; 5 — сопло; 6 — нижнее днище корпуса двигателя; 7 — ракетная камера; 8 — теплоизоляция

$P'_{\text{бок}}$ — часть боковой силы, обусловленная перераспределением давления на стенке сопла, кг;

$\Delta P_{\text{осев}}$ — прирост величины осевой силы за счет действия вторичного потока, кг;

$P_{\text{осев}}$ и $P_{\text{бок}}$ — осевая и боковая тяги, кг;

G_l и G_0 — весовые расходы впрыскиваемой жидкости и основного потока;

α — угол впрыска жидкости относительно нормали к стенке сопла, положительный в направлении вверх по потоку.

тягой 7,7 т в течение 70 сек и при давлении в камере 50 атм вектор тяги за счет вдува газов в закритическую часть сопла отклонялся на 3° в двух плоскостях [18]. Вдув газа в сопло осуществлялся через два игольчатых клапана, оси которых расположены под 90° одна к другой. Игла была изготовлена из пористого вольфрама, пропитанного медью. При работе клапана медь выкипала через поры, обеспечивая отвод тепла.

Новая конструкция сопла, частично утопленного в корпусе, улучшает характеристики двигателей без увеличения их общей длины. Использование утопленных сопел в ракетах с ограниченной длиной увеличивает длину камеры сгорания двигателя, не увеличивая длины самой ракеты, хотя при этом и может происходить некоторое расширение камеры, вызванное новым положением сопла [28].

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ VI

1. Я. М. Шапиро, Г. Ю. Мазинг, Н. Е. Прудников. Теория ракетного двигателя на твердом топливе. Воениздат, 1966.
2. В. Д. Куров, Ю. М. Должанский. Основы проектирования пороховых ракетных снарядов. Оборонгиз, 1961.
3. Б. В. Орлов, Г. Ю. Мазинг. Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе. Машиностроение, 1964.
4. М. Баррер, А. Жомотт, Б. Ф. Вебек, Ж. Ванденкеркхове. Ракетные двигатели. Оборонгиз, 1962.
5. Gates I. and Pinto S. Solid Rocket Engines Thrust Control. ASME Preprint № 59T (March — April, 1959).
6. «Авиэйшн Уик», 1964, 30.XI, т. 81, № 22, стр. 58; Мисайлз Спейс Дейли, 1964, 18. II, т. 10, № 12.
7. Глег У., Цумвальт и Н. Уильям. Сопло со вторичной эжекцией для регулирования тяги по величине твердотопливных ракет. Baylor — университет, 24. I. 1962.
8. «Космическая техника» под ред. Г. Сейферта. «Наука», 1964.
9. Пирс. Некоторые методы регулирования тяги РДТТ. «Вопросы ракетной техники», № 6, 1962.
10. «Кемикал Энджиниринг». Т. 71, № 18, 26 (31.VIII.1964); № 16, № 38.
11. «Авиэйшн Уик», 1964, 4. XI, т. 81, № 18, стр. 64, 65.
12. Калт. Использование данных баллистических испытаний для оценки системы отсечки тяги двигателя, работающего на твердом топливе. «Ракетная техника», № 1, 1961.
13. Сиплач. Влияние быстрого понижения давления на горение твердого топлива. «Ракетная техника», т. 31, № 11, 1961.
14. А. А. Дмитриевский, В. Н. Кошевой. Основы теории полета ракет. Воениздат, 1964.
15. Путеводитель по Дому-музею К. Э. Циолковского. Калужское книжное издательство, 1961.
16. И. А. Паничкин, В. И. Коршун. Газовая динамика, Дом техники, 1963.
17. Э. А. Бонни, М. Дж. Зукроу, К. У. Бессерер. Аэродинамика. Реактивные двигатели. Практика конструирования и расчета. Физматгиз, 1960.
18. Фрейзер и Роу. Отклонение сверхзвуковой струи. Journal of the Royal Aeronautical society, January, N 565, 1958.
19. Моак. Схема управления вектором тяги ракетных двигателей на твердом топливе. «Вопросы ракетной техники», № 10, 1962.

20. AEROPLANE, january, 20, 1961.

21. Delson C, Space/Aeronautics, 32, № 3, 46—48 (1959); Мэнси и Берк «Источники питания для небольших ракет», «Вопросы ракетной техники». Издательство «Мир», М., № 3, 1961 г.; Лазо. Сервосистемы поворотного типа на горячем газе. «Вопросы ракетной техники», № 11, 1962.

22. Мисайлз Спейс Дейли, 1965, 20. 1. № 13, т. II, стр. 101.

23. Ньютон мл., Спайд. Исследование взаимодействия основного потока в ракетных двигателях с вторичным потоком, создаваемым с целью управления вектором тяги. «Ракетная техника», № 8, 1962.

24. «Missile/Space daily», vol 12, № 09, March 15, 65 page 86.

25. Ся., Сейферт, Карамчети. Ударные волны, вызываемые инжекцией вторичной жидкости. «Ракетная техника и космонавтика», № 5, № 11, 1963.

26. Краснов Н. Ф. Аэродинамика тел вращения, Машиностроение, 1964.

27. Уолкер, Шандор. Влияние свойств жидкости на эффективность системы управления вектором тяги путем впрыска жидкости. «Вопросы ракетной техники», № 4, 1965.

28. „Aviation Week“, 1965 г., 21. VI., vol 82, № 25, p. 91, 93; «Астронотикс энд Аэронотикс», 1964, окт. № 10, стр. 86.

Хаук, Гейер. Системы управления вектором тяги путем вторичного впрыскивания. «Вопросы ракетной техники», № 11, 1963 г.

ГЛАВА VII

ДВИЖЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС НЕУПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ

§ 7.1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ НЕУПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ

Старт неуправляемых ракет производится с наклонных направляющих ракетных пусковых установок. За время движения вдоль направляющих ракета приобретает сравнительно небольшую скорость, необходимую для устойчивого ее полета на активном участке траектории.

Высота активного участка траектории неуправляемой ракеты не превосходит 1—2 км. При этих условиях для приближенных расчетов можно не учитывать изменение тяги двигателя с высотой. В дальнейшем будем писать выражение для реактивной силы в следующем виде:

$$P = \frac{G_{\text{сек}}}{g} u_e = \frac{\omega_T u_e}{g\tau}, \quad (7.1)$$

где u_e — эффективная скорость истечения.

Этой величиной мы учитываем, помимо собственных характеристик двигателя, еще влияние внешнего атмосферного давления на величину тяги двигателя.

В выражение для лобового сопротивления

$$X = \frac{i\rho v^2}{2} S c_x \left(\frac{v}{a} \right) \quad (7.2)$$

введем обычно применяемую в баллистике неуправляемых снарядов функцию $F(v)$, определяемую из зависимости

$$F(v) = \frac{\pi}{8000} g\rho_0 v^2 c_x = 4,74 \cdot 10^{-4} v^2 c_x.$$

При этом выражение (7.2) принимает вид

$$X = \frac{iD^2}{g} 1000H(y) F(v),$$

где $H(y) = \frac{\rho}{\rho_0}$ — функция, учитывающая изменение плотности воздуха с высотой.

Ввиду небольшой высоты активного участка траектории обычно принимается

$$H(y) \approx H(y_{cp}) \approx H\left(\frac{1}{2} y_k\right).$$

Напишем уравнение движения центра масс ракеты относительно касательной

$$m(t) \dot{v} = -\frac{iD^2}{g} 1000H(y) F(v) - m(t) g \sin \theta. \quad (7.3)$$

Введем подстановок:

$$\mu = \frac{G_{сек} t}{Q_0} = \frac{\omega_T}{\tau Q_0} t; \quad (7.4)$$

$$m = m_0 (1 - \mu) = \frac{Q_0}{g} (1 - \mu) \quad (7.5)$$

уравнение (7.3) приводится к виду

$$\dot{v} = \frac{P}{m_0} \frac{1}{1 - \mu} - cH(y) \frac{F(v)}{1 - \mu} - g \sin \theta. \quad (7.6)$$

Напишем еще уравнение движения относительно нормали

$$\dot{\theta} = -\frac{g \cos \theta}{v} \quad (7.7)$$

и кинематические уравнения:

$$\dot{x} = v \cos \theta; \quad (7.8)$$

$$\dot{y} = v \sin \theta. \quad (7.9)$$

Уравнения (7.6)–(7.9) определяют движение ракеты на активном участке траектории. Начальные условия, отвечающие моменту схода ракеты с направляющих, имеют следующий вид:

$$\text{при } t = t_0; \quad x_0 = 0; \quad y_0 = 0; \quad v = v_0, \quad \theta = \theta_0.$$

Для определения скорости v_0 необходимо отдельно рассмотреть движение ракеты по направляющим. Ускорение движения ракеты по направляющим определится из выражения

$$\dot{v} = j = \frac{P}{m_0} - g \sin \theta_0. \quad (7.10)$$

Если можно принять $m = \text{const}$, $P = \text{const}$, то $j = \text{const}$ и скорость схода ракеты с направляющих определится из выражения

$$v_0 = \sqrt{2js_0} \quad (7.11)$$

где s_0 — путь движения ракеты по направляющей.

Время движения по направляющей определяется из выражения

$$t_0 = \sqrt{\frac{2s_0}{j}}. \quad (7.12)$$

Однако допущение о постоянстве тяги двигателя для начального периода его работы может в некоторых случаях привести к значительным погрешностям. В этом случае необходимо интегрировать движение ракеты вдоль направляющих с учетом вида кривой $P(t)$. Начальную скорость v_0 нетрудно также определить экспериментально.

Обычно при изучении движения ракеты вне направляющих принимается $P = P_{\text{ср}} = \text{const}$. Если же характер кривой $P(t)$ таков, что среднее значение тяги $P_{\text{ср}}$ при движении по направляющим и вне их существенно различно, то полезно ввести понятие о фиктивной длине направляющих $s_{0\text{ф}}$. Эта длина определяется из условия получения действительной величины v_0 при значении $P_{\text{ср}}$, отвечающем полету ракеты вне направляющих. Значение $s_{0\text{ф}}$ можно получить из выражения (7.11)

$$v_0 = \sqrt{2js_{0\text{ф}}},$$

откуда

$$s_{0\text{ф}} = \frac{v_0^2}{2j} = \frac{v_0^2}{2 \left[\frac{P_{\text{ср}}}{m} - g \sin \theta_0 \right]}.$$

§ 7.2. ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ В ПЕРВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Уравнения (7.6)—(7.9) могут быть проинтегрированы точно только одним из методов численного интегрирования дифференциальных уравнений. В первом приближении рассмотрим метод определения элементов траектории движения ракеты без учета сопротивления воздуха. Кроме того, в уравнении (7.6) заменим угол θ его средним значением вдоль активного участка $\theta_{\text{ср}} = \frac{\theta_0 + \theta_{\text{к}}}{2}$ или его начальным значением θ_0 .

Уравнение (7.6) принимает следующий вид:

$$dv = \frac{P}{m_0} \cdot \frac{dt}{1-\mu} - g \sin \theta_{\text{ср}} dt.$$

Учитывая выражения (7.1) и (7.4) и обозначая $g \sin \theta_{\text{ср}} = g_1$, получим

$$dv = u_e \frac{d\mu}{1-\mu} - g_1 dt. \quad (7.13)$$

Интегрируя от начала движения ракеты до произвольного момента времени, получим формулу Циолковского с учетом веса ракеты

$$\tilde{v} = u_e \ln \frac{1}{1-\mu} - g_1 t = u_e \Pi_1(\mu) - g_1 t. \quad (7.14)$$

Волной (\sim) мы отмечаем величины первого приближения. Значения $\Pi_1(\mu)$ даны в приложении 2.

Скорость ракеты в конце активного участка траектории определится из выражения

$$\tilde{v}_k = u_e \Pi_1(\mu_k) - g_1 \tau,$$

где τ — полное время работы двигателя;

$$\mu_k = \frac{\omega_\tau}{Q_0}.$$

Длину дуги траектории найдем из выражения

$$\tilde{s} = \int_0^t v dt = u_e \int_0^\mu \ln \frac{1}{1-\mu} d\mu - g_1 \frac{t^2}{2}.$$

Заменяя dt из выражения (7.4)

$$dt = \frac{Q_0 \tau}{\omega_\tau} d\mu, \quad (7.15)$$

получим

$$\tilde{s} = \frac{u_e Q_0 \tau}{\omega_\tau} \int_0^\mu \ln \frac{1}{1-\mu} d\mu - g_1 \frac{t^2}{2}.$$

Введем обозначение

$$K_1(\mu) = \int_0^\mu \ln \frac{1}{1-\mu} d\mu = (1-\mu) \ln(1-\mu) + \mu.$$

При этом получим

$$\tilde{s} = \frac{u_e Q_0 \tau}{\omega_\tau} K_1(\mu) - \frac{g_1 t^2}{2}. \quad (7.16)$$

Значения функции $K_1(\mu)$ даны в табл. 7.1.

Чтобы определить угол θ наклона вектора скорости к горизонту, проинтегрируем выражение (7.7)

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\cos \theta} = -g \int_{t_0}^t \frac{dt}{v},$$

где t_0 — момент схода ракеты с направляющих.

При определении угла θ будем пренебрегать в выражении для скорости (7.14) вторым слагаемым правой части. При этом, учитывая выражение (7.15), получим

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\cos \theta} = - \frac{gQ_0\tau}{u_e\omega_\tau} \int_{\mu_0}^{\mu} \frac{d\mu}{\ln \frac{1}{1-\mu}}. \quad (7.17)$$

Введем обозначения:

$$\xi(\theta) = \int_{\theta}^{\theta_0} \frac{d\theta}{\cos \theta} = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4} \right);$$

$$K_2(\mu) = \int_{\mu}^{\mu_0} \frac{d\mu}{\ln \frac{1}{1-\mu}}.$$

При этом получим

$$\begin{aligned} \xi(\theta) - \xi(\theta_0) &= - \frac{gQ_0\tau}{u_e\omega_\tau} [K_2(\mu) - K_2(\mu_0)] = \\ &= \frac{1}{\eta} [K_2(\mu) - K_2(\mu_0)]. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Значения функции $K_2(\mu)$ даны в табл. 7.1. Значение μ_0 определяется из выражения (7.4)

$$\mu_0 = \frac{G_{ce\kappa}}{Q_0} t_0 = \frac{\omega_\tau}{Q_0\tau} t_0,$$

t_0 определяется по формуле (7.12).

При малом изменении угла θ можно левую часть равенства (7.17) вычислить из выражения

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\cos \theta} = \frac{\Delta\theta}{\cos \theta_{cp}} \approx \frac{\Delta\theta}{\cos \theta_0},$$

при этом выражение (7.18) принимает вид

$$\Delta\theta = - \frac{gQ_0\tau \cos \theta_{cp}}{u_e\omega_\tau} [K_2(\mu) - K_2(\mu_0)]. \quad (7.19)$$

Для конца активного участка получим

$$\tilde{\theta}_k = \theta_0 - \frac{gQ_0\tau \cos \theta_{cp}}{u_e\omega_\tau} [K_2(\mu_k) - K_2(\mu_0)].$$

Пример. Вычислим в первом приближении элементы конца активного участка траектории ракеты, характеризующейся следующими параметрами:

$$D = 200 \text{ мм}; Q_0 = 200 \text{ кг}; \omega_\tau = 96 \text{ кг}; \tau = 3,0 \text{ сек}; u_e = 2000 \text{ м/сек}, \theta_0 = 45^\circ.$$

Длина хода ракеты по направляющим $L = s_0 = 7,8 \text{ м}$.

Таблица 7.1

μ	$K_1 (\mu)$	$K_2 (\mu)$	μ	$K_1 (\mu)$	$K_2 (\mu)$	μ	$K_1 (\mu)$	$K_2 (\mu)$
0,010	0,00005	0,0000	0,090	0,0042	2,159	0,30	0,0503	3,254
0,011	0,00006	0,0945	0,095	0,0047	2,210	0,31	0,0539	3,282
0,012	0,00007	0,0181	0,100	0,0051	2,259	0,32	0,0577	3,308
0,013	0,00008	0,2604	0,105	0,0057	2,305	0,33	0,0617	3,334
0,014	0,00010	0,3340	0,110	0,0062	2,349	0,34	0,0658	3,358
0,015	0,00011	0,4026	0,115	0,0069	2,391	0,35	0,0700	3,382
0,016	0,00013	0,4668	0,120	0,0075	2,431	0,36	0,0744	3,405
0,017	0,00015	0,5271	0,125	0,0082	2,470	0,37	0,0789	3,427
0,018	0,00016	0,5838	0,130	0,0088	2,506	0,38	0,0836	3,448
0,019	0,00018	0,6373	0,135	0,0096	2,541	0,39	0,0885	3,468
0,020	0,00020	0,6881	0,140	0,0103	2,575	0,40	0,0935	3,488
0,021	0,00022	0,7364	0,145	0,0110	2,608	0,41	0,0987	3,508
0,022	0,00024	0,7825	0,150	0,0119	2,639	0,42	0,1041	3,526
0,023	0,00027	0,8265	0,155	0,0127	2,669	0,43	0,1096	3,544
0,024	0,00029	0,8686	0,160	0,0135	2,699	0,44	0,1153	3,562
0,025	0,00032	0,9089	0,165	0,0144	2,727	0,45	0,1212	3,579
0,026	0,00034	0,9477	0,170	0,0154	2,754	0,46	0,1273	3,595
0,027	0,00037	0,9849	0,175	0,0163	2,780	0,47	0,1335	3,611
0,028	0,00040	1,020	0,180	0,0172	2,806	0,48	0,1400	3,627
0,029	0,00042	1,055	0,185	0,0183	2,831	0,49	0,1466	3,642
0,030	0,00045	1,088	0,190	0,0193	2,855	0,50	0,1534	3,657
0,035	0,00065	1,241	0,195	0,0204	2,878	0,52	0,1677	3,685
0,040	0,00083	1,372	0,20	0,0215	2,901	0,54	0,1828	3,711
0,045	0,00107	1,488	0,21	0,0238	2,945	0,56	0,1988	3,736
0,050	0,00126	1,591	0,22	0,0262	2,986	0,58	0,2156	3,760
0,055	0,00151	1,684	0,23	0,0287	3,025	0,60	0,2335	3,782
0,060	0,0018	1,769	0,24	0,0315	3,063	0,62	0,2523	3,804
0,065	0,0022	1,846	0,25	0,0342	3,098	0,64	0,2722	3,824
0,070	0,0025	1,917	0,26	0,0372	3,132	0,66	0,2932	3,843
0,075	0,0029	1,984	0,27	0,0403	3,165	0,68	0,3154	3,861
0,080	0,0033	2,046	0,28	0,0435	3,196	0,70	0,3612	3,878
0,085	0,0038	2,104	0,29	0,0468	3,226			

Определяем параметр μ_k :

$$\mu_k = \frac{\omega_T}{Q_0} = \frac{96}{200} = 0,48.$$

Определяем тягу ракеты, которую принимаем постоянной:

$$P = \frac{\omega_T u_e}{g\tau} = \frac{96 \cdot 2000}{9,81 \cdot 3} = 6520 \text{ кг.}$$

Определяем начальное ускорение ракеты

$$j_0 = \frac{Pg}{Q_0} - g \sin \theta_0 = \frac{6520 \cdot 9,81}{200} - 9,81 \cdot 0,707 = 313 \text{ м/сек}^2.$$

Определяем скорость v_0 схода ракеты с направляющих

$$v_0 = \sqrt{2jL} = \sqrt{2 \cdot 313 \cdot 7,8} = 70 \text{ м/сек.}$$

Определяем время движения по направляющим

$$t_0 = \sqrt{\frac{2L}{j_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,8}{313}} = 0,224 \text{ сек.}$$

Определяем начальный относительный расход топлива

$$\mu_0 = \frac{\omega_T}{Q_0 \tau} t_0 = \frac{96 \cdot 0,224}{200 \cdot 3} = 0,036.$$

Определяем по формуле (7.19) изменение угла θ :

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{gQ_0 \tau \cos \theta_0}{\omega_T u_e} [K_2(\mu_K) - K_2(\mu_0)] = \\ &= \frac{9,81 \cdot 200 \cdot 3 \cdot 0,707}{96 \cdot 2000} (3,627 - 1,254) = 5,15 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 2,95^\circ; \end{aligned}$$

$$\tilde{\theta}_K = \theta_0 - \Delta\theta = 45^\circ - 2,95^\circ = 42,05^\circ;$$

$$\theta_{\text{ср}} = \theta_0 - \frac{\Delta\theta}{2} = 43,52^\circ.$$

Определяем скорость в конце активного участка

$$\begin{aligned} \tilde{v}_K &= u_e I_1(\mu) - g \sin \theta_{\text{ср}} \cdot \tau = \\ &= 2000 \cdot 0,654 - 9,81 \cdot 0,689 \cdot 3 = 1288 \text{ м/сек.} \end{aligned}$$

Определяем длину активного участка s_K по формуле (7.16)

$$\tilde{s}_K = \frac{u_e Q_0 \tau}{\omega_T} K_1(\mu_K) - \frac{g \sin \theta_{\text{ср}} \cdot \tau^2}{2} = \frac{2000 \cdot 200 \cdot 3}{96} 0,140 - \frac{9,81 \cdot 0,689 \cdot 3^2}{2} = 1720 \text{ м.}$$

Определяем высоту активного участка

$$\tilde{y}_K = \tilde{s}_K \sin \theta_{\text{ср}} = 1720 \cdot 0,689 = 1185 \text{ м.}$$

§ 7.3. УЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА

При вычислении скорости ракеты во втором приближении будем дополнительно учитывать сопротивление воздуха. При этом из выражения (7.6), учитывая выражение (7.15), получим

$$dv = u_e \frac{d\mu}{1-\mu} - g_1 dt - \alpha F(v) \frac{d\mu}{1-\mu}, \quad (7.20)$$

где

$$\alpha = \frac{cH(y_{\text{ср}}) Q_0 \tau}{\omega_T}.$$

Интегрируя в соответствующих пределах, получим

$$v = u_e \ln \frac{1}{1-\mu} - g_1 t - \alpha \int_0^\mu \frac{F(v) d\mu}{1-\mu}. \quad (7.21)$$

Множитель $\frac{d\mu}{1-\mu}$, входящий в правую часть последнего равенства, выразим через dv на основании выражения (7.20); при этом

$$dv = \frac{d\mu}{1-\mu} \left[u_e - g_1 (1-\mu) \frac{dt}{d\mu} - \alpha F(v) \right].$$

Учитывая выражение (7.15) и обозначая

$$g_1 \frac{dt}{d\mu} = \frac{g_1 Q_0 \tau}{\omega_T} = \beta, \quad (7.22)$$

получим

$$\frac{d\mu}{1-\mu} = \frac{dv}{u_e \left[1 - \frac{\alpha F(v) + \beta(1-\mu)}{u_e} \right]}.$$

Интеграл в выражении (7.21) принимает вид

$$\alpha \int_0^\mu F(v) \frac{d\mu}{1-\mu} = \frac{\alpha}{u_e} \int_0^v \frac{F(v) dv}{1 - \frac{\alpha F(v) + \beta(1-\mu)}{u_e}}. \quad (7.23)$$

Величину

$$\frac{\alpha F(v) + \beta(1-\mu)}{u_e} = \varepsilon,$$

выражающую отношение веса ракеты и лобового сопротивления к тяге двигателя, можно рассматривать как величину первого порядка малости. Отбрасывая малые величины выше первого порядка, можем написать

$$\frac{1}{1-\varepsilon} = 1 + \varepsilon + 0(\varepsilon^2) \approx 1 + \varepsilon.$$

При этом выражение (7.23) принимает вид

$$\begin{aligned} \alpha \int_0^\mu F(v) \frac{d\mu}{1-\mu} &= \frac{\alpha}{u_e} \int_0^v \left[1 + \frac{\alpha}{u_e} F(v) + \frac{\beta(1-\mu)}{u_e} \right] F(v) dv = \\ &= \frac{\alpha}{u_e} \int_0^v F(v) dv + \frac{\alpha^2}{u_e^2} \int_0^v [F(v)]^2 dv + \frac{\alpha\beta(1-\mu)_{\text{ср}}}{u_e^2} \int_0^v F(v) dv. \end{aligned} \quad (7.24)$$

Заметим, что выражение (7.23) является величиной первого порядка малости относительно первого слагаемого правой части выражения (7.21). Поэтому, отбрасывая величину ε^2 в выражении (7.23), мы по существу пренебрегаем величиной третьего порядка малости относительно скорости ракеты.

Из выражений (7.21) и (7.24) получим

$$v = u_e \ln \frac{1}{1-\mu} - g_1 t - \frac{\alpha}{u_e} \int_0^v F(v) dv - \frac{\alpha^2}{u_e^2} \int_0^v [F(v)]^2 dv - \\ - \frac{\alpha \beta (1-\mu)_{\text{cp}}}{u_e^2} \int_0^v F(v) dv.$$

В последнем слагаемом правой части $(1-\mu)$ вынесен средним значением.

Введем обозначения:

$$\tilde{v} = u_e \ln \frac{1}{1-\mu} - g_1 t; \quad (7.25)$$

$$L_1(v) = \int_0^v F(v) dv; \quad (7.26)$$

$$L_2(v) = \int_0^v [F(v)]^2 dv. \quad (7.27)$$

При этом получим

$$v = \tilde{v} - \frac{\alpha}{u_e} \left[1 + \frac{\beta}{u_e} (1-\mu)_{\text{cp}} \right] L_1(v) - \frac{\alpha^2}{u_e^2} L_2(v).$$

Функции $L_1(v)$ и $L_2(v)$ вычислены применительно к «Закону сопротивления воздуха 1930 г.» [1] (рис. 2.9).

Учитывая выражение (7.22), получим

$$\frac{\beta}{u_e} (1-\mu)_{\text{cp}} = \frac{g_1 Q_0}{\omega_{\tau} u_e} (1-\mu)_{\text{cp}} = \frac{g_{\tau} \sin \theta_{\text{cp}}}{\omega_{\tau} u_e} Q_0 (1-\mu)_{\text{cp}} = \frac{Q_{\text{cp}} \cdot \sin \theta_{\text{cp}}}{P},$$

где

$$Q_{\text{cp}} = Q_0 + \frac{\omega_{\tau}}{2}.$$

Окончательно выражение для скорости принимает следующий вид*:

$$v = \tilde{v} - \frac{\alpha}{u_e} \left(1 + \frac{Q_{\text{cp}} \sin \theta_{\text{cp}}}{P} \right) L_1(v) - \frac{\alpha^2}{u_e^2} L_2(v). \quad (7.28)$$

Значения $L_1(v)$ и $L_2(v)$ даны в табл. 7.2.

* Функции $L_1(v_{\text{н}})$ и $L_2(v_{\text{н}})$ введены в работе [1] как функции от скорости по Циолковскому

$$v_{\text{н}} = u_e \ln \frac{1}{1-\mu}$$

Таблица 7.2

	$10^{-3} L_1 (\nu)$	$10^{-6} L_2 (\nu)$		$10^{-3} L_1 (\nu)$	$10^{-6} L_2 (\nu)$		$10^{-3} L_1 (\nu)$	$10^{-6} L_2 (\nu)$
100	0,029	0,00002	550	8,12	0,244	1000	41,23	2,804
110	0,039	0,00002	560	8,58	0,265	1010	42,26	2,910
120	0,050	0,00004	570	9,04	0,287	1020	43,29	3,017
130	0,064	0,00006	580	9,52	0,309	1030	44,34	3,128
140	0,080	0,00008	590	10,01	0,333	1040	45,40	3,240
150	0,098	0,00012	600	10,51	0,358	1050	46,48	3,356
160	0,119	0,00016	610	11,02	0,384	1060	47,56	3,474
170	0,143	0,00022	620	11,55	0,420	1070	48,66	3,595
180	0,170	0,00029	630	12,08	0,441	1080	49,78	3,719
190	0,200	0,00038	640	12,63	0,471	1090	50,90	3,846
200	0,233	0,00049	650	13,20	0,503	1100	52,04	3,975
210	0,270	0,00063	660	13,78	0,537	1110	53,19	4,107
220	0,310	0,00079	670	14,37	0,572	1120	54,35	4,242
230	0,355	0,00099	680	14,98	0,609	1130	55,53	4,381
240	0,403	0,0012	690	15,60	0,648	1140	56,72	4,522
250	0,456	0,0015	700	16,24	0,688	1150	57,92	4,66
260	0,513	0,0018	710	16,89	0,731	1160	59,13	4,813
270	0,574	0,0022	720	17,56	0,775	1170	60,35	4,963
280	0,640	0,0026	730	18,24	0,821	1180	61,60	5,116
290	0,712	0,0032	740	18,93	0,869	1190	62,85	5,272
300	0,791	0,0038	750	19,63	0,919	1200	64,11	5,432
310	0,881	0,0046	760	20,35	0,970	1210	65,38	5,594
320	0,990	0,0057	770	21,08	1,028	1220	66,67	5,760
330	1,12	0,0075	780	21,82	1,078	1230	67,97	5,929
340	1,29	0,0104	790	22,58	1,135	1240	69,28	6,110
350	1,49	0,0144	800	23,34	1,194	1250	70,61	6,277
360	1,71	0,0190	810	24,12	1,254	1260	71,94	6,456
370	1,93	0,0242	820	24,91	1,317	1270	73,29	6,638
380	2,17	0,0300	830	25,71	1,381	1280	74,66	6,823
390	2,42	0,0363	840	26,52	1,447	1290	76,03	7,012
400	2,69	0,0433	850	27,35	1,516	1300	77,42	7,205
410	2,97	0,0510	860	28,19	1,586	1310	78,82	7,401
420	3,26	0,0594	870	29,04	1,658	1320	80,23	7,600
430	3,56	0,0685	880	29,90	1,733	1330	81,66	7,803
440	3,87	0,0784	890	30,78	1,809	1340	83,09	8,010
450	4,20	0,0890	900	31,67	1,888	1350	84,54	8,220
460	4,54	0,100	910	32,57	1,969	1360	86,01	8,434
470	4,89	0,113	920	33,48	2,053	1370	87,48	8,651
480	5,25	0,126	930	34,41	2,138	1380	88,97	8,873
490	5,63	0,140	940	35,34	2,226	1390	90,47	9,093
500	6,01	0,155	950	36,29	2,316	1400	91,98	9,326
510	6,41	0,171	960	37,26	2,409	1410	93,50	9,559
520	6,82	0,188	970	38,23	2,504	1420	95,04	9,795
530	7,25	0,206	980	39,22	2,602	1430	96,59	10,03
540	7,68	0,224	990	40,22	2,702	1440	98,15	10,28

Уравнение (7.28) содержит только одну неизвестную v , которую необходимо определять попытками, так как скорость входит под знаком двух табулированных функций. Практически можно рекомендовать поступать следующим образом. Обозначим правую часть уравнения (7.28) через $f(v)$,

тогда получим

$$\Delta v = f(v) - v = 0. \quad (7.29)$$

Задаемся тремя значениями скорости, причем $v_1 \approx \tilde{v}$, v_2 и v_3 на 5 и 10% меньше \tilde{v} . Значения скоростей округляются таким образом, чтобы избавиться от интерполирования при определении табличных значений $L_1(v)$ и $L_2(v)$. Определив значения Δv , строим график зависимости Δv от v_i и находим значение v , при котором $\Delta v = 0$. Это даст нам искомое значение скорости.

Пример. Вычислим скорость ракеты в конце активного участка для примера, рассмотренного в первом приближении в § 7.2. В этом примере была определена скорость \tilde{v} без учета сопротивления воздуха ($\tilde{v} = 1288$).

Пусть коэффициент формы ракеты $i = 1,75$ к «Закону сопротивления 1930 г.». По табл. 1 приложения находим

$$H(y_{cp}) = H\left(\frac{1}{2} y_k\right) = H(593) = 0,944.$$

Определяем

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{u_e} &= \frac{c Q_0 \tau H(y_{cp})}{\omega_T u_e} = \frac{i D^2 \cdot 10^8 H(y_{cp}) \tau}{\omega_T u_e} = \\ &= \frac{1,75 \cdot 0,2^2 \cdot 10^8 \cdot 0,944 \cdot 3}{96 \cdot 2000} = 1,032 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

Вычисляем

$$\frac{Q_{cp} \sin \theta_{cp}}{P} = \frac{(200 - 0,5 \cdot 96) \cdot 0,689}{6520} = 0,0160.$$

Выражение (7.29) принимает вид

$$\Delta v = 1288 - 1,032 \cdot 10^{-3} \cdot 1,016 L_1(v) - 1,032^2 \cdot 10^{-6} L_2(v) - v = 0$$

или окончательно

$$\Delta v = 1288 - 1,05 \cdot 10^{-3} L_1(v) - 1,068 \cdot 10^{-6} L_2(v) - v = 0.$$

Решая это уравнение попытками, выбираем согласно сказанному выше три значения v_i и из табл. 7.2 определяем L_1 и L_2 :

v_i	$L_1 \cdot 10^{-3}$	$L_2 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-3} L_1$	$1,068 \cdot 10^{-6} L_2$
1280	74,66	6,823	78,5	7,3
1220	66,67	5,760	70,1	6,1
1160	59,13	4,813	62,1	5,2

Вычисляем значения Δv_i :

$$\Delta v_1 = 1288 - 78,5 - 7,3 - 1280 = -78;$$

$$\Delta v_2 = 1288 - 70,1 - 6,1 - 1220 = -8;$$

$$\Delta v_3 = 1288 - 62,1 - 5,2 - 1160 = +61.$$

Наносим полученные значения $\Delta v = f(v_i)$ на график рис. 7.1 и находим значение $v_i = 1213$, при котором $\Delta v = 0$.

Окончательно получаем $v_k = 1213$ м/сек.

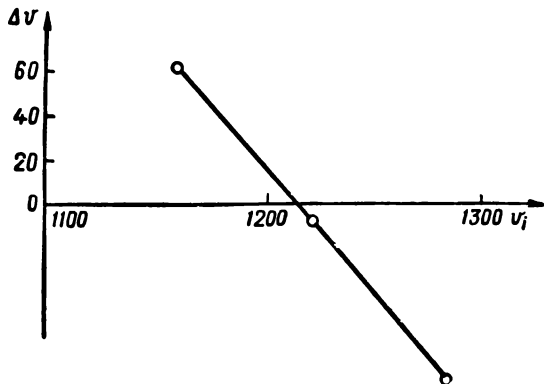


Рис. 7.1. Графическое решение уравнения (7.28)

Вычисление длины дуги

В § 7.2 получена зависимость (7.16) для определения длины дуги \tilde{s}_k без учета сопротивления воздуха. Рассмотрим методику учета сопротивления воздуха при вычислении длины дуги. При этом учтем, что координаты конца активного участка могут быть определены с точностью относительно меньшей точности вычисления скорости. Запишем поправки, учитывающие влияние сопротивления воздуха в виде:

$$\Delta v_R = \tilde{v} - v;$$

$$\Delta s_R = \tilde{s} - s.$$

Расчеты показывают, что можно приближенно считать ускорение силы сопротивления воздуха на активном участке траектории пропорциональным квадрату времени полета:

$$j_R \approx bt^2.$$

Отсюда следует, что

$$\Delta v_R = \frac{bt^3}{3}; \quad (7.30)$$

$$\Delta s_R = \frac{bt^4}{12} = \frac{\Delta v_R t}{4} = \frac{(\tilde{v} - v)}{4} t.$$

Окончательно для конца активного участка получим

$$\Delta s_{Rk} = \frac{\tilde{v}_k - v_k}{4} \tau = \frac{\Delta v_R}{4} \tau,$$

где Δv_R определяется из выражения (7.28).

Для рассмотренного выше примера имеем

$$\Delta s_{Rk} = \frac{1288 - 1213}{4} \cdot 3 = 96 \text{ м},$$

откуда

$$s_k = \tilde{s}_k - 96 = 1720 - 96 = 1624 \text{ м}.$$

Вычисление угла θ_k

Для угла θ из выражения (7.7) получаем

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\cos \theta} = -g \int_{t_0}^t \frac{dt}{v}.$$

Замена под знаком интеграла скорости v скоростью по формуле Циолковского

$$v_u = u_e \ln \frac{1}{1-\mu} = u_e \Pi_1(\mu)$$

привела к формуле (7.19), в которой не учтено влияние веса ракеты и сопротивление воздуха. Для приближенного учета этих факторов запишем выражение для скорости в следующем виде:

$$v = u_e \Pi_1(\mu) - g_1 t - \Delta v_R, \quad (7.31)$$

где Δv_R определяется из выражения (7.30), причем коэффициент b определяется из выражения

$$b = \frac{3\Delta v_{Rk}}{\tau^3}.$$

Таким образом, для произвольного момента времени имеем

$$\Delta v_R = \frac{\Delta v_{Rk} \cdot t^3}{\tau^3}$$

и выражение (7.31) примет следующий вид:

$$v = v_u - g_1 t - r t^3 = v_u \left(1 - \frac{g_1 t + r t^3}{v_u} \right), \quad (7.32)$$

где

$$r = \frac{\Delta v_{Rk}}{\tau^3}.$$

Рассматривая

$$\frac{g_1 t + r t^3}{v_u}$$

как величину первого порядка малости, преобразуем интеграл

$$I = \int_{t_0}^t \frac{dt}{v} = \int_{t_0}^t \frac{dt}{v_{\text{н}} \left(1 - \frac{g_1 t + r t^3}{v_{\text{н}}}\right)} \approx \int_{t_0}^t \frac{1}{v_{\text{н}}} \left(1 + \frac{g_1 t + r t^3}{v_{\text{н}}}\right) dt$$

или

$$I = \int_{t_0}^t \frac{dt}{v_{\text{н}}} + \int_{t_0}^t \frac{g_1 t + r t^3}{v_{\text{н}}^2} dt.$$

Первое слагаемое было учтено при выводе формулы (7.19). Поправка к этой формуле принимает вид

$$\delta(\Delta\theta) = g \cos \theta_{\text{ср}} \int_{t_0}^t \frac{g_1 t + r t^3}{v_{\text{н}}^2} dt. \quad (7.33)$$

Заменим величину $v_{\text{н}}$ его приближенным выражением

$$v_{\text{н}} = u_e \ln \frac{1}{1-\mu} \approx u_e \mu = u_e \frac{\omega_{\tau}}{Q_0 \tau} t.$$

При этом выражение (7.33) принимает вид

$$\delta(\Delta\theta) = \frac{g \cos \theta_{\text{ср}} Q_0^2 \tau^2}{u_e^2 \omega_{\tau}^2} \int_{t_0}^t \left(\frac{g_1}{t} + r t\right) dt. \quad (7.34)$$

Для конца активного участка получим

$$\delta(\Delta\theta) = A \left[g_1 \ln \frac{\tau}{t_0} + \frac{r}{2} (\tau^2 - t_0^2) \right],$$

где

$$A = \frac{g Q_0^2 \tau^2}{u_e^2 \omega_{\tau}^2} \cos \theta_{\text{ср}}. \quad (7.35)$$

Для рассмотренного примера

$$\frac{Q_0 \tau}{u_e \omega_{\tau}} = \frac{200 \cdot 3}{2000 \cdot 96} = \frac{1}{320};$$

$$A = \frac{g \cos \theta_{\text{ср}}}{320^2} = \frac{9,81 \cdot \cos 43^{\circ} 31'}{320^2} = 0,693 \cdot 10^{-4};$$

$$g_1 \ln \frac{\tau}{t_0} = g \sin \theta_{\text{ср}} \cdot \ln \frac{3}{0,224} = 9,81 \cdot 0,689 \cdot 2,303 \cdot \lg 13,35 \quad 17,5;$$

$$r = \frac{\Delta v_{\text{Рк}}}{\tau^3} = \frac{75}{27} = 2,78;$$

$$\frac{r}{2} (\tau^2 - t_0^2) = \frac{2,78}{2} (9 - 0,224^2) = 12,4;$$

$$\delta(\Delta\theta) = 0,693 \cdot 10^{-4} (17,5 + 12,4) = 20,7 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 0,12^{\circ}.$$

Получаем

$$\delta(\Delta\theta) = 0,12^\circ = 7,2'.$$

С учетом этой поправки получаем:

$$\Delta\theta = 2,95 + 0,12 = 3,07^\circ = 3^\circ 04';$$

$$\theta_k = \theta_0 - \Delta\theta = 45^\circ - 3,07^\circ = 41,93^\circ = 41^\circ 56'.$$

После уточнения значений s_k и θ_k определяем значения координат конца активного участка из выражений:

$$x_k = s_k \cos \theta_{cp};$$

$$y_k = s_k \sin \theta_{cp}.$$

Для рассмотренного примера имеем:

$$\theta_{cp} = \theta_0 - \frac{1}{2} \Delta\theta = 45^\circ - 1,54^\circ = 43,46^\circ = 43^\circ 28';$$

$$x_k = 1624 \cdot \cos 43^\circ 28' = 1180 \text{ м};$$

$$y_k = 1624 \cdot \sin 43^\circ 28' = 1120 \text{ м}.$$

§ 7.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОЙ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЕТА РАКЕТЫ

Чтобы определить полную дальность полета ракеты, необходимо рассчитать элементы пассивного участка траектории. Для этого можно воспользоваться уравнениями (7.6)—(7.9), принимая в них $P = 0$ и $\mu = \mu_k = \frac{\omega_\tau}{Q_0}$ и учитывая в явном виде изменение плотности воздуха и скорости звука с высотой. В баллистике наиболее употребительной является следующая система дифференциальных уравнений движения при независимости переменной x [2]:

$$\frac{du}{dx} = -cH_\tau(y)G(v_\tau); \quad (7.36)$$

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{g}{u^2}; \quad (7.37)$$

$$\frac{dy}{dx} = p; \quad (7.38)$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{u}. \quad (7.39)$$

В этих уравнениях:

$$p = \operatorname{tg} \theta;$$

$$c = \frac{iD^2 10^3}{Q_k};$$

$$u = v \cos \theta;$$

$$G(v_\tau) = \frac{F(v_\tau)}{v_\tau};$$

$$v_{\tau} = v \sqrt{\frac{T_0}{T}};$$

$$H_{\tau}(y) = H(y) \sqrt{\frac{T}{T_0}}.$$

Уравнения (7.36) — (7.39) интегрируются численно при начальных условиях, отвечающих концу активного участка траектории.

Приближенных методов, позволяющих с приемлемой точностью аналитически проинтегрировать уравнения движения ракеты на пассивном участке траектории, не существует.

Можно, однако, воспользоваться баллистическими таблицами (сборниками), составленными для артиллерийских снарядов, в которых даны значения элементов точки падения X , v_c , θ_c , T и вы-

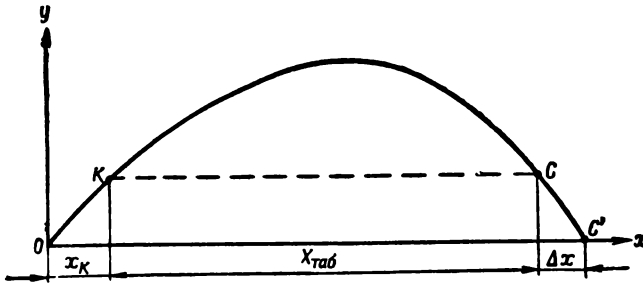


Рис. 7.2. Составляющие полной дальности

соты траектории Y в зависимости от трех входных параметров c , v_0 , θ_0 [2]. Применительно к пассивному участку траектории ракеты входными величинами будут: c_K , v_K , θ_K , где

$$c_K = cH(y_K).$$

Необходимо при этом помнить, что выходные данные таблиц: X , v_c , θ_c , T будут в данном случае отвечать не точке падения C' , а точке C пересечения траектории с горизонтом конца активного участка траектории (рис. 7.2).

Чтобы определить элементы точки падения, необходимо дополнительно рассчитать участок траектории CC' .

Поскольку протяженность этого участка невелика, то элементы точки падения могут быть вычислены по приближенным формулам, полученным разложением в ряд функций v , θ , y по степеням $\Delta x = x_{c'} - x_c$. Для ординаты y получим следующую зависимость:

$$y_K = \Delta x \operatorname{tg} |\theta_c| + \frac{g \Delta x^2}{2v_c^2 \cos^2 \theta_c} + \frac{g \Delta x^3 c}{3v_c^3 \cos^3 \theta_c} G(v_c).$$

Последним слагаемым в правой части обычно можно пренебречь, и величина Δx может быть определена из выражения

$$\Delta x = -\frac{A \operatorname{tg} |\theta_c|}{2} + \sqrt{\frac{A^2 \operatorname{tg}^2 \theta_c}{4} + Ay_k}, \quad (7.40)$$

где

$$A = \frac{2v_c \cos^2 \theta_c}{g}.$$

Полная дальность ракеты определится из выражения

$$X_{\text{пол}} = x_k + X_{\text{таб}} + \Delta x,$$

где $X_{\text{таб}}$ определяется по баллистическому сборнику и Δx — по формуле (7.40).

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ VII

1. Ф. Р. Гантмахер и Л. М. Левин. Теория полета неуправляемых ракет. Физматгиз, 1959.
 2. Я. М. Шапиро. Внешняя баллистика. Оборонгиз, 1946.
-

ГЛАВА VIII

ПЛОСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И РАССЕЙВАНИЕ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ ОПЕРЕННЫХ РАКЕТ

§ 8.1. ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ РАССЕЙВАНИЕ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

Рассеивание неуправляемых ракет значительно превосходит рассеивание артиллерийских снарядов при стрельбе на одинаковые дальности. Особенно это относится к боковому рассеиванию. Рассеивание при стрельбе принято оценивать величинами вероятных или срединных отклонений снарядов в боковом направлении ($Bб$) и по дальности ($Bд$). Центральная полоса эллипса рассеивания шириной в $2Bб$ содержит 50% всех попаданий. То же относится к центральной полосе эллипса рассеивания длиной в $2Bд$.

Если величины $Bб$ и $Bд$ отнести к дальности стрельбы, то рассеивание артиллерийских снарядов можно в среднем характеризовать величинами:

$$\frac{Bб}{X} \approx \frac{1}{2000}; \quad \frac{Bд}{X} \approx \frac{1}{250}.$$

Неуправляемые ракеты, применявшиеся во время второй мировой войны, характеризуются средними величинами:

$$\frac{Bб}{X} \approx \frac{1}{50}; \quad \frac{Bд}{X} \approx \frac{1}{80}$$

при максимальной дальности стрельбы. Причины значительного увеличения рассеивания неуправляемых ракет по сравнению с артиллерийскими снарядами разберем на примере бокового рассеивания неуправляемых оперенных ракет. Вылет артиллерийского снаряда из канала орудия сопровождается начальными возмущениями, вызывающими колебания оси снаряда с максимальной амплитудой 5° . Эти колебания вызывают появление боковой аэродинамической силы, отклоняющей вектор начальной скорости от плоскости стрельбы. Указанные начальные возмущения носят случайный характер и совместно с погрешностями наводки вызывают боковое рассеивание снарядов. Однако срединная величина угло-

вого отклонения вектора скорости составляет небольшую величину (примерно $\frac{1}{2000}$), что определяет малое боковое рассеивание артиллерийских снарядов. Движение неуправляемых ракет по направляющим также сопровождается начальными возмущениями, вызывающими колебания оси ракеты с амплитудой того же порядка, что и у артиллерийских снарядов. Однако в данном случае колебания оси ракеты вызывают появление не только боковой аэродинамической силы, но и боковой составляющей реактивной силы. Последняя во много раз превосходит боковую аэродинамическую силу, что приводит к существенному увеличению углового отклонения вектора скорости. Важным фактором, увеличивающим рассеивание неуправляемых ракет, является наличие эксцентриситета реактивной силы. При идеальной симметрии ракеты вектор реактивной силы направлен по оси ракеты. В реальных условиях возникает перекос реактивной силы и линия действия последней отклоняется от центра масс ракеты на величину Δ , называемую эксцентриситетом реактивной силы. Вызываемый этим эксцентриситетом момент M_{Δ} реактивной силы относительно центра масс ракеты увеличивает колебания оси ракеты и, как следствие, угловое рассеивание ракеты.

Помимо эксцентриситета реактивной силы, на угловое рассеивание ракет влияют начальные возмущения при сходе ракеты с направляющей, вызываемые неточностью изготовления последней и колебаниями пусковой установки при движении ракеты по направляющей. Указанные факторы вызывают начальные колебания оси ракеты при сходе ее с направляющей, характеризующиеся углом φ_0 между осью ракеты и невозмущенным положением оси направляющей, а также угловой скоростью $\dot{\varphi}_0$.

Помимо указанных выше возмущаемых факторов, на отклонение вектора скорости влияет сила тяжести. Однако, учитывая, что действие силы тяжести носит систематический характер и практически не влияет на рассеивание ракет, мы будем рассматривать в дальнейшем плоские колебания ракеты без учета этой силы. В частности, можно рассматривать плоские колебания ракеты в горизонтальной плоскости, проходящей через невозмущенное положение оси направляющей.

§ 8.2. ДВИЖЕНИЕ РАКЕТЫ ПО НАПРАВЛЯЮЩЕЙ

За время движения по направляющей пускового устройства ракета приобретает скорость u_0 , необходимую для ее устойчивого полета на активном участке траектории. При этом желательно, чтобы конструкция направляющих позволила свести к минимуму возмущающие факторы, вызывающие отклонение ракеты от оси направляющей (φ_0) и появление угловой скорости ($\dot{\varphi}_0$) вращения ракеты вокруг оси, перпендикулярной оси симметрии ракеты. Ве-

личины φ_0 и φ_0 (наряду с моментом от эксцентриситета реактивной силы) являются теми начальными возмущениями, которые определяют колебание ракеты на активном участке траектории и рассеивание ракет. Конструкции направляющих могут быть изготовлены в виде труб, лотков или полозьев, по которым движутся

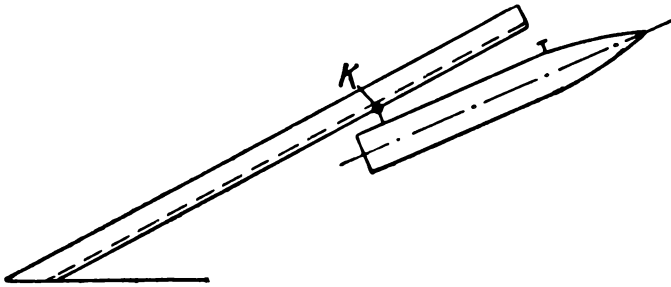


Рис. 8.1. Схема подвески ракеты к направляющей первого типа

направляющие штифты ракеты. По характеру связей между ракетой и направляющей пусковые устройства могут быть двух типов. К устройству первого типа можно отнести направляющий полз, к которому ракета подвешивается двумя штифтами. После выхода переднего штифта головная часть ракеты имеет возможность опускаться, поворачиваясь вокруг заднего штифта (рис. 8.1). При этом точка K контакта ракеты и направляющей, оставаясь неподвижной относительно ракеты, скользит относительно направляющей. К этому же типу можно отнести направляющую, по которой ракета движется, касаясь двумя цилиндрическими центрирующими утолщениями. После выхода переднего центрирующего утолщения контакт с направляющей осуществляется в одной точке, неподвижной относительно ракеты (рис. 8.2).

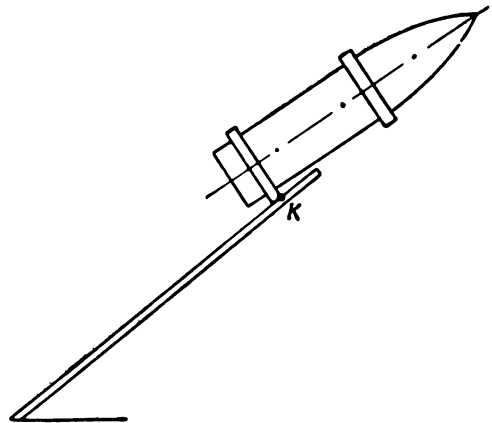


Рис. 8.2. Контакт ракеты с направляющей при помощи центрирующих утолщений

К устройству второго типа относится направляющая, по которой движется ракета цилиндрической частью корпуса без выступающих частей. После прохождения центром тяжести ракеты переднего среза направляющей головная часть ракеты начинает опускаться. При этом вращение ракеты происходит вокруг точки кон-

такта, неподвижной относительно направляющей (рис. 8.3). Наиболее распространенными являются пусковые устройства первого типа.

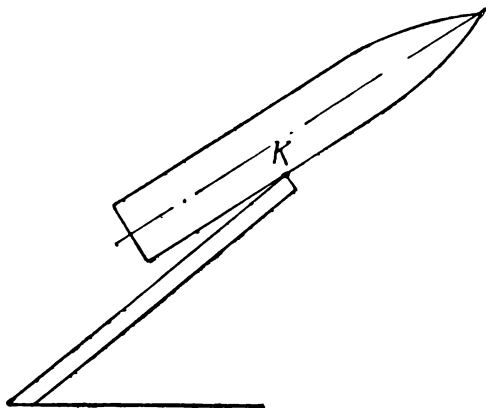


Рис. 8.3. Схема направляющей второго типа

Пусковые устройства первого типа

Рассмотрим движение ракеты по направляющей пускового устройства первого типа после освобождения переднего контакта.

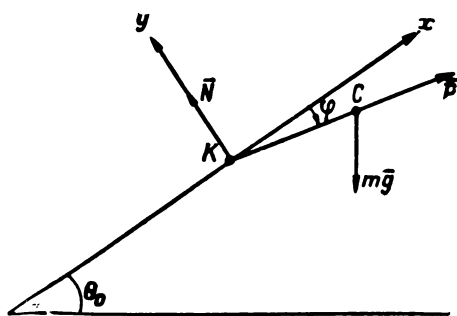


Рис. 8.4. Движение ракеты относительно направляющей первого типа

На рис. 8.4 C — центр массы ракеты; K — точка контакта ракеты и направляющей, которую для простоты будем полагать лежащей на оси ракеты. Проведем ось Kx параллельно оси направляющей, а ось Ky перпендикулярно ей. Обозначим через θ_0 угол наклона направляющей к горизонту, через φ — угол отклонения оси ракеты от оси Kx . Обозначим $l = KC$.

Напишем уравнения движения центра масс ракеты:

$$m\ddot{x}_c = P \cos \varphi - mg \sin \theta_0; \quad (8.1)$$

$$m\ddot{y}_c = N - P \sin \varphi - mg \cos \theta_0, \quad (8.2)$$

где N — реакция со стороны направляющей в точке контакта.

Массу m и тягу P будем считать постоянными.

Напишем уравнение вращения ракеты вокруг ее центра масс. При этом учтем момент реакции N и момент от эксцентриситета реактивной силы M_A .

Уравнение принимает следующий вид:

$$A\ddot{\varphi} = M_{\Delta} + Nl \cos \varphi, \quad (8.3)$$

где A — экваториальный момент инерции ракеты;

l — расстояние от центра масс ракеты до заднего штифта.

В дальнейшем, учитывая малость угла φ , примем

$$\sin \varphi \approx \varphi; \quad \cos \varphi \approx 1.$$

Кроме того, исключим реакцию из уравнений (8.2) и (8.3). При этом получим следующие уравнения:

$$x_c = \frac{P}{m} - g \sin \theta_0 = j; \quad (8.4)$$

$$A\ddot{\varphi} = M_{\Delta} + lP\varphi + mgl \cos \theta_0 + lm\ddot{y}_c \quad (8.5)$$

Для идеально прямолинейной и неподвижной направляющей имеем:

$$y_k = 0; \quad y_c = -l\varphi.$$

Учитывая возможную кривизну направляющей и колебание пусковой установки, запишем выражение для y_c в виде

$$y_c = y_k - l\varphi, \quad (8.6)$$

где $y_k = y_k(t)$ мы будем рассматривать как функцию, определяемую экспериментально или теоретически исходя из конструктивных и динамических характеристик пусковой установки. Из уравнений (8.5) и (8.6) получим

$$(A + ml^2)\ddot{\varphi} = lP\varphi + mgl \cos \theta_0 + M_{\Delta} + lm\ddot{y}_k \quad (8.7)$$

или окончательно

$$\ddot{\varphi} - \lambda^2\varphi = f(t), \quad (8.8)$$

где

$$\lambda^2 = \frac{lP}{A + ml^2}; \quad (8.9)$$

$$f(t) = \frac{1}{A + ml^2} [mgl \cos \theta_0 + M_{\Delta} + lm\ddot{y}_k]. \quad (8.10)$$

Если известна функция $y_k = y_k(t)$, то двойным дифференцированием можно определить \ddot{y}_k , и правая часть уравнения (8.8) будет известной функцией времени. В то же время уравнение (8.4) позволяет определить зависимость

$$x_c(t) = \frac{1}{2} jt^2$$

и значение t_0 , отвечающее концу периода движения ракеты по направляющей.

Решение уравнения (8.8) без правой части имеет вид

$$\varphi = c_1 e^{\lambda t} + c_2 e^{-\lambda t}$$

Применяя метод вариации произвольной постоянной, получим для неоднородного уравнения (8.8) следующую зависимость:

$$\varphi = c_1 e^{\lambda t} + c_2 e^{-\lambda t} + \frac{e^{\lambda t}}{2\lambda} \int_0^t e^{-\lambda t} f(t) dt - \frac{e^{-\lambda t}}{2\lambda} \int_0^t e^{\lambda t} f(t) dt. \quad (8.11)$$

Рассмотрим частный случай движения ракеты в неподвижной прямолинейной направляющей без учета момента, вызванного эксцентриситетом реактивной силы. В этом случае

$$M_{\Delta} = 0; \quad \ddot{y}_k = 0;$$

$$f(t) = \frac{mgl \cos \theta_0}{A + mt^2} = \text{const} = B. \quad (8.12)$$

Из уравнения (8.11) получаем

$$\varphi = c_1 e^{\lambda t} + c_2 e^{-\lambda t} + \frac{B}{\lambda^2} (\text{ch } \lambda t - 1). \quad (8.13)$$

Будем исходить из следующих начальных условий для момента выхода из направляющих переднего штифта:

$$t_1 = 0; \quad \varphi_1 = 0; \quad \dot{\varphi}_1 = 0.$$

При этом нетрудно получить произвольные постоянные $c_1 = 0$; $c_2 = 0$ и выражение (8.13) принимает вид

$$\varphi = \frac{B}{\lambda^2} (\text{ch } \lambda t - 1).$$

Подставляя значения B и λ из выражений (8.9) и (8.12), получим

$$\varphi = \frac{mg \cos \theta_0}{P} (\text{ch } \lambda t - 1). \quad (8.14)$$

Дифференцируя последнее выражение, получим зависимость для угловой скорости $\dot{\varphi}$ вращения оси ракеты

$$\dot{\varphi} = \frac{mg \cos \theta_0}{P} \lambda \text{sh } \lambda t. \quad (8.15)$$

В выражениях (8.14) и (8.15) время отсчитывалось от момента выхода переднего штифта из направляющей. Если же отсчет вести от начала движения ракеты, то необходимо заменить t на $t - t_1$, где t_1 — промежуток времени от начала движения ракеты до мо-

мента выхода переднего штифта. Для момента t_0 прекращения связи ракеты с направляющей получим:

$$\varphi_0 = \frac{mg \cos \theta_0}{P} [\operatorname{ch} \lambda (t_0 - t_1) - 1]; \quad (8.16)$$

$$\dot{\varphi}_0 = \frac{mg \cos \theta_0}{P} \lambda \operatorname{sh} \lambda (t_0 - t_1). \quad (8.17)$$

Значения t_0 и t_1 определяются из выражений:

$$t_0 = \sqrt{\frac{2x_0}{j}}; \quad t_1 = \sqrt{\frac{2x_1}{j}},$$

где x_1 и x_0 — перемещение центра массы ракеты до выхода переднего и заднего штифтов соответственно:

$$j = \frac{P}{m} - g \cos \theta_0.$$

В момент t_0 составляющая скорости центра масс ракеты по оси y равна

$$- \dot{y}_c = l \dot{\varphi}_0$$

и вектор скорости повернется на угол $\Delta\theta$, определяемый из выражения

$$\operatorname{tg} \Delta\theta \approx \Delta\theta = \frac{l \dot{\varphi}_0}{v_0}.$$

При этом угол атаки α_0 , составляемый осью ракеты с вектором скорости v_0 , определится из выражения

$$\alpha_0 = \varphi_0 - \Delta\theta_0.$$

Пример. Характеристики ракеты и направляющей определяются следующими параметрами: $Q = 194$ кг; $P = 3040$ кг; $l = 1$ м; $x_1 = 1,5$ м; $x_0 = 2,8$ м; $A = 14$ кг·м·сек²; $j = 152$ м/сек².
Определяем

$$\lambda = \sqrt{\frac{Pl}{A + ml^2}} = \sqrt{\frac{3040 \cdot 1}{14 + \frac{194}{9,81} \cdot 1}} = 9,5 \text{ 1/сек};$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{2x_0}{j}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,8}{152}} = 0,192 \text{ сек};$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2x_1}{j}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,5}{152}} = 0,140 \text{ сек};$$

$$t_0 - t_1 = 0,052 \text{ сек};$$

$$\lambda (t_0 - t_1) = 9,5 \cdot 0,052 = 0,495;$$

$$\operatorname{ch} \lambda (t_0 - t_1) = 1,125;$$

$$\operatorname{sh} \lambda (t_0 - t_1) = 0,515;$$

$$\varphi_0 = \frac{Q \cos \theta_0}{P} [\operatorname{ch} \lambda (t_0 - t_1) - 1] = \frac{194 \cdot 0,707}{3040} 0,125 = 0,0056 \text{ рад} = 0,032^\circ = 19';$$

$$\dot{\varphi}_0 = \frac{Q \cos \theta_0}{P} \lambda \operatorname{sh} \lambda (t_0 - t_1) = \frac{194 \cdot 0,707}{3040} 9,5 \cdot 0,515 = 0,312 \text{ 1/сек};$$

$$\Delta \theta_0 = \frac{i \dot{\varphi}_0}{v_0} = \frac{i \dot{\varphi}_0}{j t_0} = \frac{1 \cdot 0,312}{152 \cdot 0,192} = 0,0107 \text{ рад} = 0,006^\circ = 3,6';$$

$$\alpha_0 = \varphi_0 - \Delta \theta_0 = 0,032 - 0,006 = 0,026^\circ = 15,4'.$$

Пусковые устройства второго типа

В пусковых устройствах второго типа точка контакта остается неподвижной относительно направляющей. В этом случае расстояние от центра тяжести ракеты до точки контакта равно $x_c - x_{c'}$, где $x_{c'}$ — путь центра массы ракеты от начала его движения и до прохождения им конца направляющей. В уравнении (8.3) необходимо вместо l подставить $x_c - x_{c'}$. После исключения реакции в контакте и подстановки

$$y_c = y_k - (x_c - x_{c'}) \varphi$$

получим уравнение для угла φ в виде:

$$\frac{A + m(x_c - x_{c'})^2}{x_c - x_{c'}} \ddot{\varphi} = \frac{M_\Delta}{x_c - x_{c'}} - 2m\dot{x}_c \dot{\varphi} + mg \cos \theta_0 + mg\varphi \sin \theta_0, \quad (8.18)$$

где x_c и \dot{x}_c определяются из уравнения (8.4).

Уравнение (8.18) может интегрироваться численно.

В случае когда $M_\Delta = 0$, из оценки коэффициентов уравнений (8.7) и (8.18) следует, что поворот ракеты φ_0 под действием силы тяжести меньше для пусковых устройств второго типа по сравнению с этой величиной для пусковых установок первого типа.

§ 8.3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЛОСКИХ КОЛЕБАНИЙ РАКЕТЫ НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ

При составлении уравнений плоских колебаний ракеты мы будем учитывать:

— реактивную силу P ;

— лобовое сопротивление $X = \frac{\rho v^2}{2} S c_x$;

— подъемную (боковую) аэродинамическую силу $Y = \frac{\rho v^2}{2} S c_y \alpha$;

— аэродинамический стабилизирующий момент

$$M_z = -\frac{\rho v^2}{2} S L m_z^* \alpha;$$

— аэродинамический демпфирующий момент $M_D = -\rho v S L^2 m_D^* \dot{\varphi}$;

— момент $M_\Delta = P_\Delta$, вызываемый эксцентриситетом реактивной силы.

В приведенных выражениях φ — угол поворота оси ракеты от оси невозмущенного положения вектора начальной скорости; α — угол атаки. В дальнейшем введем еще в рассмотрение угол ψ отклонения вектора скорости от начального его невозмущенного положения. Между углами φ , ψ и α существует очевидная зависимость (рис. 8.5)

$$\varphi = \psi + \alpha.$$

Дифференциальные уравнения движения ракеты имеют следующий вид:

$$m\dot{v} = P \cos \alpha - X; \quad (8.19)$$

$$m\dot{v}\dot{\psi} = P \sin \alpha - Y; \quad (8.20)$$

$$A\ddot{\varphi} = M + M_{\Delta} + M_D. \quad (8.21)$$

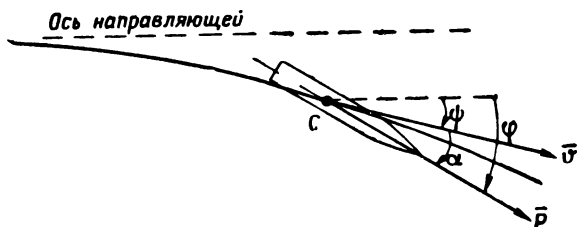


Рис. 8.5. Углы, определяющие колебание ракеты

В дальнейшем будем полагать α малой величиной, так что

$$\cos \alpha \approx 1; \quad \sin \alpha \approx \alpha.$$

Фундаментальные исследования, приведенные в работе [1], показывают, что основными факторами, определяющими колебание оси ракеты, являются реактивная сила P , момент M_{Δ} и стабилизирующий аэродинамический момент M_z . Остальные силы, входящие в уравнения (8.19) — (8.21), имеют второстепенное значение. В дальнейшем рассмотрим колебания оси ракеты под действием указанных основных сил. При этом уравнения (8.19) — (8.21) принимают вид:

$$\dot{v} = \frac{P}{m} = b; \quad (8.22)$$

$$\dot{\psi} = \frac{P\alpha}{m\dot{v}} = \frac{b}{v}\alpha; \quad (8.23)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{P\Delta}{A} - \frac{\rho v^2}{2A} SLm_z^2 \cdot \alpha = a - \sigma^2 v^2 \alpha, \quad (8.24)$$

где

$$\frac{P}{m} = b; \quad \frac{m\Delta}{A} = a; \quad \sigma^2 = \frac{\rho SLm_z^2}{2A}.$$

В работе [1] показано, что при исследовании колебания оси ракеты и углового отклонения вектора скорости можно принять коэффициенты a , b , σ постоянными.

Учитывая, что $\varphi = \psi + \alpha$, преобразуем уравнение (8.24):

$$\ddot{\alpha} = a - \sigma^2 v^2 \alpha - \ddot{\psi}$$

Величину $\ddot{\psi}$ определим из уравнений (8.22) и (8.23):

$$\ddot{\psi} = -\frac{b}{v^2} \dot{v} \alpha + \frac{b}{v} \alpha = -\frac{b^2}{v^2} \alpha + \frac{b}{v} \alpha.$$

При этом уравнение (8.24) принимает вид

$$\alpha + \frac{b}{v} \dot{\alpha} + \left(\sigma^2 v^2 - \frac{b^2}{v^2} \right) \alpha = ba. \quad (8.25)$$

§ 8.4. КОЛЕБАНИЕ РАКЕТЫ ПРИ НАЛИЧИИ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА РЕАКТИВНОЙ СИЛЫ

Будем рассматривать колебание ракеты при наличии только одного возмущающего фактора — эксцентриситета реактивной силы Δ , входящего в правую часть уравнения (8.25). При этом предполагается, что отсутствуют начальные возмущения при сходе ракеты с направляющей и уравнения (8.23) — (8.25) должны интегрироваться при начальных условиях:

$$t = t_0; \quad v = v_0; \quad \alpha_0 = 0; \quad \dot{\alpha}_0 = 0; \quad \psi_0 = 0.$$

Для интегрирования уравнения (8.25) удобно перейти к независимой переменной

$$x = \sigma s,$$

где s — длина дуги траектории центра масс ракеты. Введем подстановки:

$$y = \frac{\sigma}{a} \alpha; \quad z = \frac{\sigma}{a} \psi.$$

Нетрудно видеть, что x , y и z — безразмерные величины. Из выражений:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{a} \cdot \frac{d\alpha}{ds} = \frac{1}{av} \dot{\alpha};$$

$$\dot{\alpha} = av y'_x;$$

$$\ddot{\alpha} = a \dot{v} y'_x + av y''_x \cdot \dot{x} = a b y'_x + av^2 \sigma y''_x,$$

подставляя значения $\dot{\alpha}$ и $\ddot{\alpha}$ в выражение (8.25) и учитывая, что при постоянстве ускорения b

$$v = \sqrt{2bs} = \sqrt{\frac{2bx}{\sigma}},$$

получим уравнения (8.23) и (8.25) в следующем виде:

$$y''_x + \frac{1}{x} y'_x + \left(1 - \frac{1}{4x^2}\right) y = \frac{1}{2x}, \quad (8.26)$$

$$z'_x = \frac{1}{2x} y. \quad (8.27)$$

В дальнейшем штрихом (') будем отмечать производную по x .
 Всякое дифференциальное уравнение вида

$$y'' + f(x)y' + \varphi(x)y = 0$$

может быть приведено к двучленному виду подстановкой

$$y = ue^{-\frac{1}{2} \int f(x) dx}$$

В данном случае эта подстановка имеет вид^{*}

$$y = \frac{u}{\sqrt{x}}. \quad (8.28)$$

Подставляя в уравнение (8.26) значения y , y' , y'' , получим после несложных преобразований

$$u'' + u = \frac{1}{2\sqrt{x}}. \quad (8.29)$$

Интеграл однородного уравнения

$$u'' + u = 0 \quad (8.30)$$

имеет вид

$$u = c_1 \cos x + c_2 \sin x. \quad (8.31)$$

Применяя метод вариации произвольных постоянных, получаем следующие дифференциальные уравнения для c_1 и c_2 :

$$\begin{aligned} c'_1 \cos x + c'_2 \sin x &= 0; \\ -c'_1 \sin x + c'_2 \cos x &= \frac{1}{2\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

Определяя значения c'_1 и c'_2 , получим:

$$\begin{aligned} c'_1 &= -\frac{\sin x}{2\sqrt{x}}; \quad c'_2 = \frac{\cos x}{2\sqrt{x}}; \\ c_1 &= -\int_{x_0}^x \frac{\sin x}{2\sqrt{x}} dx + c_3; \quad c_2 = \int_{x_0}^x \frac{\cos x}{2\sqrt{x}} dx + c_4. \end{aligned}$$

* Эта подстановка отличается только постоянными от подстановки $u = v \alpha$, впервые введенной в работе [1].

Подставляя значения c_1 и c_2 в уравнение (8.31) и учитывая подстановку (8.28) и начальные условия $x=x_0$, $y_0=0$, $y'_0=0$, получим

$$y = -\frac{\cos x}{2\sqrt{x}} \int_{x_0}^x \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx + \frac{\sin x}{2\sqrt{x}} \int_{x_0}^x \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx. \quad (8.32)$$

Введя интегралы Френеля, определяемые выражениями:

$$s(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx; \quad (8.33)$$

$$c(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx, \quad (8.34)$$

и обозначая для краткости:

$$C = c(x); \quad C_0 = c(x_0); \quad C_0^x = c(x) - c(x_0);$$

$$S = s(x); \quad S_0 = s(x_0); \quad S_0^x = s(x) - s(x_0),$$

получим уравнение (8.32) в виде

$$y = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{\sqrt{x}} C_0^x - \frac{\cos x}{\sqrt{x}} S_0^x \right). \quad (8.35)$$

Подстановка

$$y = \frac{\sigma}{a} \alpha = \frac{\sigma A}{m\Delta} \alpha$$

приводит выражение (8.33) к виду

$$\alpha = \frac{m\Delta}{\sigma A} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{\sqrt{x}} C_0^x - \frac{\cos x}{\sqrt{x}} S_0^x \right). \quad (8.36)$$

Выражение (8.36) позволяет определить угол атаки для произвольного значения $x=\sigma s$, если известны параметры ракеты σ , A , m и эксцентриситет реактивной силы Δ .

Значения интегралов Френеля $c(x)$ и $s(x)$ даны в табл. 8.1. Графики этих функций показаны на рис. 8.6.

Чтобы определить отклонение вектора скорости ϕ , необходимо подставить в уравнение (8.27) значение y из выражения (8.35). При этом получим

$$z = \frac{1}{2} \int_{x_0}^x \frac{y dx}{x} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{x_0}^x \left(\frac{\sin x}{2x\sqrt{x}} C_0^x - \frac{\cos x}{2x\sqrt{x}} S_0^x \right) dx.$$

ИНТЕГРАЛЫ ФРЕНЕЛЯ

	$s(x)$	$c(x)$		$s(x)$	$c(x)$		$s(x)$	$c(x)$
0,1	0,0084	0,2521	5,1	0,4492	0,3343	10,1	0,6011	0,4268
2	0,0237	0,3554	2	0,4333	0,3418	2	0,5928	0,4174
3	0,0434	0,4331	3	0,4183	0,3507	3	0,5836	0,4090
4	0,0665	0,4966	4	0,4045	0,3610	4	0,5737	0,4015
5	0,0924	0,5502	5	0,3918	0,3724	5	0,5632	0,3951
6	0,1205	0,5962	6	0,3805	0,3850	6	0,5521	0,3898
7	0,1504	0,6356	7	0,3706	0,3985	7	0,5406	0,3857
8	0,1818	0,6693	8	0,3621	0,4129	8	0,5288	0,3827
9	0,2143	0,6979	9	0,3552	0,4278	9	0,5168	0,3809
1,0	0,2476	0,7217	6,0	0,3499	0,4433	11,0	0,5048	0,3804
1	0,2813	0,7410	1	0,3461	0,4591	1	0,4928	0,3810
2	0,3153	0,7563	2	0,3440	0,4750	2	0,4810	0,3829
3	0,3491	0,7676	3	0,3434	0,4909	3	0,4695	0,3859
4	0,3826	0,7751	4	0,3445	0,5067	4	0,4584	0,3900
5	0,4155	0,7791	5	0,3471	0,5220	5	0,4478	0,3952
6	0,4475	0,7798	6	0,3512	0,5372	6	0,4378	0,4013
7	0,4785	0,7773	7	0,3568	0,5517	7	0,4286	0,4084
8	0,5081	0,7719	8	0,3637	0,5654	8	0,4201	0,4164
9	0,5363	0,7639	9	0,3718	0,5782	9	0,4125	0,4251
2,0	0,5629	0,7533	7,0	0,3812	0,5901	12,0	0,4059	0,4346
1	0,5876	0,7405	1	0,3916	0,6009	1	0,4014	0,4446
2	0,6103	0,7256	2	0,4030	0,6106	2	0,3955	0,4550
3	0,6310	0,7089	3	0,4152	0,6190	3	0,3920	0,4658
4	0,6496	0,6906	4	0,4281	0,6261	4	0,3895	0,4769
5	0,6658	0,6710	5	0,4415	0,6319	5	0,3882	0,4882
6	0,6797	0,6503	6	0,4553	0,6362	6	0,3880	0,4994
7	0,6913	0,6287	7	0,4695	0,6391	7	0,3890	0,5106
8	0,7005	0,6064	8	0,4837	0,6406	8	0,3910	0,5216
9	0,7073	0,5838	9	0,4979	0,6407	9	0,3941	0,5322
3,0	0,7117	0,5610	8,0	0,5120	0,6393	13,0	0,3983	0,5425
1	0,7138	0,5383	1	0,5258	0,6366	1	0,4034	0,5523
2	0,7136	0,5158	2	0,5392	0,6325	2	0,4095	0,5615
3	0,7112	0,4938	3	0,5520	0,6271	3	0,4164	0,5700
4	0,7067	0,4725	4	0,5641	0,6206	4	0,4241	0,5777
5	0,7002	0,4521	5	0,5755	0,6129	5	0,4325	0,5846
6	0,6918	0,4326	6	0,5859	0,6041	6	0,4415	0,5906
7	0,6816	0,4144	7	0,5954	0,5944	7	0,4510	0,5956
8	0,6699	0,3975	8	0,6038	0,5839	8	0,4610	0,5997
9	0,6566	0,3821	9	0,6111	0,5727	9	0,4713	0,6027
4,0	0,6421	0,3682	9,0	0,6172	0,5608	14,0	0,4818	0,6047
1	0,6265	0,3560	1	0,6220	0,5485	1	0,4924	0,6057
2	0,6099	0,3456	2	0,6256	0,5358	2	0,5030	0,6055
3	0,5926	0,3369	3	0,6279	0,5229	3	0,5135	0,6043
4	0,5748	0,3302	4	0,6289	0,5099	4	0,5236	0,6021
5	0,5565	0,3253	5	0,6286	0,4969	5	0,5337	0,5989
6	0,5380	0,3222	6	0,6270	0,4841	6	0,5433	0,5947
7	0,5196	0,3211	7	0,6241	0,4716	7	0,5524	0,5896
8	0,5013	0,3218	8	0,6200	0,4595	8	0,5609	0,5836
9	0,4834	0,3242	9	0,6148	0,4480	9	0,5687	0,5768
5,0	0,4659	0,3285	10,0	0,6084	0,4370	15,0	0,5758	0,5693

Интегрируя почленно, имеем

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{x_0}^x (\sin x \cdot C_0^x - \cos x S_0^x) \frac{dx}{x \sqrt{x}} = \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ - \left[\frac{2}{\sqrt{x}} (\sin x \cdot C_0^x - \cos x \cdot S_0^x) \right]_{x_0}^x + \right. \\
 &+ \left. 2 \int_{x_0}^x \frac{1}{\sqrt{x}} [(\cos x \cdot C_0^x + \sin x \cdot S_0^x) dx + \sin x dC_0^x - \cos x dS_0^x] \right\} \quad (8.37)
 \end{aligned}$$

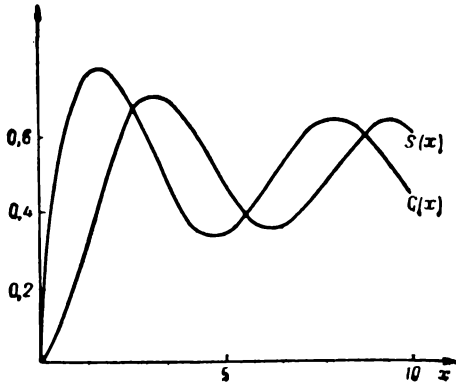


Рис. 8.6. Интегралы Френеля

На основании выражений (8.33) и (8.34) имеем

$$\sin x dC_0^x - \cos x dS_0^x = 0$$

и

$$\frac{2}{\sqrt{x}} (\cos x C_0^x + \sin x S_0^x) dx = \sqrt{2\pi} d [(C_0^x)^2 + (S_0^x)^2].$$

Выражение (8.37) после некоторых преобразований принимает вид

$$z_{\Delta} = \frac{\pi}{2} [(C_0^x)^2 + (S_0^x)^2] + \sqrt{\frac{\pi}{2x}} (S_0^x \cos x - C_0^x \sin x). \quad (8.38)$$

Индекс Δ подчеркивает, что учтено возмущающее влияние эксцентриситета реактивной силы.

Учитывая выражение

$$z_{\Delta} = \frac{\sigma}{a} \psi_{\Delta} = \frac{\sigma A}{\Delta m} \psi_{\Delta},$$

получим окончательно

$$\psi_{\Delta} = \frac{\Delta m}{\sigma A} \left\{ \frac{\pi}{2} [(C_0^x)^2 + (S_0^x)^2] + \sqrt{\frac{\pi}{2x}} (S_0^x \cos x - C_0^x \sin x) \right\}. \quad (8.39)$$

Формула (8.39) позволяет подсчитать отклонение ψ_{Δ} вектора скорости \vec{v} от его начального невозмущенного положения, вызванное влиянием эксцентриситета реактивной силы.

При угле бросания θ_0 и при условии, когда эксцентриситет Δ перпендикулярен плоскости стрельбы, угловое отклонение последней равно $\frac{\psi_{\Delta}}{\cos \theta_0}$. Если X — полная дальность стрельбы, то боковое отклонение точки падения Δz определится из выражения

$$\Delta z = \frac{\psi_{\Delta}}{\cos \theta_0} X. \quad (8.40)$$

Поскольку эксцентриситет Δ является случайной величиной, то мы можем рассматривать вероятную величину B_{Δ} эксцентриситета, перпендикулярного плоскости стрельбы. Заменяя в формулах (8.39) и (8.40) Δ на B_{Δ} , получим вероятную величину углового отклонения $B_{\psi_{\Delta}}$ из выражения (8.39) и вероятную величину бокового рассеивания из выражения

$$B\delta = \frac{B_{\psi_{\Delta}}}{\cos \theta_0} X. \quad (8.41)$$

Пример. Рассмотрим ракету, характеристики которой следующие: $Q = 42,5$ кг; $\omega_T = 7,2$ кг; $Q_{\text{ср}} = Q - 0,25 \omega_T = 40,7$ кг; $m_{\text{ср}} = 4,14$; $s_0 = 5$ м; $s = 148$ м; $\sigma = 0,0845 \frac{1}{\text{м}}$; $A = 0,5$ кг·м/сек².

Рассмотрим случай когда $\Delta = 1$ мм = 10^{-3} м.

Вычисляем:

$$x = \sigma s = 0,0845 \cdot 150 = 12,50;$$

$$x_0 = \sigma s_0 = 0,0845 \cdot 5 = 0,422.$$

По таблицам интегралов Френеля находим:

$$c(x) = 0,4882; \quad c(x_0) = 0,5091; \quad C_0^x = -0,1209;$$

$$s(x) = 0,3882; \quad s(x_0) = 0,0720; \quad S_0^x = 0,3162;$$

$$\sin x = \sin 12,5 = \sin 1,99\pi = -\sin 0,01\pi = -0,0317;$$

$$\cos x = \cos 0,01\pi = 0,9995 \approx 1.$$

Подставляем в выражение (8.39)

$$\begin{aligned} \psi_{\Delta} &= \frac{10^{-3} \cdot 4,14}{0,5 \cdot 0,0845} \left[\frac{\pi}{2} (0,1209^2 + 0,3162^2) - \right. \\ &\left. - \sqrt{\frac{\pi}{2 \cdot 12,5}} (1 \cdot 0,3162 - 0,0317 \cdot 0,1209) \right] = 0,029 \text{ рад} = \\ &= 1,66^{\circ} = 1^{\circ}40'. \end{aligned}$$

Полагая угол бросания $\theta_0 = 45^\circ$, вероятную величину эксцентриситета $B_\Delta = 0,5 \text{ мм}$ и полную дальность стрельбы $X = 10 \text{ км}$, получим вероятную величину бокового рассеивания из выражения

$$B\sigma = \frac{B_{\psi_\Delta}}{\cos \theta_0} X = \frac{0,5 \cdot 0,029}{0,707} 10000 = 200 \text{ м},$$

откуда

$$\frac{B\sigma}{X} = \frac{1}{50}.$$

§ 8.5. КРИТИЧЕСКИЙ УЧАСТОК ТРАЕКТОРИИ

Характер изменения углов α и ϕ вдоль траектории в зависимости от бокового эксцентриситета реактивной силы для типовой неуправляемой оперенной ракеты показан на рис. 8.7.

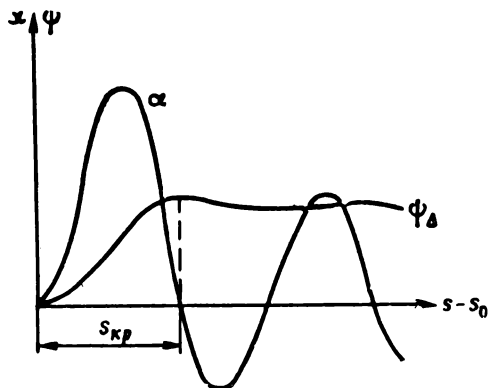


Рис. 8.7. Колебания углов α и ϕ при наличии эксцентриситета

Из рассмотрения графиков рис. 8.7 видно, что изменение угла α носит характер затухающих колебаний. Длина траектории, отвечающая первой полуволне колебания угла α , называется критическим участком траектории. Мы будем обозначать безразмерную длину критического участка $x_{кр} = \sigma s_{кр}$. Угол ϕ возрастает в основном на критической длине траектории, а затем остается примерно постоянным. Первый максимум угла ϕ отвечает значению $x = x_{кр}$. При этом угол $\alpha = 0$, что следует непосредственно из уравнения (8.23), так как при $\alpha = 0$ получаем $\phi = 0$, отвечающее условию экстремума функции $\phi(t)$. Протяженность критического участка составляет одну треть активного участка траектории. Из сказанного следует, что формирование углового отклонения вектора скорости, а следовательно, и углового рассеивания в основном завершается на критическом участке.

В начале этого участка скорость ракеты мала, а следовательно, мал стабилизирующий аэродинамический момент. При этом под действием момента от эксцентриситета реактивной силы происходит значительное отклонение оси ракеты и увеличивается боковая составляющая реактивной силы, что приводит к отклонению вектора скорости. В последующем увеличение стабилизирующего момента примерно уравнивает влияние эксцентриситета реактивной силы, и изменение угла ϕ носит характер малых колебаний. То обстоятельство, что при $x > x_{кр}$ угол ϕ_Δ изменяется мало, позво-

ляет упростить расчет величины ϕ_{Δ} , приняв вместо $x = x_k$, отвечающего концу активного участка, величину $x_{кр}$. Нетрудно показать, что величина $x_{кр}$ зависит только от x_0 . Поэтому формула (8.38) может быть заменена зависимостью вида $z_{\Delta} = f(x_0)$. Для z_{Δ} может быть предложена следующая интерполяционная формула:

$$z_{\Delta} = \frac{0,2}{0,3 + x_0}, \quad (8.42)$$

откуда

$$\psi_{\Delta} = \frac{\Delta m}{A\sigma} z_{\Delta} = \frac{\Delta m}{A\sigma} \cdot \frac{0,2}{0,3 + x_0}.$$

Для рассмотренного выше примера имеем

$$\psi_{\Delta} = \frac{10^{-3} \cdot 4,14 \cdot 0,2}{0,5 \cdot 0,0845 (0,3 + 0,422)} = 0,027 \text{ рад.}$$

Формула (8.42) позволяет непосредственно анализировать влияние различных факторов на угловое отклонение ψ_{Δ} вектора скорости. Учитывая, что $x_0 = \sigma s_0$, где

$$\sigma = \sqrt{\frac{\rho s l m_z^2}{2A}}, \quad (8.43)$$

приходим к выводу, что величина ψ_{Δ} уменьшается: с уменьшением эксцентриситета Δ ; с увеличением длины s_0 движения ракеты по направляющей; с увеличением коэффициента m_z^2 стабилизирующего момента, что связано с увеличением площади оперения.

Необходимо, однако, заметить, что увеличение длины направляющих приводит к существенному увеличению веса установки. Чрезмерное увеличение площади оперения увеличивает чувствительность ракеты к порывам ветра, что может привести к увеличению рассеивания ракеты при порывистом ветре. Выбор конструктивных параметров ракеты и установки производится с учетом всех указанных факторов.

§ 8.6. КОЛЕБАНИЯ РАКЕТЫ ПРИ НАЛИЧИИ НАЧАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ φ_0 и $\dot{\varphi}_0$

Для изучения влияния начальных возмущений на угловое отклонение оси ракеты будем полагать эксцентриситет Δ равным нулю. При этом в уравнении (8.25) необходимо положить $a=0$. Уравнения колебания оси ракеты принимают следующий вид:

$$\alpha + \frac{b}{v} \dot{\alpha} + \left(\sigma^2 v^2 - \frac{b^2}{v^2} \right) \alpha = 0; \quad (8.44)$$

$$\dot{\psi} = \frac{b}{v} \dot{\alpha}. \quad (8.45)$$

Переход к независимой переменной $x = \sigma s$ позволяет преобразовать последние уравнения к следующему виду (§ 8.4):

$$\alpha'' + \frac{1}{x} \alpha' + \left(1 - \frac{1}{4x^2}\right) \alpha = 0; \quad (8.46)$$

$$\psi' = \frac{1}{2x} \alpha, \quad (8.47)$$

где штрихом отмечается производная по x . Интегрирование однородного уравнения (8.46) при подстановке

$$\alpha = \frac{u}{\sqrt{x}}$$

позволяет получить общий интеграл

$$\alpha = c_1 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} + c_2 \frac{\sin x}{\sqrt{x}}, \quad (8.48)$$

где c_1 и c_2 определяются из начальных условий. Рассмотрим влияние начальных возмущений φ_0 и ψ_0 раздельно.

Начальные условия

$$\varphi_0 = 0 \text{ и } \psi_0 \neq 0.$$

Выразим начальные условия для α и ψ через начальные условия для φ .

Из выражения

$$\varphi_0 = \alpha + \psi_0 = 0,$$

учитывая, что

$$\psi = \int_{t_0}^t \frac{b\alpha}{v} dt,$$

имеем непосредственно $\varphi_0 = 0$ при любых начальных условиях для α . При этом из условия $\varphi_0 = 0$ следует $\alpha_0 = 0$.

Далее из выражения $\psi_0 = \alpha_0 + \psi_0$, учитывая, что

$$\psi_0 = \frac{b}{v_0} \alpha_0 = 0,$$

получаем начальные условия для уравнений (8.46), (8.47) в следующем виде: при $t = t_0$; $x = x_0$; $\alpha_0 = 0$; $\alpha'_0 \neq 0$; $\psi_0 = 0$.

Исходя из этих начальных условий, получаем:

$$c_1 = -\alpha'_0 \sqrt{x_0} \sin x_0;$$

$$c_2 = \alpha'_0 \sqrt{x_0} \cos x_0$$

и выражение для угла атаки α принимает следующий вид:

$$\alpha = \alpha'_0 \sqrt{x_0} \left(\cos x_0 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} - \sin x_0 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} \right). \quad (8.49)$$

Учитывая, что

$$\alpha' = \dot{\alpha}_0 \frac{1}{x_0} = \frac{\dot{\alpha}_0}{\sqrt{2b\sigma_0}},$$

получим окончательно

$$\alpha = \frac{\dot{\alpha}_0}{\sqrt{2b\sigma}} \frac{\sin(x - x_0)}{\sqrt{x}}. \quad (8.50)$$

Полученная зависимость позволяет определить колебание угла атаки в зависимости от безразмерной длины дуги траектории x . Чтобы определить угол ϕ отклонения вектора скорости, необходимо подставить полученное значение α в выражение (8.47). При этом получим

$$\phi = \frac{\dot{\alpha}_0}{2\sqrt{2b\sigma}} \int_{x_0}^x \frac{\sin(x - x_0)}{x\sqrt{x}} dx.$$

Интегрируя по частям и учитывая, что:

$$\int_{x_0}^x \frac{\sin x dx}{x\sqrt{x}} = - \left[\frac{2 \sin x}{\sqrt{x}} \right]_{x_0}^x + 2\sqrt{2\pi} C_0^x;$$

$$\int_{x_0}^x \frac{\cos x dx}{x\sqrt{x}} = - \left[\frac{2 \cos x}{\sqrt{x}} \right]_{x_0}^x - 2\sqrt{2\pi} S_0^x,$$

после некоторых преобразований получим

$$\psi_x = \frac{\dot{\alpha}_0}{\sqrt{b\sigma}} \left[\sqrt{\pi} (\cos x_0 C_0^x - \sin x_0 S_0^x) - \frac{\sin(x - x_0)}{\sqrt{2x}} \right]. \quad (8.51)$$

Начальные условия $\varphi_0 \neq 0$; $\dot{\varphi}_0 = 0$.

Начальные условия для α и ϕ найдем, учитывая, что

$$\psi_0 = 0; \quad \dot{\psi}_0 = \frac{b}{v_0} \alpha_0.$$

При этом из выражения $\varphi = \alpha + \phi$ получаем:

$$\alpha_0 = -\dot{\psi}_0;$$

$$\alpha'_0 = -\dot{\psi}'_0 = -\frac{\alpha_0}{2x_0}.$$

Окончательно получаем следующие начальные условия:

$$\text{при } t = t_0; \quad x = x_0; \quad \alpha_0 = \varphi_0; \quad \alpha'_0 = -\frac{1}{2x_0} \alpha_0; \quad \psi_0 = 0.$$

Определяя произвольные постоянные в уравнении (8.48) и учитывая, что

$$\alpha'_0 + \frac{1}{2x} \alpha_0 = \varphi'_0 = 0,$$

получим:

$$c_1 = \alpha_0 \sqrt{x_0} \cos x_0;$$

$$c_2 = \alpha_0 \sqrt{x_0} \sin x_0,$$

тогда выражение для угла атаки принимает следующий вид:

$$\alpha = \alpha_0 \sqrt{\frac{x_0}{x}} \cos(x - x_0). \quad (8.52)$$

Подставляя полученное значение α в уравнение (8.47), получим

$$\psi = \frac{\alpha_0 \sqrt{x_0}}{2} \int_{x_0}^x \frac{\cos(x - x_0)}{x \sqrt{x}} dx.$$

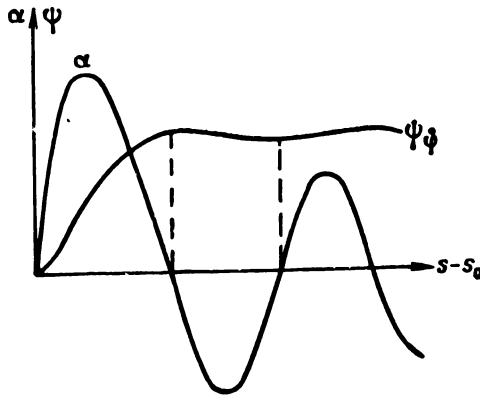


Рис. 8.8. Колебания углов α и ϕ при возмущении ϕ_0

Интегрируя почленно и учитывая, что $\phi_0 = \alpha_0$, получим после несложных преобразований

$$\phi_{\phi_0} = \phi_0 \left[1 - \sqrt{\frac{x_0}{x}} \cos(x - x_0) + \sqrt{2\pi x_0} (\sin x_0 C_0^x - \cos x_0 S_0^x) \right] \quad (8.53)$$

Формулы (8.51) и (8.53) позволяют определить угловые отклонения вектора скорости, вызванные начальными возмущениями ϕ_0 и α_0 . Типовые графики изменений углов α и ϕ показаны на рис. 8.8 и 8.9.

Из рассмотрения этих графиков видно, что существенное возрастание угла ϕ имеет место только на критическом участке траектории. В дальнейшем изменение угла ϕ носит характер малых колебаний. Это позволяет упростить расчет угла ϕ_k для конца активного участка, подставив $x_k \approx x_{кр}$. Как уже указывалось в § 8.5, $x_{кр}$ является функцией x_0 , поэтому можно рассматривать ϕ_k как

функцию от x_0 . Проведенные расчеты позволяют рекомендовать следующие интерполяционные формулы для определения $\dot{\psi}_{\varphi_0}$ и ψ_{φ_0} :

$$\dot{\psi}_{\varphi_0} = \frac{\varphi_0}{\sqrt{b\sigma}} \frac{0,6}{1 + 2x_0}; \quad (8.54)$$

$$\psi_{\varphi_0} = \varphi_0 \frac{0,5}{0,7 + x_0}. \quad (8.55)$$

Для примера, рассмотренного в § 8.4, имеем $x_0 = 0,422$; $b = 408$ м/сек², $\sigma = 0,0845$ 1/м.

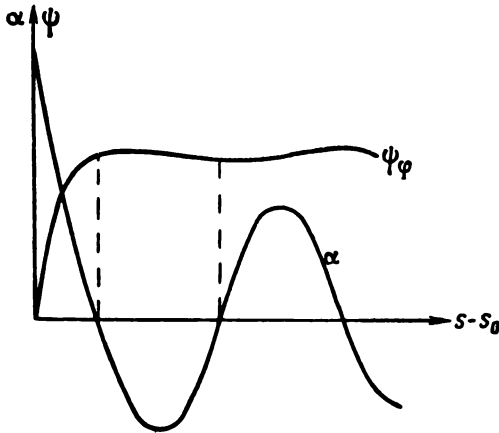


Рис. 8.9. Колебания углов α и ϕ при возмущении φ_0

Приняв $\varphi_0 = 0,002$ рад, $\dot{\varphi}_0 = 0,1$ 1/сек, получим:

$$\dot{\psi}_{\varphi_0} = \frac{0,1}{\sqrt{408 \cdot 0,0845}} \cdot \frac{0,6}{1 + 2 \cdot 0,422} = 0,0055 \text{ рад};$$

$$\psi_{\varphi_0} = \frac{0,002 \cdot 0,5}{0,7 + 0,422} = 0,0009 \text{ рад}.$$

В заключение заметим, что зависимости, полученные в § 8.4 — 8.6, и определяющие колебания оси ракеты и вектора скорости в плоскости, перпендикулярной плоскости стрельбы, могут применяться и для случая колебания оси ракеты в плоскости стрельбы. Это объясняется тем, что вес ракеты практически не влияет на колебания оси ракеты, вызываемые случайными возмущающими факторами.

§ 8.7. ПРОВОРАЧИВАНИЕ ОПЕРЕННЫХ РАКЕТ

При полете невращающейся ракеты боковой момент, вызванный эксцентриситетом реактивной силы, сохраняет неизменным свое положение в пространстве, что приводит к значительному

отклонению вектора скорости. Чтобы уменьшить влияние эксцентриситета реактивной силы на рассеивание оперенных ракет, им придают медленное осевое вращение, периодически изменяющее направление действия бокового момента M_{Δ} и существенно уменьшающее угловое отклонение вектора скорости и рассеивание ракет. Ранее было указано, что возмущающее влияние эксцентриситета реактивной силы происходит в основном на критическом участке траектории. Поэтому необходимо, чтобы на этом начальном участке траектории ракета совершила несколько оборотов вокруг своей оси.

Угловая скорость ракеты при этом получается сравнительно небольшой и в десятки раз меньше угловой скорости, необходимой для гироскопической устойчивости неоперенных снарядов и ракет. Оперенные ракеты, которым сообщается небольшое вращение для уменьшения их рассеивания, называют проворачивающимися.

Для проворачивающейся ракеты дифференциальное уравнение колебания оси ракеты принимает следующий вид:

$$\alpha + \frac{b}{v} \dot{\alpha} + \left(\sigma^2 v^2 - \frac{b^2}{v^2} \right) \alpha = b a \cos \vartheta, \quad (8.56)$$

где ϑ — угол поворота плоскости эксцентриситета. Это уравнение отличается от выражения (8.25) только наличием множителя $\cos \vartheta$ в правой части. Интегрирование уравнения (8.56) совместно с уравнением (8.23) позволяет определить отклонение оси проворачивающейся ракеты при наличии эксцентриситета.

Расчеты показывают [2], что проворачивание уменьшает рассеивание, определяемое эксцентриситетом, пропорционально числу оборотов ракеты на критическом участке. Однако чрезмерное увеличение угловой скорости ракеты увеличивает начальные возмущения при сходе ракеты с направляющей φ_0 и φ_0 , что в конечном итоге увеличивает рассеивание. Это обстоятельство необходимо учитывать при выборе оптимального проворачивания ракеты.

Наиболее эффективным способом проворачивания ракеты является способ, при котором ракета получает вращение в самом пусковом устройстве, снабженном винтовыми направляющими. Ракета вращается с постоянной угловой скоростью после выхода ракеты из пускового устройства. В случае реактивного вращения ракеты вращающий момент M_p может быть определен из выражения

$$M_p = PR \sin \gamma,$$

где R — радиус окружности, проходящей через центры выходных сечений наклонных сопел;

γ — угол наклона сопла к плоскости осевого сечения, проходящего через критическое сечение сопла.

Уравнение вращения оси ракеты имеет следующий вид:

$$C \frac{dr}{dt} = C\ddot{\vartheta} = PR \sin \gamma, \quad (8.57)$$

где ϑ — угол поворота ракеты;
 r — угловая скорость ракеты;
 C — полярный момент инерции ракеты.

Учитывая уравнение поступательного движения

$$m\dot{v} = P \cos \gamma,$$

можно уравнение (8.57) записать так:

$$dr = kdv, \quad (8.58)$$

где

$$k = \frac{Rm}{C} \operatorname{tg} \gamma.$$

Если ракета вращается в пусковой установке, то, интегрируя уравнение (8.58) слева от нуля до r и справа от нуля до v , получим:

$$\begin{aligned} \vartheta &= r = kv = ks, \\ \dot{\vartheta} &= ks. \end{aligned}$$

Если ракета начинает вращаться только после выхода из пусковой установки, то, принимая пределы интегрирования слева от нуля до r и справа от v_0 до v , получим:

$$\begin{aligned} r &= k(v - v_0); \\ \vartheta &= k(s - s_0) - kv_0(t - t_0). \end{aligned} \quad (8.59)$$

Учитывая, что:

$$v_0 = bt_0; \quad s = \frac{bt^2}{2},$$

получим выражение (8.59) в следующем виде:

$$\vartheta = \frac{kb}{2} (t - t_0)^2 = k(V\bar{s} - V\bar{s}_0)^2 \quad (8.60)$$

Задаваясь числом оборотов ракеты n на критическом участке и определяя длину критического участка $s_{кр}$, получим выражение

$$k = \frac{2\pi n}{(V\bar{s}_{кр} - V\bar{s}_0)^2} = \frac{Rm \operatorname{tg} \gamma}{c}, \quad (8.61)$$

из которого найдем необходимый угол наклона сопел. В случае когда ракета проворачивается винтовыми направляющими пусковой установки, угловая скорость ракеты к моменту выхода ее из пусковой установки определится из выражения

$$r_0 = \frac{2v_0 \operatorname{tg} \beta}{D}, \quad (8.62)$$

где β — угол наклона винтовой линии;
 D — диаметр цилиндра, отвечающего этой винтовой линии.

Угловая скорость r_0 остается практически постоянной на критическом участке траектории. При этом

$$\vartheta_{кр} = 2\pi n_{кр} = r_0 (t_{кр} - t_0) = r_0 \sqrt{\frac{2}{b}} (V_{s_{кр}} - V_{s_0}). \quad (8.63)$$

Последнее выражение совместно с формулой (8.62) позволяет определить угол наклона винтовой линии, обеспечивающий необходимое число оборотов $n_{кр}$ на критическом участке траектории.

§ 8.8. ВЛИЯНИЕ ВЕТРА НА ПОЛЕТ ОПЕРЕННЫХ РАКЕТ

Рассмотрим влияние бокового ветра W_z , дующего вправо, т. е. в направлении оси z (рис. 8.10). Введем подвижную систему координат, движущуюся поступательно со скоростью \bar{W}_z в направле-

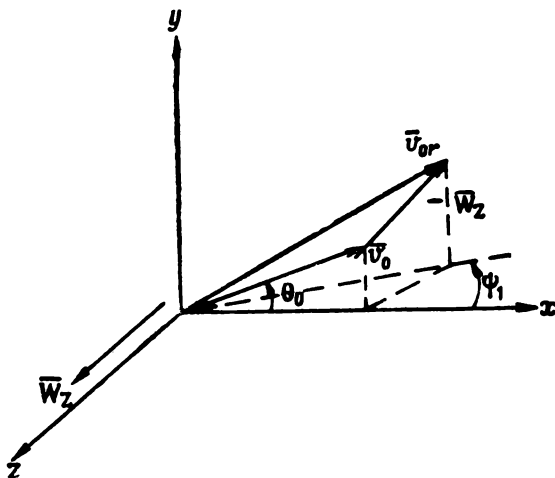


Рис. 8.10. Влияние ветра на полет ракеты

нии ветра. Относительно этой системы скорость ветра равна нулю. При этом необходимо учесть, что начальная скорость ракеты относительно неподвижной системы координат (\bar{v}_0) будет отличаться от начальной скорости \bar{v}_{0r} относительно подвижной системы на величину переносной скорости $\bar{v}_{0e} = \bar{W}_z$:

$$\bar{v}_{0r} = \bar{v}_0 - \bar{W}_z \quad (8.64)$$

Проектируя последнее равенство на оси координат, получим:

$$(v_{0r})_x = v_0 \cos \theta_0;$$

$$(v_{0r})_y = v_0 \sin \theta_0;$$

$$(v_{0r})_z = -W_z$$

В подвижной системе координат плоскость бросания отклонится влево на угол ϕ_1 , определяемый из выражения

$$\operatorname{tg} \phi_1 = - \frac{W_z}{v_0 \cos \theta_0}, \quad (8.65)$$

а боковое отклонение ракеты найдется из выражения

$$z_r = x \operatorname{tg} \phi_1 = - \frac{x W_z}{v_0 \cos \theta_0}.$$

Переходя к неподвижной системе координат, получим

$$z = z_r + W_z t.$$

где $W_z t$ — перемещение подвижной системы за время движения ракеты.

Произведя некоторые преобразования, получим

$$z = W_z \left(t - \frac{x}{v_0 \cos \theta_0} \right) \quad (8.66)$$

Боковая скорость ракеты определится из выражения

$$\dot{z} = W_z \left(1 - \frac{\dot{x}}{v_0 \cos \theta_0} \right). \quad (8.67)$$

Для углового отклонения плоскости стрельбы получим выражение

$$\phi_2 \approx \operatorname{tg} \phi_2 = \frac{\dot{z}}{\dot{x}} = W_z \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u_0} \right), \quad (8.68)$$

где $u = \dot{x}$ — горизонтальная проекция скорости.

Зависимости (8.66) — (8.68) получены безотносительно к системе сил, действующих на ракету, и поэтому справедливы для активного и пассивного участков траектории, а также для артиллерийских снарядов. Заметим, однако, что для артиллерийских снарядов $u < u_0$, $\phi_2 > 0$ и, следовательно, снаряд отклоняется в сторону ветра. Для активного участка траектории ракеты имеем $u > u_0$, поэтому ракета отклоняется против ветра. Это обстоятельство было впервые отмечено и объяснено К. И. Константиновым [3].

Боковой ветер, отклоняя хвостовое оперение по ветру, поворачивает головную часть ракеты против ветра, в результате чего боковая составляющая реактивной силы отклоняет вектор скорости ракеты против ветра.

При выводе выражения (8.68) мы не учли, что в подвижной системе координат вектор начальной скорости поворачивается на угол ϕ_1 , а ось ракеты совпадает с невозмущенным положением оси направляющей. При этих условиях в подвижной системе отсчета в начальный момент t_0 ось ракеты отклоняется от вектора v_{0r} в сторону ветра на угол φ_0 , определяемый из выражения

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{W_z}{v_0}$$

Наличие начального возмущения φ_0 вызовет угловое отклонение вектора скорости ψ_{φ_0} , определяемое выражением (8.53) или (8.55).

Обозначая $\psi_{\varphi_0}^* = \frac{\psi_{\varphi_0}}{\varphi_0}$, получим

$$\psi_{\varphi_0} = \psi_{\varphi_0}^* \cdot \varphi_0 = \psi_{\varphi_0}^* \cdot \frac{W_z}{v_0}.$$

Дополнительное отклонение ψ_3 плоскости бросания, вызванное углом ψ_{φ_0} , определяется из выражения

$$\psi_3 = \frac{\psi_{\varphi_0}}{\cos \theta_0} = \psi_{\varphi_0}^* \frac{W_z}{v_0 \cos \theta_0}.$$

Суммарное отклонение ψ_{W_z} плоскости стрельбы получится из выражения $\psi_{W_z} = \psi_2 + \psi_3$ или

$$\psi_{W_z} = -W_z \left(\frac{1 - \psi_{\varphi_0}^*}{u_0} - \frac{1}{u} \right).$$

Для конца активного участка, принимая $\cos \theta_k \approx \cos \theta_0$, получим окончательно

$$\psi_{W_z} = -\frac{W_z}{\cos \theta_0} \left(\frac{1 - \psi_{\varphi_0}^*}{v_0} - \frac{1}{v_k} \right). \quad (8.69)$$

Отклонение точки падения ракеты находим из выражения

$$z_{W_z} = \psi_{W_z} \cdot X = -\frac{W_z}{\cos \theta_0} \left(\frac{1 - \psi_{\varphi_0}^*}{v_0} - \frac{1}{v_k} \right) X. \quad (8.70)$$

В случае продольного ветра W_x , как нетрудно показать, формула (8.69) принимает вид

$$\Delta \theta_{W_x} = W_x \sin \theta_0 \left(\frac{1 - \psi_{\varphi_0}^*}{v_0} - \frac{1}{v_k} \right), \quad (8.71)$$

где $\Delta \theta_{W_x}$ — изменение угла θ_k в конце активного участка траектории, вызванное продольным ветром. Причем при $W_x > 0$ $\Delta \theta_k > 0$. Заметим, что для пассивного участка траектории остается справедливой формула (8.66). При этом, принимая начало отсчета в конце активного участка траектории, получим для точки падения

$$z_{\text{пас}} = W_z \left(T_{\text{пас}} - \frac{X_{\text{пас}}}{v_k \cos \theta_k} \right). \quad (8.72)$$

Пример. Для примера, рассмотренного в § 8.6, мы имеем $x_0 = \sigma s_0 = 0,422$. Дополнительно примем $v_0 = 60$ м/сек, $v_k = 400$ м/сек; $\theta_0 = 45^\circ$; полная дальность $X = 8000$ м; полное время полета $T = 42$ сек; $W_z = 5$ м/сек. По формуле (8.55) получим

$$\psi_{\varphi_0}^* = \frac{\psi_{\varphi_0}}{\varphi_0} = \frac{0,5}{0,7 + 0,422} = 0,455.$$

По формуле (8.69) имеем

$$\psi_{W_z} = -\frac{5}{0,707} \left(\frac{0,545}{60} - \frac{1}{400} \right) = -0,046.$$

Отклонение в точке падения, вызванное влиянием бокового ветра на активном участке, определится из выражения

$$z_{W_z} = -X\psi_{W_z} = -8000 \cdot 0,046 = -367 \text{ м.}$$

Полагая, что такой же ветер $W_z = 5 \text{ м/сек}$ имеет место на пассивном участке траектории, и принимая $T_{\text{п а с}} \approx T$, $X_{\text{п а с}} \approx X$, $\theta_{\text{к}} \approx \theta_0$, получим из выражения (8.72)

$$z_{\text{п а с}} = 5 \left(42 - \frac{8000}{400 \cdot 0,707} \right) = 69 \text{ м.}$$

Суммарное отклонение

$$z = z_{\text{в к}} + z_{\text{п а с}} = -367 + 69 = -298 \text{ м.}$$

Из рассмотренного примера видно, что влияние ветра на активном участке является определяющим. Поскольку в приземных слоях атмосферы ветер носит часто порывистый характер, то это должно влиять на рассеивание ракет. Если рассматривать вероятное отклонение ветра от его средней величины B_w и полагать $B_w = 1 \text{ м/сек}$, то для рассмотренного примера получим соответствующую величину бокового рассеивания, вызванного порывами ветра $(B\sigma)_{W_z} = \frac{367}{5} \approx 73 \text{ м}$

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ VIII

1. Ф. Р. Гантмахер и Л. М. Левин. Теория полета неуправляемых ракет. Физматгиз, М., 1959.
2. Л. Девис, Д. Фоллин, Л. Блантер. Внешняя баллистика ракет. Воениздат, 1961.
3. К. И. Константинов. О боевых ракетах. СПб, 1856 г.



Г Л А В А IX
**ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТУРБОРЕАКТИВНЫХ
 СНАРЯДОВ**

**§ 9.1. СОСТАВЛЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
 ВРАЩЕНИЯ РАКЕТЫ**

При полете неоперенной ракеты статический аэродинамический момент является опрокидывающим моментом, и устойчивость ракеты обеспечивается за счет гироскопического эффекта ее вращения. Вращение ракеты начинается в пусковом устройстве (трубе) таким образом, чтобы уже при выходе из трубы ракета была устойчива. Угловая скорость собственного вращения ракеты определяется из зависимости (8.58)

$$r = \frac{Rm \operatorname{tg} \gamma}{C} v. \quad (9.1)$$

Начальные возмущения оси ракеты вызывают ее колебания, прецессию и нутацию и появление боковых составляющих реактивной силы. Последние вызывают угловые отклонения скорости, являющиеся основным фактором, определяющим боковое рассеивание вращающихся ракет.

При изучении вращательного движения турбореактивных снарядов будем учитывать:

- реактивную силу $P = mb$, где b — ускорение центра масс ракеты,
- реактивный вращающий момент

$$M_p = P \cdot R \sin \gamma; \quad (9.2)$$

- аэродинамический опрокидывающий момент

$$M_z = \frac{\rho v^2}{2} S L m_z^\alpha \cdot \alpha. \quad (9.3)$$

Силу тяжести по причинам, указанным в § 8.1, мы не учитываем.

Чтобы определить положение вектора скорости и оси ракеты, необходимо выбрать систему координат $O123$, в которой ось $O3$ направлена по направлению вектора \vec{v}_0 , ось $O1$ лежит в плоско-

сти стрельбы и ось 02 ей перпендикулярна (рис. 9.1). Возмущенное направление вектора скорости определяется углами φ_1 и φ_2 , а возмущенное направление оси ракеты — углами ψ_1 и ψ_2 .

В дальнейшем будем рассматривать углы φ_1 , φ_2 , ψ_1 , ψ_2 и их производные как величины первого порядка малости и пренебрегать величинами высших порядков малости. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \varphi_1 - \psi_1, \\ \alpha_2 &= \varphi_2 - \psi_2, \end{aligned} \quad (9.4)$$

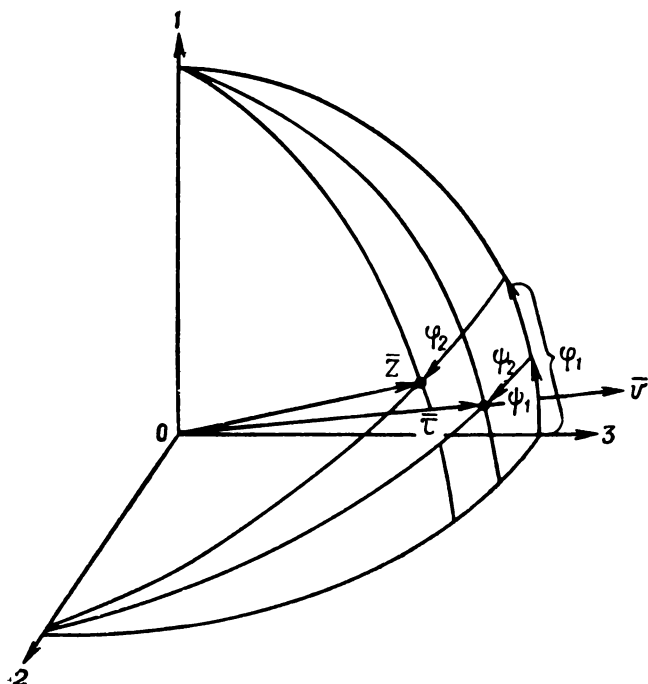


Рис. 9.1. Схема составляющих угла тангажа и угла атаки

где α_1 и α_2 — составляющие угла атаки. Таким образом, мы отмечаем индексом 1 вертикальные и индексом 2 боковые отклонения. Введем в рассмотрение единичный вектор касательной $\bar{\tau}$ и единичный вектор оси ракеты \bar{Z} . Нетрудно видеть, что с точностью до малых величин первого порядка:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \psi_1; & \tau_2 &= \psi_2; & \tau_3 &= 1; \\ Z_1 &= \varphi_1; & Z_2 &= \varphi_2; & Z_3 &= 1. \end{aligned} \quad (9.5)$$

Уравнения движения центра масс ракеты напишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{v} &= b; \\ \dot{\psi}_1 &= \frac{b}{v} \alpha_1; \\ \dot{\psi}_2 &= \frac{b}{v} \alpha_2.\end{aligned}\quad (9.6)$$

Уравнение вращения оси ракеты запишем в векторной форме

$$\dot{\bar{L}} = \sum \bar{M} = \bar{M}_p + \bar{M}_z, \quad (9.7)$$

где \bar{L} — кинетический момент ракеты, который запишем в следующем виде:

$$\bar{L} = A\bar{\omega} + Cr\bar{Z},$$

где A — экваториальный момент инерции;

C — полярный момент инерции;

$\bar{\omega}$ — угловая скорость вращения оси ракеты вокруг оси, ей перпендикулярной.

Нетрудно видеть, что векторы $\bar{\omega}$, \bar{Z} и $\dot{\bar{Z}}$ взаимно перпендикулярны (рис. 9.2); при этом имеет место зависимость

$$\bar{\omega} = \bar{Z} \times \dot{\bar{Z}}$$

Рис. 9.2. Угловая скорость $\bar{\omega}$ оси ракеты

Выражение для кинетического момента принимает вид

$$\bar{L} = A\bar{Z} \times \dot{\bar{Z}} + Cr\bar{Z}$$

Дифференцируя последнее выражение и подставляя в уравнение (9.7), получим

$$A\bar{Z} \times \ddot{\bar{Z}} + Cr\dot{\bar{Z}} + Cr\bar{Z} = \sum \bar{M} \quad (9.8)$$

Выражение для осевого реактивного момента запишем в векторной форме

$$\bar{M}_p = PR \sin \gamma \bar{Z}$$

Выражение (9.3) для опрокидывающего аэродинамического момента можно записать так:

$$\bar{M}_z = \frac{\rho v^2}{2} SLm_z^a \bar{\tau} \times \bar{Z}.$$

Действительно, что

$$|\bar{\tau} \times \bar{Z}| = \sin(\bar{\tau}, \bar{Z}) = \sin \alpha \approx \alpha,$$

при этом вектор $\bar{\tau} \times \bar{Z}$ направлен перпендикулярно к плоскости угла атаки так, что момент \bar{M}_z увеличивает этот угол.

Подставляя значения \bar{M}_p и \bar{M}_z в выражение (9.8), получим

$$A\bar{Z} \times \ddot{\bar{Z}} + Cr\dot{\bar{Z}} + Cr\bar{Z} = \frac{\rho v^2}{2} SLm_z^\alpha \cdot \bar{\tau} \times \bar{Z} + PR \sin \gamma \cdot \bar{Z}. \quad (9.9)$$

Последние слагаемые в обеих частях равенства (9.9) сокращаются на основании уравнения осевого вращения ракеты

$$C\dot{r} = M_p = PR \sin \gamma. \quad (9.10)$$

Учитывая еще выражение (9.1), получим уравнение (9.9) в следующем виде:

$$\bar{Z} \times \ddot{\bar{Z}} + 2\lambda v \dot{\bar{Z}} = \beta v^2 \bar{\tau} \times \bar{Z}, \quad (9.11)$$

где

$$\lambda = \frac{Rm}{2A} \operatorname{tg} \gamma; \quad (9.12)$$

$$\beta = \frac{\rho SLm_z^\alpha}{2A}. \quad (9.13)$$

Уравнение (9.11) представляет собой дифференциальное уравнение вращательного движения оси ракеты в векторной форме. Выражая векторные произведения через определители и выделяя проекции на оси 01 и 02, получим табл. 9.1.

Таблица 9.1

Вектор	Проекция на оси		
	01	02	03
τ	ψ_1	ψ_2	1
\bar{Z}	φ_1	φ_2	1
$\dot{\bar{Z}}$	$\dot{\varphi}_1$	$\dot{\varphi}_2$	0
$\ddot{\bar{Z}}$	$\ddot{\varphi}_1$	$\ddot{\varphi}_2$	0
$\bar{Z} \times \ddot{\bar{Z}}$	$Z_2 \ddot{Z}_3 - Z_3 \ddot{Z}_2 = -\ddot{\varphi}_2$	$Z_3 \ddot{Z}_1 - Z_1 \ddot{Z}_3 = \ddot{\varphi}_1$	
$\bar{\tau} \times \bar{Z}$	$\tau_2 Z_3 - \tau_3 Z_2 = \psi_2 - \varphi_2 = -\alpha_2$	$\tau_3 Z_1 - \tau_1 Z_3 = \varphi_1 - \psi_1 = \alpha_1$	

Уравнения колебания оси ракеты принимают следующий вид:

$$-\ddot{\varphi}_2 + 2\lambda v \dot{\varphi}_1 + \beta v^2 \alpha_2 = 0, \quad (9.14)$$

$$\ddot{\varphi}_1 + 2\lambda v \dot{\varphi}_2 - \beta v^2 \alpha_1 = 0. \quad (9.15)$$

Перейдем к комплексным переменным A , Φ и Ψ , определяемым выражениями:

$$A = \alpha_1 + i\alpha_2;$$

$$\Phi = \varphi_1 + i\varphi_2;$$

$$\Psi = \psi_1 + i\psi_2.$$

Умножая уравнение (9.14) на $-i$ и складывая с уравнением (9.15), получим

$$\ddot{\Phi} - 2i\lambda v \dot{\Phi} - \beta v^2 A = 0. \quad (9.16)$$

Уравнения (9.6) для ϕ_1 и ϕ_2 можно также записать в комплексной форме

$$\dot{\Psi} = \frac{b}{v} A. \quad (9.17)$$

Подставим в выражение (9.16) значения:

$$\dot{\Phi} = \dot{\Psi} + \dot{A};$$

$$\ddot{\Phi} = \ddot{\Psi} + \ddot{A}$$

и учтем, что

$$\ddot{\Psi} = -\frac{b}{v^2} v \dot{A} + \frac{b}{v} \dot{A} = -\frac{b^2}{v^2} A + \frac{b}{v} \dot{A}.$$

При этом уравнение (9.16) принимает следующий вид:

$$\ddot{A} + \left(\frac{b}{v} - 2i\lambda v \right) \dot{A} - \left(\frac{b^2}{v^2} + 2i\lambda b + \beta v^2 \right) A = 0. \quad (9.18)$$

Уравнение (9.18) определяет колебание оси ракеты относительно вектора скорости.

Уравнение (9.17) определяет колебание вектора скорости.

§ 9.2. ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ

В уравнении (9.18) перейдем к независимой переменной s и введем подстановку

$$A = \frac{u}{v},$$

при этом:

$$\dot{A} = u' - u \frac{b}{v^2};$$

$$\ddot{A} = v u'' - \frac{b}{v} u' + \frac{2b^2}{v^3} u,$$

где штрихом (') отмечена производная по s .

Уравнение (9.18) принимает следующий вид:

$$u'' - 2i\lambda u' - \beta u = 0.$$

Общий интеграл этого уравнения имеет вид

$$u = c_1 e^{k_1 s} + c_2 e^{k_2 s},$$

откуда

$$A = \frac{1}{v} (c_1 e^{k_1 s} + c_2 e^{k_2 s}), \quad (9.19)$$

где

$$k_{1,2} = i\lambda (1 \pm \sqrt{\sigma}); \quad (9.20)$$

$$\sigma = \sqrt{1 - \frac{\beta}{\lambda^2}}. \quad (9.21)$$

Будем полагать, что при вылете ракеты из пусковой установки имеют место следующие начальные возмущения:

$$\text{при } t = t_0; \quad A = A_0; \quad \dot{A} = \dot{A}_0$$

Определяя из уравнения (9.19) произвольные постоянные, получим:

$$c_1 = \frac{\dot{A}_0 + \left(\frac{b}{v_0} - v_0 k_2\right) A_0}{k_1 - k_2}; \quad (9.22)$$

$$c_2 = \frac{-\dot{A}_0 - \left(\frac{b}{v_0} - v_0 k_1\right) A_0}{k_1 - k_2}. \quad (9.23)$$

В уравнении (9.19) длина дуги s отсчитывается от момента вылета ракеты из пусковой трубы.

Уравнения (9.19) — (9.23) определяют колебания угла атаки, вызванные начальными возмущениями при вылете ракеты. Чтобы определить отклонение вектора скорости, необходимо подставить значение A из выражения (9.19) в уравнение (9.17).

При этом, переходя к независимой переменной s , получим

$$\Psi' = \frac{\dot{\Psi}}{v} = \frac{b}{v^2} A = \frac{b}{v^2} (c_1 e^{k_1 s} + c_2 e^{k_2 s}).$$

Интегрируя в соответствующих пределах и подставляя значения $k_{1,2}$, получим

$$\Psi = bc_1 \int_0^s \frac{e^{i\lambda(1+\sqrt{\sigma})s}}{v^3} ds + bc_2 \int_0^s \frac{e^{i\lambda(1-\sqrt{\sigma})s}}{v^3} ds. \quad (9.24)$$

Перейдем в выражении (9.24) к переменной интегрирования ξ , определяемой из выражения $\xi = \frac{v}{v_0}$.

При этом, учитывая, что:

$$v = \sqrt{2b(s + s_0)};$$

$$v_0 = \sqrt{2bs_0},$$

имеем:

$$\xi = \sqrt{1 + \frac{s}{s_0}}; \quad \frac{s}{s_0} = \xi^2 - 1. \quad (9.25)$$

Уравнение (9.24) принимает следующий вид:

$$\Psi = \frac{c_1}{v_0} \int_1^{\xi} \frac{e^{in(\xi^2-1)}}{\xi^2} d\xi + \frac{c_2}{v_0} \int_1^{\xi} \frac{e^{im(\xi^2-1)}}{\xi^2} d\xi,$$

где

$$n = \lambda s_0 (1 + \sqrt{\sigma});$$

$$m = \lambda s_0 (1 - \sqrt{\sigma}). \quad (9.26)$$

Учитывая, что

$$\int_1^{\xi} \frac{e^{ik(\xi^2-1)}}{\xi^2} d\xi = \int_1^{\xi} \frac{\cos k(\xi^2-1)}{\xi^2} d\xi + i \int_1^{\xi} \frac{\sin k(\xi^2-1)}{\xi^2} d\xi,$$

и введя обозначения:

$$f_c(k, \xi) = \int_1^{\xi} \frac{\cos k(\xi^2-1)}{\xi^2} d\xi;$$

$$f_s(k, \xi) = \int_1^{\xi} \frac{\sin k(\xi^2-1)}{\xi^2} d\xi,$$

получим окончательно

$$\Psi = \frac{c_1}{v_0} [f_c(n, \xi) + if_s(n, \xi)] + \frac{c_2}{v_0} [f_c(m, \xi) + if_s(m, \xi)]. \quad (9.27)$$

Функции f_s и f_c могут быть выражены через интегралы Френеля:

$$f_s(k, \xi) = -\frac{\sin k(\xi^2-1)}{\xi} + \sqrt{2\pi k} \{ \cos k \cdot [c(k\xi^2) - c(k)] +$$

$$+ \sin k \cdot [s(k\xi^2) - s(k)] \}; \quad (9.28)$$

$$f_c(k, \xi) = 1 - \frac{\cos k(\xi^2-1)}{\xi} + \sqrt{2\pi k} \{ \sin k \cdot [c(k\xi^2) - c(k)] -$$

$$- \cos k \cdot [s(k\xi^2) - s(k)] \}.$$

Выражение (9.27) позволяет определить отклонение вектора скорости, вызванное начальными возмущениями.

Частный случай начальных условий $A_0 = 0$; $\dot{A}_0 \neq 0$

Этот случай является наиболее типичным для вращающихся снарядов и ракет. При этом из выражений (9.22) и (9.23) имеем:

$$c_1 = \frac{\dot{A}_0}{k_1 - k_2} = \frac{\dot{A}_0}{2i\lambda \sqrt{\sigma}}; \quad c_2 = -c_1.$$

Выражение (9.19) принимает следующий вид:

$$A = \frac{\dot{A}_0}{2i\lambda \sqrt{\sigma}} [e^{i\lambda(1+\sqrt{\sigma})s} - e^{i\lambda(1-\sqrt{\sigma})s}],$$

или

$$A = \frac{\dot{A}_0}{\lambda v \sqrt{\sigma}} \sin \lambda \sqrt{\sigma} s (\cos \lambda s + i \sin \lambda s). \quad (9.29)$$

Вспомним, что A — комплексная величина, определяемая выражением $A = \alpha_1 + i\alpha_2$, откуда

$$\dot{A} = \dot{\alpha}_1 + i\dot{\alpha}_2.$$

Заметим, что возмущение \dot{A}_0 может быть в любой плоскости. Пусть начальное возмущение (толчок) имеет место в вертикальной плоскости. При этом $\alpha_{20} = 0$ и выражение (9.29) принимает следующий вид:

$$\alpha_1 + i\alpha_2 = \frac{\dot{\alpha}_{10}}{\lambda v \sqrt{\sigma}} \sin \lambda \sqrt{\sigma} s (\cos \lambda s + i \sin \lambda s).$$

Разделим действительную и мнимую части и получим:

$$\alpha_1 = \frac{\dot{\alpha}_{10}}{\lambda v \sqrt{\sigma}} \sin \lambda \sqrt{\sigma} s \cdot \cos \lambda s; \quad (9.30)$$

$$\alpha_2 = \frac{\dot{\alpha}_{10}}{\lambda v \sqrt{\sigma}} \sin \lambda \sqrt{\sigma} s \cdot \sin \lambda s. \quad (9.31)$$

В выражениях для α_1 и α_2 в знаменатель входит увеличивающаяся скорость. Это указывает, что колебания угла атаки являются затухающими в обеих плоскостях.

Выражение (9.27) для угла Ψ принимает следующий вид:

$$\Psi_1 = \frac{\dot{\alpha}_{10}}{2\lambda v_0 \sqrt{\sigma}} [f_c(m, \xi) - f_c(n, \xi)]; \quad (9.32)$$

$$\Psi_2 = \frac{\dot{\alpha}_{10}}{2\lambda v_0 \sqrt{\sigma}} [f_s(n, \xi) - f_s(m, \xi)]. \quad (9.33)$$

Частный случай начальных условий $\dot{\Phi}_0 = 0$; $\Phi_0 \neq 0$

В этом случае начальные условия для угла атаки имеют вид (§ 8.6):

$$A = A_0; \quad \dot{A}_0 = -\frac{b}{v_0} A_0;$$

При этом получаем следующие значения произвольных постоянных:

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{A_0 v_0 (1 - \sqrt{\sigma})}{2 \sqrt{\sigma}}; \\ c_2 &= \frac{A_0 v_0 (1 + \sqrt{\sigma})}{2 \sqrt{\sigma}}. \end{aligned} \quad (9.34)$$

Выражение для угла A принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} A &= \frac{A_0 v_0}{v (n - m)} \left\{ n \left[\cos m \frac{s}{s_0} + i \sin m \frac{s}{s_0} \right] - \right. \\ &\quad \left. - m \left[\cos n \frac{s}{s_0} + i \sin n \frac{s}{s_0} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (9.35)$$

Полагая, что в начальный момент угол атаки находится в вертикальной плоскости, получим после разделения действительной и комплексной частей:

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_{10} v_0}{v (n - m)} \left(n \cos m \frac{s}{s_0} - m \cos n \frac{s}{s_0} \right); \quad (9.36')$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_{10} v_0}{v (n - m)} \left(n \sin m \frac{s}{s_0} - m \sin n \frac{s}{s_0} \right). \quad (9.36)$$

Выражения для углов ϕ_1 и ϕ_2 принимают следующий вид:

$$\phi_1 = \frac{\alpha_{10}}{n - m} [m f_s(n, \xi) - n f_s(m, \xi)]; \quad (9.37)$$

$$\phi_2 = \frac{\alpha_{10}}{n - m} [n f_c(m, \xi) - m f_c(n, \xi)]. \quad (9.38)$$

Напомним, что индекс (1) отвечает вертикальной плоскости.

Пример. Вычислим угловое отклонение в конце активного участка траектории вектора скорости турбореактивного снаряда при следующих условиях:

$$\lambda = 0,0675 \frac{1}{\text{м}}; \quad \beta = 0,00162; \quad \sigma = 0,8; \quad v_0 = 41,5 \frac{\text{м}}{\text{сек}}; \quad v_k = 300 \frac{\text{м}}{\text{сек}}; \quad s_0 = 2 \text{ м}.$$

Пусть начальное возмущение при выходе ракеты из пусковой трубы характеризуется величиной угловой скорости $\alpha_{10} = 0,1$ 1/сек. Индекс (1) указывает, что плоскость вращения α_{10} совпадает с плоскостью стрельбы (отклонение го-

ловной части вверх). Предварительно определяем значения интегралов Френеля. Имеем:

$$\begin{aligned}n &= \lambda s_0 (1 + \sqrt{\sigma}) = 0,0675 \cdot 2 \cdot 1,8 = 0,243; \\m &= \lambda s_0 (1 - \sqrt{\sigma}) = 0,0675 \cdot 2 \cdot 0,2 = 0,027; \\ \xi &= \frac{v_k}{v_0} = \frac{300}{41,5} = 7,23;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m\xi^2 &= 1,41; n\xi^2 = 12,65; m(\xi^2 - 1) = 1,38; n(\xi^2 - 1) = 12,4; \\S(m\xi^2) &= 0,386; S(n\xi^2) = 0,388; S(m) = 0,001; S(n) = 0,032; \\C(m\xi^2) &= 0,776; C(n\xi^2) = 0,505; C(m) = 0,131; C(n) = 0,391.\end{aligned}$$

Вычисляя функции f_S и f_C по формулам (9.28), имеем

$$\begin{aligned}f_S(m, \xi) &= -\frac{\sin 1,38}{7,23} + \sqrt{2\pi \cdot 0,027} \{ \cos 0,027 [C(1,41) - C(0,027)] + \\ &+ \sin 0,027 [S(1,41) - S(0,027)] \} = 0,134.\end{aligned}$$

Аналогично вычисляем:

$$f_S(n, \xi) = 0,0273; f_C(m, \xi) = 0,887; f_C(n, \xi) = 0,474.$$

По формулам (9.32) и (9.33) определяем:

$$\psi_1 = \frac{0,1}{2 \cdot 0,0675 \cdot 41,5 \cdot 0,8} [0,887 - 0,474] = 0,0092 \text{ рад} = 0^\circ 32';$$

$$\psi_2 = \frac{0,1}{2 \cdot 0,0675 \cdot 41,5 \cdot 0,8} [0,273 - 0,134] = 0,0031 \text{ рад} = 0^\circ 11'.$$

Таким образом, если турбореактивный снаряд с указанными характеристиками получит при выходе из пусковой трубы толчок вверх, так что $\dot{a}_{10} = 0,1 \frac{1}{\text{сек}}$, то в результате колебаний оси ракеты вектор скорости отклонится в конце активного участка траектории вверх на угол $\psi_{1к} = 0^\circ 32'$ и вправо на угол $0^\circ 11'$. Если бы толчок был вправо, то соответственное отклонение вектора скорости получилось бы $0^\circ 32'$ вправо и $0^\circ 11'$ вниз.

§ 9.3. УСЛОВИЕ ГИРОСКОПИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТУРБОРЕАКТИВНЫХ СНАРЯДОВ

Поскольку статический аэродинамический момент, действующий на неоперенный снаряд, является опрокидывающим моментом, то во избежание опрокидывания снаряда необходимо сообщить ему быстрое вращение вокруг его оси симметрии. Этим обеспечивается так называемая гироскопическая устойчивость снаряда.

Полученные в § 9.2 зависимости (9.30), (9.31) для составляющих угла атаки показывают, что они выражаются через тригонометрические функции и являются величинами ограниченными. Однако это будет только в том случае, когда $\sqrt{\sigma}$ является действительным числом, т. е. когда $\sigma > 0$.

Если $\sigma < 0$, то, раскрывая выражение (9.19), мы получим наряду с периодическими членами еще непрерывно возрастающие слагае-

мые, определяющие непрерывное возрастание угла атаки и опрокидывание ракеты.

Из выражения (9.21) получаем следующее условие гироскопической устойчивости турбореактивного снаряда

$$\sigma = 1 - \frac{\beta}{\lambda^2} > 0.$$

Подставляя значения β и λ из выражений (9.12) и (9.13), получим

$$\frac{\beta}{\lambda^2} = \frac{2\rho S L m_z^2 A}{R^2 m^2 \operatorname{tg}^2 \gamma} < 1,$$

откуда

$$\operatorname{tg} \gamma > \frac{1}{Rm} \sqrt{2\rho S m_z^2 A}. \quad (9.39)$$

Полученное неравенство позволяет определить минимальный угол наклона сопел, необходимый для гироскопической устойчивости ракеты. Чтобы можно было неравенство (9.39) заменить равенством, необходимо ввести коэффициент запаса устойчивости a . При этом получим

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{a}{Rm} \sqrt{2\rho S m_z^2 A}. \quad (9.40)$$

Для вычисления угла γ необходимо, помимо геометрических размеров ракеты и экваториального момента инерции A , знать еще аэродинамический коэффициент m_z^2 и коэффициент запаса устойчивости a , определяемый опытным путем. Ввиду ограниченности этих данных воспользуемся характеристиками, известными для артиллерийских снарядов [1]. При этом будем исходить из принятой в баллистике артиллерийских снарядов формы записи выражения для опрокидывающего момента

$$M = \frac{D^2 h}{g} 10^3 H(\gamma) v^2 K_M \cdot a, \quad (9.41)$$

где K_M — аэродинамический коэффициент опрокидывающего момента. Величину h определим из выражения

$$h = h_1 + 0,57 h_r - 0,16 D, \quad (9.42)$$

где h_1 — расстояние от центра тяжести до основания оживала головной части;

h_r — высота головной части;

D — калибр.

Значения K_M , полученные Д. А. Вентцелем для артиллерийских снарядов, приведены в табл. 9.2.

Выражение (9.40) принимает вид

$$\operatorname{tg} \gamma = 200 \frac{aD}{RQ} \sqrt{AhK_M}. \quad (9.43)$$

v	$10^3 K_M$	v	$10^3 K_M$	v	$10^3 K_M$
< 200	0,97	350	1,32	600	1,35
250	1,00	375	1,36	700	1,33
275	1,05	400	1,39	800	1,32
300	1,13	450	1,39	900	1,31
325	1,24	500	1,38	1000	1,30

Для артиллерийских снарядов принимается $a \approx 1,35$. В безразмерных параметрах последнее выражение можно переписать в следующем виде:

$$\operatorname{tg} \gamma = 2 \frac{\tilde{a} \tilde{r}}{\tilde{R}} \sqrt{\frac{\tilde{h} K_M}{C_q}}, \quad (9.44)$$

где \tilde{r} — безразмерный радиус инерции, определяемый из выражения

$$\tilde{r} = \frac{r}{D} = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{Ag}{Q}};$$

C_q — коэффициент веса, определяемый как отношение веса снаряда к кубу калибра, выраженного в δm , $C_q = \frac{Q}{D^3}$;

волной (\sim) отмечены линейные величины, отнесенные к калибру D .

Пример. Определим угол наклона сопла γ , необходимый для устойчивости ракеты в конце активного участка, определяемой следующими характеристиками:

$$C_q = 7; \quad \tilde{r} = 1,9; \quad \tilde{h} = 2,0; \quad \tilde{R} = 0,38; \quad a = 1,35; \quad v_x = 320 \text{ м/сек.}$$

По табл. 9.2 находим $K_M = 1,22 \cdot 10^{-5}$.

По формуле (9.44) определяем

$$\operatorname{tg} \gamma = 2 \frac{1,35 \cdot 1,9}{0,38} \sqrt{\frac{2,0 \cdot 1,22 \cdot 10^{-5}}{7}} = 0,252;$$

$$\gamma = 14^\circ.$$

Если гироскопическая устойчивость ракеты в конце активного участка обеспечена, то практически ракета устойчива и на всех активном и пассивном участках траектории.

В заключение заметим, что выражение (9.42) для величины h , а также значения K_M , приведенные в табл. 9.2, получены для артиллерийских снарядов так же, как и коэффициент запаса устойчивости. Поэтому этими величинами можно пользоваться только для вращающихся ракет, характеристики которых близки к характеристикам артиллерийских снарядов.

§ 9.4. СУММАРНОЕ РАССЕИВАНИЕ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

Характер колебания неуправляемых ракет на активном участке траектории определяет угловое рассеивание вектора скорости в конце активного участка. Если известны начальные возмущения φ_0 и $\dot{\varphi}_0$ при выходе ракеты с направляющей и эксцентриситет реактивной силы, то можно вычислить методами, изложенными в гл. VIII и IX, соответствующие отклонения вектора скорости $\phi_{1к}$, $\phi_{2к}$.

Указанные возмущения носят случайный характер, и для оценки углового рассеивания r_ψ необходимо исходить из вероятных или средних значений указанных возмущений r_{φ_0} , $r_{\dot{\varphi}_0}$, r_Δ . Эти величины так же, как и r_ψ , можно определить экспериментально путем кинематографирования полета ракеты на начальном участке траектории.

Боковое рассеивание ракеты, помимо углового рассеивания, зависит еще от возмущающих факторов, действующих на пассивном участке (порывы ветра, колебания ракеты). Эти факторы удобно определять величиной r_j рассеивания бокового ускорения. Соответствующее боковое рассеивание точки попадания определится из выражения

$$r_{zj} = r_j \frac{T^2}{2}. \quad (9.45)$$

Поскольку r_ψ и r_j можно рассматривать как независимые случайные величины, то суммарное боковое рассеивание определится из выражения

$$Bб = \sqrt{r_{z\psi}^2 + r_{zj}^2} = \sqrt{(r_\psi X)^2 + \left(r_j \frac{T^2}{2}\right)^2} \quad (9.46)$$

Если r_ψ известно, то, определив величину $Bб$ по данным опытных стрельб, можно подсчитать значение r_j из выражения (9.46) и определить рассеивание для различных углов бросания. Рассеивание по дальности, помимо углового рассеивания в вертикальной плоскости r_{θ_k} , зависит еще от рассеивания r_{v_k} скорости ракеты в конце активного участка траекторий v_k и от возмущающих факторов, действующих на пассивном участке траектории. Величина r_{v_k} зависит от неоднообразия работы ракетного двигателя. Возмущающие факторы, действующие на пассивном участке траектории, определяются в основном неоднообразием лобового сопротивления, зависящего от допусков на размеры и форму ракеты и от характера колебания оси ракеты. Все эти факторы удобно свести к колебанию баллистического коэффициента c . Учитывая указанные три возмущающих фактора r_{θ_k} , r_{v_k} и r_c , можно выражение

для $B\delta$, характеризующего рассеивание по дальности, записать в следующем виде:

$$B\delta = \sqrt{\left(r_{\theta_k} \frac{\partial X}{\partial \theta_k}\right)^2 + \left(r_{v_k} \frac{\partial X}{\partial v_k}\right)^2 + \left(r_c \frac{\partial X}{\partial c}\right)^2} \quad (9.47)$$

где $\frac{\partial X}{\partial \theta_k}$, $\frac{\partial X}{\partial v_k}$, $\frac{\partial X}{\partial c}$ — поправочные коэффициенты, определяющие изменение дальности вследствие малого изменения θ_k , v_k , c соответственно.

Эти поправочные коэффициенты определяются по специальным таблицам [2]. Для артиллерийских снарядов значения r_{v_0} , r_c характеризуются следующими средними величинами:

$$r_v \approx 1,5 \frac{M}{сек}, \quad r_c \approx 1\%.$$

Для ракет эти величины рассматриваются как нижняя граница возможного рассеивания этих параметров.

Следует заметить, что при малых углах бросания фактор r_θ является определяющим и рассеивание по дальности почти целиком определяется угловым рассеиванием r_θ .

С увеличением угла бросания роль этого фактора убывает и становится минимальной при $\theta_0 = 45^\circ$.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ IX

1. Я. М. Шапиро. Внешняя баллистика. Оборонгиз, 1946.
2. Д. А. Вентцель, Я. М. Шапиро. Внешняя баллистика. Ч. III. Оборонгиз, 1939.

ГЛАВА X

БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ РС

§ 10.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Проектирование НРС осуществляется в соответствии с тактико-техническими требованиями, рассмотренными в гл. III. При этом, ввиду массовости применения этого оружия, приобретают первостепенное значение требования простоты и технологичности конструкции, недефицитности материалов как необходимых условий дешевизны изготовления и высокой производительности при массовом выпуске изделий. Использование НРС в боевых порядках войск в непосредственной близости от противника выдвигает требования высокой степени готовности к пуску, простоты эксплуатации, минимальной уязвимости. Эти требования в известной мере предопределяют выбор конструктивных схем, топлив, материалов и форм зарядов. Приходится отклонять варианты, которые, хотя и обеспечивают высокие баллистические характеристики образца, но усложняют производство и эксплуатацию. Все это определяет специфику проектирования НРС, которая находит отражение и в методах баллистического проектирования.

Основная цель баллистического проектирования состоит в определении основных конструктивных параметров снаряда, обеспечивающих минимальный стартовый вес образца на заданную дальность при заданном весе полезного груза, при выбранном топливе и материалах и принятых значениях проектных параметров (I_1 , α , ρ_m , σ_B и т. д.).

В соответствии с накладываемыми на решение дополнительными условиями либо ограничениями возможны три основных случая:

1. Снаряд, не ограниченный по длине образца и по толщине горящего свода (оптимальный баллистический вариант).
2. Снаряд ограниченной длины.
3. Снаряд с заданным временем горения заряда.

Первый случай наиболее характерен для проектирования оперенных снарядов, когда способ стабилизации снаряда в полете допускает любую длину снаряда.

Второй случай соответствует проектированию турбореактивных снарядов, устойчивость в полете которых может быть обеспечена лишь при относительной длине снаряда, не превышающей 7—8 калибров. Этот случай, однако, не замыкается рамками проектирования ТРС; он используется всегда, когда по условиям эксплуатации на длину образца накладывается ограничение.

Третий случай имеет место при проектировании противотанковых неуправляемых оперенных снарядов и стартовых двигателей. Чтобы обеспечить высокую кучность, необходимую для попадания в танк, нужно, чтобы время горения заряда было меньше времени движения снаряда на критическом участке траектории. От стартовых двигателей обычно также требуется, чтобы разгон ракеты (летательного аппарата) до заданной скорости происходил в течение заданного времени.

Излагаемые ниже решения задач баллистического проектирования НРС основаны на упрощенном способе определения максимальной дальности стрельбы. При определении X_{\max} предполагается, что ракетный заряд сгорает мгновенно, а угол максимальной дальности θ_{\max} равен 45° . Это позволяет рассматривать максимальную дальность как функцию двух параметров: максимальной скорости v_{\max} , рассчитываемой по формуле Циолковского, и баллистического коэффициента c , рассчитываемого для снаряда со сгоревшим зарядом при $y=0$.

Расхождение результатов расчетов дальности, выполненных по приближенной и точной методикам, составляет 1—3%, что находится в пределах точности решения задач баллистического проектирования.

Чтобы объяснить столь удачное совпадение результатов, достаточно сравнить скорости снаряда для обоих случаев (точное и приближенное решения) в одной контрольной точке траектории. В качестве таковой возьмем точку A , соответствующую концу активного участка для варианта с постепенным сгоранием заряда (точное решение). Очевидно, за этой точкой развитие траекторий для обоих вариантов будет определяться тремя параметрами: θ_A , c и v_A . Различие дальностей для обоих вариантов решения при равных значениях θ_A и c будет определяться только различием скоростей в точке A . Для каждого из вариантов скорость в точке A может быть представлена в виде:

$$v_{A_1} = v_{\text{ц}} - \Delta v_{g1} - \Delta v_{x_1};$$

$$v_{A_2} = v_{\text{ц}} - \Delta v_{g^2} - \Delta v_{x_2},$$

где $v_{\text{ц}}$ — скорость, рассчитываемая по формуле Циолковского;

Δv_g — гравитационные потери на рассматриваемом участке траектории;

Δv_x — потери скорости за счет сопротивления воздуха; индекс (1) относится к варианту с мгновенным сгоранием (упро-

щенное решение), индекс (2) — к варианту, учитывающему постепенное сгорание заряда (точное решение).

Разность скоростей в точке А, характеризующая погрешность упрощенного метода решения, составит

$$\Delta v_A = v_{A_2} - v_{A_1} = (\Delta v_{g_1} - \Delta v_{g_2}) + (\Delta v_{x_1} - \Delta v_{x_2}).$$

Средняя скорость движения снаряда на участке ОА для первого варианта составит $\approx v_{ц}$, для второго варианта $\approx v_{ц}/2$. Времена движения на этом участке для первого и второго вариантов пропорциональны: $\tau_1 \approx 1/v_{ц}$, $\tau_2 \approx 2/v_{ц}$. Для второго варианта вследствие значительно большего времени движения гравитационные потери будут выше. Следовательно:

$$\Delta v_{g_1} - \Delta v_{g_2} < 0.$$

Потери скорости на лобовое сопротивление, наоборот, будут выше для первого варианта, для которого средняя скорость движения на рассматриваемом участке примерно вдвое больше, чем для второго. Следовательно:

$$\Delta v_{x_1} - \Delta v_{x_2} > 0.$$

Как показывает анализ, для высоких тяговооруженностей, характеризующих НРС, выполняется условие

$$|\Delta v_{g_1} - \Delta v_{g_2}| \simeq |\Delta v_{x_1} - \Delta v_{x_2}|.$$

При этом

$$\Delta v_A \rightarrow 0$$

и

$$\Delta X_{\max} \rightarrow 0.$$

Использование приближенного метода определения дальности сокращает число проектных параметров и тем самым значительно упрощает выбор оптимального баллистического варианта. Характеристики этого варианта могут быть затем уточнены на основе более совершенных методик расчета дальности, изложенных в гл. VII.

§ 10.2. ВЕСОВОЕ УРАВНЕНИЕ НРС

Весовое уравнение неуправляемого реактивного снаряда целесообразно представить в виде

$$Q = q_{пн} + q_k + q_{тр} + \omega_T, \quad (10.1)$$

где q_k представляет собой суммарный вес доньев ракетной камеры, диафрагмы и других элементов крепления заряда, стабилизатора.

Вес этих элементов мы будем полагать не меняющимся с изменением длины заряда и, при принятой схеме конструкции и материале, зависящим только от калибра снаряда:

$$q_k = G_{q_k} D_n^3.$$

Вес цилиндрической части корпуса двигателя можно представить в виде (рис. 10.1)

$$q_{\text{тр}} = k_L L \frac{\pi}{4} [(D_n^2 - D_k^2) \gamma_m + (D_k^2 - D_i^2) \gamma_n], \quad (10.2)$$

где D_k — внутренний диаметр трубы (несущего элемента конструкции);

D_i — внутренний диаметр теплоизоляции;

γ_m — удельный вес конструкционного материала;

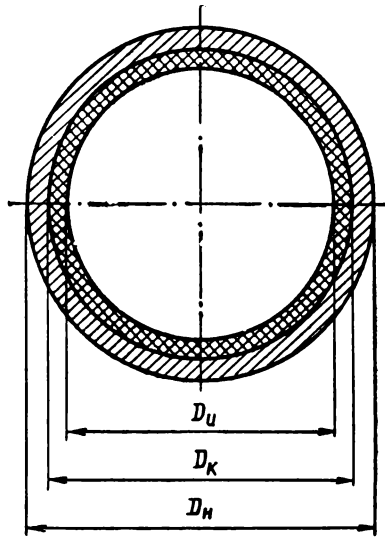


Рис. 10.1. Поперечное сечение ракетной камеры

γ_n — удельный вес теплоизоляции;

L — длина заряда;

k_L — коэффициент, учитывающий превышение длины камеры над длиной заряда.

Введем обозначения:

$$B_n = \frac{D_k}{D_n}; \quad B_k = \frac{D_i}{D_k}.$$

Используя их, зависимость для $q_{\text{тр}}$ можно представить в виде

$$q_{\text{тр}} = k_L L \frac{\pi}{4} D_n^2 (1 - B_n^2) \left[\gamma_m + B_n^2 \frac{1 - B_k^2}{1 - B_n^2} \gamma_n \right]. \quad (10.3)$$

Выражение в квадратных скобках можно рассматривать как приведенный удельный вес стенки двигателя

$$\gamma_{\text{пр}} = \gamma_m + B_n^2 \frac{1 - B_k^2}{1 - B_n^2} \gamma_n \quad (10.4)$$

следовательно:

$$q_{\text{тр}} = k_L L \frac{\pi}{4} D_n^2 (1 - B_n^2) \gamma_{\text{пр}}. \quad (10.5)$$

Для двигателя без теплоизоляции:

$$B_k = 1; \quad \gamma_{\text{пр}} = \gamma_m.$$

Величина B_n находится из условия прочности стенки двигателя:

$$D_n - D_k = \frac{p'_m D_k}{\sigma_B}, \quad (10.6)$$

где p'_m — расчетное давление;

σ_B — предел прочности конструкционного материала.

Разделив обе части уравнения (10.6) на D_n и решив полученное уравнение относительно $B_n = D_k/D_n$, находим

$$B_n = \frac{\sigma_B}{\sigma_B + p'_m}. \quad (10.7)$$

Величина B_k определяется условиями теплообмена в камере и теплофизическими характеристиками покрытия. При баллистическом проектировании эта величина задается приближенно, по аналогии с существующими образцами подобного типа.

Вес ракетного заряда с использованием принятых обозначений (см. § 3.2) выразится формулой

$$\omega = \delta \frac{\pi D_n^2}{4} B_n^2 B_k^2 \varepsilon L. \quad (10.8)$$

В дальнейшем нам придется рассматривать изменение параметров снаряда с изменением длины снаряда. При этом вес таких элементов конструкции, как диафрагма, днище и стабилизатор, целесообразно объединить в уравнении (10.1) с весом боевой части в одно слагаемое, которое назовем приведенным весом полезного груза

$$q'_{\text{пн}} = q_{\text{пн}} + q_k. \quad (10.9)$$

Тогда

$$Q = q'_{\text{пн}} + k_L L \frac{\pi D_n^2}{4} (1 - B_n^2) \gamma_{\text{пр}} + \delta \frac{\pi D_n^2}{4} B_n^2 B_k^2 \varepsilon L. \quad (10.10)$$

§ 10.3. ИЗМЕНЕНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ И КОНСТРУКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НРС С ДЛИНОЙ ЗАРЯДА. УСЛОВИЕ МАКСИМУМА ДАЛЬНОСТИ

Чтобы уяснить подход к решению поставленной задачи, рассмотрим, как меняются баллистические и конструктивно-весовые параметры НРС заданного калибра с заданным весом боевой части при изменении длины заряда (рис. 10.2).

С увеличением длины заряда принятой формы неизбежно возрастает поверхность его горения. Чтобы при этом сохранялось допускаемое значение параметра Ю. А. Победоносцева, необходимо соответственно увеличивать свободное сечение камеры, т. е.

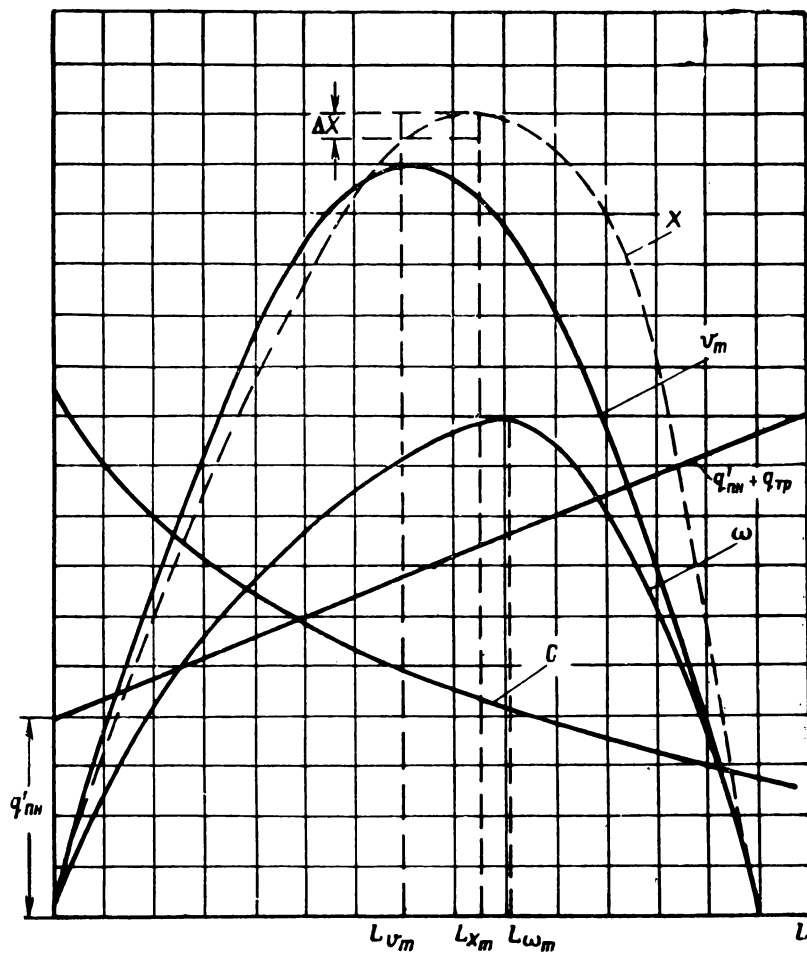


Рис. 10.2. Изменение весовых и баллистических характеристик НРС с ростом длины заряда

снижать плотность заряжения. Влияние этого фактора при некоторой длине может стать преобладающим, что приведет к снижению веса заряда. В пределе можно представить случай, когда при очень большой длине заряда вес его обращается в нуль,

поскольку при большой поверхности горения необходимо предоставить для прохода газовому потоку все поперечное сечение камеры. Заряд превращается в подобие пергаментного свитка с исчезающей толщиной свода.

Вес цилиндрической части камеры $q_{\text{тр}}$ возрастает с длиной заряда линейно. Вместе с ним линейной зависимости следует пассивный вес снаряда

$$q = q'_{\text{пн}} + q_{\text{тр}}$$

Очевидно, максимум отношения ω/q с увеличением длины заряда достигается раньше максимума его веса, поскольку в области максимума веса заряда при линейном росте пассивного веса q отношение ω/q будет уменьшаться. С максимумом отношения ω/q совпадает максимум скорости $(v_m)_{\text{max}}$. Эта величина представляет собой скорость снаряда, максимально достигаемую при заданных калибре и полезной нагрузке.

Вторым фактором, определяющим максимальную дальность образца, является баллистический коэффициент c , который изменяется обратно пропорционально пассивному весу, а следовательно, и длине заряда, что во всем рассматриваемом диапазоне длин должно благоприятствовать увеличению дальности. Очевидно, максимум дальности будет расположен вправо от максимума скорости образца. Как показывают исследования, для различных сочетаний баллистических и конструктивных параметров экстремум дальности несущественно отличается от дальности, соответствующей экстремуму скорости. Однако образец, отвечающий максимуму дальности, будет длиннее и тяжелее образца, рассчитанного на максимум скорости. Следовательно, приняв за предел досягаемости ту дальность, которая соответствует $(v_m)_{\text{max}}$, мы значительно занижим баллистические возможности данного калибра, но свяжем полученный таким образом условный предел дальности с конструктивным вариантом, имеющим меньшие вес и длину. Такой вариант мы и будем считать оптимальным баллистическим решением задачи.

Поскольку экстремум скорости достигается при максимуме отношения ω/q (число Циолковского), перейдем к определению этого максимума.

Из весового уравнения НРС (10.10) получаем

$$\frac{\omega}{q} = \frac{\frac{\pi D_n^2}{4} \delta B_n^2 B_k^2 L \varepsilon}{q'_{\text{пн}} + \frac{\pi D_n^2}{4} \gamma_{\text{пр}} (1 - B_n^2) k_L L} \quad (10.11)$$

Разделив числитель и знаменатель правой части на куб калибра, получим

$$\frac{\omega}{q} = \frac{\frac{\pi}{4} \delta B_n^2 B_k^2 \bar{L} \epsilon}{C'_{q_{\text{пн}}} + \frac{\pi}{4} \gamma_{\text{нр}} k_L (1 - B_n^2) \bar{L}}, \quad (10.12)$$

где $\bar{L} = \frac{L}{D_n}$;

$$C'_{q_{\text{пн}}} = \frac{q'_{\text{пн}}}{D_n^3}.$$

При отыскании максимума отношения ω/q безразлично, какую из двух взаимосвязанных величин — \bar{L} или ϵ — полагать независимой переменной, поскольку зависимость \bar{L} от ϵ является однозначной. Для упрощения математических выкладок целесообразно в качестве независимой переменной принять ϵ . Тогда, дифференцируя выражение (10.12) по ϵ и приравнявая производную нулю, получаем

$$C'_{q_{\text{пн}}} \frac{d\bar{L}}{d\epsilon} \epsilon + \bar{L} C'_{q_{\text{пн}}} + \frac{\pi}{4} k_L \gamma_{\text{нр}} (1 - B_n^2) \bar{L}^2 = 0 \quad (10.13)$$

или

$$-\frac{\frac{d\bar{L}}{d\epsilon} \epsilon + \bar{L}}{\bar{L}^2} = \frac{\pi}{4} \frac{k_L \gamma_{\text{нр}} (1 - B_n^2)}{C'_{q_{\text{пн}}}} \quad (10.14)$$

Уравнение (10.14) выражает в общем виде условие максимума дальности НРС неограниченной длины при заданном весе полезной нагрузки. Чтобы получить численное решение, в уравнение (10.14) необходимо подставить конкретное выражение функциональной зависимости $\bar{L} = f(\epsilon)$ для заряда принятой формы. Тогда, решив уравнение, найдем значение ϵ_{max} , определяющее максимальную дальность.

§ 10.4. СВЯЗЬ МЕЖДУ РАЗМЕРАМИ ЗАРЯДА И КОЭФФИЦИЕНТОМ ЗАПОЛНЕНИЯ ϵ ДЛЯ ЗАРЯДОВ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

Основные размеры проектируемого заряда должны быть согласованы между собой и со внутренними размерами ракетной камеры таким образом, чтобы обеспечивалось значение параметра заряжения χ , меньшее допустимого по условиям устойчивого горения.

Рассмотрим зависимости, устанавливающие такую связь для некоторых типичных форм зарядов. При этом мы ограничимся формами, гарантирующими постоянство поверхности горения, которые наиболее часто применяются в НРС.

Поскольку в НРС можно использовать как заряды со свободным заполнением камеры, так и скрепленные с корпусом двига-

теля, рассмотрим формы, характерные для обеих групп. Первая группа представлена зарядом из цилиндрических одноканальных шашек, вторая — телескопическим зарядом и зарядом с каналом звездообразного сечения.

А. Заряд, состоящий из одноканальных цилиндрических шашек

Введем обозначения:

n — число шашек;
 D — наружный диаметр шашки;
 d — диаметр канала.

При определении параметра χ для такого заряда различают $\chi_{\text{вн}}$, рассчитываемое для условий горения по каналу шашки, и $\chi_{\text{нар}}$, рассчитываемое для условий горения по наружной поверхности шашек.

В этом случае

$$\chi_{\text{вн}} = \frac{\pi d L}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{4L}{d}; \quad (10.15)$$

$$\chi_{\text{нар}} = \frac{n\pi D L}{\frac{\pi}{4} (D_k^2 - nD^2)} = \frac{4nDL}{D_k^2 - nD^2}. \quad (10.16)$$

Некоторые исследователи [1] при проектировании зарядов из цилиндрических шашек исходят из равенства перепадов давления для каналов и наружной полости заряда. При неравенстве перепадов у переднего днища двигателя начинается перетекание газа из одной полости в другую, что ухудшает условия горения заряда и способствует возникновению аномалий при горении. Особенно важно выполнять это условие в начале горения заряда при минимальном свободном сечении камеры, когда скорость газовых потоков и перепады давлений наибольшие.

В гл. III было показано, что между перепадом давления вдоль горячей поверхности заряда и параметром χ существует однозначная связь. Следовательно, рассматриваемое требование равенства перепадов можно свести к требованию

$$\chi_{\text{вн}} = \chi_{\text{нар}}.$$

Приравняем правые части уравнений (10.15) и (10.16) и определим

$$d = \frac{D_k^2 - nD^2}{nD}. \quad (10.17)$$

Коэффициент заполнения сечения камеры для заряда из одноканальных цилиндрических шашек

$$\varepsilon = \frac{n(D^2 - d^2)}{D_k^2}. \quad (10.18)$$

Из уравнения (10.18)

$$d = \sqrt{\frac{nD^2 - \epsilon D_K^2}{n}} \quad (10.19)$$

Приравнивая правые части уравнений (10.17) и (10.19) и решая полученное равенство относительно D , получим

$$D = \frac{D_K}{\sqrt{\frac{n}{2-\epsilon}}}. \quad (10.20)$$

Подставляя выражение (10.20) в выражение (10.19), получим

$$d = \frac{D_K(1-\epsilon)}{\sqrt{\frac{n}{2-\epsilon}}} \quad (10.21)$$

или

$$d = D(1-\epsilon). \quad (10.22)$$

Подставив выражение (10.21) в выражение (10.15), находим

$$L = \frac{\chi d}{4} = \frac{\chi D_K(1-\epsilon)}{4\sqrt{\frac{n}{2-\epsilon}}}. \quad (10.23)$$

Чтобы упростить последующие выкладки, необходимо перейти к относительным размерам, разделив полученные значения на калибр двигателя. Получим

$$\bar{D} = \frac{D}{D_H} = \frac{B_H B_K}{\sqrt{\frac{n}{2-\epsilon}}}; \quad (10.24)$$

$$\bar{d} = \frac{d}{D_H} = \frac{B_H B_K (1-\epsilon)}{\sqrt{\frac{n}{2-\epsilon}}}; \quad (10.25)$$

$$\bar{L} = \frac{L}{D_H} = \frac{\chi B_H B_K}{4\sqrt{\frac{n}{2-\epsilon}}}. \quad (10.26)$$

В некоторых случаях, например при проектировании коротких многошашечных зарядов, когда перепад давлений по длине заряда невелик, целесообразно отступить от равенства $\chi_{вн}$ и $\chi_{нар}$. Для произвольных соотношений χ вывод зависимости для D , d и L от ϵ отличается от рассмотренного тем, что вводится дополнительный параметр $m = \frac{\chi_{вн}}{\chi_{нар}}$.

При $\chi_{вн} = 2 \chi_{нар}$

$$\bar{D} = \frac{B_H B_K}{2\sqrt{\frac{n}{2-\epsilon}}} (1 + \epsilon); \quad (10.27)$$

$$\bar{d} = \frac{B_H B_K}{2\sqrt{\frac{n}{2-\epsilon}}} (1 - \epsilon); \quad (10.28)$$

$$\bar{L} = \frac{\chi B_H B_K}{4\sqrt{\frac{n}{2-\epsilon}}} (1 - \epsilon). \quad (10.29)$$

Обозначим

$$\frac{x B_n B_k}{4 \sqrt{n}} = A. \quad (10.30)$$

Тогда для рассматриваемого типа заряда зависимость \bar{L} от ϵ можно записать в общем виде

$$\bar{L} = A f(\epsilon);$$

Для $x_{вн} = x_{нар}$

$$f(\epsilon) = \frac{1 - \epsilon}{\sqrt{2 - \epsilon}};$$

Для $x_{вн} = 2 x_{нар}$

$$f(\epsilon) = 1 - \epsilon.$$

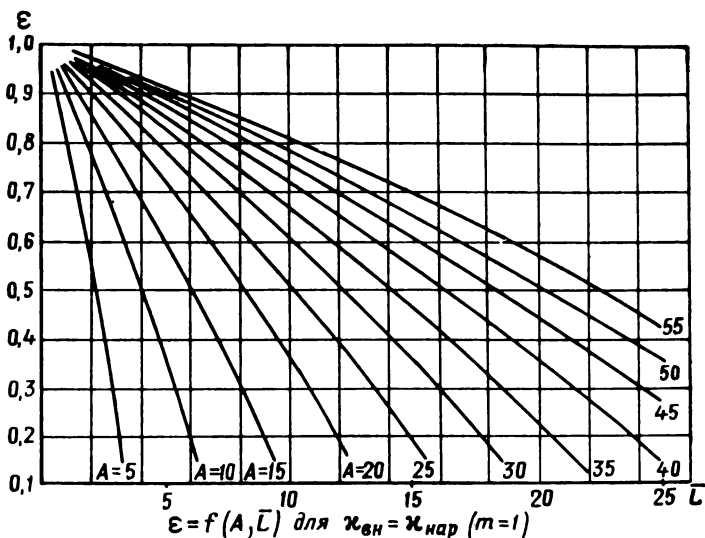


Рис. 10.3. Зависимость коэффициента заполнения сечения камеры ϵ от относительной длины \bar{L} заряда из цилиндрических одноканальных шашек при $x_{вн} = x_{нар}$

Графики зависимости ϵ от \bar{L} для этих двух случаев, построенные при различных значениях A , представлены на рис. 10.3 и 10.4.

При проектировании многошашечного заряда появляется дополнительное условие, определяющее возможность размещения заряда с заданным числом шашек с размерами, удовлетворяющими заданному x , в ракетной камере. Необходимо, чтобы отношение диаметра шашки ко внутреннему диаметру камеры не превосходило значения $\tilde{D}_{пр}$, соответствующего плотной укладке заряда при данном n , т. е.

$$\frac{D}{D_k} \leq \tilde{D}_{пр} \quad \text{или} \quad \frac{\bar{D}}{B_n B_k} \leq \tilde{D}_{пр}.$$

Значение $\tilde{D}_{\text{пр}}$ зависит только от числа шашек n и определяется из элементарных геометрических соотношений как безразмерный диаметр n одинаковых окружностей, вписанных в круг данного диаметра $D_{\text{к}}=1$.

Значения $\tilde{D}_{\text{пр}}$ для различных n приведены в табл. 10.1.

Заменяя в уравнении (10.24) $\bar{D}/B_n B_{\text{к}} = \tilde{D}_{\text{пр}}$, найдем из него значение $\epsilon_{\text{пр}}$, соответствующее плотной укладке при $x_{\text{вн}} = x_{\text{нар}}$:

$$\epsilon_{\text{пр}} = 2 - \frac{1}{n\tilde{D}_{\text{пр}}^2}. \quad (10.31)$$

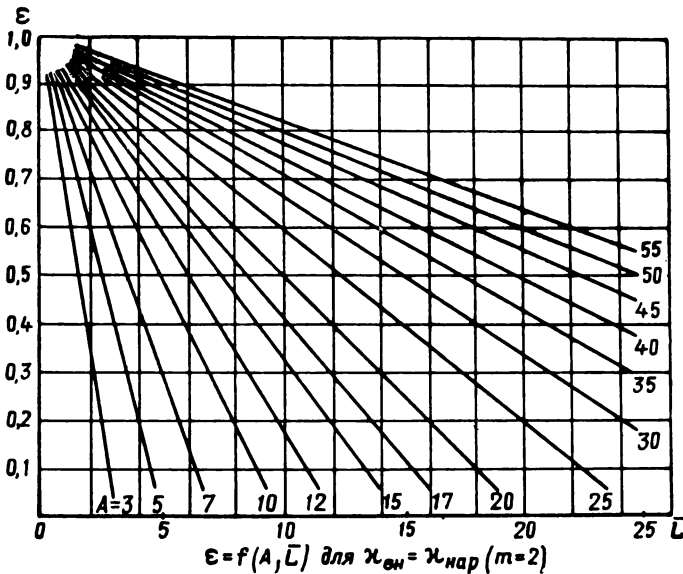


Рис. 10.4. Зависимость коэффициента заполнения сечения камеры ϵ от относительной длины \bar{L} заряда из цилиндрических одноканальных шашек при $x_{\text{вн}} = 2x_{\text{нар}}$

В общем случае при $x_{\text{вн}} = m x_{\text{нар}}$ зависимость для $\epsilon_{\text{пр}}$ приобретает вид

$$\epsilon_{\text{пр}} = n \left[\tilde{D}_{\text{пр}}^2 - \left(\frac{1 - n\tilde{D}_{\text{пр}}^2}{mn\tilde{D}_{\text{пр}}} \right)^2 \right]. \quad (10.32)$$

Из уравнения (10.32) для $x_{\text{вн}} = 2 x_{\text{нар}}$ получаем

$$\epsilon_{\text{пр}} = 0,5 + \frac{3}{4} n\tilde{D}_{\text{пр}}^2 - \frac{1}{4n\tilde{D}_{\text{пр}}^2}. \quad (10.33)$$

Значения $\epsilon_{\text{пр}}$, рассчитанные по зависимостям (10.31) и (10.33) для различных n , приведены в табл. 10.1.

Число шашек, обеспечивающее наибольшую плотность укладки, определяется по формуле

$$n = 1 + 3(i + i^2), \quad (10.34)$$

где i — целое число ($i=1, 2, 3 \dots$).

Т а б л и ц а 10.1

n	3	4	5	7	12	14	19	
$\tilde{D}_{\text{пр}}$	0,464	0,414	0,370	0,333	0,244	0,220	0,200	
$\epsilon_{\text{пр}}$	($x_{\text{вн}} = x_{\text{нар}}$)	0,452	0,541	0,539	0,714	0,633	0,668	0,757
	($x_{\text{вн}} = 2x_{\text{нар}}$)	0,610	0,656	0,650	0,762	0,692	0,650	0,745

Б. Телескопический заряд

Сечение телескопического заряда с основными обозначениями представлено на рис. 10.5. Для обоих элементов заряда толщина горящего свода должна быть одинаковой. Следовательно:

$$\frac{D-d}{2} = \frac{D_{\text{вн}}}{2},$$

откуда

$$D = D_{\text{вн}} + d. \quad (10.35)$$

Поверхность горения заряда

$$S = \pi L (D_{\text{вн}} + d).$$

Площадь свободного прохода

$$F_{\text{св}} = \frac{\pi}{4} (d^2 - D_{\text{вн}}^2).$$

Параметр Победоносцева определится как

$$x = \frac{S}{F_{\text{св}}} = \frac{4L}{d - D_{\text{вн}}}, \quad (10.36)$$

откуда

$$d - D_{\text{вн}} = \frac{4L}{x}. \quad (10.37)$$

Коэффициент заполнения сечения камеры топливом

$$\epsilon = \frac{S_{\text{T}}}{F_{\text{к}}} = \frac{\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2 + D_{\text{вн}}^2)}{\frac{\pi}{4} D^2} = 1 - \frac{d^2 - D_{\text{вн}}^2}{D^2}. \quad (10.38)$$

Подставляя в выражение (10.38) выражения (10.35) и (10.37), получим

$$\epsilon = 1 - \frac{4L}{\pi D}. \quad (10.39)$$

Поскольку $D = D_H B_H B_K$, получаем

$$\epsilon = 1 - \frac{4\bar{L}}{\pi B_H B_K}. \quad (10.40)$$

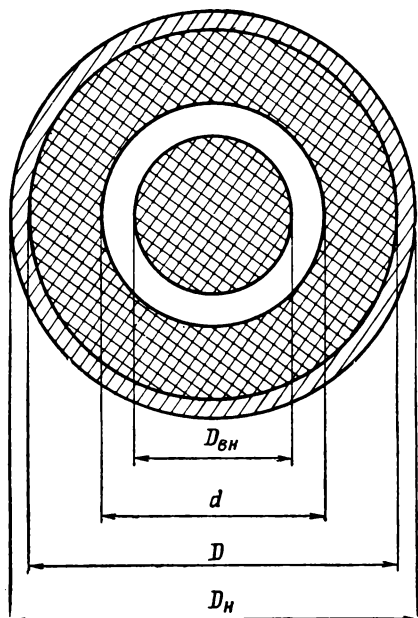


Рис. 10.5. Характерные размеры телескопического заряда

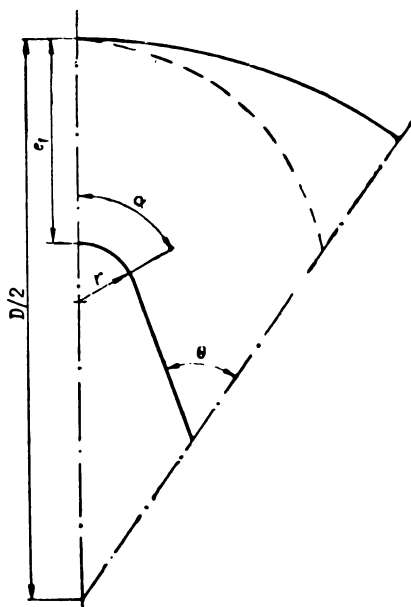


Рис. 10.6. Характерные размеры заряда с каналом звездообразного сечения

В. Заряд с каналом звездообразного сечения

Сечение заряда с характерными размерами представлено на рис. 10.6.

Коэффициент заполнения поперечного сечения камеры зарядом выражается зависимостью

$$\epsilon = 1 - \frac{4n}{\pi} \left[\left(0,5 - \bar{e}_1 - \bar{r} - \frac{\bar{r}}{\cos \alpha} \right)^2 \frac{\sin \frac{\pi}{n} \cos \alpha}{\sin \theta} + \bar{r}^2 (\alpha - \operatorname{tg} \alpha) \right], \quad (10.41)$$

где n — число лучей звезды;

$\bar{e}_1 = \frac{e_1}{D}$ — относительная толщина горящего свода (D — диаметр заряда);

$r, \bar{r} = \frac{r}{D}$ — радиус закругления при вершине луча (D — диаметр заряда);

α — угол, стягивающий половину первоначальной дуги скругления;

θ — угол при вершине выступа заряда.

После прогорания заряда на толщину горящего свода e_1 остаются дегрессивно догорающие элементы, которые для рабочего процесса двигателя следует считать потерянными. Дегрессивные остатки заряда фактически являются дополнением к пассивному весу ракеты, и для снижения его целесообразно замещать эти элементы заряда вставками из легкого материала (пенопласт) [5].

Отношение площади поперечного сечения этих элементов к площади поперечного сечения камеры называют коэффициентом остатка ϕ_k :

$$\phi_k = 1 - \frac{4n}{\pi} [(\bar{r} + \bar{e}_1)^2 \varphi_1 + (\bar{r} - \bar{e}_1)(0,5 - \bar{r} - \bar{e}_1) \sin \varphi_1], \quad (10.42)$$

где $\varphi_1 = \frac{\pi}{n} + \arcsin \frac{(0,5 - \bar{r} - \bar{e}_1) \sin \frac{\pi}{n}}{\bar{r} + \bar{e}_1}$.

Как показывает анализ этой формы заряда, для каждого значения n существует единственный геометрический вариант, обеспечивающий постоянство поверхности горения, характеризующийся определенным соотношением параметров \bar{e}_1 , α и θ [2]. Основные характеристики этих вариантов приведены в табл. 10.2. Как следует

Т а б л и ц а 10.2

	$\sigma_s = 1,0$			$\sigma_s = 1,1$		
	6	7	8	6	7	8
\bar{e}_1	0,150	0,142	0,125	0,206	0,190	0,181
ϵ	0,824	0,755	0,666	0,865	0,796	0,757
ϕ_k %	15	12,7	11,7	8,8	8,3	6,9
x/\bar{L}	25,6	18,1	13,5	26,6	17,5	14,9

из таблицы, эти варианты характеризуются высокими значениями ϕ_k . Полезно используемая площадь сечения камеры возрастает, если допустить некоторую прогрессивность горения. В той же таблице приведены характеристики заряда при $\sigma_s^* = 1,1$. Увеличение допускаемой прогрессивности поверхности наряду со снижением ϕ_k позволяет увеличить толщину горящего свода и плотность заряжания ϵ .

Вес эффективно используемого заряда можно рассчитать по формуле

$$\omega = \delta \frac{\pi D_H^2}{4} \epsilon \left(1 - \frac{\psi_K}{\epsilon} \right) L. \quad (10.43)$$

Вес ракетной камеры с учетом веса дегрессивных элементов заряда либо их заполнителей рассчитывается как

$$q_{\text{тр}} = k_L L \frac{\pi D_H^2}{4} [\gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2) + \gamma_\psi \psi_K], \quad (10.44)$$

где γ_ψ — удельный вес топлива либо заполнителя.

Эту зависимость можно привести к общему виду, если ввести новое выражение для приведенного удельного веса стенки:

$$\gamma'_{\text{пр}} = \gamma_{\text{пр}} + \gamma_\psi \frac{\psi_K}{1 - B_H^2}. \quad (10.45)$$

Тогда

$$q_{\text{тр}} = \gamma'_{\text{пр}} \frac{\pi D_H^2}{4} k_L L (1 - B_H^2). \quad (10.46)$$

Начальное значение относительного периметра горения

$$\bar{\Pi}_{r0} = \frac{\Pi_{r0}}{D} = \bar{r}\alpha + \frac{(0,5 - \bar{e}_1 - \bar{r}) \sin \frac{\pi}{n}}{\sin \theta} - \bar{r} \operatorname{ctg} \theta. \quad (10.47)$$

Параметр заряжения χ рассчитывается как

$$\chi = \frac{\Pi_{r0} L}{F_K (1 - \epsilon)} = \frac{4 \bar{L} \bar{\Pi}_{r0}}{\pi (1 - \epsilon)}, \quad (10.48)$$

отсюда

$$\frac{\chi}{\bar{L}} = \frac{4 \bar{\Pi}_{r0}}{\pi (1 - \epsilon)}. \quad (10.49)$$

Поскольку для заряда с постоянной поверхностью горения при заданном числе n значения $\bar{\Pi}_0$ и ϵ взаимно связаны и отвечают единственной комбинации геометрических параметров, обеспечивающих $\sigma=1$, они определяют собой единственное значение безразмерного отношения χ/\bar{L} . Для вариантов, приведенных в табл. 10.2, значения χ/\bar{L} даны в последней графе. Пользуясь этим отношением, при заданном значении χ можно определить допускаемую длину заряда и его вес.

Если исходить из желаемого удлинения заряда \bar{L} , можно подобрать число лучей звезды n , при котором реализуемое значение χ приближается к допустимому. Таким образом, в отличие от заряда из одноканальных цилиндрических шашек в данном случае нельзя изменять непрерывно относительную длину заряда, сохра-

няя число лучей и не изменяя при этом характеристики прогрессивности заряда. Поэтому, определяя из выражения (10.49) значение ϵ как

$$\epsilon = 1 - \frac{4 \bar{\Pi}_{\text{го}} \bar{L}}{\pi \chi}, \quad (10.50)$$

следует заметить, что, строго говоря, при $\sigma_s = 1$ эта формула охватывает совокупность отдельных вариантов, различающихся числом n .

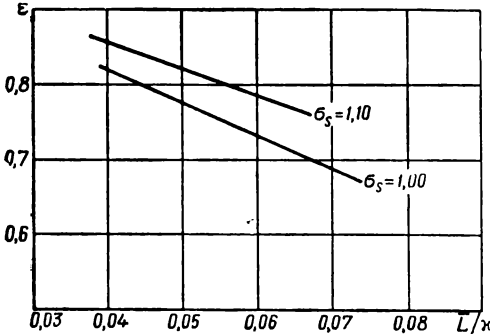


Рис. 10.7. Зависимость коэффициента заполнения ϵ от L/χ для зарядов с каналом звездобразного сечения, обладающих постоянной поверхностью горения

Однако зависимость (10.50), как и графики на рис. 10.7, построенные по данным табл. 10.2, выражают общую тенденцию изменения ϵ с удлинением заряда данного типа при фиксированном значении χ . Как следует из графика, в достаточно широком диапазоне удлинений заряда с каналом звездобразного сечения, можно в первом приближении считать, что коэффициент заполнения ϵ с ростом \bar{L} изменяется линейно.

§ 10.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМАЛЬНОГО БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА ДЛЯ ЗАРЯДА ИЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОДНОКАНАЛЬНЫХ ШАШЕК

Для заряда из цилиндрических одноканальных шашек при $\chi_{\text{вн}} = \chi_{\text{вар}}$ из формулы (10.26) получим

$$\frac{d\bar{L}}{d\epsilon} = - \frac{\chi B_n B_k}{4 \sqrt{n}} \frac{\epsilon - 3}{2(2 - \epsilon) \sqrt{2 - \epsilon}}. \quad (10.51)$$

Подставляя выражения (10.26) и (10.51) в уравнение (10.14), получим

$$\frac{-3\epsilon^2 + 9\epsilon - 4}{2(1 - \epsilon)^2 \sqrt{2 - \epsilon}} = \frac{\pi \chi \gamma_{\text{пр}} k_L B_n B_k (1 - B_n^2)}{16 \sqrt{n} C'_{q_{\text{пн}}}}. \quad (10.52)$$

Аналитическое решение уравнения (10.52) относительно ϵ оказывается слишком громоздким. Поэтому для определения ϵ_{max} целесообразно использовать графический метод. Левая часть равенства представляет собой функцию $f(\epsilon_{\text{max}})$.

Правая часть равенства (10.52) представляет собой безразмерный комплекс, составленный из проектных параметров и относительного веса полезной нагрузки. Обозначим его символом N .

Задавая произвольными значениями ϵ , можно рассчитать соответствующие им значения функции $f(\epsilon_{\max})=N$. Результаты расчетов целесообразно представить в координатах $\epsilon_{\max}=f(N)$ (рис. 10.8). Чтобы определить значение ϵ_{\max} , необходимо по заданным значениям проектных параметров для заданного значения $C'_{q_{\text{пн}}}$ рассчитать величину комплекса N и с нею войти в график $\epsilon_{\max}=f(N)$ или в таблицу. Найдя из графика или таблицы ϵ_{\max} , можно затем рассчитать все определяемые им основные баллистические и конструктивные параметры.

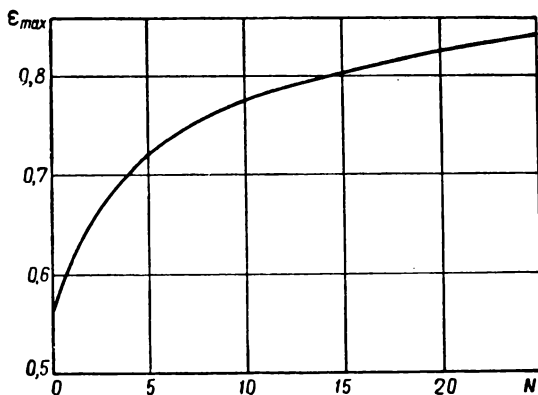


Рис. 10.8. Зависимость коэффициента заполнения ϵ_{\max} , обеспечивающего максимальную скорость НРС, от комплекса N при $x_{\text{вн}}=x_{\text{нар}}$

Рассмотрим характер функции $\epsilon_{\max}=f(N)$.

Условию $N=0$ отвечает равенство

$$-3\epsilon^2 + 9\epsilon - 4 = 0, \quad (10.53)$$

корни которого равны:

$$\epsilon_1 = 2,62; \quad \epsilon_2 = 0,543.$$

Поскольку значение $\epsilon > 1$ лишено физического смысла, единственно приемлемым корнем данного уравнения, определяющим начальную ординату графика $\epsilon_{\max}=f(N)$, является

$$\epsilon_{\max(0)} = 0,543.$$

Условию $N=\infty$ отвечает равенство

$$\sqrt{2 - \epsilon(1 - \epsilon)^2} = 0, \quad (10.54)$$

которое удовлетворяется при $\epsilon_1=2$ и $\epsilon_2=1$.

Отбрасывая первое из них как противоречащее действительности, получаем $\epsilon_{\max(\infty)}=1$. Это асимптотическое значение, к которому функция $\epsilon_{\max}(N)$ стремится при $N \rightarrow \infty$.

$$\epsilon_{\max} = f(N)$$

N	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8
0	0,543	0,559	0,574	0,586	0,598
1	0,608	0,618	0,628	0,636	0,642
2	0,648	0,654	0,660	0,666	0,672
3	0,678	0,684	0,688	0,692	0,696
4	0,700	0,704	0,708	0,712	0,716
5	0,720	0,724	0,728	0,732	0,734
6	0,736	0,738	0,740	0,742	0,744
7	0,746	0,748	0,750	0,752	0,754
8	0,756	0,758	0,760	0,762	0,764
9	0,766	0,768	0,770	0,772	0,774
10	0,776	0,778	0,780	0,781	0,782
11	0,783	0,784	0,785	0,786	0,787
12	0,788	0,789	0,790	0,791	0,792
13	0,793	0,794	0,795	0,796	0,797
14	0,798	0,800	0,801	0,802	0,803
15	0,804	0,804	0,805	0,806	0,807
16	0,808	0,808	0,809	0,810	0,811
17	0,812	0,812	0,813	0,814	0,815
18	0,816	0,816	0,817	0,818	0,819
19	0,820	0,820	0,821	0,822	0,823
20	0,824	0,824	0,825	0,826	0,826
21	0,827	0,828	0,828	0,829	0,829
22	0,830	0,831	0,831	0,832	0,832
23	0,833	0,834	0,834	0,835	0,835
24	0,836	0,836	0,837	0,837	0,837

Условие $N=0$ выполняется при $C'_{q_{\text{пн}}} = \infty$ либо при $B_{\text{н}}=1$. При этом вес ракетной камеры становится пренебрежимо малым по сравнению с весом полезной нагрузки в одном случае за счет безграничного роста $q'_{\text{пн}}$, в другом — за счет стремления к нулю толщины стенки ракетной камеры (например, за счет использования материала с неограниченно высокими прочностными характеристиками). Очевидно, на практике оба эти условия невыполнимы, и случай $N=0$ можно рассматривать лишь как предел, к которому стремится этот комплекс для некоторых реальных конструкций.

Заметим, что уравнение (10.53) может быть получено из условия максимума веса заряда.

Согласно выражению (10.8)

$$\frac{d\omega}{d\epsilon} = \frac{\pi D_{\text{н}}^2}{4} \delta B_{\text{н}}^2 B_{\text{к}}^2 \left(\frac{d\bar{L}}{d\epsilon} \epsilon + \bar{L} \right).$$

Приравнивая производную нулю, мы получим уравнение

$$\frac{d\bar{L}}{d\varepsilon} \varepsilon + \bar{L} = 0,$$

которое после подстановки выражений (10.26) и (10.51) приводится к уравнению (10.53).

Таким образом, при $N=0$ максимум скорости НРС совпадает с максимумом веса ракетного заряда, что соответствует раскрытому выше физическому смыслу условия $N=0$: для снаряда, у которого вес ракетной камеры играет незначительную роль в пассивном весе, максимум отношения ω/q должен приближаться к максимуму ω .

Из условий, обеспечивающих равенство $N=\infty$, рассмотрим одно: $\chi=\infty$. Это означает, что при проектировании заряда не существует ограничений по χ . При этом максимальная скорость достигается при максимальном заполнении сечения камеры топливом ($\varepsilon=1$).

Реальные значения ε_{\max} находятся в диапазоне

$$0,543 < \varepsilon_{\max} < 1.$$

Рассмотрим последовательность расчета максимально возможной дальности полета НРС при заданных калибре и весе полезной нагрузки.

1. По заданным значениям $q'_{\text{пн}}$, $D_{\text{н}}$ и проектных параметров χ , $\sigma_{\text{в}}$, p'_m , $\gamma_{\text{пр}}$, δ , k_L рассчитывается величина N , по которой из графика определяется значение ε_{\max} .

2. По формулам (10.20), (10.22) и (10.23) при $\varepsilon=\varepsilon_{\max}$ определяются основные размеры заряда.

3. По формулам (10.8) и (10.5) рассчитываются веса заряда ω , ракетной камеры $q_{\text{тр}}$ и определяется пассивный вес снаряда $q = q'_{\text{пн}} + q_{\text{тр}}$.

4. Рассчитывается

$$v_{\max} = I_1 g \ln \left(1 + \frac{\omega}{q} \right).$$

5. Рассчитывается баллистический коэффициент

$$c = \frac{iD_{\text{н}}^2}{q} 10^3.$$

6. По баллистическим таблицам для $\theta_0=45^\circ$ определяется максимальная дальность стрельбы.

По результатам расчетов, проведенных для различных калибров и весов полезной нагрузки, можно построить график $X_{\max} = f(D_{\text{н}}, q'_{\text{пн}})$, при помощи которого может быть решена обратная

задача: по заданным $q'_{\text{пн}}$ и $X_{\text{мах}}$ определить калибр, а по нему и остальные параметры оптимального образца.

Решение, аналогичное рассмотренному, может быть выполнено и для других форм зарядов. Для этого необходимо в уравнение (10.14) подставить зависимость $L=f(\epsilon)$, присущую заряду данной формы.

§ 10.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМАЛЬНОГО БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА ДЛЯ ЗАРЯДА ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ (ОБОБЩЕННЫЙ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ)

Метод решения, рассмотренный в предыдущем параграфе, построен на зависимостях, пригодных только для заряда определенной формы, причем даже в этом случае использование этих зависимостей ограничивается дополнительными условиями, например $x_{\text{вн}}=x_{\text{нар}}$. В этом заключается первый недостаток рассмотренного метода. Второй, еще более существенный, недостаток метода состоит в использовании графиков $X=f(D_{\text{пн}} q'_{\text{пн}})$, которые могут быть рассчитаны и построены только для определенной комбинации значений проектных параметров. Если при проектировании принятое значение хотя бы одного из проектных параметров окажется отличным от того, для которого построены графики, использование их становится невозможным. Между тем непрерывный технический прогресс принуждает конструктора к поискам новых конструктивных решений, связанных с использованием новых схем, топлив и материалов, а следовательно, характеризуемых непрерывно изменяющимися значениями проектных параметров.

Достоинством излагаемого ниже метода является его универсальность, т. е. пригодность для зарядов любой формы, а также для любых численных значений проектных параметров и их комбинаций.

Анализ зависимости $\epsilon=f(\bar{L})$ для зарядов различной формы показывает, что в большинстве случаев в диапазоне \bar{L} , представляющем практический интерес, она с достаточной степенью точности может быть аппроксимирована формулой:

$$\epsilon = 1 - k_{\epsilon} \bar{L}. \quad (10.55)$$

Специфика формы заряда и влияние параметра заряжения в этой зависимости находят отражение в величине коэффициента k_{ϵ} .

Чтобы убедиться в справедливости формулы (10.55), достаточно вернуться к графикам на рис. 10.3, 10.4, 10.7 и формулам (10.29), (10.40), (10.50). Из указанных формул получается аналитическое выражение k_{ϵ} :

для заряда из цилиндрических одноканальных шашек при $x_{\text{вн}} = 2x_{\text{н}}$

$$k_{\epsilon} = \frac{4\sqrt[4]{n}}{x_{\text{н}}B_{\text{н}}B_{\text{к}}};$$

для телескопического заряда

$$k_{\epsilon} = 4/x_{\text{н}}B_{\text{н}}B_{\text{к}};$$

для заряда с каналом звездообразного сечения

$$k_{\epsilon} = 4\bar{\Pi}_{r_0}/\pi x.$$

В остальных случаях k_{ϵ} определяется из графика $\epsilon = f(\bar{L})$ как тангенс угла наклона аппроксимирующей прямой на участке $\epsilon = 1,0-0,6$.

Используя зависимость (10.55), получим:

$$\bar{L} = \frac{1-\epsilon}{k_{\epsilon}}; \quad (10.56)$$

$$\frac{d\bar{L}}{d\epsilon} = -\frac{1}{k_{\epsilon}}. \quad (10.57)$$

Подставив выражения (10.56) и (10.57) в общее решение (10.14), получим

$$\frac{2\epsilon-1}{(1-\epsilon)^2} k_{\epsilon} = \frac{\pi}{4} \frac{k_L \gamma_{\text{нр}} (1-B_{\text{н}}^2)}{C'_{q_{\text{пн}}}}. \quad (10.58)$$

Обозначим

$$\bar{N} = \frac{\pi}{4} \frac{k_L}{k_{\epsilon}} \frac{\gamma_{\text{нр}} (1-B_{\text{н}}^2)}{C'_{q_{\text{пн}}}}. \quad (10.59)$$

Следовательно:

$$\bar{N} = \frac{2\epsilon-1}{(1-\epsilon)^2}. \quad (10.60)$$

Решив это уравнение относительно ϵ , получим

$$\epsilon_{\text{max}} = \frac{(1+\bar{N}) \pm \sqrt{1+\bar{N}}}{\bar{N}}. \quad (10.61)$$

Оценим погрешность, вносимую аппроксимацией (10.55) в решение задачи при наибольшем отклонении зависимости $\epsilon = f(\bar{L})$ от линейной, для заряда из цилиндрических одноканальных шашек при $x_{\text{вн}} = x_{\text{нар}}$, $A = 40$.

Примем $N = 10$. Из выражения для N следует, что

$$\frac{\pi}{4} \frac{k_L \gamma_{\text{нр}} (1-B_{\text{н}}^2)}{C'_{q_{\text{пн}}}} = \frac{N}{A}.$$

Используемый в универсальном решении комплекс

$$\bar{N} = \frac{\pi}{4} \frac{k_L}{k_\epsilon} \frac{\gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2)}{C'_{q_{\text{пн}}}} = \frac{N}{A} \frac{1}{k_\epsilon}.$$

Из графика (рис. 10.3) для диапазона $\bar{L} = 0 \div 14$, $\epsilon = 1 \div 0,6$. Тогда

$$k_\epsilon = \frac{1 - 0,6}{14} = 0,0296; \quad \bar{N} = \frac{10}{40 \cdot 0,0296} = 8,45;$$

$$\epsilon_{\text{max}} = \frac{9,45 - \sqrt{9,45}}{8,45} = 0,755.$$

Согласно таблице (10.3) для $N = 10$ $\epsilon_{\text{max}} = 0,776$.

Таким образом, расхождение в величине ϵ_{max} для двух способов решения составляет 2,8%. Расхождение в величине \bar{L}_{max} , рассчитываемой по формулам (10.23) и (10.56), составляет 2,2% ($\bar{L}_1 = 8,10$, $\bar{L}_2 = 8,28$). Таким образом, расхождение между результатами расчетов по обоим методикам лежит в пределах точности решения задачи.

Относительные веса основных элементов ракетного двигателя выразятся следующим образом:

$$C_\omega = \frac{\pi}{4} \delta B_H^2 B_K^2 \epsilon \bar{L} = \frac{\pi}{4} \delta \frac{B_H^2 B_K^2}{k_\epsilon} (1 - \epsilon) \epsilon; \quad (10.62)$$

$$C_{q_T} = \frac{\pi}{4} \gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2) k_L \bar{L} = \frac{\pi}{4} \gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2) \frac{k_L}{k_\epsilon} (1 - \epsilon). \quad (10.63)$$

$C'_{q_{\text{пн}}}$ можно определить из выражения (10.59)

$$C'_{q_{\text{пн}}} = \frac{\pi}{4} \frac{k_L}{k_\epsilon} \gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2) \frac{1}{\bar{N}}. \quad (10.64)$$

Используя выражения (10.62), (10.64), можно записать

$$\frac{\omega}{q} = \frac{C_\omega}{C_{q_T} + C'_{q_{\text{пн}}}} = \frac{\delta}{\gamma_{\text{пр}}} \frac{B_H^2 B_K^2}{(1 - B_H^2) k_L} \frac{(1 - \epsilon) \epsilon}{\left(1 - \epsilon + \frac{1}{\bar{N}}\right)}. \quad (10.65)$$

Подставив в выражение 10.65 выражение (10.60), получим

$$\frac{\omega}{q} = \frac{\delta}{\gamma_{\text{пр}}} \frac{B_H^2 B_K^2}{(1 - B_H^2) k_L} (2\epsilon - 1). \quad (10.66)$$

Равенство (10.66) можно представить в виде

$$\left(\frac{\omega}{q}\right)_{\text{max}} = B f_1(\epsilon_{\text{max}}), \quad (10.67)$$

где

$$B = \frac{\delta}{\gamma_{\text{пр}} k_L} \frac{B_H^2 B_K^2}{1 - B_H^2}; \quad (10.68)$$

$$f_1(\epsilon_{\text{max}}) = 2\epsilon_{\text{max}} - 1. \quad (10.69)$$

Выражение для баллистического коэффициента можно представить в виде

$$c = \frac{iD_H^2 10^3}{q} = \frac{iD_H^2 10^3}{\omega} \frac{\omega}{q} \quad (10.70)$$

или

$$c = \frac{10i}{C_\omega \cdot D_H} \frac{\omega}{q}. \quad (10.71)$$

В формуле (10.71) в отличие от формулы (10.70) калибр РС выражен в дециметрах, что и привело к появлению переходного множителя 10.

Подставляя в формулу (10.71) значения C_ω и $\frac{\omega}{q}$ из выражений (10.62) и (10.66), получим

$$c = \frac{40i}{\pi D_H} \frac{k_\epsilon}{k_L \gamma_{\text{пр}}} \frac{1}{1 - B_H^2} \frac{2\epsilon - 1}{\epsilon(1 - \epsilon)}. \quad (10.72)$$

Из выражения для \bar{N}

$$D_H = \sqrt[3]{\frac{4\bar{N}q'_{\text{пн}}k_\epsilon}{\pi k_L \gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2)}}. \quad (10.73)$$

Подставив выражение (10.73) в выражение (10.72), получим

$$c = \frac{40ik_\epsilon}{\pi k_L \gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2)} \sqrt[3]{\frac{\pi k_L \gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2)}{4q'_{\text{пн}} k_\epsilon}} \frac{1}{\sqrt[3]{\bar{N}}} \frac{2\epsilon - 1}{\epsilon(1 - \epsilon)}. \quad (10.74)$$

Эту зависимость можно представить так:

$$c = \Phi \cdot f_2(\epsilon_{\text{max}}), \quad (10.75)$$

где

$$\Phi = \frac{10i}{\sqrt[3]{q'_{\text{пн}}}} \left[\frac{4k_\epsilon}{\pi k_L \gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2)} \right]^{2/3}; \quad (10.76)$$

$$f_2(\epsilon_{\text{max}}) = \frac{1}{\epsilon} \sqrt[3]{\frac{(2\epsilon - 1)^2}{1 - \epsilon}}. \quad (10.77)$$

Решение задачи может быть получено с помощью графика (рис. 10.9). В верхнем левом квадранте приведены кривые, устанавливающие связь между дальностью стрельбы, максимальной скоростью и баллистическим коэффициентом. При принятой схеме решения необходимо построить их в системе координат $v - c$. Эти кривые построены для закона сопротивления 1943 г. Под ними располагается график зависимости $c = f(\epsilon_{\text{max}})$ при $\Phi = \text{const}$, по-

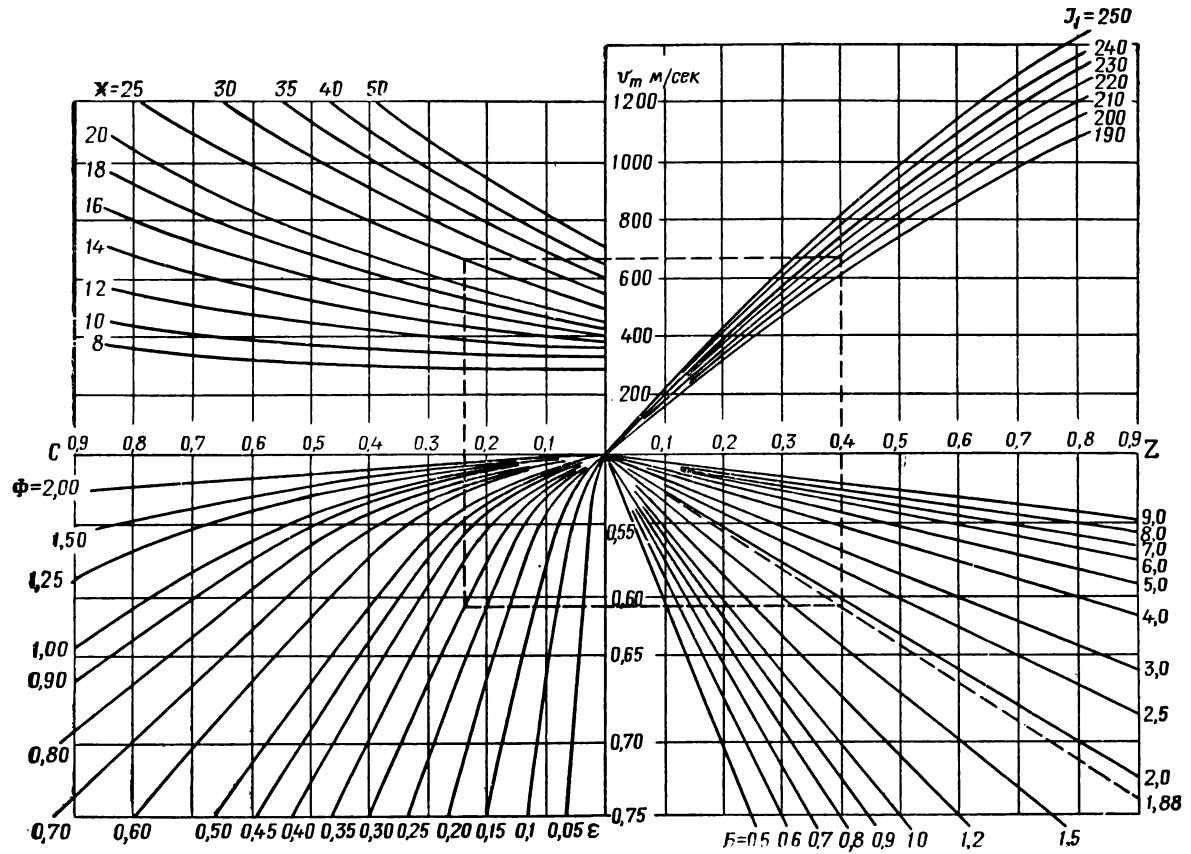


Рис. 10.9. Номограмма для определения основных параметров оптимального баллистического образца

строенный согласно формуле (10.75). В правом верхнем квадранте размещены кривые зависимости v_m от $Z = \omega/q$, рассчитанные по формуле Циолковского при различных значениях I_1 . Под ними в правом нижнем квадранте располагаются кривые $Z = f(\epsilon_{\max})$ при $B = \text{const}$, построенные согласно формуле (10.67).

Пунктирными прямыми показана схема решения задачи. Предварительно необходимо по принятым для решения значениям проектных параметров вычислить значения коэффициентов B и Φ и найти соответствующие им кривые в нижних квадрантах. Перемещаясь вдоль кривой $X = X_{\text{зад}}$, мы будем получать различные значения c и Z , для которых из нижних графиков при постоянных B и Φ найдутся соответствующие им значения $\epsilon_{\max 1} = \varphi(c)$ и $\epsilon_{\max 2} = \varphi(Z)$. Очевидно, решению поставленной задачи должно отвечать равенство $\epsilon_{\max 1} = \epsilon_{\max 2}$. Добившись совпадения этих значений и получив таким образом искомую величину ϵ_{\max} , а также, зная соответствующие ей из графиков значения c и Z , нетрудно найти все остальные параметры оптимального баллистического образца. Калибр снаряда можно определить из выражения (10.72):

$$D_n = \frac{40ik_s}{\pi k_{L\text{пр}} (1 - B_n^2) c} \frac{2\epsilon - 1}{\epsilon(1 - \epsilon)}. \quad (10.78')$$

Пассивный вес снаряда можно определить так:

$$q = \frac{iD_n^2}{c} 10^3, \quad (10.79')$$

а по значению Z найти

$$\omega = Z \cdot q. \quad (10.80')$$

Полный вес образца определится так:

$$Q_0 = q + \omega.$$

Основные размеры заряда определяются по найденному значению $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_{\max}$.

Так, например, для заряда из цилиндрических одноканальных шашек интересующие нас размеры D , d и L могут быть рассчитаны по формулам (10.20), (10.22) и (10.23).

Если при решении задачи используется величина k_s , найденная из графика $\epsilon = f(\bar{L})$, при необходимости точность решения можно повысить за счет второго сближения. Во втором сближении используется уточненное значение k_s , которое получается при аппроксимации графика $\epsilon = f(\bar{L})$ прямой в более узкой области, определяемой значением ϵ_{\max} из первого решения.

Пример 1. Определить основные конструктивные параметры оптимального баллистического образца на дальность 25 км с приведенным весом полезного груза $q'_{\text{пн}} = 250$ кг.

Для расчета примем следующие значения проектных параметров:

$$\begin{aligned} n &= 1; & p'_m &= 200 \text{ кг/см}^2; & \sigma_B &= 3500 \text{ кг/см}^2; \\ \gamma_{\text{пр}} &= 7,82 \text{ кг/дм}^3; & \delta &= 1,60 \text{ кг/дм}^3; & i &= 1,3; & k_L &= 1,02; \\ B_k &= 1; & I_1 &= 200 \frac{\text{кгсек}}{\text{кг}}; & \alpha_{\text{вн}} &= \alpha_n = 170. \end{aligned}$$

$$1. B_H = \frac{\sigma_B}{\sigma_B + p'_m} = \frac{3500}{3500 + 200} = 0,95.$$

$$2. B = \frac{\delta}{\gamma_{\text{пр}}} \frac{B_H^2}{1 - B_H^2} \frac{1}{k_L} = \frac{1,6}{7,82} \frac{0,95^2}{1 - 0,95^2} \frac{1}{1,02} = 1,88.$$

$$3. A = \frac{\alpha B_H}{4 \sqrt{n}} = \frac{170 \cdot 0,95}{4} = 40,4.$$

4. Из графика на рис. 10.3 по рассчитанному значению $A = 40,4$ находим k_ϵ как тангенс угла наклона кривой $\epsilon = f(\bar{L})$ на участке $\epsilon = 0,8 + 0,5$:

$$k_\epsilon = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\bar{L}_2 - \bar{L}_1} = \frac{0,8 - 0,5}{16,3 - 7,1} = 0,0326.$$

$$\begin{aligned} 5. \Phi &= \frac{10l}{3 \sqrt{q_{\text{пн}}}} \left[\frac{4k_\epsilon}{\pi \gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2) k_L} \right]^{3/4} = \\ &= \frac{10 \cdot 1,3}{3 \sqrt{250}} \left[\frac{4 \cdot 0,0326}{\pi \cdot 7,82 (1 - 0,95^2) 1,02} \right]^{3/4} = 0,292. \end{aligned}$$

6. Из графика находим, что равенство значений ϵ , определяемых из левой и правой частей графика, обеспечивается при следующих условиях:

$$\epsilon_{\text{max}} = 0,61; \quad c = 0,24; \quad Z = 0,4; \quad v_m = 660 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

$$\begin{aligned} 7. D_H &= \frac{40ik_\epsilon}{\pi k_L \gamma_{\text{пр}} (1 - B_H^2) c} \frac{2\epsilon_{\text{max}} - 1}{\epsilon_{\text{max}} (1 - \epsilon_{\text{max}})} = \\ &= \frac{40 \cdot 1,3 \cdot 0,0326}{\pi \cdot 1,02 \cdot 7,82 (1 - 0,95^2) 0,24} \cdot \frac{2 \cdot 0,61 - 1}{0,61 (1 - 0,61)} = 2,68 \text{ дм}. \end{aligned}$$

$$8. q = \frac{ID_H^2}{c} 10^8 = \frac{1,3 \cdot 0,268^2}{0,24} 10^8 = 388 \text{ кг}.$$

$$9. \omega = qZ = 388 \cdot 0,4 = 155,5 \text{ кг}.$$

$$10. Q_0 = \omega + q = 156 + 388 = 544 \text{ кг}.$$

$$11. \bar{L} = \frac{\alpha B_H}{4 \sqrt{n}} \cdot \frac{1 - \epsilon}{\sqrt{2 - \epsilon}} = \frac{170 \cdot 0,95}{4} \cdot \frac{1 - 0,61}{\sqrt{2 - 0,61}} = 13,3;$$

$$L = 13,3 \cdot 2,68 = 35,8 \text{ дм}.$$

$$12. D = \frac{D_H B_H}{\sqrt{n(2 - \epsilon)}} = \frac{2,68 \cdot 0,95}{\sqrt{2 - 0,61}} = 2,16 \text{ дм}.$$

$$13. d = D(1 - \epsilon) = 2,16(1 - 0,61) = 0,845 \text{ дм}.$$

14. Проверим, обеспечивается ли при рассчитанных размерах заданное значение κ :

$$\kappa_{\text{вн}} = \frac{4L}{d} = \frac{4 \cdot 35,8}{0,845} = 170;$$

$$\kappa_{\text{нар}} = \frac{\pi DL}{\frac{\pi}{4} (D_{\text{к}}^2 - D^2)} = \frac{\pi 2,16 \cdot 35,8}{\frac{\pi}{4} [(0,95 \cdot 2,68)^2 - 2,16^2]} = 172,5.$$

§ 10.7. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО КОНСТРУКТИВНОГО ВАРИАНТА НРС

В основе выбора оптимального баллистического варианта лежит один критерий — минимальный стартовый вес, который, несмотря на всю его значимость, не является всеобъемлющим. На практике бывает иногда целесообразно несколько отступить от оптимального баллистического решения для удовлетворения других требований, предъявляемых к проектируемому образцу. Так, например, в некоторых случаях оптимальный баллистический вариант может получиться чрезмерно длинным, поэтому будет оправдан переход к другому, большему, калибру для укорочения образца за счет некоторого его утяжеления.

Чтобы определить основные конструктивные параметры вариантов, близкие по калибру к оптимальному, можно использовать одно из свойств весового коэффициента двигателя α .

При больших удлинениях заряда, характерных для оптимального баллистического варианта, коэффициент α с длиной меняется слабо. Этот вывод можно распространить на образцы с близкими по величине относительными длинами заряда и калибрами, т. е. полагать, что значение α , найденное для оптимального баллистического варианта, может быть перенесено и на эти образцы.

На рис. 10.10 представлен график, который можно использовать для решения поставленной задачи. Левая половина графика заполнена кривыми, устанавливающими связь между дальностью стрельбы и максимальной скоростью при различных фиксированных значениях баллистического коэффициента c . В правой половине располагаются кривые зависимости v_m от μ при различных значениях единичного импульса I_1 . Шкала по μ продублирована в значениях переменной $Z = \frac{\infty}{q}$, связанной с μ соотношением

$$Z = \frac{\mu}{1 - \mu}.$$

Рассекая пучок кривых в левой половине графика вертикалью, соответствующей заданной дальности, мы получаем множество значений c , каждому из которых при принятой величине I_1 соответствует одно определенное значение μ или Z . Другими словами, заданной дальности соответствует множество комбинаций взаимно связанных значений c и Z (или μ). Необходимо, используя эти значения, определить обеспечивающие их конструктивные параметры образца.

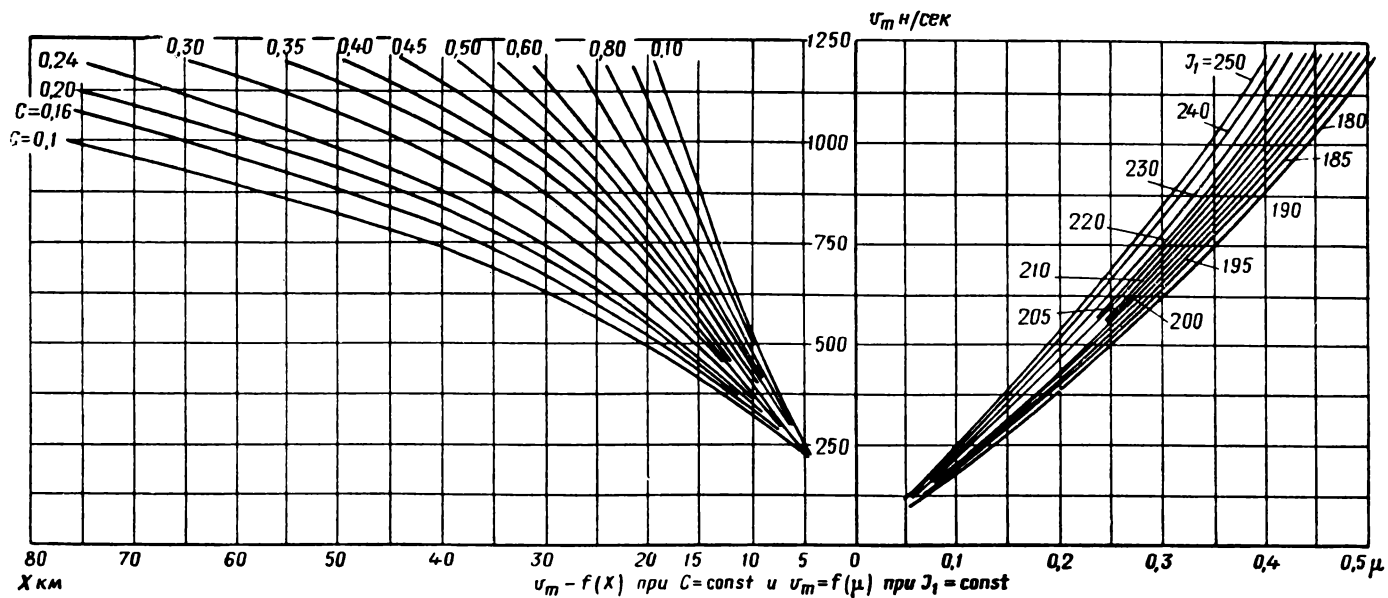


Рис. 10.10. Номограмма для определения относительного запаса топлива для образца на заданную дальность

При полученном из графика значении μ стартовый вес образца определяется как

$$Q_0 = \frac{q_{\text{пн}}}{1 - (1 + \alpha)\mu} = \frac{q_{\text{пн}}}{1 - \beta\mu}.$$

Вес заряда можно определить как

$$\omega = \mu Q_0.$$

Пассивный вес снаряда

$$q = Q_0(1 - \mu) = q_{\text{пн}} \frac{1 - \mu}{1 - \beta\mu}. \quad (10.78)$$

Калибр образца находим из выражения для баллистического коэффициента:

$$D_{\text{н}} = \sqrt{\frac{c \cdot q}{i10^3}} = \sqrt{\frac{c \cdot q_{\text{пн}}(1 - \mu)}{(1 - \beta\mu) i \cdot 10^3}}. \quad (10.79)$$

Для определения основных линейных размеров заряда необходимо воспользоваться графиком зависимости относительного веса заряда данного типа от его относительной длины. Относительный вес заряда

$$C_{\omega} = \frac{\omega}{D_{\text{н}}^3} = \delta \frac{\pi}{4} B_{\text{н}}^2 B_{\text{к}}^2 \varepsilon \bar{L}.$$

Для удобства расчета вводим новую характеристику

$$C'_{\omega} = \frac{C_{\omega}}{\delta \frac{\pi}{4} B_{\text{н}}^2 B_{\text{к}}^2} = \varepsilon \bar{L}. \quad (10.80)$$

В качестве примера на рис. 10.11 и 10.12 приведены графики зависимости $C'_{\omega} = f(\bar{L})$, построенные при различных значениях $A = \frac{x B_{\text{н}} B_{\text{к}}}{4 \sqrt{n}}$ для случаев $x_{\text{вн}} = x_{\text{нар}}$ и $x_{\text{вн}} = 2 x_{\text{нар}}$ для зарядов из цилиндрических одноканальных шашек.

Итак, определив значение $C_{\omega} = \frac{\omega}{D_{\text{н}}^3}$ и разделив его на комплекс $\delta \frac{\pi}{4} B_{\text{н}}^2 B_{\text{к}}^2$, необходимо по полученной величине C'_{ω} войти в график, подобный рис. 10.11, и из него определить \bar{L} , а по ней — остальные размеры заряда.

После решения задачи целесообразно на основании полученных размеров камеры и заряда подсчитать значение весовой характеристики двигателя β и сопоставить его с отправным значением. При значительном их расхождении, что обычно возможно лишь при весьма существенном отклонении от калибра оптимального образца, необходимо произвести пересчет всех характеристик снаряда, исходя из полученного значения β .

Пример 2. Рассчитать основные конструктивные параметры одного из вариантов образца на дальность 25 км с весом полезного груза 230 кг. Значения проектных параметров принять такими же, как в примере 1. Расчет проведем для варианта $c = 0,30$.

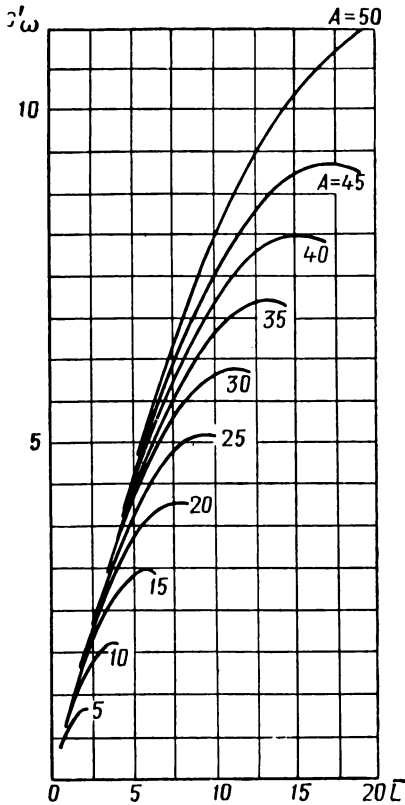


Рис. 10.11. Зависимость приведенного относительного веса заряда C'_ω из одноканальных цилиндрических шашек от относительной длины \bar{L} при $x_{вн} = x_{нар}$

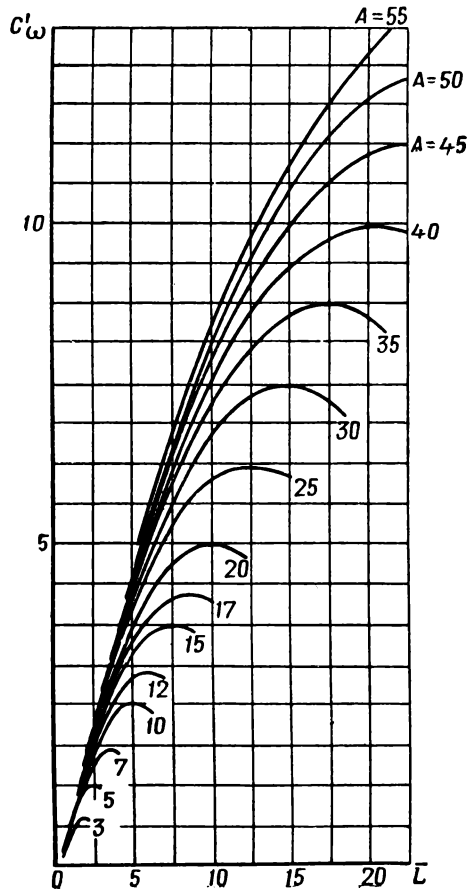


Рис. 10.12. Зависимость приведенного относительного веса заряда C'_ω из цилиндрических одноканальных шашек от относительной длины заряда \bar{L} при $x_{вн} = 2x_{нар}$

1. Согласно графику рис. 10.10 этому значению при дальности 25 км соответствует $\mu = 0,32$.

2. Весовой коэффициент двигателя α определим по данным примера 1. Для расчета его примем $q_k = 20$ кг.

Тогда

$$\alpha = \frac{q_{п} - q'_{пн} + q_k}{\omega} = \frac{388 - 250 + 20}{156} = 1,01.$$

$$3. Q_0 = \frac{q_{\text{пн}}}{1 - (1 + \alpha)\mu} = \frac{230}{1 - 2 \cdot 0,32} = 638 \text{ кг.}$$

$$4. \omega = \mu Q_0 = 0,32 \cdot 638 = 204 \text{ кг.}$$

$$5. q = Q_0(1 - \mu) = 0,68 \cdot 638 = 434 \text{ кг.}$$

$$6. D_{\text{н}} = \sqrt{\frac{c \cdot q}{i 10^3}} = \sqrt{\frac{0,30 \cdot 434}{1,3 \cdot 10^3}} = 0,307 \text{ м;}$$

$$D_{\text{н}} = 3,07 \text{ дм.}$$

$$7. C'_{\omega} = \frac{\omega}{D_{\text{н}}^3 \delta \frac{\pi}{4} B_{\text{н}}^2} = \frac{204}{3,07^3 \cdot 1,6 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,95^2} = 6,24.$$

8. Из графика рис. 10.11 при $C'_{\omega} = 6,24$ $A = 40$; $\bar{L} = 8,14$. Из графика рис. 10.3 этому значению \bar{L} при $\alpha_{\text{вн}} = \alpha_{\text{нар}}$ $A = 40$ соответствует $\epsilon = 0,767$.

$$9. \omega = \epsilon L \frac{\pi}{4} \delta B_{\text{н}}^2 D_{\text{н}}^3 = 0,767 \cdot 8,14 \cdot 1,6 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,95^2 \cdot 3,07^3 = 204 \text{ кг.}$$

$$10. \alpha = \frac{q - q_{\text{пн}}}{\omega} = \frac{434 - 230}{204} = 1,00.$$

Итак, полученное значение α совпало с тем, которым мы задавались.

Заметим, что для двигателя со свободным заполнением камеры без теплоизоляции значения коэффициента α очень высоки и составляют 0,85—1,25. Так, например, для ракеты «Онест Джон» согласно [1] общий вес составляет 2700 кг, $q_{\text{пн}} = 675$ кг; $\omega = 930$ кг. Следовательно, для двигателя этой ракеты

$$\alpha = \frac{Q_0 - \omega - q_{\text{пн}}}{\omega} = \frac{2700 - 930 - 675}{930} = 1,18.$$

11. Сопоставим некоторые характеристики рассчитанного в данном примере образца с характеристиками оптимального баллистического варианта.

Отношение стартовых весов

$$\frac{Q_0}{Q_{0 \text{ опт}}} = \frac{638}{544} = 1,175.$$

Отношение длин зарядов

$$\frac{L_{\text{опт}}}{L} = \frac{35,8}{8,14 \cdot 3,07} = 1,45.$$

Отношение весов зарядов

$$\frac{\omega}{\omega_{\text{опт}}} = \frac{204}{155,5} = 1,31.$$

Итак, увеличение калибра с 268 мм до 307 мм при сохранении заданной дальности стрельбы привело к увеличению стартового веса на 17,5% при сокращении длины снаряда только за счет укорочения длины заряда (в 1,5 раза) на 1 м. При этом, однако, резко (на 31%) возрос вес заряда.

Подобные расчеты, проведенные для различных случаев, показывают, что с увеличением калибра НРС сверх того, который обеспечивает оптимальное баллистическое решение, при небольшом отступлении от $D_{н\text{ опт}}$ наблюдается относительно медленный рост стартового веса при существенном сокращении длины изделия. При дальнейшем увеличении калибра сокращение длины становится все менее ощутимым, а стартовый вес начинает быстро нарастать. На основе таких расчетов в каждом конкретном случае можно установить границы целесообразного превышения $D_{н\text{ опт}}$, при котором значительное сокращение длины образца достигается при небольшом увеличении стартового веса.

§ 10.8. ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТУРБОРЕАКТИВНЫХ СНАРЯДОВ

Как уже указывалось ранее, устойчивость в полете турбореактивных снарядов обеспечивается при длине $\bar{L}_{сн}$, не превышающей 7—8 калибров, которая распределяется между боевой частью, сопловым блоком и ракетной камерой. Если учесть, что длина оживальной части для таких снарядов составляет обычно 1,5—2 калибра, то окажется, что на долю ракетной камеры приходится не более 4—5 калибров. В ряде случаев относительная длина ракетной камеры может оказаться значительно меньше этой величины.

При такой короткой камере наиболее приемлемым оказывается многошашечный заряд, обеспечивающий малое время горения и симметричное размещение массы топлива при горении. При малом времени горения заряда ТРС за время движения по направляющим приобретает угловую скорость вращения, достаточную для обеспечения его устойчивости на начальном участке свободного полета. Малое время горения позволяет избежать разгара критических сечений, которые в ТРС имеют очень маленький диаметр и вследствие этого весьма чувствительны к эрозии.

В то же время при относительно короткой длине для многошашечного заряда обеспечивается достаточно высокий коэффициент заполнения ϵ , не на много меньший, чем для одношашечного.

При проектировании зарядов к ТРС необходимо учитывать, что центробежные силы, достигающие максимума к концу горения заряда, вызывают в его элементах значительные напряжения, что приводит иногда к их разрушению. Разрушение осатков заряда, сопровождающееся резким увеличением поверхности, в свою очередь обуславливает взрыв давления, который может привести к разрушению камеры. Поэтому марка топлива, применяемого в ТРС, должна обладать достаточной механической прочностью. Как показывает опыт, некоторые добавки к топливу уменьшают его хрупкость при низких температурах, например диэтилфталат [3]. Повышение давления в конце горения заряда необходимо

учитывать при назначении расчетного давления, для чего используют результаты испытаний ТРС на специальном стенде, представляющем снаряду возможность вращаться во время испытания с такой же скоростью, как и в полете [3].

При определении потребной толщины стенки, наряду с напряжениями в материале, вызванными давлением, необходимо учитывать напряжения, появившиеся в результате действия центробежных сил. Рассматривая камеру как тонкостенный сосуд и рассчитывая ее только на тангенциальные напряжения, получим

$$\sigma_{\tau} = \frac{\rho'_m D_n}{2\Delta} + \frac{\gamma_m}{g} \pi^2 D_n^2 n^2 + \frac{\omega(1-\psi)}{gL} \frac{\pi d_3^2}{\Delta}, \quad (10.81)$$

где n — число оборотов, достигнутое к данному моменту времени;
 ψ — доля заряда, сгоревшая к данному моменту времени;
 d_3 — средний диаметр, на котором размещается оставшаяся часть заряда.

Здесь первый член выражает напряжения, вызванные силами давления, второй член — напряжения, возникающие в стенке от центробежных сил, действующих на массу стенки, третий член — напряжения, вызванные центробежными силами, прижимающими несгоревшую часть заряда ко внутренней поверхности камеры.

Формулу (10.81) перепишем в виде

$$\sigma_{\tau} = \frac{D_n \rho'_m}{2\Delta} \left[1 + \frac{2\gamma_m}{g} \pi^2 \frac{D_n^2 \Delta}{\rho'_m} + 2 \frac{\omega(1-\psi)}{g \rho'_m L} \frac{\pi d_3^2}{D_n} \right]. \quad (10.82)$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках, можно рассматривать как коэффициент, учитывающий действие центробежных сил. Обозначим его k_n . Тогда потребная толщина стенки

$$\Delta = \frac{k_n \rho'_m D_n}{2\sigma_B}, \quad (10.83)$$

отсюда

$$B_n = \frac{\sigma_B}{\sigma_B + k_n \rho'_m}. \quad (10.84)$$

Определим основные конструктивные параметры ТРС на заданную дальность стрельбы.

Объем, занимаемый боевой частью при заданном ее весе, можно определить приближенно, исходя из среднего значения коэффициента наполнения α_n :

$$W_{6ч} = \frac{\alpha_n q_{6ч}}{\gamma_{сн}} + \frac{(1-\alpha_n) q_{6ч}}{\gamma_m}, \quad (10.85)$$

где $\gamma_{сн}$ и γ_m — удельные веса снаряжения и материала корпуса.

Объем оживальной части, если исходить из близости ее формы к параболлоиду, можно вычислить по формуле

$$W_{\text{ож}} = \frac{\pi D_{\text{н}}^2}{6} L_{\text{ож}} = \frac{\pi D_{\text{н}}^3}{6} \bar{L}_{\text{ож}},$$

где $L_{\text{ож}}$ — длина оживальной части.

На цилиндрический участок боевой части приходится

$$L_{\text{ц}} = \frac{W_{\text{бч}} - W_{\text{ож}}}{\frac{\pi D_{\text{н}}^2}{4}} = \frac{4W_{\text{бч}}}{\pi D_{\text{н}}^2} - \frac{2}{3} D_{\text{н}} \bar{L}_{\text{ож}}. \quad (10.86)$$

Относительная длина боевой части

$$\bar{L}_{\text{бч}} = \bar{L}_{\text{ож}} + \bar{L}_{\text{ц}} = \frac{1}{3} \bar{L}_{\text{ож}} + \frac{4W_{\text{бч}}}{\pi D_{\text{н}}^3}. \quad (10.87)$$

Используя формулу (10.85), можно зависимость (10.87) представить в виде

$$\bar{L}_{\text{бч}} = \frac{1}{3} \bar{L}_{\text{ож}} + \frac{4}{\pi} C_{q\text{бч}} \left[\frac{\alpha_{\text{н}}}{\gamma_{\text{сн}}} + \frac{1 - \alpha_{\text{н}}}{\gamma_{\text{м}}} \right], \quad (10.88)$$

где $C_{q\text{бч}} = \frac{q_{\text{бч}}}{D_{\text{н}}^3}$.

На ракетную часть остается

$$\bar{L}_{\text{р}} = \bar{L}_{\text{сн}} - \bar{L}_{\text{бч}}.$$

Используя формулу (10.88), получаем

$$\bar{L}_{\text{р}} = \bar{L}_{\text{сн}} - \frac{1}{3} \bar{L}_{\text{ож}} - \frac{4}{\pi} C_{q\text{бч}} \left(\frac{\alpha_{\text{н}}}{\gamma_{\text{сн}}} + \frac{1 - \alpha_{\text{н}}}{\gamma_{\text{м}}} \right). \quad (10.89)$$

Если обозначить $\frac{4}{\pi} \left(\frac{\alpha_{\text{н}}}{\gamma_{\text{сн}}} + \frac{1 - \alpha_{\text{н}}}{\gamma_{\text{м}}} \right) = \frac{1}{\gamma_{\text{ф}}}$,

получим

$$\bar{L}_{\text{р}} = \bar{L}_{\text{сн}} - \frac{1}{3} \bar{L}_{\text{ож}} - \frac{C_{q\text{бч}}}{\gamma_{\text{ф}}}. \quad (10.99)$$

Относительная длина заряда определится как

$$\bar{L} = \frac{\bar{L}_{\text{р}}}{k_L}$$

По величине \bar{L} можно определить коэффициент заполнения ϵ , воспользовавшись для этого графиками рис. 10.3 или 10.4 либо зависимостями (10.26) или (10.29).

При $x_{\text{вн}} = x_{\text{нар}}$ из зависимости (10.26)

$$\epsilon = 1 - \frac{\bar{L}^2}{2A^2} \pm \sqrt{\left(1 - \frac{\bar{L}^2}{2A^2}\right)^2 + \left(2\frac{\bar{L}^2}{A^2} - 1\right)}, \quad (10.100)$$

а при $x_{вн} = 2 x_{нар}$

$$\epsilon = 1 - \frac{L}{A}. \quad (10.101)$$

По величине ϵ можно затем рассчитать относительный вес заряда.

При проектировании турбореактивных снарядов сопловой блок выполняется в виде крышки-сопла — монолитной детали с просверленными в ней по окружности соплами. При такой конструкции вес соплового блока существенно зависит от линейных размеров сопла, определяющих толщину детали. В свою очередь линейные размеры сопла при заданном значении $F_{кр}$ и принятых отношении $d_a/d_{кр}$ и угле раструба β зависят от числа сопел. Наряду со стремлением уменьшить вес соплового блока при выборе числа сопел приходится считаться также с возможностью их размещения на одной окружности возможно большего диаметра для получения наибольшего крутящего момента.

Максимально возможное число сопел n_{max} , которое можно разместить в один ряд в сопловом блоке с торцевой площадью F_m , при приведенной суммарной площади выходных сечений сопел F'_a может быть определено из уравнения

$$\frac{F_m}{F'_a} = \frac{n \left(1 + \frac{\pi}{n}\right)^2}{\pi^2},$$

где

$$F'_a = \frac{\pi}{4} (d_a + \Delta d)^2 n; \quad F_m = \frac{\pi}{4} (D_n - \Delta d)^2.$$

Здесь Δd — минимально допускаемая величина зазора между окружностями выходных сечений сопел.

Минимальные значения отношения F_m/F'_a , рассчитанные по этой формуле для различных n , приведены в табл. 10.4. При выборе n исходной величиной служит отношение F_m/F'_a , где F'_a в первом приближении принимается равным $F_{кр}^2$.

Таблица 10.4

n	10	12	14	16	18	20	22	24	28	30
F_m/F'_a	1,75	1,94	2,12	2,31	2,52	2,71	2,91	3,10	3,50	3,70

Рассмотрим последовательность расчета при определении характеристик турбореактивного снаряда с заданными весом боевой части $q_{бч}$ и дальностью стрельбы X .

1. При принятом значении $\alpha_{вн}$ определяем средний удельный вес боевой части $\gamma_{ф}$.

2. Задаемся несколькими калибрами ТРС и для каждого из них определяем $C_{q6ч} = q_{6ч}/D_n^3$.

3. По формуле (10.89) для каждого из вариантов рассчитываем относительную длину заряда \bar{L} .

4. Определяем величину коэффициента B_n , задавшись значением k_n из опыта отработки подобных изделий.

5. Задавшись числом шашек и значением параметра x , используя полученное значение B_n , для каждого из вариантов по формуле (10.100) рассчитываем коэффициент заполнения ϵ .

6. По формуле (10.8) определяем веса зарядов.

7. По формуле (10.3) рассчитываем веса ракетных камер. Определив веса конструктивных элементов как $q_k = C_{q_k} D_n^3$ определяем для каждого из вариантов пассивный вес $q = q_k + q_{6ч} + q_{тр}$.

8. По формуле Циолковского рассчитываем v_m для каждого из вариантов, исходя из принятого значения I_1 .

9. При принятом значении коэффициента формы l по q и D_n рассчитываем значения баллистических коэффициентов C .

10. По v_m и C при $\theta_0 = 45^\circ$ для каждого из вариантов определяем дальность стрельбы.

11. Строим график $X = f(D_n)$, из которого определяем калибр, обеспечивающий заданную дальность, и для него уточняем все основные характеристики.

§ 10.9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОБРАЗЦА С ЗАДАНЫМ ВРЕМЕНЕМ ГОРЕНИЯ ЗАРЯДА

При проектировании образцов с заданным временем горения заряда возможны два предельных случая:

1. Проектирование двигателя заданного калибра, обеспечивающего при заданной полезной нагрузке максимально возможную скорость.

2. Проектирование двигателя, обеспечивающего заданную скорость при заданной полезной нагрузке и при наименьшем собственном весе.

В обоих случаях заданное время горения заряда совместно с характеристиками выбранного топлива и принятым рабочим давлением в двигателе определяют толщину горящего свода топлива e_1 .

Рассмотрим решение для первого случая. Определим оптимальные параметры образца с заданной толщиной горящего свода e_1 , обеспечивающие при принятых проектных параметрах наибольшую скорость $(v_m)_{\max}$. Воспользуемся для этого уравнением (3.65) для заряда с заданной толщиной горящего свода

$$\bar{L} = \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} x \bar{e}_1,$$

откуда

$$\frac{d\bar{L}}{d\varepsilon} = -\frac{1}{\varepsilon^2} \kappa \bar{e}_1. \quad (10.102)$$

Подставляя выражения (3.65) и (10.102) в выражение (10.14), после элементарных преобразований получаем

$$\frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon)^2} = \frac{\pi}{4} \frac{k_L \gamma_{\text{пр}} (1 - B_{\text{н}}^2) \kappa \bar{e}}{C'_{q_{\text{пн}}}}$$

или

$$\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} = \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{k_L \gamma_{\text{пр}} (1 - B_{\text{н}}^2) \kappa \bar{e}}{C'_{q_{\text{пн}}}}}. \quad (10.103)$$

Произведем замену

$$\frac{\bar{e}_1}{C'_{q_{\text{пн}}}} = \frac{e_1 D_{\text{н}}^2}{q'_{\text{пн}}}$$

и обозначим

$$M = \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{D_{\text{н}}^2}{q'_{\text{пн}}} \gamma_{\text{пр}} (1 - B_{\text{н}}^2) k_L \kappa e_1}. \quad (10.104)$$

Тогда

$$\varepsilon_{\text{max}} = \frac{M}{1 + M}. \quad (10.105)$$

Подставляя выражение (10.105) в выражение (3.65), получим

$$L_{\text{max}} = \frac{\kappa e_1}{M}. \quad (10.106)$$

При заданном калибре двигателя зависимости (10.104), (10.105) и (10.106) определяют все конструктивные и баллистические характеристики образца, обеспечивающего при заданных e_1 и проектных параметрах максимальную скорость.

Используя полученные выражения для \bar{L}_{max} и ε_{max} для определения отношения $\frac{\omega}{q}$, получаем

$$\frac{\omega}{q} = \frac{\delta \frac{\pi}{4} D_{\text{н}}^2 B_{\text{н}}^2 B_{\text{к}}^2 \frac{\kappa e_1}{1 + M}}{q'_{\text{пн}} + \gamma_{\text{пр}} \frac{\pi}{4} D_{\text{н}}^2 k_L (1 - B_{\text{н}}^2) \frac{\kappa e_1}{M}}. \quad (10.107)$$

Из выражения 10.104 находим

$$\kappa e_1 = \frac{M^2}{\gamma_{\text{пр}} \frac{\pi D_{\text{н}}^2}{4} \frac{k_L}{q'_{\text{пн}}} (1 - B_{\text{н}}^2)}. \quad (10.108)$$

Разделив числитель и знаменатель правой части равенства (10.107) на числитель и используя подстановку формулы (10.108), получим:

$$\frac{\omega}{q} = \frac{1}{\frac{\gamma_{\text{пр}}}{\delta} \frac{1 - B_{\text{н}}^2}{B_{\text{н}}^2} k_L \left(\frac{1 + M}{M} \right)^2},$$

или

$$\frac{\omega}{q} = \frac{\delta}{\gamma_{\text{пр}}} \frac{B_{\text{н}}^2}{1 - B_{\text{н}}^2} \frac{1}{k_L} \left(\frac{M}{1 + M} \right)^2 \quad (10.109)$$

Используя обозначения, принятые в § 10.6, эту зависимость можно переписать в виде

$$Z = B \left(\frac{M}{1 + M} \right)^2 \quad (10.110)$$

В общем случае калибр является искомой величиной. Решение задачи может быть получено с помощью графика, представленного на рис. 10.13. Левая половина этого графика ничем не отличается от правого верхнего квадранта графика на рис. 10.10, устанавливающего связь между максимальной скоростью, значением I_1 и переменной $Z = \omega/q$. Правая половина графика выражает зависимость Z от M при $B = \text{const}$. В результате этого по заданным значениям v_m , I_1 и значению B , рассчитанному для принятых проектных параметров, определяется параметр M , по которому затем рассчитывается оптимальный калибр двигателя:

$$D_{\text{н опт}} = \frac{M}{\sqrt{\frac{\pi}{4} \gamma_{\text{пр}} (1 - B_{\text{н}}^2) k_L x_{e1}/q'_{\text{пн}}}} \quad (10.111)$$

Рассмотренное нами решение, основанное на общем свойстве зарядов с постоянной поверхностью горения и заданной толщиной горящего свода, не учитывает некоторых специфических свойств зарядов отдельных форм. В случае заряда из цилиндрических одноканальных шашек после определения общих характеристик заряда необходимо дополнительно решить задачу о размещении этого заряда в ракетной камере оптимального образца.

Рассмотрим это на примере варианта $x_{\text{вн}} = x_{\text{нар}}$, для которого $d = D(1 - \epsilon)$, следовательно,

$$e_1 = \frac{D - d}{4} = \frac{D\epsilon}{4}.$$

Разделив обе части равенства на внутренний диаметр камеры $D_{\text{к}} = D_{\text{н}} B_{\text{н}}$, получим:

$$\frac{e_1}{D_{\text{н}} B_{\text{н}}} = \frac{\tilde{D}\epsilon}{4} \quad \text{или} \quad \frac{4e_1}{D_{\text{н}} B_{\text{н}} \epsilon} = \tilde{D}. \quad (10.112)$$

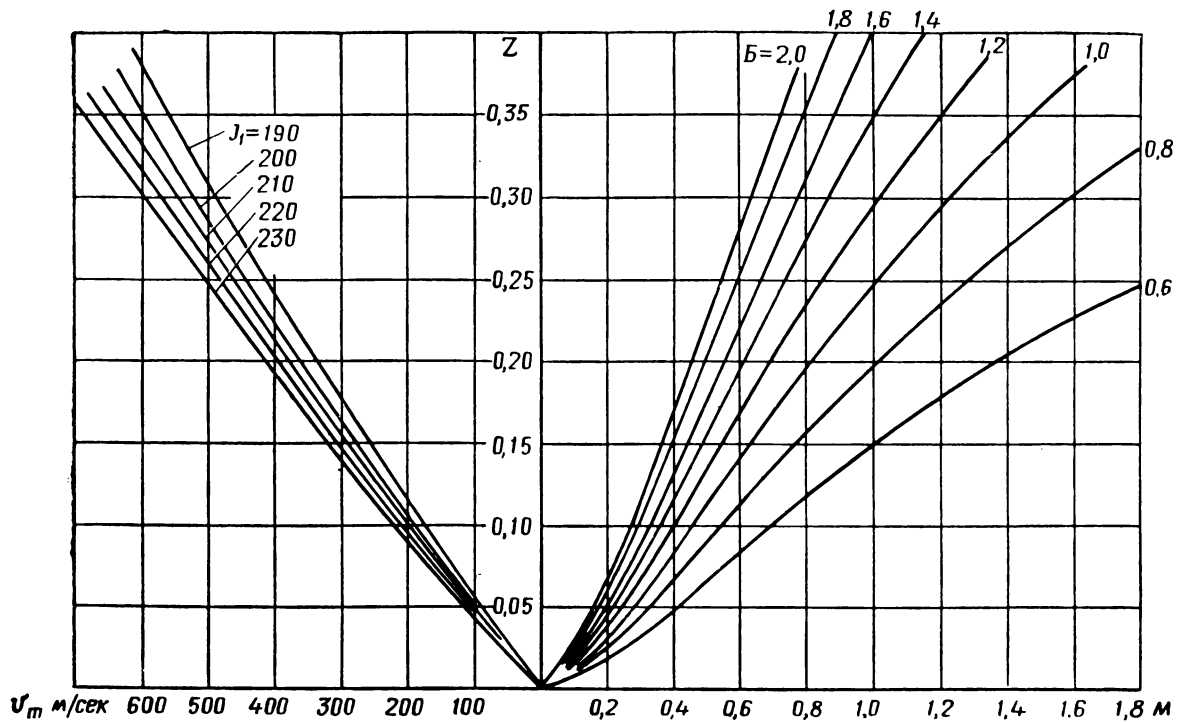


Рис. 10.13. Номограмма для определения комплекса M при проектировании НРС с заданным временем горения заряда

Чтобы заряд из n шашек при заданных e_1 и D_n уложился в камеру, необходимо, чтобы отношение диаметра шашки к диаметру камеры, определяемое равенством (10.112), было бы не больше $\tilde{D}_{\text{пр}}$ для данного n . Следовательно, предельным условием размещения заряда в камере является равенство

$$\frac{4e_1}{D_n B_n \epsilon_{\text{max}}} = \tilde{D}_{\text{пр}} \quad (10.113)$$

Вычислив комплекс, стоящий в левой части, можно из табл. 10.1 определить соответствующее ему число шашек n .

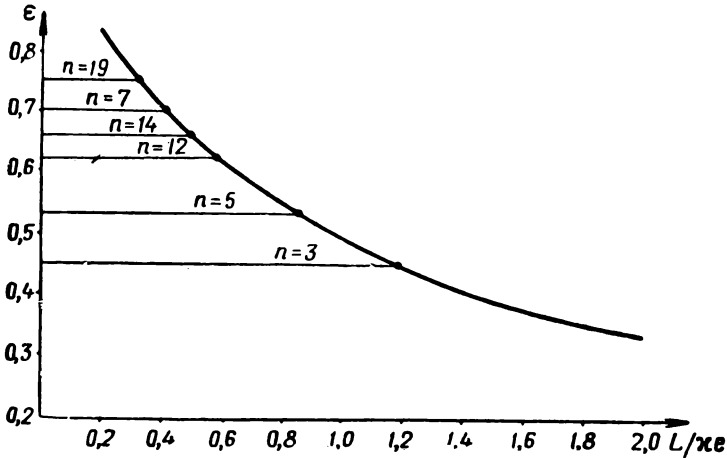


Рис. 10.14. Зависимость коэффициента заполнения ϵ от $L/x e_1$ для зарядов с заданной толщиной горящего свода

На рис. 10.14 представлен график $\epsilon = f(L/x e_1)$ с указанием точек, соответствующих $\epsilon_{\text{пр}}$ для зарядов с различным числом цилиндрических одноканальных шашек при $x_{\text{вн}} = x_{\text{нар}}$.

Рассмотрим решение для второго случая. Определим основные параметры двигателя, обеспечивающего заданную скорость при наименьшем его собственном весе. Очевидно, требованию наименьшего веса двигателя отвечает минимум весового коэффициента α , полученный при заданной толщине горящего свода.

Для упрощения решения целесообразно представить суммарный вес сопла, днищ и диафрагмы в виде

$$q_k = \Pi_k \frac{\pi D_n^2}{4}.$$

Тогда выражение для α принимает вид

$$\alpha = \frac{q_T + q_k}{\omega} = \frac{\Pi_k \frac{\pi D_n^2}{4} + \gamma_{\text{пр}} \frac{\pi D_n^2}{4} (1 - B_n^2) k_L \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} x e_1}{\delta \frac{\pi D_n^2}{4} B_n^2 B_k^2 (1 - \epsilon) x e_1},$$

или

$$\alpha = \frac{\Pi_K}{\delta B_H^2 B_K^2 x e_1} \frac{1}{1 - \epsilon} + \frac{\gamma_{пр}}{\delta} \frac{1 - B_H^2}{B_H^2 B_K^2} k_L \frac{1}{\epsilon}. \quad (10.114)$$

Дифференцируя выражение (10.114) по ϵ и приравнявая производную нулю, решим полученную зависимость относительно ϵ :

$$\frac{\epsilon}{1 - \epsilon} = \sqrt{\frac{\gamma_{пр}(1 - B_H^2) k_L x e_1}{\Pi_K}}. \quad (10.115)$$

Обозначим

$$\tilde{M} = \sqrt{\frac{\gamma_{пр}(1 - B_H^2) k_L x e_1}{\Pi_K}} \quad (10.116)$$

Тогда условиями, обеспечивающими оптимальное значение α , будут:

$$\epsilon = \frac{\tilde{M}}{1 + \tilde{M}}; \quad (10.117)$$

$$L = \frac{x e_1}{\tilde{M}} \quad (10.118)$$

Оптимальное значение α_{\min} выразится зависимостью

$$\alpha_{\min} = \frac{1 + \tilde{M}}{\delta B_H^2 B_K^2} \left[\frac{\Pi_K \tilde{M}}{x e_1} + \gamma_{пр}(1 - B_H^2) k_L \right] \quad (10.119)$$

Вес заряда, необходимого для разгона летательного аппарата до заданной скорости, будет

$$\omega = \frac{q_{пт\mu}}{1 - (1 + \alpha_{\min}) \mu}. \quad (10.120)$$

Калибр двигателя равен

$$D_H = \sqrt{\frac{4\omega}{\pi \delta B_H^2 B_K^2 x e_1} (1 + \tilde{M})}. \quad (10.121)$$

Пример. Определить характеристики стартового двигателя для разгона летательного аппарата весом 1 т до скорости 500 м/сек за время $\tau = 2$ сек. Значения проектных параметров принять такими же, как в примере 1, § 10.6. Принять $\Pi_K = 4$, $u_{ср} = 10$ мм/сек.

$$1. e_1 = \tau u_{ср} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ мм} = 0,2 \text{ дм.}$$

$$2. \tilde{M} = \sqrt{\frac{7,82(1 - 0,95^2) \cdot 1,02 \cdot 170 \cdot 0,2}{4}} = 2,617.$$

$$3. \epsilon = \frac{\tilde{M}}{1 + \tilde{M}} = \frac{2,617}{3,617} = 0,724.$$

$$4. L = \frac{170 \cdot 0,2}{2,617} \quad 13 \text{ дм.}$$

$$5. \alpha_{\min} = \frac{1 + 2,617}{1,60 \cdot 0,95^2} \left[\frac{4 \cdot 2,617}{170 \cdot 0,2} + 7,82 (1 - 0,95^2) 1,02 \right] \quad 0,966.$$

$$6. \omega = \frac{1000 \cdot 0,225}{1 - (1 + 0,966) 0,225} = 403 \text{ кг.}$$

$$7. D_{\text{н}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 403 (1 + 2,617)}{\pi \cdot 1,60 \cdot 0,95^2 \cdot 170 \cdot 0,2}} = 6,132 \text{ дм.}$$

Возможно также использование связки двигателей, диаметр каждого из которых равен $D_{\text{н}_1} = \frac{D_{\text{н}}}{\sqrt{m}}$, где m — число двигателей в связке. При $m = 4$ $D_{\text{н}_1} = 3,066$ дм, при $m = 6$ $D_{\text{н}_1} = 2,51$ дм.

8. Рассмотрим возможности размещения в двигателях зарядов из однокальных цилиндрических шашек при выполнении условия $\chi_{\text{вн}} = \chi_{\text{нар}}$. Диаметр шашки

$$D = \frac{4e_1}{\epsilon} = \frac{4 \cdot 0,2}{0,724} = 1,108 \text{ дм.}$$

Для одного двигателя

$$\tilde{D} = \frac{D}{D_{\text{н}} B_{\text{н}}} = \frac{1,108}{6,132 \cdot 0,95} = 0,19.$$

Согласно таблице (10.1) при этом возможно использовать заряд из 19 шашек. Для связки из 4 и 6 двигателей получим допускаемое число шашек в двигателе соответственно 5 и 4.

Итак, мы рассмотрели два экстремальных случая. Первый из них наиболее характерен для проектирования противотанковых НРС, когда калибр боевой части задан, и калибр ракетной части принимается равным калибру боевой части либо определенной доле этого калибра (например, из условия размещения оперения, не выходящего за калибр боевой части). Второй случай наиболее характерен для проектирования стартовых двигателей, когда по условиям размещения стартовых двигателей на летательном аппарате, как правило, не предъявляется жестких требований к калибру двигателя.

Общим недостатком обоих решений является то, что параметры двигателя определяются из условия экстремума, который для некоторых вариантов оказывается очень пологим. В первом случае это приводит к тому, что расчетный вариант получается чрезмерно длинным и для практических целей может быть укорочен без существенного снижения скорости НРС. Во втором случае, наоборот, расчетный вариант иногда получается укороченным и допускает в целях уменьшения калибра двигателя некоторое удлинение без значительного утяжеления конструкции.

При расчете вариантов, представляющих некоторое отступление от оптимальных, полученных из решения на экстремум, приходится задаваться длиной заряда и определять калибр, обеспе-

чивающий при этой длине заданную скорость образца, т. е. требуемое отношение $\omega/q=Z$.

Из уравнения (10.11):

$$Zq'_{\text{пн}} - \delta \frac{\pi}{4} B_{\text{н}}^2 B_{\text{к}}^2 \varepsilon L D_{\text{н}}^2 + \gamma_{\text{пр}} \frac{\pi}{4} (1 - B_{\text{н}}^2) k_L L D_{\text{н}}^2 Z = 0. \quad (10.122)$$

Обозначим:

$$E = \delta \frac{\pi}{4} B_{\text{н}}^2 B_{\text{к}}^2$$

$$\Gamma = \gamma_{\text{пр}} \frac{\pi}{4} (1 - B_{\text{н}}^2) k_L$$

Подставляя в выражение (10.122) значение ε из выражения (3.64) и решая относительно калибра, находим:

$$D_{\text{н}} = \sqrt{\frac{1}{L} \frac{q'_{\text{пн}} Z}{E \frac{1}{1 + L/\kappa e_1} - \Gamma Z}} \quad (10.123)$$

Пример.

Определить основные параметры двигателя к пехотной реактивной гранате при следующих исходных данных:

$$\begin{aligned} q'_{\text{п. н}} &= 2 \text{ кг}; & v_m &= 150 \text{ м/сек}; & \rho'_m &= 600 \text{ кг/см}^2; \\ \sigma_B &= 7000 \text{ кг/см}^2; & \delta &= 1,6 \text{ кг/дм}^3; & \gamma &= 7,8 \text{ кг/дм}^3; \\ k_L &= 1,05; & x &= 100; & l_1 &= 200 \text{ кг сек/кг}; \\ e_1 &= 1,5 \text{ мм}; & L &= 250 \text{ мм} \end{aligned}$$

1. Из графика 10.13 находим при $l_1 = 200 \text{ кг сек/кг}$ $v_m = 150 \text{ м/сек}$; $Z = 0,0792$.

$$2. B_{\text{н}} = \frac{\sigma_B}{\sigma_B + \rho'_m} = \frac{7000}{7000 + 600} = 0,92.$$

$$3. E = 1,6 \frac{\pi}{4} 0,92^2 = 1,06 \text{ кг/дм}^3.$$

$$4. \Gamma = 7,8 \frac{\pi}{4} (1 - 0,92^2) 1,05 = 0,99 \text{ кг/дм}^3.$$

$$5. D_{\text{н}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,0792}{2,5 \cdot 1,06 \left(\frac{1}{\frac{2,5}{100 \cdot 0,015} + 1} - 0,0792 \cdot 0,99 \right)}} = 0,446 \text{ дм}.$$

Примем $D_{\text{н}} = 46 \text{ мм}$.

$$6. \bar{L} = \frac{L}{D_{\text{н}}} = \frac{250}{46} = 5,44.$$

$$7. \varepsilon = \frac{1}{\frac{2,5}{100 \cdot 0,015} + 1} = 0,375.$$

8. Для определения подходящего числа шашек воспользуемся формулой (10.26):

$$n = \left[\frac{\chi B_H (1 - \epsilon)}{4L \sqrt{2 - \epsilon}} \right]^2 = \left(\frac{100 \cdot 0,92}{4 \cdot 5,44} \frac{0,625}{\sqrt{1,625}} \right)^2 = 2,06^2 = 4,29.$$

Примем $n=4$.

$$9. D = D_H \frac{B_H}{\sqrt{n(2 - \epsilon)}} = 46 \frac{0,92}{\sqrt{4 \cdot 1,625}} = 16,6 \text{ мм.}$$

$$10. d = D(1 - \epsilon) = 16,6 \cdot 0,625 = 10,4 \text{ мм.}$$

$$e_1 = \frac{16,6 - 10,4}{4} = 1,55 \text{ мм, т. е. соответствует заданному значению.}$$

11. Проверим, обеспечивается ли при этих размерах заданное значение χ :

$$\chi = \frac{4Ln(D + d)}{D_k^2 - n(D^2 - d^2)} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 25,0(1,66 + 1,04)}{0,92^2 \cdot 4,6^2 - 4(1,66^2 - 1,04^2)} = 99,6.$$

12. Определим веса отдельных элементов:

$$\omega = \delta \cdot n \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) L = 1,644 \frac{\pi}{4} (0,166^2 - 0,104^2) 2,5 = 0,21 \text{ кг,}$$

$$q_k = \Gamma \cdot LD_H^2 = 0,99 \cdot 2,5 \cdot 0,46^2 = 0,522 \text{ кг,}$$

$$Q_0 = q_{пн}' + q_k + \omega = 2,0 + 0,21 + 0,522 = 2,732 \text{ кг,}$$

$$Z = \frac{\omega}{Q_0 - \omega} = \frac{0,21}{2,522} = 0,083.$$

Итак, требуемое значение Z обеспечивается с запасом 5%.

§ 10.10. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И ПРОЕКТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ОСНОВНЫЕ КОНСТРУКТИВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НРС

Вес и габариты боевой части

Вес боевой части при заданном типе снаряжения в первом приближении определяет могущество действия снаряда у цели. Иногда вместо веса боевой части в тактико-техническом задании указывается вес снаряжения $q_{сн}$. От веса снаряжения можно перейти к полному весу боевой части снаряда, используя среднестатистические значения коэффициента наполнения для заданного типа боевой части. Коэффициент наполнения представляет отношение веса снаряжения боевой части к ее полному весу:

$$\eta = \frac{q_{сн}}{q_{пн}} 100\%.$$

Укажем типичные значения этого коэффициента для боевых частей различного типа:

50—60% — для боевой части фугасного действия,

10—15% — для боевой части осколочного действия,

25—30% — для боевой части осколочно-фугасного действия.

В первом приближении вес боевой части определится как

$$q_{пн} = \frac{q_{сн}}{\eta} 100.$$

Важной конструктивной характеристикой боевой части является относительная толщина стенок корпуса в калибрах. На основании имеющихся литературных данных [4] можно указать ориентировочные значения этой величины для боевых частей различного назначения:

фугасная боевая часть	$\bar{\Delta}_{ст} = 0,023$ (М31, СССР),
осколочная боевая часть	$\bar{\Delta}_{ст} = 0,1$ (М8, СССР),
осколочно-фугасная боевая часть	$\bar{\Delta}_{ст} = 0,1$ (М13, СССР).

Относительный вес боевой части $C_{q_{пн}} = \frac{q_{пн}}{D_n^3}$ может изменяться в достаточно широких пределах. Тем не менее целесообразно указать значение его для некоторых известных образцов [4]:

Для снаряда фугасного действия	$C_{q_{пн}} = 2$ (300-мм снаряд, Германия).
Для снаряда осколочного действия	$C_{q_{пн}} = 6$ (М8, СССР).
Для снаряда осколочно-фугасного действия	$C_{q_{пн}} = 8$ (М13, СССР).

При использовании рассмотренных выше методов баллистического проектирования НРС в вес боевой части включается вес соплового блока и хвостового оперения. Для небольших ракетных снарядов Ванденкеркхове рекомендует принимать вес днищ, сопла и хвостового оперения равным $0,04425 R_n^3$ [1]. Полукалнбр ракетного снаряда R_n следует брать в сантиметрах, при этом вес указанных элементов получается в кг. Это соответствует значению $C_{qк} = 5,53 \text{ кг/дм}^3$. Однако, как указывает сам автор, формула в ряде случаев дает завышенные результаты. По данным снарядов М8, М13, М31 для оперенных НРС среднего калибра можно принять $C_{qк} = 2,2 \text{ кг/дм}^3$.

Выбор числа шашек

При проектировании НРС с зарядом из одноканальных цилиндрических шашек одним из проектных параметров является число шашек n . Рассмотрим, какое влияние оказывает этот параметр на основные характеристики НРС.

На рис. 10.15 представлены графики максимальной скорости НРС, рассчитанные проф. Я. М. Шапиро для зарядов с различным числом шашек при различных удлинениях \bar{L} . Из графиков видно, что при любых удлинениях заряда наибольшая скорость обеспечивается одношашечным зарядом. Сопоставление величины v_m для различных многошашечных вариантов показывает, что при отно-

сительной длине заряда $\bar{L} > 8$ наибольшие скорости обеспечиваются зарядом из трех шашек, при $\bar{L} = 5-8$ — зарядом из четырех шашек и при $\bar{L} < 5$ — зарядом из семи шашек.

Необходимость использования в НРС многошашечных зарядов вместо одношашечного, обеспечивающего во всех случаях наибольшую дальность, определяется в первую очередь требованиями, связанными с кучностью стрельбы. Выше рассматривались причины, обуславливающие использование многошашечных зарядов в ТРС. Применение многошашечных зарядов в оперенных РС за счет повышения скорости схода с направляющих позволяет осла-

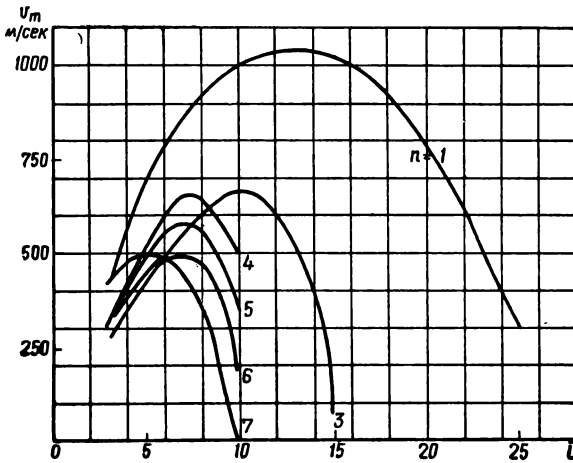


Рис. 10.15. Зависимость максимальной скорости НРС от относительной длины заряда для вариантов с различным числом шашек ($n=1, 3, 4, 5, 6, 7$)

бить влияние бокового ветра, вызывающего боковые отклонения НРС. От тяговооруженности НРС, связанной с числом шашек, зависит понижение угла наклона касательной к траектории на активном участке. На рис. 10.16 представлен график зависимости этого угла в конце активного участка — θ_a от тяговооруженности, рассчитанный для $\mu_k = 0,35$, $\theta_0 = 45^\circ$ при различной длине направляющих по формуле (7.18).

Из графика видно, что крутизна кривых $\theta_a = f(\eta)$ уменьшается по мере роста тяговооруженности. При $\eta \geq 20$ рост тяговооруженности уже мало сказывается на изменении угла θ_a . При $\eta < 12$ изменение угла наклона касательной к траектории на активном участке составляет более 10° .

Большая крутизна кривых $\theta_a = f(\eta)$ при малой тяговооруженности обуславливает высокую чувствительность θ_a к случайным изменениям тяговооруженности, вызванным, например, разбросом тяги. В свою очередь разброс величины θ_a обуславливает рассеи-

вание НРС по дальности. Отсюда вытекает необходимость в обеспечении относительно высокой тяговооруженности.

Заметим, что с увеличением калибра НРС наблюдается тенденция к уменьшению тяговооруженности. Это объясняется следующим образом. С увеличением калибра образца при соблюдении геометрического подобия время работы двигателя возрастает пропорционально толщине горящего свода, т. е. пропорционально ка-

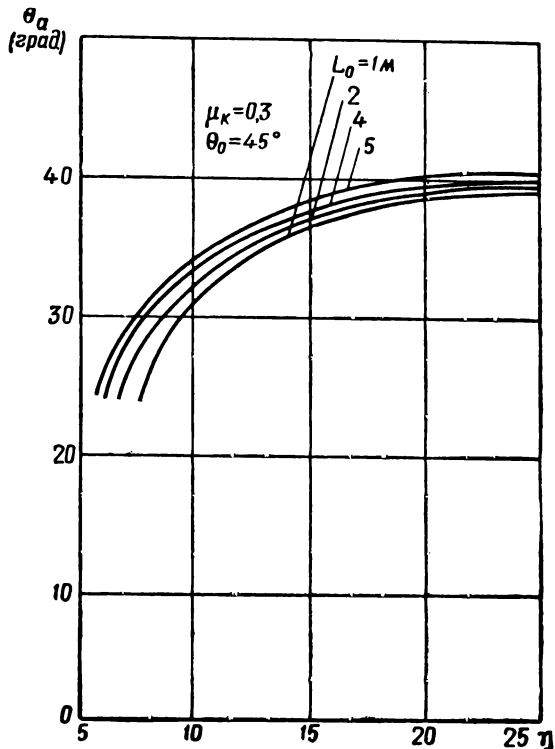


Рис. 10.16. Зависимость угла наклона касательной к траектории НРС в конце активного участка θ_α от тяговооруженности при различной длине направляющих

либру в первой степени. Вес заряда, как и вес всего образца, возрастает пропорционально кубу калибра:

$$Q_0 \sim D_H^3, \quad \omega \sim D_H^3.$$

Расход продуктов сгорания, а следовательно, и тяга двигателя изменяются при этом как

$$P = I_1 G = I_1 \frac{\omega}{\tau};$$

$$P \sim \frac{D_H^3}{D_H} = D_H^2.$$

Следовательно, начальная тяговооруженность образца должна изменяться с ростом калибра как

$$\eta = \frac{P}{Q_0} \sim \frac{D_H^2}{D_H^3}; \quad \eta \sim \frac{1}{D_H}.$$

Поэтому для обеспечения заданной тяговооруженности в снарядах большого калибра необходимо применять заряды с меньшей относительной толщиной свода \bar{e}_1 , чем в образцах малого калибра, т. е. идти на использование зарядов с большим числом шашек.

Диаграмма тяги

Повышение скорости схода НРС с направляющих за счет увеличения числа шашек, т. е. уменьшения толщины свода, сопряжено с падением плотности заряжания и, как следствие, с уменьшением дальности стрельбы.

Повысить скорость схода НРС без снижения толщины свода основного заряда можно, применяя ступенчатую диаграмму тяги, верхняя ступень которой совпадает по времени с движением снаряда по направляющей [7].

Ступенчатая диаграмма тяги может быть обеспечена: применением стартового двигателя с зарядом, сгорающим на направляющей; двухрежимного двигателя, работающего последовательно в режиме стартовой тяги (на направляющей) и маршевой тяги (участок свободного полета).

Вопросы устройства двухрежимных двигателей были рассмотрены в гл. VI.

Расчетное давление p'_m

При выборе величины максимального давления, по которому рассчитывается толщина стенки двигателя, необходимо учесть следующие обстоятельства:

а) необходимость обеспечения устойчивого горения данного топлива для самых неблагоприятных температурных условий, т. е. при T_{\min} , определяющей собой нижнюю границу температурного интервала, для которого предназначается разрабатываемый образец; из этого условия выбирается минимально допустимое давление p_{\min} ;

б) возможность дегрессивного горения заряда либо наличие ступенчатой диаграммы давления, характеризующиеся отношением максимального и минимального давлений: $p_{\max}/p_{\min} = \xi$;

в) наличие зависимости скорости горения топлива от температуры, что в случае нерегулируемого двигателя приводит к росту

давления с температурой заряда. Это изменение давления определяется коэффициентом

$$\frac{(p_{\max})_{T_{\max}}}{(p_{\max})_{T_{\min}}} = e^{\frac{m+D}{1-\nu}(T_{\max}-T_{\min})}$$

где m и D — термохимические константы топлива (см. [6]);

г) разброс величины максимального давления на верхней границе температурного интервала использования образца, характеризуемый коэффициентом φ_p ;

д) разброс прочностных характеристик материала и толщины стенки вследствие допусков на изготовление ракетной камеры, учитываемый коэффициентом запаса прочности η_p .

При этом расчетное давление определяется как

$$p'_m = \eta_p \varphi_p e^{\frac{m+D}{1-\nu}(T_{\max}-T_{\min})} \xi p_{mi} \quad (10.124)$$

Величина расчетного давления может быть снижена за счет применения топлив, горящих устойчиво при низких рабочих давлениях в двигателе и обладающих малой температурной зависимостью, а также за счет регулирования сопла РДТТ по температуре заряда либо за счет термостатирования двигателя.

Параметр заряжения χ

Общие соображения относительно выбора этого параметра были изложены в § 3.9. Они остаются в силе и для неуправляемых реактивных снарядов.

Однако для НРС в отличие от управляемых ракет с вертикальным стартом характерно большое развитие поверхности горения, обусловленное требуемой при наклонном старте большой тяговооруженностью.

Поэтому для НРС оптимальное значение χ смещается в сторону его увеличения, приближаясь к тому значению, которое определяет границу области устойчивого горения. Выбор параметра χ неотделим от выбора рабочего давления в двигателе, обеспечивающем устойчивое горение заряда при его минимальной температуре.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ X

1. М. Баррер, А. Жомотт, Б. Ф. Вебек, Ж. Ванденкеркхове. Ракетные двигатели, Оборонгиз, 1962.
2. М. Стоун. Практический математический расчет конфигурации заряда. «Вопросы ракетной техники», № 6, 1958.
3. Р. Н. Уимпресс. Внутренняя баллистика пороховых ракет. Изд. иностр. литер., 1952.

4. В. Д. Куров, Ю. М. Должанский. Основы проектирования пороховых ракетных снарядов, Оборонгиз, 1961.
 5. Межконтинентальный баллистический снаряд «Минитмэн» фирмы Боинг. «Вопросы ракетной техники», № 6, 1963.
 6. Я. М. Шапиро, Г. Ю. Мазинг, Н. Е. Прудников. Теория ракетных двигателей на твердом топливе. Воениздат, 1966.
 7. Ф. Р. Гантмахер и Л. М. Левин. Теория полета неуправляемых ракет. Физматгиз, 1959.
-

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ИЗМЕНЕНИЕ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ВЫСОТОЙ

y_m	$\pi(y)$	$H(y)$	$\sqrt{\frac{T_0}{T}}$	y_m	$\pi(y)$	$H(y)$	$\sqrt{\frac{T_0}{T}}$
0	1,000	1,000	1,000	7600	0,367	0,433	
200	0,976	0,980		7800	0,356	0,422	
400	0,953	0,960		8000	0,346	0,412	1,091
600	0,930	0,940		8200	0,336	0,402	
800	0,907	0,921		8400	0,327	0,393	
1000	0,885	0,902	1,010	8600	0,317	0,383	
1200	0,863	0,884		8800	0,308	0,374	
1400	0,842	0,866		9000	0,299	0,365	1,104
1600	0,821	0,848		9200	0,291	0,356	
1800	0,800	0,831		9400	0,282	0,347	
2000	0,780	0,813	1,021	9600	0,274	0,339	
2200	0,761	0,796		9800	0,266	0,330	
2400	0,742	0,779		10000	0,258	0,323	1,118
2600	0,723	0,763		10200	0,250	0,314	
2800	0,705	0,747		10400	0,243	0,306	
3000	0,687	0,731	1,032	10600	0,235	0,298	
3200	0,670	0,715		10800	0,228	0,290	
3400	0,653	0,700		11000	0,221	0,282	1,133
3600	0,636	0,685		11200	0,214	0,274	
3800	0,619	0,670		11400	0,207	0,266	
4000	0,603	0,655	1,043	11600	0,201	0,258	
4200	0,587	0,641		11800	0,195	0,251	
4400	0,572	0,627		12000	0,189	0,243	1,133
4600	0,557	0,613		12200	0,183	0,236	
4800	0,542	0,600		12400	0,178	0,229	
5000	0,527	0,586	1,054	12600	0,172	0,222	
5200	0,513	0,573		12800	0,167	0,215	
5400	0,499	0,560		13000	0,162	0,208	1,133
5600	0,486	0,548		13200	0,157	0,202	
5800	0,473	0,535		13400	0,152	0,195	
6000	0,460	0,523	1,066	13600	0,148	0,189	
6200	0,448	0,511		13800	0,143	0,183	
6400	0,435	0,499		14000	0,139	0,177	1,133
6600	0,423	0,487		14200	0,135	0,172	
6800	0,412	0,476		14400	0,130	0,167	
7000	0,400	0,465	1,078	14600	0,126	0,162	
7200	0,389	0,454		14800	0,122	0,157	
7400	0,378	0,443		15000	0,118	0,152	1,133

y_M	$\pi(y)$	$H(y)$	$\sqrt{\frac{T_0}{T}}$		$\pi(y)$	$H(y)$	$\sqrt{\frac{T_0}{T}}$
15200	0,114	0,148		33000	0,756	$0,919 \cdot 10^{-2}$	1,102
15400	0,111	0,143		34000	0,652	0,790	1,100
15600	0,107	0,139		35000	0,563	0,679	1,098
15800	0,104	0,134		36000	0,487	0,573	1,084
16000	0,101	0,130	1,133	37000	0,423	0,485	1,071
16200	$0,980 \cdot 10^{-1}$	0,126		38000	0,369	0,413	1,058
16400	0,950	0,122		39000	0,322	0,352	1,046
16600	0,923	0,118		40000	0,283	0,302	1,034
16800	0,895	0,115		41000	0,249	0,260	1,022
17000	0,867	0,111	1,133	42000	0,219	0,224	1,011
17200	0,841	0,108		43000	0,194	0,194	1,000
17400	0,815	0,105		44000	0,172	0,168	0,999
17600	0,790	0,101		45000	0,153	0,147	0,979
17800	0,766	$0,980 \cdot 10^{-1}$		46000	0,136	0,128	0,969
18000	0,742	0,952	1,133	47000	0,122	0,112	0,960
19000	0,635	0,814	1,133	48000	0,109	$0,984 \cdot 10^{-3}$	0,951
20000	0,543	0,697	1,133	49000	$0,977 \cdot 10^{-3}$	0,866	0,942
21000	0,465	0,594	1,130	50000	0,878	0,764	0,933
22000	0,398	0,507	1,128	55000	0,508	0,473	0,963
23000	0,341	0,432	1,125	60000	0,284	0,282	0,997
24000	0,299	0,369	1,123	65000	0,152	0,163	1,034
25000	0,251	0,316	1,121	70000	$0,774 \cdot 10^{-4}$	$0,895 \cdot 10^{-4}$	1,075
26000	0,216	0,270	1,118	75000	0,372	0,468	1,122
27000	0,185	0,231	1,116	80000	0,167	0,229	1,176
28000	$0,159 \cdot 10^{-1}$	$0,198 \cdot 10^{-1}$	1,114	85000	$0,721 \cdot 10^{-5}$	$0,990 \cdot 10^{-5}$	1,176
29000	0,137	0,169	1,112	90000	0,310	0,429	1,176
30000	0,118	0,145	1,109	95000	0,134	0,185	1,176
31000	0,102	0,125	1,107	100000	$0,580 \cdot 10^{-6}$	$0,800 \cdot 10^{-6}$	1,176
32000	$0,876 \cdot 10^{-2}$	0,107	1,105				

$\Pi_1 - \Pi_7$

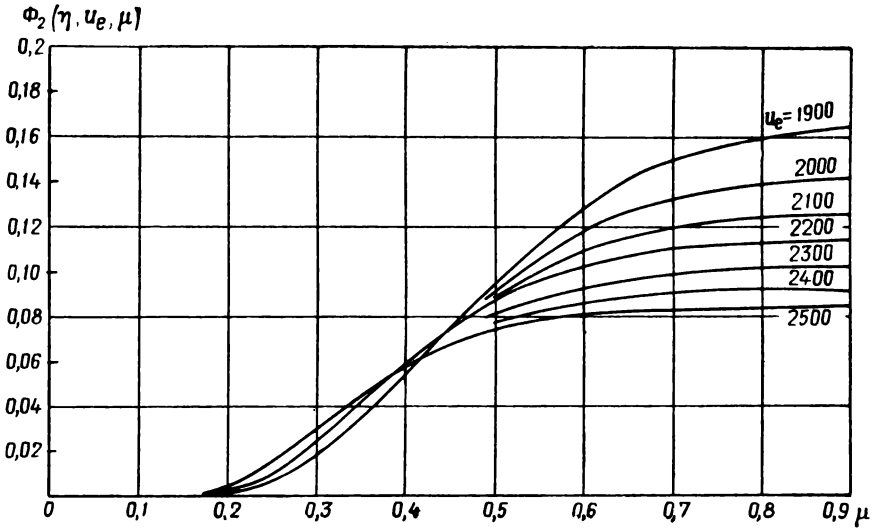
$$\Pi_4 = \frac{1}{2} (\Pi_2)^2$$

μ	η°	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	Π_6	Π_7
0,01	90,00	0,0100	0,0100	0	0	0	0	0
2	90,00	202	200	0,0002	0	0	0	0
3	90,00	304	300	4	0	0	0	0
4	89,86	408	400	8	0	0	0	0
5	88,02	513	500	0,0013	0	0	0,0002	
6	86,22	619	600	18	0	0	7	
7	84,46	726	700	25	0,0001	0,0001	0,0015	
8	82,76	834	799	33	2	2	26	
9	81,09	943	898	42	3	3	40	
0,10	79,51	0,1054	997	51	5	5	57	
1	77,97	0,1166	0,1095	62	7	7	76	
2	76,57	1279	1193	74	0,0010	9	98	
3	75,30	1393	1290	87	13	0,0012	0,0122	
4	74,13	1509	1386	0,0101	17	16	149	
5	73,06	1625	1482	116	21	20	177	
6	72,04	1743	1577	132	26	24	207	
7	71,04	1863	1672	149	32	29	239	
8	70,07	1984	1766	167	38	35	272	
9	69,13	2107	1860	187	45	41	308	
0,20	68,20	2231	1953	207	53	48	344	
1	67,25	2357	2046	228	62	56	382	
2	66,33	2484	2138	250	71	64	422	
3	65,43	2613	2229	273	82	73	463	
4	64,53	2744	2320	298	93	83	505	
5	63,65	2876	2410	323	0,0105	93	549	
6	62,77	3010	2499	349	119	0,0104	594	
0,27	61,88	3146	2588	377	133	116	540	
8	61,00	3284	2676	405	148	129	588	
9	60,12	3424	2763	434	165	142	638	
0,30	59,23	3566	2849	464	183	156	688	
1	58,35	3710	2935	495	201	171	740	
2	57,46	3856	3020	527	221	187	793	
3	56,58	4004	3104	560	243	204	847	
4	55,70	4154	3187	594	266	221	903	
5	54,83	4307	3269	629	290	240	960	
6	53,98	4462	3350	665	315	259	0,1018	
7	53,14	4620	3430	701	342	279	1078	
8	52,28	4780	3510	739	371	300	1138	
9	51,43	4943	3589	777	401	322	1200	
0,40	50,59	5108	3667	816	432	345	1263	
1	49,77	5276	3744	856	466	368	1327	
2	48,96	5447	3820	897	500	393	1392	
3	48,14	5621	3898	938	537	419	1458	
4	47,33	5798	3969	980	575	445	1525	
5	46,51	5978	4042	0,1023	616	473	1594	

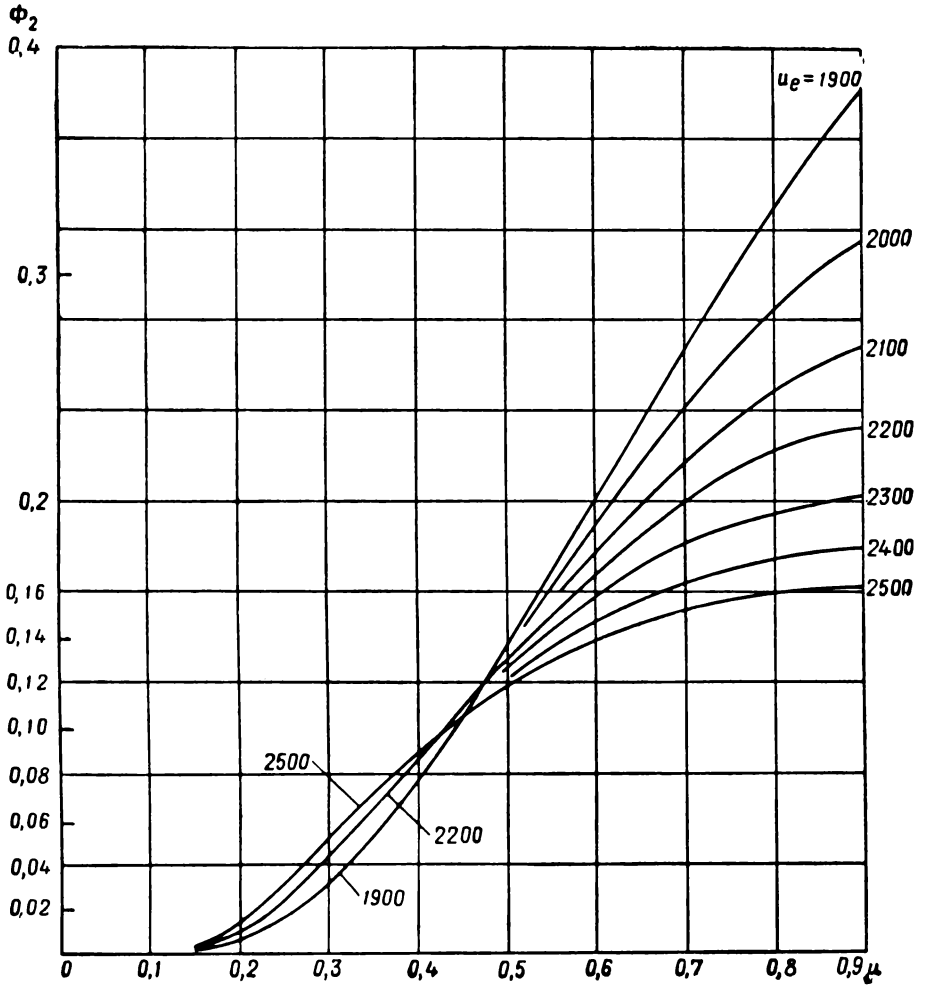
μ	β°	Ц ₁	Ц ₂	Ц ₃	Ц ₄	Ц ₅	Ц ₇
6	45,69	0,6162	0,4114	0,1067	0,0658	0,0501	0,1663
7	44,88	6349	4185	1112	702	530	1733
8	44,06	6539	4255	1156	748	560	1805
9	43,25	6733	4324	1202	796	591	1878
0,50	42,83	6931	4392	1249	846	623	1951
1	42,83	7133	4460	1297	897	656	2024
2	42,83	7339	4528	1346	950	688	2097
3	42,83	7550	4596	1397	0,1005	722	2170
4	42,83	7765	4664	1487	1061	756	2244
5	42,83	7985	4732	1502	1119	790	2317
0,56	42,83	8210	4800	1557	1178	824	2390
7	42,83	8440	4868	1614	1239	860	2464
8	42,83	8675	4936	1672	1302	896	2537
9	42,83	8916	5004	1732	1367	932	2610
0,60	42,83	9163	5072	1793	1433	969	2634
1	42,83	9416	5140	1856	1501	0,1007	2757
2	42,83	9676	5208	1921	1571	1044	2830
3	42,83	9943	5276	1988	1643	1083	2903
4	42,83	1,0217	5344	2057	1717	1122	2977
5	42,83	0499	5412	2127	1793	1161	3050
6	42,83	0789	5480	2199	1870	1201	3123
7	42,83	1087	5548	2274	1951	1241	3197
8	42,83	1396	5616	2350	2033	1282	3270
9	42,83	1714	5684	2429	2118	1323	3343
0,70	42,83	2042	5752	2509	2205	1365	3417
1	42,83	2381	5820	2593	2295	1408	3490
2	42,83	2732	5888	2678	2387	1450	3563
3	42,83	3096	5956	2766	2482	1494	3636
4	42,83	3473	6024	2856	2579	1538	3710
5	42,83	3865	6092	2949	2679	1582	3783
6	42,83	4274	6160	3045	2782	1627	3856
7	42,83	4699	6228	3143	2889	1672	3930
8	42,83	5144	6296	3244	2998	1718	4003
9	42,83	5609	6364	3349	3111	1764	4076
0,80	42,83	6097	6432	3457	3227	1811	4150
1	42,83	6610	6500	3568	3347	1859	4223
2	42,83	7151	6568	3683	3471	1906	4296
3	42,83	7723	6636	3801	3597	1955	4370
4	42,83	8329	6704	3924	3731	2004	4443
5	42,83	8975	6772	4051	3868	2053	4516
6	42,83	9665	6840	4182	4009	2103	4589
7	42,83	2,0406	6908	4318	4156	2153	4663
8	42,83	1206	6976	4460	4308	2204	4736
9	42,83	2077	7044	4607	4467	2255	4809
0,90	42,83	3030	7112	4760	4633	2307	4883

ГРАФИКИ ФУНКЦИИ $\Phi_2(\eta, u_e, \mu)$ К ГЛАВЕ II

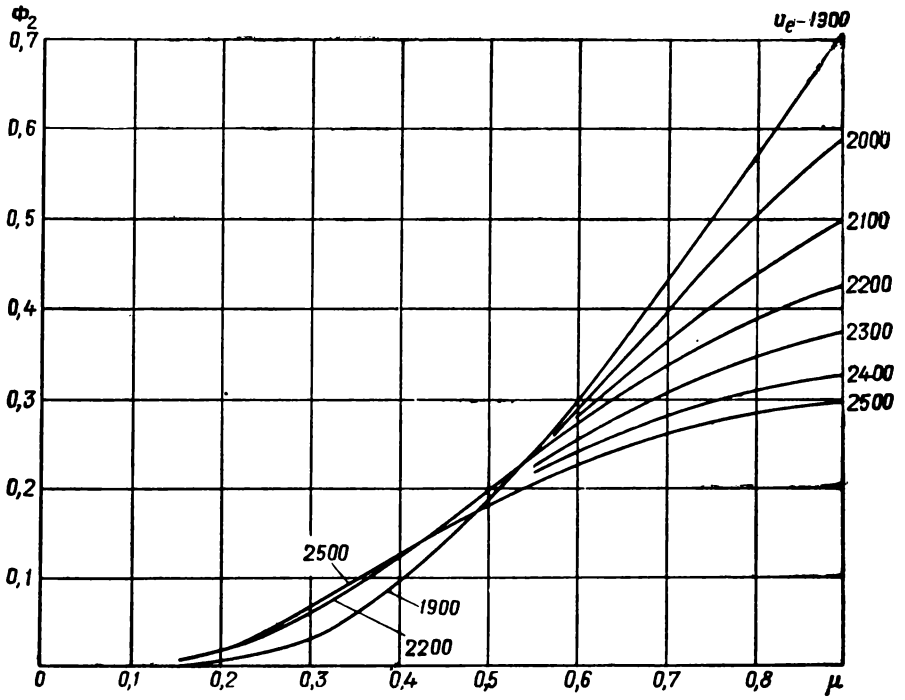
$$\eta = 2$$



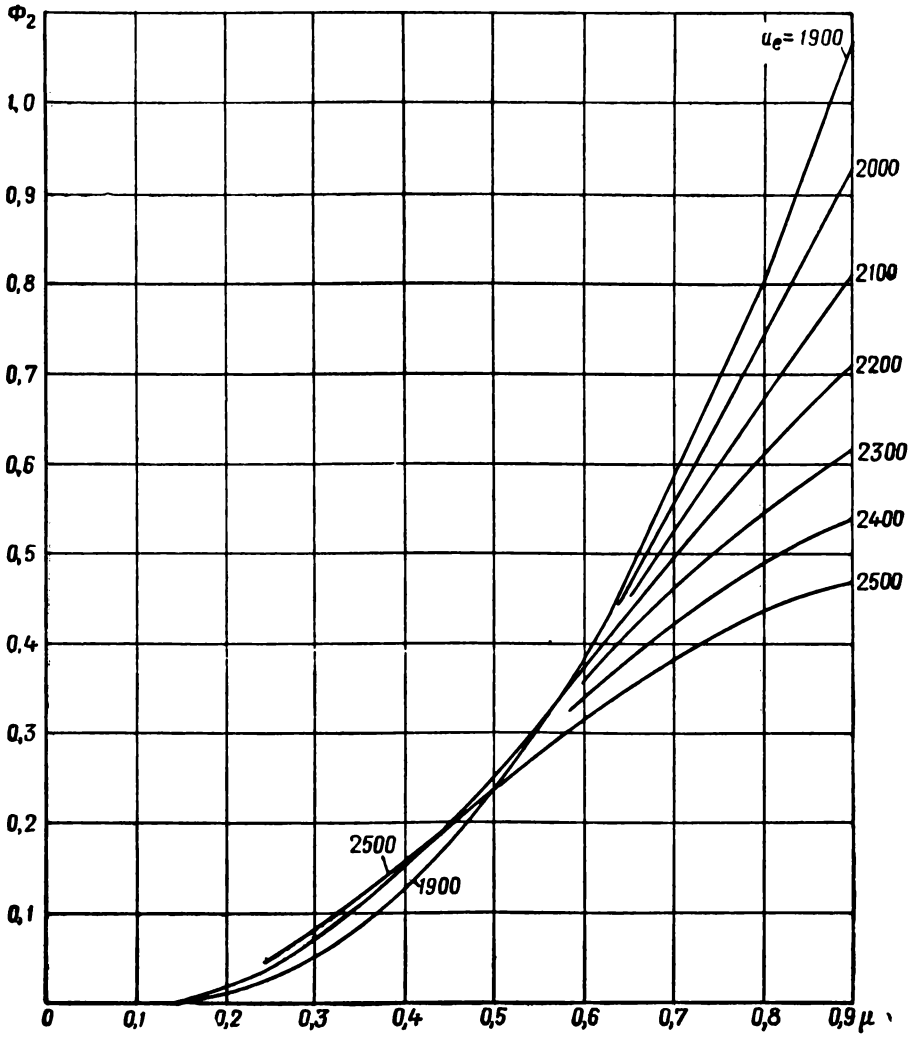
$$\eta = 3$$



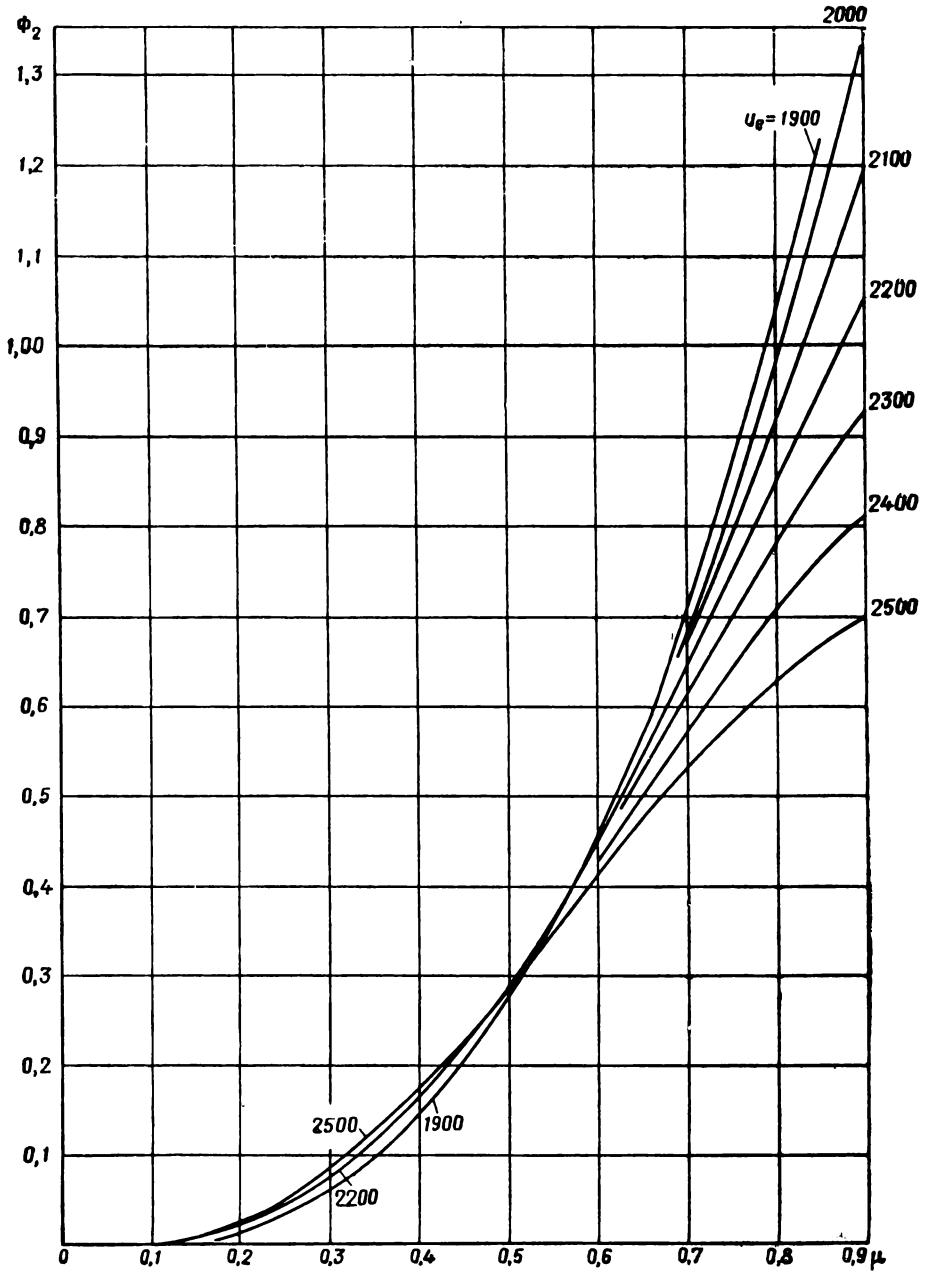
$$\eta = 4$$



$$\eta = 5$$



$$\eta = 6$$





О Г Л А В Л Е Н И Е

	<i>Стр.</i>
Предисловие	3
Глава I. Основные типы конструкций ракет на твердом топливе	5
§ 1.1. Основные понятия и классификация ракет на твердом топливе	—
§ 1.2. Особенности конструктивных и компоновочных схем ракетных двигателей на твердом топливе и элементы конструкций	17
§ 1.3. Характерные особенности конструктивных схем неуправляемых реактивных снарядов	31
Литература к главе I	39
Глава II. Основные зависимости внешней баллистики управляемых ракет	41
§ 2.1. Ракета как тело переменной массы	—
§ 2.2. Гравитационное поле Земли	46
§ 2.3. Земная атмосфера	51
§ 2.4. Аэродинамические силы и моменты	54
§ 2.5. Траектория движения управляемой баллистической ракеты. Участки траектории	64
§ 2.6. Уравнение движения ракеты на активном участке траектории	67
§ 2.7. Приближенный расчет элементов активного участка траектории по методу последовательного интегрирования	71
§ 2.8. Расчет начального пассивного участка траектории по дугам	78
§ 2.9. Движение ракеты на пассивном безвоздушном участке траектории в центральном поле тяготения Земли	83
§ 2.10. Дальность полета ракеты. Угол наибольшей дальности. Высота траектории	88
§ 2.11. Время полета	92
§ 2.12. Расчет конечного участка траектории	93
§ 2.13. Суммарный расчет элементов траектории. Метод фиктивных начальных условий	100
§ 2.14. Траектория полета спутника Земли	101
§ 2.15. Траектория движения спутника относительно вращающейся Земли	105
Литература к главе II	108
Глава III. Баллистическое проектирование управляемых ракет	110
§ 3.1. Постановка задачи	—
§ 3.2. Весовое уравнение одноступенчатой баллистической ракеты	113
§ 3.3. Весовой коэффициент РДТТ	115
§ 3.4. Соотношение между допускаемыми изменениями единичного импульса и веса конструкции двигателя при заданной скорости ракеты в конце активного участка	122
§ 3.5. Определение основных размеров заряда	126
§ 3.6. Зависимость стартового веса ракеты от начальной тяговооруженности	130

	<i>Стр.</i>
§ 3.7. Выбор начальной поперечной нагрузки P_0	133
§ 3.8. Связь между параметром x и давлением в передней части двигателя (с учетом эрозийного горения)	136
§ 3.9. Выбор оптимальных значений рабочего давления и параметра заряжания	147
§ 3.10. Выбор оптимальной степени расширения сопла	149
§ 3.11. Определение основных характеристик ракеты	151
Литература к главе III	152
Глава IV. Расчеты на прочность РДТТ	153
§ 4.1. Рабочие нагрузки, расчетные случаи и особенности расчета на прочность двигателей	—
§ 4.2. Расчет на прочность корпуса двигателя	158
§ 4.3. Оценка надежности конструкции больших РДТТ	166
Литература к главе IV	176
Глава V. Прочность зарядов твердого ракетного топлива	177
§ 5.1. Рабочие характеристики и характер деформации ракетных зарядов твердого топлива	—
§ 5.2. Механические свойства твердых ракетных топлив	180
§ 5.3. Критерий прочности	188
§ 5.4. Расчет на прочность заряда твердого топлива при работе ракетного двигателя	191
§ 5.5. Анализ концентраций напряжений в заряде твердого топлива со сложной перфорацией внутреннего канала шашки	194
§ 5.6. Расчет на прочность ракетного заряда с учетом упруго-пластических деформаций и реологических свойств твердого топлива	196
§ 5.7. Учет температурных напряжений при расчете на прочность заряда твердого топлива	203
§ 5.8. Расчет упруго-пластических деформаций в заряде твердого топлива под действием веса	204
Литература к главе V	205
Глава VI. Исполнительные органы управления ракетой с двигателями на твердом топливе	206
§ 6.1. Регулирование тяги по величине	—
§ 6.2. Отсечка тяги	211
§ 6.3. Регулирование вектора тяги по направлению	215
§ 6.4. Управление вектором тяги путем вдува газа или впрыска жидкости в закритическую часть сопла	225
Литература к главе V	230
Глава VII. Движение центра масс неуправляемой ракеты	232
§ 7.1. Уравнения движения неуправляемой ракеты на активном участке траектории	—
§ 7.2. Интегрирование уравнений движения ракеты на активном участке траектории в первом приближении	234
§ 7.3. Учет сопротивления воздуха	238
§ 7.4. Определение полной дальности полета ракеты	246
Литература к главе VII	248
Глава VIII. Плоские колебания и рассеивание неуправляемых оперенных ракет	249
§ 8.1. Факторы, определяющие рассеивание неуправляемых ракет	—
§ 8.2. Движение ракеты по направляющей	250
§ 8.3. Дифференциальные уравнения плоских колебаний ракеты на активном участке траектории	256

	<i>Стр.</i>
§ 8.4. Колебание ракеты при наличии эксцентриситета реактивной силы	258
§ 8.5. Критический участок траектории	264
§ 8.6. Колебания ракеты при наличии начальных возмущений φ_0 и $\dot{\varphi}_0$	265
§ 8.7. Проворачивание оперенных ракет	269
§ 8.8. Влияние ветра на полет оперенных ракет	272
Литература к главе VIII	275
Глава IX. Вращательное движение турбореактивных снарядов	276
§ 9.1. Составление дифференциальных уравнений вращения ракеты	—
§ 9.2. Интегрирование уравнений вращательного движения ракеты	280
§ 9.3. Условие гироскопической устойчивости турбореактивных снарядов	285
§ 9.4. Суммарное рассеивание неуправляемых ракет	288
Литература к главе IX	289
Глава X. Баллистическое проектирование неуправляемых РС	290
§ 10.1. Постановка задачи	—
§ 10.2. Весовое уравнение НРС	292
§ 10.3. Изменение баллистических и конструктивных характеристик НРС с длиной заряда. Условие максимума дальности	294
§ 10.4. Связь между размерами заряда и коэффициентом заполнения ϵ для зарядов различной формы	297
§ 10.5. Определение основных конструктивных параметров оптимального баллистического образца для заряда из цилиндрических одноканальных шашек	306
§ 10.6. Определение основных конструктивных параметров оптимального баллистического образца для заряда произвольной формы (обобщенный графоаналитический метод решения)	310
§ 10.7. Выбор оптимального конструктивного варианта НРС	317
§ 10.8. Особенности проектирования турбореактивных снарядов	322
§ 10.9. Определение основных конструктивных параметров образца с заданным временем горения заряда	326
§ 10.10. Исходные данные и проектные параметры, определяющие основные конструктивные характеристики НРС	334
Литература к главе X	339
Приложение 1. Изменение метеорологических элементов с высотой	341
Приложение 2. $\zeta_1 - \zeta_4; \zeta_4 = \frac{1}{2} (\zeta_2)^2$	343
Приложение 3. Графики функции $\Phi_2(\eta, u_e, \mu)$ к главе II	345

Шапиро Я. М., Мазинг Г. Ю., Прудников Н. Е.

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАКЕТ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ

Редактор *Чернов В. П.*

Технический редактор *Зудина М. П.*

Корректор *Сафюшкина Л. А.*

Г-52446

Сдано в набор 18.1.68 г.

Подписано к печати 3.7.68 г.

Формат бумаги $60 \times 90^{1/16}$ — 22 печ. л. = 22 усл. печ. л. 20,833 уч.-изд. л.

Бумага типографская № 1 Тираж 5.500

Цена 1 р. 25 коп.

Изд. № 6/7555

Зак. № 1568