

Б. Т. Ерохин

ТЕОРИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
РАКЕТНЫХ
ДВИГАТЕЛЕЙ



• САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
• МОСКВА
• КРАСНОДАР
2015



Б. Т. ЕРОХИН

ТЕОРИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

ДОПУЩЕНО

*УМО вузов РФ по образованию
в области авиации, ракетостроения и космоса
в качестве учебника для студентов вузов РФ,
обучающихся по специальности высшего образования
«Проектирование авиационных и ракетных двигателей»*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
МОСКВА
КРАСНОДАР
2015

ББК 39.65я73

Е 76

Ерохин Б. Т.

Е 76 Теория и проектирование ракетных двигателей: Учебник. — СПб.: Издательство «Лань», 2015. — 608 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-1720-9

В учебнике изложено физико-математическое описание процессов: воспламенения, тепломассообмена, нестационарного, турбулентного и неустойчивого горения топлив; газотермодинамики гетерогенных и гомогенных продуктов горения; методов математического моделирования энергетических характеристик и параметров рабочего процесса для нестационарных и квазистационарных режимов функционирования ракетных двигателей различного назначения. Приведены методы расчета потерь удельного импульса тяги, разбросов основных параметров рабочего процесса и способы выбора системы управления вектором тяги летательного аппарата. Представлены математические модели и методы расчета проектных и газодинамических параметров ракетно-прямоточных воздушно-реактивных двигателей.

Основное внимание в учебнике уделено фундаментальным вопросам теории рабочих процессов и созданию более строгих физико-математических моделей процессов и явлений, ориентированных на использование современных вычислительных средств.

Учебник предназначен для студентов, аспирантов и преподавателей вузов соответствующих специальностей, также может быть полезным для научных и инженерно-технических работников предприятий и организаций оборонно-космического и авиационного комплекса.

ББК 39.65я73

Рецензенты:

Я. А. ВАГРАМЕНКО — доктор технических наук, профессор, президент Академии информатизации образования, действительный член Российской академии космонавтики им. К. Э. Циолковского, заслуженный деятель науки РФ;

Л. С. ЯНОВСКИЙ — доктор технических наук, профессор, начальник отдела двигателей Центрального института авиационного моторостроения им. П. И. Баранова, действительный член Российской академии космонавтики им. К. Э. Циолковского, заслуженный деятель науки РФ;

Н. Л. ЯРОСЛАВЦЕВ — профессор, зав. кафедрой двигателей летательных аппаратов и теплотехники МАТИ — РГТУ им. К. Э. Циолковского.

Обложка
Е. А. ВЛАСОВА

© Издательство «Лань», 2015

© Б. Т. Ерохин, 2015

© Издательство «Лань»,

художественное оформление, 2015

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, ИНДЕКСЫ И СОКРАЩЕНИЯ

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

t	— время
T	— температура
p	— давление
R	— универсальная газовая постоянная
H	— высота; удельная энтальпия
D	— внешний диаметр
d	— внутренний диаметр
V	— объем
F	— площадь поперечного сечения; функция распределения
ρ	— плотность
S	— площадь поверхности; среднеквадратичное отклонение
Φ	— функция
$F(e)$	— функция формы
$F'(e)$	— производная функции формы; плотность распределения
e	— безразмерная толщина сгоревшего свода
k	— показатель изоэнтропы
β	— расходный комплекс
$I_{уд}$	— удельный импульс тяги
ω	— масса заряда ТТ, ВС
v	— скорость
u_1	— единичная скорость горения
u	— линейная скорость горения
u_0, ν	— коэффициенты в степенном законе горения; кинематическая вязкость
Π	— секундный массовый приход
G	— секундный массовый расход
$h = \pi d$	— смоченный периметр поперечного сечения канала
P	— сила тяги; показатель надежности
Q	— тепловой эффект реакции
a	— скорость звука; коэффициент температуропроводности
c	— удельная теплоемкость
C	— стоимость
C	— коэффициент сопротивления
τ	— напряжение трения; интервал времени
L, l	— характерная длина, контур участка поверхности

- α — коэффициент теплоотдачи, теплопередачи
 K — константы химического равновесия; предэкспоненциальный множитель
 q — удельный тепловой поток
 A — коэффициент истечения из сопла, термический эквивалент работы
 B — термохимический коэффициент, характеризующий зависимость скорости горения от начальной температуры
 C_p — теплоемкость при постоянном давлении
 C_v — теплоемкость при постоянном объеме
 $D(x)$ — дисперсия случайной величины x
 g — массовая доля компонентов смеси; ускорение силы тяжести
 E — удельная внутренняя энергия; модуль упругости; энергия активации
 M — общие массы энергосистемы и заряда твердого топлива
 M — число Маха
 K_v — коэффициент турбулентного горения заряда твердого топлива
 V_n — пороговая скорость турбулентного горения
 x — продольная координата
 Pe — число Пекле
 Pr — число Прандтля
 Re — число Рейнольдса
 Stk — число Стокса
 Sh — число Шервуда
 Le — число Льюиса — Семенова
 Γ — функция показателя изэнтропы, $\Gamma = \sqrt{k} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$
 ξ — коэффициент гидродинамических потерь
 λ — коэффициент скорости потока (приведенная скорость потока); коэффициент теплопроводности
 μ — динамическая вязкость продуктов горения; коэффициент Пуассона; молекулярная масса
 ϕ — коэффициент потерь удельного импульса тяги
 ϕ_p — коэффициент расхода через сопло, отнесенный к давлению торможения в предсопловом объеме
 ϕ_k — средний по объему и времени коэффициент теплотерь за счет неравновесности продуктов горения, неполноты сгорания и неадиабатности процесса
 ε — коэффициент турбулентного горения; степень расширения газа в сопловом аппарате
 n — отношение удельных теплоемкостей
 S° — стандартная мольная энтропия
 Ψ — функция тока
 Z — массовая доля вещества в конденсированной фазе
 δ_i — единичная дельта функции
 q_v — интенсивность объемного тепловыделения
 f — функция распределения конденсированных частиц по размерам
 $f_{тр}$ — граничная функция распределения конденсированных частиц по размерам
 W — нормальная составляющая скорости продуктов горения у поверхности горения ТТ; скорость впрыска
 D_i^T — коэффициент термодиффузии
 D_i^P — коэффициент бародиффузии
 K_p — бародиффузионное отношение
 D_{ij} — коэффициент диффузии многокомпонентной смеси
 $\sigma_{\alpha\beta}$ — тензор вязких напряжений

ИНДЕКСЫ

- 0 — исходное или граничное значение величины
* — характерное, например, оптимальное значение величины; критические условия
 i, j, k — i -й, j -й, k -й член суммы, последовательности
 ε — экспериментальное значение величины
 \min — минимальное значение величины
 \max — максимальное значение величины
в — воспламенительное устройство
атм — атмосфера
д — двигатель
з — заглушка
к — корпус; параметры газовой компоненты — кислорода
п — пустота; поверхность
кр — критическое сечение
уд — удельный
ид — идеальный
с — сопло
а — выходное сечение сопла
ср — среднее значение величины
о — входное сечение канала
ж — жидкость
ч — частицы конденсированной фазы
м — характеризует параметры ансамбля частиц металла
s — параметры ансамбля частиц оксида металла
т — параметры топлива
см — параметры смеси
г — параметры газовой фазы

СОКРАЩЕНИЯ

- ДУ — двигательная установка
РДТТ — ракетный двигатель на твердом топливе
ТТ — твердое топливо
ЛА — летательный аппарат
КС — камера сгорания
КПД — коэффициент полезного действия
ПВРД — прямоточный воздушно-реактивный двигатель
РПВРД — ракетно-прямоточный воздушно-реактивный двигатель
ГРД — гибридный ракетный двигатель
ВВ — взрывчатое вещество
ВС — воспламенительный состав
ВУ — воспламенительное устройство
УПЗ — усилительно-передаточный заряд
ИУ — инициирующее устройство
ОСИ — огневые стендовые испытания
НИР — научно-исследовательские работы
ОКР — опытно-конструкторские работы
ТЗ — техническое задание
КЗДП — крупнозернистый дымный порох
ТЗП — теплозащитное покрытие
ДРП — дымно-ружейный порох
ПВП — параметры внутрикамерных процессов
К-фаза — конденсированная фаза

ВВЕДЕНИЕ

Функционирование энергетической системы (ракетного двигателя) базируется на преобразовании энергии. Энергия как мера движения всегда проявляется в качественно своеобразном виде, соответствующем данной форме движения, их взаимной превращаемости и неразрушимости движения как свойства материи. Передача энергии может осуществляться двумя способами — посредством теплообмена между телами или посредством совершения работы. Теплота и работа не являются видами энергии, а представляют собой два способа передачи ее и, следовательно, могут проявляться только в процессе передачи теплоты или работы.

В соответствии со вторым законом термодинамики преобразование энергии из одной формы в другую должно проходить качественно с наименьшими энергетическими потерями.

Реактивный двигатель служит для создания движущей силы в результате истечения из него струи рабочего тела (вещества), обладающего кинетической энергией. В камере сгорания двигателя за счет процесса горения топлива происходит преобразование химической энергии в теплоту, которая переходит в сопловом аппарате в кинетическую энергию газа.

В зависимости от типа применяемых твердых топлив рабочее вещество (тело) может быть либо однородным (однородным), обладающим одними и теми же свойствами, либо гетерогенным, состоящим из нескольких разнородных частей или веществ в различных агрегатных состояниях. Гомогенные части гетерогенной системы, отделенные от остальной ее части поверхностями раздела, принято называть фазами.

Внутрикамерные процессы в РДТТ определяются закономерностями горения заряда твердого топлива, особенностями движения продуктов сгорания (в том числе реакционноспособного двухфазного потока) в полости камеры сгорания и при истечении из сопла.

От полноты изучения внутрикамерных процессов в значительной степени зависят точность методов прогнозирования параметров рабочего процесса (скорости горения, давления в камере сгорания и выходном сечении сопла, секунд-

ного массового расхода продуктов сгорания, тяги и др.), а следовательно, энергомассовое совершенство и надежность проектируемых двигателей.

Благодаря усилиям отечественных и иностранных ученых и специалистов к настоящему времени достигнуты большие успехи в области исследования внутрикамерных процессов и взаимосвязанных процессов преобразования энергии в камере сгорания и сопловых аппаратах. Эти успехи были особенно заметны в 1960-е гг. — период бурного развития ракетной техники на ТТ в нашей стране. Результаты фундаментальных исследований внутрикамерных процессов в РДТТ и методы расчета параметров рабочего процесса в камере сгорания для нестационарных и стационарных режимов работы двигателя изложены в известных книгах.

Несмотря на достигнутые в этой области успехи, еще не создана полная теория внутрикамерных процессов, описываемая на основе общего подхода и единой системы уравнений и термогазодинамических процессов, протекающих как в конденсированной, так и в газовой фазах.

К тому же при строгом подходе теория внутрикамерных процессов должна рассматриваться во взаимосвязи с теорией течения продуктов горения в сопловом аппарате.

С математической точки зрения, задача описания газодинамических процессов в камере сгорания и сопловом аппарате представляется как две части единой сопряженной задачи. С физической точки зрения — это единство отражает взаимное влияние указанных процессов друг на друга.

Постановка граничных условий по расходу продуктов горения в минимальном сечении сопловых аппаратов и их приведение к выходному сечению канала заряда ТТ позволяет выделить термогазодинамическую задачу для камер сгорания из общей сопряженной задачи и рассматривать ее как самостоятельную краевую задачу. В каждом конкретном случае краевые условия должны отражать специфику конструкции заряда ТТ, наличие дополнительных газовых полостей в передней и задней частях камеры сгорания, что практически исключает возможность общего подхода к их постановке.

Описание внутрикамерных процессов становится еще более сложным при наличии в камере сгорания двухфазной химически активной среды. Последнее обусловлено применением в РДТТ металлизированных смесевых ТТ.

Как известно, важнейшими требованиями, предъявляемыми к топливам, являются высокая энергетика и стабильность процесса горения в двигателе. Применение в смесевых топливах металлических добавок (в большинстве случаев порошка алюминия) позволило значительно поднять энергетику топлива и во многих случаях повысить устойчивость горения. Однако применение в РДТТ металлизированных топлив приводит к более высокому уровню потерь удельного импульса тяги по сравнению с безметалльными составами. В этом плане содержание металлических добавок (как правило, алюминия) должно быть оптимальным с точки зрения максимума энергетических характеристик.

При решении задач, связанных с развитием современных энергосистем, требуется учитывать многие особенности функционирования тех или иных подсистем (элементов, узлов), приводящие к разработке новых схемно-конструктивных решений и дальнейшему развитию физико-математических моделей

и методов матмоделирования. К таким особенностям относятся высокая напряженность элементов конструкции энергосистемы, многофазность химически активных газовых потоков, обусловленных применением металлизированных твердых топлив, резко выраженная нестационарность рабочих процессов, сложность форм тепломассоотдающих и тепломассопринимающих элементов конструкций, повышенные требования к полноте и точности расчета параметров рабочего процесса для различных периодов работы энергосистемы.

В главах 1...3 учебника рассмотрены принципы действия реактивных двигателей и основные характеристики РДТТ, конструкционные, теплозащитные и теплоэрозионностойкие материалы и методы расчета массовых и геометрических характеристик.

В главах 4...6 представлены характеристики твердых топлив, зарядов ТТ и методы термодинамического расчета энергетических характеристик топлив и двигателя. Особое внимание уделяется методам расчета энергетических потерь. Единство рабочего процесса предопределяет и единство процесса образования энергетических потерь, непрерывно сопровождающих преобразование рабочего вещества. В этом смысле разделение потерь производится по природе их образования. К внутрикамерным потерям относятся потери, имеющие энергетическую природу и обусловленные недогоранием металла и других компонентов ТТ, а также неадиабатностью процесса, т. е. отводом теплоты в элементы конструкции камеры сгорания двигателя (тепловые потери).

К сопловым потерям относятся в основном потери, имеющие газодинамическую природу. В частности, потери в сопле возникают вследствие:

1) газодинамических потерь, обусловленных потерями на рассеяние (неравномерностью, неоднородностью и непараллельностью расширяющегося потока);

2) особенностей течения продуктов горения: в соплах при наличии системы управления вектором тяги (СУВТ), в двигателях с утопленными в камеру сгорания соплами, в многосопловых блоках (при четырехсопловой конструкции двигателя);

3) отсутствия кристаллизации конденсированных частиц в сопле;

4) химической неравновесности;

5) двухфазных потерь, вызванных скоростным и температурным запаздыванием конденсата при расширении продуктов сгорания в сопле.

Двухфазные потери, составляющие основную долю энергетических потерь удельного импульса тяги, обусловлены в основном скоростным и температурным отставанием частиц оксидов от газообразных продуктов сгорания в двухфазных потоках и неполным сгоранием металла в камере. Двухфазные потери в основном зависят от дисперсности частиц, их концентрации, давления в камере сгорания и т. д. На дисперсность оксидов существенное влияние оказывают эффекты коагуляции, дробления и другие эффекты, происходящие в камере сгорания. Величина двухфазных потерь составляет 35...50% от потерь удельного импульса тяги для крупногабаритных и 70...80% для малогабаритных двигателей.

Главы 7...8 посвящены вопросам ламинарного и турбулентного движения продуктов горения и процессам горения твердых топлив и металлических

частиц в камере сгорания. В частности в этих главах изложены: нестационарная, стационарная, турбулентная и нестабильная модели горения твердых топлив.

В качестве математического метода описания процесса возникновения турбулентного горения заряда твердого топлива в книге используется метод малых колебаний. При этом момент возникновения турбулентного горения (пороговой скорости), обусловленный проникновением турбулентных вихрей в дымопарогазовую зону в соответствии с теоремой Рэлея, предложено фиксировать появлением точки перегиба на профиле скоростей пограничного слоя в газовой зоне горения.

Математическая модель процесса турбулентного горения заряда ТТ построена с учетом многостадийности процесса в газовой и конденсированной фазах.

Приведены способы подавления турбулентного и нестабильного низкочастотного процесса горения.

Процессы теплообмена рассмотрены в главе 10. В частности в этой главе показано, что тепловое состояние конструкции двигателя оказывает значительное влияние на его работоспособность. Оно характеризуется сложным распределением температурных полей в конструктивных элементах различных агрегатов двигателя и учитывает унос массы композиционных материалов. Тепловое состояние конструкции двигателя зависит от условий теплообмена и его видов: лучистого (радиационного), конвективного, кондуктивного. Определение температурных полей и уноса массы материалов производится путем применения различных математических моделей для соответствующего агрегата двигателя и его конструктивного элемента.

Показано, что сложность расчета процессов тепломассообмена в элементах конструкции РДТТ, в том числе газовой полости сопла, обусловлена следующими основными причинами:

- пространственное течение двухфазных реакционноспособных продуктов горения (наличие в них конденсированной фазы);
- наличие больших градиентов давления по газовой полости и взаимодействия скачков уплотнения с пограничным слоем;
- наличие зон отрывного течения и существенных отличий скоростей обтекания различных элементов конструкции;
- наличие различных режимов гетерогенного окисления углеграфитовых материалов и фазовых переходов в композиционных материалах, подверженных пиролизу.

Многофазный поток продуктов сгорания воздействует на элементы поверхности газовой полости двигателя путем:

- силового нагружения внутреннего давления;
- конвективного теплового потока от продуктов сгорания к поверхности газовой полости;
- радиационного (лучистого) теплового потока;
- транспортирования теплоты в стенку осаждающимися конденсированными частицами;
- высокоскоростного соударения конденсированных частиц с поверхностью стенки.

В результате чего происходит как прогрев материала газовой полости и термическая деструкция связующего, так и разрушение материала за счет:

- воздействия химически активных компонентов потока продуктов сгорания;
- действия сил трения и динамического воздействия потока на элементы шероховатости поверхности;
- действия термических и усадочных напряжений в процессе нагрева материала, а также перепада давлений газа по толщине прококсованного слоя.

Достаточно подробно изложены методы расчета конвективного, радиационного и контактного теплообмена.

В главах 11...14 представлены математические модели движения двухфазных и гомогенных продуктов горения в пространственной, двумерной, одномерной и нульмерной постановке.

Для описания процесса движения гетерогенной химически активной среды с учетом эволюции функций распределения частиц горючего и оксидов металла по размерам, их взаимодействия с потоком газа, изменения химического состава продуктов горения ТТ построена физико-математическая модель, состоящая из системы дифференциальных уравнений в частных производных и дополнительных соотношений. При движении горящих, конденсирующихся или испаряющихся К-частиц линейные скорости изменения размеров частиц существенно зависят от химического состава газового потока (несущей среды).

Сформулированная физико-математическая задача позволяет выявить влияние основных факторов на формирование спектров частиц при их прохождении от поверхности заряда ТТ до выходного сечения соплового блока.

В главах 15, 16 изложены процессы воспламенения ТТ, методы расчета параметров рабочего процесса для периода выхода РДТТ на стационарный режим работы и для квазистационарного периода.

Приведенные математической модели позволяют методами математического моделирования достаточно точно определить уровень и изменение параметров рабочего процесса (давления, температуры, скорости продуктов горения, плотности газа) по времени процесса и по длине камеры сгорания.

Важно, что математические модели расчета параметров рабочего процесса для нестационарного и квазистационарного периодов представлены для различных схемно-конструктивных решений зарядов ТТ и камеры сгорания и в различной постановке — от одномерного с учетом ударно-волновых процессов до нульмерного с учетом дожигания недоокисленных продуктов горения.

В главе 17 достаточно полно представлен анализ критериев устойчивого гашения заряда ТТ в камере сгорания РДТТ.

Системно и достаточно полно в работе изложены такие вопросы, как:

- 1) методы расчета разбросов основных параметров рабочего процесса;
- 2) особенности протекания внутрикамерных процессов во вращающихся РДТТ;
- 3) система управления вектором тяги (органы управления).

Рассказывается о проектировании двигателей методами математического моделирования по комплексному критерию качества. Дается описание математических моделей для частных критериев качества. Показано, что степень совершенства конструкции энергосистемы и надежность ее работы в значи-

тельной мере зависят от правильности выбора схемно-конструктивных решений по подсистемам (камере сгорания, соплу и др.) и двигателю в целом, а также от выбора марки топлива, конструкционных и теплозащитных материалов для отдельных элементов энергосистем. При этом увеличение надежности двигателя связано прежде всего с повышением запасов прочности и стойкости отдельных элементов конструкции в условиях эксплуатации. Однако создание конструкций, отвечающих таким повышенным требованиям, ведет к дополнительным затратам времени и средств. Кроме того, увеличение запаса прочности ведет к утяжелению конструкции. Только комплексный анализ отмеченных факторов при оптимизации проектных параметров по принятому критерию качества позволяет определить в каждом конкретном случае рациональный выбор схемно-конструктивных решений и значений отдельных параметров с учетом технических требований на проектирование. Изложены математические модели и методы расчета газодинамических параметров для динамо-реактивных систем на ТТ и ракетно-прямоточных воздушно-реактивных двигателей. Следует отметить, что РПВРД в ряде случаев по энергетическим, летно-тактическим и регулировочным (по модулю тяги) параметрам могут превосходить ракетные двигатели (РДТТ и ЖРД) в составе летательного аппарата, поэтому их рассмотрение является весьма актуальным.

В главах 18...24 приводятся способы повышения работоспособности композиционных материалов и элементов из них в сопловых аппаратах двигателей.

Основное внимание в учебнике уделено фундаментальным вопросам теории рабочих процессов, автор стремился к созданию более строгих физико-математических моделей процессов и явлений, ориентированных на использование современных вычислительных средств (компьютерной техники). Вместе с тем при рассмотрении ряда вопросов вычисления сводятся к аналитическим решениям, получению простых расчетных формул. Такой подход позволяет сократить объем вычислений на несколько порядков и сделать их результаты обозримыми.

Последовательность изложения материала выбрана из соображений лучшего понимания и усвоения студентами. Так, например, построению математической модели того или иного процесса предшествует описание физической сущности рассматриваемого явления или процесса, принятых допущений и их обоснование.

1

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

ГЛАВА

1.1. КЛАССИФИКАЦИЯ РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Реактивный двигатель, или двигатель прямой реакции, — это устройство, движущая сила которого создается в результате истечения из него струи вещества (рабочего тела), обладающей кинетической энергией.

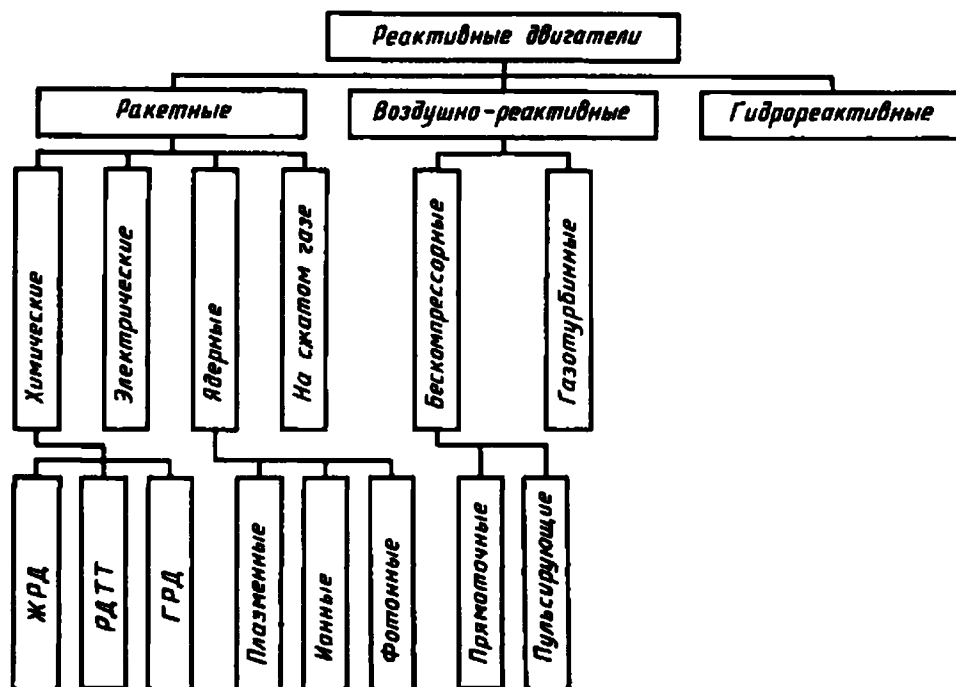


Рис. 1.1
Классификация ракетных двигателей

Возникающая при движении сила называется реактивной силой, или тягой, и направлена противоположно направлению истечения рабочего тела.

В отличие от двигателей других типов в реактивных двигателях отсутствует специальное устройство — движитель (типа колеса, гусеницы, винта и т. д.), движителем является сам реактивный двигатель. Различают два основных класса реактивных двигателей: ракетные двигатели (РД) и воздушно-реактивные двигатели (ВРД) (рис. 1.1). ВРД используются главным образом в авиации, РД — в ракетной технике и космонавтике.

1.2. ИСТОЧНИКИ ЭНЕРГИИ ДЛЯ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

По виду источника энергии различают химические (ХРД), пневматические, электрические (ЭРД), ядерные (ЯРД), лазерные, солнечные ракетные двигатели. По исходному состоянию рабочего тела ракетные двигатели делятся на газовые, жидкостные (ЖРД), твердотопливные (РДТТ), гибридные (ГРД). Современный уровень развития РД определяют ЖРД и РДТТ. Наряду с ними изредка применяются РД промежуточного типа — гибридные. Эти три типа РД относятся к химическим. Одним из характерных признаков химических ракетных топлив является различное исходное агрегатное состояние компонентов топлива. Классификация по этому признаку приведена на рисунке 1.2.

Ядерный ракетный двигатель, работающий на ядерном ракетном топливе, обладает высоким удельным импульсом тяги, недостижимым для химических ракетных двигателей. Это объясняется возможностью выбора в качестве рабочего

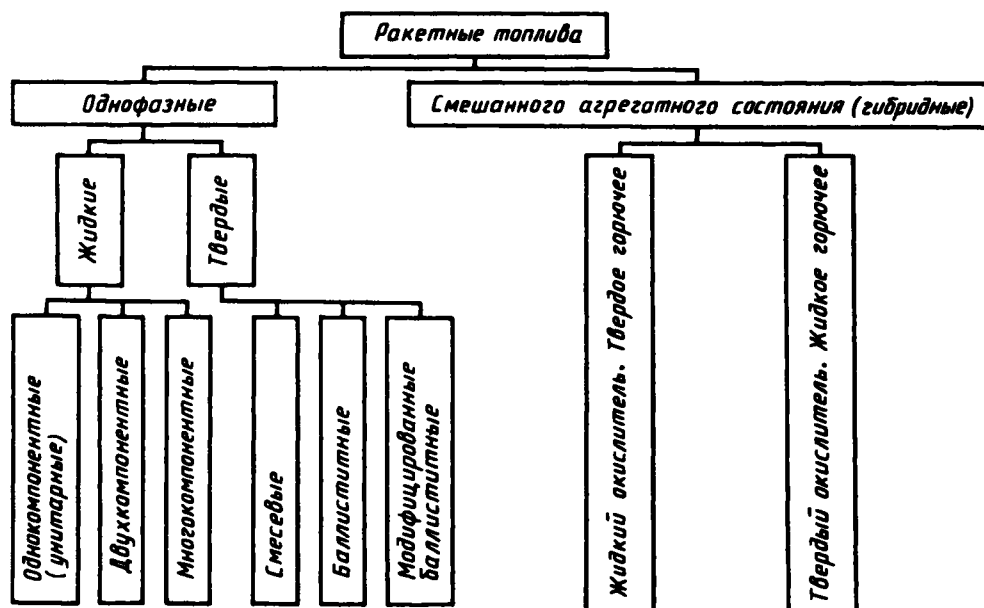


Рис. 1.2
Классификация химических ракетных топлив

тела низкомолекулярных веществ (прежде всего жидкого водорода) и высокой энергией ядерных реакций. Наиболее эффективным рабочим веществом для ЯРД является водород, теплоемкость которого в девять раз выше, чем теплоемкость паров воды, образующихся в результате сгорания самого эффективного химического топлива кислород — водород. При поддержании в камере ядерного ракетного двигателя температуры рабочего вещества (водорода) на том же уровне, что и в ракетном двигателе на химических топливах, можно получить удельный импульс примерно в два раза больше, чем в ракетном двигателе на химическом топливе. Сложность реализации такой схемы ядерного двигателя в настоящее время состоит в отыскании технических принципов нагревания рабочего вещества и преобразования ядерной энергии в кинетическую энергию газа. Температура нагрева рабочего вещества, максимально допустимая для конструкции ядерного двигателя, является основным ограничивающим фактором увеличения скорости истечения реактивной струи, так как нужны конструкционные и теплозащитные материалы, работоспособные в условиях достаточно высоких температур. Снижение же температуры рабочего вещества автоматически ведет к понижению скорости истечения реактивной струи и, следовательно, удельного импульса, значение которого приближается к значению удельного импульса ракетных двигателей на химических топливах. При ядерной реакции непосредственно в самом нагреваемом газе возникает проблема отделения рабочего вещества от носителя ядерной энергии. Все это оказывает решающее влияние на выбор принципиальной схемы двигателя и, в частности, принципов увеличения скорости отбрасываемой массы.

В электрическом ракетном двигателе ускорение рабочего вещества осуществляется в электростатическом или электромагнитном поле; при этом для ускорения заряженных частиц необходима достаточно мощная энергоустановка. Для работы электрических двигателей требуется источник ядерной энергии, преобразующейся в электрическую прямым путем. От рабочего вещества здесь требуется не максимальная теплоемкость, а наибольшая склонность к ионизации. Такими свойствами обладают щелочные металлы, например цезий, литий или рубидий. Нагревание рабочего вещества необходимо лишь для придания ему требуемых свойств взаимодействия с электростатическими и электромагнитными полями. Разрабатываются два типа электрических двигателей — плазменный и ионный. Плазменный двигатель позволяет получить удельный импульс на порядок выше, чем в ракетных двигателях на химическом топливе.

Принцип действия плазменного двигателя основан на разогреве до полной ионизации рабочего вещества, поступающего из плазмогенератора в ускоритель, где создано два поля — электростатическое и электромагнитное. Под влиянием радиального электростатического поля, создаваемого коаксиальными электродами, в конечном счете создается направленный осевой поток, приводящий к возникновению тяги. Тяга плазменного двигателя значительно меньше суммарной массы (собственно массы двигателя и массы энергетической установки) и является малой величиной, поэтому этот двигатель является двигателем малой тяги и может использоваться в условиях достаточно глубокого вакуума. В частности, он может использоваться в космическом пространстве как разгонное устройство длительного действия.

Ионный, или электростатический, ракетный двигатель по сравнению с плазменным имеет иной принцип ускорения частиц. После газификации и ионизации жидкого цезия ионизированный газ, проходя через пористую вольфрамовую стенку, теряет свободные электроны, а положительно заряженные ионы попадают в ускоритель, где под действием электрического поля происходит их ускорение, и таким образом создается тяга. Ионный и плазменный ракетные двигатели имеют примерно одинаковые значения удельных импульсов и тяги и могут использоваться для дальних космических перелетов (могут достигать второй и третьей космических скоростей) и в качестве вспомогательных двигателей.

1.3. ХИМИЧЕСКИЕ РАКЕТНЫЕ ТОПЛИВА

Ракетные двигатели, работающие на химических топливах, являются в настоящее время наиболее распространенными.

Химические ракетные топлива в результате химических реакций окисления (горения), разложения или рекомбинации образуют высокотемпературное рабочее тело, создающее реактивную тягу при истечении его из РД.

Горение (окисление) является основным и наиболее распространенным способом получения теплоты. Для протекания реакции горения необходимо участие как горючих, так и окислительных элементов, находящихся в составе одного или нескольких веществ, образующих топливо.

Теплота выделяется в результате экзотермического разложения некоторых индивидуальных веществ, а также смеси и растворов веществ; например, теплота выделяется при экзотермическом разложении перекиси водорода. Однако по эффективности выделения теплоты экзотермическое разложение веществ не может конкурировать с горением.

Тепловой эффект в результате рекомбинации (воссоединения) атомов или радикалов, которые обладают свободной валентностью, может достигать больших значений. Так, при переходе атомарного водорода в молекулярный в результате реакции рекомбинации происходит выделение теплоты на порядок больше, чем при любых известных реакциях горения. Однако до настоящего времени не найдены способы получения и сохранения как водорода в атомарном состоянии, так и других свободных атомов и радикалов; по этой причине не созданы и топлива на их основе.

Твердое топливо или компонент в твердом состоянии, как правило, размещаются в виде заряда непосредственно в камере сгорания двигателя, жидкие компоненты хранятся в специальных баках.

Однокомпонентное топливо может представлять собой индивидуальное вещество либо раствор различных веществ, либо однородную смесь, выделяющую при определенных условиях теплоту в результате химических реакций разложения или окисления; при этом все необходимые для окисления элементы находятся в самом однокомпонентном топливе.

Жидкие унитарные топлива используются в основном для вспомогательных двигателей малых тяг, предназначенных для ориентации и стабилизации ЛА, а также для привода турбин турбонасосных агрегатов.

Топлива раздельной подачи (двухкомпонентное жидкое топливо) состоит из двух компонентов: окислителя и горючего, раздельно хранящихся и раздельно подаваемых в двигатель.

Двухкомпонентные жидкие топлива делятся на самовоспламеняющиеся и несамовоспламеняющиеся. К самовоспламеняющимся топливам относят такие топлива, воспламенение которых происходит при контакте окислителя и горючего в условиях камеры сгорания при запуске двигателя. Для зажигания при запуске двигателя несамовоспламеняющихся топлив требуются воспламенительные устройства.

Двухкомпонентные топлива являются основными жидкими ракетными топливами.

Твердые ракетные топлива являются унитарными, так как в своей массе содержат все вещества, необходимые для протекания химических реакций. Основой твердых топлив могут быть как вещества, способные к экзотермической реакции разложения, так и смеси горючих и окислительных элементов. Твердое топливо в виде заряда той или иной формы полностью размещается в камере сгорания двигателя.

Компоненты твердо-жидкого топлива находятся в различных агрегатных состояниях. Твердый компонент в виде заряда определенной формы размещается в камере сгорания, а жидкий — в специальной емкости (баке), откуда он транспортируется тем или иным способом в камеру сгорания, где происходит процесс окисления (горения), сопровождающийся выделением теплоты.

1.4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫХ И РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Реактивные двигатели могут быть разделены на две основные группы:

1) воздушно-реактивные двигатели (ВРД) — бескомпрессорные и компрессорные;

2) ракетные двигатели (РД) — жидкостные и ракетные двигатели на твердом топливе.

Основные типы реактивных и ракетных двигателей нашли широкое применение в технике космического, военного и авиационного назначения. Воздушно-реактивные двигатели, в которых в качестве рабочего вещества и окислителя используется воздух, захватываемый из окружающей среды, расходуют на каждую единицу тяги значительно меньше горючего, чем ракетные двигатели. В отличие от ракетных двигателей, работа которых не зависит от окружающей среды, воздушно-реактивные двигатели могут функционировать только в пределах земной атмосферы. Турбореактивные двигатели (ТРД) могут эффективно использоваться при скоростях полета $M \leq 3$, так как при $M > 3$ температура газов, поступающих из компрессора, становится высокой, а возможный подогрев газов в камерах сгорания незначителен. Для увеличения области применения ТРД снабжаются форсажными камерами, в которых происходит дожигание горючего в газах, прошедших через турбину. При скорости ЛА $M \geq 3$ дав-

ление в камере сгорания ВРД может повыситься за счет торможения примерно в 25 раз, по этой причине отпадает необходимость в устройствах для повышения давления — турбине и компрессоре. При скорости полета $M > 3$ наиболее экономичным по сравнению с другими типами ВРД является прямоточный воздушно-реактивный двигатель (ПВРД). Сжатие воздуха в диффузоре ПВРД происходит за счет его кинетической энергии, поэтому этот тип двигателей может работать только в потоке воздуха. В этой связи начало работы ПВРД должно осуществляться с определенной скорости полета, достигаемой за счет применения специальных средств — стартовых РДТТ или ЖРД.

Использование ЛА с ВРД имеет ограничения по высоте из-за малой плотности воздуха, необходимого для функционирования двигателя, а в плотных слоях атмосферы ограничивающим фактором является предельно допустимый нагрев. ЛА с ракетными двигателями на химических топливах не имеют ограничений использования по высоте полета. Ракетные двигатели по назначению подразделяются на основные (маршевые) и вспомогательные. Основные двигатели — это РДТТ и ЖРД, используемые для разгона ЛА на активном участке полета. Вспомогательные двигатели — это ЖРД и РДТТ, применяемые для выполнения специальных задач. Вспомогательные двигатели подразделяются на рулевые двигатели мощных ракет, двигатели стабилизации и коррекции траектории ЛА, тормозные двигатели, в том числе двигатели системы аварийного спасения (САС). Тяга вспомогательных двигателей колеблется от 0,01 Н до нескольких кН. Особенностями вспомогательных двигателей являются высокая надежность при запуске и отсечке, возможность регулирования тяги и повторного включения.

1.4.1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Бескомпрессорные ВРД делятся на прямоточные воздушно-реактивные двигатели (ПВРД), в которых процесс сгорания топлива происходит при изобарическом процессе ($p = \text{const}$), и пульсирующие воздушно-реактивные двигатели, в них горение топлива осуществляется при изохорическом процессе ($V = \text{const}$).

В прямоточных воздушно-реактивных двигателях процессы протекают непрерывно. Сжатие воздуха в них осуществляется в диффузоре за счет торможения набегающего скоростного потока воздуха. ПВРД состоит из газогенератора и прямоточного контура. Продукты первичного сгорания топлива истекают из сопла газогенератора в прямоточный контур, где они взаимодействуют с поступающим через диффузор воздухом. При этом за счет атмосферного кислорода происходит дожигание горючих компонентов, содержащихся в продуктах первичного сгорания топлива. Процессы дожигания протекают в объеме, который называют камерой сгорания или дожигания. Продукты сгорания истекают через сопло ПВРД.

На рисунке 1.3 дана простейшая схема ПВРД для сверхзвуковых скоростей полета. На схеме между сечениями 1–1 и 2–2 показан входной диффузор, 2–2 и 3–3 — камера сгорания, 3–3 и 4–4 — сопло. В нижней части рисунка 1.3 дан график изменения давления и скорости газа по тракту двигателя. На p – V -диа-

грамме теоретического цикла ПВРД (рис. 1.4) линия 1–2 соответствует процессу адиабатного сжатия воздуха в диффузоре, 2–3 — процессу изобарного подвода теплоты, 3–4 — адиабатному расширению продуктов сгорания в сопле, линия 4–1 — охлаждению продуктов сгорания (отвода теплоты в окружающую среду). Термический КПД цикла может быть определен по формуле

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\pi_d^{\frac{k}{k-1}}},$$

где $\pi_d = \frac{p_2}{p_1}$ представляет собой степень повышения давления воздуха в диффузоре.

Так как для адиабатного процесса сжатия $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$, то, составляя баланс энергии для диффузора:

$$h_1 - h_2 = C_p(T_2 - T_1) = (w_2^2 - w_1^2)/2,$$

получим термический КПД ПВРД

$$\eta_t = \frac{1}{1 + \frac{2C_p T_1}{w_1^2 - w_2^2}}.$$

Как π_d , так и η_t возрастают с увеличением скорости полета, но с уменьшением скорости экономичность двигателя и тяга резко падают, а при нулевой скорости тяга будет равна нулю. Поэтому для запуска аппаратов с ПВРД требуются дополнительные стартовые двигатели. Области скоростей полета, целесообразные для применения прямоточных воздушно-реактивных двигателей, лежат в диапазоне скоростей (чисел Маха) $M = 3 \dots 4$.

В пульсирующих двигателях (ПуВРД) для осуществления процесса горения топлива при постоянном объеме необходимо в сечениях 2–2 и 3–3 (рис. 1.3) поставить клапаны, которые при горении топлива разобщают камеру сгорания, входной диффузор и реактивное сопло. Впрыск топлива осуществляется периодически, когда эти клапаны закрыты.

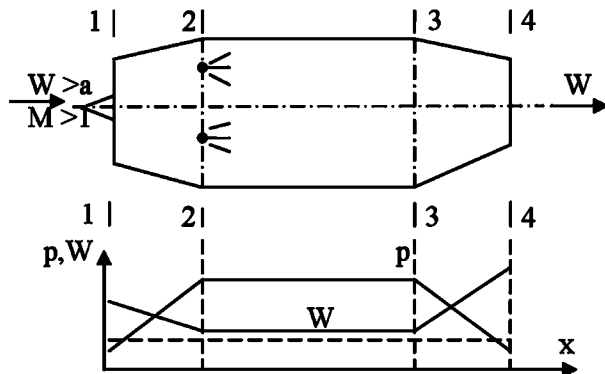


Рис. 1.3
Схема ПВРД

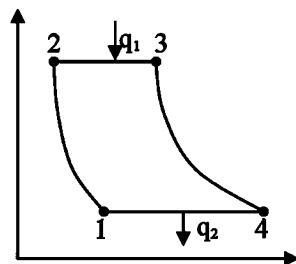


Рис. 1.4
Цикл ПВРД (Брайтона)

Цикл ПуВРД представлен на рисунке 1.5, где процесс 1–2 соответствует сжатию воздуха во входном диффузоре, 2–3 — подводу теплоты при сгорании топлива, 3–4 — расширению газа в сопле, процесс 4–1 — условному процессу выброса в атмосферу и охлаждению в ней (при $p = \text{const}$) продуктов сгорания.

Термический КПД пульсирующего двигателя можно определить по формуле

$$\eta_t = \frac{k \left[\left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} - 1 \right]}{\pi_{\text{д}}^{\frac{k-1}{k}} \left(\frac{p_3}{p_2} - 1 \right)}.$$

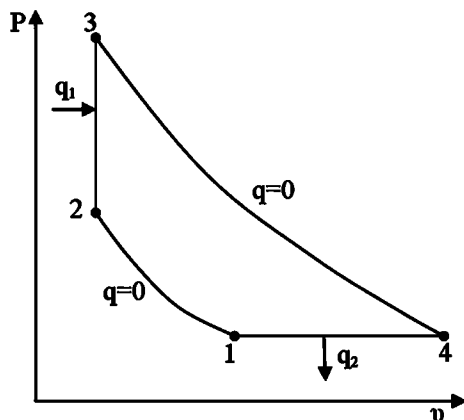


Рис. 1.5
Цикл ПуВРД (Гемфри)

Компрессорные турбореактивные двигатели в настоящее время широко применяются в авиации. В турбореактивных двигателях (ТРД) сжатие воздуха осуществляется в диффузоре вследствие скоростного напора и в компрессоре (осевом или центробежном), имеющем высокую степень повышения давления. Из компрессора воздух подается в камеру сгорания, а затем продукты сгорания поступают на газовую турбину, где, расширяясь, совершают работу, идущую на привод компрессора. Окончательно расширение газа до атмосферного давления происходит в реактивном сопле.

На рисунке 1.6 представлена схема одноконтурного ТРД и график изменения параметров по тракту двигателя. Идеальный цикл этого двигателя по сравнению с прямоточным двигателем дополняется процессами, идущими в компрессоре и турбине (рис. 1.7). На p - V -диаграмме линией 1–1' изображен процесс сжатия в диффузоре, 1'–2 — сжатия в компрессоре, 2–3 — изобарный подвод теплоты, 3–3' — расширения в турбине, линией 3'–4 — расширения в реактивном сопле.

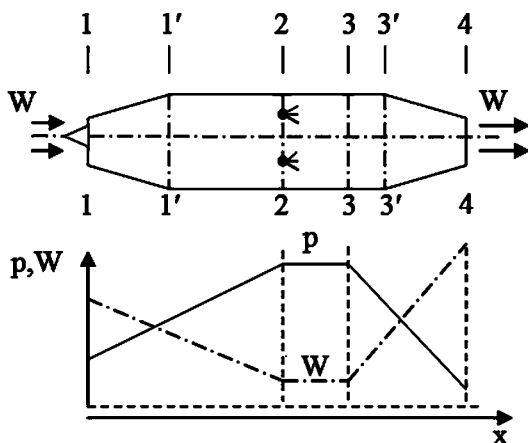


Рис. 1.6
Схема ТРД

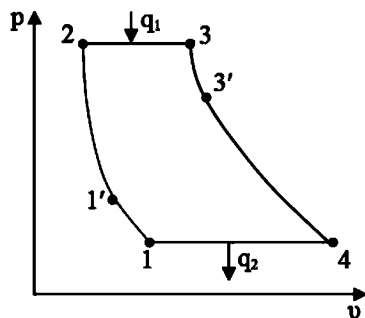


Рис. 1.7
Цикл ТРД (Брайтона)

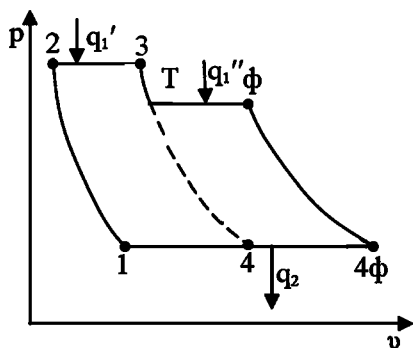


Рис. 1.8
Цикл ТРДФ

Общая степень повышения давления:

$$\pi = \pi_d \pi_k = \frac{p_2}{p_1}.$$

Термический КПД ТРД может быть определен по формуле

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{k-1}{k}}},$$

где $\pi = \frac{p_2}{p_1}$ — степень повышения давления.

Из формулы видно, что эффективность этого двигателя будет определяться степенью повышения давления в диффузоре и компрессоре.

Турбореактивный двигатель с форсажной камерой (ТРДФ) отличается от рассмотренного выше ТРД наличием форсажной камеры между турбиной и реактивным соплом. В эту камеру подается дополнительное количество топлива через специальные форсунки, и процесс горения идет в потоке, содержащем кислород, не использованный при горении топлива в основной камере. Подвод теплоты носит ступенчатый характер (рис. 1.8).

Повышение температуры в форсажной камере увеличивает располагаемый теплотеперепад в реактивном сопле, а следовательно, скорость истечения и тягу двигателя. ТРДФ обычно предназначаются для сверхзвуковых скоростей полета.

Двухконтурные турбореактивные двигатели (ТРДД) становятся доминирующими силовыми установками в дозвуковой и сверхзвуковой авиации. По сравнению с одноконтурными ТРД и турбовинтовыми двигателями ТРДД имеют ряд преимуществ и, в частности, возможность увеличения термического КПД путем реализации более высоких степеней повышения давления и температуры газов перед турбиной.

1.4.2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

К настоящему времени широкое применение в ракетной технике получили два типа ракетных двигателей — ЖРД и РДТТ. ЖРД получили широкое распространение как силовые установки для космических ракет-носителей, баллистических ракет военного назначения и как двигатели вспомогательного назначения.

Жидкостный ракетный двигатель (рис. 1.9) состоит из камеры сгорания 1 с соплом 2, турбонасосных агрегатов, газогенераторов, агрегатов автоматики, устройств для создания управляющих усилий, рамы, трубопроводов и вспомогательных устройств и агрегатов. Рабочие компоненты топлива подаются в камеру сгорания через форсунки 3, где происходит процесс смешения и сгорания. Продукты сгорания расширяются в сопловом аппарате. При этом часть теплоты, которой они обладают, превращается в кинетическую энергию. Ско-

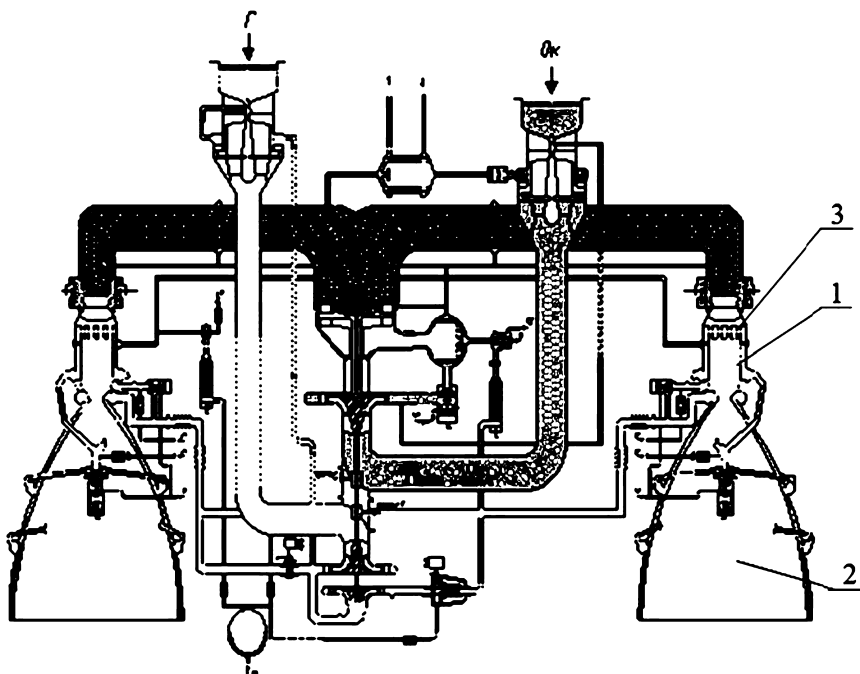


Рис. 1.9
Схема жидкостной двигательной установки:
1 — камера сгорания; 2 — сопло; 3 — форсунки; Г — горючее; Ок — окислитель.

рость истечения газов увеличивается, а давление падает от давления в камере сгорания до давления окружающей среды (при полном расширении).

Так как жидкости практически не сжимаются, процесс повышения давления 1–2 в идеальном цикле считается изохорным (рис. 1.10).

Процесс горения топлива идет при постоянном давлении (изобарический процесс) и непрерывном увеличении объема продуктов сгорания. Следовательно, процесс горения в основной камере можно представить изобарой 2–3 (рис. 1.10). После этого продукты сгорания поступают в реактивное сопло и расширяются до конечного давления (процесс 3–4). Отработавшие газы выбрасываются из сопла в окружающую среду, унося с собой заключенную в них теплоту (процесс 4–1).

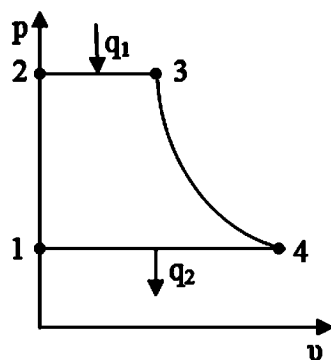


Рис. 1.10
Цикл ЖРД

Процесс горения отождествляется с подводом эквивалентного количества теплоты при $p = \text{const}$, а процесс выброса газов в окружающую среду — с отводом эквивалентного количества теплоты от рабочего тела также при $p = \text{const}$. Рабочее тело, участвующее в цикле, рассматривается как идеальный газ с постоянной теплоемкостью.

Параметром цикла является степень понижения давления газов в сопле ЖРД $\pi = p_3/p_4$.

Термический КПД цикла:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1}$$

или

$$\eta_t = 1 - \frac{T_4}{T_3} = \frac{1}{\pi^{\frac{k-1}{k}}}.$$

Таким образом, термический КПД цикла определяется при полном расширении только степенью понижения давления и при увеличении последней увеличивается. По мере увеличения степени понижения давления рост термического КПД замедляется.

Большие значения показателя адиабаты k дают больший термический КПД. Повышения k можно достигнуть, увеличив в продуктах сгорания наличие одноатомных или легких газов.

С другой стороны, термический КПД цикла равен отношению теоретической работы цикла $l_{\text{т}} = \frac{w^2}{2}$ к подведенному количеству теплоты $q_1 = h_3 - h_2$.

Тогда

$$\eta_t = \frac{w^2}{2(h_3 - h_2)}.$$

Таким образом, термический КПД можно связать непосредственно со скоростью в выходном сечении сопла, а следовательно, и с тягой ЖРД.

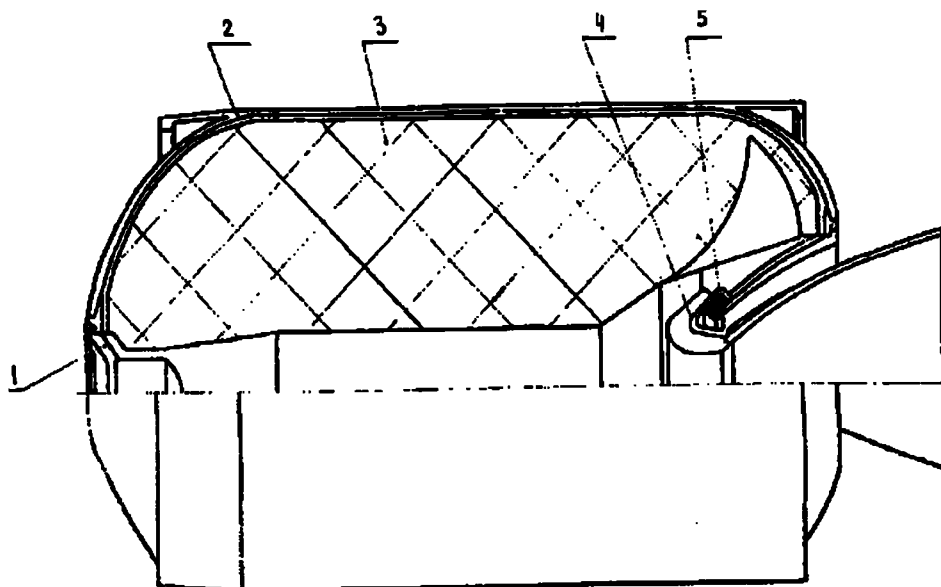


Рис. 1.11

РДТТ с центральным поворотным управляющим соплом:

1 — переднее днище; 2 — корпус; 3 — заряд ТТ; 4 — поворотное управляющее сопло; 5 — гибкая опора.

Последние положения справедливы также для ракетного двигателя твердого топлива (РДТТ), схема которого дана на рисунке 1.11.

В РДТТ заряд твердого топлива 3, содержащего и горючее, и окислитель, находится непосредственно в камере сгорания 2. В момент запуска двигателя давление в камере сгорания достаточно быстро повышается до некоторой величины (процесс 1–2). Твердое топливо несжимаемо, что позволяет считать этот процесс изохорным. Горение твердого топлива (подвод тепла q_1) происходит в большинстве случаев при практически постоянном давлении (процесс 2–3). Газообразные продукты сгорания, как и в ЖРД, вытекают через сопло, где происходит их адиабатное расширение (процесс 3–4) и увеличение скорости.

Жидкие компоненты топлива ЖРД и твердое топливо РДТТ имеют настолько высокую массовую плотность по сравнению с газообразными продуктами сгорания, что изохора 1–2 на рисунке 1.10 практически совпадает с осью ординат.

2

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РДТТ. ТЯГА ДВИГАТЕЛЯ

ГЛАВА

Рассмотрим общие теоретические зависимости для тяговых и энергетических характеристик РДТТ в предположении отсутствия необратимых явлений в камере сгорания и сопловом аппарате.

Движущей силой летательного аппарата является тяга, создаваемая ракетным двигателем. Тяга является главной характеристикой двигателя, она определяет целевое использование РДТТ, поэтому вопрос об определении тяги — один из основных в теории ракетных двигателей.

По величине тяги и характеру ее изменения во время процесса можно судить о массе и габаритных размерах двигателя. Современные РДТТ имеют тяги от долей до нескольких сотен миллионов ньютонов.

Тяга представляет собой равнодействующую всех сил давления, действующих на внутренние и внешние поверхности ракетного двигателя, за исключением сил внешнего аэродинамического сопротивления (рис. 2.1).

Общее выражение для тяги двигателя может быть получено путем применения теоремы об изменении количества движения к системе переменной массы с твердой закрепленной оболочкой.

Вектор тяги двигателя можно выразить в виде

$$\vec{P} = \vec{P}_p + \vec{P}_{ст} + \vec{P}_{нест},$$

где \vec{P}_p — реактивная составляющая тяги; $\vec{P}_{ст}$ — статическая составляющая тяги, обусловленная взаимодействием двигателя с атмосферой воздушной среды; $\vec{P}_{нест}$ — сила, обусловленная нестационарным движением продуктов сгорания в камере сгорания и сопловом аппарате.

Чтобы получить выражение для каждой из составляющих тяги, ограничим двигательную систему, для кото-

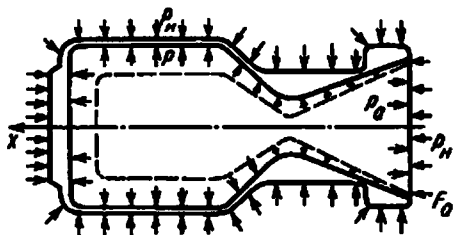


Рис. 2.1
Распределение сил давления
на поверхности двигателя

рой определяется тяга (рис. 2.1), контрольной поверхностью, совпадающей с внешним контуром корпуса двигателя и геометрической поверхностью, образованной плоскостью выходного сечения сопла.

Реактивная составляющая тяги равна по величине и противоположна по направлению вектору количества движения массы продуктов сгорания, протекающих через контрольную площадь поверхности $F_{\text{вых}}$ в единицу времени:

$$\vec{P}_p = \iint_{F_a} \rho_a v_{na} \vec{v}_a dF, \quad (2.1)$$

где v_{na} — проекция скорости потока в выходном сечении сопла на нормаль к элементарной площадке dF .

Предполагая, что в плоскости выходного сечения сопла плотность и скорость равномерно распределены, а поток является однонаправленным, выражение (2.1) можно записать в виде

$$P_p = \rho_a F_a v_{na} v_a = G_a v_a, \quad (2.2)$$

где G_a — расход продуктов сгорания через выходное сечение сопла.

Статическая составляющая тяги $\vec{P}_{\text{ст}}$ может быть определена как равнодействующая сил давления по контуру контрольной поверхности:

$$\vec{P}_{\text{ст}} = - \iint_{F_a} \rho \vec{n} dS, \quad (2.3)$$

где \vec{n} — единичный вектор внешней нормали к элементу dS контрольной поверхности.

В предположении равномерности распределения атмосферного давления по контуру контрольной поверхности соотношение (2.3) можно представить в виде

$$\vec{P}_{\text{ст}} = - \iint_{F_a} (p_a - p_H) \vec{n} dF,$$

где p_a — давление в выходном сечении сопла; p_H — давление невозмущенной окружающей среды — величина постоянная на данной высоте H .

Если p_H также распределено равномерно в плоскости выходного сечения сопла, то выражение для статической составляющей тяги можно представить в виде

$$P_{\text{ст}} = (p_a - p_H) F_a, \quad (2.4)$$

где F_a — площадь выходного сечения сопла; $\vec{P}_{\text{нест}}$ равна взятому с противоположным знаком вектору скорости изменения по времени количества движения продуктов сгорания в объеме V , ограниченном контрольной поверхностью, т. е.

$$\vec{P}_{\text{нест}} = \frac{d}{dt} [(\rho v)_{\text{ср}} V], \quad (2.5)$$

где $(\rho v)_{\text{ср}}$ — средняя массовая скорость ρv по свободному объему.

Запишем соотношение (2.5) в предположении однонаправленности скорости продуктов сгорания в объеме V :

$$P_{\text{нест}} = \frac{d}{dt} [(\rho v)_{\text{ср}} V].$$

С учетом (2.1), (2.3), (2.5) соотношение для тяги можно записать в общем виде

$$\vec{P} = - \iint_{F_a} \rho_a \vec{v}_{na} dF - \iint_{S_{\text{контр}}} \bar{p} n dS - \frac{d}{dt} \iiint_V \bar{\rho} v dV. \quad (2.6)$$

Идеальная тяга в стационарном режиме работы двигателя в условиях, когда плоскость выходного сечения сопла перпендикулярна оси сопла, выражается следующей зависимостью:

$$\vec{P} = G_{\text{кр}} v_a + (p_a - p_H) F_a. \quad (2.7)$$

При расчетах в соотношении (2.7) по СИ используются следующие размерности: $G_{\text{кр}}$ — кг/с; v — м/с; p — Па; F — м²; P — Н.

В действительности условие параллельности скорости в выходном сечении сопла, однородности и изоэнтропичности потока в сопловом блоке не соблюдается, поэтому тяга двигателя меньше идеальной на величину потерь.

Выделим следующие характерные случаи определения тяги.

1. Тяга в пустоте, когда $p_H = 0$.

Как следует из уравнения (2.7),

$$P_{\text{п}} = G_{\text{кр}} v_a + p_a F_a. \quad (2.8)$$

Тяга в пустоте представляет собой результирующую сил давления, распределенных по внутренней поверхности двигателя.

2. Тяга на высоте H , когда $p_H \neq 0$.

$$P_H = P_{\text{п}} - p_H F_a. \quad (2.9)$$

Как следует из соотношения (2.9), воздействие окружающей среды воздуха всегда уменьшает тягу двигателя.

3. Тяга при $p_H = p_a$.

Как следует из (2.7),

$$P = G_{\text{кр}} v_a. \quad (2.10)$$

В формуле (2.10) сила внешнего воздействия $p_H F_a$ уравнивается статической составляющей $p_a F_a$.

Тягу для всех режимов можно представлять и в виде соотношения

$$P = G_{\text{кр}} v_{\text{эф}}, \quad (2.11)$$

где $v_{\text{эф}}$ — эффективная скорость истечения газа.

Из сопоставления выражений (2.7) и (2.11) следует, что

$$v_{\text{эф}} = v_a + \frac{(p_a - p_H) F_a}{G_{\text{кр}}}. \quad (2.12)$$

В существующих двигателях эффективная скорость истечения газа превышает действительную примерно на 5...15%, а при $p_a = p_H$ она совпадает со скоростью в выходном сечении сопла v_a .

2.1. РЕЖИМЫ РАБОТЫ СОПЛА

В зависимости от соотношения давлений в окружающей среде и в выходном сечении сопла $m = p_H / p_a$, где m — степень нерасчетности, различают три режима работы сопла.

1. Расчетный режим, когда $p_H = p_a$, $m = 1$.
2. Режим с недорасширением, когда $p_H < p_a$, $m < 1$.
3. Режим с перерасширением, когда $p_H > p_a$, $m > 1$.

Из этих трех режимов самым выгодным является режим, характеризующий равенством давлений $p_a = p_H$, т. е. $m = 1$. На режимах работы сопла с большим перерасширением, когда на срезе сопла устанавливается мостообразный скачок (рис. 2.2), степень нерасчетности m может оказаться выше критической $m > m_{кр}$ для пограничного слоя сопла при его взаимодействии с косым скачком уплотнения. В этом случае возникает отрыв пограничного слоя от стенки, и вглубь сопла начинает двигаться мостообразный скачок уплотнения. За местом отрыва давление на стенке внутри сопла равно атмосферному, поэтому тяга в этом случае станет выше, чем на режиме полного перерасширения, когда в выходном участке расширяющейся части сопла будет разрежение. Положение сечения отрыва и распределение давления в области отрыва можно определить по известным значениям относительных давлений:

$$\bar{p}_2 = p_2 / p_1;$$

$$\bar{p}_H = p_H / p_2,$$

где \bar{p}_2 — отношение давления p_2 за скачком, вызывающим отрыв, к давлению p_1 в невозмущенном потоке \bar{p}_H перед сечением отрыва; \bar{p}_H — отношение давления окружающей среды p_H к давлению p_2 .

Экспериментальным путем установлено, что величина \bar{p}_2 соответствует критическому отношению давлений и является некоторой обобщенной характеристикой отрывных течений. Критическое значение величины $(\bar{p}_2)_{кр}$ зависит от типа пограничного слоя. Так, для турбулентного пограничного слоя

$$(\bar{p}_2)_{кр} = 1 + 0,2 \frac{nM_1}{(M_1^2 - 1)^{0,25}};$$

для ламинарного пограничного слоя

$$(\bar{p}_2)_{кр} = 1 + 0,94 \frac{nM_1^2}{[(M_1^2 - 1)Re_x]^{0,25}},$$

где M_1 — число Маха в невозмущенном потоке перед областью отрыва; $Re_x =$

$$= \frac{1}{\mu_{\pi} r^2} \int_0^x r^2 v_{\pi} \rho_{\pi} dx — \text{эффективное число}$$

Рейнольдса, определяемое по текущей координате x вдоль образующей сопла от начала развития пограничного слоя до сечения отрыва, где r — текущий радиус;

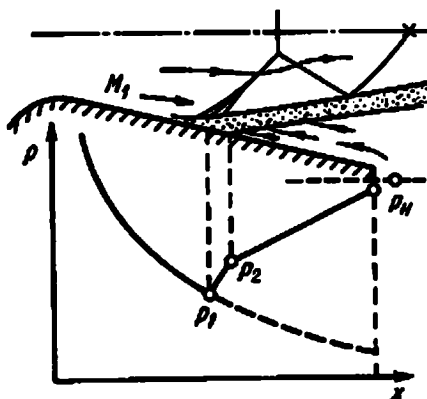


Рис. 2.2
Схема распределения давлений для сопла с большим перерасширением

$\mu_{\text{п}}, \rho_{\text{п}}$ — динамическая вязкость и плотность газа, соответствующие текущей температуре внутренней поверхности стенки; $v_{\text{вн}}$ — текущее значение скорости на внешней границе пограничного слоя.

Относительное давление \bar{p}_H также можно определить только экспериментальным путем, причем \bar{p}_H зависит от длины и формы контура сопла. Для конических сопел с углом раствора $2\alpha < 30^\circ$ $p_2 \sim p_H$, а число M_1 в сечении отрыва может быть определено по соотношению

$$\pi(M) = \left[1 + \frac{n-1}{2} \right]^{\frac{n}{n-1}},$$

где

$$\frac{\pi(M_1)}{\pi(M_a)} (\bar{p}_2)_{\text{кр}} = m.$$

Для конических сопел с углом раствора $2\alpha < 30^\circ$ давление за скачком отрыва существенно зависит от степени нерасчетности m и угла раствора сопла 2α и может быть определено по эмпирической зависимости

$$\bar{p}_H = \left[1 + \left[0,190 \frac{1}{\sin \alpha} - 0,7 \right] \left[1 - \frac{M_1}{M_2} \right] \right].$$

С учетом последнего соотношения выражение для определения числа M_1 в сечении отрыва потока имеет вид

$$\bar{p}_H \frac{\pi(M_1)}{\pi(M_a)} (\bar{p}_2)_{\text{кр}} = m.$$

Течение с отрывом потока в профилированных соплах изучено в меньшей степени, поэтому при расчете течений с отрывом в них используются соотношения, полученные для конических сопел.

Тягу двигателя на режиме работы сопла с отрывом потока можно представить в виде

$$P = P_1 + P_2 + P_3,$$

где P_1, P_2 — составляющие тяги от действия сил давления на внутреннюю поверхность сопла от сечения отрыва до среза сопла соответственно; $P_3 = -p_H F_a$ — сила, действующая на нагруженную поверхность сопла.

Составляющую тяги P_1 можно определить по параметрам потока в сечении отрыва, а составляющую тяги P_2 — путем интегрирования распределения давления по поверхности сопла за сечением отрыва.

$$p_2 = p_H \int_{F_{\text{ск}}}^{F_a} p_i dF = \int_{F_{\text{ск}}}^{F_a} p_H dF = p_H (F_a - F_{\text{ск}}).$$

При $p_2 \neq p_H$ определение $\int_{F_{\text{ск}}}^{F_a} p_i dF$ затруднено из-за незнания характера восстановления давления за скачком уплотнения.

В этом случае среднее давление, действующее на внутреннюю поверхность сопла от местоположения скачка уплотнения до выходного сечения сопла (в предположении $p_a = p_H$), можно определить по соотношению

$$p_{cp} = (p_2 + p_H)/2.$$

Тогда

$$\int_{F_{ck}}^{F_a} p_t dF = p_{cp} (F_a - F_{ck}).$$

2.2. УДЕЛЬНЫЙ ИМПУЛЬС ТЯГИ

Удельный импульс тяги является главной энергетической характеристикой ракетного двигателя и определяется как отношение тяги, развиваемой РДТТ, к единице расхода:

$$I_{уд} = \frac{P}{G_{кр}}. \quad (2.13)$$

Как следует из уравнения (2.12), удельный импульс выражается зависимостью

$$I_{уд} = v_a + \frac{(p_a - p_H)F_a}{G_{кр}} = v_{эф}. \quad (2.14)$$

Из последнего соотношения следует, что удельный импульс тяги равен эффективной скорости истечения.

На расчетном режиме работы сопла при $p_a = p_H$

$$I_{уд} = v_a. \quad (2.15)$$

В единицах СИ удельный импульс тяги имеет размерность скорости.

В РДТТ затруднено фиксирование мгновенного импульса. В этих условиях взамен мгновенного значения $I_{уд}$, представляющего локальную характеристику двигателя, целесообразнее вводить в качестве обобщающей энергетической характеристики РДТТ среднеинтегральную характеристику $\bar{I}_{уд}$, удельный импульс определяется обычно за полное время работы t_n как среднее значение.

Удельным импульсом тяги называется отношение полного (суммарного) импульса тяги за полное время работы двигателя к общей массе продуктов M_n сгорания, истекающих из камеры за то же время.

$$\bar{I}_{уд} = \frac{\int_0^{t_n} P dt}{\int_0^{t_n} G_{кр} dt}, \quad (2.16)$$

где t_n — полное время работы двигателя.

Эту энергетическую характеристику РДТТ называют также единичным импульсом.

В связи с тем, что расход топлива за время t_n составляет

$$\int_0^{t_n} G_{кр} dt = m_T;$$

$$\bar{I}_{уд} = \int_0^{t_n} P dt / m_T. \quad (2.17)$$

Величина удельного импульса $\bar{I}_{уд}$, вычисленная по зависимости (2.17), совпадает с величиной $I_{уд}$, определяемой по зависимости (2.13), только в случае постоянства во времени тяги и расхода. В более общем случае величины не совпадают, так как одному циклу работы РДТТ соответствует единственное значение удельного импульса $I_{уд}$, соответствующих каждому моменту времени.

2.3. РАСХОДНЫЙ КОМПЛЕКС И ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

Расходный комплекс β представляет собой отношение произведения давления в некотором сечении камеры сгорания на площадь минимального сечения сопла к секунднему расходу продуктов сгорания через сопло. Расходный комплекс β используется при различных анализах характеристик двигателя и может быть получен из уравнения сохранения массы

$$G_{кр} = \frac{\Gamma(m)}{\sqrt{RT}} p_{0с} F_{кр} = \frac{p_{0с} F_{кр}}{\beta},$$

откуда

$$\beta = \frac{p_{0с} F_{кр}}{G_{кр}}. \quad (2.18)$$

При этом давление в зависимости от характера анализа в соотношении для комплекса β может приниматься в том или ином характерном сечении камеры сгорания. Расходный комплекс β может быть получен как теоретическим путем, так и в процессе эксперимента, ибо все параметры, входящие в зависимость (2.18), можно измерить. В результате сравнительного анализа значений β , полученных теоретическим и экспериментальным путем, можно оценить совершенство процессов на участке камеры сгорания.

Совершенство процесса горения оценивается характеристической скоростью, которая определяется из условия стационарности с учетом неидеальности процессов в сужающейся части сопла:

$$C_* = \frac{\varphi_p p_{0с} F_{кр}}{G_{кр}}, \quad (2.19)$$

где φ_p — коэффициент расхода.

2.4. ТЯГОВЫЙ КОМПЛЕКС И КОЭФФИЦИЕНТ ТЯГИ

Под тяговым комплексом понимается отношение тяги двигателя к произведению давления в характерном сечении камеры сгорания на площадь минимального сечения сопла:

$$K_P = \frac{P}{p_{0с} F_{кр}}. \quad (2.20)$$

Тяговый комплекс можно выразить через отношение удельного импульса двигателя к его составляющей — расходуному комплексу:

$$K_P = I_{уд}/\beta. \quad (2.21)$$

Коэффициент тяги — отношение удельного импульса тяги к характеристической скорости:

$$C_P = \frac{P}{\Phi_P p_{0c} F_{кр}} = \frac{I_{уд}}{C_*}. \quad (2.22)$$

Коэффициент тяги, так же как и характеристическую скорость, можно определить теоретическим и экспериментальным путями, а в результате сравнения этих данных можно оценить совершенство процессов в сопловом блоке.

2.5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЯГИ, УДЕЛЬНОГО ИМПУЛЬСА ТЯГИ И ТЯГОВОГО КОМПЛЕКСА

Для удобства расчетов тяги, удельного импульса тяги и тягового комплекса введем в рассмотрение газодинамические функции одномерного изоэнтروпического потока, зависящее от отношения теплоемкостей n и приведенной скорости λ :

$$\begin{aligned} q(\lambda) &= \frac{F_{кр}}{F} \left[\frac{n+1}{2} \right]^{\frac{1}{n-1}} \left[1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2 \right]^{\frac{1}{n-1}}; \\ f(\lambda) &= (1 + \lambda^2) \left[1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2 \right]^{\frac{1}{n-1}}; \\ \pi(\lambda) &= \frac{p}{p_{0c}} = \left[1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2 \right]^{\frac{1}{n-1}}; \\ z(\lambda) &= \frac{1}{2} \left[\lambda + \frac{1}{\lambda} \right]; \\ \lambda &= \frac{v}{a_{кр}} = v / \sqrt{\frac{2n}{n+1} R T_{0c}}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Сначала из уравнения для тяги (2.7) выразим массовый расход $G_{кр}$ продуктов сгорания и скорость в выходном сечении сопла соотношениями, вытекающими из теории одномерного квазистационарного изоэнтропического течения идеального газа:

$$\begin{aligned} G_{кр} &= \Gamma(n) \frac{p_{0c} F_{кр}}{\sqrt{RT}} = \frac{p_{0c} F_{кр}}{\beta}; \\ v_a &= \sqrt{\frac{2n}{n-1} RT \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_{0c}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

С учетом выражений для $G_{кр}$ и v_a уравнение для тяги в предположении идеальности процесса можно представить в виде

$$P = \Gamma(n) p_{0c} F_{кр} \sqrt{\frac{2n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_{0c}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]} + F_a (p_a - p_H). \quad (2.25)$$

Представим соотношение (2.25) в виде, удобном для использования газодинамических функций:

$$P = p_{0c} F_{кр} \left\{ \Gamma(n) \sqrt{\frac{2n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_{0c}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]} + \frac{F_a}{F_{кр}} \left(\frac{p_a}{p_{0c}} - \frac{p_H}{p_{0c}} \right) \right\} \quad (2.26)$$

или, вводя газодинамические функции $\pi(\lambda_a)$ и обозначая

$$\frac{F_a}{F_{кр}} = \frac{1}{q(\lambda_a)} = \xi_a^2,$$

после преобразований получим следующее выражение для тяги на произвольном режиме ($p_a \neq p_H$):

$$P = p_{0c} F_{кр} \left\{ \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}} n \lambda_a + \frac{1}{q(\lambda_a)} \left[\pi(\lambda_a) - \frac{p_H}{p_{0c}} \right] \right\}. \quad (2.27)$$

В соотношении для тяги (2.27) по одной входной величине $\xi_a = 1/q(\lambda_a)$ по таблицам газодинамических функций определяется значение λ_a и $\pi(\lambda_a)$.

Выражение для тяги в пустоте ($p_H = 0$) можно записать в виде

$$P = p_{0c} F_{кр} \left[\left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}} n \lambda_a + \frac{\pi(\lambda_a)}{q(\lambda_a)} \right] \quad (2.28)$$

или

$$P = \Gamma_1(n) p_{0c} F_{кр} 2z(\lambda_a), \quad (2.29)$$

где

$$\Gamma_1(n) = \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}}.$$

Для расчетного режима ($p_a \neq p_H$)

$$P = \Gamma_1(n) p_{0c} F_{кр} n \lambda_a. \quad (2.30)$$

Преобразуем уравнение для удельного импульса.

С учетом системы (2.24) выражение для удельного импульса на произвольном режиме ($p_a \neq p_H$) запишется в виде

$$I_{yd} = \sqrt{RT} \left\{ \sqrt{\frac{2n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_{0c}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]} + \frac{F_a}{\Gamma_1(n) F_{кр}} \left(\frac{p_a}{p_{0c}} - \frac{p_H}{p_{0c}} \right) \right\}. \quad (2.31)$$

Зная газодинамические функции $\pi(\lambda_a)$ и $q(\lambda_a)$, значение удельного импульса можно определить по формуле

$$I_{уд} = \sqrt{RT} \left\{ \lambda_a \sqrt{\frac{2n}{n+1}} + \frac{1}{\Gamma_1(n)q(\lambda_a)} \left[\pi(\lambda_a) - \frac{p_H}{p_{0c}} \right] \right\} \quad (2.32)$$

или

$$I_{уд} = \frac{\sqrt{RT}}{\Gamma_1(n)q(\lambda_a)} \left[f(\lambda_a) - \frac{p_H}{p_{0c}} \right]. \quad (2.33)$$

Удельный импульс в пустоте ($p_H = 0$) равен

$$I_{уд} = \frac{\sqrt{RT}}{\Gamma_1(n)q(\lambda_a)} f(\lambda_a). \quad (2.34)$$

Удельный импульс в пустоте ($p_H = 0$) определяется по соотношению

$$I_{уд} = \sqrt{\frac{2n}{n+1}} RT \lambda_a = a_{кр} \lambda_a. \quad (2.35)$$

Тяговый комплекс C_P , как следует из сравнения равенств (2.20) и (2.27), для произвольного режима ($p_a \neq p_H$) выражается формулой

$$C_P = \Gamma_1(n)n\lambda_a + \frac{1}{q(\lambda_a)} \left[\pi(\lambda_a) - \frac{p_H}{p_{0c}} \right].$$

Тяговый комплекс в пустоте ($p_H = 0$) равен

$$C_P = \Gamma_1(n)n\lambda_a + \frac{\pi(\lambda_a)}{q(\lambda_a)} \quad (2.36)$$

и не зависит от давления в камере сгорания. Следовательно, тяга двигателя в пустоте прямо пропорциональна давлению в предсопловом объеме p_{0c} .

Подставляя в соотношение (2.36) значения газодинамических функций $\pi(\lambda_a)$ и $q(\lambda_a)$, после преобразований получим выражение для пустотного тягового комплекса:

$$C_P = \Gamma_1(n)n\lambda_a + \frac{1 - \frac{n-1}{n+1}\lambda_a^2}{\lambda_a} \left[\frac{2}{n-1} \right]^{\frac{1}{n-1}}. \quad (2.37)$$

При постоянном n пустотное значение коэффициента тяги зависит только от приведенной скорости продуктов сгорания в выходном сечении сопла λ_a .

Коэффициент тяги для расчетного режима $p_a = p_H$ так же зависит только от λ_a и равен

$$C_P = \Gamma_1(n)n\lambda_a. \quad (2.38)$$

2.6. КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ДВИГАТЕЛЯ

Энергетический КПД. В РДТТ теплота, полученная от сгорания заряда ТТ, преобразуется в кинетическую энергию продуктов сгорания и используется для получения тяги.

В основе работы РДТТ лежат идеальные круговые процессы преобразования теплоты в работу, т. е. идеальные циклы. На рисунке 2.3 изображен идеальный цикл работы РДТТ с изобарным подводом тепла.

Термический КПД:

$$\eta_T = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{l_{ц}}{q_1}, \quad (2.39)$$

где q_1 и q_2 — подведенная и уносимая теплоты в обратимом процессе; $l_{ц} = = v_{ид}^2/2$ — полезная работа идеального цикла; $v_{ид}$ — теоретическая эффективная скорость истечения.

Значение η_T всегда меньше единицы и учитывает унос теплоты, обусловленный вторым законом термодинамики.

Таким образом, соотношение (2.39) может быть записано и в другой форме:

$$\eta_T = v_{ид}^2 / 2H_u, \quad (2.40)$$

где H_u — теплота сгорания ТТ, характеризующая запас химической энергии, вводимой в камеру сгорания с 1 кг топлива.

Для оценки совершенства преобразования химической энергии в полезную работу (энергию) в теории ракетных двигателей можно использовать энергетические КПД. Процесс горения твердого топлива протекает при примерно постоянном давлении и непрерывном увеличении объема продуктов сгорания.

При этом давление в камере сгорания за счет процесса воспламенения заряда ТТ возрастает от p_H до p_c . В p - v -диаграмме этот процесс обозначается прямой, параллельной оси ординат. Объем, занимаемый ТТ, откладывается по оси абсцисс вправо от начала координат. Процесс сгорания ТТ, связанный с превращением химической энергии в теплоту, заменяется в p - v -диаграмме процессом подвода теплоты q_1 извне при $p = \text{const}$. Таким образом, процесс горения можно представить изобарой b - c . После этого продукты сгорания поступают в сопло, где происходит процесс расширения до давления, равного давлению в выходном сечении сопла (процесс c - d).

Продукты сгорания выбрасываются из сопла в окружающую среду, унося с собой заключенную в них теплоту. При этом процесс выброса газов в окружающую среду отождествляется с отводом эквивалентного количества теплоты от рабочего тела также при изобарном процессе. Рабочее тело, участвующее в термодинамическом цикле, рассматривается как идеальный газ с постоянной теплоемкостью.

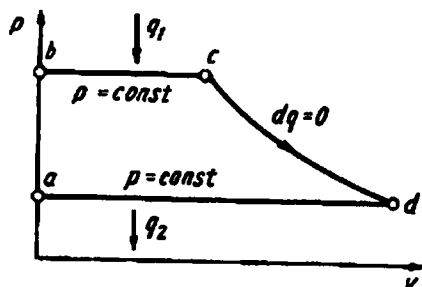


Рис. 2.3

Идеальный термодинамический цикл ракетного двигателя с подводом теплоты при $p = \text{const}$:

a - b — процесс повышения давления рабочего тела; b - c — изобарный процесс подвода теплоты q_1 за счет горения ТТ в камере сгорания; c - d — адиабатный процесс расширения продуктов сгорания в сопле; d - a — изобарный процесс отвода теплоты q_2 .

Параметром цикла является степень расширения продуктов сгорания в сопле.

$$\varepsilon = p_a/p_{0c}.$$

Учтем, что в выражении для термического КПД

$$q_1 = c_p(T_c - T_b);$$

$$q_2 = c_p(T_d - T_a).$$

Считая, что $q_1 = c_p T_c$; $q_2 = c_p T_d$, запишем

$$\eta_T = 1 - \frac{T_d}{T_c}.$$

Далее, предполагая, что расширение продуктов сгорания в идеальном цикле осуществляется по адиабате

$$\frac{T_d}{T_c} = \left(\frac{p_d}{p_c} \right)^{\frac{n-1}{n}},$$

получим

$$\eta_T = 1 - (1/\varepsilon)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (2.41)$$

Для расчетного режима ($p_a = p_H$) выражение для теоретического удельного импульса в соответствии с зависимостью (2.40) имеет вид

$$I_{уд}^{ид} = \sqrt{2\eta_T H_u}. \quad (2.42)$$

При протекании реальных процессов в камере сгорания и сопловом аппарате имеют место различные виды потерь (тепловые, газодинамические, химические и др.), поэтому действительное значение удельного импульса меньше теоретического на величину потерь. Степень совершенства внутренних процессов в камере сгорания и сопле оценивается относительным внутренним КПД, равным отношению действительной кинетической энергии в выходном сечении сопла к теоретической, т. е.

$$\eta_i = v_a^2 / v_{ид}^2. \quad (2.43)$$

Суммарные потери оцениваются с помощью эффективного КПД, равного

$$\eta_e = \eta_T \eta_i. \quad (2.44)$$

С другой стороны,

$$\eta_e = v_a^2 / 2H_u. \quad (2.45)$$

Для расчетного режима ($p_a = p_H$) действительный удельный импульс по аналогии с зависимостью (2.42) запишется в виде

$$I_{уд} = \sqrt{2\eta_e H_u}. \quad (2.46)$$

Для нерасчетных режимов ($p_a \neq p_H$) выражения для энергетических КПД усложняются и принимают другой вид. В полетных условиях при оценке энергетических КПД двигателя кроме теплоты сгорания ТТ следует учитывать и зависящую от скорости полета ЛА его кинетическую энергию.

Импульсный КПД. Наряду с энергетическими КПД при оценке эффективности РДТТ широко используются так называемые импульсные КПД, нахо-

дящиеся в непосредственной связи с энергетическими КПД. Импульсные КПД в отличие от энергетических оценивают потери не энергии, а удельного импульса тяги или скорости истечения продуктов сгорания.

Соотношение для действительной скорости истечения v_a можно записать в виде

$$v_a = \frac{\sqrt{v_a^2} \sqrt{v_{ид}^2}}{v_{ид}^2} \sqrt{2H_u}$$

или, используя выражения (2.40), (2.43),

$$v_a = \sqrt{\eta_i} \sqrt{\eta_T} \sqrt{2H_u}.$$

Из соотношения (2.42)

$$\sqrt{\eta_T} \sqrt{2H_u} = v_{ид} = I_{уд}^{ид}.$$

Тогда

$$v_a = v_{ид} \sqrt{\eta_i}. \quad (2.47)$$

В этом выражении теоретическая скорость истечения $v_{ид}$ является вместо H_u исходной величиной и может быть определена в результате термодинамического расчета.

Имея в виду связь между скоростью истечения и удельным импульсом, выражение (2.57) представим в виде

$$I_{уд} = \phi_1 I_{уд}^{ид}, \quad (2.48)$$

где $\phi_1 = \sqrt{\eta_i}$ — импульсный КПД, суммарно учитывающий все виды потерь, имеющих место в камере сгорания и сопле. При необходимости коэффициент ϕ_1 может быть разделен на отдельные частные импульсные коэффициенты, оценивающие потери на отдельных участках двигателя (камера сгорания и сопловой блок), или отдельные виды потерь.

Полный КПД. Основное назначение двигателя — разгон и перемещение ЛА за счет передачи ему механической работы в среде с сопротивлением. В этой связи полезная работа полета определяется не только характеристиками двигателя, которые оцениваются энергетическими КПД, но и скоростью движения ЛА v , являющейся зачастую независимой.

Под полным КПД РДТТ подразумевается отношение полезной работы перемещения ЛА, обусловленного работой двигателя, ко всей располагаемой энергии топлива. Учитывая, что располагаемая энергия 1 кг топлива в полете $H_u + \frac{v^2}{2}$, полезная работа перемещения $v_a v$, запишем выражение для полного КПД (рис. 2.4):

$$\eta_{\Pi} = \frac{v_a v}{H_u \cdot v^2 / 2} \quad (2.49)$$

или после преобразований

$$\eta_{\Pi} = \frac{2v / v_a}{1 / \eta_e + (v / v_a)^2}. \quad (2.50)$$

В результате дифференцирования выражения (2.50) можно получить максимальный полный КПД $\eta_{\text{пmax}} = \sqrt{\eta_e}$ при $\frac{v}{v_a} = \frac{1}{\sqrt{\eta_e}}$, возрастающий с увеличением эффективного КПД и уменьшающийся при меньших значениях отношения v/v_a .

Поскольку перемещение ЛА с РДТТ, как правило, является неустановившимся движением, то полный КПД, соответствующий фиксированному значению отношения v/v_a , характеризует двигатель и ЛА в данный момент. Степень совершенства использования РДТТ на ЛА за определенный промежуток времени, например за время полета на активном участке траектории, характеризуется средним значением полного КПД.

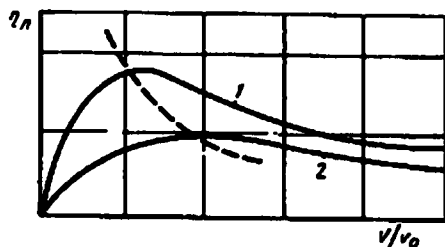


Рис. 2.4
Зависимость полного КПД $\eta_{\text{п}}$ от v/v_a для двух значений η_e :
1 — $\eta_e = 0,75$; 2 — $\eta_e = 0,25$.

2.7. ПОЛНЫЙ ИМПУЛЬС ТЯГИ И ЕГО СВЯЗЬ С УДЕЛЬНЫМ ИМПУЛЬСОМ И РАСХОДОМ ТОПЛИВА

Тяга РДУ складывается из тяги двигателей, входящих в состав двигательной установки. В частности, в состав двигательной установки входят как основные РДТТ, так и двигатели вспомогательного назначения, например двигатели управления вектором тяги.

Для осуществления заданного полета летательному аппарату на активном участке траектории должен быть сообщен полный (суммарный) импульс тяги двигателя, определяемый равенством

$$I_{\text{п}} = \int_0^{t_{\text{п}}} P dt, \quad (2.51)$$

где $t_{\text{п}}$ — полное время работы двигателя.

Используя зависимость (2.17), связь между полным импульсом, удельным импульсом тяги и расходом топлива за время t можно выразить в виде

$$I_{\text{п}} = I_{\text{уд}} G_{\text{кр}}. \quad (2.52)$$

В единицах СИ размерность $I_{\text{п}}$ — Н·с.

Удельный импульс тяги двигательной установки определяется тягой двигателя и полным расходом топлива в ДУ. Полный расход топлива включает расход топлива основных двигателей $G_{\text{кр}} = \sum_{i=1}^n G_{\text{кри}}$ и дополнительный расход топлива на вспомогательные нужды $G_{\text{доп}}$, например, на управление вектором тяги и др.

С учетом этого выражение для удельного импульса тяги запишется в виде

$$I_{\text{уд}} = \frac{P}{G(1 + G_{\text{отн}})},$$

где $G_{\text{отн}} = G_{\text{доп}}/G$ — относительный расход дополнительного топлива.

2.8. МОЩНОСТЬ

В теории ракетных двигателей при проведении сравнительной оценки различных РДТТ используют два понятия мощности: тяговая мощность, затрачиваемая на разгон и преодоление внешних сил при перемещении ЛА, и мощность двигателя как кинетическая энергия реактивной струи, вытекающей за 1 с. Выражения для определения этих мощностей можно записать соответственно в виде

$$N_P = PV; \quad N_v = G \frac{v_a^2}{2} = \frac{1}{2} P v_a.$$

В единицах СИ размерность мощности Вт.

Удельный расход твердого топлива. Под удельным расходом ТТ понимают расход, затрачиваемый для получения единицы тяги в единицу времени. Выражение для секундного удельного расхода ТТ запишется в виде

$$C_{уд} = G/P = 1/I_{уд}.$$

При сравнении $C_{уд}$ различных типов РДТТ используют удельный расход топлива по тяговой мощности $C_{удN}$ и удельный расход топлива по мощности струи $C_{удv}$:

$$C_{удN} = G/N_P; \quad C_{удv} = G/N_v.$$

2.9. УДЕЛЬНАЯ МАССА. КОЭФФИЦИЕНТ МАССОВОГО СОВЕРШЕНСТВА РДТТ

Под удельной массой понимается отношение массы двигателя в рабочем состоянии к тяге, развиваемой им на стационарном режиме, т. е.

$$m_{дв} = M_{дв}/P. \quad (2.53)$$

В единицах СИ размерность $m_{дв}$ — кг/Н.

Эта характеристика применяется довольно редко.

Для оценки конструктивного и технического совершенства двигателя РДТТ используется коэффициент массового совершенства, равный отношению пассивной массы двигателя m к массе твердого

топлива ω и воспламенительного состава $\omega_{в.с.}$, т. е.

$$a = \frac{m}{\omega + \omega_{в.с.}}. \quad (2.54)$$

Коэффициент массового совершенства зависит от назначения и схемы двигателя, в том числе от типа системы управления вектором тяги, применяемых конструкционных, теплозащитных, теплоэрозионностойких материалов и твердого топлива. На изменение значения a большое влияние оказывает давление в камере сгорания и в выходном сечении соплового блока (рис. 2.5).

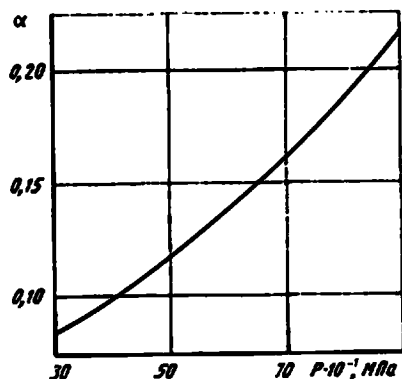


Рис. 2.5

Зависимость коэффициента массового совершенства a от давления в камере сгорания p

3

КОНСТРУКЦИОННЫЕ, ТЕПЛОЗАЩИТНЫЕ И ТЕПЛОЭРОЗИОННОСТОЙКИЕ МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА МАССОВЫХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

ГЛАВА

3.1. ТРЕБОВАНИЯ К МАТЕРИАЛАМ

Одним из определяющих условий создания эффективного РДТТ является рациональный выбор материалов для отдельных элементов и узлов. Все материалы, используемые для отдельных элементов (узлов) РДТТ, можно разделить на две группы: конструкционные и теплозащитные (ТЗП). Здесь необходимо отметить, что противоречивость и многообразие требований к материалам в ряде случаев исключают возможность однозначного выявления определяющего классификационного признака. Например, для материалов соплового блока (рис. 3.1) требуется одновременное сочетание конструкционных и теплоэрозионностойких свойств. Для теплозащитных материалов корпуса и днищ при требовании теплоэрозионной стойкости необходимо обеспечить и определить уровень физико-механических свойств, исключающих разрушение ТЗП в процессе функционирования РДТТ.

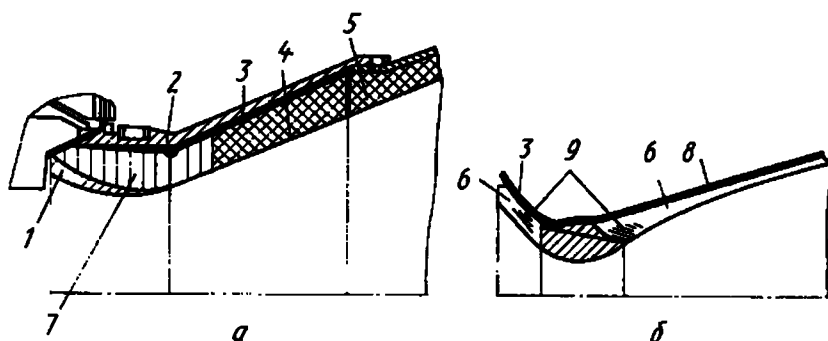


Рис. 3.1
Типовые схемы теплозащиты сопел:

а — качающегося; *б* — неподвижного; 1 — вольфрамовое покрытие; 2 — вкладыши из пирографита; 3 — силовой элемент из стали; 4, 5, 6 — покрытие (вставки) из композиционного материала; 7 — кольца из пирографита; 8 — оболочка из композиционного материала; 9 — направление слоев покрытия.

Выбор материалов для РДТТ проводится на основе анализа технического задания на проектирование двигателя, при этом определяющим критерием является удельная прочность конструкционного материала:

$$\bar{\sigma}_в = \sigma_в / \rho,$$

где $\sigma_в$ — предел прочности при разрыве; ρ — плотность материала.

В качестве других критериев необходимо учитывать:

- обрабатываемость;
- технологичность;
- степень освоенности материала в промышленности;
- надежность работы материала в узлах двигателя и др.

3.2. КОНСТРУКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Основным требованием к конструкционным материалам РДТТ является обеспечение прочности силовых узлов ДУ с учетом их технического назначения и условий работы при наименьшей массе в составе двигателя.

Требование снижения массы корпусов двигателя обуславливает применение материалов с высокой удельной прочностью.

В качестве материалов для корпусов применяются:

- 1) высокопрочные легированные, термически упрочняемые стали и нержавеющие стали;
- 2) титановые и алюминиевые сплавы;
- 3) конструкционные стеклопластики, органопластики и другие композиционные материалы.

Из всех перечисленных материалов наибольшей удельной прочностью $\bar{\sigma}_в$ обладают стеклопластики и органопластики. Эти материалы обладают кроме того высокой коррозионной стойкостью; удовлетворительными теплофизическими и электроизоляционными свойствами; относительно низкими трудозатратами при изготовлении элементов РДТТ в серийном производстве. Все эти качества позволяют успешно конкурировать стеклопластикам в ряде конструкций двигателей с наиболее распространенными конструкционными сталями.

Простота конструкции металлических обечаек позволяет применять рациональные технологические методы в условиях серийного производства, в том числе раскатку штампованных заготовок и сварку цилиндрической части стальных корпусов непрерывным спиральным швом. Раскатка дает возможность получать обечайки без продольного сварного шва, что увеличивает прочность камеры сгорания и сокращает расход стали. Цилиндрические части корпусов крупногабаритных РДТТ изготавливаются из нескольких секций, соединяемых посредством сварки, либо специальных разъемных соединений, обеспечивающих герметичность камеры сгорания в процессе хранения и работы двигателя.

Для изготовления корпусов крупногабаритных РДТТ ракет находят широкое применение различные высокопрочные композиционные материалы. Так, например, из композиционных материалов изготовлены корпуса РДТТ третьей ступени всех модификаций стратегических ракет «Минитмен», второй

ступени ракет «Поларис А-2» и «Поларис А-3», первой и второй степеней ракет «Посейдон». Применение композиционных материалов для ракет тактического назначения связано с усложнением конструкции ряда узлов и снижением допустимой температуры нагрева корпусов РДТТ.

Во многих странах выполняются работы по созданию композиционных материалов, армированных волокнами: стеклянными, графитовыми, бериллиевыми, стальными, карбида кремния или бора, графита, окиси алюминия и т. п. В композиционных материалах волокна выполняют роль силовых каркасов, воспринимающих основные нагрузки, действующие на конструкцию. В качестве связующих, например, для стеклопластиков, применяются преимущественно терморезистивные синтетические смолы: фенольноальдегидные, кремнийорганические и др. Для улучшения свойств смолы чаще всего применяют с различными добавками других полимеров. Связующие обеспечивают склейку армирующих волокон и их одновременную деформацию под действием нагрузок. Они определяют также технологические свойства композиции.

В таблице 3.1 приведены показатели некоторых композиционных материалов и металлов, взятых в отношении к прочности и жесткости стали.

В таблице 3.2 даны абсолютные значения удельной прочности и жесткости для ряда композитов.

Крупногабаритные корпуса РДТТ из композиционных материалов, имеющие форму тел вращения, изготавливаются методом намотки нитей, жгутов, лент,

Т а б л и ц а 3.1

Прочность и жесткость композиционных материалов и некоторых металлов

Материал	Предел прочности относительно прочности стали	Предел жесткости относительно жесткости стали
Композиция с волокнами бора	6	6
Композиция со стекловолокном	5	1
Бериллий	1,5	7
Титан	1,25	1,25
Алюминий	0,75	0,9
Сталь	1,0	1,0

Т а б л и ц а 3.2

Удельные характеристики некоторых волокнистых композиционных материалов

Армирующий материал	Удельная прочность σ_y/ρ , м ² /с ²	Удельная жесткость E/ρ , м ² /с ²
Стальная проволока	17,0	12,0
Алюминиевая проволока	25,0	28,0
Стекловолоконное волокно	38,0	18,0
Титановая проволока	28,0	30,0
Волокно бора	40,0	98,0
Бериллиевая проволока	25,0	103,0

тканей, пропитанных связующим, на оправки соответствующих форм. Наиболее распространенными являются следующие методы намотки: тканевая, продольно-поперечная и непрерывная (геодезическая). Применение геодезической намотки дает возможность осуществить, полную автоматизацию процесса формирования изделия. Совершенствование конструкции корпусов РДТТ связаны с использованием композиционных материалов повышенной прочности. Однако успешное решение этой задачи потребует усовершенствования смол (системы связующего волокон), технологии производства и методов проектирования корпусов, чтобы в полной мере использовать прочностные возможности синтетических волокон. Так, например, разработанный в США органический кевлар имеет прочность волокон $420 \cdot 10^7$ Па, а прочность самого композиционного однонаправленного материала — лишь около $210 \cdot 10^7$ Па, т. е. в два раза ниже.

В перспективе ожидается также и ряд других усовершенствований корпусов РДТТ, направленных на улучшение их массового совершенства, показателем которого является параметр

$$Z = pV/m_k,$$

где p — разрушающее внутреннее давление; V — внутренний объем корпуса; m_k — масса корпуса.

Чем больше Z , тем выше массовое совершенство конструкции корпуса.

К основным направлениям совершенствования корпусов РДТТ из композиционных материалов можно отнести следующие:

1) улучшение системы связующего, что позволит обеспечить повышение прочности на сдвиг между слоями композиционного материала и таким путем снизить массу и размеры узлов крепления;

2) применение высокотемпературных смол, позволяющих создать композиционные материалы, пригодные для рабочих температур корпуса $615 \dots 725$ К, что дает возможность уменьшить толщину и массу ТЗП;

3) освоение технологии изготовления РДТТ путем намотки композиционного материала на заряд ТТ, используемый в качестве оправки, сопловой блок и воспламенительное устройство, что позволит отказаться от закладных специальных металлических фланцев в узлах крепления;

4) создание дешевых корпусов ракет, изготавливаемых из материала типа картона с пропиткой фенольной смолой. Разработка усовершенствованных корпусов позволит также повысить средний уровень давления в камере сгорания и соответственно увеличить удельный импульс тяги РДТТ.

РевOLUTIONное влияние на массовое совершенство удобно продемонстрировать на примере применения композитов в конструкции РДТТ. Известно, что за счет применения композитов в конструкции РДТТ масса металла за период, например с 1970 по 2003 г., снижена более чем в 3 раза. Это было достигнуто за счет совершенствования самого материалоемкого агрегата РДТТ — корпуса и применения композитов с органическими наполнителями и матрицей. Технологические варианты намотки корпусов типа «кокон» с использованием в качестве матриц различных смол способствовали получению конструкции РДТТ с массовым совершенством на уровне $\sim 0,1$.

Однако дальнейшее повышение массового совершенства РДТТ за счет совершенствования композитов на органической основе оказалось весьма проблематичным. Самым главным недостатком конструкций (прежде всего, корпусов) РДТТ из органопластиков, а также композитов с металлическими компонентами является ограничение по допустимой (рабочей) температуре эксплуатации. Например, рабочая температура органопластиков составляет всего 400...430 К. Для обеспечения прочности такой конструкции требуется наличие мощной теплозащиты. Поэтому материаловедческие усилия по дальнейшему повышению прочности органоволокна практически незначительно способствует повышению массового совершенства двигателя в сравнении с возможностью расширения диапазона рабочей температуры. В этой связи поистине уникальные возможности заложены в углеродных и углеродокерамических материалах. Рабочая температура для них с одновременным повышением прочности составляет 3100...3300 К, что указывает на заманчивые перспективы создания легких не охлаждаемых корпусов РДТТ.

3.3. ТЕПЛОЗАЩИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА УНОСА МАССЫ

3.3.1. ТИПЫ ТЗП

При работе двигателя внутренняя поверхность камеры сгорания (включая обечайку, днища) подвергается воздействию продуктов сгорания ТТ с высокими температурой $T = 3000$ К, давлением $p = 2,0...10,0$ МПа, скоростью $v = 20...400$ м/с и выше. Для исключения прогара оголенных стенок камеры сгорания на таких участках используются теплозащитные покрытия. Тип ТЗП и его марки определяются в зависимости от длительности работы, секундного расхода продуктов сгорания, типа твердого топлива, окислительного потенциала и др. Применяются ТЗП на основе органических и неорганических связующих.

Для создания крупногабаритных двигателей наиболее широко применяют ТЗП на основе органических связующих, которые подразделяются на следующие группы:

- 1) слоистые материалы на основе асботкани (асбопластики);
- 2) слоистые материалы на основе углеродистых тканей (углепластики);
- 3) слоистые материалы на основе стеклотканей (стеклопластики);
- 4) фенольно-каучуковые материалы и резины;
- 5) резино-тканевые материалы.

Особый класс составляют активные ТЗП на основе медленно горящих ТТ, наносимые на участки внутренней поверхности камеры сгорания, подверженные в течение длительного времени воздействию высокотемпературных продуктов сгорания. Использование таких ТЗП позволяет улучшить коэффициент массового совершенства двигателя, однако применение активного ТЗП ограничивается их запасом эластичности и прочности.

Для теплозащиты соплового тракта могут применяться сублимирующие покрытия. Их использование основано на создании при высоких температурах

пристеночного слоя с пониженной температурой. Основным недостатком таких покрытий является то, что их применение приводит к ухудшению коэффициента массового совершенства, снижению удельного импульса тяги, а продукты разложения покрытия могут оказывать коррозирующее воздействие на элементы РДТТ. Теплозащитные свойства аблирующих покрытий основаны на поглощении подводимой теплоты при разложении и постепенном уносе массы изоляции данного материала в процессе работы двигателя. Теплота поглощается при фазовых превращениях и эндотермических реакциях, происходящих при взаимодействии материала ТЗП с продуктами сгорания топлива. Различают два типа аблирующих покрытий: покрытия с внутренним уносом массы (фенольные пластинки, армированные стекловолокном, графитовыми волокнами и т. д.) и покрытия с поверхностным уносом массы (армированные каучуки с наполнителем из стекловолокна или асбеста, силиконовый каучук и т. п.).

Для защиты внутренней поверхности камеры сгорания от воздействия высокой температуры могут служить резины на основе полиуретанового, нитрильного или бутил-каучуков, частично армированные кремнеземом или асбестом и наполненные борной кислотой. Такие покрытия обладают низкими теплопроводностью и газопроницаемостью, хорошей совместимостью с топливом и абляционными свойствами, высокой прочностью. Имея низкий модуль упругости, эластичные резины практически не препятствуют усадке залитого в камеру сгорания в жидком виде топлива при его затвердевании, легко расширяются вместе с корпусом при нагреве в процессе хранения или работы двигателя. В качестве теплозащиты заднего днища находят также применение композиционные материалы (пластики), армированные теплостойкими волокнами стекла, кремнезема, углерода, асбеста, окиси магния и других материалов.

Применение наполнителей с высокой температурой плавления, упрочненных углеродными волокнами, позволит уменьшить скорость уноса ТЗП. Этой же цели будут служить исследования термических свойств коксующихся материалов. В целях снижения стоимости и трудозатрат за рубежом проводятся также работы по усовершенствованию технологических методов нанесения ТЗП — применение инфракрасного нагрева и других способов быстрого отвердевания. Исследуются также возможности использования в качестве основного внутреннего ТЗП двигателей твердых топлив с низкими скоростями горения. Реализация этого технического решения обеспечит уменьшение массы конструкции и повышение энергетических характеристик РДТТ.

3.3.2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УНОСА МАССЫ ТЗП

При построении математической модели уноса массы ТЗП предположим, что определяющим фактором этого процесса является химическое взаимодействие между коксом, образующими при термическом разложении покрытия и набегающим потоком продуктов сгорания ТТ. Полагается также, что ТЗП — однородный материал, образованный из ряда химически активных и пассивных компонентов. К активным условно относятся компоненты, которые превращаются в газ, а к пассивным — остальные компоненты. Инертные компоненты, подходя к поверхности ТЗП, в результате гетерогенных химических реакций с компонентами продуктов горения топлива и механического воздей-

ствия набегающего потока уносятся с этой поверхности. Процесс уноса материала полагается квазистационарным. Основные зависимости для расчета уноса ТЗП вытекают из законов сохранения массы и энергии в газообразной и твердой фазах.

Применительно к ТЗП, подверженному деструкции, уравнение сохранения массы можно записать в виде

$$u_{\pi} d\rho/dy = (\rho - \rho_{\text{ТВ}})K;$$

$$m + \rho u_{\pi} = \text{const} = \rho_0 u_{\pi} + m_{\pi} + \rho_{\pi} u_{\pi},$$

где u_{π} — скорость перемещения поверхности ТЗП (скорость уноса); ρ — текущая плотность материала; $\rho_{\text{ТВ}}$ — плотность материала при предельном разложении; y — расстояние в системе координат, связанной с перемещающейся поверхностью ТЗП (индекс «п» соответствует $y = 0$, индекс «0» относится к исходному материалу); m_{π} — масса газообразных продуктов разложения ТЗП, проходящих через единицу его поверхности в единицу времени; $K = K_0 \exp(-E/RT)$ — константа скорости разложения.

Распределение температуры в слое ТЗП определяется следующим уравнением теплопроводности:

$$\frac{d}{dy} \left(\lambda \frac{dT}{dy} \right) + (c_p m + c_{\text{ТВ}} \rho u_{\pi}) \frac{dT}{dy} - (\rho - \rho_{\text{ТВ}}) \Delta H, \quad (3.1)$$

где c_p , $c_{\text{ТВ}}$ — соответственно теплоемкости продуктов разложения и твердого остатка; ΔH — тепловой эффект материала (относится к разлагающей доле материала ТЗП).

Интегрируя уравнение (3.1) при граничных условиях $y = 0$, $T = T_{\pi}$, $y \rightarrow \infty$, $T = T_0$, получим для определения T следующую зависимость:

$$T = T_0 + (T_{\pi} - T_0) \exp \left(- \int_0^y \frac{\bar{c}_{\text{ТВ}} \rho_0 u_{\pi}}{\lambda} du \right) -$$

$$- \frac{\Delta H}{\lambda} \exp \left(- \int_0^y \frac{\bar{c}_{\text{ТВ}} \rho_0 u_{\pi}}{\lambda} du \right) \int_0^y (\rho_0 - \rho) \exp \left(\int_0^y \frac{\bar{c}_{\text{ТВ}} \rho_0 u_{\pi}}{\lambda} du \right) du, \quad (3.2)$$

$$\text{где } \bar{c}_{\text{ТВ}} = \frac{1}{T_{\pi} - T_0} \int_{T_0}^{T_{\pi}} \bar{c}_{\text{ТВ}} dT.$$

Теплоемкость твердого остатка для различных ТЗП составляет $\bar{c}_{\text{ТВ}} \approx 1,7$ кДж/кг·К. Из зависимости (3.2) следует, что тепловой поток, поступающий в твердую фазу определяется по соотношению

$$-\lambda \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0} = \bar{c}_{\text{ТВ}} \rho_0 u_{\pi} (T_{\pi} - T_0) + \Delta H (\rho_0 - \rho_{\pi}) u_{\pi}.$$

В качестве дополнительных граничных условий принимают соотношения, характеризующие баланс массы и энергии на подвижной поверхности ТЗП при известном механизме уноса массы твердого остатка.

Предположим, что определяющий унос массы ТЗП в целом расход кокса на его поверхности обусловлен реакциями взаимодействия с CO_2 и H_2O . Данные

вещества содержатся в продуктах сгорания практически всех смесевых топлив. На поверхности концентрация углерода определяется либо разложением связующего и восстановительными процессами в композициях с неорганической армировкой, либо разложением материала органического происхождения. Потребление углерода имеет место при следующих гетерогенных реакциях:



Тепловые эффекты при указанных гетерогенных реакциях оцениваются соответственно ≈ 8400 и $14\,200$ кДж/кгс. Частотный множитель K_i и энергия активации E при обеих реакциях равны соответственно $4,85 \cdot 10^6$ м/с и 177 кДж/моль.

Массовая скорость реагирования углерода с i -м компонентом определяется по зависимости

$$m_{Ci} = \frac{\mu_C}{\mu_i} K_i \rho_{\Pi} C_{i\Pi} \exp\left(-\frac{E}{RT_{\Pi}}\right),$$

где μ_C и μ_i — молекулярные массы углерода и i -го компонента соответственно; K_i — частотный множитель (фактор); $C_{i\Pi}$ — концентрация i -го компонента на поверхности.

Зависимость для расчета удельного расхода углерода на поверхности имеет вид

$$m_c = \sum_i m_{Ci} = \mu_C \rho_{\Gamma} \sum_i \frac{K_i}{\mu_i} C_{i\Pi} \exp\left(-\frac{E}{RT_{\Pi}}\right), \quad (3.4)$$

где $\rho_{\Gamma} = \rho \mu_{\text{см}} / (R_0 T_{\Pi})$ — плотность вещества; $\mu_{\text{см}}$ — молекулярная масса газовой смеси.

Концентрация $C_{i\Pi}$ рассчитывается из уравнения баланса i -го компонента на разрушающейся поверхности:

$$m_{i\Pi} = -C_{i\Pi} m_{\Gamma} + (a - \eta m_{\Gamma})(C_{i\Gamma} - C_{i\Pi}). \quad (3.5)$$

Здесь и далее индекс «Г» относится к значениям параметров на внешней границе пограничного слоя. $m_{i\Pi} = K_i \rho_{\Gamma} C_{i\Pi} \exp\left(-\frac{E_i}{RT_{\Pi}}\right)$ — скорость взаимодействия газообразного реагента CO_2 и H_2O ; m_{Γ} — удельный расход ТЗП в газовой фазе; a — коэффициент теплоотдачи; η — коэффициент вдувания.

Коэффициент вдувания может быть определен по соотношению для турбулентного пограничного слоя:

$$\eta = 0,225 \left(\frac{M_{\Gamma}}{M_{\Pi}} \right), \quad (3.6)$$

где M — число Маха.

Из соотношения (3.5) с учетом $m_{i\Pi}$ следует

$$C_{i\Pi} = \frac{(a - \eta m_{\Gamma})}{W_i + m_{\Gamma}(1 - \eta) + a}, \quad (3.7)$$

где $W_i = K_i \rho_{\Gamma} \exp(-E_i/RT_{\Pi})$.

Подставляя соотношение (3.7) в (3.4), получим

$$m_C = \rho_{\Gamma} \mu_C \left\{ \frac{C_{CO_2\Gamma} K_{CO_2} \exp(-E_{CO_2} / RT_{\Pi})}{\mu_{CO_2} [m_{\Gamma}(1 - \eta) + a + W_{CO_2}]} + \right. \\ \left. + \frac{C_{H_2O\Gamma} K_{H_2O} \exp(-E_{H_2O} / RT_{\Pi})}{\mu_{H_2O} [m_{\Gamma}(1 - \eta) + a + W_{H_2O}]} \right\} (a - \eta m_{\Gamma}). \quad (3.8)$$

Имеющиеся данные E_i и K_i указывают на то, что эти величины одинаковы для обеих реакций (3.3). При этом, учитывая что $K_{H_2O} = K_{CO_2} = K$, $E_{H_2O} = E_{CO_2} = E$, зависимость (3.8) можно представить в виде

$$m_C = \frac{\mu_C W (a - \eta m_{\Gamma})}{m_{\Gamma} (1 - \eta) + W + a} \left[\frac{C_{H_2O\Gamma}}{\mu_{H_2O}} + \frac{C_{CO_2\Gamma}}{\mu_{CO_2}} \right]. \quad (3.9)$$

Общий баланс массы на разрушающейся поверхности ТЗП определится уравнением

$$m_C + m_{ин} + m_0 = \rho_0 u_{\Pi}, \quad (3.10)$$

где $m_{ин}$ — массовый поток инертных веществ в конденсированной фазе, или продуктов разложения материала ТЗП, составляющих механический унос; m_0 — общий массовый поток газообразных продуктов разложения ТЗП.

Величина m_{Γ} складывается из продуктов, образованных внутри ТЗП $m_{\Pi} = u_{\Pi}(\rho_0 - \rho_{\Pi})$, а также потока продуктов разложения активного компонента у поверхности. Плотность ρ_{Π} для большинства ТЗП несущественно отличается от плотности ρ_{Γ} . Газообразные продукты разложения и твердый остаток ТЗП взаимодействуют с продуктами горения топлива по рассмотренной выше схеме. При наличии экспериментальных данных уравнение (3.9) можно преобразовать к виду

$$\psi m_C = \rho_0 u_{\Pi}, \quad (3.11)$$

где $\psi = 1/\psi_K = m_{ин}/m_C + m_0/m_C + 1$; ψ — коксовое число.

Величина m_{Γ} может быть определена по соотношению

$$m_{\Gamma} = \rho_0 u_{\Pi} \psi_{\Gamma}, \quad (3.12)$$

где $\psi_{\Gamma} = (m_0 + m_C)/(\rho_0 u_{\Pi})$ — массовая доля материала, превращенного в газообразные продукты разложения.

Связь между коэффициентом ψ_{Γ} и коэффициентами ψ_K и ψ_C определяется по соотношению

$$\psi_{\Gamma} = 1 - \psi_C + \psi_K,$$

где $\psi_K = \psi_C \psi_{\Gamma}$; $\psi_{\Gamma} = (m_C + m_{ин})/(\rho_0 u_{\Pi})$ — массовая доля твердого вещества в исходном материале при предельном разложении; $\psi_C = m_C/(m_C + m_{ин})$ — массовая доля углерода в твердом остатке.

Значения ψ , ψ_K , ψ_{Γ} , ψ_C определяются экспериментальным путем и зависят от теплофизических и физико-химических свойств ТЗП. В зависимости от характеристик, применяемых ТЗП, эти коэффициенты изменяются в диапазоне $\psi = 3 \dots 9$; $\psi_{\Gamma} = 0,7 \dots 10$; $\psi_K = 0,2 \dots 0,4$; $\psi_{\Gamma} = 0,3 \dots 0,4$.

Для графита $\psi = \psi_{\Gamma} = \psi_{\text{K}} = \psi_{\text{TB}} = 1$.

Величины $m_{\text{ин}}$ и m_0 определяются по соотношениям:

$$m_{\text{ин}} = \rho_0 u_{\Gamma} (\psi_{\text{TB}} - \psi_{\text{K}}); \quad (3.13)$$

$$m_0 = \rho_0 u_{\Pi} (\psi_{\Gamma} - \psi_{\text{K}}). \quad (3.14)$$

Из соотношений (3.9), (3.11), (3.12) вытекает следующая зависимость:

$$(a + W + W M_1 \eta \psi \psi_{\Gamma}) \rho_0 u_{\Pi} - W M_1 a \psi + (\rho_0 u_{\Pi})^2 (1 - \eta) \psi_{\Gamma} = 0, \quad (3.15)$$

$$\text{где } M_1 = \left(\frac{C_{\text{H}_2\text{O}\Gamma}}{\mu_{\text{H}_2\text{O}}} + \frac{C_{\text{CO}_2\Gamma}}{\mu_{\text{CO}_2}} \right) \mu_{\text{C}}.$$

В случае $W \rightarrow \infty$, соответствующем диффузионному режиму гетерогенных реакций (3.3), зависимость (3.11) примет вид

$$u_{\Pi} = \frac{M_1 \psi a}{(M_1 \eta \psi \psi_{\Gamma} + 1) \rho_0}. \quad (3.16)$$

Температура поверхности может быть рассчитана из уравнения теплового баланса на разрушающейся поверхности:

$$\begin{aligned} \left(-\lambda \frac{dT}{dy} \right) \Big|_{y=0} + m_{\Gamma} (i_{\Gamma} + i_{\Pi}) \eta + m_{\text{C}} \sum \delta_{\text{Ci}} \Delta H_i + u_{\Pi} \Delta H (\rho_{\Pi} - \rho_{\text{TB}}) = \\ = a(i_{\Gamma} - i_{\Pi}) + \varepsilon_{\infty} \varepsilon_{\Pi} \sigma (T_{\Gamma}^4 - T_{\Pi}^4), \end{aligned} \quad (3.17)$$

где $i_{\Gamma} = \sum i_{j\Gamma} + C_{j\Gamma} + v_{\Gamma}^2/2$ — энтальпия газа на внешней границе пограничного слоя; σ — коэффициент излучения абсолютно черного тела; $i_{\Pi} = \sum i_{j\Pi} + C_{j\Pi}$ — энтальпия газа на поверхности; $i_{j\Gamma}$ — энтальпия j -го компонента газа с учетом химической энергии; ε_{Π} , ε_{Γ} — интегральные степени черноты поверхности материала и газов; ΔH_i — тепловой эффект реакции взаимодействия i -го компонента с углеродом; δ_{Ci} — массовая доля углерода, прореагировавшего с i -м компонентом.

Количество теплоты, поглощенной при протекании химических реакций (3.3), можно оценить по зависимости

$$M_{\text{C}} \sum \delta_{\text{Ci}} \Delta H_i = M_2 \rho_0 u_{\Pi} \psi_{\text{K}} / M_1, \quad (3.18)$$

где

$$M_2 = \mu_{\text{C}} \left(\frac{C_{\text{H}_2\text{O}\infty} \Delta H_{\text{H}_2\text{O}}}{\mu_{\text{H}_2\text{O}}} + \frac{C_{\text{CO}_2\infty} \Delta H_{\text{CO}_2}}{\mu_{\text{CO}_2}} \right).$$

При подстановке в (3.18) выражений (3.12), (3.17) получим следующее соотношение:

$$u_{\Pi} \frac{a(i_{\Gamma} - i_{\Pi}) + (T_{\Gamma}^4 - T_{\Pi}^4) \sigma \varepsilon_{\Gamma} \varepsilon_{\Pi}}{(T_{\Pi} - T_0) \rho_0 \bar{C}_{\text{TB},\Pi} + \Delta H_0 \rho_0 + (i_{\infty} - i_{\Pi}) \rho_0 \eta \psi_{\Gamma} + M_2 \rho_0 \psi_{\text{K}} / M_1}, \quad (3.19)$$

где ΔH_0 — тепловой эффект разложения ТЗП, отнесенный ко всему материалу.

Расчет эффективной энтальпии ТЗП можно производить по формуле

$$i_{\text{эф}} = [a(i_{\Gamma} - i_{\Pi}) + (T_{\Gamma}^4 - T_{\Pi}^4) \sigma \varepsilon_{\Gamma} \varepsilon_{\Pi}] / (\rho_0 u_{\Pi}). \quad (3.20)$$

Из (3.19), (3.20) следует, что

$$i_{\text{эф}} = (i_{\infty} - i_{\text{п}})\eta\psi_{\Gamma} + (T_{\text{п}} - T_0)\bar{C}_{\text{ТВ,п}} + \Delta H_0 + M_2\psi_{\text{к}}/M_1. \quad (3.21)$$

Формула (3.21) позволяет оценить влияние основных параметров на эффективную энтальпию ТЗП.

Решая систему трансцендентных уравнений (3.15), (3.21), можно определить температуру разрушения и скорость уноса массы ТЗП. В случае диффузионного режима скорость уноса массы ТЗП определяется по зависимости (3.16), а для расчета температуры разрушения ТЗП можно воспользоваться уравнением (3.19). При этом данная температура определяется методом последовательных приближений.

Энтальпия газовой смеси с достаточной для практики точностью может быть определена по результатам термодинамических расчетов продуктов сгорания топлива. Значение можно определить по зависимости

$$i_{\text{п}} = \sum i_{j\text{п}} C_{j\text{п}}.$$

Определение концентрации компонентов на разрушающейся поверхности производится по следующим зависимостям:

$$[(C_{\text{H}_2\text{O}\Gamma} - C_{\text{H}_2\text{Oп}})(a - \eta m_{\text{т}}) - C_{\text{H}_2\text{O}m_{\text{т}}}] \mu_{\text{H}_2\text{O}} / \mu_{\text{H}_2\text{O}} + C_{\text{H}_2\text{п}} = \frac{C_{\text{H}_2\Gamma}}{a + (1 - \eta)m_{\text{т}}}; \quad (3.22)$$

$$[(C_{\text{H}_2\text{O}\Gamma} - C_{\text{H}_2\text{Oп}})(a - \eta m_{\text{т}}) - C_{\text{H}_2\text{O}m_{\text{т}}}] \mu_{\text{CO}} / \mu_{\text{H}_2\text{O}} 2[(C_{\text{CO}_2\Gamma} - C_{\text{CO}_2\text{п}})(a - \eta m_{\text{т}}) - C_{\text{CO}_2\text{п}}m_{\text{т}}] \mu_{\text{CO}} / \mu_{\text{CO}_2} + C_{\text{COп}} = \frac{C_{\text{CO}\Gamma}(a - \eta m_{\text{т}}) + \delta_{\text{CO}}m_{\text{т}}}{a + (1 - \eta)m_{\text{т}}}; \quad (3.23)$$

$$C_{\text{H}_2\text{Oп}} = \frac{C_{\text{H}_2\text{O}\Gamma}(a - \eta m_{\text{т}})}{a + (1 - \eta)m_{\text{т}} + W}; \quad (3.24)$$

$$C_{\text{CO}_2\text{п}} = \frac{C_{\text{CO}_2\Gamma}(a - \eta m_{\text{т}})}{a + (1 - \eta)m_{\text{т}} + W}. \quad (3.25)$$

Расчет концентрации компонентов, не входящих в число исходных и конечных продуктов химических реакций (3.3), можно провести по формуле

$$C_{\text{к.п}} = \frac{C_{\text{к.п}}(a - \eta m_{\text{т}}) + \delta_j m_{\text{т}}}{a + (1 - \eta)m}, \quad (3.26)$$

где δ_j — массовая доля компонента в продуктах разложения ТЗП ($\sum \delta_j = 1$).

Зависимости (3.22)...(3.26) получаются на основе соотношений для баланса массы отдельных компонентов газовой смеси.

Для проверки правильности проведенных расчетов концентраций можно использовать следующее соотношение, справедливое для поверхности ТЗП:

$$C_{\text{H}_2\text{Oп}} + C_{\text{CO}_2\text{п}} + C_{\text{COп}} + C_{\text{H}_2\text{п}} + \sum_{\text{к}} C_{\text{к}} = 1.$$

Поскольку при диффузионном режиме $W \rightarrow \infty$ и $C_{\text{H}_2\text{Oп}} = C_{\text{CO}_2\text{п}} = 0$,

$$C_{\text{H}_2\text{п}} = \frac{(\mu_{\text{H}_2} C_{\text{H}_2\text{O}\Gamma} / \mu_{\text{H}_2\text{O}} + C_{\text{H}_2\Gamma})(a - \eta m_{\text{т}}) + \delta_{\text{H}_2} m_{\text{т}}}{m_{\text{т}}(1 - \eta) + a};$$

$$C_{\text{COп}} = \frac{\left(C_{\text{H}_2\text{O}\Gamma} \frac{\mu_{\text{CO}}}{\mu_{\text{H}_2\text{O}}} + C_{\text{H}_2\Gamma} \frac{2\mu_{\text{CO}}}{\mu_{\text{CO}_2}} + C_{\text{CO}\Gamma} \right) (a - \eta m_{\text{т}}) + \delta_{\text{CO}} m_{\text{т}}}{m_{\text{т}}(1 - \eta) + a}.$$

3.4. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ СОПЛОВОГО АППАРАТА

Сопловой аппарат является одним из наиболее теплонапряженных узлов РДТТ. Помимо силового воздействия сопловой блок испытывает тепловые и эрозионные нагрузки, которые в значительной мере определяются температурой T , скоростью v , давлением p и составом продуктов сгорания, омывающих элементы его конструкции. Поэтому к используемым материалам и конструкционным схемам сопловых блоков в целях обеспечения необходимой надежности предъявляются жесткие требования. Сопловой блок можно условно разделить на три части: входной участок, критическое сечение и выходной участок. Каждый из этих участков характеризуется специфическими условиями нагружения и конструктивно может включать в себя несколько деталей: предворотник, выполняющий функции теплозащиты входа в сопловой патрубок от теплоэрозионного воздействия продуктов сгорания (скорость потока $v = 100 \dots 500$ м/с; $T = 0,95T_{0c}$); входной вкладыш (воротник), служащий для теплоэрозионной защиты участка, формирующего газовый поток перед входом в критическую зону ($v = 500 \dots 700$ м/с; $T = 0,9 \dots 0,957T_{0c}$); вкладыш критического сечения сопла, состоящий из двух слоев: облицовочного эрозионностойкого слоя и армирующего теплоотводящего ($v = 700 \dots 1500$ м/с; $p = (0,8 \dots 0,95)p_{0c}$ на входе и $p = (0,15 \dots 0,2)p_{0c}$ на выходе; $T = (0,6 \dots 0,95)T_{0c}$); выходной вкладыш, являющийся переходным элементом между вкладышем и раструбом ($v = 1500 \dots 1800$ м/с; $p = 0,5p_{0c}$; $T = 0,57T_{0c}$); раструб — выходной участок сопла ($T = (0,3 \dots 0,4)T_{0c}$). Для соплового блока применяются тугоплавкие эрозионностойкие материалы, в том числе неметаллические: графит, силицированный графит, пирографит, эрозионностойкие пластмассы и углепластики.

Материалы сопел РДТТ должны быть жаропрочными и жаростойкими, обладать достаточно высокой эрозионной стойкостью, удельной прочностью и жесткостью, выдерживать воздействие высокотемпературного и высокоскоростного потока продуктов сгорания топлива, обладать приемлемой стоимостью и технологичностью. Последнее требование очень важно для ускорения и автоматизации технологических процессов изготовления сопел. Проходное сечение соплового вкладыша определяет площадь критического сечения сопла, которая оказывает непосредственное влияние на расходно-тяговые характеристики двигателя. Поэтому материал соплового вкладыша должен обеспечивать либо стабильность минимального сечения, либо его увеличение (разгар) по требуемой программе. Однако подобрать материал вкладыша, обеспечивающий программное изменение диаметра критического сечения сопла для конкретного РДТТ достаточно сложно. В связи с этим при разработке сопел обычно стремятся обеспечить минимальный разгар вкладыша в процессе работы двигателя. Отсюда и повышенные требования к эрозионной стойкости, жаропрочности и жаростойкости материалов для изготовления сопловых вкладышей РДТТ. Весьма эффективным материалом для изготовления облицовочного эрозионного слоя соплового вкладыша является вольфрам. Облицовочный слой может наноситься газопламенным, плазменным напылением и другими способами. Вольфрам хорошо сопротивляется химическому воздействию и имеет высокую эрозионную стойкость. К числу весьма ценных свойств вольфрама отно-

сятся также высокая температура плавления: стойкость к тепловым ударам и большая удельная прочность при высоких температурах нагрева. В качестве материала армирующего теплоотводящего слоя может использоваться, в частности, пиролитический графит, в тонком слое которого может возникать перепад температур до 2000 К. Пирографит представляет собой ориентированный кристаллический графит, обладающий высокой анизотропией теплопроводности. Благодаря этому свойству пирографита и обеспечивается большой перепад температур. Анизотропия теплопроводности пиролитического графита объясняется высокой степенью ориентации зерен, по направлению которой (в плоскости расположения зерен) теплопроводность и прочность пирографита существенно выше, чем в перпендикулярном направлении. В конструкциях теплонапряженных элементов сопел РДТТ широкое применение получили и другие виды промышленных графитов, например, поликристаллические и силицированные. В поликристаллических графитах кристаллы соединяются вязущей основой. Эти графиты имеют плотность 1,6...2,0 кг/дм³. При этом графиты с плотностью 1,9...2,0 кг/дм³ обладают высокой стойкостью к эрозии. Высокая эрозионная стойкость силицированных графитов обусловлена высокой температурой разложения составляющих (графита и карбида кремния), хорошей теплопроводностью и прочностью, низким коэффициентом теплового расширения. Эти положительные качества в сочетании с недефицитностью сырья и относительно несложной технологией силицирования способствует использованию данного материала для сопловых блоков РДТТ. В качестве конструкционных и теплозащитных материалов для изготовления раструба сопла и элементов его конструкции достаточно широкое применение получили стеклопластики и другие композиционные материалы. Стеклопластики имеют значительно (в десятки раз) более низкую теплопроводность, чем нержавеющие стали. При изготовлении стеклянных волокон, составляющих силовой «каркас» стеклопластика, могут применяться различные марки стекол, в том числе: алюмосиликатное с содержанием окислов щелочных металлов не более 2%; кремнеземное с содержанием окиси кремния 96...98%; кварцевое с содержанием окиси кремния 100% и др.

Кремнеземные и кварцевые волокна имеют температуру плавления 2020...2070 К, что на 500...600 К больше, чем у волокон из бесщелочного алюмосиликатного стекла, и сохраняют свои свойства до температуры 1370...1770 К. В качестве связующих при изготовлении композиционных материалов на основе различных волокон широкое применение получили эпоксидные, фенольные и кремнийорганические смолы. Изготовление элементов конструкции сопловых блоков из композиционных материалов осуществляется преимущественно методом намотки. К числу весьма перспективных материалов для изготовления элементов конструкции соплового блока зарубежные специалисты относят материалы типа углерод — углерод. В материалах типа углерод — углерод в качестве связующих для углеродных волокон применяют углеродные графитизированные матрицы. Совокупность физико-механических и теплофизических свойств, химическая инертность этих материалов позволяют в ряде случаев использовать их для изготовления не только отдельных деталей, но и сопла в целом. Особенности метода намотки и другие вопросы, связанные

с технологией и свойствами материалов, применяемых при изготовлении конструкций РДТТ, детально освещены в специальной литературе. В качестве теплоэрозионной защиты выходного участка применяются тонкослойные покрытия из окиси алюминия или стабилизированной окиси циркония (которые наносятся методом плазменного напыления), а также пенокерамики ПКМ-1А и углепластики.

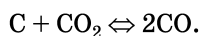
Изменение конструктивных форм сопловых блоков связано с тенденциями разработки и совершенствования сопл, частично утопленных в камеру сгорания, сопл на гибком упоре, систем вдува продуктов сгорания в закритическую часть сопла для управления вектором тяги, секционированных, раздвижных насадок и складывающихся раструбов, двухрежимных зон критического сечения сопл. При этом масса соплового блока остается на уровне 30...45% от массы корпуса РДТТ, и пути технического совершенствования определяются практически только применением более эффективных материалов.

Таким образом, повышение эксплуатационных характеристик сопловых блоков РДТТ и улучшение их конструктивных форм невозможны без применения новых материалов.

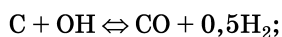
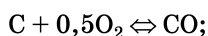
3.5. РАБОТОСПОСОБНОСТЬ ВКЛАДЫША КРИТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ СОПЛОВОГО АППАРАТА

Одним из распространенных материалов, используемых для изготовления вкладышей в области критического сечения сопла РДТТ, является графит. Это обусловлено его хорошими теплофизическими свойствами. И несмотря на это, он подвергается разгару под воздействием высокотемпературного потока продуктов сгорания твердого топлива. В результате в процессе работы РДТТ происходит увеличение площади критического сечения сопла и соответственно изменение тяги двигателя. В связи с этим очень важно уметь оценить влияние отдельных параметров двигателя на величину разгара и рассчитать ее на стадии проектных разработок.

Механизм разгара графита в критическом сечении сопла РДТТ представляет собой сложный процесс, зависящий от целого ряда разнородных факторов. Однако известно, что при движении продуктов сгорания через графитовую вставку критического сопла между окислительными составляющими продуктов сгорания и углеродом графита возникают гетерогенные реакции. Основной вклад в этот процесс вносят пары воды и углекислый газ, которые реагируют с углеродом:



Кроме того, возможны и такие реакции:



Таким образом, у поверхности графита постоянно происходит расход окислительных составляющих продуктов сгорания, это вызывает их непрерывную диффузию из глубинных слоев продуктов сгорания к поверхности графита. Отсюда видно, что скорость разгара вставки критического сечения сопла в значительной степени будет определяться как скоростью гетерогенных реакций на поверхности графита, так и скоростью диффузии окислительных составляющих к этой же поверхности. Кроме того, существенную роль будет играть и уровень концентрации окислительных составляющих, т. е. скорость их образования. В свою очередь на скорость гетерогенных реакций и скорость диффузии определяющее воздействие оказывают параметры конкретного двигателя, связанные с его геометрией, скоростью потока, теплообменом, плотностью графита, составом топлива, уровнем давления в камере сгорания и т. д.

Таким образом, механизм разгара графитовой вставки критического сечения сопла РДТТ представляет собой исключительно сложное явление, которое в настоящее время не поддается строгому математическому описанию. Поэтому для практической оценки скорости разгара графита используются эмпирические зависимости, полученные благодаря обработки экспериментальных данных огневых испытаний двигателей.

В результате экспериментальных исследований было подтверждено, что одним из важнейших параметров, определяющих степень разгара графита, является концентрация окислительных элементов в продуктах сгорания. Основными из них являются пары воды и окись углерода. Было замечено, что разгар резко уменьшается при увеличении содержания алюминия в топливе, несмотря на то что при этом температура в камере сгорания возрастает. Установлено, что суммарный разгар диаметра критического сечения изменяется почти линейно во времени для всех испытанных топлив, за исключением тех, которые имеют температуру горения ниже 3000 К. Уровень давления в камере сгорания является важным фактором, воздействующим на величину разгара. Кроме того, в процессе испытаний было определено влияние на величину разгара таких параметров, как величина плотности графита и абсолютный размер диаметра критического сечения сопла. С использованием результатов экспериментальных исследований была получена эмпирическая зависимость суммарной величины разгара графита в критическом сечении от ряда определяющих параметров, которая имеет вид

$$\Delta r_{\Sigma} = 0,5946(\chi_{\text{H}_2\text{O}} + \chi_{\text{CO}_2})^{1,02} \cdot \rho^{-1,0} \cdot Y^{-0,343} \cdot r_{\text{кр}}^{0,076} \cdot p_{\text{к}}^{0,876} \cdot t,$$

где Δr_{Σ} — суммарная величина разгара радиуса графитовой вставки критического сечения, мм; $\chi_{\text{H}_2\text{O}}, \chi_{\text{CO}_2}$ — мольные концентрации паров воды и углекислого газа в продуктах сгорания в критическом сечении сопла; ρ — плотность графита, г/см³; $p_{\text{к}}$ — давление в камере сгорания, МПа; Y — среднее расстояние от поверхности горения до плоскости критического сечения (среднее за время работы двигателя), см; $r_{\text{кр}}$ — радиус критического сечения, см; t — время работы двигателя, с.

Представленная зависимость позволяет проанализировать влияние каждого из параметров, входящих в эту формулу, на величину разгара.

Для анализа и сопоставления рассмотрим три двигателя разной размерности. Назовем их для краткости крупногабаритный двигатель (№ 1), двигатель среднего калибра (№ 2) и модельный двигатель (№ 3). Основные параметры этих двигателей представлены в таблице 3.3.

Т а б л и ц а 3.3

Тип двигателя \ Параметры	$\chi_{\text{H}_2\text{O}}$	χ_{CO_2}	ρ	Y	$r_{\text{кр}}$	$p_{\text{к}}$
Крупногабаритный двигатель № 1	0,0692	0,0062	2,0	340,9	16,9	6,0
Двигатель среднего калибра № 2	0,0692	0,0062	1,95	152,5	5,9	6,0
Модельный двигатель № 3	0,0692	0,0062	1,95	25,0	1,0	6,0

С использованием представленной выше зависимости и с учетом данных таблицы был рассчитан суммарный разгар критического сечения сопла при изменении времени работы двигателя. Соответствующие графики представлены на рисунке 3.2. При рассмотрении этих графиков прежде всего обращает на себя внимание существенное расслоение данных в зависимости от размерности двигателя. Суммарный разгар модельного двигателя № 3 в два раза выше по сравнению с крупногабаритным двигателем № 1. При этом диаметр критического сечения сопла двигателя № 3 в 17 раз, а размер Y в 14 раз меньше, чем у двигателя № 1.

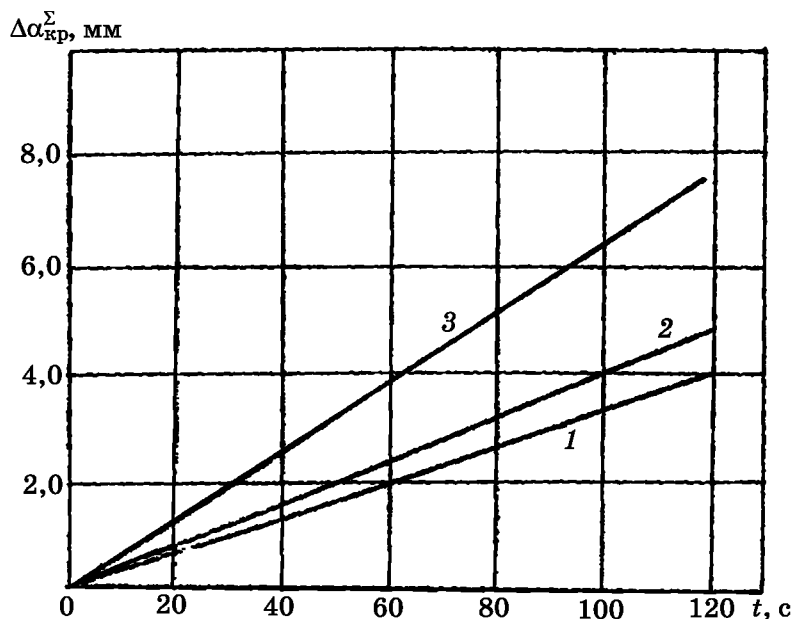


Рис. 3.2
Зависимость суммарного разгара диаметра критического сечения от времени работы двигателя:

1 — двигатель № 1; 2 — двигатель № 2; 3 — двигатель № 3.

Если принять за характерное время работы двигателя $t = 60$ с, то суммарный разгар критического сечения сопла модельного двигателя составит 19,25% от первоначального диаметра, а у двигателя бóльшего калибра — 0,59%. При рассмотрении влияния отдельных параметров на величину разгара удобнее пользоваться не суммарным значением, а скоростью разгара:

$$v_3 = \frac{1,1892 \chi^{1,02} \cdot p_k^{0,876} \cdot r_{кр}^{0,076}}{\rho \cdot Y^{0,343}},$$

где $v_3 = \frac{2\Delta r_\Sigma}{t}$ — скорость разгара диаметра критического сечения, мм/с;

$$\chi = (\chi_{H_2O} + \chi_{CO_2}).$$

Прежде всего рассмотрим влияние размерности двигателя на величину скорости разгара критического сечения сопла для двигателей № 3 и 1. В качестве определяющих критериев размерности принимаем радиус критического сечения сопла и величину Y . На рисунке 3.3 представлена зависимость скорости разгара от радиуса критического сечения при постоянном отношении $Y/r_{кр}$ для каждого двигателя равном 20. Из рассмотрения этой зависимости следует, что с увеличением размерности двигателя скорость разгара монотонно уменьшается. Если для модельного двигателя с диаметром критического сечения, равным 10 мм, она составляет примерно 0,09 мм/с, то для двигателя с диаметром 500 мм и пропорционально увеличенной длиной заряда эта величина составит примерно 0,03 мм/с. Таким образом, скорость разгара в критическом сечении сопла модельного двигателя в 3 раза выше, чем в случае крупногабаритного.

Из качественного рассмотрения формулы для скорости разгара следует, что при увеличении радиуса критического сечения скорость разгара возрастает, а при увеличении длины заряда — уменьшается. Физически можно объяснить это тем, что при увеличении радиуса уменьшается кривизна поверхности в поперечном сечении, обтекаемая продуктами сгорания. При этом скорость диффузии окислительных составляющих к поверхности графита увеличивается.

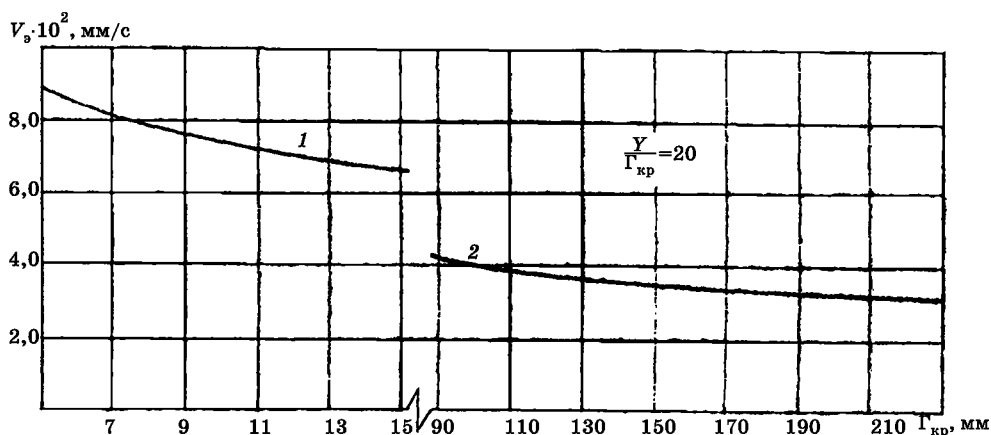


Рис. 3.3
Зависимость скорости разгара от размерности двигателя

В случае увеличения длины заряда определяющую роль играет рост пограничного слоя. Чем больше длина заряда (и соответственно величина Y), тем толще пограничный слой плоскости критического сечения (при прочих равных условиях). А чем толще пограничный слой, тем меньше скорость диффузии и окислительных составляющих к поверхности графита. Теперь рассмотрим влияние плотности графита. На рисунке 3.4 представлена зависимость скорости разгара от плотности графита для трех двигателей, параметры которых представлены в таблице 3.3. Диапазон изменения

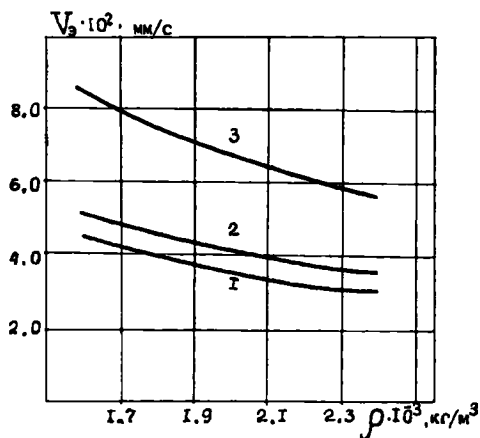


Рис. 3.4
Зависимость скорости разгара
от плотности графита

плотности графита принят от 1,6 до 2,4 г/см³, что покрывает практически все возможные случаи используемых марок этого материала. Из рассмотрения этих данных следует, что расслоение графиков по размерностям двигателей обусловлено причинами, упомянутыми выше. Уменьшение скорости разгара для двигателя любой размерности при увеличении плотности графита определяется физическими свойствами последнего. При этом скорость разгара для двигателей всех размерностей в рассмотренном диапазоне изменения плотности графита уменьшается одинаково — примерно на 33,3%.

Теперь рассмотрим влияние окислительных составляющих продуктов сгорания на скорость разгара. В случае использования металлизированных топлив при движении продуктов сгорания в канале заряда и в докритической части сопла между металлом и окислительными составляющими происходят реакции окисления. Понятно, что между процентным содержанием металла в топливе и концентрацией окислительных составляющих в плоскости критического сечения существует определенная зависимость. На рисунке 3.5 представ-

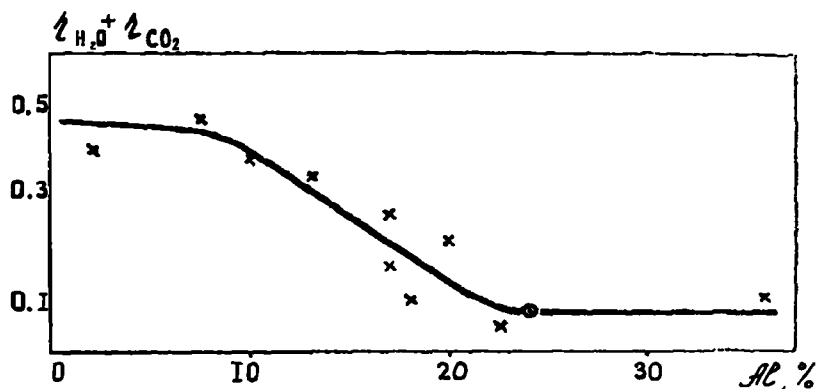


Рис. 3.5
Зависимость концентрации H_2O и CO_2 в продуктах сгорания
от содержания Al в топливе для критического сечения сопла

лена зависимость концентрации паров воды и углекислого газа в критическом сечении сопла от содержания алюминия в топливе. Из рассмотрения этой зависимости следует, что при содержании алюминия в топливе до 10% мольная доля паров воды и углекислого газа в области критического сечения составляет примерно 0,45. Оценки показывают, что для двигателя № 1 в этом случае скорость разгара графитовой вставки критического сечения сопла составит около 0,2 мм/с, что при времени работы двигателя 60 с приведет к увеличению диаметра критического сечения на 13 мм.

При содержании алюминия в топливе от 10 до 20% мольная доля паров воды и углекислого газа в районе критического сечения резко снижается и при дальнейшем увеличении процентного содержания алюминия в топливе до 40% находится на уровне 0,1...0,05.

Таким образом, при содержании в топливе алюминия, равном 40...20%, диапазон изменения мольной доли паров воды и углекислого газа в продуктах сгорания в плоскости критического сечения составляет соответственно 0,05...0,1, что и принимается для дальнейшего анализа.

На рисунке 3.6 представлена зависимость скорости разгара от суммы мольных долей паров воды и углекислого газа. При изменении концентрации окислительных составляющих в принятом диапазоне скорость разгара увеличивается для всех трех двигателей примерно в два раза. Однако если для первого двигателя это увеличение составляет от 0,022 до 0,045 мм/с, то для модельного двигателя — от 0,046 до 0,093 мм/с. Практически в современных топливах содержание алюминия находится на уровне 18...20%. А для полноразмерных двигателей это означает минимальное влияние окислительных составляющих на величину скорости разгара критического сечения сопла.

Следующим фактором, оказывающим влияние на скорость разгара, является давление в камере сгорания.

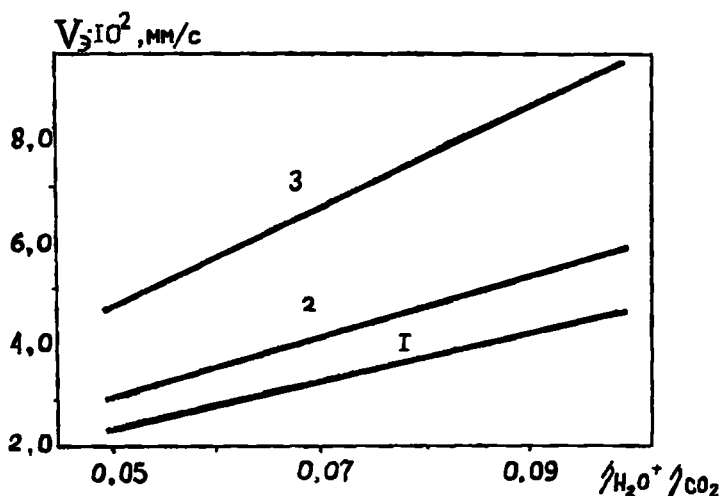


Рис. 3.6
Зависимость скорости разгара от концентрации H_2O и CO_2 в продуктах сгорания топлива

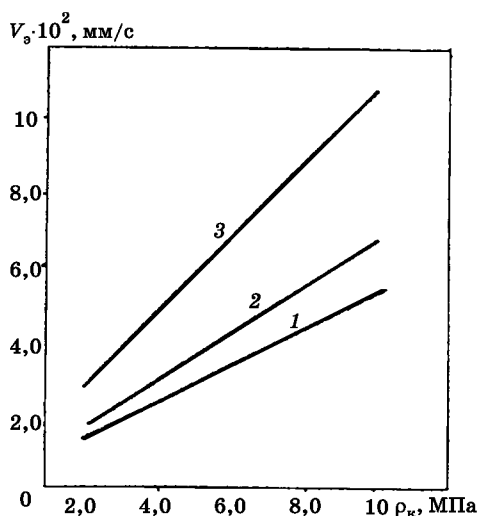


Рис. 3.7

Зависимость скорости разгара от давления в камере сгорания:

1 — двигатель № 1; 2 — двигатель № 2; 3 — двигатель № 3.

гателя, уровня давления в камере сгорания и времени работы, диаметра критического сечения сопла, процентного содержания конденсированной фазы и других параметров.

На рисунке 3.7 представлена зависимость скорости разгара от давления в камере сгорания в диапазоне от 2 до 10 МПа. Обращает на себя внимание существенный рост скорости разгара в указанном диапазоне изменения давления — у всех двигателей скорость разгара возрастает примерно в 4 раза. Это, вероятно, объясняется тем, что скорость диффузии окислительных составляющих к поверхности графита пропорциональна плотности газовой фазы. Чем выше давление, тем выше плотность газовой фазы продуктов сгорания, тем выше скорость диффузии и соответственно скорость разгара.

Таким образом, приведенные экспериментальные данные и их анализ позволяют оценить величину разгара критического сопла РДТТ в зависимости от конструктивных параметров дви-

3.6. СХЕМНО-КОНСТРУКТИВНЫЕ И МАССОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ И ПОДСИСТЕМ ДВИГАТЕЛЯ

3.6.1. МАССЫ КОНСТРУКЦИИ ДВИГАТЕЛЯ

Многообразие возможных схемно-конструктивных решений и условий работы РДТТ делает затруднительным разработку единой математической модели расчета массовых и геометрических характеристик. При таком расчете двигатель условно подразделяется на ряд функциональных или технологических элементов (систем): обечайка, днище, сопловой блок, система управления вектором тяги, воспламенительное устройство и др. Такой подход достаточно объективно отражает специфику РДТТ и позволяет выявить влияние отдельных систем на массу конструкции двигателя и в том числе на его энергетические характеристики, определить эффективные меры по его совершенствованию в процессе проектирования. В то же время конкретное деление двигателя на те или иные системы является достаточно условным и может изменяться в зависимости от конструктивной схемы и требуемой точности расчета. Так, например, при выполнении уточненных расчетов (стадии эскизного проектирования) сопловой блок (система) может быть подразделен, в свою очередь, на ряд подсистем: сопловой корпус, ТЗП, теплоэрозионностойкое покрытие, сопловые вкладыши и т. д. В математических моделях, используемых на стадии пред-

варительного проектирования (стадия технических предложений), применяют, как правило, укрупненную схему деления двигателя на системы. В этом случае реализуются приближенные зависимости для расчета тех или иных элементов (процессов) двигателя, что позволяет сократить время счета при проведении оптимизации конструктивной схемы и параметров рабочего процесса. Суммарная масса конструкции двигателя, включающая пассивные элементы, в общем случае определяется по соотношению

$$m_{\text{дв}} = \sum_{i=1}^n m_i z_i,$$

где m_i — масса подсистемы i -го типоразмера; z_i — число подсистем i -го типоразмера; n — число типоразмеров подсистем, входящих в состав РДТТ.

К одному типоразмеру относятся подсистемы, имеющие одинаковую конструкцию, марки материалов и одинаковые геометрические размеры, например, сопла в РДТТ с четырехсопловым блоком.

Для установления влияния пассивной массы двигателя (массы двигателя без массы топлива) на скорость ракеты достаточно обратиться к известной формуле К. Э. Циолковского:

$$v = v_a \ln(1 + m_t/M_k),$$

где v — максимальная скорость одноступенчатой ракеты, полученная без учета сопротивления атмосферы и сил земного тяготения; v_a — эффективная скорость истечения продуктов сгорания из сопла; m_t — масса ТТ; M_k — масса конструкции ракеты. Поскольку $m_{\text{дв}}$ является составной частью массы M_k , то с уменьшением $m_{\text{дв}}$ скорость v возрастает, что при прочих равных условиях означает увеличение максимальной дальности полета ракеты. Отсюда вытекает требование всемерного облегчения конструкции (двигателя).

Общая масса конструкции двигателя может быть записана в виде

$$m_k = m_{\text{об}} + m_{\text{дн}} + m_{\text{шп}} + m_{\text{с.б}} + m_{\text{ТЗП}} + m_{\text{бр}},$$

где $m_{\text{об}}$ — масса обечайки корпуса; $m_{\text{дн}}$ — масса днищ корпуса двигателя; $m_{\text{шп}}$ — масса шпангоутов; $m_{\text{с.б}}$ — масса соплового блока; $m_{\text{ТЗП}}$ — масса теплозащиты камеры сгорания; $m_{\text{бр}}$ — масса бронирующего покрытия.

На стадии баллистического проектирования масса силовых элементов корпуса камеры сгорания определяется из условия нагружения его внутренним давлением:

$$p = f K_1 K_2 p_{\text{max}},$$

где K_1 — коэффициент, учитывающий допуск на разброс максимального давления; K_2 — коэффициент, учитывающий заброс давления при воспламенении заряда; f — коэффициент безопасности; p_{max} — максимальное давление при наибольшей начальной температуре заряда, заданной по условиям эксплуатации двигателя.

При выполнении проверочных расчетов толщины стенок обечайки корпуса уточняются с учетом действия внутренних и внешних нагрузок, возникающих в полете и при наземной эксплуатации РДТТ.

Рассмотрим сначала расчетные зависимости для металлических элементов конструкции камеры сгорания.

3.6.2. МАССОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЕЧАЙКИ КОРПУСА ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Цилиндрическая обечайка. Предполагая, что площадь критического сечения сопла мала по сравнению с площадью поперечного сечения двигателя, и пренебрегая влиянием термоизоляции вследствие ее малой жесткости, можем записать выражение для толщины стенки обечайки:

$$\delta = pD/(2\sigma),$$

где D — диаметр двигателя; σ — предел прочности материала обечайки с учетом рабочей температуры ее нагрева.

В зоне стыковки обечайки с днищами (зона краевых эффектов) при помощи переходных колец — шпангоутов, обладающих повышенной жесткостью, возникают изгибающие моменты. Соотношение для максимального значения изгибного напряжения может быть представлено в виде

$$\sigma_{\text{изг}} = \frac{pD}{2\delta} \left[1 + \sqrt{3} \frac{2-\mu}{2\sqrt{2-\mu^2}} \right],$$

где μ — коэффициент Пуассона.

В зоне изгиба возникает местная концентрация напряжений, которая при использовании малопластичного материала может вызвать разрушение корпуса. Во избежание разрушения кромки обечайки выполняются утолщенными. Влияние этих утолщений на массу обечайки обычно весьма незначительно и поэтому, как правило, не учитывается в расчетных зависимостях, используемых на первом этапе проектирования. Длина утолщения должна превышать длину зоны изгиба, которая определяется по формуле

$$l_{\text{изг}} = 1,85\sqrt{D\delta}.$$

Для корпусов РДТТ, изготавливаемых из высокопрочных материалов, имеет место соотношение $\delta \ll D$, поэтому массу отдельных элементов (обечайки, днищ) можно вычислять по формуле

$$m = S\rho\delta, \quad (3.27)$$

где S — площадь поверхности элемента конструкции толщиной δ ; ρ — плотность материала.

Учитывая изложенное, массу цилиндрической части можно определить по формуле

$$m_{\text{об}} = \pi \bar{L} D^3 \rho \rho / \sigma, \quad (3.28)$$

где $\bar{L} = L/D$ — отношение длины обечайки к ее диаметру.

Коническая обечайка. В некоторых случаях в РДТТ для повышения плотности компоновки используются камеры сгорания конической формы. Из технологических соображений толщина конической обечайки принимается постоянной по всей длине:

$$\delta = pD_1/(2\cos\alpha), \quad (3.29)$$

где α — угол конусности обечайки; D_1 — диаметр большего основания.

Обозначив диаметр меньшего основания D_2 и принимая во внимание выражения (3.27), (3.29), формулу для расчета массы обечайки корпуса можно записать в виде

$$m_{об} = \frac{\pi(D_1^2 - D_2^2)}{4 \sin 2\alpha} \frac{\rho r}{\sigma}.$$

3.6.3. МАССОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДНИЩ КОРПУСА

Днища РДТТ могут быть сферическими, эллиптическими и торосферическими. Необходимая толщина стенки сферического днища определяется по формуле

$$\delta_{дн} = pR_{сф}/(2\sigma),$$

где $R_{сф}$ — радиус сферического днища.

Масса днища:

$$m_{дн} = \pi R_{сф}^2 (R_{сф} - \sqrt{R_{сф}^2 - R^2}) \rho r / \sigma,$$

где $R = D/2$ — радиус обечайки в месте стыковки с днищем.

Для эллиптического днища, выполненного в виде половины эллипсоида вращения, имеем

$$\sigma_{дн} = \frac{1 + 2\bar{h}_{дн}^2}{6\bar{h}_{дн}^2} \frac{pD}{2\sigma}, \quad (3.30)$$

где $\bar{h}_{дн} = 2h_{дн}/D$.

Площадь поверхности днища:

$$S_{дн} = \frac{\pi D^2}{2} \left[0,5 + \frac{\bar{h}_{дн}^2}{4\sqrt{1-\bar{h}_{дн}^2}} \ln \frac{1+\sqrt{1-\bar{h}_{дн}^2}}{1-\sqrt{1-\bar{h}_{дн}^2}} \right]. \quad (3.31)$$

Принимая во внимание выражения (3.30), (3.31), формулу для расчета массы эллиптического днища можно представить в виде

$$m_{дн} = \frac{\pi D^3}{24} \frac{1 + 2\bar{h}_{дн}^2}{\bar{h}_{дн}^2} \times \left[0,5 + \frac{\bar{h}_{дн}^2}{4\sqrt{1-\bar{h}_{дн}^2}} \ln \frac{1+\sqrt{1-\bar{h}_{дн}^2}}{1-\sqrt{1-\bar{h}_{дн}^2}} \right] \frac{\rho r}{\sigma}.$$

Торосферическое днище образуется соединением двух форм: сферического сегмента и тора. Образующая поверхности днища (рис. 3.8) состоит из дуги окружности ABC , двух других окружностей с радиусом $R_{сф}$ и двух дуг окружности CD и AE с радиусом r_t . Дуги AE и CD являются образующей торовой поверхности с радиусом r_t . Точки E и D находятся на линии сопряжения торосферического днища с цилиндрической обечайкой корпуса.

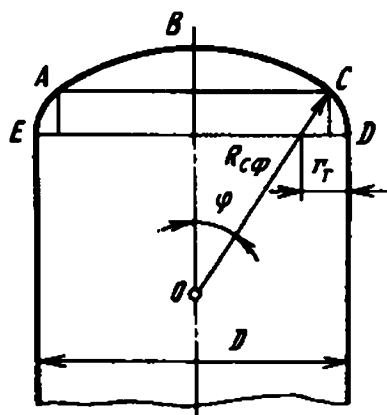


Рис. 3.8
Геометрические характеристики торосферического днища

Толщина стенки торосферического днища может быть определена по формуле

$$\delta_{\text{дн}} = \left(\frac{3}{4} + \sqrt{\frac{R_{\text{сф}}}{2r_{\text{т}}}} \right) \frac{pR_{\text{сф}}}{2\sigma}.$$

Площадь поверхности днища:

$$S_{\text{дн}} = 2\pi \left\{ R_{\text{сф}}^2 (1 - \cos\varphi) + r_{\text{т}} \left[\frac{D}{2} - r_{\text{т}} \left(1 - \frac{2\cos\varphi}{\pi - 2\varphi} \right) \right] \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \right\},$$

где φ — угол в радианах между продольной осью симметрии двигателя (OB) и радиусом, проведенным в точку сопряжения двух окружностей радиусами $R_{\text{сф}}$ и $r_{\text{т}}$ (точки A и C).

Масса днища:

$$m_{\text{дн}} = S_{\text{дн}} \delta_{\text{дн}} \rho_{\text{дн}},$$

где $\rho_{\text{дн}}$ — плотность материала днища.

3.6.4. СХЕМНО-КОНСТРУКТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ УЗЛОВ СОЕДИНЕНИЯ ОБЕЧАЙКИ С ДНИЩАМИ

При выборе типов соединений предпочтительными являются неразъемные соединения (сварные, клееные и т. д.). Они обладают существенно меньшей, чем разъемные соединения, массой конструкции, они дешевле, менее трудоемки и имеют меньшую длительность циклов изготовления. Однако целый ряд обстоятельств иногда не дает возможности ограничиться только неразъемными соединениями. В большинстве случаев различные элементы конструкций соединяются посредством разъемных соединений. И чем сложнее конструкция, тем выше необходимость в раздельном изготовлении ее элементов. Разъемные соединения часто обусловлены технологическими требованиями. Поэтому вопросы, связанные с разработкой разъемных и неразъемных соединений, занимают значительное место в комплексе вопросов разработки конструкций. В зоне фланцевого соединения оболочек и в сечениях самих оболочек при скачкообразном изменении какого-либо параметра системы (толщины стенки, нагрузки, температуры, механических свойств материала) возникают краевые силы и моменты. Для их определения составляют уравнения краевых сил с учетом знаков перемещений (т. е. направлений) и поворотов. Так, для линейных перемещений берется знак минус, если в данной точке происходит уменьшение радиуса, и плюс, если радиус увеличивается. Положительное направление угла поворота должно совпадать с наперед заданным положительным направлением вращения для всей системы.

Фланцевое соединение оболочек вращения разбивается на участки, каждый из которых имеет форму оболочки с действующими на нее краевыми силами и моментами, а также на жесткие кольца, все точки которых допускают параллельное радиальное смещение и угловую деформацию вокруг центра масс сечения кольца. Стыковочная плоскость двух колец рассматривается как стык, нагруженный силами и моментами, проходящими по болтам по местам контактов колец между собой.

Типы соединений узлов корпуса с днищами приведены на рисунках 3.9...3.14.

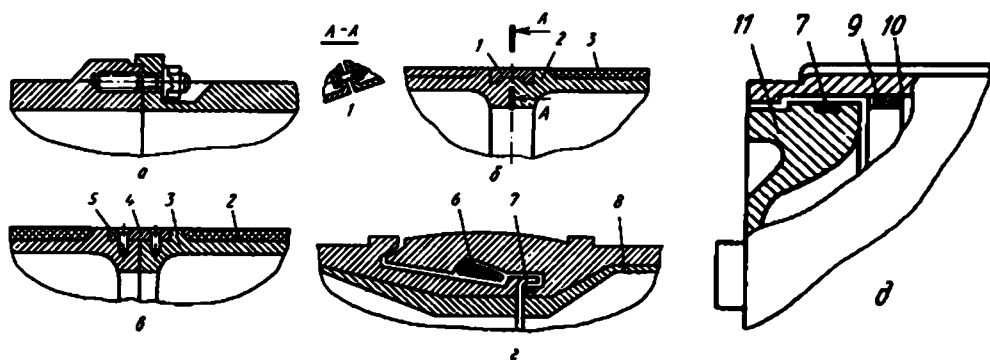


Рис. 3.9

Типы соединений узлов камер сгорания двигателя:

a — болтовое; *б* — соединение хомутом; *в* — на радиальных штифтах; *г* — с запирающим стержнем; *д* — завальцовкой; 1 — хомут; 2 — стеклопластиковые корпуса; 3 — фланцы; 4 — кольцо; 5 — радиальные штифты; 6 — запирающий клин; 7 — уплотнительное кольцо; 8 — ТЗП; 9 — упорное кольцо; 10 — корпус камеры сгорания; 11 — днище.

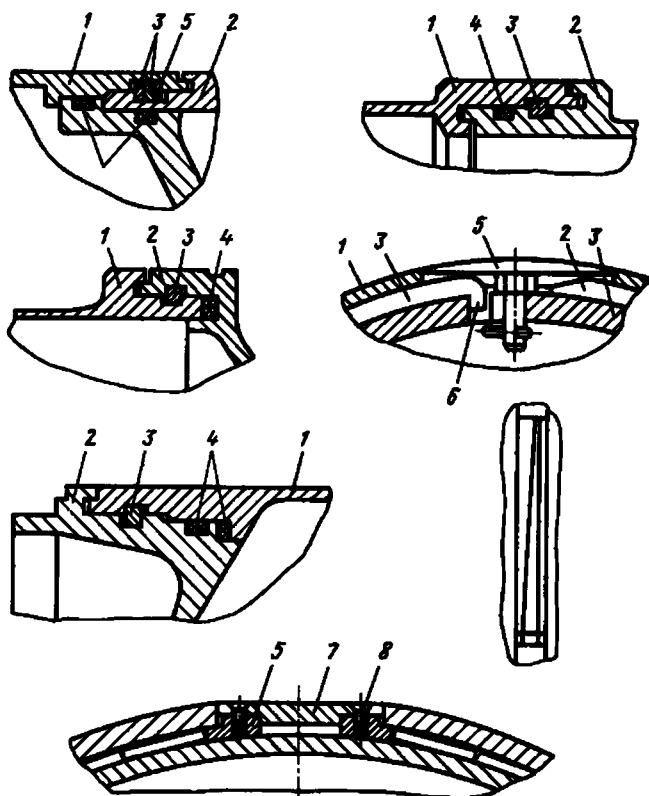


Рис. 3.10

Шпоночно-клиновые соединения камеры сгорания с днищами:

1 — корпус; 2 — днище; 3 — шпонка; 4 — уплотнительное кольцо из резины; 5 — сухарь; 6 — зуб шпонки; 7 — накладка; 8 — винт.

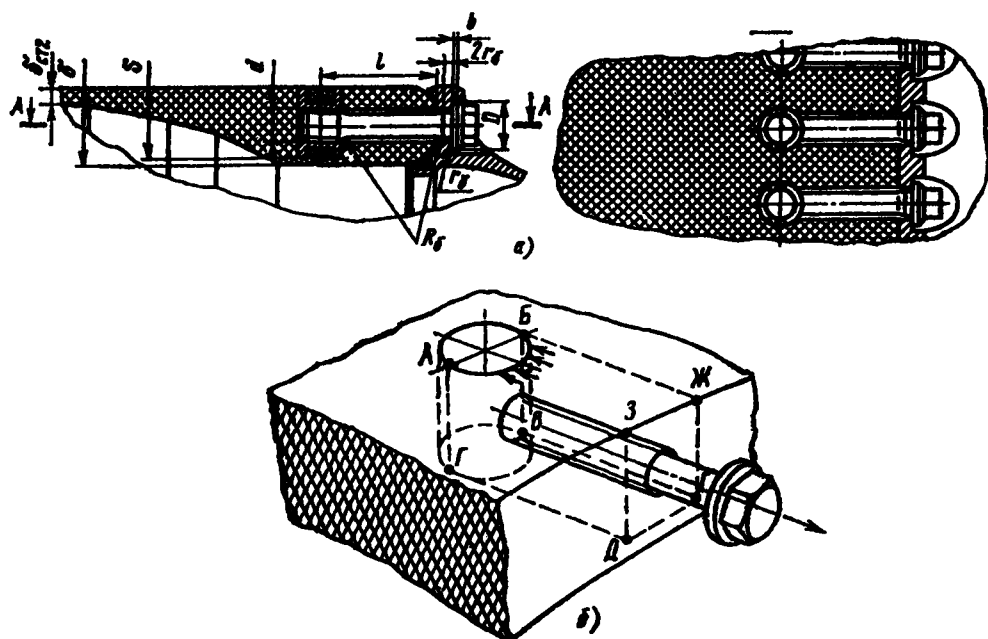


Рис. 3.11
Схемы:

a — штифто-болтового соединения (ШБС); *б* — для расчета ШБС.

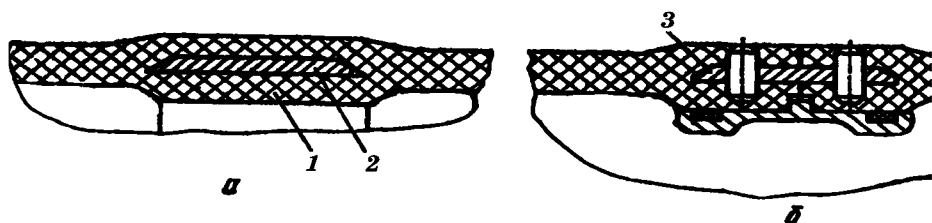


Рис. 3.12

Схема штифто-ленточного соединения (ШЛС):

a — технологический узел; *б* — собранное ШЛС; 1 — стеклопластиковый корпус; 2 — технологическая лента (кольцо); 3 — рабочая лента (кольцо).



Рис. 3.13

Схема шпоночного (клинового)
соединения



Рис. 3.14

Схема резьбового соединения стеклотек-
столитового корпуса с металлическим
днищем при помощи ленточной резьбы

Распорные шпангоуты устанавливаются в узлах сопряжения сферических днищ с цилиндрической и конической обечайкой двигателя.

Необходимая площадь кольцевого распорного шпангоута определяется из соотношения

$$F_{\text{шп}} = \frac{pR^2}{2\sigma \operatorname{tg} \beta} (1 - C \pm C_1), \quad (3.32)$$

где $R = D/2$ — радиус обечайки в месте стыковки с днищем;

$$\beta = \arcsin(R/R_{\text{сф}});$$

$$C = 2K \operatorname{tg} \beta \sqrt{\delta/R} \left(\alpha + \frac{\sigma \delta}{pR} b \right);$$

$$C_1 = \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha \left(1 + \frac{K^2 \delta}{R \cos \alpha} \right);$$

$$K = 0,7 \text{ при } \beta \geq 30^\circ;$$

$$K = 0,6 \text{ при } \beta < 30^\circ,$$

α, δ — угол конусности и толщина обечайки соответственно.

При соединении сферического днища с цилиндрической обечайкой:

$$a = 1 + \frac{d}{2\sqrt{\sin^3 \beta}}; \quad b = 1 + \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}};$$

$$d = \sqrt{\delta_{\text{дн}}/\delta}; \quad a = 0; \quad C_1 = 0.$$

При соединении сферического днища с конической обечайкой

$$a = \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha}} + \frac{d}{\sqrt{\sin^3 \beta}}; \quad b = \frac{1}{\sqrt{\cos \alpha}} + \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}.$$

Зависимость для определения массы шпангоута имеет вид

$$m_{\text{шп}} = \frac{\pi R^3}{\operatorname{tg} \beta} (1 - C \pm C_1) \frac{pp}{\sigma}. \quad (3.33)$$

Знак минус перед коэффициентом C_1 в формулах (3.32), (3.33) соответствует соединению конической обечайки с передним (малым) днищем, при этом $R = D_2/2$; знак плюс — соединению с задним днищем, тогда $R = D_1/2$.

Штифто-болтовое соединение (ШБС) предназначено для соединения стеклопластиковой оболочки с металлическим днищем или фланцем (рис. 3.11). Известно, что смола, являющаяся связующим в стеклопластиковой композиции, обладает низкой прочностью на скол. Поэтому с целью обеспечения работы стеклопластика на растяжение и смятие стеклопластиковую оболочку изготавливают с плавным переходом в утолщенную, армированную полосами стеклоткани законцовку. В утолщенной законцовке делают глухие радиальные отверстия, в которые клеивают штифты с резьбовыми отверстиями. В штифты вворачивают болты, притягивающие фланец днища.

Конструктивная схема другой разновидности соединения цилиндрических стеклопластиковых корпусов между собой представлена на рисунке 3.12. Такое соединение может быть использовано в случае, когда корпус, предварительно изготовленный совместно с технологическим металлическим кольцом, заложенным в тело стеклопластиковой стенки в процессе намотки (рис. 3.12а), в последующем разрезается на секции. Технологические кольца 2 извлекаются и заменяются цельными 3. Радиальные штифты связывают утолщенные законцовки стеклопластиковых секций с кольцом, соединяя таким образом смежные отсеки между собой.

Применение фланцевых болтовых соединений для стыковки корпусов и днищ большого диаметра (более 1,5 м) приводит к необходимости выполнения большого числа резьбовых отверстий во фланцах из высокопрочных сталей и титановых сплавов, а также ввинчивания, затяжки и контровки большого числа болтов, существенно снижающих уровень технологичности конструкции таких соединений. Применение шпоночных и клиновых соединений при стыковке металлических корпусов и днищ позволяет избавиться от перечисленных недостатков. На рисунке 3.13 приведена конструктивная схема шпоночного или клинового соединения. Для уменьшения усилий, необходимых для ввода шпонки или клина в кольцевой паз, число клиньев или шпонок подбирается с учетом сил трения, возникающих при монтаже шпонок или клиньев.

Резьбовые соединения обладают наибольшей массой конструкции, но более технологичны при сборке. При диаметрах стыкуемых элементов более 400 мм усилия заворачивания становятся весьма значительными. Поэтому резьбовые соединения могут быть рекомендованы для небольшого диаметра, когда технологичность изготовления и сборки имеет большое значение.

Разновидностью резьбового соединения, применяемого при стыковке металлических днищ со стеклотекстолитовыми корпусами, является ленточно-резьбовое соединение (рис. 3.14).

При проектировании соединений днища с корпусом обеспечение минимальной массы и минимальных осевых габаритов достигается, во-первых, выбором оптимальной формы днища, во-вторых, выбором оптимальных материалов крепежных элементов (болтов, клиньев, шпонок и т. д.) и, в-третьих, рациональным проектированием взаиморасположения всех несущих элементов соединения (обечайек, фланцев и крепежа).

В соединениях практически невозможно избежать действия изгибающих моментов. Изгибающие моменты всегда имеют место из-за переменной кривизны оболочки в зоне перехода от обечайки к фланцу и наличия в районе фланца резкого изменения радиальной жесткости, делающего невозможным эквидистантное деформирование (растяжение) корпуса и днища при действии внутреннего давления. Рациональное распределение деформаций и напряжений непосредственно в элементах соединения и в обечайках корпуса и днища, в районах прилегающих к соединению, — главная задача конструктора. Наиболее важным является стремление максимально приблизить оси болтов и опорные поверхности, передающие усилия, к пересечению стыковочной плоскости с линией, являющейся серединой для обечайек корпуса и днища в условном безразъемном варианте. При любом конструктивном варианте соединения кор-

пуса с днищем возникает необходимость их утолщения. Утолщение фланцевой законцовки металлического и стеклопластикового корпуса может быть направлено или во внешнюю, или во внутреннюю сторону. Утолщение в наружную сторону более технологично, но если необходимо уменьшить габариты и массу конструкции, то предпочтительным является соединение с законцовками, утолщенными внутрь. Аналогичные рассуждения относятся к рациональному конструированию элементов соединения днища с крышками различного назначения. Существенное влияние на массу болтового соединения оказывает выбор материала болтов. Увеличение допустимых напряжений в болтах позволяет уменьшить разъемы всех элементов соединения. Поэтому материалы следует выбирать с максимально возможной прочностью (с учетом допустимой пластичности). Для штифто-болтовых соединений характерен высокий уровень деформации изгиба длинных болтов (обусловленный значительной абсолютной деформацией стеклопластикового корпуса), в некоторых случаях превосходящий предел текучести материала. В связи с этим необходим внимательный подход не только к выбору материала болта с учетом пластических свойств и запасов прочности несущей способности, но и к назначению конструктивных форм мест перехода от шейки к резьбе и головке.

3.6.5. СХЕМЫ УПЛОТНЕНИЙ РАЗЪЕМНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Для уплотнения разъемных неподвижных соединений преимущественно применяются резиновые кольца. Размеры резиновых колец и канавок под них, а также рекомендации по применению резиновых уплотнительных колец даются в соответствующих стандартах.

Уплотнение в соединениях осуществляется благодаря осевой или радиальной деформации кольца. На рисунке 3.15 показаны основные разновидности типов посадочных мест — клиновое, радиальное, торцевое уплотнение по конусной фаске и для резьбовых соединений.

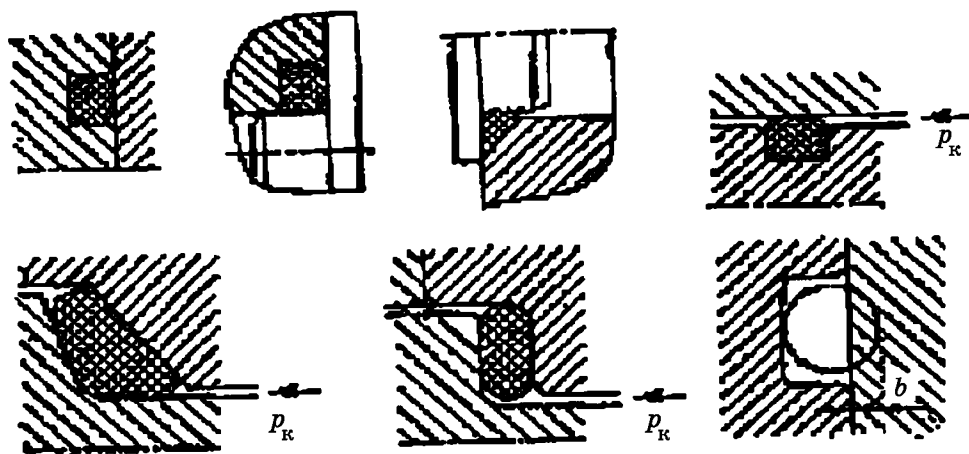


Рис. 3.15

Схемы уплотнения разъемных соединений:

p_k — давление; b — величина деформации сечения уплотнительного кольца.

Предельные деформации b кольца рассчитывают в соответствии со следующими рекомендациями: графически в увеличенном масштабе строят канавку и сечение уплотнительного кольца, затем рассчитывают значение максимальной и минимальной деформации кольца. Максимальные деформации будут иметь место, когда в минимальное по сечению посадочное место вписано максимальное по сечению кольцо. Соотношение для степени деформации (в процентах) имеет вид

$$\varepsilon_{\max} = (b_{\max}/d_{2\max}) \cdot 100,$$

где b_{\max} — максимальная деформация, определяется замером на крупномасштабном чертеже; $d_{2\max}$ — максимальный диаметр сечения уплотнительного кольца.

Минимальная деформация будет, если в максимальное по сечению посадочное место вписано минимальное по сечению кольцо. При этом степень деформации (в процентах)

$$\varepsilon_{\min} = (b_{\min}/d_{2\min}) \cdot 100,$$

где b_{\min} — минимальная деформация, определяется замером на крупномасштабном чертеже; $d_{2\min}$ — минимальный диаметр сечения уплотнительного кольца.

3.6.6. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАССОВЫХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМБИНИРОВАННЫХ ОБЕЧАЕК

Наряду с металлическими обечайками при изготовлении корпусов РДТТ используются комбинированные цилиндрические обечайки, состоящие из внутреннего металлического слоя, усиленного наружной намоткой нитей из стеклопластика. Такая конструкция позволяет получить существенное увеличение несущей способности по сравнению с равноценным по массе металлическим корпусом. Будем считать оболочку тонкой, радиус кривизны обоих слоев прием равным $R = D/2$. Несущей способностью полимера, связывающего между собой намотанные нити стеклопластика, пренебрегаем. Для определения массы обечайки прежде всего необходимо вычислить толщины слоев металла δ_1 и комбинированного материала (стеклопластика) δ_2 . Решение этой задачи по теории деформаций дает следующие зависимости:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= pR/(2\sigma_1); \\ \delta_2 &= pR/(2\sigma_2),\end{aligned}\tag{3.34}$$

где σ_1 и σ_2 — пределы прочности металла и стеклопластика; p — предельное давление (с учетом запаса прочности), выдерживаемое оболочкой.

Площадь поверхности обечайки:

$$S = \pi D^2 \bar{L},\tag{3.35}$$

где $\bar{L} = L/D$ — относительная длина обечайки.

Масса обечайки:

$$m_{\text{об}} = S(\delta_1 \rho_1 + \delta_2 \rho_2),\tag{3.36}$$

где ρ_1 и ρ_2 — соответственно плотности металла и стеклопластика.

Принимая во внимание соотношения (3.34) и (3.35), формулу (3.36) можно привести к виду

$$m_{06} = p \frac{\pi D^3 \bar{L}}{4} \left(\frac{\rho_1}{\sigma_1} + \frac{\rho_2}{\sigma_2} \right). \quad (3.37)$$

Сравнивая зависимости (3.28) и (3.37), можно получить условие, при котором комбинированная обечайка дает выигрыш в массе по сравнению с металлической:

$$\sigma_2 \rho_1 > \sigma_1 \rho_2. \quad (3.38)$$

Для реализации выигрыша в массе, кроме выполнения условия (3.38), дополнительно требуется, чтобы предельное удлинение при разрыве у оплетки было больше, чем у металлического каркаса обечайки. Намотка нитей на металлический каркас производится с натяжением, величина которого вычисляется по формуле

$$S_0 = \frac{E_2 \sigma_2}{2(E_1 \sigma_2 + E_2 \sigma_1)} [E_1 (2\varepsilon_2^* - \varepsilon_1^*) - (1 - 2\mu) \sigma_1],$$

где E_1 и E_2 — соответственно модули упругости металла и материала оплетки, $\varepsilon_1^* = \sigma_1 / E_1$; $\varepsilon_2^* = \sigma_2 / E_2$ — предельные относительные удлинения металла и нитей оплетки; μ — коэффициент Пуассона.

Отношение массы комбинированной обечайки к массе равнопрочностной металлической конструкции выражается зависимостью

$$\bar{m} = 0,5(1 + \bar{\sigma}_1 / \bar{\sigma}_2), \quad (3.39)$$

где $\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 / \rho_1$, $\bar{\sigma}_2 = \sigma_2 / \rho_2$ — соответственно удельные прочности металла и материала оплетки.

Введя обозначение $C^* = \bar{\sigma}_2 / \bar{\sigma}_1$, согласно уравнению (3.34) получим

$$\bar{m} = 0,5(1 + 1/C^*).$$

График зависимости $\bar{m} = \bar{m}(C^*)$ показан на рисунке 3.16, откуда следует, что повышение (в определенных пределах) удельной прочности материала оплетки по сравнению с удельной прочностью металла приводит к существенно увеличению выигрыша по массе при использовании комбинированной обечайки. Дальнейшее увеличение параметра C^* (применение сверхпрочной оплетки) мало сказывается на изменении массы конструкции, которая в данном случае определяется в основном потребной толщиной металлической стенки, воспринимающей меридиональные напряжения.

Корпус из композиционного материала. При расчете массы корпуса камеры сгорания рассматривается как цилиндрическая оболочка с днищами оптимальной формы. Корпусы из композиционного материала изготавливаются методом непрерывной намотки. При этом сначала укладываются спиральные слои

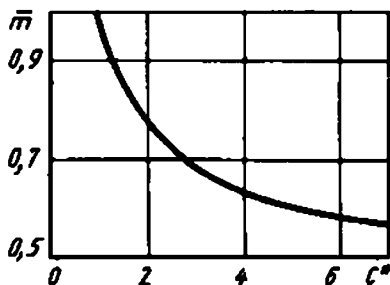


Рис. 3.16
Зависимость \bar{m} от параметра C^*

нити (ленты), образующие цилиндр с днищами, а затем цилиндрическая часть усиливается намоткой в кольцевом направлении. Днища имеют расположенные по оси корпуса полюсные отверстия, в кромки которых заделаны металлические фланцы. К фланцу переднего днища крепится крышка, заглушающая полюсное отверстие, или воспламенительное устройство, а к фланцу заднего днища — сопловой блок. Соотношение между диаметрами полюсных отверстий выбирается из конструктивных или технологических соображений. Профили днищ и выбор соотношения между толщинами кольцевых и спиральных слоев для корпусов данного типа выбираются такими, чтобы получить равнопрочную конструкцию, в которой напряжения в нитях цилиндрической части и днищ одинаковы и равны σ_1 . Теоретическую массу равнопрочностного корпуса можно определить по формуле

$$m = 3V\rho\rho/\sigma_1, \quad (3.40)$$

где V — внутренний объем корпуса; ρ — плотность композиционного материала; σ_1 — предел прочности при разрыве вдоль однонаправленного волокнистого намоточного слоя.

Формула (3.40) может использоваться также и для расчета массы сферического корпуса, изготовленного методом намотки. Приближенность формулы (3.40) заключается в том, что она не учитывает массу фланцев на полюсных отверстиях, нахлест ленты при намотке и некоторые другие факторы, приводящие к утяжелению корпуса. Дополнительная масса при проведении приближенных расчетов может быть учтена введением опытно-статистического коэффициента $K_{\text{доп}}$.

Тогда

$$m_{\text{доп}} = K_{\text{доп}}m.$$

Ориентировочно можно принимать $K_{\text{доп}} = 0,03...0,08$. С увеличением удельной прочности материала фланцев и удлинения цилиндрической части корпуса $K_{\text{доп}}$ уменьшается.

В формулу (3.40) входит величина внутреннего объема камеры сгорания

$$V = V_{\text{цил}} + V_{\text{дн}},$$

где $V_{\text{цил}}$, $V_{\text{дн}}$ — соответственно объемы цилиндрической части корпуса и днищ.

В приближенных расчетах можно полагать, что оба днища — эллиптические.

Тогда

$$V_{\text{дн}} = \pi D^2 h_{\text{дн}}/3,$$

где $h_{\text{дн}} \approx 0,3D + 0,17d_{\text{пол}}$ — высота днища. Здесь $d_{\text{пол}}$ — диаметр полюсного отверстия.

Точное решение задачи по определению геометрических характеристик днищ оптимальной формы выражается через эллиптические интегралы.

3.6.7. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ ПОКРЫТИЙ

На участки внутренней поверхности камеры сгорания, которые в процессе работы двигателя подвергаются воздействию горячих газов, наносится слой теплозащитного покрытия. Толщина этого слоя зависит от конструкции двигателя и теплофизических характеристик материала покрытия. В двигателе со

скрепленным зарядом необходимая масса теплозащиты меньше при прочих равных условиях, чем в двигателе с вкладным зарядом. Это объясняется тем, что само твердое топливо обладает теплоизоляционными свойствами. Однако по мере выгорания заряда отдельные участки внутренней поверхности камеры сгорания могут вступать в контакт с продуктами сгорания топлива, и их следует защитить. Толщина ТЗП на этих участках будет определяться, в частности, параметрами теплоотдачи от газа к покрытию и временем τ непосредственного теплового воздействия. Необходимая толщина ТЗП зависит также от температуры, продуктов сгорания и наличия в них конденсированной фазы и химически агрессивных компонентов. При большом диаметре двигателя и его длительной работе толщина ТЗП может достигать существенной величины (до 10... 15 мм). На различных участках внутренней поверхности условия работы ТЗП существенно различаются, что обуславливает возможность применения различных типов покрытий в одном двигателе. Необходимая масса ТЗП в общем случае вычисляется по формуле

$$m_{\text{ТЗП}} = \sum_{j=1}^n \rho_j \int_{S_j} f \delta(x, y, z) dS, \quad (3.41)$$

где S_j — площадь поверхности j -го участка камеры сгорания; n — количество участков; ρ_j — плотность материала ТЗП, используемого на j -м участке; δ — расчетная толщина ТЗП в точке поверхности с координатами (x, y, z) ; f — коэффициент запаса толщины ТЗП.

При проведении расчетов на стадии предварительного проектирования толщину ТЗП на каждом из участков можно принять постоянной и равной некоторому среднему значению δ_j . В этом случае зависимость (3.41) может быть представлена в виде

$$m_{\text{ТЗП}} = \sum_{j=1}^n \rho_j S_j \delta_j. \quad (3.42)$$

Как видно, для расчета массы ТЗП по формуле (3.42) необходимо знать ее толщину. Толщину пассивного ТЗП (работающего без уноса массы) можно определить с помощью приближенного метода расчета двухслойной стенки, который сводится к тому, что на основе точного аналитического решения задачи о нагревании двухслойной стенки задается вид уравнений распределения температур.

Пусть в слое теплозащиты δ_2 и по толщине стенки силового корпуса δ_1 температура в каждый момент времени изменяется по линейному закону (рис. 3.17):

$$\begin{aligned} T_2(x, t) &= a_2(t)x + b_2(t); \\ T_1(x, t) &= a_1(t)x + b_1(t). \end{aligned} \quad (3.43)$$

Подобное распределение близко соответствует действительному характеру распределения температуры.

В уравнениях (3.43) $a_1(t)$, $a_2(t)$, $b_1(t)$, $b_2(t)$ — неизвестные функции от времени нагрева, подлежащие определению из краевых условий и уравнения баланса теплоты.

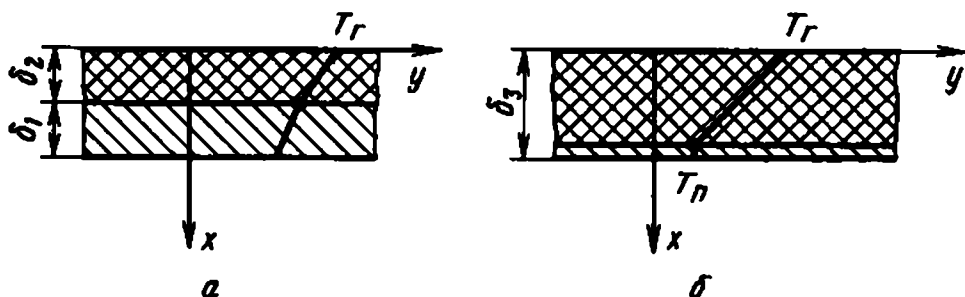


Рис. 3.17
Распределение температуры по толщине стенки:
а — ТЗП; б — бронирующее покрытие.

Граничные условия:
при $x = 0$

$$\alpha(T_r - T_2) = -\lambda_2 \partial T_2 / \partial x;$$

при $x = \delta_2$

$$T_2(\delta_2, t) = T_1(\delta_1, t);$$

при $x = \delta_1 + \delta_2$

$$\alpha_1 = 0,$$

следовательно, $\partial T_1 / \partial x = 0$.

Баланс теплоты:

$$\alpha(T_r - T_2) = c_2 \rho_2 \int_0^{\delta_2} \frac{\partial T_2}{\partial x} dx + c_1 \rho_1 \int_{\delta_1}^{\delta_1 + \delta_2} \frac{\partial T_1}{\partial x} dx,$$

где α — коэффициент теплоотдачи от продуктов сгорания топлива к поверхности ТЗП; α_1 — коэффициент теплоотдачи от стенки корпуса к внешней среде; T_r — температура газа; λ, c, ρ — коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность материала.

Начальные условия:

$$T_1(x, 0) = T_{\text{нач}}; \quad T_2(x, 0) = T_{\text{нач}},$$

где $T_{\text{нач}}$ — начальная температура конструкции.

Расчет теплозащиты проводится по допустимой температуре нагрева поверхности стенки $T_{\text{дн}}$. Решение при заданных граничных условиях имеет вид

$$\delta_2 = f_2 \frac{(\lambda_2 c_2 \rho_2 + \alpha c_1 \rho_1 \delta_1)}{\alpha c_2 \rho_2} \left[\sqrt{1 - \frac{2\lambda_2 (\ln \theta c_1 \rho_1 \delta + \alpha t) \alpha c_2 \rho_2}{\ln \theta (\lambda_2 c_2 \rho_2 + \alpha c_1 \rho_1 \delta_1)^2}} - 1 \right], \quad (3.44)$$

где $\theta = (T_r - T_{\text{дн}}) / (T_r - T_{\text{нач}})$; f_2 — коэффициент согласования.

Из формулы (3.44) следует, что необходимая толщина ТЗП зависит от времени работы РДТТ, основных теплофизических характеристик материалов

покрытия и стенки, коэффициента теплоотдачи, температуры газа, начальной температуры конструкции (обычно принимается $T = 293 \text{ K}$), толщины стенки, допустимой температуры ее нагрева. Поскольку толщина изолируемой стенки зависит от прочностных характеристик материала и давления в камере сгорания, то эти величины также оказывают прямое влияние на необходимую толщину теплозащиты.

Для расчета коэффициента теплоотдачи α предположим, что основными видами теплообмена между продуктами сгорания и поверхностью ТЗП служат конвективный и лучистый теплообмены $\alpha = \alpha_{\text{к}} + \alpha_{\text{л}}$.

Используем далее следующие соотношения для определения коэффициентов конвективного и лучистого теплообменов:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{к}} &= 0,023 \frac{\lambda}{d} \text{Re}^{0,8} = 0,023 \frac{\lambda}{d} \left(\frac{v \rho d}{\mu} \right)^{0,8}; \\ \alpha_{\text{л}} &= 4,95 \cdot 10^{-8} \varepsilon_{\text{г}} \varepsilon_{\text{п}} \frac{T_{\text{г}}}{T - T_{\text{п}}}, \end{aligned} \right\}$$

где v — скорость одномерного газового потока в канале; d — диаметр поперечного сечения изолированного ТЗП проточной части; $\varepsilon_{\text{г}}$, $\varepsilon_{\text{п}}$ — степень черноты газовой смеси и стенки ТЗП соответственно.

Для расчета коэффициента $\alpha_{\text{к}}$ конвективной составляющей теплоотдачи необходимо знать скорость v продуктов сгорания. На различных участках проточной части двигателя определение скорости зависит от конкретных условий.

Коэффициент теплоотдачи α можно определить и по приближенной зависимости

$$\alpha = m_1 (G^{v_1} / D^{v_2}),$$

где $m_1 \approx 16 \cdot 10^{-4}$ — размерный коэффициент, определяемый опытным путем; D — диаметр изолируемой поверхности; G — секундный расход продуктов сгорания; $v_1 \approx 0,8$; $v_2 \approx 0,2$.

При постоянном расходе топлива

$$G = \frac{\omega}{t} = \frac{\pi}{4} \frac{P_{\text{с}}^* d_{\text{кр}}^2}{\beta},$$

где ω — масса заряда ТТ; $d_{\text{кр}}$ — диаметр критического сечения сопла; β — расходный комплекс.

Поскольку расход продуктов сгорания и площадь поперечного сечения газового потока по длине камеры сгорания могут существенно меняться, условия теплоотдачи и эрозионное воздействие потока на теплоизоляцию будут также значительно отличаться для различных элементов конструкции. Наиболее теплонпряженным элементом камеры сгорания является заднее днище, где слой ТЗП, как правило, имеет наибольшую толщину. Теплозащитное покрытие на сопловом днище подвергается, наряду с тепловым, достаточно сильному эрозионному воздействию продуктов сгорания. Влияние последнего фактора учитывается путем введения в формулу (3.44) коэффициента согласования f_2 . Различия в условиях теплового и эрозионного воздействия обуславливают также

целесообразность применения в ряде случаев теплоизоляции различных типов в одном и том же двигателе. При использовании аблирующих теплозащитных покрытий толщина их может быть рассчитана следующим образом. Линейная скорость абляции покрытия определяется по зависимости

$$u_{\text{абл}} = q_{\text{абл}} / \{ \rho_{\text{п}} [i_{\text{абл}} + (T_{\text{абл}} - T_{\text{нач}})c_{\text{п}} + \eta_q \chi (i_0 - i_{\text{п}})] \},$$

где $q_{\text{абл}}$ — суммарный тепловой поток, подводимый к единице площади аблирующего покрытия в единицу времени (плотность теплового потока); $\rho_{\text{п}}$ — плотность материала покрытия; $i_{\text{абл}}$ — удельная энтальпия абляции; $T_{\text{абл}}$ — температура, при которой начинается абляция материала покрытия; η_q — коэффициент, принимаемый в расчетах для ряда используемых теплозащитных покрытий равным 0,4...0,5; χ — коэффициент, учитывающий полноту газобразования; i_0 — энтальпия газа на внешней границе пограничного слоя; $i_{\text{п}}$ — энтальпия газа у стенки.

При переменной скорости абляции толщина аблированного слоя за время работы двигателя составит

$$\delta_{\text{абл}} = \sum_0^t u_{\text{абл}} dt;$$

при постоянной абляции

$$\delta_{\text{абл}} = u_{\text{абл}} t,$$

где t — время воздействия продуктов сгорания на теплозащитное покрытие.

При постоянной скорости абляции толщина остаточного слоя, прогретого до заданной допустимой температуры нагрева корпуса двигателя $T_{\text{доп}}$, определяется по формуле

$$\delta_{\text{ост}} \approx \frac{a}{u_{\text{абл}}} \ln \frac{T_{\text{абл}} - T_{\text{нач}}}{T_{\text{доп}} - T_{\text{нач}}},$$

где a — температуропроводность.

Потребная толщина аблирующего покрытия определяется по формуле

$$\delta = \delta_{\text{абл}} + \delta_{\text{ост}}.$$

3.6.8. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БРОНИРУЮЩЕГО ПОКРЫТИЯ ЗАРЯДА ТТ

Бронирующее покрытие (БП) служит для предотвращения воспламенения отдельных участков поверхности заряда ТТ в течение всего времени работы двигателя. Применением БП в ряде случаев можно обеспечить требуемый характер изменения поверхности горения во времени. Так, например, у заряда, состоящего из цилиндрических одноканальных шашек, только торцы которых имеют БП, поверхность горения практически не меняется в процессе работы двигателя. Отсутствие БП привело бы в данном случае к заметным изменениям поверхности горения, а следовательно, и тяги РДТТ по мере выгорания заряда.

Состав БП выбирается в зависимости от типа ТТ. Так, для смесевых ТТ, как правило, используют тот же каучук, какой входит в состав ТТ в качестве горючего-связующего. В качестве наполнителя может применяться газовая сажа.

Для топлив баллиститного типа применяют смолы (например, эпоксидную) с наполнителем из хлопчатобумажных нитей. На торцевые поверхности заряда наносят полимерные БП.

В зависимости от формы заряда и условий работы РДТТ БП может наноситься как на цилиндрические, так и на торцевые участки поверхности ТТ. Толщина БП считается достаточной, если температура поверхности элементарных слоев заряда ТТ под БП за все время работы двигателя не превышает допустимой для данного топлива: $T_{\text{п}} < T_{\text{доп}}$. Предельным значением допустимой температуры нагрева топлива следует считать температуру его воспламенения. Для расчета необходимой толщины ВП примем расчетную схему, изображенную на рисунке 3.15. Уравнения распределения температуры в слоях БП (слой δ_3) и твердого топлива по аналогии с уравнениями (3.38) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} T_3(x, t) &= a_3(t)x + b_3(t); \\ T_{\text{п}}(x, t) &= a_{\text{т}}(t)x + b_{\text{т}}(t). \end{aligned} \quad (3.45)$$

Граничные условия:

1) при $x = 0$

$$\alpha(T_{\text{т}} - T_3) = -\lambda_3(\partial T_3 / \partial x);$$

2) при $x = \delta_3$

$$T_3(\delta_3, t) = T_{\text{п}}(\delta_3, t); \quad (3.46)$$

3) при $x = \delta_3 + \delta_{\text{т}} \partial T_{\text{т}} / \partial x = 0$.

Баланс теплоты:

$$\alpha(T_{\text{т}} - T_3) \approx c_3 \rho_3 \int_0^{\delta_3} (\partial T_3 / \partial x) dx. \quad (3.47)$$

Здесь предполагается, что унос массы БП в процессе работы двигателя отсутствует, и количество теплоты, поглощенное твердым топливом, пренебрежимо мало по сравнению с количеством теплоты, поглощенной БП.

Условие нагрева топлива под БП до допустимой температуры за время t следующее:

$$T_3(\delta_3, t) = T_{\text{доп}}. \quad (3.48)$$

Учитывая выражения (3.46)...(3.48), можно получить следующую приближенную зависимость для расчета толщины бронирующего покрытия:

$$\delta_3 = \sqrt{\frac{2\lambda_3 t}{c_2 \rho_3 \ln[(T_{\text{т}} - T_{\text{нач}}) / (T_{\text{т}} - T_{\text{доп}})]}}, \quad (3.49)$$

где $T_{\text{нач}}$ — начальная температура топлива и БП.

Имея результаты расчета необходимой толщины БП, его массу можно вычислить, используя зависимости, аналогичные (3.42).

3.6.9. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОПЛОВОГО АППАРАТА

Массу соплового блока в общем случае можно представить в виде суммы масс сопел и органов управления вектором тяги:

$$m_{с.б} = m_{с.з} + m_{с.увт}, \quad (3.50)$$

где z_c — число сопел двигателя (обычно — одно или четыре).

Основными элементами конструкции сопла, определяющими его массу, является несущая оболочка раструба и теплоизоляционный материал:

$$m_{с} = m_{с.об} + m_{с.из}. \quad (3.51)$$

При проведении расчетов необходимо знать геометрические характеристики сопла. Для их определения можно воспользоваться, например, приближенными формулами, позволяющими рассчитать длину и боковую поверхность укороченного сопла из семейства сопел с угловой точкой и параллельным оси потоком на выходе, если известны показатель изэнтропии n , относительный радиус выходного сечения $\bar{r} = \bar{r}_a / \bar{r}_{кр}$ и степень укороченности сопла

$$\psi = (\bar{r}_a - 1) / (\bar{r}_0 - 1).$$

Эти формулы имеют вид:

$$\bar{L}_a = \bar{L}_0 \{0,32 + 0,68 \exp[-a_i(1 - \psi)^{\bar{n}}]\}; \quad (3.52)$$

$$\bar{S}_a = \bar{S}_0 - \frac{\bar{r}_a^{2,6}}{\sqrt{\bar{r}_a - 1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - a_s}} - \frac{1}{\sqrt{1/\psi - a_s}} \right), \quad (3.53)$$

где $\bar{L}_0 = 3,16\bar{r}_a^{1,055+0,1n^4}$; $\bar{n} = 0,7 - 0,03\sqrt{\bar{r}_a}$; $\bar{S}_0 = 5,62\bar{r}_a^{2,14+10(n-1)^3}$; $a_s = \sigma_1 - \sigma_2 / \sqrt{\bar{r}_a - 1}$; $a_i = 2,73 + 0,9(n - 1)^{0,125}$; $\sigma_1 = 0,984 + 5,5(n - 1)^4$; $\sigma_2 = 0,045 + 2,25(n - 1)^6$; \bar{L}_a — длина расширяющейся части сопла, отнесенная к радиусу критического сечения; \bar{S}_a — боковая поверхность расширяющейся части сопла, отнесенная к площади критического сечения; \bar{L}_0 , \bar{S}_0 — относительные длина и поверхность расширяющейся части неукороченного сопла с равномерным потоком на выходе при $\bar{r}_a = \bar{r}_0$.

Формулы (3.52), (3.53) применимы в диапазоне $n = 1,2 \dots 1,25$; $\psi = 0,4 \dots 1$; $\varepsilon = 20 \dots 10\,000$. Точность расчета \bar{L}_a и \bar{S}_a по этим формулам составляет 5...10%. У сопел, расположенных вне камеры сгорания, в отличие от утопленных сопел, несущая оболочка раструба в процессе работы двигателя нагружается сравнительно низким внутренним давлением расширяющихся продуктов сгорания топлива. В этом случае толщина оболочки обычно выбирается из условий обеспечения жесткости и технологичности конструкции выходного раструба сопла и условий крепления к нему органов управления вектором тяги.

При постоянной толщине оболочки $\delta_{с.об}$, принимая во внимание (3.52), (3.53), получим

$$m_{с.об} = F_{кр} \bar{S}_a \delta_{с.об} \rho_{с.об},$$

где $\rho_{с.об}$ — плотность материала оболочки сопла.

Если полагать толщину несущей оболочки сопла в рассматриваемом сечении пропорциональной радиусу этого сечения, то ее масса может быть выражена зависимостью

$$m_{с.об} = 4\pi \bar{\delta}_{с.об} \rho_{с.об} \int_{r_{кр}}^{r_a} r^2 \operatorname{ctga}(r) dr,$$

где $\bar{\delta}_{с.об} = p/(2\sigma_{с.об})$ — относительная толщина оболочки сопла; p — внутреннее расчетное давление в сопле — функция радиуса; $\sigma_{с.об}$ — предел прочности материала оболочки сопла

$$\operatorname{ctga}(r) = dL/dr = L'(r). \quad (3.54)$$

Зависимость $L'(r)$ может быть определена из приведенных выше уравнений, описывающих контур раструба сопла. В результате интегрирования выражение (3.54) приводится к виду

$$m_{с.об} = K_{с.об} r_{кр}^3$$

или

$$m_{с.об} = K_{с.об} F_{кр}^{3/2},$$

где $K_{с.об}$ — размерный коэффициент пропорциональности, характерный для заданного контура сопла.

Поскольку тяга двигателя P пропорциональна $F_{кр}$, массу несущей оболочки сопла можно представить в виде

$$m_{с.об} \approx K_{с.об} P^{3/2}. \quad (3.55)$$

На внутреннюю поверхность сопел РДТТ с большим временем работы обычно наносятся покрытия. В качестве защитных покрытий входного и выходного раструбов могут использоваться, например, различные пластики. В районе критического сечения сопла устанавливаются вкладыши из тугоплавкого эрозиянностойкого материала (графит, вольфрам, молибден). В первом приближении можно принять, что толщина элементов теплозащитного покрытия сопла пропорциональна времени работы двигателя τ . В этом случае масса теплозащитного покрытия выражается зависимостью

$$m_{с.из} = 4\pi \rho_{с.из} \int_{r_{кр}}^{r_a} K_{с.из} \tau \operatorname{ctga}(r) dr. \quad (3.56)$$

В результате преобразований, аналогичных проведенным выше, выражение (3.56) может быть приведено к виду

$$m_{с.из} = K_{с.из}^* R \tau = K_{с.из}^* I_{п}, \quad (3.57)$$

где $K_{с.из}^*$ — размерный коэффициент пропорциональности; $I_{п}$ — полный импульс тяги двигателя.

Принимая во внимание соотношения (3.50), (3.51), (3.52), получим

$$m_{с} = K_{с.об} P^{3/2} + K_{с.из}^* I_{п}$$

или

$$m_{с} = K_{с.об} (I_{п} / \tau)^{3/2} + K_{с.из}^* I_{п}.$$

Для РДТТ с большим временем работы масса теплоизоляции составляет основную часть массы сопла, что подтверждается приведенным статистическим анализом разработанных конструкций. В связи с этим приближенно можно считать, что масса сопла пропорциональна суммарному импульсу тяги двигателя:

$$m_c \approx K_c I_{\Sigma}. \quad (3.58)$$

Сопло двигателя рассчитывается на отработку заданного суммарно импульса, поэтому вид зависимости (3.53) является вполне понятным. Величина K_c характеризует массовое совершенство конструкции сопла. По статистическим данным, $K_c = (0,9...1,2) \cdot 10^{-5}$ см/м, при этом формула (3.58) дает значение массы сопла в кг, если суммарный импульс тяги выражен в Н.

В РДТТ с жесткими габаритными ограничениями находит применение конструкция, в которой сопло частично утоплено в камере сгорания. Применение утопленных сопел позволяет сократить общую длину двигателя и таким образом увеличить запас топлива на борту при фиксированной длине ракеты. Основной силовой нагрузкой, действующей на корпус утопленной части сопла, является давление продуктов сгорания в камере двигателя. Толщина стенки корпуса утопленной части сопла δ_{yt} выбирается из условия устойчивости под действием сил давления:

$$\delta_{yt} = \left[\frac{p l_{yt} R_{cp}^{3/2}}{0,92 E_t (\cos \alpha_c)^{3/2}} \right]^{2/5}, \quad (3.59)$$

где l_{yt} — длина утопленной части сопла; R_{cp} — модуль упругости материала корпуса с учетом рабочей температуры нагрева; $\alpha_c \approx \arctg \frac{r_{пол} - r_{кр}}{l_{yt}}$ — средний угол конусности утопленной части сопла; $r_{пол}$ — радиус полюсного отверстия на сопловом днище.

Формула (3.59) применима для приближенного расчета толщины стенки гладкой металлической оболочки. Для крупногабаритных РДТТ, работающих при высоких давлениях в камере сгорания, расчетная толщина стенки и, соответственно, масса утопленной части сопла получается значительной. В этом случае уменьшение массы может быть достигнуто путем применения продольных и кольцевых ребер жесткости, которые повышают несущую способность конструкции. Параметры оребрения выбираются из условия минимизации массы конической оболочки. Масса оребренного корпуса утопленной части сопла определяется по формуле

$$m_{yt} = F_{кр} \bar{S}_{yt} \delta_{yt} \rho_{yt}, \quad (3.60)$$

где \bar{S}_{yt} — относительная поверхность утопленной части сопла, определяемая аналогично \bar{S}_a по формулам (3.52), (3.53), но при $\bar{r}_a = r_{пол}/r_{кр}$; δ_{yt} — приведенная толщина стенки оребренного корпуса (т. е. эквивалентная по массе гладкой конической оболочки); ρ_{yt} — плотность материала корпуса.

В качестве конструкционного материала для изготовления корпуса утопленной части сопла в ряде случаев могут использоваться высокомодульные композиты. Применение композиционных материалов, обладающих высокой удель-

ной жесткостью (E/ρ), позволяет уменьшить массу данной подсистемы двигателя. На наружную поверхность корпуса утопленной части сопла наносится слой теплозащитного покрытия, который по функциональному назначению может быть отнесен в расчетах массы к внутреннему теплозащитному покрытию камеры сгорания двигателя.

Несущая оболочка части сопла, расположенного вне камеры сгорания, нагружается сравнительно низким внутренним давлением продуктов сгорания, и поэтому ее толщина $\delta_{\text{нар}}$, как отмечалось выше, выбирается обычно из условий жесткости и технологичности конструкции. Масса этого элемента при постоянной толщине стенки выражается зависимостью

$$m_{\text{нар}} = F_{\text{кр}} (\bar{S}_{\text{а}} - \bar{S}_{\text{ут}}) \delta_{\text{нар}} \rho_{\text{нар}}.$$

Расчет внутренней теплозащиты раструба утопленного сопла практически не отличается от расчета, выполняемого для двигателя с наружным соплом. Массу деталей органов рулевого управления приближенно можно оценить по формуле $m_{\text{СУВТ}} = K_{\text{СУВТ}} m_{\text{с}}$, где $K_{\text{СУВТ}} = 0,1 \dots 0,3$ — опытно-статистический коэффициент, зависящий от типа применяемой конструкции СУВТ.

Коэффициент массового совершенства РДТТ. Под коэффициентом массового совершенства понимается отношение пассивной массы двигателя к активной (масса заряда твердого топлива и воспламенительного состава).

Пассивная масса двигателя. При выводе соотношений для расчета пассивной массы узлов (элементов) РДТТ рассмотрим секционную схему двигателя (рис. 3.18).

Пассивная масса секционного двигателя состоит из суммы масс обечайки, переднего и заднего днищ, теплозащиты обечайки и днищ, защитно-крепящего слоя, бронировки торцов, массы соплового блока и узлов крепления обечайки с днищами. Масса каждого из этих элементов может быть определена по следующим формулам.

Масса обечайки двигателя:

$$q_1 = f_1 \pi D^2 \delta_1 \rho_1 \bar{l},$$

где f_1 — опытно-статистический коэффициент; ρ_1 — плотность материала обечайки; $\bar{l} = l/D$ — относительная длина обечайки; δ_1 — толщина стенки обечайки $\delta_1 = \frac{pD}{2\sigma_1\varphi_1}$.

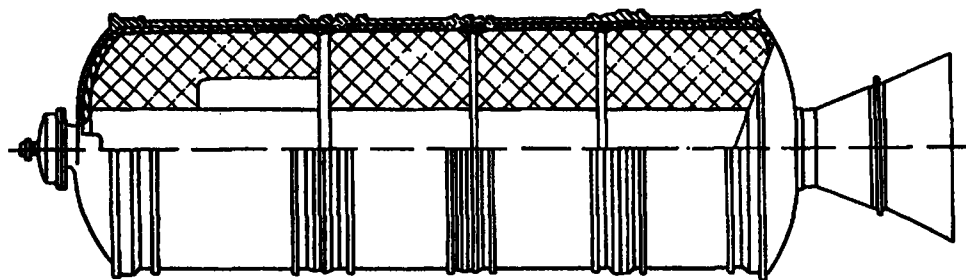


Рис. 3.18
Секционная схема двигателя

С учетом последнего соотношения выражение для массы обечайки приобретает вид

$$q_1 = K_1 D^3 \bar{l}_1 p,$$

где $K_1 = \frac{f_1 \pi \rho_1}{2 \sigma_1 \varphi_1}$.

Масса эллиптического днища:

$$q_2 = f_2 S_2 \delta_2 \rho_2,$$

где $\delta_2 = \frac{pD}{2 \sigma_2 \varphi_2}$ — толщина стенки днища.

Тогда

$$q_2 = K_2 p D^3,$$

где $K_2 = \frac{f_2 \rho_2}{2 \sigma_2 \varphi_2}$.

Масса ТЗП для переднего и заднего днищ имеет вид

$$q_3 = f_3 D^2 \delta_3 \rho_3$$

или

$$q_3 = K_3 p D^3 \left[\sqrt{1 + \frac{\tau}{(pD)^2} n_3} - 1 \right].$$

Массу теплозащиты обечайки и днищ можно вычислить по соотношениям:

$$(q_3)_1^T = \pi D^2 \frac{(\bar{l}_3)_1^T}{D} (\delta_3)_1^T (\rho_3)_1^T;$$

$$(q_3)_2 = \frac{\pi D^2}{2} (\delta_3)_2 (\rho_3)_2 \sqrt{\frac{\bar{l}_{\text{дн}}^2 + 1}{2}};$$

$$(q_3)_1^{\text{ш}} = \pi D^2 (\bar{l}_3)_1^{\text{ш}} (\delta_3)_1^{\text{ш}} (\gamma_3)_1^{\text{ш}},$$

где

$$(\bar{l}_3)^{\text{ш}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \right) [\bar{l} - (n - n_1 - n_2)].$$

Здесь n — количество секций в двигателе; n_1 — количество бронированных торцов; n_2 — количество заполняемых топливом днищ.

Массу бронировки по цилиндрической и торцовой частям заряда можно определить из условия предотвращения воспламенения бесконечно тонкого поверхностного слоя топлива под бронировкой за определенный момент времени τ . Иначе говоря, толщина бронировки считается достаточной, если температура поверхностного бесконечно тонкого слоя топлива под бронировкой меньше температуры воспламенения последнего, т. е. $T_{\text{п}} < T_{\text{в}}$.

В этом случае толщину бронировки можно определить по соотношениям:

1) для цилиндрической части заряда ТТ

$$\delta_4 = f_4 \sqrt{n_4 \tau},$$

где

$$n_4 = 2 \frac{\lambda_4}{c_4 \rho_4 \ln \left(1 - \frac{T_{\text{п}}}{T_{\text{в}}} \right)};$$

2) для торцевой части заряда ТТ

$$\delta_5 = f_5 \sqrt{n_5 \tau},$$

где

$$n_5 = 2 \frac{\lambda_5}{c_5 \rho_5 \ln \left(1 - \frac{T_n}{T_r} \right)}.$$

С учетом полученных выражений для толщины бронировки имеем:

1) масса бронировки цилиндрической части заряда ТТ

$$q_4 = f_4 \sqrt{n_4} \pi \rho_4 D^3 \bar{l} \sqrt{\tau};$$

2) масса бронировки для торцевой части заряда ТТ

$$q_5 = f_5 \frac{\pi}{4} \psi \sqrt{n_5} \rho_5 D^2 \sqrt{\tau}.$$

Относительная толщина защитно-крепящего слоя равна:

$$\frac{(\delta_4)_1}{D} = \frac{(\delta_4)_2}{D} = 0,00015 \dots 0,0020;$$

$$\delta_5 / D = 0,004 \dots 0,005.$$

Зная толщины δ_4 и δ_5 , можно определить:

1) массу защитно-крепящего слоя и бронировки торцевой части заряда ТТ:

$$(q_4)_1 = \pi D^2 \bar{l} (\delta_4)_1 (\rho_4)_1;$$

$$(q_4)_2 = n_2 \frac{\pi D^2}{2} (\delta_4)_2 (\rho_4)_2 \sqrt{\frac{\bar{l}_{\text{дн}}^2 + 1}{2}};$$

2) массу бронировки торцевой части ТТ

$$q_5 = n_1 \frac{\pi D^2}{4} \delta_5 \rho_5 \psi.$$

Массу профилированного сопла можно определить по соотношению

$$q_6 = f_6 \frac{\rho_6}{A} \delta_6 \frac{\omega \bar{S}}{p \tau}.$$

Относительная поверхность профилированного сопла определяется из уравнения

$$\bar{S} = 2 \int_1^{\bar{r}_a} \bar{r}_a \sqrt{1 + (\bar{r}_a')^2} d\bar{r},$$

где r — производная от \bar{r} по длине сопла.

Зависимость \bar{S} от p/p_a приведена на рисунке 3.19.

Используя среднюю толщину элементов соплового блока и опытно-статистические коэффициенты, массу сопла можно определить по формуле

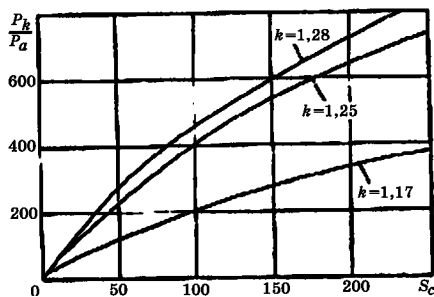


Рис. 3.19
Зависимость \bar{S} от p/p_a

$$q_6 = G_k + G_p = F_{кр} p \tau \left[K'_6 \rho_6^k + \frac{K''_6 \rho_6^p \xi^2}{\sqrt{p \tau}} \right],$$

где

$$G_k = F_{кр} \sum_i \delta_{ki} \rho_{ki} = K'_6 F_{кр} p \tau \rho_6^k; \quad G_p = F_{кр} \xi^2 \sum_i \delta_{pi} \rho_{pi} = K''_6 F_{кр} \xi^2 \rho_6^p \sqrt{p \tau},$$

где δ_{ki} и δ_{pi} — средняя толщина элементов корпуса и раструба соплового блока соответственно; $K'_6 = 0,035$; $K''_6 = 0,10$; ξ^2 — степень расширения сопла.

Массу узлов соединения обечайки с днищами и секций двигателя можно определить по соотношению:

$$q_7 = n_3 f_7 \pi D^2 \bar{l}_7 \delta_7 \rho_7,$$

где n_3 — количество стыковок между обечайкой и днищами; $\delta_7 = \frac{pD}{2\sigma_7 \varphi}$.

Тогда

$$q_7 = n_3 K'_7 \frac{\pi D^3 p}{2\sigma_7},$$

где $K'_7 \bar{l}_7 = 0,30 \dots 0,35$ (клиновое соединение); $K'_7 \bar{l}_7 = 0,04 \dots 0,05$ (болтовое соединение).

Соотношение для суммарной массы пассивных элементов имеет вид

$$q = \sum_{i=1}^{i=k} q_i; \quad k = 1 \dots 7.$$

Масса заряда твердого топлива. Заряд ТТ любой формы (целевой, звездобразной и др.) можно представить в виде отдельных моноблоков, а массу его определить по формуле $\omega = \omega_{ц} + \omega_{дн}$, где $\omega_{ц}$ — масса цилиндрической части заряда ТТ с некоторым эффективным диаметром; $\omega_{дн}$ — масса топлива в днищах.

Вводя обозначения:

$$\bar{l}_{ц} = \frac{l}{D}; \quad \chi = 1 - \frac{d^2}{D^2}; \quad \bar{l}_{дн} = \frac{2l_{дн}}{D}; \quad \chi_{дн} = 1 - \frac{3}{2} \frac{d^2}{D^2},$$

запишем:

$$\omega_{ц} = \frac{\pi}{4} D^3 \rho_{\tau} \bar{l}_{ц} \chi; \quad \omega_{дн} = \frac{\pi}{6} D^3 \rho_{\tau} \bar{l}_{дн} \chi_{дн}; \quad \omega = \frac{\pi}{4} D^3 \rho_{\tau} \chi \cdot \bar{l}.$$

Так как

$$\frac{\omega}{\tau} = \frac{p F_{кр}}{\beta};$$

$$\tau = \frac{D-d}{2u} = \frac{D}{2u} \left(1 - \frac{d}{D} \right),$$

то, подставляя выражение для массы заряда, можно получить уравнение для определения d :

$$\left(\frac{d}{D} \right)^2 - \bar{F} \frac{2\rho_{\tau} \beta}{\alpha} u_1 p^{v-1} \bar{l} \frac{d}{D} - \bar{F} \frac{2\rho_{\tau} \beta}{\alpha} \bar{l} = 0.$$

Имея в виду последнее соотношение и выражение для χ

$$\chi = 1 - 2\rho_{\tau} \beta \bar{F} u_1 p^{v-1} \bar{l},$$

массу заряда определим по формуле

$$\omega = \frac{\pi}{4} D^3 \rho_{\tau} \left(\frac{l}{D} + \frac{4}{3} \frac{l_{\text{дн}}}{D} \right) \left[1 - 2\rho_{\tau} \beta \frac{u_1 p^{\nu-1}}{D} \left(l + \frac{4}{3} l_{\text{дн}} \right) \right].$$

Из последнего соотношения можно получить выражение для определения относительной длины заряда:

$$\bar{l} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{8\omega}{\pi D^3} B}}{\rho_{\tau} B},$$

где $B = 4\bar{F}u_1 p^{\nu-1} \beta$; $\bar{F} = \frac{F_l}{F_{\text{кр}}}$.

Зависимость для массы заряда можно также представить в виде $\omega = \psi \bar{l} D^3$, где $\psi = \frac{\pi}{4} \rho_{\tau} \chi$.

Минимальные размеры канала заряда ТТ выбираются из условия обеспечения прочности и устойчивого процесса работы двигателя — возникновения турбулентного горения и гидродинамических потерь. Коэффициент массового совершенства двигателя равен отношению пассивной массы к массе заряда:

$$\alpha = \frac{q_{\Sigma}}{\omega}.$$

Подставляя в последнее соотношение выражения для массы пассивных элементов (узлов) и массы заряда ТТ, получим

$$\begin{aligned} \alpha = & \frac{1}{\bar{l} \left(1 - \frac{B\bar{l}}{2} \right)} \left[K'_1 \bar{l}_{\text{ч}} p + K'_2 p + \frac{nK'_3 + K'_4 \bar{l}_{\text{ч}}}{u_1 p^{\nu-1}} \times \right. \\ & \times \left(1 - \sqrt{\frac{B\bar{l}}{2}} \right)^2 + \frac{K'_5 + K_6}{u_1 p^{\nu-1}} \sqrt{\frac{\bar{l}_{\text{дн}}^2 + 1}{2}} \left(1 - \sqrt{\frac{B\bar{l}}{2}} \right) + K'_7 \bar{l}_{\text{ч}} + nK'_8 \sqrt{\frac{\bar{l}_{\text{дн}}^2 + 1}{2}} + \\ & \left. + nK'_9 \left(1 - \frac{B\bar{l}}{2} \right) + n_4 \left(1 - \frac{B\bar{l}}{2} \right) \bar{l} \left(K'_{10} + K'_{11} \frac{\xi^2}{\sqrt{p\tau}} \right) + n_3 K_{12} \right]. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Здесь

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{2f_1 \rho_1}{\sigma_1 \Phi_1 \rho_T}; \quad K_2 = \frac{2f_2 \rho_2}{\sigma_2 \Phi_2 \rho_T}; \quad K_3 = \frac{(K_3)_1^T}{H_{\text{эф}}} \frac{1}{\rho_T}; \\ K_4 &= \frac{(K_3)_1^{\text{III}}}{H_{\text{эф}}} \frac{1}{\rho_T}; \quad K_5 = \frac{(K_3)_2^T}{H_{\text{эф}}} \frac{1}{\rho_T}; \quad K_6 = \frac{(K_3)_2^3}{H_{\text{эф}}} \frac{1}{\rho_T}; \\ K_7 &= 4 \left[\frac{(\delta_4)_1}{D} \right] \frac{\rho_4}{\rho_T}; \quad K_8 = \frac{2(\delta_4)_2}{D} \frac{\rho_4}{\rho_T}; \quad K_9 = \frac{\delta_5}{D} \frac{\rho_5}{\rho_T}; \\ K_{10} &= \frac{K'_6}{A} (\rho_6)'; \quad K_{11} = \frac{K''_6}{A} (\rho_6)''; \quad K_{12} = K'_7 \bar{l}_7 f_7 \frac{2\rho_7}{\sigma_7 \rho_T}. \end{aligned}$$

Как следует из соотношения (3.61), коэффициент массового совершенства является функцией следующих параметров: давления в камере сгорания и на выходе из сопла, диаметра, относительной длины и времени работы двигателя, веса заряда, удельной прочности конструкционных материалов, теплофизических характеристик материала и топлива.

4

ТВЕРДЫЕ ТОПЛИВА И ЗАРЯДЫ ТТ

Г Л А В А

4.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Тип и свойства используемого топлива в значительной степени оказывают влияние на энергомассовые, геометрические и эксплуатационные характеристики РДТТ и ЛА. Эффективность топлива определяется, в первую очередь, удельным импульсом тяги. Для газообразного рабочего вещества максимально возможное значение удельного импульса (термодинамический удельный импульс), рассчитанного в предположении химически равновесного истечения в сопле с заданным расширением, реализуется в случае, когда в выходном сечении формируется однородный и параллельный оси поток. Экспериментальное значение (реального) удельного импульса всегда меньше термодинамического на величину энергетических потерь. Величина удельного импульса зависит от количества теплоты, выделяемого в результате химических реакций, т. е. от теплоты сгорания топлива, и степени преобразования теплоты в кинетическую энергию газового потока. На степень преобразования теплоты, выделяющейся в результате сгорания топлива, в кинетическую энергию заметное влияние оказывает диссоциация продуктов сгорания. С увеличением диссоциации снижается термический КПД. Диссоциация продуктов сгорания достаточно сильно зависит от температуры, увеличиваясь с ростом последней. С увеличением давления диссоциация понижается.

Степень преобразования теплоты в кинетическую энергию зависит и от агрегатного состояния, так как процесс расширения имеет место только в газообразных веществах.

На характеристики двигателя и ЛА заметное влияние оказывает плотность топлива. С увеличением плотности топлива уменьшаются геометрические размеры и массовые характеристики РДТТ.

Энергетические характеристики ТТ определяют в результате термодинамического расчета.

4.2. ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К ТВЕРДЫМ ТОПЛИВАМ

1. Твердое топливо должно обеспечивать требуемые энергетические характеристики с учетом реальных потерь при заданных давлениях в камере сгорания двигателя и в выходном сечении сопла.

2. Физико-механические свойства топлив должны позволять применять в двигателях заряды совершенных форм, обеспечивающих высокий коэффициент объемного заполнения камеры сгорания топливом и хорошую тепловую защиту ее стенок от воздействия высокотемпературных продуктов сгорания.

3. Температура структурного стеклования топлива должна быть меньше нижней границы температурного диапазона эксплуатации двигателя.

4. Топливо должно быть химически стойким при изготовлении заряда ТТ и хранении снаряженного двигателя.

5. Технологические свойства выбранного топлива должны обеспечивать применение наиболее передового и экономичного способа изготовления заряда ТТ и снаряжения двигателя.

6. Компоненты твердого топлива должны иметь широкую отечественную сырьевую и промышленную базу и использоваться в других отраслях народного хозяйства.

7. Твердое топливо должно обладать большой плотностью.

8. Продукты сгорания должны иметь наименьшую молекулярную массу при сохранении общих требований к энергетическим характеристикам.

9. Продукты сгорания не должны быть токсичными.

10. Твердое топливо должно безотказно воспламеняться от принятых средств воспламенения и полностью и стабильно гореть во всем заданном диапазоне температур и давлений.

11. Скорость горения твердых топлив должна иметь слабую зависимость от начальной температуры и требуемую зависимость от давления.

12. Механические свойства твердого топлива должны способствовать его длительному хранению без существенного изменения геометрических, баллистических и энергетических характеристик.

13. Твердое топливо должно быть взрывобезопасным при эксплуатации. Механические воздействия при транспортировке и сборке двигателя не должны вызывать возгорания.

4.3. ХИМИЧЕСКИЙ СОСТАВ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ

Твердое топливо содержит в одном моноблоке (заряде) как горючее, так и окислитель.

Состав топлива обычно представляется условной формулой

$$A_{b_{1T}}^{(1)} A_{b_{2T}}^{(2)} \dots A_{b_{iT}}^{(i)} \dots A_{b_{mT}}^{(m)}, \quad (4.1)$$

где $A^{(i)}$ — символ i -го химического элемента; b_{iT} — число атомов i -го химического элемента в условной молекуле топлива; m — число элементов в условной формуле.

Формула (4.1) обычно относится к некоторой условной молекулярной массе. Молекулярную массу топлива можно представить в виде условной формулы

$$\mu_T = \sum_{i=1}^m \mu_i b_{iT}, \quad (4.2)$$

где μ_i — атомная масса химического элемента $A^{(i)}$.

Соотношение между горючим и окислителем в топливной смеси определяется коэффициентом избытка (недостатка) окислителя

$$\alpha_{\text{ок}} = K_{\text{д}}^{\text{ок}} / K_{\text{с}}^{\text{ок}}, \quad (4.3)$$

где $K_{\text{д}}^{\text{ок}}$ — действительное количество окислителя, приходящееся на 1 кг горючего; $K_{\text{с}}^{\text{ок}}$ — стехиометрическое количество окислителя, т. е. количество окислителя, которое необходимо для образования продуктов полного сгорания 1 кг горючего.

Стехиометрическое количество окислителя может быть определено по формуле

$$K_{\text{с}}^{\text{ок}} = \frac{\sum_{i=1}^m b_{\text{иг}} v_i}{\sum_{i=1}^m b_{\text{иок}} v_i} \frac{\mu_{\text{ок}}}{\mu_{\text{г}}}, \quad (4.4)$$

где $b_{\text{иг}}$ — число грамм-атомов в условной форме i -го химического элемента горючего; $b_{\text{иок}}$ — число грамм-атомов в условной форме i -го химического элемента окислителя; v_i — валентность i -го элемента.

При известном химическом составе топлива и плотности компонентов можно определить плотность твердого топлива. Среднюю плотность твердого топлива $\rho_{\text{т}}$ в предположении аддитивности объемов отдельных составляющих можно определить по соотношению

$$\rho_{\text{т}} = 1 / \sum_{i=1}^m g_i / \rho_i,$$

где g_i — массовые доли компонентов; ρ_i — плотность компонента i .

Как известно, одной из важнейших энергетических характеристик топлива является удельный импульс тяги. Выражение для удельного импульса приближенно можно представить как

$$I_{\text{уд}} \approx \sqrt{\frac{2n}{n-1} \frac{R_0}{\mu}} T, \quad (4.5)$$

где $R_0 = 8,32$ кДж/К·моль — универсальная газовая постоянная; μ — молекулярная масса продуктов сгорания; T — температура горения ТТ.

Как следует из этого соотношения, удельный импульс растет с увеличением температуры продуктов сгорания и уменьшением их молекулярной массы, ибо молекулы меньшей массы требуют меньших затрат энергии для своего разгона.

Таким образом, удельный импульс тяги увеличивается с одной стороны за счет большего тепловыделения, обеспечивающего получение кинетической энергии, с другой — за счет небольшой молекулярной массы продуктов сгорания.

Для сравнения различных ТТ по энергетическим характеристикам обычно используются значения удельного импульса, приведенного к давлению при стандартных условиях, за которое для РДТТ целесообразно принимать наиболее характерное давление, например, $p = 4,0 \dots 7,0$ МПа и давление на срезе (в выходном сечении) сопла $p_{\text{а}} = 0,1$ МПа.

На рисунках 4.1 и 4.2 приведены соответственно термодинамический удельный импульс $I_{уд}$ и температура продуктов сгорания T для твердого ракетного топлива на основе перхлората аммония и полиуретанового каучука в зависимости от коэффициента избытка окислителя. Как следует из приведенных данных, оптимальное значение коэффициента избытка окислителя находится в пределах 0,85...0,95. Введение алюминия вместо окислителя приводит к увеличению удельного импульса и температуры продуктов сгорания.

На величину удельного импульса, кроме окислителя и горючего-связующего, существенное влияние оказывает тип металла или гидридов металлов, вводимых в топливо, и его процентное содержание. На рисунке 4.3 приведена зависимость удельного импульса от количества вводимого в топливо металла.

Одной из основных характеристик твердых топлив является расходный комплекс

$$\beta = \frac{p_{0c} F_{кр}}{G_{кр}}, \quad (4.6)$$

где p_{0c} — давление торможения в предсопловом объеме.

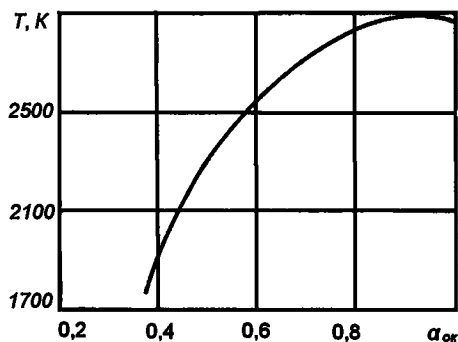


Рис. 4.2
Зависимость температуры продуктов сгорания T от коэффициента избытка окислителя $\alpha_{ок}$

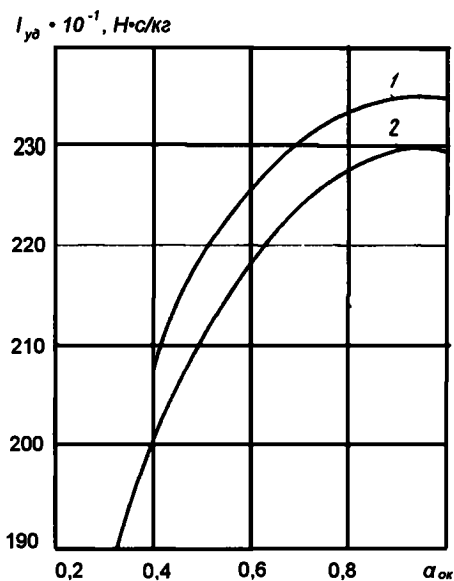


Рис. 4.1
Типовая зависимость термодинамического удельного импульса $I_{уд}$ от коэффициента избытка окислителя $\alpha_{ок}$ при горючих-связующих:

1 — полиуретаны; 2 — полиэфир.

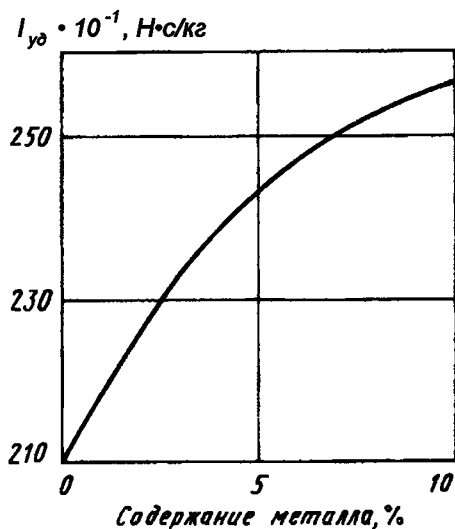


Рис. 4.3
Зависимость удельного импульса $I_{уд}$ от процентного содержания металла в топливе

Значение β может быть получено теоретическим расчетом, а также в результате эксперимента, так как все входящие в него параметры можно изменить.

Обычно изменение расходного комплекса в характерном диапазоне изменения давления 4,0...7,0 МПа составляет не более 1...2%, поэтому в предварительных расчетах для данного твердого топлива его можно принимать постоянным.

4.4. ТИПЫ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ

По физической структуре твердые топлива можно разделить на два основных класса:

1) ракетные топлива, представляющие собой коллоидные растворы органических веществ, молекулы которых содержат элементы горючего и окислителя — баллиститные пороха — двухосновные ТТ (гомогенные);

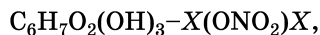
2) смесевые ракетные топлива (гетерогенные), представляющие собой механические смеси окислителя и горючего.

Для большинства современных топлив характерно использование трех основных компонентов: полимерного горючего-связующего, кристаллического окислителя и металлической добавки.

Кроме горючего и окислителя в состав топлива вводятся дополнительные добавки в виде пластификаторов (трансформаторное масло, нитроэфиры и т. д.), стабилизаторов (центролит, MgO), регуляторов скорости горения (LiF, FeO) и др. Роль горючего-связующего в твердых топливах состоит в том, что оно связывает кристаллические вещества и придает топливу необходимые физико-механические и прочностные характеристики. Кроме того, горючее-связующее оказывает влияние на реакционную способность топлива и является дополнительным горючим, а в ряде случаев и добавочным окислителем. В качестве горючего-связующего для смесевых твердых топлив используют каучук, органические смолы, полиэтилен и др., в качестве окислителя — неорганические соединения, в основном соли хлорной кислоты: перхлорат аммония NH_4ClO_4 , перхлорат калия KClO_4 , а также нитраты аммония, калия и натрия.

Основой механической структуры баллиститных порохов является нитроцеллюлоза — продукт нитрации целлюлозы, содержащийся в древесине, хлопке и т. д., при этом для производства данных топлив можно применять нитроцеллюлозу с содержанием азота 11,5...13,8%.

Нитроцеллюлоза получается в результате обработки целлюлозы $\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_2(\text{OH})_3$ азотной кислотой. В зависимости от степени нитрации одна или несколько гидроксильных групп в молекуле клетчатки заменяются нитрогруппой ONO_2 , и образуются соединения вида



где величина X характеризует степень нитрации и изменяется $X = 0...3$.

Так в массе нитрированной клетчатки находятся как совсем не нитрированные молекулы ($X = 0$), так и полностью нитрированные ($X = 3$).

В качестве растворителей (труднолетучих) для баллиститных порохов могут применяться нитроглицерин, динитроэтиленгликоль и динитротолуол.

Указанные растворители, так же как и нитроцеллюлоза, имеют в своем составе как горючее, так и окислитель и поэтому являются активными компонентами. Наиболее высокими энергетическими характеристиками (из указанных растворителей) обладает нитроглицерин. В состав баллиститных порохов вводятся, как правило, в небольших количествах технологические и специальные добавки, способствующие улучшению технологического процесса (мел, вазелин, воск) и обеспечивающие необходимые стабильные баллистические характеристики (например, по скорости горения).

Баллиститные пороха, как правило, имеют низкие энергетические характеристики, которые определяются выбором двух компонентов — нитроклетчатки и растворителя — и их соотношением. Максимальное термодинамическое значение удельного импульса для баллиститных порохов составляет примерно 2250...2300 Н·с/кг и достигается при максимальном содержании нитроглицерина и сильно нитрированной целлюлозы.

Технология изготовления заряда ТТ предусматривает растворение в нитроглицерине (нелетучем растворителе $\text{C}_3\text{H}_5(\text{ONO}_2)_3$) нитроклетчатки, обладающей небольшим избытком кислорода и имеющей относительно небольшую теплоту образования $\Delta H_{298}^\circ = -367$ кДж/кг. Условно нитроклетчатка в составе топлива относится к горючему, а нитроглицерин — к окислителю, причем соотношение между нитроглицерином и нитроклетчаткой в стехиометрической пропорции составляет 8,6. Однако приемлемые прочностные характеристики заряда ТТ обеспечиваются лишь при стехиометрической пропорции между нитроглицерином и нитроклетчаткой, равной 0,85. По этой причине в топливах баллиститного типа сохраняется большой недостаток окислителя, что и предопределяет их относительно низкие энергетические характеристики.

Таким образом, повышение удельного импульса баллиститных ТТ ограничивается уровнем их кислородного баланса, который предопределяется из условия образования коллоидного раствора соотношением основных компонентов. Кроме того, низкое значение энергетических характеристик баллиститных ТТ определяется узким кругом исходных компонентов.

Смесевые (гетерогенные), а также модифицированные двухосновные твердые топлива обладают более высокими энергетическими характеристиками, потому что, во-первых, для них соотношение горючего и окислителя можно варьировать в более широких пределах по сравнению с баллиститными (двухосновными) ТТ, во-вторых, в состав этих топлив можно вводить высокоэнергетические металлические добавки.

В смесевых ТТ в качестве окислителей используются, как правило, неорганические богатые кислородом вещества — в основном это соли хлорной кислоты HClO_4 (перхлораты) или соли азотной кислоты (селитры). В современных твердых топливах в качестве окислителя широкое распространение получил перхлорат аммония NH_4ClO_4 , имеющий теплоту образования $\Delta H_{298}^\circ = -2220$ кДж/кг. В таблице 4.1 приведен состав и энергетические характеристики смесевых ТТ с добавлением металла (алюминия). Из смесевых твердых топлив наиболее широкое применение для РДТТ получили полиуретановые и полибутадиеновые ТТ. В полиуретановых ТТ в качестве связующего используется полиуретан — вещество, состоящее из углерода, водорода, кислорода и азота. Удельный

Металлосодержащие твердые топлива

Горючее- связующее	Добавка	Окислитель	Удельный импульс, Н·с/кг	Температура газа в камере сгорания, К	Плотность, г/см ³
массовое содержание, %					
CH ₂ (15)	Al (19)	NH ₄ ClO ₄	2641	3170	1,74
CH ₂ (20)	Al (15)	NO ₂ ClO ₄	2815	3894	1,76
CH ₂ (15)	Al (20)	LiClO ₄	2510	3726	1,97
CH ₂ (14)	Al (16)	KClO ₄	2289	3492	2,04
Двухосновное (45)	Al (20)	NH ₄ ClO ₄	2635	3760	1,80
CH ₂ (15)	AlH ₃ (34)	NH ₄ ClO ₄	2742	2546	1,53
CH ₂ (15)	AlH ₃ (24)	NO ₂ ClO ₄	2983	3783	1,66
CH ₂ (15)	AlH ₃ (25)	LiClO ₄	2690	3119	1,72
Двухосновное (40)	AlH ₃ (28)	NH ₄ ClO ₄	2852	3417	1,61
CH ₂ (15)	Be (12)	NH ₄ ClO ₄	2856	3172	1,66
CH ₂ (25)	Be (8)	NO ₂ ClO ₄	2912	3270	1,61
CH ₂ (15)	Be (17,5)	LiClO ₄	2649	3453	1,86
Двухосновное (40)	Be (16,8)	NH ₄ ClO ₄	2793	4071	1,72
CH ₂ (20)	BeH ₂ (25)	NH ₄ ClO ₄	3040	2644	1,14
CH ₂ (17,5)	BeH ₂ (17,5)	NO ₂ ClO ₄	3138	3208	1,34
CH ₂ (20)	BeH ₂ (27)	LiClO ₄	3008	2732	1,21
Двухосновное (50)	BeH ₂ (20)	NH ₄ ClO ₄	3138	3154	1,28

импульс ТТ на основе полиуретана несколько выше, чем у ТТ на основе горюче-связующего (полисульфида).

Для полибутадиеновых ТТ в качестве связующего могут использоваться сополимеры бутадиена и акриловой кислоты, бутадиен с активными карбоксильными концевыми группами, сополимер бутадиена и акрилонитрата, а также бутадиеновые каучуки, пластифицированные минеральным маслом.

Модифицированное двухосновное ТТ состоит из перхлората аммония, нитроглицерина, слабо нитрованной нитроцеллюлозы и металлической добавки. Окислителем в этом ТТ является как перхлорат аммония, так и атомы кислорода, содержащиеся в нитросоставе. Одним из основных недостатков модифицированного двухосновного ТТ по сравнению со смесевыми (полибутадиеновыми и полиуретановыми) является более высокая температура продуктов сгорания. В качестве металлических добавок, повышающих удельный импульс ТТ, могут использоваться как металлы (алюминий, бериллий и др.), так и гидриды металлов (гидрид алюминия, гидрид бериллия и др.). Наиболее широкое применение в ТТ нашел алюминий. Бериллий обладает более высокой теплотой сгорания, чем алюминий, однако в продуктах сгорания бериллий содержащих ТТ имеются токсичные соединения, такие как BeO, BeF₂, Be(OH)₂, BeSO₄, BeCl₂ и др. Последнее обстоятельство ставит под сомнение применение ТТ с бериллием или гидридом бериллия, особенно в двигателях для первых ступеней изделий.

В таблице 4.2 приведен состав и энергетические характеристики типовых алюминизированных смесевых ТТ (полибутадиеновых и полиуретановых) и модифицированного двухосновного ТТ. Энергетические характеристики ТТ можно повысить как за счет применения более мощных окислителей, так и за счет гидридов металлов, таких как гидрид алюминия и гидрид бериллия. В гетерогенных ТТ, как и в двухосновных, обнаруживается противоречие между требованиями к соотношению горючих и окислительных элементов по условию прочности и по условию обеспечения необходимого стехиометрического соотношения по полноте сгорания. Из условия обеспечения необходимой прочности в этом ТТ завышается доля горючего-связки, обычно каучука, что уменьшает полноту сгорания. Это противоречие привело к появлению большого числа топливных рецептур. Одним из важнейших требований, предъявляемых к ТТ, является уровень физико-механических характеристик и их зависимость от температуры (относительное удлинение, предел прочности, модуль упругости и др.). В таблице 4.3 показана зависимость механических характеристик,

Т а б л и ц а 4.2

Состав и характеристики типовых полиуретановых, полибутадиеновых и модифицированных двухосновных твердых топлив

Тип твердого топлива	Состав			Характеристики		
	Окислитель	Горючее-связующее	Высоко-энергетическая добавка	Стандартный уд. импульс при $\frac{p_{\text{к}}}{p_{\text{а}}} = \frac{40}{1}$	Температура продуктов сгорания, К	Плотность, г/см³
Полиуретановое	Перхлорат аммония (61)	Полиуретан (20)	Al (19)	464,0	3247	1,75
Полибутадиеновое	Перхлорат аммония (69,4)	Сополимер полибутадиена акриловой кислоты и акрилонитрила (12,04)	Al (16,0)	2480,0	3432	1,80
Модифицированное (35) двухосновное	Перхлорат аммония (45)	Двухосновные	Al (20,0)	2480–2510	3760	1,80

Т а б л и ц а 4.3

Механические характеристики твердых топлив

Тип твердого топлива	Температура, К	Предел прочности при растяжении, Н/м ²	Относительное удлинение, %	Модуль упругости, Н/см ²
На основе бутадиена и акриловой кислоты	294	16,6·10 ⁵	41,2	85·10 ⁵
	233	98·10 ⁵	1,5	720·10 ⁵
Полибутадиеновое	349	7,9·10 ⁵	28	47·10 ⁵
	298	8,2·10 ⁵	24	51·10 ⁵
	126	40·10 ⁵	2,3	598·10 ⁵

таких как предел прочности при растяжении, относительное удлинение и модуль упругости от температуры для полибутадиенового ТТ и твердого топлива на основе бутадиена и акриловой кислоты. От уровня физико-механических характеристик ТТ зависит способ технологии формования заряда ТТ. Наиболее прогрессивным технологическим способом получения заряда ТТ является способ, основанный на свободном литье. Этот способ формования заряда ТТ по уровню физико-механических характеристик допускают полибутадиеновые ТТ. Модифицированные двухосновные ТТ, так же как и полиуретановые ТТ, допускают литье под давлением. Полибутадиеновые, полиуретановые и модифицированные двухосновные ТТ нашли широкое применение в двигателях США. В частности, полиуретановые ТТ нашли применение в двигателях ракеты «Полярис-АГ», первой ступени ракет «Полярис-А2», «Полярис-А3» и ракеты «Першинг», а также на второй ступени ракеты «Минитмен», полибутадиеновые ТТ на основе полибутадиена с концевыми группами — в двигателях первой ступени ракеты «Минитмен», ускорителях ракеты-носителя «Титан-3С», а модифицированные двухосновные ТТ — в двигателях третьей ступени ракеты «Минитмен-3», второй ступени ракеты «Полярис-А2» и на обеих ступенях ракеты «Полярис-А3».

4.5. СПОСОБЫ ФОРМОВАНИЯ ЗАРЯДОВ ТТ

Форма заряда ТТ должна обеспечивать необходимый закон изменения поверхности горения, давления в камере сгорания, а следовательно, и тяги двигателя в зависимости от времени процесса. В зависимости от закона изменения поверхности горения различают заряды с постоянной, прогрессивной и депрессивной поверхностями горения.

Закон изменения поверхности горения в зависимости от времени процесса, как правило, является жестким (нерегулируемым) и подстраивается под принципиальную схему ЛА или под выполняемую РДТТ задачу.

В зависимости от способа формования заряда в камере сгорания различают двигатели с вкладным (см. рис. 4.3, 4.4) и скрепленным зарядами (см. рис. 4.5). Вкладной заряд (одна или несколько прессованных шашек) свободно, но компактно устанавливается в камеру сгорания и удерживается от осевого смещения установленным со стороны соплового блока специальным устройством. Для зарядов ТТ всестороннего горения в качестве таких устройств используются диафрагмы (решетки), для зарядов ТТ с бронированной внешней поверхностью — опорно-герметизирующий узел.

Опорно-герметизирующий узел служит как для фиксирования заряда ТТ в камере сгорания, так и для обеспечения застойной зоны.

Скрепленный заряд формируется в камеру сгорания непосредственно свободным литьем или литьем под давлением, что обеспечивает его фиксированное положение и изоляцию корпуса от воздействия высокотемпературных продуктов сгорания. В этом случае заряд ТТ выполняет функцию теплозащиты. Скрепление заряда ТТ с корпусом достигается в процессе заливки топлива и последующей его полимеризации с помощью защитно-крепящего (специальное клееобразное вещество) слоя, который наносится на внутреннюю поверхность

камеры сгорания перед заливкой. Как правило, вкладная схема заряда отождествляется с баллистическим топливом, хотя в принципе из обоих видов топлива можно изготовить как вкладной, так и скрепленный заряды. Вкладные и скрепленные заряды имеют различные области применения. Заряд из баллистического топлива (пороха) не может быть изготовлен с большим диаметром, а контакт высокотемпературного газа со стенками двигателя накладывает ограничение на время работы двигателя. Поэтому вкладная схема применяется для двигателей относительно небольших размеров с небольшим временем работы — для двигателей вспомогательного назначения и тактических ракет, а также для газогенераторов различного назначения. Скрепленные заряды применяются, как правило, для крупногабаритных РДТТ маршевых ступеней баллистических ракет и ускорителей мощных ракет-носителей, в том числе многократного использования.

4.6. ТЕХНИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ЗАРЯДУ ТТ

Конструкция заряда РДТТ должна удовлетворять требованиям, выдвигаемым техническим заданием на двигатель и заряд. В частности, конструкция заряда должна обеспечить:

- 1) требуемый характер изменения давления в камере сгорания;
- 2) нормальное функционирование при запуске и стабильное горение на основном режиме работы двигателя;
- 3) максимальный коэффициент объемного заполнения камеры сгорания топливом;
- 4) заданное время работы двигателя на основном режиме и на участке спада давления;
- 5) допустимые отклонения площади поверхности горения и времени работы двигателя от номинальных значений;
- 6) минимальное количество остатков топлив, догорающих на нерасчетном режиме;
- 7) максимальную защиту корпуса двигателя от воздействия продуктов сгорания;
- 8) равномерный вход продуктов сгорания в сопловые аппараты.

Заряд должен быть технологичным в изготовлении и термостабильным при эксплуатации. Конструкция заряда в совокупности с сопловым аппаратом должна отвечать ТЗ по удельному импульсу в пустоте и на земле, массе топлива, нижнему пределу давления, обеспечивающему устойчивое горение, допустимым разбросам скоростей горения по толщине свода внутри партии топлива и от партии к партии, по допустимым отклонениям плотности топлива заряда, максимально допустимой массе бронирующего покрытия и защитно-крепящего слоя (ЗКС). Коэффициент запаса прочности заряда должен быть не ниже требуемого.

Большинство из этих требований противоречивы. Из всех возможных вариантов конструктивного решения выбирается такой, который наиболее полно отвечает требованиям технического задания.

Ввиду неоднозначности решения задача проектирования заряда распадается на несколько последовательных этапов.

В первом приближении устанавливаются основные габаритные размеры заряда, относительная длина $\bar{l} = l/d$, наружный диаметр D , диаметр канала d (для канальных зарядов). Техническим заданием устанавливаются время работы двигателя t , масса заряда и кроме того накладываются определенные ограничения на длину заряда, его наружный диаметр, отношение наружного и внутреннего радиусов заряда R/r и давление p в камере сгорания.

Учитывая перечисленные условия, задаваясь формой заряда и маркой ТТ, можно определить в первом приближении основные размеры заряда ТТ:

- 1) максимальный горящий свод e_{\max} ;
- 2) наружный диаметр D ;
- 3) длину l ;
- 4) диаметр канала d .

Полученные геометрические характеристики должны проверяться исходя из обеспечения прочности заряда при его жестком креплении со стенками двигателя и минимизации гидродинамических потерь и эффекта турбулентного горения.

После определения основных характеристик, задаваясь несколькими марками ТТ, варьируя параметрами e , d , l , D , величиной скорости горения u и уровнем давления газов в двигателе, подбираем такую комбинацию параметров, которая удовлетворяет условиям максимального значения длины заряда и его наружного диаметра, а также условию минимального значения параметра \bar{F}_l , обеспечивающего максимальное заполнение камеры сгорания при допустимом значении «взмыва» давления в начальный период работы РДТТ.

Получив несколько марок ТТ, ряд вариантов зарядов и соответствующие им относительные длины l , проводят их сравнительный анализ и отбирают те конструктивные решения (второе приближение), которые обеспечивают допустимые габаритные размеры, необходимое время работы, заданную надежность, простоту изготовления и эксплуатации, не дефицитность сырья, используемого при производстве ТТ, а также требуемые прочностные характеристики в диапазоне условий применения и эксплуатации и заданный закон изменения тяги. Заряд должен защищать внутреннюю часть корпуса от непосредственного воздействия высокотемпературных газов. При разработке двигателей баллистических ракет стремятся, как правило, обеспечить малое изменение тяги, что возможно при такой конструкции заряда, поверхность горения которого близка к постоянной. На данном этапе отбирается несколько марок ТТ, не больше трех, и уже для них устанавливаются требуемые конструктивные формы.

4.7. ТИПЫ ЗАРЯДОВ ТТ

Перечисленные выше требования могут удовлетворять несколько конструктивных форм наиболее часто применяемых на практике зарядов ТТ:

- 1) в виде пашки-моноблока с различным числом кольцевых канавок и уступов на торцах (бесцелевой);

- 2) с пропилами с одного или обоих торцов пашки (щелевой);
- 3) секционный, состоящий из двух или нескольких пашек, каждая из которых может иметь конусы, выточки, уступы (секционный бесщелевой);
- 4) в виде пашки-моноблока с радиальными щелями;
- 5) со звездообразным, конусным или ступенчатым каналами;
- 6) склеенный из цилиндрических блоков различной длины и формы;
- 7) цилиндрический всестороннего горения (одношашечный);
- 8) многошашечный;
- 9) телескопический;
- 10) торцовый;
- 11) сферический.

В ряде случаев используются заряды и других форм, например, со специальной перфорацией канала, бесщелевые заряды с цилиндрическими выступами по торцам и т. д.

Рассмотрим основные особенности некоторых из указанных типов зарядов ТТ.

4.7.1. ЗАРЯДЫ ТТ БЕСЩЕЛЕВОЙ КОНСТРУКЦИИ

Такие заряды (рис. 4.4) просты в изготовлении, термостабильны, в них отсутствуют несимметричные участки концентрации напряжений.

Как показывает опыт и практика проектирования зарядов, бесщелевые заряды-моноблоки позволяют обеспечить плавно изменяющуюся поверхность горения, максимальное отклонение которой от ее среднего значения не превышает 2...5%. Область применения данной формы заряда ТТ ограничена величиной допустимой относительной длины. Такие заряды могут быть созданы при относительной длине порядка 2,5...4.

Заряды бесщелевой конструкции применяются обычно в двигателях, работающих несколько десятков секунд. Они могут быть как прочноскрепленными с корпусом двигателя, так и вкладными. В последнем случае возрастает масса конструкции двигателя, в основном из-за большой массы ТЗП, необходимого для защиты камеры сгорания.



Рис. 4.4
Схема заряда ТТ бесщелевой конструкции

4.7.2. ЩЕЛЕВЫЕ ЗАРЯДЫ ТТ

Применение зарядов с пропилами (щелями) позволяет создать конструкции, обеспечивающие заданный закон изменения поверхности горения в широком диапазоне давления (рис. 4.5). Эти заряды могут быть как вкладными, так и скрепленными с корпусом двигателя. Время работы двигателя, имеющего щелевые заряды, достигает нескольких десятков секунд.

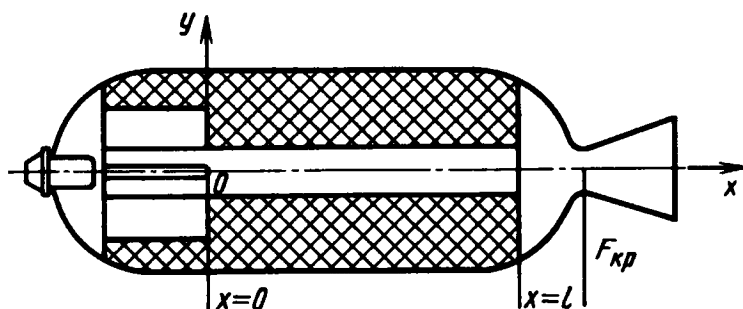


Рис. 4.5
Схема заряда ТТ со щелевым компенсатором

Недостатком этих зарядов является то, что они обладают плохой термостабильностью: при низких температурах у оснований щелей возникают несимметричные участки концентраций напряжений, которые могут привести к растрескиванию заряда.

Для зарядов со щелями без перемычек при высоких температурах возможно нарушение их цилиндрической формы, а при наличии перемычек усложняется технология изготовления.

Недостатком этих зарядов является также и то, что в районе щелей имеет место интенсивное выгорание термopокрытий корпуса двигателя, поэтому оно здесь наносится более толстым слоем.

4.7.3. СЕКЦИОННЫЕ ЗАРЯДЫ ТТ

Заряды данного типа совмещают в себе элементы конструкции как бесщелевых, так и щелевых зарядов и состоят из нескольких частей (секций) (рис. 4.6). Поэтому достоинства и недостатки, присущие первым двум типам зарядов, относятся и к секционным. Двигатели с секционными зарядами имеют на стыках отдельных частей участки теплозащитных покрытий, а в случае вкладных зарядов — дополнительные опорные стаканы и узлы уплотнения для создания застойной зоны. Принцип секционирования целесообразно применять для мощных РДТТ, главным образом из соображений облегчения производства и транспортировки.

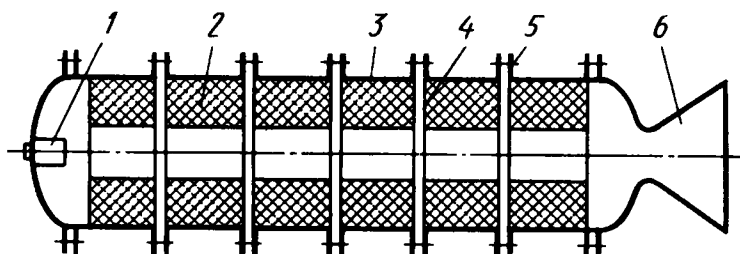


Рис. 4.6
Схема заряда ТТ секционного типа:

1 — воспламенительное устройство; 2 — секция заряда ТТ; 3 — корпус секции; 4 — БП секции заряда ТТ; 5 — узлы соединения секций; 6 — сопло.

4.7.4. ЗАРЯДЫ ТТ СО ЗВЕЗДООБРАЗНЫМ КАНАЛОМ

К данному типу относятся все заряды, имеющие канал (рис. 4.7). Практически применение этих зарядов позволяет обеспечивать заданный закон изменения поверхности горения при любых относительных длинах. Заряды со звездообразным каналом требуют меньшей теплозащиты корпуса двигателя, чем, например, щелевые. Однако при прочих равных условиях время работы двигателей с таким зарядом меньше, чем у двигателей с щелевыми, бесщелевыми или секционными зарядами. Это объясняется тем, что при одинаковых наружных диаметрах зарядов ТТ максимальный свод у заряда с фигурным каналом меньше. Недостатком данного типа зарядов является также наличие участков на поверхности канала с повышенной концентрацией напряжений. При создании заряда данного типа из топлива с постоянной по своду единичной скоростью горения в конце работы двигателя появляются дегрессивные остатки ТТ, догорающие при спаде давления, что увеличивает разброс внутрибаллистических характеристик и снижает полный импульс тяги двигателя. Этот недостаток может быть частично устранен специальным профилированием внутренней поверхности камеры или применением вкладышей из легких материалов (пенопласт), соответствующих по форме и размерам дегрессивным остаткам заряда.

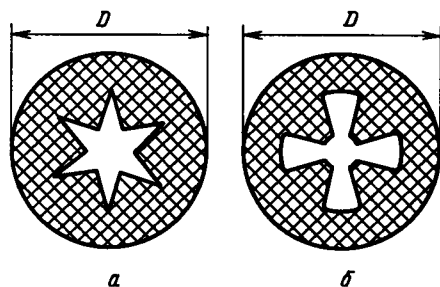


Рис. 4.7
Схема заряда ТТ с фигурным каналом:
а — звездообразный канал; *б* — крестообразный канал.

4.7.5. ТЕЛЕСКОПИЧЕСКИЕ И МНОГОШАШЕЧНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЗАРЯДЫ ВСЕСТОРОННЕГО ГОРЕНИЯ

Как правило, эти виды зарядов применяются в двигателях малых калибров с небольшим временем работы (рис. 4.8).

Все типы зарядов ТТ имеют простейшие конструктивные формы. Однако двигатели с такими зарядами имеют низкий коэффициент массового совершенства из-за непосредственного воздействия продуктов сгорания на корпус двигателя и из-за наличия в двигателе узлов крепления зарядов.

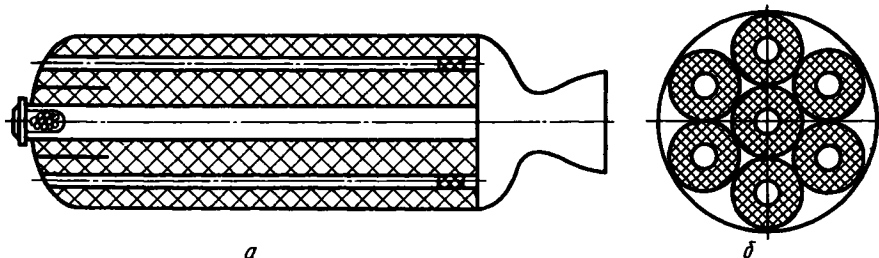


Рис. 4.8
Схема телескопического и многояшечного заряда ТТ:
а — телескопический заряд ТТ; *б* — многояшечный заряд ТТ.

4.7.6. ЗАРЯДЫ ТОРЦЕВОГО ГОРЕНИЯ

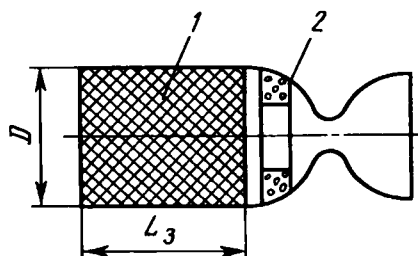


Рис. 4.9

Схема заряда ТТ торцевого горения:
1 — заряд ТТ; 2 — воспламенительное устройство.

Заряды торцевого горения (рис. 4.9) применяются в виде как моноблоков, так и полиблоков. Двигатели с такими зарядами имеют высокий коэффициент заполнения камеры сгорания топливом, большее время работы, а их тяга, как правило, невелика из-за небольшой поверхности и скорости горения топлива. Теплозащитное покрытие двигателя должно быть усиленным, так как значительная часть внутренней поверхности камеры продолжительное время омывается высокотемпературными продуктами горения.

4.7.7. СФЕРИЧЕСКИЕ ЗАРЯДЫ ТТ

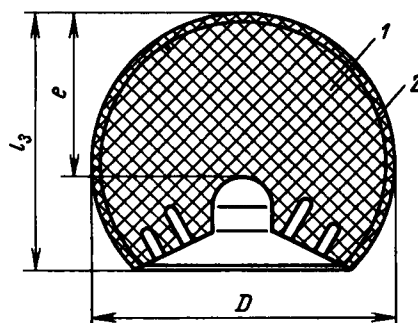


Рис. 4.10

Схема сферического заряда ТТ:
1 — заряд ТТ; 2 — бронирующее покрытие.

Сферические заряды (рис. 4.10) применяются в особых случаях, когда требуется создать двигатель с минимальной массой конструкции и длиной. Сферические заряды могут быть как вкладными, так и прочноскрепленными с корпусом.

4.8. ВЫБОР ФОРМЫ ЗАРЯДА ТТ ИЗ УСЛОВИЯ МИНИМИЗАЦИИ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ И ТРЕНИЯ НА ЗАДНЕМ ДНИЩЕ

Заднее днище является одним из наиболее теплонапряженных элементов конструкции РДТТ, поэтому при проектировании заряда необходимо учитывать требование снижения тепловых потоков и трения на заднем днище. На основании анализа результатов исследований течения в предсопловом объеме установлены основные закономерности влияния формы канала заряда на интенсивность конвективного теплообмена между продуктами сгорания и поверхностью заднего днища.

Основными причинами сильного уноса теплозащитного покрытия соплового днища являются:

- 1) высокие скорости движения продуктов сгорания на выходе канала заряда;
- 2) малое отношение диаметра канала заряда ТТ d к наружному диаметру заряда ТТ D ;

3) малое расстояние от торца заряда ТТ до внутренней поверхности сужающейся части сопла.

Унос теплозащитного покрытия может быть существенно снижен, если при проектировании заряда:

1) максимально расширить (плавно) выходной участок центрального канала;
2) отказаться от использования щелей в передней части заряда ТТ или свести их поверхность к минимуму, и таким образом увеличить длину и поверхность задних щелей;

3) предусмотреть опережающий разгар канала у торцевой части заряда ТТ вблизи сужающейся части сопла.

Как показывает опыт отработки двигателей, эффективным способом защиты сужающейся части соплового блока (многосопловой конструкции) является способ, базирующийся на использовании активных теплозащитных покрытий. В качестве таких покрытий может применяться медленногорящее твердое топливо с относительно низкой температурой горения.

4.9. РАСЧЕТ ПОВЕРХНОСТИ ГОРЕНИЯ, ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И МАССЫ ЗАРЯДОВ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА

Расчет поверхности горения можно проводить по методу элементарных объемов (метод сеток), который позволяет рассчитывать заряд ТТ практически любой формы по единой программе. Недостатками этого метода являются:

1) зависимость погрешности результатов расчета от размеров элементарных объемов;

2) сравнительно большое необходимое время расчета на компьютере.

При расчете осесимметричных зарядов, имеющих форму тел вращения, можно применять приближенный метод, который с точки зрения затраты времени является более рациональным. Идея метода состоит в том, что рассматривается сечение заряда меридиональной плоскостью.

Из двух полученных симметричных замкнутых контуров сечения в дальнейшем рассматривается только один. Предполагается, что этот контур состоит из прямых и из дуг окружностей. При наличии более сложных линий они заменяются комбинацией прямых и дуг окружностей. Так как горение происходит параллельными слоями, то, фиксируя контур при различных толщинах сгоревшего свода, получим семейства параллельных прямых и дуг концентрических окружностей (рис. 4.11). Число линий, образующих контур заряда, может меняться в процессе горения. До момента исчезновения или появления линий вид контура не меняется и общая поверхность заряда определяется как сумма площадей одного и того же числа поверхностей. Поверхности, образованные вращением отрезков прямых линий вокруг оси симметрии заряда, рассчитываются по формуле

$$S = \pi l(y_1 + y_2),$$

где l — длина отрезка; y_1, y_2 — координаты по оси Oy концов отрезка.

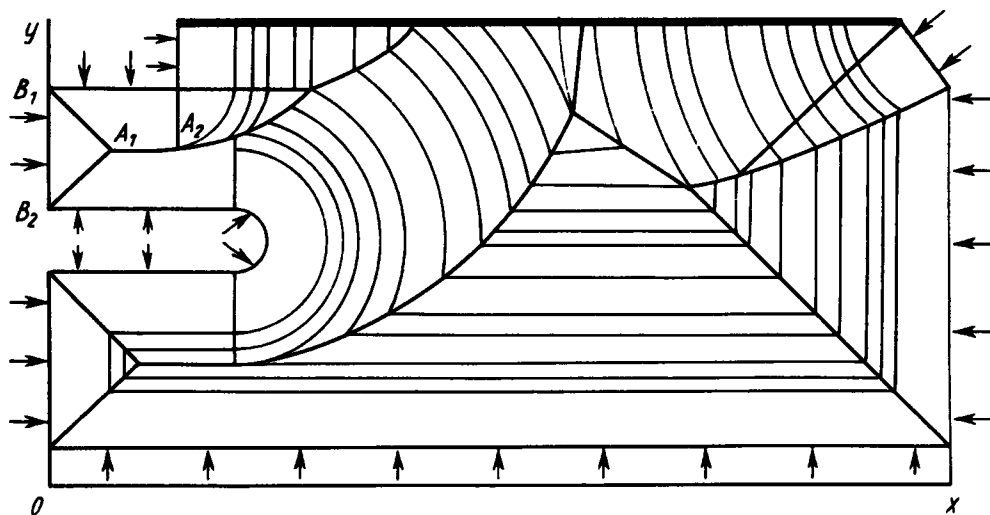


Рис. 4.11
Схема приближенного способа расчета поверхности горения заряда ТТ

Поверхности, образованные вращением дуг окружностей вокруг оси симметрии заряда, рассчитываются по формуле

$$S = 2\pi \left[y_{ц.окр} (r + l) \arcsin \frac{x - x_{ц.окр}}{r_0 + l} \pm (r_0 + l)x \right]_{x_1}^{x_2},$$

где r_0 — начальный радиус окружности; $x_{ц.окр}$, $y_{ц.окр}$ — координаты центра окружности.

После сокращения или добавления линий в контур его вид меняется. При проведении расчетов необходимо определить момент изменения вида контура и исключить или добавить в контур новые линии. Семейство линий исчезает в тот момент, когда смыкаются два соседних с ним семейства линий. Например, в тот момент, когда фронт пламени достигает точки A_1 , вид контура меняется. Направление перемещения фронта горения указано на рисунке 4.11 стрелками. Точки смыкания двух соседних семейств линий называются особыми точками (например, точки A_1 , A_2 на рисунке 4.11). Линии пересечения двух фронтов называются линиями пределов. Например, линиями пределов являются B_1-A_1 , B_2-A_1 , A_1-A_2 . В процессе счета находятся все точки пересечения линий пределов и выбираются особые точки. До момента достижения этих линий и точек поверхность горения рассчитывается по неизменному контуру. Затем, сокращая контур на одну или несколько линий и принимая его за исходный, повторяют указанный процесс счета. Поверхность горения рассчитывается до тех пор, пока контур будет ограничен не менее чем двумя линиями, при этом линии бронирующего покрытия рассматриваются как семейства неподвижных линий.

Центр массы заряда находится по формуле

$$x_{ц.м} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i V_i}{\sum_{i=1}^N V_i}; \quad y_{ц.м} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i V_i}{\sum_{i=1}^N V_i}; \quad z_{ц.м} = \frac{\sum_{i=1}^N z_i V_i}{\sum_{i=1}^N V_i}, \quad (4.7)$$

где N — число элементарных объемов, находящихся в несгоревшей части заряда; $\sum_{i=1}^N V_i$ — объем несгоревшей части заряда.

Моменты инерции зарядов определяются как сумма моментов инерции элементарных объемов.

Для целевых зарядов и зарядов со звездоподобным каналом с целью экономии машинного времени можно рассмотреть 0,5 k -ю часть заряда и расчет производить по следующим формулам:

$$I_{Oz} = \rho_T \Delta V_i \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2); \quad (4.8)$$

$$I_{Oy} = \rho_T \Delta V_k \left[\sum_{i=1}^N x_i^2 + \sum_{i=1}^N y_i^2 + \sum_{i=1}^N z_i^2 \right], \quad (4.9)$$

где Oz — продольная ось заряда; Oy — ось, являющаяся линией пересечения торца с радиальной плоскостью; x_i, y_i, z_i — координаты центров элементарных объемов.

Формулы (4.8) и (4.9) применимы для любого конечного числа плоскостей осевой симметрии, равного 2^m или $3, 2^m$, где $m = 1, 2, 3, \dots$

Формула для любого числа осевых плоскостей симметрии имеет вид

$$I_{Oz} = 2\rho_T \Delta V \left\{ k \left[\sum_{i=1}^N (z_i^2 + x_i^2) + \sum_{i=1}^N (y_i^2 + x_i^2) \right] \times \right. \\ \left. \times [\sin^2 a + \sin^2 2a + \sin^2 3a + \dots + \sin^2 (k-1)a] \right\}, \quad (4.10)$$

где $a = 360^\circ/k$ — угол между радиальными плоскостями симметрии.

Массу заряда ТТ можно рассчитать по формуле

$$\omega_T = \rho_T V_T.$$

Для некоторых базовых форм зарядов, использованных в баллистических ракетах, геометрические и массовые характеристики могут быть определены по аналитическим формулам.

5

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СОСТАВА ГОМОГЕННЫХ И ГЕТЕРОГЕННЫХ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТОПЛИВ

ГЛАВА

5.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В основе расчета термодинамически равновесных состояний рабочих тел, применяемых в РДТТ, лежат первое и второе начала термодинамики. В камере сгорания двигателя происходит преобразование химической энергии в теплоту, которое переходит в кинетическую энергию истекающих продуктов сгорания — масса вещества, полученного в результате реакции. Кинетическая энергия истекающих продуктов горения здесь не может быть больше той, что запасена в твердом топливе.

Расчет термодинамически равновесных многофазных систем в настоящее время приводится, как правило, на компьютерной технике. При составлении алгоритмов расчета и программ для их реализации применяются два метода: так называемый «энтальпийный» и метод, основанный на нахождении минимума изобарно-изотермического потенциала как условия существования термодинамического равновесия. Последний обладает большой универсальностью и более удобен для постановки на компьютере.

Процессы, протекающие в камере сгорания и сопле РДТТ, характеризуются высокой температурой и сильной диссоциацией продуктов сгорания. Для определения равновесного состава и термодинамических свойств этих продуктов должна быть решена система уравнений химического равновесия. Общее число уравнений равно числу индивидуальных химических веществ, входящих в диссоциированную смесь.

Метод составления и решения уравнений, описывающих поведение диссоциированных продуктов сгорания, подробно изложен в справочнике [40]. Программа расчета на компьютере широко распространена и применяется для определения термодинамических характеристик ракетных топлив и термодинамических и теплофизических свойств гомогенных и гетерогенных продуктов горения.

5.2. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ, ЭНТАЛЬПИЯ И ТЕПЛОТА

Внутренняя энергия характеризуется уровнем температуры нагретого газа и может рассматриваться как мера кинетической энергии теплового движения молекул и атомов:

$$U = U(T).$$

Частная производная от внутренней энергии по температуре называется теплоемкостью при постоянном объеме газа:

$$\partial U / \partial T = c_v.$$

Внутренняя энергия газа определяется его состоянием. Так, сжатие газа без теплообмена или сообщение ему теплоты приводит к увеличению его внутренней энергии. В том случае, когда при нагреве газ расширяется, совершая работу, изменение внутренней энергии может быть выражено в соответствии с первым началом термодинамики:

$$\Delta U = Q - L.$$

Таким образом, внутренняя энергия газа — энергия, которой обладает газ и которую он при своем изменении до некоторого состояния, принятого за нулевое, способен отдать в виде теплоты и произведенной им работы. Иначе говоря, внутренняя энергия есть функция состояния тела и полностью определяется его конечными состояниями в процессах. В круговых (замкнутых) процессах, когда конечное состояние совпадает с начальным, внутренняя энергия не изменяется:

$$\Delta U = \oint dU = 0.$$

Для газовых потоков уравнение для первого начала термодинамики удобно записать в виде

$$dq = du + dl + \frac{dv^2}{2},$$

где dq — изменение внешней теплоты, воспринимаемой единицей массы газа на рассматриваемом участке его течения; dl — изменение работы против внешних сил; $\frac{dv^2}{2}$ — приращение кинетической энергии газа при его перемещении на рассматриваемом участке движения; v — скорость потока газа.

Если работу внешних сил отнести к единице массы газа, можно записать $dl = d(pv_{уд})$, где p и $v_{уд}$ — параметры состояния — давление и удельный объем. Тогда уравнение примет вид

$$dq = du + d(pv_{уд}) + \frac{dv^2}{2}.$$

Величина $(u + pv_{уд})$ является некоторой функцией состояния, поскольку u и $pv_{уд}$ для каждого состояния принимают вполне определенные значения. Сумма внутренней энергии и работы, совершаемой газом, представляет собой

энтальпию. Теплота, сообщаемая движущемуся газу, идет на изменение его энтальпии и внешней кинетической энергии. Для адиабатического течения $dq = 0$.

Тогда

$$\frac{dv^2}{2} = -dh;$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = h_1 - h_2.$$

При движении газа по каналу без теплообмена с внешней средой приращение его кинетической энергии происходит за счет уменьшения энтальпии. Выражение для энтальпии можно представить в виде

$$H = \int_0^T c_p dT,$$

где $c_p = c_v + R$ — теплоемкость при постоянном давлении;

$$c_p = \frac{n}{n-1} R;$$

$$c_v = \frac{1}{n-1} R,$$

где $n = c_p/c_v$ — отношение теплоемкостей.

Коэффициент отношения теплоемкостей, так же как c_p и c_v , в условиях протекания внутрикамерных процессов рассматривается как переменная, так как в этом случае изменяется не только температура, но и химический состав. Однако в данном случае выражение для энтальпии запишем без учета этого фактора:

$$H = c_p T = \frac{n}{n-1} RT.$$

При взаимодействии веществ в камере сгорания происходит обмен энергией. Количество энергии, передаваемой от одного тела к другому посредством теплообмена, называется теплотой. Таким образом, теплота есть форма передачи энергии.

Для продуктов сгорания переменного состава последнее уравнение можно записать в виде

$$U_x + H + \frac{v^2}{2} = \text{const},$$

где U_x — химическая энергия, отсчитываемая от некоторого условно взятого уровня.

По мере продвижения рабочего тела по соплу в продуктах сгорания протекают химические реакции догорания и рекомбинации, в результате чего выделяется теплота, а химическая энергия U_x , так же как и энтальпия H , уменьшается. Из уравнения следует, что увеличение скорости потока может быть достигнуто только при уменьшении суммы $U_x + H$, равной полной энтальпии, т. е.

$$U_x + H = H_{\Pi}.$$

Энтальпия системы аналогично внутренней энергии имеет вполне определенное значение для каждого состояния, т. е. является функцией состояния.

Энтальпией системы удобно пользоваться тогда, когда в качестве независимых переменных, определяющих состояние системы, используются давление и температура.

5.3. ТЕПЛОТА СГОРАНИЯ И ТЕПЛОТА ОБРАЗОВАНИЯ

Под теплотой сгорания понимается отношение выделяющейся теплоты к массе ТТ, которая была при этом израсходована, или иначе, количество теплоты, выделяемое единицей массы топлива при его полном сгорании. Теплота сгорания топлива является интегральной характеристикой. Для определения теплоты сгорания можно воспользоваться методом калориметрирования. Суть этого метода состоит в том, что ТТ помещается в замкнутый сосуд, осуществляется реакция, а выделившаяся при этом теплота отводится до тех пор, пока температура продуктов сгорания не станет равной исходной температуре ТТ. Замеренное количество теплоты делится на массу находящегося в калориметре топлива.

Теплота сгорания ТТ, определенная таким образом, отличается от изменения химической энергии ΔU_x на разницу теплоемкостей исходных и конечных веществ.

Действительно, топливо перед помещением в калориметр имело запас энергии на один килограмм:

$$U_{x.т} + \int_0^T c_т dT,$$

где $U_{x.т}$ — химическая энергия ТТ; $c_т$ — теплоемкость ТТ; T — температура, при которой начинается и заканчивается калориметрирование.

После сжигания запас энергии топлива равен $U_{x.пр} + c_{пр}dT + Q$, где $U_{x.пр}$ — некоторое количество химической энергии, отсчитываемой от прежнего уровня. Следовательно,

$$U_{x.т} + \int_0^T c_т dT + U_{x.пр} + \int_0^T c_{пр} dT + Q,$$

откуда

$$Q = \Delta U_x - \int_0^T (c_т - c_{пр}) dT.$$

Значение $c_т - c_{пр} = \Delta_c$, прежде всего, зависит от условий проведения калориметрирования (проводится оно при постоянном давлении или объеме).

Каждому химическому соединению соответствует свой уровень химической энергии, который характеризуется теплотой образования.

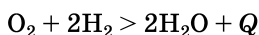
Под теплотой образования понимается количество теплоты, выделяемой ($-\Delta H_f$) или поглощаемой ($+\Delta H_f$) при образовании того или иного химического соединения из простых веществ.

Для проведения термодинамического расчета состава и параметров рабочего процесса продуктов сгорания используются относительные значения энтальпии (разность значений энтальпии веществ в различных состояниях) с некоторым условным началом отсчета. Это условное начало отсчета может быть произвольным, но одинаковым для всех участвующих в процессе веществ — стандартное состояние. Для H_2 , O_2 , N_2 , F_2 , Cl_2 за начало отсчета принимается энтальпия газообразного молекулярного состояния, т. е. теплота образования указанных веществ равна нулю. Эти газообразные молекулярные соединения устойчивы при $T_0 = 293,15$ К и $p = 0,1$ МПа. За стандартное состояние вещества принимают твердый β -графит (в США принят твердый углерод в виде алмаза). Для С принимается аллотропическая форма β -графита, для металлов, таких как Al, Mg, Li, Be и другие, — кристаллические формы.

Теплота образования считается положительной, когда образование вещества из простых осуществляется с поглощением тепла (эндотермические реакции), и отрицательной, когда образование вещества протекает с выделением теплоты (экзотермические реакции). Для примера в таблице 5.1 приведены значения стандартной теплоты образования некоторых веществ.

Если в результате горения вещество образуется из простых веществ, находящихся в стандартном состоянии, теплота образования продуктов сгорания равна по абсолютной величине и противоположна по знаку теплоте сгорания.

Так, в реакции



теплота образования H_2O будет отрицательной, а теплота сгорания топлива $2H_2 + O_2$ — положительной.

Тогда

$$\Delta H_{fT_0}^\circ = -Q_r,$$

где $\Delta H_{fT_0}^\circ$ — теплота образования веществ, взятых в стандартном состоянии. В обозначении теплоты образования Δ указывает на изменение энергетического уровня по отношению к стандартному состоянию. Индекс «°» сверху указывает на стандартность, а индекс «0» внизу, выраженный числом, дает абсолютную температуру исходных компонентов в стандартном состоянии. Энтальпии элементов в стандартном состоянии при температуре T_0 принимаются за начало отсчета для энтальпии компонентов топлив и продуктов сгорания.

Под стандартной теплотой образования понимается теплота образования вещества из простых веществ (элементов) в стандартном состоянии при стандартных условиях:

$$p = 0,10135 \text{ МПа и } T = T_0.$$

Таблица 5.1

Значения стандартной теплоты образования некоторых веществ

Газ (жидкость)	H	O	N	N_2F_2	OH	NO
Теплота образования, Дж/моль	2 218 060	247 700	358 100	69 500	42 120	90 440
Газ (жидкость)	CO	HF	CO ₂	H ₂ O	CF ₂	(H ₂ O)ж
Теплота образования, Дж/моль	1 100 600	−268 800	−383 800	−241 700	−967 900	−286 300

Стандартная теплота образования определяется опытным путем. В качестве температуры T_0 чаще всего используют $T_0 = 298,15 \text{ К}$, а также $T_0 = 293,15 \text{ К}$, $T_0 = 0 \text{ К}$. При этом теплоты образования самих элементов в стандартном — устойчивом — и наиболее распространенном природном состояниях принимают равными нулю. Выражение для расчета начального значения мольной энтальпии можно записать в виде

$$\Delta H_T^\circ = \Delta H_{fT_0}^\circ + (H_T^\circ - H_{T_0}^\circ),$$

где $(H_T^\circ - H_{T_0}^\circ)$ — изменение энтальпии в результате протекания химических реакций.

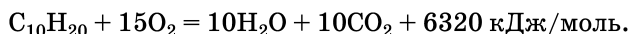
При принятии за стандартную температуру $T_0 = 0 \text{ К}$ теплота образования $\Delta H_{fT_0}^\circ$ превращается в чистую меру химической энергии.

Связь мольной энтальпии топлива с теплотой образования основана на законе Гесса, являющимся частным случаем закона сохранения энергии. Закон Гесса утверждает, что конечное значение теплоты образования при химическом превращении не зависит от того, какая последовательность реакции имела место, а определяется только параметрами состояния исходных характеристик и конечных продуктов реакции. В соответствии с этим законом теплота образования (или изменение энтальпии ΔH) процесса, связанного с химическими превращениями или изменениями состояния, может быть вычислена по соотношению

$$\Delta H_T^\circ = [v'_1 \Delta H_{fT}^\circ(X'_1) + v'_2 \Delta H_{fT}^\circ(X'_2) + \dots] - [v'_i \Delta H_{fT}^\circ(X) + v_2 \Delta H_{fT}^\circ(X_2) + \dots],$$

где v_i — число молей вещества; ΔH_{fT}° — теплота образования вещества при температуре T , равная изменению энтальпии при его образовании из элементов, взятых при этой температуре в стандартных состояниях.

Пример. Определить теплоту образования диэтилциклогексана, если известно, что при его сгорании в атмосфере кислорода выделяется 6320 кДж/моль :



Поскольку реакция горения диэтилциклогексана экзотермическая, то теплота образования реакции составляет:

$$\Delta H_{f293,15}^\circ = -6320 \text{ кДж/моль};$$

$$\Delta H_{f293,15}^\circ(\text{H}_2\text{O}) = -277 \text{ кДж/моль};$$

$$\Delta H_{f293,15}^\circ(\text{CO}_2) = -277 \text{ кДж/моль}.$$

Теплота образования кислорода при указанных условиях ($T = 293,15 \text{ К}$; $p = 0,1 \text{ МПа}$) принята равной нулю (стандартные условия).

Тогда

$$\Delta H_{f293,15}^\circ(\text{C}_{10}\text{H}_{20}) = 1511 - 10(68,37) - 10(94,054) - 15(0,0) = 38 \cdot 10^3 \text{ кДж/кг}.$$

В расчетах теплоты образования и энтальпии следует обращать внимание на справочные данные по тепловым эффектам химических реакций, так как наряду с общепринятыми значениями тепловых эффектов встречаются значения тепловых эффектов при образовании воды в виде пара. В этом случае значение теплоты образования воды должно быть уменьшено на $44,2 \text{ кДж/моль}$, что соответствует теплоте парообразования.

Теплота образования при полном сгорании топлива, когда продуктами реакции являются полные окислы элементов (H_2O , CO_2 , Al_2O_3 и др.), является теплотой сгорания топлива.

Существуют различные экспериментальные методы определения теплот образования, например метод калориметрирования или спектральный метод. Если теплота образования определяется калориметрическим методом, то принимают стандартную температуру $T_0 = 298 \text{ К}$ или $T_0 = 293 \text{ К}$. Спектральный метод обладает большей точностью и является более простым. Суть этого метода состоит в том, что для отвода частей диссоциирующей молекулы на бесконечное расстояние друг от друга необходимо использовать энергию (теплоту образования). В связи с тем, что при таком разделении атомов энергия квантуется, изменению расстояния между ядрами при достаточно высокой температуре и переходу энергии с одного уровня на другой соответствует своя линия в спектре излучения. При этом полосы по мере увеличения расстояния между атомами приближаются друг к другу и стремятся к определенному пределу. Положение точки слияния полос дает энергетическую характеристику диссоциирующего вещества, т. е. позволяет определить теплоту образования вещества в стандартном состоянии. Для экспериментального определения теплоты сгорания сжигание топлива производят в среде с избытком окислителя. Различают теплоты сгорания топлива при выделении воды в виде жидкости или пара. Теплота сгорания при образовании воды в виде жидкости соответствует случаю, когда учитывается теплота, выделяющаяся при конденсации содержащихся в продуктах сгорания паров воды.

В ракетных двигателях горение топлива происходит, как правило, при недостатке окислителя. Тепловой эффект реакции горения в этих условиях без добавления кислорода из окружающей среды называют калорийностью. Различают высшую и низшую калорийность топлива при выделении воды в виде жидкости и в виде пара.

Поскольку определение теплоты сгорания топлива проводится обычно калориметрическим способом в бомбе Крекера (бомбе постоянного объема), экспериментальные значения как теплоты сгорания, так и калорийности соответствуют тепловыделению при образовании воды в виде жидкости. В РДТТ продукты сгорания топлива по всей проточной части обладают температурой, исключающей возможность конденсации воды, и поэтому высшая калорийность не может быть реализована. При наличии в продуктах сгорания соединений, которые при определенной температуре, имеющей место в проточной части РДТТ, могут претерпевать фазовые переходы, необходимо учитывать теплоту их конденсации. Обычно теплота фазовых переходов отражена в таблицах зависимости энтальпии от температуры. Энтальпия многокомпонентного топлива, состоящего из нескольких соединений, определяется по его массовому составу и исходным значениям полной энтальпии компонентов, содержащихся в топливе. Если топливо содержит m_1 , %, соединения с энтальпией H_1 , m_{11} , %, соединения с энтальпией H_{11} и т. д., то общая энтальпия равна

$$H = \frac{H_{1m_1} + H_{11m_{11}} + \dots}{100}.$$

5.4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Термодинамически равновесные состояния, помимо внутренней энергии U и энтальпии H , являющихся функциями состояния, определяются также теплотой q и работой l , функциями состояния не являющимися. Теплота — лишь форма передачи энергии. В термодинамических расчетах используются уравнение энтропии $dS = dq/T$, уравнение свободной энергии $F = u - TS$.

Величину F называют также изохорно-изотермическим потенциалом, выражение для изобарно-изотермического потенциала имеет вид $\Phi = h - TS$. Произведение TS носит название «связанной энергии» и является функцией состояния. Максимальная работа в изотермической системе производится лишь за счет свободной энергии. С ростом энтропии «связанная энергия» TS растет и, следовательно, работоспособность системы уменьшается.

При расчете составов рабочих тел вводится предположение о термодинамически равновесном состоянии рассматриваемой системы. Это предположение во многих случаях оказывается справедливым; по крайней мере, оно допустимо при оценке предельных результатов.

Понятие равновесия, непосредственно связанное с представлением об обратимых и необратимых процессах, предполагает выполнение еще ряда условий. Так, при расчете составов рабочих тел полагают, что смесь газов, представляющая собой рабочее тело, подчиняется уравнению состояния для идеальных газов. При этом во всей массе рабочего тела реализуется одна и та же температура, одинаковый состав, в каждой точке объема имеет место одно и то же давление.

Различают несколько видов равновесия. Состояние устойчивого равновесия (стабильное состояние) — под влиянием внешнего возмущающего воздействия система выходит из равновесия лишь на время, а затем возвращается в исходное состояние.

Неустойчивое равновесие (лабильное состояние) — система не возвращается в исходное состояние, а переходит в новое — устойчивое.

Относительно устойчивое равновесие (метастабильное состояние) — устойчивость к незначительным возмущениям и переход системы в новое состояние под действием значительного возмущающего фактора.

Поскольку самопроизвольные процессы идут в направлении установления равновесного состояния, очень важно (особенно в термохимии) в каждом конкретном случае знать признаки этого равновесного состояния и направление, ведущее к нему.

Условие установления равновесия изолированной системы известно: $dS \geq 0$. В общем случае «равновесным» можно назвать такое состояние, которое может сохраняться сколь угодно долго, причем неизменность во времени этого состояния не поддерживается протеканием какого-либо внешнего по отношению к системе процесса.

При строгом подходе есть еще ограничение, связанное с представлением о равновесных состояниях: равновесные процессы должны осуществляться бесконечно медленно, чтобы в каждом отдельном промежуточном состоянии успевали устанавливаться единая температура и давление во всем объеме рабочего тела.

5.5. ОСНОВНЫЕ ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И ДОПУЩЕНИЯ ДЛЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА

Состав продуктов горения и энергетические характеристики твердых топлив определяются в результате термодинамического расчета.

Исходными данными являются:

1) условная химическая формула твердого топлива (компонентов, входящих в состав ТТ);

2) энтальпия твердого топлива и продуктов сгорания;

3) давление торможения в предсопловом объеме камеры сгорания p_{oc} ;

4) степень расширения продуктов сгорания при $\varepsilon = p_{oc}/P_a$ или степень расширения сопла $F = F_a/F_{кр}$, где p_a — давление в выходном сечении сопла; F_a , $F_{кр}$ — площадь сопла в выходном и критическом сечениях соответственно.

В результате термодинамического расчета определяются:

1) состав продуктов полного и неполного сгорания в контрольных сечениях проточной части камеры сгорания и сопла;

2) температура в камере сгорания T ;

3) удельный импульс тяги в пустоте $J_{уд}^п$;

4) расходный комплекс β и другие характеристики двигателя.

Характеристики любых равновесных или предельно неравновесных процессов могут быть найдены методом термодинамических потенциалов, если можно определить свойства рабочего вещества при некоторых заданных параметрах, например давлении p и температуре T . К основным свойствам относятся: удельные значения энтальпии H , энтропии S , теплоемкости при постоянных давлении C_p и объеме C_v и т. д.

Для определения равновесного состава диссоциированных продуктов вводятся следующие допущения:

1) гетерогенная смесь находится в состоянии теплового и фазового равновесия, т. е. температура конденсата равна температуре газа, а давление газовой фазы конденсированной системы равно давлению насыщенного пара и зависит только от температуры;

2) компоненты газовой фазы являются идеальными газами, т. е. подчиняются уравнению Клапейрона — Клаузиуса; их термодинамические функции не зависят от давления.

Необходимым условием приближения расчетных величин к реальным является возможно более полный учет компонентов продуктов сгорания. Практически в их число включаются все индивидуальные вещества, атомы которых входят в состав исходного продукта (топлива, смеси топлива с воздухом и выгорающими материалами, в качестве которых могут быть теплозащитные и эрозионностойкие материалы, а также бронирующие покрытия заряда ТТ).

В программе расчета термодинамических характеристик указаны все эти вещества. Для определения свойств продуктов при заданных давлении и температуре необходимо знать лишь атомарный состав исходного вещества.

Для расчета параметров продуктов сгорания в камере сгорания при заданном давлении p применяется уравнение сохранения энергии; при этом энтальпия заторможенных продуктов сгорания должна равняться энтальпии исход-

ного вещества. Здесь под продуктами сгорания понимается смесь, состоящая из продуктов сгорания основного заряда, воспламенительного состава, бронирующего покрытия и теплозащитных материалов.

Удельная энтальпия исходного вещества (топлива) h_t находится как сумма удельных энтальпий составляющих его веществ. При расчете параметров продукта сгорания h_r является заданной.

В результате решения уравнения

$$h_t - h_r = 0$$

(где h_r — удельная энтальпия продуктов сгорания, определяемая в процессе расчета состава смеси) находят значение температуры в камере сгорания при полном протекании всех химических реакций и установлении химического равновесия. Одновременно с этим находится энтропия смеси S и другие характеристики продуктов сгорания.

Для расчета параметров рабочего процесса в сопле, где происходит процесс расширения смеси от давления в камере сгорания до давления на выходе из сопла, необходимо знать либо статическое давление в выходном сечении сопла p_a , либо относительную площадь выходного сечения сопла $F = F_a/F_{кр}$ (или относительный диаметр $d = d_a/d_{кр}$). Могут быть заданы и другие условия в выходном сечении, например статическая температура продуктов сгорания T_a .

Помимо допущений, используемых при расчете равновесного состава, в этом случае вводятся следующие допущения:

- 1) состав и параметры смеси по сечению сопла считаются одинаковыми;
- 2) течение в сопле одномерное;
- 3) поток параллелен оси на выходе из сопла;
- 4) течение в сопле является теплоизолированным (адиабатным) и стационарным;
- 5) в гетерогенной смеси устанавливается температурное равновесие газа и конденсата ($T_r = T_c$), а также динамическое равновесие между фазами ($v_r = v_c$);
- 5) отсутствуют необратимые явления, такие как энергетическая и химическая неравновесность (состав реагирующей смеси определяется уравнениями химического равновесия), трение.

Отсутствие необратимых явлений вместе с адиабатностью обуславливает изоэнтальпность процесса расширения. С учетом изоэнтальпности можно определить следующие виды расширения.

Химически замороженное расширение, т. е. расширение с постоянным составом смеси. Этот вид расширения имеет место в условиях, когда скорости химических реакций малы по сравнению со скоростью изменения температуры и давления потока. Расчет по схеме химически замороженного расширения можно выполнять дополнительно к расчету равновесного расширения.

Полученные при этих расчетах результаты определяют пределы показателей действительного процесса.

Полностью энергетически и химически равновесное расширение. Данная схема широко используется при расчете крупномасштабных двигателей, где реальный процесс расширения смеси близок к равновесному.

Равновесное расширение смеси до температуры замораживания.

При внезапном замораживании состава можно в некоторых случаях получить значения параметров, достаточно близких к реальным, если температура замораживания определена путем точных расчетов химически неравновесного течения с учетом действительной кинетики реакций.

Температуру смеси в сопле для случая изоэнтропного расширения до данного давления можно определить по уравнению

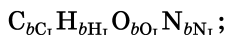
$$S_r - S_a = 0,$$

где S_r — удельная энтропия продуктов сгорания (газа) в камере сгорания; S_a — удельная энтропия смеси в выходном сечении сопла.

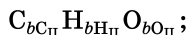
Составление условной формулы топлива. Термодинамический расчет начинается с составления условной формулы топлива, стехиометрического уравнения и вычисления молярной или массовой доли каждого из химических элементов, входящих в состав. Если в продуктах сгорания содержится конденсированная фаза, то расчет удобнее вести с применением массовых долей элементов.

Топливо состоит из ряда химических соединений, массовое процентное содержание которых в нем предполагается известным. Каждое соединение, входящее в состав топлива, может быть представлено либо своей химической формулой, либо условной формулой, рассчитанной на единицу массы вещества. Последнее представление обычно применяется в тех случаях, когда записать конкретную химическую формулу оказывается затруднительным (например, для каучуков, полимеров, смесей веществ и т. п.).

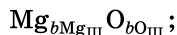
Представим в общем виде исходный состав топлива, состоящего из смеси пяти соединений, среди которых: углеводород, содержащий нитрогруппу,



углеводородное соединение с группой OH



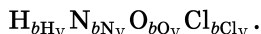
окись магния



металлический алюминий



минеральный окислитель или окислитель сложного композиционного состава $[(m_I - m_{IV}) \text{ \% по массе}]$



Во всех формулах индекс « b » означает число молей указанного элемента в соединении. Индекс при « b » показывает принадлежность его к определенному элементу в соединении указанного номера.

Находим молекулярные массы перечисленных соединений, воспользовавшись справочными данными по атомным массам:

$$\mu_H = 1,008; \mu_O = 16,000; \mu_{Cl} = 35,457; \mu_C = 12,011;$$

$$\mu_{Mg} = 24,320; \mu_N = 14,008; \mu_{Al} = 26,970 \text{ и т. д.}$$

Следовательно,

$$\mu_I = 12,011bC_I + 1,008bH_I + 16,00bO_I + 14,008bN_I;$$

$$\mu_{II} = 12,011bC_{II} + 1,008bH_{II} + 16,00bO_{II};$$

$$\mu_{III} = 24,320bMg_{III} + 16,000bO_{III};$$

$$\mu_{IV} = 26,970bAl_{IV};$$

$$\mu_V = 1,008bH_V + 14,008bN_V + 16,00bO_V + 36,457bCl_V.$$

Теперь необходимо установить количество молей каждого из перечисленных соединений в топливе согласно его процентному составу. Расчет можно вести на любое производное количество топлива, определяемое его условной молекулярной массой, полученной в результате суммирования по элементам, однако удобнее привести условную молекулярную массу к единице массы — 1 кг. В этом случае рассуждаем следующим образом. Если полное количество топлива составляет 1 кг, то на первое соединение (I) приходится m_I кг согласно процентному составу.

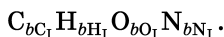
1 моль соединения (I) составляет μ_I кг, значит, в топливе в целом этого соединения содержится $n_I = \frac{m_I}{\mu_I}$ молей.

Аналогично число молей других соединений, содержащихся в топливе:

$$n_{II} = \frac{m_{II}}{\mu_{II}}; \quad n_{III} = \frac{m_{III}}{\mu_{III}}; \quad n_{IV} = \frac{m_{IV}}{\mu_{IV}}; \quad n_V = \frac{m_V}{\mu_V}.$$

Сумма произведений молекулярной массы каждого соединения на соответствующее число молей этих соединений в топливе при таком расчете должна дать 1 кг.

Первое соединение (I) имеет условную (или химическую) формулу



Это означает, что в одной килограмм-молекуле массой μ_I содержится bC_I атомов углерода, bH_I атомов водорода, bO_I атомов кислорода и т. д. В топливе в целом имеется n_I молей этого соединения, следовательно, в него войдет следующее число атомов:

$$\text{углерода } bC_I = bC_{In_I};$$

$$\text{водорода } bH_I = bH_{In_I};$$

$$\text{кислорода } bO_I = bO_{In_I};$$

$$\text{азота } bN_I = bN_{In_I}.$$

Аналогично для других соединений:

$$\text{углерода } bC_2 = bC_{II n_{II}};$$

$$\text{водорода } bH_2 = bH_{II n_{II}}; \quad bH_5 = bH_{V n_V};$$

$$\text{кислорода } bO_2 = bO_{II n_{II}}; \quad bO_3 = bO_{III n_{III}}; \quad bO_5 = bO_{V n_V};$$

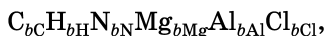
$$\text{азота } bN_5 = bN_{V n_V};$$

$$\text{магния } bMg_3 = bMg_{III n_{III}};$$

$$\text{алюминия } bAl_4 = bAl_{IV n_{IV}};$$

$$\text{хлора } bCl_5 = bCl_{V n_V}.$$

Если условную формулу для топлива в целом виде представить как



то

$$bC = bC_1 + bC_2; \quad bH = bH_1 + bH_3 + bH_5; \quad bO = bO_1 + bO_2 + bO_3 + bO_5;$$

$$bN = bN_1 + bN_5; \quad bMg = bMg_3; \quad bAl = bAl_4; \quad bCl = bCl_5.$$

Для проверки вычисляется молекулярная масса топлива:

$$\mu\Sigma = 12,011bC + 1,008bH + 16,00bO + 14,008bN + \\ + 24,32bMg + 26,970bAl + 35,457bCl.$$

Полученная таким образом сумма должна составлять 1 кг с точностью до четырех-пяти значащих цифр.

Современные топлива могут иметь в своем составе и другие элементы и соединения, но это не меняет хода рассуждений и методики расчета.

Вычисление массовых долей элементов. Вычислим массовые доли каждого из элементов, входящих в состав топлива.

Масса атомов углерода в топливе $12,011bC$. При общей молекулярной массе по условной формуле топлива $\mu\Sigma = 1000$ г массовая доля углерода составляет

$$g_C = \frac{12,011bC}{1000}.$$

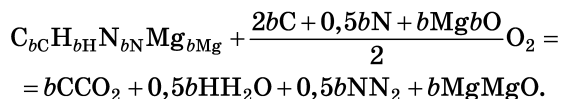
Аналогично

$$g_H = \frac{1,008bH}{1000};$$

$$g_O = \frac{16,000bO}{1000}.$$

Коэффициент избытка окислителя. На основании полученной условной формулы топлива производится расчет коэффициента избытка окислителя, представляющего собой отношение имеющегося в топливе количества окислителя к тому, которое необходимо для полного сгорания топлива, т. е. для получения продуктов полного окисления входящих в топливо горящих элементов. Считаем, что при полном сгорании образуются в первую очередь окислы наиболее сильных окислителей — фтора и хлора в соответствии с их наличием, затем — полные окислы металлов, другие продукты полного окисления H_2O , CO_2 и др.

Для топлива с рассматриваемой в качестве примера условной формулой стехиометрическое уравнение запишется следующим образом:



Из последнего уравнения видно, что для окисления до конечных продуктов исходной композиции необходимо $\frac{2bC + 5bH + bMg}{2}$ молей O_2 . В самом топливе содержится $\frac{bO}{2}$ молей кислорода. Коэффициент избытка окислителя данного топлива поэтому равен

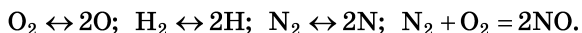
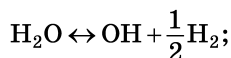
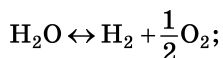
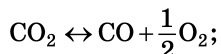
$$\alpha = \frac{bO}{2bC + 0,5bH + bMg}.$$

5.6. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СОСТАВА ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ДИССОЦИАЦИЯ

Цель расчета состоит в определении температуры продуктов сгорания топлива, их состава (парциальных давлений газообразных веществ и массовых долей конденсированных фаз).

Состав продуктов сгорания того или иного топлива определяется давлением и температурой. Диссоциация может появиться при температуре 2000 К и приводит к уменьшению температуры. При температурах $T = 5000$ К происходит также ионизация газов, т. е. отрыв электронов от атомов, в этих условиях в продуктах сгорания наряду с нейтральными атомами и молекулами присутствуют также электронный газ и ионы. С увеличением давления степень диссоциации уменьшается, так как рост давления препятствует росту объема продуктов сгорания и числу молей. При относительно низких температурах в состав продуктов сгорания входят устойчивые продукты полного окисления — H_2O , CO_2 , HF и др., неполного окисления — CO , NO и др., молекулы или атомы тех или иных элементов — H_2 , N_2 , O_2 и др. Для топлив, состоящих из элементов H , C , O и N , в состав продуктов сгорания входят для $\alpha = 1$ — H_2O , CO_2 , N_2 ; для $\alpha < 1$ — H_2O , CO_2 , N_2 , H_2 , CO ; для $\alpha > 1$ — H_2O , CO_2 , N_2 , O_2 .

При высоких температурах из-за явления диссоциации состав продуктов сгорания для конкретного топлива отличен от состава продуктов сгорания при низких температурах. Кроме указанных газов для этих же составов топлива при температуре выше 2000 К в продукты сгорания в результате диссоциации дополнительно входят: O , H , OH , NO и N . При этом реакции диссоциации имеют вид:



В зависимости от числа компонентов в продуктах сгорания число уравнений, входящих в систему, будет различно. Полная замкнутая система уравнений состоит из энергетического уравнения, уравнения материального баланса и уравнения химического равновесия (кинетические уравнения).

В соответствии с первым началом термодинамики в предположении адиабатичности процесса уравнение энергии запишется в виде

$$H_\tau = H_r + v^2/2.$$

Это уравнение сохранения энергии в потоке записано для двух контрольных сечений: сечения в еще непрореагировавшем топливе (начало камеры сгорания) и сечения в конце камеры, где все химические взаимодействия завершились.

В первом сечении реализуется исходное значение полной энтальпии топлива, во втором — энтальпия продуктов сгорания плюс кинетическая энергия рабочего тела.

Проведем оценку слагаемых правой части уравнения по порядку величин. Примем скорость движения рабочего тела в конце камеры равной 100 м/с. Тогда порядок величины кинетической энергии составит

$$\frac{v^2}{2} = \frac{100^2}{2} = 5 \text{ кДж/кг.}$$

При значениях $H_T = (1,7 \dots 3) \cdot 10^3$ кДж/кг видно, что вкладом члена кинетической энергии в данное уравнение можно пренебречь, следовательно, энтальпия рабочего тела в камере сгорания остается практически постоянной.

Тогда

$$H_T = H_r.$$

По этому уравнению можно вычислить температуру продуктов горения.

Уравнения химического равновесия. Основное предположение, лежащее в основе термодинамического расчета температуры и состава продуктов сгорания химического топлива, состоит в том, что при рассмотрении процессов в конце камеры сгорания и в сопле реализуется динамическое равновесие между всеми компонентами продуктов сгорания, определяемое температурой, давлением и концентрацией участвующих элементов.

Кроме того, в соответствии с законом Гесса истинная последовательность химических реакций и подробности химических превращений — несущественны. Важно лишь, чтобы в реакциях, которые мы рассматриваем, были учтены все компоненты, присущие конечным продуктам химических превращений (в конце камеры сгорания) в значительных количествах.

Перейдем к составлению уравнений химической кинетики. Если в составе продуктов сгорания предполагается присутствие m компонентов, то для замыкания системы уравнений необходимо еще $m-n$ уравнений химического равновесия, содержащих те же самые m компонентов.

Исходя из предположения о равновесности состава продуктов сгорания, кинетические уравнения записываются через константы химического равновесия, зависящие только от температуры.

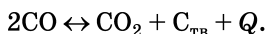
Реакция взаимодействия компонентов, учитывать которую приходится фактически во всех реальных случаях, — это «реакция водяного газа»:



Константа равновесия этой реакции, записанная через концентрации реагирующих веществ (парциальные давления), имеет вид

$$K_{\text{в.г}} = \frac{p_{\text{CO}} p_{\text{H}_2\text{O}}}{p_{\text{CO}_2} p_{\text{H}_2}}.$$

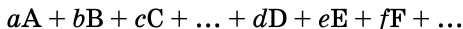
Реакция Будуара идет с выделением твердого углерода:



Константа равновесия этой реакции

$$K = p_{\text{CO}} / p_{\text{CO}_2}^2.$$

В общем случае для реакции



константа равновесия записывается в виде

$$K = \frac{p_D^d p_E^e p_F^f \dots}{p_A^a p_B^b p_C^c \dots},$$

где А, В, С, D, E, F — реагирующие вещества; a, b, c, d, e, f — стехиометрические коэффициенты; $p_D, p_E, p_F, p_A, p_B, p_C$ — парциальные давления соответствующих веществ.

В смеси газов одновременно могут протекать несколько химических реакций, каждая из которых описывается своим уравнением химического равновесия. Количество того или иного газа (отдельные газы могут участвовать одновременно в нескольких реакциях) определяется совокупностью уравнений химического равновесия, описывающих реакции, в которых участвует данное соединение. Количество уравнений, описывающих химическое равновесие сложной смеси газов, равно

$$Z = X - Y,$$

где X, Y — число отдельных газов и химических элементов, из которых состоят эти газы.

Пусть, например, в состав продуктов сгорания входят газы $H_2O, H_2, O_2, OH, O, H, CO_2, CO, N_2, N, NO$, то $X = 11, Y = 4, Z = 7$. Для продуктов сгорания, состоящих из H_2O, O_2, CO_2, N_2 , число уравнений химического равновесия $Z = 0$.

Если в реакции принимает участие конденсированная фаза, парциальное давление газовой фазы этого компонента принимается равным давлению насыщенных паров этого вещества при реализующейся температуре газовой среды, поскольку это является необходимым условием равновесия гетерогенной системы. Значение $p_{\text{нас}}(T)$ определяется по справочнику, поэтому оно обычно включается в константу равновесия реакции в целом.

Если реакция $aA + bB_{\text{тв}} \leftrightarrow cC$, ее константа

$$K = \frac{p_C^c}{p_A^a}.$$

Константы равновесия многих реакций сведены в таблицы, где даны их значения в зависимости от температуры с началом 100 К. Если требуется большая точность, внутри каждого 100-градусного интервала допускается линейная интерполяция. В справочнике В. П. Глушко [40] приведены константы полной диссоциации большого числа веществ в широком диапазоне температур.

Пример. Вычислить константу равновесия водяного газа при температуре $T = 2000$ К

$$K_{\text{в.г}} = \frac{p_{\text{CO}} p_{\text{H}_2\text{O}}}{p_{\text{CO}_2} p_{\text{H}_2}}.$$

Находим данные по константам полной диссоциации при $T = 2000$ К для всех веществ, участвующих в реакции:

$$K_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{p_{\text{H}_2} p_{\text{O}}}{p_{\text{H}_2\text{O}}} = 4,945 \cdot 10^{-13};$$

$$K_{\text{CO}_2} = \frac{p_{\text{C}} p_{\text{O}_2}}{p_{\text{CO}_2}} = 6,521 \cdot 10^{-28};$$

$$K_{\text{H}_2} = \frac{p_{\text{H}}}{p_{\text{H}_2}} = 2,621 \cdot 10^{-6};$$

$$K_{\text{CO}} = \frac{p_{\text{C}} p_{\text{O}}}{p_{\text{CO}}} = 7,473 \cdot 10^{-23}.$$

Отсюда

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{p_{\text{H}}^2 p_{\text{O}}}{K_{\text{H}_2\text{O}}}; \quad p_{\text{CO}_2} = \frac{p_{\text{C}} p_{\text{O}}^2}{K_{\text{CO}_2}};$$

$$p_{\text{H}_2} = \frac{p_{\text{H}}^2}{K_{\text{H}_2}}; \quad p_{\text{CO}} = \frac{p_{\text{C}} p_{\text{O}}}{K_{\text{CO}}}.$$

Подставим эти величины в константу равновесия для водяного газа:

$$\begin{aligned} K_{\text{в.г}} &= \frac{p_{\text{C}} p_{\text{O}}}{K_{\text{CO}}} \frac{p_{\text{H}}^2 p_{\text{O}}}{K_{\text{H}_2\text{O}}} \frac{K_{\text{CO}_2}}{p_{\text{C}} p_{\text{O}}^2} = \frac{K_{\text{CO}_2} \cdot K_{\text{H}_2}}{K_{\text{CO}} K_{\text{H}_2\text{O}}} = \\ &= \frac{6,521 \cdot 10^{-28} \cdot 2,621 \cdot 10^{-6}}{7,473 \cdot 10^{-23} \cdot 4,945 \cdot 10^{-13}} = 4,60. \end{aligned}$$

Пример. Рассмотрим реакцию с образованием твердой фазы $\text{CH}_4 \leftrightarrow 2\text{H}_2 + \text{C}$ при $T = 1000 \text{ К}$.

Согласно справочным данным

$$K_{\text{CH}_4} = \frac{p_{\text{C}} p_{\text{H}}^4}{p_{\text{CH}_4}} = 1,651 \cdot 10^{-65};$$

$$K_{\text{H}_2} = \frac{p_{\text{H}}^2}{p_{\text{H}_2}} = 5,100 \cdot 10^{-18}.$$

Константа рассматриваемой реакции

$$K_{\text{CH}_4} = \frac{p_{\text{H}_2}^2}{p_{\text{CH}_4}}$$

или

$$K_{\text{CH}_4} = \frac{K'_{\text{CH}_4}}{(K'_{\text{H}_2}) p_{\text{C}}};$$

$$p_{\text{с.нас}} = 6,458 \cdot 10^{-30},$$

следовательно,

$$K_{\text{CH}_4} = \frac{1,651 \cdot 10^{-63}}{(5,100 \cdot 10^{-18})^2 \cdot 6,458 \cdot 10^{-30}} = 9,86.$$

Уравнения материального баланса. Уравнения материального баланса выражают закон сохранения материи и определяют равенство количества отдельных элементов в исходном топливе и в конечных продуктах сгорания.

В общем случае уравнение материального баланса имеет вид

$$b_m = A_m \sum a_{mi} n_i,$$

где b — массовая доля m -го элемента в топливе; A_m — атомная масса данного элемента; a_{mi} — число атомов m -го элемента в i -м компоненте смеси продуктов сгорания; n_i — число молей данного компонента.

Число уравнений материального баланса равно числу элементов Y . В случае, когда одно и то же соединение в продуктах сгорания находится как в газообразном, так и в конденсированном виде, для определения состава продуктов сгорания необходимо использовать уравнение, определяющее зависимость давления насыщенного пара p_s данного соединения от температуры

$$p_s = p_s(T).$$

Состав газообразных продуктов сгорания может быть выражен в массовых долях g_i или в парциальных давлениях, в молях отдельных газов на 1 кг продуктов сгорания (моль/кг). Для перехода от одних величин к другим можно использовать следующие соотношения:

$$\frac{p_i}{p_{\text{см}}} = \frac{n_i}{n_{\text{см}}};$$

$$\frac{p_i}{p_{\text{см}}} = \frac{g_i / \mu_i}{\sum g_i / \mu_i},$$

где $n_{\text{см}} = \sum n_i$ — молекулярная масса i -го газа. Кажущаяся молекулярная масса смеси

$$\mu_{\text{см}} = \sum n_i \mu_i / n_{\text{см}},$$

или с учетом уравнения химического равновесия

$$\mu_{\text{см}} = \sum p_i \mu_i / \sum p_i = \sum p_i \mu_i / \sum p_{\text{см}}.$$

Современные топлива содержат многие химические элементы, среди которых часто встречаются С, Н, N, О, Cl, Al, Mg и др. В исходном топливе они присутствуют в виде углеводов, спиртов, каучуков, полимерных соединений, кислот, соединений металлов, нитросоединений и т. п. Поэтому продукты сгорания в общем случае, т. е. при неполном сгорании, при наличии диссоциации, состоят из 15...20 и более компонентов, находящихся в различных фазах (газообразной, жидкой, твердой). Наиболее распространенные топлива в продуктах сгорания имеют соединения: CO_2 ; CO ; H_2 ; H_2O ; Na ; HCl ; MgO ; Al_2O_3 . При температурах ниже 2000 К возможно появление $\text{C}_{\text{тв}}$ — твердого углерода, CH_4 и других соединений. При температурах около 3000 К и выше неизбежно появление продуктов диссоциации и паров тугоплавких окислов и металлов: О, Н, ОН, N, NO, Cl, Cl_2 , Al, Mg и др.

Мы не рассматриваем здесь температуры, превышающие 4000 К, при которых начинается ионизация и в продуктах сгорания появляются ионы и электронный газ.

При наличии в исходном топливе m химических элементов можно составить n независимых линейных уравнений материального баланса, отражающих закон сохранения веществ при химических превращениях.

Согласно закону Дальтона сумма парциальных давлений всех компонентов смеси равна общему заданному давлению в камере сгорания: $p\Sigma = \Sigma p_i$ или для конкретного топлива

$$p\Sigma = p_{\text{CO}_2} + p_{\text{CO}} + p_{\text{H}_2\text{O}} + p_{\text{N}_2} + \dots,$$

отношение масс химических элементов в смеси также должно сохраниться.

Масса элемента пропорциональна количеству газа в смеси, т. е. его парциальному давлению p_i . Так, например, масса углерода в CO_2 пропорциональна $12,011 \cdot 1 \cdot p_{\text{CO}_2}$; масса кислорода — $16,00 \cdot 2 \cdot p_{\text{CO}_2}$.

Пример.

$$\frac{g_{\text{H}}}{g_{\text{Cl}}} = \frac{1,008}{35,457} \frac{p_{\text{H}} + p_{\text{Cl}} + 2p_{\text{H}_2\text{O}} + 4p_{\text{CH}_4} + \dots}{p_{\text{HCl}} + 2p_{\text{Cl}_2} + \dots}.$$

В числителе — сумма парциальных давлений с коэффициентами, соответствующими числу атомов водорода; в знаменателе — аналогичная сумма для соединений с хлором.

Если в продуктах сгорания присутствует твердая фаза, то доля ее должна быть учтена при составлении уравнения материального баланса.

Пример. В виде конденсированной фазы в продуктах сгорания содержатся MgO и Al_2O_3 :

$$\frac{g_{\text{Mg}} - \frac{24,32}{40,32} \eta_{\text{MgO}}}{g_{\text{Cl}}} \frac{24,32}{35,457} \frac{p_{\text{Mg}} \dots}{p_{\text{HCl}} \dots};$$

$$\frac{g_{\text{O}} - \frac{16,0}{40,32} \eta_{\text{MgO}} - \frac{48,8}{101,96} \eta_{\text{Al}_2\text{O}_3}}{g_{\text{Cl}}}.$$

Таким образом, исходная система уравнений для определения состава продуктов сгорания состоит из $Z = X - Y$ уравнений химической кинетики, $Y - 1$ уравнений материального баланса и одного уравнения закона Дальтона. Для двухфазной смеси к этим уравнениям необходимо присовокупить зависимость давления насыщенных паров от температуры.

Для иллюстрации составим систему уравнений, описывающую состав продуктов сгорания двухфазной системы для топлива магний + кислород. В продуктах сгорания этого топлива могут быть газы MgO , O_2 , O , Mg и жидкий $(\text{MgO})_{\text{ж}}$, т. е. имеем пять неизвестных. В этом случае $X = 4$, $Y = 2$. Состав продуктов сгорания определится двумя уравнениями химического равновесия ($Z = 2$):

$$K_{\text{MgO}} = \frac{p_{\text{Mg}} p_{\text{O}}}{p_{\text{MgO}}};$$

$$K = \frac{p_{\text{O}}^2}{p_{\text{O}_2}},$$

одним уравнением материального баланса:

$$\frac{b_{\text{Mg}} - \frac{24,3}{40,3} g_{\text{MgO}}}{b_{\text{O}} - \frac{16}{40,3} g_{\text{MgO}}} = \frac{24,3}{16} \frac{p_{\text{MgO}} + p_{\text{Mg}}}{2p_{\text{O}_2} + p_{\text{O}} + p_{\text{MgO}}},$$

где $24,3/40,3$ и $16/40,3$ — массовые доли кислорода и магния, приходящиеся на (MgO) , $24,3$ — атомная масса Mg , $40,3$ — молекулярная масса MgO , и уравнениями:

$$p_{\text{см}} = p_{\text{MgO}} + p_{\text{O}_2} + p_{\text{O}} + p_{\text{Mg}};$$

$$p_{s\text{MgO}} = f(T).$$

При заданных $p_{\text{см}}$ и T в результате этих пяти уравнений получаем значения g_{MgO} и всех парциальных давлений.

Одновременно с расчетом состава продуктов сгорания определяется и температура сгорания в камере, при определении которой исходным является уравнение энергии. Истинной будем считать температуру, при которой энтальпия продуктов сгорания равна энтальпии исходного топлива, т. е. $H_{\text{г}} = H_{\text{т}}$. Выражение для энтальпии продуктов сгорания имеет вид

$$H = \sum g_i H_i + \sum g_j H_j,$$

где $g_i H_i$ — массовые доли, энтальпии газообразных продуктов; $g_j H_j$ — то же для конденсированных продуктов.

Если газообразные продукты заданы в парциальных давлениях, а конденсированные — в массовых долях, то

$$H = \frac{1 - \sum g_i}{p_{\text{см}} \mu_{\text{см}}} \sum p_i \mu_i H_i + \sum g_i H_i.$$

Соотношение для энтропии имеет вид

$$S = \sum g_i S_i + \sum g_j S_j$$

или

$$S = \frac{1 - \sum g_i}{p_{\text{см}} \mu_{\text{см}}} \sum p_i \left(S_i^\circ \mu_i - 8,314 \ln \frac{p_i}{p^0} \right) + \sum g_i S_j,$$

где p^0 — стандартное давление; S_i° — энтропия газа при стандартном давлении и данной температуре; S — энтропия газа при произвольном давлении и той же температуре.

Значения парциальных давлений газообразных продуктов и массовых долей конденсированных частиц в двухфазной смеси определяется в результате расчета состава продуктов сгорания.

5.7. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ИЗ СОПЛОВОГО АППАРАТА

Расчет процесса в сопле, как правило, проводят в предположении его изэнтропичности и только потом вводят необходимые поправки для определения действительных величин. При изэнтропическом процессе в сопле $S_k = S_a$, где S_k , S_a — энтропии продуктов реакции в камере сгорания (предсопловой объем) и в выходном сечении сопла соответственно. Для расчета изэнтропического процесса в сопле необходимо знать значения энтропии различных соединений, из которых состоят продукты сгорания.

Энтропия одного килограмма рабочего тела, состоящего из смеси газов и конденсированных веществ, равна

$$S = \sum n_i S_i,$$

где n_i — число молей i -го компонента.

Мольную энтропию i -го газового компонента определяют по формуле

$$S_i = S_i^\circ(T) - R \ln p_i,$$

где $S_i(T)$ — стандартная абсолютная энтропия i -го газового компонента, определяемая при давлении 0,1 МПа и заданной температуре T в Дж/моль·К; $R = 8,35 \cdot 10^3$ Дж/моль·К — универсальная газовая постоянная. Для конденсированных продуктов сгорания энтропия зависит только от температуры и находится по специальным таблицам.

После определения состава, температуры и свойств смеси при заданном p_a можно найти скорость продуктов сгорания в выходном сечении сопла:

$$v_a = \sqrt{2(h_t - h_a)}.$$

Удельная (отнесенная к расходу) площадь сечения для однофазного потока:

$$f = \frac{F}{G} = \frac{1}{\rho} = \frac{RT_a}{\mu p_a v};$$

для двухфазного потока (равновесное расширение):

$$f = \frac{F}{G} = \frac{RT_a(1-Z)}{\mu p_a v}.$$

В последних зависимостях Z — массовая доля конденсированных продуктов (частиц); μ — молекулярная масса газа в рассматриваемом сечении; p_a и T_a — давление и температура в выходном сечении сопла.

Относительная площадь текущего сечения сопла:

$$\bar{F} = F / F_{кр} = f / f_{кр}.$$

Удельные импульсы в пустоте и на высоте H равны соответственно

$$\begin{aligned} I_{уд}^n &= v_a + f_n p_a; \\ I_{уд} &= I_{уд}^n - p_n f. \end{aligned}$$

Расходный комплекс β определяется по соотношениям:

1) для однофазного потока

$$\beta = \frac{p_{co} F_{кр}}{G_{кр}} = p_{co} f_{кр} = \frac{RT_{кр}}{v_{кр} \mu_{кр}} \frac{p_{co}}{p_{кр}},$$

где p_{co} — давление торможения в предсопловом объеме;

2) для двухфазного потока (равновесное расширение смеси)

$$\beta = \frac{p_{co} F_{кр} (1-Z)}{G} = \frac{\sqrt{R_{см} T_{co}}}{\Gamma(n, \mu)},$$

где

$$\Gamma(n, \mu) = \sqrt{n, \mu} \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n+1}{2(n-1)}};$$

$\mu = \mu_r / (1 - Z)$ — условная молекулярная масса смеси, μ_r — молекулярная масса газа; $R_{см}$ — газовая постоянная смеси.

Процесс равновесного расширения от давления p_{co} до p можно охарактеризовать средним показателем изоэнтропии расширения n и описать уравнением вида

$$p V_{уд}^n = \text{const},$$

откуда $p_{co} V_{удco}^n = p V_{уд}^n$, где $V_{уд}$ — удельный объем.

Средний показатель изоэнтропии n с учетом уравнения состояния может быть определен по следующим формулам:

1) для однофазных продуктов сгорания

$$n = \frac{\ln(p_{co} / p)}{\ln[(p_{co} / p) RT / RT_{co}]};$$

2) для двухфазных продуктов сгорания

$$n = \frac{\ln(p_{co} / p)}{\ln \left[\frac{p_{co}}{p} \frac{T_{co}}{T} \frac{\mu(1-Z)}{\mu(1-Z_k)} \right]}.$$

Как следует из последних соотношений, средний показатель изоэнтропии для реагирующего рабочего вещества зависит не только от давления и температуры в конечных точках процесса, но и от молекулярной массы в этих точках. При $p = p_{кр}$ и $RT = RT_{кр}$ показатель n аппроксимирует параметры процесса расширения на участке сопла до критического сечения при $p = p_a$ и $RT = R_a T_a$ — от входа в сопло до выходного сечения.

Аппроксимация параметров потока в сопле уравнением политропы $p/\rho_n = \text{const}$ является приближенной как по причине переменности состава продуктов сгорания по длине сопла, так и вследствие возникновения кристаллизации в случае использования металлизированных ТТ, которые могут содержать до 20% алюминия, а их продукты сгорания — до 35% конденсированной окиси алюминия Al_2O_3 . Температура горения смесевых ТТ может составлять 3000...3500 К при температуре на срезе сопла 1500...2000 К. Температура плавления конденсированной окиси алюминия равна 2300 К.

Согласно принятой схеме термодинамического расчета конденсированные частицы в камере сгорания находятся в жидком состоянии. При расширении смеси в некотором сечении сопла температура продуктов сгорания достигает 2300 К. В дальнейшем процесс расширения становится изотермическим до момента, пока теплота кристаллизации конденсированного окисла не преобразуется в кинетическую энергию смеси. В этих условиях, по мере продвижения по соплу и отдачи тепла газу, конденсат постепенно переходит из жидкого состояния в твердое. В каждом сечении доля отвердевшего конденсата равна доле отведенной теплоты кристаллизации. После того как эта доля станет равной единице, понижение температуры продуктов сгорания происходит по мере их расширения.

Вследствие неравномерности теплообмена между частицами конденсата и газом, а также возможного переохлаждения мелких частиц из-за задержки процесса кристаллизации, теплота фазового перехода в типичных условиях не может быть реализована в сопле. С этой точки зрения более реальной является схема расчета расширения потока с переохлажденным жидким конденсатом.

Как показывают расчеты, при подводе теплоты в процессе кристаллизации конденсата скорость истечения продуктов сгорания сначала уменьшается по сравнению с ее величиной при равновесном расширении двухфазного рабочего вещества, а затем быстро возрастает и превышает значение, определяемое при отсутствии процесса кристаллизации.

5.8. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ И ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЙ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВА И СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ

5.8.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Определение состава и свойств гетерогенных систем производится в предположении об их полном энергетическом, химическом и фазовом равновесии. Для большинства процессов такое допущение приемлемо. В тех же случаях, когда неравновесность существенна, расчет при этом допущении дает предельные результаты, которые необходимы для определения степени неразрешенности процесса.

Методы и алгоритмы термодинамического расчета состава продуктов сгорания для различных топлив представлены в работах В. П. Глушко, В. Е. Алемасова, Б. Г. Трусова и др.

Расчет состава и свойств продуктов горения производится в предположении термодинамического равновесия и идеальности газовых фаз. В этом случае к отдельным газовым компонентам, а также к смеси в целом применимо уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$p_i V = RT M_i; \quad (5.1)$$

$$p_i V = RT \sum_{i=0}^k M_i, \quad (5.2)$$

где $p = \sum_{i=1}^k p_i$ — давление газовой смеси; p_i — парциальное давление i -го газообразного компонента; V — удельный объем; T — абсолютная температура; M_i —

число грамм-молей i -го компонента в единице массы рабочего тела; k — число газообразных компонентов в системе.

Для гетерогенной смеси дополнительно принимается, что отдельные конденсированные компоненты не образуют между собой, а также с газовой фазой растворов. Давлением броуновского движения и объемом конденсированных частиц пренебрегаем. Поверхностное напряжение на границах раздела фаз и его влияние на свободную энергию компонентов не учитывается.

5.8.2. СВОЙСТВА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Термодинамика реагирующих систем не только рассматривает равновесные состояния и квазистатические процессы, но и позволяет сделать важные выводы о направлении протекания процессов для которых начальные и промежуточные состояния не являются равновесными. К ним относятся все процессы выравнивания, т. е. такие, в ходе которых замкнутая система, состоящая из нескольких подсистем, не находящихся в равновесии между собой, переходит в равновесное состояние. Для таких процессов, даже в случае теплоизолированной системы ($\delta Q = 0$), энтропия не остается постоянной, а в соответствии со вторым началом термодинамики возрастает:

$$dS > \frac{\delta Q}{T}. \quad (5.3)$$

При малых отклонениях от состояния равновесия все процессы вблизи него становятся медленными, приближенно равновесными $dS = 0$. По мере приближения к состоянию равновесия энтропия изолированной системы возрастает и в состоянии равновесия достигает своего максимального значения.

Как известно, энергетическое состояние системы следует из первого закона термодинамики:

$$dE = \delta A + \delta Q,$$

где E — полная энергия системы (без учета макроскопического движения); δA — работа, совершаемая над системой окружающей средой; δQ — теплота, подводимая или отводимая от системы.

Для дальнейшего рассмотрения введем четыре термодинамических потенциала: внутреннюю энергию, энтальпию, свободную энергию и изобарно-изотермический потенциал Φ по отношению к температуре T :

$$dU \leq TdS - pdV; \quad (5.4)$$

$$dH \leq TdS + Vdp; \quad (5.5)$$

$$dF \leq -SdT - pdV;$$

$$d\Phi \leq -SdT + Vdp.$$

Термодинамические потенциалы обладают, как и энтропия, экстремальными свойствами.

Полагая S и V постоянными, получаем из неравенства (5.4) $dU < 0$.

Следовательно, процессы, протекающие при постоянных энтропии и объеме, сопровождаются уменьшением свободной энергии системы.

При равновесии имеем

$$dU = 0; \quad U = U_{\min}.$$

Если процесс протекает при постоянных энтропии $S = \text{const}$ и давлении $p = \text{const}$, то неравенство (5.5) можно записать в виде

$$d(U + pV) = dH < 0, \quad (5.6)$$

т. е. необратимые процессы, протекающие при постоянных энтропии и давлении, сопровождаются уменьшением энтальпии, а в равновесном состоянии

$$H = H_{\min}; \quad dH = 0. \quad (5.7)$$

Рассмотрим необратимые процессы, протекающие при постоянной температуре $T = \text{const}$ и еще одном дополнительном условии: либо $V = \text{const}$, либо $p = \text{const}$.

Если процесс происходит при $T = \text{const}$ и $V = \text{const}$, то

$$d(U - TS) = dF < 0, \quad (5.8)$$

и при равновесии

$$F = F_{\min}; \quad dF = 0. \quad (5.9)$$

Для процесса, протекающего при $T = \text{const}$ и $p = \text{const}$, имеем

$$d(U - TS + pV) = d\Phi < 0. \quad (5.10)$$

Тогда

$$\Phi = \Phi_{\min}; \quad d\Phi = 0. \quad (5.11)$$

Из условий (5.6)...(5.11) следует, что в состоянии термодинамического равновесия внутренняя энергия, энтальпия, свободная энергия и изобарно-изотермический потенциал минимальны: первая по отношению ко всем изменениям состояния при постоянных S и V , вторая по отношению к S и p , третья по отношению к T и V и последняя при постоянных T и p . Следует отметить, что во всех случаях, когда рассматриваются процессы (например химические реакции), при которых система не находится в равновесии, ее состояние не определяется однозначно энтропией и объемом (или давлением), температурой и объемом (или давлением) или температурой и объемом (или давлением). Поэтому термодинамические функции U , H , F и Φ зависят не только от своих аргументов, но и от некоторых параметров ξ_i . Обычно роль параметров ξ_i выполняют числа молей компонентов M_i . В состоянии термодинамического равновесия эти параметры принимают некоторые значения, которые находятся из условия минимальности соответствующей характеристичности функции: внутренней энергии U (при $S = \text{const}$ и $V = \text{const}$), энтальпии H (при $S = \text{const}$ и $p = \text{const}$), свободной энергии F (при $T = \text{const}$ и $V = \text{const}$) и изобарно-изотермического потенциала Φ (при $T = \text{const}$ и $p = \text{const}$).

Таким образом, возникает возможность описывать результаты химических реакций в рамках термодинамики за счет использования экстремальных свойств термодинамических функций.

5.8.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОВЕСНОГО СОСТАВА РЕАГИРУЮЩИХ СИСТЕМ

Метод базируется на прямом использовании экстремальных свойств термодинамических функций. Значение чисел молей парциальных давлений и т. п., минимизирующих соответствующую характеристическую функцию определяются из решения вариационной задачи. Выбор соответствующей характеристической функции обуславливается двумя заданными параметрами, определяющими термодинамическую систему (табл. 5.2).

Для некоторых пар параметров характеристическими функциями будут служить суммы или разности функций, перечисленных выше (табл. 5.3).

Т а б л и ц а 5.2

Заданные параметры процесса	Соответствующая характеристическая функция	Значение в равновесии
S и V	U	{min}
S и p	I	{min}
T и V	F	{min}
T и p	Φ	{min}
U и S	V	{max}
I и S	p	{min}
F и T	V	{max}
Φ и T	p	{min}
U и V	S	{max}
I и p	S	{max}
F и V	T	{min}
Φ и p	T	{min}

Т а б л и ц а 5.3

Заданные параметры процесса	Соответствующая характеристическая функция	Значение в равновесии
S и T	$U - F$ или $I - \Phi$	{min}
V и P	$I - U$ или $\Phi - F$	{min}
U и T	$F - TS$	{min}
U и P	$I - pV$	{min}
I и T	$\Phi + TS$	{min}
I и V	$U + pV$	{min}
F и S	$U - TS$	{min}
F и p	$\Phi - pV$	{min}
Φ и S	$I - TS$	{min}
Φ и V	$F + pV$	{min}

Связь между термодинамическими функциями и составом в силу их аддитивности определяется следующими соотношениями:

$$S = \sum_{i=1}^n M_i S_i; \quad U = \sum_{i=1}^n M_i U_i; \quad H = \sum_{i=1}^n M_i H_i;$$

$$F = \sum_{i=1}^n M_i F_i; \quad \Phi = \sum_{i=1}^n M_i \Phi_i.$$

При варьировании любой из характеристических функций помимо постоянства заданных параметров накладываются дополнительные условия.

1. Закон сохранения вещества (уравнение сохранения вещества):

$$N_j = \sum_{i=1}^n n_{ji} M_i,$$

где N_j — число грамм-атомов i -го химического элемента в единице массы рабочего тела; n_{ji} — число атомов j -го элемента в i -м компоненте рабочего тела.

2. Закон сохранения заряда (уравнение электронейтральности):

$$\sum_{i=1}^n n_{ei} M_i = 0,$$

где n_{ei} — кратность ионизации. Эта величина положительна для положительно заряженных частиц, отрицательна для отрицательно заряженных частиц и электронного газа:

$$n_{ei} = -g_i/g_e,$$

где g_i — заряд частиц сорта i ; g_e — заряд электрона.

3. Уравнение состояния идеального газа:

$$pV = R_0 T \sum_{i=1}^n M_i.$$

В каждом из перечисленных случаев необходимо проварьировать соответствующую характеристическую функцию при наложении указанных дополнительных условий. Результатом такой вариационной процедуры является система уравнений, решение которой определяет равновесный состав системы химически реагирующих веществ.

Для определения $(n + 1)$ неизвестных записывается система $(n + 1)$ уравнений.

5.8.4. МЕТОД РАСЧЕТА РАВНОВЕСНОГО СОСТАВА ПРИ ПОСТОЯННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ

Характеристической функцией по отношению к T и p является термодинамический потенциал Φ_n . Для рассматриваемого случая следует отыскивать минимум изобарно-изотермического потенциала системы $\min\{\Phi_n\}$

$$\Phi_n = \sum_{i=1}^k M_i \left(\Phi_{ni}^\circ + RT \ln \frac{R_0 T M_i}{v} \right) + \sum_{i=1}^l M_i \Phi_{ni}^\circ \rightarrow (\Phi)_{\min},$$

где k, l — число компонентов соответственно в газовой и конденсированной фазах.

Варьируем функционал $\Phi_n(p, T, M_1, M_2, \dots, M_n)$ при дополнительных связях, вытекающих из уравнений сохранения вещества, сохранения заряда, состояния для газовой фазы и условия выпадения конденсата.

Эти уравнения можно записать в виде:

1) уравнение сохранения вещества

$$-[N_{ji}] + \sum_{i=1}^k n_{ji} M_i + \sum_{j=1}^l n_{ji'} M_{i'} = 0, \quad (5.12)$$

где $j = 1, 2, \dots, m$; m — число химических элементов;

2) уравнение сохранения заряда

$$\sum_{i=1}^k n_{ei} M_i = 0. \quad (5.13)$$

Уравнение (5.13) справедливо для случая, когда конденсат не содержит заряженных частиц;

3) уравнение состояния для газовой фазы

$$pV = RT \sum_{i=1}^k M_i. \quad (5.14)$$

Кроме перечисленных, следует учесть условие выпадения конденсата, имеющее вид:

$$\text{при } p_{i'} = p_{i' \text{ нас}} \quad M_{i'} > 0; \quad (5.15)$$

$$\text{при } p_{i'} < p_{i' \text{ нас}} \quad M_{i'} = 0. \quad (5.16)$$

Объединяя (5.15) и (5.16), получим

$$M_{i'} \geq 0, \quad (5.17)$$

что равносильно

$$M_{i'} = C_{i'}^2, \quad (5.18)$$

где $C_{i'}^2$ — действительны.

$$\begin{aligned} \Pi(M_i, M_{i'}, C_{i'}, \lambda_{cmi}, \lambda_{ci'}, \lambda_j, \lambda_l, \lambda_p, S, v) = & \sum_{i=1}^k M_i \left(\Phi_{ni}^\circ + RT \ln \frac{RT M_i}{v} \right) + \\ & + \sum_{i=1}^l M_{i'} \Phi_{ni}^\circ + \sum_{i=1}^l \lambda_{ci} (M_{i'} - C_{i'}^2) + \left\{ [N_j] + \sum_{i=1}^k n_{ji} \lambda_j + \sum_{i=1}^l n_{ji'} \lambda_j \right\} + \\ & + \lambda_l \sum_{i=1}^k n_{li} M_i + \lambda_p \left(pv - RT \sum_{i=1}^k M_i \right). \end{aligned}$$

Производя вариацию Π по всем неизвестным, получаем $(k + 3l + m + 2)$ уравнений:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial M_{i'}} = \Phi_{ni}^\circ + RT \ln \frac{RT M_i}{v} + \sum_{i=1}^m n_{ji'} \lambda_j - \lambda_p RT = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, k); \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi}{\partial M_{i'}} &= \Phi_{ni}^{\circ} + \lambda_{ci'} \sum_{i=1}^m n_{ij'} \lambda_j = 0 \quad (i' = 1, 2, \dots, l); \\
\frac{\partial \Pi}{\partial C_{i'}} &= 2\lambda_{ci'} C_{i'} = 0 \quad (i' = 1, 2, \dots, l); \\
\frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_j} &= -[N_j] + \sum_{i=1}^k n_{ji'} M_i + \sum_{i=1}^l n_{ji'} M_i = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m); \\
\frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_{ci'}} &= M_{i'} - C_{i'}^2 = 0 \quad (i' = 1, 2, \dots, l); \\
\frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_e} &= \sum_{i=1}^k n_{ei'} M = 0; \\
\frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_p} &= pV - RT \sum_{i=1}^k M_i = 0; \\
\frac{\partial \Pi}{\partial V} &= -\sum_{i=1}^k M_i RT \frac{1}{V} + \lambda_p p = 0.
\end{aligned} \tag{5.20}$$

Из уравнения (5.20) имеем $\lambda_p = 1$.

Подставив в уравнение (5.19) полученное значение и поделив результат на T , получим систему уравнений вида

$$\left. \begin{aligned}
S_i^{\circ} - R \ln \frac{R_0 T M_i}{v} + \sum_{i=1}^m n_{ij'} \lambda_j + n_{ei} \lambda_e &= 0; \\
M_{i'} - a \exp \left[-A \left(\Phi_{ni}^* + \sum_{i=1}^m n_{ij'} \lambda_j \right) \right] &= 0; \\
-[N_j] + \sum_{i=1}^k n_{ji'} M_i + \sum_{i=1}^l n_{ji'} M_i &= 0; \\
\sum_{i=1}^k n_{ei'} M &= 0; \\
pV - RT \sum_{i=1}^k M_i &= 0.
\end{aligned} \right\} \tag{5.21}$$

Выражение для приведенного изобарно-изотермического потенциала имеет вид

$$\Phi_{ni}^* = \frac{\Delta H_{fri}^{\circ}}{T} - \Phi_{Ti}^*.$$

Для газообразных компонентов имеет место уравнение вида

$$\Phi_{ni}^* - R \ln p_i + \sum_{j=1}^m n_{ji} \lambda_j = 0.$$

Величины Φ_{Ti}^* и ΔH_{fri}° приводятся в справочной литературе.

Запишем в конечном виде систему уравнений, определяющих равновесный состав при заданных энтропии и объеме системы:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ni}^* - R \ln \frac{RTM_i}{V} + \sum_{i=1}^m n_{ij'} \lambda_j + n_{ei} \lambda_e &= 0; \\ M_{i'} - a \exp \left[-A \left(\Phi_{ni}^* + \sum_{i=1}^m n_{ij'} \lambda_j \right) \right] &= 0; \\ -[N_j] + \sum_{i=1}^k n_{ji'} M_i + \sum_{i=1}^l n_{ji'} M_i &= 0; \\ \sum_{i=1}^k n_{ei'} M_i &= 0; \\ pV - RT \sum_{i=1}^k M_i &= 0; \\ -S + \sum_{i=1}^k M_i \left(S_i^\circ - R \ln \frac{RTM_i}{V} \right) + \sum_{i=1}^l M_i S_i^\circ &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

Рассмотрим систему уравнений (5.22). Положим, что $a = z' = \frac{RT}{V}$. Тогда она примет вид

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ni}^* - R \ln \frac{RTM_i}{V} + \sum_{i=1}^m n_{ij'} \lambda_j + n_{ei} \lambda &= 0 \quad (i = 1, 2, \dots, l); \\ \ln \frac{RTM_{i'}}{V} + A \left(\Phi_{ni}^* + \sum_{i=1}^m n_{ji'} \lambda_j \right) &= 0 \quad (i' = 1, 2, \dots, l); \\ -[N_j] + \sum_{i=1}^k n_{ji} M_i + \sum_{i=1}^l n_{ji'} M_{i'} &= 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m); \\ \sum_{i=1}^k n_{ii} M_i &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

5.8.5. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ

Приведем преобразование системы уравнений путем, например, замены

$$\ln \frac{RTM_i}{V} = \ln M_i - \ln \frac{V}{RT} = x_i - z; \quad (5.24)$$

$$\ln \frac{RTM_{i'}}{V} = \ln M_{i'} - \ln \frac{V}{RT} = x_{i'} - z. \quad (5.25)$$

Такая замена обеспечивает, кроме того, положительные значения числа молей:

$$M_i \leq 0; \quad M_i \geq 0.$$

После замены уравнения примут вид:

$$\begin{aligned}
 x_i &= \frac{\Phi_{ni}^*}{R} + \frac{1}{R} \sum_{i'=1}^m n_{ij'} \lambda_j + \frac{1}{R} n_{li} \lambda_l + z; \\
 x_{i'} &= A \left(\Phi_{ni}^* + \sum_{i'=1}^m n_{ij'} \lambda_j \right) + z; \\
 -[N_j] + \sum_{i=1}^k n_{ij} \exp x_i + \sum_{i=1}^l n_{ij'} \exp x_{i'} &= 0; \\
 \sum_{i=1}^k n_{li} \exp x_i &= 0; \\
 -S + \sum_{i=1}^k \exp x_i (S_i^\circ - R x_i + R z) + \sum_{i'=1}^l S_{i'}^\circ \exp x_{i'} &= 0; \\
 -H_n + \sum_{i=1}^k H_{ni} \exp x_i + \sum_{i'=1}^l H_{ni'} \exp x_{i'} &= 0.
 \end{aligned}$$

Полученная система уравнений включает $(k + l + m + 4)$ уравнений и столько же неизвестных x_i , $x_{i'}$, λ_j , λ_l и три из p , z , T , S и H_n . Ее решение определяет равновесный состав, который соответствует минимуму или максимуму той или иной характеристической функции, определяемой парой заданных параметров.

Для решения указанной системы уравнений использован метод Ньютона, который сводится к линеаризации уравнений и решению линейной системы методом итераций.

В соответствии с этим при разложении функций ограничиваемся членами первого порядка:

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = f(x_1^0, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(x_1^0, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0)}{\partial x_i} (x_i - x_i^0),$$

где x_i^0 — нулевые приближения, выбранные из соображений удобства.

Линеаризованная система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned}
 x_i &= \frac{H_{ni}}{T^2 R} T + \frac{1}{R} \sum_{i'=1}^m n_{ij'} \lambda_j + \frac{1}{R} n_{li} \lambda_l + z + \left[S_i^\circ - \frac{2H_{ni}}{T^0} \right]; \\
 x_{i'} &= \frac{AR_0 H_{ni'}}{(T^0)^2 R} T + z + \sum_{j=1}^m \frac{AR n_{ji'} \lambda_j}{R} + AR \left[\frac{S_{i'}^\circ}{R} - \frac{2H_{ni'}}{RT^0} \right]; \\
 \sum_{i=1}^k (n_{ji} \exp x_i^0) x_i &= \sum_{i=1}^k (n_{ji} \exp x_i^0) (x_i^0 - 1) + \sum_{i=1}^l (n_{ji'} \exp x_{i'}^0) (x_{i'}^0 - 1) - \sum_{i=1}^l (n_{ji'} \exp x_{i'}^0) x_{i'}; \\
 \sum_{i=1}^k (n_{li} \exp x_i^0) x_i &= \sum_{i=1}^k (n_{ji} \exp x_i^0) (x_i^0 - 1) - \exp z^0 p - (p_0 \exp z_0) z + \sum_{i=1}^k (\exp x_i^0) x_i = \\
 &= -p_0 z^0 \exp z^0 + \sum_{i=1}^k (\exp x_i^0) (x_i^0 - 1);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^k \left(\frac{c_{pi}}{T^0} \exp x_i^0 \right) T + \sum_{i=1}^l \left(\frac{c_{pi'}}{T^0} \exp x_{i'}^0 \right) T + \sum_{i=1}^k (R \exp x_i^0) z + \\
& + \sum_{i=1}^l \{ [S_i^0 - R(1 + x_i^0) + Rz^0] \exp x_i^0 \} x_i + \sum_{i'=1}^l (S_{i'}^0 \exp x_{i'}^0) x_{i'}^0 = \\
& = S - \sum_{i'=1}^l (S_{i'}^0 - c_{pi'} - S_{i'}^0 x_{i'}^0) \exp x_{i'}^0 - \sum_{i'=1}^l (S_{i'}^0 - c_{pi'} - S_{i'}^0 x_{i'}^0) \exp x_{i'}^0 - \\
& - \sum_{i'=1}^k [S_i^0 - c_{pi} - x_i^0 (S_i^0 - Rx_i^0 + Rz^0)] \exp x_i^0; \\
& \sum_{i=1}^k (H_{ni} \exp x_i^0) x_i^0 + \sum_{i'=1}^l (H_{ni'} \exp x_{i'}^0) x_{i'}^0 + \\
& + \left[\sum_{i=1}^k (c_{pi} \exp x_i^0) x_i^0 + \sum_{i'=1}^l (c_{pi'} \exp x_{i'}^0) x_{i'}^0 \right] T = \\
& = \sum_{i'=1}^k (c_{pi} T^0 + H_{ni} (x_i^0 - 1)) \exp x_i^0 + \sum_{i'=1}^l (c_{pi'} T^0 + H_{ni'} (x_{i'}^0 - 1)) \exp x_{i'}^0 + H_n.
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial H_{ni}}{\partial T} \right)_p &= c_{pi}; & \left(\frac{\partial H_{ni'}}{\partial T} \right)_p &= c_{pi'}; \\
\left(\frac{\partial S_i^0}{\partial T} \right)_p &= \frac{c_{pi}}{T}; & \left(\frac{\partial S_{i'}^0}{\partial T} \right)_p &= \frac{c_{pi'}}{T}.
\end{aligned}$$

Эта система линейных уравнений может быть решена методом Гаусса. После преобразований сокращаем систему уравнений с $(k + l + m + 4)$ уравнений до $(m + 4)$. Указанные $(m + 4)$ уравнений относительно λ_j, λ_l неизвестных и трех из p, z, T, S и H_n имеют вид

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{i=1}^k n_{ji} \frac{H_{ni}}{R(T^0)^2} \exp x_i^0 + \sum_{i=1}^l n_{ji'} \frac{AR_0 H_{ni'}}{R(T^0)^2} \exp x_{i'}^0 \right] T + \left[\sum_{i=1}^k n_{ji} \exp x_i^0 + \sum_{i=1}^l n_{ji'} \exp x_{i'}^0 \right] z + \\
& + \sum_{i=1}^m \left[\sum_{i=1}^k \frac{n_{ji}}{R} n_{ji} \exp x_i^0 + \sum_{i=0}^l \frac{ARH_{ni'}}{R(T^0)^2} n_{ji'} \exp x_{i'}^0 \right] \lambda_j + \\
& + \left[\sum_{i=0}^k \frac{\Pi_{li}}{R} n_{ji} \exp x_i^0 \right] \lambda_l = [N_{j'}] + \sum_{i=1}^l n_{ji} \left(x_i^0 - S_i^0 - 1 + \frac{2H_{ni'}}{T^0} \right) \exp x_i^0 + \\
& + \sum_{i=0}^l \left(x_{i'}^0 - 1 - \sum_{i=0}^l \frac{ARS_{i'}^0}{R} + \frac{2ARH_{ni'}}{RT^0} \right) n_{ji'} \exp x_{i'}^0 \quad (j' = 1, 2, \dots, m); \\
& \left[\sum_{i=1}^k \frac{n_{li} H_{ni}}{R(T^0)^2} \exp x_i^0 \right] T + \left[\sum_{i=1}^k n_{li} \exp x_i^0 \right] z + \sum_{i=1}^m \left[\sum_{i=1}^k \frac{n_{li} n_{ji}}{R} \exp x_i^0 \right] \lambda_j + \\
& + \left[\sum_{i=1}^k \frac{n_{li}^2}{R} \exp x_i^0 \right] \lambda_l = \sum_{i=1}^l \left(x_i^0 - S_i^0 - 1 + \frac{2H_{ni'}}{T^0} \right) n_{ji} \exp x_i^0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [\exp z^0]p + \left[-p^0 \exp z^0 + \sum_{i=1}^k \exp x_i^0 \right] z + \left[\sum_{i=1}^k \frac{H_{ni}}{R_0(T^0)^2} \exp x_i^0 \right] T + \\
& + \sum_{i=1}^m \left[\sum_{j=1}^k \frac{n_{ji}}{R_0} \exp x_i^0 \right] \lambda_j + \left[\sum_{i=1}^k \frac{n_{li}}{R_0} \exp x_i^0 \right] \lambda_l = \\
& = -p^0 z^0 \exp z^0 + \sum_{i=1}^k \left(x_i^0 - S_i^0 - 1 + \frac{2H_{ni}}{T^0} \right) \exp x_i^0; \\
& \left\{ \sum_{i=1}^l \left(\frac{c_{pi}}{T^0} + \frac{2H_{ni}}{R(T^0)^2} [S_i^0 - R(1 + x_i^0) + Rz^0] \right) \exp x_i^0 + \right. \\
& + \sum_{i=1}^l \left(\frac{c_{pi'}}{T^0} + \frac{ARH_{ni}}{R(T^0)^2} S_i^0 \right) \exp x_{i'}^0 \left. \right\} T + \left[\sum_{i=1}^k (S_i^0 - Rx_i^0 + Rz^0) \exp x_i^0 + \sum_{i=1}^k S_i^0 \exp x_{i'}^0 \right] z + \\
& + \sum_{e=1}^m \left[\sum_{i=1}^k \frac{n_{ji}}{R} \{S_i^0 - R(1 + x_i^0) + Rz^0\} \exp x_i^0 + \sum_{i'=1}^l \frac{ARn_{ji'}}{R} (S_i^0 \exp x_{i'}^0) \right] \lambda_j - S + \\
& + \left[\sum_{i=1}^k \frac{n_{li}}{R} \{S_i^0 - R(1 + x_i^0) + Rz^0\} \exp x_i^0 \right] \lambda_l = \\
& = -\sum_{i=1}^k \left[S_i^0 - c_{pi} - x_i^0 (S_i^0 - Rx_i^0 + Rz^0) + \left(S_i^0 - \frac{2H_{ni}}{T^0} \right) (S_i^0 - R - Rx_i^0 + Rz^0) \right] \exp x_i^0 - \\
& - \sum_{i'=1}^l \left[S_{i'}^0 - c_{pi'} - S_{i'}^0 x_{i'}^0 + S_{i'}^0 \left(\frac{S_{i'}^0}{R} - \frac{2H_{ni}}{RT^0} \right) \right] \exp x_{i'}^0; \\
& \left[\sum_{i=1}^k \left(H_{ni} \frac{H_{ni}}{R(T^0)^2} + c_{pi} \right) \exp x_i^0 + \sum_{i'=1}^l \left(\frac{AR}{R} \left(\frac{H_{ni}}{T^0} \right)^2 + c_{pi'} \right) \exp x_{i'}^0 \right] + \\
& + \left[\sum_{i=1}^k H_{ni} \exp x_i^0 + \sum_{i=1}^l H_{ni} \exp x_{i'}^0 \right] z + \\
& + \sum_{j=1}^m \left[\sum_{i=1}^k H_{ni} \frac{n_{ji}}{R} \exp x_i^0 + \sum_{i'=1}^l H_{ni'} AR \frac{n_{ji'}}{R} \exp x_{i'}^0 \right] \lambda_j + \left[\sum_{i=1}^k H_{ni} \frac{n_{li}}{R} + c_{pi} \exp x_i^0 \right] \lambda_l - H_n = \\
& = \sum_{i=1}^k \left[c_{pi} T^0 + H_{ni} (x_i^0 - 1) - H_{ni} \left(S_i^0 - \frac{2H_{ni}}{(T^0)^2} \right) \right] \exp x_i^0 + \\
& + \sum_{i=1}^l \left[c_{pi'} T^0 + H_{ni'} (x_{i'}^0 - 1) - H_{ni'} \frac{AR}{R} \left(S_i^0 - \frac{2H_{ni}}{(T^0)^2} \right) \right] \exp x_{i'}^0.
\end{aligned}$$

Величины x_i определяются через T , λ_j , λ_l после решения системы уравнений. Экономия машинного времени становится особенно существенной при отыскании состава смесей, состоящих из большого числа компонентов ($k + l$).

Из уравнений (5.24) и (5.25) отыскиваются величины M_i , M_i' ; p_i , p_i' .

Вычисленный состав, его частные производные и термодинамические свойства индивидуальных веществ являются исходными данными для расчета термодинамических и теплофизических свойств смеси.

5.8.6. ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ СМЕСЕЙ

Определение термодинамических характеристик производится по методу, изложенному в справочнике [40].

Суммарное число молей в 1 кг смеси определяется как

$$M_{\Sigma} = \sum_{i=1}^k M_i + \sum_{i=1}^l M_{i'} = p \exp Z + \sum_{i=1}^l M_{i'}.$$

Газовая постоянная смеси:

$$R_{\text{см}} = R \sum_{i=1}^k M_i = R p \exp Z.$$

Энтальпия в 1 кг идеальной смеси:

$$H_{\Pi} = \sum_{i=1}^k H_{\Pi i} M_i + \sum_{i=1}^l H_{\Pi i'} M_{i'}. \quad (5.26)$$

Внутренняя энергия:

$$U_{\Pi} = \sum_{i=1}^k U_{\Pi i} M_i + \sum_{i=1}^l U_{\Pi i'} M_{i'}. \quad (5.27)$$

Свободная энергия:

$$F_{\Pi}^* = \sum_{i=1}^k M_i \left(F_{\Pi i}^* + R \ln \frac{RT M_i}{v} \right) + \sum_{i=1}^l F_{\Pi i'}^* M_{i'}.$$

Изобарно-изотермический потенциал:

$$\Phi_{\Pi}^* = \sum_{i=1}^k M_i \left(\Phi_{\Pi i}^* + R \ln \frac{RT M_i}{v} \right) + \sum_{i=1}^l \Phi_{\Pi i'}^* M_{i'}.$$

Энтропия:

$$S = \sum_{i=1}^k M_i \left(S - R \ln \frac{RT M_i}{v} \right) + \sum_{i=1}^l M_{i'} S_{i'}^0.$$

Определим теплоемкость при постоянном давлении c_p и при постоянном объеме c_v .

При этом разделяют замороженную теплоемкость, т. е. теплоемкость рабочего тела неизменного замороженного состава, и равновесную теплоемкость с учетом теплоты химических реакций.

Равновесная теплоемкость при постоянном давлении определяется как

$$c'_p = \left(\frac{\partial H_{\Pi}}{\partial T} \right)_T.$$

С учетом соотношения (5.26) имеем

$$c'_p = \sum_{i=1}^k M_i \left(\frac{\partial H_{\Pi i}}{\partial T} \right)_T + \sum_{i=1}^l M_{i'} \left(\frac{\partial H_{\Pi i'}}{\partial T} \right)_T + \sum_{i=1}^k H_{\Pi i} \left(\frac{\partial M_i}{\partial T} \right)_T + \sum_{i=1}^l H_{\Pi i'} \left(\frac{\partial M_{i'}}{\partial T} \right)_T.$$

Замороженную теплоемкость при постоянном давлении определяем по соотношению

$$(c_p)_{\text{зам}} = \sum_{i=1}^k M_i c_{pi} + \sum_{i=1}^l M_{i'} c_{pi'}.$$

Равновесная теплоемкость при постоянном объеме определяется как

$$c'_V = \left(\frac{\partial U_{\Pi}}{\partial T} \right).$$

И с учетом (5.27), имеем

$$c'_V = \sum_{i=1}^k M_i \left(\frac{\partial U_{\Pi i}}{\partial T} \right)_V + \sum_{i=1}^l M_{i'} \left(\frac{\partial U_{\Pi i'}}{\partial T} \right)_V + \sum_{i=1}^k U_{\Pi i} \left(\frac{\partial M_i}{\partial T} \right)_V + \sum_{i'=1}^l U_{\Pi i'} \left(\frac{\partial M_{i'}}{\partial T} \right)_V.$$

Используя

$$U_{\Pi i} = H_{\Pi i} - R_0 T; \quad U_{\Pi i'} = H_{\Pi i'},$$

имеем

$$c'_V = \sum_{i=1}^k M_i c_{Vi} + \sum_{i=1}^l M_{i'} c_{Vi'} + \sum_{i=1}^k (H_{\Pi i} - R_0 T) \frac{\partial M_i}{\partial T} + \sum_{i'=1}^l H_{\Pi i'} \left(\frac{\partial M_{i'}}{\partial T} \right)_V.$$

Первые два члена представляют собой замороженную теплоемкость при постоянном объеме.

В предположении, что конденсированные частицы находятся в полном термодинамическом равновесии с газовой фазой выражение для скорости звука в газовой фазе имеет вид

$$a^2 = \frac{c_p}{c'_V} \cdot g_0 R \sum_{i=1}^k M_i T \frac{1 + \frac{T}{M} \left(\frac{\partial T}{\partial M} \right)_V}{1 + \frac{T}{M} \left(\frac{\partial T}{\partial M} \right)_p},$$

где

$$M = \sum_{i=1}^k M_i; \quad \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\partial \sum_{i=1}^k M_i}{\partial T} \right)_p; \quad \left(\frac{\partial T}{\partial M} \right)_V = \left(\frac{\partial \sum_{i=1}^k M_i}{\partial T} \right)_V.$$

Для расчета c'_p , c'_V и a необходимо определять производные $\left(\frac{\partial M_i}{\partial T} \right)_p$, $\left(\frac{\partial M_{i'}}{\partial T} \right)_p$, $\left(\frac{\partial M_i}{\partial T} \right)_V$, $\left(\frac{\partial M_{i'}}{\partial T} \right)_V$, $\left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_p$, $\left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_V$, которые находятся путем дифференцирования систем уравнений (5.23) по температуре при постоянных давлении p или объеме V . Система уравнений для определения производных $(\partial M_i / \partial T)_p$ и $(\partial M_i / \partial T)_T$ после преобразования будет иметь вид:

1) для газообразных компонентов

$$\left(\frac{\partial M_i}{\partial T} \right)_p = \frac{H_{\Pi i} M_i}{R T^2} + \frac{M_i}{\sum_{i=1}^k M_i} \left(\frac{\partial M_i}{\partial T} \right)_p + \sum_{j=1}^m \frac{n_{ji} M_i}{R} \left(\frac{\partial \lambda_j}{\partial T} \right)_p + \frac{n_{li} M_i}{R} \left(\frac{\partial \lambda_l}{\partial T} \right)_p;$$

2) для конденсированных компонентов

$$\left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_p = \frac{AH_{\text{пл}'}M_{i'}}{T^2} + \frac{M_{i'}}{\sum_{i=1}^k M_i} \left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_p + \sum_{j=1}^m An_{ji'}M_{i'} \left(\frac{\partial \lambda_j}{\partial T}\right)_p;$$

3) уравнения сохранения элементов

$$\left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_p = \frac{AH_{\text{пл}'}M_{i'}}{T^2} + \frac{M_{i'}}{\sum_{i=1}^k M_i} \left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_p + \sum_{j=1}^m An_{ji'}M_{i'} \left(\frac{\partial \lambda_j}{\partial T}\right)_p;$$

4) уравнения сохранения заряда

$$\sum_{i=1}^k n_{ji} \left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_p + \sum_{i'=1}^l n_{ji'} \left(\frac{\partial M_{i'}}{\partial T}\right)_p = 0;$$

5) уравнение состояния

$$\sum_{i=1}^l n_{li} \left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_p = 0.$$

В результате решения полученной линейной системы уравнений методом Гаусса можно определить необходимые производные при $p = \text{const}$.

Система уравнений для определения производных $\left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_V$, $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_V$, $\left(\frac{\partial M_{i'}}{\partial T}\right)_V$ имеет вид:

1) для газообразных компонентов

$$\left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{H_{\text{пл}'}M_i}{RT^2} - \frac{M_i}{T}\right) + \sum_{i=1}^m \frac{n_{ji}M_i}{R} \left(\frac{\partial \lambda_j}{\partial T}\right)_V + \frac{n_{li}M_i}{R} \left(\frac{\partial \lambda_l}{\partial T}\right)_V;$$

2) для конденсированных компонентов

$$\left(\frac{\partial M_{i'}}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{AH_{\text{пл}'}M_{i'}}{T^2} - \frac{M_{i'}}{T}\right) + An_{li'}M_{i'} \left(\frac{\partial \lambda_l}{\partial T}\right)_V.$$

Уравнения сохранения элементов, закон сохранения заряда и уравнение состояния можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k n_{ji} \left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_V + \sum_{i'=1}^l n_{ji'} \left(\frac{\partial M_{i'}}{\partial T}\right)_V &= 0; \\ \sum_{i=1}^k n_{li} \left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_V &= 0; \\ \sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial M_i}{\partial T}\right)_V - \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_V &= 0. \end{aligned}$$

Для решения полученной системы линейных уравнений необходимо при-
совокупить производные для определения равновесных теплоемкостей c'_V , c'_p и
равновесной скорости звука a .

6

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ПОТЕРИ УДЕЛЬНОГО ИМПУЛЬСА ТЯГИ

Г Л А В А

Энергетические характеристики твердых топлив отличаются от энергетических характеристик двигателя на величину потерь. Для чистого газа максимально возможный удельный импульс тяги в сопле с заданным расширением достигается, когда в выходном сечении сопла формируется однородный и параллельный оси поток. Этот удельный импульс тяги, рассчитанный в предположении химически равновесного истечения, принято называть термодинамическим удельным импульсом. В экспериментах опытное значение удельного импульса всегда меньше термодинамического. Разница между термодинамическим значением удельного импульса и экспериментальным (удельным импульсом двигателя) возникает из-за различного рода потерь. Эта разница обусловлена тем, что при термодинамическом расчете не учитывается целый ряд различных явлений газодинамического и физико-химического характера.

В настоящей главе рассмотрены физическая сущность и методы определения различного рода потерь удельного импульса, при этом использован как интегральный, так и дифференциальный подходы.

Сначала рассмотрим интегральный метод учета потерь в соотношениях для расчета тягово-энергетических характеристик двигателя.

6.1. СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ТЯГОВО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК С УЧЕТОМ ПОТЕРЬ

Чтобы получить реальные выражения для тягово-энергетических характеристик используем прием, позволяющий учесть отличие реальных характеристик от идеальных. Введем три коэффициента:

- 1) суммарных потерь скорости в сопловом блоке φ_c ;
- 2) внутрикамерных потерь φ_k ;
- 3) расхода φ_p , отнесенный к давлению торможения в предсопловом объеме и отражающий потери напора во входной части сопла и эффект сужения струи в критическом сечении сопла.

Коэффициент расхода можно определить по соотношению

$$\varphi_p = G/G_{\text{ид}} \quad (6.1)$$

При $F_{\text{кр}} = F_{\text{кр.ид}}, p_{0c} = (p_{0c})_{\text{ид}}, \varphi_p = 1$. Идеальное значение расхода при $n = \text{const}$ можно определить по соотношению (2.24).

Для однофазных продуктов сгорания расход газа через сопло уменьшается из-за неравномерности потока в минимальном его сечении. Геометрия трансзвуковой области приведена на рисунке 6.1. При этом неравномерность потока в минимальном сечении увеличивается с уменьшением относительного радиуса скругления $\bar{R}_1 = R_1/r_{\text{кр}}$ в окрестности критического сечения со стороны сужающейся части сопла. На рисунках 6.2, 6.3 приведены зависимости коэффициента расхода от радиуса скругления сужающейся части сопла R_1 и угла θ . Как следует из этих графиков, коэффициент расхода увеличивается с увеличением \bar{R}_1

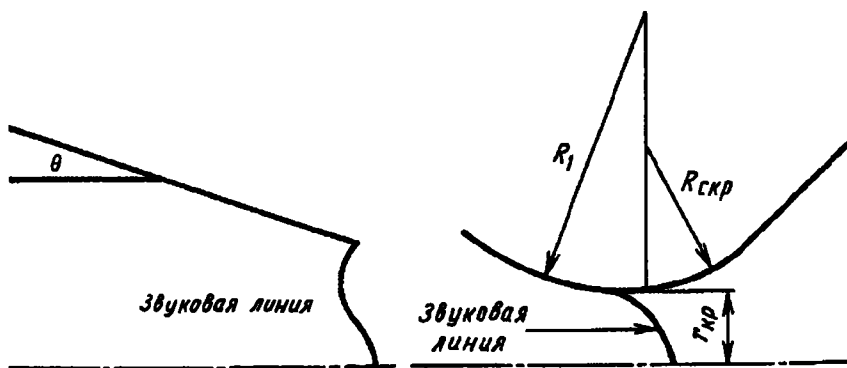


Рис. 6.1

Схема геометрических характеристик трансзвуковой области

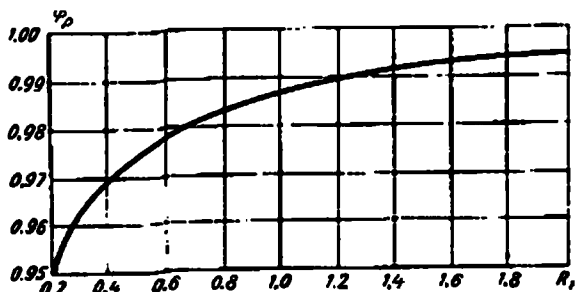


Рис. 6.2

Зависимость коэффициента расхода φ_p от радиуса очертания критического сечения R_1

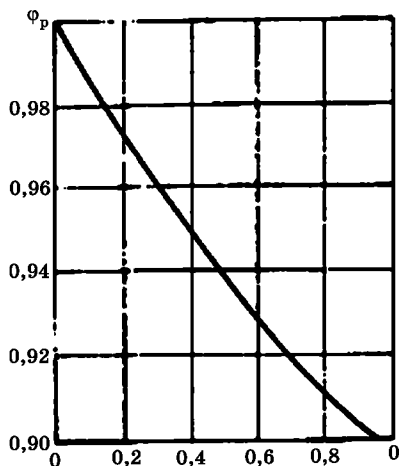


Рис. 6.3

Зависимость коэффициента расхода φ_p от угла θ

и уменьшается с увеличением угла θ . Коэффициент расхода φ_p зависит также от состояния пограничного слоя в области минимального сечения. Уменьшение коэффициента расхода φ_p вследствие наличия пограничного слоя (для гладкой поверхности) можно определить по соотношению для $\Delta\varphi_p$, приведенному в работе [7]. Изменение коэффициента расхода из-за пограничного слоя составляет 0,1...0,2%. В то же время в случае использования радиусной формы трансзвуковой области φ_p при $R_1 > 0,5r_{кр}$ слабо зависит от показателя n и формы сужающейся части сопла вверх по потоку.

На расход продуктов сгорания существенное влияние оказывает двухфазность потока, и в частности динамическая неравновесность между газом и конденсированными частицами. Соотношение для расхода $G_{кр}$ с учетом потерь можно записать в виде

$$G_{кр} = \varphi_p \Gamma(n) p F_{кр} / \sqrt{\varphi_k R T_\Gamma}. \quad (6.2)$$

Выражение для тяги с учетом потерь в соответствии с соотношениями (2.27) и (2.28) можно записать в виде

$$P = \varphi_p p F_{кр} \left\{ \varphi_c \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{2}{n-1}} n \lambda_a + \frac{1}{q(\lambda_a)} \left(\pi(\lambda_a) - \frac{p_H}{p} \right) \right\}. \quad (6.3)$$

Пустотную тягу можно определить по формуле

$$P_\Pi = \varphi_p p F_{кр} \left[\varphi_c \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}} n \lambda_a + \frac{\pi(\lambda_a)}{q(\lambda_a)} \right]. \quad (6.4)$$

Соотношение для удельной тяги с учетом потерь в соответствии с выражением (2.32) можно записать в виде

$$I_{уд} = \sqrt{\varphi_k R T_\Gamma} \left\{ \varphi_c \lambda_a \sqrt{\frac{2}{n+1}} + \frac{1}{q(\lambda_a) \Gamma(n)} \left[\pi(\lambda_a) - \frac{p_H}{p} \right] \right\}. \quad (6.5)$$

При $H = 0$

$$I_{уд} = \sqrt{\varphi_k R T_\Gamma} \left[\varphi_c \lambda_a \sqrt{\frac{2n}{n+1}} + \frac{\pi(\lambda_a)}{q(\lambda_a) \Gamma(n)} \right]. \quad (6.6)$$

Коэффициент тяги с учетом потерь определяется по следующим соотношениям:

для $H \neq 0$

$$C_R^n = \varphi_c \varphi_p \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}} n \lambda_a + \frac{\varphi_p \pi(\lambda_a)}{q(\lambda_a)}; \quad (6.7)$$

для $H = 0$

$$C_R^n = \varphi_c \varphi_p \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}} n \lambda_a + \varphi_p \left(\frac{2}{n-1} \right)^{\frac{1}{n-1}} \frac{1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_a^2}{\lambda_a}. \quad (6.8)$$

Удельный импульс тяги является обобщающей энергетической характеристикой РДТТ в связи с тем, что его значение можно определить по экспериментальным данным.

В частности, наиболее достоверно $I_{уд}$ можно определить по соотношениям

$$I_{уд} = \frac{\int_0^{t_{п}} P dt}{M_{нач} - M_{кон}} = \frac{I_{п}}{M_{нач} - M_{кон}}, \quad (6.9)$$

где $M_{нач}$ — начальная масса двигателя; $M_{кон}$ — его конечная масса;

$$I_{уд} = \frac{\beta \int_0^{t_{п}} P dt}{F_{кр} \int_0^{t_{п}} p_{оп} dt} = \frac{\beta_{кр} I_{п}}{F_{кр} I_{р}}, \quad (6.10)$$

где $I_{р} = \int_0^{t_{п}} p_{оп} dt$ — суммарный импульс давления; $\beta_{кр} = I_{р} F_{кр} / (M_{нач} - M_{кон})$ — значение расходного комплекса, определяемое путем статистической обработки результатов ряда опытов, предшествовавших данному; $p_{оп}$ — опытное значение давления. Использование в соотношении (6.10) среднего значения расходного комплекса $\beta_{кр}$, не соответствующего условиям данного опыта, может привести к погрешностям, лежащим в пределах разброса величины $\beta_{кр}$.

Расчетное реальное значение удельного импульса можно определить и по формуле

$$I_{уд} = \phi_{кр} \phi_c I_{уд.ид}, \quad (6.11)$$

где $I_{уд.ид}$ — идеальное (термодинамическое) значение удельного импульса, определяемого в результате термодинамического расчета. Методы определения потерь удельного импульса в камере сгорания и сопловом аппарате приведены ниже.

6.2. ПОТЕРИ УДЕЛЬНОГО ИМПУЛЬСА ТЯГИ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ И СОПЛОВОМ БЛОКЕ

Потери удельного импульса характеризуют отличие реальной величины удельного импульса от его теоретического, или идеального, значения. Реальный удельный импульс РДТТ может быть определен по результатам испытаний двигателя. Теоретический, или термодинамический, удельный импульс определяется расчетным путем. При этом вводится целый ряд упрощающих предположений, идеализирующих условия сгорания твердого топлива в камере сгорания двигателя и истечения продуктов сгорания из сопла.

Реальный рабочий цикл в камере сгорания двигателя включает в себя образование рабочего тела (продуктов сгорания) вследствие горения заряда ТТ, движение продуктов сгорания по проточной части камеры сгорания и истечение их через сопло. Протекание каждой стадии этого цикла происходит с определенными отступлениями от идеальной термодинамической схемы, что приводит к уменьшению величины удельного импульса, т. е. к возникновению потерь импульса.

Единство рабочего процесса в камере сгорания двигателя предопределяется и единством процесса образования потерь, непрерывно сопровождающего

преобразование рабочего продукта. С этой точки зрения разделение потерь на отдельные составляющие носит условный характер.

Потери удельного импульса в РДТТ можно условно разделить на две группы.

Первая группа включает потери, имеющие место в камере сгорания двигателя (внутрикамерные потери), вторая — потери, имеющие место в сопле (сопловые потери). Этот принцип разделения потерь на внутрикамерные и сопловые обусловлен в основном природой их образования.

К внутрикамерным относятся потери, имеющие энергетическую природу и обусловленные недогоранием металла и других компонентов ТТ, а также неадиабатностью процесса, т. е. отводом теплоты в элементы конструкции камеры сгорания двигателя (тепловые потери).

К сопловым потерям относятся в основном потери, имеющие газодинамическую природу. В частности, потери в сопле возникают вследствие:

1) газодинамических потерь, обусловленных потерями на рассеяние (неравномерностью, неоднородностью и непараллельностью расширяющегося потока);

2) особенностей течения продуктов сгорания:

- в соплах при наличии системы управления вектором тяги (СУВТ);
- в двигателях с утопленными в камеру сгорания соплами;
- в многосопловых блоках (при четырехсопловой конструкции двигателя);

3) двухфазных потерь, вызванных скоростным и температурным запаздыванием конденсата при расширении продуктов сгорания в сопле;

4) отсутствия кристаллизации конденсированных частиц в сопле;

5) химической неравновесности.

В сопловом блоке имеют место и другие виды потерь удельного импульса.

Суммарную величину потерь (абсолютные потери) удельного импульса в пустоте можно представить в виде

$$\Delta I_{уд}^п = (I_{уд}^п)_{ид} - \sum_{i=1}^n (\Delta I_{уд}^п), \quad (6.12)$$

где $\Delta I_{уд}^п$ — потери удельного импульса при действии рассматриваемого i -го фактора, или

$$\begin{aligned} \Delta I_{уд}^п = (I_{уд}^п)_{ид} - I_{уд}^п = & [\Delta I_{уд.р} + \Delta I_{уд.тр} + \Delta I_{уд.СУВТ} + \Delta I_{уд.ут} + \Delta I_{уд.мн} + \\ & + \Delta I_{уд.дф} + \Delta I_{уд.нк} + \Delta I_{уд.х.н} + \Delta I_{уд.конд} + \Delta I_{уд.др}]_{пуст}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Здесь $\Delta I_{уд.р}$ — потери удельного импульса на рассеяние; $\Delta I_{уд.тр}$ — потери на трение; $\Delta I_{уд.СУВТ}$ — потери, связанные с наличием системы управления вектором тяги; $\Delta I_{уд.ут}$ — потери, обусловленные сложным характером течения двухфазных продуктов сгорания в двигателях с утопленным соплом; $\Delta I_{уд.мн}$ — потери, вызванные многосопельной конструкцией соплового блока; $\Delta I_{уд.дф}$ — потери на двухфазность потока; $\Delta I_{уд.нк}$ — потери в результате отсутствия кристаллизации жидких конденсированных частиц в расширяющейся части сопла; $\Delta I_{уд.х.н}$ — потери на химическую неравновесность; $\Delta I_{уд.конд}$ — потери, обусловленные выносом конденсата на внутреннюю поверхность стенки сопла.

Кроме перечисленных имеют место и другие виды потерь удельного импульса ($\Delta I_{\text{уд.лр}}$), связанные с разгаром критического сечения сопла, разложением и уносом ТЗП и т. п.

В связи с разделением общих суммарных потерь на внутрикамерные и сопловые рассмотрение их будем проводить последовательно. Сначала рассмотрим внутрикамерные потери.

6.3. ПОТЕРИ УДЕЛЬНОГО ИМПУЛЬСА ТЯГИ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

К внутрикамерным будем относить потери, обусловленные неполнотой сгорания ТТ и неадиабатностью процесса в камере сгорания.

При низких уровнях давлений в камере сгорания критическое время для некоторых реакций в газовой фазе столь велико, что продукты сгорания не успевают полностью прореагировать до того, как они покинут камеру сгорания. В еще большей мере это относится к конденсированным частицам.

Незавершенность химических реакций, именуемая обычно неполнотой сгорания, приводит к снижению энтальпии продуктов сгорания в камере сгорания, что, в свою очередь, сказывается на уменьшении скорости истечения и, соответственно, удельного импульса.

Второй основной причиной внутрикамерных потерь служит химическое и тепловое взаимодействие продуктов сгорания топлива с элементами корпуса, камеры сгорания и заряда ТТ, в частности с бронирующими и теплозащитными покрытиями или непосредственно с частями камеры сгорания, не имеющими теплозащитного покрытия.

Если взаимодействие продуктов сгорания топлива на теплозащитные и бронирующие покрытия имеет тепловой характер (чисто тепловые эффекты имеют место и при рассмотренном выше сложном механизме взаимодействия), то часть теплоты продуктов сгорания необратимо теряется на нагрев элементов камеры сгорания и заряда ТТ; это вызывает потери удельного импульса, относительная величина которых оценивается половиной относительного снижения энтальпии (температуры) продуктов сгорания в камере.

В большинстве реальных случаев взаимодействие продуктов сгорания с бронирующими и теплозащитными покрытиями имеет особенно сложный характер и сопровождается химическими процессами и уносом теплозащитных покрытий. В этих условиях изменяются как масса, так и состав продуктов сгорания, истекающих из камеры сгорания, так как они представляют собой уже не собственно продукты сгорания твердого топлива, а смесь, образующуюся в результате химических реакций между этими продуктами и продуктами разложения покрытий. Состав газообразных продуктов, истекающих из камеры сгорания, в этом случае может быть существенно неоднороден, так как зона реакций охватывает лишь область, непосредственно примыкающую к покрытиям, а последующее перемещение продуктов к сопловому блоку в общем случае не сопровождается достаточно интенсивным перемешиванием. Ввиду наличия целого ряда эффектов, обусловленных уносом покрытий и взаимодействием продуктов уноса с продуктами сгорания топлива (изменение общей массы исте-

кающего вещества, его энтальпии и термодинамических характеристик) и вызывающих разнонаправленные изменения удельного импульса, трудно ответить на вопрос, в какую сторону изменяется удельный импульс при совокупном воздействии всех эффектов, не проводя количественного анализа.

Неполное сгорание компонентов заряда ТТ, неадиабатность процесса в камере сгорания и другие виды потерь энергии в камере сгорания в конечном счете уменьшают тепловыделение и потенциальную энергию рабочего вещества (полное давление перед входной частью сопла), оказывают влияние на процесс расширения газа в сопле и приводят к уменьшению удельного импульса.

Определение потерь удельного импульса по экспериментальному значению расходного комплекса. Значение удельного импульса пропорционально комплексу \sqrt{RT} , поэтому относительные потери удельного импульса, обусловленные неполнотой сгорания ТТ, также пропорциональны значению этого комплекса.

С этой точки зрения, коэффициент полноты сгорания ТТ можно представить в виде

$$\varphi_{\text{сг}} = \frac{\sqrt{(RT)_{\text{д}}}}{\sqrt{(RT)_{\text{ид}}}}, \quad (6.14)$$

где $(RT)_{\text{ид}}$, $(RT)_{\text{д}}$ — идеальное и действительное (теоретическое) значения произведения RT соответственно.

Экспериментально определить величину RT не представляется возможным, поэтому в качестве критерия эффективности камеры сгорания принимается расходный комплекс β , во многом зависящий от степени совершенства внутрикамерных процессов. Опытное значение расходного комплекса в камере сгорания может быть определено на основании полученной экспериментально кривой $p(t)$ из следующего соотношения:

$$\beta_{\text{оп}} = F_{\text{кр}} \int_0^{t_{\text{п}}} p_{\text{оп}} dt / M_{\text{п}}, \quad (6.15)$$

где $M_{\text{п}}$ — суммарная масса продуктов сгорания, истекающих из камеры сгорания за полное время $t_{\text{п}}$; $p_{\text{оп}}$ — опытное значение давления.

Идеальное значение расходного комплекса можно определить по зависимостям:

1) для однофазной смеси

$$\beta = pF_{\text{кр}} / G_{\text{кр}} = \sqrt{RT} / \Gamma(n); \quad (6.16)$$

для двухфазной смеси

$$\beta = \frac{pF_{\text{кр}}}{G_{\text{кр}}} (1 - Z) = \frac{\sqrt{R_{\text{см}} T_{\text{см}}}}{\Gamma(n, \mu_{\text{см}})}, \quad (6.17)$$

где

$$\Gamma(n, \mu_{\text{см}}) = \sqrt{n\mu_{\text{см}}} [2/(n+1)^{(n+1)/2(n-1)}]; \quad (6.18)$$

$\mu_{\text{см}} = \mu_{\text{г}}/(1 - Z)$ — удельная молекулярная масса смеси; $R_{\text{см}}$ — газовая постоянная смеси.

Степень отличия реальных процессов от идеальных характеризуется отношением опытного значения расходного комплекса к идеальному:

$$\bar{\beta} = \beta_{\text{оп}} / \beta. \quad (6.19)$$

Значение $\bar{\beta}$ характеризует полноту сгорания ТТ и потери полного давления в камере сгорания. При этом с уменьшением полноты сгорания $\bar{\beta}$ уменьшается, а с увеличением потерь полного давления — растет. Из этих соображений по значению $\bar{\beta}$ можно судить о совершенстве процесса сгорания ТТ только в случае отсутствия необратимых явлений в камере сгорания.

Как следует из соотношений (6.16), (6.17), расходный комплекс β пропорционален \sqrt{RT} , следовательно, несовершенство процессов в камере сгорания оказывает влияние на β пропорционально \sqrt{RT} .

Вводя в рассмотрение коэффициент расхода φ_p , обусловленный необратимыми явлениями в камере сгорания, соотношение для коэффициента полноты сгорания $\varphi_{\text{сг}}$ с учетом выражения (6.19) можно представить в виде

$$\varphi_{\text{сг}} = \varphi_p \bar{\beta} = \varphi_p (\beta_{\text{оп}} / \beta). \quad (6.20)$$

Здесь $\varphi_p = G/G_{\text{ид}}$ при $p = \sigma p_{\text{ид}}$, σ — коэффициент восстановления полного давления, равный единице. В соотношении (6.20) опытное значение расходного комплекса β определяется по соотношению (6.15). Выражение (6.20) может быть использовано для оценки значения внутрикамерных потерь удельного импульса тяги при известном значении коэффициента расхода φ_p .

Определение потерь на неполноту сгорания. При термодинамическом расчете предполагается, что процесс горения адиабатичен и реакция, согласно условиям химического равновесия, протекает полностью. В действительности возможно неполное сгорание топлива, в частности металла (конденсированных частиц), вследствие того, что время пребывания смеси в камере сгорания является недостаточным для завершения процессов горения продуктов разложения ТТ.

Неполнота тепловыделения ТТ определяется прежде всего неполнотой сгорания конденсированных частиц, которая может иметь место даже при давлениях в камере сгорания $p \geq 4,0$ МПа. При $p < 2,0$ МПа может заметно проявляться и неполнота сгорания в газовой фазе. На неполноту сгорания ТТ оказывают влияние такие параметры и характеристики, как давление, температура, химический состав продуктов сгорания и время протекания процессов, определяемое временем пребывания продуктов сгорания в камере сгорания.

Для полного сгорания ТТ необходимо соблюсти условие

$$t_{\text{пр}} \geq t^*,$$

где $t_{\text{пр}}$ — время пребывания смеси в камере сгорания; t^* — критическое время, характеризующее полноту сгорания отдельной частицы (газовой или конденсированной), и зависящее, при прочих равных условиях, как от размера частиц, так и от концентрации алюминия в смеси.

Критическое время t^* , являющееся некой универсальной временной характеристикой полноты сгорания, может быть достоверно определено экспериментальным путем.

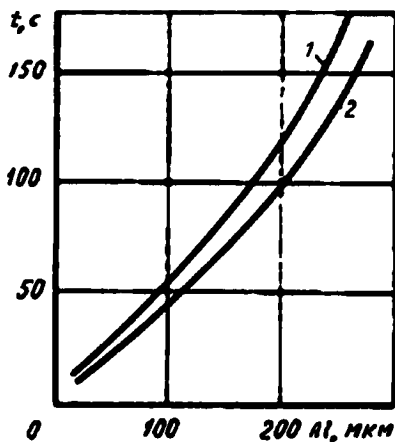


Рис. 6.4

Экспериментальная зависимость времени зажигания и горения частиц алюминия от их размера:

1 — время зажигания; 2 — время горения.

Для конденсированных частиц алюминия экспериментальные данные по полноте сгорания могут быть получены при массоспектроскопическом анализе путем сопоставления кислородного баланса исходного топлива с газовой фазой продуктов сгорания.

Более точным, по-видимому, является метод, основанный на непосредственном химическом анализе отобранного из камеры сгорания конденсата или шлака. На рисунке 6.4 изображена экспериментальная зависимость времени зажигания и горения частиц алюминия от их размера.

Коэффициент полноты сгорания частиц $\varphi_{\text{ср}}$ является функцией времени пребывания $t_{\text{пр}}$ и критического времени t^* , $\varphi_{\text{ср}} = \varphi_{\text{ср}}(t_{\text{пр}}, t^*)$, и определяется следующими соотношениями:

$$\varphi_{\text{ср}} = \begin{cases} 1 - \exp(-t_{\text{пр}}/t^*) & \text{при } t_{\text{пр}} < t^*; \\ 1 & \text{при } t_{\text{пр}} \geq t^*. \end{cases} \quad (6.21)$$

В соотношениях (6.21) коэффициент $\varphi_{\text{ср}}$ — локальная величина, относящаяся к отдельной частице и изменяющаяся в зависимости от времени воспламенения частицы, а также от начального положения частицы в камере сгорания. Среднее значение коэффициента полноты сгорания $\varphi_{\text{ср.ср}}$ за время t находится по соотношению

$$\varphi_{\text{ср.ср}} = \frac{1}{t_{\text{п}}} \int_0^{t_{\text{п}}} \varphi_{\text{ср}} dt. \quad (6.22)$$

Используя первое уравнение системы (6.21), соотношение для коэффициента $\varphi_{\text{ср.ср}}$ можно представить в виде

$$\varphi_{\text{ср.ср}} = \frac{1}{t_{\text{п}}} \int_0^{t_{\text{п}}} \left[1 - \exp\left(-\frac{t_{\text{пр}}}{t^*}\right) \right] dt. \quad (6.23)$$

В соотношении (6.23) время пребывания частицы в камере сгорания в нулевом приближении определяется по зависимости

$$t_{\text{пр}} = \frac{pV}{G_{\text{кр}}} = \frac{V}{\varphi_{\text{р}} \Gamma(n) F_{\text{кр}} \sqrt{\varphi_{\text{к}} R T_{\text{р}}}}, \quad (6.24)$$

где V — текущее значение свободного объема камеры сгорания.

С учетом того, что

$$dV/dt = Su = \text{const},$$

где S — полная поверхность горения заряда ТТ; u — скорость горения и $G_{\text{кр}}/\rho = \text{const}$, соотношение для коэффициента $\varphi_{\text{ср.ср}}$ можно представить как

$$\varphi_{\text{сг.ср}} = \frac{1}{Sut_{\Pi}} \int_{V_{\text{нач}}}^{V_{\Pi}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\rho V}{G_{\text{кр}} t^*}\right) \right] dV, \quad (6.25)$$

где пределы интеграла $V_{\text{нач}}$, V_{Π} — начальное и полное (конечное) значения свободного объема камеры сгорания, которым соответствуют значения времени пребывания частицы в КС $t_{\text{пр.нач}}$, $t_{\text{пр.п}}$.

После интегрирования, имея в виду, что

$$t_{\text{пр.нач}} = \frac{V_{\text{нач}}}{\varphi_{\text{р}} \Gamma(n) F_{\text{кр}} \sqrt{\varphi_{\text{к}} R T_{\Gamma}}};$$

$$t_{\text{пр.п}} = \frac{V_{\Pi}}{\varphi_{\text{р}} \Gamma(n) F_{\text{кр}} \sqrt{\varphi_{\text{к}} R T_{\Gamma}}},$$

выражение (6.25) можно записать в виде

$$\varphi_{\text{сг.ср}} = 1 - \frac{t^*}{t_{\text{пр.нач}} - t_{\text{пр.п}}} \left[\exp\left(-\frac{t_{\text{пр.п}}}{t^*}\right) - \exp\left(-\frac{t_{\text{пр.нач}}}{t^*}\right) \right].$$

В нульмерном приближении в случае использования второго уравнения системы (6.21):

$$-t^* < t_{\text{пр.нач}}; \quad V^* < V_{\text{нач}},$$

где

$$V^* = t^* \varphi_{\text{р}} \Gamma(n) F_{\text{кр}} \sqrt{\varphi_{\text{к}} R T_{\Gamma}},$$

средний по времени пребывания коэффициент полноты сгорания $\varphi_{\text{сг.ср}} = 1$; при $t_{\text{пр.нач}} < t^* < t_{\text{пр.п}}$; $V_{\text{нач}} \leq V^* \leq V_{\Pi}$

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{сг.ср}} &= \frac{1}{t_{\Pi}} \int_0^{t_{\Pi}} \varphi_{\text{сг}} dt = \frac{1}{Sut_{\Pi}} \left(\int_{V_{\text{нач}}}^{V^*} \frac{V}{V^*} dV + \int_{V^*}^{V_{\Pi}} dV \right) = \\ &= 1 - (V^* - V_{\text{нач}})^2 / [2V^*(V_{\Pi} - V_{\text{нач}})]. \end{aligned}$$

Учитывая, что времена пребывания $t_{\text{пр}}^* = t^*$, $t_{\text{пр.нач}}$, $t_{\text{пр.п}}$ пропорциональны свободным объемам камеры сгорания V^* , $V_{\text{нач}}$, V_{Π} , можно записать равенство

$$\varphi_{\text{сг.ср}} = 1 - \frac{(t^* - t_{\text{пр.нач}})^2}{2t^*(t_{\text{пр.п}} - t_{\text{пр.нач}})}. \quad (6.26)$$

Для случая $t^* > t_{\text{пр.нач}}$, $V^* > V_{\Pi}$ выражение для среднего значения коэффициента полноты сгорания имеет вид

$$\varphi_{\text{сг.ср}} = \frac{1}{t_{\Pi}} \int_0^{t_{\Pi}} \varphi_{\text{сг}} dt = \frac{1}{Sut_{\Pi}} \int_{V_{\Pi}}^{V_{\Pi}} \frac{V}{V^*} dV,$$

или после операции интегрирования

$$\varphi_{\text{сг.ср}} = (V^* + V_{\text{нач}}) / (2V^*).$$

Имея в виду, как и во втором случае, что времена пребывания пропорциональны соответствующим свободным объемам камеры сгорания, получим окончательно

$$\varphi_{\text{сг.ср}} = (t_{\text{пр.п}} + t_{\text{пр.нач}})/(2t^*). \quad (6.27)$$

Определение времени пребывания рабочего вещества в камере сгорания по зависимости (6.24) имеет существенные недостатки, ибо, как следует из этого соотношения, оно при прочих равных условиях в основном зависит только от свободного объема камеры сгорания.

В действительности время пребывания рабочего вещества в камере сгорания зависит не только от величины свободного объема, но и, главным образом, от длины камеры сгорания и формы заряда ТТ. Например, вещество, генерируемое в передней части заряда ТТ канальной формы, будет находиться в камере сгорания больше, чем вещество, генерируемое в задней части. Поэтому время пребывания вещества, генерируемого, например, с задней части заряда, может оказаться меньше времени, необходимого для завершения реакций.

Таким образом, в продуктах сгорания, истекающих из соплового аппарата двигателя, будут находиться как порции с большим временем пребывания, достаточным для полного сгорания, так и порции с малым временем пребывания, т. е. с неполным тепловыделением.

Ниже изложены методы расчета времени пребывания рабочего вещества в камере сгорания для стационарного (квазистационарного) режима работы РДТТ. Кроме того, здесь же проведена оценка влияния динамической неравновесности между газом и конденсатом на время пребывания двухфазного вещества в камере сгорания.

Время нестационарного режима работы РДТТ незначительно по сравнению с длительностью стационарного режима. Так, для современных крупногабаритных РДТТ время нестационарного режима равно примерно 0,5% от стационарного. С точки зрения полноты сгорания металлизированных твердых топлив большое значение имеет получение расчетных соотношений, определяющих время пребывания вещества в камере сгорания на стационарном режиме.

При выводе аналитической зависимости для времени пребывания рабочего вещества будем предполагать, что динамическая неравновесность между металлизированным конденсатом и газом отсутствует. Кроме того, предположим, что $F(x) = \text{const}$, $\partial F/\partial x = 0$ и секундный расход $G = \text{const}$.

Время пребывания рабочего вещества для заряда ТТ с компенсатором в сопловой части может быть определено по соотношению

$$t_{\Sigma} = \frac{M_{\text{пр}}}{G_{\text{кр}}} + \int_{x_0}^l \frac{dx}{v}, \quad (6.28)$$

где $M_{\text{пр}}$ — масса рабочего вещества в предсопловом объеме; $G_{\text{кр}}$ — массовый секундный расход рабочего вещества.

Первый член в правой части соотношения (6.28) учитывает время пребывания рабочего вещества в предсопловом объеме и может быть записан по аналогии с зависимостью (6.24) в виде

$$\bar{t}_{\text{пр}} = \frac{M_{\text{пр}}}{G_{\text{кр}}} = \frac{V_{\text{пр}}}{\varphi_p \Gamma(n) F_{\text{кр}} \sqrt{\varphi_k R T_{\Gamma}}}.$$

Второй член правой части соотношения (6.28) учитывает время пребывания рабочего вещества в канале заряда.

Скорость движения рабочего вещества в канале заряда с учетом отмеченных допущений можно определить из уравнения

$$\rho \frac{\partial F}{\partial t} + F \rho \frac{\partial v}{\partial x} = \rho_{\tau} \frac{\partial F}{\partial t}, \quad (6.29)$$

где ρ_{τ} — плотность заряда ТТ.

Граничное условие:

$$v(t, 0) = 0. \quad (6.30)$$

Решение этого уравнения относительно скорости будем искать в виде ряда

$$v(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} v_k(t) (x/l)^k, \quad (6.31)$$

где l — длина канала заряда ТТ; x — текущая длина канала заряда ТТ.

Комбинируя соотношения (6.29) и (6.31), получим

$$2\pi r \rho \frac{\partial r}{\partial t} + \pi r^2 \rho \left[\sum_{k=0}^{\infty} v_k(t) \frac{k}{l} \left(\frac{x}{l} \right)^{k-1} \right] = 2\pi r \rho_{\tau} \frac{\partial r}{\partial t},$$

где r — радиус канала заряда ТТ.

Имея в виду, что $\partial r / \partial t = u$, получим

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{l} v_k(t) \left(\frac{x}{l} \right)^{k-1} = \frac{2k(\rho_{\tau} - \rho)}{r\rho}.$$

Тогда будут справедливы равенства:

$$\begin{aligned} v_0(t) &= v(0, t); \quad v_1(t) = 2u(\rho_{\tau} - \rho)l/(2\rho); \\ v_2(t) &= 0; \quad v_k(t) = 0 \text{ при } k \gg 2. \end{aligned}$$

Таким образом, $v(x, t) = v_0(0, t) + kx$. Здесь $k = 2u(\rho_{\tau} - \rho)/(r\rho)$. С учетом граничного условия (6.30) скорость движения рабочего вещества, являющаяся функцией координаты и времени, будет

$$v(x, t) = \frac{2xu(\rho_{\tau} - \rho)}{r\rho}. \quad (6.32)$$

Имея в виду, что $\partial r / \partial t = u$ и, следовательно, $r = r_{\text{нач}} + ut$, выражение (6.32) можно записать так:

$$v(x, t) = \frac{2u(\rho_{\tau} - \rho)}{(r_{\text{нач}} + ut)\rho} x,$$

где $r_{\text{нач}}$ — начальный радиус канала заряда ТТ.

Для определения времени пребывания вещества в пределах канала заряда до сечения $x = l$ необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{2u(\rho_{\tau} - \rho)}{(r_{\text{нач}} + ut)\rho} x. \quad (6.33)$$

Общее решение уравнения (6.33) имеет вид

$$\frac{\rho}{2(\rho_T - \rho)} \ln x = \ln(r_0 + ut) + \ln C,$$

или, что равносильно,

$$x^{\rho/[2(\rho_T - \rho)]} = (r_0 + ut)C, \quad (6.34)$$

где C — произвольная постоянная.

Произвольную постоянную C определим из условия, что $x = x_0$ при $t = 0$:

$$C = x_0^{\rho/[2(\rho_T - \rho)]} / r_0. \quad (6.35)$$

В результате комбинирования соотношений (6.34) и (6.35) получим выражение для времени пребывания рабочего вещества в канале заряда ТТ:

$$t_{\text{кан}} = [(l/x_0)^{\rho/[2(\rho_T - \rho)]} - 1]r_0/u. \quad (6.36)$$

Как следует из выражения (6.36), величина $t_{\text{кан}}$ зависит от плотности, места и времени ввода, а также от скорости горения топлива.

Общее время пребывания вещества в камере сгорания с учетом соотношений (6.24), (6.36) можно определить по соотношению

$$t_{\Sigma} = \frac{V_{\text{пр}}}{\phi_p \Gamma(n) F_{\text{кр}} \sqrt{\phi_{\text{к}} R T_{\text{г}}}} + [(l/x_0)^{\rho/[2(\rho_T - \rho)]} - 1]r_0/u. \quad (6.37)$$

В правой части этого соотношения первый член характеризует время пребывания рабочего вещества в предсопловом объеме камеры сгорания, второй — в канале заряда.

Здесь следует заметить, что время пребывания продуктов сгорания в предсопловом объеме в связи со сложным циркуляционным характером течения частиц в нем можно в настоящее время определить только по приближенной нульмерной модели течения.

По выражению (6.37) несложно рассчитать общее время пребывания вещества в РДП для заряда со щелевым компенсатором в сопловой части и выбрать оптимальные характеристики заряда и камеры сгорания с точки зрения минимизации потерь удельного импульса из-за неполноты сгорания твердого топлива. Последнее условие должно удовлетворяться при соблюдении неравенства $t_{\Sigma} \geq t^*$.

В случае, когда имеет место динамическая неравновесность между газом и конденсатором (при размерах частиц $d_4 > 1,5$ мкм), необходимо определить время пребывания с учетом этого явления. Как показывают экспериментальные данные, при горении смесевых твердых топлив с добавками алюминия в рабочем веществе камеры сгорания содержатся частицы со среднемассовым размером $d_4 = 1 \dots 4$ мкм.

Влияние динамической неравновесности между газом и конденсатом на время пребывания рабочего вещества в камере сгорания. Время пребывания рабочего вещества в камере сгорания будет в значительной степени зависеть от размера частиц и скорости потока. При большой динамической неравномерности между газом и конденсированными частицами их время пребывания в камере сгорания может значительно различаться.

Рассмотрим движение индивидуальной частицы в канале заряда ТТ. В общем случае движения частицы ускоряются под влиянием сил взаимодействия между частицами и газовым потоком.

Очевидно, что при отставании частицы на нее действует сила сопротивления, величина которой зависит прежде всего от разности скоростей потока и частиц и от коэффициента сопротивления частиц C_x . В то же время при полном динамическом равновесии на частицу, так же как и на произвольный элемент газа, действует сила, обусловленная градиентом давления $\partial p / \partial x$. Движение индивидуальной частицы можно определить из уравнения

$$\frac{\partial v_4}{\partial t} = \frac{C_x \rho F_4}{2 \rho_4 V_4} (v - v_4)^2 - \frac{a}{\rho_4}, \quad (6.38)$$

где F_4 — площадь миделевого сечения частицы; V_4 — объем частицы; v , ρ — скорость и плотность газа в точке, где расположена частица. Ввиду малости $\partial p / \partial x$ вторым членом в уравнении (6.38) можно пренебречь. Тогда уравнение (6.38) для частиц сферической формы можно записать в виде

$$\frac{\partial v_4}{\partial t} = \frac{C_{x4}}{d_4} (v - v_4)^2, \quad (6.39)$$

где $C_{x4} = \frac{3}{4} \frac{C_x \rho}{\rho_4}$.

$C_x \cong 0,5$ при $Re > 1000$; $C_x \cong \frac{13}{\sqrt{Re}}$ при $1 < Re < 1000$;

$C_x = \frac{24}{Re}$ при $Re < 1$ (линейный закон сопротивления).

По мнению ряда авторов, механизм горения частицы можно отождествлять на некоторых стадиях процесса с механизмом горения жидких капель. По данным Фукса, при стационарном испарении жидких капель в неподвижной газовой среде их поверхность изменяется во времени по зависимости

$$d^2 = d_0^2 - b_4 t, \quad (6.40)$$

где d , d_0 — текущий и начальный диаметр сферической капли; b_4 — коэффициент, зависящий от скорости диффузии конденсированных частиц пара в газе.

При горении частицы в КС величина b_4 будет в основном определяться давлением, температурой и скоростью среды.

С учетом соотношения (6.40) уравнение (6.39) можно записать в виде

$$\frac{dv_4}{dt} = \frac{C_{x4}}{\sqrt{4r_n^2 - b_4 t}} (v - v_4)^2. \quad (6.41)$$

Рассмотрим решение уравнения (6.41) для заряда ТТ с компенсатором в сопловой части, полагая, что горения частицы нет.

Тогда

$$dv_4/dt = C_{x4}/(2r_4)(v - v_4)^2. \quad (6.42)$$

Уравнение (6.42) решим при начальных условиях

$$x|_{t=0} = x_0; \quad v|_{t=0} = 0.$$

Для периода вовлечения и режима течения, отличного от стоксовского, скорость частицы описывается следующей зависимостью:

$$v = \frac{dx}{dt} = Kx_0 \frac{t}{B_k + t}, \quad (6.43)$$

где

$$K = \frac{2u(\rho_\tau - \rho)}{r\rho}.$$

Коэффициент B_k можно определить из уравнения движения

$$\frac{x_0 K (B_k + t) - Kx_0 t}{(B_k + t)^2} = \frac{C_{x4}}{r_4} \left(\frac{Kx_0 t}{B_k + t} - Kx_0 \right)^2.$$

Интегрирование (6.43) дает

$$x = x_0 \{1 + Kt + KB_k [\ln(B_k + t) - \ln B_k]\}. \quad (6.44)$$

Из количественного анализа последнего уравнения следует, что за относительно малый промежуток времени происходит весьма интенсивное вовлечение частицы в поток. При этом с уменьшением размеров частиц расстояние, на котором происходит их ускорение, сокращается и, наоборот, с увеличением размеров частиц — растёт. С течением времени относительная скорость становится малой, и решение уравнений движения частицы может быть найдено и для стоксовского режима.

Потери, обусловленные неадиабатностью процесса в камере сгорания. Эти потери удельного импульса связаны с отводом теплоты в стенки камеры сгорания. Крупногабаритные двигатели имеют, как правило, теплоизоляцию на внутренней поверхности корпуса двигателя и соплового блока; сопло может также изготавливаться из теплоизолирующего материала.

Для малогабаритных нетеплоизолированных РДТТ тепловые потери могут достигать нескольких процентов.

Как правило, тепловые потери не расчленяются на внутрикамерные и сопловые, хотя конкретный анализ их ведется отдельно для камеры и сопла.

Несмотря на кажущуюся простоту, определение тепловых потерь (тепловых потоков) связано обычно со значительными трудностями. Во-первых, определение температуры стенки T достаточно сложно в силу нестационарности процесса, сложности конструктивных элементов двигателя и сопла, наличия многослойной теплоизоляции, которая частично разлагается и разрушается в процессе работы двигателя. Во-вторых, и это главное, очень сложно поддается определению коэффициент теплоотдачи a , зависящий от скорости движения продуктов сгорания вдоль стенки, их состава, режима обтекания и многих других факторов.

Тепловые потери удельного импульса рассчитываются в основном лишь для крупногабаритных РДТТ. При работе с малогабаритными двигателями значительно более точные результаты дает их непосредственное калориметрирование.

Тепловые потери в крупногабаритных РДТТ определяются путем расчета теплообмена или путем замера температуры элементов конструкции. Оценки

показывают, что тепловые потери удельного импульса в камере сгорания крупногабаритных РДТТ не превышают 0,1...0,2%.

Тепловые потери $q_{т.п}$ в стенки камеры сгорания, выражаемые величиной суммарного теплового потока в единицу времени через внутреннюю поверхность камеры сгорания, можно определить по соотношению

$$q_{т.п} = \int_0^l a(T - T_{п}) h_{к.с} dx, \quad (6.45)$$

где $h_{к.с}$ — внутренний периметр поперечного сечения камеры сгорания; $T_{п}$ — температура внутренней поверхности стенки камеры сгорания; a — суммарное значение коэффициента теплоотдачи от продуктов сгорания ТТ к поверхности камеры сгорания.

Полагая, что основными видами теплообмена между продуктами сгорания и камерой являются конвективный и лучистый, соотношение для коэффициента теплоотдачи можно записать в виде

$$a = a_{конв} + a_{изл}.$$

Выражения для коэффициентов $a_{конв}$ и $a_{изл}$ можно представить в виде:

$$a_{конв} = 0,023 \frac{\lambda}{d_{к.с}} Re^{0,8} = 0,023 \frac{\lambda}{d_{к.с}} \left(\frac{v \rho d}{\mu} \right)^{0,8};$$

$$a_{изл} = 4,96 \cdot 10^{-8} \epsilon_{г} \epsilon_{п} \frac{T^4}{T - T_{п}},$$

где λ — коэффициент теплопроводности газовой смеси в камере сгорания; $d_{к.с}$ — внутренний диаметр камеры сгорания; v — скорость потока в данном сечении камеры сгорания; $\epsilon_{г}$, $\epsilon_{п}$ — степень черноты газовой смеси и стенки камеры сгорания соответственно; Re — число Рейнольдса; μ — молекулярная масса продуктов сгорания.

Скорость потока продуктов сгорания может быть определена в том или ином сечении камеры сгорания соответствующим методом. Переменность скорости продуктов сгорания, а следовательно, и коэффициента теплоотдачи по длине камеры сгорания предопределяет сложность определения тепловых потерь в камере сгорания.

Выражение для тепловых потерь $q_{т.п}$ можно представить и в другой форме:

$$q_{т.п} = \sum_{i=1}^n a_i (T - T_{пi}) h_{к.с} \Delta x_i. \quad (6.46)$$

В последнем соотношении температура внутренней поверхности камеры сгорания $T_{пi}$ и коэффициент теплоотдачи a_i определяются для нескольких характерных сечений проточной части камеры сгорания путем разбиения поверхности камеры сгорания по длине на n участков длиной Δx_i , для каждого из которых коэффициент теплоотдачи и температура внутренней поверхности стенки камеры сгорания принимаются постоянными.

По соотношению (6.45) или по эквивалентному ему соотношению (6.46) можно определить величину тепловых потерь в камере сгорания в единицу времени.

6.4. ПОТЕРИ УДЕЛЬНОГО ИМПУЛЬСА ТЯГИ В СОПЛОВИ БЛОКЕ

Реальные процессы при течении рабочего вещества в соплах происходят с заметным отклонением от идеализированных схем. Реальное течение является неоднородным, неоднородным и сопровождается неравновесными процессами, а в двухфазном потоке — динамической и температурной неравновесностью. Продукты сгорания реального рабочего вещества обладают вязкостью, теплопроводностью и отдают часть теплоты в стенки соплового блока. В реальных процессах может иметь место химическая неравновесность и другие виды отклонений реальных процессов от идеальных.

Потери на рассеяние и трение относятся к газодинамическим видам потерь удельного импульса тяги. Условно к этому же виду будем относить и другие потери, обусловленные газодинамическими факторами.

Потери удельного импульса, связанные с неравновесным протеканием химических процессов, двухфазные потери, потери в результате отсутствия кристаллизации и другие виды потерь носят индивидуальный характер.

Как показывают исследования, значение реального удельного импульса отличается от его термодинамического значения не более чем на 3...15%, а значения отдельных видов потерь имеют порядок процента. Это обстоятельство дает основание, как правило, не учитывать взаимное влияние потерь друг на друга и рассматривать их независимо друг от друга, а затем складывать.

Степень совершенства процессов в сопловом блоке характеризуется отношением величины реального удельного импульса к его термодинамическому значению:

$$\xi_{\Sigma} = 1 - I_{\text{уд}}/I_{\text{уд.ид}} = 1 - \varphi_{\text{с}}, \quad (6.47)$$

где $\varphi_{\text{с}} = I_{\text{уд}}/I_{\text{уд.ид}}$ — коэффициент сопла; $I_{\text{уд}}$ — реальный удельный импульс двигателя; $I_{\text{уд.ид}}$ — идеальное значение (термодинамическое) удельного импульса; ξ_{Σ} — суммарные потери удельного импульса в сопле, которые могут быть определены путем сложения отдельных составляющих:

$$\xi_{\Sigma} = \sum \xi_i, \quad (6.48)$$

где ξ_i — составляющие потерь, обусловленные i -м фактором. Их можно определить по соотношению

$$\xi_i = (I_{\text{уд.ид}} - I_{\text{уд}i})/I_{\text{уд.ид}}. \quad (6.49)$$

Газодинамические потери. Газодинамическими потерями удельного импульса называются такие потери, которые имели бы место, если бы продукты сгорания представляли собой нереагирующий газ, истекающий из реального соплового блока РДТТ.

Величина газодинамических потерь зависит от конструкции соплового блока и, в частности, от угла на выходе из сопла, от контура сужающейся и расширяющейся частей сопла, от состояния поверхности сопла в процессе работы двигателя, от количества сопел в сопловом блоке, их расположения, конструктивного оформления и других факторов.

Все существующие в настоящее время достаточно строгие методы расчета газодинамических потерь относятся к расширяющимся частям симметричных сопел и базируются на результатах численного расчета поля скоростей и давле-

ний в сопле, а также параметров пограничного слоя вдоль его стенок. Что же касается сужающихся частей, то здесь имеются лишь отдельные результаты, полученные для сопел простейшей формы, при явно идеализированных условиях во входном сечении сопла, определяемых характером течения в предсопловом объеме.

Газодинамические потери (суммарные) ξ_Σ подразделяются на ряд составляющих потерь удельного импульса и могут быть представлены как

$$\xi_\Sigma = \sum_{i=1}^n \xi_i, \quad (6.50)$$

где ξ_i — потери удельного импульса вследствие i -го фактора. В частности, суммарные газодинамические потери состоят из следующих составляющих:

$$\xi_\Sigma = \xi_p + \xi_{тр} + \xi_{СУВТ} + \xi_{ут} + \xi_{мн}, \quad (6.51)$$

где ξ_p — потери на рассеяние, обусловленные непрямоугольностью поля скоростей в выходном сечении сопла; $\xi_{тр}$ — потери на трение; $\xi_{СУВТ}$ — потери, вызванные сложным характером течения двухфазных продуктов сгорания в двигателе с утопленным соплом; $\xi_{мн}$ — потери, обусловленные многосопельной конструкцией соплового блока.

В общем случае в соотношение (6.50) должны входить члены, учитывающие взаимные влияния потерь от n факторов друг на друга. Однако из-за малости каждого из этих видов потерь коэффициентами, учитывающими взаимные влияния, можно пренебречь.

Потери на рассеяние. Эти потери удельного импульса, связанные с непрямоугольностью поля скоростей в выходном сечении сопла, относятся к одному из основных видов газодинамических потерь. Они могут достигать нескольких процентов.

Для сопел с конической расширяющейся частью ξ_p можно определить по следующей зависимости:

$$\xi_p = \sin^2(\alpha_1/2), \quad (6.52)$$

где α_1 — полуугол раскрытия сопла.

Сложнее найти потери на рассеяние для сопел с профилированной расширяющейся частью. Для такого типа сопел необходимо прежде всего определить поле скоростей в расширяющейся части сопла и рассчитать распределение параметров газового потока в его выходном сечении.

Для расчета потерь удельного импульса на рассеяние можно использовать следующую зависимость:

$$\xi_p = \frac{\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{n-1}} \left[0,5 \left(\lambda_a + \frac{1}{\lambda_a} \right) - 1 \right] - \bar{I}_p}{\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{n-1}} 0,5 \left(\lambda_a + \frac{1}{\lambda_a} \right)}, \quad (6.53)$$

где n — показатель изоэнтропы; λ_a — приведенная скорость в выходном сечении сопла, рассчитанная по одномерной модели; $\bar{I}_p = \int_1^{\bar{r}_a} \frac{p}{p_{0c}} \bar{r} d\bar{r}$ — безразмерный

интеграл сил давления, действующих на расширяющуюся часть сопла и спроектированных на ось x ; $\bar{r} = r/r_{кр}$ — относительный радиус.

Численное значение этого интеграла может быть получено при расчете поля скоростей в сопле. Зависимость (6.53) может быть использована для определения потерь удельного импульса для сопла с плоской поверхностью перехода через скорость звука в критическом сечении и для процесса расширения, характеризваемого средним показателем изэнтропии расширения n . Потери удельного импульса на рассеяние можно также определить по зависимости

$$\xi_p = 0,5 \left(1 - \cos \frac{\alpha_1 + \alpha'_1}{2} \right), \quad (6.54)$$

где α_1 — полуугол раскрытия сопла в выходном сечении; α'_1 — полуугол раскрытия сопла в начале раструба.

Для семейства укороченных сопел с угловой точкой (неукороченное сопло — сопло с равномерным и параллельным потоком в выходной части) (рис. 6.5) И. И. Поляковым при известных значениях n , \bar{r}_a и степени укорочения сопла \bar{l} предложена следующая зависимость для определения потерь на рассеяние:

$$\xi_p = \frac{A_p \{ \exp[n_1(1 - \bar{r}_a/\bar{r}_0)] - 1 \}}{e^{n_1-1}}, \quad (6.55)$$

где $A_p = 1,52 \{ \exp[-0(n-1)] + 0,1 \}$;

$$n_1 = 1,45\bar{r}_0^{-0,25} - 0,005\bar{r}_0;$$

$$\bar{r}_0 = 1 + (\bar{r}_a - 1)/\bar{l};$$

$$\bar{l} = (\bar{r}_a - 1)/(\bar{r}_0 - 1).$$

Соотношение (6.55) может быть использовано с точностью 10% от величины ξ_p в диапазоне измерения $n = 1,1 \dots 1,25$; $\bar{l} = 0,4 \dots 1,0$; $\epsilon = p_{0c}/p_a = 2 \dots 10\,000$.

Рассмотренные зависимости для определения потерь удельного импульса на рассеяние справедливы для сопел с укороченным расширяющимся участком, вызывающим неравномерность поля давлений и скоростей.

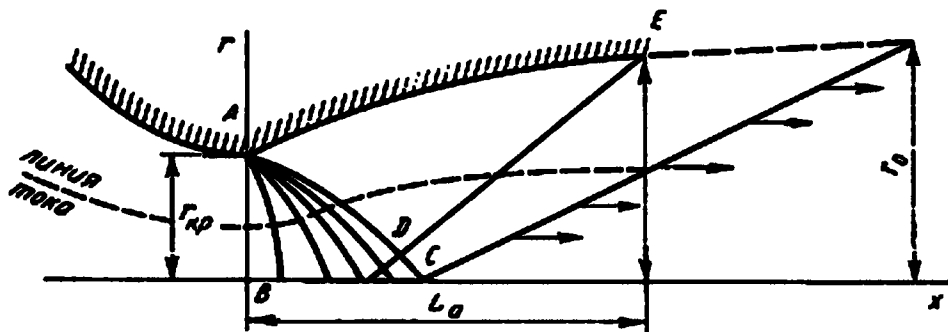


Рис. 6.5
Геометрические характеристики оптимального сопла

К потерям на рассеяние относятся также потери, обусловленные неравномерностью поля скоростей в критическом сечении сопла (отличием формы границы перехода от до- к сверхзвуковой области течения в реальном сопле от принятой в расчете).

Неравномерность поля скоростей в критическом сечении вызывает дополнительную неравномерность потока (непрямоугольность профиля скоростей) в выходном сечении сопла. Эти потери при радиусах скругления критического сечения больше $0,5r_{кр}$ и $M_0 > 1,5$ не превышают $0,2\%$.

К потерям на рассеяние относятся также потери, связанные с отличием реального профиля как в сужающейся, так и в расширяющейся частях сопла от расчетного (теоретического). Эти отличия обусловлены, в основном, особенностями технологического процесса изготовления соплового блока, а также разгаром сопла в процессе работы двигателя.

Потери удельного импульса на рассеяние вследствие геометрических отклонений обусловлены искажением местных углов наклона (изменением контура) на расширяющемся участке сопла. Эти потери можно определить по приближенному соотношению

$$\xi_p = \frac{2n}{\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{n-1}}} \frac{1}{[0,455\bar{r}_a + 1,7]z(\lambda_a)} \int \frac{\bar{r}\pi(M)M^2}{\sqrt{M^2-1}} \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{\operatorname{tg} \theta}{4} \frac{nM^4 + (M^2-2)^2}{(M^2-1)^{3/2}} \right\} (\delta\theta)^2 dx, \quad (6.56) \\ \pi(M) = \left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right)^{n/(n-1)},$$

где M — число Маха на расчетном контуре; $\delta\theta$ — разница в углах наклона к оси Ox искаженного и расчетного контуров сопла при одинаковых x .

Локальные деформации исходного контура приводят к дополнительным потерям $\xi_p > 0,2\%$. Дополнительные потери от скругления угловой точки можно определить по приближенному соотношению

$$\xi_p = 0,002\bar{R}_{скр}, \quad (6.57)$$

где $\bar{R}_{скр} = (R_{скр}/r_{кр}) < 1$.

В общем случае потери удельного импульса на рассеяние можно представить как сумму основной составляющей потерь (соотношение (6.55)) и составляющих потерь ξ_p , определяемых по выражениям (6.56) и (6.57).

Эти зависимости могут быть использованы и при определении потерь удельного импульса на рассеяние для двухфазных продуктов сгорания. Вместе с тем, результаты исследований неравновесных двухфазных течений продуктов сгорания указывают на то, что наличие в потоке конденсированных частиц приводит к увеличению неоднородности поля скоростей и давлений в выходном сечении сопла. На рисунках 6.6 и 6.7 приведены расчетные зависимости потерь на рассеяние для профилированного и конического сопел от $\bar{x} = x/r_{кр}$ для двухфазного потока при массовой доле частиц в потоке 40% (кривая 1) и «чистого»

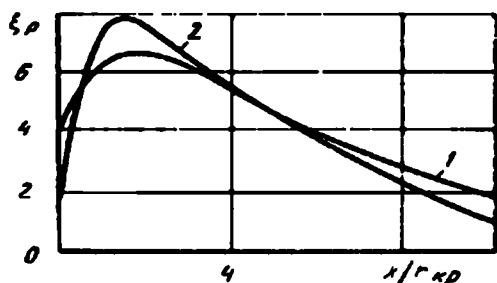


Рис. 6.6

Расчетная зависимость потерь на рассеяние ξ_p в профилированном сопле от x/r_{kp} при массовой доле частиц в потоке 40%:

1 — двухфазный поток; 2 — чистый газ.

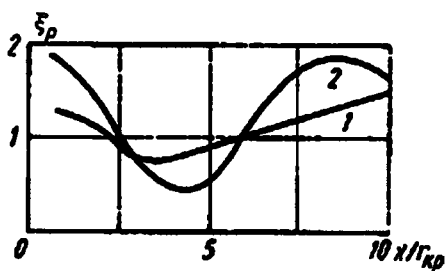


Рис. 6.7

Расчетная зависимость потерь на рассеяние в коническом сопле от x/r_{kp} при массовой доле частиц в потоке 40%:

1 — двухфазный поток; 2 — чистый газ.

газа (кривая 2). Как следует из этого графика, для двухфазного потока потери на рассеяние больше, чем для однофазного. Кроме того, при течении двухфазного рабочего вещества может иметь место неравномерный разгар сопла, что приводит к дополнительным газодинамическим потерям удельного импульса на рассеяние.

Потери на трение. Этот вид потерь учитывает одно из свойств реального газа — наличие трения. Для определения потерь на трение необходимо рассчитать пограничный слой вдоль внутренней поверхности сопел. При этом параметры на внешней границе пограничного слоя берутся на основании результатов расчета идеального газа. Потери удельного импульса на трение (в случае трения в сопле вязкого теплопроводного газа) зависят от габаритных размеров сопла, показателя n , числа M , фактора теплообмена T_n и числа Re_{n0} .

В сопле в зависимости от числа Рейнольдса в пограничном слое возможен ламинарный, турбулентный и переходный режимы течения. При этом для малогабаритных двигателей в пограничном слое сопла возможен ламинарный режим течения, для сопел крупногабаритных РДТТ — турбулентный.

В случае использования воздуха в качестве рабочего вещества при ($M_a = 2,5 \dots 3,0$; $\bar{T}_n = 0,9$) установлено, что при $Re_{n0} = 1 \cdot 10^7$ пограничный слой является ламинарным; при числах $Re_{n0} = 10^7 \dots 3 \cdot 10^7$ — турбулентным, а при изменении числа $Re_{n0} = 10^7 \dots 3 \cdot 10^7$ течение в пограничном слое имеет перемежающийся (переходный) характер.

Определение потерь удельного импульса на трение рассмотрим как для турбулентного, так и для ламинарного режимов течения газа в соплах.

Расчет потерь на трение в случае перемежающегося режима течения в пограничном слое можно проводить по соотношению (6.60) для турбулентного пограничного слоя.

В общем случае для ламинарного течения в пограничном слое потери удельного импульса на трение $\xi_{тр}$ можно определить по соотношению

$$\xi_{тр} = \frac{2}{1 + \frac{1}{nM_a^2}} \left[\frac{1}{\pi(M_n)} \right]^{\frac{n+1}{2n}} \frac{\bar{t}_c^{0,5} \left(\frac{2}{n-1} \right)^{\frac{1}{4}}}{\bar{r}_a} \frac{1}{\sqrt{Re_{n0}} \bar{T}_n} \bar{v}_\tau z(f, \bar{T}_n), \quad (6.58)$$

где

$$\bar{v}_\tau^2 = \frac{A}{r_a^{-2} M_\Pi^B} \int_0^{\bar{s}} M^{B-1} [\pi(M)]^{\frac{3n-1}{2n}} \bar{r}^2 d\bar{l}_c;$$

$$f = - \frac{A \left[\frac{1}{\pi(M_\Pi)} \right]^{\frac{n-3}{2n}} \frac{d}{d\bar{l}_c} [\pi(M)]^{\bar{s}}}{n r_a^2 M_\Pi^{B+1}} \int_0^{\bar{s}} M^{B-1} [\pi(M)]^{\frac{3n-1}{2n}} \bar{r}^2 d\bar{l}_c,$$

где \bar{v}_τ — потери энергии, отнесенные к r_a ; $z(f, \bar{T}_\Pi)$ — функция, характеризующая профили скоростей и температуры в пограничном слое; $\pi(M_\Pi)$ — газодинамическая функция; M_a, M_Π — числа Маха в выходном сечении сопла и у стенки сопла; $\bar{l}_c = l_c / r_{кр}$ — относительная длина образующей контура сопла; l_c — длина образующей контура сопла; $\frac{d}{d\bar{l}_c} [\pi(M)]$ — производная от $\pi(M)$ по длине дуги образующей контура в данной точке.

Число Рейнольдса Re_{Π_0} и фактор теплообмена \bar{T}_Π можно представить в таком виде:

$$Re_{\Pi_0} = \frac{v_{\max} \rho_{0c} L_c}{\mu}; \quad \bar{T}_\Pi = T_\Pi / T_0, \quad (6.59)$$

где v_{\max} — скорость истечения продуктов сгорания в пустоту; L_c — полная длина сопла; ρ_{0c} — плотность торможения газа перед входом в сопло; μ — коэффициент динамической вязкости газа при температуре T ; T_Π — температура внутренней поверхности стенки сопла.

Т а б л и ц а 6.1

Значение коэффициентов A и B

T_Π	A	B
0	0,465	1,89
0,2	0,500	1,85
0,6	0,508	1,70

Установлено, что при отсутствии теплообмена в сопле $\bar{T}_\Pi = 0,9$; при наличии теплообмена $\bar{T}_\Pi < 0,9$. Численные значения коэффициентов A и B приведены в таблице 6.1.

Из соотношения (6.58) следует, что потери удельного импульса на трение в случае ламинарного режима течения в пограничном слое увеличиваются с уменьшением фактора теплообмена \bar{T}_Π , относительного радиуса в выходном сечении сопла \bar{r}_a и числа Рейнольдса Re . Естественно, что с увеличением длины сопла потери $\xi_{\tau \Pi}^{\Pi}$ также увеличиваются.

В случае турбулентного режима течения потери удельного импульса могут быть определены как для сужающейся, так и для расширяющейся частей сопла из соотношения

$$\xi_{\tau \Pi} = \frac{2}{1 + \frac{1}{n M_a^2}} \frac{\left(\frac{2}{n-1} \right)^{0,1}}{Re^{0,5}} \left(\frac{0,015}{\bar{T}_\Pi^{0,5}} \right)^{\frac{4}{5}} \frac{\left(1 + \frac{n-1}{2} M_\Pi^2 \right)^{\frac{n+1}{2(n-1)}}}{M_\Pi^{v+1}} \frac{\bar{l}_c^{0,2}}{\bar{r}_a^2} \times$$

$$\times \left[\int_0^{\bar{l}_c} \frac{r^{-5/4} M^{1 + (-\frac{5}{4}\gamma)} d\bar{l}_c}{\left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1,36n-0,36}{n-1}}} \right]^{4/5}, \quad (6.60)$$

где $\gamma = \frac{18}{7}, \bar{T}_\Pi - \frac{2}{7}$.

Потери удельного импульса на трение зависят (при $Re_{п0} = \text{const}$) от радиуса выходного сечения r_a , длины сопла, показателя n , фактора теплообмена $\bar{T}_п$ и распределения числа M вдоль образующей сопла.

Потери $\xi_{тр}$ при турбулентном режиме течения при числах $Re_{п0} = 10^8$ для семейства сопел с угловой точкой можно также определить по формуле

$$\xi_{тр} = 8 \cdot 10^3 \left(\frac{2,62}{n^2 \bar{T}_п^{1/3}} - 1 \right) \sqrt{\bar{r}_a - 1} \bar{l}^{0,1} [0,3 + 0,035 e^{3\bar{l}^3}]. \quad (6.61)$$

В диапазонах изменения $n = 1,1 \dots 1,25$; $\bar{l} = 0,4 \dots 1$; $\epsilon = 20 \dots 1000$ и $\bar{T}_п = 0,1 \dots 0,9$ точность определения потерь по соотношению (6.61) составляет примерно $5 \dots 10\%$ от $\xi_{тр}$.

Приведенные зависимости для расчета потерь удельного импульса на трение получены для однофазного потока и могут быть с определенной точностью использованы для определения потерь при движении в сопле двухфазных продуктов сгорания. Наличие в газовом потоке конденсированных частиц не должно внести существенных погрешностей в определение газодинамических потерь удельного импульса на трение. Однако при вычислении газодинамических потерь на трение необходимо учитывать важное обстоятельство — параметры газа по основным характеристикам должны соответствовать параметрам газовой фазы двумерного неравномерного двухфазного потока в пристеночной области.

При течении двухфазного рабочего вещества может иметь место разгар стенок сопла, что приводит к увеличению шероховатости обтекаемой поверхности и, следовательно, к увеличению газодинамических потерь на трение. Так, увеличение относительной шероховатости стенок сопла на $0,002$ приводит к увеличению потерь удельного импульса на трение на $0,4 \dots 0,6\%$. В ряде случаев вследствие разгара стенок значение относительной шероховатости может достигнуть $0,004$, тогда величина потерь на трение может увеличиваться в 2 раза и составит около 2% .

Потери, обусловленные наличием системы управления вектором тяги. В качестве СУВТ для РДТТ нашли применение газодинамические рули, дефлекторы, или кольцевые рули, качающиеся управляющие сопла (КУС), разрезные управляющие сопла (РУС) с разрывом расширяющейся части сопла, вдвиг рабочего вещества из камеры сгорания основного двигателя или специального газогенератора или впрыск жидкости в расширяющуюся часть сопла.

Наряду с требованиями обеспечения минимальной массы конструкции СУВТ, минимальной мощности привода, линейного характера зависимости управляющей силы от угла поворота, высокой надежности и быстродействия, одним из основных требований к СУВТ является создание управляющих усилий с минимальными потерями удельного импульса тяги. Поэтому при выборе того или иного варианта СУВТ необходимо проводить анализ потерь удельного импульса. Энергетические потери СУВТ подразделяются на:

- 1) потери, возникающие при нейтральном положении органов управления, когда управляющее усилие $P_y = 0$;
- 2) потери, возникающие при функционировании СУВТ, когда $P_y \neq 0$.

Первый вид потерь удельного импульса (так называемые «нулевые» потери) обусловлен: искажением расширяющейся части сопла в случае использова-

ния РУС; перетеканием рабочего вещества через гарантированный зазор между головкой клапана (заслонкой) и седлом (отверстием вдува) в случае использования в качестве СУВТ вдува газа в расширяющуюся часть сопла; наличием сил аэродинамического сопротивления различных СУВТ (газовые рули и др.), находящихся в газовом потоке сопла. Определить количественно «нулевые» потери удельного импульса для различных СУВТ довольно сложно даже экспериментально. Последнее обусловлено, главным образом, малостью величины «нулевых» энергетических потерь и их небольшим отличием для различных СУВТ.

В этой связи оценить потери удельного импульса для различных СУВТ можно лишь приближенно. С точки зрения минимизации потерь удельного импульса при СУВТ, находящейся в нейтральном положении, лучшим органом управления является КУС без разрыва контура в суживающейся части сопла. «Нулевые» потери удельного импульса для такого типа КУС равны нулю ($\xi_{\text{СУВТ}} = 0$), для РУС они могут составлять, в зависимости от расположения сечения разрыва контура расширяющегося участка сопла, 0,2...0,5%.

«Нулевые» потери удельного импульса для СУВТ, основанной на вдуве газа в расширяющуюся часть сопла, существенно зависят от свойств вдуваемого рабочего вещества, и главным образом от процентного содержания в продуктах сгорания конденсированных частиц, и могут в зависимости от этого изменяться в диапазоне 0,3...1%. Нижний предел энергетических потерь соответствует случаю, когда в качестве вдуваемого рабочего вещества используются однофазные продукты сгорания, верхний — когда используются двухфазные продукты сгорания с относительно большим содержанием конденсированных частиц (порядка 20%).

Увеличение потерь удельного импульса с увеличением содержания во вдуваемом рабочем веществе конденсированных частиц обусловлено необходимостью увеличения гарантированного зазора между головкой клапана (заслонкой) и площадью проходного сечения и, следовательно, увеличением утечки рабочего вещества. Указанный гарантированный зазор предусматривается для предотвращения прилипания (в процессе функционирования) головки клапана к седлу в момент закрытия из-за налипания на их контактные поверхности конденсированных частиц.

В процессе функционирования СУВТ появляются дополнительные потери удельного импульса, при этом для различных типов СУВТ эти потери будут также различны.

Общей закономерностью изменения потерь удельного импульса для всех типов СУВТ в процессе функционирования является рост энергетических потерь с увеличением бокового управляющего усилия.

Эти потери могут быть достаточно просто и с высокой точностью определены для КУС или РУС из геометрических соображений. Так, при отклонении оси сопла РДТТ с тягой P относительно оси двигателя на угол α возникает боковая управляющая сила $P_y = P \sin \alpha$, что приводит к уменьшению осевой тяги на величину $P(1 - \cos \alpha)$. Таким образом, потери удельного импульса для СУВТ к КУС или РУС могут быть определены по соотношению

$$\xi_{\text{СУВТ}} = 1 - \cos \alpha. \quad (6.62)$$

Сложнее определить потери удельного импульса для СУВТ, в которых используются газодинамические рули (или дефлекторы), а также для СУВТ, основанных на вдуве газа или впрыске жидкости в расширяющуюся часть сопла. Последнее обстоятельство обусловлено необратимыми процессами взаимодействия основного потока со сферическим дефлектором или основного потока с дополнительным потоком, вызванным вдувом газа или впрыском жидкости в закритическую часть сопла.

Потери удельного импульса для СУВТ со сферическим дефлектором можно определить, пользуясь соотношением

$$\xi_{\text{СУВТ}}^{\text{д}} = P_{\text{y}} / (K G_{\text{кр}}), \quad (6.63)$$

где $K = 1,8 \dots 2,5$ — коэффициент газодинамического качества сферического дефлектора; $G_{\text{кр}}$ — массовый расход рабочего вещества через сопло.

Потери удельного импульса при впрыске жидкости в закритическую часть сопла можно определить по соотношению

$$\xi_{\text{СУВТ}}^{\text{впр}} = 1 - \frac{G_{\text{кр}} P_{\text{впр}}}{(G_{\text{кр}} + G_{\text{впр}}) P}, \quad (6.64)$$

где $P_{\text{впр}}$ — осевая тяга двигателя при впрыске жидкости; $G_{\text{впр}}$ — массовый расход жидкости через клапаны впрыска.

Соотношение для определения потерь удельного импульса при вдуве рабочего вещества в расширяющуюся часть сопла можно записать как

$$\xi_{\text{СУВТ}}^{\text{вд}} = 1 - \frac{G_{\text{кр}} P_{\text{вд}}}{(G_{\text{кр}} + G_{\text{вд}}) P}, \quad (6.65)$$

где $P_{\text{вд}}$ — осевая тяга двигателя при вдуве рабочего вещества; $G_{\text{вд}}$ — массовый расход рабочего вещества через клапаны вдува.

В соотношениях (6.64) и (6.65) осевые значения тяги при впрыске жидкости $P_{\text{впр}}$ и вдуве рабочего вещества (газа) $P_{\text{вд}}$ в связи со сложностью процесса газодинамического взаимодействия дополнительного (жидкости или газа) и основного потоков могут быть достоверно определены лишь в результате экспериментов (модельных или натурных).

Потери в РДТТ с утопленным соплом. В ряде случаев при проектировании РДТТ накладываются жесткие ограничения на длину двигателей. Как известно, при фиксированной величине степени расширения односопловые конструкции по сравнению с многосопловыми имеют меньшие потери удельного импульса, но большую длину. Одним из путей уменьшения длины односопловых РДТТ является применение утопленных в камеру сгорания сопел. Такое конструктивное решение позволяет в определенной мере сочетать преимущества многосопловых и односопловых блоков. При выборе оптимальной степени утопленности в камеру сгорания в каждом конкретном случае учитываются такие факторы, как изменение газодинамических потерь удельного импульса, массы заряда ТТ, массы соплового блока и теплозащитных покрытий камеры сгорания.

Но, как показывают исследования, утопление сопла в камеру сгорания приводит к дополнительным потерям удельного импульса, что обусловлено услож-

нением процессов течения рабочего вещества в камере сгорания и сопле. В частности, наличие заряда ТТ над внешней поверхностью утолщенной части сопла приводит к увеличению скорости продуктов сгорания и повышенному (в силу эрозионного и теплового воздействия) уносу теплозащитных и эрозионностойких материалов. Одновременно с этим (как следствие) во входной утолщенной части соплового блока в результате взаимодействия двух потоков — основного, вытекающего из канала заряда ТТ, и дополнительного, вытекающего из кольцевого зазора, — между внешней поверхностью утолщенной части сопла и горячей поверхностью заряда устанавливается сложная картина течения. Это обстоятельство приводит, с одной стороны, к потерям полного давления, с другой — к усилению неравномерности распределения параметров газовой и конденсированной фаз в сужающейся и расширяющейся частях сопла и, как следствие, к дополнительным газодинамическим и двухфазным потерям удельного импульса. Как следует из рисунка 6.8, ξ_{yt} растет при увеличении степени утолщенности сопла $\bar{l}_{yt} = l_{yt} / r_{кр} = 0 \dots 4$.

При дальнейшем увеличении l_{yt} потери удельного импульса практически не изменяются, при фиксированной степени утолщенности они увеличиваются с ростом содержания алюминия в заряде ТТ. Коэффициент ξ_{yt} будет изменяться в зависимости от габаритных размеров сопла и двигателя, в частности, с увеличением габаритных размеров двигателя потери удельного импульса будут уменьшаться, и наоборот.

Уровень потерь удельного импульса, обусловленных утолщением сопла для крупногабаритных РДТТ с критическим диаметром сопла $d_{кр} = 250 \dots 400$ мм, $\bar{l}_{yt} \geq 4,0$ и твердым топливом, содержащем 15...20% Al, приближенно оценивается в 0,5...0,8%.

Потери в РДТТ с четырехсопловым блоком. Этот вид потерь связан со сложным характером течения двухфазных продуктов сгорания. Наличие внезапных поворотов двухфазного потока в предсопловом объеме многосопельного блока и возникновение в нем вихревых зон приводят к дополнительной по сравнению с односопельным блоком диссипации энергии потока и к увеличению неравномерности газодинамических параметров (асимметрии потока) в сужающейся части сопла.

Результаты исследований турбулентных течений газа в осесимметричных каналах указывают на то, что в поперечном сечении сопла имеет место существенная неравномерность турбулентных пульсаций газового потока. Интенсивность турбулентности в периферийной области в несколько раз превышает интенсивность пульсаций в области, расположенной ближе к оси сопла. Вследствие этого коэффициенты турбулентной диффузии для указанных областей отличаются на порядок. Последнее обстоятельство может обуславливать интенсивный перенос конденсированных частиц к поверхности стенки в области

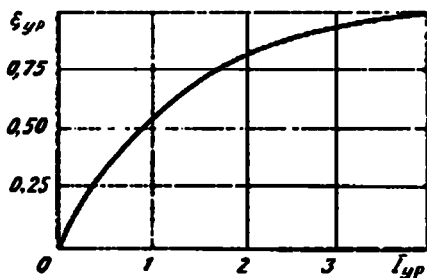


Рис. 6.8
Зависимость коэффициента потерь удельного импульса ξ_{yt} от степени утолщенности сопла \bar{l}_{yt}

горловины, что, в свою очередь, может быть причиной инерционного выноса конденсата на поверхность периферийной части сопла и дополнительных потерь удельного импульса. Однако данный вопрос изучен еще недостаточно для того, чтобы можно было теоретически оценивать величину этих потерь. Этот вид потерь можно достоверно определить с помощью специальных экспериментов. Потери удельного импульса, обусловленные наличием в РДТТ много-соплового блока, могут составлять 0,5...1%.

Двухфазные потери. Этот вид потерь имеет место лишь в тех случаях, когда в продуктах сгорания содержатся конденсированные частицы (жидкие или твердые). Обычно это окислы металлов, содержащихся в ряде твердых ракетных топлив.

Двухфазные потери удельного импульса вызываются отставанием конденсированных частиц от несущего их потока газа и температурной неравномерности между газом и конденсированными частицами.

Известные в настоящее время методы расчета двухфазных потерь сводятся к следующему. Для заданного сопла, характеризуемого известной зависимостью площади проходного сечения сопла от его продольной координаты, решается система уравнений, описывающая в той или иной форме движение двухфазной смеси.

Полученные результаты расчета позволяют вычислить импульс потока в заданном сечении сопла и массовый расход двухфазной смеси через это сечение, а следовательно, и удельный импульс с учетом тепловой и динамической неравносности двухфазного потока. Сравнение этих результатов с величиной удельного импульса, вычисленной в предположении тепловой и динамической равновесности, позволяет найти величину двухфазных потерь удельного импульса.

Для определения двухфазных потерь $\xi_{\text{дф}}$ необходимо рассмотреть неравновесное течение двухфазного потока в осесимметричном сопле. На основе теории движения двухфазных сред можно описать расширение гетерогенного рабочего тела в сопловом аппарате. Однако существующие вычислительные методы в большинстве случаев позволяют решить задачу в одномерном приближении.

Двумерное неравновесное течение рассчитывается только в расширяющейся области сопла. Влияние запаздывания частиц конденсата по скорости и температуре относительно газа при до- и трансзвуковых течениях или вообще не учитывается, или учитывается приближенно. Вместе с тем имеющиеся результаты расчета двумерного течения позволяют оценить погрешность, возникшую при введении допущения об одномерности потока в сопле. Сопоставление расчетных данных показывает, что при вычислении, проведенном на основе одномерной теории, величина двухфазных потерь в РДТТ занижается не более чем на 0,3%, что составляет 5...7% от величины самих потерь, т. е. в данном случае обеспечивается достаточная точность определения влияния запаздывания частиц конденсата в сопле на величину удельного импульса РДТТ.

В реальных условиях ускорение частиц конденсата происходит под действием аэродинамических сил, возникающих при запаздывании частиц по скорости. Охлаждение частиц при теплообмене возможно в том случае, если температуры фаз отличаются между собой.

Указанные процессы являются неравновесными, что приводит к уменьшению количества движения в выходном сечении сопла и потерям удельного импульса. Как показывают исследования, степень запаздывания сильно зависит от размеров частиц и может достигать больших значений. Так, если максимальное скоростное запаздывание частицы диаметром $d_4 = 1$ мкм равно 50 м/с, то у частиц с $d_4 = 20$ мкм оно достигает 600...700 м/с. Температурное запаздывание у крупных частиц ($d_4 = 20$ мкм) может составлять 500...600 К.

Результаты расчета показывают, что при увеличении диаметра частиц и уменьшении площади критического сечения сопла коэффициент потерь удельного импульса $\xi_{дф}$ возрастает. Зависимость от $\xi_{дф}$ объясняется тем, что скоростное запаздывание частиц конденсата в соплах меньших размеров увеличивается вследствие большего ускорения газового потока в них. В крупногабаритных соплах при размерах частиц до 2 мкм двухфазные потери практически отсутствуют, в то время как при больших размерах частиц они могут быть существенными (рис. 6.9).

В общем случае конденсированная фаза представляет собой полидисперсную систему; при этом размеры частиц окиси алюминия могут достигать нескольких десятков микрометров. Согласно расчетам неравновесного двухфазного течения в сопле частицы разных размеров в различной степени увлекаются газовым потоком. Возникающее при этом относительное движение частиц может привести к соударению и слиянию (коагуляции) их в более крупные частицы.

Метод определения потерь удельного импульса неравновесного двухфазного течения с учетом процесса коагуляции частиц в сопле описан в работе [2].

При расчете предполагалось, что:

- течение является адиабатным, одномерным и стационарным;
- при расширении потока массовая доля, состав и теплоемкости конденсата и газа постоянны;
- частицы имеют сферическую форму;
- давление, обусловленное броуновским движением частиц, пренебрежимо мало;
- температура частиц конденсата во всем объеме одинакова;
- объем конденсата пренебрежимо мал;
- теплообмен между частицами и газом осуществляется только путем конвекции;
- вязкость газа проявляется лишь при взаимодействии его с частицами конденсата.

Результаты расчетов, проведенных по этому методу, показали, что рост капель в сопле больших габаритных размеров может сильно влиять на изменение двухфазных потерь удельного импульса. Наиболее сильное влияние на

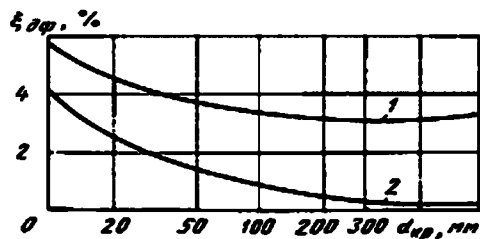


Рис. 6.9

Изменение двухфазных потерь удельного импульса $\xi_{дф}$ в зависимости от диаметра минимального сечения сопла:

1 — расчетные данные с коагуляцией; 2 — без коагуляции.

эти потери оказывает размер конденсированных частиц в камере сгорания. Коэффициент $\xi_{\text{дф}}$ пропорционален начальному диаметру конденсированных частиц примерно в степени 1,5...2. При размерах частиц меньше 1 мкм динамическая и тепловая неравновесности практически отсутствуют.

Двухфазные потери прямо пропорциональны массовой доле конденсированных частиц в продуктах сгорания. Увеличение габаритных размеров сопла ведет к заметному снижению двухфазных потерь, так как при этом пропорционально снижается градиент скорости газового потока по длине сопла.

Для РДТТ с диаметром критического сечения сопла порядка 100...200 мкм двухфазные потери удельного импульса могут быть равны 2...4% при средних размерах частиц в камере двигателя 2...4 мкм.

При проведении оценочных расчетов двухфазных потерь, а также при математическом моделировании проектных характеристик двигателя, например, на стадии технических предложений необходимо иметь упрощенные аналитические соотношения. Поэтому представляет интерес построение обобщенных зависимостей, с помощью которых можно было бы без больших затрат времени, оперативно и с достаточной точностью определять двухфазные потери удельного импульса в РДТТ. Для построения таких зависимостей были проведены расчеты неравновесного двухфазного течения при наличии монодисперсного конденсата и отсутствии частиц в сопле.

Исходными данными при вычислениях были: геометрические характеристики сопла, параметры процесса расширения и свойства продуктов сгорания. Для широкого круга смесевых твердых топлив установлено, что величина двухфазных потерь является функцией Z , $d_{\text{кр}}$, d_4 , $p_{0\text{с}}$ и геометрии сопла. Две характеристики d_4 и $d_{\text{кр}}$ могут быть объединены в одну: $\delta = d_4^{1,5} / d_{\text{кр}}$. В соответствии с данными работы [2] потери удельного импульса можно представить в виде следующей аппроксимирующей зависимости:

$$\xi_{\text{дв}} = 10Z\xi_4^{(0)} K_{\beta} K_{R_{\text{скр}}} K_{\theta} K_4, \quad (6.66)$$

где K_{β} , $K_{R_{\text{скр}}}$, K_{θ} , K_4 — коэффициенты, учитывающие влияние на двухфазные потери расходного комплекса, радиуса скругления сужающейся и расширяющейся частей сопла, полуугла раствора расширяющейся части сопла и степени расширения $\bar{d}_a = 2\bar{r}_a$.

Таким образом, с учетом рассмотренных зависимостей можно найти двухфазные потери удельного импульса в РДТТ на алюминизированных топливах.

Запаздывание частиц конденсата связано с увеличением давления p и расхода продуктов сгорания через сопло $G_{\text{кр}}$ по сравнению с равновесным течением. Увеличение расхода сказывается на значении расходного комплекса β . Уменьшение β может быть определено по формуле

$$\Delta\beta = 10Z\xi_4^{(0)} K_{\beta} K_{R_{\text{скр}}} K_{\theta}, \quad (6.67)$$

где значения $\xi_4^{(0)}$, K_{β} , $K_{R_{\text{скр}}}$ находятся так же, как и при вычислении $\xi_{\text{дв}}$.

На основе опытных данных и результатов расчета выявлено влияние различных факторов на величину потерь удельного импульса при постоянном размере частиц в сопле. Как уже отмечалось, потери прямо пропорциональны массовой доле конденсата и возрастают с увеличением параметра δ , т. е. уменьша-

ются при увеличении диаметра критического сечения сопла и возрастают при увеличении размеров частиц конденсата. Повышение давления приводит к снижению двухфазных потерь. Удлинение горловины сопла и уменьшение угла раствора его расширяющейся части снижают $\xi_{\text{дф}}$. С увеличением степени расширения сопла потери, как правило, снижаются, но при малых давлениях в камере сгорания они могут возрасти. Это связано со значительным уменьшением коэффициента сопротивления частиц конденсата под влиянием разреженности газа.

Следует иметь в виду, что выявленные зависимости справедливы только в том случае, если размеры сопла в процессе работы остаются неизменными.

При определении влияния параметров двигателя и топлива на $\xi_{\text{дв}}$ надо учитывать процесс коагуляции частиц. При этом можно прийти к выводам, противоположным приведенным, так как рост частиц существенно зависит от параметров двигателя и состава топлива.

Полученные обобщенные зависимости могут быть использованы для определения $\xi_{\text{дф}}$ в том случае, если известен эффективный средний размер частиц. Под этим размером подразумевается значение диаметра монодисперсного конденсата, используемое в расчете неравновесного течения.

В результате расчетов, проведенных для широкого диапазона изменений основных параметров при различных размерах частиц полидисперсного конденсата, выявлено, что среднемассовый диаметр частиц

$$d_4 = \sum_{i=1}^n g_i d_i \quad (6.68)$$

и может быть использован для расчета потерь. При этом суммарная массовая доля частицы конденсата (состоящая из i сортов частиц различных размеров) $\sum g_i = 1$.

Из экспериментальных данных следует, что в продуктах сгорания содержатся частицы, имеющие размеры от долей до десятков микрометров. В процессе горения смесевых ТТ, содержащих алюминий и бериллий, в камере сгорания диаметр частиц изменяется в диапазоне 1...4 мкм, а за срезом выходного сечения сопла — 10...16 мкм.

Потери на отсутствие кристаллизации конденсированных частиц. При расчете термодинамического (идеального) удельного импульса предполагается, что в определенном сечении сопла фазовый переход жидких конденсированных частиц в твердое состояние (кристаллизация), сопровождающийся соответствующим тепловыделением, протекает равновесно. В действительности условие равновесия может не соблюдаться. Если в камере сгорания двигателя температура выше точки плавления окисла, а при расширении продуктов сгорания в сопле достигается температура плавления конденсированных частиц, то согласно принятым допущениям с начала и до конца кристаллизации процесс предполагается изотермическим. Наличие этого изотермического участка не позволяет характеризовать процесс расширения в сопле при температурах ниже точки плавления конденсата средним показателем изоэнтропы, определяемым из условного описания процесса уравнением

$$pv^n = \text{const}. \quad (6.69)$$

При выводе расчетных соотношений воспользуемся газодинамическими выражениями для равновесного течения двухфазного потока с кристаллизацией конденсированных частиц. Как и в обычной одномерной газовой динамике, течение газа с точки зрения химического состава будем считать «замороженным», а в отношении конденсированной фазы, как и в термодинамическом расчете, будем считать процесс термодинамически равновесным. С учетом принятых допущений запишем уравнение первого закона термодинамики для двухфазного потока при наличии теплоотвода, под которым будем подразумевать поглощение теплоты фазового превращения кристаллизующихся в процессе расширения смеси жидких частиц:

$$dq = di + d\omega^2/2.$$

После интегрирования в пределах границ изотермической области эти уравнения запишутся в виде

$$\Delta q_\phi = 0,5(\omega_{\phi 2}^2 - \omega_{\phi 1}^2) = -RT_\phi \ln \frac{p_{\phi 2}}{p_{\phi 1}} = Zq_\phi, \quad (6.70)$$

где T_ϕ — температура фазового превращения (кристаллизации) конденсированных частиц; q_ϕ — теплота фазового превращения конденсированных частиц; Z — массовая доля конденсированных частиц; $p_{\phi 1}$ и $p_{\phi 2}$ — статические давления потока, соответствующие началу и концу кристаллизации конденсата; $\omega_{\phi 1}$ и $\omega_{\phi 2}$ — скорости движения продуктов сгорания, соответствующие началу и концу кристаллизации конденсата; q_ϕ — теплота, подведенная к единице массы смеси за счет кристаллизации; R — газовая постоянная смеси газа и частиц.

Для произвольного сечения потока на изотермическом участке

$$\Delta q_\phi = 0,5(\omega^2 - \omega_{\phi 1}^2) = -RT_\phi \ln(p/p_{\phi 1}). \quad (6.71)$$

Из (6.70) получим

$$p_{\phi 1}/p_{\phi 2} = \exp E_1, \quad (6.72)$$

где $E_1 = Zq_\phi/(RT_\phi)$.

Выражение для коэффициента потерь пустотного удельного импульса $\varphi_{y,п}$ при условии $\bar{p}_a = \bar{p}_{ac} = \text{const}$ записывается в виде

$$\varphi_{y,п} = \frac{I_{уд}^n}{(I_{уд}^n)_0} = \frac{v_a + F_a \bar{p}_a / G_{кр}}{v_{a0} + F_a \bar{p}_{a0} / G_{кр}}$$

или

$$\varphi_{y,п} = \xi_v - \frac{\xi_v - \xi_{\bar{F}_a}}{1 + nM_{a0}^2},$$

где M_{a0} — число Маха на выходе из сопла при равновесном течении; $\xi_{\bar{F}_a}$ — коэффициент уменьшения требуемой площади выходного сечения сопла; ξ_v — коэффициент потерь скорости.

Методы определения M_{a0} , $\xi_{\bar{F}_a}$, ξ_v приведены в работе [6].

На рисунке 6.10 представлены результаты расчетов коэффициента потерь пустотного удельного импульса при отсутствии кристаллизации для фиксированного отношения площадей ($\bar{F}_a = \bar{F}_{a0} = \text{const}$), полученные для гипотетического твердого топлива с 10% алюминия по предлагаемому методу.

Излом кривой на рисунке 6.10 связан с отсутствием в реальном процессе изотермического участка расширения потока между сечениями, определяющими начало и конец кристаллизации конденсированных частиц.

Наиболее точные результаты расчета потерь удельного импульса на отсутствие кристаллизации достигаются при расчете истечения продуктов сгорания из фиксированного сопла, т. е. при заданном значении \bar{F}_a , а не при расчете, проводимом до заданного давления в выходном сечении сопла.

Потери пустотного удельного импульса из-за отсутствия в сопле процесса кристаллизации окиси алюминия зависят от состава твердого топлива и степени расширения сопла \bar{F}_a . Потери на отсутствие кристаллизации увеличиваются при уменьшении температуры продуктов сгорания T_k , при увеличении степени расширения сопла F_a , температуры T_ϕ фазового превращения конденсата, а также с ростом массовой доли конденсата в смеси и показателя изоэнтропы расширения.

Предельные значения таких потерь для металлизированных топлив с 12...20% алюминия составляют: в двигателях первых ступеней ($\bar{F}_a \approx 9$) — 0,5...1,4%; в двигателях последующих ступеней ($\bar{F}_a \approx 25$) — 1,2...1,8%.

Потери, обусловленные химической неравновесностью расширения продуктов сгорания в сопле. В реальных условиях химические реакции при расширении продуктов сгорания в сопле могут быть химически неравновесными, что является причиной дополнительных потерь удельного импульса.

В основном потери удельного импульса из-за химической неравновесности связаны с недогоранием металлических частиц, содержащихся в ТТ, главным образом из-за недостаточности времени пребывания, низкого уровня давления и температуры продуктов сгорания в камере сгорания.

В ряде случаев в продуктах сгорания могут быть устойчивые химические соединения, которые не учитываются в математической модели термодинамического расчета. Последнее обстоятельство также отражается на полноте тепловыделения.

Согласно методам термодинамического расчета химически неравновесное расширение продуктов сгорания рассматривается как течение с замороженным в некоторой точке сопла составом продуктов сгорания. В этом случае рассчитывается равновесное расширение потока до сечения с диаметром $d_{зам}$ (например, до критического сечения) или до получения некоторой температуры замораживания $T_{зам}$. Полученный состав смеси считается постоянным, после чего решается уравнение для определения дальнейшего расширения продуктов сгорания.

При сопоставлении полученных характеристик p_a и \bar{r}_a с равновесными в выходном сечении сопла определяется величина потерь удельного импульса из-за химической неравновесности $\xi_{x,n}$. Максимальные значения $\xi_{x,n}$ могут быть

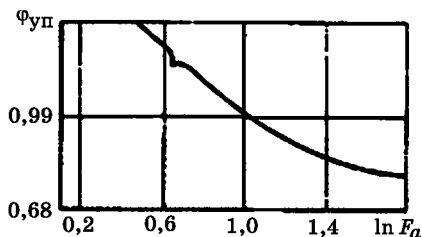


Рис. 6.10
Зависимость коэффициента потерь удельного импульса тяги в пустоте от логарифма относительной площади выходного сечения сопла

получены при расчете расширения замороженного в камере сгорания состава продуктов сгорания. Однако реальный процесс расширения гораздо ближе к равновесному, чем к замороженному. Расчет неравновесных течений показывает, что точка замораживания продуктов сгорания лежит ниже критического сечения сопла и что ее положение зависит от состава твердого топлива, давления в камере сгорания и формы сопла.

Для сравнительной оценки топлив целесообразно рассчитать потери удельного импульса при течении, замороженном в горловине сопла, где отмечаются наибольшие скорости изменения параметров.

Для более точного определения потерь удельного импульса из-за химической неравновесности необходимо учитывать кинетику химических реакций продуктов сгорания в сопле.

Расчеты неравновесного расширения продуктов сгорания для гипотетического ТТ при степенях расширения сопла 7,5 и 25 дают потери удельного импульса, соответственно составляющие 0,2 и 0,35%. Максимальные потери удельного импульса для этого топлива, определенные при расчете замороженного течения, равны соответственно 1,5 и 1,9%.

Это обстоятельство позволяет считать, что процесс расширения продуктов сгорания металлизированных смесевых твердых топлив близок к химически равновесному.

Потери, обусловленные выносом массы конденсата на внутреннюю поверхность стенки сопла. Конденсированные частицы в силу своей инерционности обладают свойством сепарироваться на внутренней поверхности сужающейся или расширяющейся частей сопла. Это явление подтверждается также результатами расчета траекторий частиц в осесимметричных соплах, в которых известны поля параметров продуктов сгорания, а именно: на поверхности сопла возможно при определенных условиях оседание конденсированных частиц. Вынос конденсата, возможный как в одной, так и в другой частях сопла, приводит к потерям кинетической энергии смеси, а следовательно, и к потерям удельного импульса, которые можно определить при расчете неравновесного течения двухфазных продуктов сгорания в осесимметричном сопле.

Как показывают расчеты неравновесного дозвукового потока в сопловом блоке, количество конденсата, оседающего на стенках сужающейся части сопла, зависит как от профиля и габаритных размеров сопла, так и от размеров частиц. Величина потерь удельного импульса из-за выноса конденсата в расширяющуюся часть сопла также сильно зависит от профиля и размеров сопла и от диаметра частиц конденсата. Потери удельного импульса из-за выноса конденсата на поверхность расширяющейся части сопла можно уменьшить путем оптимального выбора профиля внутренней поверхности сопла.

6.5. ПОТЕРИ, СВЯЗАННЫЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЗП И РАЗГАРОМ КРИТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ СОПЛА

Для защиты оголенных от заряда ТТ участков камеры сгорания и соплового блока от высокотемпературных продуктов сгорания используются теплозащитные покрытия, твердые охладители, активные теплозащитные покрытия и др. Продукты разложения (сгорания) этих материалов посту-

пают в пограничный слой с относительно низкой температурой, создавая завесу, предохраняющую стенки двигателя от воздействия высокотемпературных продуктов сгорания топлива. По мере движения вдоль стенки продукты разложения перемешиваются с продуктами сгорания твердого топлива, снижая тем самым температуру рабочего тела и несколько повышая его газовую постоянную. Суммарным результатом процесса смешивания является уменьшение удельного импульса РДТТ пропорционально $\xi_{\text{ТЗП}}$. Потери удельного импульса, связанные с использованием ТЗП, имеют порядок 0,5 на каждый процент продуктов ТЗП в составе рабочего тела двигателя.

В процессе работы РДТТ происходит разгар проточной части, особенно критического сечения соплового блока. Этот фактор является характерным как для крупногабаритных, так и для малогабаритных РДТТ. Разгар критического сечения сопла приводит к увеличению площади критического сечения и, как следствие, — к уменьшению степени расширения сопла \bar{F}_a .

Скорость разгара сопла для модельного двигателя можно определить по приближенному полуэмпирическому соотношению

$$u_{\text{разг}} = (u_{\text{разг}})_{\text{мод}} (p/p_{\text{мод}})^{0,8} (D_{\text{мод}}/D)^{0,2},$$

где $u_{\text{разг}}$, p , D — соответственно скорость разгара, давление в камере сгорания и характерный размер.

6.6. ПРИНЦИПЫ ПРОФИЛИРОВАНИЯ СОПЕЛ ИЗ УСЛОВИЯ МИНИМИЗАЦИИ ПОТЕРЬ

При построении профиля сопла стремятся к получению максимального значения удельного импульса тяги. Профиль сопла считается оптимальным, если он обеспечивает минимальные потери удельного импульса тяги по сравнению с его термодинамическим значением. При выборе профиля сопла для двухфазного потока необходимо исключить возможность бомбардировки поверхности его стенки конденсатом. Интенсивное выпадение конденсата на расширяющемся участке сопла происходит в соплах, профилированных в рамках модели равновесного течения. В этом случае, как правило, реализуется взаимодействие многофазного потока с поверхностью сопла, а осаждение конденсированных частиц на стенках приводит к снижению импульса потока и эрозионному разрушению материала расширяющейся части сопла.

Для устранения этого явления необходимо профиль расширяющейся части сопла выбирать таким образом, чтобы исключить выпадение конденсата на его поверхность. При профилировании сопел основное внимание уделяется минимизации двухфазовых потерь, так как этот вид потерь превалирует над другими видами. Например, при высокой концентрации конденсированных частиц в продуктах сгорания двухфазные потери в несколько раз превышают потери на рассеяние газа в аналогичных соплах и практически на порядок больше, чем потери удельного импульса из-за наличия трения.

Двухфазные потери обычно вычисляют, сравнивая расчетное значение удельного импульса тяги в квазистационарном неравновесном двухфазном течении с удельным импульсом равновесного двухфазного потока. Физические

процессы, происходящие в двухфазных течениях, приводят к появлению дополнительных (по сравнению с течением однофазных продуктов сгорания) потерь удельного импульса тяги, что необходимо учитывать при оптимизации профиля сопла.

Взаимодействие частиц конденсата различных фракций, содержащегося в продуктах сгорания металлизированных топлив, оказывает существенное влияние на эффективность и работоспособность сопла. Поэтому достаточно большое число работ посвящено задаче оптимального профилирования сопел для двухфазных течений. В ранних работах при решении этой задачи использовалось квазистационарное приближение, и найденные в этом приближении контуры сопел фактически минимизировали потери тяги, связанные с диссипацией энергии на частицах. Одномерное приближение позволяет получить достаточно корректные результаты лишь для медленно расширяющихся контуров сопел.

В дальнейшем условие применимости одномерной модели течения было определено в форме ограничений на максимально допустимый угол наклона стенок сопла. В частности, было показано, что оптимальное сопло должно содержать три участка, из которых начальный и конечный — прямолинейны и наклонены к оси сопла под максимально допустимым углом, а образующая промежуточного участка — плавная кривая, имеющая наклон меньше максимально допустимого. Расчеты и экспериментальные данные показывают, что в плохо спроектированном сопле конденсированные частицы могут сталкиваться с поверхностью его раструба. При этом часть сопла, подвергшаяся бомбардировкам конденсированных частиц, интенсивно изнашивается, и сопло становится неработоспособным.

В связи с этим важное значение имеет прогнозирование расчетным методом координат точек выпадения частиц различных фракций на поверхности расширяющейся части сопла. Вариационная задача с учетом условия недопустимости выпадения конденсированных частиц на контур сопла решена И. М. Васениным и другими специалистами с помощью общего метода множителей Лагранжа. Показано, что соблюдение данного условия может привести к возникновению участков краевого экстремума и изломам контура. Полученная и решенная система уравнений для параметров потока и множителей Лагранжа в принципе позволяет построить оптимальный контур расширяющейся части сопла с учетом условия невыпадения конденсированных частиц на поверхность сопла.

7

ЛАМИНАРНОЕ И ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ

Г Л А В А

7.1. ОБЩАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩАЯ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОГО ГАЗА

В общем случае нестационарные и стационарные режимы работы двигателя определяются следующими факторами: природой твердого топлива, давлением в камере сгорания, начальной температурой заряда ТТ, скоростью обтекания поверхности заряда ТТ газовым потоком, размерами и формой заряда ТТ (масштабный эффект), конструкцией камеры сгорания и др. Рабочие процессы в камере сгорания РДТТ наиболее полно могут быть исследованы на основе применения уравнений физико-химической гидромеханики, изучающей движение такой среды, компоненты которой реагируют друг с другом и в которой возможны диссипативные явления (теплопроводность, диффузия, вязкие потоки) и их наложение (термодиффузия и пр.).

В настоящее время физико-химическая гидромеханика позволяет математически описать взаимосвязанные и взаимообусловленные законы протекания таких важных процессов в камере сгорания, как течение и теплообмен химически реагирующего вещества, горение твердых, газообразных и жидких топлив и др.

Дифференциальные уравнения газа в камере сгорания двигателя, составленные с достаточной общностью, должны учитывать физико-химические процессы, протекающие в газовой фазе (химические реакции, диффузию) и вязкие свойства газа.

Такой подход к описанию течения продуктов сгорания в камере сгорания в принципе дает возможность одновременного изучения как собственно газового потока, так и процессов горения в газовой зоне и их взаимного влияния.

Уравнения движения однородного газа с учетом плотностей самодиффузии и термодиффузии выведены С. В. Валландером и Н. А. Слезкиным. Как показано Т. Карманом, Дж. Гиршфельдером и др., систему уравнений движения однородного газа на случай нереагирующей газовой смеси можно получить путем введения добавочных членов, учитывающих диффузию и химические реакции,

в уравнения сохранения массы, количества движения и энергии. Указанная система уравнений должна быть дополнена уравнением неразрывности для каждой компоненты газовой смеси.

В результате такого подхода может быть получена система, обобщающая уравнения Навье — Стокса, использование которой для математического описания и изучения внутрикамерных процессов связано со значительными трудностями. Уравнения движения реагирующей смеси, построенные по указанным принципам, являются лишь формальным обобщением уравнений движения однородной сжимаемой жидкости, поскольку эти уравнения образуют незамкнутую систему. Для выполнения условия замкнутости к ней необходимо присовокупить соотношения, определяющие связь между скоростями химических реакций и концентрациями компонентов, соотношения между диффузионными скоростями и производными концентраций, давления и температуры, а также уравнения состояния для смеси.

Построение граничных условий для такой системы уравнений на поверхностях горения требует знания закономерностей процессов, протекающих в конденсированной фазе заряда твердого топлива в период нестационарного горения.

Приведем основные уравнения физико-химической гидромеханики:

1) уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho \bar{v}); \quad (7.1)$$

2) уравнение неразрывности (сплошности) для i -го компонента смеси

$$\rho \frac{Da_i}{D_i} + \operatorname{div}(\rho D_{ij} \nabla a_i + \rho D_i^T \nabla \ln T + \rho D_i^p \nabla \ln p) = W_i; \quad (7.2)$$

3) уравнение количества движения

$$\rho \left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + v_\beta \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left[\mu \left(\rho \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\mu' \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right); \quad (7.3)$$

4) уравнение энергии (притока тепла)

$$\rho \frac{D_i}{Dt} - \frac{Dp}{pt} = \operatorname{div}(\lambda \Delta T) + \Phi_1 + \operatorname{div} \sum h_i (\rho D_{ij} \nabla a_i + \rho D_i^T \nabla \ln T + \rho D_i^p \nabla \ln p); \quad (7.4)$$

5) уравнение состояния смеси идеальных газов

$$p = \rho R \left(\sum \frac{a_i}{\mu_i} \right) T. \quad (7.5)$$

Здесь $\bar{v} = \frac{\sum C_i \mu_i \bar{v}_i}{\sum C_i \mu_i}$ — вектор скорости газовой смеси в некоторой точке i ; C_i — молярная концентрация i -го компонента; μ_i — молекулярная масса i -го компонента; \bar{v}_i — среднее значение скорости i -го компонента; $W_i = \mu_i K_i$ — массовая скорость образования i -го компонента в единице объема; K_i — общая скорость образования компонента при химической реакции; $D_i^T = K_T D_{ij}$ — коэффициент термодиффузии, определяющий диффузионный поток, вызываемый градиентом температур; K_T — термодиффузионное отношение; $D_i^p = K_p D_{ij}$ — коэффициент компрессионной диффузии (или бародиффузии), определяющий диффузионный поток, вызываемый градиентом многокомпонентной смеси; λ —

коэффициент теплопроводности газовой смеси; h_i — энтальпия единицы массы i -го компонента;

$$h_i = \int_0^T c_{pi} dT + h_i^0; \quad (7.6)$$

c_{pi} — удельная теплоемкость i -го компонента при постоянном давлении; h_i^0 — энтальпия образования, экстраполированная к нулю; h — удельная энтальпия единицы массы газовой смеси;

$$h = \sum a_i h_i; \quad (7.7)$$

Φ_1 — диссипативная функция:

$$\Phi_1 = \sigma_{\alpha\beta} \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} = \mu \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} \left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right), \quad (7.8)$$

$\sigma_{\alpha\beta}$ — тензор вязких напряжений; μ, μ' — коэффициенты динамической вязкости (первая и вторая вязкости).

В уравнениях (7.3) и (7.8) предполагается, что по индексам, встречающимся дважды, в соответствии с правилом Эйнштейна проводится суммирование. В частности, здесь суммирование ведется по индексу β , пробегающему значения 1, 2, 3. Индекс α также пробегает значения 1, 2, 3.

Коэффициенты динамической вязкости (первый и второй) в общем случае являются функциями состава газовой смеси, давления и температуры. Учет второй вязкости значительно усложняет решение практических задач. Поэтому во многих задачах на движение вязкой сжимаемой жидкости используется гипотеза Стокса, согласно которой предполагается $\mu' = 0$. В уравнения (7.2) и (7.4) входят коэффициенты компрессионной D_i^p и термической D_i^T диффузии, отражающие наличие диффузионного потока. Такой поток возникает только в том случае, когда в смеси создается локальный градиент концентрации температуры или давления. Коэффициенты термодиффузии сильно зависят от механизма столкновений между молекулами. При этом с увеличением разницы между молекулярными массами отдельных компонентов газовой смеси коэффициент термодиффузии растет. Для смесей, состоящих из компонентов с близкими молекулярными массами, коэффициент термодиффузии очень мал. Что касается бародиффузии, то ее влияние может быть существенным только в том случае, когда наблюдаются существенные градиенты давления.

Приведенная общая система уравнений физико-химической гидромеханики является замкнутой в предположении, что величины $W_i, \lambda, \mu, \mu', D_{ij}, D_i^T, D_i^p$ известны. Эта система имеет нелинейный характер, поэтому прямое ее решение возможно только в редких случаях.

7.2. ДВУМЕРНОЕ ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ

Рассмотрим ламинарное течение продуктов сгорания вблизи поверхности горения заряда ТТ. Экспериментальные исследования показывают, что при течении жидкости влияние вязкости (при больших числах Re) особенно сильно проявляется в пограничном слое вблизи твердых стенок. В этом

тонком слое скорость обтекания покоящегося тела возрастает от 0 на поверхности (прилипание) до максимального значения во внешнем потоке, где трение можно не учитывать. В физико-химической гидромеханике наряду со скоростным пограничным слоем необходимо рассматривать тепловой и диффузионный пограничные слои.

Система уравнений ламинарного пограничного слоя, состоящая из уравнения неразрывности, уравнения неразрывности для i -го компонента смеси, уравнения количества движения, уравнения энергии и уравнения состояния, для этого случая может быть представлена в виде

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho v + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u)\right) &= 0; \\ \rho\left(v \frac{\partial a_i}{\partial x} + u \frac{\partial a_i}{\partial y}\right) &= \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho D_{ij} \frac{\partial a_i}{\partial y} + \frac{\rho}{T} D_i^T \frac{\partial T}{\partial y}\right) + W_i; \\ \rho\left(v \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right); \\ \rho\left(v \frac{\partial h}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial y}\right) &= \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \sum h_i \left(\rho D_{ij} \frac{\partial a_i}{\partial y} + \rho \frac{D_i^T}{T} \frac{\partial T}{\partial y}\right); \quad (7.9) \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \quad p = \rho R(\sum a_i / \mu_i) T.\end{aligned}$$

К системе уравнений (7.9) необходимо присовокупить зависимости коэффициентов μ , λ , D_{ij} , D_i^T от параметров состояния, а также выражение для скорости химической реакции.

Уравнение энергии можно записать в виде, в котором явно учтено влияние источников химического тепла:

$$\begin{aligned}\rho c_p \left(v \frac{\partial T}{\partial x} + u \frac{\partial T}{\partial y}\right) &= v \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \sum h_i \left(\rho D_{ij} \frac{\partial a_i}{\partial y} + \rho \frac{D_i^T}{T} \frac{\partial T}{\partial y}\right) - \sum h_i W_i.\end{aligned} \quad (7.10)$$

В частных случаях уравнения системы (7.9) могут быть упрощены, если предположить, что во внешнем течении нет градиента скорости в направлении, перпендикулярном к поверхности. В этом случае в уравнении количества движения отпадают все члены, зависящие от вязкости, и оно принимает вид

$$v dv/dx = -(1/\rho) dp/dx. \quad (7.11)$$

Преобразуем уравнение энергии, имея в виду, что энтальпия единицы массы смеси

$$h = \sum a_i h_i.$$

С учетом этого можно показать, что

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\lambda}{c_p} \sum h_i \frac{\partial a_i}{\partial y}\right). \quad (7.12)$$

Тогда уравнение энергии можно представить в виде

$$\rho \left(v \frac{\partial h}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \sum h_i \left[\frac{\mu}{\text{Pr}} (\text{Le} - 1) \frac{\partial a_i}{\partial y} + \rho \frac{D_i}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right]. \quad (7.13)$$

Вводя энтальпию торможения

$$H = h + v^2/2, \quad (7.14)$$

получим

$$\begin{aligned} \rho \left(v \frac{\partial H}{\partial x} + u \frac{\partial H}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu (1 - 1/\text{Pr}) \frac{\partial (v^2/2)}{\partial y} \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \sum h_i \left[\frac{\mu}{\text{Pr}} (\text{Le} - 1) \frac{\partial a_i}{\partial y} + \rho \frac{D_i^T}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\text{Pr}} \frac{\partial H}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (7.15)$$

Как следует из кинетической теории газов, для вещества с близкими молекулярными массами справедливы соотношения:

$$\text{Pr} \approx 1; \text{Le} \approx 1; D_i^T \approx 0. \quad (7.16)$$

С учетом этих соотношений уравнение энергии примет вид

$$\rho \left(v \frac{\partial H}{\partial y} + u \frac{\partial H}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial H}{\partial y} \right). \quad (7.17)$$

Уравнению (7.17) удовлетворяет частный интеграл в виде (7.14). В случае, когда $H \neq \text{const}$, выражение (7.17) не является решением, можно найти другой частный интеграл системы уравнений пограничного слоя, а именно интеграл, обобщающий известный в классической теории пограничного слоя интеграл Стодла — Крокко.

7.3. ОДНОМЕРНОЕ ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ

В одномерной постановке уравнения физико-химической гидромеханики, такие как уравнение неразрывности для i -го компонента смеси, уравнение количества движения, уравнение энергии и уравнение неразрывности, приобретают вид:

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial a_i}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D_{ij} \frac{da_i}{dy} + \rho D_i^T \frac{dT}{T dy} \right) + W_i; \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{d}{dy} \left(\mu \frac{du}{dy} \right); \\ \rho u \frac{\partial h}{\partial y} - u \frac{dp}{dy} &= \mu \left(\frac{du}{dy} \right)^2 + \frac{d}{dy} \left(\lambda \frac{dT}{dy} \right) - \frac{d}{dy} \sum h_i \left(\rho D_{ij} \frac{da_i}{dy} + \rho \frac{D_i^T}{T} \frac{dT}{dy} \right); \\ \rho u &= m = \text{const}. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Система уравнений (7.18) описывает стационарное распространение фронта пламени.

Эта система уравнений в еще большей степени упрощается, если принять ряд допущений. Так, при относительно медленном процессе горения можно пренебречь теплом, диссипируемым вследствие вязкости, как бесконечно малым по сравнению с теплом, выделяющимся в результате химических превращений. Поэтому уравнение энергии можно записать в виде

$$\rho u \frac{dh}{dy} = \frac{d}{dy} \left(\lambda \frac{dT}{dy} \right) - \frac{d}{dy} \sum h_i \left(\rho D_{ij} \frac{da_i}{T} + \rho \frac{D_i^T}{T} \frac{dT}{dy} \right). \quad (7.19)$$

Если принять $Pr = 1$, $Le = 1$, $D_i^T = 0$, уравнение энергии приобретает вид

$$\rho u \frac{dh}{dy} = \frac{d}{dy} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{dh}{dy} \right). \quad (7.20)$$

В результате совместного решения уравнений неразрывности и количества движений из системы (7.18) имеем

$$p + \rho u^2 - \frac{4}{3} \mu \frac{du}{dy} = \text{const},$$

откуда следует, что при небольших скоростях горения изменением давления по фронту пламени можно пренебречь.

7.4. ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В КАМЕРЕ

При турбулентном течении газа механизм переноса теплоты или вещества существенно отличается от механизма передачи при ламинарном течении. В ламинарном потоке перенос теплоты или вещества осуществляется путем молекулярной теплопроводности или диффузии, в турбулентном потоке — турбулентными пульсациями, т. е. беспорядочным движением малых объемов (рис. 7.1).

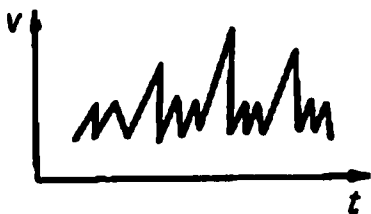


Рис. 7.1
Пульсации скорости при турбулентном течении

Коэффициенты переноса при турбулентном течении в сотни раз превосходят коэффициенты переноса при ламинарном течении.

Гидромеханика сплошной среды не располагает стройной теорией турбулентного движения газа. По этой причине в практических исследованиях турбулентных движений применяются эмпирические и полуэмпирические методы.

Используя известные свойства осреднения, можно из системы уравнений ламинарного пограничного слоя получить уравнение турбулентного пограничного слоя. Обычно истинные параметры в данной точке турбулентного движения раскладываются на осредненные и пульсационные:

$$f = \bar{f} + f'.$$

Осредненное значение функций $f(x, y, t)$ за некоторый промежуток времени Δt определяется формулой

$$\bar{f}(x, y, t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} f(x, y, t) dt.$$

Операция сглаживания функции линейна, т. е.

$$\begin{aligned} \bar{f}_1 + \bar{f}_2 &= \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} f_1(x, y, t) dt + \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} f_2(x, y, t) dt \right] = \\ &= \frac{1}{\Delta t} \left\{ \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} [f_1(x, y, t) + f_2(x, y, t)] dt \right\} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2. \end{aligned}$$

При осреднении выполняются также условия

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{f}}{\partial x} &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} \frac{\partial f}{\partial x} dt = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} f(x, y, t) dt \right] = \frac{\partial \bar{f}}{\partial x}; \\ f &= f^1; \quad \bar{f} f^1 = 0, \end{aligned}$$

так как

$$\bar{f}'(x, y, t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} f'(x, y, t) dt = 0.$$

Осредненная скорость \bar{v}_x за время Δt (рис. 7.2) будет определяться равенством

$$\bar{v}_x = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} v_x dt.$$

Аналогично

$$\bar{v}_y = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} v_y dt,$$

$$\bar{v}_z = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} v_z dt.$$

Обозначая через v' и ω' пульсации скорости, получаем:

$$v = \bar{v} + v'; \quad \omega = \bar{\omega} + \omega'.$$

Аналогично находим:

$$p = \bar{p} + p'; \quad T = \bar{T} + T'.$$

В общем случае пульсационное движение со скоростью v' и ω' влияет на осредненное движение таким образом, что в последнем увели-

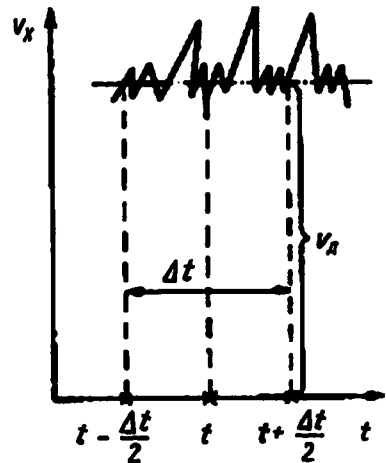


Рис. 7.2
Осреднение скорости турбулентного сечения

чивается сопротивление трению, возникает дополнительная кажущаяся вязкость, увеличиваются коэффициенты теплопроводности.

После замены в уравнениях ламинарного пограничного слоя истинных зависимых переменных их осредненными значениями и пульсационными параметрами можно записать уравнения турбулентного пограничного слоя.

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial}{\partial x}(p\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial y}(p\bar{u}) = 0. \quad (7.21)$$

Уравнение количества движения:

$$\rho \left(\bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{\rho u' v'} \right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}. \quad (7.22)$$

В уравнении (7.22) член $\overline{\rho u' v'}$ определяет перенос количества движения турбулентными пульсациями и называется рейнольдсовым напряжением. По аналогии с классическим уравнением гидромеханики допускаем $-\overline{\rho u' v'} = \mu_T (\partial \bar{v} / \partial y)$.

Тогда уравнение (7.22) примет вид

$$\rho \left(\bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_T) \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}. \quad (7.23)$$

Аналогично преобразуем и уравнение энергии:

$$\begin{aligned} \rho v \frac{\partial \bar{i}}{\partial x} + \rho u \frac{\partial \bar{i}}{\partial y} = & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 - \overline{(\rho u)' v'} \frac{\partial v}{\partial y} + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - c_p \overline{(\rho u') T'} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \sum h_i \left[\rho D_{i,j} \frac{\partial a_{iT}}{\partial y} - \overline{(\rho u' a'_i)} \right]. \end{aligned} \quad (7.24)$$

Примем

$$-\overline{(\rho u)' a'_i} = \rho D_T \partial a_{iT} / \partial y$$

и

$$-c_p \overline{(\rho u') T'} = \lambda_T \partial \bar{T} / \partial y,$$

где члены $-\overline{(\rho u)' a'_i}$ и $-c_p \overline{(\rho u') T'}$ характеризуют дополнительный перенос вещества и теплоты турбулентными пульсациями.

С учетом последних соотношений уравнение сохранения энергии можно записать в виде

$$\begin{aligned} \rho \bar{v} \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} + \rho \bar{u} \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} = & (\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\lambda + \lambda_T) \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[h_i (\rho D_{ij} + \rho D_T) \frac{\partial a_{iT}}{\partial y} \right] + \overline{q_P W}, \end{aligned} \quad (7.25)$$

где q_P — тепловой эффект реакции; W — суммарная скорость химических реакций.

Коэффициенты μ_T , λ_T и D_T полностью не отражают физического смысла понятий турбулентной динамической вязкости, теплопроводности и диффузии,

поэтому их рассматривают как фиктивные. Эксперименты показывают, что турбулентная вязкость, теплопроводность и диффузия могут сильно изменяться в пределах пограничного слоя.

Уравнение неразрывности j -го компонента имеет вид

$$\overline{\rho v} \frac{\partial a_{jT}}{\partial x} + \overline{\rho u} \frac{\partial a_{jT}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\rho D_{ij} + \rho D_T) \frac{\partial a_{jT}}{\partial y} \right] + W_j. \quad (7.26)$$

Исходя из определения турбулентной теплопроводности, вязкости и диффузии, запишем основную систему уравнений турбулентного пограничного слоя в виде

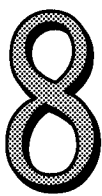
$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho v}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\rho u}) &= 0; \\ \rho \left(\overline{v} \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} + \overline{u} \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_T) \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} \right] - \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \rho \overline{v} \frac{\partial \overline{h}}{\partial x} + \rho \overline{u} \frac{\partial \overline{h}}{\partial y} &= (\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\lambda + \lambda_T) \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\overline{h}_i (\rho D_{ij} + \rho D_T) \frac{\partial a_{iT}}{\partial y} \right]; \\ \rho \overline{v} \frac{\partial a_{jT}}{\partial x} + \rho \overline{u} \frac{\partial a_{jT}}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[(\rho D_{ij} + \rho D_T) \frac{\partial a_{jT}}{\partial y} \right] + W_i. \end{aligned} \quad (7.27)$$

Уравнение энергии можно еще представить в форме, в которой явно учтено влияние химического тепла:

$$\overline{\rho v} \frac{\partial \overline{h}}{\partial x} + \overline{\rho u} \frac{\partial \overline{h}}{\partial y} = (\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\lambda + \lambda_T) \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \right] + \overline{q_F W}. \quad (7.28)$$

К системе уравнений (7.27) необходимо присоединить выражения, определяющие скорость химической реакции и коэффициент турбулентного переноса, а также уравнение состояния.

Коэффициент турбулентного переноса можно найти, используя широко распространенные гипотезы полуэмпирической теории турбулентности Т. Кармана, А. Д. Ландау и Е. М. Лифшица.



ПРОЦЕССЫ ГОРЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

Г Л А В А

8.1. МЕХАНИЗМ СТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ

Основы современной теории горения твердых топлив были разработаны Я. Б. Зельдовичем. Основываясь на исследованиях А. Ф. Беляева в области горения летучих взрывчатых веществ (ВВ) и на разработанной им и Д. А. Франк-Каменецким теории горения газовой смеси, Я. Б. Зельдович установил, что горение ТТ является многостадийным процессом. После некоторого прогрева пороха в твердой фазе происходит его газификация, т. е. превращение в первичные продукты, между которыми уже в газовой фазе происходит химическое взаимодействие с образованием конечных продуктов сгорания. При этом реакция в газовой фазе осуществляется в несколько последовательных стадий. Основное выделение теплоты наблюдается в газовой фазе, и первичное разложение твердого пороха происходит под влиянием поступления теплоты из газовой фазы. Теплота, запасенная в прогретом слое, может оказать существенное влияние на энергетический баланс горения в нестационарных процессах, когда прогретый слой не успевает изменять свои характеристики в соответствии с изменением внешних условий. Последующие работы в этом направлении П. Ф. Похила, И. В. Тишунина, Б. П. Жукова и др. показали, что процесс горения твердых топлив является более сложным, не укладывающимся в рамки модели Зельдовича — Беляева. Было установлено, что интенсивные химические реакции появляются уже в К-фазе при относительно низких температурах. При этом нагревание вещества К-фазы до температуры горячей поверхности осуществляется не только за счет теплоты, транспортируемой за счет теплопроводности из газовой зоны, но и за счет теплоты, выделяющейся непосредственно в К-фазе. Процесс горения твердых топлив осуществляется в узкой (до 1 мм) пространственной области. Весь процесс превращения исходного вещества в конечные продукты сгорания можно разделить на ряд стадий, в каждой из которых протекают физико-химические процессы, определяющие состояние вещества в исходной зоне.

Под стадией процесса понимается пространственная область зоны горения, обладающая определенными физико-химическими характеристиками, такими как распределение температуры (уровень и скорость ее изменения в данном интервале), концентрация и агрегатное состояние реагирующего вещества, кинетические параметры скорости химической реакции (предэкспонент и энергия активации).

Скорость горения ТТ зависит, с одной стороны, от интенсивности и характера тепловыделения в каждой стадии процесса, с другой — от интенсивности и характера тепло- и массообмена между стадиями. На основе анализа экспериментальных данных по закономерностям горения порохов баллистического типа процесс можно разделить на три стадии (рис. 8.1):

1) экзотермические реакции в К-фазе; здесь, в свою очередь, следует различать две зоны: зону прогрева (индукционную) и зону химических реакций;

2) экзотермические реакции, протекающие в пародымогазовой зоне;

3) экзотермические реакции, протекающие в зоне светящегося пламени.

В К-фазе протекают химические реакции как экзотермического, так и эндотермического характера. К числу экзотермических процессов, прежде всего, следует отнести процессы химического взаимодействия отщепившихся молекул двуокиси азота с порохом. Взаимодействие между NO и порохом протекает по механизму гетерогенной реакции.

Принимается, что скорость реакции пропорциональна числу ударов активированных молекул, т. е. таких молекул, уровень которых равен энергии активации или превосходит ее.

К эндотермическим процессам следует отнести процессы плавления, возгонки компонентов и деполимеризации макромолекул нитратов целлюлозы. С увеличением давления экзотермический эффект в К-фазе возрастает. Толщина прогретого слоя в К-фазе может быть определена из уравнения теплопроводности (без учета тепловыделения в К-фазе):

$$\frac{d^2T}{dy^2} + \frac{u}{a} \frac{dT}{dy} = 0. \quad (8.1)$$

Решение уравнения (8.1) при граничных условиях

$$y = y_r, \quad T = T_n, \quad y = \infty, \quad T = T_0 \quad (8.2)$$

дает

$$T = T_0 + (T_n - T_0) \exp[-(u/a)(y - y_r)], \quad (8.3)$$

где a — коэффициент температуропроводности ТТ; T_0 , T_n — начальная температура заряда ТТ и температура поверхности горения соответственно; T — текущее значение температуры в точке прогретого слоя с координатой y .

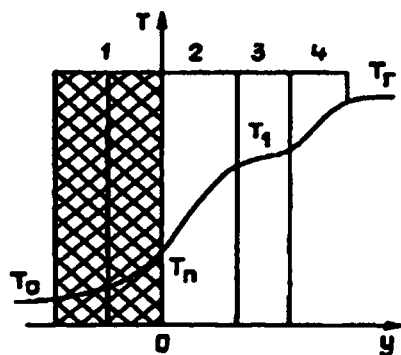


Рис. 8.1
Профиль распределения температуры по толщине К-фазы и газовой зоны горения:

1 — зона прогрева (индукционная зона и зона химических реакций); 2 — пародымогазовая зона; 3 — подготовительная (предпламенная) зона; 4 — зона светящегося пламени.

При $y = 0$ соотношение (8.3) обращается в известную формулу Михельсона, полученную для распределения температуры в зоне прогрева при горении газовых смесей.

Выражение для скорости распространения фронта экзотермической реакции в К-фазе при нулевом порядке реакции в приближении Зельдовича — Франк-Каменецкого имеет вид

$$m_0 = \sqrt{\lambda^2 \left[\frac{dT}{dy} \right]_{\pi}^2 + \int_{T_0}^{T_{\pi}} \Phi(T) dT}. \quad (8.4)$$

В отдельных случаях К-фаза является ведущей зоной горения, например, когда режимы горения баллиститных порохов или смесевых систем всецело определяются реакциями в конденсированной фазе. Сюда можно отнести, например, горение баллиститных порохов или смесевых систем в условиях вакуума (беспламенное горение).

Пародымогазовая зона (зона газификации) горения характеризуется аэрозольным (дисперсным) состоянием вещества, интенсивными химическими реакциями и тепловыделением.

Процесс диспергирования конденсированного вещества играет существенную роль в общем процессе горения. Вместе с тем, механизм и закономерности протекания диспергирования изучены все еще слабо. Например, отсутствуют достоверные данные о зависимости глубины диспергирования от давления и начальной температуры вещества, остается открытым вопрос о характере распределения и времени существования (так же как и о размерах) диспергированных частиц. Образование дымогазовой взвеси является необходимой стадией во всем процессе горения (в последовательности превращений, происходящих в зоне горения). При этом для отдельных составов конденсированных систем количество диспергированного вещества может быть значительным. Например, для пороха Н суммарный процент диспергирования ≈ 70 . В этой зоне выделяется около половины теплоты от общего количества за счет восстановления NO_2 до NO , т. е. за счет процессов окисления горючих веществ. Температура продуктов сгорания, обусловленная выделением теплоты при химических реакциях, по мере удаления от поверхности растет и достигает на границе зоны 1100...1400 К.

Максимум скорости объемного тепловыделения является пологим и расположен вблизи поверхности горения, при этом функция скорости тепловыделения — неаррениусовская. Ширина пародымогазовой зоны:

$$e \cong p^{-\nu},$$

где $\nu = n/2$; $n = 1, 2, 3$ — порядок реакции.

Конденсированная и пародымогазовая зоны разделены поверхностью горения, основным признаком является нарушение сплошности К-фазы.

Температура поверхности горения, так же как и ее зависимость от давления, начальной температуры заряда и физико-химических характеристик ТТ, практически неизвестна. Имеются противоречивые данные о зависимости ее от начальной температуры. Для отдельных веществ (например, тротила, нитро-

гликоля и др.) температура поверхности горения равна температуре кипения ($T_{\text{п}} = T_{\text{кип}}$), для баллиститного пороха Н

$$T_{\text{п}} \approx 550 \dots 575 \text{ К}, \quad dT_{\text{п}}/dT_0 \approx 0,3.$$

У смесевых твердых топлив температура поверхности горения $T_{\text{п}} = 775 \dots 875 \text{ К}$.

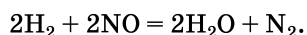
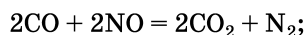
В соответствии с моделью Зельдовича — Беляева

$$T_{\text{п}} = T_{\text{кип}}; \quad dT_{\text{п}}/dT_0 = 0;$$

$$\left[\frac{dT}{dy} \right]_{\text{п}} = \frac{y}{a} (T_{\text{п}} - T_0).$$

В подготовительной (предпламенной) зоне, которая может существовать для порохов баллиститного типа, при давлении до 7 МПа образуются активированные продукты практически без выделения теплоты. Это обусловлено тем, что окись азота, образующаяся при восстановлении NO_2 , является относительно стабильным соединением, так как его разложение на N_2 и O_2 при температуре $T_1 \approx 1500 \text{ К}$ протекает весьма медленно. В момент, когда NO_2 перестает существовать, окислительные процессы резко замедляются, и в связи с этим прекращается рост температуры — она остается практически постоянной, равной T_1 по всей ширине подготовительной зоны. Из теории активации известно, что к реакции могут привести только те столкновения между активными молекулами, энергия которых будет больше энергии активации. С течением времени по всей ширине подготовительной зоны происходит накопление активных центров, все чаще и чаще молекулы окислителя и горячего в момент столкновения имеют необходимый избыток энергии, и в конце концов на ее внешней границе скорость реакции достигает большого значения — начинается процесс интенсивного горения, сопровождающийся возникновением светящегося пламени. Ширина зоны подготовки, а следовательно, и время задержки раскисления существенно зависит от давления. Так, при давлении 6 МПа подготовительная зона по ширине намного превышает другие зоны, также зависящие от давления.

Таким образом, экзотермические реакции в зоне светящегося пламени происходят в период, когда концентрация активных продуктов достигает определенного значения. В этой зоне протекают реакции взаимодействия между продуктами неполной реакции (главным образом между CO и NO), сопровождающиеся возникновением пламени и отсутствующие при низких давлениях. В зоне пламени идет полное восстановление NO до N_2 и устанавливается химическое равновесие между продуктами сгорания:



При этом температура в зоне пламени достигает максимального значения, равного температуре равновесного состава продуктов сгорания рассматриваемого топлива. Интенсивность объемного тепловыделения в этой зоне на порядок ниже, чем в пародымогазовой зоне. Расстояние от горячей поверхности до зоны светящегося пламени зависит от давления и начальной температуры, причем зависимость от давления можно представить в виде $l \sim p^{-n}$. Для пороха Н $n \approx 2$. Ширина зоны пламени пороха Н значительно меньше ширины пародымога-

зовой зоны. В связи с большой удаленностью пламени от поверхности горения она в условиях стационарного горения практически не оказывает влияния на скорость горения.

О механизме горения смесевых твердых топлив известно гораздо меньше, чем о механизме горения гомогенных систем (баллиститных порохов). Исследования, проведенные в нашей стране и за рубежом, указывают на идентичность теплофизической схемы зоны горения баллиститных порохов и смесевых систем. Одновременно с этим механизм горения смесевых твердых топлив характеризуется специфическими особенностями. К ним относятся процессы смешивания окислителя и горючего, существование режима контактного горения, возможность осуществления диффузионного и кинетического режимов в зоне химических реакций, зависимость скорости горения от соотношения окислитель — горючее и дисперсности компонентов, нестационарность процессов теплообмена в зоне горения и неоднородность структур теплового слоя и горячей поверхности, обусловленная гетерогенностью структуры конденсированной фазы смесевых систем. Для структуры зоны горения смесевых систем характерен случайный процесс флуктуации пламени, обусловленный случайным распределением компонентов смеси в конденсированной фазе.

Горение смесевых твердых топлив в соответствии с гипотезой Саммерфильда может быть описано одномерной моделью «гранулярно-диффузионного пламени». Эта модель построена в предположении о наличии непосредственного пиролиза горючего и окислителя и о протекании всех реакций в достаточно тонком слое диффузионного пламени в газовой зоне. Предполагается также, что пары окислителя и горючего образуются в виде отдельных объемов, сгорающих в среде, образованной противоположным реагентом. При этом масса каждого такого объема не зависит от давления, а зависит от размеров кристалла, масса которого намного больше указанного объема. При прохождении через зону пламени в результате химического взаимодействия объемы уменьшаются со скоростью, определяемой процессом их диффузионного смешения. Процесс горения происходит вследствие передачи энергии, главным образом, путем теплопроводности из газовой зоны к поверхности твердого топлива.

В общем случае стационарное горение смесевых систем и баллиститных порохов поддерживается тепловыми потоками, транспортируемыми из газовой зоны (пародымогазовой), и суммарно-экзотермическими эффектами в К-фазе. Зона светящегося пламени практически не оказывает влияния на процесс горения. Газовый поток вдоль горячей поверхности турбулизует зону пламени так же, как и газовую зону в целом, что приводит к увеличению градиента температуры и увеличению теплового потока к поверхности ТТ, и, как следствие, к увеличению скорости горения.

8.2. ЗАКОНЫ СКОРОСТИ СТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ

Для получения закона скорости горения ТТ в стационарных условиях необходимо установить функциональную связь между линейной скоростью горения и указанными параметрами. Это можно сделать, пользуясь теорией горения ТТ, базирующейся на решении системы уравнений, описы-

вающих физико-химические процессы в К-фазе и газовой зоне горения. Однако установить такую связь теоретическим путем довольно сложно. Поэтому на практике, как правило, используют полуэмпирические и эмпирические зависимости для скорости горения ТТ, установленные экспериментальным путем и выражающие зависимость от основных параметров рабочего процесса — давления и скорости потока продуктов сгорания. Формально с математической точки зрения скорость горения в зависимости от указанных параметров представляет собой двухпараметрические или трехпараметрические соотношения.

В каждое из соотношений входят два (в случае двухпараметрических зависимостей) или три (в случае трехпараметрических зависимостей) параметра, значения которых выбираются таким образом, чтобы обеспечить аппроксимацию экспериментальных зависимостей скорости горения от давления в рассматриваемом диапазоне его изменения. При скоростях потока меньше пороговых скорость горения зависит от давления и начальной температуры заряда ТТ.

В наиболее общем случае для широкого диапазона изменения начальной температуры заряда ТТ соотношение для скорости горения имеет вид

$$u = a + bp^v. \quad (8.5)$$

Для очень высоких давлений ($p = 1000$ МПа) скорость горения описывается соотношением

$$u = a + bp, \quad (8.6)$$

где $v = 1$.

Для давления в камере сгорания $p < 150$ МПа имеет место степенной закон горения — соотношение Вьеля:

$$u = u_1 p^v (0 \leq v \leq 1). \quad (8.7)$$

В соотношениях (8.5)...(8.7) a, b, v — константы, зависящие от свойств ТТ и его начальной температуры. Для упрощения принимается, что показатель степени в соотношениях (8.5) и (8.7) не зависит от начальной температуры заряда ТТ.

Скорость горения смесевых твердых топлив может быть определена в соответствии с моделью «гранулярно-диффузионного» пламени Саммерфильда по формуле

$$\frac{1}{u} = \frac{a_1}{p} + \frac{b}{\sqrt[3]{p}}, \quad (8.8)$$

где коэффициент a_1 определяется кинетическими факторами, а коэффициент b_1 — диффузионными. Эта зависимость для смесевых ТТ при опытным определении констант a_1 и b_1 удовлетворительно согласуется с экспериментом в широком диапазоне изменения давления. Следует сказать, что эта зависимость в отдельных случаях может иметь сложный характер (плато $du/dp = 0$).

В общем случае скорость горения твердого топлива (для данной марки) зависит от:

- 1) давления;
- 2) начальной температуры заряда;
- 3) скорости движения продуктов сгорания в камере сгорания;
- 4) динамического характера изменения давления;

5) деформации заряда ТТ (для зарядов ТТ, жесткокрепленных с камерой сгорания).

Скорость горения твердого топлива в зависимости от начальной температуры заряда может быть определена как

$$u = \frac{B_0}{B_0 - (T - 20)} u_{\text{ном}}(p, T_0), \quad (8.9)$$

где $T_0 = 293 \text{ К}$; B_0 — термохимическая константа твердого топлива, определяемая по формуле

$$B_0 = \frac{u_1(T_1 - 20) - u_2(T_2 - 20)}{u_1 - u_2}. \quad (8.10)$$

Здесь u_1 и u_2 соответствуют начальным температурам заряда T_1 и T_2 .

В соотношении (8.7) единичная скорость горения изменяется в зависимости от температуры согласно соотношению

$$u_1 = \frac{u_{10}}{T_{\text{в}} - T_0}, \quad (8.11)$$

где u_{10} — константа в законе скорости; $T_{\text{в}}$ — температура воспламенения ТТ.

Как следует из соотношения (8.11), при $T_{\text{в}} = T_0$ единичная скорость горения u_1 стремится к бесконечности.

При $p = \text{const}$ температурный коэффициент скорости горения можно определить по соотношению

$$(K_T)_{p=\text{const}} = \frac{1}{u} \left[\frac{\partial u}{\partial T_0} \right]_{p=\text{const}} = \frac{1}{T_{\text{в}} - T_0}.$$

Наряду с изменением давления и начальной температуры заряда ТТ скорость горения заряда ТТ в условиях камеры сгорания энергетической системы зависит от скорости газового потока, скорости изменения давления, поля ускорений (поля перегрузок), напряженно-деформированного состояния заряда ТТ (для жесткокрепленного с камерой сгорания заряда ТТ), степени турбулентности потока и других факторов.

8.3. НЕСТАЦИОНАРНАЯ СКОРОСТЬ ГОРЕНИЯ ТТ

Нестационарная скорость горения, как правило, проявляется в условиях больших скоростей изменения давления: в период выхода двигателя на стационарный режим работы, нестабильного горения заряда ТТ, падения давления (отсечка тяги, гашение заряда ТТ), регулирования тяги по модулю и др. Для расчета параметров рабочего процесса и характеристик двигателя для этих периодов необходимо знать зависимость нестационарной скорости горения от величин, характеризующих протекание процесса в камере сгорания.

Основы теории нестационарного горения ТТ в условиях переменного давления заложены в работах Я. Б. Зельдовича и построены в предположении отсутствия тепловыделения в К-фазе ТТ и постоянства температуры поверхности горения заряда ТТ. Согласно этой теории, скорость горения ТТ определяется

мгновенным значением давления над поверхностью и величиной градиента температуры по толщине прогретого слоя К-фазы. При этом увеличение скорости горения и толщины прогретого слоя происходит с уменьшением градиента температуры у поверхности при $p = \text{const}$. Как следует из этой теории, в режиме повышающегося давления в каждый момент времени значение нестационарной скорости горения по величине должно превосходить стационарное значение, соответствующее давлению в данный момент. Это обусловлено образованием избыточного количества теплоты в прогретом слое ТТ ввиду конечного времени релаксации прогретого слоя $t_{п.с} = \frac{a_{\tau}}{u_2}$. При стационарном процессе горения градиент относительной температуры у поверхности горения ТТ равен

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \bar{x}} = -1,$$

где $\Theta = (T - T_{\text{н}})/(T - T_{\text{п}})$; T — текущее значение температуры; $T_{\text{н}}$ — начальная температура ТТ; $T_{\text{п}}$ — температура поверхности горения в стационарных условиях; $\bar{x} = x/(a/u)$ — безразмерная координата.

Если давление возрастает от p до $p + \frac{dp}{dt} \Delta t$, то градиент температуры в ТТ увеличивается, и профили температур становятся более крутыми, в результате чего количество теплоты в прогретом слое вблизи поверхности горения увеличивается, что приводит к увеличению скорости горения по сравнению с ее стационарным значением. Обратная картина наблюдается в режиме понижающегося давления. Такая же закономерность изменения стационарной скорости горения следует из приближенной зависимости, полученной в предположении постоянства температуры:

$$u = u_{\text{ст}} \left[1 + \psi \frac{va_{\tau}}{pu_{\text{ст}}^2} \frac{dp}{dt} \right],$$

поверхности горения и отсутствия на ней химических реакций, а также в предположении стационарности зависимости профиля температур в К-фазе от давления и теплового потока, транспортируемого из пародымогазовой фазы в К-фазу. Значение коэффициента $\psi = 1 \dots 2$.

Б. В. Новожилов, опираясь на модель Я. Б. Зельдовича и исходя из предположения о линейной зависимости горения от начальной температуры заряда ТТ $T_{\text{н}}$, получил следующее выражение для нестационарной скорости горения:

$$u = u_{\text{ст}} \frac{1 + BT_{\text{п}}}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4Ba_{\tau}}{(1 + BT_{\text{п}})u_{\text{ст}}} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)} \right],$$

где B — термохимический коэффициент, зависящий от типа ТТ.

Градиент температуры в К-фазе $\partial T / \partial y$ может быть определен в результате решения уравнения нестационарной теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(a_{\tau} \frac{\partial T}{\partial y} + uT \right)$$

с соответствующими краевыми условиями.

Нестационарную скорость горения можно определить в результате решения системы уравнений

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho_{\tau} C_{\tau}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_{\tau} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + u \frac{\partial T}{\partial y};$$

$$u = K \exp(-E/2RT),$$

со следующими краевыми условиями:

1) начальные условия

$$t = 0; \quad T = T_{\text{н}}(x); \quad (8.12)$$

2) граничные условия

$$x = 0; \quad T = T_{\text{н}};$$

$$-\lambda_{\tau} \frac{\partial T_{\tau}}{\partial y} \Big|_{\Pi} = -\lambda_{\text{г}} \frac{\partial T_{\text{г}}}{\partial y} + \rho u Q_{\text{п}}; \quad (8.13)$$

$$x = \infty; \quad T = T_{\text{н}}(y).$$

Здесь $-\lambda_{\tau} \frac{\partial T_{\tau}}{\partial y}$; $-\lambda_{\text{г}} \frac{\partial T_{\text{г}}}{\partial y}$ — тепловой поток (в форме Фурье), транспортируемый вглубь ТТ и к поверхности К-фазы и газовой фазы соответственно; $\rho u Q_{\text{п}}$ — теплота, выделяемая на поверхности при газификации.

Профиль температуры для газовой (пародымогазовой) фазы может быть определен из уравнения энергии, записанного в форме

$$\frac{\partial T_{\text{г}}}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T_{\text{г}}}{\partial y^2} + K_1 u \frac{\partial T}{\partial y} + Q_{\text{г}}, \quad (8.14)$$

где $Q_{\text{г}}$ — тепловой эффект реакции в газовой фазе; $K_1 = (\rho_{\tau}/\rho_{\text{г}}) - 1$.

Предположим, что теплота $Q_{\text{г}}$ выделяется на внешней границе зоны нарастания температуры; для топлив баллистического типа — температура T_1 , для смесевых ТТ — температура зоны пламени $T_{\text{г}}$, тогда уравнение (8.14) обращается в уравнение нестационарной теплопроводности

$$\frac{\partial T_{\text{г}}}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + Ku \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (8.15)$$

Тепловой эффект реакции в этом случае учитывается при определении $T_{\text{г}}$, входящей в граничные условия

$$y = -\delta; \quad T = T_{\text{г}}. \quad (8.16)$$

Начальным условием и вторым граничным условием являются условия (8.12), (8.13) соответственно.

В результате решения уравнения (8.14) при краевых условиях (8.13), (8.16) можно получить зависимость для температурного профиля в газовой фазе.

Согласно теории Я. Б. Зельдовича, величина нестационарной скорости горения ТТ в режиме понижающего давления должна быть меньше скорости го-

рения, рассчитанной по зависимости стационарной теории, на величину, зависящую от скорости изменения давления. Однако до настоящего времени эта модель не нашла опытного подтверждения.

Нестационарная скорость горения ТТ в режиме понижающего давления может быть определена и другим методом, который базируется на решении обратной задачи внутренней баллистики. В этой задаче, в отличие от прямой, по известной величине давления определяется скорость горения ТТ. В предположении изотермичности процесса и осреднения параметров рабочего процесса по свободному объему камеры сгорания скорость горения ТТ определяется из единственного уравнения сохранения массы

$$u = \frac{1}{\rho_{\tau} S} \left[\frac{V}{RT} \frac{dp}{dt} + \varphi_p \Gamma(n) \frac{p F_{кр}}{\sqrt{\varphi_{кр} R T_{\tau}}} \right],$$

где S — суммарная поверхность горения заряда ТТ.

В последнем соотношении используется опытное значение давления и его производная $\frac{dp}{dt}$.

Сравнение расчетной скорости по опытным данным со значениями, определяемыми по стационарным зависимостям (степенному закону горения) при тех же значениях давления, показывает, что скорость горения в режиме понижающегося давления превышает стационарную, особенно при значительных градиентах понижения давления.

Последнее может быть объяснено возникновением эффекта турбулентного горения, обусловленным турбулизацией газового потока при вскрытии дополнительных отверстий в период отсечки тяги, а также процессом диспергирования твердого топлива в период спада давления.

8.4. ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ ЗАРЯДА ТВЕРДОГО ТОПЛИВА В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

8.4.1. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ

В процессе анализа опытных данных по зависимости давления от процесса горения пороха Н, полученных на модельных двигателях, было замечено, что резкое увеличение давления в начальный период работы проявляется в большей степени в РДТТ с зарядами, имеющими развитую поверхность горения в передней части, а в двигателях с зарядами ТТ, имеющими бронированный передний торец, — слабее. Эта закономерность подтверждается и при проведении прямых экспериментов на натурных РДТТ при принудительном гашении зарядов ТТ из пороха Н на первой секунде функционирования двигателя. Визуальный осмотр погашенных зарядов ТТ выявил прямую зависимость возникновения турбулентного горения (пороговой скорости) от степени турбулентности потока, обусловленной значениями входных характеристик заряда ТТ. Результаты измерений показали, что заряды ТТ с компенсатором в передней части начинают переходить (цилиндрические каналы) из

цилиндрического в конический практически сразу в его передней части. Иное наблюдается у погашенных зарядов ТТ с бронированным передним торцом. Конусность канала у таких зарядов появляется на некотором расстоянии от переднего торца. Причем с увеличением диаметра канала при прочих равных условиях (т. е. с увеличением относительной площади поперечного сечения канала \bar{F}) это расстояние увеличивается. Прямые и косвенные эксперименты позволили отождествить механизм возникновения турбулентного горения с процессом перехода ламинарной формы движения в турбулентную и, в частности, позволили выявить важную закономерность: процесс перехода стационарного горения в турбулентное (пороговая скорость) непосредственно зависит от входных характеристик заряда ТТ (от степени турбулентности газового потока в канале заряда ТТ).

Как известно, на переход ламинарного течения в турбулентное оказывают влияние градиент давления продуктов горения по длине канала заряда ТТ, вдувание или отсасывание рабочего тела, нагревание или охлаждение, шероховатость обтекаемой поверхности и другие факторы. Проанализируем, каким образом отмеченные факторы оказывают влияние на устойчивость потока продуктов горения.

Расчет пограничных слоев при наличии возрастания и падения давления в расширяющихся и сужающихся каналах проведен Шлихтингом при скорости течения

$$v(x) = v_0 - ax,$$

где коэффициент $a < 0$ — для ускоренного движения, $a > 0$ — для замедленного движения. Полученные им результаты подтвердили относительно сильное стабилизирующее действие возрастания давления и дестабилизирующее действие падения давления.

Вдувание и отсасывание рабочего тела оказывают противоположное влияние на распределение скоростей в пограничном слое. Вдувание влияет на форму профиля скоростей в ламинарном пограничном слое так же, как возрастание статического давления, а отсасывание — как падение давления. Вдувание понижает критическое значение Re , а отсасывание повышает его.

В канале заряда ТТ при течении продуктов горения происходит как вдувание, так и падение статического давления, причем оба этих фактора взаимосвязаны: вдувание продуктов горения с боковой поверхности заряда ТТ приводит к увеличению скорости потока в канале заряда ТТ, а следовательно, к уменьшению статического давления. Таким образом, вдувание рабочего тела, с одной стороны, дестабилизирует поток, а с другой — стабилизирует.

Стабилизирующее и дестабилизирующее действие оказывает также теплоотдача к поверхности заряда ТТ, обусловленная, в основном, зависимостью коэффициента вязкости продуктов горения от их температуры. С учетом этой зависимости соотношение, связывающее градиент давления и кривизну профиля скоростей, имеет вид

$$\frac{d}{dy} \left(\mu \frac{dv}{dy} \right)_n = dp/dx.$$

Принимая во внимание, что для продольно обтекаемой пластины $dp/dx = 0$, последнее уравнение после дифференцирования можно записать в виде

$$\mu_{\Pi} + (d^2v/dy^2)_{\Pi} + (d\mu/dy)_{\Pi} = 0.$$

Отсюда кривизна профиля скоростей на поверхности:

$$(d^2v/dy^2)_{\Pi} = -1/\mu_{\Pi}(d\mu/dy)_{\Pi}(dv/dy)_{\Pi}.$$

Для случая, когда $T_{\Pi} > T_{\infty}$, имеем

$$(dT/dy)_{\Pi} < 0.$$

Поскольку коэффициент вязкости продуктов горения с увеличением температуры возрастает, то имеет место соотношение

$$(d\mu/dy)_{\Pi} < 0.$$

В связи с тем, что градиент температуры на поверхности положительный, при $T_{\Pi} < T_{\infty}$ получим

$$(d^2v/dy^2)_{\Pi} > 0.$$

Из последнего неравенства видно, что в случае нагреваемой стенки внутри пограничного слоя имеет место точка, в которой кривизна профиля скоростей равна нулю $d^2v/dy^2 = 0$. Это означает, что при нагревании стенки профиль скоростей имеет точку перегиба. Согласно теореме, выясняющей влияние точки перегиба на профиль скоростей, все профили, имеющие точку перегиба, неустойчивы (рис. 8.2). Следовательно, передача теплоты от стенки к обтекающему ее газу, как и повышения давления в направлении течения, дестабилизирует поток. Естественно, что передача теплоты от газа к стенке приводит к стабилизации пограничного слоя. При течении сжимаемых сред (в случае теплопроницаемой стенки) влияние теплопередачи между поверхностью стенки и газом столь же велико, как и при несжимаемых. Причем, при течении сжимаемых сред, так же как и при течении несжимаемых, охлаждение пограничного слоя стабилизирует поток, в то время как нагревание — дестабилизирует его. Шероховатость стенки при прочих равных условиях способствует переходу ламинарной формы движения в турбулентную при меньшем числе Re, чем на гладкой стенке.

Таким образом, возникновение турбулентного горения твердых топлив можно отождествить с переходом ламинарной формы движения продуктов сгорания (для газовой зоны горения) в турбулентную при малых числах Рейнольдса, и описать следующим образом.

В силу влияния различных факторов таких, как неравномерности внешнего течения (под внешним течением в канале заряда ТТ понимается область течения без газовой зоны горения), вдувания рабочего вещества с боковой

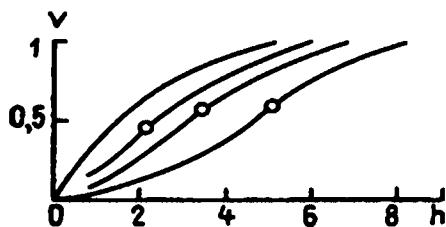


Рис. 8.2
Распределение скорости потока v
по толщине пограничного слоя (зоны
горения)

поверхности, степени турбулентности потока перед входом в канал, зависящей от развитости поверхности горения в передней части заряда ТТ, неравномерности поверхности горения и др., появляются небольшие относительные перемещения частиц газа, возмущающие пограничный слой. Место и время возникновения небольших перемещений, а также их амплитуда и частота распределяются статистически неравномерно.

Вниз по течению от момента потери устойчивости в некоторых точках могут возникать перемещения с большими амплитудами, вызывающие образование турбулентных зон определенной величины. Со временем (с увеличением скорости потока) размер этих зон увеличивается. Одновременно возникают новые турбулентные зоны, которые могут сливаться друг с другом. По мере продвижения продуктов горения по каналу заряда ТТ площадь, покрываемая турбулентными зонами, увеличивается до тех пор, пока не установится полностью турбулентное течение (рис. 8.3, 8.4).

Из анализа экспериментальных данных следует, что процесс возникновения турбулентного горения в значительной степени зависит от условия входа потока в канал и условий подвода рабочего вещества к этому входу.

Как известно, такая закономерность наблюдается при течении вещества в трубах. Так, еще О. Рейнольдс высказал предположение, что критическое число $Re_{кр}$ тем больше, чем меньше возмущения в жидкости, подводимой к входу в трубу. О. Рейнольдс экспериментально обнаружил также, что течение до окончательного перехода в турбулентное состояние имеет перемежающийся характер. Это означает, что турбулентные возмущения время от времени появляются на некотором участке трубы и затем уносятся течением. Более точные исследования, выполненные с помощью термоанемометра, позволили выявить дальнейшие детали течения в перемежающейся (переходной) области, т. е. в области чисел Re , где ламинарное течение переходит в турбулентное. При переходе ламинарной формы движения в турбулентную в трубе с непроницаемыми стенками значение Re в конце перемежающейся области может достигать до $1,3Re_{кр}$. С увеличением числа Re до известного предела длина переходного участка (ламинарной формы движения в турбулентную) сокращается. Можно предполагать, что участок перемежающейся области может значительно сокращаться для слу-

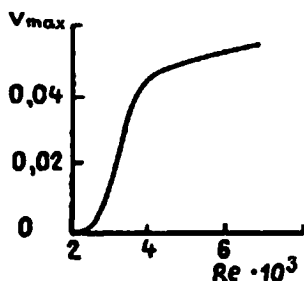


Рис. 8.3
Зависимость максимальной скорости от числа Re газового потока

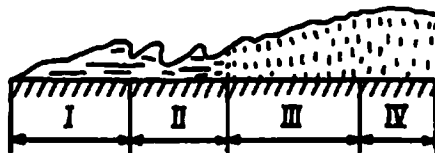


Рис. 8.4
Схема перехода к турбулентному режиму течения в пограничном слое:
 I — ламинарный слой; II — поверхностные «бегущие» волны; III — турбулентные пятна; IV — турбулентный слой.

чая течения продуктов сгорания в канале заряда твердого топлива, где имеет место вдувание вещества с боковой поверхности, обусловленное горением ТТ. Как правило, скорости вдувания вещества на порядок меньше осредненной по поперечному сечению канала скорости основного потока, однако вблизи поверхности горения (в зоне горения и прилегающих к ней областей) скорости вдувания и потоки уже соизмеримы. Об этом свидетельствуют имеющиеся теоретические и экспериментальные данные по закономерности изменения профиля скоростей по поперечному сечению канала заряда твердого топлива. Так, результаты исследований профиля скоростей в канале показывают, что скорость потока в осевом направлении на ширине зоны пламени может изменяться от 5...10 м/с на границе с основным потоком до нуля на поверхности горения.

Из приведенной физической картины возникновения турбулентного горения следует, что в каждом конкретном случае количественное значение пороговой скорости будет определяться, прежде всего, степенью турбулентности потока. Поэтому говорить о величине пороговой скорости турбулентного горения для фиксированной марки твердого топлива в отрыве от условий горения заряда (геометрические характеристики заряда и, в частности, наличие или отсутствие компенсатора в его передней части) вообще не имеет смысла.

Для определения возникновения турбулентного горения ТТ необходимо решить задачу перехода ламинарной формы движения в турбулентную для узкой зоны горения, где происходят сложные физико-химические и гидродинамические процессы, обусловленные вдуванием, смешением и реагированием вещества.

Как известно, вопрос об изучении гидродинамики течения химически реагирующего вещества для зоны горения является в настоящее время открытым. Поэтому для иллюстрации идеи о возникновении турбулентного горения ТТ мы рассмотрим лишь математическую модель перехода ламинарной формы в турбулентную в предположении наличия однородного прореагированного вещества. Возникновение турбулентного горения (пороговая скорость), обусловленное проникновением турбулентных вихрей в дымопарогазовую зону, будет характеризоваться (фиксироваться) в соответствии с теоремой Рэлея появлением точки перегиба на профиле скоростей в газовой зоне горения.

8.4.2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ

В настоящей главе проведено исследование устойчивости ламинарного движения методом малых колебаний. Исследование проведено для плоской пластины твердого топлива, обтекаемой в продольном направлении, с учетом вдува вещества, обусловленного горением топлива. При этом приняты следующие допущения:

- продольная и поперечная составляющие основного течения скорости зависят только от ординаты y , т. е.

$$v = v(y), \quad w = w(y);$$

- давление зависит от координат x и y , т. е.

$$p = p(x, y);$$

- на основное течение наложено двумерное возмущающее движение, определяемое скоростями $v'(x, y, t)$, $w'(x, y, t)$ и давлением $p'(x, y, t)$.

Потребуем, чтобы результирующее движение удовлетворяло уравнениям Навье — Стокса:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial(v+v')}{\partial t} + (v+v')\frac{\partial(v+v')}{\partial x} + (w+w')\frac{\partial(v+v')}{\partial y} = \\
 & = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(p+p')}{\partial x} + \nu\left[\frac{\partial^2(v+v')}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(v+v')}{\partial y^2}\right]; \\
 & \frac{\partial(w+w')}{\partial t} + (v+v')\frac{\partial(w+w')}{\partial x} + (w+w')\frac{\partial(w+w')}{\partial y} = \\
 & = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(p+p')}{\partial y} + \nu\left[\frac{\partial^2(w+w')}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(w+w')}{\partial y^2}\right]; \\
 & \frac{\partial(w+w')}{\partial y} + \frac{\partial(v+v')}{\partial y} = 0.
 \end{aligned} \tag{8.17}$$

Используя принятые допущения и отбрасывая все члены, квадратичные относительно скоростей возмущающего движения, получим

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial v'}{\partial t} + v\frac{\partial v'}{\partial x} + w\frac{\partial v'}{\partial y} + w'\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y^2}\right); \\
 & \frac{\partial w'}{\partial t} + v\frac{\partial w'}{\partial x} + w'\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w'}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 w'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w'}{\partial y^2}\right); \\
 & \frac{\partial v'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial x} = 0.
 \end{aligned}$$

Предположим, что возмущающее движение состоит из отдельных колебаний, представляющих волну, распространяющуюся в направлении X . Так как возмущающее движение является двумерным, то для него можно ввести функцию тока $\Psi(x, y, t)$, что позволяет сразу проинтегрировать уравнение неразрывности:

$$v' = d\Psi/dy; \quad w' = -\partial\Psi/\partial x.$$

Функцию тока $\Psi(x, y, t)$ для отдельного колебания возмущающего движения можно взять в виде

$$\Psi(x, y, t) = \varphi(y)\exp[i(\alpha x - \gamma t)],$$

где $\varphi(y) = \gamma_r + i\gamma_i$ — комплексная амплитуда; $\alpha = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны возмущения; γ_r — круговая частота отдельного колебания; γ_i — коэффициент нарастания, позволяющий судить, нарастает ($\varphi_i > 0$) или затухает ($\varphi_i < 0$) колебание.

Введем в рассмотрение фазовую скорость α , т. е. скорость распространения волны в направлении X .

Соотношение для фазовой скорости можно записать в виде

$$a = \varphi/\alpha = (\varphi_r + i\varphi_i)/\alpha \quad \text{или} \quad a = a_r + ia_i,$$

где $a_r = \varphi_r/\alpha$; $a_i = \varphi_i/\alpha$.

Выделим действительную и мнимую части:

$$\begin{aligned}
 \Psi(x, y, t) &= (\varphi_r + i\varphi_i)\exp(i[\alpha x - (\varphi_r + i\varphi_i)t]) = \\
 &= (\varphi_r + i\varphi_i)\exp(i[\alpha x - \varphi_r t + \varphi_i t]) = (\varphi_r + i\varphi_i)\exp(\varphi_i t)\exp(i[\alpha x - \varphi_r t]) = \\
 &= (\varphi_r + i\varphi_i)\exp(\varphi_i t)[\cos(\alpha x - \varphi_r t) + i\sin(\alpha x - \varphi_r t)] = \\
 &= \exp(\varphi_i t)[\varphi_r \cos(\alpha x - \varphi_r t) + i\varphi_r \sin(\alpha x - \varphi_r t) + \\
 &+ i\varphi_i \cos(\alpha x - \varphi_r t) - \varphi_i \sin(\alpha x - \varphi_r t)] = \exp(\varphi_i t)[\varphi_r \cos(\alpha x - \varphi_r t) - \varphi_i \sin(\alpha x - \varphi_r t)] + \\
 &+ i\exp(\varphi_i t)[\varphi_i \cos(\alpha x - \varphi_r t) - \varphi_r \sin(\alpha x - \varphi_r t)].
 \end{aligned}$$

Заметим, что физический смысл имеет только действительная часть функции тока, которая равна

$$R(\Psi) = \exp(\varphi_i t)[\varphi_r \cos(\alpha x - \varphi_r t) - \varphi_i \sin(\alpha x - \varphi_r t)].$$

Выведем уравнение возмущающего движения. Для этого исключим из первых двух уравнений системы (8.17) давление; дифференцируя первое уравнение по y , второе — по x и вычитая одно из другого, получим

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v'}{\partial t} + v \frac{\partial v'}{\partial x} + w \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \frac{\partial v}{\partial y} - v \Delta v' \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w}{\partial y} - v \Delta w' \right); \\
 \Delta &= \partial / \partial x^2 + \partial / \partial y^2
 \end{aligned}$$

или

$$\left(v - a - \frac{i}{\alpha} w^I \right) (\varphi^{\text{II}} - \alpha^2 \varphi) - \frac{i}{\alpha} w (\varphi^{\text{III}} - \alpha^2 \varphi^I) - v^{\text{II}} \varphi = \frac{i v}{\alpha} (\varphi^{\text{IV}} - 2\alpha^2 \varphi^{\text{II}} + \alpha^4 \varphi). \quad (8.18)$$

Переходим к безразмерным величинам:

$$\bar{v} = \frac{v}{v_{\max}}; \quad \bar{w} = \frac{w}{v_{\max}}; \quad y = \frac{y}{y_{11}}; \quad \bar{a} = \frac{a}{v_{\max}},$$

где y_{11} — ширина пародымогазовой зоны;

$$\bar{\alpha} = \alpha y_{11}; \quad \text{Re} = \frac{v_{\max} y_{11}}{v}.$$

После подстановки новых переменных в уравнение (8.18) получим обыкновенное линейное дифференциальное уравнение четвертого порядка относительно амплитуды:

$$\left(v - a - \frac{i}{\alpha} w^I \right) (\varphi^{\text{II}} - \alpha^2 \varphi) - \frac{i v}{\alpha} (\varphi^{\text{III}} - \alpha^2 \varphi^I) - v^{\text{II}} \varphi = \frac{1}{\alpha \text{Re}} (\varphi^{\text{IV}} - 2\alpha^2 \varphi^{\text{II}} + \alpha^4 \varphi). \quad (8.19)$$

В уравнении (8.19) знак безразмерности опущен.

Граничные условия:

$$\begin{cases} y = 0, & v' = 0, & w' = 0; \\ y = \infty, & v' = 0, & w' = 0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} y = 0, & \varphi = 0; \\ y = \infty, & \varphi = \varphi' = 0. \end{cases} \quad (8.20)$$

В предположении задания распределения скорости основного течения по координате y , т. е. $v(y)$, уравнение (8.19) содержит четыре параметра: Re , α , a , a_i .

Из этих параметров число Re основного течения, по существу, задано, кроме того, следует считать заданной и длину волны $\lambda = 2\pi/\alpha$ возмущающего движения. Таким образом, дифференциальное уравнение (8.19) с граничными условиями (8.20) дает для каждой пары значений α и Re собственную функцию $\varphi(y)$ и комплексное собственное значение

$$a = a_r + ia_i.$$

Чтобы аналитически сформулировать задачу о собственных значениях полного дифференциального уравнения (8.19) с граничными условиями (8.20), необходимо найти фундаментальную систему решений $\varphi_1 \dots \varphi_4$ этого уравнения.

Так как на основе имеющегося опыта по исследованию горения твердых топлив следует ожидать, что предел устойчивости лежит при больших числах Рейнольдса, то для определения решений φ , φ_2 можно рассматривать уравнение Орра — Зоммерфельда без учета вязкости и поперечной составляющей скорости в виде

$$(v - a)(\varphi'' - \alpha^2\varphi) - v''\varphi = 0. \quad (8.21)$$

Предположим, что основное течение имеет профиль скоростей $v(y)$, на котором имеется только одна критическая точка $y = y_{кр}$ (точка перегиба на профиле), в которой $v - a_r = 0$.

Согласно второй теореме Рэлея профили скоростей с точкой перегиба неустойчивы. Уравнение (8.21) можно представить в виде

$$\varphi'' - \alpha^2\varphi = \frac{v''}{v - a}\varphi. \quad (8.22)$$

Величина $v''/(v - a)$ из уравнения (8.22) в точке $y = y_{кр}$ обращается в бесконечность. Поэтому эта точка для уравнения (8.22) будет особой. В ее окрестности решения φ_1 и φ_2 могут быть представлены в виде рядов:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= (y - y_{кр})Z_1; \\ \varphi_2 &= Z_2 + v''_{кр}/v'_{кр}(y - y_{кр})Z_1 \ln(y - y_{кр}). \end{aligned} \quad (8.23)$$

Рассматривая решение системы уравнений (8.23) в комплексной Y -плоскости и принимая параболическое распределение скорости, выражения для Z_1 и Z_2 можно представить в виде:

$$\begin{aligned} Z_1 &= a_1(y/y_{кр}) + a_2(y/y_{кр})^2 + \dots + a_n(y/y_{кр})^n; \\ Z_2 &= b_0 + b_1(y/y_{кр}) + b_2(y/y_{кр})^2 + \dots + b_n(y/y_{кр})^n, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= 1; \quad a_2 = 1/2; \quad a_3 = (\alpha y_{кр})^2/6; \\ a_4 &= (\alpha y_{кр})^4/18; \quad a_5 = -0,0013(\alpha y_{кр})^2 + 0,0083(\alpha y_{кр})^4; \\ a_n &= [n(n-3)a_{n-1} + 2(\alpha y_{кр})^2 a_{n-2} - (\alpha y_{кр})^2 a_{n-3}]2n(n-1); \\ b_0 &= 1; \quad b_1 = 0; \quad b_2 = 0,5(\alpha - y_{кр}) - 1; \quad b_3 = 0,125 + 0,056(\alpha y_{кр})^2; \\ b_4 &= 0,021 - 0,141(\alpha y_{кр})^2 + 0,042(\alpha y_{кр})^4; \\ b_5 &= 0,005 - 0,005(\alpha y_{кр})^2 + 0,004(\alpha y_{кр})^4; \\ b_6 &= 0,0015 - 0,0012(\alpha y_{кр})^2 - 0,0038(\alpha y_{кр})^4 + 0,0014(\alpha y_{кр})^6; \\ b_n &= \frac{n(n-3)b_{n-1} + 2(\alpha y_{кр})^2 b_{n-2} - (\alpha y_{кр})^2 b_{n-3} + 2(2n-1)a_n - (2n-3)a_{n-1}}{2n(n-1)}. \end{aligned}$$

Если ограничиться тремя первыми членами в степенных рядах, решения φ_1 и φ_2 можно записать в виде:

$$\varphi_1 = \left[\bar{Y}_{кр} - 0,5\bar{Y}_{кр}^2 + \bar{Y}_{кр}^3 \frac{(\alpha y_{кр})^2}{6} \right] (y - y_{кр});$$

$$\varphi_2 = 1 + \bar{Y}_{кр}^2 \left[\frac{(\alpha - y_{кр})^2}{2} - 1 \right] + \frac{v_{кр}''}{v_{кр}'} (y - y_{кр}) \ln(y - y_{кр}) \left[\bar{Y}_{кр} - 0,5\bar{Y}_{кр}^2 + \bar{Y}_{кр}^3 \left(\frac{\alpha y_{кр}}{6} \right)^6 \right],$$

где $\bar{Y} = y/y_{кр}$.

Заметим, что в отличие от производной φ_1' производная φ_2' обращается в логарифмическую бесконечность в точке $y = y_{кр}$. Для отыскания φ_3 и φ_4 (вязкие решения) переходим от уравнения (8.19) к сокращенному уравнению, содержащему только наибольшие по величине члены, зависящие от вязкости.

Такое уравнение для определения решений φ_3 и φ_4 будет иметь вид

$$i\varphi^{IV} + r\varphi'' = 0, \quad (8.24)$$

где

$$r = \frac{y - y_{кр}}{\Theta}; \quad \Theta = \left(\frac{1}{\alpha \text{Re} v_{кр}} \right)^{1/3}.$$

В общем случае Θ представляет собой малую величину. Из уравнения (8.24) следует, что решения φ_3 и φ_4 не зависят от параметров основного течения $v(y)$. Поэтому эти решения справедливы для любого принятого закона распределения скоростей.

Для исследования турбулентного горения, в частности, устойчивости ламинарного течения, наибольший интерес представляет решение, которое (например, φ_3) при больших Re быстро затухает.

Уравнение (8.24) является выраженным уравнением Бесселя:

$$Z_2 y'' + Zy' + y(Z^2 + v^2) = 0,$$

которое может быть сведено к уравнению вида

$$y'' + Zy = 0. \quad (8.25)$$

Решение уравнения (8.25) может быть представлено в виде

$$\varphi_3(r) = \int_{-\infty}^r \int_{-\infty}^{r'} (r'')^{1/2} H_{1/3}' \left[\frac{2}{3} (ir'')^{2/3} \right] dr' dr'',$$

где $H_{1/3}'$ — функции Ханкеля первого рода.

Таким образом, известны решения для φ_1 , φ_2 и φ_3 :

$$\varphi_1 = \left[\bar{Y}_{кр} - 0,5\bar{Y}_{кр}^2 + \bar{Y}_{кр}^3 \frac{(\alpha \bar{Y}_{кр})^2}{6} \right] (Y - Y_{кр});$$

$$\varphi_2 = 1 + \left[\frac{(\alpha - Y_{кр})^2}{2} - 1 \right] Y_{кр}^2 + \frac{v_{кр}''}{v_{кр}'} (Y - Y_{кр}) \ln(Y - Y_{кр}) \left[\bar{Y}_{кр} - 0,5\bar{Y}_{кр}^2 + \bar{Y}_{кр}^3 \frac{(\alpha \bar{Y}_{кр})^2}{6} \right];$$

$$\varphi_3 = \int_{-\infty}^r \int_{-\infty}^{r'} (r'')^{1/2} H_{1/3}' \left[\frac{2}{3} (ir'')^{2/3} \right] dr' dr''.$$

Принимая, что основное течение $v(y)$ является течением в пограничном слое, которое при $y = \delta$ (δ — толщина пограничного слоя) смыкается с постоянным внешним течением, решение уравнения возмущающего движения можно представить в виде

$$\varphi = \exp(-\alpha y).$$

При этом для случая $y \geq \delta$ должно выполняться равенство

$$\varphi' + \alpha\varphi = 0.$$

Общее решение дифференциального уравнения можно записать в виде трех частных интегралов:

$$\varphi = A_1\varphi_1 + A_2\varphi_2 + A_3\varphi_3.$$

При $y = \delta$ (и больших y) быстро затухающее решение φ_3 можно не учитывать. Тогда первым граничным условием будет равенство

$$A_1[\varphi_1'(\delta) + \alpha\varphi_1(\delta)] + A_2[\varphi_2'(\delta) + \alpha\varphi_2(\delta)] = 0.$$

Применительно к пластинке, где в соответствии с граничными условиями (8.20) $\varphi' = 0$, $\varphi = 0$ должно быть принято во внимание решение с учетом вязкости — φ_3 :

$$A_1\varphi_1 + A_2\varphi_2 + A_3\varphi_3 = 0;$$

$$A_1\varphi_1' + A_2\varphi_2' + A_3\varphi_3' = 0.$$

Таким образом, имеем задачу на собственные значения. Для того чтобы эти уравнения имели решения, не равные нулю, должно выполняться условие

$$\begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 \\ \varphi_1' & \varphi_2' & \varphi_3' \\ \Phi_1(\delta) & \Phi_2(\delta) & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрыв определитель, получим

$$\Phi_1(\delta) = \varphi_1'(\delta) + \alpha\varphi_1(\delta);$$

$$\Phi_2(\delta) = \varphi_2'(\delta) + \alpha\varphi_2(\delta);$$

$$\frac{\varphi_3}{\varphi_3'} = \frac{\varphi_2\Phi_1(\delta) - \varphi_1\Phi_2(\delta)}{\varphi_2'\Phi_1(\delta) - \varphi_1'\Phi_2(\delta)}.$$

Как следует из последнего соотношения, его левая часть, содержащая лишь решение с учетом вязкости, зависит только от величины r_w .

Учитывая, что $r_w = -\bar{Y}_{кр}/\theta$, $v - a = v_{кр}(\bar{Y} - \bar{Y}_{кр})$, то на поверхности заряда ТТ $-\bar{Y}_{кр}v_{кр} = -a$, поэтому $r_w = -a/(v_{кр}\theta)$.

Вводя обозначения

$$\varphi_3/\varphi_3' = -\theta N(r_w); \quad -Y'_{кр} \frac{\Phi_2\varphi_1 - \Phi_1\varphi_2}{\Phi_2\varphi_1' - \Phi_1\varphi_2'}$$

и учитывая, что $r_w = -Y_{кр}/\theta$, получим

$$-N(r_w)/r_w = n(\alpha, a). \quad (8.26)$$

Уравнение (8.26) определяет собственное значение с учетом вдува, ибо в процессе вывода этого уравнения показано, что устойчивость течения существенно зависит от кривизны профиля скорости v , которая, в свою очередь, зависит от параметра вдува. Правая часть уравнения (8.26) является функцией только α и a , левая часть, содержащая лишь вязкое решение ϕ_3 , является функцией только r_w .

Для решения уравнения (8.26) сначала строим полярную диаграмму функции $N(r_w)/r_w$, откладывая для этой цели по оси абсцисс действительную часть комплексной величины, т. е. $N(r_w)/r_w$, а по оси ординат — мнимую часть. Затем на той же диаграмме строится при фиксированных значениях a , семейство кривых $n(\alpha, a)$ в зависимости от α . Кривые $n(\alpha, a)$ пересекают кривую $N(r_w)/r_w$ в двух точках, определяющих значения α и r_w , необходимых для построения нейтральной кривой.

Таким образом, для конкретных условий, в зависимости от природы твердого топлива, типа заряда ТТ, степени развитости поверхности горения в передней части заряда, уровня давления и др. факторов, в результате решения дифференциального уравнения возмущающего движения (типа уравнения (8.21)) с соответствующими граничными условиями можно определить пороговую скорость турбулентного горения (момент возникновения турбулентного горения), соответствующую появлению точки перегиба на профиле скоростей. На момент возникновения турбулентного горения, по-видимому, существенное влияние могут оказывать химические реакции в зоне горения. Этот вопрос до настоящего времени остается открытым, и его решение с гидродинамической точки зрения является актуальной задачей.

Количественное значение пороговой скорости, как уже было показано, зависит в основном от степени возмущения потока во входном сечении канала. В свою очередь, степень возмущения потока зависит от геометрических параметров заряда (канала) в его передней части. В зависимости от типа и конструкции применяемого заряда (наличие или отсутствие компенсатора в передней части и др.) пороговая скорость будет иметь различную величину.

Вводя в рассмотрение по аналогии с числом Рейнольдса безразмерное число¹ $Y_{кр} = V_{пор} Y_{п} / \nu$, где $Y_{п}$ — ширина зоны пламени; ν — кинематическая вязкость, можно определить количественную величину пороговой скорости.

Скорость горения заряда ТТ в условиях камеры сгорания двигателя может быть определена по соотношению (8.51).

С этой точки зрения следует рассматривать два случая:

1) число \bar{Y} во входной части канала заряда ТТ равно или больше безразмерного критического числа $\bar{Y}_{кр}$, т. е. $\bar{Y} \geq \bar{Y}_{кр}$, где $\bar{Y} = \nu Y_{п} / \nu$. В этом случае поток во входной части канала является дестабилизированным, поэтому пороговая скорость $v_{пор}$ лежит в области низких значений скоростей продуктов сгорания. По опытным данным, для заряда из пороха Н с компенсатором в передней части $v_{пор} = 3...5$ м/с;

2) число \bar{Y} во входной части канала меньше критического, т. е. $\bar{Y} < \bar{Y}_{кр}$. В этом случае на начальном участке канала заряда ТТ будет иметь место ста-

¹ Под безразмерным критическим числом Y понимается такое число, при котором турбулентные вихри проникают в дымопарогазовую зону.

ционарное горение и только потом, в основном из-за вдувания продуктов сгорания с горячей поверхности, произойдет ускорение потока (дестабилизация потока вблизи поверхности горения), и в момент достижения $\bar{Y} = \bar{Y}_{кр}$ стационарное горение перейдет в турбулентное. Последнему моменту соответствует пороговая скорость турбулентного горения. Количественное значение пороговой скорости в этом случае определяется главным образом степенью турбулентности потока во входной части канала и лежит в диапазоне $10 < v_{пор} \leq 200$ м/с.

8.4.3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ ТТ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

При исследовании горения твердого топлива в турбулентном потоке ограничимся асимптотическим случаем течения газа, т. е. будем рассматривать изменение параметров только по координате. Система уравнений, описывающая турбулентное течение продуктов сгорания, запишется в виде

$$\begin{aligned}\frac{d}{dy}(\bar{\rho u}) &= 0; \\ \bar{\rho u} \frac{d\bar{v}}{dy} &= \frac{d}{dy} \left[(\mu + \mu_\tau) \frac{d\bar{v}}{dy} \right]; \\ \bar{\rho u} \frac{d\bar{h}}{dy} &= (\mu + \mu_\tau) \left(\frac{dv}{dy} \right)^2 + \frac{d}{dy} \left[(\lambda + \lambda_\tau) \frac{d\bar{T}}{dy} \right] + \frac{d}{dy} \left[h_i (\bar{\rho D}_{ij} + \bar{\rho D}_\tau) \frac{da_{i\tau}}{dy} \right]; \\ \bar{\rho u} \frac{da_{i\tau}}{dy} &= \frac{d}{dy} \left[(\bar{\rho D}_{ij} + \bar{\rho D}_\tau) \frac{da_{i\tau}}{dy} \right] + W_j; \\ p &= \text{const.}\end{aligned} \quad (8.27)$$

Количественная оценка показывает, что при скоростях потока меньше скоростей звука, теплота, возникающая при трении, значительно меньше теплоты, выделяющейся при протекании химических реакций. В этой связи в третьем уравнении системы (8.27) членом $(\mu + \mu_\tau)(dv/dy)^2$, характеризующим приток теплоты от трения, можно пренебречь. С учетом этого система уравнений (8.27), описывающая предельный случай турбулентного течения продуктов горения, примет вид

$$\begin{aligned}\frac{d}{dy}(\bar{\rho u}) &= 0; \\ \bar{\rho u} \frac{d\bar{h}}{dy} &= \frac{d}{dy} \left[(\lambda + \lambda_\tau) \frac{d\bar{T}}{dy} \right] + \frac{d}{dy} \left[h_i (\bar{\rho D}_{ij} + \bar{\rho D}_\tau) \frac{da_{i\tau}}{dy} \right]; \\ \bar{\rho u} \frac{da_{i\tau}}{dy} &= \frac{d}{dy} \left[(\bar{\rho D}_{ij} + \bar{\rho D}_\tau) \frac{da_{i\tau}}{dy} \right] + W_j; \\ p &= \text{const.}\end{aligned} \quad (8.28)$$

Первое и последнее уравнения системы (8.28) записаны в предположении постоянства массовой скорости потока и давления газа поперек слоя, причем давление в пограничном слое равно давлению на границе с внешним потоком. Эти равенства являются необходимыми условиями горения твердого топлива в турбулентном потоке газа.

Как уже указывалось, для газовых смесей с близкими молекулярными массами имеют место равенства:

$$\text{Pr} = \mu c_p / \lambda = 1; \quad \text{Le} = \rho D_{ij} c_p / \lambda = 1.$$

Далее предположим, что турбулентные числа Прандтля и Льюиса равны единице, т. е.

$$\text{Pr}_T = \nu_T / a = 1; \quad \text{Le}_T = D_T / a_T = 1,$$

где ν_T — коэффициент фиктивной турбулентности кинетической вязкости; $a_T = \lambda_T / c_p \rho$ — коэффициент фиктивной турбулентной теплопроводности.

Принятые допущения являются достаточно корректными, по крайней мере, для турбулентных газовых потоков у твердых поверхностей. Последнее равенство, означающее одинаковость механизма турбулентного перемешивания как для трения, так и для теплопроводности и диффузии, позволяет получить из системы уравнений (8.28) первый интеграл. Наличие первого интеграла в значительной степени упрощает исследование задачи о горении твердого топлива в турбулентном потоке.

В условиях горения твердого топлива теплота к поверхности горения К-фазы передается, как известно, не только за счет теплопроводности, но и диффузионным потоком химической энтальпии. Интенсивность обмена теплотой поперек линий тока в осесимметричных потоках определяется выражением

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \sum \rho a_{ij} h_j |W_j^D|,$$

где $|W_j^D|$ — скалярное значение скорости диффузии j -го компонента в направлении координаты y ;

$$h_i = \int_0^T c_{pi} dT + h_i^0$$

(h_j^0 — энтальпия образования j -го компонента, экстраполированная к нулю).

Имея в виду, что

$$\rho a_j |W_j^D| = -\rho D_{1,2} \frac{\partial a_j}{\partial y}$$

и полная термодинамическая энтальпия, включающая как тепловую, так и химическую энтальпию, определяется выражением

$$h = \sum a_j h_j,$$

получаем

$$dh = c_p dT + \sum h_j da_j.$$

С учетом последнего соотношения выражение для теплового потока примет вид

$$q = Z_1 + Z_2. \quad (8.29)$$

Здесь

$$Z_1 = -\frac{\lambda}{c_p} \left(\frac{\partial h}{\partial y} - \sum h_j \frac{\partial a_i}{\partial y} \right); \quad (8.30)$$

$$Z_2 = -\frac{\lambda}{c_p} \left(\frac{\rho D_{1,2} c_p}{\lambda} - \sum h_j \frac{\partial a_i}{\partial y} \right). \quad (8.31)$$

Соотношения (8.30) и (8.31) учитывают соответственно теплопроводность и диффузию. В общем случае, как следует из уравнений (8.29)...(8.31), относительное значение теплоты, передаваемой путем теплопроводности и диффузии, зависит от отношения химической и тепловой энтальпии и от критерия подобия Льюиса — Семенова.

В нашем случае

$$\lambda = \mu c_p; \quad \lambda = c_p \rho D_{1,2}.$$

С учетом указанных замечаний выражение (8.29) примет вид

$$q = \lambda \partial h / \partial y.$$

В силу сделанных предложений, а также имея в виду, что от газовой фазы к поверхности горения К-фазы теплота передается как молекулярной, так и турбулентной теплопроводностью, уравнения системы (8.29) можно привести к виду

$$\begin{aligned} \rho u c_p \frac{dv}{dy} &= \frac{d}{dy} \left[\lambda + \lambda_\tau \frac{dv}{dy} \right]; \\ \rho u \frac{dh}{dy} &= \frac{d}{dy} \left[(\lambda + \lambda_\tau) \frac{dT}{dy} \right] + q_p W; \\ \frac{d}{dy} (\rho u) &= 0; \quad \bar{p} = \text{const}. \end{aligned} \quad (8.32)$$

Заметим, что в условиях горения твердого топлива в турбулентном потоке характер распределения температуры по ширине газовой зоны иной, чем в условиях стационарного горения. При этом по мере увеличения степени турбулентности потока степень различия профиля температур, выражающаяся в увеличении градиента температур, возрастает. Можно считать очевидным, что с момента возникновения турбулентного горения, участка, характерного для порохов баллистического типа с мало изменяющейся температурой по ширине газовой зоны (так называемой подготовительной зоны горения), не существует. Поэтому средняя суммарная скорость химических реакций может быть определена по зависимости

$$W = \frac{1}{T_r - T_n} \int_{T_n}^{T_r} W dT.$$

Суммарная скорость химических реакций включает в себя скорости реакций экзотермического разложения. Их зависимость от температуры содержит экспоненциальный множитель типа множителя Аррениуса

$$W = K_0 \exp(-E/2RT),$$

где K_0 — частотный фактор.

Для определения скорости горения твердого топлива в турбулентном потоке будем рассматривать физико-химические процессы, протекающие как в «твердой» (К-фазе), так и в газовой зоне горения.

Коэффициент относительной скорости турбулентного горения в К-фазе. Физико-химические процессы, протекающие в К-фазе, можно с достаточным приближением описать уравнениями вида

$$\lambda \frac{d^2 T}{dy^2} + \rho u c_p \frac{dT}{dy} + q_k \rho K_0 \exp(-E/2RT) = 0; \quad (8.33)$$

$$u = \int_0^\infty K \exp(-E/2RT) dy$$

при граничных условиях:

$$y = 0; \quad T = T_{\text{п}};$$

$$y = \infty; \quad T = T_0$$

(здесь знак ∞ означает состояние вещества на бесконечности от поверхности заряда ТТ).

Решение системы уравнений (8.33) относительно стационарной скорости горения имеет вид

$$u = \frac{-\lambda \frac{dT}{dy}}{(c_p \rho_{\text{гр}} T_{\text{п}} - c_p \rho_{\text{к}} T_0) \left(1 - \frac{q_k \rho_{\text{к}}}{c_p \rho_{\text{гр}} T_{\text{п}} - c_p \rho_{\text{к}} T_0} \right)}, \quad (8.34)$$

где T_0 — начальная температура заряда ТТ; q_k — тепловой эффект реакции в К-фазе; $\rho_{\text{к}}$ — средняя плотность вещества в К-фазе; $\rho_{\text{гр}}$ — плотность вещества в К-фазе на границе с пародымогазовой зоной; $\lambda(dT/dy)$ — конвективный тепловой поток, транспортируемый из газовой зоны горения в К-фазу.

Величина $\rho_{\text{к}} q_k / (c_p \rho_{\text{гр}} T_{\text{п}} - c_p \rho_{\text{к}} T_0)$ характеризует ту часть теплоты, которая выделяется в К-фазе и идет на нагревание твердого топлива.

Уравнение (8.34) определяет стационарную скорость горения ТТ. Выражение для скорости горения в турбулентном потоке можно найти в результате решения системы (8.33). Граничные условия в этом случае:

$$y = 0; \quad T = T_{\text{п}};$$

$$y = \infty; \quad T = T_0.$$

Соотношение для скорости горения ТТ в турбулентном потоке будет иметь вид

$$u_{\text{т}} = \frac{-(\lambda + \lambda_{\text{т}})(dT/dy)}{(c_p \rho_{\text{гр}} T_{\text{п.в}} - c_p \rho_{\text{к}} T_0) [1 - (q_k \rho_{\text{к}}) / (c_p \rho_{\text{гр}} T_{\text{п.в}} - c_p \rho_{\text{к}} T_0)]}, \quad (8.35)$$

где $T_{\text{п.в}}$ — температура поверхности К-фазы, зависящая от скорости газового потока, протекающего вдоль поверхности горящего заряда.

Коэффициент относительной скорости турбулентного горения, равный отношению турбулентной скорости горения к стационарной, т. е. $\varepsilon = u_{\text{т}}/u$, определяется в результате совместного решения уравнений (8.34) и (8.35):

$$\varepsilon = \frac{\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \frac{\lambda + \lambda_{\text{т}}}{\lambda} (c_p \rho_{\text{гр}} T_{\text{п}} - c_p \rho_{\text{к}} T_0 - q_k \rho_{\text{к}})}{c_p \rho_{\text{гр}} T_{\text{п.в}} - c_p \rho_{\text{к}} T_0 - q_k \rho_{\text{к}}}. \quad (8.36)$$

Здесь

$$\varphi_1 = (dT/dy)_{\text{т}}; \quad \varphi_2 = (dT/dy)_{\text{ст}}$$

— градиенты температуры для турбулентного и стационарного горения ТТ соответственно.

Напряжение трения на горячей поверхности твердого топлива в предположении, что

$$\begin{aligned}c_p \mu &= \lambda; \\ c_p \mu_T &= \lambda_T,\end{aligned}$$

можно определить путем интегрирования первого уравнения системы (8.32):

$$\tau'_n = \tau_n c_p = (\lambda + \lambda_T) \frac{dv}{dy} - \rho u c_p v, \quad (8.37)$$

где τ_n — касательное напряжения трения на горячей поверхности К-фазы.

Второй член правой части уравнения (8.37) учитывает влияние притока массы газа с боковой поверхности заряда ТТ, обусловленного процессом горения твердого топлива, на напряжение трения.

С другой стороны, напряжение трения (напряжение сдвига) можно определить по соотношению

$$\tau = \rho v_\tau^2, \quad (8.38)$$

где v_τ — динамическая (фрикционная) скорость.

Турбулентность обычно характеризуется длиной пути перемешивания l . Можно предположить, что длина пути перемешивания не зависит от того, перенос скалярной (температуры) или векторной (количества движения) величин рассматривается. Принятое предположение является приемлемым для течения вещества вблизи стенки.

В соответствии с теорией Прандтля выражение для динамической скорости можно записать в виде

$$v_\tau = l(dv/dy).$$

Естественно, что в случае течения реагирующего газа у плоской стенки (при изучении гидродинамики потока в зоне пламени стенку канала заряда можно считать плоской, так как радиус ее кривизны приблизительно в 1000 раз превышает эффективную ширину зоны горения), длина перемешивания для турбулентного слоя пропорциональна текущей координате x . Как показывает анализ экспериментальных данных о распределении скорости потока по поперечному сечению канала, связь между длиной перемещения l и x выражается зависимостью $l = a'x$.

Необходимо заметить, что длина пути перемешивания во многом аналогична средней длине свободного пробега молекул в кинетической теории газов. Х. Гебелейн, оценивая длину пути перемешивания методом статистического анализа, установил, что коэффициент пропорциональности a' не сохраняет постоянного значения по поперечному сечению канала, а постепенно уменьшается от степени к оси канала: $a' = 0,3 \dots 0,15$. Поскольку нас интересует процесс в зоне горения, то, следовательно, приближенно можно принять значение коэффициента $a' \cong 0,15$.

Связь между динамической скоростью потока и коэффициентом сопротивления можно представить в виде

$$v_\tau = v \sqrt{2\lambda_c/4},$$

где λ_c — коэффициент сопротивления.

Значения λ_c можно определить по трансцендентному соотношению

$$\lambda_c = 1/(2\ln \text{Re} \sqrt{\lambda_c} - 0,8)^2 \quad (8.39)$$

или $\lambda_c = 0,0032 + 0,221/\text{Re}^{0,237}$.

Число Re можно определить из соотношения

$$\text{Re} = \frac{4F}{h} \frac{v_p}{\mu_t}, \quad (8.40)$$

где h — мгновенное значение горящего (смоченного) периметра канала заряда ТТ; F — площадь поперечного сечения канала заряда.

Зависимости (8.39), (8.40) отражают влияние числа Re и, следовательно, масштабного фактора на динамическую скорость потока.

Как уже ранее отмечалось, к настоящему времени гидродинамика реагирующего потока в области, лежащей вблизи горячей поверхности, изучена весьма слабо: практически отсутствуют достоверные данные о закономерности изменения профиля скоростей в зоне горения в зависимости от различных факторов.

Течение однородного газа вблизи стенки (без учета вдувания вещества с боковой поверхности) рассмотрено в работах Т. Кармана. Карман различает три области:

- 1) ламинарный подслой у стенки, где турбулентность играет существенную роль;
- 2) переходную область, где передача теплоты посредством турбулентности и молекулярной теплопроводности играет примерно одинаковую роль;
- 3) турбулентную область, где передача теплоты осуществляется главным образом посредством турбулентной теплопроводности.

Такие экспериментально проверенные предположения справедливы в основном при течении газа в гладкой цилиндрической трубе. В случае течения газа вблизи горячей поверхности канала заряда твердого топлива после проникновения турбулентных вихрей в пародымогазовую зону (по ширине соизмеримую с ламинарным подслоем), т. е. для условий, когда $\bar{Y} \geq \bar{Y}_{кр}$, можно предполагать, что вблизи горячей поверхности не будет ламинарного подслоя. В силу этого распределение профиля скорости в зоне горения будем считать идентичным распределению профиля скоростей в переходной области (где турбулентная и молекулярная теплопроводности проявляются в одинаковой степени). Отношение скорости потока к динамической скорости можно представить в виде

$$v/v_t = a + b \ln(v_t y_1/v), \quad (8.41)$$

где a, b — физические константы, определяемые опытным путем.

Имея в виду выражение (8.41), а также соотношения для напряжения трения (8.38), (8.39) и безразмерного параметра \bar{Y} , можно определить коэффициент турбулентной вязкости:

$$1 + \frac{v_t}{v} = \frac{u \bar{Y}}{v_t \ln[1 + (u/v_t)(a + b \ln \bar{Y})]}.$$

Это равенство определяет турбулентную вязкость с учетом вдувания. Без учета вдувания выражение для турбулентной вязкости можно записать в виде

$$1 + \frac{v_{\tau}}{v} = \frac{\bar{Y}}{a + b \ln \bar{Y}}. \quad (8.42)$$

Соотношение (8.42) получено в предположении, что напряжение трения не зависит от вдувания газа с боковой поверхности, обусловленного горением твердого топлива. Это означает, что в правой части выражения (8.37) вторым членом можно пренебречь, т. е.

$$\tau'_{\pi} = (\lambda + \lambda_{\tau}) \frac{dv}{dy}.$$

Соотношения для индукционной и реакционной зон. Распределение температуры в индукционной зоне (зоне прогрева) находим в результате решения уравнения теплопроводности (членом, характеризующим тепловыделение в зоне прогрева, пренебрегаем):

$$\lambda \frac{d^2 T}{dy^2} - c_p m \frac{dT}{dy} = 0.$$

Интегрируя это уравнение от $y = 0$ до $y < y_{\tau}$, получаем

$$\lambda \frac{dT}{dy} = c_p m (T - T_1). \quad (8.43)$$

На границе сопряжения зоны прогрева и зоны пламени имеем

$$\lambda \frac{dT}{dy} = c_p m (T - T_{\Gamma}).$$

Интегрируя уравнение (8.43) при граничных условиях $y = 0, T = T_{\pi.v}$ находим

$$Y_1 = \frac{\lambda}{c_p m} \ln \frac{T_1 - T_{\pi}}{T_{\pi.v} - T_{\Gamma}}.$$

Для реакционной зоны уравнение энергии можно записать в виде

$$\frac{d}{dy} \left[\lambda \left(1 + \frac{v_{\tau}}{v} \right) \frac{dT}{dy} \right] = -qW. \quad (8.44)$$

Умножая левую и правую части уравнения (8.44) на $2\lambda(1 + v_{\tau}/v)dT$, получаем

$$2\lambda \left(1 + \frac{v_{\tau}}{v} \right) \frac{dT}{dy} d \left[\lambda \left(1 + \frac{v_{\tau}}{v} \right) \frac{dT}{dy} \right] = -2q\lambda \left(1 + \frac{v_{\tau}}{v} \right) W dT$$

или

$$d \left[\lambda \left(1 + \frac{v_{\tau}}{v} \right) \frac{dT}{dy} \right]^2 = -2q\lambda \left(1 + \frac{v_{\tau}}{v} \right) W dT. \quad (8.45)$$

При граничных условиях $y = 0, T = T_{\pi.v}; y = y_1, T = T_1$ первый интеграл уравнения (8.45) имеет вид

$$\lambda \left(1 + \frac{v_{\tau}}{v} \right) \frac{dT}{dy} = \sqrt{2q\lambda \left(1 + \frac{v_{\tau}}{v} \right) \int_{T_{\pi.v}}^{T_1} W dT}. \quad (8.46)$$

Принимая, что вся теплота реакции отводится теплопроводностью, и приравнявая ее к общему количеству теплоты, выделяющейся в зоне горения в единицу времени, запишем

$$\lambda \frac{dT}{dy} \left(1 + \frac{v_T}{v} \right) = m_T q, \quad (8.47)$$

где $q = c_p(T_1 - T_{п.в})$.

Комбинируя соотношения (8.46) и (8.47), получаем выражение для массовой скорости горения в турбулентном потоке:

$$m_T = \left(1 + \frac{v_T}{v} \right) \frac{2\lambda}{c_p(T_1 - T_{п.в})} \int_{T_{п.в}}^{T_1} W dT. \quad (8.48)$$

Стационарная массовая скорость горения:

$$m = \sqrt{\frac{2\lambda}{c_p(T_1 - T_{п.в})} \int_{T_{п.в}}^{T_1} W dT}. \quad (8.49)$$

Интегральные соотношения, входящие под корень в выражениях (8.48) и (8.49), можно представить в виде:

$$\frac{1}{T_1 - T_{п.в}} \int_{T_{п.в}}^{T_1} W dT = W_T;$$

$$\frac{1}{T_1 - T_{п.в}} \int_{T_{п.в}}^{T_1} W dT = \bar{W}.$$

Имея в виду соотношения (8.36), (8.48), (8.49), получим выражение коэффициента относительной скорости турбулентного горения для газовой зоны горения:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{u \bar{Y}}{v_T \ln[1 + (u_T/v_T)(a + b \ln \bar{Y})]} \frac{T_1 - T_{п.в}}{T_1 - T_{п.в}}}. \quad (8.50)$$

Схема расчета локального коэффициента относительной скорости турбулентного горения состоит в следующем. По соотношению (8.36) определяют аппроксимирующую зависимость коэффициента ε от температуры поверхности турбулентного горения $T_{п.в}$. Далее по соотношению (8.50) для различных значений $T_{п.в}$ находят зависимость коэффициента ε от скорости потока. Имея аппроксимирующую зависимость $\varepsilon = \varepsilon(T_{п.в})$ и зависимость $\varepsilon = \varepsilon(v)$ при различных значениях $T_{п.в}$, можно определить истинное значение коэффициента относительной скорости турбулентного горения для каждого значения скорости потока. На рисунке 8.5 изображена характерная зависимость ε от скорости потока v .

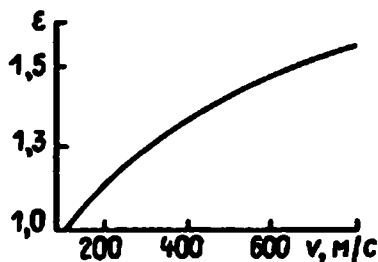


Рис. 8.5
Зависимость коэффициента относительной скорости ε от скорости потока v

Заметим, что приведенная теория горения твердых топлив в турбулентном потоке позволяет в рамках принятых допущений качественно представить закономерность изменения скорости горения от различных факторов, так как отдельные параметры, как, например, температура поверхности, напряжение трения и другие, могут быть определены весьма приближенно. В этой связи в практических расчетах используются полуэмпирические зависимости для скорости горения твердых топлив в турбулентном потоке, полученные путем обработки опытных данных и согласования их с теорией.

Наиболее типичной зависимостью для скорости горения твердых топлив в диапазоне изменения давления $p = 2 \dots 17$ МПа является зависимость вида

$$u = u_1 (p / p_{\text{атм}})^v \left[1 + \delta K_v \sqrt{(v - v_{\text{пор}})} \right], \quad (8.51)$$

где

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{если } v < v_{\text{пор}}; \\ 1, & \text{если } v \geq v_{\text{пор}}. \end{cases}$$

Здесь K_v — коэффициент турбулентного горения, выраженный в $(\text{с/м})^{1/2}$ и зависящий в основном от природы твердых топлив (порохов). Установлено, что для быстрогорящих твердых топлив численное значение коэффициента турбулентного горения имеет меньшее значение, чем для медленногорящих. Для баллистического пороха Н $K_v = 0,02 (\text{с/м})^{1/2}$.

Пороговая скорость турбулентного горения $v_{\text{пор}}$, соответствующая моменту проникновения турбулентных вихрей в пародымогазовую зону, зависит от природы твердого топлива и главным образом как уже было показано выше, от условий входа потока в канал заряда. В зависимости от условий входа потока в канал пороговая скорость турбулентного горения может изменяться в диапазоне 140...200 м/с для канального заряда с бронированным передним торцом, до 10...20 м/с — для канального заряда ТТ с компенсатором в передней части.

8.5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ И ПОРОГОВОЙ СКОРОСТИ

Во многих известных работах пороговая скорость и коэффициент турбулентного горения экспериментально определялись путем обдува образца твердого топлива потоком газа с известной скоростью. Недостаток этого метода состоит в том, что структуры пограничного слоя в начальной части обтекаемого образца и развитого пограничного слоя в точках, удаленных от начала, как, например, в трубах, различны. Поэтому маленький образец находится в условиях, отличных от участка поверхности заряда, удаленного от входа в канал. Таким образом, здесь существенно нарушаются законы физического подобия. По этой причине численные значения коэффициента турбулентного горения и пороговой скорости, так же как и скорость горения, определяемые данным методом, могут значительно отличаться от своих истинных значений. Для определения пороговой скорости и скорости горения в турбулентном потоке для различных марок порохов Л. Грин, Дж. Ленуар и Г. Робийяр использовали метод, базирующийся на гашении заряда твердого топлива в период тур-

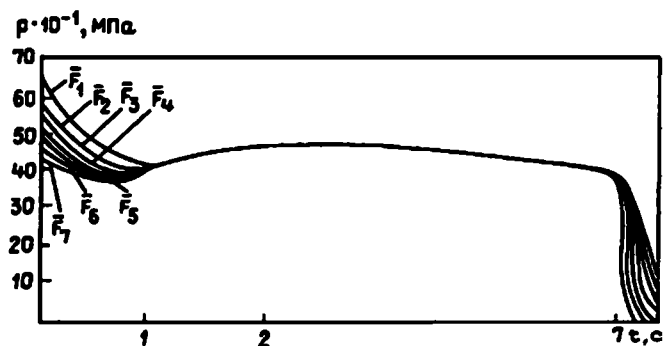


Рис. 8.6
Зависимость давления от времени работы двигателя для различных значений относительных площадей канала заряда ТТ

булентного горения с последующим измерением разгара канала. Этот метод выгодно отличается от первого.

Коэффициент турбулентного горения и пороговая скорость могут быть определены и другим способом, основанным на обработке экспериментальных кривых давление — время (рис. 8.6). Точность этого способа в значительной степени зависит от точности применяемого математического метода решения обратной задачи определения параметров рабочего процесса. Вполне очевидно, что здесь должны быть учтены по возможности все факторы, так или иначе оказывающие влияние на характер распределения давления по времени процесса. К таким факторам относятся: обратимые и необратимые потери (падение полного и статического давления по длине камеры, и в частности канала заряда), неоднородность профиля скоростей по поперечному сечению канала, изменение площади поперечного сечения канала по его длине, эффект турбулентного горения.

Методически определение коэффициента турбулентного горения сводится к тому, что, задаваясь его различными значениями, методом численного интегрирования на ЭВМ системы дифференциальных уравнений с соответствующими граничными условиями можно определить давление. Истинному значению коэффициента K будет отвечать такое значение, при котором расчетное давление совпадает с опытным. Такой способ определения коэффициента турбулентного горения является наряду со вторым способом наиболее точным. В качестве примера на рисунке 8.7 изображен график зависимости относительного давления (под относительным давлением p понимается отношение давления p_r , обусловленного турбулентным горением, к стационарному давлению $p_{ст}$) от относительной площади поперечного сечения канала \bar{F} (относительной

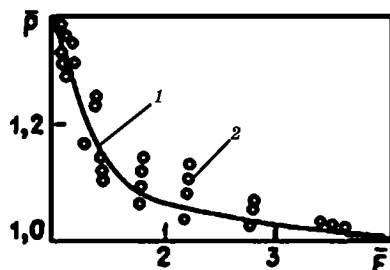


Рис. 8.7
Зависимость относительного давления от относительных площадей канала ТТ:

1 — расчетные данные; 2 — экспериментальные данные.

скорости потока). График получен расчетным путем при следующих исходных данных: в качестве топлива использовался порох Н; $\bar{F} = F_l / F_{кр} = 1,0 \dots 15,3$; $F_{кр} = 3,33 \text{ см}^2$; $n = 1,25$; $d = 2,0 \text{ см}$; $l = 42,0 \text{ см}$.

На этом графике приведены также экспериментальные значения относительного давления, полученные при тех же условиях. Как видно из рисунка 8.7, истинному значению коэффициента турбулентного горения будет отвечать $K_v = 0,028 (\text{с/м})^{1/2}$. Следовательно, чувствительность изменения давления к изменению скорости потока при относительно больших значениях \bar{F} незначительна.

8.6. НЕСТАБИЛЬНОЕ ГОРЕНИЕ ЗАРЯДА ТТ

8.6.1. ТИПЫ АУТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

В РДТТ при определенных условиях возможно возникновение автоколебаний давления. Горение твердого топлива в условиях автоколебаний получило название неустойчивого горения (или вибрационного).

РДТТ является автоколебательной системой, т. е. такой системой, которая сама является источником возбуждения колебаний. Механизм возникновения автоколебаний в двигателе связан с процессом теплообмена между газовой зоной и К-фазой твердого топлива. Под механизмом здесь понимаются физико-химические процессы, объединенные причинной связью. Возникает замкнутый контур прямого и обратного влияния — увеличение прихода продуктов сгорания приводит к увеличению давления и расхода через сопло, что, в свою очередь, оказывает влияние на приход. Из-за сложности этого механизма до настоящего времени не создано достаточно строгой теории и расчетных методов неустойчивого горения. Вместе с тем на практике достаточно успешно используются выработанные теорией и экспериментом средства борьбы с автоколебаниями.

Различают два типа автоколебательных процессов: низкочастотные и высокочастотные, или акустические. Низкочастотные автоколебания проявляют себя на частотах от одного до нескольких герц, причем давление одинаково (синхронно) изменяется во времени по всему объему.

Высокочастотные колебания возникают на частотах акустического диапазона, для которых характерно периодическое изменение давления в различных точках камеры сгорания со сдвигом по фазе. Формы газодинамических колебаний могут быть продольными (осевыми), радиальными (поперечными) и тангенциальными.

Уровень и характер газодинамических колебаний в значительной степени зависят от формы свободного объема камеры сгорания, который по мере выгорания заряда ТТ изменяется, поэтому и газодинамические колебания, возникнув, могут потом и самопроизвольно исчезнуть. В общем случае в зависимости от соотношения между притоком и расходом акустической энергии газодинамические колебания могут быть расходящимися при непрерывно увеличивающейся амплитуде, периодическими с постоянной амплитудой и частотой и затухающими с постоянно уменьшающейся амплитудой.

При изучении газодинамических (акустических) колебаний надо знать чувствительность поверхности горения заряда ТТ на возмущение давления. Функция проводимости A , заимствованная из акустики, определяется по соотношению

$$A = \bar{M} \left[\frac{m'/\bar{m}}{p'/\bar{p}} - \frac{\rho'/\bar{\rho}}{p/\bar{p}} \right],$$

где m' , p' , ρ' — флуктуации плотности потока массы у поверхности горения, давления и плотности соответственно; \bar{m} , \bar{p} , $\bar{\rho}$ — средняя величина плотности потока массы, давления и плотности; \bar{M} — среднее число М.

Функция A зависит от свойств твердого топлива и его продуктов сгорания и от частоты колебаний. С ней связаны коэффициенты усиления и затухания колебаний. Если действительная часть функции проводимости A положительна, то колебания усиливаются, при этом чем больше A , тем в большей степени процесс горения усиливает колебания. Функцию проводимости можно также применять для определения границ устойчивости горения. В процессе изучения газодинамических колебаний особое внимание уделяется выявлению механизма возбуждения и подавления автоколебаний и определению границы их возникновения.

Теоретически колебания малой амплитуды, как правило, изучаются путем применения математической модели, базирующейся на использовании линейных дифференциальных уравнений, а колебания большой амплитуды — на использовании нелинейных дифференциальных уравнений.

8.6.2. ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ АУТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Высокочастотная неустойчивость горения (автоколебательные процессы) в камере сгорания развивается постепенно и может начинаться с малых амплитуд, ее возникновение связано содной из мод акустических колебаний столба продуктов сгорания в свободном объеме заряда ТТ. Усиление колебаний приводит к возрастанию скорости горения заряда ТТ и, как следствие, к резкому повышению давления.

На рисунке 8.8 приведена характерная зависимость давления от времени при акустическом горении заряда ТТ. В отдельных случаях давление, обусловленное высокочастотной неустойчивостью, может в несколько раз превышать среднее давление при нестационарном горении. При этом условие слабых колебаний в газовом объеме происходит при наличии определенной фазовой связи между собственными колебаниями газового объема и энергией (выступающей в роли усиливающего фактора), вносимой в газовую среду вместе с новыми поступлениями продуктов сгорания с поверхности заряда ТТ. Теоретические методы исследования устойчивости высокочастотных колебаний основываются на оценке

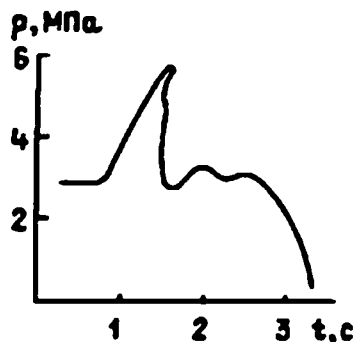


Рис. 8.8
Изменение давления в камере сгорания при неустойчивом горении заряда ТТ

действительной части функции проводимости. В связи со сложностью механизма акустического горения, до конца не изученного, а также в силу сложности уравнений, которые должны быть построены с учетом локальных процессов переноса и кинетических факторов, в настоящее время для оценки возникновения акустической неустойчивости при проектировании РДТТ в основном применяются эмпирические или полуэмпирические методы.

Сначала рассмотрим колебания малой амплитуды.

К настоящему времени разработан ряд приближенных математических моделей возникновения колебаний малой амплитуды. В качестве исходных уравнений принимаются уравнения энергии (нестационарной теплопроводности) для К-фазы и газовой зоны горения:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial y} + a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (8.52)$$

линейная скорость горения:

$$u = a + bp^\nu,$$

где $b, \nu \sim 1,0$ — постоянные в степенном законе горения.

Граничные условия записываются из соотношения для энергобаланса на поверхность К-фазы:

$$y = 0; \quad -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_n = q_\Gamma + upQ_\Pi, \quad (8.53)$$

где q_Γ — тепловой поток, транспортируемый из газовой зоны; Q_Π — тепловой эффект реакции на поверхности К-фазы на единицу массы.

Температура пламени T_Γ определяется из соотношения энергобаланса в зоне пламени, при этом предполагается, что тепловой эффект реакции в зоне пламени Q_Γ и на поверхности К-фазы Q_Π , так же как и температура в зоне пламени T_Γ , не зависят от давления; удельные теплоемкости для К-фазы c и газовой зоны c_Γ равны и постоянны, т. е. $c = c_\Gamma = \text{const}$. Тогда выражение для разности энтропии примет вид

$$s - s_0 = R \left(\frac{n}{n-1} \ln \frac{T_\Pi}{T_\Gamma} - \ln \frac{p}{p_0} \right),$$

где индексом «0» обозначено начальное невозмущенное состояние, чертой — среднее значение параметра в газовой зоне.

Для решения этой системы уравнений используются два метода, один из которых основывается на линеаризации этого уравнения и справедлив для случая малых возмущений, второй — на нелинейном анализе с использованием метода конечных разностей.

Для первого метода, принимая синусоидальный закон возмущения, соотношение для изменения давления можно записать в виде

$$p' = \Delta p \sin \omega \tau,$$

где τ — безразмерное время; ω — круговая частота.

Для второго метода законы изменения давления можно представить в виде:

$$\begin{aligned} p &= 1 + "p[1 - \exp(-a\tau)]; \\ p &= 1 - "p[1 - \exp(-a\tau)]; \\ p &= 1 + "p\sin\omega\tau, \end{aligned}$$

где a — параметр, определяющий скорость нарастания и спада давления.

Первое соотношение соответствует нарастанию давления, второе — спаду, третье — колебаниям давления.

Эта модель позволит объяснить роль добавок в топливо алюминия в демпфировании колебаний. Суть этого явления состоит в том, что Al на поверхности горения частично поглощает теплоту, которая выделяется в процессе реакции. Изменение состава топлива в этом случае приводит к уменьшению степени усиления колебаний и смещению процесса неустойчивого горения в область устойчивого горения.

Колебания давления малой амплитуды обычно соответствуют границе устойчивости. Для РДТТ наиболее опасными являются колебания большой амплитуды. Нелинейные акустические колебания в нестационарной одномерной постановке могут быть описаны системой, состоящей из уравнений: сохранения массы газа, сохранения массы частиц, количества движения и сохранения энергии. Указанные уравнения могут быть решены для неустойчивого движения методом характеристик.

Для использования высокочастотной неустойчивости наряду с теоретическими методами нашли широкое применение экспериментальные способы, применяемые в основном для оценки акустической проводимости горячей поверхности топлива.

8.6.3. НИЗКОЧАСТОТНЫЕ АУТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Низкочастотные колебания возникают, как правило, в РДТТ небольших размеров, причем частота колебаний может быть на несколько порядков меньше основной акустической моды.

Математическая модель низкочастотных колебаний может быть построена с акустической точки зрения в предположении идентичности механизма возбуждения низкочастотных и высокочастотных колебаний.

Параметры (критерии) рабочего процесса, характеризующие процесс устойчивости, можно определить из анализа уравнения закона сохранения энергии, записанного в виде

$$\frac{dp}{dt} = RT \left[\rho u S - \frac{p F_{кр}}{\beta \sqrt{RT}} \right]. \quad (8.54)$$

После введения безразмерных переменных $\bar{p} = p/p_{ст}$; $\bar{u} = u/u_{ст}$; $\bar{t} = \tau_{п.с.}$, где $\tau_{п.с.} = a_T u_{ст}^2$ — время релаксации прогретого слоя; $p_{ст}$, $u_{ст}$ — давление и скорость горения, для стационарного процесса, уравнение (8.54) можно записать в виде

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{t}} - \frac{\tau_{п.с.}}{\tau_{к.с}} \frac{1}{\beta} \left[\frac{\beta \rho u_{ст} S \sqrt{RT}}{F_{кр} p_{ст}} \bar{u} - \bar{p} \right], \quad (8.55)$$

где $\tau_{к.с} = V/(\Gamma(n)\sqrt{RT}F_{кр})$ — время релаксации камеры сгорания.

Имея в виду, что для стационарного режима приход равен расходу, т. е. $\dot{P} = \dot{G}_{кр}$ или

$$\rho u_{ст} \sqrt{RT} = p_{ст} F_{кр} / \beta, \quad (8.56)$$

уравнение (8.55) можно записать как

$$\frac{\tau_{к.с}}{\tau_{п.с}} \frac{d\bar{p}}{d\bar{t}} = \bar{u} - \bar{p}. \quad (8.57)$$

Из уравнения (8.57) следует, что при оценке устойчивости процесса в двигателе важную роль играет отношение характерных времен.

В результате обработки опытных данных по зависимости L^* (м) от u (м/с) для твердых топлив различного состава, имеющих различные скорости горения, получена экспериментальная зависимость вида

$$L^* \geq \frac{13,5}{u^2}. \quad (8.58)$$

По зависимости (8.58) можно ориентировочно определить границы устойчивого горения.

Соотношение (8.58) можно представить в более общей форме, определив L^* из отношения времени релаксации газовой зоны $\tau_{к.с}$ ко времени релаксации прогретого слоя К-фазы $\tau_{п.с}$:

$$\frac{\tau_{к.с}}{\tau_{п.с}} = \frac{Vu^2}{a_T} \frac{1}{\Gamma(n)\sqrt{RT}},$$

откуда

$$L^* = \frac{a_T \Gamma(n) \sqrt{RT}}{u_2}. \quad (8.59)$$

В соотношении (8.59) числитель для топлив различного состава, но с близкими энергетическими характеристиками меняется в узких пределах, что позволяет представить его в виде постоянной величины, подобно зависимости

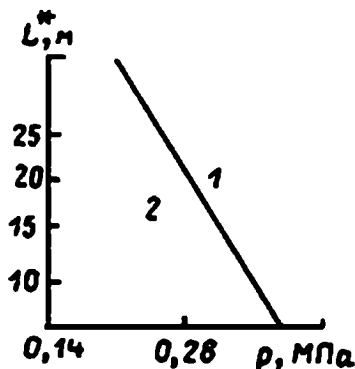


Рис. 8.9
Изменение области устойчивого горения смешанного ТТ в зависимости от L^* и давления:
1 — область устойчивости; 2 — область неустойчивости.

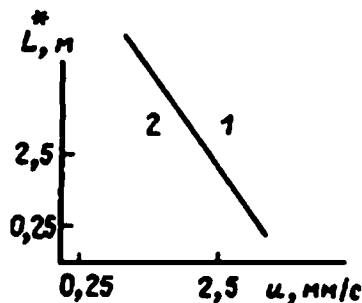


Рис. 8.10
Изменение области устойчивого горения смешанного ТТ в зависимости от L^* и скорости горения:
1 — область устойчивости; 2 — область неустойчивости.

(8.58). Из зависимости (8.59) следует, что низкочастотная неустойчивость характерна для двигателей небольшого диаметра и для повышения устойчивости при низкочастотных колебаниях необходимо увеличивать давление в камере сгорания или ее свободный объем с целью увеличения L^* .

На рисунках 8.9 и 8.10 показаны области устойчивого и неустойчивого горения смесевых твердых топлив.

Устойчивость горения повышается с увеличением давления рабочего процесса (рис. 8.9), причем время пребывания продуктов сгорания $\tau_{к.с}$ увеличивается за счет уменьшения $F_{кр}$, а время релаксации теплового слоя К-фазы уменьшается за счет увеличения скорости горения. При давлении в камере сгорания меньше критического для фиксированной марки твердого топлива горение происходит с неполным тепловыделением, что ведет к уменьшению температуры сгорания и неустойчивости процесса.

8.6.4. СПОСОБЫ ПОДАВЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Подавление акустических колебаний в РДТТ может производиться за счет изменения состава твердого топлива, конструкции соплового блока и заряда ТТ и применения специальных демпфирующих механических устройств.

Состав твердого топлива. Состав твердого топлива оказывает влияние на колебания давления, проявляющееся через скорость горения и ее зависимость от давления и температуры. Частицы окислов алюминия Al_2O_3 , содержащиеся в ТТ, оказывают самостоятельный эффект. Твердые топлива с меньшей скоростью горения более склонны к нестабильному горению на промежуточных частотах, чем быстрогорящие, при этом у ТТ, имеющих нулевой показатель в степенном законе стационарного горения, могут возникать достаточно сильные колебания. Из анализа опытных данных следует, что основными параметрами, оказывающими влияние на условия возникновения колебаний, являются: отношение $(\alpha/f)_{max}$, характерная длина зоны горения ν , скорость горения, показатель степени в степенном законе горения ν . Обобщенная эмпирическая зависимость (для ряда топлив, не содержащих металлы), связывающая границы устойчивости с параметрами колебаний в Т-камере, имеет вид

$$\left(\frac{\alpha}{f}\right)_p = \left(\frac{\alpha}{f}\right)_0 \left[\frac{u_{ст}}{u_0} \exp\left(1 - \frac{u_{ст}}{u_0}\right) \right] \left\{ \left(\frac{f}{f^*}\right)^{\bar{\nu}} \exp\left[1 - \left(\frac{f}{f^*}\right)^{\bar{\nu}}\right] \right\},$$

где f — частота колебаний в Т-камере; $f_p^* = u_{ст}/b_p$ — частота колебаний; b_p — характерная длина зоны горения, $b_p = (3...10 \text{ мкм})$;

$$\bar{\nu} = \frac{1-\nu}{2\nu}.$$

Индекс «0» соответствует оптимальным условиям для наибольшего удельного усиления, p — условиям постоянного давления.

Конденсированные частицы. Наличие конденсированных частиц в продуктах сгорания оказывает достаточно сильное влияние на демпфирование колебаний давления, причем это явление в значительной степени зависит от процесса и условий горения частиц алюминия, от размера и формы частиц, их

концентрации в продуктах сгорания. В общем случае поток частиц алюминия, участвующих в демпфировании колебаний, состоит как из не воспламененных (на начальном участке), так и из горящих частиц алюминия и его окислов. При использовании линейной теории колебаний гашение малого возмущения частицами К-фазы описывается соотношением

$$\frac{p}{p_{\text{ст}}} = e^{a_p p^{(t-t_0)}},$$

где

$$a_p = -\frac{\beta}{2} \left[\frac{\omega^2 \tau_v}{1 + (\omega \tau_v)^2} + (n-1) \frac{c_{\text{т}}}{c_p} \frac{\omega^2 \tau_{\text{т}}}{1 + \omega \tau_{\text{т}}} \right]$$

— коэффициент демпфирования колебаний; ω — угловая частота; $\tau_v = \rho_{\text{ч}} d_{\text{ч}}^2 / (18\mu)$ — время динамической релаксации конденсированных частиц; $\rho_{\text{ч}}$, $d_{\text{ч}}$ — плотность и диаметр частицы соответственно; $\tau_{\text{т}}$ — отношение массовых содержаний частиц и газа; $\tau_{\text{т}} = \rho_{\text{ч}} d_{\text{ч}} / [12\mu(c_{\text{т}} \text{Pr} / c_p)]$ — время термической релаксации.

При $\omega \tau_v \gg 1$ a_p не зависит от частоты, при $\omega \tau_v \ll 1$ $a_p = \omega^2$ и существует равновесие между газом и конденсированными частицами. Выявлено, что демпфирующая роль конденсированных частиц проявляется сильнее при тангенциальных колебаниях, чем при продольных.

Сопло и камера сгорания. Сопло и камера сгорания являются частью колебательной системы, их геометрические характеристики могут оказать заметное влияние на устойчивость горения, которая может быть определена с помощью коэффициента затухания колебаний a_p . Для определения a_p необходимо знание волновой структуры в камере сгорания, параметров рабочего процесса, акустической проводимости соплового блока и других характеристик.

Общее значение коэффициента затухания является суммой коэффициентов затухания колебаний сопла и стенок камеры сгорания.

Коэффициент затухания колебаний сопла приближенно можно определить по соотношению

$$\alpha_c = -\frac{\bar{a}}{L} (A_c + \bar{M}_a),$$

где \bar{a} — среднее значение скорости звука; \bar{M}_a — среднее значение числа М потока на выходе из сопла; L — длина камеры сгорания (заряда ТТ); $A = \frac{n-1}{2} \bar{M}_a$ — акустическая проводимость сопла; $n = c_p / c_v$ — отношение удельных теплоемкостей.

Коэффициент затухания акустической энергии, обусловленный стенками камеры сгорания, имеет вид

$$\alpha_{\text{п}} = \left(\frac{n-1}{\sqrt{\text{Pr}}} + \frac{\bar{T}_{\text{п}}}{\bar{T}} \right) \frac{1}{D} \left(\frac{2\omega\mu_{\text{п}}}{\rho_{\text{п}}} \right)^{1/2},$$

где $\bar{T}_{\text{п}}$, $\mu_{\text{п}}$, $\rho_{\text{п}}$ — температура, коэффициент динамической вязкости и плотность газа у поверхности стенки; \bar{T} — среднее значение температуры продуктов сгорания в камере сгорания; D — диаметр камеры сгорания.

Наряду с подбором состава ТТ, формы камеры сгорания, заряда ТТ и сопла для демпфирования колебаний могут быть использованы стабилизирующие

устройства, такие как резонансные стержни, акустические полости (резонансные и нерезонансные), экраны и др. В качестве акустической полости в двигателях используются резонаторы Гельмгольца. Для демпфирования колебаний в РДТТ в ряде случаев осуществляют такие мероприятия, как создание в заряде ТТ радиальных каналов, установку в канал заряда ТТ стержня или пластины, а также создание несимметричного поперечного сечения канала.

8.7. ПРОЦЕССЫ ГОРЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

8.7.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В РДТТ при использовании металлизированных смесевых твердых топлив в процессе горения в камере сгорания образуется двухфазное рабочее тело. Многофазное рабочее тело отличается от однофазного («чистого» газа) наличием в газовом потоке достаточно мелких твердых или жидких частиц различных форм и размеров, обменивающихся с газом теплотой и кинетической энергией и могущих переходить из одного агрегатного состояния в другое. Механизм движения двухфазных сред состоит в увеличении вязкостными силами газа конденсированных частиц и сопровождается теплообменом между частицами и газом, образованием новых частиц, их ростом, коагуляцией и др. В зависимости от физико-химических и кинетических свойств горючего-связующего, окислителя и их соотношения воспламенение и горение частиц алюминия может происходить как на поверхности горящего топлива, так и в свободном объеме камеры сгорания. В первом случае при достижении определенной температуры происходит процесс укрупнения или спекания частиц, во втором — воспламенение частиц алюминия не происходит до тех пор, пока они не покинут поверхности горения заряда ТТ. Прилегающая зона реакции содержит частицы Al_2O_3 размером $0...2$ мкм, а в свободном объеме камеры сгорания могут находиться и частицы окислов алюминия размером $5...20$ мкм. При этом наибольшие изменения в среднемассовом диаметре частиц Al_2O_3 наблюдаются в зоне, не превышающей $20...30$ мм от поверхности горения заряда ТТ. В этой зоне наиболее активно протекают процессы горения частиц металла. Размеры частиц окислов алюминия зависят от давления в камере сгорания, от формы заряда ТТ, в частности, от расположения поверхности горения относительно обтекаемого газового потока и других факторов. Размеры частиц оказывают, прежде всего, существенное влияние на так называемые двухфазные потери удельного импульса. Полная теория внутрикамерных процессов в камере сгорания и сопле в строгой постановке должна описываться на основе единой системы уравнений, так как единство рабочего процесса в камере сгорания предопределяет и единство процесса образования потерь, непрерывно сопровождающего преобразование рабочего двухфазного вещества. В настоящей главе рассматриваются закономерности горения частиц алюминия, механизм образования окиси алюминия и агломерации, а также прогнозируется полнота сгорания алюминия.

8.7.2. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ АЛЮМИНИЕВЫХ ЧАСТИЦ

Из модели горения частицы алюминия при ее использовании в общей модели внутрикамерных процессов необходимо получить следующую информацию:

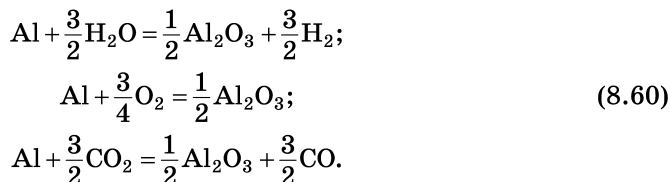
- 1) зависимость линейной скорости горения частицы алюминия от ее размера и химического состава окружающей среды;
- 2) доли окиси металла, которая конденсируется на частице металла и уже существующих частицах окиси;
- 3) граничную функцию распределения частиц окиси, конденсирующихся на частице алюминия.

Несмотря на большое количество работ по экспериментальному и теоретическому исследованию механизма и закономерностей процессов воспламенения и горения частиц алюминия, физическая картина этих процессов полностью не ясна. Ни одна из моделей не обладает полной информацией для включения в общую модель внутрикамерных процессов. Даже при создании модели горения одиночной частицы встречаются большие трудности: малый размер, высокая температура воспламенения и горения частиц металла, наличие многих факторов, влияющих на протекание процесса. Еще более сложны для исследования условия в камере сгорания двигателя, причем основные усилия исследователей были направлены на определение времени индукции и времени сгорания частиц и зависимости времени сгорания от параметров окружающей среды. Относительно процесса образования окиси можно только утверждать, что этот процесс может происходить как в газовой фазе вокруг горячей частицы металла, так и на ее поверхности. Газофазная конденсация окиси подтверждается существованием вокруг горячей частицы яркого ореола, состоящего из мелких частиц окиси, дымных струй, оттекающих от частицы, а также присутствием в продуктах сгорания частицы металла частиц окиси субмикронных размеров и появлением характерных дымных следов при попадании горячей частицы металла на улавливающую поверхность. Такие явления, как вращение, дробление, внезапные изломы траекторий горящих частиц, наличие «колпачков» и «нашлепок», состоящих из конденсированного окисла на поверхности металлических частиц, наконец, наличие полых окисных сфер в продуктах сгорания, как и частиц окиси, сравнимых по размеру с исходной частицей, свидетельствует о процессе образования конденсированной окиси на поверхности горячей частицы металла.

Для описания процесса горения металлических частиц широко используется модель диффузионного парофазного горения. В основу этой модели положена модель горения капель углеводородного горючего А. Г. Варшавского с дополнениями, учитывающими образование конденсированных продуктов. Теория диффузионного парофазного горения металлических частиц дает удовлетворительное совпадение с экспериментом расчетного времени горения частицы ТУ и ее зависимости от концентрации окислителя. Однако предположение об узости зоны химической реакции не позволяет судить о механизме образования и дисперсности образующихся частиц окиси. Удовлетворительное согласование расчетного времени сгорания с экспериментальными данными дают почти все теоретические модели, в которых заложен диффузионный характер

процесса горения металлических частиц. Вследствие этого данное соответствие не может являться критерием справедливости модели, а свидетельствует только о диффузионном характере горения частиц металла и об отсутствии дополнительного кинетического или диффузионного сопротивления на поверхности частицы металла. Пусть в камере сгорания энергоустановки имеется многокомпонентная смесь веществ в газообразном состоянии. Среди этих компонент выделим кислородосодержащие, способные вступить в реакцию окисления алюминия: O_2 , H_2O , CO_2 . Концентрации этих веществ и соотношение между ними влияют на скорость горения частиц алюминия. Поскольку концентрации и парциальные давления всех газообразных веществ вокруг частицы определяются с помощью изложенной в главе 5 модели, сформулируем в рамках модели приведенной пленки задачу об определении скорости горения частицы алюминия с учетом полиокислительности среды. Будем предполагать, что режим горения частицы является пародиффузионным. В этом случае теплота реакции выделяется в зоне микропламени (F — фаза, $r = r_F$, толщина зоны δ_F), находящейся между частицей и приведенной пленкой ($r = r_1$). Для случая несущей среды как однотипного окислителя и продуктов реакции такая модель известна.

Рассмотрим модель для случая, когда несущая среда содержит несколько компонентов, участвующих в реакции горения. Примем следующие реакции:



Аккомодационные соотношения в этом случае имеют вид:

$$x_2 = h_2(T_2, p) - h_{2s}(p); \quad (8.61)$$

$$x_F = h_{2s}(p) + \sum_{i=1}^3 [\zeta_{1(1)i} h_{1(1)i}(p_i, T_1) - \zeta_{1(3)i} h_{1(3)i}(p_i, T_1)]. \quad (8.62)$$

Здесь индекс «2» принадлежит параметрам частицы; индекс «F» — микропламени; индекс «S» обозначает давление насыщения; индекс «1(1)i» обозначает газообразные окислители, $i = 1, 2, 3$ для H_2O , O_2 и CO_2 соответственно; индекс «1(3)» — параметры продуктов реакции; x_2 — количество тепла, необходимое для испарения алюминия; x_F — тепло, выделяющееся в зоне микропламени.

Массовые потоки окислителей от границы приведенной пленки к микропламени можно записать так:

$$j_{1F(1)i} = 4\pi r_F^2 \beta_{1Fi}^{(p)} (\rho_{1(1)i}^0 - \rho_{F(1)i}^0). \quad (8.63)$$

Массовые потоки продуктов сгорания от микропламени к границе приведенной пленки:

$$j_{F1(2)i} = 4\pi r_F^2 \beta_{F1i}^{(p)} (\rho_{F(2)i}^0 - \rho_{1(2)i}^0), \quad (8.64)$$

и диффузия паров частицы металла от поверхности капли к микропламени:

$$j_{2F(2)} = 4\pi r_F^2 \beta_{2F}^{(p)} (\rho_{2(2)}^0 - \rho_{F(2)}^0). \quad (8.65)$$

Выражение для $\beta_{F1i}^{(p)}$ и $\beta_{1Fi}^{(p)}$ можно записать так:

$$\begin{aligned} \beta_{F1i}^{(p)} &= \frac{D'_{ij}}{r_F} \frac{r_1}{r_1 - r_F} = \beta_{1Fi}^{(p)}; \\ \beta_{2F}^{(p)} &= \frac{D''_{ij}}{r_F} \frac{r}{r_F - r}, \end{aligned} \quad (8.66)$$

где D'_{ij} , D''_{ij} — коэффициенты диффузии между микропламенем и границей приведенной пленки и между частицей и микропламенем соответственно.

Диффузионными потоками окислителя от микропламени к капле из-за отсутствия стока окислителя на поверхности капли можно пренебречь. Принимая условие равновесия (насыщения) паров на границе капли, получим

$$\rho_{r(2)}^0 = \rho_{1(2)s}^0(T_2); \quad j_{F2(1)i} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (8.67)$$

Скорости химических реакций для паров частицы металла в микропламени, имеющем объем $4\pi r_F^2 \delta_F$, и в несущей среде $r > r_1$ записываются согласно закону Аррениуса:

$$\left. \begin{aligned} j_F &= 4\pi r_F^2 \delta_F (\rho_{F(1)i}^0)^{n_1} (\rho_{F(2)i}^0)^{n_2} K_F; \\ j_1 &= \frac{4}{3} \pi r^3 \alpha_2^{-1} (\rho_{1(1)i}^0)^{n_1} (\rho_{1(2)i}^0)^{n_2} K_1; \\ K_F &= z_0 \exp\left(-\frac{T}{T_F}\right); \quad K_1 = Z_0 \exp\left(-\frac{T}{T_1}\right); \\ n_1 + n_2 &= 1; \quad T = \frac{E_0}{R_0}. \end{aligned} \right\} \quad (8.68)$$

Здесь n_k определяет порядок реакции горения по окислителю ($k = 1$) и топливу ($k = 2$).

Поскольку рассматривается диффузионный режим горения, то горение паров частицы алюминия в микропламени ограничивается не кинетикой, а скоростью диффузии паров металла и окислителя к микропламени, т. е.

$$\rho_{1(2)}^0 = \rho_{F(2)}^0 = 0; \quad \rho_{F(1)i}^0 = 0. \quad (8.69)$$

В диффузионном режиме диффузия паров топлива и окислителя к микропламени проходит в соответствии со стехиометрией реакции:

$$j_{2F(2)} = j_F; \quad j_{1(F)1i} = \zeta_{1(1)i} \gamma_i j_F; \quad (8.70)$$

$$\zeta_{1(1)i} = \frac{v_i \mu_i}{v_{Ali} \mu_{Ali}}. \quad (8.71)$$

Отметим, что соотношение (8.71) записано в предположении, что $v_{Ali} \cong 1$.

Имея в виду закон сохранения вещества, будем иметь

$$\sum_{i=1}^3 \zeta_{1(1)i} \gamma_i + 1 = \sum_{i=1}^3 \zeta_{1(3)i} \gamma_i; \quad \sum_{i=1}^3 \gamma_i = 1.$$

Как следует из уравнений (8.61) и условия стехиометрии (8.70) можно записать выражение, характеризующее зависимость между массовыми соотношениями окислителей на окисление одного моля алюминия. Полагая, что массовые коэффициенты пропорциональны бинарным коэффициентам диффузии, соотношение для коэффициента D_{ij} можно записать в виде

$$D_{ij} = \frac{3K^0T}{16n\mu_{ij}\Omega_{ji}^{(1,1)}}. \quad (8.72)$$

Следует заметить, что соотношение (8.72) вытекает из кинетической теории с использованием записанного с точностью до членов первого порядка разложения функции распределения по полиномам Сонина.

Для случая твердых сфер имеем выражение

$$\Omega_{ij}^{(1,1)} = \sigma_{ij}\bar{v}_{ij}/4. \quad (8.73)$$

Воспользовавшись максвелловским распределением, можно получить

$$\bar{v}_{ij} = \sqrt{\frac{18K^0T}{\pi\mu_{ij}}}. \quad (8.74)$$

Здесь $\sigma_{ij} = \pi(r_i + r_j)^2$ — эффективное поперечное сечение столкновений молекул типа i и j ; r_i, r_j — радиусы молекул; \bar{v}_{ij} — средняя относительная скорость молекул типа i и j :

$$\mu_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}, \quad (8.75)$$

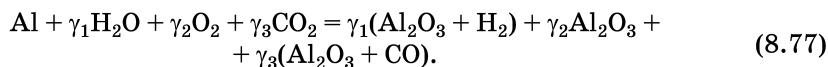
где m_i, m_j — массы сталкивающихся молекул.

Из приведенных выражений видно, что коэффициент диффузии не зависит от относительных концентраций и увеличивается с уменьшением молекулярной массы примерно как $D_{ij} \sim 1/\sqrt{\mu_{ij}}$.

Отсюда естественно предположить

$$\gamma_i = \frac{D'_{ij}}{\sum_{i=1}^3 D'_{ij}}. \quad (8.76)$$

Если умножить систему (8.61) на γ_2 и просуммировать, получится необходимое количество разных окислителей, расходуемых на окисление одного моля алюминия:



Если приближенно принять $\mu_{\text{Al}} = 27$, $\mu_{\text{C}} = 12$, $\mu_{\text{O}} = 16$, $\mu_{\text{H}} = 1$, то $\zeta_{1(1)i}$ и $\zeta_{1(3)i}$ будут равны: $\zeta_{1(1)1} = 1$; $\zeta_{1(1)2} = 8/9$; $\zeta_{1(1)3} = 22/9$; $\zeta_{1(3)1} = 17/9$; $\zeta_{1(3)2} = 1/9$; $\zeta_{1(3)3} = 14/9$. Для определения температуры частицы T_2 , микропламени T_F и газа T_r можно воспользоваться соотношениями:

$$q_{F1} = 4\pi r_F^2 \beta_{F1}^{(T)} (T_F - T_1); \quad (8.78)$$

$$q_{F2} = 4\pi r_F^2 \beta_{F2}^{(T)} (T_F - T_2), \quad (8.79)$$

причем

$$\left. \begin{aligned} \beta_{F1}^{(T)} &= \frac{\lambda_{F1}}{r_F} \frac{r_1}{r_1 - r_F}; \\ \beta_{F2}^{(T)} &= \frac{\lambda_{F2}}{r_F} \frac{r}{r_F - r}; \\ \lambda_{Fi} &= \lambda_i \left(\frac{T_i + T_F}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (8.80)$$

Используя известное равенство

$$j_F X_F = q_{F1} + q_{F2}, \quad (8.81)$$

получим выражение для температуры микропламени:

$$T_F = T_{F0} + \frac{\zeta_2 X_F}{\beta_{F1}^{(T)} + \beta_{F2}^{(T)}}, \quad (8.82)$$

где

$$\begin{aligned} T_{F0} &= \frac{\beta_{F1}^{(T)} T_1 + \beta_{F2}^{(T)} T_2}{\beta_{F1}^{(T)} + \beta_{F2}^{(T)}}; \\ \zeta_2 &= \frac{j_F}{4\pi r_F^2}. \end{aligned}$$

Из соотношений (8.63), (8.64) и (8.70) получим выражение для r_F :

$$r_F = \frac{Ar_1 + r}{A + 1}. \quad (8.83)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A &= \frac{D_{ij}'' \rho_{1(2)s}^0 r \cdot \Phi}{\sum_{i=1}^3 D_{ij}' \rho_{1(1)i}^0}; \\ \Phi &= \sum_{i=1}^3 \zeta_{1(1)i} \gamma_i. \end{aligned}$$

Используя соотношение (8.83), выражение для j_F запишем в виде

$$j_F = 4\pi r \frac{Ar_1 + r}{A(r_1 - r)} D_{ij}'' \rho_{1(2)s}^0. \quad (8.84)$$

Радиус приведенной пленки можно определить по соотношениям:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{\text{Nu}_1}{\text{Nu}_1 - 2} r; \quad \text{Nu}_1 = 2 + 0,6 \text{Re}_{12}^{0,5} \text{Pr}^{1/3}; \\ \text{Re}_{12} &= \frac{\rho_r (v_r - v_m) 2r}{\eta}; \quad \text{Pr} = \frac{\eta_r c_p}{\lambda_r}. \end{aligned}$$

Таким образом, в построенной модели приведенной пленки процесса горения частицы алюминия учитываются полиокислительность среды и влияние обдува. Эти факторы оказывают существенное влияние на процесс горения металлических частиц в камерах энергоустановок.

8.7.3. МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТИЦ ОКСИДА АЛЮМИНИЯ

Образование конденсированных продуктов сгорания частицы металла является наиболее существенным и характерным процессом, определяющим основные особенности и закономерности горения частиц металлов. Это положение определяется прежде всего тем, что в процессе конденсации окислов выделяется наибольшее количество тепла, необходимого для сгорания металлических частиц. Вследствие этого можно полагать, что механизм образования частиц окиси непосредственно связан с механизмом горения частицы металла и определяет основные закономерности и особенности процесса горения. Особенность конденсации окиси при сгорании частиц алюминия по сравнению с классической теорией конденсации пересыщенных паров заключается в том, что конденсированные частицы окиси алюминия являются продуктом окисления паров частицы металла. На этом основании можно предположить, что существуют три механизма конденсации:

1) образование на первом этапе газообразных окислов металла и последующая их конденсация;

2) образование конденсированных окислов в результате гетерогенного окисления паров частицы металла на поверхности частиц окислов, пришедших сверху по потоку;

3) образование частиц окиси на горячей частице металла.

Первый механизм — по сути классический, но с более сложной кинетикой. По второму механизму для случая горения частицы алюминия можно выделить два предельных режима конденсации окиси — предельно-неравновесный (при горении достаточно мелких частиц) и равновесный (когда горят крупные частицы). При первом указанном режиме конденсации (диаметр частицы менее 700 мкм) зона конденсации простирается на достаточно большие расстояния вокруг частицы.

Пусть в потоке имеется горячая частица размером r_m , движущая со скоростью u_m (рис. 8.11). Вокруг частицы есть зона («шуба»), занимаемая продуктами испарения частицы металла, парами окислов и т. п. В этом случае среднemasсовый размер частиц окиси алюминия $r_{43,s}$ намного меньше среднemasсового размера частиц металла $r_{43,m}$. Поэтому при горении в потоке алюминиевых частиц всегда можно считать, что выполняется условие

$$\int_0^{\infty} f_s dr \gg \int_0^{\infty} f_m dr. \quad (8.85)$$

Для разделения режимов конденсации введем безразмерный критерий S . Поскольку вокруг горячей частицы алюминия есть «шуба» и выполняется условие (8.85) и $\bar{u}_s > \bar{u}_m$, то эту зону вокруг частицы пронизывают частицы окиси, приходящие сверху по потоку. Так как в энергоустановках большинство процессов происходит при постоянных

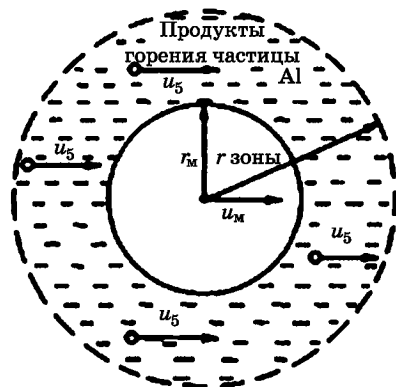


Рис. 8.11
Качественная картина горения частиц металла в условиях газового потока

давлении и температуре, то вопрос о возможности самопроизвольного процесса решается на основании изменения энергии Гиббса ΔG . За критерий преимущественного протекания первого или второго механизма конденсации возьмем отношение энергий Гиббса при присоединении одной молекулы к частице критического размера $r > r^*$. Изменение свободной энергии при образовании частицы из ζ молекул равно

$$\Delta G = \zeta[\chi_l(p_\infty, T) - \chi_v(p_v, T)] + 4\pi r^2 \sigma(r),$$

где χ_v, χ_l — химические потенциалы пара и жидкости; p_∞, p_v — давление насыщенных паров и давление пара; $\sigma(r)$ — поверхностное натяжение.

Зависимость поверхностной энергии от радиуса частицы имеет вид

$$\sigma(r) = Cr^2 \sigma(\infty) \left[1 + \frac{z}{r} \right],$$

где z — расстояние поверхности натяжения Гиббса от эквипотенциальной поверхности в направлении от пара внутрь частицы; C — константа; $\sigma(\infty)$ — поверхностная энергия плоской поверхности.

Изменение энергии Гиббса при присоединении одной молекулы к частице радиуса r можно определить из соотношения

$$\Delta G = \chi_l - \chi_v + \frac{mrc\sigma(\infty)}{\rho_s^0} \left[1 + \frac{z}{r} \right],$$

где m — масса одной молекулы.

Обозначим

$$\frac{m}{\rho_s^0} C \sigma(\infty) = p; \quad \chi_l - \chi_v = A.$$

Тогда

$$\Delta G = A + pr \left[1 + \frac{z}{R} \right].$$

Отношение изменений энергий Гиббса равно

$$\frac{\Delta G_2}{\Delta G_1} = \frac{A + pr_2[1 + z/r_2]}{A + pr_1[1 + z/r_1]}.$$

При $r_1 = r^*$ можно положить, что $z = r_1$ и $z/r_2 \cong 0$, если $r_2 \gg r_1$.

Тогда

$$\frac{\Delta G_2}{\Delta G_1} = \frac{A + pr_2}{A + pr_1}.$$

Отсюда следует, что $\Delta G_2 > \Delta G_1$ и отношение $\Delta G_2/\Delta G_1$ всегда больше единицы при $r_2 > r_1$, т. е. при присоединении одной молекулы к частице большего радиуса процесс смещается в сторону равновесия быстрее. Поэтому за критерий разделения двух механизмов конденсации можно взять отношение критического размера зародыша и среднеобъемного размера частиц окиси в данном сечении потока

$$S = \frac{r^*}{r_{32,s}}. \quad (8.86)$$

Если $S \gg 1$, то имеет место классический механизм; если $S \ll 1$, то имеет место лишь второй механизм, а если $S \approx 1$, то оба механизма равновероятны. На рисунке 8.12 приведены результаты расчета изменения S вдоль канала с массоприходом со стенок. Видно, что уже при $x/l < 0,1$ (т. е. в самом начале канала) $S \ll 1$.

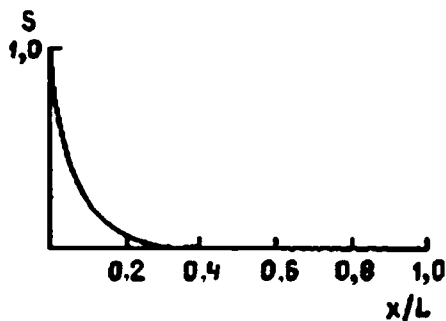


Рис. 8.12
Изменение критерия S по длине канала заряда ТТ в КС

Таким образом, можно сделать вывод, что в каналах с учетом горения частиц основным механизмом конденсации окиси металла является конденсация на уже существующих частицах окиси, приходящих сверху по потоку. Классический же механизм формирует вид функции распределения частиц окиси только на левой границе канала. Резюмируя вышесказанное, сформулируем модель образования частиц окиси металла. Предполагается, что образование окиси идет по трем механизмам, а преобладание первого или второго определяется критерием S . Если $S \ll 1$, то считается, что рост окиси идет на всех частицах окиси, находящихся в данной точке пространства, со скоростью x_s (являющейся функцией размера частиц окиси). При этом предполагается, что вид граничной функции распределения частиц окиси, образующихся на частице металла, как и доля окиси, образовавшейся в газовой фазе, известны из эксперимента.

Анализ зависимости доли окиси, образующейся на поверхности горящей в парах воды частицы металла, от содержания окислителя в окружающей среде при внешнем давлении от 1 до 44 атм и температуре около 2500 К показывает, что с изменением давления резко меняется картина конденсации. Если при атмосферном давлении и доле окислителя в среде более 20% почти 80% окиси образуется в газовой фазе вокруг капли, то при давлении порядка 44 атм и доле окислителя менее 20% вся окись образуется на поверхности частицы. Имеет место следующее — с увеличением давления зона пламени практически «садится» на поверхность частицы. Поскольку температура поверхности частицы порядка 1000 К, т. е. намного меньше температуры зоны пламени, то конденсация идет интенсивнее прямо на поверхности частицы. С ростом окислительного потенциала доля образовавшейся на поверхности окиси резко падает.

8.7.4. МЕХАНИЗМ АГЛОМЕРАЦИИ АЛЮМИНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ГОРЕНИЯ ЗАРЯДА ТТ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

Под агломерацией понимается процесс увеличения размеров частиц порошкообразного металла при прохождении волны горения по топливу. В отечественной и зарубежной литературе это явление было описано в начале 1960-х гг. В первых работах происходило качественное накопление информации, на базе которой создавалось первое представление о явлении агломерации. В частности сначала была высказана гипотеза об образовании крупных частиц из-за случайных встреч передвигающихся на поверхности исходных частиц металла.

В последующем были сформированы качественные представления об образовании агломератов из-за слияния частиц металла, находящихся внутри полостей («карманов») между крупными частицами окислителя. В дальнейшем изучалось поведение металлических частиц в процессе быстрого нагрева. В результате обобщения большого экспериментального материала в 1970-х гг. были сформулированы следующие закономерности процесса агломерации: зависимость размеров агломератов от дисперсности и концентрации частиц металла и окислителя, от природы связующего и окислителя, давления среды и скорости обдувающего потока. Также было установлено, что чем выше скорость горения ТТ, тем ниже степень агломерации. Так как в ранних работах недостаточно корректно контролировалось распределение частиц по размерам как в ТТ, так и в продуктах сгорания, то строгие количественные данные получены лишь в последнее время. В настоящее время существует два основных подхода для описания процесса агломерации в волне горения ТТ. В первом рассматривается равномерное распределение частиц металла в гомогенной структуре образца, а во втором — в гетерогенной структуре топлива, и в частности топлива с крупными зернами окислителя. Детальная картина процесса агломерации должна включать следующие стадии: разогрев частиц на поверхности ТТ, появление контактных связей и частичного или полного спекания, плавления и образования жидкой металлической капли и, наконец, воспламенение частицы в потоке продуктов сгорания топлива. Часть этих явлений может протекать и после отделения спекшихся частиц от поверхности топлива. Так как полное описание процесса агломерации связано со значительными трудностями, то естественно, что математические модели содержат упрощения. Для случая горения металлизированного ТТ с крупными зернами окислителя структура топлива представляется в виде неупорядоченной трехмерной упаковки частиц металла и окислителя в сплошной матрице связующего. Рассматривается топливо с частицами металла намного меньше зерен окислителя. На модельных составах экспериментально показано, что при повышении относительной объемной доли (β) твердых частиц в непрерывной матрице происходит образование сначала цепочек, а потом бесконечных кластеров касающихся друг друга частиц. При этом минимальная величина $\beta = 0,15 \dots 0,25$. Эту задачу с точки зрения стереологии можно представить так: для простоты полагается, что частицы металла монодисперсны и имеют сферическую форму. Тогда координационное число N_k характеризует размещение частиц в упаковке и равно среднему числу контактов одной частицы. При небольшой доле металла в ТТ N_k можно определить в соответствии с распределением Пуассона

$$N_k = -8 \ln(1 - \beta), \quad (8.87)$$

где $\beta = \beta_m / (\beta_m + \beta_{св}) = \beta_m (1 - \beta_{ок})$ — объемная доля частиц металла в двухфазной системе; β_m , $\beta_{св}$, $\beta_{ок}$ — объемное содержание компонентов в топливе.

Из (8.87) видно, что с уменьшением β уменьшается вероятность связанности структуры, т. е. вероятность образования непрерывной цепочки контактирующих частиц. Если $N_k^* = 2$, то структуру можно считать полностью связанной. С другой стороны, существует такое число N_k , при котором образуется одна или несколько цепочек, простирающихся от одного края структуры до другого.

Величину N_k можно определить по соотношению

$$N_k = [1 - f(0)]N_k^*,$$

где $f(0)$ — доля частиц, не имеющих контактов с другими частицами.

Для пуассоновского распределения $f(0) \approx 0,2$ и $N_k = 1,6$. Из (8.87) тогда следует, что $\beta_{\min} = 0,18$, т. е. если относительная объемная доля металла в связующем более 18%, то практически все частицы металла будут контактировать. Из экспериментов известно, что начиная с некоторого массового значения содержания металла в ТТ начинается появляться агломерация.

Выполняются ли необходимые условия для спекания частиц в волне горения? Из опытных данных следует, что образование контактных перешейков в начальной стадии процесса, когда взаимодействуют еще не полностью расплавившиеся частицы алюминия, на поверхности горения происходит за время 0,001 с и менее. Характерное время пребывания частиц размера 10×30 мкм при скорости горения топлива от 1 до 5 мм/с почти на порядок больше. Необходимо учитывать и то, что при прохождении волны горения вблизи металлической частицы вследствие стока энергии на ее нагрев происходит значительное снижение скорости горения относительно номинальной. Поэтому можно считать, что одним из достаточных условий агломерации является спекание частиц в конгломерат, которое практически всегда выполняется. Для сплавления частиц в каплю необходимо выполнение еще двух условий — высокая температура и эффективное окисление (саморазогрев) металлических частиц. Экспериментально установлено, что мелкие частицы алюминия интенсивно реагируют на поверхности топлива при атмосферном давлении. Для частиц размера 50×100 мкм эти условия выполняются при давлениях 20...40 атм. В ряде работ приводится пример расчета ожидаемых размеров агломератов. Образец топлива рассматривается как квазинепрерывная среда (связующее и порошкообразный металл), в которую случайным образом вкраплены частицы окислителя. Объем ячейки произвольной формы, заключенной между частицами окислителя, определяется как объем эквивалентной сферы с диаметром, равным среднему свободному расстоянию l между поверхностями частиц:

$$l = 4 \frac{1 - \beta_{\text{ок}}}{S_{\text{ок}}}, \quad (8.88)$$

где $S_{\text{ок}} = (6D_{\text{ок}})(\beta_{\text{ок}} - 1)\ln(1 - \beta)$ — суммарная поверхность частиц окислителя в единице объема ТТ.

При известном содержании металла в ячейках средняя расчетная величина объема агломерата равна

$$D_{\text{агл}} = l\beta^{1/3} = \frac{2}{3} D_{\text{ок}} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{\text{ок}} - 1}} / \ln(1 - \beta_{\text{ок}}). \quad (8.89)$$

В случае плотной упаковки зерен окислителя ($\beta \gg 0,5$) для приближенной оценки размера агломерата принимается, что окислитель образует кубическую упаковку в топливе с объемом ячейки $(1 - \beta_{\text{ок}})D_{\text{ок}}^3$.

Тогда величина агломерата (с учетом спекания всех частиц металла в этом объеме) равна

$$D_{\text{агл}} \approx \sqrt[3]{\frac{\beta_{\text{м}}}{1-\beta_{\text{ок}}}} \frac{6}{\pi} (1-\beta_{\text{ок}}) D_{\text{ок}} \approx \sqrt[3]{2\beta_{\text{м}}} D_{\text{ок}}. \quad (8.90)$$

Из выражений (8.89) и (8.90) видно, что при заданных объемных содержаниях металла и окислителя размер агломерата прямо пропорционален размеру частиц окислителя. Выражение (8.89) справедливо и для полидисперсной системы (но дает только приближенные средние размеры ячеек в упаковке). Рассмотренная выше модель основывается на достаточно упрощенной картине агломерации. Наиболее серьезное допущение — о возможности выделения в непрерывной матрице связующего изолированной ячейки с заданным содержанием порошкообразного металла. Из экспериментов по наблюдению за поверхностью горения топлив следует, что образованию агломератов часто предшествует появление на горячей поверхности агрегатов из частично спекшихся частиц, которые за время пребывания на поверхности плавятся и слипаются в жидкую каплю металла, и только иногда отдельные агрегаты вылетают в газовую фазу, не расплавляясь полностью. При повышении давления все эти процессы успевают пройти в пределах К-фазы, поэтому на поверхности горения появляются готовые агломераты. Воспламенение их происходит также в пределах К-фазы. Если ТТ состоит из частиц металла и окислителя одинакового размера, то время пребывания частиц металла на поверхности недостаточно. Частицы стартуют с поверхности ТТ и зажигаются на сравнительно большом удалении вниз по потоку. Сравнение предложенной модели агломерации с экспериментальными данными показало работоспособность модели и метода расчета. При вариации размеров частиц окислителя от 100 до 300 мкм и частиц металла от 6 до 60 мкм расхождение экспериментальных и теоретических результатов не превышает 10...15%. Измерения размеров агломератов проводились при помощи скоростной макрокиносъемки с импульсным промотеневым освещением.

8.7.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОТЫ СГОРАНИЯ ЧАСТИЦ АЛЮМИНИЯ

Существенной особенностью внутрикамерных процессов является наличие нескольких разномасштабных процессов. Рассмотрим характерные времена процессов, которые происходят в камере сгорания.

Характерное время динамической релаксации частиц при стоксовском режиме обтекания равно

$$\tau_{\text{д}} \cong \frac{(2r)^2 \rho^0}{18\eta},$$

а характерное время тепловой релаксации частиц

$$\tau_{\text{т}} = \frac{3}{2} \text{Pr} \frac{C_B}{C_p} \tau_{\text{д}}.$$

Для большинства двухфазных течений в камере сгорания комплекс $\frac{3}{2} \text{Pr} \frac{C_B}{C_p} \cong 1$, т. е. τ_d и τ_T одного порядка.

Характерное время образования частиц окиси металла:

$$\tau_S \cong 2r_S/v_S.$$

Характерное время сгорания частицы металла:

$$\tau_\Gamma = (2r_M)^n.$$

Характерные времена τ_d , τ_T , τ_Γ , τ_S зависят от размеров частиц, которые в рассматриваемой задаче меняются в широком диапазоне. Например, при рассмотрении ансамбля горящих частиц металла радиусы частиц могут меняться от нескольких долей микрона до нескольких сотен микрон, что соответствует диапазону изменения объемов порядка 10^9 , а τ_d меняется как 10^6 . При исследовании процесса конденсации в камере приходится рассматривать интервал размеров частиц от ангстрем до нескольких микрон, что соответствует диапазону изменений объемов примерно 10^{12} , а τ_d меняется примерно на 10^9 . Так как диапазон изменения характерных времен и диапазон изменения размеров частиц велик, а число точек при численных расчетах и время на ЭВМ ограничены, возникают существенные трудности, связанные с выбором интервала разбиения по радиусам частиц Δr и шага по t . Уравнения, описывающие эволюцию частиц, формулируются наиболее просто, когда в качестве переменной используется объем или масса частиц. Однако в этом случае невозможно с достаточной степенью детализации в области малых размеров построить равномерную сетку шагов, которую можно реализовать на ЭВМ. Поэтому предпочтительнее использование других переменных. В данном случае расчеты выполнены для случая, когда в качестве переменной рассматривается радиус частицы. Равномерные шаги по радиусу позволяют более детально рассмотреть области малых размеров. Однако при решении ряда задач все же приходится прибегать к неравномерному шагу, даже если в качестве переменной выбран радиус r , что приводит к дополнительным трудностям при реализации. Так как эволюционные уравнения во многом подобны уравнению Больцмана, то методы и приемы, развитые для решения последнего, могут применяться и для исследования внутрикамерных процессов. Общий рецепт оптимального выбора шага по Δr дать трудно, поскольку должны учитываться особенности задачи, необходимая точность описания процесса, выбранный метод счета. Из опыта проведения многочисленных расчетов следует, что выбор Δr имеет большое значение для изучения эволюции функции распределения в начальный период расчета, а в последующем различия, связанные с выбором Δr , постепенно исчезают. Удачный выбор соответствующей разностной сетки не избавляет от необходимости решения задачи на полубесконечной прямой. Так или иначе приходится переходить к конечному отрезку, а оптимизация расположения узлов сетки может только увеличить величину этого отрезка или повысить точность расчета. При проведении матмоделирования интервал разбиения выбирался исходя из точности расчета и поведения функции распределения. С этой целью проводился ряд пробных расчетов, в которых изменялись число шагов по r и границы интервалов.

На рисунке 8.13 приведен пример расчета функции распределения частиц металла, когда $r_{\max} = 60$ мкм, а шаг разбиения равномерный $\Delta r = 1,2$ мкм. На графике приведена функция распределения для разных моментов установления процесса. Кривая 1 соответствует безразмерному времени $\bar{t} = 160$, а кривая 2 — $\bar{t}_c = 272$.

Влияние граничных функций распределения f_{01} и f_{0S} на выбор r_{\max} было также выявлено из предварительных расчетов. Отметим, что большинство известных расчетов уравнений Больцмана было выполнено на быстродействующих вычислительных машинах, поэтому рекомендации по точности, даваемые в этих работах, справедливы при использовании этого класса ЭВМ. Учесть минимальное значение функции (определяемое отношением ее значений в минимуме и максимуме, равном, скажем, 10^{35}) или относить правую границу r_{\max} до размеров 350...400 мкм, сохраняя приемлемую точность, не представляется возможным. Так как не существует каких-либо общих рекомендаций по выбору верхней границы значений r_{\max} , можно говорить только об эмпирическом подборе этой величины. На рисунке 8.14 приведен пример расчета функции распределения частиц металла при условии выбора граничной функции рас-

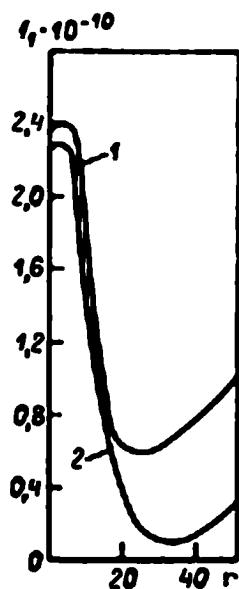


Рис. 8.13
Зависимость функции распределения частиц металла от радиуса частицы для разных моментов установления процесса:

1 — соответствует безразмерному времени $\bar{t} = 160$; 2 — то же, $\bar{t}_c = 272$.

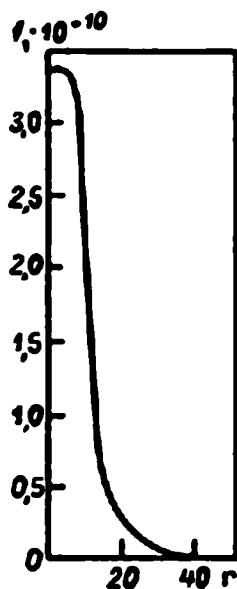


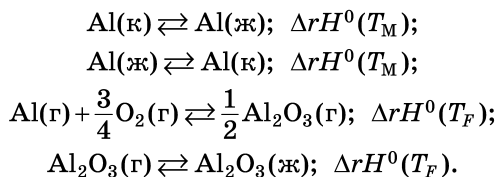
Рис. 8.14
Зависимость функции распределения частиц металла от размера r при условии выбора граничной функции распределения по логарифмическому закону:

$r_0 = 10$ мм; среднее квадратический логарифм радиуса частиц $\sigma = 1,5$; $r_{\max} = 70$ мкм; $\Delta r = 1$ мкм.

предела f_{01} по логнормальному закону с математическим ожиданием $r_0 = 10$ мкм и среднеквадратическим логарифмом радиусов частиц $\sigma = 1,5$; $r_{\max} = 70$ мкм; $\Delta r = 1$ мкм. Функция распределения приведена после установления процесса. В этом расчете и далее счет велся до тех пор, пока коэффициент расхода частиц металла G_{A1} не становился равным $|1 - G_{A1}| < \delta$:

$$G_{A1} = \frac{2\pi r_k L q_{N-1} u_T \rho_T}{\frac{3}{4} \pi^2 r_k^2 \left(\int_0^{r_{\max}} r_M^3 f_M u_M \rho_M^0 dr + \frac{2\mu_M}{\mu_S} \int_0^{r_{\max}} r_S^3 f_S u_S \rho_S^0 dr \right)}.$$

Здесь значения всех переменных взяты в сечении $x = L$. С точки зрения влияния f_{01} на сходимость процесса можно сказать следующее. При задании $\sigma = 1,5$ значение r_0 не должно превышать примерно $1/3 r_{\max}$. В этом случае перепад между максимальным значением f_{01} и значением в точке r_{\max} отличается как $10^2 \dots 10^3$. Если это условие не выполнено, то «хвост» функции распределения f_M ведет себя, как показано на рисунке 8.13, и о точности расчета не приходится говорить. Что же касается Δr , то здесь путем расчета установлено, что независимо от того, переменный или нет реализуемый в алгоритме шаг, Δr не должен быть более 1 мкм, а для функции распределения частиц окиси — более 0,1 мкм. Численные расчеты эволюционных уравнений показали, что стандартные численные схемы могут быть широко использованы и что не возникает проблем, связанных с выбором того или иного метода. Проведенные расчеты на предмет экономичности методов (предиктор-корректор, явного и неявного) показали, что из-за колебаний в области «хвоста» увеличение числа итераций приводит к затратам времени, сравнимым с затратами при явном методе. Было показано, что для решения уравнения может быть использован любой из перечисленных методов. Иногда метод предиктор-корректор оказывался предпочтительнее, так как приводил к более устойчивому решению. Поэтому в работе был выбран общий разностный метод как для решения уравнений газовой динамики, так и для решения эволюционных уравнений. При решении учитывалось, что частица металла при попадании в поток имеет температуру, равную температуре горячей поверхности топлива $T_M = T_T$. В газовом потоке частица разогревается за время $m_{\text{инд}}$, которым, как правило, можно пренебречь по сравнению с временем горения. В уравнении энергии для газа учитывались тепловые эффекты следующих реакций:



Здесь термохимические уравнения записаны с учетом агрегатного состояния вещества: к — кристаллическое; ж — жидкое; г — газовое. Тепловые эффекты реакций $\Delta r H_0(T_i)$ определяются по табличным данным для теплот образования $\Delta f H_0(0)$ и высокотемпературных составляющих $[H_{(r)}^0 - H_{(0)}^0]$ реагентов по справочнику. Частицы окиси при образовании имеют температуру, равную

температуре микропламени, и затем обмениваются теплом с газом; на границе приведенной пленки они имеют температуру T_p . На рисунке 8.15 приведена зависимость времени сгорания τ_r от окислительного потенциала. Кривая 1 соответствует $r_m = 5$ мкм, кривая 2 — $r_m = 10$ мкм, кривая 3 — $r_m = 25$ мкм, кривая 4 — $r_m = 50$ мкм. Из этого рисунка видно, что при приближении Q_k к значениям 5...7% время сгорания частиц размером порядка 10 мкм увеличивается весьма значительно. При $r_m = 25...50$ мкм этот диапазон смещается к значениям $Q_k = 15...20\%$. На рисунке 8.16 приведены зависимости v_m от окислительного потенциала. Кривые 1...4 соответствуют значениям $r_m = 5, 10, 25, 50$ мкм. Видно, что v_m практически линейно зависит от окислительного потенциала. Из этого ясно, что ошибка в определении окислительного потенциала может существенно повлиять на результаты расчетов. Так как при малых значениях a_k зависимость $\tau_r(a_k)$ приобретает столь сильный характер, естественно встает вопрос о точности вычисления a_k .

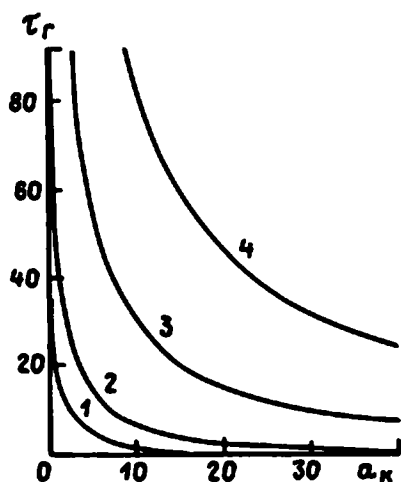


Рис. 8.15
Зависимость времени сгорания τ_r от окислительного потенциала:
1 — $r_m = 5$ мкм; 2 — $r_m = 10$ мкм; 3 — $r_m = 25$ мкм; 4 — $r_m = 50$ мкм.

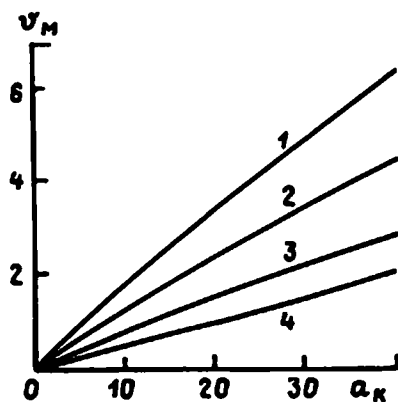


Рис. 8.16
Зависимость линейной скорости горения v_m от окислительного потенциала a_k :
1 — $r_m = 5$ мкм; 2 — $r_m = 10$ мкм; 3 — $r_m = 25$ мкм; 4 — $r_m = 50$ мкм.

9

ПРЕДЕЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ РАБОТЫ РДТТ

ГЛАВА

9.1. ВЫБОР ПРЕДЕЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

Стабильное (нормальное) горение заряда ТТ обычно характеризуется постоянством скорости горения при одних и тех же условиях. Двигатель функционирует нормально, если, как следует из диаграммы «давление — время» (рис. 9.1), давление в камере сгорания изменяется по необходимому закону без каких-либо отклонений. Для стабильного горения заряда ТТ необходимо прежде всего поддерживать в камере сгорания определенный уровень давления, так как устойчивое горение требует стабильного и интенсивного подвода теплоты в К-фазу заряда ТТ. Для фиксированной марки ТТ в зависимости от свободного объема камеры сгорания существует минимально-предельное (критическое) давление, ниже которого двигатель работает неустойчиво (аномально). Аномальный режим работы двигателя обусловлен самопроизвольным прекращением горения заряда ТТ с повторным самовоспламенением (так называемое «чихание»); диаграмма «давление — время» в этом случае имеет прерывистый характер. Заряд гаснет, происходит локальное самовоспламенение; через сопло истекают непрореагировавшие продукты сгорания, затем заряд ТТ

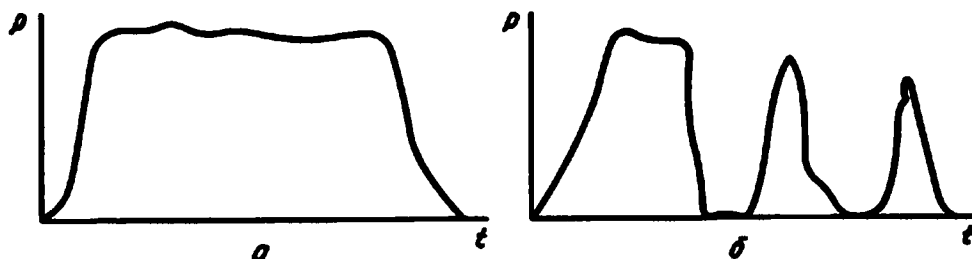
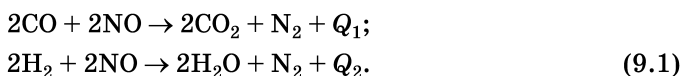


Рис. 9.1
Диаграмма «давления — время» в камере сгорания:
а — при нормальном горении; б — при аномальном горении.

снова гаснет, и после нескольких «чиханий» двигатель может полностью прекратить функционирование.

Эксперименты показывают, что нижний критический уровень давления лежит в достаточно широком диапазоне и зависит прежде всего от марки ТТ и свободного объема двигателя. Так, смесевые ТТ горят более стабильно, и порог критического давления для них ниже, чем для баллистичных топлив. В частности, для смесевых ТТ критическое давление $p_{\min} \leq 0,1 \dots 1,5$ МПа, в то время как для ТТ баллистичного типа $p_{\min} \geq 3,5$ МПа. Это обусловлено тем, что при низком давлении затормаживается протекание экзотермических реакций типа



Причина аномального горения состоит в уменьшении тепловых потоков к поверхности заряда ТТ, и, как только количество подводимой теплоты становится недостаточным для стабильного протекания реакций, заряд ТТ гаснет. Немаловажное значение в этом механизме имеют условия теплообмена между продуктами сгорания и элементами конструкции камеры сгорания. Безусловно, что все факторы, способствующие уменьшению подвода теплоты к непроагировавшему ТТ, способствуют возникновению аномального горения.

Аномальное горение может возникать и при высоких давлениях, когда поверхность горения заряда ТТ обтекается газовым потоком, движущимся с большой скоростью, в этом случае также нарушается нормальный теплоподвод к ТТ, и реакции не успевают протекать полностью.

9.2. ПРЕДЕЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ЗАРЯЖАНИЯ РДТТ

Проблеме увеличения объемной плотности заряжания $\Delta = V_{\text{т}}/V$ (V — объем камеры сгорания) всегда уделялось большое внимание при проектировании двигателей. Однако стремление увеличить ее, уменьшая проходное сечение канала заряда ТТ, встречало ряд трудностей. Еще в ранних своих работах проф. Ю. А. Победоносцев установил, что уменьшение проходного сечения камеры сгорания вызывает увеличение давления в ней и приводит в ряде случаев к аномальным процессам ее работы, вызывая в некоторых случаях самопроизвольное прекращение горения заряда ТТ с повторным самовоспламенением (так называемое «чихание»); диаграмма давления по времени в этом случае имеет прерывистый характер. Объяснение явлений, происходящих в камере сгорания с недостаточно большим проходным сечением, было предложено Я. Б. Зельдовичем и О. И. Лейпунским на основе так называемой гипотезы «раздувания». В дальнейшем эта гипотеза была дополнена объяснением механизма горения ТТ в турбулентном потоке и др.

Появилась необходимость в критерии, который обеспечивал бы возможность выбора таких начальных условий заряжания, при которых исключались бы «взрыв» давления в камере сгорания и аномальность процесса.

Л. Э. Шварц предложил принять в качестве критерия отношение площади горячей поверхности заряда ТТ к площади критического сечения сопла. Однако

опытные данные показали недостаточность критерия Шварца для количественной оценки устойчивости процесса.

Более жизнеспособным оказался предложенный проф. Ю. А. Победоносцевым так называемый критерий k , равный отношению площади горячей поверхности заряда ТТ к площади проходного сечения камеры сгорания. Однако было замечено, что критерий k не является достаточным: его предельное значение, при котором процесс протекает без нарушения устойчивости, оказалось зависящим от стационарного давления в камере сгорания.

В одной из своих работ Я. Б. Зельдович, исходя из того, что явление раздувания горячей поверхности заряда вызывается большой скоростью газового потока, указал еще на один критерий, равный отношению площади критического сечения сопла к площади проходного сечения канала в его выходной части, т. е. частному от деления критерия Ю. А. Победоносцева на критерий Л. Э. Шварца.

Многообразие предлагаемых критериев свидетельствует о сложности и недостаточной изученности этой проблемы. В связи с этим требуется новый подход к выбору объемной плотности заряжания, учитывающий все многообразие термогазодинамических явлений в камере сгорания. Увеличение объемной плотности заряжания путем уменьшения плотности проходного сечения камеры сгорания с некоторого момента приводит к увеличению скорости потока, что, с одной стороны, может привести к возникновению турбулентного горения, увеличению гидродинамических потерь в проточной части двигателя, особенно в предсопловом объеме, и, как следствие, к резкому росту давления в камере сгорания, а с другой — к уменьшению времени пребывания К-частиц в КС и, соответственно, к снижению полноты сгорания ТТ. В этой связи при выборе величины объемной плотности заряжания необходимо исходить как из условия возможности возникновения резкого увеличения давления, так и из уменьшения полноты сгорания ТТ. Для жесткокрепленных с корпусом двигателя зарядов ТТ при выборе Δ необходимо учитывать прочность заряда.

9.3. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ В ПРЕДСОПЛОВОМ ОБЪЕМЕ РДТТ

Гидродинамические потери в предсопловом объеме соплового блока можно характеризовать различными способами. Мы воспользуемся коэффициентом гидродинамических потерь ξ , равным отношению перепада статического давления между выходным сечением канала и критическим сечением сопла к скоростному напору продуктов сгорания на выходе из канала заряда:

$$\xi = 2(p_l - p_{кр}) / (\rho_l V_l^2). \quad (9.2)$$

Коэффициент гидродинамических потерь ξ зависит от конструкции предсопловой полости (а также от числа сопл в сопловом блоке) и характеристик потока перед ним (чисел Re , M и степени турбулентности). Для каждой конструкции предсопловой части двигателя коэффициент ξ можно считать постоянным.

Изменение параметров рабочего процесса в предсопловом объеме (в нуль-мерном приближении) для стационарного режима можно описать соотношениями:

$$\rho_l v_l F_l + u_1 p^\nu S_{\text{т.с}} \rho_\tau = \frac{p_{\text{кр}} F_{\text{кр}}}{\beta}; \quad (9.3)$$

$$p_l - p_{\text{кр}} = \xi(\rho_l v_l^2)/2; \quad (9.4)$$

$$u_1 p^\nu \rho_\tau S_{\text{т.с}} = \Pi_\tau, \quad (9.5)$$

где Π_τ — газоприход с торцевой поверхности горения (со стороны сопла) заряда ТТ; $S_{\text{т.с}}$ — торцевая со стороны сопла поверхность горения.

Выразим все члены в соотношении (9.3) через давление торможения и приведенную скорость λ , для чего предварительно запишем связь для рассматриваемых сечений между полным и статистическим давлениями и температурами:

$$\begin{aligned} \frac{p}{p_{0\text{кр}}} &= \pi(\lambda_{\text{кр}}) = \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_{\text{кр}}^2\right)^{n/(n-1)}; \\ \frac{p}{p_{0l}} &= \pi(\lambda_l) = \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_l^2\right)^{n/(n-1)}; \\ \frac{T}{T_{0\text{кр}}} &= \tau(\lambda_{\text{кр}}) = \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_{\text{кр}}^2\right). \end{aligned} \quad (9.6)$$

Используя уравнения состояния и (9.6), отношение полных давлений в критическом сечении сопла и в выходном сечении канала можно представить в виде

$$\frac{p_{0\text{кр}}}{p_{0l}} = \Pi(\lambda_l, \xi) = \frac{\pi(\lambda_l)}{\pi(\lambda_{\text{кр}})} \left[1 - \frac{n\xi}{n+1} \frac{\lambda_l^2}{\tau(\lambda_l)}\right]. \quad (9.7)$$

Уравнение неразрывности для предсоплового объема для заряда ТТ с горящим сопловым торцом можно представить в виде

$$\frac{p_l F_l q(\lambda_l)}{\beta} + G_T = \frac{p_{0\text{кр}} F_{\text{кр}}}{\beta}, \quad (9.8)$$

откуда

$$q(\lambda_l) = \frac{F_{\text{кр}}}{F_l} \left[\Pi(\lambda_l, \xi) - \frac{u_1 p^\nu \rho_\tau S_{\text{т.с}}}{p_{0l} F_{\text{кр}}} \right]. \quad (9.9)$$

С помощью уравнения сохранения массы

$$\frac{1}{\beta} p_{0\text{кр}} F_{\text{кр}} q(\lambda_{\text{кр}}) = u_1 p^\nu S_\Sigma \rho_\tau \quad (9.10)$$

уравнение (9.9) можно записать в виде

$$q(\lambda_l) = \frac{F_{\text{кр}}}{F_l} \Pi(\lambda_l, \xi) \left(1 - \frac{S_{\text{т.с}}}{S_\Sigma}\right). \quad (9.11)$$

Здесь $S_{\Sigma} = S_{т.с} + S_{к}$ — суммарная поверхность горения заряда ТТ, где $S_{к}$ — канальная поверхность горения.

Уравнение (9.11) записано для заряда ТТ с компенсатором в сопловой части. Для заряда ТТ с бронированным задним торцом ($S_{т.с} = 0$) уравнение (9.11) примет вид

$$q(\lambda_l) = \left(\frac{F_{кр}}{F_l} \right) \Pi(\lambda_l, \xi) \quad (9.12)$$

или

$$\left(\frac{n+1}{2} \right)^{1/(n-1)} \lambda_l \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_l^2 \right)^{1/(n-1)} = \frac{F_{кр}}{F_l} \Pi(\lambda_l, \xi). \quad (9.13)$$

Значение приведенной скорости λ_l является корнем трансцендентного уравнения (9.11) или (9.12) при известных значениях коэффициента гидродинамических потерь ξ и отношения площадей $F_{кр}/F_l$. Потери полного давления, как следует из соотношения (9.15), в предсопловом объеме зависят от коэффициента гидродинамических потерь и приведенной скорости потока на выходе из канала заряда ТТ. Коэффициент гидродинамических потерь в предсопловом объеме в свою очередь в значительной степени зависит от конструкции предсопловой части двигателя.

При наличии в двигателе односоплого блока поток газа от выхода из канала заряда до входа в сопло в первом приближении эквивалентен начальному участку турбулентной струи. При этом большая часть соплового дна находится в затененном пространстве, заполненном вихревыми течениями. Потери полного давления в этом случае можно ориентировочно оценить как потери на начальном участке струи постоянной массы. Характерная зависимость коэффициента гидродинамических потерь от относительной длины предсоплового объема $\bar{l}_c = l_c/d_l$ для двигателя с односопловым блоком приведена на рисунке 9.2.

Как видно, коэффициент гидродинамических потерь для односоплого блока возрастает ($\xi = 0 \dots 0,3$) при увеличении относительной длины ($\bar{l}_c = 0 \dots 1,4$). Из результатов этой оценки следует, что в случае применения односоплого блока можно принять $\xi = 0$ и тогда течение газа на участке от выхода из канала заряда до критического сечения сопла будет подчиняться соотношению (9.16).

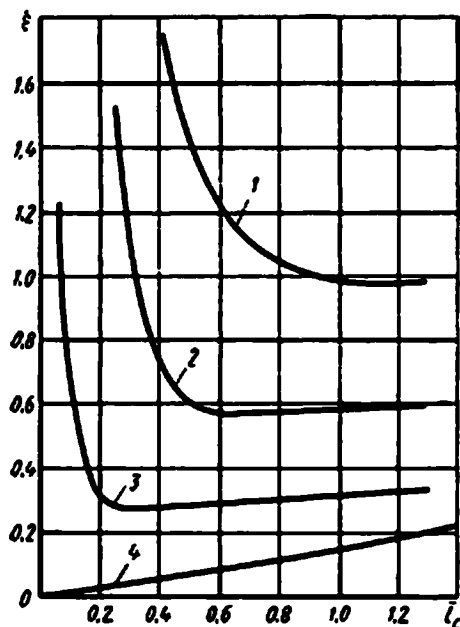


Рис. 9.2
Зависимость коэффициента гидродинамических потерь от относительной длины предсопловой части двигателя:

1 — для цилиндрического канала; 2 — для канала с прямым диффузором; 3 — для канала с диффузором и скругленной выходной кромкой; 4 — для односопловой конструкции.

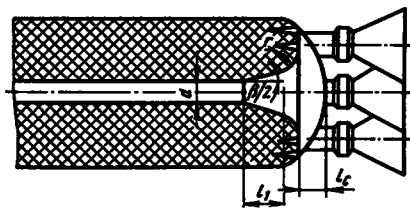


Рис. 9.3
Схема оптимальных геометрических характеристик канала заряда ТТ

рисунка 9.2 видно, что коэффициент гидродинамических потерь при $\bar{l}_c \geq 1,0$ и цилиндрическом канале имеет примерно постоянное значение $\xi = 1,0$. Это значит, что в предсопловом объеме многосоплового блока рассеивается весь скоростной напор при выходе из канала заряда. При меньших значениях \bar{l}_c величина ξ резко возрастает. Так, уже при $\bar{l}_c \approx 0,4$ коэффициент $\xi = 1,8$. Увеличение коэффициента гидродинамических потерь нежелательно, так как наряду с другими факторами оно приводит к росту перепада давлений по длине заряда. Гидродинамические потери в предсопловом объеме могут быть уменьшены путем соответствующего профилирования выходной части канала (рис. 9.3).

Естественно, что конический диффузор на выходе из канала заряда со стороны соплового блока позволяет уменьшить градиент падения скорости по длине, что приводит к частичному восстановлению статического давления на этом участке и, следовательно, к уменьшению перепада давлений по длине камеры сгорания и силовой нагрузки на опору заряда ТТ. Кроме того, при коническом диффузоре уменьшается теплонапряженность теплозащитного покрытия соплового дна.

Однако при определенном угле конуса, равном критическому, наступает отрыв потока от стенок конуса. Отрыв сопровождается периодическим образованием вихрей, которые порождают пульсации давления у входа в конус, а в месте отрыва образуется зона с пониженным давлением. Эти обстоятельства приводят, с одной стороны, к дополнительным гидродинамическим потерям, с другой — к отклонению скорости горения от номинального значения. Таким образом, угол конуса канала β следует выбирать из условия предотвращения отрыва потока от стенок заряда. Установлено, что в диффузорах отрыв начинается обычно при расширении с углом $\beta \approx 12^\circ$. Несколько иная ситуация возникает при течении рабочего вещества в канале с вдуванием массы газа с боковой поверхности, обусловленным горением ТТ. Отрыв потока происходит из-за наличия положительного напора вдоль конуса. Оценим приближенно значения градиента давления, отвечающие критическому значению угла конуса с подводом и без подвода массы с боковой поверхности конуса.

В качестве исходной системы примем приближенные уравнения движения газа в канале с распределенным по длине газопритоком, обусловленным горением ТТ. Пользуясь одномерной теорией и полагая газ в камере сгорания идеальной нетеплопроводной жидкостью, получаем следующую систему, состоящую из уравнений неразрывности потока и количества движения:

$$\frac{d}{dx} \rho F v = \rho_\tau h u; \quad \frac{d}{dx} \rho F v^2 = -F \frac{dp}{dx}. \quad (9.14)$$

Для осесимметричных каналов зарядов ТТ имеет место соотношение, связывающее градиент площади поперечного сечения диффузора F с углом наклона образующей $\beta/2$:

$$dF/dx = h \operatorname{tg} \beta/2. \quad (9.15)$$

Коэффициент сопротивления конуса можно условно представить как сумму коэффициента сопротивления, возникающего вследствие расширения сечения конуса, и коэффициента сопротивления трения:

$$\xi = \xi' + \xi''.$$

Здесь

$$\xi' = \delta \gamma \left[1 - 2 \frac{F_0}{F_k} + \left(\frac{F_0}{F_k} \right)^2 \right];$$

$$\xi'' = \frac{f}{8 \sin \beta/2} \left[1 - \left(\frac{F_0}{F_k} \right)^2 \right],$$

где δ — коэффициент полноты удара; в случае $0 < \beta < 40^\circ$ $\delta = 3 \operatorname{tg}(\beta/2) \sqrt{\operatorname{tg}(\beta/2)}$; γ — коэффициент, учитывающий влияние неравномерности поля скоростей перед входом в конус диффузора; f — коэффициент трения, зависящий от числа Re и от степени шероховатости.

При скоростях газового потока, значительно меньших скорости звука, сжимаемостью газа можно пренебречь; предполагая также при этом, что коэффициент $\xi = \text{const}$ по длине конуса (диффузора), первое уравнение системы (9.14) можно записать в виде

$$\rho \left(v \frac{dF}{dx} + F \frac{dv}{dx} \right) = \rho_\tau h u_0. \quad (9.16)$$

Принимая во внимание соотношение (9.15), из уравнения (9.16) получаем для градиента скорости

$$\frac{dv}{dx} = \frac{\rho_\tau h u}{\rho F} - \frac{v}{F} h \operatorname{tg} \beta/2. \quad (9.17)$$

Комбинируя уравнение (9.17) и второе уравнение системы (9.14), получаем для градиента давления

$$\operatorname{grad} p = \frac{dp}{dx} = \frac{\rho h v^2 \operatorname{tg} \beta/2}{F} - \frac{2 \rho_\tau v h u}{F}. \quad (9.18)$$

В выражении (9.18) второй член в правой части характеризует приход массы газа, обусловленный горением ТТ. Следовательно, градиент давления без учета газоприхода запишется в виде

$$\operatorname{grad} p = \frac{\rho h v^2 \operatorname{tg} \beta/2}{F}. \quad (9.19)$$

Качественный анализ зависимостей (9.18) и (9.19) показывает, что дополнительный газоприход (т. е. горение ТТ) уменьшает положительный градиент давления; это дает возможность использовать диффузор с большим углом

конусности. Количественная оценка величины градиента давления для выходного конуса заряда показывает, что дополнительный газоприход уменьшает градиент давления примерно на 10%. Выражение для критического угла конуса с учетом дополнительного подвода массы можно найти из зависимости (9.18):

$$\beta'_{кр} = \arctg \left(\frac{F \operatorname{grad} p}{\rho h v^2} + \frac{2\rho_{ту}}{\rho u} \right). \quad (9.20)$$

Второй член правой части уравнения (9.20) учитывает влияние притока массы газа. Из количественного анализа этого уравнения следует, что критическое значение угла конуса $\beta'_{кр}$ с учетом подвода массы газа примерно на 10% больше значения угла без такого учета, т. е. всегда имеет место неравенство

$$\beta'_{кр} > \beta_{кр}.$$

Таким образом,

$$\beta/2 = \arctg \frac{F \operatorname{grad} p}{\rho h v^2}. \quad (9.21)$$

Для заряда ТТ

$$\beta'_{кр} \approx 13...14^\circ.$$

Определим оптимальные геометрические параметры выходного конуса с точки зрения минимизации гидродинамических потерь в предсопловом объеме. Для уменьшения коэффициента гидродинамических потерь в предсопловом объеме на выходном участке конуса целесообразно делать скругление. Это, во-первых, уменьшает поджатие струи и, во вторых, приводит к образованию кольцевого диффузора, в котором происходит дополнительное расширение потока газа.

Как следует из анализа кривых 1–3 рисунка 9.2, оптимальным является конус, имеющий скругленную выходную кромку со следующими геометрическими размерами (см. рис. 9.3):

$$\bar{l}_1 = l_1 d \approx 2,0; \quad \beta \approx 12^\circ; \quad r/d \approx 0,7.$$

Применение такого конуса значительно увеличивает объемную плотность заряжания благодаря большему заполнению предсоплового объема ($\bar{l}_c = 0,3$). Значению $\bar{l}_c = 0,3$ соответствует коэффициент гидродинамических потерь $\xi = 0,3...0,4$ (кривая 3, рис. 9.2).

Для конуса с относительной длиной $\bar{l}_c = 0,3$ коэффициент $\xi = 0,9$ (кривая 2), для конуса при $\bar{l}_c = 0,4$ и $\beta = 12^\circ$ коэффициент $\xi = 0,7$. Коэффициент ξ сильно зависит от относительной длины \bar{l}_c . Так, уже при $\bar{l}_c = 0,3$ коэффициент $\xi = 1,0$, т. е. в этом случае в предсопловом объеме четырехсоплового блока необратимо рассеивается весь скоростной напор на выходе из канала заряда. При применении конуса с закругленной выходной кромкой существенно улучшаются условия работы теплозащитного покрытия сопловой крышки. При известных значениях коэффициента гидродинамических потерь и отношения площадей $F_{кр}/F_l$ из соотношений (9.15) и (9.16) несложно определить скорость газового потока в выходном сечении канала $x = l$ и потери полного давления в предсопловом объеме РДТТ.

Приведенные данные позволяют выбирать наивыгоднейшую форму выходного участка осесимметричного канала заряда ТТ с точки зрения минимизации гидродинамических потерь в предсопловом объеме РДТТ.

9.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ В НАЧАЛЬНЫЙ ПЕРИОД РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЯ

Возникновение турбулентного горения и гидродинамических потерь для фиксированной марки ТТ зависит от целого ряда факторов, а именно: от геометрических характеристик заряда ТТ, от наличия или отсутствия горящего компенсатора в его передней части, от вида профиля скоростей по поперечному сечению канала заряда ТТ, от скорости и степени турбулентности его на входе в канал заряда ТТ, от геометрических характеристик камеры сгорания в предсопловой части и от числа сопел.

Для вывода аналитического соотношения, описывающего оптимальные по давлению условия заряжания, воспользуемся уравнениями системы (8.21), а также уравнением для скорости горения ТТ в турбулентном потоке.

В результате решения указанных уравнений получим

$$\frac{1-\lambda^2}{(1+\lambda^2)^2} \frac{d\lambda}{dx} = \frac{n-1}{n} \frac{\rho_T h}{F} \frac{u_1 i_0}{p_0^{1-\nu}} \times \sqrt{\frac{n+1}{2(n-1)i_0}} \left(\sqrt{\frac{1-\frac{n-1}{n+1}\lambda^2}{1+\lambda^2}} \right)^\nu \times \left[1 + K_v \sqrt{\frac{2(n-1)}{n+1} i_0} (\lambda - \lambda_{\text{пор}}) \delta \right]. \quad (9.22)$$

После разделения переменных и интегрирования приходим к соотношению

$$\int_{\lambda_0}^{\lambda} \frac{(1-\lambda^2)d\lambda}{(1+\lambda^2)^{2-\nu} \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2 \right)^\nu \left[1 + K_v \sqrt{\frac{2(n-1)}{n+1} i_0} (\lambda - \lambda_{\text{пор}}) \delta \right]} = x \frac{n-1}{n} \frac{\rho_T h u_1 i_0}{F p^{1-\nu}} \sqrt{\frac{n+1}{2(n-1)i_0}}; \quad (9.23)$$

$$\lambda_0 = \nu \sqrt{\frac{2(n-1)}{n+1} i_0},$$

где λ_0 — приведенная скорость во входном сечении канала; $\lambda_{\text{пор}}$ — приведенная пороговая скорость турбулентного горения.

Заметим, что если $\lambda_0 = \lambda_{\text{пор}}$, то при вычислении квадратуры в левой части уравнения (9.23) следует полагать коэффициент турбулентного горения $K_v = 0$. В целях упрощения выкладок обозначим

$$\int_{\lambda_0}^{\lambda} \frac{(1-\lambda^2)d\lambda}{(1+\lambda^2)^{2-\nu} \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2 \right)^\nu \left[1 + K_v \sqrt{\frac{2(n-1)}{n+1} i_0} (\lambda - \lambda_{\text{пор}}) \delta \right]} = I(\lambda) - I(\lambda_0), \quad (9.24)$$

где $I(\lambda)$ — первообразная функция.

Легко увидеть, что при известных λ_0 и p_0 уравнение (9.24) определяет зависимость $\lambda = \lambda(x)$, т. е. закон изменения приведенной скорости потока по длине канала.

Для условий горения в камере, близких к стационарным, можно положить температуру торможения газового потока постоянной и принять

$$i_0 = \frac{n}{n-1} RT_0 + \frac{v_0^2}{2} = \frac{n}{n-1} \phi_{\kappa} RT_{\Gamma}, \quad (9.25)$$

где ϕ_{κ} — коэффициент тепловых потерь, обусловленных неполнотой сгорания ТТ и неадиабатностью процесса в камере сгорания.

Тогда из соотношения (9.24) следует

$$\lambda = \frac{v}{a_{\text{кр}}} = \frac{v}{\sqrt{\frac{2n}{n+1} \phi_{\kappa} RT_{\Gamma}}}, \quad (9.26)$$

и по приведенной скорости несложно определить величину скорости v .

В результате комбинирования соотношения и (9.24) получим

$$I(\lambda) - I(\lambda_0) = \frac{\rho_{\Gamma} h u}{F p_0^{1-\nu}} \sqrt{\frac{n+1}{2} \phi_{\kappa} RT_{\Gamma}} x,$$

или, так как $hx/F = \kappa$, где κ — значение параметра Ю. А. Победоносцева для текущего сечения канала,

$$I(\lambda) - I(\lambda_0) = \frac{\kappa \rho_{\Gamma} u_1}{p_0^{1-\nu}} \sqrt{\frac{n+1}{2} \phi_{\kappa} RT_{\Gamma}}. \quad (9.27)$$

Определим значения давления в переднем объеме двигателя p_0 и λ_0 , входящие в уравнение (9.27), для чего предварительно рассмотрим течение продуктов сгорания на участке между выходным сечением канала и критическим сечением сопла.

Течение продуктов сгорания на этом участке в зависимости от типа соплового блока (односопловая или многосопловая конструкция) может быть описано следующими зависимостями:

1) для односоплового блока

$$\frac{F_{\text{кр}}}{F_l} = \left(\frac{n+1}{2} \right)^{1/(n-1)} \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_l^2 \right)^{1/(n-1)} \lambda_l^2; \quad (9.28)$$

2) для многосоплового блока

$$\frac{F_{\text{кр}}}{F_l} = \frac{\left(\frac{n+1}{2} \right)^{1/(n-1)} \lambda_l \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_l^2 \right)^{1/(n-1)}}{\Pi(\lambda_l, \xi)}, \quad (9.29)$$

где λ_l — приведенная скорость в выходном сечении канала заряда ТТ; ξ — коэффициент гидродинамических потерь в предсопловом объеме.

Равенства (9.28) и (9.29) позволяют вычислить значение приведенной скорости потока на выходе из канала λ_l с использованием таблицы газодинамиче-

ских функций [2]. Значение λ_l находится в этом случае по известному значению функции

$$q(\lambda_l) = F_{кр}/F_l.$$

Если канал заряда ТТ имеет по всей длине постоянную площадь поперечного сечения и скорость продуктов сгорания во входном сечении канала равна нулю, соотношение для давления в переднем объеме с учетом эффекта турбулентного горения и гидродинамических потерь имеет вид

$$p_0 = \left[\frac{\kappa_l \rho_T u_1 \sqrt{\frac{n+1}{2} \phi_K R T_\Gamma}}{I(\lambda_l)} \right]^{1/(1-\nu)}, \quad (9.30)$$

где κ_l — значение κ в сечении $x = l$.

В более общем случае, когда $\nu_0 \neq 0$, p_0 определяется зависимостью

$$p_0 = \left[\frac{\kappa_l \rho_T u_1 \sqrt{\frac{n+1}{2} \kappa_K R T_\Gamma}}{I(\lambda_l) - I(\lambda_0)} \right]^{1/(1-\nu)}. \quad (9.31)$$

Поделив соотношения (9.30) и (9.31) на выражение для стационарного давления

$$p_{ст} = \left(\frac{u_1 \rho_T S \beta}{F_{кр}} \right)^{1/(1-\nu)} = \left(\frac{u_1 \rho_T S \sqrt{\phi_K R T_\Gamma}}{\phi_p \Gamma(n) F_{кр}} \right)^{1/(1-\nu)}; \quad (9.32)$$

$$\frac{1}{\beta} = \sqrt{\frac{n}{\phi_K R T_\Gamma} \left(\frac{2}{n-1} \right)^{(n+1)/(n-1)}}, \quad (9.33)$$

получим соотношение для относительного давления:

а) $\lambda_0 = 0$

$$\bar{p}_0 = \frac{p_0}{p_{ст}} = \left[\frac{\phi_p \Gamma(n) \frac{F_{кр}}{S} \kappa_l \sqrt{(n+1)/(2n)}}{I(\lambda_l)} \right]^{1/(1-\nu)}; \quad (9.34)$$

б) $\lambda_0 \neq 0$

$$\bar{p}_0 = \frac{p_0}{p_{ст}} = \left[\frac{\phi_p \Gamma(n) \frac{F_{кр}}{S} \kappa_l \sqrt{(n+1)/(2n)}}{I(\lambda_l) - I(\lambda_0)} \right]^{1/(1-\nu)}. \quad (9.35)$$

Рассмотрим подробнее более сложный случай, когда заряд ТТ в виде одноканального моноблока имеет в донной части целевой компенсатор (см. рис. 4.2) и скорость во входном сечении канала не равна нулю. Так как рассматриваются условия, близкие к стационарным, можно исходить из приближенного равенства прихода и расхода продуктов сгорания в свободном объеме целевого компенсатора.

Полагая, что по длине компенсатора давление изменяется незначительно и турбулентного горения в области компенсатора не происходит, получаем условие равенства прихода и расхода в виде

$$S_k u_1 \rho_\tau p_k^v = \rho_0 v_0 F_0, \quad (9.36)$$

где S_k — поверхность щелевого компенсатора; p_k — давление (среднее) в свободном объеме компенсатора.

В общем случае, чтобы связать давление p_k и давление на входе в канал, надо рассматривать изменения параметров продуктов сгорания при внезапном сужении. Принимая, что скорость во входном сечении канала весьма мала по сравнению со скоростью звука, заменим равенство (9.36) приближенной зависимостью

$$S_k u_1 \rho_\tau p_0^v = \frac{p_0}{\varphi_k f_0} v_0 F = \frac{p_0 \lambda_0 F_0}{\sqrt{\varphi_k f_0}} \sqrt{\frac{2n}{n+1}}, \quad (9.37)$$

которая определяет связь между приведенной скоростью λ_0 и давлением p_0 .

Подставляя значение p_0^{1-v} из равенства (9.31) в уравнение (9.37), получим

$$I(\lambda) - I(\lambda_0) = \lambda_0 h x / S_k. \quad (9.38)$$

Подставляя в уравнение (9.38) $x = l$ и $\lambda = \lambda_e$, определяемые из соотношения (9.28) или (9.29) в зависимости от конструкции соплового блока, получим уравнение, из которого определяется λ_0 :

$$I(\lambda_e) - I(\lambda_0) = \lambda_0 h l / S_k. \quad (9.39)$$

Уравнение (9.39) можно решить графически, для чего следует построить график суммы

$$I(\lambda_0) + \lambda_0 h l / S_k = I_1$$

при различных λ_0 . Искомое значение λ_0 соответствует точке, в которой I_1 равно известному значению $I(\lambda_e)$.

Для удобства вычислений целесообразно построить предварительную таблицу или график значений интеграла

$$\int_0^\lambda \frac{(1 - \lambda^2) d\lambda}{(1 + \lambda^2)^{2-v} \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2\right)^v \left[1 + K_v \sqrt{(\lambda - \lambda_{\text{пор}}) \sqrt{\varphi_k f_0 \frac{2}{n+1} \delta}}\right]} = I(\lambda).$$

Для примера на рисунке 9.4 изображен график зависимости первообразной функции $I(\lambda)$ от приведенной скорости потока λ при $\varphi_k R T_\tau = 80\,000 \text{ м}^2/\text{с}^2$, $\lambda_{\text{пор}} = 0,5$ и различных значениях K_v . С помощью этого графика и полученных выше соотношений можно построить кривые распределения давлений и скорости продуктов сгорания по длине канала в каждый момент времени (точнее, для каждого значения площади поперечного сечения F или смоченного периметра канала заряда ТТ).

Порядок расчета следующий.

1. По заданному $F_{\text{кр}}/F_l$ из зависимости (9.28) или (9.29) находим λ_l .
2. Используя график $I(\lambda) = f(\lambda)$ или таблицы значений $I(\lambda)$ и равенство (9.39), определяем λ_0 .

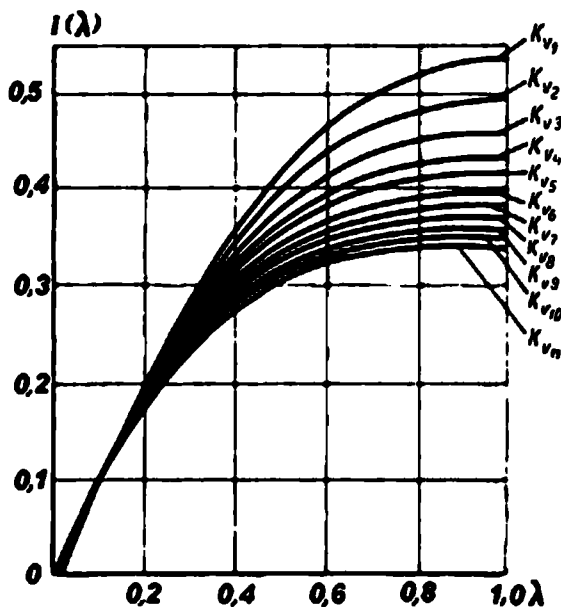


Рис. 9.4
Зависимость первообразной функции $I(\lambda)$ от приведенной скорости потока λ для различных значений коэффициента турбулентного горения $K_{v1} \dots K_{v11}$

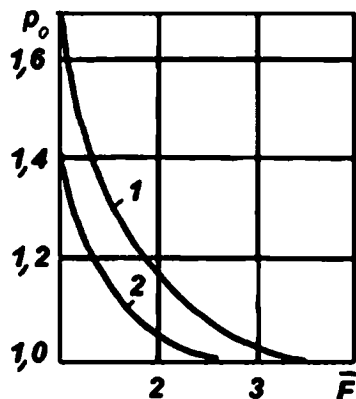


Рис. 9.5
Зависимость относительного давления в камере сгорания \bar{p}_0 от относительной площади поперечного сечения канала \bar{F} : 1 — для заряда ТТ с компенсатором передней части; 2 — для заряда ТТ телескопической формы.

3. По зависимости (9.34) или (9.35) находим \bar{p}_0 : если $\bar{p}_0 \leq 1$, объемная плотность заряжения выбрана правильно; если $\bar{p}_0 > 1$, то необходимо пересмотреть геометрические характеристики заряда ТТ и выбрать их такими, чтобы выполнить условие $\bar{p}_0 \leq 1$.

Оптимальные условия заряжения будут достигаться при $\bar{p}_0 = 1$.

В случае применения зарядов ТТ с прогрессивной в начальный период работы двигателя поверхностью горения для увеличения объемной плотности заряжения можно допустить, чтобы параметр \bar{p}_0 был несколько больше единицы. На рисунке 9.5 изображена характерная зависимость $\bar{p}_0 = \bar{p}_0(F)$ для заряда с щелевым компенсатором в передней части (кривая 1) и телескопического заряда (кривая 2). Полнота сгорания ТТ неразрывно связана со временем пребывания продуктов сгорания в камере сгорания.

9.5. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЗАРЯДА ТТ НА ОБЪЕМНУЮ ПЛОТНОСТЬ ЗАРЯЖАНИЯ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ

Наряду с условиями, накладываемыми соображениями газодинамики горения, объемная плотность заряжения или коэффициент объемного заполнения двигателя $\Delta = V_{\tau}/V$ (где V_{τ} — объем камеры сгорания заполненной ТТ) ограничивается также требованиями обеспечения прочности заряда ТТ при действии на него различных силовых и температурных факторов.

К числу силовых факторов можно отнести давление пороховых газов, а также массовые силы, возникающие при хранении, транспортировках и в полете. Рассмотрим в качестве примера ограничение, накладываемое на геометрию заряда требованием сохранить его прочность при действии внутреннего давления.

Примем для простоты, что жесткоскрепленный с тонкой оболочкой заряд ТТ имеет форму длинного полого цилиндра с гладкой внутренней поверхностью, на которую действует давление p . Эффекты конечной длины заряда не будем учитывать, так как вблизи торцов заряда на его свободной поверхности, деформации оказываются меньше, чем в средней части, и, таким образом, рассматриваемый случай будет наихудшим с точки зрения возникновения кольцевых растягивающихся деформаций. Зоны скрепления заряда с корпусом двигателя, хоть и имеют концентрацию касательных и нормальных напряжений, всегда могут быть сделаны достаточно прочными без заметного изменения масс заряда за счет местных условий (например, установки манжет). Поэтому наибольший интерес для проводимого здесь анализа представляет формула, выражающая кольцевую деформацию ϵ_0 на внутренней поверхности цилиндрического заряда через все его геометрические и физико-механические характеристики. Эту формулу можно записать в виде

$$\epsilon_0 = (1 + \mu_r) \frac{p}{E} \left\{ \frac{\bar{R}^2 + (1 - 2\mu_r)[1 + (\bar{R}^2 - 1)C]}{\bar{R}^2 - 1 + [1 + \bar{R}^2(1 - 2\mu_r)C]} \right\}, \quad (9.40)$$

где E — модуль Юнга топлива, принимаемого за упругий материал; μ_r — коэффициент Пуассона ТТ; $\bar{R} = \frac{R}{r}$ — отношение наружного радиуса заряда к его внутреннему радиусу;

$$C = E_k(1 + \mu_k)\delta/[E(1 - \mu_k)R];$$

E_k — модуль Юнга материала корпуса; μ_k — коэффициент Пуассона материала корпуса; δ_1 — толщина оболочек корпуса; R — наружный радиус заряда.

Как видно из формулы (9.40), при заданном внутреннем давлении p и физико-механических характеристиках топлива и корпуса двигателя величина \bar{R} , характеризующая степень заполнения двигателя топливом, не может быть произвольной. Эта величина, всегда превосходящая единицу, должна быть не больше того значения, при котором деформация ϵ_0 достигает своего предельного значения $\epsilon_{пр}$. Таким образом, из соображения сохранения прочности заряда необходимо ограничивать степень заполнения двигателя топливом. Аналогичные ограничения могут быть получены при действии температурного поля и массовых сил.

Заметим, что сказанным не исчерпывается влияние деформирования топлива на его геометрические размеры. В рассмотренном примере не учитывались эффекты динамичности нагружения, реологические свойства материала заряда и некоторые другие факторы, связанные с обеспечением целостности заряда. Учет этих факторов, однако, будет давать лишь известные поправки к результатам проведенного анализа. Так, например, динамичность нагружения может быть уменьшена за счет замедления процесса воспламенения заряда, а различные особенности механического поведения топлива могут учитываться путем введения приведенных значений модуля E , входящего в формулу (9.40).

10

ГЛАВА

ТЕПЛОМАСООБМЕН В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ И СОПЛОВом АППАРАТЕ

10.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Тепловое состояние конструкции двигателя практически полностью определяет его работоспособность. Оно характеризуется сложным распределением температурных полей в конструктивных элементах различных агрегатов двигателя и учитывает унос массы композиционных материалов. Тепловое состояние конструкции двигателя зависит от условий теплообмена и его видов: лучистого (радиационного), конвективного, кондуктивного. Определение температурных полей и уноса массы материалов производится путем применения различных математических моделей для соответствующего агрегата двигателя или его конструктивного элемента.

Сложность расчета процессов тепломассообмена в элементах конструкции РДТТ, в том числе газовой полости сопла, обусловлена следующими основными причинами:

- 1) пространственное течение двухфазных реакционноспособных продуктов горения (наличие в них конденсированной фазы);
- 2) наличие больших градиентов давления по газовой полости и взаимодействия скачков уплотнения с пограничным слоем;
- 3) наличие зон отрывного течения и существенных отличий скоростей обтекания различных элементов конструкции;
- 4) наличие различных режимов гетерогенного окисления углеграфитовых материалов и фазовых переходов в композиционных материалах, подверженных пиролизу.

Многофазный поток продуктов сгорания воздействует на элементы поверхности газовой полости двигателя путем:

- 1) силового нагружения внутренним давлением;
- 2) конвективного теплового потока от продуктов сгорания к поверхности газовой полости;

- 3) радиационного (лучистого) теплового потока;
- 4) транспортировки теплоты в стенку осаждающимися конденсированными частицами;
- 5) высокоскоростного соударения конденсированных частиц с поверхностью стенки.

В результате чего происходит как прогрев материала газовой полости и термическая деструкция связующего, так и разрушение материала за счет:

1) воздействия химически активных компонентов потока продуктов сгорания;

2) действия сил трения и динамического воздействия потока на элементы шероховатости поверхности;

3) действия термических и усадочных напряжений в процессе нагрева материала, а также перепада давлений газа по толщине прококсованного слоя.

Проблема оценки теплового состояния конструкции камеры сгорания и соплового блока РДТТ и разрушения рабочей поверхности элементов проточного тракта воздействием высокоэнтальпийным, гетерогенным, химически активным газовым потоком в принципе может включать в себя следующие этапы:

1) расчет термодинамических характеристик продуктов сгорания твердого топлива и распределение их значений по тракту сопла;

2) газодинамический расчет параметров продуктов сгорания по тракту сопла;

3) расчет теплообмена;

4) расчет прогрева конструкции;

5) расчет уноса массы материалов элементов проточного тракта сопла;

6) расчет потерь удельного импульса двигателя за счет изменения состояния потока, конструктивных особенностей проточного тракта сопла и его разгара;

7) экспериментальная оценка теплового состояния, эрозионной стойкости материалов и потерь удельного импульса двигателя по результатам лабораторных работ, модельных и натурных испытаний.

Термодинамический расчет проводится по методам, изложенным в главе 1. Расчет потерь удельного импульса двигателя производится дифференцированно по совокупности различных факторов. Относительно самостоятельное значение в данном случае имеет оценка дополнительных потерь удельного импульса вследствие разгара проходных сечений проточного тракта, главным образом критического сечения сопла. Поэтому суть рассматриваемой проблемы сводится к определению температурных полей в конструктивных элементах сопла с целью анализа допустимых рабочих температур и оценки прочности элементов и к определению уноса массы материалов с рабочих поверхностей элементов проточного тракта сопла с целью оценки разгара сечений и расчета надежности конструкции камеры сгорания сопла.

Методологически задача исследования процесса теплообмена в соплах РДТТ должна рассматриваться во взаимосвязи условий течения высокоэнтальпийного, гетерогенного, химически активного газового потока по проточному тракту камеры сгорания и сопла, влияния свойств материалов поверхности проточного тракта и особенностей конструкции камеры сгорания и соплового блока.

Тепловой поток от продуктов сгорания твердого топлива к поверхности проточного тракта сопла складывается из конвективной, радиационной и кондуктивной составляющих:

$$q = \frac{\alpha}{c_p}(H_r - H_n) + \alpha_p(H_r - H_n) + \dot{m}_{к.ф}\eta(H_{к.ф} - H_n),$$

где H — энтальпия потока при соответствующей температуре; α_p — коэффициент радиационного теплообмена; $\dot{m}_{к.ф}$ — местный удельный поток массы конденсированной фазы; индексы «г», «п», «к.ф» относятся соответственно к равновесному тепловому состоянию газа, поверхности и конденсированной фазе газового потока.

10.2. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН. ХАРАКТЕР ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

В нереагирующих продуктах сгорания процесс теплоотдачи сопровождается изменением температуры или энтальпии его частиц. В реагирующем газовом потоке процесс теплоотдачи сопровождается не только изменением энтальпии частиц теплоносителя, но и тепловыми эффектами реакции. В этом смысле представляется целесообразным пользоваться понятием полной энтальпии смеси, под которой понимается сумма энтальпии и химической энергии образования данного вещества из элементов.

К настоящему времени сложились три принципиальных подхода к определению тепловых потоков, транспортируемых от продуктов сгорания к поверхности стенки газовой полости. Первый подход базируется на основе критерияльных формул интегральных соотношений теории пограничного слоя, второй — на основе теории пограничного слоя в полной форме дифференциальных уравнений в частных производных и третий — на основе интегральной теории.

Изменение состава реагирующей смеси по поперечному сечению пограничного слоя зависит от скорости химических реакций, в результате которых образуются или распадаются ее компоненты. При бесконечно медленной химической реакции образования или распада i -го компонента разогрев или охлаждение продуктов сгорания у поверхности стенки не приведет к изменению ее химического состава, поэтому массовая концентрация этого компонента C_i по пограничному сечению потока изменяться не будет (рис. 10.1). Следовательно, в этих условиях пограничный слой будет замороженным, а процесс неравновесным.

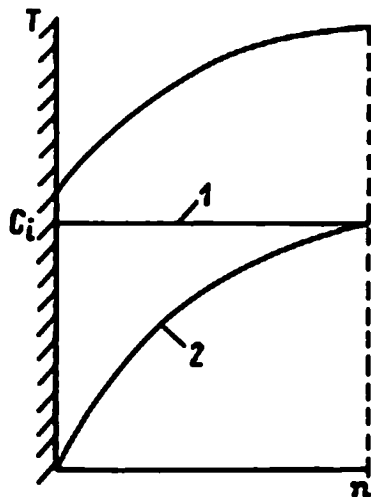


Рис. 10.1
Качественное изменение массовой концентрации i -го компонента C_i по поперечному сечению потока:

1 — замороженная смесь; 2 — химически равновесная смесь.

В случае, когда скорость химической реакции является бесконечно большой, состав смеси по поперечному сечению пограничного слоя определяется локальными значениями температуры и давления, а профили концентраций C_i не зависят от процессов переноса, пограничный слой является равновесным. В случае, когда скорости химических реакций переносных процессов имеют один порядок, пограничный слой можно считать неравновесным. Для определения характера течения и тепломассообмена в пограничном слое на различных участках газовой полости камеры сгорания и сопла можно воспользоваться числом Дамкелера

$$Da = \frac{t_p}{t_{x,p}} = \frac{l\rho^2 K_p}{\nu M_a^2},$$

где $t_p, t_{x,p}$ — время нахождения частиц газа в пограничном слое и время протекания химических реакций соответственно; l — характерный размер; K_p — константа скорости реакции; M_a — масса атома.

В пограничном слое газовой полости камеры сгорания и сопла для топлив с температурой продуктов сгорания ~ 3500 К при наличии тримолекулярных реакций рекомбинации реализуется равновесный, неравновесный и замороженный режимы. Так, при $Da \rightarrow \infty$ в пограничном слое реализуется равновесный режим, при $Da \rightarrow 1$ — неравновесный, а при $Da \rightarrow 0$ — замороженный режим. Параметры процесса в пограничном слое по длине газовой полости камеры сгорания и сопла изменяются в пределах:

а) при реакции рекомбинации $CO + O + CO_2 \rightarrow CO_2 + CO_2$

$$\frac{l}{\nu} = 0,01 \dots 0,001; \quad K_p = (2,5 \dots 1,75) \frac{\text{см}^6}{\text{моль}^2 \cdot \text{с}}, \quad Da = 0,1 \dots 0,5;$$

б) при реакции рекомбинации $OH + H + CO \rightarrow H_2O + CO$

$$K_p = (3,3 \dots 7,95) \cdot 10^6 \frac{\text{см}^6}{\text{моль}^2 \cdot \text{с}}, \quad Da = 47 \dots 0,4 \cdot 10^{-2}.$$

В газовой полости расширяющейся части сопла пограничный слой является замороженным, в камере сгорания и в сужающейся части сопла — равновесным.

10.2.1. КРИТЕРИАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Расчетные соотношения для определения конвективного теплообмена базируются либо на классических интегральных теориях турбулентного пограничного слоя, либо на теории подобия и модельных экспериментальных данных.

Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования отечественных и зарубежных ученых показали, что при ламинарном и турбулентном течении газа уравнение теплообмена для вынужденной конвекции с учетом трения в функциональной форме имеет вид

$$Nu = f(Re, Pr, M) \text{ при } M \geq 1 \text{ и } Nu = f(Re, Pr, M) \text{ при } M \leq 1,$$

где Nu, Re, Pr, M — соответственно безразмерные критерии подобия Нуссельта, Рейнольдса, Прандтля и числа Маха.

Практически все экспериментальные данные приближенно описываются уравнением

$$Nu = CRe^m Pr^n,$$

где C — постоянная, зависящая от условий обтекания; m, n — степенные показатели, зависящие от типа течения в пограничном слое; число Рейнольдса определено по эквивалентному диаметру $d_s = 4F/\Pi$ (F — площадь проходного сечения; Π — периметр сечения).

Несмотря на обилие методов расчета теплообмена в соплах РДТТ, актуальность этой проблемы не только не ослабевает, но возрастает вследствие прогресса в развитии новых топлив, разработки новых схемно-конструктивных решений, применении новых типов композиционных материалов.

Рассмотрим основные исходные предпосылки к расчету коэффициента теплообмена в соплах РДТТ.

Экспериментальные исследования при течении несжимаемого потока в трубах положены в основу получения эмпирических соотношений по теплообмену для зоны входа в проточный тракт сопла и зону критического сечения.

В. Мак-Адамс для течения газа в гладких трубах получил на основе обработки результатов различных исследований зависимость

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3}, \quad (10.1)$$

или в развернутом виде

$$\frac{\alpha}{c_p} = 0,023 \frac{\lambda}{dc_p} \left(\frac{\dot{m}d}{\mu} \right)^{0,8} \left(\frac{c_p \mu}{\lambda} \right)^{1/3},$$

где α/c_p — коэффициент тепломассообмена; λ — теплопроводность газа; d — диаметр канала; c_p — удельная теплоемкость; \dot{m} — массовая скорость газа; μ — динамическая вязкость газа.

Уравнение (10.1) применимо для стабилизированных потоков. Дальнейшее уточнение этой зависимости Дерханом, Нейманом и др. с уточнением поправки на размеры канала и градиент температуры по сечению потока газа привели к уравнению

$$\frac{\alpha}{c_p} = 0,034 \frac{\lambda}{dc_p} \left(\frac{d\dot{m}T_g}{\mu T_{cp}} \right)^{0,8} \left(\frac{c_p \mu}{\lambda} \right)^{0,4} \left(\frac{l}{d} \right)^{-0,1}, \quad (10.2)$$

где T_g — температура газа в невозмущенном потоке; T_{cp} — средняя температура в погранслое; l — длина канала.

В уравнениях (10.1) и (10.2) все теплофизические характеристики берутся при средней температуре погранслоя. Замыканием интегральных соотношений эмпирическими законами трения и теплообмена на пластине получена расчетная зависимость для значения чисел Стантона на гладкой непроницаемой стенке, обтекаемой градиентным потоком (с отрицательным градиентом давления):

$$\text{St} = 0,0296 \text{Re}_{wS_{\text{эф}}}^{-0,2} \text{Pr}_w^{-0,6} \left(\frac{H_w}{H_r} \right)^{0,39} \left(1 + \frac{k-1}{2} r M^2 \right)^{0,11}; \quad (10.3)$$

$$\text{St} = \frac{\alpha}{\rho_w c_{pw} v_r}; \quad \text{Re}_{wS_{\text{эф}}} = \frac{\rho_w v_r L_{\text{эф}}}{\mu_w},$$

где $L_{\text{эф}} = \frac{L_1 (\rho_w v_r R)_1^{1,25} + \int_{L_1}^L \rho_w v_r R^{1,25} dL}{\rho_w v_r R^{1,25}}$ — эффективная длина пограничного слоя (индекс «1» относится к сечению начала турбулентного режима пограничного слоя).

В приведенной математической модели влияния вдува продуктов пиролиза и гетерогенного окисления композиционных материалов, шероховатости поверхности стенки и турбулентности ядра потока учитываются независимо друг от друга поправочными множителями K_i . При этом значение коэффициента теплообмена, определенное по зависимости (10.3), умножается на соответствующее значение поправочного множителя K_i .

Для сопловых блоков с небольшими углами суживающейся и расширяющейся частей Бартцем на основе интегральных соотношений пограничного слоя на пластине предложено соотношение для определения числа Нуссельта конвективной составляющей теплообмена на непроницаемой жидкой поверхности стенки сопла, построенное с учетом переменности свойств сжимаемого газа по толщине пограничного слоя:

$$\text{Nu} = A \frac{\frac{T_{\text{ref}}}{T} \text{Pr}^{7/15} \text{Re}_R^{0,8}}{\left(\frac{l_0}{R_0} \right)^{0,2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{0,05}}, \quad (10.4)$$

где A — коэффициент согласования с опытными данными ($A = 0,026$ для суживающейся и $A = 0,023$ для расширяющейся частей сопла); R_0 — радиус входного сечения сопла; l_0 — длина предсоплового объема; $\text{Re}_R = \frac{2\rho v R}{\mu}$; R — радиус расчетного сечения сопла; индекс «ref» относится к некоторому эталонному значению температуры.

Выражение для плотности теплового потока имеет вид

$$q_w = \frac{\alpha}{c_p} (H - H_w) \left(\frac{\rho_{\text{ref}}}{\rho} \right)^{0,75} \left(\frac{\mu_{\text{ref}}}{\mu} \right)^{0,25}.$$

На рисунке 10.2 для примера изображена зависимость коэффициента теплоотдачи по длине сопла.

Р. Бассардом и Р. Де-Лауэром для случая течения газа в круглой трубе с резким сужением на входе при постоянном перепаде температур в направлении потока получена зависимость

$$\frac{\alpha}{c_p} = 0,021 \dot{m} \text{Re}^{-0,2} \text{Pr}^{-2/3} \left(\frac{T_w}{T_r} \right)^{-0,15} \left(1 + 6 \frac{d}{l} \right). \quad (10.5)$$

Исследования пограничного слоя в сверхзвуковых аэродинамических трубах показывают, что в диапазонах чисел Рейнольдса $5 \cdot 10^5 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$ и чисел Маха $1,5 \leq M \leq 2,5$ пограничный слой является турбулентным (числа Рейнольдса отнесены к расстоянию от критического сечения до рассматриваемого сечения). По аналогии с плоской пластиной, обтекаемой сверхзвуковым потоком, установлено, что уравнение теплоотдачи от потока к поверхности сопла имеет вид

$$Nu = (0,025 \dots 0,028) Re^{0,8} Pr^{0,33}, \quad (10.6)$$

где критерии подобия определены по расстоянию от критического сечения до рассматриваемого сечения расширяющейся части сопла. Предполагают при этом, что и в зоне, близкой к критическому сечению, возможно ламинарное течение, для которого выполняется соотношение

$$Nu = 0,33 Re^{0,5} Pr^{0,314}. \quad (10.7)$$

Большинство из известных в настоящее время подобных зависимостей являются эмпирическими и в значительной степени близкими к уравнениям (10.1), (10.2), (10.5)...(10.7). Нетрудно видеть, что основное отличие в зависимостях (10.1), (10.2), (10.5)...(10.7) заключается в величинах констант C , m , n , которые характеризуют тип погранслоя газа. Теоретические исследования также согласуются с этими эмпирическими зависимостями.

Неопределенность в отношении критического числа Рейнольдса для газовых потоков в каналах различного профиля представляет наиболее существенную методическую трудность в решении проблем теплообмена в соплах РДТТ. Например, известны решения для коэффициентов тепломассообмена при обтекании потока газа плоской пластины для ламинарного погранслоя:

$$\frac{\alpha}{c_p} = 3,26 \dot{m} Re^{-0,5} Pr^{-1/3};$$

для турбулентного погранслоя:

$$\frac{\alpha}{c_p} = 0,29 \dot{m} Re^{-0,2} Pr^{-2/3}.$$

В окрестности точки перехода изменение коэффициента тепломассообмена происходит скачкообразно, а величина коэффициента α/c_p остается пропорциональной коэффициенту трения. Как следует из этих решений, коэффициент трения при ламинарном течении газа равен

$$C_{fл} = 1,33 Re^{-1/2};$$

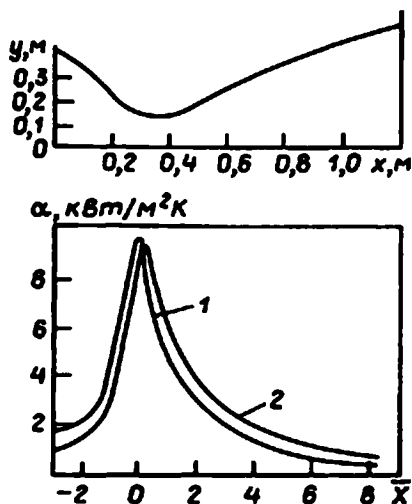


Рис. 10.2
Зависимость коэффициента теплопередачи α от относительной длины газовой полости сопла $\bar{x} = x/l_c$:
1 — расчет по зависимости (10.3); 2 — по зависимости (10.4).

при турбулентном течении

$$C_{fT} = 0,074Re^{-0,2}.$$

Если условием точки перехода течения газа от ламинарного к турбулентному считать равенство, $C_{fл} = C_{fT}$, то для плоской пластинки получим величину критического числа Рейнольдса $Re_{кр} \approx 2 \cdot 10^4$. Ряд исследований показал, что критическое число Рейнольдса на профиле крыла составляет $Re_{кр} \approx 2 \cdot 10^6$, а при дозвуковом течении потока газа в аэродинамических трубах равно $Re_{кр} = (0,5 \dots 3,0) \cdot 10^6$. Зависимость для толщины погранслоя при ламинарном течении имеет вид

$$\delta_l = 5xRe^{-0,5};$$

при турбулентном течении

$$\delta_T = 0,2xRe^{-1/7},$$

где x — координата вдоль плоской пластины.

Если условием перехода ламинарного течения в погранслое в турбулентное принять равенство $\delta_l = \delta_T$, то величина критического числа Рейнольдса составит $Re_{кр} = 0,63 \cdot 10^4$.

Из соотношений (10.6) и (10.7) по условиям теплообмена критическое число Рейнольдса составляет $Re_{кр} = 0,5 \cdot 10^4$. В ряде работ рекомендуется критическое число принимать равным

$$Re_{кр} = 0,5 \cdot 10^6.$$

Сложность определения величины $Re_{кр}$ и неоднозначность рекомендаций является одним из основных источников ошибок при расчете коэффициента тепломассообмена, в силу неопределенности типа пограничного слоя по тракту сопла. Так, если при расчете этого коэффициента для плоской пластины принять $Re_{кр} = 10^5$, то превышение коэффициента $(\alpha/c_p)_T$ над коэффициентом $(\alpha/c_p)_л$ составит $\alpha_T/\alpha_l = 2,8$, т. е. почти в 3 раза. Между тем большинство зависимостей для расчета коэффициента тепломассообмена при течении газовых потоков в соплах предполагают априори турбулентный погранслой. Практически все попытки многих исследователей найти приемлемое решение, учитывающее тип течения, перепад температур поперек потока, сжимаемость потока, размеры канала и другие особенности течения потока по тракту сопла, сведены к поиску статистических поправок к уравнениям типа (10.1)...(10.7).

Одним из наиболее актуальных вопросов теплообмена является вопрос учета эффекта ламинаризации потока, особенно в малоразмерных соплах.

Экспериментально установлено, что при турбулентных течениях с большими ускорениями происходит ламинаризация турбулентного погранслоя и, как следствие, уменьшение интенсивности теплообмена. Механизм этого явления не изучен, но Моретти предложил параметр ламинаризации

$$K = \frac{v}{v^2} \frac{dv}{dx},$$

где v — скорость на границе погранслоя; ν — кинематическая вязкость потока.

Считают, что ламинаризация турбулентного погранслоя наступает при условии $K \geq K_{кр}$, однако экспериментальные данные указывают на значительный диапазон критической величины параметра $K_{кр}$: $(2,5...3,5) \cdot 10^{-6}$; $(1...6) \cdot 10^{-6}$; $3,5 \cdot 10^{-6}$. При этом экспериментально зафиксировано отличие опытных данных по теплообмену в критических сечениях сопел от расчетных на уровне до 50%. Особенности расчета коэффициента теплообмена в соплах РДТТ из композиционных материалов далее будем связывать с применением углеродных материалов как наиболее перспективных по оценке зарубежных специалистов материалов для неохлаждаемых сопловых блоков ракетных двигателей. Для современных высокоэнергетических топлив характерно, что на участке входа в зону критического сечения сопла, протяженность которого составляет всего $\sim 10\%$ от длины входной части, скорость продуктов сгорания составляет не менее 50 м/с ($M \sim 0,05$). В этом случае число $Re > 10^6$, т. е. практически от начала входа в сопло течение продуктов сгорания турбулентное по всему тракту (за исключением малоразмерных сопел).

Массовая доля конденсированной фазы в продуктах сгорания современных топлив может достигать $\sim 40\%$, а температура потока ~ 4000 К, поэтому из баланса тепловых потоков нельзя исключить влияние радиационного нагрева и нагрева поверхности проточного тракта при контактном взаимодействии К-фазы с материалом поверхности. Анализ этого влияния показал, что для современных топлив величина α/c_p может повышаться на 25...30% и возрастает с увеличением давления. Сжимаемость газового потока оказывает значительное влияние на величину α/c_p по тракту сопла. Приближенная оценка влияния сжимаемости потока на величину α/c_p , проведенная в предположении $\alpha/c_p \sim Re^{-0,2}$ с учетом изменения температуры:

$$Re = \frac{pMd}{\mu RT} \sqrt{kRT},$$

где $M = \frac{v}{a}$, показывает, что для современных топлив снижение α/c_p при $M > 1$ может происходить в несколько раз. Аналогичный вывод можно сделать на основе аналогии между коэффициентами трения и теплообмена.

Все типы композитов, включая углеродные материалы, применяемые для изготовления элементов проточного тракта сопловых блоков, подвержены тепловому разрушению поверхности при взаимодействии с химически активным высокоэнтальпийным газовым потоком. Поэтому при расчете коэффициента α/c_p необходимо учитывать изменение состояния поверхности, приводящее к увеличению сопротивления трения и теплообмена при обтекании потоком шероховатой поверхности. Оценки влияния шероховатой поверхности материала на величину α/c_p при внешнем обтекании были проведены А. П. Мельниковым, Ю. В. Полежаевым и другими исследователями. Показано, что увеличение коэффициента α/c_p при обтекании потоком газа шероховатой поверхности может превосходить в 2,7...3 раза в сравнении с обтеканием гладкой поверхности.

Многие известные методы расчета коэффициента тепломассообмена в соплах РДТТ недостаточно учитывают влияние изменения линейных размеров проточного тракта сопла. Известно в частности, что наибольшие погрешности

в оценке величины a/c_p связаны с анализом теплообмена в соплах с малыми величинами площади критического сечения при больших давлениях продуктов сгорания в камере двигателя, а также трудностями учета влияния изменения проходных сечений по проточному тракту сопла. С учетом рассмотренных предпосылок к расчету коэффициента теплообмена в соплах РДТТ из композитов (главным образом, углеродных материалов) Г. В. Беловым на основе анализа многочисленных зарубежных литературных источников предпринята попытка получить эмпирическую зависимость коэффициента теплообмена.

При разработке методики расчета за основу была принята экспериментально установленная зависимость $Nu = k Re^{0,8} Pr^{1/3}$, полученная при обтекании турбулентным потоком плоской пластины, а также при течении турбулентного потока в гладких трубах.

Исходная зависимость α/c_p представлена в виде

$$Nu = k Re^{0,8} Pr^{1/3} (T_w/T)^{0,2} \prod_{i=1}^5 f_i,$$

откуда

$$\frac{\alpha}{c_p} = k \frac{M}{d} Re^{0,8} Pr^{-2/3} (T_w/T)^{0,2} \prod_{i=1}^5 f_i,$$

где температуру поверхности T_w в первом приближении можно принять равной адиабатической температуре вследствие высокого уровня температуры разрушения поверхности углеродных материалов.

Функциональные коэффициенты f_i учитывают влияние на коэффициент a/c_p конечной длины канала, сжимаемости потока, наличия К-фазы, шероховатости поверхности и размера критического сечения. По физической сущности каждый из функциональных коэффициентов выражается отношением чисел Нуссельта с учетом соответствующего фактора и без такого учета при течении турбулентного потока в гладкой трубе $f_i = Nu/Nu_0$. В этом смысле коэффициенты f_i являются функциональными поправками в зависимости

$$Nu = k Re^{0,8} Pr^{1/3} (T_w/T)^{0,2}.$$

Расчет коэффициентов k и f_i производится следующим образом. Из массива экспериментальных данных отбирают результаты испытаний РДТТ с элементами проточного тракта сопла из данного типа композиционного материала. Для каждого результата испытания (унос массы материала) определяют среднее значение коэффициента тепломассообмена

$$\frac{\alpha}{c_p} = \frac{\dot{m}}{B_c} = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} \left(\frac{\dot{m}}{B_c} \right) dt,$$

где B_c — параметр переноса.

Затем, используя метод множественной корреляции, исходную зависимость для расчета коэффициента a/c_p представляют в виде линейного полинома:

$$\lg(\alpha/c_p) = \lg \text{const} = \lg k + \sum_{i=1}^5 \lg f_i.$$

Из системы этих уравнений для каждого типа элемента и композита определяют значение коэффициентов k и f_i . Параметр переноса B_c определяется по уравнению

$$B_c = \frac{1}{2}(1 + \beta) \left[1 + \frac{4B_m}{(1 + \beta)(1 + 1/\beta)} \right]^{1/2},$$

где $\beta = \frac{M_c}{M_r} \psi$, M_c , M_r — молекулярные массы соответственно углерода и газовой смеси продуктов сгорания топлива; ψ — параметр соотношения диффузионного и кинетического окисления углерода компонентами газового потока:

$$\psi = (\alpha / c_p) \frac{T_w \exp(E_c / 1,98T_w) \left(\frac{T_k}{T} \right)^{k/(k-1)}}{1,465K_{эф}p};$$

E_c — энергия активации процесса окисления углерода; $K_{эф}$ — эффективное значение константы скорости окисления углерода; B_m — окислительный потенциал газового потока:

$$B_m = \frac{M_c}{M_r} (\chi_{H_2O} + \chi_{CO_2} + \chi_{OH}),$$

где χ_{H_2O} , χ_{CO_2} , χ_{OH} — мольные доли соответственно водяного пара, углекислого газа и гидроксильного остатка.

Значения величины $K_{эф}$, многократно рассчитанные по скорости уноса массы разных типов композитов в различных испытаниях элементов проточного тракта сопла РДТТ, являются достаточно стабильными для пары взаимодействующих продуктов сгорания топлива и композита.

Значение величины $K_{эф}$ ориентировочно можно определить, используя ограниченный объем испытаний элемента сопла из углеродного композита в модельном двигателе (стендовый газогенератор). Допускаем, что механизм уноса материала при этом обусловлен разрушением поверхностного слоя за счет ослабления когезионных связей и химической конвекции твердого углерода в СО и далее в СО₂. Унос массы в этом случае можно представить зависимостью

$$\dot{m} = K_{эф} \exp(E / RT),$$

где энергия активации потери массы пирогرافита как наиболее эрозионно-стойкого углеродного композита, по данным зарубежных специалистов, составляет около $E \approx 4,2$ кДж/моль. Отсюда представляется экспериментальное значение величины $K_{эф}$ для данного композита с известной плотностью и ориентацией базисных плоскостей материала. Пересчет значения $K_{эф}$ на другие условия испытаний производится исходя из условий пропорциональности:

$$\dot{m} \sim \alpha / c_p \sim p^{0,8} \sim \alpha^{-0,2}.$$

Таким образом, базовое значение $K_{эф}$ композита связано с вполне конкретным условием проведения испытаний и подлежит систематической корректировке.

Расчет коэффициента тепломассообмена проводят в следующей последовательности.

1. Представляется массив исходных данных:

- профиль проточного тракта сопла и его геометрические размеры;
- параметры состояния продуктов сгорания твердого топлива в камере сгорания: p , T и диаграммы $p-t$ для заданного диапазона условий термостатирования заряда — $T_{\text{ог}}$;
- термодинамические характеристики продуктов сгорания твердого топлива как функции температуры: μ , λ , R , Pr , k и массовая (или молярная) доля конденсированной фазы,

$$\eta = f(l_c);$$

$$B_m = \varphi(l_c).$$

2. Проточный тракт сопла разбивается на ряд сечений, нормальных к продольной оси тракта, и строится зависимость

$$F/F_{\text{кр}} = f(l_c).$$

3. Для каждого относительного сечения $F/F_{\text{кр}}$ по длине сопла l_c определяется $T/T_{\text{к}} = f(F/F_{\text{кр}})$ и строится зависимость

$$T/T_{\text{к}} = f(l_c).$$

Зависимость $T/T_{\text{к}} = f(F/F_{\text{кр}})$ имеет вид

$$\frac{F}{F_{\text{кр}}} = \left[\frac{\frac{k-1}{2} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}}{\left(1 - \frac{T}{T_{\text{к}}} \right) \left(\frac{T}{T_{\text{к}}} \right)^{1/(k-1)}} \right]^n, \quad (10.8)$$

где $n = -1/2$ для входной части сопла и $n = 1/2$ для критического сечения и выходной части сопла.

Пользоваться выражением (10.8) неудобно при проведении расчетов, так как для каждого значения $F/F_{\text{кр}}$ необходимо отыскивать корни уравнения пятой степени. Получена аппроксимация выражения (10.8) в удобной для расчетов форме:

- участок входа до критического сечения

$$\frac{T}{T_{\text{к}}} = \left(\frac{F_{\text{вх}}}{F_{\text{кр}}} - 1 \right)^{-1} \left[\frac{F}{F_{\text{кр}}} \left(1 - \frac{2}{k+1} \right) + \frac{2}{k+1} \frac{F_{\text{вх}}}{F_{\text{кр}}} - 1 \right];$$

- участок сопла от критического сечения до среза

$$\frac{T}{T_{\text{к}}} = \left(\frac{2}{k+1} - 0,125 \lg \frac{F}{F_{\text{кр}}} \right) \left(\sqrt{\frac{1,1}{k}} \right)^{51 \lg(F/F_{\text{кр}})}.$$

В этих выражениях

$$1 \leq F/F_{\text{кр}} \leq 30.$$

4. Выбирается на диаграмме p_k-t момент времени t и определяется число Рейнольдса для каждого сечения по формуле

$$\text{Re}_t = 10^3 \frac{dp_k}{\mu RT} \left(\frac{T}{T_k} \right)^{k/(k-1)} \left[\frac{2k}{k-1} RT_k (1 - T/T_k) \right]^{1/2}.$$

Величина динамической вязкости продуктов сгорания в зависимости от температуры (при отсутствии такой зависимости в массиве исходных данных) может быть приближенно рассчитана по формуле

$$\mu \cong \mu_k (T_k/T)^m,$$

где μ_k — величина динамической вязкости, определенная при температуре $T_{ад} = T[1 + \text{Pr}^{1/3}(T_k/T - 1)]$; $m = 0,96 \dots 0,98$.

5. Рассчитывается коэффициент тепломассообмена для каждого сечения по формуле

$$\alpha/c_p = 0,115 \frac{\mu}{d} \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{-2/3} \left(\frac{T_{ад}}{T} \right)^{0,2} f_l f_m f_{к.ф} f_d f_{ш}.$$

Коэффициент f_l представлен зависимостью

$$f_l = (l/d)^{-0,1};$$

$$l_c \geq l \geq 0,05d_{кр} [(F_{вх}/F_{кр})^{1/2} - 1] \text{ctg} \alpha_c,$$

где $F_{вх}$ — площадь входа в проточный тракт сопла; α_c — угол входа в сопло; l — расстояние от входа в сопло до текущего сечения с диаметром d .

Коэффициент f_m учитывает снижение трения и теплообмена при увеличении скорости течения продуктов сгорания в области чисел $M > 1$. Аппроксимирующая зависимость для коэффициента f_m имеет вид:

$$f_m = 1,45 \exp(-0,37M), M > 1;$$

$$f_m = 1, M \leq 1.$$

Число Маха определяется по формуле

$$M = \left[\frac{2}{k+1} (T_k/T - 1) \right]^{1/2}.$$

Коэффициент, учитывающий влияние конденсированной фазы в продуктах сгорания топлива, получен на основе учета составляющей радиационного теплообмена, его аппроксимация имеет вид

$$K_{к.ф} = 1,4\eta^{0,1}, \quad \eta > 0; K_{к.ф} = 1, \quad \eta = 0.$$

Оценка эффекта ламинаризации газового потока в малых проходных сечениях, характеризуемого коэффициентом f_d .

Введем коэффициент ламинаризации в виде отношения числа $\text{Nu}_л$ к его значению при $\text{Re}_{кр}$:

$$K_d = \text{Nu}_л / \text{Nu}_{кр} = \text{Re}^{1/2} / \text{Re}_{кр}.$$

Критическое число Рейнольдса, полученное из соотношений (10.6) и (10.7), примем равным $Re_{кр} = 0,5 \cdot 10^4$. Запишем число Рейнольдса в виде

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{p d}{\beta \mu},$$

где β — расходный комплекс:

$$\beta = \left[\left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)} \frac{k}{RT_k} \right]^{1/2},$$

$$\beta = 1500 \dots 1600 \text{ м/с}.$$

Коэффициент f_d представим как

$$f_d = f(K_d),$$

где $f_d = 1$ для $K_d \geq 1$, $f_d = 2 \cdot 10^{-2} \left(\frac{p d}{\beta \mu} \right)^{1/2}$ для $K_d < 1$ (p , МПа; μ , Н·с/м; d , м).

Зависимость коэффициента $f_{ш}$ имеет вид

$$f_{ш} = \exp(1,1\Delta), \quad \Delta = h[1,275(1 + \Pi_a) + 3,18]/d,$$

где h — высота бугорка шероховатости в сечении диаметром d ; Π_a — открытая пористость материала.

6. По результатам расчета строят зависимость $\frac{\alpha}{c_p} f(l_c)$ по длине сопла l_c .

7. Расчет числа Рейнольдса и коэффициента тепломассообмена повторяют для любых выбранных моментов времени по диаграмме p_k-t и строят зависимость $\alpha/c_p = f(t, l_c)$, которая является исходной для расчета прогрева и уноса массы материала проточного тракта сопла.

8. При значительном изменении профиля проточного тракта сопла вследствие уноса массы материала определяют изменения площадей $(F + \Delta F)(F_{кр} + \Delta F_{кр})$ и расчет коэффициента тепломассообмена повторяют в полной последовательности, указанной выше. При этом для каждого последующего сечения по проточному тракту сопла учитывается площадь предыдущего сечения, а также можно ввести дополнительно поправку на влияние вдува в погранслои соединений углерода с рабочей поверхностью элемента:

$$l_{вд} = (\alpha/c_p)_{вд}/(\alpha/c_p).$$

Эту поправку можно определить по приближенной формуле

$$\ln f_{вд} \cong -1,55 \eta_m \exp(-M_C/M_T),$$

где η_m — критерий эрозионной стойкости композитов.

В предложенной методике не отражены вопросы теплообмена в лобовой области конструкции входной части сопла, что особенно важно для уплотненных в камеру сгорания сопловых блоков, вследствие слабой проработки проблемы лучистого теплообмена и механизма теплового разрушения углеродных материалов при наличии конденсированной фазы в продуктах сгорания топлив.

В методике учитывается влияние выпадения конденсированной фазы на рабочую поверхность сопла, где наблюдается повышенный унос массы, особенно для профилированных раструбов. Такая оценка приведена ниже при расчете уноса массы. Известно, что металлизированные твердые топлива, содержащие Li, Be, Al, Mg, имеют в составе продуктов сгорания окислы Al_2O_3 , MgO с температурой испарения соответственно 2500, 4200, 2000, 3100 К. При допущении, что эти окислы находятся в термодинамическом равновесии с газовым потоком, возможна их кристаллизация в сечении газового тракта при температуре потока, меньше температуры испарения окислов, приводящая к абразивному воздействию на материал соплового тракта. Не исключено, что абразивный механизм уноса массы углеродных материалов имеет место не только в области выходного участка сопла, но и в критическом сечении вследствие выноса твердых частиц углерода и его карбидных соединений с поверхности элементов входной части сопла и ТЗП камеры сгорания РДТТ.

10.2.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Система дифференциальных уравнений движения в частных производных для случая нестационарного течения несжимаемого газа в проекциях на оси x , y , z имеет вид:

$$\begin{aligned}\rho \frac{D\bar{w}_x}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{w}_x + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \bar{v}_x^2) + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \bar{v}_y \bar{v}_x) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho \bar{v}_z \bar{v}_x) \right\}; \\ \rho \frac{D\bar{w}_y}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 \bar{w}_y + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \bar{v}_x \bar{v}_y) + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \bar{v}_y^2) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho \bar{v}_z \bar{v}_y) \right\}; \\ \rho \frac{D\bar{w}_z}{dt} &= g\rho - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 \bar{w}_z + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \bar{v}_x \bar{v}_z) + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \bar{v}_y \bar{v}_z) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho \bar{v}_z^2) \right\}; \\ \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}_z}{\partial z} &= 0,\end{aligned}$$

где $\frac{Dw}{dt}$ — субстанциональная производная; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — функция Лапласа. Члены, стоящие в фигурных скобках, называются турбулентными напряжениями и характеризуют дополнительный перенос количества движения молярными объемами газа, перемещающимися вследствие пульсаций скорости.

$$-\overline{\rho v_x v_y} = \mu_T \frac{d\bar{w}}{dy} = \tau_T$$

— турбулентное касательное напряжение.

Выражение для суммарных касательных напряжений имеет вид

$$\tau = (\mu + \mu_T) \frac{dw}{dy},$$

где μ_T — турбулентная вязкость.

В неизотермическом турбулентном потоке пульсации скоростей вызывают пульсации температур

$$T = \bar{T} + \bar{\Theta},$$

где $\bar{\Theta}$ — пульсация температуры T .

Принимая допущение о постоянстве плотности и теплопроводности, т. е. $\rho = \text{const}$ и $\lambda = \text{const}$, уравнение энергии запишем в виде

$$\frac{DT}{dt} = a \operatorname{div}[(1 + \lambda_T / \lambda) \operatorname{grad} \bar{T}] + \frac{g_v}{c_p \rho},$$

где $\lambda_T = -\frac{\overline{\rho v \bar{\Theta}}}{dT/dy}$ — коэффициент турбулентной теплопроводности.

Уравнение диффузии i -го компонента в турбулентном потоке можно записать в виде

$$\frac{\bar{\rho} D \bar{\rho}_i}{dt} = \bar{\rho} D \cdot \operatorname{div} \left[\left(1 + \frac{D_T}{D} \right) \operatorname{grad} \bar{\rho}_i \right] + \bar{j} v_i,$$

где D_T — коэффициент турбулентной диффузии.

Приведенная система дифференциальных уравнений газа является незамкнутой, так как в уравнениях движения, энергии и диффузии присутствуют неизвестные члены, характеризующие турбулентный перенос теплоты, массы и количества движения. Эти члены могут быть определены по соответствующим соотношениям в зависимости от принятой гипотезы замыкания турбулентности. Дифференциальные уравнения движения, неразрывности, энергии и диффузии для осредненного движения в турбулентном пограничном слое сжимаемого газа могут быть упрощены отбрасыванием наименьшие члены одного и того же порядка.

Система уравнений для стационарного плоского сжимаемого турбулентного пограничного слоя имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho \bar{w}_x \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial x} + \rho \bar{w}_y \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} - \overline{j_y v_x} \right); \\ \frac{\partial \rho \bar{w}_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho \bar{w}_y}{\partial y} &= 0; \\ c_p \left(\rho \bar{w}_x \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \rho \bar{w}_y \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - c_p \overline{j_y \bar{\Theta}} \right) + \bar{w}_x \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \right)^2; \\ \rho \bar{w}_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \rho \bar{w}_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \bar{D} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} - \overline{j_y C'} \right), \end{aligned} \quad (10.9)$$

где $j = \rho w_y - \rho \bar{w}_y$ — пульсационная составляющая расхода; $j_y v_x$, $c_p \overline{j_y \bar{\Theta}}$, $\overline{j_y C'}$ — дополнительные «рейнольдсовы» напряжения турбулентного трения и составляющие потока теплоты и массы, возникающего за счет турбулентности.

Турбулентные составляющие переноса не могут быть определены за счет решения системы уравнений (10.9) с соответствующими граничными условиями. Обычно для их определения вводятся гипотезы, связывающие турбулентную вязкость и тепловой поток с параметрами осредненного течения.

10.2.3. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Интегральные уравнения движения, энергии и диффузии турбулентного пограничного слоя при отсутствии химических реакций могут быть получены путем интегрирования по толщине уравнений пограничного слоя:

$$\frac{d\text{Re}^{**}}{dx} + f\text{Re}_L(2+H) = \text{Re}_L \frac{C_{f_0}}{2}(\psi + b); \quad (10.10)$$

$$\frac{d\text{Re}_T^{**}}{dx} + \frac{\text{Re}_T^{**}}{\Delta T} \frac{d\Delta T}{dx} = \text{Re}_L \text{St}_0 \frac{C_{f_0}}{2}(\psi_S + b_T); \quad (10.11)$$

$$\frac{d\text{Re}_D^{**}}{dx} = \frac{\text{Re}_D}{\Delta \bar{C}} \frac{d\Delta \bar{C}}{dx} = \text{Re}_L \text{St}_D(\psi_D + b_D), \quad (10.12)$$

где $\text{St} = q_w c_p \rho_\infty w_\infty \Delta T$ — число Стантона; St_D — диффузионное число Стантона;

$\psi = \left(\frac{c_f}{c_{f_0}} \right)_{\text{Re}_T^{**}}$ — относительный закон теплообмена при $\text{Re}_T^{**} = \text{idem}$; $c_f = 2\tau_w /$

$(\rho_\infty w_\infty^2)$ — коэффициент трения при заданных условиях обтекания; C_{f_0} — значение локального коэффициента трения при некоторых стандартных условиях, т. е. при обтекании пластины изотермическим потоком несжимаемого газа, найденным для значения числа Re^{**} , определенного в рассматриваемом сече-

нии при заданных условиях обтекания; $\psi_D = \left(\frac{\text{St}_D}{\text{St}_{D_0}} \right)_{\text{Re}_D^{**}}$ — относительный закон теплообмена при $\text{Re}_D^{**} = \text{idem}$.

Коэффициенты ψ , ψ_S , ψ_D представляют собой отношение коэффициентов трения, тепловых и диффузионных чисел Стантона в рассматриваемых условиях к значениям этих параметров в стандартных условиях при обтекании плоской непроницаемой пластины потоком газа с постоянными физическими параметрами при постоянных значениях температуры и концентрации по длине пластины; $b = \frac{2\rho_w w_w}{\rho_\infty w_\infty C_{f_0}}$ — параметр проницаемости поверхности стенки, отне-

сенной к C_{f_0} ; $b_T = \frac{\rho_w w_w}{\rho_\infty w_\infty \text{St}_0}$ — тепловой параметр проницаемости, отнесенный

к St_0 ; $b_D = \frac{\rho_w w_w}{\rho_\infty w_\infty \text{St}_{D_0}}$ — диффузионный параметр проницаемости, отнесенный

к St_{D_0} ; $\text{Re}^{**} = \frac{\rho_\infty w_\infty \delta^{**}}{\mu}$; $\text{Re}_L = \frac{\rho_\infty w_\infty L}{\mu_{0\infty}}$ — число Рейнольдса, построенное по ха-

рактерному размеру L обтекаемой поверхности; $\mu_{0\infty}$ — значение динамической вязкости, определяемое по параметрам торможения невозмущенного потока;

$\text{Re}_T^{**} = \frac{\rho_\infty w_\infty \delta_T^{**}}{\mu_\infty}$; $\text{Re}_D^{**} = \frac{\rho_\infty w_\infty \delta_D^{**}}{\mu_\infty}$; $X = x/L$ — относительное расстояние; $\Delta T = T_w -$

$-T_\infty^*$; $H = \delta^*/\delta^{**}$ — формпараметр пограничного слоя; $\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho w_x}{\rho_\infty w_\infty} \right) dy$ —

толщина вытеснения; $\delta^{**} = \int_0^S \frac{\rho w_x}{\rho_\infty w_\infty} \left(1 - \frac{w_x}{w_\infty} \right) dy$ — толщина потери импульса;

$f = \frac{\delta^{**} dw_{\infty}}{w_{\infty} dx}$ — формпараметр, характеризующий аэродинамическую кривизну обтекания тела; $\Delta C_i = C_{iw} - C_{i\infty}$ — разность массовых долей диффундируемого элемента.

Для химически реагирующего газа интегральное уравнение импульсов, энергии и вещества сохраняют свой вид. При этом интегральное уравнение энергии для химически реагирующего газа, совпадающее по форме с уравнением (10.11), имеет вид

$$\frac{\Delta \text{Re}_i^{**}}{dX} + \frac{\text{Re}_h^{**}}{\Delta h} \frac{d\Delta h}{dX} = \text{Re}_L \left(\text{St} + \frac{\rho_w w_w}{\rho_{\infty} w_{\infty}} \right),$$

где

$$\text{Re}_i^{**} = \frac{\rho_{\infty} w_{\infty} \delta_i^{**}}{\mu_{0\infty}}; \quad \Delta \bar{h} = \bar{h}_w - \bar{h}_{0\infty}.$$

Интегральные уравнения импульсов энергии и вещества могут быть решены, если известны законы сопротивления, теплообмена и массообмена. Эти законы в общем виде могут быть представлены как:

$$\begin{aligned} C_f &= f_f(\text{Re}^{**}, f, M_{\infty}, T_w / T_{\infty}, \dots); \\ \text{St} &= f_S \left(\text{Re}_T^{**}, \frac{1}{\Delta T} \frac{d\Delta T}{dx}, M_{\infty}, T_w / T_{\infty}, \dots \right); \\ \text{St}_D &= f_D \left(\text{Re}_D^{**}, \frac{1}{\Delta C_i} \frac{d\Delta C_i}{dx}, M_{\infty}, \dots \right). \end{aligned}$$

Для турбулентного режима течения законы трения, теплообмена и массообмена, как правило, можно получить на основании полуэмпирических теорий турбулентности с привлечением опытных данных. Как показано, законы трения, теплообмена и массообмена консервативны к изменению граничных условий на внешней границе пограничного слоя и на поверхности стенки. Это значит, что, получив их для более простого случая, например для случая безградиентного обтекания пластины несжимаемости продуктами сгорания с постоянной температурой и концентрацией вещества на поверхности стенки, их можно применять и в более сложных случаях. Возможное разнообразие граничных условий учитывается при интегрировании уравнений импульсов и энергии. Закон трения для турбулентного пограничного слоя, нарастающего с передней кромки пластины (при $x = 0$, $\text{Re}^{**} = 0$), может быть выражен зависимостью

$$C_f = B \text{Re}_x^{-m}, \quad (10.13)$$

где коэффициенты B и m зависят от диапазона изменения числа Re^{**} . В области значений чисел Рейнольдса

$$5 \cdot 10^5 < \text{Re}_x < 10^7; \quad B = 0,0252; \quad m = 0,25; \quad C_f = 0,0252 \text{Re}_x^{-0,25}.$$

Для средних значений C_f имеем

$$\bar{C}_f = \frac{1}{L} \int_0^L C_f dx.$$

Для турбулентного режима течения, также как и для ламинарного, связь между механизмами турбулентного переноса количества движения, теплоты и массы характеризуется турбулентными числами Pr_T и Sc_T :

$$Pr_T = c_p \frac{\mu_T}{\lambda_T} = \frac{A_\tau}{A_q}; \quad Sc_T = \frac{A_\tau}{A_D},$$

где A_τ , A_q , A_D — коэффициенты турбулентного обмена, турбулентного переноса теплоты и массы соответственно.

Здесь следует указать, что коэффициент турбулентного обмена в отличие от динамической вязкости зависит от ряда величин, в том числе и от распределения осредненной скорости \bar{w}_x , т. е.

$$A_\tau = \tau_T / \frac{d\bar{w}_x}{dy}.$$

Соотношения для коэффициента A_q и A_D имеют вид:

$$A_q = q_T / c_p \frac{dT}{dy}; \quad A_D = j_T / \frac{d\bar{c}}{dy}.$$

Законы тепломассообмена в турбулентном пограничном слое для случая $Pr = 1$ и $Sc = 1$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \sqrt{1/St} &= 5,5 + 2,5 \ln[Re_T^{**} (2,5 - 12,5\sqrt{St})^{-1}]; \\ \sqrt{1/St_D} &= 5,5 + 2,5 \ln[Re_D^{**} (2,5 - 12,5\sqrt{St_D})], \end{aligned}$$

или, по аналогии с соотношением (10.13),

$$St = b(Re_T^{**})^{-m}.$$

В диапазоне изменения чисел Pr и Sc 5...10:

$$\begin{aligned} St &= B[(Re_T^{**})^m Pr^{0,75}]^{-1}; \\ St_D &= B[(Re_D^{**})^m Sc^{0,75}]^{-1}. \end{aligned}$$

При обтекании плоской пластины потоком газа с постоянными физическими параметрами соотношение для турбулентного тепломассообмена имеет вид

$$St = 0,0288 Re_x^{-0,2} Pr^{-0,6}.$$

10.2.4. ТЕПЛОМАССОБМЕН ПРИ ТЕЧЕНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Уравнение энергии для этого случая (рис. 10.3) имеет вид

$$\frac{dRe_T^{**}}{dx} + \frac{dRe_T^{**}}{\Delta T} \frac{d\Delta T}{dx} = Re_T St_0 (\psi_s + b_T). \quad (10.14)$$

Функция ψ_s для случая дозвукового течения пограничного слоя может быть определена по соотношению

$$\psi_s = \psi_T (1 - b_T/b_{T_{кр}})^2,$$

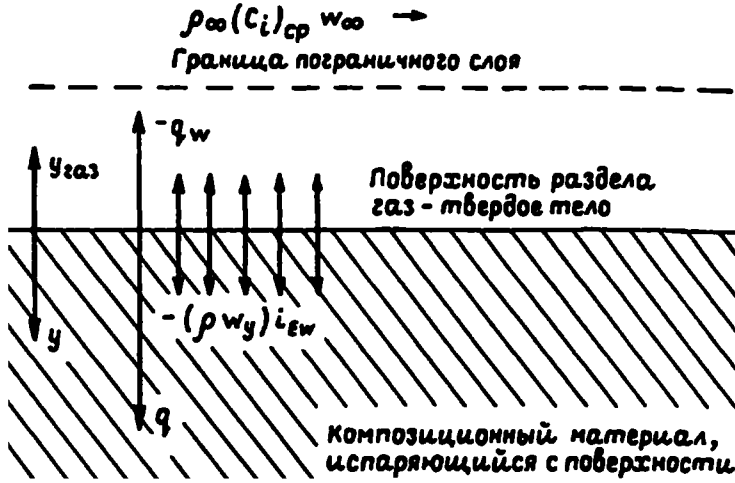


Рис. 10.3
Схема действия тепловых потоков для реагирующей поверхности композиционных материалов

где

$$\psi_T = \left(\frac{2}{\sqrt{\psi} + 1} \right)^2; \quad (10.15)$$

$$\psi = 4 \left(\frac{1 - b/b_{кр}}{\sqrt{\psi} + 1} \right)^2;$$

$$b_{кр} = \frac{1}{1 - \psi} \left(\ln \frac{1 + \sqrt{1 - \psi}}{1 - \sqrt{1 - \psi}} \right)^2 \quad \text{при } \psi < 1; \quad (10.16)$$

$$b_{кр} = \frac{1}{1 - \psi} \left(\arccos \frac{2 - \psi}{\psi} \right)^2 \quad \text{при } \psi > 1. \quad (10.17)$$

Решение уравнения энергии (10.14) имеет вид

$$\begin{aligned} \text{Re}_T^{**} = \frac{1}{\Delta T} & \left\{ \frac{1+m}{2\text{Pr}^{0.75}} B \text{Re}_0 \int_{x_1}^x \tilde{w}_0 \left[\psi_T \left(1 - \frac{b_T}{b_{Tкр}} \right)^2 + b_T \right] \times \right. \\ & \left. \times \Delta T^{1+m} dX + (\text{Re}_T^{**} \Delta T)_{x=x_1}^{1+m} \right\}^{1/(1+m)}, \end{aligned} \quad (10.18)$$

где $b_T = \frac{\rho_w w_w}{\rho_\infty w_\infty} \frac{1}{\text{St}_0}$ — параметр вдува; $\text{Re}_0 = w_{0\infty} L / \nu$; $\tilde{w}_0 = w_\infty / w_{0\infty}$ — относительная скорость на внешней границе пограничного слоя; $X_1 = x_1 / L$ — линейный размер, отсчитываемый от передней критической точки, на котором находится ламинарный пограничный слой. Из последнего уравнения при заданных функциях $\tilde{w}_0(x)$, $\Delta T(x)$, $b_T(x)$ можно определить распределение числа Re_T^{**} по x . Распределение числа St можно определить из выражения

$$\text{St} = \psi_T (1 - b_T / b_{кр})^2 \text{St}_0.$$

Предельные законы трения и теплообмена при сверхзвуковом обтекании поверхности стенки с учетом вдува газа с боковой поверхности можно аппроксимировать соотношением

$$\Psi = \bar{\Psi}_T \Psi_M \Psi_B,$$

где $\bar{\Psi}_T = \frac{2}{\sqrt{\Psi} + 2}$ — поправка на неізотермичность пограничного слоя; $\Psi_M = \frac{\arctg M_\infty \sqrt{r(k-1)/2}}{M_\infty \sqrt{r(k-1)/2}}$ — поправка на сжимаемость пограничного слоя; $\Psi_B = \left(1 - \frac{b}{b_{кр}}\right)^2$ — поправка на вдувание газа. Критическое значение параметра вдувания может быть определено по формуле

$$b_{кр} = b_{кр0} \Psi_M.$$

Параметр $b_{кр0}$ определяется по формуле (10.16) для $\Psi < 1$ и по формуле (10.17) для $\Psi > 1$.

На рисунке 10.4 для примера изображен график влияния вдува инородного газа на коэффициент трения.

Плотность теплового потока в этом случае определяется по соотношению

$$q_w = St \rho_\infty w_\infty c_{p\infty} (T_w^* - T_w),$$

где

$$T_w^* = T_\infty + \sigma \frac{k-1}{2} M_\infty^2;$$

$\sigma = \sqrt[3]{Pr}$ — коэффициент восстановления для турбулентного пограничного слоя. Здесь следует заметить, что математические модели, базирующиеся на интегральной теории, обладают существенными преимуществами по сравнению с критериальными соотношениями, так как поправки на различные факторы здесь вводятся в уравнения переноса, а не для коррекции определяемых значений коэффициентов теплообмена.

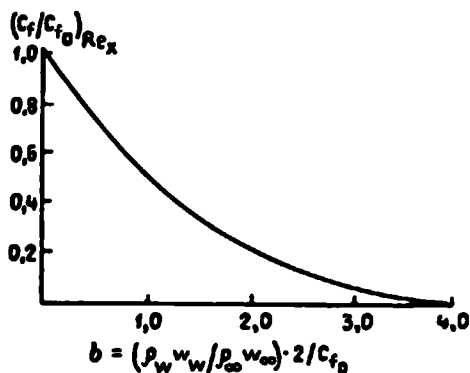


Рис. 10.4
Влияние вдува с боковой поверхности стенки пластины на коэффициент трения:
 $(C_f / C_{f0})_{Re_x}; \quad b = \frac{\rho_w w_w}{\rho_\infty w_\infty} \frac{2}{C_{f0}}.$

10.2.5. ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ СТЕНКИ НА ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА

В общем случае шероховатость поверхности стенки характеризуется высотой и шагом неровностей профиля. Обычно для оценки шероховатости поверхности стенки вводится понятие «высота эквивалентной шероховатости» K_S .

Эффективность шероховатой поверхности можно оценить по соотношению

$$\eta = \frac{Nu_{ш} / Nu_r}{\xi_{ш} / \xi_r},$$

где $Nu_{ш}$, Nu_r , $\xi_{ш}$, ξ_r — числа Нуссельта и коэффициенты сопротивления для труб с шероховатой и гладкой поверхностями при одних и тех же значениях чисел Рейнольдса и Прандтля.

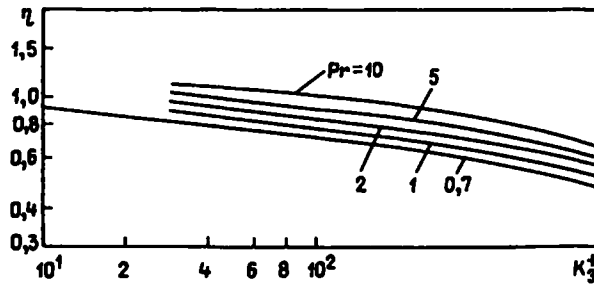


Рис. 10.5
Зависимость коэффициента эффективности шероховатой поверхности цилиндрических каналов от коэффициента K_{ε}^{+} для различных значений чисел Прандтля Pr

Величина параметра шероховатости K_{ε}^{+} может быть представлена в виде

$$K_{\varepsilon}^{+} = \frac{v^{*} K_{\varepsilon}}{v} = \frac{K_{\varepsilon}}{d_{\varepsilon}} \sqrt{\frac{\xi_{\text{ш}}}{8}},$$

где $d_{\varepsilon} = \frac{4F}{h}$ — эквивалентный диаметр; F — поперечное сечение канала; h — смоченный периметр поперечного сечения независимо от того, какая его часть обменивается теплотой с продуктами сгорания.

На рисунке 10.5 изображена зависимость коэффициента эффективности η от параметра шероховатости поверхности K_{ε}^{+} для различных чисел Прандтля. При известных значениях коэффициентов $\xi_{\text{г}}$, $\xi_{\text{ш}}$ и K_{ε} из этого графика можно определить теплообмен на шероховатость поверхности стенки. Многообразие размеров и форм элементов шероховатости не дает возможности построить универсальную модель переноса для произвольной шероховатой поверхности стенки.

Шероховатость в относительных законах трения и теплообмена из-за отсутствия данных по профилям распределения температуры на шероховатой поверхности можно учесть через распределение скорости в пограничном слое.

Выражение для поправки в законе трения на шероховатость может быть определено из уравнения для профиля скорости и имеет вид

$$\Psi_{\text{ш}} = \left(\frac{C_f}{C_{f_0}} \right)_{\text{Re}^{**}} = \frac{\ln \eta_{\delta} + k D_f}{\ln \eta_{\text{ш}\delta} + k D_f - k \Phi_f},$$

где $\eta_{\delta} = \frac{\rho_w \delta v}{\mu_{\text{ш}}}$; $\eta_{\text{ш}\delta} = \frac{\rho_w \delta_{\text{ш}} v}{\mu_w}$; δ , $\delta_{\text{ш}}$ — толщины пограничных слоев на гладкой и шероховатой поверхности стенки; k — константа в модели пути смешения; D_f — константа, отражающая дефект скорости в пограничном слое на гладкой поверхности, по Г. Шлихтингу, $D_f = 5,5$; Φ_f — динамическая функция шероховатости.

На режиме $K_f = \text{Re}_k > 70$

$$\Phi_f = \frac{1}{K} \ln K_t - 0,5$$

и не зависит от массообмена на поверхности стенки.

Для использования указанной модели определения теплообмена на шероховатой поверхности стенки необходимо решить обыкновенные дифференциальные уравнения с применением итерационного цикла исчисления.

10.2.6. ВЛИЯНИЕ ДВУХФАЗНОСТИ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ НА ТЕПЛООБМЕН

Наличие в продуктах сгорания ТТ большого количества конденсированных частиц оказывает значительное влияние как на характер теплообмена между газовым потоком и поверхностью камеры сгорания (соплового блока), так и на количественные показатели теплового потока. В двухфазном потоке появляются дополнительные потери кинетической энергии, обусловленные аэродинамическим взаимодействием К-частиц с газом, в результате чего трансформируется профиль скоростей турбулентного потока по его поперечному сечению, что приводит к изменению профиля температур и тепловых потоков, транспортируемых от продуктов сгорания к поверхности стенки.

На характер взаимодействия К-частиц с турбулентными пульсациями значительное влияние оказывают размеры турбулентных вихрей.

Можно предположить, что при взаимодействии К-частиц с мелкими вихрями возникает относительное движение между К-частицей и газом, в то же время при взаимодействии крупных вихрей с К-частицами происходит полное увеличение их вихрем. Следствием этих процессов является возникновение дополнительной диссипации энергии турбулентных пульсаций.

При течении многофазных продуктов сгорания к поверхности стенки транспортируется тепловой поток от газовой среды и тепловой поток от осаждающихся на поверхность конденсированных частиц. Осаждение К-частиц на поверхность стенки приводит к изменению температурного режима стенки, с одной стороны, интенсифицируя ее нагрев в начальный период, с другой стороны, уменьшая его за счет возможного образования на поверхности стенки в конечном счете теплоизоляционного слоя. Перенос К-частиц к поверхности стенки, находящихся в зависимости от температурных условий в различном агрегатном состоянии, осуществляется различными силами. В частности при искривлении линий тока, например, в суживающемся участке сопла может происходить инерционная сепарация К-частиц. Осаждение К-частиц на поверхность стенки может также осуществляться турбулентными пульсациями, а также за счет сил термофореза, обусловленных градиентом температур по поперечному сечению пограничного слоя. Обращенные к высокотемпературной зоне участки поверхности К-частиц испытывают более сильное воздействие молекул газа по сравнению с участками, обращенными к поверхности стенки. В случае вращения двигателя в составе летательного аппарата вокруг его оси возникают центробежные силы, приводящие к возникновению массового потока К-частиц, направленного к поверхности стенки. Для случая, когда с поверхности стенки ТЗП происходит унос массы, поток конденсированных частиц наталкивается на встречный поток вдуваемой массы ТЗП, что приводит к понижению его интенсивности.

Соотношение для теплового потока, транспортируемого от двухфазных продуктов сгорания к поверхности стенки, имеет вид

$$q = K'_{\text{ак}} (m_{\text{т}} + m_{\text{ин}}) C_{\text{ч}} (T - T_w) + K''_{\text{ак}} m_{\text{ин}} \frac{v_{\text{ч}}^2}{2} D,$$

где $m_{\text{т}} = \left[\left(\frac{\mu_{\text{эф}}}{\sigma_{\text{эф}}} \right)_w + D_B \right] \frac{\partial p}{\partial \eta}$ — массовая скорость турбулентного осаждения К-частиц; $m_{\text{ин}}$ — массовая скорость инерционного осаждения К-частиц, определяе-

мая по результатам расчетов по одной из моделей двухфазных продуктов сгорания; $K'_{\text{ак}}$ — коэффициент аккомодации при переносе теплоты осевших К-частиц кондукцией; $K''_{\text{ак}}$ — коэффициент аккомодации кинетической энергии инерционно осаждающихся К-частиц.

Согласно А. С. Сукомелу эмпирическая зависимость интенсификации теплообмена за счет двухфазности при течении газовзвеси в трубах имеет вид

$$K_z = 0,53 \left(\frac{c_q}{c_p} \right)^{0,1} Z_1^n \left[A \exp \left(-\frac{mx}{d} \right) \right],$$

где $Z_1 = \dot{m}_q / (\dot{m}_\Sigma - \dot{m}_q)$.

Модельные эксперименты проводились с частицами графита $d_q = 0,065 \dots 0,29$ мм и окиси алюминия $d_q = 0,07$ мм в диапазоне чисел $Re = (8 \dots 35) \cdot 10^3$, значения Z_1 составляли $3 \dots 40$. Для $d_q = 0,13 \dots 0,29$ мм — $A = 0,35$; $m = 0,4$; $n = 0,25$; для $d_q = 0,065$ мм — $A = 0,7$; $m = 0,045$; $n = 0,33$.

Если предположить, что в процессе функционирования двигателя на поверхность отдельных его элементов (суживающийся и расширяющийся участки сопла, передний и сопловой объем камеры сгорания и др.) осаждение происходит за счет взаимодействия различных сил осаждения К-частиц с образованием пленки, то в этом случае представляется возможность более строго подойти к построению математической модели теплообмена между двухфазным потоком и поверхностью стенки материала.

В данном случае соотношение для теплового потока от двухфазных продуктов сгорания к поверхности стенки материала имеет вид

$$q = q_k + q_l + q_{\text{кт}}.$$

Первые два числа в правой части последнего соотношения — тепловые потоки за счет конвекции и радиации. Последний член $q_{\text{кт}}$ отображает теплоту, отдаваемую поверхности стенки оседающими К-частицами:

$$q_{\text{кт}} = c_k u_k \rho_k (T_\Gamma - T_w),$$

где c_k , ρ_k — удельная теплоемкость и плотность оседающего вещества; u_k — линейная скорость наслоения на поверхности стенки конденсированной фазы.

Распределение температуры в слое осевших К-частиц и стенке композиционного материала без учета вдува массы можно найти из решения дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности в неподвижных координатах (рис. 10.6):

1) для слоя осевших конденсированных частиц

$$a_k \frac{\partial^2 T_k}{\partial x^2} = \frac{\partial T_k}{\partial t},$$

граничные условия:

$$x = x_w; \quad (\alpha + c_k u_k \rho_k)(T_\Gamma + T_w) = -\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x};$$

$$x = x_w + \delta_k; \quad \lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x} = \lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial x}; \quad x_w = f(t) = x_{w0} \int_0^t u dt;$$

начальные условия:

$$T(0, x) = T_n = \text{const};$$

2) для стенки из композиционного материала

$$a_m \frac{\partial^2 T_m}{\partial x^2} = \frac{\partial T_m}{\partial t},$$

граничные условия при

$$x = x_m + \delta_k; \quad \lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x} = \lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial x},$$

при

$$x = x_w + \delta_k + \delta_m; \quad -\lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial x} = q_\infty,$$

начальные условия:

$$T(0, x) = T_n = \text{const}.$$

Здесь $a_k = \frac{\lambda_k}{c_k \rho_k}$; $a_m = \frac{\lambda_m}{c_m \rho_m}$ — коэффициент температуропроводности слоя из К-частиц и материала стенки; индекс «к» относится к характеристикам осевшего слоя из К-частиц, индекс «м» — к характеристикам композиционного материала стенки.

Линейная скорость наслоения К-фазы является переменной величиной во времени процесса. Приближенно можно принимать $u = u_{\text{ср}} = \text{const}$. Положение поверхности композиционного материала определяется координатой $x_w = x_{w0} - ut$, где x_{w0} — начальное положение поверхности.

Вдувание вещества с боковой поверхности, обусловленное разложением ТЗП, приводит к повышению давления в пространстве между внутренней поверхностью пленки из К-частиц и поверхностью заряда и, как следствие, к разрушению пленки. Следует заметить, что в начальный период осаждения К-частиц на поверхность материала резко возрастает тепловой поток за счет кондуктивной составляющей. С течением времени толщина пленки К-фазы растет, и она уже начинает функционировать и приводит к частичной теплоизоляции теплового потока. Введение гипотезы о наличии пленки конденсированной фазы на поверхности материала дает принципиальную возможность учесть все виды теплообмена (конвективный, радиационный, контактный) в отдельности и их роль в суммарном теплообмене между химически активными двухфазными продуктами сгорания и поверхностью стенки материала.

Для примера на рисунке 10.7 изображен график зависимости температуры поверхности стенки композиционного материала при осаждении на нее конденсированных частиц для двух значений коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$$

и

$$\alpha = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

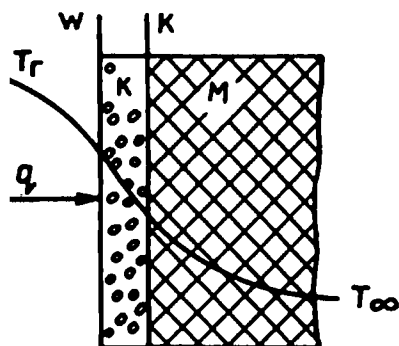


Рис. 10.6
Распределение температуры по толщине стенки при осаждении на нее конденсированной фазы

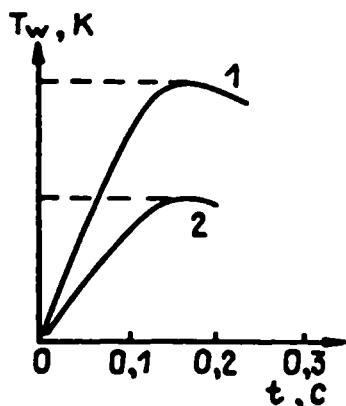


Рис. 10.7
Изменение температуры поверхности композиционного материала при осаждении на нее конденсированной фазы:
1 — $\alpha = 4 \cdot 10 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$; 2 — $\alpha = 2 \cdot 10 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$.

Как следует из этого графика, в начальный период температура поверхности стенки, пока слой из К-фазы тонок и не представляет собой достаточного теплового сопротивления, сильно растет за счет теплового потока из газовой зоны и теплоты, отдаваемого поверхности стенки оседающими на ней К-частицами. С течением времени толщина пленки из К-фазы растет, в связи с чем возрастает роль ее как ТЗП, и количество теплоты, подводимое к поверхности стенки, уменьшается. Одновременно с этим из-за больших температурных градиентов вблизи поверхности стенки происходит интенсивный отвод теплоты в глубь композиционного материала. Это приводит сначала к замедлению роста температуры поверхности и по достижению максимального значения она начинает падать.

10.3. РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Многофазный радиационноспособный и высокотемпературный поток продуктов сгорания ТТ в общем случае является излучающей, поглощающей и рассеивающей средой в процессе переноса энергии электромагнитными волнами. Лучистый поток, воспринимаемый поверхностью стенки двигателя, обусловлен в значительной степени излучением газообразных компонентов (H_2O , CO_2 и др.) и частиц окислов металлов. Оптическая толщина продуктов сгорания в натурных условиях достаточно велика, поэтому для расчета радиационного теплового потока можно использовать решение для полубесконечно-го слоя:

$$q_p = \pi \int_0^\infty \frac{\varepsilon_{\lambda w}}{1 + \varepsilon_{\lambda w} a_\lambda} = \int_0^\infty \frac{dE_\lambda(T)}{d\xi} \exp(-S_\lambda \xi) d\xi d\lambda, \quad (10.19)$$

где λ — длина волны излучения; $\varepsilon_{\lambda w}$ — степень черноты поверхности;

$$E_\lambda(T) = \frac{2C_1}{\lambda} \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]^{-1}$$

— функция Планка; C_1 , C_2 — постоянные Планка; $a_\lambda = \frac{S_\lambda}{4v_\lambda} - \frac{1}{2}$; $S_\lambda = \sqrt{3 - 3(1 - v_\lambda)F_\lambda}$; $F_\lambda = \frac{1}{2} \int_0^\pi \kappa(\beta) \cos(\beta) d\beta$, $\kappa(\beta)$ — индикатриса рассеивания; β — угол между падающим и рассеянным излучением; $v_\lambda = K_\lambda / (K_\lambda + \sigma_\lambda)$; $K_\lambda = K_{\lambda q} + K_r$; $K_{\lambda q}$, K_r — коэффициенты поглощения частиц и газа соответственно; σ_λ — коэффициент рассеяния энергии излучения частиц; $\xi = \int_0^y (K_\lambda + \sigma_\lambda) dy$ — оптическая толщина; y — геометрическое расстояние по нормали к поверхности стенки.

Значение $\sigma_{\lambda\text{ч}}$ и $K_{\lambda\text{ч}}$ можно определить по соотношениям:

$$\sigma_{\lambda\text{ч}} = N \int_0^{\infty} Q_{\text{рас}} \left(\frac{2\pi r_{\text{ч}}}{\lambda}, n_1, n_2 \right) \pi r_{\text{ч}}^2 n(r_{\text{ч}}) dr_{\text{ч}};$$

$$K_{\lambda\text{ч}} = N \int_0^{\infty} Q_{\text{погл}} \left(\frac{2\pi r_{\text{ч}}}{\lambda}, n_1, n_2 \right) \pi r_{\text{ч}}^2 n(r_{\text{ч}}) dr_{\text{ч}},$$

где $N = \frac{\rho C_{\text{ч}}}{\frac{3}{4} \pi \rho_{\text{ч}} \int_0^{\infty} n(r_{\text{ч}}) r_{\text{ч}}^3 dr_{\text{ч}}}$ — общее число частиц в единице объема; $C_{\text{ч}}$ — массо-

вая концентрация частиц; n_1 — показатель преломления; n_2 — показатель поглощения; $r_{\text{ч}}$, $d_{\text{ч}}$ — радиус и диаметр частиц соответственно; $n(r_{\text{ч}})$ — функция распределения частиц.

Значения $Q_{\text{погл}}$ и $Q_{\text{рас}}$ зависят от показателей преломления и поглощения и параметра $2\pi r_{\text{ч}}/\lambda$. Показатели преломления и поглощения, в свою очередь, зависят от температуры и длины волны излучения. Функцию распределения частиц можно определить из выражения

$$n(r_{\text{ч}}) = (1/\sqrt{\pi}) \exp(-\xi^3) d\xi/dr_{\text{ч}},$$

где $\xi = 0,325 + 1,9 \log d_{\text{ч}}$.

Если эффективная оптическая толщина пограничного слоя $S\lambda\xi \ll 1$, то соотношение (10.19) имеет вид

$$q_{\text{р}} = \pi \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon_{\lambda w}}{1 + \varepsilon_{\lambda w} a_{\lambda}} [E_{\lambda}(T_{\text{г}}) + E_{\lambda}(T_0)] d\lambda,$$

где $T_{\text{г}}$ — температура продуктов сгорания в ядре потока.

Рассеяние и поглощение излучения в основном определяют частицы с диаметром $d = 2 \dots 10$ мкм, в то время как роль частиц с $d < 1$ мкм сказывается только при длинах волн $\lambda < 2$ мкм. Коэффициенты рассеяния и поглощения являются гладкими функциями частоты, причем значение коэффициента рассеяния на порядок превышает значение коэффициента поглощения. Излучение и поглощение газовой фазы продуктов сгорания значительно меньше излучения и поглощения частиц.

Приближенно количество теплоты, излучаемое N одинаковыми частицами в единицу времени, равно

$$q_{\text{р}} = \varphi_{\text{п}} \varepsilon_{\text{ч}} \sigma_0 \left(\frac{T_{\text{ч}}}{100} \right)^4 4\pi r_{\text{ч}}^2 N,$$

где $\varphi_{\text{п}}$ — коэффициент, характеризующий поглощение лучистой энергии внутри излучаемого «облака»; $\varepsilon_{\text{ч}}$, $T_{\text{ч}}$, $r_{\text{ч}}$ — степень черноты, температура и радиус излучающих частиц; σ_0 — постоянный коэффициент. Значение степени черноты материалов $\varepsilon_{\text{п}}$ определяется экспериментальным путем, значение степени черноты многофазной среды $\varepsilon_{\text{ч}}$ определяется либо экспериментально, либо по эмпирическим соотношениям, например по выражению

$$\varepsilon_{\text{ч}} = 1 - \exp(-Cpl),$$

где C — опытный коэффициент; l — характерный размер. Значение степени черноты продуктов сгорания металлизированных ТТ изменяется в интервале $\varepsilon_{\text{ч}} = 0,6 \dots 0,85$.

Полагая, что свободный объем газовой полости имеет форму цилиндра длиной L и диаметром D , и пренебрегая излучением нагреваемых поверхностей стенки материала, выражение для плотности радиационного теплового потока q_p на единицу поверхности примет вид

$$q_p = \varphi_n \varepsilon_{\text{ч}} \varepsilon_n \sigma_0 \left(\frac{T_{\text{ч}}}{100} \right)^4 \frac{4r_{\text{ч}}^2 N}{DL + 0,5D^2}. \quad (10.20)$$

Так как масса одной частицы равна $\frac{3}{4} \pi r_{\text{ч}}^3 \rho_{\text{ч}}$, общее число частиц в свободном объеме V выражается зависимостью

$$N = \frac{3\rho_{\text{ч}}^{\xi_{\text{ч}}} V}{4\pi r_{\text{ч}}^3 \rho_{\text{ч}}},$$

где N — массовая доля частиц в продуктах сгорания ТТ.

Подставляя последнее соотношение в выражение (10.20), после преобразований получим соотношение для плотности теплового потока:

$$q_p = \frac{3}{4} \varphi_n \varepsilon_{\text{ч}} \varepsilon_n \sigma_0 \left(\frac{T_{\text{ч}}}{100} \right)^4 \frac{\rho DV}{\xi_{\text{ч}} \rho_{\text{ч}} r_{\text{ч}} \left(V + \frac{\pi D^3}{8} \right)}.$$

Из последнего выражения в предположении $T_{\text{ч}} = \text{const}$ средняя за время t величина плотности теплового потока равна

$$\bar{q}_p = b_p \left(\frac{T_{\text{ч}}}{100} \right)^4 \bar{\rho} \frac{DV}{V + \frac{\pi D^3}{8}},$$

где

$$b = \frac{3}{4} \varphi_n \varepsilon_{\text{ч}} \varepsilon_n \frac{\xi_{\text{ч}}}{\rho_{\text{ч}} r_{\text{ч}}}; \quad \bar{\rho} = \frac{1}{t} \int_0^t \rho dt.$$

Наличие гетерогенного окисления композиционных материалов и вдува продуктов пиролиза, изменение концентрации частиц конденсированной фазы в пограничном слое оказывает экранирующее действие на радиационные тепловые потоки к поверхности стенки. Исходя из физических соображений, в строгой постановке задача радиационного теплообмена должна сводиться к совместному решению уравнений переноса в пограничном слое и переноса излучения, так как радиационный тепловой поток взаимодействует с многофазным пограничным слоем.

Радиационная составляющая теплообмена является определяющей в камере сгорания РДТТ и составляет 70...90% суммарного теплового потока. В области критического сечения сопла эта составляющая радиационного теплового потока не превышает 30%, на входе в утолщенную часть сопла — порядка 50% (при использовании ТТ с температурой продуктов сгорания $T = 3500...4000$ К). Для спектральной плотности энергии излучения φ_0 решено модифицированное уравнение Гельмгольца

$$-\nabla(D\nabla\varphi_0) + \Sigma\varphi_0 = 4\pi S_b(T),$$

где S_b — функция источника; D — коэффициент «диффузии излучения».

Выражение для коэффициента «диффузии излучения» имеет вид

$$D = [(4 - N_{\text{пер}}) \Sigma_{\text{тр}}]^{-1} \Sigma_{\text{тр}} = \Sigma + \Sigma_{\text{рас}}(1 - \bar{\mu}),$$

где $\Sigma_{\text{рас}}$ — коэффициент рассеяния; $\Sigma_{\text{тр}}$ — транспортный коэффициент ослабления; $\bar{\mu}$ — фактор асимметрии рассеяния; $N_{\text{пер}} = 1 - p_1$ — приближение уравнения переноса.

На рисунке 10.8 представлены результаты расчета теплообмена в полости расширяющейся части сопла большой степени расширения для двухфазного потока, при этом температура поверхности стенки определена без учета излучения. Как следует из этого графика, на величину и характер изменения радиационного теплообмена на расширяющейся части сопла существенное влияние оказывают двухмерные эффекты.

В случае использования неметаллизированных ТТ (в продуктах сгорания практически отсутствуют конденсированные частицы) излучение и поглощение продуктов сгорания ТТ определяют многоатомные компоненты газовой смеси — двуокиси углерода CO_2 и пары воды H_2O . Степень черноты продуктов сгорания может быть определена по зависимости

$$\varepsilon_{\text{ч}} = \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} + \varepsilon_{\text{CO}_2} - \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} \varepsilon_{\text{CO}_2}.$$

В свою очередь, значения степени черноты двуокиси углерода и паров воды

$$\varepsilon_{\text{CO}_2} = f[(p_{\text{CO}_2} l), T];$$

$$\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = f[(p_{\text{H}_2\text{O}} l), T]$$

можно определить либо по номограммам, либо по зависимостям:

$$\varepsilon_{\text{CO}_2} = 1,5306(p_{\text{CO}_2} l)^{0,33} \left(\frac{T}{100} \right)^{-0,5};$$

$$\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 4,4425(p_{\text{H}_2\text{O}})^{0,8} l^{0,6} \left(\frac{T}{100} \right)^{-1},$$

где парциальные давления измеряются в МПа; l — в метрах.

Как следует из этих зависимостей, степень черноты H_2O и CO_2 зависит от произведения парциальных давлений паров воды и двуокиси углерода на температуру газовой смеси и длину пути луча.

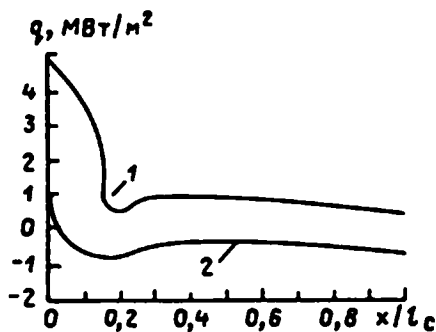


Рис. 10.8
Зависимость плотности теплового потока (конвективная и радиационная составляющие) от относительной длины сопла x/l_c :

1 — конвективный тепловой поток; 2 — радиационный тепловой поток.

10.4. ТЕПЛОВОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

При анализе теплового состояния конструкции двигателя необходимо располагать сведениями о температуре поверхности каждого элемента проточной части сопла, профиле температур в радиальном и осевом направлениях элементов. При этом следует иметь в виду, что композиты представляют собой различные классы анизотропных материалов, что значительно усложняет расчет температурных полей конструктивных элементов.

Разработанные методы расчета прогрева материалов основаны на численном решении уравнения нестационарной теплопроводности, главным образом в одномерной постановке. Если число сечений, выбранных для определения коэффициента по проточному тракту сопла, достаточно большое, то решение одномерного уравнения теплопроводности дает вполне удовлетворительные результаты для оценки рабочих температур на поверхностях материалов элементов соплового блока. Методы решения задач двумерного прогрева изложены в специальной литературе.

Температура поверхности и профиль температур по сечению материала элемента сопла являются исходными данными для решения задачи теплового разрушения материала с рабочей поверхности.

Температура поверхности материала в общем случае определяется из решения уравнений нестационарной теплопроводности. Однако в ряде случаев при определении безопасных значений толщины теплозащиты профиль температуры может быть получен на основе достаточно приближенных решений. Например, если элемент проточного тракта сопла схематизировать в виде полного цилиндра, то для условий стационарной теплопроводности температура рабочей поверхности может быть определена из выражения

$$\frac{1}{2\pi l} \ln \frac{D}{d} = \lambda_{\text{ср}} \frac{T_w - T_0}{q(l)},$$

где d , D — внутренний и внешний диаметры цилиндра; l — длина цилиндра; $q(l)$ — плотность теплового потока по длине цилиндра; $\lambda_{\text{ср}}$ — средний коэффициент теплопроводности; T_0 — начальная температура материала.

Аналогичные выражения можно получить для разных упрощающих предположений и условий. Однако сильно выраженные нелинейные зависимости теплопроводности от температуры для углеродных материалов вынуждают прибегать к достаточно точным методам расчета температуры рабочей поверхности и профиля температур по сечениям проточного тракта сопла.

Уравнение нестационарной теплопроводности в цилиндрических координатах имеет вид

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (10.21)$$

где r — текущее значение координаты в радиальном направлении.

Теплофизические характеристики ρ , c , λ и температура T относятся к материалу элемента.

Граничные условия, учитывающие кинетические и тепловые эффекты гетерогенных химических реакций взаимодействия углерода с газовой смесью. На рабочей поверхности элемента, подвергаемой нагреву, температура поверхности T_w определяется из уравнения теплового баланса при вынужденной конвекции:

$$\begin{aligned}\alpha_9(T_B - T_w) &= -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w + \dot{m} \Delta H_p; \\ \dot{\alpha}_9 &= \frac{\alpha}{c_p} (H_B - H_w) / (T_B - T_w),\end{aligned}\tag{10.22}$$

где T_B — температура восстановления газовой смеси; ΔH_p — интегральный тепловой эффект реакции окисления углерода газообразными продуктами сгорания топлива.

В формуле (10.22) не учтены составляющие радиационного теплового потока от продуктов сгорания с учетом К-фазы к поверхности элемента и излучение поверхности материала. Принимается, что эти факторы учтены при расчете величины α/c_p , а излучением разрушающейся поверхности материала в первом приближении можно пренебречь.

На внешней поверхности элемента рассматривается условие теплоизоляции

$$\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_B = 0.\tag{10.23}$$

Существует несколько методов решения уравнений типа (10.21). В данном случае систему уравнений (10.21)...(10.23) можно решать конечно-разностным методом по неявной схеме. Рассматривается многослойная цилиндрическая оболочка с внутренним теплопроводом. В конечно-разностной схеме решения координаты узлов разбиения по толщине первого слоя составляют последовательность сумм арифметической прогрессии с разностью

$$2(\Delta_1 - \delta_t) / [n_1(n_1 + 1)],$$

где Δ_1 — толщина первого слоя; δ_t — толщина унесенного слоя материала за время t ; n_1 — число разбиений первого слоя, что позволяет в $(n_1 + 1)/2$ раз уменьшить время счета в первом слое по сравнению с размерным разбиением, не снижая точности в вычислении $\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_w$. Во всех остальных слоях оболочки используется равномерное разбиение по толщине. Теплофизические характеристики материала предполагаются известными.

В процессе прямой прогонки вычисляются следующие промежуточные величины:

$$\begin{aligned}a'_1 &= \frac{2}{r_i^j (r_{i+1}^j - r_{i-1}^j)}; \quad a'_2 = \frac{\rho_i^j c_i^j}{\Delta t}; \\ a'_3 &= \frac{(r_{i+1}^j + r_i^j)(\lambda_{i+1}^j + \lambda_i^j)}{4(r_{i+1}^j + r_i^j)} a'_1; \\ a'_4 &= \frac{(r_{i+1}^j + r_i^j)(\lambda_{i+1}^j + \lambda_i^j)}{4(r_i^j - r_{i-1}^j)} a'_1; \\ a'_5 &= a'_2 + a'_3 + a'_4(1 - A_i).\end{aligned}$$

С их помощью определяются коэффициенты прогонки в $(i + 1)$ точке:

$$A_{i+1} = a'_3 / a'_5; \quad B_{i+1} = \frac{a'_2 T_i^{-1} + a'_1 B_i}{a'_5},$$

где $\rho_i^j, C_i^j, \lambda_i^j$ — плотность, теплоемкость и теплопроводность в i -й точке j -го слоя соответственно.

Начальные коэффициенты прогонки $A_1 = 0, B_1 = T_w$.

Коэффициенты прогонки на границе между j и $j + 1$ слоями находятся из условия равенства температур и тепловых потоков на стыке слоев:

$$A_{i+1} = \frac{a_1}{a_3}; \quad B_{i+1} = \frac{a_2}{a_3},$$

где

$$a_1 = \frac{\lambda_i^{j+1} + \lambda_{i+1}^{j+1}}{r_{i+1}^{j+1} - r_i^{j+1}}; \quad a_2 = \frac{\lambda_{i-1}^j + \lambda_i^j}{r_{i+1}^j - r_{i-2}^{j+1}};$$

$$a_3 = a_1 + a_2 + (1 - A_n).$$

На внешней поверхности элемента из условия теплоизоляции определяют температуры в последнем и предпоследнем узлах разбиения:

$$T_n = T_n - 1 = B_n / (1 - A_n),$$

а затем с помощью обратной прогонки рассчитывают температуры в узлах разбиения.

По найденному профилю температуры заново определяют коэффициенты прогонки и новый профиль температур. Инерционный процесс продолжается до тех пор, пока максимальная из абсолютных величин разностей $T_i^n - T_i^{n-1}$ не станет меньше 1 К.

Далее вычисляется поток теплоты, отводимой вглубь материала:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w = \frac{T_w - T_1}{2} \frac{n_1(n_1 + 1)}{\Delta_i - \delta_i} \frac{\lambda_0 - \lambda_i}{2}.$$

Коэффициент теплообмена в уравнении (10.22) рассчитывается по формуле

$$\frac{\alpha}{c_p} = 0,115 \frac{\mu}{d} \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{-2/3} \left(\frac{T_{\text{ад}}}{T} \right)^{0,2} f_l f_m f_{\kappa, \Phi} f_d f_{\text{ш}}.$$

Температура восстановления в уравнении (10.22) равна

$$T_{\text{в}} = T \left(1 + \text{Pr}^{1/3} \frac{k-1}{k} \text{M}^2 \right) = T + \text{Pr}^{1/3} (T_{\text{к}} - T).$$

С учетом полученных зависимостей уравнение теплового баланса (10.22) решают методом полухорд относительно температуры поверхности T_w , при этом все перечисленные вычислительные операции повторяют на каждом шаге решения, включая прогонку.

Методы расчета коэффициента теплообмена и профиля температур в сечениях проточного тракта сопла являются необходимой методической предпосылкой и основой для разработки методики расчета уноса массы материалов элементов сопла. Вопросы кинетики уноса массы композиционных материалов

в высокоэнтальпийных гетерогенных газовых потоках требуют проведения систематических экспериментальных исследований, поскольку эти задачи являются сопряженными с задачами расчета коэффициента теплоотдачи и прогрева материала элементов сопла. Задачи расчета уноса массы, следовательно, основаны на анализе статистики экспериментальных данных.

Расчет кинетических характеристик уноса массы углеродных материалов в соплах РДТТ рассмотрен ниже.

10.5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ ТТ С ПОВЕРХНОСТЬЮ СТЕНКИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

10.5.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ. РЕЖИМЫ ОКИСЛЕНИЯ

При решении оптимизационных задач исследования работоспособности композиционных материалов в конструкции двигателей обычно определяют унос массы как $m_y = \int_0^{t_k} \dot{m}_y dt$, а при исследовании эрозионной стойкости элементов газовой полости сопла (разгар сечения сопла по длине) определяют линейный унос массы по зависимости

$$u = \frac{1}{\rho S} \int_0^{t_k} \dot{m}_y dt,$$

где \dot{m}_y — скорость уноса массы; t_k — время разрушения поверхности материала; S — площадь рабочей поверхности стенки; ρ — плотность материала.

В широком диапазоне температур нагрева композиционных материалов можно рассматривать следующие механизмы уноса массы:

- термохимическое взаимодействие материала с окислительными компонентами газового потока;
- механическое воздействие высокотемпературного газового потока на поверхность материала;
- плавление материала;
- сублимация материала;
- абразивное воздействие твердых частиц потока на материал.

Физико-математические модели окисления углеродных структур наиболее полно разработаны для графитов и пирографитов; эти же модели могут распространяться с некоторыми изменениями и на углепластики и углерод-углеродные композиционные материалы. При этом возможны три режима окисления графита: кинетический, диффузионный и сублимационный. В условиях двигателя реализуются кинетический и диффузионный режимы.

Сублимационный режим, при котором пары графита перемещаются в пограничный слой, где вступают в гомогенные реакции с компонентами продуктов сгорания ТТ, составляет незначительную долю от указанных режимов. Последнее объясняется тем, что сублимация углерода происходит в соответствии с фазовой диаграммой при температуре продуктов сгорания 4000...4500 К. В то время как в камере сгорания и во входной полости сопла с температурой продуктов сгорания ~ 4000 К сублимационному режиму препятствует относитель-

но высокое давление, а в полости расширяющегося участка сопла при давлении $\sim 5 \cdot 10^3$ Па температура поверхности стенки составляет $T_w < 2800$ К.

Вопросы уноса массы материала вследствие химического взаимодействия с газовым потоком в настоящее время наиболее изучены, и результаты теоретических и экспериментальных исследований находят практическое применение. Вопросы уноса массы материала вследствие механического воздействия потока практически не вышли из стадии эмпирических соотношений. Изучение механизма абразивного уноса массы требует постановки специальных экспериментов.

Существующие методы расчета уноса массы материалов в газовых потоках в большинстве случаев вполне удовлетворяют требованиям прикладных применений с использованием ЭВМ. Однако математическая модель расчета уноса массы существенно зависит от характеристик газовой среды — замороженный или равновесный пограничный слой на непроницаемой (проницаемой) каталитической (некаталитической) шероховатой (гладкой) поверхности, а также от термодинамических характеристик индивидуальных веществ и соединений в составе газовых смесей при протекании окислительно-восстановительных реакций на поверхности. Кинетика механического уноса массы, обусловленная силами давления потока на поверхности материала, базируется, как правило, на эмпирических закономерностях, не допускающих возможности теоретического обобщения. Аналогичное замечание можно сделать относительно кинетики эрозийного уноса материала, обусловленного соударением конденсированной фазы потока с поверхностью. Вместе с тем, эмпирические решения, основанные на результатах исследований кинетики уноса материалов конкретного класса, доступны и даже более точны при решении прикладных задач. Поэтому в ряде случаев (например, при отработке технологии новых материалов на основе базовых вариантов) для оценки кинетики уноса массы композитов в высокоэнтальпийных газовых потоках, такие решения являются более предпочтительными, так как основаны на обширном массиве экспериментальных данных взаимодействия с веществом определенного состава газовых потоков и параметров их состояния. Это дает возможность перейти к некоторым обобщениям.

Полагаем, что состав высокоэнтальпийного газового потока, его термодинамические характеристики и параметры состояния, условия теплообмена с поверхностью композита, а также свойства материала являются известными. Унос массы будет рассматриваться как совокупность термохимического и механического воздействия высокоэнтальпийного газового потока с наличием конденсированной фазы на поверхности материала, т. е. кинетика этого процесса может быть представлена зависимостью

$$\dot{m}_y = \dot{m}_x + \dot{m}_m + \dot{m}_э,$$

где $\dot{m}_x, \dot{m}_m, \dot{m}_э$ — соответственно массовые скорости химического, механического и эрозийного уноса массы с единицы поверхности.

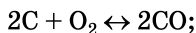
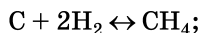
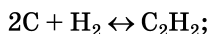
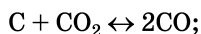
При этом расчет химического, механического и эрозийного уноса массы материала производится раздельно. Рассмотрим расчет уноса массы в соплах РДТТ из углеродных материалов.

10.5.2. ХИМИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ С ПОВЕРХНОСТЬЮ СТЕНКИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

Химический унос массы материалов обусловлен совместным влиянием многих механизмов, обобщением которых можно считать конверсию углерода с поверхности в окись углерода.

В начальный период работы двигателя (при $T_w < 1600$ К) скорость окисления зависит главным образом от кинетики химических реакций между углеродом и кислородсодержащими компонентами продуктов сгорания. При этом гетерогенные химические реакции протекают в тонком мономолекулярном слое, который удерживается силами химической абсорбции. На каталитической стенке имеет место многостадийный процесс, причем основными стадиями являются: миграция реагирующих компонент к поверхности; химическая адсорбция реагирующих веществ на поверхности и химическая реакция между реагентами, адсорбированными на поверхности, десорбция продуктов реакции с поверхности и их отвод от поверхности.

Реакциями окисления углерода поверхностного слоя углеграфитовых материалов с продуктами сгорания ТТ, представляющим собой С–Н–О-среду, являются следующие:



$$\sum_j \chi_j = \sum_j (m_j / m_r).$$

Для указанных окислительных компонентов определяющими являются двуокись углерода и пары воды, ибо концентрация кислорода в продуктах сгорания составляет незначительную величину. Следует заметить, что при $T_w > 2000$ К углерод может взаимодействовать с водородом, азотом, окислами металлов, а также может находиться в свободном состоянии C_2 (газ) и C_3 (газ). Однако заметное образование водородсодержащих соединений и цианидов практически не наблюдается даже при $T_w \geq 3500$ К, и лишь при $T_w \geq 4000$ К возможны реакции с водородом.

Взаимодействие углерода с окислами металлов, например с окислом алюминия $\text{Al}_2\text{O}_3 + 3\text{C} = 3\text{CO} + 2\text{Al}$, протекает с большим поглощением теплоты, которым не обладает жидкая частица Al_2O_3 .

Как правило, порядок реакций принимается $n = 1$, и массовую скорость окисления углерода в ходе i -й реакции можно выразить степенной зависимостью типа закона Аррениуса

$$\dot{m}_{ix} = K_{0i} \frac{P}{RT_w} \exp\left(-\frac{E}{RT_w}\right) C_i, \quad (10.24)$$

где K_{0i} — предэкспоненциальный множитель, определяемый экспериментальным методом; E — энергия активации.

В зависимости от структурных особенностей углерода поверхностного слоя углеграфитовых материалов (пористость, технологические параметры изготовления, размеры частиц и др.) экспериментально определенные значения предэкспоненциального множителя сильно отличаются друг от друга. При этом наименьшие значения K_0 у пирографитов, наибольшие — у графитов. Как следует из зависимости (10.24), для кинетического режима скорость уноса сильно зависит от температуры поверхности стенки.

Суммарная скорость окисления определяется по зависимости

$$\dot{m} = \sum_{i=1}^K \dot{m}_i.$$

С увеличением температуры поверхности стенки T_w и скорости окисления \dot{m} процессы на поверхности начинают определяться диффузией кислородсодержащих компонентов потока через пограничный слой. Скорость диффузионного режима окисления характеризуется высокими скоростями химических реакций и уже не зависит от температуры поверхности стенки, а определяется процессами переноса в пограничном слое.

Следует отметить, что механизм диффузионного горения углерода в многокомпонентном газе является достаточно сложным, и определение массовой скорости окисления базируется на использовании той или иной модели турбулентного пограничного слоя, значений коэффициента диффузии, скоростей образования компонент и других величин. В этом смысле даже в приближении замороженного пограничного слоя рассчитать массовую скорость окисления каталитической стенки по закону Фика не всегда возможно в конкретных условиях при выборе тепловой защиты.

Массовую скорость окисления углерода в диффузионном режиме можно определить в первом приближении по зависимости

$$m = \frac{\alpha}{c_p} B_m (Le_i)^{0.7},$$

где $B_m = M_c \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{M_i}$ — окислительный потенциал продуктов сгорания; M_i , C_i — молярная масса, концентрация кислородсодержащих компонент соответственно; $Le_i = \frac{\rho D_{ij} c_p}{\lambda}$ — число Льюиса — Семенова.

Для многокомпонентной газовой смеси определение величины числа Льюиса — Семенова является достаточно сложной самостоятельной задачей, приближенно можно принимать $Le_i = 1$.

Массовую скорость уноса углерода для кинетического, переходного и диффузионного режима окисления углерода можно определить по соотношениям:

$$m = \frac{\alpha B_C}{(1 - \eta)c_p}; \quad (10.25)$$

$$B_C = \left(\sqrt{\left(\frac{M_C}{M_i} W + 1 \right)^2 + 4 B_m M_C W} - \frac{M_C W + 1}{2 M_C W} \right); \quad (10.26)$$

$$\bar{M}_C = \frac{M_C}{M}; \quad (10.27)$$

$$W = \frac{\alpha}{c_p} \frac{T_w}{1,465 K_0 p_w} \exp(E / R T_w). \quad (10.28)$$

При высоких значениях температуры поверхности стенки T_w параметр B_C асимптотически стремится к значению B_m . Для проведения расчетов по зависимостям (10.25)...(10.28) необходимо предварительно найти зависимость температуры поверхности от времени процесса $T_w(t)$, определить предэкспоненциальный множитель K_0 , энергию активации E и установить условия теплообмена между продуктами сгорания и поверхностью стенки. Наряду с указанной физико-математической моделью рассмотрим ряд упрощенных моделей определения массовой скорости уноса углерода. Полагаем, что расход углерода с реагирующей поверхности пропорционален скорости образования окиси углерода:

$$\dot{m}_x = K_x \dot{m}_{CO},$$

где K_x — коэффициент полноты протекания реакции окислительных компонентов газового потока с углеродом при температуре стенки $T - T_w$, иначе — отношение массовой скорости образования продуктов реакции с углеродом к массовой скорости подвода окислительных компонентов потока; \dot{m}_{CO} — массовая скорость образования окиси углерода.

Коэффициент полноты протекания реакции определяется уравнением

$$K_x = \frac{\rho_w^{CO} K_{\text{эф}} \exp(-E / RT)}{\rho_w} = \frac{2,8 \sum_j \chi_j K_{\text{эф}} \exp(-25,2 \cdot 10^3 / T_w)}{M_r \left[\frac{2k}{k-1} R T_w (1 - T / T_w) \right]^{1/2}},$$

где χ_j — массовая доля j -го окислительного компонента потока; M_r — молекулярная масса газовой смеси; k — коэффициент адиабаты газа; E — энергия активации окисления углерода окислительными компонентами потока; R — газовая постоянная; $K_{\text{эф}}$ — эффективное значение константы скорости окисления углерода; индексы «г» и «w» соответствуют исходному состоянию газа в камере и состоянию при $T = T_w$.

Массовую скорость образования окиси углерода можно определить исходя из положений теории расчета проницаемых стенок. При температуре стенки $T_w \geq 700$ К (начало окисления углерода) массовая скорость \dot{m}_{CO} равна

$$\dot{m}_{CO} = \frac{\alpha}{c_p} B, \quad (10.29)$$

где α/c_p — коэффициент тепломассообмена при $T = T_w$; B — параметр переноса.

Параметр переноса определяется как

$$B = \frac{\sum_j^{28} \chi_j}{M_r} \frac{h_b - h_w}{h_w - h_w^{\text{CO}}}, \quad (10.30)$$

где h — молярная энтальпия газа или смеси газов при температуре восстановления T_b или температуре стенки T_w .

В выражениях (10.29) и (10.30) источником погрешностей может служить предположение относительно расчетной модели структуры пограничного слоя: равновесного или «замороженного». Выбор той или иной модели зависит прежде всего, как уже было показано, от рассматриваемого участка сопла. Для расширяющегося участка сопла ближе к реальному является замороженный пограничный слой. В данном случае расчетным принимаем «замороженный» пограничный слой. Молярные энтальпии в соотношении (10.30) имеют смысл: $h_b = c_p T_b$ — энтальпия окислительных компонентов газового потока при температуре восстановления $T = T_b$; $h_w = c_p T_w - c_p^{\text{CO}} T_w$ — энтальпия газа в смеси с окисью углерода при температуре стенки $T = T_b$; $h_w^{\text{CO}} = c_p^{\text{CO}} T_w$ — энтальпия окиси углерода при температуре $T = T_w$; c_p — удельная теплоемкость газа (или окиси углерода).

В развернутом виде выражение (10.30) запишется так:

$$B = \frac{\sum_j^{28} \chi_j}{M_r} \left(r \frac{k-1}{2} M^2 + c_{pw}^{\text{CO}} / c_{pw} \right), \quad (10.31)$$

где r — коэффициент восстановления (для турбулентного пограничного слоя $r = \text{Pr}^{1/3} \approx 0,9$); M — число Маха; Pr — число Прандтля.

Удельная теплоемкость окиси углерода в интервале температур $1800 \leq T \leq 4000$ К составляет $c_p^{\text{CO}} \approx 0,325$. С учетом выражений (10.29)...(10.31) массовая скорость химического уноса массы углерода с поверхности при температуре T_w равна

$$\dot{m}_x = \frac{\alpha}{c_p} \left(\frac{28}{M_r} \sum_j \chi_j \right)^2 \frac{K_{\text{эф}} [0,45(k-1)M^2 + c_{pw}^{\text{CO}} / c_{pw}] \exp(-2,5 \cdot 10^3 / T_w)}{[2kRT_w(1 - T/T_k)/(k-1)]^{1/2}}. \quad (10.32)$$

Величина $K_{\text{эф}}$ в выражении (10.32) характеризует реакционную способность углеродных материалов. Она зависит от структурных особенностей, анизотропии и напряженного состояния материала. Эти особенности структуры и состояния каждого типа углеродного материала исследуют при некоторой величине плотности, максимально допустимой в процессе получения или выбранной из других, например, эксплуатационных соображений. Поэтому, как правило, пользуются статистической зависимостью $K_{\text{эф}} = f(\rho)$, метод расчетной оценки $K_{\text{эф}}$ был рассмотрен ранее.

Таким образом, определяющим при оценке химического уноса массы углеродных материалов в химически активных газовых потоках является знание температуры реагирующей поверхности. Учитывая две составляющие теплового потока — конвективную и радиационную, — температуру реагирующей

поверхности стенки материала можно определить из уравнения теплового баланса

$$\frac{\alpha}{c_p}(H_v - H_w) + \alpha_p(T_r - T_w) - \varepsilon\sigma T_w^4 = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial \delta}\right)_w - \dot{m}\Delta H_p, \quad (10.33)$$

где α_p — коэффициент радиационного теплообмена; ε — коэффициент степени черноты материала поверхности; σ — постоянная Стефана — Больцмана; δ — толщина прогреваемой стенки; λ — коэффициент теплопроводности материала; ΔH_p — тепловой эффект реакции окисления углерода компонентами газового потока.

Расчет величины T_w по уравнению (10.33) проводится совместно с расчетом коэффициента α/c_p . Основные трудности при этом вызывает решение задачи прогрева, т. е. вычисление величины $\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial \delta}\right)_w$. В настоящее время есть несколько стандартных программ расчета величины T_w на ЭВМ.

Уравнение (10.33) аналитически неразрешимо. Для ориентировочных расчетов температуры поверхности можно воспользоваться следующими соображениями.

Прогрев разрушающейся стенки можно определить по формуле

$$\frac{T_\delta - T_0}{T_w - T_0} = \exp(-\dot{m}c\delta/\lambda), \quad (10.34)$$

где c — удельная теплоемкость материала.

Формула (10.34) дает удовлетворительное согласование с расчетными данными, полученными по уравнению (10.33), если в интервале температур $T_\delta - T_w$ величина $\lambda = \text{const}$.

Преобразуем зависимость (10.34) к виду

$$T_\delta = T_w \exp(-u_y \delta/a),$$

где u_y — линейная скорость уноса массы; a — коэффициент температуропроводности.

Принимая во внимание относительно малое значение величины u_y для углеродных материалов при их высоких значениях температуропроводности, можно считать, что ярко выраженная нестационарность прогрева имеет место на малых промежутках времени прогрева и уноса массы. Весь дальнейший нагрев поверхности можно считать квазиустановившимся процессом. Температуру слоев материала, примыкающих к поверхности, допустимо считать равной температуре поверхности разрушающейся стенки. Допуская далее, что тепловой эффект совокупности окислительно-восстановительных реакций относительно невысок, а тепловое состояние поверхности доминирующим образом определяется конвективным нагревом при квазистационарном отводе тепла вглубь стенки, доля которого мала, можно воспользоваться зависимостью

$$T_{wcp} = K_w T_{ад},$$

где K_w — статистический коэффициент; $T_{ад}$ — температура поверхности адiabатической стенки.

Анализ численных расчетов, проведенных для разных углеродных материалов, показывает, что при установившемся теплообмене ($\partial T_w / \partial t \approx 0$) величина коэффициента K_w меняется в узком интервале значений. Среднее значение коэффициента K_w по группе углеродных материалов составляет $K_{w\text{ср}} \approx 0,85$.

Таким образом, для ориентировочных оценок температура поверхности может быть определена по формуле

$$T_w = 0,85T \left(1 + r \frac{k-1}{2} M^2 \right) = 0,85T [1 + \text{Pr}^{1/3} (T_k / T - 1)]. \quad (10.35)$$

Результаты расчетов, проведенных для неизменных условий теплового нагружения поверхности стенки из углеродных материалов по уравнению (10.33) и по формуле (10.35), различаются не более чем на 10%.

Как следует из анализа расчетных и экспериментальных данных, функционирование сопловых блоков при использовании ТТ с температурой горения 3500...3900 К, унос графитовых и углепластиковых материалов в основное время работы двигателя определяет диффузионный режим, в то время как кинетический режим имеет место только на начальном участке. Для пирографитов основными режимами являются кинетический и переходный к диффузионному режиму окисления.

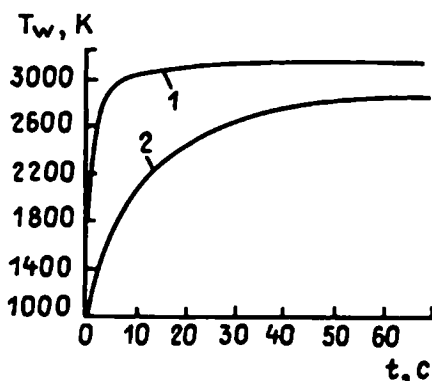


Рис. 10.9

Зависимость температуры поверхности стенки T_w от времени процесса t :

1 — расчетные данные для углепластика;
2 — расчетные данные для углерод-углеродных материалов.

На рисунке 10.9 представлены расчетные значения температуры поверхности стенки и унесенного слоя в зависимости от времени процесса для углепластика, графита и пирографита в окрестности минимального сечения соплового аппарата.

При проведении расчетов методами математического моделирования использовалась нелинейная модель теплопроводности в твердом теле в одномерном приближении, а граничные условия на изменяющейся в результате процессов уноса материала в кинетическом, переходном и диффузионном режимах построены с учетом тепловых эффектов вдува и окисления углерода.

11

Г Л А В А

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ МНОГОФАЗНОЙ СРЕДЫ ПРИ НАЛИЧИИ ПРОЦЕССОВ ГОРЕНИЯ, ИСПАРЕНИЯ И КОНДЕНСАЦИИ ЧАСТИЦ

11.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В этой главе рассматривается физическая модель и формулируется математическая постановка задачи о движении двухфазной среды, в которой присутствуют полидисперсные горящие, испаряющиеся и конденсирующиеся частицы при наличии химических реакций в несущей среде.

Параметры двухфазного потока существенно зависят от эволюции частиц в тракте энергетической установки, поэтому в данной главе формулируются требования к моделям горения, испарения, конденсации и агломерации частиц.

Постановка задачи формулируется в рамках многожидкостной и многокомпонентной модели сплошной среды.

Можно выделить три основных типа взаимодействия газа и конденсата:

1) массообмен, происходящий за счет горения частиц, испарения, конденсации и т. п.; в ряде случаев массообмена между фазами может и не быть; могут также иметь место явления коагуляции и дробления, сильно сказывающиеся на газодинамике гетерогенной среды;

2) обмен количеством движения — это силовое взаимодействие газовой и конденсированных фаз;

3) обмен энергией — это обмен механической энергией и теплотой, следует учитывать также диссипацию энергии за счет трения между газом и конденсатом.

Исследуются граничные условия полученной краевой задачи и обосновывается выбор разностного метода, применяемого в дальнейшем при решении конкретных задач.

11.2. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

Из анализа динамики развития внутрикамерных процессов видно, насколько сложные процессы происходят в камерах энергоустановок и генераторах плазмы. Полнота сгорания металла и формирование спектров зависят от размеров металлических частиц, а также от их скорости горения и вре-

мени пребывания в камере сгорания, причем отличительной особенностью горения гетерогенных металлосодержащих составов является агломерация, т. е. укрупнение частиц металла за счет слияния при прохождении через волну горения. В результате этого поверхность горения покидают частицы с размерами, превышающими исходные размеры частиц металла. Размер агломератов, которые выносятся с поверхности заряда в камеру, играет важную роль, так как

$$d^m(t) = d_0^n - \beta t, \quad (11.1)$$

где $d^m(t)$ — текущий размер; d_0^n — начальный размер частицы; β — коэффициент, зависящий от внешних условий.

Скорость горения частиц зависит также от состава топлива и давления, существенную роль играют тип окислителя и его концентрация. Давление и температура в камере влияют на скорость диффузии окислителя и тепловой поток, приводящий к испарению частицы. От условий в камере зависит также и состав образующихся продуктов сгорания.

Поскольку на формирование двухфазного потока в камере оказывают влияние многочисленные факторы, математическая модель внутрикамерных процессов должна по возможности более полно соответствовать реальному процессу, но в то же время не должна быть перегружена излишними подробностями. В настоящей работе при создании физико-математической модели постулируется следующее.

Рассмотрение ведется в рамках так называемой многожидкостной и многокомпонентной модели сплошной среды. Первая среда — многокомпонентная смесь химически активных веществ в газообразном состоянии. Принимается гипотеза о локальном равновесии этой среды. Эта гипотеза позволяет ввести для первой среды температуру T_r , внутреннюю энергию E_r , энтропию S_r , энтальпию H_r , давление p . Многокомпонентность первой среды приводит к тому, что термодинамические функции зависят не только от T_r и плотности ρ_r , но и от состава среды, т. е. от $\rho_1, \dots, \rho_{N-2}$. Вторая среда — полидисперсный ансамбль горящих частиц металла. Третья среда — полидисперсный ансамбль частиц окиси, получающихся в результате горения частиц металла. Ансамбли частиц характеризуются функциями распределения $f_m(x, y, z, t, r)$ и $f_s(x, y, z, t, r)$, соответственно частиц металла и окисла по размерам. Произведение $f_m(x, y, z, t, r)dr$ — количество частиц размера $r \in [r, r + dr]$ в единице объема смеси. Для плотности газа частиц справедливы выражения:

$$\begin{aligned} \rho_m &= \frac{4}{3} \pi \rho_m^0 \int_0^\infty r^3 f_m(x, y, z, t, r) dr; \\ \rho_s &= \frac{4}{3} \pi \rho_s^0 \int_0^\infty r^3 f_s(x, y, z, t, r) dr. \end{aligned} \quad (11.2)$$

Таким образом, в каждой точке газовый поток характеризуется параметрами и характеристиками: скоростями, температурами, внутренними энергиями, плотностями, а состояние первой среды — и давлением p . Для первой среды считается справедливым уравнение состояния идеального газа.

Между частицами обеих ансамблей и газом существует силовое и тепловое взаимодействия, которые определяются диссипативными механизмами вязкости и теплопроводности. Эффекты вязкости и теплопроводности учитываются только в процессе взаимодействия сред, в самом газе эти эффекты не учитывают.

Вторая и третья среды лишены собственного давления. Времена сгорания частиц металла одного порядка со временем их пребывания в камере, поэтому между первой и второй средами идет неравновесная химическая реакция. Так как плотность вещества частиц ρ_m^0 и ρ_r^0 намного больше плотности газа ρ_g , то для массовых концентраций (до 0,9) можно пренебрегать занимаемым ими объемом. Для силы взаимодействия и теплового потока считаются справедливыми выражения, которые выполняются при стационарном обтекании равномерным потоком одиночной частицы с учетом фазовых переходов. Считается, что частицы несжимаемы и их термодинамическое состояние характеризуется температурой. Внутри каждого из ансамблей и между ними отсутствуют непосредственные взаимодействия (столкновения) между частицами.

Теоретические представления о горении ТТ еще не развиты в полной мере. Это подтверждает отсутствие количественных моделей процессов горения для многих важных веществ и композиций. Совпадение или согласование отдельных расчетов с экспериментальными данными только подтверждает необходимость ведения дальнейшей работы по исследованию как механизма в целом, так и отдельных стадий для того, чтобы создавать теоретические и экспериментально обоснованные количественные модели процессов горения ТТ.

Скорость распространения волны горения тесно связана с химической кинетикой. Так как детальное описание всех химических реакций, протекающих в волне горения реальных топлив, невозможно, необходимо условное выделение нескольких эффективных стадий. Этим выделенным стадиям приписывается суммарный тепловой эффект, а скорость тепловыделения, связанная со скоростью химических реакций, описывается формальной кинетикой. Таким образом, индивидуальность химического состава реального топлива учитывается посредством задания соответствующей зависимости скоростей тепловыделения в химических брутто-реакциях от концентраций и температуры.

Анализ показывает, что для реальных ТТ не существует общепризнанных теоретических моделей, которые полно отражают экспериментально наблюдаемые закономерности горения. При этом многие теоретические подходы, базирующиеся на принципиально отличающихся исходных положениях, в одинаковой мере удовлетворительно объясняют зависимости скорости горения от начальной температуры, давления и т. п. Это объясняется большой приспособляемостью математических моделей за счет наличия плавающих коэффициентов, выбираемых, как правило, из условий наилучшего согласования с экспериментом. При параметрах определенного диапазона такая процедура обеспечивает, как правило, хорошую работоспособность модели. Однако эти модели перестают обладать точностью в предсказании процессов горения в случае дальних экстраполяций и при использовании найденных описанным способом коэффициентов согласования в принципиально других режимах и условиях.

При моделировании процессов в камере сгорания ракетного двигателя на твердом топливе из общей модели горения ТТ необходимо знание следующих

величин: скорости горения топлива, граничной функции распределения металлических частиц по размерам и распределения функции тепловыделения в факеле над поверхностью заряда твердого топлива. Отметим, что в силу решения Бурке — Шумана о высоте пламени над поверхностью топлива, которая сравнима с размерами зерен горючего или ПХА (сотни мкм), можно пренебречь высотой пламени по сравнению с линейными размерами самой КС. Это обстоятельство дает основание моделировать процесс горения топлива впрыском в канал горючих газов через пористую поверхность, которая перемещается со скоростью горения топлива, причем последняя является функцией параметров газового потока и считается известной из эксперимента. Граничная функция распределения частиц по размерам определяется из модели агломерации описанной при горении смесевых композиций на основе ПХА. Считается, что частицы алюминия в топливе находятся в контакте друг с другом. Время нахождения частиц в прогретом слое К-фазы при обычных скоростях горения значительно превышает время, нужное для образования между частицами контактных перешейков, способных удержать их вместе при воздействии газового потока. В результате образуются агломераты с размерами, определяемыми величиной ячеек между зернами окислителя и содержанием в них алюминия.

Анализ экспериментов, связанных с горением частиц или капель, указывает на возможность существования трех основных механизмов горения. При гетерогенном режиме процесс горения происходит на поверхности и внутри частиц. Выделяющееся при горении тепло идет на нагревание частицы. Подобный процесс наблюдается при горении частиц углерода при отсутствии газовыделения летучих органических веществ (графит, электродный уголь). При этом частицы могут разогреваться до температур свыше 3000 К. В определенных ситуациях это может вызвать необходимость учета излучения от частиц. При квазигомогенном режиме вокруг частицы горят продукты газификации или пары топлива. Такое горение присуще каплям легкоиспаряющегося топлива (бензина, керосина). Тепло от реакции выделяется в газовой фазе вокруг частицы, поэтому температура данной зоны выше, чем температура самой частицы. В случае парофазного режима процесс горения происходит в тонком слое пламени, окружающем частицу. Температура этого слоя выше как температуры частицы, так и основной несущей среды. Так могут гореть частицы угля до полного выгорания летучих компонентов, металлические частицы, капли дизельного топлива. Возможна и комбинация трех указанных механизмов, а также их последовательность при горении частиц.

Отметим, что при формулировании общей физико-математической модели необходимо, чтобы она могла учитывать зависимость линейной скорости горения от размера частицы, химического состава, термодинамических параметров окружающей среды.

Из экспериментов по изучению конденсации продуктов горения металлических частиц известно, что конденсация может происходить на горящих частицах металла и вне их. Теоретически была показана возможность конденсации и на уже существующих частицах окиси. Так как эти три механизма конденсации в зависимости от конкретных условий могут иметь место, то общая модель должна это учитывать.

Что же касается модели испарения частиц, то для описания эволюции испаряющихся частиц необходимо включить в общую модель зависимость линейной скорости испарения от размера частицы и внешних факторов.

11.3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА

11.3.1. УРАВНЕНИЯ НЕРАЗРЫВНОСТИ

При выводе уравнений будем исходить из постановки задачи о многокомпонентной и многожидкостной модели сплошной среды, т. е. из представления смеси как совокупности N континуумов, определенных физически или химически как различные реагирующие между собой вещества. Каждый из этих континуумов имеет свою скорость $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_N$ и свою плотность $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N$. В число этих компонент входят и два ансамбля частиц. Номеру N соответствует ансамбль частиц окиси, а номеру $N-1$ — ансамбль частиц металла, т. е. $\rho_{N-1} = \rho_m$, $\rho_N = \rho_s$.

Известно, что в отличие от гомогенных потоков, где каждая компонента может рассматриваться как занимающая весь объем смеси равноправно с другими компонентами:

$$V_1 = V_2 = \dots = V_N = V,$$

в гетерогенной смеси каждая фаза занимает лишь часть объема:

$$V_1 + V_2 + \dots + V_N = V.$$

В нашем случае

$$V_1 + V_2 + \dots + V_{N-2} = V_r;$$

$$V_r + V_{N-1} + V_N = V.$$

Будем рассматривать такие течения, где

$$V_r \gg V_{N-1} + V_N.$$

Тогда

$$V_r \sim V.$$

В области непрерывного движения дифференциальные уравнения сохранения массы каждой составляющей газовой компоненты можно записать

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \text{div}(\rho_i \vec{u}_r) = -\delta^{ik} 4\pi \frac{v_{ik} \mu_{ik}}{v_{im} \mu_{im}} \int_0^\infty \rho_m^0 r^2 f_m v_m dr + \sum v_{ri} \mu_{ri} I_r, \quad i = 1, 2, \dots, N-2, \quad (11.3)$$

где v_{ik} , v_{im} — стехиометрические коэффициенты кислорода и металла; N , δ^{ik} — число реакций и символ Кронекера.

Первый член в правой части (11.3) означает влияние кислорода при окислении алюминия. Он отличен от нуля лишь при $i = k$ и $r = N$. Второй член означает, что плотность i -й компоненты может изменяться из-за наличия химических реакций.

Для газофазных реакций очевидно выполнение равенства

$$\sum_{i=1}^{N-2} \rho_i = \rho_r, \quad \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{r=1}^{N-1} v_{ir} \mu_{ir} I_r = 0, \quad (11.4)$$

где номеру реакции N соответствует реакция окисления металла.

Выведем уравнение для функции распределения частиц окиси и металла по размерам.

Пусть скорость частицы \vec{u}_r имеет проекции u_{mx} , u_{my} , u_{mz} на оси координат x , y , z . Составим баланс количества частиц в элементарном кубе со сторонами dx , dy , dz . Количество частиц радиуса $r \in [r, r + dr]$, попадающих внутрь куба за промежуток времени dt через площадку, перпендикулярную оси x , равно

$$f_m(x, y, z, t, r)dr \cdot u_{mx}(x, y, z, t, r)dydzdrdt;$$

количество частиц этого же размера, выходящих через противоположную стенку:

$$f_m(x + dx, y, z, t, r)dr \cdot u_{mx}(x + dx, y, z, t, r)dydzdrdt.$$

Тогда баланс вдоль оси x очевидно равен

$$\frac{\partial f_m u_{mx}}{\partial x} dx dy dz dr dt.$$

Аналогично получается суммарное изменение вдоль осей y и z :

$$\left(\frac{\partial f_m u_{my}}{\partial y} + \frac{\partial f_m u_{mz}}{\partial z} \right) dx dy dz dr dt.$$

Вследствие горения частицы металла могут покинуть интервал $[r, r + dr]$. Количество частиц из этого интервала в элементарном кубе равно

$$f_m(x, y, z, t, r)\dot{r}(x, y, z, t, r)dx dy dz dt,$$

а количество частиц, приходящих в этот интервал в результате горения, определяется выражением

$$f_m(x, y, z, t, r + dr)\dot{r}(x, y, z, t, r + dr)dx dy dz dt.$$

Следовательно, изменение количества частиц металла размера $r \in [r, r + dr]$ в элементарном кубе за время dt , обусловленное горением, равно

$$-\frac{\partial f_m \dot{r}}{\partial r} dx dy dz dt dr.$$

Сумма всех этих членов равна потоку частиц за время dt из элементарного куба, что влечет за собой уменьшение количества частиц внутри рассматриваемого объема на величину

$$\frac{\partial f_m}{\partial t} dx dy dz dt dr.$$

Комбинируя все члены, уравнение для функции распределения частиц окиси металла можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} f_m + \text{div}(f_m \vec{u}_m) - \frac{\partial}{\partial r} (f_m v_m) = 0. \quad (11.5)$$

Подобные же рассуждения приводят к уравнению для функции распределения частиц окиси металла в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} f_s + \text{div}(f_s \vec{u}_s) + \frac{\partial}{\partial r} (f_s v_s) = \Pi. \quad (11.6)$$

Правая часть (11.6) — источниковый член, характеризующий приход в элементарный объем $dx dy dz$ возникающих частиц окиси металла. Вид Π зависит от модели образования частиц окиси. Если конденсация идет только по классическому механизму, то

$$^{\circ}\Pi = J\delta(r - r^*),$$

где $\delta(r - r^*)$ — функция Дирака; r^* — критический размер зародыша; J — функция, определяющая количество зародышей в единицу времени в единице объема.

Если конденсация идет только на частицах металла и функция распределения этих частиц f_{0s} известна, то

$$\Pi = f_{0s} K 4\pi \frac{v_s \mu_s}{v_m \mu_m} \int_0^{\infty} \rho_m^0 r^2 f_m v_m dr,$$

где f_{0s} — граничная функция распределения; произведение $f_{0s} dr$ означает количество частиц окиси размера $[r, r + dr]$ в единице массы окиси металла; K — доля окиси, образующейся на частицах металла.

Если конденсация идет только на уже существующих частицах окиси, то $\Pi = 0$.

Тогда из (11.6) следует

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \text{div}(f_s \vec{u}_s) + \frac{\partial}{\partial r}(f_s u_s) = J\delta(r - r^*) + f_{0s} K 4\pi \frac{v_s \mu_s}{v_m \mu_m} \int_0^{\infty} \rho_m^0 r^2 f_m v_m dr. \quad (11.7)$$

Уравнение для плотности смеси можно записать, используя уравнения (11.5), (11.6) и (11.2):

$$\rho_{\text{см}} = \rho_m + \rho_s + \rho_{\Gamma}. \quad (11.8)$$

Получим уравнение для плотности газа ρ_{Γ} . Если просуммировать уравнение (11.3) по всем газовым компонентам, то вследствие закона сохранения атомов в правой части останется лишь член, учитывающий расход кислорода из газовой фазы по горению частиц металла

$$\frac{\partial \rho_{\Gamma}}{\partial t} = \text{div}(\rho_{\Gamma} \vec{u}_{\Gamma}) = -4\pi \frac{v_{\text{к}} \mu_{\text{к}}}{v_m \mu_m} \int_0^{\infty} \rho_m^0 r^2 f_m v_m dr. \quad (11.9)$$

Проверим выполнение закона сохранения массы для смеси. Для этого просуммируем уравнения неразрывности для газа (11.9) и эволюционные уравнения для функций распределения частиц по размерам для металла (11.5) и для окиси (11.7). При этом необходимо умножить уравнения (11.5) и (11.7) на соответствующие массы частиц и проинтегрировать по всем размерам частиц. Приведем эти выкладки для простоты с уравнениями в одномерной постановке для течения с массопроходом со стенок. Данные уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_m}{\partial t} + \frac{\partial f_m \vec{u}_m}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial r} f_m v_m &= \frac{2}{y} z \rho_{\Gamma} u_{\Gamma} f_{0m}; \\ \frac{\partial f_s}{\partial t} + \frac{\partial f_s u_s}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial r} f_m v_s + \frac{\partial}{\partial r} f_s v_s &= K \frac{v_s \mu_s}{v_m \mu_m} f_{0s} I_1; \\ \frac{\partial \rho_{\Gamma}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{\Gamma} u_{\Gamma}}{\partial x} &= \frac{2}{y} (1 - z) u_{\Gamma} \rho_{\Gamma} - \frac{v_{\text{к}} \mu_{\text{к}}}{v_m \mu_m}, \end{aligned}$$

где

$$I_1 = 4\pi \int_0^\infty v_M r^2 \rho_M^0 f_M dr, \quad v_s \mu_s = v_M \mu_M + v_K \mu_K.$$

Умножим первое уравнение на $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_M^0 = m_M$ и второе на $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_s^0 = m_s$ и проинтегрируем по всем размерам частиц, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_M}{\partial t} + \frac{\partial \rho_M u_M}{\partial x} &= \frac{2}{y} z \rho_T u_T \int_0^\infty m_M f_{0M} dr - I_1; \\ \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s u_s}{\partial x} &= \frac{v_s \mu_s}{v_M \mu_M} K \cdot I_1 \int_0^\infty m_s f_{0s} dr + \int_0^\infty 4\pi v_s \rho_s^0 r^2 f_s dr. \end{aligned}$$

Частные производные $\frac{\partial m}{\partial t}$ и $\frac{\partial m}{\partial x}$ равны нулю, так как t, x, r — независимые переменные. Член $\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial r}(f v m) dr$ равен нулю, так как $f(0)$ и $f(\infty)$ равны нулю.

Для ρ_{CM} и u_{CM} справедливы соотношение (11.8) и следующее уравнение:

$$\rho_{CM} u_{CM} = \rho_M u_M + \rho_s u_s + \rho_T u_T.$$

Суммируя уравнения, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{CM}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{CM} u_{CM}}{\partial x} &= \frac{2}{y} \rho_T u_T \left(z \int_0^\infty f_{0M} m_M dr + 1 - z \right) - I_1 - \\ &- \frac{v_K \mu_K}{v_M \mu_M} I_1 + I_1 \frac{v_s \mu_s}{v_M \mu_M} K \int_0^\infty f_{0s} m_s dr + \int_0^\infty 4\pi v_s \rho_s^0 r^2 f_s dr. \end{aligned} \quad (11.10)$$

Скорость роста частиц v_s для частицы конкретного размера можно записать в виде

$$v_s = \frac{(1-K) \frac{v_s \mu_s}{v_M \mu_M} I_1 \frac{M_i}{M}}{4\pi \rho_s^0 f_s r_i^2},$$

где M_i — масса окиси, образовавшейся на частицах данного размера; M — масса окиси, образовавшейся на частицах всех размеров.

После подстановки выражения для v_s в (11.10) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{CM}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{CM} u_{CM}}{\partial x} &= \frac{2}{y} \rho_T u_T \left(z \int_0^\infty f_{0M} m_M dr + 1 - z \right) - I_1 - \\ &- I_1 \frac{v_K \mu_K}{v_M \mu_M} + I_1 \frac{v_s \mu_s}{v_M \mu_M} K \int_0^\infty f_{0s} m_s dr + I_1 (1-K) \frac{v_s \mu_s}{v_M \mu_M}. \end{aligned}$$

Используя условия нормировки

$$\int_0^\infty f_{0M} m_M dr \equiv 1; \quad \int_0^\infty f_{0s} m_s dr \equiv 1$$

и

$$I_1 \frac{v_s \mu_s}{v_m \mu_m} K + I_1 (1 - K) \frac{v_s \mu_K}{v_m \mu_m} = I_1 \frac{v_s \mu_s}{v_m \mu_m},$$

получим

$$\frac{\partial \rho_{cm}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{cm} u_{cm}}{\partial x} = \frac{2}{y} \rho_T u_T (z + 1 - 1) + I_1 \left(-1 - \frac{v_K \mu_K}{v_m \mu_m} + \frac{v_s \mu_s}{v_m \mu_m} \right).$$

Окончательно после преобразований последнего уравнения имеем

$$\frac{\partial \rho_{cm}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{cm} u_{cm}}{\partial x} = \frac{2}{y} \rho_T u_T.$$

Таким образом, закон сохранения массы для всей среды выполняется.

11.3.2. УРАВНЕНИЯ СОХРАНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

Выведем уравнение сохранения количества движения для газа. Количество движения, которым обладает газ в элементарном объеме dx, dy, dz , равно

$$\rho_T \bar{u}_T dx dy dz.$$

Изменение этого количества движения в единицу времени равно

$$\frac{\partial \rho_T \bar{u}_T}{\partial t} dx dy dz dt.$$

Через площадку, перпендикулярную оси x , вносится количество движения

$$-\rho_T \bar{u}_T u_{Tx} dy dz dt,$$

а через противоположную грань уносится количество движения

$$\rho_T (x + dx, y, z, t) \bar{u}_T (x + dx, y, z, t) u_{Tx} (x + dx, y, z, t) dy dz dt.$$

Тогда баланс равен

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_T \bar{u}_T u_{Tx}) dx dy dz dt.$$

Аналогично вдоль оси y

$$\frac{\partial}{\partial y} (\rho_T \bar{u}_T u_{Ty}) dx dy dz dt$$

и вдоль оси z

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_T \bar{u}_T u_{Tz}) dx dy dz dt.$$

За счет расхода кислорода на окисление металла газ теряет количество движения на величину

$$-4\pi \bar{u}_T \frac{v_K \mu_K}{v_m \mu_m} \int_0^\infty \rho_m^0 r^2 f_m v_m dr dx dy dz dt.$$

На газ, заключенный в контрольном объеме, действуют внешние силы давления $\nabla p dx dy dz dt$. Со стороны газа на частицы металла действует сила

$$\frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_m^0 r^3 \bar{F} f_m dr dx dy dz dt.$$

На частицы окисла металла действует сила

$$\frac{4}{3}\pi\int_0^\infty\rho_s^0r^3\vec{F}f_sdrdxdydzdt.$$

Тогда уравнение сохранения количества движения для газа можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}\rho_\Gamma\vec{u}_\Gamma + \frac{\partial}{\partial x}\rho_\Gamma\vec{u}_\Gamma u_{\Gamma x} + \frac{\partial}{\partial y}\rho_\Gamma\vec{u}_\Gamma u_{\Gamma y} + \frac{\partial}{\partial z}\rho_\Gamma\vec{u}_\Gamma u_{\Gamma z} = \\ & = -\nabla p - \frac{4}{3}\pi\left(\int_0^\infty\rho_\Gamma^0r^3\vec{F}f_\Gamma dr + \int_0^\infty\rho_s^0r^3\vec{F}f_s dr\right) - 4\pi\vec{u}_\Gamma\frac{v_\Gamma\mu_\Gamma}{v_\Gamma\mu_\Gamma}\int_0^\infty\rho_\Gamma^0r^2f_\Gamma v_\Gamma dr. \end{aligned} \quad (11.11)$$

Совершая преобразования

$$\begin{aligned} & \rho_\Gamma\left[\frac{\partial}{\partial t}\vec{u}_\Gamma + u_{\Gamma x}\frac{\partial\vec{u}_\Gamma}{\partial x} + u_{\Gamma y}\frac{\partial\vec{u}_\Gamma}{\partial y} + u_{\Gamma z}\frac{\partial\vec{u}_\Gamma}{\partial z}\right] + \\ & + \vec{u}_\Gamma\left[\frac{\partial}{\partial t}\rho_\Gamma + \frac{\partial}{\partial x}\rho_\Gamma u_{\Gamma x} + \frac{\partial}{\partial y}\rho_\Gamma u_{\Gamma y} + \frac{\partial}{\partial z}\rho_\Gamma u_{\Gamma z} + 4\pi\frac{v_\Gamma\mu_\Gamma}{v_\Gamma\mu_\Gamma}\int_0^\infty\rho_\Gamma^0r^2f_\Gamma v_\Gamma dr\right] = \\ & = -\nabla p - \frac{4}{3}\pi\left(\int_0^\infty\rho_\Gamma^0r^3\vec{F}f_\Gamma dr + \int_0^\infty\rho_s^0r^3\vec{F}f_s dr\right) \end{aligned}$$

и используя уравнение неразрывности для газа (11.9), приведем уравнение (11.11) к виду

$$\rho_\Gamma\frac{d\vec{u}_\Gamma}{dt} = -\nabla p - \frac{4}{3}\pi\left(\int_0^\infty\rho_\Gamma^0r^3\vec{F}f_\Gamma dr + \int_0^\infty\rho_s^0r^3\vec{F}f_s dr\right). \quad (11.12)$$

Выведем уравнение сохранения количества движения для ансамбля частиц металла. Так же как и при выборе уравнения для функции распределения частиц по размерам, будем полагать, что частицы размера $r \in [r, r + dr]$ имеют одинаковые скорости. Количество движения, которым обладают частицы в элементарном объеме $dzdydz$, равно

$$\frac{4}{3}\pi\rho_\Gamma^0\vec{u}_\Gamma r^3f_\Gamma drdzdydz.$$

Изменение этого количества движения в единицу времени:

$$\frac{4}{3}\pi\rho_\Gamma^0r^3\frac{\partial}{\partial t}(\vec{u}_\Gamma f_\Gamma)drdxdydz.$$

Через площадку, параллельную оси x , вносится потоком частиц количество движения

$$-\frac{4}{3}\pi\rho_\Gamma^0r^3\vec{u}_\Gamma u_{\Gamma x}f_\Gamma drdydzdt.$$

Через противоположную грань уносится количество движения

$$\frac{4}{3}\pi\rho_\Gamma^0r^3\vec{u}_\Gamma(x+dx, y, z, t)u_{\Gamma x}(x+dx, y, z, t)f_\Gamma(x+dx, y, z, t, r)drdydzdt.$$

Таким образом, баланс составляет

$$\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 r^3 \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_{\text{м}} u_{\text{м}x} f_{\text{м}}) dr dy dz dt dx.$$

Аналогично вдоль оси y

$$\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 r^3 \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}_{\text{м}} u_{\text{м}y} f_{\text{м}}) dr dx dz dt dy$$

и вдоль оси z

$$\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 r^3 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u}_{\text{м}} u_{\text{м}z} f_{\text{м}}) dr dx dy dz dt.$$

Вследствие горения частицы металла покидают интервал $r \in [r, r + dr]$, унося количество движения

$$-\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 r^3 \bar{u}_{\text{м}} f_{\text{м}} v_{\text{м}} dt dx dy dz.$$

С другой стороны промежутка $[r, r + dr]$ поступают частицы, радиусы которых меньше $r + dr + v_{\text{м}} dt$, и вносят количество движения

$$\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 (r + dr)^3 \bar{u}_{\text{м}}(x, y, z, t) f_{\text{м}}(x, y, z, t, r + dr) v_{\text{м}}(x, y, z, t, r + dr) dx dy dz dt.$$

Тогда баланс равен

$$\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 \bar{u}_{\text{м}} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 f_{\text{м}} v_{\text{м}}) dr dx dy dz dt.$$

За счет горения частиц размером $r \in [r, r + dr]$ за время dt , не успевающих покинуть интервал, теряется количество движения

$$-4 \pi \rho_{\text{м}}^0 r^2 \bar{u}_{\text{м}} f_{\text{м}} v_{\text{м}} dr dx dy dz dt.$$

На частицы данного размера действует со стороны газа аэродинамическая сила

$$\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 r^3 \bar{F} f_{\text{м}} dr dx dy dz dt.$$

Таким образом, для частиц данного размера уравнение сохранения количества движения можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 r^3 \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{u}_{\text{м}} f_{\text{м}}) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_{\text{м}} u_{\text{м}x} f_{\text{м}}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}_{\text{м}} u_{\text{м}y} f_{\text{м}}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u}_{\text{м}} u_{\text{м}z} f_{\text{м}}) \right] = \\ & = -4 \pi r^2 \rho_{\text{м}}^0 \bar{u}_{\text{м}} v_{\text{м}} f_{\text{м}} + \bar{u}_{\text{м}} \frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 \frac{\partial}{\partial r} (f_{\text{м}} v_{\text{м}} r^3) + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{м}}^0 f_{\text{м}} \bar{F}. \end{aligned}$$

Левая часть этого уравнения может быть приведена к виду

$$\begin{aligned} & \frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 \left\{ r^3 \left[\frac{\partial}{\partial t} f_{\text{м}} + \text{div}(f_{\text{м}} \bar{u}_{\text{м}}) \right] - \frac{\partial}{\partial r} (r^3 v_{\text{м}} f_{\text{м}}) \right\} + \frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 r^3 f_{\text{м}} \frac{d\bar{u}_{\text{м}}}{dt} = \\ & = -4 \pi r^2 \rho_{\text{м}}^0 \bar{u}_{\text{м}} v_{\text{м}} f_{\text{м}} + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{м}}^0 f_{\text{м}} \bar{F}. \end{aligned}$$

Выражение в фигурных скобках можно записать в виде

$$r^3 \left[\frac{\partial}{\partial t} f_{\text{м}} + \text{div}(f_{\text{м}} \vec{u}_{\text{м}}) - \frac{\partial}{\partial r} v_{\text{м}} f_{\text{м}} - 3 \frac{v_{\text{м}} f_{\text{м}}}{r} \right].$$

Используя уравнение неразрывности (11.5) и приводя подобные члены, уравнение сохранения количества движения для частиц размера $r \in [r, r + dr]$ можно записать так:

$$\frac{d\vec{u}_{\text{м}}}{dt} = \vec{F}. \quad (11.13)$$

Выведем уравнение сохранения количества движения для частиц окиси металла. Количество движения, которым обладают частицы в элементарном объеме dx, dy, dz , равно

$$\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{м}}^0 \bar{u}_s r^3 f_s dr dx dy dz.$$

Изменение количества движения в единицу времени:

$$\frac{4}{3} \pi \rho_s^0 r^3 \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u}_s f_s) dr dx dy dz dt.$$

Баланс количества движения вдоль осей x, y, z составляет:
вдоль оси x

$$\frac{4}{3} \pi \rho_s^0 r^3 \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_s u_{sx} f_s) dr dx dy dz dt;$$

вдоль оси y

$$\frac{4}{3} \pi \rho_s^0 r^3 \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}_s u_{sy} f_s) dr dx dy dz dt;$$

вдоль оси z

$$\frac{4}{3} \pi \rho_s^0 r^3 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u}_s u_{sz} f_s) dr dx dy dz dt.$$

В результате конденсации частицы окиси покидают интервал $r \in [r, r + dr]$, унося количество движения

$$-\frac{4}{3} \pi \rho_s^0 (r + dr)^3 \bar{u}_s v_s(x, y, z, t, r + dr) f_{\text{м}}(x, y, z, t, r + dr) dx dy dz dt.$$

С другой стороны промежутка $r \in [r, r + dr]$ поступают частицы окиси, радиусы которых за момент времени dt изменились от $r - v_s dt$ до r . Их количество движения равно

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s^0 \bar{u}_s v_s dt f_{\text{м}} dx dy dz.$$

Тогда баланс равен

$$-\frac{4}{3} \pi \rho_s^0 \bar{u}_s \frac{\partial}{\partial r} (r^3 f_s v_s) dr dx dy dz dt.$$

За счет конденсации частиц окиси размера $r \in [r, r + dr]$, не успевающих за время dt покинуть интервал $[r, r + dr]$, добавляется количество движения

$$4\pi \int_0^{\infty} r^2 \rho_s^0 \bar{u}_s v_s f_s dr dx dy dz dt.$$

Количество движения, которое вносят частицы окиси, образующиеся в результате нуклеации и на частицах металлах размера $r \in [r, r + dr]$, равно

$$\frac{4}{3} \pi \rho_s^0 r^3 \left[4\pi \frac{v_s \mu_s}{v_m \mu_m} K A f_{0s} + J \delta(r - r^*) \right] \bar{u}_s dr dx dy dz dt,$$

где

$$A = \int_0^\infty v_m \rho_m^0 r^2 f_m dr.$$

На частицы окиси из интервала размеров $r \in [r, r + dr]$ действует со стороны газа аэродинамическая сила

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s^0 \bar{F} f_s dr dx dy dz dt.$$

Таким образом, для частиц данного размера уравнение сохранения количества движения можно записать так:

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi \rho_s^0 r^3 \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{u}_s f_s) + \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}_x u_{sx} f_s + \frac{\partial}{\partial y} \bar{u}_s u_{sy} f_s + \frac{\partial}{\partial z} \bar{u}_s u_{sz} f_s \right] = \\ = 4\pi r^2 \rho_s^0 \bar{u}_s v_s f_s - 4\pi \rho_s^0 \frac{\partial}{\partial r} (r^3 f_s v_s) \bar{u}_s + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s^0 f_s \bar{F} + \\ + \frac{4}{3} \pi \bar{u}_s \rho_s^0 r^3 \left[4\pi \frac{v_s \mu_s}{v_m \mu_m} K A f_{0s} + J \delta(r - r^*) \right]. \end{aligned}$$

Приводя подобные члены и используя (11.6), получим

$$\frac{d\bar{u}_s}{dt} = \bar{F}. \quad (11.14)$$

11.3.3. УРАВНЕНИЕ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Выведем уравнение сохранения энергии для газовой фазы. Энергия газовой фазы равна сумме внутренней и кинетической энергий:

$$\rho_r \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) dx dy dz.$$

Изменение ее в единицу времени равно

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_r \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) \right] dx dy dz dt.$$

Через площадку, перпендикулярную оси x , вносится количество энергии

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho_r u_{rx} \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) dx dy dz dt;$$

перпендикулярную оси y

$$\frac{\partial}{\partial y} \rho_r u_{ry} \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) dx dy dz dt,$$

оси z

$$\frac{\partial}{\partial z} \rho_r u_{rz} \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) dx dy dz dt.$$

Работа сил нормального давления по наружной поверхности элементарного объема $dx dy dz$ равна

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} p u_{rx} + \frac{\partial}{\partial y} p u_{ry} + \frac{\partial}{\partial z} p u_{rz} \right) dx dy dz dt.$$

Через наружную поверхность объема $dx dy dz$ поступает количество тепла, равное

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x} q_x + \frac{\partial}{\partial y} q_y + \frac{\partial}{\partial z} q_z \right) dx dy dz dt.$$

Тепло, выделяемое внутри объема $dx dy dz$ за счет химических реакций в газовой фазе, равно

$$\rho_r U dx dy dz dt.$$

Внутри объема между газом и ансамблем частиц металла происходит обмен энергией. К ансамблю частиц металла уходит энергия кислорода, вступающего в реакцию:

$$-4\pi \left(E_K + \frac{u_r^2}{2} \right) \frac{v_K \mu_K}{v_M \mu_M} \int_0^\infty \rho_M^0 r^2 f_M v_M dr dx dy dz dt.$$

Тепло, поступающее к газовой фазе за счет конвективного и лучистого теплообмена от ансамбля частиц металла:

$$\frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_M^0 r^3 q_{M\Gamma} f_M dr dx dy dz dt;$$

от частиц окиси металла:

$$\frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_s^0 r^3 q_{s\Gamma} f_s dr dx dy dz dt.$$

Подвод тепла к газовой фазе за счет гетерогенного горения частиц металла:

$$\frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_M^0 r^3 q_{M\Phi} f_M dr dx dy dz dt;$$

за счет фазового перехода при конденсации частиц окиси:

$$\frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_s^0 r^3 q_{s\Phi} f_s dr dx dy dz dt.$$

Обмен энергией за счет сил аэродинамического взаимодействия частиц металла и окисла с газом равен

$$-\frac{4}{3} \pi \left[\int_0^\infty \rho_M^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_\Gamma) f_M dr + \int_0^\infty \rho_s^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_\Gamma) f_s dr \right] dx dy dz dt.$$

Комбинируя все члены, запишем уравнение энергии газовой фазы в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \rho_r \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) + \operatorname{div} \left[\rho_r \vec{u}_r \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) \right] = & -\operatorname{div}(p \vec{u}_r) - \operatorname{div} \vec{q} + \\
 & + \rho_r U - 4\pi \left(E_k + \frac{u_r^2}{2} \right) \frac{\nu_k \mu_k}{\nu_k \mu_k} \int_0^\infty \rho_m^0 r^2 f_m \nu_m dr + \\
 & + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_m^0 r^3 (q_{m\Gamma} + q_{m\Phi}) f_m dr + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_s^0 r^3 (q_{s\Gamma} + q_{s\Phi}) f_s dr + \\
 & + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_m^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_r) f_m dr + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_s^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_r) f_s dr.
 \end{aligned} \tag{11.15}$$

Используя (11.9), левую часть можно привести к виду

$$\begin{aligned}
 \rho_r \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) + u_{rx} \frac{\partial}{\partial x} \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) + u_{ry} \frac{\partial}{\partial y} \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) + \right. \\
 \left. + u_{rz} \frac{\partial}{\partial z} \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) \right] + \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) \left(\frac{\partial \rho_r}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_r \vec{u}_r \right) = \\
 = \rho_r \frac{d}{dt} \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) + \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} \right) \left(-4\pi \frac{\nu_k \mu_k}{\nu_k \mu_k} \int_0^\infty \rho_m^0 r^2 f_m \nu_m dr \right).
 \end{aligned}$$

После преобразований последнее уравнение примет вид

$$\begin{aligned}
 \rho_r \frac{d}{dt} \frac{p}{\rho_r} - \operatorname{div} \vec{u}_r = \frac{dp}{dt} - \frac{p}{\rho_r} \frac{d\rho_r}{dt} - p \operatorname{div} \vec{u}_r - (\vec{u}_r \nabla p) = \frac{dp}{dt} - (\vec{u}_r \nabla p) + \\
 + \frac{p}{\rho_r} \left(\frac{\partial \rho_r}{\partial t} + \rho_r \operatorname{div} \vec{u}_r \right) = \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{p}{\rho_r} \left(\frac{\partial \rho_r}{\partial t} + \rho_r \operatorname{div} \vec{u}_r \right) = \\
 = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{p}{\rho_r} 4\pi \frac{\nu_k \mu_k}{\nu_k \mu_k} \int_0^\infty \rho_m^0 r^2 f_m \nu_m dr,
 \end{aligned}$$

или в конечном виде

$$\rho_r \frac{d}{dt} \frac{p}{\rho_r} - 4\pi \frac{p}{\rho_r} \frac{\nu_k \mu_k}{\nu_k \mu_k} \int_0^\infty \rho_m^0 r^2 f_m \nu_m dr = \frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div}(p \vec{u}_r). \tag{11.16}$$

Суммируя полученное уравнение (11.15) и учитывая (11.16), получим

$$\begin{aligned}
 \rho_r \frac{d}{dt} \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} + \frac{p}{\rho_r} \right) - 4\pi \left(E_r + \frac{u_r^2}{2} + \frac{p}{\rho_r} \right) \frac{\nu_k \mu_k}{\nu_k \mu_k} \int_0^\infty \rho_m^0 r^2 f_m \nu_m dr = \frac{\partial p}{\partial t} - \operatorname{div} \vec{q} + p_r U - \\
 - 4\pi \left(E_k + \frac{u_r^2}{2} \right) \frac{\nu_k \mu_k}{\nu_k \mu_k} \int_0^\infty \rho_m^0 r^2 f_m \nu_m dr + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty \rho_m^0 r^3 (q_{m\Gamma} - q_{m\Phi}) f_m dr + \frac{4}{3} \pi \\
 \times \left[\int_0^\infty \rho_s^0 r^3 (q_{s\Gamma} + q_{s\Phi}) f_s dr - \frac{4}{3} \pi \left[\int_0^\infty \rho_m^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_r) f_m dr + \int_0^\infty \rho_s^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_r) f_s dr \right] \right]
 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
p_\Gamma \frac{dH_\Gamma}{dt} = & \frac{\partial p}{\partial t} - \operatorname{div} \vec{q} + p_\Gamma U + 4\pi \left(E_\Gamma - E_\kappa + \frac{p}{p_\Gamma} \right) \frac{v_\kappa \mu_\kappa}{v_\Gamma \mu_\Gamma} \int_0^\infty p_\Gamma^0 r^2 f_\Gamma v_\Gamma dr + \\
& + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty p_\Gamma^0 r^3 (q_{\Gamma\Gamma} + q_{\Gamma\Phi}) f_\Gamma dr + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty p_\Gamma^0 r^3 (q_{\Gamma\Gamma} + q_{\Gamma\Phi}) f_\Gamma dr + \\
& + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty p_\Gamma^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_\Gamma) f_\Gamma dr + \int_0^\infty p_\Gamma^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_\Gamma) f_\Gamma dr.
\end{aligned} \quad (11.17)$$

Здесь

$$H_\Gamma = E_\Gamma \frac{u_\Gamma^2}{2} + \frac{p}{p_\Gamma}.$$

Выведем уравнение энергии для бесконечно узкого интервала $[r, r + dr]$ частиц металла, находящихся в элементарном объеме $dxdydz$. Энергия частиц этого интервала равна

$$\frac{4}{3} \pi p_\Gamma^0 r^3 \left(E_\Gamma + \frac{u_\Gamma^2}{2} \right) f_\Gamma dr dx dy dz.$$

Изменение энергии в единицу времени равно

$$\frac{4}{3} \pi p_\Gamma^0 r^3 \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(E_\Gamma + \frac{u_\Gamma^2}{2} \right) f_\Gamma \right] dr dx dy dz dt.$$

Через поверхность элементарного объема $dxdydz$ вместе с массой металла $r \in [r, r + dr]$ вносится энергия

$$\frac{4}{3} \pi p_\Gamma^0 r^3 \operatorname{div} \left[\vec{u}_\Gamma \left(E_\Gamma + \frac{u_\Gamma^2}{2} \right) f_\Gamma \right] dr dx dy dz dt.$$

Энергия за счет поступления кислорода к частицам данного размера равна

$$4\pi \left(E_\kappa + \frac{u_\Gamma^2}{2} \right) \frac{v_\kappa \mu_\kappa}{v_\Gamma \mu_\Gamma} p_\Gamma^0 r^2 f_\Gamma v_\Gamma dr dx dy dz dt.$$

В результате горения частицы металла покидают интервал $r \in [r, r + dr]$ и входят в него, баланс энергии в этом случае равен

$$\frac{4}{3} \pi p_\Gamma^0 \left(E_\Gamma + \frac{u_\Gamma^2}{2} \right) \frac{\partial}{\partial r} (f_\Gamma v_\Gamma r^3) dr dx dy dz dt.$$

За счет обгорания частицы, не успевающие выйти за время dt за пределы интервала $[r, r + dr]$, теряют количество энергии

$$-4\pi p_\Gamma^0 r^2 \left(E_\Gamma + \frac{u_\Gamma^2}{2} \right) f_\Gamma v_\Gamma dr dx dy dz dt.$$

Работа, затрачиваемая газовой фазой на движение частиц, равна

$$\frac{4}{3} \pi p_\Gamma^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_\Gamma) f_\Gamma dr dx dy dz dt.$$

При выводе уравнения энергии для газовой фазы уже упоминались тепловые потоки $q_{\Gamma\Gamma}$ и $q_{\Gamma\Phi}$, в этом уравнении эти члены будут присутствовать с обрат-

ными знаками. Объединяя все члены, указанные при выводе, уравнение энергии для частиц металла бесконечно узкого интервала можно записать так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(E_{\text{м}} + \frac{u_{\text{м}}^2}{2} \right) f_{\text{м}} \right] + \operatorname{div} \left[\vec{u}_{\text{м}} \left(E_{\text{м}} + \frac{u_{\text{м}}^2}{2} \right) \right] = \frac{3}{r} \left(E_{\text{к}} + \frac{u_{\text{г}}^2}{2} \right) \frac{\nu_{\text{к}} \mu_{\text{к}}}{\nu_{\text{м}} \mu_{\text{м}}} f_{\text{м}} \nu_{\text{м}} + \\ + \frac{1}{r^3} \left(E_{\text{м}} + \frac{u_{\text{м}}^2}{2} \right) \frac{\partial}{\partial r} (r^3 f_{\text{м}} \nu_{\text{м}}) - \frac{3}{r} \left(E_{\text{м}} + \frac{u_{\text{м}}^2}{2} \right) f_{\text{м}} \nu_{\text{м}} + (\vec{F} \vec{u}_{\text{м}}) f_{\text{м}} - (q_{\text{мг}} + q_{\text{мф}}) f_{\text{м}}. \end{aligned} \quad (11.18)$$

Преобразуя левую часть уравнения (11.18), собирая подобные члены и используя уравнение (11.5), получим

$$\frac{d}{dt} \left(E_{\text{м}} + \frac{u_{\text{м}}^2}{2} \right) = \frac{3}{r} \left(E_{\text{к}} + \frac{u_{\text{г}}^2}{2} \right) \frac{\nu_{\text{к}} \mu_{\text{к}}}{\nu_{\text{м}} \mu_{\text{м}}} \nu_{\text{м}} + (\vec{F} \vec{u}_{\text{м}}) - (q_{\text{мг}} + q_{\text{мф}}). \quad (11.19)$$

Выведем уравнение энергии для бесконечно узкого интервала частиц окисла металла, находящихся в элементарном объеме $dxdydz$. Энергия частиц из интервала $r \in [r, r + dr]$ равна

$$\frac{4}{3} \pi p_s^0 r^3 \left[\left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) f_s \right] dr dx dy dz.$$

Изменение этой энергии в единицу времени равно

$$\frac{4}{3} \pi p_s^0 r^3 \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) f_s \right] dr dx dy dz dt.$$

Через поверхность элементарного объема $dxdydz$ вместе с массой окисла $r \in [r, r + dr]$ вносится энергия

$$\frac{4}{3} \pi p_s^0 r^3 \operatorname{div} \left[\vec{u}_s \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) f_s \right] dr dx dy dz dt.$$

Энергия, поступающая за счет баланса частиц окиси металла в промежутке $[r, r + dr]$ в результате механизма конденсации, равна

$$-\frac{4}{3} \pi p_s^0 \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) \frac{\partial}{\partial r} (r^3 f_s \nu_s) dr dx dy dz dt.$$

За счет того же механизма конденсации частиц, за время dt не успевающих покинуть рассматриваемый промежуток, добавляется энергия

$$4 \pi p_s^0 r^2 \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) f_s \nu_s dr dx dy dz dt.$$

Энергия, которую вносят частицы окиси в рассматриваемый интервал в результате механизма нуклеации и образования на частицах металла, равна

$$\frac{4}{3} \pi p_s^0 r^3 \left[4 \pi \frac{\nu_s \mu_s}{\nu_{\text{м}} \mu_{\text{м}}} K A f_{0s} + J \delta(r - r^*) \right] \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) dr dx dy dz dt,$$

где

$$A = \int_0^{\infty} p_{\text{м}}^0 r^2 f_{\text{м}} \nu_{\text{м}} dr.$$

Работа сил аэродинамического взаимодействия частиц из данного интервала и газовой фазы равна

$$\frac{4}{3}\pi p_s^0 r^3 (\vec{F} \cdot \vec{u}_s) f_s dr dx dy dz dt.$$

При выводе уравнения энергии для газовой фазы уже упоминались тепловые потоки $q_{s\Gamma}$ и $q_{s\Phi}$, здесь они будут присутствовать с обратными знаками:

$$-\frac{4}{3}\pi p_s^0 r^3 (q_{s\Gamma} + q_{s\Phi}) f_s dr dx dy dz dt.$$

Собирая члены, уравнение энергии для бесконечно малого промежутка частиц окиси металла можно записать так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) f_s \right] + \operatorname{div} \left[\vec{u}_s \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) f_s \right] &= \frac{3}{r} \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) f_s v_s - \\ - \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 f_s v_s) + 4\pi \left[\frac{v_s \mu_s}{v_m \mu_m} K A f_{0s} + J \delta(r - r^*) \right] \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) &+ \\ + (\vec{F} \cdot \vec{u}_s) f_s - (q_{s\Gamma} + q_{s\Phi}) f_s. \end{aligned} \quad (11.20)$$

Преобразуя левую часть уравнения (11.20), собирая подобные члены и используя уравнение (11.18), получим

$$\frac{d}{dt} \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) = \vec{F} \cdot \vec{u}_s - (q_{s\Gamma} + q_{s\Phi}). \quad (11.21)$$

11.3.4. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Полученные в предыдущих пунктах уравнения неразрывности (11.3), (11.5), (11.7), сохранения количества движения (11.12), (11.13), (11.14) и энергии (11.17), (11.19), (11.21) образуют систему независимых уравнений движения двухфазной среды:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_i}{\partial t} + \operatorname{div}(p_i \vec{u}_r) &= \delta^{ik} 4\pi \frac{v_k \mu_k}{v_m \mu_m} \int_0^\infty p_m^0 r^2 f_m v_m dr + \sum_{r=1}^n v_{ri} \mu_{ri} I_r, \quad i = 1, 2, \dots, N-2; \\ \frac{\partial}{\partial t} f_m + \operatorname{div}(f_m \vec{u}_m) - \frac{\partial}{\partial r} (f_m v_m) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial t} f_s + \operatorname{div}(f_s \vec{u}_s) + \frac{\partial}{\partial r} (f_s v_s) &= 4\pi f_{0s} K \frac{v_s \mu_s}{v_s \mu_s} \int_0^\infty p_m^0 r^2 f_m v_m dr + J \delta(r - r^*); \\ p_r \frac{d\vec{u}_r}{dt} &= -\nabla p - \frac{4}{3}\pi \left(\int_0^\infty p_m^0 r^3 \vec{F}_m f_m dr + \int_0^\infty p_s^0 r^3 \vec{F}_s f_s dr \right); \\ \frac{d\vec{u}_m}{dt} &= \vec{F}_m; \\ \frac{d\vec{u}_s}{dt} &= \vec{F}_s; \end{aligned} \quad (11.22)$$

$$\begin{aligned}
p_\Gamma \frac{dH_\Gamma}{dt} &= \frac{\partial p}{\partial t} + p_\Gamma U + 4\pi \left(E_\Gamma - E_K + \frac{p}{p_\Gamma} \right) \frac{v_K \mu_K}{v_M \mu_M} \int_0^\infty p_M^0 r^2 f_M v_M dr + \\
&+ \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty p_M^0 r^3 (q_{M\Gamma} + q_{M\Phi}) f_M dr + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty p_s^0 r^3 (q_{s\Gamma} + q_{s\Phi}) f_s dr + \\
&+ \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty p_M^0 r^3 (\vec{F}_M \cdot \vec{u}_\Gamma) f_M dr + \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty p_s^0 r^3 (\vec{F}_s \cdot \vec{u}_\Gamma) f_s dr; \\
\frac{d}{dt} \left(E_M + \frac{u_M^2}{2} \right) &= \frac{3}{r} \left(E_K + \frac{u_\Gamma^2}{2} \right) \frac{v_K \mu_K}{v_M \mu_M} v_M + (\vec{F}_M \cdot \vec{u}_M) - q_{M\Gamma} - q_{M\Phi}; \\
\frac{d}{dt} \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) &= (\vec{F}_s \cdot \vec{u}_s) - q_{s\Gamma} - q_{s\Phi}.
\end{aligned}$$

Число фракций металла обозначим через K_M , а число фракций частиц окиси металла через K_s , тогда выведенная система уравнений содержит $N + 6(K_M + K_s) + 1$ уравнений для определения $N + (K_M + K_s) + 2$ неизвестных.

Система (11.22) не является замкнутой, так как содержит большее количество неизвестных функций, для определения которых необходимо привлечение дополнительных уравнений и соотношений.

Уравнение состояния в силу сделанных выше предположений может быть записано в виде

$$p = p_\Gamma R_\Gamma T_\Gamma. \quad (11.23)$$

Величины U , $q_{M\Phi}$, $q_{M\Gamma}$, $q_{s\Gamma}$, $q_{s\Phi}$ можно определить лишь при детальном рассмотрении процессов тепломассообмена и тепловыделения между фазами и в самих фазах. Это сделано в следующих главах при рассмотрении конкретных задач. В результате получены дифференциальные уравнения (конечные соотношения), связывающие эти величины с давлением, скоростями, температурами и т. п.

Выражения для E_K и E_Γ , как и для случая чистого газа, можно записать в виде:

$$E_\Gamma = \sum_{i=1}^{N-2} \int_0^{T_\Gamma} c_{vi} dT; \quad (11.24)$$

$$E_K = \int_0^{T_\Gamma} c_{vK} dT. \quad (11.25)$$

Поскольку при расчете двухфазных течений в силу малости частицы и ее значительной теплопроводности обычно полагают, что температура частицы практически одинакова по всему ее объему. Тогда при условии, что теплоемкость частиц не зависит от температуры, можно записать:

$$E_M = c_M T_M; \quad (11.26)$$

$$E_s = c_s T_s. \quad (11.27)$$

11.4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ С ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ

Относительно коэффициентов сопротивления C_D в выражениях для сил сопротивления F_m и F_s можно заметить следующее. Так как время пребывания частиц металла существенным образом зависит от коэффициента сопротивления

$$\begin{aligned} F_m &= C_D (u_r - u_m)^2 \frac{3}{8} \frac{p_r}{r p_m^0}; \\ F_s &= C_D (u_r - u_s)^2 \frac{3}{8} \frac{p_r}{r p_m^0}, \end{aligned} \quad (11.28)$$

то понятно, что точное значение C_D в этом случае имеет важное значение. На практике, когда необходимо учитывать реальность физического процесса, F определяют экспериментально по обтеканию равномерным потоком одиночной частицы. При этом следует заметить, что F пропорциональна коэффициенту сопротивления частицы C_D . Однако значительные расхождения имеющихся данных по определению C_D и зависимостей $C_D = f(\text{Re}, M)$, предложенных различными авторами, затрудняют расчет коэффициента сопротивления, даже в случае частиц, не изменяющихся при обтекании. Что касается реагирующих частиц, то здесь ситуация гораздо сложнее, так как у таких частиц существуют потоки особого рода — стефановские потоки. Эти потоки направлены по нормали к поверхности частицы. Стефановский поток считается положительным, если его направление совпадает с направлением внешней нормали. При испарении частиц стефановский поток положителен, а при конденсации отрицателен. Степень влияния стефановского потока на гидродинамическую картину обтекания частицы приблизительно оценивается с помощью безразмерного параметра переноса Сполдинга

$$B = \frac{C_p (T_r - T_m)}{\Delta r H^0 (T_2)}.$$

В общем случае скорость стефановского потока не является постоянной по поверхности частицы. Если процесс испарения лимитируется скоростью диффузии паров металла, то интенсивность массового вдува (стефановский поток положителен) пропорциональна локальному критерию Шервуда

$$\text{Sh}_\theta = \frac{K_\theta d}{D}.$$

Здесь

$$K_\theta = \frac{I_\theta}{4\pi r_m^2 (u_r - u_m)};$$

$$I_\theta = \iint_s J dS;$$

$$J = -\aleph \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) r = r_m;$$

где θ — угол, отсчитываемый от направления вектора \vec{u}_m ; \aleph — коэффициент диффузии; d — диаметр частицы.

Из приведенного соотношения видно, что в лобовой части сферы стефановская скорость может быть существенно выше, чем в кормовой области. Выражение для безразмерной скорости испарения (конденсации) v можно записать в виде

$$v = \frac{B}{\text{Pe}} \text{Sh}_0,$$

где Pe — число Пекле.

Это обстоятельство может отразиться на картине обтекания, тепло- и массообмена. Таким образом, ясно, что коэффициент сопротивления C_D при наличии стефановского потока зависит не только от чисел Рейнольдса, Маха, Прандтля Re , M , Pr , но и от параметра переноса Сполдинга B . Рассмотрим случай, когда скорость испарения (конденсации) определяется интенсивностью массообмена. При $B > 0$ (испарение) коэффициенты массообмена снижаются, а при $B < 0$ (конденсация) увеличиваются по сравнению с их значениями при $B = 0$ (отсутствие стефановского потока). Таким образом, ясно, что при испарении частиц отрыв потока происходит при меньших числах Re , т. е. закон сопротивления по Стоксу не выполняется при меньших Re . При конденсации наблюдается обратное явление. К сожалению, это только качественная картина. Отсутствие экспериментально подтвержденных данных о количественных значениях изменения C_D в настоящее время не дает возможности учесть влияние наличия стефановского потока на C_D .

С целью аппроксимации влияния газового потока на расплавленные агломераты были проведены расчеты усредненных характеристик газового потока и поведения агломератов в канале заряда в предположении одномерности течения газа. Сила сопротивления для горящих агломератов представлялась в следующем приближенном виде:

$$F_m = 0,5 C_D p_m^0 (u_r - u_m)^2 0,25 \pi (2r_m)^2, \quad (11.29)$$

где $C_D = 27/\text{Re}^{0,34}$, $\text{Re} \leq 80$.

На рисунке 11.1 представлена эта зависимость. В условиях постоянства скорости отставания представленные данные хорошо коррелируют с зависимостью величины ускорения частиц как $(2r_m)^{-1,84}$. Однако, как следует из рисунка 11.1, экспериментальные точки группируются около предложенной зависимости не лучшим образом. Обработка данных методом наибольших квадратов дает наклон прямой 1,20 (кривая 1), меньше, чем 1,8 (кривая 2), с довольно низким значением коэффициента корреляции $\sim 0,24$. Обращает внимание и узкий диапазон изменения чисел Re . Зависимость (11.29) с известным приближением может применяться лишь вблизи горячей поверхности.

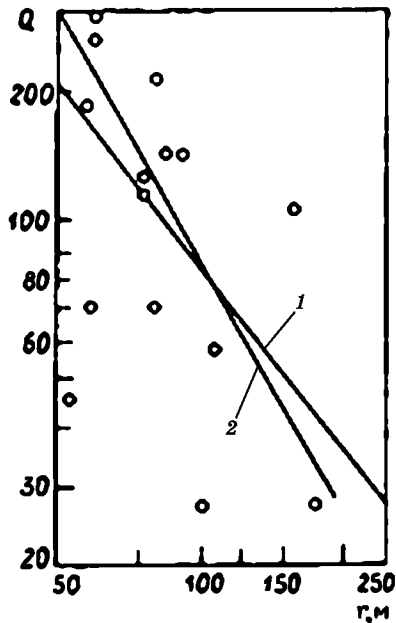


Рис. 11.1
Зависимость силы сопротивления горящих агломератов от r

Числа Рейнольдса для ансамбля частиц металла в камере могут изменяться в диапазоне $0 < Re_m < 1000$, а для ансамбля частиц окиси — в диапазоне $0 < Re_s < 10$. Эти диапазоны хорошо исследованы для обтекания твердых сферических частиц. Определение C_D для горящих частиц можно производить по соотношениям:

$$C_D = \begin{cases} 28 Re^{-0,85}, & Re < 10; \\ 12,5 Re^{-0,5}, & 10 < Re < 1000; \\ 0,4, & Re > 1000. \end{cases} \quad (11.30)$$

После воспламенения рекомендуется выражение для C_D умножать на 2,5. Поскольку сравнений с экспериментом нет, то это скорее качественная информация. Для горящих частиц алюминия ситуация осложняется еще и тем, что в зависимости от радиуса r_m стефановский поток может менять свое направление. Выражение для эффективной вязкости с учетом воздействия на частицы электрических сил имеет вид

$$\nu_{эфф} = 3,66 \cdot \nu^{0,263} [d_m(\nu_\Gamma - \nu_m)]^{0,737}.$$

Это выражение для вязкости подставляется в соотношение для коэффициента сопротивления $C_D = 24/Re$. В ряде работ приводится система соотношений для C_D , которая учитывает изменение чисел Маха и Рейнольдса в широком диапазоне. Режимы течений, описываемые системой соотношений, включают течение сплошной среды, режим течения со скольжением, переходный режим, а также свободномолекулярное течение для чисел Маха от 0 до 6 и для чисел Рейнольдса от 0 до верхнего значения критического числа Рейнольдса, при котором из-за перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный происходит резкое уменьшение коэффициента сопротивления. Учтено также влияние на коэффициент сопротивления разности температур между сферой и газом. Уравнение для дозвуковых режимов течения имеет вид

$$C_D = \frac{24}{Re + \sqrt{\frac{K}{2}} M \left[4,33 + \frac{3,65 - 1,53 T_m / T_\Gamma}{1 + 0,353 T_m / T_\Gamma} \exp \left(-0,247 \sqrt{\frac{2}{K}} \frac{Re}{M} \right) \right]} + \\ + \left[\frac{4,5 + 0,38(0,03 Re + 0,48 \sqrt{Re})}{1 + 0,03 Re + 0,48 \sqrt{Re}} + 0,1 M^2 + 0,2 M^3 \right] \exp \left(\frac{0,5 M}{\sqrt{Re}} \right) + \\ + 0,6 \sqrt{\frac{K}{2}} M \left[1 - \exp \left(-\frac{M}{Re} \right) \right]. \quad (11.31)$$

В настоящей работе для определения сил сопротивления использовались выражения (11.28), а значение C_D вычислялось по (11.30).

Для математической постановки задачи важно знать характеристические свойства системы уравнений (11.22). Эта система распадается на $K_m + K_s + 1$ подсистему уравнений, которые описывают движение газа и движение каждой фракции частиц. Подсистемы уравнений связаны собой только через свободные члены. Как показывают исследования, свободные члены не влияют на тип системы и, в частности, на ее характеристические свойства. С этой точки зрения системы уравнений можно считать несвязанными. Отметим, что под-

система уравнений газа содержит производные лишь от параметров газа, а подсистемы уравнений фракций частиц содержат производные лишь от параметров соответствующих фракций частиц.

Подсистема уравнений течения газа без свободных членов совпадает с обычной системой уравнений газовой динамики, характеристические свойства которой достаточно полно изучены. Показано, что стационарная система уравнений газа имеет гиперболический тип при сверхзвуковом течении и эллиптический тип — при дозвуковом, а нестационарная система уравнений имеет гиперболический тип во всей области течения.

Характеристические свойства системы уравнений, описывающей движение частиц, изучены в ряде работ. Эти подсистемы в одномерном случае гиперболически и в стационарном, и в нестационарном случаях. Каждая подсистема имеет одно семейство характеристик — траекторий частиц (в одномерном случае — линий тока).

Различие типов подсистем делает стационарную постановку задачи о двухфазном течении смеси газа и частиц в камере достаточно сложной в связи с различными методами решения эллиптических и гиперболических уравнений и с трудностями в постановке граничных условий.

Для задания граничных условий при интегрировании подсистемы уравнений течения газа используем следующий подход.

Пусть область интегрирования F имеет границу Γ . В окрестности элемента границы Γ с внешней к F нормалью \vec{n} рассматривается одномерное течение чистого газа с плоскими волнами. Параметры такого течения зависят лишь от времени и координаты, отсчитываемой вдоль \vec{n} . Если u_n — проекция \vec{u} на \vec{n} , то произвольное слабозмущенное течение такого типа есть комбинация трех волн, распространяющихся со скоростями u_n , $u_n + a$. Первая волна полностью определяется тремя величинами — энтропией и нормальными к n компонентами скорости. Каждая из двух других волн характеризуется соответствующим инвариантом Римана. Число условий, выставляемых на Γ , равно числу параметров, определяющих те же одномерные плоские волны, которые распространяются от данного элемента Γ внутрь F . От непроницаемой стенки или от оси камеры внутрь F распространяется лишь одна волна, движущаяся со скоростью звука. Здесь требуется только одно условие, в качестве которого естественно выбрать условие непротекания $u_n = 0$. На выходе из камеры сгорания $|u_n| < a$, внутрь F входит лишь одна волна, т. е. требуется одно граничное условие.

Начальное распределение параметров течения газа в области интегрирования может быть выбрано достаточно произвольно, если для численного решения используется «сквозной» метод, позволяющий рассматривать все особенности течения, возникающие в процессе установления. Для экономии времени выгодно выбирать начальные условия как можно ближе к установившемуся течению.

Каждая из подсистем фракций частиц имеет одно семейство характеристик — траекторий частиц, вдоль которых выполняются все уравнения, описывающие движение фракций частиц, поэтому на линии начальных данных для каждой подсистемы уравнений частиц надо задавать столько условий, сколько независимых параметров частиц.

11.5. РАЗНОСТНЫЕ МЕТОДЫ

В последнее время скорость счета и объем оперативной памяти компьютеров постоянно увеличиваются. Возникает вопрос: какие направления в усовершенствовании численных методов могут обеспечить соответствующий прогресс в вычислительной гидродинамике. С этой точки зрения превалирующими могут быть следующие критерии для сравнения численных методов: 1) скорость сходимости при заданной точности; 2) надежность метода (т. е. способность давать правильные результаты для многих отличающихся друг от друга течений); 3) простота применения метода при расчете сложных областей течений.

Поскольку система уравнений (11.22) состоит из уравнений неразрывности, сохранения импульсов и энергии, то при обсуждении численных методов нас будут интересовать лишь численные методы решения уравнений Эйлера для сжимаемой жидкости. В последние 20...25 лет разработаны методы решения уравнений Эйлера в консервативной форме, использующие концепцию «улавливания» скачка. Эти сквозные методы получили преимущественное развитие по сравнению с методами «выделения» скачка.

Основная идея этих методов заключается в использовании искусственной вязкости Лакса — Вендроффа, а наиболее популярным из них является явный метод Мак-Кормака. Однако при использовании явных схем допустимый шаг интегрирования по времени сильно убывает при уменьшении размера шагов по пространственным переменным. Мелчение сетки приводит к росту числа итераций при отыскании стационарных решений методом установления, что послужило толчком к использованию в программах расчета неявных схем. Использование элементов неявных схем приводит к росту скорости сходимости по сравнению с чисто явными методами в несколько раз. Однако и в этом случае сохраняются некоторые формы численной неустойчивости, поэтому существующие неявные схемы нуждаются в совершенствовании, в повышении скорости счета, надежности и гибкости при расчетах сложных областей течений.

Существенные затраты времени счета и календарного времени при использовании комплексов современных программ обусловлены не только медленной сходимостью современных численных методов, но и отсутствием надежности этих комплексов. Дело в том, что нередко сбои счета в тех случаях, когда начальные параметры задаются вне диапазона, исследованного в процессе отладки программы, и требуются весьма квалифицированные исследования, чтобы установить причину сбоя.

В связи с этим предпочтительнее пользоваться разностным методом, который уже применялся при расчете аналогичных задач. Таким методом для расчета двухфазных течений является метод Мак-Кормака.

Особенность этого метода заключается в том, что пространственная производная аппроксимируется нецентральными разностными операторами, направление которых выбирается на каждом временном шаге, в итоге получается схема второго порядка точности типа предиктор-корректор. Преимущества такой схемы — простота реализации ввиду отсутствия промежуточной сетки, а следовательно, повышение надежности программы.

Для нестационарного двумерного уравнения, записанного в матричной форме

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial y} = 0,$$

разностный метод записывается в виде:

$$\begin{aligned} U_{i,j}^{n+1} &= U_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1,j}^n - F_{i,j}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (G_{i,j+1}^n - G_{i,j}^n); \\ U_{i,j}^{n+1} &= \frac{1}{2} \left(U_{i,j}^n + U_{i,j}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i,j}^{n+1} - F_{i-1,j}^{n+1}) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (G_{i,j}^{n+1} - G_{i,j-1}^{n+1}) \right). \end{aligned}$$

Здесь $F_{i,j}^n$ и $G_{i,j}^n$ обозначают $F(U_{i,j}^n)$ и $G(U_{i,j}^n)$. Нижние индексы относятся к пространственным точкам x_i, y_i сетки с размерами ячеек $\Delta x, \Delta y$, а верхние индексы относятся к шагам по времени $t = n\Delta t$, где Δt — шаг по времени. На первом шаге, предикторе, получается приближенная величина $U_{i,j}^{n+1}$ в каждой точке, причем используются две правые разности для аппроксимации пространственных производных. На втором шаге полученное приближенное решение используется во втором уравнении с применением двух левых разностей для получения $U_{i,j}^{n+1}$. Этот алгоритм — один из четырех возможных вариантов. Например, вместо того чтобы вначале использовать две правые пространственные разности, а потом две левые, можно использовать обратную процедуру, или за правой и левой разностями могут следовать левая и правая.

Рассмотрим вопрос о значении выбора алгоритмического языка при создании сложных программ. Эффективность применения алгоритмического языка можно оценить, ответив на три вопроса:

1. На что тратится время, отводимое на создание алгоритма и написание программы?
2. Какой из перечисленных языков наиболее удобен и позволяет сократить сроки составления программы?
3. Полезно ли внедрение в вычислительную гидродинамику алгоритмических языков более высокого уровня?

Опыт составления программ, которые должны обеспечивать работу с большими массивами данных и эффективно использовать память компьютера, показывает, что наиболее трудоемкая работа, отнимающая большую часть времени, связана с организацией хранения данных. При создании программы необходимо учитывать структуру компьютера. При этом надо принимать во внимание число уровней в структуре памяти компьютера, которые можно использовать в качестве буферов для хранения данных, оптимальную длину векторов, обеспечивающих наиболее быструю обработку данных и отношение скоростей передачи данных по различным каналам к скорости работы процессора. Оптимальная организация обработки данных в большей степени зависит от операционной памяти компьютера, чем от алгоритмического языка. Так как операционная система современных машин не может обеспечить эффективную организацию передачи больших массивов данных и быструю идентификацию векторов, то пользователь должен быть готов к тому, что ему придется проделать большую и нелегкую работу при составлении и отладке программы. Это утверждение

справедливо для операционных систем, имеющих как виртуальную память, так и обычную. Применение конкретного алгоритмического языка (Фортрана, Алгола или Паскаля) не приводит к устранению этих трудностей, тем не менее в вычислительных работах применяются алгоритмические языки Алгол и Фортран.

11.5.1. МЕТОД УСТАНОВЛЕНИЯ

Метод установления широко распространен для решения задач газовой динамики и динамики многофазных потоков. Этот метод применяется для решения системы уравнений типа (11.22). К положительным качествам метода следует отнести то, что с его помощью можно решать как стационарные задачи, так и нестационарные. При поисках стационарных решений в дозвуковых областях на шаг по времени из условий устойчивости явных разностных схем следует очень сильное ограничение. Это связано с тем, что в существенно дозвуковых областях возмущения переносятся с очень малыми скоростями.

Для реализации системы уравнений (11.22) методом установления использовалась схема Мак-Кормака. Широкое использование метода установления для расчета смешанных течений объясняется следующим. Суть метода в том, что стационарное течение рассматривается как предельный во времени случай нестационарного течения. С этой целью к стационарной системе уравнений добавляются нестационарные члены, и постановка задачи сводится к численному решению задачи с начальными данными и граничными условиями, которые соответствуют условиям стационарной задачи.

Расчеты одномерного течения в КС при наличии двух ансамблей частиц с учетом протекания десяти химически равновесных реакций в несущей среде по системе (11.22) требуют расширенной памяти компьютера и около 5 ч расчетного времени. Количество фракций $K_M K_s = 100$.

Естественно, что такое расчетное время существенно снижает возможности параметрических исследований и практически лишает возможности применять разработанную методику в качестве прямого расчета при решении задач оптимизации.

11.5.2. ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД

Проиллюстрируем применение итерационного подхода к упрощенной системе уравнений (11.22):

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_\Gamma}{\partial t} + \frac{\partial p_\Gamma u_\Gamma}{\partial x} &= 0; & p_\Gamma \frac{\partial u_\Gamma}{\partial t} + p_\Gamma u_\Gamma \frac{\partial u_\Gamma}{\partial x} &= -\frac{\partial p}{\partial x}; \\ p_\Gamma \frac{\partial}{\partial t} \left(E_\Gamma + \frac{u_\Gamma^2}{2} \right) + p_\Gamma u_\Gamma \frac{\partial}{\partial x} \left(E_\Gamma + \frac{u_\Gamma^2}{2} \right) &= \frac{\partial p}{\partial t}; \\ \frac{\partial f_M}{\partial t} + \frac{\partial f_M u_M}{\partial x} - \frac{\partial f_M u_M}{\partial r} &= 0; & \frac{\partial u_M}{\partial t} + u_M \frac{\partial u_M}{\partial x} &= F_M; \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(E_M + \frac{u_M^2}{2} \right) + u_M \frac{\partial}{\partial x} \left(E_M + \frac{u_M^2}{2} \right) &= q_{MG}; & \frac{p_\Gamma}{q_\Gamma} &= RT_\Gamma. \end{aligned} \quad (11.32)$$

Данная система уравнений описывает движение инертных частиц в канале постоянного сечения. Слева в канал подаются частицы и газ. Между частицами

и газом существуют температурная и динамическая неравновесность. Для реализации итерационного метода система (11.32) записывается в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial p_{\text{м}} u_{\text{м}}}{\partial x} &= 0; \\
 p_{\text{м}} \frac{\partial u_{\text{м}}}{\partial t} + p_{\text{м}} u_{\text{м}} \frac{\partial u_{\text{м}}}{\partial x} &= -\frac{\partial p}{\partial x}; \\
 p_{\text{м}} u_{\text{м}} \frac{\partial}{\partial x} \left(E_{\text{м}} + \frac{u_{\text{м}}^2}{2} \right) &= \frac{\partial p}{\partial t}; \\
 \frac{\partial f_{\text{м}} u_{\text{м}}}{\partial x} - \frac{\partial f_{\text{м}} v_{\text{м}}}{\partial r} &= 0; \\
 u_{\text{м}} \frac{\partial u_{\text{м}}}{\partial x} &= F_{\text{м}}; \\
 u_{\text{м}} \frac{\partial}{\partial x} \left(E_{\text{м}} + \frac{u_{\text{м}}^2}{2} \right) &= q_{\text{мг}}; \\
 \frac{P_{\Gamma}}{q_{\Gamma}} &= RT_{\Gamma}
 \end{aligned} \tag{11.33}$$

со стационарными граничными условиями, как и в случае с системой (11.22) или (11.32). Численная реализация такой системы ведется следующим образом: нестационарное уравнение импульсов для газа решается по схеме Мак-Кормака, а остальные стационарные уравнения — по схеме бегущего счета.

Надо сказать, что при численной реализации системы (11.22) итерационным методом возникают определенные особенности при реализации эволюционных уравнений для функций распределения частиц окиси и металла по размерам. Уравнение для функции распределения частиц окиси по размерам (11.7) в одномерном случае запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial x} f_s u_s + \frac{\partial}{\partial r} v_s f_s = K \frac{v_s \mu_s}{v_{\text{м}} \mu_{\text{м}}} f_{0s} I_1 \tag{11.34}$$

приведем это уравнение к виду

$$\frac{\partial f_s}{\partial r} + C \frac{\partial f_s}{\partial x} = \varphi,$$

где

$$C = \frac{u_s}{v_s}; \quad \varphi = \frac{1}{v_s} \left[\frac{v_s \mu_s}{v_{\text{м}} \mu_{\text{м}}} f_{0s} I_1 - f_s \left(\frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial r} \right) \right].$$

В конечно-разностной форме это уравнение можно представить в виде

$$\frac{1}{\Delta r} (f_j^{i+1} - f_j^i) + \frac{C}{h} (F_j^{i+1} - f_{j-1}^{i+1}) = \varphi_j^i,$$

где Δr и Δh — шаги интегрирования по r и x соответственно.

Представим далее

$$\frac{\partial u_s}{\partial x} = \frac{u_{j,s}^i - u_{j-1,s}^i}{h}; \quad \frac{\partial v_s}{\partial r} = \frac{v_{j,s}^{i+1} - v_{j,s}^i}{\Delta r}.$$

Тогда

$$\varphi_j^i = \frac{1}{v_{j,s}^i} \left[\frac{v_{s,m} \mu_s}{v_{m,m} \mu_m} f_{0s} I_1 - f_{j,s}^i \left(\frac{u_{j,s}^i - u_{j-1,s}^i}{h} + \frac{v_{j,s}^{i+1} - v_{j,s}^i}{\Delta r} \right) \right].$$

В итоге получим

$$f_j^{i+1} = \frac{f_j^i + \Delta r \varphi_j^i + \frac{C \Delta r}{h} f_{j-1}^{i+1}}{1 + \frac{C \Delta r}{h}}.$$

В одномерном виде уравнение для функции распределения горящих частиц металла при поступлении их с боковой поверхности вместе с газообразными продуктами имеет вид

$$\frac{\partial f_m u_m}{\partial x} - \frac{\partial f_m u_m}{\partial r} = 2\pi \rho_T u_T f_{om} \frac{1}{y}, \quad (11.35)$$

где f_{om} — граничная функция распределения частиц металла по размерам в единице массы топлива; $y(x)$ — уравнение боковой поверхности.

Уравнение (5.32) приведем к виду

$$-\frac{\partial f_m}{\partial r} + C \frac{\partial f_m}{\partial x} = \varphi,$$

где

$$C = \frac{u_m}{v_m}; \quad \varphi = \frac{1}{v_m} \left[\varsigma - f_m \left(\frac{\partial u_m}{\partial x} - \frac{\partial v_m}{\partial r} \right) \right]; \quad \varsigma = 2z \rho_T u_T \frac{f_{om}}{y}.$$

В конечно-разностном виде:

$$\frac{1}{\Delta r} (f_{j-1}^{i+1} - f_{j+1}^i) + \frac{C}{h} (f_{j+1}^i - f_j^i) = \varphi_j^i.$$

Записывая в разностях

$$\frac{\partial u_m}{\partial x} = \frac{u_{j+1,m}^i - u_{j,m}^i}{h}; \quad \frac{\partial v_m}{\partial r} = \frac{v_{j+1,m}^i - v_{j+1,m}^{i-1}}{\Delta r}.$$

Тогда

$$\varphi_j^i = \frac{1}{v_{j,m}^i} \left[\varsigma_j^i - f_{j,m}^i \left(\frac{u_{j+1,m}^i - u_{j,m}^i}{h} - \frac{v_{j+1,m}^i - v_{j+1,m}^{i-1}}{\Delta r} \right) \right].$$

Окончательно получаем

$$f_{j+1}^{i-1} = f_{j+1}^i \left(1 - \frac{C \Delta r}{h} \right) + \Delta r \varphi_j^i + \frac{C \Delta r}{h} f_j^i. \quad (11.36)$$

12

Г Л А В А

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

12.1. МЕХАНИЗМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХФАЗНЫХ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ

В РДТТ при использовании металлизированных смесевых твердых топлив в процессе горения в камере сгорания образуется двухфазное рабочее тело. Многофазное рабочее тело отличается от однофазного («чистого» газа) наличием в газовом потоке достаточно мелких твердых или жидких частиц различных форм и размеров, обменивающихся с газом теплотой и кинетической энергией, которые могут переходить из одного агрегатного состояния в другое. Механизм движения двухфазных сред состоит в увеличении вязкостными силами газа конденсированных частиц и сопровождается теплообменом между частицами и газом, образованием новых частиц, их ростом, коагуляцией и др. В зависимости от физико-химических и кинетических свойств горючего-связующего, окислителя и их соотношения воспламенение и горение частиц алюминия может происходить как на поверхности горящего топлива, так и в свободном объеме камеры сгорания. В первом случае при достижении определенной температуры происходит процесс укрупнения или спекания частиц, во втором — воспламенение частиц алюминия не происходит до тех пор, пока они не покинут поверхность горения заряда ТТ. Прилегающая зона реакции содержит частицы Al_2O_3 размером $0...2$ мкм, а в свободном объеме камеры сгорания могут находиться и частицы окислов алюминия размером $5...20$ мкм. При этом наибольшие изменения в среднемассовом диаметре частиц Al_2O_3 наблюдаются в зоне, не превышающей $20...30$ мм от поверхности горения заряда ТТ. В этой зоне наиболее активно протекают процессы горения частиц металла. Размеры частиц окислов алюминия зависят от давления в камере сгорания, от формы заряда ТТ, в частности, от расположения поверхности горения относительно обтекаемого газового потока и других факторов. Размеры частиц оказывают прежде всего существенное влияние на так называемые двухфазные потери удельного импульса. Полная теория внутрикамерных процессов в камере сгорания и сопле в строгой постановке должна описываться на основе единой

системы уравнений, так как единство рабочего процесса в камере сгорания предопределяет и единство процесса образования потерь, непрерывно сопровождающего преобразование рабочего двухфазного вещества. В настоящей главе система уравнений двухфазного течения в приближенном виде записана для камеры сгорания, сужающегося участка сопла и расширяющейся части сопла.

12.2. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

В общем случае при течении двухфазного рабочего вещества в КС может наблюдаться разность скоростей и температур газа и частиц. Ускорение частиц происходит под действием аэродинамических сил, проявляющихся лишь при наличии разности скоростей, а передача теплоты частиц к газу — из-за разности температур. От этого зависят потери в импульсе давления и изменение времени пребывания газа и частицы по сравнению со случаем полного равновесия по скорости и температуре между газом и частицами.

Внутрикамерное движение вещества, содержащего горящие частицы, до настоящего времени изучено не полностью, что объясняется недостаточными сведениями о физической картине такого движения. При выводе уравнений, описывающих движение двухфазного рабочего вещества в камере сгорания при нестационарном режиме, примем следующие допущения. Гидродинамические силы, действующие на движущуюся частицу, учитываются посредством коэффициента сопротивления C_x . Движение в процессе горения индивидуальной частицы в потоке зависит от наличия в среде других частиц. Эта зависимость учитывается эффективным коэффициентом сопротивления $C_{хэф}$. Для упрощения математического описания процесса предполагаем, что частицы имеют одинаковые форму и размеры и равномерно распределены в массе топлива. В том случае, когда частицы имеют различные размеры и формы, их можно разбить на фракции, в каждую из которых входят частицы с одинаковыми размерами и формами. Подобное предположение можно считать достаточно обоснованным. Вывод системы основных уравнений, описывающих движение двухфазного рабочего вещества в канале заряда для нестационарного режима работ РДТТ, здесь не рассматривается. При выводе этой системы (уравнение неразрывности для газа, уравнение неразрывности для частиц, уравнение количества движения для газа, уравнение количества движения для частиц, уравнение энергии для газа и уравнение состояния для газа) рассматривалась гипотетическая сплошная деформируемая среда. При более точном рассмотрении движения двухфазного вещества уравнения сплошности и количества движения для частиц можно получить из условия движения частиц в пустотной среде, а влияние газа на движение частиц можно учесть путем введения в эти уравнения силы сопротивления.

С учетом отмеченных допущений получаем следующую систему уравнений, описывающую движение двухфазного рабочего вещества в канале заряда ТТ:

1) уравнение неразрывности для газа

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho F) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v F) = (1 - m_{\text{ч}})\rho_{\text{т}} \frac{\partial F}{\partial t} + b_{\text{ч}}\rho_{\text{ч}}F; \quad (12.1)$$

2) уравнение неразрывности для частиц

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_{\text{ч}}F) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_{\text{ч}}v_{\text{ч}}F) = m_{\text{ч}}\rho_{\text{т}}\frac{\partial F}{\partial t} + b_{\text{ч}}\rho_{\text{ч}}F; \quad (12.2)$$

3) уравнение количества движения газа

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho vF) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho vF)^2 = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho F) - \rho_{\text{ч}}C_{\text{хэф}}F(v_{\text{ч}} - v)^2 - \tau_{\text{т}}h - jF; \quad (12.3)$$

4) уравнение количества движения для частиц

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_{\text{ч}}F) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_{\text{ч}}v_{\text{ч}}F)^2 = -a\frac{\partial}{\partial x}(\rho F) - \rho_{\text{ч}}C_{\text{хэф}}F(v_{\text{ч}} - v)^2 - \tau'_{\text{т}}h - jF; \quad (12.4)$$

5) уравнение энергии для рабочего вещества

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho F \frac{v^2}{2} + \rho F c_v T\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho F \frac{v^2}{2} + \rho F c_v T v\right) = \\ & = (1 - m_{\text{ч}})\rho_{\text{т}}Q_{\text{т}}\frac{\partial F}{\partial t} + b_{\text{ч}}\rho_{\text{ч}}FQ_{\text{ч}} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_{\text{см}}F\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \\ & - \frac{\partial}{\partial x}(\rho F)v + (\tau_{\text{т}}h + pjF)v - C_{\text{х}}F\rho_{\text{ч}}(v_{\text{ч}} - v)^2v_{\text{ч}} - a\frac{\partial}{\partial x}(\rho F)v_{\text{ч}} - \rho_{\text{ч}}jFv_{\text{ч}}; \end{aligned} \quad (12.5)$$

6) уравнение состояния

$$p = \rho RT. \quad (12.6)$$

Здесь ρ , $\rho_{\text{т}}$, $\rho_{\text{ч}}$ — плотности газа, топлива и частиц; v , $v_{\text{ч}}$ — скорости газа и частиц; $b_{\text{ч}}$ — коэффициент, учитывающий горение конденсата в газовой среде; $m_{\text{ч}}$ — относительное содержание частиц в единице объема смеси; $\tau_{\text{т}}$, $\tau'_{\text{т}}$ — удельные силы воздействия на газ и частицу со стороны топлива; $C_{\text{хэф}}$ — эффективный коэффициент сопротивления движению горящих и сгоревших частиц в данном поперечном сечении канала, зависящий от многих факторов; a — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения давления по поверхности частиц; j — коэффициент, учитывающий наличие массовых сил; $\lambda_{\text{см}}$ — коэффициент теплопроводности смеси.

Для замкнутости системы уравнений необходимо к ней присовокупить выражения для скорости горения и закона изменения площади поперечного сечения канала зарядов в виде

$$u = F'(p, v, T_{\text{н}}); \quad \partial F / \partial t = hu,$$

где F' — заданная функция.

Для решения уравнений необходимо задать начальные и граничные условия. В общем виде для одноканальной схемы заряда можно задать краевые условия.

Начальные условия:

$$\begin{aligned} \rho(x) &= f_1(x); \quad v(x) = f_2(x); \quad T(x) = f_3(x); \\ F(x) &= f_4(x); \quad \rho_{\text{ч}}(x) = f_5(x); \quad v_{\text{ч}}(x) = f_6(x). \end{aligned} \quad (12.7)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} v(0, t)|_{x=0} &= f_7(t); \quad v_{\text{ч}}(0, t)|_{x=0} = f_{10}(t); \\ v(l, t)|_{x=l} &= f_8(t); \quad v_{\text{ч}}(l, t)|_{x=l} = f_{11}(t); \quad T(0, t) = f_9(t), \end{aligned} \quad (12.8)$$

где $f_1 \dots f_{11}$ — заданные функции.

Система уравнений (12.1)–(12.6) представляет собой совокупность пяти нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и уравнения состояния.

12.3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ РЕАГИРУЮЩЕЙ СРЕДЫ В КАНАЛЕ ЗАРЯДА ТТ В КВАЗИОДНОМЕРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В данной главе на основании общей системы уравнений (11.1), полученной в главе 11, формулируется краевая задача о движении двухфазной среды в канале с массоприходом со стенок.

Система (11.1) в квазиодномерном приближении представляется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i y^2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i u_{\text{T}} y^2) &= 2\rho_{\text{T}} u_{\text{T}} g_i y - 4\pi y^2 K f_{0s} \delta^{ik} \frac{v_{\text{K}} \mu_{\text{K}}}{v_{\text{M}} \mu_{\text{M}}} \int_0^{\infty} \rho_{\text{M}}^0 r^2 f_{\text{M}} v_{\text{M}} dr + y^2 \sum_{r=1}^{n-1} v_{ir} \mu_{ir} I_r; \\ \frac{\partial}{\partial t}(f_{\text{M}} y^2) + \frac{\partial}{\partial x}(f_{\text{M}} u_{\text{M}} y^2) - \frac{\partial}{\partial r}(f_{\text{M}} u_{\text{M}} y^2) &= 2y g_{N-1} \rho_{\text{T}} u_{\text{T}} f_{01} \frac{\partial}{\partial t}(t_s y^2) + \\ + \frac{\partial}{\partial x}(f_s u_s y^2) + \frac{\partial}{\partial r}(f_s u_s y^2) &= 4\pi y^2 f_{0s} \left(\frac{v_s \mu_s}{v_{\text{M}} \mu_{\text{M}}} \int_0^{\infty} \rho_{\text{M}}^0 r^2 f_{\text{M}} v_{\text{M}} dr - \int_0^{\infty} \rho_s^0 r^2 f_s v_s dr \right); \\ \rho_{\text{T}} \frac{\partial u_{\text{T}} y^2}{\partial t} + \rho_{\text{T}} u_{\text{T}} \frac{\partial}{\partial x}(u_{\text{T}} y^2) &= -\frac{\partial(p y^2)}{\partial x} - \frac{4}{3} \pi y^2 \left(\int_0^{\infty} \rho_{\text{M}}^0 r^3 f_{\text{M}} F_{\text{M}} dr - \int_0^{\infty} \rho_s^0 r^3 f_s F_s dr \right); \\ \frac{\partial u_{\text{M}}}{\partial t} + u_{\text{M}} \frac{\partial u_{\text{M}}}{\partial x} &= F_{\text{M}}; \\ \frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} &= F_s; \\ \rho_{\text{T}} \frac{\partial H_{\text{T}} y^2}{\partial t} + u_{\text{T}} \rho_{\text{T}} \frac{\partial H_{\text{T}} y^2}{\partial x} &= \frac{\partial p y^2}{\partial t} + \rho_{\text{T}} U y^2 + \frac{4}{3} \pi y^2 \left(E_{\text{T}} - E_{\text{K}} + \frac{p}{\rho_{\text{T}}} \right) \frac{v_{\text{K}} \mu_{\text{K}}}{v_{\text{M}} \mu_{\text{M}}} \int_0^{\infty} \rho_{\text{M}}^0 r^2 f_{\text{M}} v_{\text{M}} dr + \\ + \frac{4}{3} \pi y^2 \left[\int_0^{\infty} \rho_{\text{M}}^0 r^3 (q_{\text{MГ}} + q_{\text{MФ}}) f_{\text{M}} dr + \int_0^{\infty} \rho_s^0 r^3 (q_{\text{sГ}} + q_{\text{sФ}}) f_s dr + \right. \\ \left. + \int_0^{\infty} \rho_{\text{M}}^0 r^3 F_{\text{M}} u_{\text{T}} f_{\text{M}} dr + \int_0^{\infty} \rho_s^0 r^3 F_s u_{\text{T}} f_s dr \right]; \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(E_s + \frac{u_{\text{M}}^2}{2} \right) + u_{\text{M}} \frac{\partial}{\partial x} \left(E_{\text{M}} + \frac{u_{\text{M}}^2}{2} \right) &= \frac{3}{r} \left(E_{\text{K}} + \frac{u_{\text{T}}^2}{2} \right) \frac{v_{\text{K}} \mu_{\text{K}}}{v_{\text{M}} \mu_{\text{M}}} v_{\text{M}} + F_{\text{M}} u_{\text{M}} - q_{\text{MГ}} - q_{\text{MФ}}; \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) + u_s \frac{\partial}{\partial x} \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) &= F_s u_s - q_{\text{sГ}} - q_{\text{sФ}}. \end{aligned} \quad (12.9)$$

Здесь $y = y(x)$ — граница канала; g_i — массовые доли компонент в 1 кг композиции; u_{T} , u_{M} , u_s , F_{M} , F_s — проекции \vec{u}_{T} , \vec{u}_s , \vec{u}_{M} , \vec{F}_{M} , \vec{F}_s на ось x .

Все величины в (12.9) являются средними в данном сечении канала. Для простоты записи опущены черточки, напоминающие о проведенном осреднении.

Вопрос о граничных условиях обсуждался в главе 11. При постановке граничных условий будем полагать, что двухфазная смесь (смесь газа и «газа» частиц металла и окиси) является потоком идеального газа со своими теплофизическими характеристиками. Естественно предположение о равновесности такой смеси, т. е. $T_m = T_s = T_r = T_{cm}$ и $u_s = u_m = u_r = u_{cm}$.

Поскольку при квазиодномерном подходе параметры потока осреднены и во входном, и в выходном сечениях канала, граничные условия можно записать в наиболее простом виде. Пусть S^d и V^d — донные поверхность и объем канала, а S^c и V^c — сопловые поверхность и объем канала. Параметры в сечении $x = 0$ и $x = L$ будем обозначать соответственно с верхними индексами «0» и «l» (рис. 12.1).

Применяя законы сохранения массы и энергии к двухфазной смеси в объеме V^d и пренебрегая изменением этого объема в течение кратковременного процесса, получим уравнение сохранения массы применительно к осредненным по объему V^d величинам:

$$V^d \frac{d\rho_{cm}^d}{dt} = S^d \rho_T u_T^d - \rho_{cm} F_0 u_{cm}^0; \quad (12.10)$$

и уравнение энергии

$$V^d \frac{d}{dt} (c_v \rho_{cm}^d T_{cm}^d) = S^d \rho_T u_T^d H_{cm} - \rho_{cm}^0 F_0 u_{cm}^0 c_p T_a^0. \quad (12.11)$$

Здесь T_a^0 — температура адиабатически заторможенного потока в сечении $x = 0$.

Полагая течение газа в этом сечении адиабатическим и квазиустановившимся, можно прийти к известным соотношениям одномерной газовой динамики:

$$\begin{aligned} p^d &= p^0 \left(1 - \frac{k_{cm} - 1}{k_{cm} + 1} x^{02} \right)^{\frac{k_{cm}}{k_{cm} - 1}} + \xi_d \frac{\rho_{cm}^0 u_{cm}^{02}}{2} = \\ &= p^0 \left(1 - \frac{k_{cm} - 1}{2k_{cm}} \frac{u_{cm}^{02}}{RT_a^0} \right)^{\frac{k_{cm}}{k_{cm} - 1}} + \xi_d \frac{\rho_{cm}^0 u_{cm}^{02}}{2}; \end{aligned} \quad (12.12)$$

$$T^0 = T_a^0 \left(1 - \frac{k_{cm} - 1}{k_{cm} + 1} \lambda^{02} \right) = T_a^0 \left(1 - \frac{k_{cm} - 1}{k_{cm} - 2} \frac{u_{cm}^{02}}{RT_a^0} \right). \quad (12.13)$$

Здесь ξ_d — коэффициент потерь напора во входном сечении из объема V^d в канал. Значение температуры адиабатически заторможенного потока T_a^0 в условиях входного сечения зависит от направления скорости u_{cm}^0 :

$$T_a^0 = \begin{cases} T_{cm}^d, & \text{если } u_{cm}^0 > 0; \\ \chi T_k, & \text{если } u_{cm}^0 \leq 0. \end{cases} \quad (12.14)$$

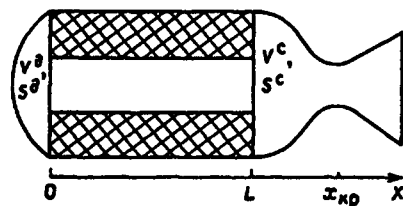


Рис. 12.1
Схема заряда ТТ и двигателя
(в постановке граничных условий)

Давление, плотность и температуру смеси в донном объеме и в сечении $x = 0$ можно связать с уравнением состояния:

$$\begin{aligned} p^d &= \rho_{\text{см}}^d R_{\text{см}} T_{\text{см}}^d; \\ p^0 &= \rho_{\text{см}}^0 R_{\text{см}} T_{\text{см}}^0. \end{aligned} \quad (12.15)$$

Зависимость

$$u_{\text{т}}^d = a(p^d)^\nu \quad (12.16)$$

будем считать известной.

Из уравнений (12.10)...(12.13) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} V^d \frac{d\rho_{\text{см}}^d}{dt} &= S^d \rho_{\text{т}} u_{\text{т}}^d - \rho_{\text{см}}^0 F^0 u_{\text{см}}^0; \\ V^d \frac{d}{dt} (c_V \rho_{\text{см}} T_{\text{см}}^d) &= \rho_{\text{см}}^d \rho_{\text{т}} u_{\text{т}}^d \chi H_{\text{см}} - \rho_{\text{см}}^0 - F^0 u_{\text{см}}^0 T_{\text{а}}^0; \\ p^d &= p^0 \left(1 - \frac{k_{\text{см}} - 1}{2k_{\text{см}}} \frac{u_{\text{см}}^{02}}{R_{\text{см}} T_{\text{см}}^d} \right)^{\frac{k_{\text{см}}}{k_{\text{см}} - 1}} + \xi^d \frac{\rho_{\text{см}}^0 u_{\text{см}}^{02}}{2}; \\ T_{\text{а}}^0 &= \begin{cases} T_{\text{см}}^d, & \text{если } u_{\text{см}}^0 > 0; \\ \chi T_{\text{к}}, & \text{если } u_{\text{см}}^0 \leq 0, \end{cases} \\ T_{\text{см}}^0 &= T_{\text{а}}^0 \left(1 - \frac{k_{\text{см}} - 1}{2k_{\text{см}}} \frac{u_{\text{см}}^{02}}{R_{\text{см}} T_{\text{см}}^d} \right); \\ p^0 &= \rho_{\text{см}}^0 R_{\text{см}} T_{\text{см}}^0; \\ u_{\text{т}}^d &= a(p^d)^\nu. \end{aligned} \quad (12.17)$$

В системе уравнений (12.17) пренебрегается изменением площади F^0 за короткий промежуток времени. Если в объеме V^d нет процесса горения (пусть, например, $V^d = 0$ и $S^d = 0$), то (12.17) упрощается и граничные условия примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (c_V T_{\text{см}}^0) &= \frac{\rho_{\text{т}} 2\pi y^0 u_{\text{т}}^0}{\rho_{\text{см}}^0 p^0} (H_{\text{см}}^0 - c_p T_{\text{см}}^0) + \frac{1}{\rho_{\text{см}}^0} \frac{d\rho_{\text{см}}^0}{dt} (c_p - c_V) T_{\text{см}}^0; \\ p^0 &= \rho_{\text{см}}^0 R_{\text{см}} T_{\text{см}}^0; \quad u_{\text{см}}^0 = 0; \quad u_{\text{т}}^0 = a(p^0)^\nu. \end{aligned} \quad (12.18)$$

Вместо первого уравнения в (12.18) можно записать условие

$$T_{\text{см}}^0 = \varphi_{\text{к}} T_{\text{к}}.$$

Система (12.17) состоит из восьми уравнений относительно девяти неизвестных величин: $\rho_{\text{см}}^d$, $T_{\text{см}}^d$, p^d , $u_{\text{т}}^d$, $T_{\text{а}}^0$, $T_{\text{см}}^0$, $\rho_{\text{см}}^0$, p^0 , $u_{\text{см}}^0$.

Упрощенная система состоит из четырех уравнений для определения пяти неизвестных: $T_{\text{см}}^0$, $u_{\text{т}}^0$, $\rho_{\text{см}}^0$, p^0 , $u_{\text{см}}^0$. Параметры F^0 и y^0 считаются постоянными и заданными в качестве начальных условий, а остальные величины — $\varphi_{\text{к}}$, $H_{\text{см}}$, c_p , c_v , $R_{\text{см}}$, k , S^d , V^d , $S_{\text{т}}$, a , ν — неизвестными.

Системы уравнений (12.17) и (12.18) являются недоопределенными. Из учебника [12] известно, что в случае истечения из области с дозвуковой скоростью, на правой границе нужно поставить одно условие в сечении $x = L$. Чтобы получить это условие, запишем закон сохранения массы и энергии двухфазного

потока в свободном объеме сопла V^c . Будем считать, что этот объем включает в себя пространство от выхода из канала $x = L$ до $x = x_{кр}$ — критического сечения сопла. При тех же упрощающих предположениях законы сохранения можно записать так:

$$\frac{d}{dt}(\rho_{cm}^c V^c) = \rho_{cm}^l F^l u_{cm}^l + S^c \rho_T u_T^c - G_{кр}; \quad (12.19)$$

$$\frac{d}{dt}(c_V \rho_{cm}^0 V^c T_{cm}^c) = \rho_{cm}^l F^l u_{cm}^l c_p T_a^l + S^c \rho_T u_T^c \varphi_K H_{cm} - G_{кр} c_p T_{cm}^c, \quad (12.20)$$

где T_a^l — температура смеси заторможенного потока в выходном сечении канала; $G_{кр}$ — расход двухфазной смеси через критическое сечение сопла. Полагая, что V^c не меняется за рассматриваемый промежуток времени, (12.19) и (12.20) можно записать так:

$$V^c \frac{d\rho_{cm}^c}{dt} = S^c \rho_T u_T^c + \rho_{cm}^l F^l u_{cm}^l - G_{кр}; \quad (12.21)$$

$$\rho^c V^c \frac{d}{dt}(c_V T_{cm}^c) = \rho_{cm}^l F^l u_{cm}^l (c_p T_a^l - c_V T_{cm}^c) + S^c \rho_T u_{cm}^c (\varphi_K H_{cm} - c_V T_{cm}^c) - G_{кр} (c_p - c_V) T_{cm}^c. \quad (12.22)$$

Поскольку все параметры усреднены по всему объему V^c , то давление p^c совпадает со значением давления адиабатически заторможенного потока в выходном сечении канала за вычетом потерь полного напора на участке внезапного расширения потока.

Тогда

$$\begin{aligned} p^c &= p^l \left(1 - \frac{k_{cm} - 1}{k_{cm} + 1} \lambda^{l2} \right)^{-\frac{k_{cm}}{k_{cm} - 1}} - \xi_c \frac{\rho_{cm}^l u_{cm}^{l2}}{2} = \\ &= p^l \left(1 - \frac{k_{cm} - 1}{2k_{cm}} \frac{u_{cm}^{l2}}{R_{cm} T_a^l} \right)^{-\frac{k_{cm}}{k_{cm} - 1}} - \xi_c \frac{\rho_{cm}^l u_{cm}^{l2}}{2}, \end{aligned} \quad (12.23)$$

где ξ_c — коэффициент потерь напора (гидродинамических потерь) на участке внезапного расширения.

Температура торможения T_a^l выражается через температуру в камере T_K так:

$$T_a^l = \varphi_K T_K. \quad (12.24)$$

Для расхода $G_{кр}$ через критическое сечение сопла справедливо выражение

$$G_{кр} = \varphi_p \sqrt{k_{cm}} \left(\frac{2}{k_{cm} + 1} \right)^{\frac{k_{cm} + 1}{2(k_{cm} - 1)}} \frac{p^c F_{кр}}{\sqrt{\varphi_K R_{cm} T_K}} = \varphi_p \Gamma(k_{cm}) \frac{p^c F_{кр}}{\sqrt{\varphi_K R_{cm} T_T}}, \quad (12.25)$$

где $\Gamma(k_{cm}) = \sqrt{k_{cm}} \left(\frac{2}{k_{cm} + 1} \right)^{\frac{k_{cm} + 1}{2(k_{cm} - 1)}}$; φ_p — коэффициент расхода, отнесенный к давлению p^c .

Применение (12.25) к нестационарному процессу двухфазного потока через сопло справедливо лишь в том случае, когда характерное время нестационарного процесса много больше времени пробега волны разрежения по объему, из

которого вытекают продукты горения. Как и в случае сечения $x = 0$, систему уравнений для случая $x = L$ на основании соотношений (12.21)...(12.25) можно записать так:

$$\begin{aligned}
 V^c \frac{d\rho_{\text{см}}^c}{dt} &= S^c \rho_{\text{т}} u_{\text{т}}^c + \rho_{\text{см}}^l F^l u_{\text{см}}^l - \varphi_{\text{п}} \Gamma \frac{p^c F_{\text{кр}}}{\sqrt{\varphi_{\text{к}} R_{\text{см}} T_{\text{см}}^c}}; \\
 \rho^c V^c \frac{d}{dt} (c_V T_{\text{см}}^c) &= S^c \rho_{\text{т}} u_{\text{т}}^c (\varphi_{\text{к}} H_{\text{см}} - c_V T_{\text{см}}^c) + \\
 + \rho_{\text{см}}^l F^l u_{\text{см}}^l (c_p T_{\text{см}}^l - c_V T^c) - \varphi_{\text{п}} \Gamma \frac{p^c F_{\text{кр}}}{\sqrt{\varphi_{\text{к}} R_{\text{см}} T_{\text{см}}^c}} (c_p - c_V) T_{\text{см}}^c; \\
 p^c &= p^l \left(1 - \frac{k_{\text{см}} - 1}{2k_{\text{см}}} \frac{u_{\text{см}}^{l2}}{R_{\text{см}} T_{\text{а}}^l} \right)^{-\frac{k_{\text{см}}}{k_{\text{см}} - 1}} - \xi^c \frac{\rho_{\text{см}}^l u_{\text{см}}^{l2}}{2}, \\
 T_{\text{а}}^l &= \varphi_{\text{к}} T_{\text{к}}; \\
 p^c &= \rho_{\text{см}}^c R_{\text{см}} T_{\text{см}}^c; \\
 u_{\text{т}}^c &= a(p^{\text{а}})^v.
 \end{aligned} \tag{12.26}$$

Значение величин $\rho_{\text{т}}$, $\varphi_{\text{п}}$, Γ , c_V , c_p , $R_{\text{см}}$, $k_{\text{см}}$, $\varphi_{\text{к}}$, $H_{\text{см}}$, ξ^c , a , v считаем известными. Поверхность S^c , объем V^c и площадь F^l считаются изменяющимися пренебрежимо мало за характерное время нестационарного процесса. Система (12.26) состоит из шести уравнений для определения пяти величин: $\rho_{\text{см}}^c$, p^c , $T_{\text{см}}^c$, $T_{\text{а}}^l$, $u_{\text{т}}^c$. Таким образом, показано, что в сечении $x = L$ устанавливается одно граничное условие, связывающее параметры ρ^l , $\rho_{\text{см}}^l$, $u_{\text{см}}^c$, $T_{\text{см}}^l$. Системы (12.17) и (12.26) образуют полную совокупность граничных условий в задаче о нестационарном движении двухфазного потока в канале заряда.

Если пренебречь объемом V^c (т. е. считать, что $V^c = 0$ и $S^c = 0$), то систему (12.26) можно упростить. Из первого уравнения следует

$$\rho^l F^l u_{\text{см}}^l = \varphi_{\text{п}} \Gamma \frac{p^c F_{\text{кр}}}{\sqrt{\varphi_{\text{к}} R_{\text{см}} T_{\text{см}}^c}}. \tag{12.27}$$

Безразмерную скорость λ^l можно определить по соотношению

$$\lambda^{l2} = \frac{k_{\text{см}} + 1}{2k_{\text{см}}} \frac{u_{\text{см}}^{l2}}{R_{\text{см}} T_{\text{а}}^l}. \tag{12.28}$$

Используя уравнение состояния

$$p^l = \rho_{\text{см}}^l R_{\text{см}} T_{\text{см}}^l, \tag{12.29}$$

и выражая p^c и $T_{\text{а}}^l$ из соотношений системы (12.26), при использовании (12.27), (12.28) можно получить вместо (12.26) одно условие:

$$\frac{F^l}{F_{\text{кр}}} = \varphi_{\text{п}} \left(\frac{2}{k_{\text{см}} + 1} \right)^{\frac{1}{k_{\text{см}} - 1}} \frac{1}{\lambda^l} \left[\left(1 - \frac{k_{\text{см}} - 1}{k_{\text{см}} + 1} \lambda^{l2} \right)^{-\frac{1}{k_{\text{см}} - 1}} - \xi^c \frac{k_{\text{см}}}{k_{\text{см}} + 1} \lambda^{l2} \right]. \tag{12.30}$$

Предположив дополнительно, что $\varphi_{\text{п}} = 1$ и $\xi^c = 0$, можно записать

$$\frac{F_{\text{кр}}}{F^l} = \left(\frac{2}{k_{\text{см}} + 1} \right)^{-\frac{1}{k_{\text{см}} - 1}} \lambda^l \left(1 - \frac{k_{\text{см}} - 1}{k_{\text{см}} + 1} \lambda^{l2} \right)^{-\frac{1}{k_{\text{см}} - 1}}. \tag{12.31}$$

Последнее соотношение представляет собой простейшее граничное условие в выходном сечении канала при движении в нем двухфазных продуктов горения.

В общем случае для одноканального заряда с дополнительными объемами и поверхностями горения в сопле и донной части при движении двухфазных продуктов горения в канале граничные условия представляются в виде системы (12.17), (12.26) или для случая $V^a = 0$, $S^a = 0$ и $V^c = 0$, $S_c = 0$ системой (12.18) и уравнением (12.31).

Таким образом, чтобы решить краевую задачу о движении двухфазной среды в канале с массопритоком со стенок в квазиодномерном приближении, необходимо решить систему (12.9) с граничными условиями (12.18), (12.31). Для удобства решения систему (12.9) приведем к безразмерному виду. Все термодинамические величины отнесем к параметрам торможения p_0 , ρ_0 , a_0 , линейные размеры канала — к радиусу наименьшего сечения сопла, а линейные размеры частиц — к некоторой масштабной величине r^* , значение которой может меняться для разных задач:

$$\begin{aligned}\bar{p} &= \frac{p}{p_0}; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0}; \quad \bar{u} = \frac{u}{a_0}; \\ L &= \frac{L}{r_{\text{кр}}}; \quad \bar{r} = \frac{r}{r_*}; \quad \bar{y}^0 = \frac{y^0}{r_{\text{кр}}}; \quad \bar{t} = \frac{ta_0}{k_{\text{кр}}}; \\ \bar{f}_{01} &= f_{01}\rho_0 r_*^4; \quad \bar{f}_{0s} = f_{0s}\rho_0 r_*^4; \\ \bar{f}_m &= f_m r_{\text{кр}} r_*^3; \quad \bar{f}_s = f_s r_{\text{кр}} r_*^3.\end{aligned}$$

Система (12.9) в безразмерном виде выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}& \frac{\partial \bar{\rho}_i Y^2}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial}{\partial \bar{X}} (\bar{\rho}_i \bar{u}_r \bar{Y}^2) = 2\bar{\rho}_i \bar{u}_r g_i \bar{Y} - \\& - 4\pi \bar{Y}^2 \delta^{ik} \frac{\nu_{\text{к}} \mu_{\text{к}}}{\nu_{\text{м}} \mu_{\text{м}}} \int_0^\infty \bar{\rho}_{\text{м}}^0 \bar{r}^2 \bar{f}_{\text{м}} \bar{u}_{\text{м}} d\bar{r} + \bar{Y}^2 \sum_{r=1}^n \nu_{ri} \mu_r \bar{I}_r; \\& \frac{\partial}{\partial \bar{t}} (\bar{f}_{\text{м}} \bar{Y}^2) + \frac{\partial}{\partial \bar{X}} (\bar{f}_{\text{м}} \bar{u}_{\text{м}} \bar{Y}^2) - \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{f}_{\text{м}} \bar{u}_{\text{м}} \bar{Y}^2) = 2 \frac{r_{\text{кр}}}{r_*} \bar{Y} g_{N-1} \bar{\rho}_{\text{т}} \bar{u}_{\text{т}} \bar{f}_{01}; \\& \frac{\partial}{\partial \bar{t}} (\bar{f}_{\text{s}} \bar{Y}^2) + \frac{\partial}{\partial \bar{X}} (\bar{f}_{\text{s}} \bar{u}_{\text{s}} \bar{Y}^2) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{f}_{\text{s}} \bar{u}_{\text{s}} \bar{Y}^2) = \\& = 4\pi \frac{r_{\text{кр}}}{r_*} Y^2 \bar{f}_{0s} K \frac{\nu_s \mu_s}{\nu_{\text{м}} \mu_{\text{м}}} \int_0^\infty \bar{\rho}_{\text{м}}^0 \bar{r}^2 \bar{f}_{\text{м}} \bar{u}_{\text{м}} d\bar{r} + J \delta(r - r^*) Y^2 \frac{r_{\text{кр}}}{r_*}; \\& \bar{\rho}_{\text{г}} \frac{\partial \bar{u}_{\text{г}} \bar{Y}^2}{\partial \bar{t}} + \bar{\rho}_{\text{г}} \bar{u}_{\text{г}} \frac{\partial}{\partial \bar{X}} (\bar{u}_{\text{г}} \bar{Y}^2) - (\bar{u}_{\text{г}} \bar{Y}^2) = -\frac{1}{K} \frac{\partial (\bar{p} \bar{Y}^2)}{\partial \bar{X}} - \\& - \frac{4}{3} \pi \bar{Y}^2 \frac{r_*}{r_{\text{кр}}} \left(\int_0^\infty \bar{\rho}_{\text{м}}^0 \bar{r}^3 \bar{f}_{\text{м}} \bar{F}_{\text{м}} d\bar{r} - \int_0^\infty \bar{\rho}_{\text{s}}^0 \bar{r}^3 \bar{f}_{\text{s}} \bar{F}_{\text{s}} d\bar{r} \right); \\& \frac{\partial \bar{u}_{\text{м}}}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_{\text{м}} \frac{\partial \bar{u}_{\text{м}}}{\partial \bar{X}} = \bar{F}_{\text{м}}; \\& \frac{\partial \bar{u}_{\text{s}}}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_{\text{s}} \frac{\partial \bar{u}_{\text{s}}}{\partial \bar{X}} = \bar{F}_{\text{s}};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \bar{\rho}_r \frac{\partial \bar{H}_r \bar{Y}^2}{\partial t} + \bar{u}_r \bar{\rho}_r \frac{\partial \bar{H}_r \bar{Y}^2}{\partial X} = \frac{1}{K} \frac{\partial (\bar{p} \bar{Y}^2)}{\partial t} + \\
& + \bar{\rho}_r \bar{U} \bar{Y}^2 + \frac{4}{3} \pi \bar{Y}^2 \left(\bar{E}_r - \bar{E}_k + \frac{\bar{p}}{K \bar{\rho}_r} \right) \frac{v_{k\mu_k}}{v_{m\mu_m}} \int_0^\infty \bar{\rho}_m^0 \bar{r}^2 \bar{f}_m \bar{u}_m d\bar{r} + \\
& + \frac{4}{3} \pi \bar{Y}^2 \frac{r_*}{r_{kp}} \left[\int_0^\infty \bar{\rho}_m^0 \bar{r}^3 (\bar{q}_{m\Gamma} + \bar{q}_{m\Phi}) \bar{f}_m d\bar{r} + \right. \\
& + \left. \int_0^\infty \bar{\rho}_m^0 \bar{r}^3 (\bar{q}_{s\Gamma} + \bar{q}_{s\Phi}) \bar{f}_s d\bar{r} + \int_0^\infty \bar{\rho}_m^0 \bar{r}^3 \bar{F}_m \bar{u}_r \bar{f}_m d\bar{r} + \int_0^\infty \bar{\rho}_s^0 \bar{r}^3 \bar{F}_s \bar{u}_r \bar{f}_s d\bar{r} \right]; \\
& \frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{E}_s + \frac{\bar{u}_m^2}{2} \right) + \bar{u}_m \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{E}_m + \frac{\bar{u}_m^2}{2} \right) = \frac{3}{r} \left(\bar{E}_k + \frac{\bar{u}_r^2}{2} \right) \frac{v_{k\mu_k}}{v_{m\mu_m}} v_m + \bar{F}_m \bar{u}_m - \bar{q}_{m\Gamma} - \bar{q}_{m\Phi}; \\
& \frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{E}_s + \frac{\bar{u}_s^2}{2} \right) + \bar{u}_s \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{E}_s + \frac{\bar{u}_s^2}{2} \right) = \bar{F}_s \bar{u}_s - \bar{q}_{s\Gamma} - \bar{q}_{s\Phi}; \\
& \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} = R\bar{T}.
\end{aligned}$$

12.4. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК ДВУХФАЗНЫХ РЕАГИРУЮЩИХ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ

12.4.1. ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Во многих практически важных случаях, таких как разработка нового вида топлива, определение содержания в нем процента алюминия, выбор геометрии заряда и т. п., очень важно знать количество несгоревшего в камере алюминия. Предварительные расчеты, проведенные до момента создания и испытания двигателя, могут повлиять на концепцию выбора химического состава топлива, параметров рабочего процесса в КС и сопле двигателя (температуру в камере, давление и т. п.). Постановка задачи в данном случае несколько упрощается. Конкретный вид функции распределения частиц окиси в этом случае не представляет интереса, так как определение двухфазной составляющей потерь удельного импульса можно проводить по общепринятой методике, считая, что на входе в сопло известны r_{43} и σ . В этом случае естественно предположить, что вся окись, образовавшаяся в данном сечении потока, мгновенно конденсируется. Граничная функция распределения частиц окиси может быть выбрана из данных экспериментов по сгоранию одиночных частиц алюминия или задана априори по какому-либо закону.

12.4.2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ, КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Пусть для определенности заряд имеет форму моноблочного цилиндра (КС без донного объема $V^n = 0$, $S^n = 0$). Граница канала не зависит от координаты x , т. е. $y(x) = r_k$. Схема заряда приведена на рисунке 12.1. Краевая задача в этом случае описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i u_r) &= \frac{2}{r_K} \rho_T u_T g_i - 4\pi \delta^{ik} \frac{v_K \mu_K}{v_M \mu_M} \int_0^\infty \rho_M^0 r^2 f_M v_M dr + \sum_{r=1}^n v_{ri} \mu_r I_r; \\
\frac{\partial}{\partial t} f_M + \frac{\partial}{\partial x}(f_M u_M) - \frac{\partial}{\partial r}(f_M u_M) &= 2g_{N-1} \rho_T u_T f_{01} \frac{r_{KP}}{r_* r_K}; \\
\frac{\partial}{\partial x} f_s + \frac{\partial}{\partial x}(f_s u_s) &= 4\pi \frac{r_{KP}}{r_*} f_{0s} K \frac{v_s \mu_s}{v_M \mu_M} \int_0^\infty \rho_M^0 r^2 f_M v_M dr; \\
\rho_r \frac{\partial u_r}{\partial t} + \rho_r u_r \frac{\partial u_r}{\partial x} &= -\frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{4}{3} \pi \frac{r_*}{r_{KP}} \left(\int_0^\infty \rho_M^0 r^3 f_M F_M dr + \int_0^\infty \rho_s^0 r^3 f_s F_s dr \right); \\
\frac{\partial u_M}{\partial t} + u_M \frac{\partial u_M}{\partial x} &= F_M; \\
\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} &= F_s; \\
\rho_r \frac{\partial H_r}{\partial t} + u_r \rho_r \frac{\partial H_r y^2}{\partial x} &= \frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial t} + \\
+ \rho_r U + \frac{4}{3} \pi \left(E_r - E_K + \frac{p}{\rho_r K} \right) \frac{v_K \mu_K}{v_M \mu_M} \int_0^\infty \rho_M^0 r^2 f_M v_M dr &+ \frac{4}{3} \pi \frac{r_*}{r_{KP}} \times \\
\times \left[\int_0^\infty \rho_M^0 r^3 (q_{M\Gamma} + q_{M\Phi}) f_M dr + \int_0^\infty \rho_s^0 r^3 (q_{s\Gamma} + q_{s\Phi}) f_s dr + \int_0^\infty \rho_M^0 r^3 F_M u_r f_M dr + \int_0^\infty \rho_s^0 r^3 F_s u_r f_s dr \right]; \\
\frac{\partial}{\partial t} \left(E_M + \frac{u_M^2}{2} \right) + u_M \frac{\partial}{\partial x} \left(E_M + \frac{u_M^2}{2} \right) &= \frac{3}{r} \left(E_K + \frac{u_r^2}{2} \right) \frac{v_K \mu_K}{v_M \mu_M} v_M + F_M u_M - q_{M\Gamma} - q_{M\Phi}; \\
\frac{\partial}{\partial t} \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) + u_s \frac{\partial}{\partial x} \left(E_s + \frac{u_s^2}{2} \right) &= F_s u_s - q_{s\Gamma} - q_{s\Phi}; \\
\frac{p}{\rho} &= RT
\end{aligned} \tag{12.32}$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} (c_v T_\Gamma^0) &= \frac{2\rho_T \pi r_K u_T^0}{\rho_\Gamma^0} (H_r - c_p T_\Gamma^0) + \frac{1}{\rho_\Gamma^0} \frac{d\rho_\Gamma^0}{dt} (c_p - c_v) T_\Gamma^0, \\
p^0 &= \rho_\Gamma^0 R T_\Gamma^0; \\
\frac{r_{KP}^2}{r_K^2} &= \left(\frac{2}{k_{CM} + 1} \right)^{-\frac{1}{k_{CM}-1}} \cdot \lambda^l \left(1 - \frac{k_{CM}-1}{k_{CM}+1} \lambda^{12} \right)^{\frac{1}{k_{CM}-1}}, \\
u_\Gamma^0 &= 0.
\end{aligned} \tag{12.33}$$

Граничные условия для двухфазного потока на левой границе совпадают с условиями для чистого газа, так как в сечении $x = 0$, $\rho_s = 0$ и $\rho_M = 0$. Это означает, что в сечении $x = 0$ нет частиц, которые приходили бы в это сечение из донного объема.

Аналитическое решение задачи (12.32), (12.33) без существенных упрощений в ближайшее время, видимо, не будет получено. Но даже упрощенные решения несут в себе определенную ценную научную информацию. Приведем

такое решение. Запишем уравнение движения для горячих частиц металла в виде

$$\frac{\partial u_{\text{м}}}{\partial t} + u_{\text{м}} \frac{\partial u_{\text{м}}}{\partial x} + K_F(u_{\text{г}} - u_{\text{м}}) = 0, \quad (12.34)$$

для течений с массоприходом со стенок и при $u_{\text{г}}(t, 0) = 0$ распределение скорости газа вдоль канала близко к линейному, и можно записать, что $u_{\text{г}}(t, x) = px$. Начальное приближение для скорости частиц можно принять в виде $u_{\text{м}}(0, x) = (p/2)x$; $p = \text{const}$.

Характеристики уравнения (12.34) имеют вид:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = u_{\text{м}}; \quad \frac{\partial u_{\text{м}}}{\partial t} = -K_F(u_{\text{г}} - u_{\text{м}}). \quad (12.35)$$

Тогда уравнение (12.34) можно записать так:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} - K_F \frac{dx}{dt} + K_F p x = 0. \quad (12.36)$$

Далее представим решение в виде

$$x = Ce^{\alpha t}.$$

Тогда

$$C\alpha^2 e^{\alpha t} - K_F \alpha C e^{\alpha t} + C K_F p e^{\alpha t} = 0;$$

$$\alpha^2 - K_F \alpha + K_F p = 0;$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{K_F}{2} \pm \sqrt{\frac{K_F^2}{4} - K_F p}.$$

Общее решение уравнения (12.36) имеет вид

$$x = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t}.$$

Дифференцируя, получим

$$u_{\text{м}} = C_1 \alpha_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 \alpha_2 e^{\alpha_2 t}.$$

Константу C_1 получим по соотношению

$$C_1 = \frac{\begin{vmatrix} x & e^{\alpha_2 t} \\ u_{\text{м}} & \alpha_2 e^{\alpha_2 t} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{\alpha_1 t} & e^{\alpha_2 t} \\ \alpha_1 e^{\alpha_1 t} & \alpha_2 e^{\alpha_2 t} \end{vmatrix}} = \frac{\alpha_2 x - u_{\text{м}}}{e^{\alpha_1 t} (\alpha_2 - \alpha_1)}.$$

Поступая аналогично, получим выражение для C_2 :

$$C_2 = \frac{\alpha_1 x - u_{\text{м}}}{e^{\alpha_2 t} (\alpha_2 - \alpha_1)}.$$

Тогда

$$\Phi(C_1, C_2) = 0.$$

Поскольку Φ произвольная функция, можно записать:

$$\frac{u_{\text{м}} - \alpha_2 x}{e^{\alpha_1 t} (\alpha_2 - \alpha_1)} = \varphi \left[\frac{u_{\text{м}} - \alpha_1 x}{e^{\alpha_2 t} (\alpha_2 - \alpha_1)} \right] = 0.$$

Положим, имеет место линейная зависимость

$$\zeta \frac{u_{\text{м}} - \alpha_2 x}{e^{\alpha_1 t} (\alpha_2 - \alpha_1)} + \frac{u_{\text{м}} - \alpha_1 x}{e^{\alpha_2 t} (\alpha_2 - \alpha_1)} = 0$$

или

$$\zeta(u_{\text{м}} - \alpha_2 x) + u_{\text{м}} - \alpha_1 x = 0.$$

Используя

$$u_{\text{м}}(0, x) = \frac{p}{2} x,$$

получим

$$\zeta = \frac{\alpha_1 - p/2}{\alpha_2 - p/2}.$$

Тогда окончательно

$$u_{\text{м}} = \frac{\zeta \alpha_2 e^{\alpha_2 t} - \alpha_1 e^{\alpha_1 t}}{\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}} x.$$

Функцию распределения частиц металла получим в результате решения уравнения

$$\frac{\partial y^2 f}{\partial t} + \frac{\partial y^2 f u_{\text{м}}}{\partial x} - \frac{\partial y^2 f v_{\text{г}}}{\partial r} = 2g_1 \rho_{\text{т}} u_{\text{т}} f_{01} y.$$

Положим, что

$$y = \text{const}; \quad v_{\text{г}} = \frac{B}{r^{1/2}}; \quad A = 2g_1 \rho_{\text{т}} u_{\text{т}}.$$

Тогда

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u_{\text{м}} \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{B}{r^{1/2}} \frac{\partial f}{\partial r} = A \frac{f_{01}}{y} - f \left[\frac{B}{2r^{3/2}} + \frac{\partial u_{\text{м}}}{\partial x} \right]$$

или

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u_{\text{м}} \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{B}{r^{1/2}} \frac{\partial f}{\partial r} = A \frac{f_{01}}{y} - f \left[\frac{B}{2r^{3/2}} + \frac{\zeta \alpha_2 e^{\alpha_2 t} - \alpha_1 e^{\alpha_1 t}}{\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}} \right].$$

Решая последнее уравнение, как выше, методом характеристик и используя выражение для $u_{\text{м}}$, получим:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= u_{\text{м}} = \frac{\zeta \alpha_2 e^{\alpha_2 t} - \alpha_1 e^{\alpha_1 t}}{\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}} x; \\ \frac{dx}{x} &= \frac{\zeta \alpha_2 e^{\alpha_2 t} - \alpha_1 e^{\alpha_1 t}}{\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}} dt; \\ d \ln x &= d \ln (\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}) + d \ln C_x; \\ x &= C_x (\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}), \quad C_x = \text{const}. \end{aligned}$$

Решаем следующее уравнение:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{B}{r^{1/2}}; \quad \frac{2}{3} r^{3/2} + Bt = C_r = \text{const}.$$

Решение уравнения характеристик для функции распределения

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{A}{y} f_{01} - f \left[\frac{B}{3(C_r - Bt)} + \frac{\zeta \alpha_2 e^{\alpha_2 t} - \alpha_1 e^{\alpha_1 t}}{\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}} \right]$$

имеет вид

$$C_f = f \frac{\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}}{(C_r - Bt)^{1/3}} - \frac{A}{y} \int \frac{\zeta e^{\alpha_2 \theta} - e^{\alpha_1 \theta}}{(C_r - B\theta)^{1/3}} f_{01} d\theta.$$

Общее решение можно записать так:

$$C_f = \Psi(C_r, C_x),$$

где Ψ — произвольная функция.

Окончательно

$$f = \frac{A}{y} \frac{(2/3)^{1/3} \cdot r^{1/2}}{\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}} \int \frac{\zeta e^{\alpha_2 \theta} - e^{\alpha_1 \theta}}{(2/3 r^{3/2} + Bt - B\theta)^{1/3}} f_{01}(\theta) d\theta + \frac{(2/3)^{1/3} r^{1/2}}{\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}} \Psi \left(\frac{2}{3} r^{3/2} + Bt, \frac{x}{\zeta e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_1 t}} \right). \quad (12.37)$$

Из уравнения (12.37) следует, что эволюция функции распределения горящих частиц зависит от граничной функции распределения f_{01} , координаты, времени, массоприхода со стенок, модели горения частиц и геометрии канала заряда ТТ.

12.5. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ОДНОМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНЫХ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В СОПЛЕ

При выходе основных уравнений течения двухфазного рабочего вещества, состоящего из конденсированных частиц одинаковых размеров, примем следующие допущения:

- среда является двухскоростной и двухтемпературной, т. е. в каждой точке двухфазного потока существуют две скорости и две температуры — скорость и температура газа и частиц;
- совокупность частиц принимается непрерывно распределенной по всему объему с условной плотностью $\rho_{\text{ч}}$, равной произведению численной концентрации частиц в единице объема на массу одной частицы;
- течение стационарное, массовый расход газа и частиц вдоль по течению постоянны;
- давление создается только газом, влиянием частицы можно пренебречь;
- частицы являются сферами одинакового радиуса и не взаимодействуют между собой и со стенками сопла;
- система теплоизолирована, теплообмен между частицами и газом осуществляется только путем конвекции;
- объемом, занимаемым частицами, а также гравитационными и электрическими силами можно пренебречь;
- вязкие силы проявляются только при взаимодействии частиц с газом; уско-рение частиц обусловлено действием этих же сил;
- вследствие высокой теплопроводности материала частиц их температура постоянна по всему объему частиц;

- газ является идеальным, химически не реагирующим, а теплоемкость газа и частицы постоянны.

Уравнение движения конденсированной (жидкой или твердой) частицы можно записать в виде

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{ч}} \frac{dv_{\text{ч}}}{dt} = C_D \pi r^2 \frac{\rho(v - v_{\text{ч}})^2}{2}, \quad (12.38)$$

где r — радиус частицы; $C_D = 24/\text{Re}$ — коэффициент сопротивления частицы при стоксовском режиме обтекания; $\text{Re} = \rho|v - v_{\text{ч}}|2r/\mu$ — число Рейнольдса для потока газа, движущегося относительно частиц.

При движении газа относительно частиц число Маха определяется по зависимости $M = \frac{|v - v_{\text{ч}}|}{d}$. При этом скорость звука может принимать двоякое значение. Если энтальпия газа $i = i(p, T)$, то скорость звука

$$a = \left[\frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{\partial \rho}{\partial T} \left(\frac{\partial i}{\partial T} \right)^{-1} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{\partial i}{\partial p} \right) \right]^{-\frac{1}{2}},$$

а когда энтальпия газа $i = c_p T$, то скорость звука $a = \sqrt{nRT}$.

Вводя функцию сопротивления

$$f_D(M, \text{Re}) = \frac{C_D \text{Re}}{24},$$

формулу (12.38) можно представить в виде

$$\frac{dv_{\text{ч}}}{dt} = \frac{9}{2} f_D(M, \text{Re}) \frac{\mu}{r^2 \rho_{\text{ч}}} (v - v_{\text{ч}}). \quad (12.39)$$

Отсюда

$$v_{\text{ч}} \frac{dv_{\text{ч}}}{dx} = \frac{(v - v_{\text{ч}})}{t_1}, \quad (12.40)$$

где t_1 — время релаксации:

$$\frac{1}{t_1} = \frac{9}{2} f_D \frac{\eta}{r^2 \rho_{\text{ч}}}.$$

Конвективный теплообмен между газом и частицами описывается уравнением

$$\frac{4}{3}\pi \rho^3 \rho_{\text{ч}} c_{\text{ч}} \frac{dT_{\text{ч}}}{dt} = -4\pi r^2 a (T_{\text{ч}} - T), \quad (12.41)$$

где a — коэффициент теплоотдачи от частиц к газу; $c_{\text{ч}}$ — теплоемкость вещества жидкой или твердой частицы; T , $T_{\text{ч}}$ — соответственно температура газа и частицы.

Используя числа Прандтля и Нуссельта

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda}; \quad \text{Nu} = \frac{2ra}{\lambda},$$

уравнение (12.41) можно представить в виде

$$v_{\text{ч}} \frac{dT_{\text{ч}}}{dx} = \frac{(T - T_{\text{ч}})}{t_2}, \quad (12.42)$$

где t_2 — время релаксации:

$$\frac{1}{t_2} = \frac{3}{2} \frac{\text{Nu}}{\text{Pr}} \frac{c_p \eta}{\rho_{\text{ч}} c_{\text{ч}} r^2} = \frac{\text{Nu} c_p}{3 \text{Pr} f_D c_{\text{ч}} t_1}.$$

Из соотношений (12.40), (12.42) при постоянных v , T , t_1 , t_2 получим зависимость для определения скоростного и температурного отставания частиц

$$\Delta = \Delta_0 \exp\left(-\frac{t}{t_1}\right),$$

где под Δ понимается скоростное ($v - v_{\text{ч}}$) или температурное ($T - T_{\text{ч}}$) отставание, а Δ_0 соответствует Δ при $t = 0$.

Времена релаксации t_1 и t_2 равны времени, в течение которого отставание Δ уменьшается в e раз.

Применим теорему импульсов к среде, находящейся в момент времени t в элементарном объеме $Fvdt$, заключенном между сечениями и площадью F и $F + dF$. Изменение количества движения среды, находящейся в объеме $Fvdt$, отнесенное к интервалу времени dt , равно $d(\rho v + \rho_{\text{ч}} v_{\text{ч}} Fv)$. При этом изменение импульса частиц, проходящих за время dt через границы данного объема, равно $d[\rho_{\text{ч}} v_{\text{ч}} F(v - v_{\text{ч}})]$. Приравнявая общее изменение количества движения среды к изменению внешних сил давления $p dF - d(pF)$ и записав уравнение постоянства расхода газа и частиц

$$\rho v F = \dot{m} = \text{const}; \quad (12.43)$$

$$\rho_{\text{ч}} v_{\text{ч}} F = \dot{m}_{\text{ч}} = \text{const}, \quad (12.44)$$

при $z = \dot{m}_{\text{ч}} / \dot{m} = \text{const}$ получим

$$\rho v dv + \rho_{\text{ч}} v_{\text{ч}} dv_{\text{ч}} + dp = 0. \quad (12.45)$$

Аналогично можно получить и уравнение сохранения энергии:

$$\begin{aligned} & d \left[\left(\rho \frac{v^2}{2} + \rho E + \rho_{\text{ч}} \frac{v_{\text{ч}}^2}{2} + \rho_{\text{ч}} E_{\text{ч}} \right) Fv \right] = \\ & = d \left[\left(\rho_{\text{ч}} E_{\text{ч}} + \rho_{\text{ч}} \frac{v_{\text{ч}}^2}{2} \right) F(v - v_{\text{ч}}) \right] + d(pvF), \end{aligned} \quad (12.46)$$

где E , $E_{\text{ч}}$ — соответственно внутренняя энергия газа и частиц.

В результате преобразования и интегрирования (12.46) получим

$$\frac{v^2}{2} + E + \frac{p}{\rho} + z \left(E_{\text{ч}} + \frac{v_{\text{ч}}^2}{2} \right) = \text{const}. \quad (12.47)$$

Используя уравнение состояния для идеального газа

$$p = \rho RT, \quad (12.48)$$

а также известные соотношения

$$E = c_v T; \quad R = c_p - c_v; \quad E_q = c_q T_q,$$

из (12.47) получим

$$c_p T + \frac{v^2}{2} + z \left(c_q T_q + \frac{v_q^2}{2} \right) = E_0 = \text{const.} \quad (12.49)$$

Соотношения (12.40), (12.42)...(12.45) и (12.48), (12.49) образуют систему семи уравнений, содержащую семь неизвестных: p , ρ , v , T , p_q , v_q , T_q в любом сечении сопла заданной формы. Данную систему можно преобразовать к более удобному для вычислений виду, если исключить p , ρ , dT и ρ_q из уравнений расхода, состояния и энергии и подставить в уравнение (12.45). Проведя такую подстановку, после преобразований получим

$$\begin{aligned} \frac{d \ln v}{dx} &= \frac{1}{M^2 - 1} \frac{d \ln F}{dx} + \frac{z}{M^2 - 1} \times \\ &\times \left\{ M^2 \left[(n-1) \frac{v_q}{v} - n \right] \frac{dv_q}{v dx} + \frac{c_q}{c_p} \frac{dT_q}{T dx} \right\}, \end{aligned} \quad (12.50)$$

где $M = \frac{v}{\sqrt{nRT}}$ — число Маха.

Дифференциальное уравнение (12.50) может решаться численным интегрированием, например, методом Рунге — Кутты. Критическому сечению сопла соответствует $M = 1$. Как следует из анализа уравнения (12.50), сдвиг этого сечения в расширяющуюся часть сопла увеличивается с ростом содержания конденсированных частиц в газе, а также производных dv_q/dx и dT_q/dx .

Выразив v через M и T , исключив dT с помощью уравнения энергии, уравнение (12.50) можно представить в виде

$$\frac{(M^2 - 1)dM^2}{2M^2 \left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right)} = \frac{dF}{F} + \frac{(n-1)(1+nM^2)v}{n[2+(n-1)M^2]RT} (c_q dT_q + v_q dv_q) - \frac{z v dv_q}{RT}. \quad (12.51)$$

Неизвестные $M(x)$, $T(x)$, $v_q(x)$, $T_q(x)$ могут быть определены из уравнений (12.40), (12.42), (12.49), (12.51), поскольку скорость $v(x)$ выражается через $T(x)$ и $M(x)$.

Значения v_q и T_q в начальном сечении $x = x_n$ являются граничными условиями для интегрирования уравнений (12.40) и (12.42). Температура в этом сечении определяется из уравнения энергии (12.49). Начальное значение числа Маха зависит от формы сужающейся части сопла.

В случае отсутствия конденсированных частиц ($z = 0$) из (12.51) после интегрирования получается известная зависимость

$$\frac{F}{F_{кр}} = \frac{1}{M} \left[\frac{M^2(n-1)+2}{n+1} \right]^{\frac{n+1}{2(n-1)}},$$

где $F_{кр}$ — площадь критического сечения сопла.

**13.1. О ПОДОБИИ ПРОДОЛЬНОЙ И РАДИАЛЬНОЙ
СОСТАВЛЯЮЩИХ ВЕКТОРА СКОРОСТЕЙ**

В большинстве случаев при определении параметров рабочего процесса в камере сгорания РДТТ используется одномерная модель течения продуктов сгорания, построенная в предположении, что все параметры газового потока равномерно распределены (усреднены) по поперечному сечению канала. Такой подход в ряде случаев является весьма грубым и может привести к большим погрешностям, так как в действительности скорость газового потока существенно изменяется по поперечному сечению канала заряда ТТ. В этой связи наиболее строго параметры рабочего процесса и их изменение (например, давления) по длине камеры сгорания могут быть определены по пространственной (по крайней мере, двумерной) модели течения продуктов сгорания.

Однако система уравнений, описывающая пространственное течение продуктов сгорания, является сложной, и при ее решении в ряде случаев могут встретиться непреодолимые трудности.

В этой связи во многих частных случаях целесообразно использовать гидравлическую систему уравнений движения продуктов сгорания. Как уже указывалось, суть этой системы состоит в том, что в уравнения количества движения и энергии вводятся коэффициенты неравномерности, учитывающие закономерности распределения параметров газового потока по поперечному сечению канала заряда ТТ и его периметру.

Коэффициенты неравномерности (неоднородности) потока по поперечному сечению канала могут быть определены либо теоретически, на основе решения двумерной задачи течения продуктов сгорания, либо экспериментальным путем на специальных модельных установках. Решение этой проблемы теоретическим путем затруднено, так как необходимо решать пространственную задачу о течении продуктов сгорания в канале заряда ТТ, описываемую системой дифференциальных уравнений в частных производных по крайней мере от двух пространственных координат (аргументов) с соответствующими граничными

условиями, в том числе во входном и выходном сечениях канала заряда ТТ. Строгое решение будет соответствовать случаю, когда граничные условия во входном и выходном сечениях канала автоматически определяются в процессе интегрирования системы уравнений. В качестве приближенных методов можно использовать метод разделения переменных, построенный в предположении подобия продольных составляющих вектора скоростей по длине канала; метод, основанный на аппроксимации профиля скоростей однопараметрическим семейством кривых, удовлетворяющих соответствующим граничным условиям.

Второй метод по сути дела является разновидностью метода интегральных соотношений, роль которых играют гидравлические уравнения. Использование этого метода дает возможность, применяя гидравлические уравнения, перейти к обыкновенным дифференциальным уравнениям, что позволяет решить задачу об изменении скорости по длине канала. Недостаток этого метода состоит в том, что точность полученных результатов определяется главным образом не решением пространственной системы дифференциальных уравнений, а удачной аппроксимацией профиля скоростей.

Проиллюстрируем здесь принципиальные положения метода, в котором используется подобие продольных составляющих по длине канала вектора скоростей на случай ламинарного течения.

Это течение может быть описано в цилиндрической системе координат в виде следующих уравнений Навье — Стокса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial rv}{\partial x} + \frac{\partial rw}{\partial r} &= 0; \\ v \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right]; \\ v \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial rw}{\partial r} \right) \right], \end{aligned} \quad (13.1)$$

где ρ , p — плотность и давление продуктов сгорания; ν — кинематическая вязкость; v , w — продольная и радиальная составляющие вектора скорости.

Граничные условия:

1) на оси канала (при $r = 0$)

$$v = v_{oc}; \quad w = 0; \quad (13.2)$$

2) на поверхности канала (при $r = r_n$)

$$v = 0; \quad w = -w_{впр},$$

где v_{oc} — скорость на оси, являющаяся функцией координаты x ; $w_{впр}$ — скорость впрыска.

Подобие продольных составляющих вектора скоростей по длине канала можно представить в виде

$$v = \varphi(r)v_{oc}, \quad (13.3)$$

где $\varphi(r)$ — безразмерная функция радиуса r , описывающая распределение продольной составляющей скорости v по сечению канала.

Подобие радиальных составляющих скоростей по длине канала в условиях рассматриваемой задачи можно получить из первого уравнения системы (13.1), соотношения (13.3) и граничных условий (13.2). Подставляя выражение (13.3) в уравнение неразрывности и интегрируя его по r в пределах от $r = 0$ до r , получим

$$rw = -\frac{dv_{oc}}{dx} \int_0^r r \phi dr.$$

При $r = r_{\pi}$ получим

$$r_{\pi} w_{впр} = -\frac{dv_{oc}}{dx} \int_0^{r_{\pi}} r \phi dr.$$

Из этих двух выражений следует соотношение для подобия радиальных составляющих скоростей w по длине канала:

$$r_w = -\Psi(r) r_{\pi} w_{впр},$$

где $\Psi(r)$ — безразмерная функция радиуса r , описывающая распределение радиальной составляющей скорости w по сечению канала.

13.2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Как уже отмечалось, в общем случае процессы горения твердого топлива и течение продуктов сгорания в камере сгорания наиболее точно можно описать уравнениями физико-химической гидромеханики. Но недостаточность знаний о физико-химических процессах в зоне горения (К-фаза и газовая зона горения) твердых топлив практически лишает возможности совместного (на основе уравнений физико-химической гидромеханики) изучения процессов горения и движения продуктов сгорания в канале заряда твердого топлива. Поэтому, как правило, при изучении процессов горения рассматривается пограничный слой, а при изучении структуры газового потока — основное течение. В силу указанных обстоятельств при исследовании поперечной структуры газового потока в камере сгорания в двумерной постановке необходимо вводить ряд упрощающих предположений.

Прежде всего представим зону пламени в виде контактного разрыва, расположенного параллельно горячей поверхности, и примем, что при переходе через контактный разрыв полностью завершаются химические реакции и образуется однородная смесь газов.

Предположим, что фронт пламени совмещен с поверхностью горения конденсированной фазы заряда ТТ. Тогда процесс горения будет отождествляться с впрыском в канал высокотемпературного вещества через пористую стенку, которая перемещается со скоростью горения твердого топлива. Последняя считается известной функцией от параметров газового потока и может быть представлена в виде эмпирической или полуэмпирической зависимости. При указанных допущениях нестационарное, ламинарное течение однофазных продуктов сгорания в канале заряда твердого топлива может быть описано в цилиндрической системе координат (x, r) системой уравнений неразрывности,

количества движения, энергии, состояния вещества и изменения радиуса канала во времени:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[\left(\frac{\partial}{\partial r} r w \rho + \frac{\partial}{\partial x} \rho r v \right) \right] &= 0; \\
 \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial r} + v \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2\mu}{r^2} w + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\tau_r^{(r)} r) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_r^{(x)} r) \right]; \\
 \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + w \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\tau_x^{(r)} r) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_r^{(x)} r) \right]; \\
 \rho \left(\frac{\partial E}{\partial t} + w \frac{\partial E}{\partial r} + v \frac{\partial E}{\partial x} \right) &= \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial r} + w \tau_r^{(r)} + v \tau_x^{(r)} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x} \left[r \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + w \tau_r^{(x)} + v \tau_x^{(x)} \right) \right] \right\}; \\
 p &= \rho R T; \quad \partial r / \partial t = u,
 \end{aligned} \tag{13.4}$$

где w, v — проекции скоростей на оси r и x ; $\tau_r^{(r)}, \tau_x^{(x)}, \tau_r^{(x)}, \tau_x^{(r)}$ — напряжения трения; u — скорость горения заряда ТТ; λ — коэффициент теплопроводности продуктов сгорания; μ — динамическая вязкость; R — газовая постоянная; T — температура продуктов сгорания.

Уравнения для напряжения трения запишем в виде:

$$\begin{aligned}
 \tau_r^{(r)} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{3}{2} \mu \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r w) + \frac{\partial}{\partial x} (r v) \right]; \\
 \tau_x^{(x)} &= -\frac{3}{2} \mu \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r v) + \frac{\partial}{\partial r} (r w) \right] + 2\mu \frac{\partial v}{\partial x}; \\
 \tau_r^{(x)} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) = \tau_x^{(r)}; \\
 E &= c_p T + \left(\frac{v^2}{2} + \frac{w^2}{2} \right).
 \end{aligned}$$

В дальнейшем сжимаемостью газа будем пренебрегать. С учетом этого первые три уравнения системы (13.4) можно записать в таком виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial r} (r w) + \frac{\partial}{\partial x} (r v) &= 0; \\
 \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial r} + v \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2\mu}{r^2} w + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\tau_x^{(r)} r) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_r^{(x)} r) \right]; \\
 \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + w \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\tau_r^{(x)} r) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_x^{(x)} r) \right],
 \end{aligned} \tag{13.5}$$

а уравнения для напряжений трения — в виде:

$$\begin{aligned}
 \tau_x^{(x)} &= 2\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right); \quad \tau_r^{(r)} = 2\mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right); \\
 \tau_r^{(x)} &= \mu \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{13.6}$$

В результате комбинирования систем (13.5) и (13.6) уравнения, описывающие движение газа в канале заряда твердого топлива, в рамках принятых предположений принимают вид:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial r}(rw) + \frac{\partial}{\partial x}(rv) = 0; \\
 & \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial r} + v \frac{\partial w}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2\mu}{r^2} w + \\
 & + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(2\mu r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[r\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] \right\}; \\
 & \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + w \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[r\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu r \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\}; \\
 & \frac{\partial r}{\partial t} = u; \quad p = \rho RT.
 \end{aligned} \tag{13.7}$$

Краевые условия. Решение системы уравнений (13.7) будем искать при граничных условиях:

1) на цилиндрической поверхности

$$\begin{aligned}
 & 0 \leq x \leq l; \\
 & r = r_0 + \int_0^t u dt;
 \end{aligned}$$

2) на оси (прямой) канала

$$\begin{aligned}
 & 0 \leq x \leq l; \\
 & r = 0;
 \end{aligned}$$

3) для плоскости, проходящей через передний торец заряда,

$$\begin{aligned}
 & x = 0; \\
 & 0 \leq r \leq r_0 + \int_0^t u dt;
 \end{aligned}$$

4) для плоскости, проходящей через задний торец заряда,

$$\begin{aligned}
 & x = l; \\
 & 0 \leq r \leq r_0 + \int_0^t u dt.
 \end{aligned}$$

Граничные условия в рассматриваемом случае имеют вид:

1) на цилиндрической поверхности

$$v = 0; \quad w = u\rho_T/\rho; \tag{13.8}$$

2) на оси (прямой) канала

$$\partial v / \partial r = 0; \quad w = 0; \quad \partial p / \partial r = 0; \tag{13.9}$$

3) для плоскости, проходящей через передний торец заряда,

$$v = v(r, t), \quad w(r, t) \quad (13.10)$$

или

$$\partial w / \partial x = f_1(r, t); \quad \partial v / \partial x = f_2(r, t); \quad (13.11)$$

4) для плоскости, проходящей через задний торец заряда,

$$w = f_3(r, t), \quad v = f_4(r, t) \quad (13.12)$$

или

$$\partial w / \partial x = f_3(r, t); \quad \partial v / \partial x = f_4(r, t). \quad (13.13)$$

Для решения системы уравнений (13.7) необходимо кроме граничных условий задать начальные условия. Исходя из принципа квазистационарности, будем полагать, что для достаточно малого промежутка времени режим течения будет стационарным. Такое предположение не может внести существенные погрешности в точность результатов расчета, ибо здесь рассматривается эффект нестационарности, обусловленный только изменением радиуса канала заряда в процессе горения. Изменения скоростей w, v практически будут пропорциональны производной радиуса по промежутку времени, за который происходит это изменение:

$$\partial w / \partial t \sim \beta_1 (\partial r / \partial t) \Delta t; \quad \partial v / \partial t \sim \beta_2 (\partial r / \partial t) \Delta t,$$

где β_1, β_2 — размерные коэффициенты.

Естественно, уменьшая интеграл времени Δt , тем самым уменьшаем и вносимую ошибку.

13.3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ИНТЕГРАЛЬНОЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПРОФИЛЯ СКОРОСТЕЙ

Система уравнений (13.7) с граничными условиями (13.8)... (13.13), описывающая движение газа в канале заряда, является системой эллиптического типа. Приведем эту систему к одному дифференциальному уравнению в частных производных. С этой целью продифференцируем второе уравнение системы (13.15) по переменной x , а третье — по переменной r . Вычитая из первого полученного уравнения второе и вводя функцию тока Ψ_K , после преобразований получим

$$v \left(\frac{\partial^4 \Psi_K}{\partial r^4} + 2 \frac{\partial^4 \Psi_K}{\partial x^2 \partial r^2} + \frac{\partial^4 \Psi_K}{\partial x^4} \right) + \Phi = 0, \quad (13.14)$$

здесь через Φ обозначены члены, не содержащие производных четвертого порядка.

Уравнение (13.14) — в частных производных эллиптического типа. Оно непосредственно определяется в области $0 \leq x \leq l$, для которой

$$r_0 + \int_0^{t_{K-1}} u dt \leq r \leq r_0 + \int_0^{t_K} u dt.$$

В результате интегрирования дифференциального уравнения (13.16) по частям с использованием функции влияния получим следующее выражение для функции тока Φ в интегральной форме:

$$\begin{aligned} \Psi(x, r) = & -M \iint_S \Phi G dS + \int_0^{r_n} \left[G(\Psi_{\varepsilon\varepsilon} + \Psi_{\xi\xi\varepsilon}) - G_{\varepsilon}(\Psi_{\varepsilon\varepsilon} + \Psi_{\xi\xi}) \right]_{\varepsilon=0}^{\varepsilon=l} d\xi - \\ & - \int_0^l \left[\Psi_{\varepsilon}(G_{\varepsilon\varepsilon} + G_{\xi\xi\varepsilon}) - \Psi(G_{\xi\xi\varepsilon\varepsilon} + G_{\xi\xi\xi\varepsilon}) \right]_{\xi=0}^{\xi=r_n} d\varepsilon + \int_0^l \left[\Psi_{\varepsilon}(G_{\varepsilon\varepsilon} + G_{\xi\xi\varepsilon}) - \Psi(G_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon} + G_{\xi\xi\xi\varepsilon}) \right]_{\varepsilon=0}^{\varepsilon=l} d\xi + \\ & + \int_0^l \left[G_{\varepsilon}(\Psi_{\xi\xi\xi} + \Psi_{\varepsilon\varepsilon\xi}) - G_{\xi}(\Psi_{\varepsilon\varepsilon} + \Psi_{\xi\xi}) \right]_{\xi=0}^{\xi=r} d\varepsilon. \end{aligned} \quad (13.15)$$

Здесь G — функция влияния для оператора

$$\frac{\partial^4}{\partial r^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial r^2} + \frac{\partial^4}{\partial x^4},$$

имеющая вид

$$G = -\frac{1}{16\pi} [(\varepsilon - x)^2 + (\xi - r)^2] \ln[(\varepsilon - x)^2 + (\xi - r)^2],$$

где ε, ξ — переменные интегрирования;

$$M = \begin{cases} -1, & \text{если } (x, r) \text{ принадлежит внутренней области;} \\ 2, & \text{если } (x, r) \text{ находится на границе.} \end{cases}$$

Интегральное уравнение (13.15) решается методом последовательных приближений.

В качестве первого приближения можно выбрать решение, полученное в предположении существования подобия профиля продольной и радиальной составляющих скоростей и отсутствия сил вязкости. Безусловно, это приближение будет давать удовлетворительные результаты только для таких областей, где существует подобие скоростей и слабо сказывается влияние силы вязкости.

13.4. ПРОФИЛИ СКОРОСТЕЙ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ КАНАЛЕ ЗАРЯДА ТТ

Выражение для продольного и радиального профилей скоростей имеют вид:

$$v = U(x) \cos(0,5\pi\eta); \quad (13.16)$$

$$w = -(w_b / \bar{r}) \sin(0,5\pi\eta), \quad (13.17)$$

где $\bar{r} = r / r_w$; $\eta = r^{-2}$; $w_b = \rho_\tau u / \rho$.

В качестве примера для осесимметричного канала заряда ТТ проведены расчеты осевой и радиальной составляющих профиля скоростей.

На рисунке 13.1 приведено характерное развитие профиля скоростей по длине канала.

На рисунке 13.2 приведено распределение осевой составляющей профиля скоростей v в зависимости от r для различных значений текущей длины канала заряда ТТ.

На рисунке 13.3 приведена зависимость радиальной составляющей профиля скоростей w от η для различных $Re_{вд}$.

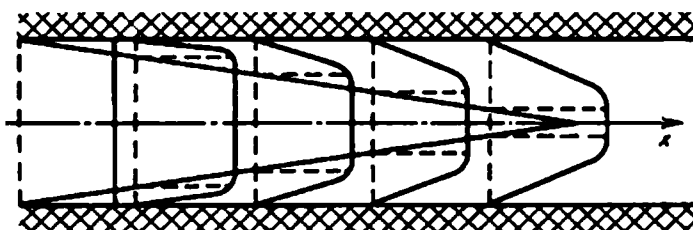


Рис. 13.1
Развитие профиля скорости по длине канала заряда ТТ

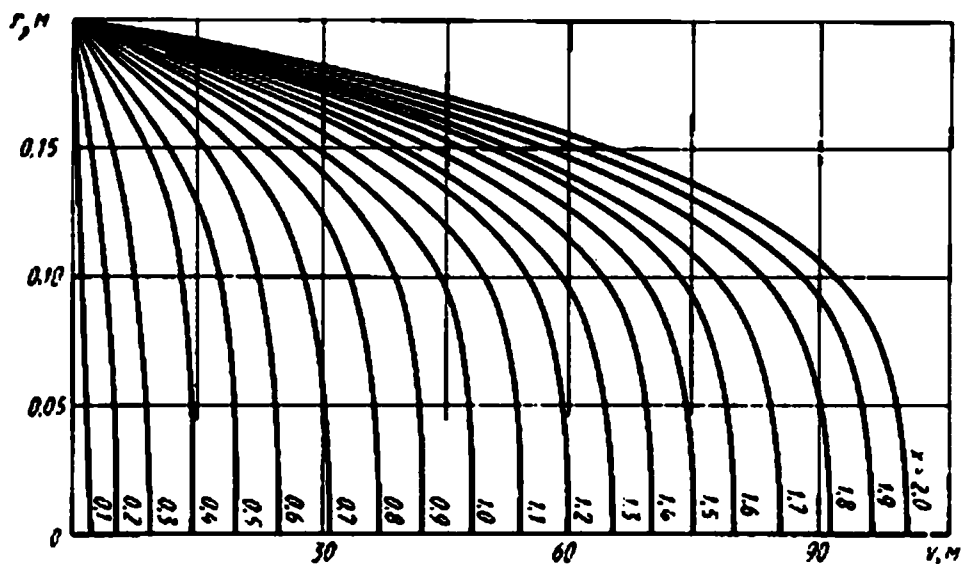


Рис. 13.2
Зависимость продольной составляющей вектора скорости в канале заряда ТТ при заданном профиле скоростей $A \cos \frac{\pi}{2} \left(\frac{r}{r_0} \right)^2$ от радиуса r для различных значений текущей длины канала заряда ТТ

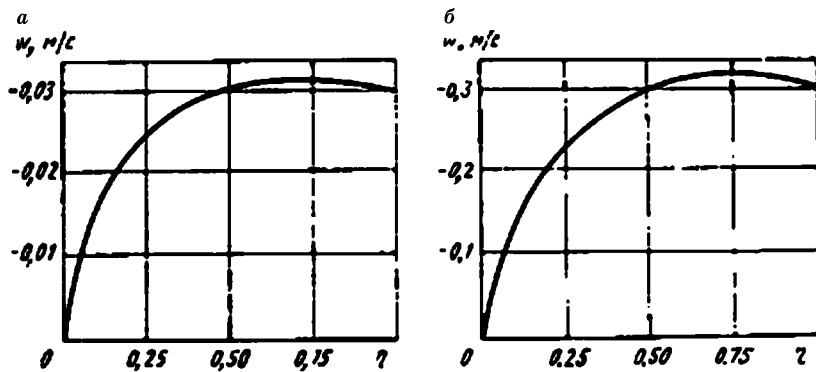


Рис. 13.3
Зависимость радиальной составляющей вектора скорости от параметра η :
 $a - Re_{вд} = 10$; $б - Re_{вд} = 100$.

14

ГЛАВА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ГОМОГЕННЫХ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ В КАНАЛАХ ЗАРЯДА ТТ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

14.1. ОБОСНОВАНИЕ ПРИНЯТЫХ ДОПУЩЕНИЙ

Для вывода основных уравнений введем ряд упрощающих предположений, позволяющих использовать математический аппарат для описания движения продуктов сгорания в камере сгорания.

Одним из наиболее важных упрощений является схематизация процесса горения. Будем представлять структуру пламени в виде расположенного параллельно горящей поверхности контактного разрыва, при переходе через который полностью завершаются химические реакции и образуется однородная газовая смесь. В условиях такого подхода пламя рассматривается, по выражению Д. Сполдинга, «как область, где к чистому веществу подводится определенное количество тепла». «Такой подход очень удобен и обычно не приводит к серьезным ошибкам», — пишет Д. Сполдинг.

Толщина зоны пламени, в которой в обычных условиях практически завершается горение твердого топлива, составляет доли миллиметра, следовательно, она пренебрежимо мала по сравнению с поперечными размерами газового потока в канале заряда.

Отмеченное обстоятельство позволяет сделать еще одно допущение, заключающееся в совмещении фронта пламени с поверхностью конденсированной фазы.

В результате процесс горения отождествляется с процессом впрыска в канал горячего газа через пористую стенку, перемещающуюся со скоростью горения топлива, являющейся известной функцией параметров газового потока, определяемой экспериментально или теоретически.

Такой подход дает возможность рассматривать течение продуктов сгорания ТТ в канале заряда в гидродинамической постановке.

Имея в виду, что толщина зоны горения в газовой фазе мала по сравнению с поперечными размерами канала, можно считать, что профиль температур в поперечном сечении канала близок к прямоугольному. Составляющие скорости газового потока, обусловленные процессом горения и перпендикулярные

к оси канала, малы, и, следовательно, индуцирующие их перепады давлений составляют незначительную величину по сравнению с уровнем давления в канале. С учетом этих замечаний и уравнения состояния следует считать, что профиль плотностей в поперечном сечении канала также близок к прямоугольному.

Таким образом, профили температур, давлений и плотностей потока продуктов сгорания по поперечному сечению канала можно считать прямоугольными.

Что же касается профиля продольной составляющей скоростей в поперечном сечении канала с пористыми стенками, через которые проводится несжимаемая жидкость, то он заметно отличается от прямоугольного.

При выводе уравнений движения для осредненных по сечению канала заряда ТТ параметров газового потока будем исходить из постоянства давления, плотности и температуры в поперечном сечении канала и учитывать переменность продольной составляющей скорости в поперечном сечении. Выражение для средней по сечению скорости $v_{\text{ср}}$ газового потока определяется из условия, чтобы расход газа через поперечное сечение канала, рассчитанный по средней скорости, был равен расходу, определенному с учетом переменности продольной составляющей, т. е.

$$v_{\text{ср}} = \frac{1}{F} \int_F v_x dF. \quad (14.1)$$

14.2. СИСТЕМА ИНТЕГРАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕЧЕНИЯ ГОМОГЕННЫХ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

Внутренняя полость РДТТ представляет собой сложную систему каналов, стенки которых образованы горящими и бронированными поверхностями заряда и внутренней поверхностью камеры сгорания.

С точки зрения характера течения продуктов сгорания можно выделить три типа каналов.

К первому типу отнесем каналы, течение в которых близко к одномерному, например, внутренний канал заряда и зазор между наружной поверхностью заряда и внутренней поверхностью стенки камер сгорания.

Течение продуктов сгорания в таких каналах может быть с достаточной точностью описано так называемыми гидравлическими уравнениями, близкими по своей структуре к уравнениям, получаемым по одномерной теории, и отличающимися от последних лишь наличием системы поправочных коэффициентов, учитывающих неравномерность распределения параметров газового потока по сечению канала.

Ко второму типу относятся каналы, течение в которых близко к двумерному. К каналам такого типа следует отнести, например, плоские каналы — щелевые конденсаторы зарядов ТТ. Основное течение в этих каналах осуществляется в плоскости щелей. Наличие поперечных течений может быть учтено при осреднении параметров течения по ширине щели.

К третьему типу относятся каналы с явно выраженным трехмерным течением. К каналам такого типа следует прежде всего отнести предсопловой объем многосоплового блока, объем у переднего дна двигателя и др.

Наибольшее место в камере сгорания занимают каналы первого типа, т. е. каналы, течение в которых близко к одномерному. Течение в каналах заряда ТТ этого типа описывается системой уравнений, зависящих от двух аргументов — времени и координаты, отсчитываемой вдоль гидравлической оси канала, а при квазистационарном движении — только от одного аргумента (координаты). В последнем случае решение сводится к интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Прежде всего остановимся на некоторых особенностях вывода интегральных уравнений сохранения массы, количества движения и энергии. При выводе этих уравнений, как правило, используется один из двух способов (подходов).

Первый из этих способов состоит в том, что рассматривается некоторая замкнутая деформируемая и непроницаемая для потока массы газа поверхность S , ограничивающая движущуюся газообразную частицу, занимающую некоторый контрольный объем V , к которой и применяются основные законы сохранения.

Второй способ состоит в том, что рассматривается неподвижная (недеформируемая) проницаемая замкнутая поверхность S , ограничивающая контрольный объем V . Поток массы втекает в рассматриваемый объем и вытекает из него через ограничивающую поверхность, соответственно внося и вынося вместе с собой потоки количества движения и энергии.

Из этих двух способов (подходов) наиболее строгим является первый, так как при его использовании основные физические законы сохранения формулируются для частиц постоянной массы. Второй подход в ряде случаев вызывает затруднения, например, при учете работы поверхностных сил в уравнении энергии, при учете «вносимого» количества движения в уравнении импульсов и др. Эти затруднения в основном определяются тем, что при втором подходе рассматривается частица переменной массы.

Однако при рассмотрении течения продуктов сгорания в канале заряда не применим ни первый, ни второй подходы, так как при выводе гидравлических уравнений приходится рассматривать некоторый контрольный объем V , ограниченный проницаемой деформируемой поверхностью S . Следовательно, в этом случае необходимо использовать более общий подход, заключающийся в получении некоторых физических соотношений, справедливых для произвольно движущегося проницаемого деформируемого контрольного объема.

В результате использования указанного подхода с соответствующими упрощениями получена следующая система интегрально-дифференциальных уравнений, состоящая из уравнений неразрывности, количества движения в проекциях на гидравлическую ось и энергии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iint_F \rho dF + \frac{\partial}{\partial x} \iint_F \rho v_x dF &= \int_h \rho_T u dh; \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint_F \rho v_x dF + \frac{\partial}{\partial x} \iint_F \rho v_x^2 dF &= - \frac{\partial}{\partial x} \iint_F \rho dF + \int_h p \sin(l, i) dh - \int_h \tau_{\text{бок}} dh; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \iint_F \rho \left(E + \frac{v^2}{2} \right) dF + \frac{\partial}{\partial x} \iint_F \left(E + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) dF = \\ & = \int_h \rho_T u \left(E + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) dh + \int_h q_{\text{бок}} dh + \iint_F \rho U_V dF. \end{aligned}$$

Дополним эту систему соотношениями, связывающими параметры газового потока.

Уравнение состояния. В дальнейшем будем полагать газ в камере сгорания РДТТ идеальным, удовлетворяющим уравнению состояния вида

$$p = \rho RT. \quad (14.2)$$

Уравнение горячей поверхности. Связь между площадью поперечного сечения канала заряда, периметром этого сечения и линейной скоростью горения определяется уравнением

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \int_h u dh. \quad (14.3)$$

Уравнения напряженного состояния. Связь между напряжениями трения и проекциями вектора скорости устанавливается так называемыми уравнениями напряженного состояния. Для случая ламинарного течения выражения для компонент тензора напряжений имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} + \mu' \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right); \\ \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right); \\ \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right); \\ \tau_{nn} &= 2\mu \frac{\partial v_n}{\partial n} + \mu' \left(\frac{\partial v_n}{\partial n} + \frac{\partial v_l}{\partial l} + \frac{\partial v_m}{\partial m} \right); \\ \tau_{nl} &= \mu \left(\frac{\partial v_n}{\partial l} + \frac{\partial v_l}{\partial n} \right). \end{aligned} \right\} \quad (14.4)$$

Установление уравнений напряженного состояния для турбулентного течения возможно лишь для некоторых частных случаев течения.

Уравнения для плотности тепловых потоков. Входящая в уравнение сохранения энергии проекция вектора плотности теплового потока на гидравлическую ось канала для случая молекулярной теплопроводности записывается по формуле Фурье

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (14.5)$$

Для определения плотности теплового потока через боковую стенку канала может быть использовано выражение Ньютона

$$q_{\text{бок}} = \alpha(T - T_n). \quad (14.6)$$

Естественно, что попытка применения этого выражения для вычисления теплового потока от продуктов сгорания к горячей поверхности связана со значительными трудностями, вызванными вычислением a и T_p , что составляет одну из главных проблем в теории горения. В газодинамической постановке задачи о течении газа в канале с распределенным газоприходом тепловые потоки к горячей поверхности могут вообще не учитываться.

Уравнение для относительной массовой доли газа в случае течения бинарной смеси. Ранее указывалось, что в некоторых случаях газы, втекающие в канал и образующиеся в процессе горения заряда, могут иметь разную природу; смешиваясь в канале, они образуют бинарную смесь. Применяя закон сохранения массы к одному из газов (например, к газу, образующемуся в процессе горения), получаем следующее уравнение для относительной массовой доли этого газа:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_F g_1 \rho dF + \frac{\partial}{\partial x} \iint_F g_1 \rho v_x dF - \int_h g_1 \rho \omega dh = 0. \quad (14.7)$$

Выражения для термодинамических параметров газовой смеси. В том случае, когда газ, втекающий в канал, и газ, образующийся в процессе горения топлива, имеют разную природу, термодинамические параметры газовой смеси выражаются через соответствующие параметры каждого из газов, образующих смесь, и относительные массовые доли газов. Для бинарной смеси имеем

$$\left. \begin{aligned} c_V &= c_{V1} g_1 + c_{V2} g_2; \\ c_p &= c_{p1} g_1 + c_{p2} g_2; \\ R &= R_1 g_1 + R_2 g_2. \end{aligned} \right\} \quad (14.8)$$

Выражение для внутренней энергии. Это выражение имеет вид

$$E = \int_0^T c_V dT.$$

В дальнейшем мы, как правило, будем пренебрегать переменностью теплоемкости c_V и полагать

$$E = c_V T. \quad (14.9)$$

Соотношения для скорости горения твердых топлив приведены в главе 8.

Во все уравнения этой системы входит величина «эффективного» параметра h , учитывающая нецилиндричность канала заряда.

Для заряда ТТ характерна малая величина угла наклона образующей канала заряда к оси канала $(l, i) = j$, что и обуславливает осреднение параметров газового потока по сечению канала и введение гидравлической оси, откуда

$$\cos(l, i) \approx 1, \quad \operatorname{tg}(l, i) \approx j.$$

Для таких каналов эффективный периметр мало отличается от периметра сечения $h \approx h'$. В дальнейшем всюду, говоря о периметре, мы будем иметь в виду «эффективный» периметр h .

14.3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К СИСТЕМЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Хотя система (14.1) значительно упрощена по сравнению с исходной системой, она остается достаточно сложной. Для преобразования системы (14.1) к системе в дифференциальной форме необходимо произвести осреднение входящих в нее величин по сечению канала заряда (F) и по его периметру h . Для реализации такого подхода необходимо знание закономерностей распределения скорости по поперечному сечению канала:

$$\beta_1 = \frac{1}{v_{\text{ср}}^2 F} \iint_F v_x^2 dF; \quad \beta'_1 = \frac{1}{v_{\text{ср}}^2 F} \iint_F v^2 dF; \quad (14.10)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{v_{\text{ср}}^3 F} \iint_F v_x^3 dF; \quad \beta'_2 = \frac{1}{v_{\text{ср}}^3 F} \iint_F v^3 v_x dF. \quad (14.11)$$

В случае, когда $\beta_1 = \beta'_1 = \beta_2 = \beta'_2 = 1$, поперечная составляющая скорости равна нулю, а продольная составляющая равномерно распределена по поперечному сечению канала.

Средние по эффективному периметру массовая скорость горения, напряжения трения на стенке $\tau_{\text{бок}}$, плотности теплового потока $q_{\text{бок}}$, а также среднее по сечению значение U_V имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} (\rho_T u)_{\text{ср}} &= \frac{1}{h} \int_h \rho_T u dh; \\ (\tau_{\text{бок}})_{\text{ср}} &= \frac{1}{h} \int_h \tau_{\text{бок}} dh; \\ (q_{\text{бок}})_{\text{ср}} &= \frac{1}{h} \int_h q_{\text{бок}} dh; \\ (\rho U_V)_{\text{ср}} &= \frac{1}{F} \iint_F \rho U_V dF. \end{aligned} \right\} \quad (14.12)$$

С учетом допущения о равномерности распределения давления, плотности и температуры по поперечному сечению, используя формулы осреднения (14.10)... (14.12) и опуская для упрощения записи индекс осреднения «ср», а также имея в виду, что

$$\frac{\partial}{\partial x} \iint_F p dF + \int_h p \sin(l, i) dh = -\frac{\partial}{\partial x} p F + p \frac{\partial F}{\partial x} = -F \frac{\partial p}{\partial x},$$

уравнения системы (14.1) и (14.3) можно записать в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} p F + \frac{\partial}{\partial x} p v F = \rho_T u h; \quad (14.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p v F + \frac{\partial}{\partial x} \beta_1 p v^2 F = -F \frac{\partial}{\partial x} p - \tau_{\text{бок}} h; \quad (14.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \left(E + \beta'_1 \frac{v^2}{2} \right) F + \frac{\partial}{\partial x} \rho v \left(E + \frac{p}{\rho} + \beta'_1 \frac{v^2}{2} \right) F = \rho_T u l_T h + q_{\text{бок}} h + \rho U_V F; \quad (14.15)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = u h. \quad (14.16)$$

В случае, когда потоки газа, образующегося при горении заряда и втекающего в канал, имеют разную природу (например, в воспламенительный период), к приведенной выше системе уравнений следует добавить уравнение (14.7), записанное для осредненных по сечению значений. Пренебрегая изменением относительной массовой доли g_1 по сечению канала, приходим к следующему уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial t} g_1 \rho F + \frac{\partial}{\partial x} g_1 \rho v F = \rho_T u h. \quad (14.17)$$

Заметим, что система уравнений (14.13)...(14.16) является незамкнутой, так как в ней недостает соотношений, связывающих u , $\tau_{\text{бок}}$, $q_{\text{бок}}$, E , T_T , U_V , h , β_1 , β'_1 , β'_2 с остальными величинами. Некоторые из соотношений уже были приведены выше.

Вводя полную энтальпию

$$H = E + \frac{p}{\rho} + \beta'_2 \frac{v^2}{2}$$

и преобразуя с помощью уравнения неразрывности (14.13), количества движения (14.14) и энергии (14.15), получаем после преобразований следующую систему:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \rho F + \frac{\partial}{\partial x} \rho v F = \rho_T u h; \\ & \frac{\partial}{\partial t} (\beta_1, v) \equiv \frac{\partial \beta_1 v}{\partial t} + v \frac{\partial \beta_1 v}{\partial x} = \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\beta_1 v \rho_1 u h}{\rho F} - \frac{1}{\rho F} \frac{\partial}{\partial t} (\beta_1 - 1) p v F - \frac{\tau_{\text{бок}} h}{\rho F}; \\ & \frac{d}{dt} H \equiv \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho F} \frac{\partial}{\partial t} \left[p + (\beta'_2 - \beta'_1) \frac{\rho v^2}{2} \right] F + \frac{\rho_1 u (I_T - I) h + q_{\text{бок}} h}{\rho F} + U_V; \\ & \frac{\partial F}{\partial t} = u h; \quad p = \rho R T. \end{aligned} \right\} \quad (14.18)$$

14.4. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СЛУЧАЕВ ТЕЧЕНИЯ ГОМОГЕННЫХ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ

Уравнения одномерного нестационарного течения. Предположив, что продольная составляющая скорости равномерно распределена по сечению канала, и полагая, что $\beta_1 = \beta_2 = 1$, получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \rho F + \frac{\partial}{\partial x} \rho v F = \rho_T u h; \\
& \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{v \rho_T u h}{\rho F} - \frac{\tau_{\text{бок}} h}{\rho F}; \\
& \frac{\partial I}{\partial t} + v \frac{\partial I}{\partial x} = \frac{1}{\rho F} \frac{\partial}{\partial t} \rho F + \frac{\rho_T u (I_T - I) h + q_{\text{бок}} h}{\rho F} + U_V; \\
& \frac{\partial F}{\partial t} = u h; \quad p = \rho R T; \\
& I = E + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}; \quad E = c_V T.
\end{aligned} \right\} \quad (14.19)$$

В период работы РДТТ большое место занимает квазистационарный режим.

Уравнения квазистационарного течения. Квазистационарным движением продуктов сгорания называется такое движение, при котором изменения параметров рабочего процесса газового потока во времени в каждом сечении канала пренебрежимо малы. Это значит, что в системе уравнений (14.19) можно пренебречь членами, содержащими частные производные по времени, по сравнению с другими членами.

Система уравнений для квазистационарного режима работы запишется в виде:

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dx} \rho v F = \rho_T u h; \\
& v = \frac{d\beta_1 v}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} - \frac{\beta_1 v \rho_T u h}{\rho F} - \frac{\tau_{\text{бок}} h}{\rho F}; \\
& \frac{\partial F}{\partial t} = h u; \quad p = \rho R T; \\
& I = E + \frac{p}{\rho} + \beta_2 \frac{v^2}{2}; \quad E = c_V T.
\end{aligned} \quad (14.20)$$

Пренебрегая влиянием сил трения, теплопроводности, изменением площади поперечного сечения канала по его длине и считая $\beta_1 = \beta_2 = 1$, течение продуктов сгорания в осесимметричном канале заряда ТТ опишем следующей системой, состоящей из уравнений количества движения, энергии, неразрывности потока, уравнения состояния и уравнения, устанавливающего временную связь между площадью поперечного сечения канала и скоростью горения:

$$\begin{aligned}
& p + \rho v^2 = p_0 v_0^2; \\
& \frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \frac{n}{n-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2}; \\
& \frac{d}{dx} \rho v F = \rho_T h u; \\
& p = \rho R T; \quad \frac{\partial F}{\partial t} = h u.
\end{aligned} \quad (14.21)$$

Уравнения нестационарного течения идеального газа. Пренебрегая в системе (14.19) силой трения и объемным тепловыделением, рассматривая газ как идеальную нетеплопроводную жидкость, получаем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \rho F + \frac{\partial}{\partial x} \rho v F = \rho_T u h; \\
& \frac{\partial \beta_1 v}{\partial t} + v \frac{\partial \beta_1 v}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \\
& \quad - \frac{\beta_1 u \rho_T u h}{\rho F} - \frac{1}{\rho F} (\beta_1 - 1) \rho v F; \\
& \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{\rho F} \frac{\partial}{\partial t} \left[p + (\beta_2 - \beta_1) \frac{\rho v^2}{2} \right] F + \\
& \quad + \frac{\rho_T u (I_T - I) h}{\rho F}; \\
& \frac{\partial F}{\partial t} = u h; \quad p = \rho R T; \\
& I = E + \frac{p}{\rho} + \beta_2 \frac{v^2}{2}; \quad E = c_V T.
\end{aligned} \right\} \quad (14.22)$$

Система уравнений течения газа при горении заряда ТТ с торцевой поверхности. Уравнения движения для этого случая могут быть получены из системы уравнений (14.19) в предположении, что $\beta_1 = \beta_2 = 1$. Полученная таким образом система уравнений движения газа в камере сгорания имеет вид:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \rho F + \frac{\partial}{\partial x} \rho v F = \rho_T u S_T; \\
& \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau'_{\text{бок}} h_{\text{к.с}}}{\rho F}; \\
& \frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{q'_{\text{бок}} h_{\text{к.с}}}{\rho F} + U_V; \\
& p = \rho R T; \quad H = E + \frac{p}{S} + \frac{v^2}{2}; \quad E = c_V T,
\end{aligned} \quad (14.23)$$

где S_T — площадь поверхности горения торцевого заряда ТТ; $q'_{\text{бок}}$, $\tau'_{\text{бок}}$ — плотности теплового потока и напряжения трения на боковой поверхности стенки камеры сгорания; $h_{\text{к.с}}$ — смоченный периметр камеры сгорания.

14.5. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПЕРИОДА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РДТТ В НУЛЬМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

14.5.1. ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Опираясь на изложенные ниже принципы и допущения, получим общие математические соотношения, описывающие совокупность процессов, протекающих в камере сгорания в период воспламенения.

В период воспламенения в камере сгорания находятся несколько разнородных продуктов: продукты сгорания воспламенительного состава, продукты сгорания топлива, воздух, а также смесь продуктов сгорания. В соответствии с при-

нятым принципом осреднения по зонам разобьем свободный объем камеры на n элементов, в каждом из которых содержатся однородные продукты, полагая, что отдельный i -й элемент отделен от соседнего контактными разрывом.

В ходе дальнейшего изложения уравнения внутрикамерных процессов для воспламенительного периода разделены в зависимости от принадлежности к физическому закону или процессу, который представлен данным уравнением.

14.5.2. УРАВНЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МАССЫ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

Условия сохранения массы продуктов в каждом из элементов с объемом V_i можно записать в виде системы n уравнений:

$$\frac{d}{dt}(\rho_i V_i) = \Pi_{в,i} + \Pi_{т,i} - G_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (14.24)$$

где $\Pi_{в,i}$, $\Pi_{т,i}$ — массовый приход продуктов сгорания воспламенительного состава и топлива в свободный объем V_i ; G_i — массовый расход продуктов из свободного объема i -го элемента за счет истечения (обычно истечение имеет место только n -го элемента, для остальных $G_i = 0$). При проведении расчетов принято взамен системы n уравнений вида (14.24) использовать одно общее уравнение сохранения массы, которое можно получить путем суммирования частных уравнений. Нумеруя левые и правые части уравнений (14.24), получаем

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \rho_i V_i = \sum_{i=1}^n \Pi_{в,i} + \sum_{i=1}^n \Pi_{т,i} - \sum_{i=1}^n G_i = \Pi_{в} + \Pi_{т} - G_{кр}. \quad (14.25)$$

Введем среднюю по всему свободному объему камеры плотность продуктов сгорания ρ , определяемую соотношением

$$\rho = \frac{1}{V_{\kappa}} \sum_{i=1}^n \rho_i V_i. \quad (14.26)$$

Пренебрегая изменением свободного объема V_{κ} во времени, получаем уравнение закона сохранения массы продуктов в свободном объеме камеры:

$$V_{\kappa} \frac{d\rho}{dt} = \Pi_{в} + \Pi_{т} - G_{кр}. \quad (14.27)$$

14.5.3. УРАВНЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ, ЗАПОЛНЯЮЩИХ СВОБОДНЫЙ ОБЪЕМ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ

Условие сохранения энергии в любой i -й зоне представим в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(c_{Vi} \rho_i V_i T_i) + A p_i \frac{dV_i}{dt} = \Pi_{в,i} c_{p,в} \varphi_{\kappa} T_{г,в} + \\ + \Pi_{т,i} c_{p,т} \varphi_{\kappa} T_{г,т} - G_i c_{pi} T_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n). \end{aligned} \quad (14.28)$$

Полагая, что к каждому из находящихся в выделенных объемах V_i газообразных продуктов, включая двухфазные смеси, примерно уравнение состояния

идеального газа $p_i = \rho_i R_i T_i$ и используя соотношение Майера $c_{pi} - c_{vi} = AR_i$ преобразуем уравнение (14.28) следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{p_i V_i}{k_i - 1} \right) + p_i \frac{dV_i}{dt} = \frac{k_B}{k_B - 1} \Pi_{B,i} \varphi_K R_{T,B} + \\ + \frac{k_T}{k_T - 1} \Pi_{T,i} \varphi_K R_{T,T} T_{T,T} - \frac{k_i}{k_i - 1} G_i R_i T_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \end{aligned} \quad (14.29)$$

Получим взамен системы n уравнений одно общее приведенное уравнение сохранения энергии. Суммируя левые и правые части уравнений (14.29), используя условие постоянства давления по свободному объему и учитывая, что

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n V_i = dV_K / dt \approx 0$$

(здесь следует заметить, что корректней говорить о равенстве нулю работы расширения при увеличении свободного объема камеры), получаем

$$\frac{d}{dt} \left(\rho \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{k_i - 1} \right) = \frac{k_B}{k_B - 1} \Pi_B \varphi_K R_B T_{T,B} + \frac{k_T}{k_T - 1} \Pi_T \varphi_K R_T T_{T,T} - \frac{k_c}{k_c - 1} G_{кр} R_c T_c. \quad (14.30)$$

Введем средний по объему показатель изэнтропы k , определяемый равенством

$$k = 1 + \frac{V_K}{\sum_{i=1}^n \frac{V_i}{k_i - 1}}. \quad (14.31)$$

С учетом равенства (14.31) уравнение энергии для приведенных средних по свободному объему камеры сгорания представим в виде

$$V_K \frac{d}{dt} \left(\frac{\rho}{k - 1} \right) = \frac{k_B}{k_B - 1} \Pi_B \varphi_K R_B T_{T,B} + \frac{k_T}{k_T - 1} \Pi_T \varphi_K R_T T_{T,T} - \frac{k_c}{k_c - 1} G_{кр} R_c T_c. \quad (14.32)$$

14.5.4. УРАВНЕНИЕ ПРИХОДА ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ ОТ ВОСПЛАМЕНИТЕЛЬНОГО СОСТАВА ВУ

Массовый приход продуктов сгорания воспламенительного состава в свободном объеме камеры сгорания может быть выражен зависимостью

$$\Pi_B = \rho_B S_B u_B. \quad (14.33)$$

Эта зависимость справедлива, когда воспламенительный состав горит непосредственно в свободном объеме камеры. Если воспламенительный состав размещен и сгорает в изолированном неразрушающемся корпусе, из которого продукты сгорания истекают в камеру сгорания, то формула (14.33) также применима при условии равенства прихода и расхода продуктов сгорания в корпус ВУ. В последнем случае горение воспламенительного состава происходит при давлении p_B , отличном от давления p в камере двигателя, и в число зависи-

мостей, описывающих процесс, необходимо включить дополнительное соотношение, выражающее условие равенства прихода и расхода продуктов сгорания в корпусе ВУ:

$$\rho_B S_B u_B = p_B F_B / \beta_B, \quad (14.34)$$

где коэффициент β_B , расходный комплекс, определяется известными соотношениями для сверхкритического и докритического режима истечения:

$$\begin{aligned} 1/\beta_B &= \varphi_B \sqrt{k_B} \left(\frac{2}{k_B + 1} \right)^{\frac{k_B + 1}{2(k_B - 1)}} \frac{1}{\sqrt{\varphi_B R_B T_{г,Б}}} \quad \text{при} \quad \frac{p}{p_B} \leq \left(\frac{2}{k_B + 1} \right)^{\frac{k_B}{k_B - 1}}; \\ 1/\beta_B &= \varphi_B \sqrt{k_B} \sqrt{\frac{2}{\varphi_B R_B T_{г,Б}} \left[\left(\frac{p}{p_B} \right)^{\frac{2}{k_B}} - \left(\frac{p}{p_B} \right)^{\frac{k_B + 1}{k_B}} \right]} \quad \text{при} \quad \frac{p}{p_B} > \left(\frac{2}{k_B + 1} \right)^{\frac{k_B}{k_B - 1}}. \end{aligned}$$

Закономерность изменения поверхности горения S_B воспламенительного состава во времени зависит от формы зерна; в частности, если состав состоит из одинаковых зерен, имеющих форму куба или шара, то, как следует из простых геометрических и массовых соотношений,

$$\begin{aligned} S_B &= S_{Б,Н} \left(1 - \frac{e_B}{e_{Б,Н}} \right)^2 = S_{Б,Н} (1 - z)^2; \\ \rho_B S_B &= \frac{3\omega_{Б,Н}}{e_{Б,Н}} \left(1 - \frac{e_B}{e_{Б,Н}} \right)^2 = \frac{3\omega_{Б,Н}}{e_{Б,Н}} (1 - z)^2, \end{aligned} \quad (14.35)$$

где $e_B, e_{Б,Н}$ — текущая и начальная толщины сгоревшего свода воспламенительного состава соответственно; $\omega_{Б,Н}$ — начальная масса воспламенительного состава.

Изменение относительной толщины z сгоревшего свода зерна воспламенительного состава во времени происходит в соответствии с уравнением

$$\frac{dz}{dt} = \frac{u_B}{e_{Б,Н}}. \quad (14.36)$$

Чтобы отразить факт постепенности зажжения воспламенительного состава, в последнее уравнение можно искусственно ввести специальный множитель, представив это уравнение в виде

$$\frac{dz}{dt} = \frac{u_B}{e_{Б,Н}} \left[1 - \exp \left(- \frac{t}{t_{пл}} \right) \right], \quad (14.37)$$

где $t_{пл}$ — характерное время распространения пламени по поверхности воспламенительного состава.

К приведенным выше соотношениям необходимо добавить зависимость скорости горения воспламенительного состава от давления. Для наиболее широко используемого степенного закона горения эта зависимость имеет вид

$$u_B = u_{1Б} \left(\frac{p_B}{p_{атм}} \right)^{v_B}. \quad (14.38)$$

Более гибкой для аппроксимации опытных данных аналитической зависимостью является обобщенный закон горения:

$$u_{\text{в}} = u_{1\text{в}} \frac{p_{\text{в}}}{p_{\text{атм}}} \frac{1}{1 + u_{2\text{в}} (p_{\text{в}} / p_{\text{атм}})^n}. \quad (14.39)$$

Совокупность представленных соотношений (14.33)...(14.39) может быть использована для математического описания прихода продуктов сгорания от воспламенителя.

14.5.5. УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ПРИХОД ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ ОТ ЗАРЯДА ТВЕРДОГО ТОПЛИВА

Приход продуктов сгорания, обусловленный горением заряда твердого топлива, выражается массой продуктов, поступающих в свободный объем камеры сгорания в единицу времени, и может быть представлен в виде

$$\Pi_{\text{T}} = \rho_{\text{T}} S_{\text{T}}(t) u_{\text{T}} 1(t_{\text{T}}), \quad (14.40)$$

где S_{T} — текущая величина поверхности заряда, включившейся в процесс горения;

$$1(t_{\text{T}}) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq t_{\text{T}}; \\ 0 & \text{при } t < t_{\text{T}} \end{cases} \text{ — единичная функция,}$$

t_{T} — момент начала воспламенения заряда ТТ.

Несмотря на внешнюю простоту зависимости (14.40), ее практическое использование наталкивается на ряд значительных трудностей.

Определение момента t_{T} затруднено в силу неопределенности критерия зажигания и сложности расчета теплового режима заряда в период воспламенения. В связи с этими трудностями время задержки воспламенения t_{T} приходится определять исходя из весьма упрощенной постановки задачи.

Определение зависимости величины горящей поверхности S_{T} от времени представляет самостоятельную задачу повышенной трудности, так как скорость распространения фронта пламени по поверхности заряда при современном уровне знания природы воспламенения твердых топлив и термогазодинамических процессов, протекающих в двигателе в начальный период его работы, может быть вычислена теоретически лишь приближенно. Заметим, что именно сложность построения зависимости $S_{\text{T}}(t)$ побуждает к использованию в некоторых случаях допущения о мгновенном воспламенении всей поверхности заряда.

Скорость горения топлива u_{T} , как уже указывалось выше, должна определяться с учетом нестационарных эффектов, особенно в начальной фазе процесса воспламенения заряда. Однако и здесь приходится отмечать, что в силу недостаточной разработанности теории нестационарного горения приходится опираться на простейшие зависимости скорости горения от давления.

Отмеченные трудности приводят к необходимости выделения задач об определении времени задержки воспламенения t_{T} и отнесения зависимости воспламенившейся поверхности от времени $S_{\text{T}}(t)$ к разряду специальных. Поэтому ограничимся сделанными общими замечаниями, а упрощенные способы

решения этих задач рассмотрим ниже, в ходе изложения методов расчета воспламенительного процесса.

Выражение для скорости горения твердого топлива принимаем в виде известных зависимостей стационарной теории, построенных без учета эффекта турбулентного горения:

$$\left. \begin{aligned} u_T &= u_{1T} (p / p_{\text{атм}})^{v_T} \text{ — степенной закон;} \\ u_T &= \frac{u_{1T} (p / p_{\text{атм}})}{1 + u_{2T} (p / p_{\text{атм}})^{v_T}} \text{ — обобщенный закон.} \end{aligned} \right\} \quad (14.41)$$

14.5.6. УРАВНЕНИЕ РАСХОДА ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ, ИСТЕКАЮЩИХ ИЗ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ

В дальнейшем будем повсеместно использовать предположение о том, что режим истечения продуктов, находящихся в камере двигателя, через сопло в течение всего воспламенительного периода является квазистационарным и сверхкритическим. Соответственно выражение для массового расхода продуктов истечения имеет вид

$$G_{\text{кр}} = \varphi_p \sqrt{k_c} \left(\frac{2}{k_c + 1} \right)^{\frac{k_c + 1}{2(k_c - 1)}} \frac{p F_{\text{кр}}}{\sqrt{R_c T_c}} l(p_3). \quad (14.42)$$

Единичная функция $l(p_3)$, определяемая соотношением

$$l(p_3) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq t_c; \\ 0 & \text{при } t < t_c, \end{cases}$$

вводится с целью отразить то обстоятельство, что истечение через сопло начинается в момент t_c , когда разрушается заглушка, первоначально закрывающая сопло. Условием разрушения заглушки будем считать достижение критической величины давления p_3 в камере двигателя, определяемой расчетным или экспериментальным образом.

14.5.7. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

Исходя из разбиения объема камеры сгорания на n элементов, в каждом из которых находится однородный по составу продукт, полагаем, что к каждому из продуктов в элементарном объеме применимо уравнение состояния идеального газа в виде

$$p_i = \rho_i R_i T_i. \quad (14.43)$$

Из уравнения (14.43) следует, что

$$\sum_{i=1}^n p_i V_i = \sum_{i=1}^n \rho_i R_i T_i V_i.$$

Полагая давление одинаковым по всему свободному объему V_k , получаем

$$p V_k = \sum_{i=1}^n \rho_i R_i T_i V_i. \quad (14.44)$$

Определим среднюю по объему V_{κ} величину RT из соотношения

$$RT = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i R_i T_i V_i}{\sum_{i=1}^n \rho_i R_i V_i} = \frac{V_{\kappa}}{\sum_{i=1}^n R_i T_i} \quad (14.45)$$

(второе равенство следует из первого в силу того, что $p_i = \rho_i R_i T_i$ и $p_i = p$).

Тогда из соотношений (14.45) и (14.26), которое определяет среднюю по объему V_{κ} плотность ρ , получаем уравнение состояния для осредненных величин:

$$p = \rho RT. \quad (14.46)$$

14.5.8. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩАЯ ИЗМЕНЕНИЕ СРЕДНИХ ПО СВОБОДНОМУ ОБЪЕМУ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Сведем полученные соотношения в единую систему уравнений. В самой общей форме эта система может быть представлена соотношениями, на которые индивидуальные особенности различных типов двигателей, зарядов и воспламенительных устройств накладывают лишь слабый отпечаток. В итоге получаем следующую систему уравнений, описывающих изменение средних по свободному объему камеры сгорания и ее элементов величин давления, плотности, температуры и других физических параметров в течение воспламенительного периода:

$$\left. \begin{aligned} 1. \quad V_{\kappa} \frac{dp}{dt} &= Q_{\text{в}} + Q_{\text{т}} - G_{\text{кр}}; \\ 2. \quad V_{\kappa} \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{k-1} \right) &= \frac{k_{\text{в}}}{k_{\text{в}}-1} Q_{\text{в}} \varphi_{\text{к}} R_{\text{в}} T_{\text{г.в}} + \frac{k_{\text{т}}}{k_{\text{т}}-1} Q_{\text{т}} \varphi_{\text{к}} R_{\text{т}} T_{\text{г.т}} - \\ &\quad - \frac{k_{\text{с}}}{k_{\text{с}}-1} G_{\text{кр}} R_{\text{с}} T_{\text{с}}; \\ 3. \quad p &= \rho RT; \\ 4. \quad Q_{\text{в}} &= \rho_{\text{т}} S_{\text{в}} u_{\text{в}}; \\ 5. \quad Q_{\text{т}} &= \rho_{\text{т}} S_{\text{т}} u_{\text{т}} l(t_{\text{т}}); \\ 6. \quad G_{\text{кр}} &= \varphi_{\text{р}} \Gamma \frac{p F_{\text{кр}}}{\sqrt{R_{\text{с}} T_{\text{с}}}} l(p_3); \\ 7. \quad u_{\text{в}} &= u_{\text{в}}(p_{\text{в}}) = u_{1\text{в}} \left(\frac{p_{\text{в}}}{p_{\text{атм}}} \right)^{v_{\text{в}}}; \\ 8. \quad u_{\text{т}} &= u_{\text{т}}(p) = u_{1\text{т}} \left(\frac{p_{\text{в}}}{p_{\text{атм}}} \right)^{v_{\text{т}}}; \\ 9. \quad k &= 1 + \frac{V_{\kappa}}{\sum_{i=1}^n \frac{V_{\kappa}}{k_i - 1}}. \end{aligned} \right\} \quad (14.47)$$

Математическое описание процесса воспламенения с помощью системы (14.47) в силу ее слишком общей формы не отражает, естественно, индивидуальных особенностей процесса, предопределяемых условиями в конкретном двигателе, соответственно сама система уравнений в общем случае незамкнута.

Действительно, приведенная система уравнений отражает взаимосвязи между комплексом переменных $p, \rho, RT, k, \Pi_T, \Pi_v, G_{кр}, u_v, u_T$, а остальные переменные, такие как $S_v, S_T, k_c, R_c, T_c, p_v, V_i$, должны быть связаны с первыми дополнительными соотношениями или предполагаются известными функциями времени. Таким образом, применение системы (14.47) для расчета процесса воспламенения и выхода двигателя на режим в каждом конкретном случае требует введения дополнительных соотношений, отражающих специфические особенности рассматриваемой конструкции, физической картины процессов и принятого способа разбиения на характерные объемы, содержащие однородные продукты. Методы построения замкнутой системы уравнений для расчета процесса воспламенения рассмотрены ниже применительно к характерным схемам двигательных установок и воспламенительных устройств.

**15.1. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ
К ВОСПЛАМЕНИТЕЛЬНЫМ УСТРОЙСТВАМ**

Воспламенительный период — период зажигания воспламенительного состава заряда ТТ, также как и выход двигателя на стационарный режим работы, является весьма сложным по физико-химической и газодинамической природе и представляет собой совокупность последовательных процессов. После подачи электрического импульса происходит зажигание инициирующего состава, а затем и промежуточного; последний воспламеняет основной воспламенительный состав. В результате процесса горения воспламенительного состава в камере сгорания происходит выделение теплоты, сопровождающееся повышением давления.

Проектирование и отработка системы воспламенения, включающие выбор типа воспламенительного состава, его массы, размеров (от мелкодисперсных порошков и гранул до таблеток, зарядов и блоков заданной формы) и конструкции воспламенительного устройства, должны производиться таким образом, чтобы обеспечить оптимальный комплекс параметров рабочего процесса и характеристик для нестационарного воспламенительного периода. Сложность проблемы состоит еще и в том, что эти характеристики должны обеспечиваться при таких ограничениях, как воспламеняемость и горение заряда ТТ, заданные конструктивные характеристики заряда ТТ и камеры сгорания, условия окружающей среды и др.

Воспламенительные устройства (система воспламенения) служат для воспламенения и обеспечения устойчивого процесса горения заряда ТТ в камере сгорания. Под воспламенением понимается такой процесс, при котором за счет экзотермических реакций происходит локальное выделение теплоты в количестве, достаточном, чтобы тепловыделение превышало теплопотери.

Количество теплоты, выделяемое за определенный промежуток времени в процессе горения воспламенительного состава, должно быть достаточно для повышения температуры поверхности заряда ТТ до величины, при которой

начинается устойчивый процесс разложения, газификации и их зажжение с образованием зоны горения. Устойчивость процесса воспламенения зависит от плотности теплового потока, давления и состава продуктов сгорания и скорости потока у поверхности заряда ТТ.

Характеристики воспламенительного устройства, его конструкция и место расположения определяются площадью поверхности горения, формой и размерами заряда и камеры сгорания ТТ, а также начальным давлением в камере сгорания (высотными условиями запуска).

Воспламенительные устройства должны при минимальной массе и габаритных размерах обеспечивать: высокую надежность и безотказность воспламенения поверхности заряда ТТ, безопасность при эксплуатации и хранении в заданных условиях, длительное хранение без существенного изменения баллистических характеристик, невосприимчивость к воздействию токов наводки, возникающих от бортовых и наземных систем.

Компоненты пиротехнических смесей должны легко воспламеняться и обеспечивать самоподдерживающуюся экзотермическую реакцию.

Выбор компонентов для воспламенительной системы в значительной степени зависит от выполняемой им функции, т. е. от того, где используется компонент: в промежуточном или основном заряде.

На характер воспламенения заряда ТТ оказывают влияние как форма и размеры элементов, применяемых в воспламенительном устройстве в различном виде (от мелкодисперсных порошков до блоков заданной формы), так и свойства продуктов сгорания: содержание газовой и конденсированной фаз, температура горения, скорость горения.

15.2. ТИПЫ ВОСПЛАМЕНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

В настоящее время применяют воспламенительные устройства:

1) с дымным порохом, используемые в РДТТ с внешним диаметром до одного метра. Основными достоинствами таких воспламенителей являются простота конструкции и безотказность срабатывания, а недостатками — кратковременность воздействия теплового импульса на заряд, наличие значительных ударных перегрузок на заряд и сравнительно низкая температура горения;

2) с пиротехническими составами, представляющие собой смеси неорганических окислителей с порошками металлов. Пиротехнические составы для снаряжения воспламенителей могут прессоваться в заряды диаметром 5...15 мм или в небольшие шашки массой до нескольких десятков граммов. Рассматриваемые воспламенительные устройства широко применяются в РДТТ с внешним диаметром до 2 м;

3) снаряженные топливом основного РДТТ (запальные РДТТ), применяемые, как правило, в мощных крупногабаритных РДТТ. Легкие варианты запальных РДТТ могут устанавливаться на переднем днище основного двигателя, тяжелые — со стороны сопла;

4) комбинированного типа, представляющие собой разнообразные комбинации, выполненные на основе рассмотренных выше различных принципов воспламенения;

5) снаряженные самовоспламеняющимися жидкостями. Воспламенение зарядов самовоспламеняющейся жидкостью происходит за счет эффекта экзотермических реакций между жидкостью и компонентами топлива на поверхности заряда ТТ.

15.3. ПИРОТЕХНИЧЕСКИЕ СОСТАВЫ

Воспламенительные пиротехнические составы могут использоваться в виде порошков, таблеток, полотен, пропитанных пиротехническими составами. Порошки в основном используются в качестве передаточных составов, где требуется высокая скорость горения, а для воспламенительных составов применяются прессованные элементы в виде таблеток, обладающих более стабильными баллистическими характеристиками. Существуют различные формы таблеток (рис. 15.1); их высота и диаметр изменяются от 1,25 до 25 мм и более. Такие характеристики, как форма таблеток, плотность и скорость горения оказывают существенное влияние на массовый газоприток. В воспламенительных устройствах типа «двигатель в двигателе» в воспламенительной камере используются заряды или блоки (рис. 15.2). При этом элементы, изготавливаемые глухим прессованием, условно называют блоками, а литьем

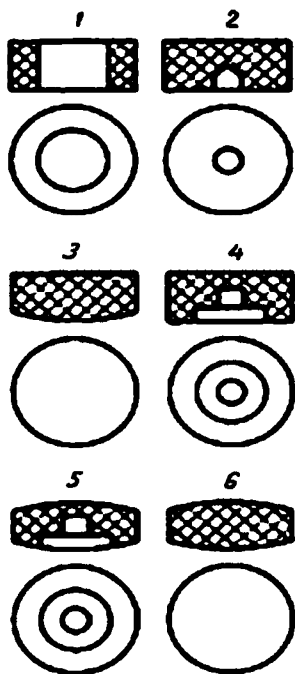


Рис. 15.1
Формы таблеток:

1 — плоская с отверстием; 2 — профилированная; 3 — плосковыпуклая; 4 — плоская со вставкой; 5 — двояковыпуклая со вставкой; 6 — двояковыпуклая.

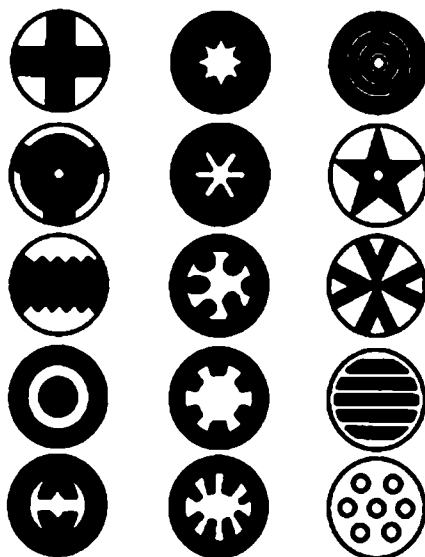


Рис. 15.2
Формы поперечного сечения цилиндрических зарядов ВС

или проходным прессованием — зарядами. Из пиротехнических смесей на основе перхлората калия и алюминия глухим прессованием под давлением до 560 МПа получены блоки диаметром до 150 мм и длиной до 300 мм (рис. 15.3). Блоки таких размеров могут в воспламенительных устройствах при запуске обеспечивать давление 1,5... 17,5 МПа и время горения 2 с.

Прочно скрепленные с корпусом камеры воспламенительного устройства заряды из смесей металлов и окислителей могут изготавливаться непосредственно литьем в корпус с последующим отверждением. Таким же методом изготавливаются воспламенительные заряды из составов, содержащих цирконий, нитрат калия и полисульфидное связующее, а также алюминий, бор и перхлорат аммония с форуглеродным связующим.

В качестве воспламенительных составов наиболее широкое применение в воспламенительных устройствах в виде гранул и таблеток нашел дымный порошок, имеющий следующий химический состав (в процентах по массе): калиевая селитра — 75, древесный уголь — 15, сера — 10. Обладая высокой химической стойкостью и физико-химической стабильностью дымный порошок легко воспламеняется от инициатора, но обладает высокой гигроскопичностью и имеет относительно низкую теплоту сгорания и температуру горения $T = 2400...2500$ К. Плотность этого пороха — 1,6...1,7 г/см³, а гравиметрическая плотность, зависящая от размера зерен, изменяется в диапазоне 0,9...1,15 г/см³.

Пиротехнические составы включают в себя окислитель, горючее, связующее, а также различного рода добавки, играющие роль ускорителей или замедлителей процесса горения, или флегматизаторов. В качестве окислителей могут использоваться перхлорат калия $KClO_4$, нитрат бария $Ba(NO_3)_2$, калия KNO_3 и натрия $NaNO_3$, перекись и хромат бария BaO_2 , $BaCrO_4$ и др. В качестве горючего используют металлы: магний, цирконий, алюминий, бор, титан — и сплавы: алюминий + магний, цирконий + никель; неметаллы: фосфор, углерод, сера, органические соединения — углеводороды; неорганические соединения: сульфиды, фосфиды, силициды и др.

Для обеспечения необходимой механической прочности в пиротехнические составы включают связующие (цементаторы) — органические полимеры идиол, канифоль, эпоксидные смолы, каучуки, этилцеллюлозу. На основе этих компонентов получают различные пиротехнические композиции. Приведем наиболее распространенные пиротехнические воспламенительные составы. Пиротехнический состав бор + нитрат калия используется в таблетированном виде, он легко загорается при низких давлениях — в высотных условиях. Теплотворность этого состава более чем в 2 раза превышает теплотворность дымного пороха. Скорость горения 10 мм/с при $p = 0,1$ МПа.

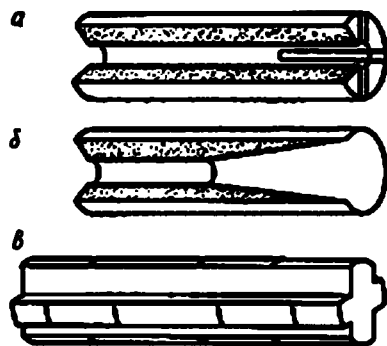


Рис. 15.3
Заряд ВС нецилиндрической формы:

a — заряд ВС со щелевым компенсатором; *b* — заряд ВС с цилиндрическим каналом, переходящим в конический; *в* — заряд ВС крестообразного сечения с наклеенными полосками бронирующего покрытия.

Воспламенительный состав из алюминиевого порошка и перхлората калия используется в виде таблеток и блоков и является высокоэнергетической композицией. Этот состав плохо воспламеняется при низких давлениях, а скорость его горения сильно зависит от давления и при $p = 0,1$ МПа равна 10 мм/с. Пиротехнический состав $Mg + NaNO_3 + KNO_3$ используется в виде порошка и таблеток. При добавлении к этому составу в качестве связующего смолы из него изготавливают пиротехнические заряды с относительно большим временем работы. Из-за наличия в продуктах сгорания конденсированных частиц улучшаются условия теплоотдачи от двухфазного потока к поверхности заряда ТТ. Система обладает высокой теплотой сгорания, скорость горения при $p = 0,1$ МПа — 4 мм/с. Существуют и другие пиротехнические составы, например $Zr + BaCrO_4$, применяемый в виде порошка или гранул, при горении которого образуются высокотемпературные конденсированные частицы. Эта система является одной из наиболее легко воспламеняемых, но обладает низкой теплотой сгорания. Скорость горения слабо зависит от давления и при $p = 0,1$ МПа равна 70 мм/с. Для использования воспламенительного устройства в условиях ядерного взрыва может применяться пиротехническая система $Al + CuO$, обладающая стойкостью к воздействию нейтронного излучения и отличающаяся термической стабильностью и малым газовыделением. При горении системы образуются высокотемпературные конденсированные частицы. Скорость горения при $p = 0,1$ МПа — 40 мм/с.

15.4. КОНСТРУКЦИИ ВОСПЛАМЕНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Наиболее распространенной системой воспламенения в РДТТ является пиротехническая, содержащая инициирующий, передаточный и основной составы. Иницирующий состав служит для создания начального импульса пламени, зажигающего передаточный состав, а горение передаточного состава обеспечивает воспламенение основного пиротехнического состава. Пиротехнический состав, представляющий собой смесь горючего и окислителя, при горении генерирует основную часть теплоты, необходимой для воспламенения заряда ТТ.

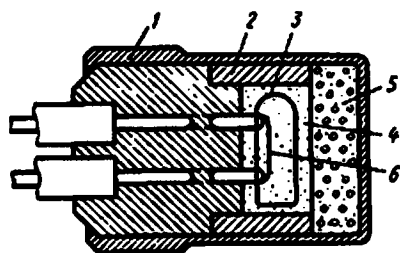


Рис. 15.4
Электрозапал:

1 — корпус; 2 — прокладка; 3 — инициирующий заряд; 4 — передаточный заряд; 5 — основной заряд ВС; 6 — мостик.

В качестве инициирующих устройств наиболее широкое применение нашли электрические инициирующие устройства — электрозапалы или электропатроны. Типовая схема электрозапала, состоящего из элементов электрической цепи, пиропатрона и пиросвечи, изображена на рисунке 15.4. В зависимости от формы и размеров заряда ТТ и камеры сгорания могут использоваться различные конструкции воспламенительных устройств. Воспламенительные устройства могут располагаться со стороны переднего дна, сопловой части, канала заряда ТТ и торца заряда ТТ

(для зарядов с торцевой поверхностью горения). Место расположения воспламенительного устройства, так же как и конструкция заряда ТТ, во многом определяют последовательность включения поверхности заряда ТТ в горение.

На рисунке 15.5 изображена схема воспламенительного устройства, расположенного на переднем днище. При такой схеме расположения воспламенительного устройства создаются наиболее благоприятные условия воспламенения заряда ТТ, так как продукты воспламенительного состава, прежде чем покинуть камеру сгорания, взаимодействуют со всей поверхностью горения заряда ТТ. Главным образом исходя из этих соображений, схема воспламенения с расположением воспламенительного устройства в передней части получила наиболее широкое применение в РДТТ различного назначения.

При воспламенении заряда ТТ со стороны сопла воспламенительное устройство может крепиться либо к заднему днищу, либо к сопловой заглушке. В последнем случае воспламенительное устройство вместе с сопловой заглушкой представляют собой единый узел (рис. 15.6). Для воспламенения зарядов ТТ мощных РДТТ, применяемых на первых или нулевых ступенях ракет-носителей, требуется воспламенительное устройство относительно больших размеров и массы, поэтому целесообразно его крепить непосредственно на стартовом сооружении (рис. 15.7). Такой способ установки воспламенительного устройства

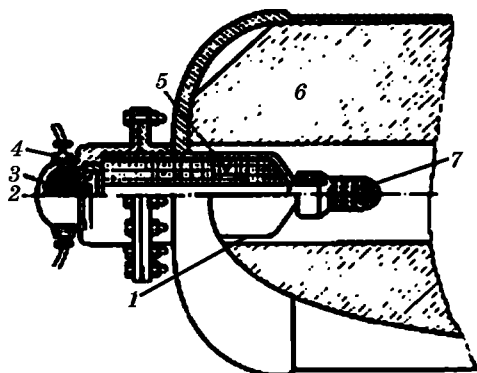


Рис. 15.5
Воспламенительное устройство типа «двигатель в двигателе»:

1 — корпус; 2 — разрывная диаграмма; 3 — пиротехнический заряд, состоящий из таблеток; 4 — пирозапал; 5 — заряд ТТ; 6 — заряд ТТ основного двигателя; 7 — сопловой насадок.

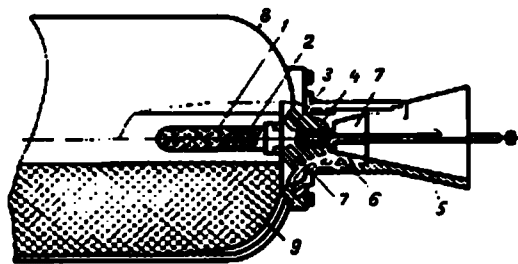


Рис. 15.6

Воспламенительное устройство, расположенное со стороны сопловой заглушки:

1 — перфорированная трубка; 2 — заряд ВС, состоящий из таблеток; 3 — корпус; 4 — инициатор; 5 — сопло; 6 — уплотнительное устройство; 7 — сопловая заглушка; 8 — корпус двигателя; 9 — заряд ТТ.

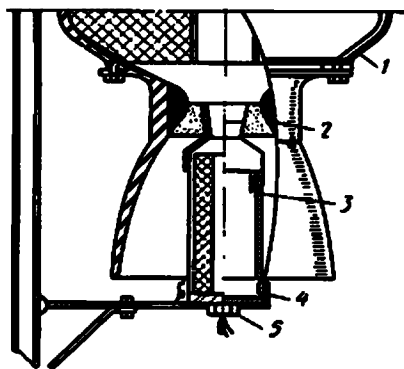


Рис. 15.7

Система запуска двигателя со стороны сопла:

1 — РДТТ; 2 — сопловая заглушка; 3 — воспламенительное устройство; 4 — основание; 5 — пиропатрон.

приводит к уменьшению пассивной массы двигателя. Эта система запуска представляет собой пусковую камеру сгорания определенного размера с соплом. Внутри пусковой камеры сгорания размещается заряд ТТ, при этом давление в ней может достигать 17 МПа.

На рисунке 15.8 приведены схемы трубчатых воспламенительных устройств, располагаемых в канале заряда и используемых для воспламенения поверхностей со стороны канала. Основной частью такого устройства является перфорированная трубка, выполненная либо из пластмассы, либо из прессованной бумаги, внутри которой размещается пиротехнический состав; для предохранения пиротехнического состава трубка обматывается пластмассовой лентой.

В случае воспламенения заряда с торцевой поверхностью горения воспламенительное устройство может крепиться к заряду, сопловой заглушке или заднему днищу.

На рисунке 15.9 приведена схема воспламенительного устройства ДЛ5 многократного воспламенения заряда ТТ в двигателях многократного запуска.

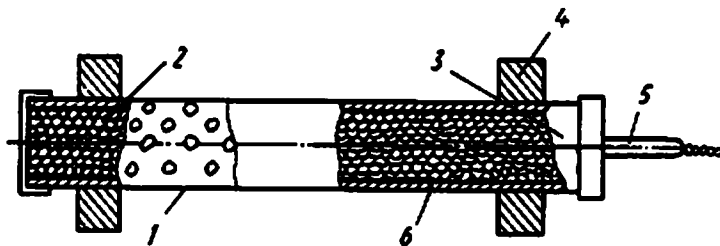


Рис.15.8
Воспламенительное устройство, расположенное в канале заряда ТТ:

1 — перфорированная трубка; 2 — герметизирующее покрытие; 3 — инициатор; 4 — опора из пористой резины; 5 — электропроводка; 6 — заряд ВС из пиротехнических таблеток.

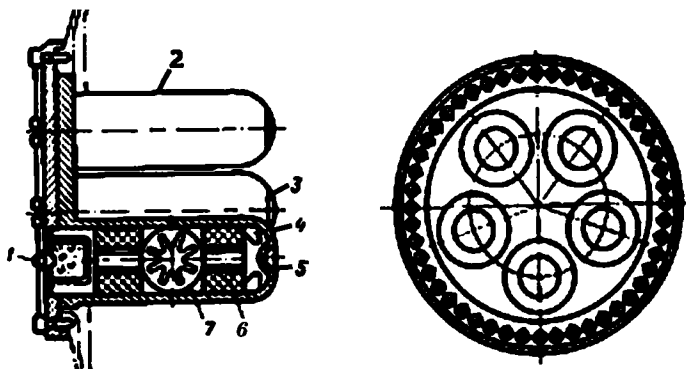


Рис. 15.9
Блок воспламенительных устройств для пятикратного запуска:
1 — пиропатрон; 2 — корпус; 3 — корпус из композиционного материала; 4 — сопло; 5 — двойная разрывная мембрана; 6 — заряд ТТ; 7 — сечение канала заряда ТТ.

Наиболее простым в конструктивном отношении является воспламенительное устройство картузного типа, представляющее собой мешочек черным порохом и пирозапалом. Несколько сложнее воспламенительное устройство коробчатого типа, представляющее собой относительно легкий металлический или пластиковый корпус, внутри которого помещаются электрозапал и заряд из черного пороха или таблетированный пиротехнический состав. Основным недостатком таких воспламенительных устройств является низкая воспроизводимость выхода двигателя на стационарный режим.

Воспламенительное устройство рулонного типа (рис. 15.10) представляет собой полотна пиротехнического состава, наматываемые либо на перфорированную трубку, либо на центральную оправку, внутри которой размещается электрозапал. Фиксация воспламенительного устройства осуществляется при помощи торцевых уплотнителей. Такое воспламенительное устройство обладает малой пассивной массой и, как правило, крепится со стороны сопла.

На рисунке 15.11 изображена схема воспламенительного устройства корзиночного типа, в котором процесс горения происходит в полузамкнутом объеме

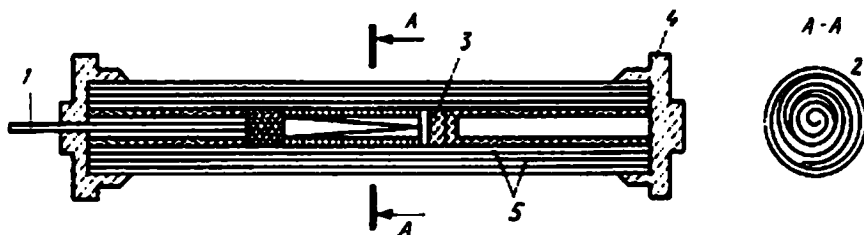


Рис. 15.10

Рулонное воспламенительное устройство:

1 — электропроводка; 2 — полотно из пиротехнического материала, намотанное на оправку; 3 — инициатор; 4 — основание ВУ из резины; 5 — ткань, покрытая пиротехническим составом.

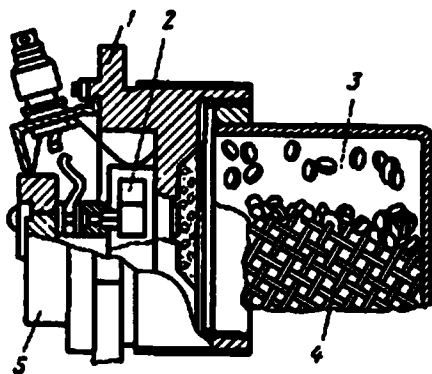


Рис. 15.11

Типовая конструкция корзиночного воспламенительного устройства:

1 — основание; 2 — инициатор; 3 — заряд ВС, состоящий из таблеток; 4 — корзинка; 5 — разъем.

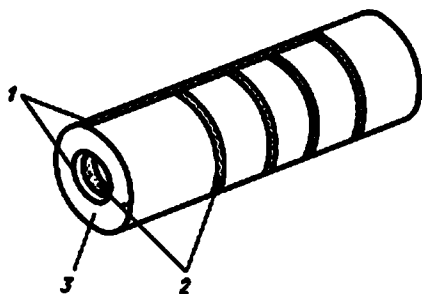


Рис. 15.12

Воспламенительное устройство из электропроводной пленки, нанесенной на поверхность горения заряда ТТ:

1 — проводники; 2 — электропроводная пленка с пиротехнической смесью; 3 — заряд ТТ.

также увеличить время воздействия продуктов сгорания ВС на поверхность заряда ТТ. Существуют и ВУ, сочетающие пиротехнические элементы с техникой печатных схем (рис. 15.12). Эти устройства представляют собой полоски из электропроводного материала и пиротехнических элементов, образующих решетку на поверхности горения заряда и объединенные в одну замкнутую огневую цепь. Воспламенение происходит при подаче тока в цепь. В состав пиротехнической смеси обычно входят кристаллический окислитель (перхлорат калия), горючее (бор), электропроводящий материал (серебро) и полимерное связующее. Для уменьшения чувствительности воспламенителя к механическим воздействиям применяется защитный слой из алюминиевой фольги.

15.5. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВОСПЛАМЕНЕНИЯ

Для малогабаритных РДТТ воспламенительный процесс в камере сгорания РДП можно рассматривать как мгновенный, т. е. время между моментом инициирования воспламенения и моментом полного охвата заряда пламенем не учитывается. Кривая давления в камере сгорания в этом случае рассчитывается, начиная с некоторого условного уровня, называемого давлением воспламенения. Последнее определяется, например, как давление, развиваемое ВУ при сгорании в замкнутом объеме камеры сгорания. Для крупногабаритных РДТТ такой подход является неприемлемым, так как он может привести к грубым ошибкам. В этом случае необходимо учитывать постепенность включения поверхности заряда ТТ в горение (рис. 15.13).

Рассмотрим нестационарную гипотетическую физическую модель процессов воспламенения в камере двигателя применительно к наиболее распространенной схеме двигателя с зарядом, горящим по каналу, и воспламенителем у переднего днища, изображенной на рисунке 15.5.

Первая стадия процесса воспламенения. Обычно воспламенение осуществляется путем подачи электрического импульса на пиропатрон, при срабатывании которого зажигается воспламенительный состав (ВС).

при определенном давлении. Такая конструкция воспламенительного устройства обеспечивает относительно высокую воспроизводимость параметров рабочего процесса для воспламенительного периода. «Корзиночные» воспламенители изготавливаются из проволочного каркаса, стеклопластика или из перфорированного металлического листа.

За счет изменения количества отверстий и их размеров при такой конструкции воспламенительного устройства можно в определенной степени регулировать уровень и скорость изменения давления в камере сгорания. ВУ этого типа позволяет

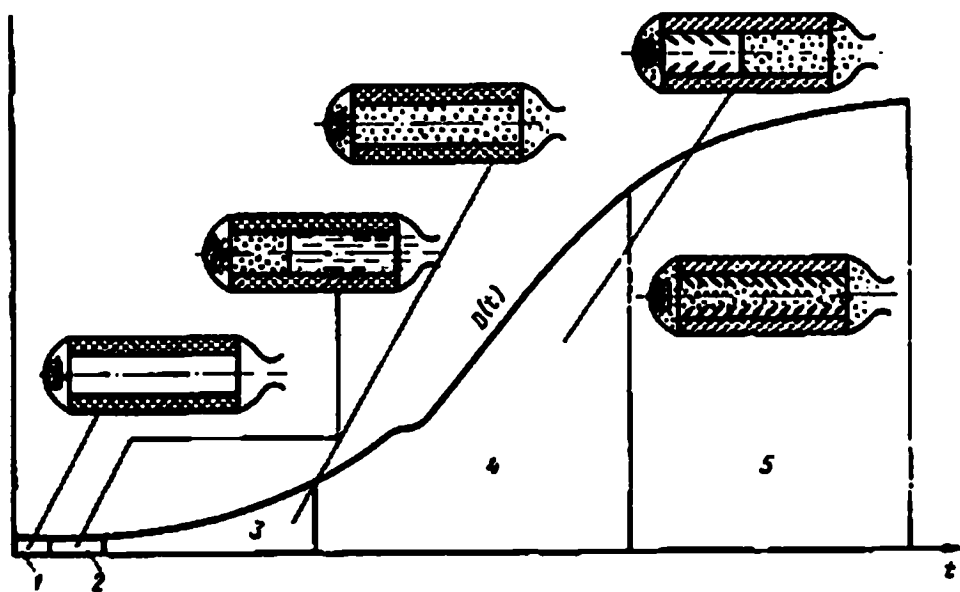


Рис. 15.13
Физическая модель процесса воспламенения заряда ТТ:

1 — первая стадия процесса воспламенения; 2 — вторая стадия; 3 — третья стадия; 4 — четвертая стадия; 5 — пятая стадия.

Форс пламени от пиропатрона нагревает воспламенительный состав и постепенно зажигает его. Сам процесс зажигания воспламенительного состава протекает во времени: сначала зажигаются элементы заряда воспламенительного состава, на которые непосредственно воздействует форс от пиропатрона, после чего пламя распространяется на соседние зерна (элементы) заряда ВС. Продукты сгорания воспламенительного состава через газорасходные отверстия корпуса воспламенительного устройства поступают в камеру сгорания двигателя. Начиная с этого момента, давление в камере сгорания повышается, что и принято считать началом воспламенительного периода. Время от подачи командного импульса тока на пиропатрон до начала устойчивого подъема давления в камере сгорания называется временем задержки зажигания ВС.

Вторая стадия процесса. Распространение фронта пламени продуктов сгорания по каналу заряда ТТ. После воспламенения горение элементов заряда ВС происходит либо в свободном объеме камеры (в случае использования разрушаемого корпуса), либо в самом корпусе ВУ, из которого продукты сгорания поступают в камеру сгорания двигателя через газорасходные отверстия.

Продукты сгорания воспламенительного состава заполняют свободный объем у переднего днища двигателя и вытесняют воздух из канала заряда. При этом фронт горячих газов ВС, обычно представляемый в виде плоской поверхности, разделяющей продукты горения ВС и воздух, перемещается вдоль канала (рис. 15.13).

В то же время волна давления, скорость которой в обычных условиях выше скорости указанного фронта, также распространяется по каналу, вызывая повышение давления воздуха в канале и в предопловом объеме камеры сгорания.

В дальнейшем волна давления, отраженная от заднего дна, распространяется в обратном направлении и взаимодействует с контактным разрывом; в этот период в свободном объеме камеры сгорания имеет место сложная картина взаимодействия волн. В определенных условиях волна давления, распространяющаяся по воздушной среде, может выродиться в ударную волну.

Повышение давления воздуха в предсопловом объеме вызывает разрушение герметизирующей сопловой заглушки, после чего начинается процесс истечения воздуха, продолжающийся до тех пор, пока контактный разрыв не достигнет выходного сечения канала и продукты сгорания ВС не заполнят весь свободный объем двигателя. Разрушение заглушки приводит к возникновению волны разрежения, распространяющейся по свободному объему камеры сгорания.

Если ВУ расположено в сопловой части камеры, то в течение первой стадии продукты сгорания ВС вытесняют воздух из канала в свободный объем у переднего дна, одновременно часть продуктов после разрушения заглушки истекает через сопло.

На второй стадии происходит частичный нагрев поверхности заряда. Можно предположить, что элемент поверхности начинает нагреваться после того, как по нему пройдет фронт газов ВС, и пренебречь незначительным эффектом повышения температуры вытесняемого воздуха за счет сжатия и воздействием лучистых потоков через воздушную среду. Тем самым уже в первом периоде заложены неэквивалентные условия нагрева различных участков поверхности заряда, что обуславливает неодновременность начала воспламенения этих участков. Следует заметить, что форс пламени от пиропатрона в ряде случаев может распространяться на заметную глубину в канале и приводить в движение воздух, который частично смешивается с продуктами сгорания ВС. Поэтому представление о наличии четкой границы, разделяющей газы ВС и воздух, в известной степени условно.

Третья стадия процесса. Горение воспламенительного состава и нагрев поверхности заряда ТТ. В течение третьей стадии происходит горение только воспламенительного состава, продукты горения которого омывают поверхность заряда и истекают через сопло. Происходит нагрев всей поверхности заряда путем конвекции, излучения и непосредственного контакта горящих частиц воспламенительного состава, вовлеченных в поток и осаждающихся на поверхность. В течение второго периода различные элементы поверхности заряда также не находятся в эквивалентных условиях нагрева, ввиду изменения параметров потока, особенно скорости, обусловленного нестационарностью и изменением структуры пограничного слоя по длине канала.

Третья стадия продолжается до тех пор, пока условия на некотором участке поверхности основного заряда, подвергшемся наиболее интенсивному нагреву, достигнут критических условий воспламенения.

Четвертая стадия процесса. Распространение пламени по поверхности заряда ТТ. После воспламенения части основного заряда ТТ газообразные продукты, образующиеся в процессе горения, смешиваются с продуктами воспламенительного состава и продолжают нагревать оставшуюся часть заряда. В результате данного процесса зона, в которой достигаются критические условия воспламенения, распространяется по поверхности заряда (канала) в виде фрон-

та пламени (рис. 15.13). В этот период происходит существенное изменение условий течения и нагрева заряда по длине канала, обусловленное следующими факторами:

1) перемещение фронта пламени приводит к изменению структуры пограничного слоя на воспламенившемся участке поверхности заряда; это возмущение вызывает распространяющуюся со скоростью звука деформацию пограничного слоя. Последнее должно привести к изменению условий нагрева, поскольку скорость звука, видимо, существенно превосходит скорость распространения фронта пламени;

2) продукты сгорания воспламенившейся части заряда поступают в канал и смешиваются с основным потоком. Фронт этих продуктов движется по каналу со скоростью потока. Естественно предположить, что скорость потока превышает скорость распространения фронта пламени по каналу. В этом случае смешанный поток продуктов сгорания ВС и топлива опережает фронт пламени и омывает еще не воспламенившуюся поверхность, что приводит к более усиленному нагреву поверхности канала;

3) дополнительное поступление продуктов сгорания от воспламенившейся части топлива в канал вызывает распространение по потоку перемещающейся со скоростью звука волны давления, непрерывно изменяющей параметры потока в канале.

Для случая, когда ВУ расположено в сопловой части, картина еще более усложняется, так как поток в камере не является однонаправленным, часть продуктов истекает через сопло, а часть заполняет свободный объем камеры.

Заметим, что картина однонаправленного перемещения фронта пламени сама по себе гипотетична. Применение пиротехнических воспламенительных составов, имеющих значительное содержание конденсированных частиц в продуктах сгорания, может привести к локальному очаговому воспламенению участков поверхности, подвергшихся нагреву от частиц, оказавшихся на поверхности под воздействием сил тяжести, турбулентных пульсаций в потоке или в связи с наличием начальной поперечной составляющей скорости.

Распространение пламени по поверхности топлива в этом случае носит характер смыкания очагов воспламенения, а понятие скорости распространения фронта пламени носит условный характер в связи с отсутствием единого фронта.

Эта стадия процесса завершается к моменту, когда вся поверхность заряда охвачена пламенем.

Пятая стадия процесса. Совместное горение основного заряда и остатков воспламенительного состава. Выход двигателя на стационарный режим работы. К моменту полного воспламенения заряда в камере сгорания может оставаться часть воспламенительного состава, которая догорает в период, когда основной заряд уже полностью участвует в процессе горения (рис. 15.13).

Продукты сгорания основного заряда и остатков воспламенительного состава частично истекают из двигателя, а частично идут на заполнение свободного объема камеры. Последнее обусловлено тем, что поверхность заряда охватывается пламенем при сравнительно низких давлениях, обычно существенно меньших стационарного давления в камере, поэтому приход продуктов сгорания превышает расход и давление в камере повышается.

15.6. МЕХАНИЗМ ЗАЖИГАНИЯ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ И УСЛОВИЯ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ

Воспламенительный процесс в РДТТ включает в себя совокупность газодинамических и физико-химических явлений, протекающих в свободном объеме камеры сгорания и в конденсированной фазе заряда ТТ. Строго говоря, весь процесс зажигания должен рассматриваться как единый, однако в целях облегчения исследования этого процесса целесообразно выделять и изучать отдельно, с одной стороны, круг явлений, характеризующих собственно воспламенение твердого топлива, а с другой — физические явления, связанные с изменением состояния газовой фазы. При изучении физико-химических процессов и явлений в К-фазе заряда ТТ и в близлежащем слое продуктов сгорания, именуемых механизмом зажигания, влияние воспламеняющихся продуктов на заряд ТТ имитируется путем постановки упрощенных граничных условий. Математическая модель физических процессов в свободном объеме камеры сгорания в период воспламенения строится обычно в предположении, что возникновение фронта пламени над поверхностью и включение ее в процесс горения происходит мгновенно после достижения некоторых критических условий, например, температуры поверхности, равной температуре воспламенения данного ТТ. Рассмотрим общие закономерности и характеристики процесса зажигания и так называемые критические условия зажигания, под которыми понимается связь между параметрами системы, разделяющая режимы наличия и отсутствия зажигания. В число параметров системы включаются условия нагрева и теплофизические характеристики топлива. Рассмотрим существующие взгляды на физические основы процесса зажигания и критические условия зажигания. Развитие теории зажигания началось с классических работ Я. Б. Зельдовича.

По Я. Б. Зельдовичу, для воспламенения пороха необходимо выполнение трех условий:

- 1) температура поверхности должна быть не ниже температуры, при которой происходит газификация пороха;
- 2) глубина прогретого слоя должна быть такой, чтобы градиент температуры у поверхности обеспечивал существование пламени;
- 3) продукты газификации над поверхностью пороха должны быть воспламенены.

Я. Б. Зельдович показал, что при воспламенении твердого топлива газами (продуктами горения) воспламенителя количеством теплоты, необходимой для воспламенения продуктов разложения ТТ, можно пренебречь, так как оно весьма мало по сравнению с теплотой, идущей на прогрев заряда ТТ (конденсированной фазы). Однако в работах Я. Б. Зельдовича не учитываются химические реакции в К-фазе, поэтому они справедливы в основном для летучих веществ, не разлагающихся в К-фазе. Указанная модель не рассматривает также условия воспламенения в газообразных продуктах.

Хикс предпринял попытку учета экзотермических реакций в К-фазе при воспламенении полубесконечной пластины ТТ. Условием воспламенения в этом случае является нагрев твердого топлива до соответствующей критической тем-

пературы. При этом предполагается, что газовая фаза воспламеняется мгновенно, как только в топливе созданы необходимые условия для воспламенения. Для математического описания процесса используется нестационарное уравнение теплопроводности с учетом тепловыделения в К-фазе с соответствующими граничными условиями.

Основные результаты расчета по этому методу приведены на рисунках 15.14, 15.15.

Как следует из рисунка 15.14, при относительно интенсивном теплоподводе в период, когда температура поверхности приближается к температуре воспламенения, наблюдается резкий рост температуры поверхности. Это обстоятельство позволяет в первом приближении считать, что уровень температуры воспламенения несущественно влияет на время воспламенения. На рисунке 15.15 изображена логарифмическая зависимость времени задержки воспламенения t_3 от интенсивности теплопровода $H\theta$ для различных значений начальных температур заряда θ . Как следует из этого графика, при относительно больших начальных температурах заряда зависимость времени воспламенения от интенсивности теплоподвода начинает проявляться при относительно больших его значениях. В то же время при малых значениях начальной температуры заряда время воспламенения зависит от интенсивности теплоподвода в соответствии с соотношением

$$\tau_b \approx 1/(H\theta)^2,$$

где

$$H = \frac{a\sqrt{E}}{\sqrt{q\lambda npR}}.$$

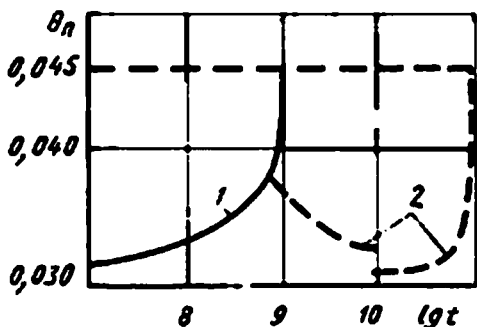


Рис. 15.14

Зависимость относительной (безразмерной) температуры поверхности заряда ТТ θ_n от времени прогрева $\lg t$:

1 — соответствует обдуву поверхности заряда ТТ горячими газами; 2 — соответствует случаю, когда нет прогрева заряда ТТ горячими газами, а ТТ самовоспламеняется из-за тепловыделения при его разложении в К-фазе.

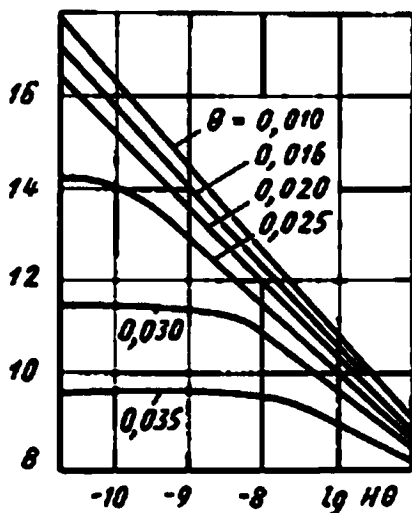


Рис. 15.15

Логарифмическая зависимость времени задержки воспламенения $\lg t_3$ от интенсивности теплоподвода $\lg(H\theta)$ при различных безразмерных начальных температурах заряда ТТ θ

Последнее выражение означает, что прогрев заряда происходит без химической реакции в К-фазе.

Альтман и Грант приняли гипотетическую схему воспламенения, согласно которой теплота в заряде распространяется, как в инертном веществе, т. е. без химических реакций.

Хикс проверил эту гипотезу. Было проведено сравнение численного расчета с аналитическим решением уравнения теплопроводности. В результате оказалось, что с удовлетворительной точностью в относительно широком интервале изменения параметров рабочего процесса время воспламенения твердого топлива можно определять путем аналитического решения уравнения теплопроводности. Однако это справедливо только в том случае, если прогрев рассчитывать до температуры, определяемой из соотношения

$$\frac{\exp(-1/\theta)}{\partial\theta/\partial\tau + \exp(-1/\theta)} = 0,830 = \text{const.}$$

Из сказанного следует, что заряд ТТ можно рассматривать как инертное вещество до момента, когда скорости роста температуры в силу химических реакций и из-за внешнего нагрева становятся равными друг другу или, по крайней мере, близкими по величине.

В зависимости от интенсивности теплоподвода к поверхности горения заряда необходимо различать два режима воспламенения.

1. Режим слабого нагрева, когда

$$q < \lambda \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{\text{кр}}$$

В этом случае в поверхностном слое заряда ТТ сначала достигается критический градиент температуры, а потом температура на поверхности ТТ становится равной критической.

2. Режим сильного нагрева, когда

$$q < \lambda(\partial T/\partial y)_{\text{кр}}.$$

Здесь $(\partial T/\partial y)_{\text{кр}}$ — критический градиент температуры у поверхности заряда. Во втором случае, наоборот, сначала на поверхности ТТ достигается критическая температура, а затем градиент температуры у поверхности становится равным критическому.

Во всех случаях для воспламенения заряда ТТ необходимо прежде всего предварительное нагревание его поверхности до критической температуры. Этому моменту будет отвечать интенсивное возбуждение экзотермических реакций (образование продуктов разложения ТТ).

Воспламенение баллиститных и смесевых ТТ имеет свои специфические особенности.

Как показывают исследования, теория воспламенения смесевых твердых топлив основана на ведущей роли газовой зоны. В соответствии с этой теорией заряд твердого топлива может воспламеняться тогда, когда вблизи поверхности горения имеется горячая газовая смесь из кислорода поджигающих газов (или из продуктов разложения окислителя) и продуктов разложения горючего.

Возгонка и газификация горючих компонентов топлива происходит от воздействия внешнего теплового потока.

Устойчивое воспламенение смесового твердого топлива имеет место при нагревании его поверхности до температуры пиролиза и последующем обеспечении существования внешнего теплового потока, достаточного для возгонки поверхностного слоя заряда ТТ. Для устойчивого воспламенения баллиститных ТТ (порохов) необходимо с одной стороны обеспечить над поверхностью заряда ТТ определенное количество теплоты, аккумулированной в расчете на единицу поверхности. При этом время воспламенения поверхности заряда ТТ в связи с малостью времени воспламенения продуктов горения (разложения) определяется только временем прогрева поверхностного слоя ТТ. Как у баллиститных, так и у смесовых ТТ для устойчивого воспламенения требуется выполнение двух условий: достижения некоторой критической температуры на поверхности ТТ (необходимое условие) и передачи определенного количества теплоты через единицу площади поверхности ТТ в единицу времени (достаточное условие). Отличие будет состоять только в том, что для баллиститных ТТ теплота, передаваемая из внешней среды, затрачивается на прогрев поверхностного слоя, а для смесовых — на газификацию связки и окислителя. Критическое количество теплоты на поверхностном слое заряда ТТ, так же как и критическая температура поверхности, в значительной степени зависят от давления, начальной температуры, теплофизических характеристик и состояния поверхности заряда ТТ, а также от скорости теплового потока и его характера. В связи со сложностью механизма процесса воспламенения до настоящего времени не получено общих зависимостей для определения указанных критериев устойчивого воспламенения заряда ТТ.

15.7. ВИДЫ ТЕПЛОТДАЧИ ОТ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ ВС К ПОВЕРХНОСТИ ЗАРЯДА ТТ

Теплоотдача от продуктов сгорания ВС к поверхности заряда является сложным физико-химическим процессом. Теплота от продуктов сгорания воспламенителя к поверхности заряда твердого топлива передается:

- 1) конвекцией и молекулярной теплопроводностью;
- 2) горячими тугоплавкими частицами, попадающими на поверхность топлива и создающими местные центры воспламенения;
- 3) радиацией (лучистый теплообмен);
- 4) диффузией паров металлов, конденсирующихся на поверхности заряда ТТ;
- 5) фотохимической адсорбцией.

В связи со сложностью механизма передачи теплоты от продуктов сгорания воспламенительного состава к поверхности заряда ТТ комплексное математическое изучение закономерностей теплоотдачи затруднено, поэтому обычно сначала исследуют каждый вид теплообмена в отдельности, а потом переходят к определению суммарного теплообмена.

Основными видами теплоотдачи от продуктов сгорания воспламенительного состава к поверхности заряда ТТ являются вынужденная конвекция, луче-

испускание (радиация) и контактный теплообмен осажденных на поверхность ТТ высокотемпературных частиц с поверхностным слоем К-фазы.

Передача теплоты конвекцией является определяющей для воспламенителей из дымноружейного пороха, тогда как для воспламенителей из пиротехнических составов не менее важен процесс передачи теплоты раскаленными частицами, осажденными на поверхности заряда твердого топлива. Применение того или иного ВС изменяет механизм передачи теплоты от продуктов сгорания ВС к поверхности заряда ТТ.

Контактная теплоотдача, осуществляемая путем непосредственного контакта раскаленных частиц ВС с поверхностью заряда ТТ, также в ряде случаев может быть значительной. При этом осаждение этих частиц на поверхности заряда ТТ происходит в результате действия сил инерции, сил тяжести и сил термофореза. Интенсивность контактной теплоотдачи в основном определяется разностью температур частицы и поверхности заряда ТТ.

Лучистый теплообмен обусловлен в значительной степени излучением газообразных компонентов (H_2O , CO_2 , CO , HCl и др.) и частиц окислов металлов к поверхности заряда ТТ и может также составлять существенную долю суммарной величины.

Принимая, что основное количество теплоты передается конвективной, контактной и лучистой составляющими теплообмена, суммарное значение плотности теплового потока можно записать в виде

$$q_{\Sigma} = q_k + q_{\text{к.т}} + q_{\text{л}}, \quad (15.1)$$

где

$$q_{\text{к}} = a(T - T_{\text{п}}).$$

Коэффициент теплоотдачи a для текущего сечения канала заряда ТТ может быть определен по эмпирическому соотношению

$$a = N_9 \frac{\lambda}{d} \left[\frac{G}{F} \frac{d}{c_p \lambda} \right]^{m_1} \left[1 + \frac{x}{d} \right]^{-m_2}, \quad (15.2)$$

где N_9 , m_1 , m_2 — опытные коэффициенты; d — диаметр канала заряда ТТ; λ — коэффициент теплопроводности; F — площадь поперечного сечения канала заряда ТТ; x — текущая длина канала заряда ТТ:

$$0 < x \leq l,$$

l — длина канала заряда ТТ; G — секундный массовый расход в данном положении сечений.

Коэффициент теплоотдачи во входном сечении канала заряда ТТ α_0 (при $x = 0$) примет вид

$$\alpha_0 = N_9 \frac{\lambda}{d} \left[\frac{G}{F} \frac{d}{c_p \lambda} \right]^{m_1}. \quad (15.3)$$

Соотношение (15.2), так же как и другие критериальные зависимости, получено на основе модельных экспериментов с привлечением теории подобия. Плотность теплового потока $q_{\text{к.т}}$, обусловленная контактной теплоотдачей, зависит от числа частиц n , осевших на поверхность заряда ТТ, и плотности рас-

пределения массы частиц по поверхности $p(m)$, перепада температур между частицей и поверхностью заряда ТТ ΔT_j , коэффициентов температуропроводности частицы a_j и поверхностного слоя заряда ТТ.

В связи с этим общий вид функциональной зависимости плотности теплового потока при контактном теплообмене между частицами и поверхностью заряда ТТ можно представить так:

$$q_{к.т} = q[n, p(m), \Delta T_i, S_i, a_i, a].$$

Расчет лучистого теплообмена можно проводить по следующему методу. Продукты сгорания воспламенителя обычно содержат большое число окислов металлов, поэтому лучистый поток, воспринимаемый поверхностью заряда ТТ, обусловлен в значительной степени излучением газообразных компонентов (H_2O , CO_2 и др.) и частиц окислов металлов.

Количество теплоты, излучаемой одинаковыми частицами сферической формы в единицу времени, равно

$$q_l = \varphi_{\Pi} \varepsilon_{\text{ч}} \sigma_0 \left[\frac{T_{\text{ч}}}{100} \right]^4 4\pi r_{\text{ч}}^2 n,$$

где φ_{Π} — коэффициент, характеризующий поглощение лучистой энергии внутри излучающего «облака»; $\varepsilon_{\text{ч}}$, $T_{\text{ч}}$, $r_{\text{ч}}$ — степень черноты, температура и радиус излучающих частиц; σ_0 — постоянный коэффициент.

Полагая, что свободный объем двигателя имеет форму цилиндра длиной L и диаметром D , и пренебрегая излучением нагреваемых поверхностей, вычислим плотность теплового потока q_l на единицу поверхности заряда:

$$q_l = \varphi_{\Pi} \varepsilon_{\text{ч}} \sigma_0 \left[\frac{T_{\text{ч}}}{100} \right]^4 \frac{4r_{\text{ч}}^2 n}{DL + 0,5D^2},$$

где $\varepsilon_{\text{т}}$ — коэффициент поглощения теплоты твердым топливом.

Так как масса одной частицы равна $4/3\pi r_{\text{ч}}^3 \rho_{\text{ч}}$, общее число частиц в свободном объеме V выражается зависимостью

$$n = 3\rho g_{\text{ч}} V / 4\pi r_{\text{ч}}^3 \rho_{\text{ч}},$$

где $g_{\text{ч}}$ — массовая доля частиц в продуктах сгорания ВС.

С учетом последнего соотношения выражение для плотности теплового потока примет вид

$$q_l = \frac{3}{4} \varphi_{\Pi} \varepsilon_{\text{ч}} \varepsilon_{\text{т}} \sigma_0 \left[\frac{T_{\text{ч}}}{100} \right]^4 g_{\text{ч}} \frac{\rho}{\rho_{\text{ч}}} \frac{DV}{r_{\text{ч}} \left[V + \frac{\pi D^3}{8} \right]}. \quad (15.4)$$

Для примера на рисунке 15.16 приведена экспериментальная зависимость плотности теплового потока для гипотетического ВС от времени процесса.

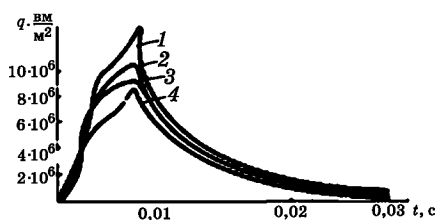


Рис. 15.16

Экспериментальные зависимости плотности тепловых потоков q от времени процесса для различных значений относительной длины $\bar{x} = X/d$ канала имитатора заряда ТТ: 1 — $\bar{x} = 0,5$; 2 — $\bar{x} = 0,6$; 3 — $\bar{x} = 0,7$; 4 — $\bar{x} = 0,8$.

15.8. СКОРОСТЬ ГАЗООБРАЗОВАНИЯ ВОСПЛАМЕНИТЕЛЬНОГО СОСТАВА

Изменение давления в РДТТ в довоспламенительный период определяется скоростью горения ВС.

Для ВС можно использовать зависимость скорости горения от давления в виде

$$u_{\text{в}} = u_{1\text{в}} (p / p_{\text{атм}})^{v_{\text{в}}} \quad (15.5)$$

или

$$u_{\text{в}} = a_{\text{в}} p / p_{\text{атм}}.$$

Численные значения коэффициентов $u_{1\text{в}}$, $v_{\text{в}}$, $a_{\text{в}}$ в этих соотношениях, определяющих линейную скорость горения различных воспламенительных составов (в том числе дымных порохов), следующие:

$$u_{1\text{в}} = 1,6(p/p_{\text{атм}})^{0,9};$$

$$v_{\text{в}} = 2,9(p/p_{\text{атм}})^{0,7};$$

$$a_{\text{в}} = 1,45(p/p_{\text{атм}}).$$

Проведем систематизацию соотношений для скорости газообразования ВС. Предположим, что все зерна ВС одинаковые и имеют форму куба или шара, а скорость горения их изменяется в зависимости от давления по степенному закону. Для случая, когда воспламенительный состав помещен в корпус с относительно большой суммарной площадью отверстий для истечения, получаем следующие уравнения, описывающие приход продуктов сгорания $\Pi_{\text{в}}$ воспламенителя в камеру сгорания:

$$\Pi_{\text{в}} = 3\omega_0(1 - Z)^2 Z_{\text{в}}, \quad (15.6)$$

где

$$Z_{\text{в}} = \frac{u_{1\text{в}}}{e_{0\text{в}}} \left[\frac{p}{p_{\text{атм}}} \right]^{v_{\text{в}}},$$

$Z = e_{\text{в}}/e_{0\text{в}}$ — относительная толщина сгоревшего свода зерна воспламенительного состава; $e_{\text{в}}$, $e_{0\text{в}}$ — текущая толщина сгоревшего свода и начальная толщина горящего свода зерна воспламенительного состава соответственно; ω_0 — начальная масса воспламенительного состава.

Выражение (15.6) можно записать в более общем виде, если учесть постепенность воспламенительного состава:

$$Z_{\text{в}} = \frac{u_{1\text{в}}}{e_{0\text{в}}} \left[\frac{p}{p_{\text{атм}}} \right]^{v_{\text{в}}} [1 - \exp(-t/t_{\text{п}})], \quad (15.7)$$

где $t_{\text{п}}$ — характерное время распространения фронта пламени по поверхности воспламенительного состава.

В зависимости от типа и формы воспламенительного состава численное значение $t_{\text{п}}$ может изменяться.

Рассмотрим случай, когда ВС расположен в корпусе с малой площадью отверстий для истечения продуктов сгорания (истечение критическое).

Уравнение, описывающее приход продуктов сгорания в камеру сгорания в предположении малости свободного объема корпуса и степенного закона горения воспламенителя, можно записать в виде

$$\Pi_B = p_B S_B u_{1B} (p/p_{\text{атм}})^{v_B} = \frac{1}{\beta_B} p_B F_B, \quad (15.8)$$

где S_B — площадь горящей поверхности воспламенительного состава, зависящая от толщины сгоревшего свода; для зерен в виде куба или шара

$$S_B = S_{B0} \left[1 - \frac{e_B}{e_{0B}} \right]^2; \quad (15.9)$$

F_B — суммарная площадь отверстий в корпусе воспламенителя;

$$\frac{1}{\beta_B} = \begin{cases} \varphi_{p,B} \sqrt{\frac{n_B}{\varphi_{k,B} R_B T_B}} \left[\frac{2}{n_B + 1} \right]^{\frac{n_B + 1}{2(n_B - 1)}}, \\ \text{если } \frac{p}{p_B} \leq \left[\frac{2}{n_B + 1} \right]^{\frac{n_B}{n_B - 1}}; \\ \varphi_{p,B} \sqrt{\frac{2n_B}{\varphi_{k,B} (n_B - 1) R_B T_B}} \left[\left[\frac{p}{p_B} \right]^{\frac{2}{n_B}} - \left[\frac{p}{p_B} \right]^{\frac{n_B + 1}{n_B}} \right], \\ \text{если } \left[\frac{2}{n_B + 1} \right]^{\frac{n_B}{n_B + 1}} < \frac{p}{p_B} < 1, \end{cases} \quad (15.10)$$

где $\varphi_{p,B}$ — коэффициент расхода продуктов сгорания в воспламенительном устройстве; $\varphi_{k,B}$ — коэффициент тепловых потерь в воспламенительном устройстве.

Для воспламенительного состава в виде зерен или таблеток, имеющих форму шара или куба, можно определить массовый приход в виде явной функции времени. В предположении сверхкритического истечения продуктов горения из корпуса воспламенителя выражение для массового прихода запишем в виде

$$\Pi_B = \frac{1}{\beta_B} F_B p_{\text{вmax}} \left[1 - \frac{(1 - 3v_B) u_{1B} (p_{\text{вmax}}/p_{\text{атм}})^{v_B}}{(1 - v_B) e_{0B}} \right]^{\frac{2}{1 - 3v_B}}, \quad (15.11)$$

где

$$p_{\text{вmax}} = \left[\frac{3\omega_0 u_{1B} \beta_B}{e_{0B} F_B} \right]^{\frac{1}{1 - v_B}} \quad (15.12)$$

— максимальное давление в воспламенительном устройстве.

Для случая, когда $S_B = \text{const}$ и режим истечения из корпуса воспламенителя является сверхкритическим, выражение для массового прихода можно записать в виде

$$\Pi_B = \frac{1}{\beta_B} F_B \left[\frac{p_B S_B u_{1B} \beta_B}{F_B} \right]^{\frac{1}{1 - v_B}}. \quad (15.13)$$

15.9. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССА ВОСПЛАМЕНЕНИЯ

К настоящему времени сложились два обобщенных подхода к построению математической модели воспламенительного периода.

1. Математическое описание процесса воспламенения, базирующееся на системе дифференциальных уравнений в частных производных, позволяющих учесть переменность физических величин по свободному объему камеры сгорания.

2. Математическое описание процесса воспламенения, базирующееся на системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Математическая модель процесса воспламенения, базирующаяся на системе уравнений в частных производных, основывается на теории нестационарных течений газа в каналах. При этом в качестве исходной системы может быть использована как система уравнений для двухфазного потока, обусловленная наличием в продуктах сгорания конденсированных частиц, так и система уравнений для однородного идеального газа. К указанным системам уравнений присовокупляются дополнительные уравнения в частных производных переноса массы и теплоты в поверхностном слое (К-фаза) заряда твердого топлива. Решение этой системы уравнений позволяет фиксировать момент начала воспламенения поверхности заряда ТТ по его длине. Начальные и граничные условия для той или иной системы уравнений в частных производных устанавливаются для принятой физической модели нестационарного процесса с учетом специфики конструкций конкретного заряда ТТ и камеры сгорания. При этом запись граничных условий изменяется при переходе от одной стадии процесса к другой.

Для решения газодинамических уравнений могут быть использованы метод характеристик и разностная схема Годунова — схема явная, первого порядка точности, позволяющая вести сквозной счет как в случае непрерывного изменения параметров, так и при наличии скачков и обеспечивающая получение монотонного решения в окрестности разрыва газодинамических параметров.

Наиболее широкое применение в практике получил метод, базирующийся на решении обыкновенных дифференциальных уравнений путем осреднения параметров рабочего процесса по свободному объему камеры сгорания. Применение этой математической модели позволило в значительной степени упростить математический аппарат, алгоритм задачи и уменьшить затраты машинного времени по сравнению с газодинамическими моделями. В ряде случаев по точности расчета, особенно для зарядов с каналами сложной формы, нульмерная модель не уступает газодинамической. Последнее обусловлено не только существующей до настоящего времени сложностью постановки краевых условий для одномерной нестационарной модели, но и тем, что одномерная модель реализуется только в зарядах ТТ с осесимметричным цилиндрическим каналом, в то время как на практике в большинстве своем используются заряды ТТ с каналами сложной формы (в поперечном сечении): мальтийский крест и др. Для зарядов ТТ с такой сложной формой канала реализуется двумерная неста-

ционарная модель, в то время как одномерная модель может давать существенные погрешности даже по сравнению с нульмерной моделью.

Одним из главных недостатков метода осредненных параметров является то, что он не позволяет учесть всех особенностей взаимодействия разнородных продуктов сгорания, скорость распространения фронта пламени по поверхности заряда ТТ и изменения газодинамических параметров рабочего процесса по длине канала заряда ТТ.

Для частичного устранения этого недостатка при сохранении математической модели Б. А. Райзбергом применен принцип осреднения параметров рабочего процесса по элементарным объемам отдельных характерных зон. Путем разбиения камеры сгорания на элементарные объемы и применения законов сохранения к продуктам сгорания, находящимся в этих объемах, в определенной степени удастся учесть изменение физических величин как по времени процесса, так и по длине камеры сгорания.

Нульмерная модель воспламенения может быть построена как с учетом дожигания (с учетом химических реакций) продуктов сгорания воспламенительного состава и твердого топлива в кислороде воздуха, находящегося в свободном объеме камеры сгорания, так и в предположении отсутствия этого эффекта. В последнем случае предполагается, что каждый из продуктов сгорания находится в химическом и термодинамическом равновесном состоянии и что контакт и смешение продуктов сгорания между собой, а также с остатком воздуха в камере сгорания не приводят к возникновению химических реакций. Предполагается также, что температура продуктов сгорания воспламенительного состава и твердого топлива, поступающих в свободный объем камеры сгорания, принимается постоянной, равной температуре горения соответствующих веществ при постоянном давлении. В то время как эффекты недогорания и теплопотерь учитываются в виде искусственного понижения температуры горения путем уменьшения на коэффициент теплопотерь. Давление в камере сгорания предполагается одинаковым по всему объему камеры сгорания. Это допущение оправдано тем, что для двигателей практически всех размеров время распространения возмущений по свободному объему камеры сгорания мало по сравнению со временем переходного воспламенительного процесса, а перепад давлений, обусловленный изменением скорости потока продуктов сгорания по длине канала заряда ТТ и гидродинамическими сопротивлениями, является небольшим.

15.10. УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПРОЦЕСС ДЛЯ ВОСПЛАМЕНИТЕЛЬНОГО ПЕРИОДА

В двигателе с передним расположением воспламенительного устройства (рис. 15.5) после срабатывания пиропатрона продукты сгорания попадают в ВУ и зажигают находящийся там воспламенительный состав, в качестве которого может быть использован дымный мелкозернистый порошок или пиротехнический состав. При математическом описании процессов, происходящих в двигателе, будем полагать, что в момент срабатывания пиропатрона

и зажигания ВС корпус ВУ с дымным порохом разрушается. При этом частицы дымного пороха разбрасываются по переднему объему и горят, оставаясь в нем. Функцию распределения частиц дымного пороха в заряде ВУ по размерам будем полагать известной, закон скорости горения считать одинаковым для всей массы частиц и являющимся некоторой функцией давления, а поверхность горения — функцией сгоревшего свода.

Если для воспламенения применяется пиротехнический состав, то заряд ВУ до конца сгорания остается в корпусе ВУ. После срабатывания пиропатрона пиротехнический заряд и дымный порошок, если он есть, загораются и горят в замкнутом объеме, пока не будет достигнуто давление разрушения окон ВУ. Предполагаем, что все окна разрушаются одновременно и мгновенно. Учет постепенности разрушения окон ВУ в силу его кратковременности не может внести существенного уточнения в расчет газодинамических параметров двигателя. После разрушения окон продукты сгорания воспламенительного состава истекают в камеру двигателя в звуковом или дозвуковом режимах. Параметры по объему ВУ будем осреднять, так как объемы ВУ с передним расположением обычно невелики и учет изменения параметров при течении продуктов сгорания по объему ВУ в направлении окон не может привести к заметному уточнению расчета газодинамических параметров двигателя. В соответствии с изложенной выше картиной и последовательностью процессов, протекающих в РДТТ в начальный период его работы, составим уравнения, описывающие изменение параметров рабочего процесса в различных зонах свободного объема камеры сгорания и в К-фазе топлива. При этом будем исходить из уравнений гидромеханики в цилиндрических координатах, полученных А. М. Липановым, и ограничимся рассмотрением осесимметричного идеального потока.

В соответствии со сделанным замечанием имеем следующую исходную систему уравнений неразрывности, концентраций, количества движения, энергии и состояния:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho r) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho r v) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho r \omega) = 0; \quad (15.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} r \rho a_i (1 - \gamma) + \frac{\partial}{\partial x} r \rho v a_i (1 - \gamma) + \frac{\partial}{\partial r} r \rho \omega a_i (1 - \gamma) = A_i r \rho^2 (1 - \gamma)^2 \\ (i = 1, 2, 3, \dots, n); \end{aligned} \quad (15.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} r \rho \vec{v} + \frac{\partial}{\partial x} r \rho \vec{v} v + \frac{\partial}{\partial r} r \rho \vec{v} \omega + \vec{i}_x \frac{\partial}{\partial x} r \rho + \vec{i}_r \frac{\partial}{\partial r} r \rho = 0; \quad (15.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} r \rho E + \frac{\partial}{\partial x} r \rho v E + \frac{\partial}{\partial r} r \rho \omega E + \frac{\partial}{\partial x} (r \rho v) + \frac{\partial}{\partial r} (r \rho \omega) = r \rho^2 (1 - \gamma)^2 \times \\ \times \left[a_2 \sum_{j=1}^3 Q_j a_{2(j+1)} \frac{K_j(T)}{\mu_{2(j+1)}} + a_4 \sum_{j=4}^5 Q_j a_{j+3} \frac{K_j(T)}{\mu_{j+3}} \right]; \end{aligned} \quad (15.17)$$

$$\rho = p R T (1 - \gamma), \quad (15.18)$$

где \vec{i}_x , \vec{i}_r — орты; Q_j — тепловой эффект j -й реакции;

$$E = \frac{v^2 + \omega^2}{2} + (1 - \gamma) \left(E_{\text{ст.г}} + \int_{T_{\text{ст}}}^T c_V dT \right) + \gamma \left(E_{\text{ст.ч}} + \int_{T_{\text{ст}}}^{T_{\text{ч}}} c_{\text{ч}} dT \right)$$

— полная удельная энергия единицы массы продуктов сгорания; ρ — суммарная плотность продуктов сгорания; $A_i r \rho^2 (1 - \gamma)^2$ — скорость объемных химических реакций при взаимодействии продуктов сгорания между собой.

Условимся, что a_i (вещества, соответствующие a_i , будем обозначать X_i) означают концентрации: a_1 — продуктов сгорания топлива основного заряда; a_2 — продуктов первичного разложения топлива; a_3 — инертной части начального газа; a_4 — активной части начального газа; a_5 — инертной части продуктов сгорания ВС; a_6 — продуктов сгорания ВС, вступающих во взаимодействие с продуктами первичного разложения топлива; a_7 — продуктов сгорания ВС, вступающих во взаимодействие с активной частью начального газа; a_8 — продуктов сгорания ВС, вступающих во взаимодействие одновременно и с продуктами первичного разложения топлива, и с активной частью начального газа; $a_9 \dots a_{13}$ — продуктов взаимодействия веществ X_4 и X_2 ; X_2 и X_6 ; X_2 и X_8 ; X_4 и X_7 ; X_4 и X_8 соответственно.

Предполагаем, что реакции имеют второй порядок и протекают в соответствии с уравнением вида $X_i + X_j \rightarrow X_{ij}$.

Тогда

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 0; \quad A_2 = -a_2 a_4 K_1(T) / \mu_4 - a_2 a_6 K_2(T) / \mu_6 - a_2 a_8 K_3(T) / \mu_8; \\ A_3 &= 0; \quad A_4 = -a_4 a_7 K_1(T) / \mu_4 - a_4 a_7 K_4(T) / \mu_7; \\ A_5 &= 0; \quad A_6 = -a_4 a_6 K_2(T) / \mu_6; \\ A_7 &= -a_4 a_7 K_4(T) / \mu_7; \quad A_8 = -a_2 a_8 K_3(T) / \mu_8; \\ A_9 &= a_2 a_4 K_1(T) \mu_9 / (\mu_2 \mu_4); \quad A_{10} = a_2 a_6 K_{21}(T) \mu_{10} / (\mu_2 \mu_6); \\ A_{11} &= a_2 a_8 K_3(T) \mu_{11} / (\mu_2 \mu_8); \\ A_{12} &= a_2 a_7 K_4(T) \mu_{12} / (\mu_4 \mu_7); \\ A_{13} &= a_4 a_8 K_5(T) \mu_{13} / (\mu_4 \mu_8), \end{aligned} \right\} \quad (15.19)$$

где $K_j(T)$ — константы скоростей химических реакций, записываемые в виде

$$K_j(T) = K_{0j} \rho \left(-\frac{E_j}{R_0 T} \right) \quad (j = 1 \dots 5), \quad (15.20)$$

K_{0j} , E_j — предэкспонент и энергия активации j -й реакции; R_0 — универсальная газовая постоянная; μ — молекулярная масса вещества.

В соответствии с принятыми предположениями о характере взаимодействия продуктов сгорания между собой и гипотезой о смешении пропорционально концентрациям газовую постоянную R и теплоемкость c_V смеси определим по следующим соотношениям:

$$R = \sum_{i=1}^{13} a_i R_i; \quad (15.21)$$

$$c_V = \sum_{i=1}^{13} a_i c_{V_i}. \quad (15.22)$$

При этом отношение теплоемкостей в соответствии с законом Майера определится по формуле

$$\frac{R}{n-1} = \sum_{i=1}^{13} a_i \frac{R_i}{n_i-1}. \quad (15.23)$$

Конденсированные частицы в продуктах сгорания рассматриваем отдельно, обозначив их массовую долю γ . Разницу в теплофизических свойствах конденсированных частиц продуктов сгорания воспламенителя и основного заряда не учитываем. Для расчета γ запишем уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial t}(r\rho\gamma) + \frac{\partial}{\partial x}(r\rho v\gamma) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho\omega\gamma) = 0. \quad (15.24)$$

Для расчета температуры конденсированных частиц имеем уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[r\rho\gamma \left(E_{\text{ст.н}} + \int_{T_{\text{ст}}}^{T_{\text{ч}}} c_{\text{ч}} dT \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[r\rho\gamma v \left(E_{\text{ст.ч}} + \int_{T_{\text{ст}}}^{T_{\text{ч}}} c_{\text{ч}} dT \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial r} \left[r\rho\gamma\omega \left(E_{\text{ст.ч}} + \int_{T_{\text{ст}}}^{T_{\text{ч}}} c_{\text{ч}} dT \right) \right] = 3 \frac{\rho\gamma r}{\rho_{\text{ч}} r_{\text{ч}}} a_{\text{ч}} (T - T_{\text{ч}}), \end{aligned} \quad (15.25)$$

где $r_{\text{ч}}$ — среднемассовый размер конденсированных частиц; $\rho_{\text{ч}}$ — плотность вещества частиц; $a_{\text{ч}}$ — коэффициент теплоотдачи от газов к конденсированным частицам.

Для интегрирования уравнений (15.14)...(15.17), (15.24), (15.25) необходимо задать соответствующие начальные и граничные условия.

В соответствии с принятой гипотезой об одномерности потока продуктов сгорания в канале заряда перейдем от двумерных уравнений к одномерным.

Промежуточные выкладки выполним на примере уравнения (15.14), для остальных запишем окончательные результаты.

Умножив все члены уравнения (15.14) на $2\pi dr$ и проинтегрировав по r от 0 до $R(t, x)$ (где $R(t, x)$ — радиус канала заряда), получим

$$2\pi \int_0^{R(t,x)} \frac{\partial}{\partial t}(r\rho)dr + 2\pi \int_0^{R(t,x)} \frac{\partial}{\partial x}(r\rho v)dr + 2\pi R(t, x)(\rho\omega)_{r=R} = 0.$$

Вынесем производные из-под знаков интегрирования в соответствии с теоремой Лейбница — Ньютона.

Тогда получим

$$\begin{aligned} 2\pi \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{R(t,x)} r\rho dr + 2\pi \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{R(t,x)} r\rho v dr = \\ = -2\pi R(t, x)(\rho\omega)_{r=R} + 2\pi R(t, x)\rho_{r=R} \frac{\partial R(t, x)}{\partial t} + 2\pi R(t, x)(\rho v)_{r=R} \frac{\partial R(t, x)}{\partial x}. \end{aligned} \quad (15.26)$$

Преобразуем правую часть уравнения (15.26). Для этого рассмотрим элементарный объем топлива, примыкающий к поверхности горения (рис. 15.17).

Учитывая, что проекции составляющих скорости вдуваемых газов на ось двигателя и его радиус связаны со скоростью вдувания соотношением

$$\left. \begin{aligned} (\omega)_{\pi} &= \omega_{\pi} \cos a; \\ (v)_{\pi} &= -\omega_{\pi} \sin a, \end{aligned} \right\} \quad (15.27)$$

а частные производные

$$\partial R / \partial t = u / \cos a; \quad \partial R / \partial x = \operatorname{tg} a \quad (15.28)$$

(где a — угол наклона канала заряда), получим

$$\begin{aligned} 2\pi R(t, x) \rho_{\pi} \left(-\omega_{\pi} + v_{\pi} \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial t} \right) &= \\ = 2\pi R(t, x) \frac{\rho_{\pi} (-\omega_{\pi} + u)}{\cos a} &= h \rho_{\pi} \frac{-\omega_{\pi} + u}{\cos a}, \end{aligned}$$

где h — смоченный периметр канала заряда; ρ — плотность продуктов сгорания, оттекающих от поверхности.

В итоге уравнение (15.26) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} F \rho + \frac{\partial}{\partial x} F \rho v = \frac{h \rho_{\pi} (-\omega_{\pi} + u)}{\cos a}, \quad (15.29)$$

где ρ и ρv вынесены средними значениями для площади поперечного сечения канала заряда F за знак интеграла.

Аналогично получают одномерные уравнения для расчета концентраций a_i и γ .

Поскольку течение конденсированных частиц рассматриваем отдельно, всю образующуюся в единицу времени и в единице объема массу разделим на две части пропорционально массовой доле конденсированных частиц. Это значит, что при горении топлива приход газообразных продуктов с единицы поверхности горения равен $\gamma_{\pi} \rho_{\pi} (-\omega_{\pi} + u)$, а приход конденсированных частиц равен $(1 - \gamma_{\pi}) (-\omega_{\pi} + u) \rho_{\pi}$. Массовую долю К-частиц γ_{π} считаем известной. Поэтому, опуская промежуточные выкладки, для определения a_i и γ получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [F \rho (1 - \gamma) a_i] + \frac{\partial}{\partial x} [F \rho v (1 - \gamma) a_i] &= \\ = \frac{h \rho_{\pi} (-\omega_{\pi} + u)}{\cos a} (1 - \gamma_{\pi}) \delta_{1i} + F A_i \rho^2 (1 - \gamma)^2; \end{aligned} \quad (15.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (F \rho \gamma) + \frac{\partial}{\partial x} (F \rho v \gamma) = h \rho_{\pi} (-\omega_{\pi} + u) \gamma_{\pi} / \cos a. \quad (15.31)$$

Комплекс

$$h \rho_{\pi} (-\omega_{\pi} + u) (1 - \gamma_{\pi}) \delta_{1i} / \cos a$$

относится только к продуктам первичного разложения, если топливо не горит, или к продуктам сгорания топлива основного заряда. Для остальных веществ

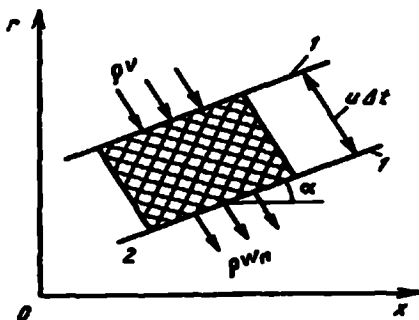


Рис. 15.17

Перемещение элемента поверхности горения канала заряда ТТ:

a — угол наклона поверхности канала заряда ТТ; 1 — положение элемента поверхности горения в моменты времени t и $t + \Delta t$; 2 — проекция элемента ТТ, сгорающего за время Δt на плоскости (r, x) .

этот комплекс равен нулю. Учет прихода продуктов первичного разложения целесообразен до воспламенения основного заряда. После воспламенения приход их следует считать равным нулю, хотя фактически он имеет место. Момент воспламенения при учете химических реакций в К-фазе можно считать соответствующим, например, точке перегиба $u = u^*$ на кривой $u(t)$ в начале интенсивного перемещения поверхности горения. Фактически перемещение поверхности горения, хоть и медленно, может начинаться ранее, после того как будет достигнута температура газификации, и дополнительного момента воспламенения можно не вводить. Учитывая, однако, что состоянию горения соответствует вполне определенная энтальпия продуктов сгорания, а химические реакции в зоне горения газовой фазы в данном случае не рассматриваются, необходимо применение еще одного «момента воспламенения»:

$$\delta_{1,1} = \begin{cases} 0, & \text{если } u < u^*; \\ 1, & \text{если } u \geq u^*; \end{cases} \quad (15.32)$$

$$\delta_{1,2} = 1 - \delta_{1,1}; \quad \delta_{1,3} = \delta_{1,4} = \dots = \delta_{1,n} = 0.$$

Выполняя аналогичные преобразования для уравнений энергии и импульсов и используя соотношения, получаемые на основе закона сохранения импульсов и энергии для бесконечно малого объема, примыкающего к поверхности горения, получим:

$$\frac{\partial}{\partial t}(F\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(F\rho v^2) + F \frac{\partial}{\partial x} = 0; \quad (15.33)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(F\rho E) + \frac{\partial}{\partial x}(F\rho v E) + \frac{\partial}{\partial x}(F\rho v) = \\ & = h\rho_{\pi}(-\omega_{\pi} + u)E_{\pi} / \cos a + hq_{\Sigma}\delta_2(1 - \psi_{\pi}) + F\rho^2(1 - \gamma)^2 \times \\ & \times \left[a_2 \sum_{j=1}^3 Q_j a_{2(j+1)} \frac{K_j(T)}{\mu_{2(j+1)}} + a_4 \sum_{j=4}^5 Q_j a_{j+3} \frac{K_j(T)}{\mu_{j+3}} \right]; \end{aligned} \quad (15.34)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(F\rho\gamma) \left(E_{\text{ст.ч}} + \int_{T_{\text{ст}}}^{T_{\text{ч}}} c_{\text{ч}} dT \right) + \frac{\partial}{\partial x}(F\rho v\gamma) \left(E_{\text{ст.ч}} + \int_{T_{\text{ст}}}^{T_{\text{ч}}} c_{\text{ч}} dT \right) = \\ & = \frac{h\rho_{\pi}(u - \omega_{\pi})}{\cos a} E_{\pi\text{ч}} \gamma_{\pi} + 3 \frac{F\rho\gamma a_4}{\rho_{\text{ч}} r_{\text{ч}}} (T - T_{\text{ч}}), \end{aligned} \quad (15.35)$$

где

$$E_{\pi} = \begin{cases} E_{\text{пр}}, & \text{если } u \geq u^*; \\ E_{\text{пч}}, & \text{если } u < u^*; \end{cases}$$

$E_{\text{пр}}, E_{\text{пч}}, E_{\pi\text{ч}}$ — внутренние удельные энергии смеси продуктов сгорания основного заряда, продуктов газификации и частиц, поступающих в канал.

В уравнениях (15.33)...(15.35) все параметры являются средними по поперечному сечению канала заряда. В уравнении (15.34) в выражении $hq_{\Sigma}\delta_2(1 - \psi_{\pi})$ учтены тепловые потери на нагревание топлива. После воспламенения топлива основного заряда δ_2 равна нулю. Плотность теплового потока газов к поверхности ТТ в довоспламенительный период можно определить по зависимости (15.1), а коэффициент теплоотдачи для непроницаемой стенки может

быть определен по формуле (15.2). Коэффициент пористости ψ_n поверхности непроницаемого канала считается заданной величиной. Система из $6 + n$ уравнений (15.29)...(15.35) содержит $6 + n$ (n — число сортов продуктов горения, находящихся в канале заряда) неизвестных параметров, определяемых в результате решения дифференциальных уравнений. Это следующие параметры: $\rho, p, v, \gamma, a_i, F, T$.

Связь между радиусом R канала и площадью его поперечного сечения F , а также параметром h определяется выражениями:

$$F = \pi R^2; \quad h = 2\pi R.$$

Исключая $\cos\alpha$ с помощью второго уравнения системы (15.28) и рассматривая по-прежнему двумерный случай, запишем первое уравнение этой системы в виде

$$\frac{\partial R}{\partial t} = u \sqrt{1 + \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)^2}.$$

Для большинства зарядов квадратом величины $\partial R/\partial x$ по сравнению с единицей можно пренебречь.

Тогда

$$\partial R/\partial x = u.$$

Скорость горения топлива при решении газодинамических уравнений на каждом шаге интегрирования (или в процессе выполнения итераций) считаем известной величиной, или известной функцией. Если процесс горения можно рассматривать как квазистационарный, то скорость горения можно считать известной функцией давления, температуры заряда и газодинамических параметров. Вид соответствующих зависимостей заранее задан экспериментально или теоретически.

Таким образом, для определения характеристик процесса выхода двигателя на режим приходится решать сложную систему газодинамических нестационарных уравнений с частными производными совместно с близкими к ним по структуре уравнениями, описывающими нестационарные физико-химические процессы в К-фазе топлива.

После выхода на режим решения этих систем уравнений могут быть разделены, а сами уравнения оказываются существенно более простыми (по крайней мере, одномерные).

15.11. ОДНОМЕРНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ВЫХОДА ДВИГАТЕЛЯ НА СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ

Математическая модель расчета параметров рабочего процесса построена с учетом физико-химических процессов в К-фазе и газодинамических процессов в газовой зоне. Изменение параметров рабочего процесса описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа в безразмерных переменных относительно скорости потока v , местной скорости звука a , энтропийной функции S и давления p .

Эта система уравнений, полученная В. Н. Виллюновым, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \tau} + v \frac{\partial S}{\partial \xi} &= \frac{K_1 S}{p} \left[1 + \frac{n-1}{2} v^2 - a^2 \right] p^v \delta(t_b) - K_2 \frac{v^{-0,8} \rho^{0,8}}{\xi^{0,2}} [K_3 a^2 - (1 - \gamma T_n)]; \\ \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{2}{n-1} a + v \right] + (v + a) \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{2}{n-1} (a + n) - \frac{a^2}{n(n-1)} \frac{\partial S}{\partial \xi} \right] &= \\ = \frac{K_1 a}{(n-1)p} \left\{ \left[1 + \frac{n-1}{2} v^2 - \frac{n-1}{2} v a - \frac{a^2}{n} \right] p^v \delta(t_b) - K_2 \frac{v^{-0,8} \rho^{0,8}}{\xi^{0,2}} [K_3 a^2 - (1 + \gamma T_n)] \right\}. \end{aligned} \quad (15.36)$$

Для определения времени воспламенения в зависимости от ξ необходимо к системе уравнений (15.36) добавить уравнение зажигания

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_T^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + Q \frac{Z}{a} e^{-E/RT}, \quad (15.37)$$

где a_T — коэффициент температуропроводности топлива; Q — тепловой эффект реакции; Z — частотный фактор; E — энергия активации твердого топлива.

Система уравнений (15.36) и уравнение (15.37) интегрируется при следующих начальных и граничных условиях:

а) для системы уравнений (15.36) начальные условия

$$v(\xi, 0) = 0, \quad a(\xi, 0) = a_{\text{нач}}, \quad S(\xi, 0) = S_{\text{нач}}, \quad \theta(\eta, 0) = \theta_{\text{нач}};$$

граничные условия

$$\begin{aligned} &\text{для } \xi = 0: v(0, \tau) = 0 \quad \text{при } \tau \geq 0; \\ &\text{для } \xi = 1: \frac{v(1, \tau)}{a(1, \tau)} = \frac{M_{LH}}{2} \quad \text{при } \tau > \tau_1, \end{aligned}$$

где M_{LH} — функция, зависящая от геометрии;

б) для уравнений (15.37) начальные условия

$$T(x, y, 0) = T_{\text{нач}} \quad \text{при } 0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq y \leq \infty;$$

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y} &= a(T - T_n) \quad \text{при } t > 0; \\ -\lambda \frac{\partial T(x, \infty, t)}{\partial y} &= 0 \quad \text{при } t > 0. \end{aligned}$$

Коэффициент теплоотдачи a в канале заряда ТТ может быть определен по зависимости (15.2), а во входном сечении канала при $X = 0$ — по соотношению (15.3).

Особенность этой задачи в том, что первые части газодинамических уравнений системы (15.36) характеризуют разрывность параметров рабочего процесса. С учетом этого в качестве математического метода решения системы уравнений (15.36) можно использовать разностные схемы вычислений, в частности явную разностную схему Лакса. В отличие от метода характеристик эти схемы допускают сквозной счет через возможные разрывы («вязкостные» разностные схемы) и позволяют вести совместный счет системы уравнений (15.36), численное решение которой определяется на криволинейной сетке ζ , τ и уравнения

(15.37), решение которого определяется на прямоугольной сетке η, τ . При этом область движения газа рассекается прямоугольной сеткой; координаты узлов этой сетки $\tau = j\Delta\tau$; $\xi = j\Delta\xi$; $j = 0, 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots$, где $\Delta\tau, \Delta\xi$ — шаги по времени и пространству соответственно.

15.12. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ВОСПЛАМЕНИТЕЛЬНОГО ПЕРИОДА В НУЛЬМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Дифференциальные уравнения, описывающие изменения осредненных параметров рабочего процесса по времени, могут быть построены путем применения закона сохранения массы и энергии ко всей массе продуктов сгорания, заполняющих свободный объем.

Уравнения закона сохранения массы продуктов сгорания в свободном объеме камеры сгорания можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(pV) = \Pi_v + \Pi_\tau - G_{кр}. \quad (15.38)$$

Пренебрегая изменением свободного объема камеры сгорания V , уравнение (15.38) запишем в виде

$$V \frac{dp}{dt} = \Pi_v + \Pi_\tau - G_{кр}, \quad (15.39)$$

где

$$p = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n p_i V_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (15.40)$$

— средняя по объему камеры сгорания плотность продуктов сгорания; p_i — плотность продуктов сгорания в свободном объеме i -го элемента; V_i — свободный объем i -го элемента.

Приход продуктов сгорания Π_τ , обусловленный горением заряда ТТ, выражается массой продуктов сгорания, поступающих в камеру сгорания в единицу времени:

$$\Pi_\tau = p_\tau S(t) u_\tau \delta(t_n), \quad (15.41)$$

где $S(t)$ — текущее значение поверхности горения заряда ТТ.

Скорость горения заряда ТТ u_τ может быть определена по зависимости (15.5).

Секундный массовый приход Π_τ в свободный объем камеры сгорания при горении воспламенительного состава может быть определен по одному из соотношений (15.8), (15.11), (15.13).

Здесь и далее индексы «в», «т», «взд», «см» относятся к продуктам сгорания ВС, ТТ, воздуха и смеси соответственно.

Выражение для секундного массового расхода через критическое сечение сопла, используя принцип квазистационарности и сверхкритического истечения, можно представить в виде следующего соотношения:

$$G_{кр} = \frac{p F_{кр} \delta(p_3)}{\beta}. \quad (15.42)$$

Функция единичного скачка $\delta(p_3)$ определяется по соотношению

$$\delta(p_3) = \begin{cases} 1, & \text{если } t \geq t_3; \\ 0, & \text{если } t < t_3. \end{cases} \quad (15.43)$$

Время t_3 соответствует моменту достижения критического давления p_3 , при котором происходит разрушение заглушки.

Уравнение закона сохранения энергии продуктов сгорания в предположении постоянства давления по свободному объему имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[p \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{n_i - 1} \right] = \frac{n_b}{n_b - 1} \Pi_b \varphi_{к.в} R_b T_b + \\ + \frac{n_t}{n_t - 1} \Pi_t \varphi_{к.с} R_t T_t - \frac{n}{n_c - 1} G_{кр} R_c T_c \quad (i = 1, 2, \dots, n). \end{aligned} \quad (15.44)$$

Введем в рассмотрение средний по свободному объему камеры сгорания показатель изоэнтропии n , определяемый выражением

$$n = 1 + \frac{V}{\sum_{i=1}^n V_i / (n_i - 1)}. \quad (15.45)$$

Тогда уравнение энергии для приведенных средних по свободному объему величин примет вид

$$V \frac{d}{dt} \left[\frac{p}{n - 1} \right] = \frac{n_b}{n_b - 1} \Pi_b \varphi_{к.в} R_b T_b + \frac{n_t}{n_t - 1} \Pi_t \varphi_{к.с} T_t - \frac{n_c}{n_c - 1} G_{кр} R_c T_c. \quad (15.46)$$

Уравнение состояния для осредненных по свободному объему камеры сгорания величин с учетом соотношения для плотности и выражения

$$RT = \frac{V}{\sum_{i=1}^n V_i / (R_i T_i)} \quad (15.47)$$

можно записать в виде

$$p = \rho RT. \quad (15.48)$$

Полученные уравнения (15.5)...(15.9), (15.39), (15.40), (15.42), (15.46) и (15.48) являются общими и не отражают индивидуальных особенностей процесса, предопределяемых конкретными условиями (схемы заряда ТТ, двигателя и др.). Указанные уравнения отражают взаимосвязь между переменными p , ρ , R , T , n , $G_{кр}$, Π_b , Π_t , u_b , u_t , а переменные S_b , S_t , R_c , T_c , p_b , u , V предполагаются известными функциями времени.

15.13. НУЛЬМЕРНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ВЫХОДА ДВИГАТЕЛЯ НА СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ С ДОЖИГАНИЕМ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ

Рассмотрим схему двигателя с одноканальным зарядом ТТ и воспламенительным устройством в передней части РДТТ. В предположении осреднения параметров рабочего процесса по свободному объему камеры сгорания математическое описание процесса воспламенения представим в виде следующих соотношений.

Уравнение сохранения массы для продуктов сгорания ВС:

$$\frac{dM}{dt} = 3\omega_{\text{в.нач}}(1-Z)^2 Z_{\text{в}} \delta(Z) - g_{\text{в}} G_{\text{кр.в}}, \quad (15.49)$$

где $\delta(Z)$ — функция единичного скачка, определяемая по соотношению

$$\delta(Z) = \begin{cases} 0, & \text{если } Z < e_{\text{в.нач}}; \\ 1, & \text{если } Z \geq e_{\text{в.нач}}; \end{cases}$$

$$Z = \frac{u_{1\text{в}} p^{\nu_{\text{в}}}}{e_{\text{в.нач}}},$$

$g_{\text{в}}$ — относительная массовая доля продуктов ВС в камере сгорания, определяемая по соотношению

$$g(Z) = \frac{\Pi_{\text{в}}}{\Pi_{\text{в}} + \Pi_{\text{т}} + M_{\text{взд}}}, \quad (15.50)$$

$M_{\text{взд}}$ — массовая доля воздуха в камере сгорания;

$$G_{\text{кр.в}} = \varphi_{\text{р}} \Gamma_1(n_{\text{в}}) \frac{1}{\sqrt{\varphi_{\text{к.в}} R_{\text{в}} T_{\text{в}}}} p_{\text{в}} F_{\text{кр}} \delta(p_3) \quad (15.51)$$

при

$$\frac{p_{\text{нач}}}{p_{\text{в}}} \leq \left[\frac{2}{n_{\text{в}} + 1} \right]^{n_{\text{в}}/(n_{\text{в}}-1)};$$

$$G_{\text{кр.в}} = \varphi_{\text{р}} \sqrt{n_{\text{в}}} \sqrt{\frac{2}{\varphi_{\text{к.в}} R_{\text{в}} T_{\text{в}}}} \left[\left[\frac{p_{\text{нач}}}{p_{\text{в}}} \right] - \left[\frac{p_{\text{нач}}}{p_{\text{в}}} \right] \right] \delta(p_3)^{(n_{\text{в}}+1)/n_{\text{в}}} \quad (15.52)$$

при

$$\frac{p_{\text{нач}}}{p_{\text{в}}} > \left[\frac{2}{n_{\text{в}} + 1} \right]^{n_{\text{в}}/(n_{\text{в}}-1)}.$$

Уравнение сохранения массы для продуктов сгорания заряда ТТ:

$$\frac{dM}{dt} = u_1 p^{\nu} p_{\text{т}} \pi \left[\frac{S_{\text{т.п}}}{\pi} \delta(t_{\text{в}}) + x d \delta(t_{\text{в}}) + \frac{S_{\text{т.с}}}{\pi} \delta(x) \right] - g_{\text{т}} G_{\text{кр}}, \quad (15.53)$$

где $g(x)$ — функция единичного скачка, определяемая из соотношения

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 1; \\ 1, & \text{если } x \geq 1, \end{cases}$$

$S_{т.п}$, $S_{т.с}$ — поверхности горения переднего и заднего торцов (компенсатора со стороны сопла) заряда ТТ соответственно:

$$g_t = \frac{\Pi_t}{\Pi_t + \Pi_v + M_{взд}}$$

— относительная массовая доля продуктов сгорания заряда ТТ.

Уравнение сохранения массы в камере сгорания для воздуха

$$\frac{dM_{взд}}{dt} = -g_{взд} G_{кр}, \quad (15.54)$$

где

$$g_{взд} = \frac{M_{взд}}{\Pi_t + M_{взд} + \Pi_v}$$

— относительная массовая доля воздуха в камере сгорания.

Соотношение, определяющее изменение температуры поверхности канала заряда ТТ в его передней части, можно записать в виде

$$\frac{dT_{п}}{dt} = \frac{a_0(T - T_{п})}{c_t p_t \lambda_t (T_{п} - T_0)}, \quad (15.55)$$

где c_t , λ_t — удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности ТТ соответственно.

В соотношении (15.55) коэффициент теплоотдачи во входном сечении канала определяется по соотношению (15.3). При этом суммарное выражение для массового газоприхода от горения ВС и заряда ТТ можно определить из соотношения

$$\Pi = u_1 p^\nu \pi p_t \left[\frac{S_{т.п}}{\pi} \delta(t_v) + x d(t_v) + \frac{S_{т.с}}{\pi} \delta(x) + 3\omega_v (1 - Z)^2 Z' \delta(Z) \right]. \quad (15.56)$$

Соотношение для текущей величины x можно записать в виде

$$x = d \left[\left[\frac{q_0}{q_0^*} \right]^{1/m_1} - 1 \right], \quad (15.57)$$

где q_0^* — критическое значение удельного теплового потока, транспортируемого от продуктов сгорания к поверхности заряда ТТ.

Соотношение для изменения плотности теплового потока имеет вид

$$dq_0/dt = a_0(T - T_{п}). \quad (15.58)$$

Уравнения (15.49)...(15.58) численно интегрируются методом Рунге — Кутты относительно известных Z , Π_v , Π_t , $M_{взд}$, $T_{п}$, q .

Переменные параметры p и T определяются из уравнений состояния и энергии:

$$p = M_{\text{см}} \frac{R_0 T}{\mu V}; \quad H_{\text{см}} - H_{\text{ст}} - \int_{p_0}^{p(t)} V(t) dp = 0; \quad V = \text{const}, \quad (15.59)$$

где $H_{\text{см}}$ — полная энтальпия смеси ТТ, воздуха и ВС в камере сгорания до момента химического взаимодействия.

$$H_{\text{см}} M_{\text{см}} = H_{\text{взд}} M_{\text{взд}} + H_{\text{в}} \Pi_{\text{в}} + H_{\text{т}} \Pi_{\text{т}},$$

где $H_{\text{взд}}$, $H_{\text{в}}$, $H_{\text{т}}$ — энтальпия воздуха, воспламеняющего состава и ТТ; $H_{\text{см}}$ — энтальпия смеси твердого топлива, воздуха и ВС в камере сгорания после химического взаимодействия.

Применяя метод Ньютона, по системе уравнений (15.59) можно определить переменные p и T , при этом для лучшей сходимости начальные приближения для неизвестных параметров выбираются из предыдущего шага.

Обозначим

$$f_1(p, T) = H_{\text{см}} - H_{\text{см.г}} - \int_{p_0}^{p(t)} V(t) dp;$$

$$f_3(p, T) = p - M_{\text{см}} \frac{R_0 T}{\mu V}.$$

Тогда

$$\frac{\partial f}{\partial T} = -\frac{\partial H_{\text{см.г}}}{\partial T} - (c_p)_p; \quad \frac{\partial f_1}{\partial p} = -V(t);$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial T} = -\left[\frac{M_{\text{см}} R_0}{\mu V} - \frac{R_0 T M_{\text{см}}}{\mu^2 V} \frac{\partial \mu}{\partial T} \right];$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial p} = 1;$$

$$f_1(p_{n+1}, T_{n+1}) = f_1(p_n, T_n) + \frac{\partial f_1}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial f_1}{\partial T} \Delta T;$$

$$f_3(p_{n+1}, T_{n+1}) = f_3(p_n, T_n) + \frac{\partial f_3}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial f_3}{\partial T} \Delta T,$$

где $(c_p)_p$ — удельная теплоемкость при постоянном давлении для равновесного процесса; μ — молекулярная масса газа.

Таким образом, получаем систему уравнений для определения поправок:

$$0 = f_1(p_n, T_n) + \frac{\partial f_1}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial f_1}{\partial T} \Delta T;$$

$$0 = f_3(p_n, T_n) + \frac{\partial f_3}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial f_3}{\partial T} \Delta T;$$

$$\Delta T = \frac{f_3(\partial f_1 / \partial p) - f_1(\partial f_3 / \partial p)}{(\partial f_1 / \partial T)(\partial f_3 / \partial p) - (\partial f_3 / \partial T)(\partial f_1 / \partial p)};$$

$$\Delta p = \frac{f_3(\partial f_1 / \partial T) - f_1(\partial f_3 / \partial T)}{(\partial f_1 / \partial p)(\partial f_3 / \partial T) - (\partial f_3 / \partial p)(\partial f_1 / \partial T)}.$$
(15.60)

Для определения поправок к системе (15.60) необходимо, проведя термодинамический расчет, найти значения μ , $(c_p)_p$, λ , $H_{\text{см.г}}$.

15.14. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИГАТЕЛЯ

Приведем систему уравнений в нульмерном приближении для расчета периода воспламенения, построенную без учета дожигания недоокисленных продуктов сгорания. Математическое описание процесса дается на основе принятой физической модели (системы уравнений (15.49)...(15.58)) и некоторых других предположений. В частности, в данном случае будем предполагать, что продукты сгорания ВС, твердого топлива и воздуха образуют однородную смесь, состоящую из газа и твердых частиц, находящихся в состоянии динамического, теплового и химического равновесия.

Система уравнений по аналогии с уравнениями, приведенными в предыдущем подразделе, имеет вид

$$\begin{aligned}
 \frac{dM_B}{dt} &= 3\omega_{B,\max}(1-Z^2)Z'\delta(Z); \\
 \frac{dM_T}{dt} &= u_1 p^\nu \rho_T \pi \left[\frac{S_{T,\Pi}}{\pi} \delta(t_B) + x d\delta(t_B) + \frac{S_{T,c}}{\pi} \delta(x) \right]; \\
 G_{кр} &= \varphi_p \Gamma_1(n) \frac{p_{0c} F_{кр}}{\sqrt{\varphi_K R T_T}} \delta(p_3); \\
 \frac{dp}{dt} &= \frac{RT}{V} (\Pi_B + \Pi_T - G_{кр}); \\
 \frac{dM_{взд}}{dt} &= G_{кр}(g_B g_T) - (1 - g_B - g_T) G_{кр}; \\
 \frac{dg_B}{dt} &= \frac{\Pi_B(1 - g_B) - g_B \Pi_T}{\Pi_B + M_{взд} + \Pi_T + G_{кр}}; \\
 \frac{dg_T}{dt} &= \frac{\Pi_T(1 - g_T) - g_T \Pi_B}{\Pi'_B + M'_{взд} + \Pi'_T + G'_{кр}}; \\
 \frac{dT_\Pi}{dt} &= \frac{a_0(T - T_\Pi)^2}{\rho_T c_T \lambda_T (T_\Pi - T_0)}; \\
 \frac{dq_0}{dt} &= a_0(T - T_\Pi); \\
 R &= R_{взд}(1 - g_B - g_T) + R_B g_B + R_T g_T; \\
 n &= 1 + \frac{R_{взд}(1 - g_B - g_T) + R_B g_B + R_T g_T}{R_{взд}(1 - g_B - g_T)/(n_{взд} - 1) + R_B g_B/(n_B - 1) + R_T g_T(n_T - 1)}; \\
 T &= \frac{n-1}{nR} \left[\frac{n_B}{n_B - 1} R_B T_B g_B + \frac{n_T}{n_T - 1} R_T T_T g_T + \frac{n_{взд}}{n_{взд} - 1} R_{взд} T_{взд} (1 - g_B - g_T) \right]; \\
 \lambda &= \lambda_{взд}(1 - g_T - g_B) + \lambda_B g_B + \lambda_T g_T; \\
 c_p &= \frac{\lambda}{d} N_\vartheta \left[\frac{Gd}{F \lambda c_p} \right]^{m_1}; \quad x = a \left[\left[\frac{q_0}{q_0^*} \right]^{1/m_1} - 1 \right];
 \end{aligned} \tag{15.61}$$

$q_{0кр} = q_0$, если $T_\Pi \geq T_B$;

$$\delta(z) = \begin{cases} 0, & \text{если } z < e_{\text{в.нач}}; \\ 1, & \text{если } z \geq e_{\text{в.нач}}; \end{cases}$$

$$\delta(t_{\text{в}}) = \begin{cases} 0, & \text{если } T_{\text{п}} < T_{\text{в}}; \\ 1, & \text{если } T_{\text{п}} \geq T_{\text{в}}; \end{cases}$$

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < l; \\ 1, & \text{если } x \geq l; \end{cases}$$

$$\delta(p_3) = \begin{cases} 0, & \text{если } p < p_3; \\ 1, & \text{если } p \geq p_3. \end{cases}$$

Для иллюстрации математической модели на рисунке 15.13 изображен график $(p(t))$ зависимости давления от времени процесса. Расчеты проведены численным методом Рунге — Кутты для гипотетического двигателя и гипотетических исходных данных.

15.15. ВОСПЛАМЕНЕНИЕ ЗАРЯДА ТТ С ТОРЦЕВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ГОРЕНИЯ

Определенная специфика протекания воспламенительного процесса в двигателе с зарядом торцевого горения (рис. 15.6) предопределяет необходимость специального рассмотрения методов расчета этого процесса.

Примем следующую упрощенную физическую модель процесса воспламенения заряда торцевого горения. Продукты сгорания воспламенительного состава после практически мгновенного его зажигания поступают в свободный объем двигателя, где смешиваются с воздухом. В этот период происходит передача теплоты от продуктов сгорания к заряду твердого топлива посредством конвекции, излучения и непосредственного контакта горючих частиц с поверхностью заряда.

После передачи определенного количества теплоты поверхностному слою твердого топлива при достижении на его поверхности определенной критической температуры $T_{\text{в}}$ происходит воспламенение всей поверхности заряда. При совместном горении топлива и остатков воспламенительного состава происходит дальнейшее повышение давления в камере сгорания, после чего двигатель выходит на стационарный режим работы. После разрушения сопловой заглушки начинается процесс истечения продуктов сгорания из сопла двигателя.

Математическое описание процесса может быть выполнено на основе принятой физической модели и некоторых дополнительных предположений. Так, будем полагать, что продукты сгорания воспламенительного состава, топлива и воздуха образуют однородную смесь, состоящую из газа и твердых частиц, находящихся в состоянии теплового, динамического и химического равновесия.

Для расчета процесса воспламенения в качестве базовой примем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
V \frac{dp}{dt} &= \Pi_B + \Pi_T - G_{кр}; \\
V \frac{d}{dt} \left[\frac{p}{n-1} \right] &= \frac{n_B}{n_B-1} \Pi_B \phi_{к.в} R_B T_B + \frac{n_T}{n_T-1} \Pi_T \phi_{к} R T_T - \frac{n_c}{n_c-1} G_{кр} R_c T_c; \\
p &= \rho R T; \quad \Pi_B = \rho_B S_B u_B; \quad \Pi_T = \rho_T S_T u_T \delta(t_B); \\
G_{кр} &= \phi_p \Gamma(n) p F_{кр} \delta(p_3) / \sqrt{R_c T_c}; \\
u_B &= u_{1B} (p / p_{атм})^{v_B}; \\
u_T &= u_{1T} (p / p_{атм})^{v_T}.
\end{aligned} \tag{15.62}$$

В системе (15.62) с учетом принятой физической модели положим

$$n_c = n; \quad R_c T_c = R T.$$

Термодинамические характеристики c_p , c_V , R , n смеси продуктов сгорания в камере выразим через характеристики компонентов смеси и их массовые доли следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned}
c_p &= g_B c_{pB} + g_T c_{pT} + g_{взд} c_{pвзд}; \\
c_V &= g_B c_{VB} + g_T c_{VT} + g_{взд} c_{Vвзд}; \\
R &= g_B R_B + g_T R_T + g_{взд} R_{взд}; \\
n &= c_p / c_V.
\end{aligned} \right\} \tag{15.63}$$

Из условия сохранения массы каждого компонента, полагая, что расход компонента пропорционален его массовой концентрации в смеси, можно получить уравнения, характеризующие изменение во времени:

$$\left. \begin{aligned}
dg_B / dt &= \frac{1}{\rho V} [\Pi_B - g_B (\Pi_B + \Pi_T)]; \\
dg_T / dt &= [\Pi_T - g_T (\Pi_B + \Pi_T)]; \\
g_{взд} &= 1 - g_{взд} - g_T.
\end{aligned} \right\} \tag{15.64}$$

Система уравнений (15.62)...(15.64) включает 15 уравнений относительно неизвестных p , ρ , T , Π_B , Π_T , $G_{кр}$, u_B , u_T , c_p , c_V , R , n , g_B , g_T , $g_{взд}$, рассматриваемых как функции времени.

Посредством интегрирования этой системы при заданных начальных условиях можно определить изменения давления и других характеристик рабочего процесса двигателя в период воспламенения и выхода двигателя на стационарный режим.

Хотя формально система уравнений замкнута, для расчета недостает значений времени, соответствующих моментам t_3 , t_v вскрытия сопловой заглушки и воспламенения топлива. Будем полагать что вскрытие сопловой заглушки происходит при достижении в камере сгорания двигателя определенного заранее известного давления p_3 .

Для определения момента воспламенения t_b нужно решить задачу о нагреве торцевого заряда под воздействием теплового потока со стороны продуктов сгорания воспламенительного состава.

Продукты сгорания ВС представляют собой двухфазную химически активную смесь (смесь мелкодисперсного металла и газа). Будем полагать, что основное количество теплоты от двухфазного реакционно-способного потока к поверхности заряда ТТ передается за счет конвективного, радиационного и контактного теплообмена. Общее выражение для плотности теплового потока можно представить в виде

$$q = q_k + q_r + q_{к.т},$$

где q_k — плотности конвективного теплового потока от продуктов сгорания к торцевой поверхности; q_r — плотность лучистого (радиационного) теплового потока от продуктов сгорания к торцевой поверхности; $q_{к.т}$ — плотность контактного теплового потока.

Плотность конвективного теплового потока q_k может быть определена по закону Ньютона — Рихмана

$$q_k = (T_r - T_n).$$

Коэффициент теплоотдачи может быть определен по соотношению

$$a_k = N_{\circ} \frac{\lambda}{l} \left[\frac{G}{F} \frac{l}{c_p \lambda} \right]^m,$$

где N_{\circ} , m — опытные коэффициенты; l — геометрический характерный размер; F — площадь поверхности торца заряда ТТ.

Плотность радиационного теплового потока $q_{к.т}$ обусловлена в значительной степени излучением газообразных компонентов (главным образом H_2O , CO_2) и частиц окислов металлов и может быть определена по соотношению (15.4). Плотность теплового потока, обусловленную контактной теплоотдачей, найдем следующим образом. Предположим, что конденсированные частицы в процессе функционирования ВУ в период воспламенения будут осаждаться на торцевую поверхность заряда. Осаждение конденсата на торец заряда изменяет температурный режим поверхности заряда, с одной стороны, интенсифицируя ее нагрев, с другой — уменьшая его за счет образования на поверхности заряда теплоизоляционного слоя. Внедрению частиц в поверхность заряда способствует, прежде всего, направление (поток направлен перпендикулярно к поверхности) двухфазного реакционноспособного потока от воспламенительного устройства (рис. 15.18).

В результате взаимодействия двухфазного потока с торцевой поверхностью заряда происходит инерционная сепарация частиц на этой поверхности. В период растекания потока (от центра к периферии торца) перенос частиц на поверхность может осуществляться турбулентными пульсациями.

Конденсированные частицы, оказавшись на границе ламинарного подслоя, при достаточной скорости преодолевают его сопротивление и внедряются в торцевую поверхность.

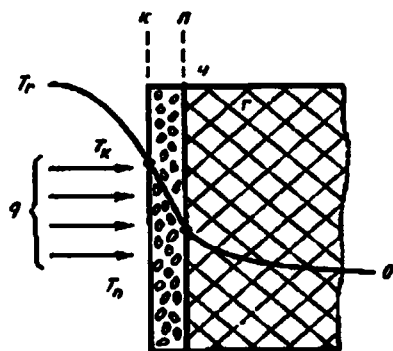


Рис. 15.18

Схема воспламенения заряда ТТ с торцевой поверхностью горения

Осаждению частиц на поверхность также способствуют силы термофореза, обусловленные градиентом температуры в пристеночном пограничном слое, так как участки поверхности частиц, обращенные к высокотемпературной зоне, испытывают более сильное воздействие молекул газа по сравнению с менее нагретыми участками, обращенными к торцевой поверхности заряда. В результате этого на частицу действует сила, направленная к торцевой поверхности. Так, с течением времени, в результате осаждения частиц на поверхности торца образуется пленка. При этом дополнительная теплота, подводимая к поверхности заряда оседающими частицами, равна

$$\Delta q = c_{\text{ч}} u_{\text{ч}} \rho_{\text{ч}} (T_{\text{г}} - T_{\text{к}}),$$

где $c_{\text{ч}}$, $\rho_{\text{ч}}$ — удельная теплоемкость и плотность оседающего вещества; $u_{\text{ч}}$ — линейная скорость наслоения на поверхность торца конденсированной фазы.

Распределение температуры в заряде при образовании пленки из конденсированных частиц для довоспламенительного периода, т. е. когда $T_{\text{в}} < T_{\text{п}}$, находится из решения уравнения нестационарной теплопроводности в неподвижных координатах:

1) для пленки из частиц К-фазы

$$a_{\text{ч}} \frac{\partial^2 T_{\text{ч}}}{\partial x^2} = \frac{\partial T_{\text{ч}}}{\partial t};$$

краевые условия: при $x = x_{\text{к}}$

$$(a + c_{\text{ч}} u_{\text{ч}} \rho_{\text{ч}})(T_{\text{г}} - T_{\text{к}}) = -\lambda \frac{\partial T_{\text{ч}}}{\partial x};$$

при $x = x_{\text{к}} + \delta_{\text{ч}}$

$$\lambda_{\text{ч}} \frac{\partial T_{\text{ч}}}{\partial x} = \lambda_{\text{г}} \frac{\partial T_{\text{г}}}{\partial x};$$

$$x_{\text{к}} = f(t) = x_{\text{к}0} - \int_0^t u dt;$$

при $t = 0$ $T(0, x) = T_{\text{г}} = \text{const}$;

2) для заряда ТТ

$$a_{\text{т}} \frac{\partial^2 T_{\text{т}}}{\partial x^2} = \frac{\partial T_{\text{т}}}{\partial t};$$

при $x = x_{\text{к}} + \delta_{\text{ч}}$

$$\lambda_{\text{ч}} \frac{\partial T_{\text{ч}}}{\partial x} = \lambda_{\text{ч}} \frac{\partial T_{\text{т}}}{\partial x};$$

при $x = x_{\text{к}} + \delta_{\text{ч}} + \delta_{\text{т}}$

$$-\lambda \frac{\partial T_{\text{т}}}{\partial x} = q_{\text{т}};$$

при $t = 0$ $T(0, x) = T_{\text{г}} = \text{const}$.

Линейная скорость u наслоения К-фазы является переменной величиной во времени процесса. Приближенно можно принимать

$$u = u_{\text{ср}} = \text{const}.$$

Положение поверхности заряда определяется координатой $x_k = x_{k0} - ut$, где x_{k0} — начальное положение поверхности конденсированной пленки.

Расчет процесса воспламенения по указанному методу ведется до момента, когда $T_{\text{ц}} \geq T_{\text{в}}$, т. е. до момента зажигания торцевой поверхности горения заряда ТТ. В этот момент происходит, по всей вероятности, локальное воспламенение поверхности заряда, распространяющееся затем по всему торцу. Последнее приводит к повышению давления в пространстве между внутренней поверхностью пленки из частиц К-фазы и поверхностью заряда и, как следствие, к разрушению пленки. Следует отметить, что в начальный период осаждения частиц К-фазы на поверхность заряда резко возрастает тепловой поток за счет кондуктивной составляющей. С течением времени толщина пленки К-фазы увеличивается, она уже начинает функционировать как теплоизоляция и приводит к уменьшению теплового потока, транспортируемого из ядра газового потока. Таким образом, принятие гипотезы о наличии пленки конденсированной фазы на поверхности заряда торцевого горения до момента его воспламенения дает принципиальную возможность учесть все виды теплообмена (конвективный, радиационный, контактный) в отдельности и их роль в суммарном теплообмене между химически активными продуктами сгорания и торцевой поверхностью заряда ТТ.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ ДЛЯ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ РДТТ

16.1. ИЗМЕНЕНИЕ ХАРАКТЕРА ТЕЧЕНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ОБЪЕМНОЙ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯЖАНИЯ

В камере сгорания РДТТ с относительно высокой объемной плотностью заряжания, достигаемой путем уменьшения площади проходного сечения КС, параметры газового потока могут существенно изменяться по длине из-за уменьшения статического давления и появления эффекта «турбулентного горения». Кроме того, при течении продуктов сгорания в камере сгорания имеют место гидродинамические потери, особенно существенные в предсопловом объеме многосоплового блока.

Эти условия отчетливо проявляются в начальный период работы двигателя и требуют изучения газового потока не по осредненным значениям его параметров, а с учетом закономерности их измерения по длине камеры сгорания. С течением времени степень проявления этих явлений будет уменьшаться, так как отношение площади проходного сечения канала заряда к площади критического сечения сопла увеличивается.

К концу работы двигателя скорость газового потока намного меньше скорости звука, относительный перепад статического давления по длине камеры сгорания становится небольшим, а гидродинамические потери практически отсутствуют. Это дает возможность пользоваться средними по свободному объему параметрами состояния газа, что существенно упрощает решение рассматриваемой задачи для последнего периода работы двигателя.

16.2. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА

Анализ системы дифференциальных уравнений. Явно выраженные нестационарные процессы наблюдаются в течение непродолжительного времени: в начальный период выхода двигателя на стационарный режим, в период окончания работы двигателя (период последствия) и в отдельных случаях при резком увеличении и уменьшении давления (например, нестабильное

горение). На основном же, стационарном, участке параметры газового потока, включая период турбулентного горения, несущественно изменяются во времени. Это позволяет в системе уравнений, описывающей нестационарное течение продуктов горения, пренебречь членами, которые содержат частные производные по времени как весьма малыми по сравнению с членами, содержащими частные производные по координате x .

Течение газа в канале заряда без учета сил трения, сил инерции и теплопроводности описывается следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho F) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho F v) &= \rho_{\tau} h u; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho F v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho F \beta v^2) &= -F \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho F \left(c_v T + \beta \frac{v^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho F v \left(c_v T + \beta \frac{v^2}{2} \right) \right] &= \rho_{\tau} h u Q_{\tau} - \frac{\partial}{\partial x}(\rho F v); \\ p &= \rho R T, \end{aligned} \right\} \quad (16.1)$$

где

$$\beta = \begin{cases} \frac{1}{v^2 F} \iint_F v_x^2 dF; \\ \frac{1}{v^3 F} \iint_F v_x^3 dF; \end{cases}$$

p, ρ, T — средние по значению канала давление, плотность и температура газовой смеси; v — средняя по сечению скорость потока; $h = \pi d$ — смоченный периметр канала заряда; d — диаметр канал заряда; Q_{τ} — теплота, выделяющаяся при сгорании единицы массы твердого топлива; R — газовая постоянная. В общем случае скорость горения твердого топлива зависит от целого ряда факторов.

В прикладных задачах для фиксирования марки ТТ можно ограничиться законом горения твердого топлива в виде

$$u = u(p, v), \quad (16.2)$$

где p — давление в потоке, обтекающем заряд; v — скорость газового потока вдоль горящей поверхности заряда.

Скорость горения твердого топлива с учетом эффекта турбулентного горения можно определить по полуэмпирической формуле

$$u = u_1 p^v (1 + K_v \sqrt{v - v_{\text{пор}}}) \delta, \quad (16.3)$$

где

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{если } v < v_{\text{пор}}; \\ 1, & \text{если } v \geq v_{\text{пор}}; \end{cases}$$

K_v — коэффициент турбулентного горения ТТ; $v_{\text{пор}}$ — пороговая скорость турбулентного горения.

При достаточно малых скоростях газового потока, т. е. при $v < v_{\text{пор}}$, как следует из соотношения (16.3), скорость горения будет определяться зависимостью

$$u = u(p). \quad (16.4)$$

В то же время средняя по поверхности S скорость горения

$$\bar{u} = \frac{1}{S} \iint u dS. \quad (16.5)$$

Если горение происходит по боковой поверхности осесимметричного канала заряда, то

$$u = \frac{u}{S} \int_0^l h dx, \quad (16.6)$$

где S — поверхность горения заряда; u — скорость горения в данной точке поверхности.

Используя принцип квазистационарности, суть которого состоит в том, что из-за малости можно пренебречь в общей системе уравнений (16.1) членами, содержащими частные производные по времени как весьма малыми по сравнению с членами, включающими в себя частные производные по координате x , систему уравнений (16.1) можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \rho F v &= \rho_{\tau} h u; & \frac{\partial}{\partial x} \beta \rho F v^2 &= -F \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho F v \left(c_v T + \beta \frac{v^2}{2} \right) \right] &= \rho_{\tau} h u Q_{\tau} - \frac{\partial}{\partial x} p v F; & p &= \rho R T. \end{aligned} \right\} \quad (16.7)$$

Используя соотношения Майера

$$c_p - c_v = R, \quad (16.8)$$

несложно привести третье уравнение (уравнение энергии) системы (16.7) к виду

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho F v \left(\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \beta \frac{v^2}{2} \right) \right] = \rho_{\tau} h u Q_{\tau}. \quad (16.9)$$

После некоторых преобразований приведем систему уравнений (16.7), описывающую квазистационарное течение газа в канале заряда твердого топлива, к следующей формуле:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} &= \frac{\rho_{\tau} h u}{F} - \frac{\rho v}{F} \frac{\partial F}{\partial x}; \\ \rho \beta v \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho_{\tau} v \frac{h u}{F}; \\ \rho v \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \beta \frac{v^2}{2} \right) &= \frac{\rho_{\tau} h u}{F} Q_{\tau} - \\ &\quad - \frac{\rho_{\tau} h u}{F} \left(\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \beta \frac{v^2}{2} \right); \\ p &= \rho R T. \end{aligned} \right\} \quad (16.10)$$

Нетрудно показать, что в третьем уравнении системы (16.10)

$$Q_{\tau} = \frac{n}{n-1} f_{\tau}; \quad (16.11)$$

$$Q_{\tau} = \frac{n}{n-1} \varphi_{\kappa} f_0, \quad (16.12)$$

где φ_{κ} — коэффициент, учитывающий тепловые потери за счет неполноты сгорания и неадиабатности процесса в камере сгорания.

Для того чтобы система уравнений (16.10) была замкнутой, к ней надо присовокупить закон горения, например, в форме (16.1). В результате несложных, но громоздких преобразований уравнений системы (16.10) получим систему, разрешенную относительно частных производных по координате x (при $\beta = 1$):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{\rho_{\tau} h u}{\rho F} \frac{n \varphi_{\kappa} f_0}{a^2 - v^2} + \frac{n+1}{2} \frac{\rho_{\tau} h u}{\rho F} \frac{v^2}{a^2 - v^2} - \frac{v}{F} \frac{a^2}{a^2 - v^2} \frac{\partial F}{\partial x}; \\ \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\rho v^2}{F} \frac{a^2}{a^2 - v^2} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\rho_{\tau}}{\rho} \frac{n h u \varphi_{\kappa} f_0 v}{a^2 - v^2} - \frac{\rho_{\tau} h u v}{F} \frac{2a^2 + (n-1)v^2}{2(a^2 - v^2)}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial T} &= - \frac{\rho_{\tau} h u}{F v} \frac{n \varphi_{\kappa} f_0}{a^2 - v^2} + \frac{\rho_{\tau} h u}{F v} \frac{2a^2 - (n+3)v^2}{2(a^2 - v^2)} + \frac{\rho}{F} \frac{v^2}{a^2 - v^2} \frac{dF}{dx}; \\ T &= \frac{p}{\rho R}; \quad u = u(p, v). \end{aligned} \right\} \quad (16.13)$$

Здесь

$$a = \sqrt{np/\rho}.$$

В системе уравнений (16.13) коэффициент φ_{κ} отражает то обстоятельство, что при больших скоростях газового потока горение твердого топлива может происходить с неполным тепловыделением. Следовательно, этот коэффициент зависит от параметров газового потока и изменяется по длине камеры сгорания.

Из уравнения энергии (16.9) и первого уравнения системы (16.13) следует, что

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho F v \left(\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} - \frac{n}{n-1} \varphi_{\kappa} f_0 \right) = 0, \quad (16.14)$$

откуда при

$$[n/(n-1)]\varphi_{\kappa} f_0 = \text{const}; \quad (16.15)$$

$$\rho F v \left(\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} - \frac{n}{n-1} \varphi_{\kappa} f_0 \right) = \rho_0 F_0 v_0 \left(\frac{n}{n-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2} - \frac{n}{n-1} \varphi_{\kappa} f_0 \right). \quad (16.16)$$

В случае, когда продукты сгорания не втекают в канал (используется заряд ТТ с бронированным передним торцом) $v_0 = 0$ или энтальпия втекающего газа удовлетворяет условию

$$\frac{n}{n-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2} = \frac{n}{n-1} \varphi_{\kappa} f_0, \quad (16.17)$$

интеграл уравнения энергии сводится к известному в гидромеханике интегралу Лагранжа — Бернулли

$$\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \frac{n}{n-1} \varphi_{\kappa} f_0. \quad (16.18)$$

В соответствии с принципом квазистационарности в каждый момент времени систему уравнений (16.18) можно рассматривать как систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которая описывает движение продуктов сгорания в канале с мгновенно замороженными размерами. При заданных

зависимостях смоченного параметра h и площади поперечного сечения канала от координаты x и известных граничных условий в сечениях $x = 0$ и $x = l$ система уравнений (16.18) определяет изменение параметров газового потока по длине канала в данный момент времени.

Отметим, что для системы обыкновенных дифференциальных уравнений принято говорить о начальных условиях, а термин «граничные условия» сохранился как более соответствующий физическому смыслу задачи.

Площадь поперечного сечения канала изменяется во времени в соответствии с уравнением

$$\partial F / \partial t = hu. \quad (16.19)$$

Зависимость между площадью проходного сечения канала F и смоченным периметром h определяется формой сечения канала.

В уравнение (16.19), строго говоря, должна входить не местная скорость горения, а ее проекция на направление, перпендикулярное к оси канала. Такое замечание справедливо для каналов, имеющих наклон образующей к оси, например для осесимметричных конических каналов. Наклон образующей канала к оси может возникать в процессе функционирования двигателя в результате турбулентного горения при больших скоростях газового потока, т. е. когда $v \geq v_{\text{пор}}$. Однако, как правило, угол конусности в предельном случае не превосходит нескольких градусов, поэтому косинус угла близок к единице. Это обстоятельство позволяет использовать в соотношении (16.19) значение местной скорости горения.

При проведении приближенных расчетов достаточно решить уравнение (16.11) для нескольких характерных сечений, определяя изменение их площади за достаточно короткий отрезок времени Δt :

$$\Delta F = hu\Delta t. \quad (16.20)$$

В выражении (16.20) используется значение скорости горения, найденное путем интегрирования системы уравнений (16.18) в момент времени t . Затем уже несложно построить по нескольким точкам зависимости $h = h(x)$ и $F = F(x)$ для момента времени $t + \Delta t$, после чего система уравнений интегрируется вновь, и так процесс продолжается до фиксированного (заданного) момента времени.

В общем случае заметное изменение скорости горения твердого топлива по длине канала проявляется в течение непродолжительного времени. Пользуясь этим, а также имея в виду, что изменение скорости горения по длине относительно мало влияет на изменение площади проходного сечения канала, можно упростить процесс решения, заменяя выражение (16.19) уравнением

$$\partial F / \partial t = hu_0, \quad (16.21)$$

где u_0 — скорость горения в сечении $x = 0$, являющаяся для данной марки топлива функцией давления и скорости газового потока в этом сечении, т. е.

$$u = u_0(p_0, v_0). \quad (16.22)$$

Для канала круглого сечения из соотношения (16.21) следует что

$$\partial r / \partial t = u_0, \quad (16.23)$$

откуда

$$r(x, t) = r_{\text{н}}(x) + \int_0^t u_0 dt, \quad (16.24)$$

где $r_{\text{н}}$, r — начальное и текущее значения радиуса канала в произвольном сечении.

Граничные условия задачи о движении продуктов сгорания в канале заряда ТТ. В общем случае для задачи о течении газа в канале заряда ТТ РДТТ граничные условия нельзя задавать в одной точке. В каждом конкретном случае постановка граничных условий зависит от специфики конструкции заряда ТТ и камеры сгорания. Это обстоятельство лишает задачу ее общего характера и дает возможность приближенно сформулировать граничные условия.

Если через сечение $x = 0$ нет дополнительного газоприхода, то скорость потока в этом сечении можно положить равной нулю ($v_0 = 0$).

Температура газового потока в сечении $x = 0$ в квазистационарных условиях равна

$$T_0 = f_0/R. \quad (16.25)$$

Давление и плотность в сечении $x = 0$ связаны соотношением, вытекающим из уравнения состояния идеального газа

$$p_0 = \rho_0 R T_0, \quad (16.26)$$

а скорость горения в сечении $x = 0$

$$u_0 = u_1 \rho_0^v. \quad (16.27)$$

Таким образом, имеем два условия в точке $x = 0$ при отсутствии дополнительного газоприхода.

Для зарядов с дополнительным газоприходом (рис. 11.2) скорость в сечении $x = 0$ будет отличной от нуля $v_0 \neq 0$. Граничные условия для такого заряда во входном сечении канала получим, принимая, например, что среднее давление \bar{p}_d в данном объеме (компенсаторе) равно давлению торможения в сечении $x = 0$:

$$\bar{p}_d = p_0 \left(1 + \frac{n-1}{2n} \frac{p_0 v_0}{p_0} \right)^{n/(n-1)}. \quad (16.28)$$

Газоприход с компенсатора и торцевой поверхности заряда в условиях, близких к стационарным, практически равен расходу в сечении $x = 0$, поэтому уравнение закона сохранения масс в донном объеме компенсатора примет вид

$$S_{\text{т}} u_1 p_{\text{к}}^v \rho_{\text{т}} = \rho_0 F_0 v_0 \quad (16.29)$$

или с учетом соотношения (16.28)

$$S_{\text{т}} u_1 p_0^v \rho_{\text{т}} \left(1 + \frac{n-1}{2n} \frac{\rho_0 v_0^2}{p_0} \right)^{nv/(n+1)} = p_0 v_0 F_0, \quad (16.30)$$

где $S_{\text{т}}$ — поверхность горения заряда с торца и компенсатора, лежащая слева от сечения $x = 0$.

Температуру торможения газового потока в сечении $x = 0$ можно определить из уравнения

$$\frac{n}{n-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2} = \frac{n}{n-1} \varphi_{\kappa} f_0. \quad (16.31)$$

При течении газа на участке донный объем — сечение $x = 0$ происходит внезапное сужение потока. При этом коэффициент сужения потока a_0 не является постоянным, а зависит от отношения площадей поперечных сечений до и после сужения:

$$a_0 = 0,6 \frac{0,4}{(F_{\kappa} / F_0)^2}, \quad (16.32)$$

где F_{κ} — площадь поперечного сечения заряда по компенсатору.

Учитывая соотношение (16.32) и газодинамические функции

$$\left. \begin{aligned} \pi(\lambda) &= \frac{p}{p_{00}} = \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2\right)^{n/(n-1)}; \\ \tau(\lambda) &= \frac{T}{T_{00}} = 1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2; \\ \rho(\lambda) &= \frac{\rho}{\rho_{00}} = \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2\right)^{1/(n-1)}; \\ q(\lambda) &= \left(\frac{n+1}{2}\right)^{1/(n-1)} \lambda \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2\right)^{1/(n-1)}, \end{aligned} \right\} \quad (16.33)$$

где $\lambda = v/a_{\kappa p} = v/\sqrt{\frac{2n}{n-1}RT_{00}}$ — приведенная скорость; $a_{\kappa p}$ — критическая скорость звука (в выражениях (16.33) и далее индексом 00 отмечены параметры торможения), уравнение (16.30) можно записать в виде

$$\frac{u_1 S_{\tau} p_0^v}{p_{00} \sigma_0^v} \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_0^2\right)^{-vn/(n-1)} = a_0 \frac{q(\lambda_0) F}{\beta}, \quad (16.34)$$

где

$$\beta = \frac{\sqrt{\varphi_{\kappa} n R T_{\tau}}}{\sqrt{n \left(\frac{2}{n-1}\right)^{(n+1)/(n-1)}}};$$

коэффициент восстановления полного давления:

$$\sigma_0 = \frac{p_{00}}{p_{0\kappa}} = \frac{\left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_0^2\right)^{n/(n-1)}}{\left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_0^2 \varphi_0^2\right) n/(n-1)}, \quad (16.35)$$

где φ_0 — поправочный коэффициент скорости, зависящий от коэффициента сжатия струи.

Согласно Л. Прандтлю,

$$\varphi_0 = \frac{a_0}{\sqrt{1 - 2a_0 + 2a_0^2}}. \quad (16.36)$$

Соотношения (16.32), (16.35), (16.36) являются дополнительными условиями к выражению (16.34). Для определения p , ρ , v получены только два условия, поставить третье условие в сечении $x = 0$ не удастся. По физическому смыслу рассматриваемой задачи таким условием является равенство расходов через выходное сечение канала ($x = l$) и критическое сечение сопла. Следовательно, недостающее условие должно отражать влияние критического сечения сопла на течение газа в камере сгорания.

К тому же при полностью заданных граничных условиях в сечении $x = 0$ было бы известно давление в донной части двигателя, что противоречит основной предпосылке: давление в камере сгорания при наличии относительно больших скоростей продуктов сгорания нельзя определять независимо от решения задачи о движении газа.

Свяжем параметры газового потока в сечении $x = 0$ с критическим. Полагая течение газа на участке между выходным сечением канала и критическим сечением сопла одномерным, изоэнтропическим и квазистационарным, приходим к известной зависимости одномерной теории:

$$\frac{F_{кр}}{F_l} = \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\frac{n+1}{2(n-1)}} \frac{v_l}{\sqrt{(p_l / p_l)}} \left(1 + \frac{n-1}{2n} \frac{p_l v_l}{p_l} \right)^{-[(n+1)/2(n-1)]}; \quad (16.37)$$

$$\frac{F_{кр}}{F_l} = q(\lambda_l) = \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\frac{1}{n-1}} \lambda_l \left(1 + \frac{n-1}{n+1} \lambda_l^2 \right)^{\frac{1}{n-1}}. \quad (16.38)$$

Заметим, что зависимости (16.37) и (16.38) записаны без учета гидродинамических потерь в предсопловом объеме (на участке выходное сечение канала заряда — критическое сечение сопла).

Граничные условия задачи о течении газа в камере сгорания специфичны: два условия заданы в точке $x = 0$, третье условие — в точке $x = l$. Такого рода структура граничных условий имеет место в краевой однопараметрической задаче. Это несколько усложняет процесс численного решения системы уравнений (16.18), так как большинство численных методов приспособлено к решению задачи Коши с начальными условиями, заданными в одной точке.

Кроме того, если параметры газового потока существенно изменяются по длине канала, то нельзя определять давление продуктов сгорания в донной части двигателя, не решая уравнений движения газа в канале. В данном случае решение основной задачи внутренней баллистики можно отождествить с отысканием граничных условий во входном сечении канала. Как было показано выше, такие условия не могут быть заданы независимо и должны определяться в процессе интегрирования системы уравнений движения продуктов сгорания.

Одним из приемов, позволяющих проинтегрировать систему уравнений (16.18) при граничных условиях (16.30), (16.31) и (16.37), является метод последовательных проб. Идея этого метода состоит в том, чтобы, задаваясь значе-

ниями какой-либо величины в точке $x = 0$, например p_0 , и определяя две другие — из уравнений (16.30) и (16.31), свести интегрирование системы к задаче Коши. Из полученной группы решений надо выбрать то, которое удовлетворяет условиям (16.30) и (16.31). Процесс решения может быть сокращен путем использования итерационных методов.

16.3. ТЕЧЕНИЕ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ С ПОСТОЯННЫМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕМ ПО ДЛИНЕ КАНАЛА ЗАРЯДА ТТ

В этом случае количество теплоты Q_{τ} , выделяющееся при сгорании единицы массы, не зависит от параметра газового потока и поэтому постоянно по длине канала.

Из уравнения энергии (16.10) и первого уравнения системы (16.11) следует, что

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho F v \left(\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} - Q_{\tau} \right) = 0, \quad (16.39)$$

откуда

$$\rho_0 F_0 v_0 \left(\frac{n}{n-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2} - Q_{\tau} \right) = 0. \quad (16.40)$$

Если газ не стекает в канал ($v_0 = 0$) и энтальпия втекающего газа удовлетворяет условию

$$\frac{n}{n-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2} = \frac{n f_{\tau}}{n-1} = Q_{\tau}, \quad (16.41)$$

интегральное уравнение энергии сводится к известному в гидромеханике интегралу Лагранжа — Бернулли

$$\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \frac{n f_{\tau}}{n-1}. \quad (16.42)$$

Как следует из системы (16.11) и уравнения (16.42) движение газа в этом случае подчинено системе уравнений

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} &= \frac{\rho_{\tau} h u}{F} - \frac{\rho v}{F} \frac{\partial F}{\partial x}; \\ \rho v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= - \frac{\rho_{\tau} h u}{F} v; \\ \frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} &= \frac{n f_{\tau}}{n-1}. \end{aligned} \quad (16.43)$$

После преобразований из (16.43) получим следующую систему, описывающую квазистационарное движение газа в канале заряда твердого топлива с постоянным по длине канала тепловыделением:

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{f_T - \frac{n-1}{2n}v^2}{f_T - \frac{n+1}{2n}v^2} \left[\frac{\rho_T h u}{p F} \left(f_T + \frac{n+1}{2n}v^2 \right) - \frac{v \partial F}{F \partial x} \right]; \\ \frac{\partial p}{\partial x} &= - \frac{v^2}{f_T - \frac{n+1}{2n}v^2} \left(\frac{2\rho_T h u f_T}{F v} - \frac{p}{F} \frac{\partial F}{\partial x} \right); \\ \rho &= \frac{p}{f_T - \frac{n-1}{2n}v^2}; \quad T = \frac{p}{\rho R}; \\ u &= u_1 \left(\frac{p}{p_n} \right)^v [1 + K \sqrt{(v - v_{\text{пор}}) \delta}],\end{aligned}\tag{16.44}$$

где

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{если } v < v_{\text{пор}}; \\ 1, & \text{если } v \geq v_{\text{пор}}. \end{cases}$$

Хотя система (16.44) несколько упрощена по сравнению с (16.18), ее решение связано с преодолением тех же трудностей, обусловлено спецификой граничных условий. На рисунках 16.1...16.4 изображена зависимость p, v, u, T по длине канала для заряда с щелевым компенсатором в донной части.

Расчет произведен путем интегрирования системы (16.44) при граничных условиях (16.30), (16.31), (16.37) на ЭВМ.

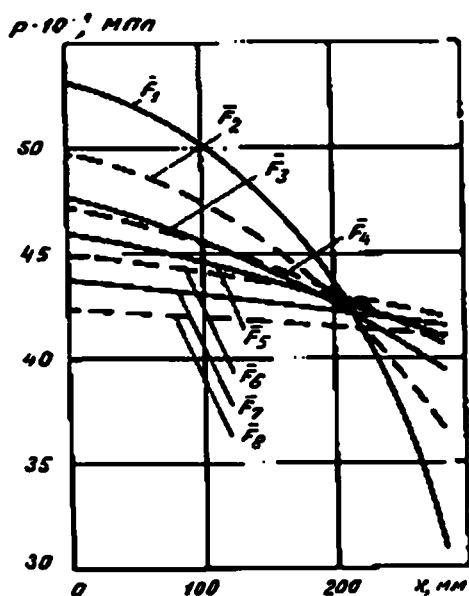


Рис. 16.1

Изменение давления p по длине канала заряда ТТ для различных значений относительной площади поперечного сечения канала \bar{F}

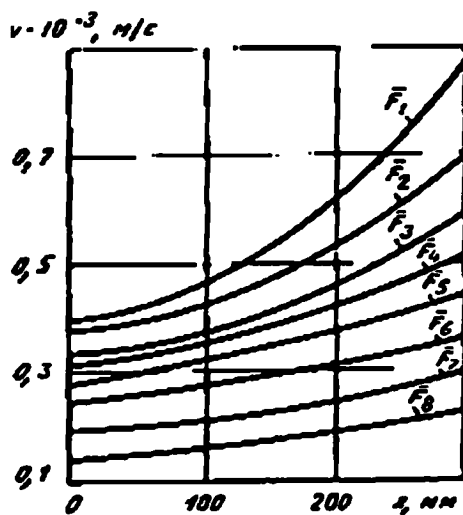


Рис. 16.2

Изменение скорости газового потока v по длине канала заряда ТТ для различных значений относительной площади поперечного сечения канала \bar{F}

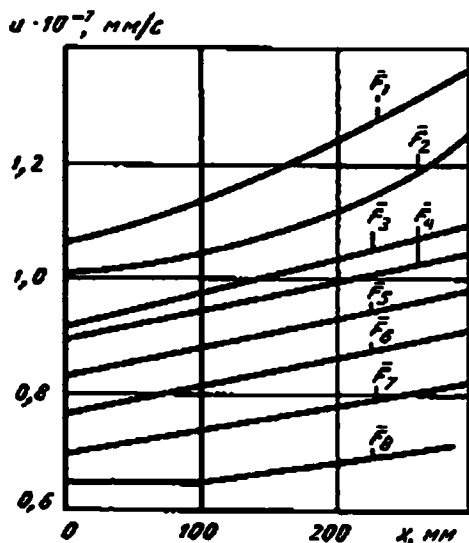


Рис. 16.3

Изменение скорости горения u по длине канала заряда ТТ для различных значений относительной площади поперечного сечения канала \bar{F}

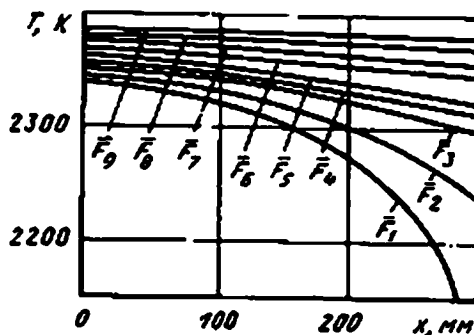


Рис. 16.4

Изменение температуры T по длине канала заряда ТТ для различных значений относительной площади поперечного сечения канала \bar{F}

Как видно из рисунков, при диаметре канала, близком к диаметру критического сечения сопла, параметры газового потока существенно изменяются по длине канала, хотя увеличение площади, обусловленное конусностью, несколько сглаживает эти изменения.

16.4. ТЕЧЕНИЕ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ С ПОСТОЯННЫМ ТЕПЛОВОЫДЕЛЕНИЕМ И МАЛОИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ПЛОЩАДЬЮ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ КАНАЛА

Преобразуем второе уравнение системы (16.44) — уравнение импульсов — к виду

$$\frac{\partial}{\partial x}(pF + \rho F v^2) = -p \frac{\partial F}{\partial x}. \quad (16.45)$$

Для случая, когда приращение скорости по длине невелико по сравнению с самой площадью, т. е.

$$\frac{\Delta F}{F} \leq 1,$$

интеграл последнего уравнения можно приближенно представить в виде

$$pF + \rho F v^2 = p_0 F_0 v_0^2 = \Pi_0 F_0, \quad (16.46)$$

где введено

$$\Pi_0 = p_0 + p_0 v_0^2. \quad (16.47)$$

Движение газа в канале в этом случае можно приближенно описать следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \rho F v = \rho_{\tau} h u_1 \left(\frac{p}{p_{\Pi}} \right)^v [1 + K_v \sqrt{(v - v_{\text{пор}})} \delta], \\ & \text{где} \\ & \delta = \begin{cases} 1, & \text{если } v \geq v_{\text{пор}}; \\ 0, & \text{если } v < v_{\text{пор}}; \end{cases} \\ & pF + \rho v^2 F = \Pi_0 F_0; \\ & \frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \frac{n f_{\tau}}{n-1}; \\ & p = \rho R T. \end{aligned} \right\} \quad (16.48)$$

Систему (16.48) несложно свести к одному дифференциальному уравнению относительно скорости потока v :

$$\Pi_0 F_0 \frac{\partial}{\partial x} \frac{v}{f_{\tau} + \frac{n+1}{2n} v^2} = \rho_{\tau} h u_1 \left(\frac{\Pi_0}{p_{\Pi}} \right)^v \left(\frac{f_{\tau} - \frac{n-1}{2n} v^2}{f_{\tau} + \frac{n+1}{2n} v^2} \right) [1 + K_v \sqrt{(v - v_{\text{пор}})} \delta].$$

После разделения переменных и интегрирования получаем

$$\int_{v_0}^v \frac{\left(f_{\tau} - \frac{n+1}{2n} v^2 \right) dv}{\left(f_0 - \frac{n-1}{2n} v^2 \right)^v \left(f_{\tau} + \frac{n+1}{2n} v^2 \right) [1 + K_v \sqrt{(v - v_{\text{пор}})} \delta]} = \frac{\rho_{\tau} u_1}{\Pi_0 F_0} \left(\frac{\Pi_0}{p_{\Pi}} \right)^v \int_0^x \left(\frac{F_0}{F} \right)^v h dx. \quad (16.49)$$

Перейдем в уравнении (16.49) к новой переменной — приведенной скорости λ , так как

$$\lambda = \frac{v}{\sqrt{\frac{2n}{n+1} f_0}},$$

из уравнения (16.49)

$$\begin{aligned} & \int_{\lambda_0}^{\lambda} \frac{(1 - \lambda^2) d\lambda}{(1 + \lambda^2)^{2-v} \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2 \right) \left[1 + K_v \sqrt{\frac{2n}{n-1} f_0 (\lambda - \lambda_{\text{пор}})} \delta \right]} = \\ & = \frac{\rho_{\tau} u_1}{\Pi_0 F_0} \left(\frac{\Pi_0}{p_{\Pi}} \right)^v \sqrt{\frac{n+1}{2n} f_0} \int_0^x \left(\frac{F_0}{F} \right)^v h dx. \end{aligned} \quad (16.50)$$

Из последнего соотношения при $x = l$ получим

$$I(\lambda_l) - I(\lambda_0) = \frac{\rho_{\tau} u_1}{\Pi_0 F_0} \left(\frac{\Pi_0}{p_{\Pi}} \right)^v \sqrt{\frac{n+1}{2n} f_0} \int_0^l \left(\frac{F_0}{F} \right)^v h dx, \quad (16.51)$$

где $I(\lambda)$ — первообразная функция.

Из зависимости (16.38), пользуясь таблицами газодинамических функций, находим λ_t по заданному отношению $F_{кр}/F_l$ после чего находим $l(\lambda_t)$.

Если $\lambda_0 = 0$, из (16.51) при известных зависимостях $h = h(x)$, $F = F(x)$ определяем $\Pi_0 = p_0$, затем из (16.50) — $\lambda = \lambda(x)$ и из трех последних уравнений системы (16.48) — $p = p(x)$, $\rho = \rho(x)$, $T = T(x)$.

Если $\lambda \neq 0$, то для определения условий в точке $x = 0$ из (16.51), (16.30), (16.31), (16.47) и соотношения для λ приходим к следующей системе уравнений относительно Π_0 , p_0 , ρ_0 , λ_0 :

$$\begin{aligned} I(\lambda_0) + \frac{\rho_\tau u_1}{\Pi_0 F_0} \left(\frac{\Pi_0}{p_\tau} \right)^\nu \sqrt{\frac{n+1}{2n}} f_\tau \int_0^l \left(\frac{F_0}{F} \right)^\nu h dx &= I(\lambda_l); \\ \Pi_0 &= p_0 + \frac{2n}{n+1} \rho_0 \lambda_0^2 f_\tau; \\ S_\tau u_1 \rho_\tau \left(\frac{p_0}{p_\tau} \right)^\nu \left(1 + \frac{n-1}{n+1} \frac{\rho_0 \lambda_0^2 f_\tau}{p_0} \right)^{\frac{nv}{n-1}} &= \rho_0 F_0 \lambda_0 \sqrt{\frac{2n}{n+1}} f_\tau; \\ \frac{p}{\rho_0} + \frac{n-1}{n+1} \lambda_0^2 f_\tau &= f_\tau. \end{aligned} \quad (16.52)$$

Система (16.52) сводится к одной неявной зависимости для λ_0 . Определив λ_0 , находим Π_0 , p_0 , ρ_0 и $\lambda = \lambda(x)$. Изменение давления и плотность по длине канала выражаем через изменение скорости из второго и третьего уравнения системы (16.48).

16.5. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Система уравнений (16.18) представляет собой систему нелинейных дифференциальных и алгебраических уравнений относительно неизвестных функций $v(x, t)$, $F(x, t)$, $p(x, t)$, $\rho(x, t)$, $u(x, t)$, $T(x, t)$ и имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} &= \frac{\rho_\tau h \partial u}{\partial x} - \frac{\rho v}{F} \frac{\partial F}{\partial x}; \\ \rho v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho_\tau v \frac{hu}{F}; \\ p v \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) &= \frac{\rho_\tau hu}{F} Q_\tau - \frac{\rho_\tau hu}{F} \left(\frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right); \\ \frac{\partial F}{\partial t} &= hu; \quad \frac{p}{\rho} = RT; \\ u &= u(p, v). \end{aligned} \quad (16.53)$$

Краевые условия для заряда, изображенного на рисунке 16.2, следующие:

1) при $x = 0$

$$\left. \begin{aligned} S_\tau u_\tau p_0^\nu \rho_\tau \left(1 + \frac{n-1}{2} \frac{p_0 v_0^2}{p_0} \right) \frac{nv}{n-1} &= \rho_0 F v_0; \\ \frac{n}{n-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2} &= \frac{n}{n-1} f_\tau; \end{aligned} \right\} \quad (16.54)$$

2) при $x = l$

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{1}{n-1}} \lambda_l \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_l^2\right)^{\frac{1}{n-1}} = \frac{F_{кр}}{F_l} \frac{\pi(\lambda_l)}{\pi(\lambda_{кр})} \left(1 - \frac{n\xi}{n+1} \frac{\lambda_l^2}{v\lambda_l}\right). \quad (16.55)$$

Решая систему (16.53) для каждого момента времени, получаем систему обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv}{dx} &= \frac{\rho_T hu}{\rho F} \frac{nf_T}{a^2 - v^2} + \frac{+1}{2} \frac{\rho_T hu}{\rho F} \frac{v^2}{a^2 - v^2} - \frac{v}{F} \frac{a^2}{a^2 - v^2} \frac{dF}{dx}; \\ \frac{dp}{dx} &= \frac{\rho v^2}{F} \frac{a^2}{a^2 - v^2} \frac{dF}{dx} - \frac{\rho_T huvnf_T}{F(a^2 - v^2)} - \frac{\rho_T huv}{F} \frac{2a^2 + (n-1)v^2}{2(a^2 - v^2)}; \\ \frac{d\rho}{dx} &= \frac{\rho_T hu}{Fv} \frac{2a^2 - (n+3)v}{2(a^2 - v^2)} + \frac{\rho v^2}{F(a^2 - v^2)} \frac{dE}{dx} - \frac{\rho_T hu}{Fv} \frac{nf_T}{a^2 - v^2}; \\ \frac{dF}{dt} &= hu; \quad p = \rho RT; \quad u = u(p, v). \end{aligned} \right\} \quad (16.56)$$

Таким образом, система уравнений (16.53) в частных производных по независимым переменным x и t сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (16.56), решение которых зависит только от x в каждый достаточно малый отрезок времени Δt . Суммируя эти решения во времени, получаем картину изменения неизвестных функций по координате и во времени:

$$\begin{aligned} p &= p(x, t); \quad v = v(x, t); \quad T = T(x, t); \\ p &= p(x, t); \quad u = u(x, t); \quad F = F(x, t). \end{aligned}$$

Уравнение $dF/dt = hu$ можно представить как разностное соотношение

$$F(x, n\Delta t) = F[x, (n-1)\Delta t] + \Delta t hu[x, (n-1)\Delta t]. \quad (16.57)$$

Система уравнений (16.56) решается в каждый момент времени при граничных условиях (16.54) и (16.55), найденных следующим образом.

Выбирается некоторое произвольное (ожидаемое) давление p_0 . Из граничного условия (16.54) находятся скорость v_0 через давление p_0 и плотность ρ_0 . Очевидно, что соотношение между v_0 и p_0 должно быть таким, чтобы при $x = l$ некоторая комбинация функций $\phi(l)$, полученных в результате интегрирования, равнялась $F(l)$. Решая систему уравнений из произвольных значений p_1 и p_2 , получаем соответственно разности $F(l) - \phi_1(l)$ и $F(l) - \phi_2(l)$. Назовем эти разности невязками $H_{(1)}$ и $H_{(2)}$. При искомом давлении невязка должна равняться нулю. Следовательно, имея определенное количество точек, интерполируем истинное значение давления:

$$p_1, H_1; \quad p_2, H_2; \quad p_{ист}, 0.$$

С найденным значением истинного давления решаем систему уравнений (16.56): если разность $F(l) - \phi(l)$ недостаточно близка к нулю, повторяем процесс нахождения $p_{ист}$, используя при этом предыдущую невязку и вновь найденную до тех пор, пока $F(l) - \phi(l)$ не станет равной нулю. Зная истинные значения искомых функций для $x = 0 \dots 1$, при $t = t_1$ находим функцию $F(x, \Delta t)$.

Таким образом, имея распределение $F(x, \Delta t)$, повторяем процесс нахождения начальных условий для системы при $t = \Delta t$, интегрируем указанную систему и так до тех пор, пока не будет пройден необходимый участок времени.

16.6. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА

При выводе основных зависимостей для расчета газодинамических параметров в осесимметричном канале заряда ТТ будем пренебрегать влиянием сил трения, сил инерции и теплопроводности (тепловые потери учитываются введением коэффициента теплотерь ϕ_k). Будем предполагать также, что площадь проходного сечения канала заряда ТТ по его длине, обусловленная наличием турбулентного горения, изменяется незначительно, т. е. $\Delta F/F \ll 1$, тогда будет иметь место $dF/dx = 0$. С учетом этих замечаний течение газа в канале заряда ТТ можно описать следующей системой уравнений, состоящей из уравнений количества движения, энергии, неразрывности потока и уравнения состояния вещества:

$$\left. \begin{aligned} p + \rho v^2 &= \Pi_0; \\ \frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} &= i_0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \rho v F &= \rho_\tau h u; \\ p &= \rho R T. \end{aligned} \right\} \quad (16.58)$$

Скорость горения заряда ТТ в турбулентном потоке может быть определена по зависимости (16.3). К этим соотношениям необходимо добавить уравнение $\partial F/\partial t = hu$, устанавливающее временную связь между площадью поперечного сечения канала заряда и скоростью горения.

В первых двух уравнениях системы (16.58):

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= p_0 + p_0 v_0^2; \\ i_0 &= \frac{n}{n-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2}. \end{aligned}$$

Принимая, что $\rho = \text{const}$ по поперечному сечению канала, и вводя коэффициент импульса потока β , учитывающий неравномерность распределения скорости по поперечному сечению канала, систему уравнений (16.58) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} p &= \beta p v^2 = \Pi_0; \\ \frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} + \beta \frac{v^2}{2} &= i_0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \rho v F &= \rho_\tau h u; \\ p &= \rho R T. \end{aligned}$$

Проведя несложные преобразования, получим следующие соотношения для p , ρ и T :

$$\left. \begin{aligned} p &= \Pi_0 \frac{n-1}{n+1} \frac{\frac{n+1}{n-1} a_{\text{кр}}^2 - \beta v^2}{a_{\text{кр}}^2 + \beta v^2}; \\ \rho &= \Pi_0 \frac{2n}{(n+1)(a_{\text{кр}}^2 + \beta v^2)}; \\ T &= \frac{n-1}{2nR} \left(\frac{n+1}{n-1} a_{\text{кр}}^2 - \beta v^2 \right), \end{aligned} \right\} \quad (16.59)$$

где

$$a_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2(n-1)}{n}} i_0.$$

Подставляя выражения p и β в уравнения неразрывности и переходя к независимой переменной λ , после некоторых преобразований получим

$$\Pi_0 \frac{n}{n-1} \frac{a_{\text{кр}} \left[\frac{n+1}{2(n-1)} - \frac{n+1}{2(n-1)} \beta \lambda^2 \right]}{\frac{n+1}{2(n-1)} + \frac{n+1}{2(n-1)} \beta \lambda^2} \frac{d\lambda}{dx} = \frac{\rho_{\text{т}} h u}{F}$$

или, учитывая соотношение для скорости горения ТТ в турбулентном потоке, уравнение в виде (16.3):

$$\Pi_0 \frac{n}{n-1} \left[\frac{2(n-1)}{n+1} \right]^2 \frac{a_{\text{кр}} (1 - \beta \lambda^2)}{(1 + \beta \lambda^2)} d\lambda = \frac{\rho_{\text{т}} h}{F} u_1 p^v [1 + K_v \sqrt{v - v_{\text{пор}}} \delta(\lambda - \lambda_{\text{пор}})] dx. \quad (16.60)$$

Заметим, что соотношение (16.60) выполняется и на участке, где отсутствует эффект турбулентного горения, с той лишь разницей, что в последнем случае коэффициент турбулентного горения $K_v = 0$. Уравнение (16.60) является исходным для определения закона изменения скорости потока продуктов горения по длине канала на участке турбулентного горения. При выводе уравнения (16.60) предполагалось, что скорость горения ТТ u зависит от статического давления в газовом потоке и, следовательно, возрастает по длине канала заряда ТТ в силу эффекта турбулентного горения и убывает из-за понижения статического давления; последний эффект проявляется только при скоростях потока, соизмеримых со скоростью звука. Интегрирование уравнения (16.60) дает

$$\int_{\lambda}^{\lambda_l} \frac{(1 - \beta \lambda^2) d\lambda}{(1 + \beta \lambda^2)^{2v} \left(1 - \beta \frac{n-1}{n+1} \lambda^2 \right)^v [1 + K_v \sqrt{a_{\text{кр}}} (\lambda - \lambda_{\text{пор}}) \delta(\lambda - \lambda_{\text{пор}})]} = \frac{n+1}{n} \frac{\rho_{\text{т}} a_{\text{кр}}}{\Pi_0^{1-v}} \frac{u_1}{r} x + C,$$

где

$$C = \int_0^{\lambda_l} \frac{(1 - \beta \lambda^2) d\lambda}{(1 + \beta \lambda^2)^{2-v} \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \beta \lambda^2 \right) [1 + K_v \sqrt{a_{\text{кр}}} (\lambda - \lambda_{\text{пор}}) \delta(\lambda - \lambda_{\text{пор}})]};$$

$\lambda_{\text{пор}}$ — приведенная пороговая скорость турбулентного горения.

Обозначив интегральное выражение через $I(\lambda)$, получим

$$I(\lambda) = I(0) - \frac{a_{\text{кр}}}{r} \frac{\rho_{\text{т}} u_1}{\Pi_0^{1-\nu}} x. \quad (16.61)$$

При $x = l$ можно определить выражение для давления в донной части двигателя:

$$p_0 = \Pi_0 = \left[\frac{n+1}{n} \frac{u_1}{r} \frac{a_{\text{кр}} \rho_{\text{т}} l}{I(\lambda_l) - I(0)} \right]^{1/(1-\nu)}. \quad (16.62)$$

Комбинируя соотношения (16.61) и (16.62), получим

$$x = l \left[1 - \frac{I(\lambda)}{I(0)} \right]. \quad (16.63)$$

Выразив соотношения системы (16.59) через приведенную скорость потока, получим:

$$\left. \begin{aligned} p &= \Pi_0 \frac{1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2}{1 + \lambda^2}; \\ \rho &= \frac{\Pi_0}{\varphi_{\text{к}} f_0 (1 + \lambda^2)}; \\ T &= \frac{\varphi_{\text{к}} f_0}{R} \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2 \right). \end{aligned} \right\} \quad (16.64)$$

Соотношение для скорости горения можно представить в виде

$$u = u_1 \left(\Pi_0 - \frac{1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2}{1 + \lambda^2} \right)^{\nu} \left[1 + K_{\nu} \sqrt{\frac{2n}{n+1} \varphi_{\text{к}} f_0 (\lambda - \lambda_{\text{пор}}) \delta (\lambda - \lambda_{\text{пор}})} \right]. \quad (16.65)$$

По соотношениям (16.61), (16.64), (16.65) можно определить скорость потока, давление, плотность, скорость горения заряда ТТ и температуру по длине канала. Имея в виду зависимость (16.57), можно рассчитать указанные параметры для других моментов времени.

Для расчета газодинамических параметров, как следует из соотношения (16.62), необходимо знать приведенную скорость на выходе из канала λ_l , а также коэффициент импульса потока β . Скорость потока на выходе из канала можно определить по соотношению

$$q(\lambda_l) = \frac{F_{\text{кр}}}{F_l} \Pi(\lambda_l, \xi) \left\{ 1 - \frac{S_{\text{т.е}}}{S_{\text{т.п}} + \int_{x=0}^{x=l} 2\pi r [1 + K_{\nu} \sqrt{a_{\text{кр}} (\lambda - \lambda_{\text{пор}}) \delta (\lambda - \lambda_{\text{пор}})}] dx} \right\}, \quad (16.66)$$

где $S_{\text{т.п}}$, $S_{\text{т.е}}$ — площади поверхности горения со стороны переднего и соплового торца заряда ТТ.

Значение коэффициента импульса потока β находится из предварительно полученных данных о закономерности изменения профиля скоростей по поперечному сечению канала. Коэффициент β является переменной величиной на начальном участке канала, поэтому расчет газодинамических параметров рабочего процесса необходимо проводить методом последовательных приближений.

Расчет скорости на выходе из канала заряда ТТ в первом приближении можно проводить в предположении $\delta(\lambda - \lambda_{\text{пор}}) = 0$, т. е. отсутствия явления турбулентного горения. Определив по зависимости (16.63) скорость потока на выходе из канала, можно найти все остальные неизвестные параметры, причем β в первом приближении принимается средним по длине канала. По завершении этой операции можно приступить к расчету параметров во втором приближении. Имея приближенную зависимость скорости λ по длине канала (первое приближение), а следовательно, и зависимость β от λ , находим λ_l , используя выражение, учитывающее эффект турбулентного горения. После нахождения нового значения λ_l определяем во втором приближении λ , u , p , T , ρ с учетом зависимости коэффициента β от приведенной скорости потока. Как показывают расчеты, выполненные по указанному методу, третье приближение проводить не имеет смысла.

17

ГЛАВА

РЕЖИМЫ РАБОТЫ РДТТ ДЛЯ ПЕРИОДА СПАДА ДАВЛЕНИЯ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

17.1. СПОСОБЫ ПРЕКРАЩЕНИЯ РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЯ

Использование РДТТ в качестве двигательной установки верхних ступеней баллистических ракет порождает необходимость использования специальных методов сброса тяги в момент достижения ракетой требуемой скорости полета. В качестве основного средства сброса тяги в двигателях на твердом топливе применяется вскрытие дополнительных отверстий в камере сгорания, что приводит к созданию противотяги, равной или даже большей, чем тяга, создаваемая соплом, или к прекращению работы двигателя в связи с гашением заряда, обусловленным резким спадом давления в камере. Подобный процесс именуют обычно отсечкой, или обнулением тяги двигателя. Отсечные отверстия могут располагаться как на переднем, так и на заднем днищах (рис. 17.1...17.3).

Интересно отметить, что явление гашения заряда ТТ при резком спаде давления наблюдалось задолго до возникновения проблемы отсечки тяги и неоднократно использовалось при экспериментальных исследованиях процессов

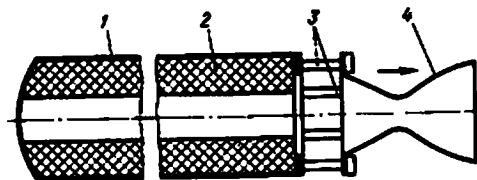


Рис. 17.1

Схема двигателя с системой отсечки тяги за счет отведения соплового блока:

1 — корпус двигателя; 2 — заряд ТТ; 3 — направляющие стержни; 4 — отводимый сопловый блок.

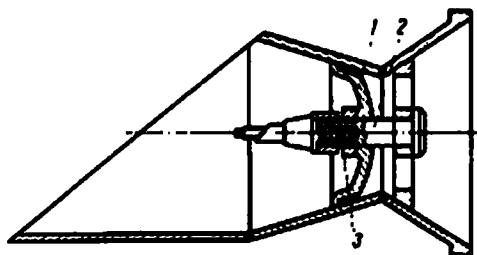


Рис. 17.2

Схема кососрезанного сопла для отсечки тяги:

1 — сопло; 2 — заглушка; 3 — болт заглушки.

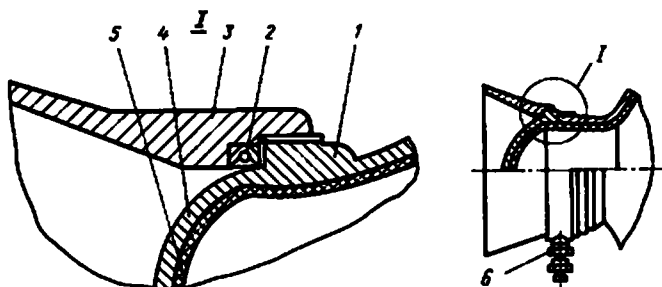


Рис. 17.3
Сопло для отсечки тяги:

1 — патрубок; 2 — детонирующий кумулятивный заряд; 3 — рас-
труб; 4 — днище; 5 — ТЗП; 6 — электродетонатор.

гашения заряда ТТ. Решение проблемы надежного гашения заряда ТТ в усло-
виях камеры сгорания позволит создать малогабаритные РДТТ многократного
включения.

В крупногабаритных РДТТ отсечка тяги путем вскрытия дополнительных
отверстий с целью создания реверсивной тяги не приводит к гашению заряда,
если площадь вскрываемых отверстий является небольшой, поэтому в период
отсечки тяги в таких двигателях наблюдается переходный процесс, в течение
которого давление понижается от исходного до некоторого второго стационар-
ного уровня.

Трудности гашения зарядов, особенно из смесового топлива, путем вскры-
тия дополнительных отверстий в камере сгорания породили необходимость раз-
работки более эффективных средств гашения, потребность в которых проявля-
ется в процессе производства и испытания зарядов. В качестве одного из таких
методов может применяться впрыск жидкого хладагента в камеру сгорания
(рис. 17.4). Способ принудительного гашения заряда в камере сгорания путем
впрыска жидкого охладителя может быть использован и в качестве средства

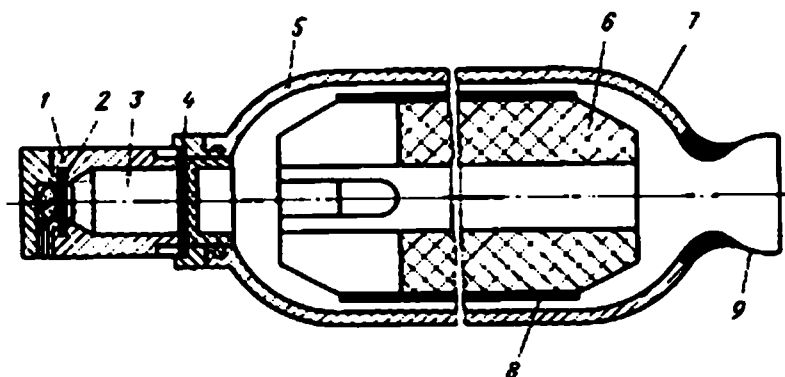


Рис. 17.4
Схема модельного стендового РДТТ с узлом гашения:

1 — корпус узла гашения; 2 — пороховой заряд; 3 — охлаждающее вещество;
4 — мембрана; 5 — ТЗП; 6 — заряд ТТ со щелевым компенсатором в передней
части; 7 — корпус двигателя; 8 — БП; 9 — сопло.

отсечки тяги; он не требует нарушения целостности камеры сгорания и не приводит к возмущениям, вызываемым истечением струй из дополнительных отверстий. В качестве хладагента могут быть использованы как жидкие, так и твердые охладители. Из жидких охладителей наиболее эффективным является вода, обладающая максимальной теплотой парообразования. Для улучшения эксплуатационных характеристик используются смесь воды со спиртом или этиленгликолем либо этиленгликоль. В качестве твердых охладителей служат соли, содержащие большое количество кристаллизационной воды, например, кристаллогидрат сульфата алюминия $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times 18\text{H}_2\text{O}$.

17.2. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, ПРОТЕКАЮЩИЕ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ РДТТ ПРИ ВСКРЫТИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОТВЕРСТИЙ

После вскрытия дополнительных отверстий устройства отсечки тяги начинается переходный процесс спада давления в камере сгорания. Этот процесс сопровождается существенной перестройкой потока продуктов сгорания в камере и процесса горения твердого топлива.

Рассмотрим в общих чертах газодинамические процессы, протекающие в камере сгорания после вскрытия дополнительных отверстий на переднем днище РДТТ (рис. 17.5).

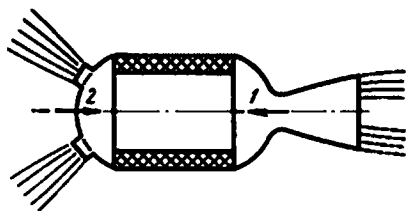


Рис. 17.5
Направление тяги и противотяги в момент вскрытия отсечных отверстий:

1 — тяга; 2 — противотяга.

Начало переходного газодинамического процесса в камере сгорания после отделения заглушек, закрывающих отверстия узла отсечки тяги, имеет волновой характер. При этом по продуктам сгорания, заполняющим свободный объем камеры, распространяется по направлению к сопловому блоку волна разрежения. В той части камеры сгорания, по которой прошла волна разрежения, наблюдается понижение давления, а в области, примыкающей к вскрываемым дополнительным отверстиям, происходит изменение скорости потока и его направления.

Дойдя до соплового днища и отразившись от него, волна разрежения вызывает перестройку процесса истечения продуктов сгорания через основное сопло РДТТ. Отраженная от соплового днища волна, распространяясь по свободному объему камеры сгорания в обратном направлении, взаимодействует с волнами разрежения, излучаемыми со стороны вскрытых на переднем днище отверстий. Поскольку волна разрежения распространяется со скоростью звука в условиях камеры сгорания, то она проходит расстояние между днищами камеры за время как правило весьма малое по сравнению с общей продолжительностью переходного процесса спада давления в РДТТ в период отсечки тяги. При этом течение газа, устанавливающееся в результате сложного взаимодействия волн, близко к квазистационарному.

Волновая картина в камере сгорания имеет несколько иной характер, когда вскрываемые отверстия располагаются в области соплового днища. В дан-

ном случае волна разрежения распространяется от соплового к переднему днищу, вызывая в основном деформацию поля давлений и массовых расходов. Поле скоростей потока продуктов сгорания претерпевает меньшие изменения. После того как волна разрежения достигает переднего днища, процесс спада давления охватывает весь свободный объем камеры сгорания, а отраженная от переднего днища волна движется к сопловому днищу РДТТ. В дальнейшем в результате взаимодействия волн устанавливается квазистационарное течение в камере сгорания. Такова общая картина газодинамических волновых процессов в начальной стадии переходного режима при отсечке тяги РДТТ путем вскрытия дополнительных отверстий.

Весьма сложной является также происходящая на этой стадии перестройка процесса горения, связанная со спадом давления, вызываемым распространением волны разрежения, и перестройкой газового потока в камере сгорания, которая, в свою очередь, обуславливает перестройку прогретого слоя.

17.3. КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПРЕКРАЩЕНИЯ РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЯ

Из многочисленных экспериментальных исследований процессов прекращения работы двигателя путем вскрытия дополнительных отверстий следует, что для надежного и стабильного гашения заряда ТТ в камере сгорания необходимо осуществлять достаточно глубокий сброс давления. Из экспериментальных исследований также следует, что интенсивность сброса давления в этом случае оказывается достаточной для гашения лишь зарядов небольших размеров при значительном отношении площади дополнительного отверстия к площади критического сечения сопла. Условия затухания заряда твердого топлива при сбросе давления теоретически исследованы Я. Б. Зельдовичем. Исходя из упрощенной схемы нестационарного процесса горения, основанной на положении об отсутствии экзотермических реакций в конденсированной фазе и постоянстве температуры поверхности газификации, Я. Б. Зельдович установил, что критерием, определяющим условие затухания, является безразмерная производная от давления p в камере по времени t , т. е.

$$B = \frac{t_T}{p} \frac{dp}{dt} = \frac{a_T}{u^2 p} \frac{dp}{dt}, \quad (17.1)$$

где t_T — время релаксации прогретого слоя топлива; a_T — коэффициент температуропроводности твердого топлива; u — стационарная скорость горения.

Затухание заряда происходит в случае, когда абсолютная величина критерия B превосходит некоторое критическое значение B^* , зависящее от показателя n в степенном законе горения топлива, температурного коэффициента скорости горения B , начальной температуры заряда T и температуры газификации T^* .

Таким образом, условие затухания заряда при спаде давления имеет вид

$$\left| \frac{a_T}{u^2 p} \frac{dp}{dt} \right| > B^*. \quad (17.2)$$

Учитывая, что значения a и B зависят в основном от вида топлива, и полагая закон горения степенным, для заданного вида топлива условие затухания представим в виде

$$[p^{-(2\nu+1)}(dp/dt)] > B_1, \quad (17.3)$$

где

$$B_1 = u_1^2 B^* / a_T. \quad (17.4)$$

Для вывода критического значения скорости спада давления можно воспользоваться и выражением для нестационарной скорости горения:

$$u = u_1 p^\nu \left[1 + \frac{2av}{u_1^2} p^{-(2\nu+1)} \frac{dp}{dt} \right]. \quad (17.5)$$

Очевидно, что заряд будет погашен, если выражение (17.5) равно или меньше нуля:

$$u_1 p^\nu \left[1 + \frac{2av}{u_1^2} p^{-(2\nu+1)} \frac{dp}{dt} \right] \leq 0, \quad (17.6)$$

т. е. для гашения необходимо, чтобы

$$[p^{-(2\nu+1)}(dp/dt)] \geq u_1^2 / (2av). \quad (17.7)$$

Из теории нестационарного горения, разработанной Я. Б. Зельдовичем, следует, что кроме определенной скорости спада давления, для гашения заряда требуется еще достаточная глубина сброса давления, Я. Б. Зельдович приводит следующее выражение, определяющее необходимую глубину сброса давления при неограниченной скорости спада:

$$\frac{p_\Gamma}{p_{\text{нач}}} = \left\{ \frac{B_0(T - T_{\text{нач}})}{\exp[B_0(T - T_{\text{нач}}) - 1]} \right\}^{1/\nu}, \quad (17.8)$$

где $p_{\text{нач}}$ — начальное давление в камере сгорания; p_Γ — давление, при котором заряд гаснет; B_0 — температурный коэффициент скорости горения; $T - T_{\text{нач}}$ — разность температур газификации топлива и начальной температуры заряда.

Зависимость отношения $p_\Gamma/p_{\text{нач}}$ от показателя ν и значения $b = B_0(T - T_{\text{нач}})$ иллюстрируется таблицей 17.1, из которой видно, что глубина требуемого сброса давления уменьшается с увеличением b и показателя ν .

Т а б л и ц а 17.1

Зависимость $p_\Gamma/p_{\text{нач}}$ от показателя и значения b

b	$p_\Gamma/p_{\text{нач}}$				
	ν				
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0,2	0,02	0,07	0,14	0,20	0,25
0,4	0,26	0,38	0,46	0,58	0,59
0,6	0,59	0,71	0,77	0,81	0,83
0,8	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96

Как указывалось выше, зависимость (17.8) для требуемой глубины сброса давления получена в предположении скачкообразного сброса давления. Полагая, что кривая давления может быть аппроксимирована экспоненциальной зависимостью $p = p_u e^{-ct}$ для случая плавного изменения давления и линейной зависимости скорости горения от начальной температуры, В. В. Либрович и А. Г. Истратов получили такое приближенное выражение для относительной величины критического сброса давления:

$$\frac{p_{\Gamma}}{p_{\text{нач}}} = \left[\frac{4b}{(1+b^2)} \left(1 + \frac{a}{c} \right) \right]^{1/\nu}, \quad (17.9)$$

где

$$a = \frac{(1+b)(1-3b)}{2(1+b)^3} + \frac{b^2}{(1+b)^3} \ln \frac{1}{b}; \quad (17.10)$$

c — постоянный множитель в показателе экспоненциального закона спада давления, при $c \rightarrow \infty$ из соотношения (17.9) получаем предельное значение отношения $p_{\Gamma}/p_{\text{нач}}$ в случае скачкообразного падения давления:

$$p_{\Gamma}/p_{\text{н}} = [4b/(1+b)^2]^{1/\nu}. \quad (17.11)$$

Условие (17.11) отличается от полученного Я. Б. Зельдовичем отношения, так как при выводе последнего использовалась логарифмическая зависимость скорости горения от начальной температуры. Этим объясняется и тот факт, что соотношение (17.11) имеет смысл лишь при значениях $b < 1$. Следует иметь в виду, что приведенные выше теоретические зависимости, построенные на базе теории нестационарного горения, разработанной Я. Б. Зельдовичем, имеют весьма приближенный характер, так как в основу теории положены предположения о постоянстве температуры поверхности пороха, отсутствии реакций в конденсированной фазе и безынерционности зоны химического превращения в газовой фазе.

Анализируя результаты теоретических и экспериментальных исследований гашения твердого топлива в камере сгорания при резком сбросе давления, можно прийти к выводу, что при гашении определяющим является значение относительной производной от давления по времени. Устойчивое гашение заряда имеет место при

$$\frac{1}{p_{\text{н}}} [dp/dt]_{\text{н}} > B^*, \quad (17.12)$$

где значение B зависит от типа топлива.

Для смесевых топлив критическое значение производной существенно больше, чем для баллистических. Так, для смесевого твердого топлива на основе сополимера бутадиена и перхлората аммония значение $B = 1501/\text{с}$. Упомянутая выше относительная производная может быть увеличена до требуемой для гашения путем увеличения площади проходного сечения узла отсечки. Потребная площадь вскрываемых отверстий пропорциональна свободному объему камеры сгорания в период гашения, т. е. она сильно возрастает с увеличением линейных размеров камеры сгорания.

17.4. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ ПОСЛЕ ВСКРЫТИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОТВЕРСТИЙ

Переходный процесс спада давления после вскрытия дополнительных отверстий устройства отсечки тяги характеризуется значительными изменениями параметров продуктов сгорания как во времени процесса, так и по длине камеры сгорания. Поэтому при строгом подходе математическое описание рабочих процессов в камере сгорания в период отсечки следовало бы осуществлять, используя в качестве исходной систему уравнений нестационарного движения продуктов сгорания в камере.

Интегрирование этой системы уравнений при заданных граничных и начальных условиях позволяет построить зависимость давления, плотности и температуры продуктов, заполняющих камеру, от времени в каждой точке по оси x камеры сгорания и определить соответствующие тяговые и энергетические характеристики. Хотя такой подход к решению задачи выглядит гораздо более строгим по сравнению с методом осреднения параметров рабочего процесса по свободному объему камеры сгорания, который излагается ниже, его практическое использование в ряде случаев представляется нерациональным из-за сложности решения системы уравнений в частных производных.

Прежде чем перейти к построению зависимостей, описывающих изменения осредненных по свободному объему камеры значений давления, плотности и температуры в период отсечки тяги, проанализируем допущения.

Основным из них следует считать гипотезу «квазистационарности», применяемую к процессу горения и истечения продуктов сгорания из двигателя. Использование принципа квазистационарности применительно к физическому процессу правомерно, если характерное время протекания выраженных нестационарных явлений существенно меньше характерного времени всего процесса.

Применительно к процессу истечения принцип квазистационарности применим, если время пробега волны разрежения по длине камеры мало по сравнению с общей продолжительностью излучаемого процесса. Несложный оценочный расчет показывает, что оба условия выполняются для широкого класса двигателей, если площадь вскрываемых отверстий соизмерима с площадью критического сечения основного сопла и невелика по сравнению с площадью поперечного сечения камеры сгорания.

Примем далее, что отверстия устройства отсечки тяги вскрываются мгновенно, после чего возникает сверхкритический режим истечения. Начальная стадия процесса истечения струи из мгновенно вскрываемого отверстия сопровождается сложными волновыми явлениями. В выходном сечении отверстия, образующегося при вскрытии заглушки, на мгновение возникает разрыв параметров состояния газа, приводящий к появлению ударной волны, распространяющейся во внешней среде и образующей нестационарную струю. Протекание этого резко нестационарного процесса совпадает по времени с распространением волны разрежения по камере и столь же или еще более скоротечно, поэтому его влиянием на истечение продуктов сгорания из камеры будем пренебрегать. В условиях полета на процесс истечения из двигателя может оказы-

вать влияние внешний поток, обтекающий ракету. Принимая режим истечения сверхкритическим, мы фактически предполагаем, что давление за ударной волной, образующейся в результате взаимодействия истекающей струи газов с внешним потоком, меньше критического давления в отверстии, через которое происходит истечение. Допущение о мгновенном вскрытии дополнительных отверстий можно не принимать, если известен закон движения заглушки после вскрытия, так как в этом случае несложно рассчитать изменение проходного сечения отверстий устройства отсечки тяги во времени. Естественное допущение о неизменности свободного объема камеры и поверхности горения заряда во времени обосновывается тем обстоятельством, что продолжительность периода отсечки тяги крайне мала по сравнению с полным временем работы двигателя.

Полагая температуру продуктов, образующихся в процессе горения заряда, постоянной, равной температуре горения, умноженной на постоянный коэффициент тепловых потерь, и, считая термодинамические характеристики (c_p , c_v , R) продуктов сгорания не зависящими от условий в камере, упростим математическое описание. В ходе последующего описания предполагается также, что вскрытие дополнительных отверстий не приводит к затуханию заряда и продукты сгорания представляют собой идеальный газ. Закон горения приемлем для определенности степенным, хотя может быть принята и любая другая зависимость скорости горения от давления.

Система уравнений, описывающая протекание внутрикамерных процессов после вскрытия отверстий устройства отсечки тяги с учетом принятых допущений, строится на основе общей системы уравнений в осредненных по свободному объему камеры сгорания величинах и имеет вид

$$V_k \frac{dp}{dt} = \rho_\tau S u - (\varphi_p F_{kp} + \varphi_{p.от} F) \frac{\Gamma(n)p}{\sqrt{RT}}; \quad (17.13)$$

$$V_k \frac{dp}{dt} = \rho_\tau S u n R T - (\varphi_p F_{kp} + \varphi_{p.от} F) \frac{\Gamma(n)p}{\sqrt{RT}} n R T; \quad (17.14)$$

$$p = \rho R T; \quad u = u_1 \left(\frac{p}{p_{атм}} \right)^v. \quad (17.15)$$

Уравнения (17.13)...(17.15) относительно неизвестных p , ρ , T , u интегрируются при начальных условиях $p = p_n$; $\rho = \rho_n$; $T = T_n$; $u = u_n$, соответствующих стационарному режиму перед вскрытием отверстий в камере. Тем самым отыскивается изменение искомых величин во времени.

Путем несложных преобразований из системы (17.13)...(17.15) можно получить систему уравнений, в которой под знаком производной находятся значения давления и температуры:

$$\left. \begin{aligned} V_k \frac{dp}{dt} &= \rho_\tau S u n R T - (\varphi_p F_{kp} + \varphi_{p.от} F_{от}) n \Gamma(n) p \sqrt{RT}; \\ V_k \frac{dT}{dt} &= \frac{\rho_\tau S u R T}{\bar{p}} (n T_\tau - T) - (n-1) (\varphi_p F_{kp} + \varphi_{p.от} F_{от}) \Gamma(n) T \sqrt{RT}; \\ p &= \rho R T; \quad u_1 = u_1 \left(\frac{p}{p_{атм}} \right)^v. \end{aligned} \right\} \quad (17.16)$$

В общем случае решение уравнений вида (17.13)...(17.15) может быть осуществлено только численным образом. Принятие условия об изотермичности процесса $T = \varphi_K T_\Gamma = \text{const}$ позволяет проинтегрировать систему (точнее одно дифференциальное уравнение системы) и получить аналитическую зависимость давления от времени.

Эта зависимость имеет вид

$$p = p_{2\text{ст}} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{p_{1\text{ст}}}{p_{2\text{ст}}} \right)^{1-\nu} \right] \left[\frac{n(1-\nu)\Gamma(n)(\varphi_p F_{\text{кр}} + \varphi_{\text{р.ст}} F_{\text{от}}) \sqrt{\varphi_K R T_\Gamma}}{V_K} t \right] \right\}^{\frac{1}{1-\nu}}, \quad (17.17)$$

где $p_{1\text{ст}}, p_{2\text{ст}}$ — значения стационарного давления в камере сгорания в исходном и втором стационарном режиме соответственно.

Значения $p_{1\text{ст}}, p_{2\text{ст}}$ определяются соотношениями:

$$p_{1\text{ст}} = p_{\text{атм}} \left(\frac{\rho_T S u_1 \sqrt{\varphi_K R T_\Gamma}}{p_{\text{атм}} \varphi_p \Gamma(n) F_{\text{кр}}} \right)^{\frac{1}{1-\nu}}; \quad (17.18)$$

$$p_{1\text{ст}} = p_{\text{атм}} \left(\frac{\rho_T S u_1 \sqrt{\varphi_K R T_\Gamma}}{p_{\text{атм}} \Gamma(n) (\varphi_p F_{\text{кр}} + \varphi_{\text{р.от}} F_{\text{от}})} \right)^{\frac{1}{1-\nu}}. \quad (17.19)$$

Заметим еще раз, что область возможных применений приведенных выше соотношений ограничена условиями, при которых не происходит гашения заряда. Если же в некоторый момент времени имеет место гашение заряда, то начиная с этого момента изменение давления в камере следует рассчитывать по зависимостям, описывающим адиабатическое истечение газа из сосуда.

17.5. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОТВЕРСТИЙ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ГАШЕНИЕ ЗАРЯДА ТТ

Для приближенного определения площади дополнительных отсечных отверстий, обеспечивающих гашение заряда ТТ в условиях камеры сгорания, будем исходить из предположения осреднения параметров рабочего процесса по свободному объему камеры сгорания и в качестве исходных примем уравнение закона сохранения вещества (массы), уравнение состояния и соотношения для прихода и расхода продуктов сгорания.

Уравнение закона сохранения вещества для камеры сгорания с открытыми дополнительными отверстиями (окнами) имеет вид

$$dM/dt = \Pi_T - G_{\text{кр}} - G_{\text{от}}, \quad (17.20)$$

где M — масса продуктов сгорания в камере сгорания; Π_T , $G_{\text{кр}}$ и $G_{\text{от}}$ — секундные массовые приход и расходы продуктов сгорания соответственно через критическое сечение сопла и дополнительно через отсечные отверстия площадью $F_{\text{от}}$.

Используя уравнение состояния, соотношение (17.5) и формулы для прихода и расхода газа:

$$M = pV/RT; \quad (17.21)$$

$$\Pi_T = Su_1 p^\nu \rho_T \left[1 + \frac{2av}{u_1^2} p^{-(2\nu-1)} \frac{dp}{dt} \right]; \quad (17.22)$$

$$G_{кр} = \Gamma_1(n) \varphi_p \frac{F_{кр} p}{\sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}}; \quad (17.23)$$

$$G_{от} = \Gamma_1(n) \varphi_{p,от} \frac{F_{от} p}{\sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}}, \quad (17.24)$$

где $\varphi_{p,от}$ — коэффициент расхода через отсечные отверстия; можно записать

$$\frac{dM}{dt} = S\rho_T u_1 p^\nu \left[1 + \frac{2av}{u_1^2} p^{-2\nu+1} \frac{dp}{dt} \right] - \Gamma_1(n) \varphi_p \frac{F_{кр} p}{\sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}} - \Gamma_1(n) \varphi_{p,от} \frac{F_{от} p}{\sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}}. \quad (17.25)$$

Для определения площади дополнительных отверстий запишем уравнение сохранения массы в виде

$$\frac{\Gamma_1(n) \varphi_{p,от} F_{от} p}{\sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}} = -\frac{dM}{dt} + S\rho_T u_1 p^\nu \left[1 + \frac{2av}{u_1^2} p^{-(2\nu+1)} \frac{dp}{dt} \right] - \frac{\Gamma_1(n) \varphi_p F_{кр} p}{\sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}}. \quad (17.26)$$

Учитывая соотношение (17.26) и имея в виду, что

$$dM/dt = (V/RT)(dp/dt), \quad (17.27)$$

выражение для $F_{от}$ можно записать в виде

$$F_{от} = \frac{V}{\Gamma_1(n) \varphi_{p,от} \sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}} \frac{d \ln p}{dt} + S\rho_T u \left[1 + \frac{2av}{u_1^2} p^{1-2\nu} \frac{dp}{dt} \right] \frac{\sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}}{\Gamma_1(n) \varphi_{p,от} p} - \frac{\varphi_p}{\varphi_{p,от}} F_{кр}. \quad (17.28)$$

После дополнительных преобразований последнего соотношения площадь дополнительных отверстий, обеспечивающую гашение заряда твердого топлива, можно найти по формуле

$$F_{от} = -\frac{V}{\Gamma_1(n) \varphi_{p,от} \sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}} \frac{d \ln p}{dt} - \frac{\varphi_p}{\varphi_{p,от}} F_{кр} \quad (17.29)$$

или

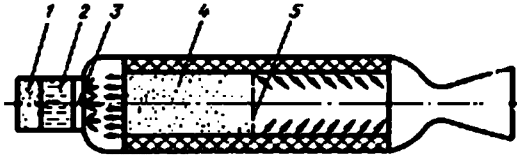
$$F_{от} \geq -\frac{V}{\Gamma_1(n) \varphi_{p,от} \sqrt{\varphi_k RT_\Gamma}} \frac{d \ln p}{dt} - \frac{\varphi_p}{\varphi_{p,от}} F_{кр}. \quad (17.30)$$

17.6. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЦЕССА ГАШЕНИЯ ЗАРЯДА ТТ ПОСРЕДСТВОМ ВПРЫСКА ЖИДКОГО ХЛАДАГЕНТА В КАМЕРУ СГОРАНИЯ

Впрыск жидкого хладагента в свободный объем камеры сгорания РДТТ является одним из эффективных методов гашения заряда. В принципе для гашения заряда могут использоваться и охладители, находящиеся первоначально в твердом и газообразном состоянии. На рисунке 17.6 показана принципиальная схема двигателя. Под действием высокого давления, создавае-

Рис. 17.6

Смеха процесса взаимодействия паров охлаждающей жидкости с поверхностью горения и продуктами сгорания заряда ТГ:



1 — пороховой газогенератор системы подачи жидкости; 2 — охлаждающая жидкость; 3 — форсунки; 4 — область охлажденных продуктов сгорания и паров хладагента; 5 — поверхность контактного разрыва с устройством для гашения заряда посредством впрыска охлаждающей жидкости.

мого пороховым газогенератором 1, охлаждающая жидкость 2 подается через распылительные форсунки 3 в камеру сгорания РДТТ. При этом обладающие большой скоростью частицы распыленной жидкости, двигаясь в высокотемпературных продуктах сгорания топлива, быстро испаряются, что приводит к образованию у переднего днища зоны охлажденных газов 4, смешанных с парами охладителя. Можно предположить, что в связи с интенсивным испарением в области распространения частиц жидкости возникает зона насыщения паров объемом V_1 , отделенная поверхностью контактного разрыва 5 от остальной части камеры сгорания, заполненной продуктами сгорания топлива. В период впрыска контактный разрыв перемещается в сторону соплового днища, поскольку каждая последующая капля жидкости пролетает через область паров, практически не испаряясь, до тех пор пока не попадает в область высокотемпературных продуктов сгорания. Для жидкостей с высокой удельной теплотой парообразования испарение капель жидкости приводит к интенсивному снижению температуры парогазовой смеси. При этом относительное уменьшение температуры больше относительного повышения плотности за счет поступления паров жидкости, в результате чего давление в зоне испарения падает.

Падение давления вызывает волну разрежения, распространяющуюся в направлении соплового днища и вызывающую выравнивание давления по длине камеры сгорания. Таким образом, падение давления происходит не только в зоне испарения охлаждающей жидкости, но и во всем свободном объеме камеры сгорания. В конце процесса впрыска и испарения охлаждающей жидкости свободный объем камеры сгорания оказывается частично заполненным парогазовой смесью, имеющей температуру, близкую к температуре насыщенного пара, а также частично продуктами сгорания топлива. Если камера сгорания имеет небольшую длину, то при интенсивном впрыске она может «простреливаться» насквозь струей распыленной охлаждающей жидкости. При этом после впрыска весь свободный объем оказывается заполненным парогазовой смесью.

Прекращение горения происходит, в первую очередь, в той части поверхности заряда, которая находится в зоне проникновения капель охлаждающей жидкости. При отсутствии непосредственного воздействия капель охлаждающей жидкости на прогретый — прилежащий к поверхности горения слой заряда затухание может быть не полным. Это объясняется тем, что после резкого уменьшения теплоподвода из газовой фазы горение в течение некоторого времени происходит за счет тепла, запасенного в прогретом слое топлива, что может привести к восстановлению начального режима горения.

Когда скорость и глубина спада давления при впрыске и испарении охлаждающей жидкости достаточно велики, под действием на фронт горения волны

разрежения затухание горения может происходить и в той части поверхности горения, на которую жидкий охладитель не оказывает прямого воздействия.

Достаточно интенсивный впрыск охлаждающей жидкости приводит к прекращению горения заряда по крайней мере на части его поверхности (в первую очередь в зоне проникновения капель) и возникновению неравновесного состояния, характеризующегося неравенством прихода и расхода массы. Возникновение такого состояния является необходимым условием прекращения горения на всей поверхности заряда. Выполнение этого условия зависит от первоначально погашенной поверхности заряда и давления к моменту окончания впрыска охлаждающей жидкости. В случае, когда расход продуктов сгорания через сопло существенно превышает их приход, фронт охлажденных жидкостью продуктов сгорания перемещается к соплу через участки горячей поверхности заряда, в результате чего процесс горения на этих участках прекращается. В свою очередь, этот процесс вызывает еще больший дисбаланс между приходом и расходом массы в двигателе. На место истекающих из камеры сгорания продуктов сгорания поступает сравнительно холодная парогазовая смесь, которая в итоге заполняет весь свободный объем камеры, и горение заряда прекращается.

Вместе с тем превышение расхода над приходом еще не является гарантией полного гашения заряда. Так, если масса впрыскиваемой жидкости и зона, занятая парогазовой смесью, первоначально невелики, при распространении по свободному объему смесь быстро нагревается за счет теплоты захватываемых продуктов сгорания и не сможет погасить пламя на всей поверхности заряда. При этом будет наблюдаться лишь временное снижение давления в камере сгорания, определяемое площадью погашенной поверхности заряда, после чего возможно повторное воспламенение этой поверхности и РДТТ перейдет на стационарный режим работы. В этой связи необходимо отметить, что гашение заряда посредством впрыска охлаждающей жидкости основано на ее введении в камеру сгорания в количестве, соизмеримом с массой продуктов сгорания, за время, существенно меньшее времени релаксации свободного объема камеры. Это время должно быть соизмеримо со временем релаксации прогретого слоя топлива. В противном случае вследствие горения заряда за время впрыска охлаждающей жидкости образуется достаточно теплоты, чтобы нагреть пары жидкости до высокой температуры и не допустить гашения заряда. Таким образом, только при быстром впрыске в камеру сгорания достаточно большого количества жидкости, способного в течение короткого промежутка времени охладить продукты сгорания топлива, возникает режим затухания заряда.

11.7. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ ПРИ ГАШЕНИИ ЗАРЯДА ТТ ВПРЫСКОМ ОХЛАЖДАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ

В связи со сложностью и малой изученностью процессов в камере сгорания при впрыске охладителя их строгое математическое описание уравнениями в частных производных весьма затруднительно. Поэтому, исходя из описанной выше физической картины процесса гашения, ограничимся

построением упрощенной физической модели изучаемого явления, которая в дальнейшем и послужит основой его математического описания.

Разобьем исследуемый внутрикамерный процесс по времени на два периода: первый — характеризует протекание процесса от начала и до окончания впрыска охлаждающей жидкости, второй — соответствует течению процесса после впрыска.

Полагаем, что в течение первого периода вся жидкость, впрыскиваемая в камеру сгорания, испаряется и ее пары полностью смешиваются с продуктами сгорания, образуя зону парогазовой смеси, занимающую объем V_1 у переднего дна и отделенную от другой части свободного объема контактным разрывом (рис. 17.6). В этой зоне горение мгновенно прекращается.

В остальную часть камеры сгорания, имеющую свободный объем V_2 , жидкость не проникает, эта часть заполнена продуктами сгорания топлива. Если градиент изменения и глубина сброса давления в период впрыска не превосходят критического значения, то заряд во второй части камеры продолжает гореть.

Выполнение только одного первого условия, т. е. достижение критической крутизны сброса давления, приводит лишь к кратковременному неполному гашению, так как при недостаточной глубине сброса давления после непродолжительного затухания будет иметь место повторное воспламенение. Чтобы предотвратить вторичное воспламенение, необходимо сбросить давление ниже уровня устойчивого горения в соответствующем динамическом режиме.

По мере введения в камеру новых порций охлаждающей жидкости объем зоны увеличивается, в результате чего контактный разрыв перемещается к соплу.

В момент начала второго периода, т. е. после прекращения впрыска жидкости, поглощение продуктов сгорания зоной парогазовой смеси прекращается, и поверхность контактного разрыва становится непроницаемой (без учета диффузии). Дальнейшее продвижение контактного разрыва зависит от соотношения прихода массы от непогашенной части заряда и расхода через сопло. При правильно организованном процессе гашения (достаточно эффективном впрыске) после окончания ввода жидкости парогазовая зона продолжает расширяться, постепенно охватывая весь свободный объем и вызывая полное гашение заряда. Затем, после вытеснения из камеры продуктов сгорания, происходит свободное истечение парогазовой смеси.

При малой интенсивности впрыска непогашенная часть заряда способна создать газоприход, достаточный для того, чтобы противостоять тенденции расширения зоны, занятой парогазовой смесью. В этом случае сразу или по истечении небольшого промежутка времени после прекращения впрыска перемещение контактного разрыва в сторону сопла прекращается, а затем происходит сжатие парогазовой зоны и оттеснение контактного разрыва к переднему дну, в результате чего погашенная поверхность вновь воспламеняется.

Такова упрощенная физическая модель внутрикамерных процессов, которая используется в дальнейшем для их математического описания.

Примем также дополнительные упрощающие предположения.

1. Впрыскиваемая в камеру охлаждающая жидкость мгновенно испаряется и перемешивается с продуктами сгорания, образуя однородную смесь; хими-

ческие реакции между продуктами сгорания топлива и охладителем не учитываем.

2. В зоне, которую занимает парогазовая смесь, образуется состояние насыщенного пара.

3. Теплообмен между жидким хладагентом и стенками камеры сгорания и заряда отсутствует, а испарение происходит только за счет теплоты, отбираемой от продуктов сгорания, находящихся в камере.

4. Дополнительный подвод массы и теплоты, вносимых в камеру продуктами, вытесняющими жидкость, не учитывается (имеются в виду, например, продукты сгорания, образующиеся в пороховом газогенераторе, если вытеснение жидкости происходит путем его сжигания).

5. Изменение давления по длине камеры сгорания в течение всего рассматриваемого процесса не учитываем, полагая, что выравнивание давления по длине (распространение волн разрежения и сжатия) происходит за время, существенно меньшее времени протекания процесса.

6. Температуру и плотность газообразных продуктов в свободном объеме камеры, полагая одинаковыми во всех точках зоны, заполненной парогазовой смесью, и зоны, заполненной продуктами сгорания топлива, но отличающимися от зоны к зоне, причем температуру продуктов в первой зоне принимаем равной температуре насыщенного пара, а во второй зоне — температуре горения с учетом теплотеперь.

7. Принимаем, что горение заряда в зоне, занятой парогазовой смесью, мгновенно прекращается, тогда как в зоне, куда не проникают пары охладителя, горение продолжается до тех пор, пока скорость и глубина спада давления в камере не достигнут своих критических значений.

8. Приход продуктов сгорания вследствие горения заряда и их расход через сопло в течение рассматриваемого периода определяем, исходя из квазистационарности процессов горения и истечения.

9. Парогазовую смесь и продукты сгорания топлива считаем идеальными газами, термодинамические характеристики которых постоянны или зависят известным образом от давления.

Проанализируем принятые допущения и одновременно получим некоторые вспомогательные соотношения необходимые для построения математической модели.

Время испарения капли оценивается зависимостью

$$\Delta t_{\text{исп}} = \frac{d_n^2}{\xi}, \quad (17.31)$$

где d_n — начальный диаметр капли; ξ — константа испарения.

Константа испарения ξ , в свою очередь, оценивается по формуле

$$\xi \approx \frac{4D\rho_n}{\rho_{\text{ж}}} \text{Sh} = \frac{4D\rho_n}{\rho_{\text{ж}}} 2(1 + b\sqrt{\text{Re}}), \quad (17.32)$$

где D — коэффициент диффузии паров охладителя; $\rho_n, \rho_{\text{ж}}$ — плотности паров у поверхности капли и плотность жидкости; Sh — число Шервуда (диффузионное число Нуссельта); Re — число Рейнольдса для потока, обтекающего каплю; b — постоянный коэффициент ($b \approx 0,3$).

Количественная оценка по приведенным зависимостям показывает, что при давлении в камере сгорания ≈ 5 МПа (≈ 50 кгс/см), температуре продуктов сгорания ≈ 3000 К, диаметре капли ≈ 100 мкм, скорости капли ≈ 100 м/с, $\xi \approx 10^{-6}$ м²/с — $\Delta t_{\text{исп}} \approx 10^{-4}$ с, т. е. время испарения капли пренебрежимо мало по сравнению со временем релаксации свободного объема камеры даже для небольших двигателей.

Однако приведенная оценка применима по отношению к каплям, которые впрыскиваются в двигатель в начальной стадии процесса, для остальных же капель надо различать время существования капли и время испарения, так как время существования капли может существенно превосходить время испарения. Так как впрыск осуществляется с одного конца камеры, в начальный момент у этого конца образуется зона насыщенных паров. Последующие капли охладителя будут пролетать сквозь эту зону, практически не испаряясь, пока не попадут в горячий газ, после чего капли довольно быстро испаряются. Так как зона, в которой образуется насыщенный пар, постепенно увеличивается в размере, то и «индукционный период» капель, в течение которого испарение не происходит, будет увеличиваться по мере приближения к концу процесса впрыска. В конечной стадии процесса капли испаряются лишь после пролета всей длины охлажденной зоны.

В итоге время существования капли определяется как сумма продолжительности $\Delta t_{\text{дв}}$ движения в зоне насыщенных паров и времени испарения $\Delta t_{\text{исп}}$:

$$\Delta t_{\text{кап}} = \Delta t_{\text{дв}} + \Delta t_{\text{исп}}.$$

Продолжительность движения в зоне насыщенных паров оценивается зависимостью

$$\Delta t_{\text{дв}} = \frac{l}{v_{\text{ср}}},$$

где l — протяженность зоны; $v_{\text{ср}}$ — средняя скорость движения капли, вычисленная с учетом торможения.

Для крупногабаритных двигателей $\Delta t_{\text{дв}}$ может существенно превосходить время испарения.

В свете высказанных соображений достоверность принятой гипотезы о мгновенности испарения капель и смешения их паров с продуктами сгорания в определенной мере зависит от учета времени движения капель в камере сгорания. Наличие времени свободного пробега капель приводит как бы к увеличению времени впрыска жидкости на величину $\Delta t_{\text{дв}}$ и соответственно к уменьшению расхода. Последнее обстоятельство можно приближенно учесть, определяя массовый расход $G_{\text{ж}}$ жидкости из вытеснительного устройства (точнее, приход жидкости в камеру сгорания) по зависимости

$$G_{\text{ж}} = G_{\text{р.ж}} \frac{v_{\text{ж}} t}{x_{\text{п}} + v_{\text{ж}} t}, \quad (17.33)$$

где $G_{\text{р.ж}}$ — расчетный расход жидкости из вытеснительной системы в камеру сгорания; $v_{\text{ж}}$ — скорость жидкой капли (скорость впрыска); $x_{\text{п}}$ — координата контактного разрыва, разделяющего парогазовую зону и зону продуктов сгорания топлива.

Отметим, что в первом приближении $G_{p,ж}$ и $v_{ж}$ могут быть вычислены по гидравлическим зависимостям:

$$\begin{aligned} G_{p,ж} &= \varphi_{p,ж} F_v \rho_{ж} \sqrt{\frac{2(p_v - p)}{\rho_{ж}}}; \\ v_{ж} &= \sqrt{\frac{2(p_v - p)}{\rho_{ж}}}, \end{aligned} \quad (17.34)$$

где p_v , p — давления в вытеснительной камере и в камере сгорания соответственно; F_v — площадь отверстия, через которое впрыскивается жидкость; $\rho_{ж}$ — плотность жидкости; $\varphi_{p,ж}$ — коэффициент расхода жидкости через выходное отверстие в системе впрыска.

При значениях $p_v \gg p$ коэффициент расхода $\varphi_{p,v}$ может принимать значения, существенно меньшие единицу в связи с возникновением кавитационных явлений.

Переходим к анализу второго предположения. Это допущение может быть обосновано скоротечностью процесса испарения, благодаря которой интенсивность парообразования весьма высока и капли жидкости не проникают глубоко в зону продуктов сгорания пока не насытят зону, близлежащую к месту впрыска. В то же время ясно, что случай насыщения является предельным, фактически же в зоне парогазовой смеси, по-видимому, имеет место состояние, близкое к насыщению. Третье предположение следует считать достаточно достоверным. Количество теплоты в прогретом слое топлива обычно намного меньше, чем в продуктах сгорания, заполняющих свободный объем. Тепловое взаимодействие капель жидкости со стенками камеры за короткий отрезок времени не должно приводить к значительному теплообмену в связи с блокирующим воздействием парогазовой подушки. Неучет этого взаимодействия способен лишь привести к некоторой ошибке в определении положения контактного разрыва между парогазовой смесью и продуктами сгорания и расчетной величины концентрации паров охладителя в парогазовой смеси.

Четвертое допущение следует считать обоснованным для условий, когда масса продуктов, вытесняющих жидкость, мала по сравнению с массой вытесняемой жидкости или если эти продукты отделены от вытесняемой жидкости непроницаемым поршнем.

Пятое предположение о выравнивании давления по длине камеры обосновывается тем, что время пробега волны разрежения и сжатия по длине камеры, равное частному от деления длины камеры на скорость звука (для камеры длиной 1 м это время, например, составляет $\approx 0,001$ с), существенно меньше общей длительности процесса гашения, примерно равной времени релаксации свободного объема камеры, равного для той же камеры почти 0,05 с; в то же время принятие предположения о постоянстве давления по длине камеры позволяет существенно упростить математические соотношения, описывающие изучаемый процесс.

Шестое предположение является естественным следствием более ранних допущений, а также предположения о равновесности процесса конденсации в период расширения зоны охладителя.

Действительно, температура парогазовой смеси, принимаемая равной температуре насыщения пара, будет зависеть от парциального давления паров охладителя. Предположение о равенстве температуры парогазовой смеси температуре парообразования во втором периоде процесса (когда впрыск прекращен) уже лишено той же физической подоплеки. Формально процесс расширения (сжатия) парогазовой смеси следовало бы считать изоэнтروпическим. Вместе с тем эффекты, связанные с наличием некоторого теплоподвода со стороны стенок камеры сгорания и заряда твердого топлива, а также конденсации паров охладителя при расширении зоны, занятой парогазовой смесью, сдвигают процесс в сторону изотермического. Действительно, если в момент окончания впрыска параметры пара в зоне охлаждения близки к насыщенным, то за счет конденсации, связанной с падением давления при расширении зоны охлаждения, процесс в газовой фазе этой зоны близок к политропическому с показателем политропы, приближенно равным

$$\frac{1}{1 - \frac{R_{\text{п}} T_{\text{п}}}{U_{\text{п}}}} \approx 1 + \frac{R_{\text{п}} T_{\text{п}}}{U_{\text{п}}}.$$

Для паров воды, например, $R_{\text{п}} T_{\text{п}} / U_{\text{п}} \approx 0,05$ и процесс в газовой фазе зоны охлаждения близок к изотермическому.

Постоянство температуры в зоне горения соблюдается более или менее строго, если впрыск не приводит к полному прекращению горения в этой зоне, так как течение процесса после впрыска носит квазистационарный характер. Если горение прекращается даже в зоне, куда не проникают капли охладителя, то процесс в ней близок к изоэнтропическому и обосновать гипотезу изотермичности уже гораздо сложнее. При более строгом подходе предположение об изотермичности процесса в рассматриваемой области можно исключить, так как изменение температуры в зоне, занятой продуктами сгорания, может быть определено из уравнения энергии, записанного для этой зоны. Замена уравнения энергии условием изотермичности в данном случае допустима в свете того, что все описание процесса является крайне приближенным.

Седьмое предположение в известной мере условно и, неявно отражая неполноту знаний условий гашения, применяется вынужденно для упрощения, хотя оно заведомо не будет выполняться при низкой интенсивности впрыска.

Восьмое предположение подробно обосновывалось в начале настоящей главы, оно является следствием относительно медленного изменения параметров в камере после окончания впрыска.

Рассмотрение парогазовой смеси и продуктов сгорания топлива в виде идеальных газов следует признать естественным для области давлений и температур, имеющих место в камере сгорания в период гашения впрыском жидкого охладителя.

Опираясь на принятые допущения и физическую модель, построим систему уравнений, описывающих внутрикамерный процесс в течение первого и второго периодов гашения.

Вначале получим соответствующую совокупность уравнений для периода впрыска охладителя.

Установим значение Π_2 количества продуктов сгорания, вовлекаемых в единицу времени из второй зоны V_2 в смесь с парами охлаждающей жидкости. Составленное с этой целью уравнение баланса энергии для парогазовой смеси в интегральной форме (без учета динамики процессов) имеет вид

$$(\Pi_2 + \Pi_{\text{ж}})c_{V_{\text{см}}}T_{\text{см}} = \Pi_2c_{V_2}T_2 + \Pi_{\text{ж}}c_{p_{\text{п}}}T_{\text{п}} - \Pi_{\text{ж}}[U_{\text{п}} + c_{\text{ж}}(T_{\text{п}} - T_{\text{ж}})], \quad (17.35)$$

где $T_{\text{п}}$, $T_{\text{ж}}$, $T_{\text{см}}$ — температура компонента (насыщенного пара, жидкости, смеси соответственно); Π — секундный приход компонента; $U_{\text{п}}$ — удельная теплота парообразования впрыскиваемой жидкости; c — удельная теплоемкость компонента.

Предположим, что

$$c_{V_2} = c_{V_{\text{г}}}; \quad T_2 = T_{\text{г}}.$$

В соответствии с принятыми допущениями полагаем температуру парогазовой смеси $T_{\text{см}}$ равной температуре парообразования $T_{\text{п}}$, из уравнения баланса энергии получаем

$$\Pi_2 = \Pi_{\text{ж}} \frac{U_{\text{п}} + c_{\text{ж}}(T_{\text{п}} - T_{\text{ж}}) + c_{V_{\text{см}}}T_{\text{п}} - c_{p_{\text{п}}}T_{\text{п}}}{c_{V_2}T_2 - c_{V_{\text{см}}}T_{\text{п}}}. \quad (17.36)$$

Для оценочных расчетов можно исходить из зависимости

$$\Pi_2 = \Pi_{\text{ж}} \frac{U_{\text{п}} + c_{\text{ж}}(T_{\text{п}} - T_{\text{ж}})}{c_{V_2}(T_2 - T_{\text{п}})}. \quad (17.37)$$

Уравнение сохранения массы в объеме V_1 , занятом парогазовой смесью с учетом принятых допущений, представим в виде

$$\frac{d}{dt}(\rho_{\text{см}}V_1) = \Pi_{\text{ж}} + \Pi_2. \quad (17.38)$$

Уравнение сохранения массы в объеме V_2 , занятом продуктами сгорания топлива, имеет вид

$$\frac{d}{dt}(\rho_2V_1) = \Pi_{\text{т}} - \Pi_2 - G_{\text{кр}}, \quad (17.39)$$

где $\Pi_{\text{т}}$ — массовый приход продуктов сгорания топлива от непогашенной части заряда; $G_{\text{кр}}$ — массовый расход продуктов сгорания топлива через сопло.

Выражение для прихода продуктов сгорания топлива в предположении степенной зависимости скорости горения от давления представим в виде

$$\Pi_{\text{т}} = \rho_{\text{т}}S_{\text{т}}u_1 \left(\frac{p}{p_{\text{атм}}} \right)^{\nu}, \quad (17.40)$$

где $S_{\text{т}}$ — непогашенная горящая поверхность топлива.

Расход продуктов сгорания через сопло в сверхкритическом режиме истечения выражен зависимостью

$$G_{\text{кр}} = \varphi_{\text{р}}\Gamma(n_2) \frac{pF_{\text{кр}}}{\sqrt{R_2T_2}}, \quad (17.41)$$

где n_2 и R_2 — показатель изоэнтропы и газовая постоянная продуктов сгорания топлива.

Запишем далее уравнение состояния для парогазовой смеси:

$$p_{\text{см}} = \rho_{\text{см}} R_{\text{см}} T_{\text{п}}; \quad (17.42)$$

для продуктов сгорания:

$$p_2 = \rho_2 R_2 T_2. \quad (17.43)$$

Термодинамические характеристики $c_{V_{\text{см}}}$, $R_{\text{см}}$ парогазовой смеси зависят от массовой доли $g_{\text{п}}$ паров охладителя в смеси. В соответствии с теорией однородных газовых смесей:

$$\begin{aligned} c_{V_{\text{см}}} &= c_{V_2} (1 - g_{\text{п}}) + c_{V_{\text{п}}} g_{\text{п}}; \\ R_{\text{см}} &= R_2 (1 - g_{\text{п}}) + R_{\text{п}} g_{\text{п}}. \end{aligned} \quad (17.44)$$

Массовая доля пара в парогазовой смеси:

$$g_{\text{п}} = \frac{\int_0^t \Pi_{\text{ж}} dt}{\rho_{\text{см}} V_{\text{см}}}. \quad (17.45)$$

При упрощенном подходе взамен выражения (17.45) может быть использовано более простое выражение, справедливое, строго говоря, только в условиях постоянства $\Pi_{\text{ж}}$ и Π_2 :

$$g_{\text{п}} = \frac{\Pi_{\text{ж}}}{\Pi_{\text{ж}} + \Pi_2}. \quad (17.46)$$

Сумма объемов, занимаемых парогазовой смесью и продуктами сгорания топлива, равна свободному объему камеры V в период начала гашения, т. е.

$$V_1 + V_2 = V_{\text{к}}. \quad (17.47)$$

Зная геометрические размеры камеры и заряда к моменту начала гашения, нетрудно установить зависимость объема V_1 , занимаемого парогазовой смесью, и величины непогашенной горячей поверхности S от координаты x контактного разрыва, разделяющего зону парогазовой смеси и продуктов сгорания топлива.

Соответственно полагаем известными функции:

$$V_1 = V_1(x_{\text{п}}); \quad S_{\text{т}}(x_{\text{п}}). \quad (17.48)$$

Последние соотношения замыкают систему уравнений, описывающих первый период процесса. Следует иметь в виду, что в соответствии с исходным положением о возможном затухании части заряда, расположенной во второй зоне, при критических условиях спада давления необходимо принимать $S_2 = 0$, начиная с момента затухания.

Для определения 16 неизвестных функций времени $\Pi_{\text{ж}}$, $\Pi_{\text{ж.р}}$, $v_{\text{ж}}$, Π_2 , $\rho_{\text{см}}$, V_1 , ρ_2 , V_2 , p , $\Pi_{\text{т}}$, $c_{\text{кр}}$, $c_{V_{\text{см}}}$, $R_{\text{см}}$, $g_{\text{п}}$, $S_{\text{т}}$, $x_{\text{п}}$ имеем 16 уравнений (17.33)...(17.48) (без уравнения 17.35). Давление $p_{\text{в}}$ в вытеснительном устройстве полагаем заданным или определяемым из дополнительных расчетных соотношений.

Значения $U_{\text{п}}, T_{\text{п}}, c_{V_2}, R_{\text{п}}$, характеризующие термодинамические свойства паров охладителя, считаем постоянными или известными функциями давления p .

Значения T_2, R_2, c_{V_2}, n_2 , характеризующие термодинамические параметры продуктов сгорания твердого топлива в камере, полагаем постоянными, равными их значениям в стационарном периоде, предшествовавшем гашению.

Константы $\varphi_{\text{р.ж}}, \varphi_{\text{р}}, F_{\text{в}}, F_{\text{кр}}, c_{\text{ж}}, \rho_{\text{ж}}, T_{\text{ж}}, \rho_{\text{т}}, u_1, v, V_{\text{к}}$, характеризующие геометрические параметры камеры и вытеснительного устройства, физико-химические параметры жидкости и топлива, должны быть заданы.

Начальные значения величин, входящих в дифференциальные уравнения, соответственно равны

$$(\rho_{\text{см}} V_1)_{\text{н}} = 0; (\rho_2 V_2) = \frac{p_{\text{н}} V_{\text{к}}}{\varphi_{\text{к}} R_2 T_2}.$$

Начальное значение $g_{\text{п}}$ определяется из уравнения (17.45).

Таким образом, показано, что полученная система уравнений представляет собой математическое описание первого периода процесса гашения впрыском жидкости.

На основе полученных соотношений легко осуществить математическое описание второго периода процесса, имеющего место после прекращения поступления охлаждающей жидкости в камеру сгорания. Заметим, что так как действительный приход жидкости $\Pi_{\text{ж}}$ отличается от расчетного прихода $\Pi_{\text{ж.р}}$, то окончание первого периода соответствует времени t_1 , определяемому из равенства

$$\int_0^{t_1} \Pi_{\text{ж}} dt = \omega_{\text{ж}},$$

где $\omega_{\text{ж}}$ — общая масса жидкости, вводимой в камеру сгорания.

Уравнения сохранения массы в объемах V_1, V_2 , занимаемых парогазовой смесью и продуктами сгорания топлива, как следует из уравнений (17.38), (17.39), примут вид:

$$\frac{d}{dt}(\rho_2 V_2) = \Pi_{\text{т}} - G_{\text{кр}}; \quad \rho_{\text{см}} V_1 - (\rho_{\text{см}} V_1)_{\text{н}2}, \quad (17.49)$$

где индексом «н2» отмечены значения величин в конце первого и начале второго периода.

Остальные уравнения остаются неизменными, следует лишь иметь в виду, что так как в уравнениях (17.44) $g_{\text{п}} = g_{\text{н}} = \text{const}$, необходимость в уравнении (17.45) отпадает и сами уравнения (19.44) определяют постоянные значения величин $c_{V_{\text{см}}}, R_{\text{см}}$.

Таким образом, для второго периода неизвестными функциями времени являются $p, \rho_2, V_2, \rho_{\text{см}}, V_1, \Pi_{\text{т}}, G_{\text{кр}}, S_{\text{т}}, x_{\text{п}}$ для определения которых имеем 9 уравнений (17.39)...(17.44), (17.47)...(17.49). Начальные значения величин для второго периода соответствуют конечным значениям для первого периода.

Если гашение заряда обусловлено критическими скоростями сброса давления, то начиная с момента гашения следует положить $S_{\text{т}} = 0$, и далее, при

$V_1 = V_k$, рассчитывать давление по зависимости, характеризующей свободное истечение парогазовой смеси из двигателя:

$$p = p_n \left[1 + \frac{n_n - 1}{2} \Gamma(n) \frac{\varphi_p F_{кр} \sqrt{R_n T_n}}{V_k} \right]^{\frac{2n}{n_n - 1}}, \quad (17.50)$$

где t — время, отсчитываемое от момента начала истечения парогазовой смеси; p_n — давление в момент начала истечения парогазовой смеси; n_n — показатель изэнтропы парогазовой смеси.

Расчет по зависимости (17.50) производится до значений p , соответствующих окончанию процесса сверхкритического истечения.

В более общем случае полное гашение заряда имеет место только после прохождения поверхности контактного разрыва, разделяющей парогазовую смесь и продукты сгорания топлива, по всей длине камеры (т. е. при условии $x_n = l$ ($V_1 = V_k$)), после чего изменение давления в камере подчинено приближенной зависимости (17.50).

Как уже указывалось при анализе физической модели процесса, недостаточно интенсивный (как по времени, так и по расходу вводимого охладителя) впрыск не приводит к полному гашению заряда. В последнем случае после окончания впрыска контактный разрыв перестает перемещаться по направлению к соплу и оттесняется продуктами сгорания к переднему дну, а система уравнений для второго периода описывает переходный процесс возвращения двигателя к стационарному режиму работы. Необходимо отметить лишь то обстоятельство, что согласно принятой модели в последнем случае парогазовая смесь окажется «запертой» в части объема у переднего днища, тогда как в действительности она постепенно смешивается с продуктами сгорания и будет полностью вынесена из камеры, что приведет к возобновлению исходного стационарного режима.

17.8. МЕТОД РАСЧЕТА СКОРОСТИ СНИЖЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ГАШЕНИИ ЗАРЯДА ТТ КОМБИНИРОВАННЫМ СПОСОБОМ

Комбинированный способ гашения может использоваться в том случае, когда применение одного способа не может быть практически реализовано. Так, в обычных условиях отсечка тяги путем вскрытия дополнительных отверстий создает достаточно глубокий сброс давления, однако скорость спада давления оказывается недостаточной для гашения, особенно у крупногабаритных двигателей с большим свободным объемом. Чтобы скорость спада давления превосходила критическую, площадь проходного сечения отверстий узла отсечки должна значительно превосходить площадь критического сечения сопла, что практически невозможно реализовать. Поэтому в этом случае целесообразно применять комбинированный способ, основанный на вскрытии дополнительных отверстий и на вводе в камеру сгорания охлаждающего вещества. При этом расчет параметров рабочего процесса будем осуществлять с учетом химического взаимодействия между продуктами сгорания твердого топлива и продуктами охладителя (с учетом диссоциации).

Условием гашения заряда ТТ, как и раньше, можно считать $u \leq 0$.

$$\frac{d \ln p}{dt} \geq - \left[\frac{(u_1 p^v)^2}{2av} \right]_{\text{кр}}.$$

Из последнего соотношения можно приближенно определить критическую скорость падения давления, которая для выбранной марки твердого топлива и конструктивных размеров камеры сгорания зависит от площади дополнительных отверстий в камере сгорания, от количества вводимого в камеру сгорания охлаждающего вещества и удельной теплоты его парообразования, от скорости и условий впрыска охлаждающего вещества в камеру сгорания, от скорости испарения охлаждающего вещества и др.

Зная размер капли, можно по зависимости (17.31) найти время ее испарения. При известном составе распыленной жидкости можно определить скорость ее испарения. Не останавливаясь детально на определении скорости смещения и испарения, будем считать, что приход охладителя Π известен. Тогда в камере сгорания с момента впрыска охладителя находится реагирующая смесь, состоящая из паров охладителя и продуктов сгорания ТТ. При математическом описании процесса для этой смеси примем следующие допущения: компоненты (смеси) идеальные, а их термодинамические функции — энтропия, энтальпия, теплоемкости при постоянном давлении и объеме и константы равновесия — не зависят от давления; параметры смеси усреднены по свободному объему; между хладагентом и стенками камеры сгорания и заряда ТТ теплообмен отсутствует; капли охладителя на фронт пламени и прогретый слой К-фазы не воздействуют.

Массу продуктов сгорания твердого топлива в камере сгорания (в соответствии с уравнением сохранения вещества для продуктов сгорания) в данный момент можно определить по следующему соотношению:

$$\dot{\Pi} = \Pi_{\text{т}} - g_{\text{т}} G. \quad (17.51)$$

$$G = \begin{cases} (F_{\text{кр}} + F_{\text{от}}) \Gamma(n) \varphi_{\text{р}} \sqrt{p\beta} \delta \left(p - \frac{p_{\text{а}}}{\beta} \right), \\ (F_{\text{кр}} + F_{\text{от}}) \varphi_{\text{р}} \sqrt{\frac{2n}{n-1} p \rho \left[\left(\frac{p_{\text{а}}}{p} \right)^{2/n} - \left(\frac{p_{\text{а}}}{p} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]} \delta \left(\frac{p_{\text{а}}}{\beta} - p \right); \\ \beta = \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}}, \end{cases} \quad (17.52)$$

где δ — единичная функция; $\Pi_{\text{т}} = S u_{\text{т}}$; S — суммарная поверхность горения заряда ТТ; $\varphi_{\text{р}}$ — коэффициент расхода; $g_{\text{т}} = \Pi_{\text{т}} / (\Pi_{\text{т}} + \Pi_{\text{ж}})$ — относительная массовая доля продуктов сгорания твердого топлива в камере сгорания.

Из уравнения сохранения вещества для охладителя можно определить массовую долю паров охладителя в камере сгорания в данный момент времени:

$$\frac{d\Pi_{\text{ж}}}{dt} = \Pi - g_{\text{ж}} G, \quad (17.53)$$

где $g_{\text{ж}} = \Pi_{\text{ж}} / (\Pi_{\text{т}} + \Pi_{\text{ж}})$ — относительная массовая доля паров охладителя в камере сгорания. Расход охладителя определяется в соответствии с соотношением (17.52).

К приведенным уравнениям необходимо присовокупить уравнения состояния и сохранения энергии для смеси в камере сгорания, а также уравнения, определяющие химическое равновесие гомогенной диссоциированной смеси при постоянном давлении и температуре:
уравнение состояния

$$p - \frac{\rho RT}{\mu} = 0; \quad (17.54)$$

уравнение сохранения энергии

$$H_{\text{см}} - H_{\text{ст}} - \int_{p_0}^p V dp = 0; \quad V = \text{const}; \quad (17.55)$$

уравнение диссоциации в логарифмической форме

$$\ln p_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} \ln p_{A(i)} + \ln k_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, e); \quad (17.56)$$

уравнение сохранения вещества в логарифмической форме

$$\ln \sum_{j=1}^{e+m} a_{ij} \eta_j - \ln M_{\text{см}} - \ln b_{i\text{см}} \quad (i = 1, 2, \dots, m); \quad (17.57)$$

уравнение Дальтона

$$\ln \sum_{j=1}^{e+m} p_j - \ln p = 0. \quad (17.58)$$

Здесь e — количество молекулярных компонентов в смеси; m — число атомарных компонентов в смеси; a_{ij} — число атомов i -го химического элемента в компоненте; $b_{i\text{см}} = g_{\text{т}} b_{i\text{т}} + g_0 b_{i0}$ — количество атомов i -го химического элемента в эквивалентной форме исходного вещества; p_j — парциальное давление; η_j — число молей j -го газообразного компонента в смеси; $M_{\text{см}}$ — число молей исходного вещества; k_j — константа равновесия.

Логарифм константы равновесия по парциальным давлениям для реакции диссоциации j -го компонента на атомы определяется по соотношению

$$\ln k_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} S_i^0 - S_j^0 - \sum_{i=1}^m a_{ij} H_i - H_j,$$

где H_j , S_j^0 — энтальпия и стандартная энтропия i -го атомарного вещества; H_j , S_j — энтальпия и стандартная энтропия j -го вещества.

Уравнения (17.51)...(17.53) решаются методом Рунге — Кутты, уравнения (17.54), (17.55) — методом последовательных приближений:

$$p_{n+1} = p_n + Dp; \quad T_{n+1} = T_n + \Delta T,$$

где

$$\Delta p = \frac{f_2 \frac{\partial f_1}{\partial T} - f_1 \frac{\partial f_2}{\partial T}}{\frac{\partial f_1}{\partial T} \frac{\partial f_2}{\partial p} - \frac{\partial f_2}{\partial T} \frac{\partial f_1}{\partial p}}; \quad \Delta T = \frac{f_2 \frac{\partial f_1}{\partial p} - f_1 \frac{\partial f_2}{\partial p}}{\frac{\partial f_1}{\partial T} \frac{\partial f_2}{\partial p} - \frac{\partial f_2}{\partial T} \frac{\partial f_1}{\partial p}};$$

$$f_1 = H_{\text{см}} + \int_{p_0}^p V dp; \quad f_2 = p - \frac{\rho R_0 T}{\mu}.$$

Для лучшей сходимости методов начальные приближения для неизвестных параметров выбираются из предыдущего шага.

Уравнения (17.56)...(17.58) решаются модифицированным методом Ньютона.

Выражения для энтальпии смеси (до процесса реагирования вещества) $H_{\text{см}}$ энтальпии продуктов сгорания (после реагирования вещества) $H_{\text{сг}}$ имеют вид:

$$H_{\text{см}} = \mu_{\text{см}} \left[g_{\text{T}} \frac{T_{\text{T}}}{\mu_{\text{T}}} + g_0 \frac{T_0}{\mu_0} \right]; \quad H_{\text{сг}} = \frac{\sum_{j=1}^{l+m} n_j H_j}{\mu_{\text{см}} M_{\text{см}}}.$$

Соотношения для удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении $(c_p)_{\text{см}}$ для равновесного процесса и удельной теплоемкости смеси при постоянном объеме $(c_v)_{\text{см}}$ для равновесного процесса можно записать в виде:

$$(c_p)_{\text{см}} = \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{\sum_{j=1}^{l+m} n_j T_j}{\mu_{\text{см}} M_{\text{см}}} \right];$$

$$(c_v)_{\text{см}} = (c_p)_{\text{см}} - \frac{R_0}{\mu_{\text{см}}} \frac{\left[1 - \left(\frac{\partial \ln M_{\text{см}}}{\partial \ln T} \right)_p \right]^2}{1 + \left(\frac{\partial \ln M_{\text{см}}}{\partial \ln p} \right)_T},$$

где $n = (c_p)_{\text{см}} / (c_v)_{\text{см}}$ — отношение теплоемкостей.

В результате решения системы уравнений получаем изменение параметров рабочего процесса при гашении заряда ТТ.

Для иллюстрации предложенного метода приведен пример расчета параметров рабочего процесса для периода гашения заряда ТТ. Численные результаты расчетов по изменению давления в камере сгорания для гипотетического твердого топлива представлены на рисунке 17.7 при $G = 5000$ кг/с. Счет кривых давления прерывался в момент погасания твердого топлива. Каждая кривая соответствует определенному приходу охлаждаителя в камеру сгорания тельного отверстия.

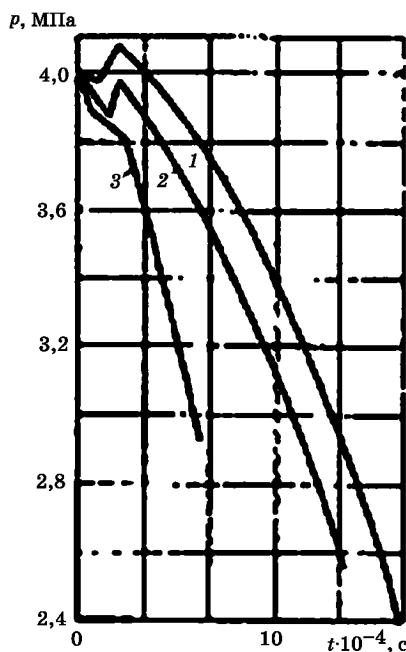


Рис. 17.7

Изменение давления в камере сгорания в зависимости от времени процесса при комбинированном способе гашения заряда ТТ:

$$1 - F_{\text{д}} + F_{\text{кр}} = 0,1848 \text{ м}^2; \quad 2 - F_{\text{д}} + F_{\text{кр}} = 0,3398 \text{ м}^2; \quad 3 - F_{\text{д}} + F_{\text{кр}} = 0,924 \text{ м}^2.$$

18.1. ВЫХОДНЫЕ И ВНУТРЕННИЕ ПАРАМЕТРЫ

Известно, что у отдельных двигателей (систем) одной и той же серии, изготовленных по одному и тому же чертежу, по одной и той же технологии, при испытании в идентичных условиях могут быть различные выходные характеристики. Это явление именуется случайными разбросами характеристик. Свойства конструкционных и теплозащитных материалов и технологические параметры изготовления двигателей изменяются в пределах соответствующих допусков, поэтому и выходные параметры РДТТ колеблются в некоторых пределах, подчиняясь различным вероятностным законам распределения.

Под основными параметрами или характеристиками РДТТ понимаются величины, характеризующие протекание рабочего процесса. Условно они подразделяются на выходные и внутренние. Выходными параметрами двигателя являются тяга, давление, массовый расход, время работы двигателя, полный и удельный импульс; внутренними — физико-химические, физико-механические и геометрические характеристики заряда ТТ и двигателя, такие как скорость горения, термодинамические константы, температура горения, поверхность горения, площадь критического сечения сопла, коэффициент расхода и др. Выходные характеристики должны удовлетворять техническим требованиям, формируемым в проектном задании; внутренние параметры оказывают непосредственное влияние на выходные. Наиболее сильное влияние на основные характеристики двигателя оказывают параметры заряда ТТ. Внутри каждого заряда ТТ отдельные элементы отличаются по химическому составу и плотности, что приводит к различию теплоты сгорания ТТ и скорости горения. Анизотропия физико-химических параметров по объему меняется как от заряда к заряду, так и между партиями зарядов, причем отличаются не только локальных, но и средних по объему параметров. Неоднородность этих параметров, главным образом скорости горения, является основной причиной появления разбросов параметров рабочего процесса и характеристик двигателя.

На разбросы параметров рабочего процесса и характеристик двигателя оказывают влияние:

- 1) разброс начальных значений площади проходных сечений в сопловом аппарате и разброс их изменений в процессе работы двигателя в связи с уносом массы и деформации элементов;

2) изменение характеристик ТЗП от двигателя к двигателю, что обуславливает колебания тепловых потерь, при наличии уноса ТЗП — колебания термодинамических характеристик и количества продуктов, истекающих из камеры сгорания;

3) условия эксплуатации двигателя, в особенности температурный режим хранения. Колебания температуры внешней среды приводят к возникновению неоднородных температурных полей заряда и, как следствие, неравномерного распределения скоростей горения;

4) случайное изменение характеристик отдельных систем двигателя в процессе хранения, а также под воздействием совокупностей целого ряда второстепенных факторов;

5) различие в размерах заряда и корпуса отдельных двигателей, что приводит к различию поверхностей горения и площадей проходных сечений в проточной части.

Кроме того, на разброс величин, полученных в результате проведения серии экспериментов, оказывает влияние погрешность измерений, обусловленная ошибками показаний измерительной аппаратуры. В этой связи при экспериментальном определении разбросов характеристик РДТТ необходимо стремиться к исключению влияния ошибок измерения.

18.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ, ДИСПЕРСИЯ, КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МОМЕНТ

Основные параметры рабочего процесса могут рассматриваться как случайные величины — отдельные значения давления, тяги, максимальное значение тяги, удельный импульс и время работы двигателя; случайные функции — зависимости давления, массового расхода и тяги от времени; случайные векторы — совокупность статически связанных случайных величин или функций, каждая из которых служит компонентом вектора.

Наиболее полное представление о случайной величине, функции или векторе дает функция распределения (функция плотности вероятности), вместе с тем могут использоваться и параметры распределения: математическое ожидание, дисперсия, корреляционный момент.

Под математическим ожиданием M_x случайной величины X понимается сумма произведений всех возможных значений X_i этой величины на вероятности P_i появления этих значений. В качестве оценки \bar{X} математического ожидания M_x случайной величины X обычно принимается среднее из n значений X_i .

Математическое ожидание и его оценка определяются по соотношениям:

$$M_x = M(X) = \sum_{i=1}^n X_i P_i;$$
$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i.$$
(18.1)

При $n \rightarrow \infty$ среднее значение \bar{X} стремится к математическому ожиданию M_x в вероятностном смысле

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (M_x - \bar{X}) = 0.$$
(18.2)

Мерой отклонения случайных величин, входящих в данную группу, от математического ожидания M_x служит дисперсия D или среднеквадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{D}$. Дисперсия определяется как математическое ожидание квадрата разности между значениями случайных величин X_i и их математическим ожиданием M_x .

Дисперсия и среднеквадратическое отклонение и их статистические оценки (выборочную дисперсию) определяют по соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} D_x &= M[(X_i - M_x)^2]; \\ \sigma &= \sqrt{D_x}; \\ S^2 &= B_n \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, \\ S &= \sqrt{S^2}, \end{aligned} \right\} \quad (18.3)$$

где

$$B_n = \sqrt{\frac{n-1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma(n/2)}; \quad (18.4)$$

$$\Gamma(Z) = \int_0^{\infty} t^{Z-1} e^{-t} dt \text{ — гамма-функция Эйлера.} \quad (18.5)$$

Если случайные величины X и Y связаны между собой в статистическом смысле, то степень их связи в линейном приближении определяется корреляционным моментом

$$K_{xy} = M[(X - M_x)(Y - M_y)]. \quad (18.6)$$

Случайный вектор с компонентами X, Y, Z характеризуют корреляционной матрицей K , симметричной относительно главной диагонали, на которой располагаются дисперсии компонент:

$$K = \begin{vmatrix} D_x & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{xy} & D_y & K_{yz} \\ K_{xz} & K_{yz} & D_z \end{vmatrix}. \quad (18.7)$$

Математическое ожидание случайной функции $X(t)$ в фиксированный момент времени t_1 и его оценка выражаются через n имеющихся случайных реализаций $X_i(t_1)$ соотношениями:

$$M_x(t_1) = \sum_{i=1}^n X_i(t_1) P_i; \quad (18.8)$$

$$\bar{X}(t_1) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(t_1). \quad (18.9)$$

Связь значений случайной функции в моменты времени t_1 и t_2 характеризуется автокорреляционной функцией

$$K_{xx}(t_1, t_2) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [X_i(t_1) - \bar{X}(t_1)][X_i(t_2) - \bar{X}(t_2)]^2. \quad (18.10)$$

Значения корреляционной функции $t_1 = t_2$ представляют собой оценки дисперсий $S^2(t)$ случайной функции в момент t :

$$S^2(t) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [X_i(t) - \bar{X}(t)]^2. \quad (18.11)$$

Если случайные функции $X(t)$, $Y(t)$ составляют случайную функцию, то по аналогии с соотношением (18.4) для них определяется взаимная коррекционная функция

$$K_{xy}(t_1) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [X_i(t_1) - \bar{X}(t_1)][Y_i(t_1) - \bar{Y}(t_1)]. \quad (18.12)$$

Для случайной вектор-функции можно построить матрицу $K(t_1, t_2)$ корреляционных функций, которая применительно к трем компонентам $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ имеет вид

$$K(t_1, t_2) = \begin{vmatrix} K_{xx}(t_1, t_2) & K_{xy}(t_1, t_2) & K_{xz}(t_1, t_2) \\ K_{xy}(t_1, t_2) & K_{yy}(t_1, t_2) & K_{yz}(t_1, t_2) \\ K_{xz}(t_1, t_2) & K_{yz}(t_1, t_2) & K_{zz}(t_1, t_2) \end{vmatrix}. \quad (18.13)$$

В общих чертах принципы определения законов распределения случайных величин на основе ограниченной статистической информации можно представить следующим образом.

Пусть известна совокупность (выборка) n значений случайной величины X , полученных, например, из опыта. Разобьем область изменения X на ряд интервалов равной длины и подсчитаем количество a_j попаданий величины X в каждый j -й интервал. Вероятность попадания X в j -й интервал оценивается равенством $P_j = a_j/n$. Построим на каждом интервале высотой равной или пропорциональной P_j (рис. 18.1). Полученная фигура, называемая гистограммой, создает наглядное представление о зависимости плотности вероятности случайной величины X от ее значения. Гистограмма служит материалом для построения теоретического (аналитического) выражения плотности вероятности $f(X)$. Функцию $f(X)$ выбирают среди известных функций плотности или строят таким образом, чтобы максимально приблизить ее к ступенчатой функции, представленной гистограммой. При этом часть параметров теоретического распределения, например, математическое ожидание, дисперсия и моменты более высокого порядка, принимаются равными соответствующим параметрам выборочного (т. е. распределения случайных величин в исходной выборке). Каждое из таких равенств называют связью, накладываемой на теоретический закон распределения. Кроме указанных, на принятый закон распределения $f(X)$ заведомо накладывается одна связь в виде нормирующего условия

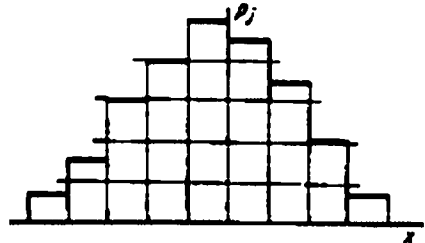


Рис. 18.1
Гистограмма

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(X) dX = 1.$$

Оценка правильности описания выборочного закона распределения принятой аналитической зависимостью или, как принято говорить в статистике, проверка гипотезы о распределении осуществляются с помощью критериев Пирсона (критерий соответствия).

Критерий Пирсона обычно применяется при неизвестных параметрах распределения, тогда как при известных параметрах гипотетического распределения могут быть использованы критерии Колмогорова, Смирнова, Реньи.

18.3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗБРОСОВ ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА

Для расчетного определения параметров и характеристик рабочего процесса прежде всего устанавливаются теоретические зависимости, связывающие разбросы с параметрами, характеризующими колебания свойств исходного сырья, материалов и технологического процесса изготовления заряда ТТ и двигателя в целом. Сначала устанавливаются стохастические связи между параметрами технологического процесса и статистическими характеристиками внутренних параметров РДТТ. С этой целью широко используются результаты физико-химических и физико-механических исследований на модельных установках и приборах, позволяющие определить разбросы основных внутренних параметров заряда ТТ — скорости горения, плотности, геометрических размеров, энергетических и прочностных характеристик и сопоставить их с отклонениями, имеющимися в ходе изготовления заряда и двигателя. Стохастическая связь между внутренними параметрами заряда и двигателя и характеристиками технологического процесса и свойствами исходного сырья устанавливаются с помощью регрессионного и дисперсионного анализа. В частности, задача регрессионного анализа состоит в том, чтобы по имеющейся серии из n независимых измерений, по результатам которых построены n систем значений функции y и аргументов $XY_j, X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{kj} (j = 1, 2, \dots, n)$ оценить неизвестную зависимость $Y(X_1, X_2, \dots, X_k)$. Если регрессионный анализ является линейным, то искомая зависимость отыскивается в виде

$$Y = a + b(X_1 - \bar{X}) + \dots + B_k(X_k - \bar{X}_k), \quad (18.14)$$

где $\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij}$ — среднее арифметическое значение аргумента серии n наблюдений.

Для этого случая должно выполняться условие $n > 4k$. Таким образом, в линейной постановке построение неизвестной функции сводится к отысканию коэффициентов a_i, b_i (при $i = 1, 2, \dots, k$). По известным значениям разбросов внутренних параметров можно определить разбросы выходных параметров. Внутренние параметры заряда ТТ, такие как скорость горения, плотность, термодинамические характеристики продуктов сгорания являются случайными функциями координат заряда ТТ. Вид этих функций зависит от переменности состава и фракционности отдельных компонентов ТТ по объему, напряжений, возникающих при полимеризации или снаряжении, деформаций заряда ТТ в период работы, полей температур заряда ТТ перед испытанием и других фак-

торов. Размеры минимального и выходного сечений сопла могут изменяться в процессе работы двигателя и являются случайными функциями времени. Начальные размеры заряда и корпуса РДТТ могут быть представлены системой случайных чисел, поэтому зависимость поверхности заряда ТТ от времени процесса является функцией начальных размеров и распределения скоростей горения по объему заряда (случайное поле). Многие внутренние параметры коррелированы: так, скорость горения и плотность, скорость горения и горящая поверхность, а также ряд других параметров взаимосвязаны и взаимообусловлены. Таким образом, система исходных данных в наиболее общем случае представляет собой случайную векторную функцию неслучайных аргументов. Система уравнений для определения параметров рабочего процесса, позволяющая по входным параметрам найти давление, и уравнения для определения массового расхода и тяги представляют собой по отношению к исходным данным нелинейные операторы преобразования. Поэтому расчет разбросов основных параметров и характеристик рабочего процесса в общем случае сводится к преобразованию многокомпонентной случайной вектор-функции с помощью нелинейной системы и является достаточно сложной задачей.

В ряде случаев в зависимости от конкретных условий возможны упрощения исходных данных, например, не учитывается изменение характеристик ТТ по объему заряда, а учитывается только их разброс между отдельными зарядами; не учитываются связи между входными данными и они рассматриваются как случайные числа, а не как случайные функции координат и времени. Возможное упрощение расчетной схемы сводится к замене нелинейных соотношений расчета параметров рабочего процесса линеаризованными связями. Понятие того или иного упрощения в значительной мере зависит от конкретной постановки задачи. Поэтому в дальнейшем ограничимся изложением лишь общих принципов, применимых в подавляющем большинстве случаев.

Связь между входными параметрами α_j и выходными параметрами β_k , т. е. система уравнений внутрикамерных процессов, в общем случае может быть представлена совокупностью соотношений вида

$$\beta_k = \varphi_k(\beta_l \cdot \alpha_j)_l \quad (k = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n). \quad (18.15)$$

При малых (порядка 10^{-2}) отклонениях входных параметров от средних значений допускается линеаризация системы уравнений внутрикамерных процессов для стационарных режимов работы двигателя. На существенно нестационарных режимах работы двигателя, например при вскрытии заглушки в период воспламенения или гашения заряда ТТ, могут иметь место существенные нелинейности.

Если в окрестности математических ожиданий параметров α_j и β_k функции β_k , определяемые соотношениями (18.15), достаточно гладки, то выполняется приближенное равенство

$$\beta_k = \varphi_k(M_\beta + \Delta\beta_k, M_\alpha + \Delta\alpha_j) = \varphi_k(M_\beta, M_\alpha) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \varphi_k(M_\beta, M_\alpha)}{\partial \alpha_j} \Delta\alpha_j + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \varphi_k(M_\beta, M_\alpha)}{\partial \beta_i} \Delta\beta_i \quad (k=1, 2, \dots, m), \quad (18.16)$$

где M_α , M_β — соответственно математические ожидания величин α и β ; $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ — отклонения величин α и β .

Система (18.16) является совокупностью алгебраических уравнений относительно неизвестных величин $\Delta\beta_i$. Поскольку

$$\Delta\beta_k = \beta_k - \varphi_k(M_\beta, M_\alpha),$$

то данная система приводится к виду

$$\Delta\beta_k - \sum_{l=1}^m \frac{\partial \varphi_k(M_\beta, M_\alpha)}{\partial \beta_l} \Delta\beta_l = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \varphi_k}{\partial a_j} \Delta\alpha_j. \quad (18.17)$$

Решение линейной системы (18.17) имеет вид

$$\Delta\beta_k = \sum_{i=1}^m A_{jk} \Delta\alpha_j \quad (k=1, 2, \dots, m), \quad (18.18)$$

где значения A_{jk} вычисляются посредством известных алгебраических операций над определителями, составленными из свободных членов и коэффициентов системы уравнений (18.17). Вместо линейного разложения (18.16) в принципе может быть применено и более точное разложение, учитывающее поправки на нелинейность.

Не касаясь вопроса о точности представления отклонений $\Delta\beta_i$ с помощью линейного относительно $\Delta\alpha_j$ оператора (18.18), рассмотрим использование данного оператора для определения разбросов основных параметров рабочего процесса двигателя.

Дисперсия величины β_k , находится по соотношению

$$D_\beta = \sum_{i=1}^n A_{jk}^2 D_\alpha^j, \quad (18.19)$$

где D_α^j — дисперсия величины α_j .

На практике, однако, для определения коэффициентов вариации удобнее использовать уравнение, имеющее вид

$$\frac{\sigma_\beta}{\beta_k} = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_{jk}^2 \frac{D_\alpha^j}{\beta_k^2}}. \quad (18.20)$$

В ряде опубликованных работ для оценки среднеквадратических отклонений (коэффициентов вариации) основных характеристик рабочего процесса на квазистационарном режиме работы двигателя используются конечные выражения. Эти выражения получены по зависимостям вида (18.19), (18.20) с использованием элементарной системы уравнений внутренней баллистики в осредненных по объему величинах, определяющих функции φ_k . Конкретным примером таких выражений может служить следующая из зависимости (18.20) формула для определения среднеквадратического отклонения осредненного по объему давления в камере сгорания:

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{1}{1-v} \sqrt{\left(\frac{\sigma_u}{u_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_p}{p_\tau}\right)^2 + \dots \rightarrow + \left(\frac{\sigma_{\varphi_k}}{2\varphi_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{RT_\tau}}{2RT_\tau}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{F_{кр}}}{2F_{кр}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\varphi_p}}{2\varphi_p}\right)^2}. \quad (18.21)$$

Эта формула устанавливает связь между среднеквадратическими отклонениями выходного параметра (в данном случае давления) и внутренних пара-

метров РДТТ. Зависимости вида (18.21) могут использоваться для оценки коэффициентов вариации как в отдельные моменты времени на квазистационарном режиме работы двигателя, так и в среднем за весь период.

Более сложным является случай, когда между входными параметрами двигателя и заряда (α_j) существует статистическая связь. В этом случае уже нельзя указать столь простое правило нахождения закона распределения выходных параметров, как для независимых входных величин. При этом найти функцию распределения весьма сложно и приходится ограничиваться определением дисперсий величины β_k . Зависимость для определения дисперсий отличается от выражения (18.19) наличием членов, содержащих корреляционные моменты

$$D_{\beta} = \sum_{i=1}^n A_{jk}^2 D_{\alpha}^j + 2 \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n A_{jk} A_{jk} K(\alpha_j, \alpha_i) \quad (i < j). \quad (18.22)$$

Следует отметить, что задача расчетного определения разбросов основных внутрибаллистических характеристик может быть сведена к вычислениям по конечным формулам, пригодным для ручного счета, лишь в случае, когда исходные данные представлены в виде случайных величин, а система уравнений внутренней баллистики представлена конечными явными соотношениями. При представлении входных параметров в виде случайных функций и использовании более сложного аппарата описания внутрикамерных процессов указанная задача может быть решена лишь численными методами с применением компьютера.

Здесь для примера рассмотрим принципы и последовательность расчета параметров и характеристик рабочего процесса и предельных отклонений из условия их осреднения по свободному объему камеры сгорания и объему заряда ТТ.

В этом предположении выражения для давления p , секундного массового расхода газа G , тяги P и удельного импульса тяги $I_{уд}$ можно представить в виде:

$$\int_S u(S, p) \rho_T(S) dS = \frac{\varphi_p \Gamma(n) p F_{кр}}{\sqrt{\varphi_k R T_p}}; \quad (18.23)$$

$$G = \frac{\varphi_p \Gamma(n) p F_{кр}}{\sqrt{\varphi_k R T_p}}; \quad (18.24)$$

$$P = \varphi_c \varphi_p F_{кр} p \Phi(p_a/p) - F_a p_n; \quad (18.25)$$

$$I_{уд} = P/G; \quad (18.26)$$

$$\Phi\left(\frac{p_a}{p}\right) = \Gamma(n) \left[f_1\left(\frac{p_a}{p}\right) + \frac{1}{\varphi_{тр}^2} f_3\left(\frac{p_a}{p}\right) \right]; \quad (18.27)$$

$$\frac{\varphi_{тр}^2}{\varphi_c \varphi_p} \frac{F_a}{F_{кр}} = \Gamma(n) f_2\left(\frac{p_a}{p}\right); \quad (18.28)$$

$$f_2\left(\frac{p_a}{p}\right) = \left[\left(\frac{p_a}{p}\right)^{1/n} f_1\left(\frac{p_a}{p}\right) \right]^{-1}; \quad (18.29)$$

$$f_3\left(\frac{p_a}{p}\right) = \frac{p_a}{p} f_2\left(\frac{p_a}{p}\right), \quad (18.30)$$

где $\varphi_{\text{тр}}$ — коэффициент трения; T_p — изобарная температура продуктов горения.

Если скорость горения ТТ и массу заряда принять одинаковыми, то из первого соотношения для зарядов вкладного типа получим

$$S\rho_{\text{т}}u(p) = \frac{\varphi_{\text{п}}\Gamma(n)pF_{\text{кр}}}{\sqrt{\varphi_{\text{к}}RT}}. \quad (18.31)$$

Для номинальных условий это соотношение можно записать в виде

$$S_N\rho_{\text{т}N}u_N(p_N) = \frac{\varphi_{\text{п}N}\Gamma(n)p_NF_{\text{кр}N}}{\sqrt{\varphi_{\text{к}N}(RT_p)_N}} \quad (18.32)$$

(здесь и далее индекс N относится к параметрам при номинальных условиях).

Возмущения поверхности горения, площади минимального сечения сопла, скорости горения:

$$\begin{aligned} \delta S &= S - S_N; \\ \delta F_{\text{кр}} &= F_{\text{кр}} - F_{\text{кр}N}; \\ \delta u &= u - u_N \end{aligned}$$

будем считать малыми величинами.

Подставляя в соотношение (18.31) вместо S , $\rho_{\text{т}}$, u , $F_{\text{кр}}$ их значения, выраженные через возмущения и номинальные величины (с учетом соотношения (18.32)), и удерживая члены первого порядка малости после перехода к относительным величинам, получим

$$\frac{\delta S}{S_N} + \frac{\delta \rho_{\text{т}}}{\rho_{\text{т}N}} + \frac{\delta u}{u_N} = \frac{\delta \varphi_{\text{п}}}{\varphi_{\text{п}N}} + \frac{\delta p}{p_N} + \frac{\delta F_{\text{кр}}}{F_{\text{кр}}} = \frac{1}{2} \left[\frac{\delta \varphi_{\text{к}}}{\varphi_{\text{к}}} + \frac{\delta(RT_p)}{(RT_p)} \right]. \quad (18.33)$$

Отметим, что отклонение (вариация) скорости горения от номинальной может быть обусловлено не только природой топлива (колебания содержания компонентов исходного состава топлива в пределах допусков, характера протекания физико-химических процессов в двигателе, технологического режима изготовления топлива и т. д.), но и измерением начальной температуры заряда и давления в камере сгорания, поэтому отклонение скорости горения δu можно представить в виде

$$\delta u = \delta u_0 + \left(\frac{\partial u}{\partial T_{\text{н}}} \right)_N \delta T_{\text{н}} + \left(\frac{\partial u}{\partial p} \right)_N \frac{\delta p}{p_N} p_N, \quad (18.34)$$

где $T_{\text{н}}$ — начальная температура заряда ТТ.

В свою очередь, δu_0 обусловлено вариациями параметров скорости горения в зависимости от давления в камере сгорания.

Если эта зависимость двухпараметрическая, то δu_0 определяется равенством

$$\delta u_0 = \frac{\partial u}{\partial a_1} \delta a_1 + \frac{\partial u}{\partial a_2} \delta a_2. \quad (18.35)$$

Произведение PT_p является функцией начальной температуры заряда, поэтому

$$\frac{\delta(RT_p)}{(RT_p)_N} = \frac{\delta(RT_p)_0}{(RT_p)_N} + \frac{1}{(RT_p)_N} \left[\frac{\partial(RT_p)}{\partial T_3} \right]_N \delta T_3. \quad (18.36)$$

Подставляя последние выражения в соотношение (18.33) и решая его относительно $\frac{\delta p}{p_N}$, получим

$$\frac{\delta p}{p_N} = \frac{1}{1-\nu} \left\{ \frac{\delta u_0}{u_N} + \frac{\delta S}{S_N} + \frac{\delta p_\tau}{p_{\tau N}} + (a_p)_N \delta T_3 + \frac{1}{2} \left[\frac{\delta \phi_\kappa}{\phi_{\kappa N}} - \frac{\partial(RT_p)}{(RT_p)_N} \right] - \frac{\delta \phi_p}{\phi_{pN}} - \frac{\delta F_{\kappa p}}{F_{\kappa p N}} \right\}, \quad (18.37)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \nu &= \frac{p_N}{u_N} \left(\frac{\partial u}{\partial p} \right)_N; \\ (a_p)_N &= \frac{1}{u_N} \left(\frac{\partial u}{\partial T_3} \right)_N + \frac{1}{2(RT_p)_N} \left[\frac{\partial(RT_p)}{\partial T_3} \right]_N. \end{aligned} \right\} \quad (18.38)$$

Зависимость коэффициента ϕ_κ и температуры T_p от давления не учитываем.

Рассматривая стоящее в правой части равенства (18.37) выражение как сумму независимых случайных величин, в соответствии с теоремой о сложении дисперсий суммы случайных величин получим

$$D \frac{\delta p_N}{p_N} = \frac{1}{(1-\nu)^2} \left[D_{\alpha_1} + D_{\alpha_2} + D_S + D_{p_\tau} + D_{T_3} + D_{\phi_p} + D_{F_{\kappa p}} + \frac{D_{\phi_\kappa}}{4} + \frac{D_{RT_p}}{4} \right], \quad (18.39)$$

где D_{α_1} , D_{α_2} , D_S , D_{p_τ} ... — дисперсия величин δ_{α_1} , δ_{α_2} , $\frac{\delta S}{S_N}$, $\frac{\delta p_\tau}{p_\tau}$, ...

Если величины стоящих суммируемых справа дисперсий примерно одинаковы, то закон распределения относительного отклонения давления будет близок к нормальному. Поэтому для предельного отклонения давления получим

$$\frac{\Delta p}{p_N} = \frac{K_p}{1-\nu} \sqrt{\sum_{i=1}^n D_i}, \quad (18.40)$$

где K_p — квантиль, определяющая соответствующую вероятность получения

$\frac{\Delta p}{p_N}$ для закона нормального распределения случайной величины $\delta p/p_N$, характеризующего математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией $D \frac{\delta p}{p_N}$.

Обычно $K_p = 2,7...3$; D_i , $n = 7$ — дисперсии и число слагаемых в правой части равенства (18.40).

Выражение (18.40) справедливо для зарядов вкладного типа. При нахождении предельного давления для зарядов, прочно скрепленных с корпусом двигателя, необходимо учитывать зависимости поверхности горения от давления и скорости горения от напряженно-деформированного состояния заряда ТТ, в частности от величины относительной деформации. Поскольку деформация заряда ТТ в свою очередь является функцией давления, то зависимость скорости

горения от давления становится более существенной. С учетом сказанного уравнение (18.31) для прочно скрепленных зарядов можно записать в виде

$$S_{т.п}\rho_{т}u(p) + S_{к}\rho_{т}u(p)f(\varepsilon) + S_{т.с}\rho_{т}u(p) = \frac{\varphi_p \Gamma(n) p F_{кр}}{\sqrt{\varphi_k R T_p}}, \quad (18.41)$$

где $S_{т.п}$ — площадь поверхности горения переднего торца и части канала, на которой сказывается раскрепление наружной поверхности заряда; $S_{т.с}$ — площадь поверхности горения соплового торца заряда; $S_{к}$ — площадь поверхности горения оставшейся части канала; $f(\varepsilon)$ — функция, учитывающая зависимость скорости горения от деформации канала, т. е.

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & \text{если } \varepsilon < \varepsilon_{кр}; \\ 1 + \xi_{\varepsilon}(\varepsilon - \varepsilon_{кр}), & \text{если } \varepsilon \geq \varepsilon_{кр}; \end{cases} \quad (18.42)$$

ξ_{ε} — коэффициент пропорциональности; $\varepsilon_{кр}$ — деформация канала заряда начиная с которой скорость горения зависит от ε .

В предположении, что температура заряда равна температуре окружающей среды, имеем следующее соотношение для расчета ε :

$$\varepsilon = p \frac{1 + \mu_{т}}{E_{т}(\bar{D}^2 - 1)} \left[1 + 2\mu_{т} + \bar{D}^2 \left(1 - \frac{4(1 - \mu_{т})^2}{D_1} \right) \right], \quad (18.43)$$

где

$$D_1 = 1 + \bar{D}^2(1 + 2\mu_{т}) + \frac{E_{т}}{E_{к}} \frac{\bar{D}^2 - 1}{\zeta^2 - 1} \frac{1 + \mu_{к}}{1 + \mu_{т}} (1 + \zeta^2 - 2\mu_{к}); \quad (18.44)$$

$$\bar{D} = D/d; \quad \zeta = 1 + \delta/D; \quad (18.45)$$

$E_{т}$, $\mu_{т}$ — модуль Юнга и коэффициент Пуассона топлива, $E_{к}$, $\mu_{к}$ — то же для корпуса; d — диаметр канала заряда ТТ; D — внешний диаметр заряда ТТ; δ — толщина стенки корпуса.

Соотношение для относительного отклонения площади поверхности горения деформированного канала можно записать в виде

$$\frac{\delta S_{к}}{S_{\Sigma N}} = \left(\frac{p}{S_{\Sigma}} \frac{\partial S_{к}}{\partial p} \right)_N \frac{\delta p}{p_N} + \left(\frac{S_{к}}{S_{\Sigma}} \right)_N \frac{\delta p}{p_N} + \left(\frac{S_{к}}{S_{\Sigma}} \right)_N \frac{\delta S_{к0}}{S_{кN}} + \frac{T_N}{S_{\Sigma}} \left(\frac{\partial S_{к}}{\partial T_3} \right)_N \frac{\delta T_3}{T_N}, \quad (18.46)$$

где $S_{\Sigma} = S_{т.п} + S_{т.с} + f(\varepsilon)S_{к}$ — суммарная площадь поверхности горения заряда ТТ.

Вариация $S_{к0}/S_{кN}$ является функцией случайных отклонений параметров, входящих в равенства (18.43)...(18.45), и определяется соотношением

$$\frac{\delta S_{к0}}{S_{\Sigma N}} = \frac{\delta d_0}{d_{0N}} + \frac{\delta \varepsilon}{1 + \varepsilon_N} + \frac{\delta l}{l_N}, \quad (18.47)$$

где $S_{к0}$ и d_0 — площадь поверхности горения и диаметр канала при $\varepsilon = 0$, l — длина канала;

$$\delta \varepsilon = \sum \left(\frac{\delta \varepsilon}{\delta \lambda_i} \right)_N \delta \lambda_i, \quad (18.48)$$

где λ_i — любой из параметров $E_{т}$, $E_{к}$, $\mu_{т}$, $\mu_{к}$, D , d , δ при $T = \text{const}$.

Относительное отклонение функции $f(\varepsilon)$ будет равно нулю, если $\varepsilon < \varepsilon_{кр}$, или будет определяться выражением

$$\begin{aligned} \frac{\delta f(\varepsilon)}{f(\varepsilon_N)} = & \left(\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right)_N \Sigma \delta \lambda_i \left(\frac{\delta \varepsilon}{\delta \lambda_i} \right) + \left(\frac{p}{f} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} \right)_N \frac{\delta p}{p_N} + \\ & + \frac{1}{f_N} \Sigma \left(\frac{\partial f}{\partial \xi_i} \right)_N \delta \xi_i + \frac{T_N}{f_N} \left(\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T_3} \right) \frac{\delta T_3}{T_N}, \end{aligned} \quad (18.49)$$

если $\varepsilon > \varepsilon_{кр}$. В равенстве (18.49) ξ_i — любой параметр в выражении (18.42).

Проварьируем уравнение (18.41) и, как и ранее, удерживая линейные члены и учитывая выражения для $S_{\kappa}/S_{\Sigma N}$ и $\delta f(\varepsilon)/f(\varepsilon_N)$, получим

$$\begin{aligned} \frac{\delta p_T}{p_T} + \left(\frac{1}{u} \frac{\partial u}{\partial a_1} \right) \delta a_1 + \left(\frac{1}{u} \frac{\partial u}{\partial a_2} \right)_N \delta a_2 + \frac{T_N}{u_N} \left(\frac{\partial u}{\partial T_3} \right)_N \frac{\delta T_3}{T_3} + \left(\frac{p}{u} \frac{\partial u}{\partial p} \right)_N \frac{\delta p}{p_N} + \\ + \frac{\delta S_{\tau, \Pi}}{(S_{\tau, \Pi})_N T} \frac{S_{\tau, \Pi}}{S_{\Sigma N}} + \left(\frac{\delta S_{\kappa 0}}{S_{\kappa}} \frac{S_{\kappa}}{S_{\Sigma}} \right)_N f(\varepsilon_N) + \frac{T}{S_{\Sigma N}} \left(\frac{\partial S_{\kappa}}{\partial T_3} \right)_N \frac{\delta T_3}{T_N} f(\varepsilon) + \\ + \left[\frac{p}{S_{\Sigma}} f(\varepsilon) \frac{\partial S_{\kappa}}{\partial p} \right]_N \frac{\delta p}{p_N} + \left(\frac{S_{\kappa}}{S_{\Sigma}} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right)_N \left[\Sigma \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \lambda_i} \right)_N \delta \lambda_i \right] + \\ + T_N \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T_3} \right)_N \frac{\delta T_3}{T_N} \left(p \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} \right)_N \frac{\delta p}{p_N} + \left(\frac{S_{\kappa}}{S_{\Sigma}} \right)_N \Sigma \left(\frac{\partial f}{\partial \xi_i} \right) \delta \xi_i + \\ + \frac{\delta S_{\tau, c}}{(S_{\tau, c})_N} \left(\frac{S_{\tau, c}}{S_{\Sigma}} \right) = \frac{\delta \varphi_p}{\varphi_{pN}} + \frac{\delta p}{p_N} + \frac{\delta F_{кр}}{F_{крN}} - \\ - \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta \varphi_{\kappa}}{\varphi_{\kappa}} + \frac{\delta (RT_p)_0}{(RT_p)_N} + \frac{T_N}{(RT_p)_N} \left[\frac{\partial (RT_p)}{\partial T_3} \right]_N \frac{\delta T_3}{T_N} \right\}. \end{aligned} \quad (18.50)$$

Решая данное уравнение относительно $\delta p/p_N$, получим соотношение типа (18.37), в котором параметр v определяется из выражения

$$v = \frac{p_N}{u_N} \left(\frac{\partial u}{\partial p} \right)_N + \frac{p_N}{S_{\Sigma N}} f(\varepsilon_N) \left(\frac{\partial S_{\kappa}}{\partial p} \right)_N + \left(\frac{S_{\kappa}}{S_{\Sigma}} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} p \right)_N, \quad (18.51)$$

а вместо $\delta S/S_N$ будет сумма членов

$$\begin{aligned} \frac{\delta S_{\tau, \Pi}}{(S_{\tau, \Pi})_N} \left(\frac{S_{\tau, \Pi}}{S_{\Sigma}} \right)_N + \frac{\delta S_{\kappa 0}}{S_{\kappa N}} \left(\frac{S_{\kappa}}{S_{\Sigma}} \right)_N f(\varepsilon_N) + \frac{\delta S_{\tau, c}}{S_{\tau, cN}} \left(\frac{S_{\tau, c}}{S_{\Sigma}} \right)_N + \\ + \left(\frac{S_{\kappa}}{S_{\Sigma}} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right)_N \Sigma \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \lambda_i} \right)_N \delta \lambda_i + \left(\frac{S_{\kappa}}{S_{\Sigma}} \right)_N \Sigma \left(\frac{\partial f}{\partial \xi_i} \right)_N \delta \xi_i, \end{aligned} \quad (18.52)$$

а при вариации $\delta T_3/T_N$ — выражение

$$\frac{T_N}{u_N} \left(\frac{\partial u}{\partial T_3} \right)_N + \frac{T_N}{S_{\Sigma N}} \left(\frac{\partial S_{\kappa}}{\partial T_3} \right)_N f(\varepsilon_N) + \left(\frac{S_{\kappa}}{S_{\Sigma}} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right)_N T_N \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T_3} \right)_N + 2 \left(\frac{T}{RT_p} \right)_N \left(\frac{\partial RT_p}{\partial T_3} \right)_N. \quad (18.53)$$

Переходя к предельным отклонениям, получим аналогичное (18.40) соотношение, одной из особенностей которого является то, что соответствующее ему v больше, чем для заряда вкладного типа.

Выражения, аналогичные соотношению (18.37) или (18.40), могут быть получены для расходов, тяги и удельного импульса.

Варируя формулы (18.24)...(18.30) и исключая вариацию давления δp , с помощью равенства (18.37) получим:

$$\begin{aligned} \frac{\delta G}{G} &= \left[\frac{1}{1-\nu} \frac{\delta u}{u} + \frac{\delta S}{S} + \frac{\delta p_{\tau}}{\rho_{\tau}} + \nu \frac{\delta F_{\text{кр}}}{F_{\text{кр}}} - \nu \frac{\delta \varphi_p}{\varphi_p} + \nu \frac{\delta(RT_p)}{2RT_p} + a_G \delta T_3 \right]; \\ \frac{\delta P}{P} &= \left[\frac{1+b}{1-\nu} \frac{\delta u}{u} + \frac{\delta S}{S} + \frac{\delta p_{\tau}}{\rho_{\tau}} + \frac{\delta \varphi_{\kappa}}{\varphi_{\kappa}} + \frac{\delta(RT_p)}{2RT_p} + \right. \\ &\quad \left. + b \frac{\delta \varphi_c}{\varphi_c} - b_2 \frac{\delta \varphi_p}{\varphi_p} - b_2 \frac{\delta F_{\text{кр}}}{F_{\text{кр}}} + \frac{\delta F_a}{F_a} a_p \delta T \right]; \end{aligned} \quad (18.54)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta I_{\text{уд}}}{I_{\text{уд}}} &= \frac{b}{1-\nu} \left(\frac{\delta u}{u} + \frac{\delta S}{S} + \frac{\delta p_{\tau}}{\rho_{\tau}} \right) + \frac{1+b-\nu}{1-\nu} \left[\frac{\delta \varphi_{\kappa}}{\varphi_{\kappa}} + \frac{\delta(2RT_p)}{2RT_p} \right] + \\ &+ \frac{(1+b)b_1}{1-\nu} \frac{\delta \varphi_c}{\varphi_c} + \frac{\nu - b_2(1+b)}{1-\nu} \left(\frac{\delta F_{\text{кр}}}{F_{\text{кр}}} + \frac{\delta \varphi_p}{\varphi_p} \right) + \frac{b_3(1+b)}{1-\nu} \frac{\delta F_a}{F_a} + \frac{a_{I_{\text{уд}}}}{1-\nu} \delta T_3, \end{aligned} \quad (18.55)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_G &= \frac{1}{u_N} \left(\frac{\partial u}{\partial T_3} \right) + \frac{\nu}{2RT_p} \left[\frac{\partial(RT_p)}{\partial T_3} \right]; \\ b_1 &= (1-\nu)(1-f_4); \quad b_2 = \nu(1-f_4) + f_4; \\ b_3 &= (1-\nu) \left(f_4 - \frac{b}{1+b} \right); \quad a_{I_{\text{уд}}} = (1+b)a_p - a_G; \\ f_4 &= \frac{(p_a/p)^{(n-1)/n}}{f_1^2 + (p_a/p)^{(n-1)/n}}; \quad b = \frac{F_a p_{\text{н}}}{p_{\text{н}}}. \end{aligned} \right\} \quad (18.56)$$

Здесь и в дальнейшем индекс N при минимальных значениях параметров опускаем.

Вариация $\delta u/u$ определяется равенством (18.35). Для предельных отклонений имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta G}{G_N} &= \frac{K_G}{1-\nu} \sqrt{D_G}; \\ \frac{\Delta P}{P_N} &= \frac{1+b}{1-\nu} K_P \sqrt{D_P}; \\ \frac{I_{\text{уд}}}{I_{\text{уд}N}} &= \frac{K_{I_{\text{уд}}}}{1-\nu} \sqrt{D_{I_{\text{уд}}}}, \end{aligned} \right\} \quad (18.57)$$

где

$$\begin{aligned} D_G &= D_u + D_S + D_{\rho_{\tau}} + \nu^2 (D_{\varphi_{\kappa}} + D_{F_{\text{кр}}} + D_{\varphi_p} + D_{RT_p}) + a_G^2 D_{T_3}; \\ D_P &= D_u + D_S + D_{\rho_{\tau}} + \frac{1}{4} D_{RT_p} + b_1^2 D_{\varphi_c} + b_2 (D_{\varphi_c} + D_{F_{\text{кр}}}) + b_3^2 D_{F_a} + a_p^2 D_{T_3}; \\ D_{I_{\text{уд}}} &= b^2 (D_u + D_S + D_{\rho_{\tau}}) + (1+b-\nu)^2 \left(\frac{1}{4} D_{\varphi_r} + D_{RT_p} \right) + (1+b)^2 D_{F_a} + a_{I_{\text{уд}}}^2 D_{T_3}; \\ D_u &= D_{\alpha_1} + D_{\alpha_2}. \end{aligned} \quad (18.58)$$

Квантили K_G , K_P , $K_{I_{уд}}$, как и K_p , принимаем равным тому или иному числу, исходя из заданного уровня вероятности. В общем случае они могут быть различными.

Аналогичные результаты имеют место и для прочно скрепленных зарядов с заменой в получаемых соотношениях ν , $\delta S/S$, $\delta T_s/T_N$ выражениями (18.51)... (18.53).

Значения предельных случайных отклонений основных характеристик РДТТ $\frac{\Delta G}{G_N}$, $\frac{\Delta P}{P_N}$, $\frac{\Delta I_{уд}}{I_{удN}}$, рассчитываемые по соотношениям (18.56), определяют относительную ошибку прогнозирования ожидаемых характеристик рабочего процесса.

В связи с тем, что коэффициенты ν , a_p , a_G , $a_{I_{уд}}$ являются функциями температуры заряда ТТ, при различных температурах разбросы будут иметь различные значения.

В ряде случаев температура заряда, а также скорость горения перед опытом известны, так что влияние их отклонений может быть учтено до опыта при расчете ожидаемых параметров и даже минимизировано (по тому или иному параметру) путем соответствующего регулирования площади минимального, а также выходного сечений сопла.

Однако если рассматривать большое число реализации любого из параметров рабочего процесса без приведения ожидаемых значений по известным значениям скорости горения и температуре к определенным стандартным условиям, то для такой совокупности зарядов их влияние будет носить случайный характер.

18.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗБРОСОВ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА РДТТ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

Практическая реализация метода статистических испытаний (метода Монте-Карло) основана на применении современных компьютеров, поскольку он предполагает выполнение многочисленных трудоемких расчетов по одной и той же схеме. Суть метода статистических испытаний заключается в моделировании серии испытаний некоторой совокупностью расчетов.

Из-за случайного разброса входных параметров (характеристик заряда и конструкции РДТТ) возникают различия основных характеристик внутрикамерных процессов при испытании серии двигателей. Расчетным аналогом испытания отдельного двигателя является определение по его математической модели основных характеристик внутрикамерных процессов при заданной совокупности входных величин. Моделирование последовательности нескольких испытаний РДТТ заключается в проведении ряда расчетов по математической модели. При этом в каждом расчете задаются новые входные значения в соответствии с их статистическими законами распределения. Анализ значений внутрикамерных характеристик, получаемых в результате таких расчетов, позволяет определить их разбросы.

Формирование входных случайных значений, векторов или функций осуществляется автоматически на компьютере по специальным программам. По этим программам выполняется ряд операций над предыдущим случайным числом или числами, и в итоге получается последующее число. Полученные таким способом числа нельзя считать в полной мере случайными, поскольку их получают путем неслучайных преобразований. Поэтому такие числа называют часто псевдослучайными. Их статистические характеристики вполне удовлетворительны для решения практических задач. Период даже простейших датчиков случайных чисел составляет от нескольких сотен тысяч до миллионов чисел. Таким образом, недостатки генерации случайных чисел с помощью специальных программ не являются столь существенными, чтобы затмить их основные достоинства — простоту и экономичность.

Датчики случайных чисел обычно формируют числа, равномерно распределенные в заданном интервале. Вместе с тем на практике в ряде случаев необходимы совокупности чисел с различными законами распределения, соответствующими законам распределения входных величин в каждом конкретном случае. С помощью равномерно распределенного в интервале $(0, 1)$ числа R можно получить число a , имеющее заданную плотность вероятности $f(a)$. Для этого можно воспользоваться уравнением

$$\int_{-\infty}^a f(a) da = R.$$

Данное уравнение ставит в соответствие каждому случайному числу R число a , обладающее заданной плотностью вероятности. Его решение для некоторых частных видов зависимости $f(a)$ можно получить в аналитической форме. Так, например, при показательном законе распределения $f(a) = \lambda e^{-\lambda a}$ получим $a = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - R)$.

На практике чаще возникает необходимость осуществлять построение случайных чисел с нормальным законом распределения. В этом случае величина a с нормальным законом распределения связана со случайными числами R_i , равномерно распределенными в интервале $(0, 1)$, следующей зависимостью:

$$a = \frac{12}{n} \sum_{i=1}^n R_i - 6.$$

Эта зависимость является достаточно точной уже при небольшом значении n ($n = 10$). Для формирования числа a с нормальным законом распределения из меньшего числа чисел R_i можно использовать зависимости:

$$\left. \begin{aligned} a &= \eta - \frac{1}{20n} (3\eta - \eta^3) \quad \text{при } n \geq 5; \\ a &= \eta - \frac{41}{13 \cdot 440n^2} (\eta^5 - 10\eta^3 + 15\eta) \quad \text{при } n \geq 2, \end{aligned} \right\}$$

где

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n R_i.$$

В общем случае при определении разбросов параметров рабочего процесса РДТТ необходимо формировать как взаимозависимые, так и независимые входные случайные величины a_i и случайные числа R_i . В последнем случае задача определения разбросов может быть весьма трудоемкой. Однако для двух взаимосвязанных величин она решается еще сравнительно просто. Если, например, нужно сформировать случайный вектор с функцией плотности $f(a_1, a_2)$, то по этой плотности можно определить функции $f(a_1)$ и $f(a_1/a_2)$ далее с помощью соотношений

$$R_1 = \int_{-\infty}^{a_1} f(a_1) da_1;$$

$$R_2 = \int_{-\infty}^{a_2} f(a_2/a_1) da_2$$

установить связь между равномерно распределенными на отрезке $(0, 1)$ числами R_1, R_2 и компонентами вектора $a_1 = F(R_1); a_2 = F_a(R_2)$.

Чтобы получить пару связанных случайных значений a_1 и a_2 , выбирают два независимых числа R_1 и R_2 . Затем по числу R_1 из таблиц $F(R_1)$ с помощью интерполяции находят a_1 . По значению a_1 и второму числу R_2 посредством двойной интерполяции определяют a_2 .

Получение случайных векторов с числом компонентов 3 и более по такой схеме крайне затруднено из-за необходимости иметь дело с очень большим объемом таблиц. Когда необходимо сформировать случайный вектор $a(a_1, a_2, \dots, a_n)$ с математическим ожиданием $a(a_1, a_2, \dots, a_n)$ и корреляционной матрицей

$$K = \begin{vmatrix} K_{11} & \dots & K_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ K_{n1} & \dots & K_{nn} \end{vmatrix},$$

то из последовательно некоррелированных случайных чисел R_j с математическим ожиданием a и дисперсией D реализацию вектора a можно получить, используя следующие зависимости:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= C_{11}(R_j - a) + a_1; \\ a_2 &= C_{12}(R_1 - a) + C_{22}(R_2 - a) + a_2; \\ &\dots \\ a_n &= C_{1n}(R_1 - a) + C_{2n}(R_2 - a) + \dots + \\ &\quad + C_{nn}(R_n - a) + a_n, \end{aligned} \right\}$$

где коэффициенты C_{ij} определяются из уравнений вида

$$K_{ij} = C_{1i}C_{1j}D + C_{2i}C_{2j}D + \dots + C_{ii}C_{ij}D (j \geq i).$$

Остановимся теперь вкратце на общей характеристике методов формирования. Когда можно ограничиться описанием случайной функции с помощью математического ожидания и корреляционной матрицы и требуется знать значения этой функции в ограниченном числе точек, получение реализации случайной функции практически не отличается от процедуры формирования случайного вектора (если под значением компонентов вектора понимать значения

случайной функции при различных аргументах). При конечном числе значений аргумента формирование реализации случайной функции сводится к генерированию независимых центрированных величин с заданными законами распределения. Имеются специальные формулы и компьютерной программы, позволяющие определить, какое число статистических испытаний нужно произвести, чтобы погрешность определения среднеквадратического отклонения характеристик рабочего процесса, обусловленная ограниченным количеством испытания, была существенно меньше погрешностей, вносимых исходными данными (без учета точности расчетной схемы).

Пусть среднеквадратическое отклонение j -го входного параметра a_j определяется со среднеквадратической погрешностью $S_{\text{вх}j}$, а среднеквадратическая погрешность среднеквадратического отклонения выходного параметра равна $S_{\text{вых}}$. Пусть также влияние $S_{\text{вх}j}$ на $S_{\text{вых}}$ определяется коэффициентом K_j , а среднеквадратическая погрешность среднеквадратического отклонения выходного параметра, обусловленная ограниченным числом реализаций, равна $S_{\text{вых}}$. Ввиду практической независимости ошибок определения входных параметров применим соотношение

$$S_{\text{вых}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (K_j S_{\text{вх}j})^2 + S_N^2}.$$

Соотношение между среднеквадратической ошибкой, обусловленной ограниченностью числа реализации, и ошибкой, предопределяемой погрешностью входных величин и неточностью расчетной схемы, характеризуется величиной δ , определяемой по зависимости

$$\delta = \frac{S_{\text{вых}} - \sqrt{\sum_{i=1}^n (K_j S_{\text{вх}j})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (K_j S_{\text{вх}j})^2}}.$$

По заданному приемлемому значению δ (например, $\delta = 0,2$) определяются $S_{\text{вых}}$ и необходимое число реализации N :

$$S_{\text{вых}} = (1 + \delta) \sqrt{\sum_{i=1}^n (K_j S_{\text{вх}j})^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (K_j S_{\text{вх}j})^2 + S_N^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (K_j S_{\text{вх}j})^2 + \frac{m_4 - \sigma^4}{4N\sigma}};$$

$$N = \frac{m_4 - \sigma^4}{4\sigma^2\delta(2 + \delta)\sum_{i=1}^n (K_j S_{\text{вх}j})^2},$$

где m_4 — четвертый центральный момент случайной величины; m_4 и σ относятся к выходным характеристикам.

Если определяющей является одна входная величина, например, скорость горения, определенная по результатам n испытаний образцов топлива (например,

$n = 50; 100; 150$), то полагая, что скорость горения и выходные параметры распределены по нормальному закону, необходимое число реализации можно оценить по зависимости

$$N = \frac{n}{(1 + \delta)^2 - 1}.$$

Значение N может рассматриваться как верхний предел необходимого числа реализации по методу Монте-Карло, которое тем ближе к фактически необходимому числу, чем больше доля разброса скорости горения топлива в разбросах всех входных величин.

Применение метода статистических испытаний обеспечивает возможность практического использования весьма сложных математических моделей расчета параметров рабочего процесса, которые достаточно корректно отражают рабочие процессы РДТТ. Поскольку данный метод позволяет задавать исходные данные в виде случайной векторной функции, то появляется возможность учета переменности скорости горения, некоторых характеристик топлива в разных точках заряда, разгара минимального сечения сопла и ряда других характерных особенностей внутри камерных процессов в РДТТ. Проведение соответствующего числа статистических испытаний дает возможность получения достаточно полной информации о стохастических характеристиках выходных параметров. Одним из важных достоинств метода статистических испытаний является простота его реализации. Введение блока формирования случайных векторов и функций и обработки результатов расчетов в программу для расчета характеристик рабочего процесса РДТТ на компьютере открывает широкие возможности для определения разбросов по методу статистических испытаний. Метод статистических испытаний особенно эффективен в тех случаях, когда требуется определить законы распределения выходных параметров двигателя, отличные от нормального, либо когда входные величины не распределены нормально. Этот метод находится также практически вне конкуренции при наличии в системе уравнений внутрикамерных процессов существенно нелинейных элементов, когда линеаризация недопустима и не могут быть получены конечные зависимости для расчета отклонений параметров двигателя от их номинальных значений.

19

ГЛАВА

ОСОБЕННОСТИ ПРОТЕКАНИЯ ВНУТРИКАМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ РДТТ

19.1. ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Широкое применение метода гироскопической стабилизации неуправляемых реактивных снарядов обусловлено его сравнительной простотой и эффективностью. Закрутка снаряда вокруг его продольной оси для создания стабилизирующего гироскопического момента обеспечивается обычно турбореактивным двигателем (рис. 19.1) либо специальными нарезками в пусковом устройстве. Для обеспечения стабилизации снаряда, как правило, необходима угловая скорость закрутки порядка нескольких тысяч оборотов в минуту и более.

В результате теоретических и экспериментальных исследований было установлено влияние закрутки РДТТ на скорость горения твердого топлива, расход продуктов сгорания через минимальное сечение сопла и давление в камере сгорания.

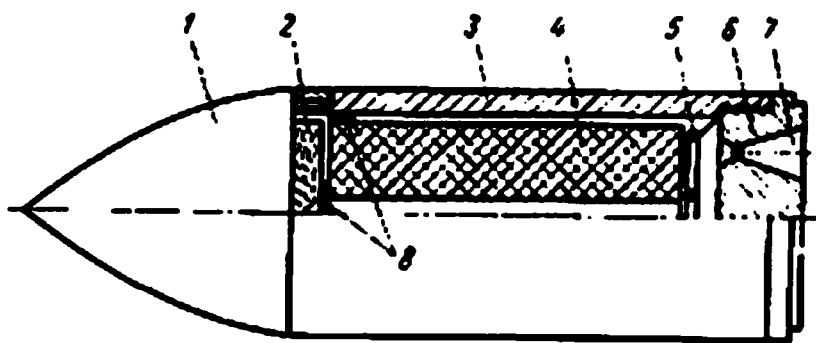


Рис. 19.1

Конструктивная схема турбореактивного снаряда с РДТТ с наклонными соплами:

1 — боевая часть; 2 — воспламенительное устройство; 3 — корпус ракетной камеры; 4 — заряд ТТ; 5 — диафрагма; 6 — сопловый блок; 7 — наклонное сопло; 8 — решетка для крепления воспламенительного устройства заряда ТТ.

При вращении РДТТ вокруг его продольной оси с большой угловой скоростью возникает существенный перепад давлений газообразных продуктов сгорания топлива в канале заряда ТТ.

Метод расчета течения продуктов сгорания может быть использован при учете влияния этого фактора на расход продуктов сгорания через сопло двигателя.

19.2. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ РДТТ

Сначала рассмотрим случай течения несжимаемого газа в цилиндрическом канале заряда неограниченной длины и имеющем продольную ось симметрии, совпадающую с осью вращения двигателя. В этом случае зависимость относительной тангенциальной скорости газа в канале заряда \bar{v}_φ от его относительного радиуса \bar{r} , полученная Б. А. Райзбергом путем автомодельного решения уравнений движения вязкой жидкости в форме уравнений Навье — Стокса для стационарного течения во вращающейся трубе с распределенным по ее длине подводом массы, имеет вид

$$\bar{v}_\varphi = \begin{cases} \Omega \bar{r} & \text{при } 0 \leq \bar{r} \leq \bar{r}_*; \\ 1/\bar{r} & \text{при } \bar{r}_* < \bar{r} \leq 1. \end{cases} \quad (19.1)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_\varphi &= \frac{v_\varphi}{\omega_{\text{вр}} r_{\text{п}}}; & \Omega &= \frac{\pi}{4} \text{Re}; \\ \bar{r} &= r/r_{\text{п}}; \\ \bar{r}_* &= \frac{2}{\sqrt{\pi \text{Re}}}; & \text{Re} &= \frac{\omega_{\text{вр}} r_{\text{п}}}{\mu}; \\ w &= \frac{u \rho_{\text{т}}}{\rho}, \end{aligned} \right\} \quad (19.2)$$

где \bar{v}_φ — тангенциальная скорость потока продуктов сгорания; $\omega_{\text{вр}}$ — скорость вращения заряда; r — расстояние от рассматриваемой точки в канале заряда до его продольной оси симметрии.

Зависимость (19.1) пригодна при $\text{Re} \geq 10^3$. Согласно (19.1) в канале заряда имеются две зоны с различным характером течения. Границей между этими зонами является цилиндрическая поверхность радиусом $r_* = r_{\text{п}} \bar{r}_*$. В зоне, где $\bar{r} < \bar{r}_*$, тангенциальное течение напоминает вращение твердого цилиндра, т. е. имеет «квазитвердый» характер. Скорость этого вращения намного больше скорости вращения двигателя. Для получения точных результатов при больших угловых скоростях двигателя возникает необходимость учета сжимаемости газа в канале заряда. Поэтому приведем решение задачи о распределении давления и компонентов скорости потока в поперечном сечении канала заряда вращающегося РДТТ с учетом сжимаемости газа. При этом будем использовать следующие допущения:

- скорость горения u постоянна по длине канала заряда;
- течение в канале заряда — квазиустановившееся; поток газа в канале — изотермический.

Считаем, что радиальная v_r и осевая v_x компоненты скорости потока являются малыми по сравнению со скоростью звука a и незначительно зависящими от вязкости газа. Влияние вязкости газа на тангенциальную составляющую v_φ существенно.

Последнее допущение означает, что с учетом влияния вязкости поля скоростей потока имеют структуру, аналогичную структуре потока несжимаемой жидкости, но параметры r_* и Ω заранее неизвестны. Из условия непрерывности функции $\bar{v}_\varphi = \bar{v}_\varphi(\bar{r})$ следует, что

$$r_*^2 \Omega = 1. \quad (19.3)$$

С учетом принятых допущений уравнения, связывающие неизвестные функции $\bar{v}_\varphi(\bar{x}, \bar{r})$, $\bar{v}_r(\bar{x}, \bar{r})$, $\bar{v}(\bar{x}, \bar{r})$, $\bar{\rho}(\bar{x}, \bar{r})$ в цилиндрической системе координат имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{r}} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{x}} &= -\frac{1}{u^2} \frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial \bar{x}}; \\ \bar{v}_r \bar{\rho} \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \bar{v}_\varphi}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}_\varphi}{\bar{r}} \right) &= \frac{d^2 \bar{v}_\varphi}{d\bar{r}^2} = \frac{1}{r} \frac{d\bar{v}_\varphi}{d\bar{r}} - \frac{v_\varphi}{\bar{r}^2}; \\ \frac{\partial(\bar{v}_r \bar{\rho} \bar{r})}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial(\bar{v}_x \bar{\rho} \bar{r})}{\partial \bar{x}} &= 0; \\ \mathbf{M}^2 \frac{\bar{v}_\varphi^2}{\bar{r}} &= \frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial \bar{r}}, \end{aligned} \right\} \quad (19.4)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{v}_r &= v_r / u; \quad \bar{v}_x = v_x / u; \\ \bar{\rho} &= \rho / \rho_T; \quad \bar{x} = x / r_K; \\ \mathbf{M} &= \omega_{\text{вр}} r_K / a; \quad u = u / a. \end{aligned} \quad (19.5)$$

Система уравнений (19.4) следует из общей системы уравнений движения вязкой жидкости при указанных допущениях.

Для системы уравнений (19.4) граничные условия могут быть представлены в виде:

$$\left. \begin{aligned} 1) \bar{v}_\varphi(\bar{x}, 1) &= 1; \\ 2) \bar{v}_\varphi(\bar{x}, 0) &= 0; \\ 3) \bar{v}_r(\bar{x}, 0) &= 0; \\ 4) \bar{v}_x(\bar{x}, 1) &= 0; \\ 5) \bar{v}_r(\bar{x}, 1) \bar{\rho}(\bar{x}, 1) &= -1. \end{aligned} \right\} \quad (19.6)$$

В (19.6) представлена лишь часть граничных условий, характеризующая в любом сечении x значения величин на оси потока ($\bar{r} = 0$) и на поверхности горения ($\bar{r} = 1$), поскольку в рассматриваемой задаче нас интересует только структура потока в поперечном сечении канала заряда. Граничные условия во входном ($x = 0$) и выходном ($x = l$) сечениях канала исключены из рассмотрения. Равенство нулю тангенциальной и радиальной составляющих $\bar{v}_\varphi(\bar{x}, 0)$, $\bar{v}_r(\bar{x}, 0)$ скорости потока, следующее из условий симметрии, отражают гранич-

ные условия 2 и 3 в соотношениях (19.6). Граничные условия 1 и 4 характеризуют условия «прилипания». В соответствии с этими условиями на поверхности канала заряда осевая составляющая скорости потока $\bar{v}_x(x, r_n)$ равна нулю, а тангенциальная составляющая этой скорости $\bar{v}_\varphi(x, r_n)$ равна тангенциальной скорости $\omega_{\text{вп}} r_n$, обусловленной вращением РДТТ и его заряда. Граничное условие 5 следует из соотношения $\rho_t u = (-\rho v_r)_{r=r_n}$ характеризующего равенство прихода и расхода массы через поверхность горения. Для определения из системы уравнений (19.4) r_* и Ω применим к этой системе метод разделения переменных, приняв

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_r(\bar{x}, \bar{r}) &= \bar{v}_{r1}(\bar{r})\bar{v}_{r2}(\bar{x}); \\ \bar{v}_x(\bar{x}, \bar{r}) &= \bar{v}_{x1}(\bar{r})\bar{v}_{x2}(\bar{x}); \\ \rho_r(\bar{x}, \bar{r}) &= \rho_1(\bar{r})\rho_2(\bar{x}). \end{aligned} \right\} \quad (19.7)$$

Вводя в систему (19.4) новые переменные и пренебрегая, в соответствии с допущением, двумя членами, содержащими M^2 , получим систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_{r1} \frac{d\bar{v}_{x1}}{d\bar{r}} + b_2 \bar{v}_{x1}^2 &= b_1; \\ \frac{d}{d\bar{r}}(\bar{\rho}, \bar{v}_{r1}, \bar{r}) + b_2 \bar{v}_{x1} \bar{\rho} \bar{r} &= 0; \\ M^2 \frac{\bar{v}_\varphi^2}{\bar{r}} &= \frac{\partial \ln \bar{\rho}_1}{\partial \bar{r}}; \\ \bar{v}_{r1} \bar{\rho} b_3 \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \bar{v}_\varphi}{d\bar{r}} + \frac{\bar{v}_\varphi}{\bar{r}} \right) &= \frac{d^2 \bar{v}_\varphi}{d\bar{r}^2} = \frac{1}{r} \frac{d\bar{v}_\varphi}{d\bar{r}} - \frac{v_\varphi}{\bar{r}^2}; \\ \frac{d\bar{\rho}^2}{d\bar{x}} + b_1 b_3 \bar{u}^2 \bar{v}_{x2} &; \\ \frac{d\bar{v}_{x2}}{d\bar{x}} &= b_2 b_3; \quad \bar{\rho}_2 \bar{v}_{r2} = b_3. \end{aligned} \right\} \quad (19.8)$$

Так как пятое, шестое и седьмое уравнения системы (19.8) характеризуют распределение параметров потока по длине канала заряда, не рассматриваемое при решении данной задачи, то эти уравнения в дальнейшем также не рассматриваются.

Величины b_1, b_2, b_3 , входящие в систему уравнений (19.8) называют обычно параметрами разделения. Они могут быть определены из граничных условий (19.6), которые с учетом введенных новых переменных могут быть представлены в виде:

$$\left. \begin{aligned} 1) \bar{v}_\varphi(1) &= 1; \\ 2) \bar{v}_\varphi(0) &= 0; \\ 3) \bar{v}_{r1}(0) &= 0; \\ 4) \bar{v}_{x1}(1) &= 0; \\ 5) \bar{v}_{r1}(1) \bar{\rho}_1(1) &= -1/b_3. \end{aligned} \right\} \quad (19.9)$$

С учетом (19.9) интегралы первых двух уравнений системы (19.8) примут вид

$$\begin{aligned}\bar{v}_{r1} &= -\frac{\sin \psi}{b_3 \bar{r} \rho_1}; \\ \bar{v}_{x1} &= \cos \psi \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}; \\ \psi &= \frac{\pi}{2} \frac{\int_0^{\bar{r}} \bar{\rho}_1 \bar{r} d\bar{r}}{\int_0^{\bar{r}} \bar{\rho}_1 \bar{r} d\bar{r}}.\end{aligned}\tag{19.10}$$

В случае $\rho_1 = \text{const}$, $\psi = 0,5\pi\bar{r}^2$ соотношения (19.10) превращаются в известные зависимости для компонентов скорости течения несжимаемой жидкости в трубе с проницаемыми стенками.

Четвертое уравнение системы (19.8) характеризует распределение тангенциальной составляющей скорости в поперечном течении потока. С учетом граничных условий (19.9) и соотношений (19.10) решение этого уравнения запишется в виде

$$\bar{v}_\phi = \frac{\int_0^{\bar{r}} \exp\left[-\text{Re} \int_0^{\bar{r}} \sin \psi(r) \frac{d\bar{r}}{\bar{r}}\right] \bar{r} d\bar{r}}{\int_0^{\bar{r}} \exp\left[-\text{Re} \int_0^{\bar{r}} \sin \psi(r) \frac{d\bar{r}}{\bar{r}}\right] \bar{r} d\bar{r}}.\tag{19.11}$$

Из соотношения (19.1) следует, что

$$\Omega = \frac{d\bar{v}_\phi}{d\bar{r}} \Big|_{\bar{r}=0}.\tag{19.12}$$

Определим из равенства (19.11) значение производной $\frac{d\bar{v}_\phi}{d\bar{r}} \Big|_{\bar{r}=0}$ и подставим в выражение (19.12). После преобразований, проведенных с учетом (19.10), получим

$$2\Omega \int_0^1 \exp\left[-\text{Re} \int_0^{\bar{r}} \sin \psi \left(\frac{\int_0^{\bar{r}} \bar{\rho}_1 \bar{r} d\bar{r}}{\int_0^{\bar{r}} \bar{\rho}_1 \bar{r} d\bar{r}} \right) \frac{d\bar{r}}{\bar{r}}\right] \bar{r} d\bar{r} = 1.\tag{19.13}$$

В соответствии с указанными выше допущением и третьим уравнением системы (19.8) относительная плотность $\bar{\rho}_1$ определяется по зависимости

$$\bar{\rho}_1 = \begin{cases} \exp(M^2 \Omega^2 \bar{r}^2 / 2) & \text{при } 0 \leq \bar{r} \leq \bar{r}_*; \\ \exp(M^2 \Omega^2 - 0,5M^2 / \bar{r}^2) & \text{при } \bar{r}_* \leq \bar{r} \leq 1. \end{cases}\tag{19.14}$$

Из зависимостей (19.13), (19.14) с учетом выражения (19.3) неизвестные величины можно найти численными методами как функции чисел M и Re . В случае, когда $M < 0,2$ и $Re > 10^3$, задача нахождения приближенного значения Ω сводится к решению уравнения

$$0,5M^2\Omega \exp M^2\Omega \approx \pi Re M^2/8. \quad (19.15)$$

Из уравнения (19.15) следует, что

$$\lim_{M \rightarrow 0} \Omega = \frac{\pi}{4} Re.$$

Отсюда можно сделать вывод, что при $a \rightarrow \infty$ Ω стремится к значению, полученному для несжимаемой жидкости. Из условия (19.3) при известном значении Ω получим

$$\bar{r}_* = 1/\sqrt{\Omega}. \quad (19.16)$$

После определения Ω и \bar{r}_* по формулам (19.15), (19.16) распределение \bar{v}_φ в поперечном сечении канала заряда можно вычислить по зависимости

$$\bar{v}_\varphi = \begin{cases} \Omega \bar{r} & \text{при } 0 \leq \bar{r} \leq \bar{r}_*; \\ 1/\bar{r} & \text{при } \bar{r}_* \leq \bar{r} \leq 1. \end{cases}$$

Эта зависимость отличается от выражения (19.1) только значениями \bar{r} и Ω .

С учетом сделанного допущения об изотермичности газового потока и выражения (19.4) распределение относительного давления \bar{p} в поперечном сечении канала будет аналогично распределению плотности:

$$\bar{p} = p/p_{0c} = \begin{cases} \exp(M^2\Omega^2/2) & \text{при } 0 \leq \bar{r} \leq \bar{r}_*; \\ \exp(M^2\Omega - 0,5M^2/\bar{r}^2) & \text{при } \bar{r}_* \leq \bar{r} \leq 1, \end{cases} \quad (19.17)$$

где p — давление в рассматриваемой точке потока; p_{0c} — давление на оси канала.

Из выражения (19.17) следует, что давление p_n у поверхности горения определяется по формуле

$$p_n = p_{0c} \exp M^2 \left(\Omega - \frac{1}{2} \right). \quad (19.18)$$

Поскольку $\Omega > 0,5$, то из формулы (19.18) следует, что давление у поверхности горения топлива больше давления на оси канала заряда. Для изотермического потока это относится как к статическому давлению, так и к давлению торможения.

Эффект изменения параметров торможения газового потока при его вращении был выявлен экспериментальным путем Ж. Ранком и объяснен в работах Л. А. Вулиса.

19.3. МАССОВЫЙ РАСХОД ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ ЧЕРЕЗ СОПЛО

Неравномерное распределение давления заторможенного потока продуктов сгорания топлива во входном сечении сопла оказывает определенное влияние на их расход через минимальное сечение сопла. Для количественной оценки этого влияния будем полагать, что распределение давления торможения в поперечном сечении канала заряда вращающегося РДТТ и во входном сечении сопла сходны между собой и выражаются зависимостью вида (19.17). Для осредненных по поперечному сечению потока гидродинамических величин течение продуктов сгорания в сопле РДТТ можно описать с помощью уравнений одномерного стационарного течения. При этом зависимость для расхода продуктов сгорания, истекающих из сопла, с учетом неравномерного распределения давления в его входном сечении имеет вид

$$G_c = \psi_p G_{кр}, \quad (19.19)$$

где ψ_p — коэффициент, характеризующий отношение среднего по входному сечению сопла давления торможения к давлению у поверхности горения топлива; $G_{кр} = \frac{1}{\beta} F_{кр} p_{п}$ — массовый секундный расход продуктов сгорания топлива через сопло РДТТ при условии, что давление во входном сечении сопла постоянно и равно давлению у поверхности горения заряда.

Принимая во внимание зависимости (19.17), (19.18), формулу для определения ψ_p можно представить в виде

$$\psi_p = \frac{\int_0^1 \frac{p}{p_{п}} \bar{r} d\bar{r}}{\int_0^1 p(\bar{r}, M, \Omega) \exp \left[M^2 \left(\Omega - \frac{1}{2} \right) \right] \bar{r} d\bar{r}}. \quad (19.20)$$

Функциональная зависимость $\bar{p}(\bar{r}, M, \Omega)$ выражается из соотношения (19.17).

После подстановки в формулу (19.20) значения \bar{p} из соотношения (19.17) получим

$$\psi_p = \frac{M^2}{2\beta^2} \exp \left(\frac{M^2}{2} - 2\beta \right) \left\{ \left[\frac{2}{M^2} e^{-\frac{M^2}{2}} + E_i \left(-\frac{M^2}{2} \right) - \frac{1}{2} e^{-\beta} - E_i(-\beta) \right] e^{2\beta} \beta^2 + e^{\beta} - 1 \right\}, \quad (19.21)$$

где $E_i(-x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt$ — интегральная показательная функция; $\beta = M^2 \Omega / 2$.

Коэффициент ψ_p характеризует влияние вращения двигателя на расход продуктов сгорания топлива через сопло. Поскольку в зависимости (19.21) β , как и Ω , зависит от чисел M и Re , то ψ_p зависит, в конечном счете, только от данных параметров. С увеличением чисел M и Re коэффициент ψ_p уменьшается. Принятое при выводе зависимости для расхода продуктов сгорания через сопло допущение об одномерном течении в сопловой газовой полости можно считать правомерным, если кинетическая энергия вращения продуктов сгорания намного меньше суммы энтальпии и кинетической энергии движения газа вдоль оси сопла. Это условие практически выполняется, если $M \ll 1$.

В случае, когда вращающийся РДТТ имеет не одно центральное сопло, а многосопловой блок, выходящий из канала заряда вихрь распределяется на несколько вихрей, число которых равно числу сопел. Тогда, в соответствии с законом сохранения циркуляции, линейная скорость вращательного движения на поверхности каждого вихря будет в n раз меньше скорости вращательного движения продуктов сгорания у поверхности канала заряда. Вместе с тем для каждого вихря число M будет в n раз меньше, чем при использовании односопловой блока. Это обстоятельство необходимо учитывать при определении расхода продуктов сгорания через многосопловой блок. В связи с изложенным отметим, что использование многосопловых блоков ведет к снижению влияния вращения РДТТ на расход продуктов сгорания через сопловой блок.

19.4. МЕТОД РАСЧЕТА ДАВЛЕНИЯ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

Увеличение скорости горения топлива и неравномерное распределение давления торможения во входном сечении сопла РДТТ, вращающегося с большой угловой скоростью, оказывают непосредственное влияние на давление в камере сгорания. Приведенные далее зависимости позволяют учесть это влияние при расчете давления в камере сгорания двигателя, схема которого представлена на рисунке 19.1.

Воздействие перегрузок приводит к увеличению скорости горения не на всех горящих поверхностях вращающегося заряда, а лишь на тех, для которых перегрузки направлены по внутренней нормали к поверхности. Это объясняется тем, что только такие поверхности подвержены воздействию твердых частиц. В двигателе рассматриваемой схемы возрастание скорости горения будет наблюдаться на поверхности внутреннего канала, продольная ось которого совпадает с осью вращения. Вместе с тем, вращение РДТТ не будет влиять на скорость горения топлива на наружной поверхности заряда.

Рассмотрим метод параметров рабочего процесса расчета вращающегося РДТТ применительно к параметрам рабочего процесса, осредненным по свободному объему камеры сгорания. Такой расчет базируется на использовании приведенных выше зависимостей для расхода от угловой скорости вращения РДТТ и скорости горения. Осреднение параметров рабочего процесса по свободному объему камеры сгорания обосновано следующими обстоятельствами. Во-первых, влияние вращения на давление продуктов сгорания вдоль оси канала заряда не позволяет, строго говоря, использовать для расчета их параметров рабочего процесса зависимости одномерной теории течения. Во-вторых, при большой угловой скорости вращения РДТТ изменения скорости горения топлива и расхода продуктов сгорания сильнее сказываются на давлении, чем изменения параметров потока по длине канала. При стационарном режиме работы двигателя для определения среднего по свободному объему камеры сгорания давления \bar{p} , принимаемого равным $p_{\text{ц}}$, используем уравнение закона сохранения массы в виде равенства прихода и расхода:

$$\rho_{\text{т}} \bar{u} S = \psi_p \frac{1}{\beta} \bar{p} F_{\text{кр}}. \quad (19.22)$$

Если при отсутствии вращения РДТТ топливо имеет степенной закон горения, то с учетом вращения газоприход в двигателе рассматриваемой схемы можно выразить следующим образом:

$$\rho_T \bar{u} S = \rho_T u_1 \left(\frac{\bar{p}}{p_{\text{атм}}} \right)^v (S_{\text{вн}} \varepsilon + S_{\text{нар}}), \quad (19.23)$$

где $S_{\text{вн}}, S_{\text{нар}}$ — площадь горячей поверхности внутреннего и наружного канала заряда; ε — коэффициент, учитывающий влияние вращения на скорость горения.

Коэффициент ε может быть определен по зависимости

$$1 + \frac{D_1}{\sqrt{N\varepsilon}} = \frac{D_2}{\varepsilon(\varepsilon - 1)}, \quad (19.24)$$

где

$$D_1 = \frac{uc_T \rho_T B \xi}{\lambda(T_r - T_n)} \sqrt{\frac{\rho_n \lambda_n R T_r u}{\rho_T c_{pr} g p \text{Pr}^{-0.57}}};$$

$$D_2 = \frac{\lambda_n}{\lambda},$$

B, ξ — термохимические константы твердого топлива; N — коэффициент от центробежных сил; λ_n — коэффициент теплопроводности конденсированных частиц.

Из соотношений (19.22), (19.23) следует условие сохранения массы с учетом явлений, возникающих при вращении РДТТ:

$$\rho_T u_1 \left(\frac{\bar{p}}{p_{\text{атм}}} \right)^v (S_{\text{вн}} \varepsilon + S_{\text{нар}}) = \psi_p \frac{1}{\beta} \frac{\bar{p}}{p_{\text{атм}}} p_{\text{атм}} F_{\text{кр}}. \quad (19.25)$$

В уравнение (19.25) входит коэффициент ψ_p , учитывающий влияние вращения заряда РДТТ на скорость горения топлива и расход продуктов сгорания. Величины $S_{\text{вн}}$ и $S_{\text{нар}}$ для двигателя рассматриваемой схемы (рис. 19.1) вычисляются по зависимостям:

$$\left. \begin{aligned} S_{\text{вн}} &= \pi d_{\text{вн}} l = \pi(d_{\text{вн}} + 2e_{\text{вн}})l; \\ S_{\text{нар}} &= \pi d_{\text{нар}} l = \pi(d_{\text{нар}} + 2e_{\text{нар}})l, \end{aligned} \right\} \quad (19.26)$$

где $e_{\text{вн}}, e_{\text{нар}}$ — толщина сгоревшего свода внутреннего и наружного каналов заряда.

Изменения $e_{\text{вн}}$ и $e_{\text{нар}}$ во времени рассчитываются по формулам:

$$\frac{de_{\text{вн}}}{dt} = u_1 \left(\frac{\bar{p}}{p_{\text{атм}}} \right)^v \varepsilon;$$

$$\frac{de_{\text{нар}}}{dt} = u_1 \left(\frac{\bar{p}}{p_{\text{атм}}} \right)^v. \quad (19.27)$$

Коэффициент центробежной перегрузки N , используемый при определении коэффициента ε из уравнения (19.24), вычисляется по формуле

$$N = \frac{(d_{\text{вн}} + 2e_{\text{вн}})\omega_{\text{вп}}^2}{2g}, \quad (19.28)$$

коэффициент ψ_p рассчитывается по формуле (19.21).

При этом числа M и Re определяются по зависимостям:

$$\begin{aligned} M &= \frac{\omega_{\text{вп}}(d_{\text{вн}} + 2e_{\text{вн}})}{2n\sqrt{n\varphi_k RT_\Gamma}}; \\ Re &= \frac{\rho_T \varepsilon (d_{\text{вн}} + 2e_{\text{вн}})}{2\mu} u_1 \left(\frac{\bar{p}}{p_{\text{атм}}} \right)^v, \end{aligned} \quad (19.29)$$

где n — число сопел.

Соотношения (19.25), (19.29) и (19.21), (19.24) образуют в совокупности систему уравнений, в результате интегрирования которой можно найти изменение давления \bar{p} во времени t при известном законе $\omega_{\text{вп}} t$.

Интегрирование проводится численными методами при следующих начальных условиях: $e_{\text{вн}} = 0$, $e_{\text{нар}} = 0$, при $t = 0$.

Пренебрегая слабой зависимостью ψ_p от числа Re и принимая во внимание (19.25), получим аналитическую зависимость для определения давления

$$\bar{p} = p_{\text{атм}} \left[\frac{\rho_T u_1 (S_{\text{вн}} \varepsilon + S_{\text{нар}})^\beta}{\psi_p p_{\text{атм}} F_{\text{кр}}} \right]^{\frac{1}{1-v}}. \quad (19.30)$$

При изменении формы заряда зависимости для определения его геометрических характеристик естественно изменяются, но общий методический подход к расчету давления в камере сгорания вращающегося РДТТ будет аналогичным выше изложенному. Учитывая соотношение

$$t = \int_0^{e_{\text{вн}}} \frac{de_{\text{вн}}}{u_1 (\bar{p}/p_{\text{атм}})^v \varepsilon},$$

давление \bar{p} можно представить как функцию времени.

20 ДИНАМО-РЕАКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

ГЛАВА

20.1. ПРИНЦИПЫ ДЕЙСТВИЯ

Динамо-реактивными будем называть системы, использующие ствол для метания реактивных снарядов. В этих системах дульная скорость придается снаряду как за счет активного воздействия, т. е. путем создания повышенного давления в заснарядном объеме канала ствола, так и за счет реактивного воздействия, т. е. в связи с наличием реактивной силы, создаваемой продуктами сгорания, истекающими из камеры двигателя.

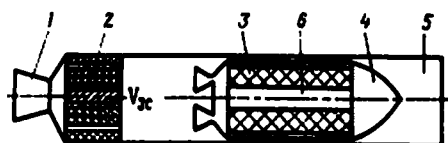


Рис. 20.1

Конструктивная схема динамо-реактивной системы:

1 — сопло; 2 — метательный пороховой заряд; 3 — РДТТ; 4 — снаряд; 5 — ствол; 6 — ракетный заряд ТТ.

С целью обобщения рассматривается система динамо-реактивного типа, снаряженная метательным пороховым зарядом 2, размещенным в заснарядном объеме $V_{зс}$.

Предполагается, что пороховой ракетный двигатель 3 включается еще находясь в канале ствола 5 и что процессы в заснарядном объеме и в ракетной камере 6 взаимосвязаны и взаимообусловлены, т. е. во время движения снаряда 4 в канале ствола может происходить как докритическое, так и сверхкритическое перетекание пороховых газов из ракетной части, в ствольную или обратно в зависимости от соотношения давлений в камере и в заснарядном объеме.

Задача внутрикамерных процессов динамо-реактивных систем состоит в решении системы уравнений, описывающих газодинамические и термомеханические процессы в заснарядном пространстве и в ракетной камере с целью определения закономерностей изменения во времени давления и температуры продуктов сгорания, пути и скорости снаряда.

20.2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ВНУТРИКАМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЗАСНАРЯДНОМ ОБЪЕМЕ

Строится обобщенная система уравнений, представляющая математическую модель процессов, протекающих при горении метательного и реактивного зарядов и движении снаряда в стволе. В ходе вывода этих уравнений используется принцип осреднения параметров смеси продуктов сгорания по занимаемому ими объему, т. е. не учитываются волновые явления и движение продуктов сгорания в канале ствола. Благодаря такому подходу процесс удастся описать системой обыкновенных дифференциальных уравнений, что значительно упрощает решение задачи.

Вводятся также следующие дополнительные предположения:

- 1) порох горит по геометрическому закону, т. е. параллельными слоями;
- 2) состав продуктов сгорания соответствует равновесному состоянию, а термодинамические характеристики продуктов сгорания зависят только от их состава и давления;
- 3) процесс истечения продуктов сгорания из заснарядного объема через динамо-реактивное сопло 1 и другие возможные отверстия в канале ствола рассматривается как квазистационарный, а режим истечения принимается сверхкритическим;
- 4) процесс истечения из ракетной камеры в заснарядный объем или возможного истечения из заснарядного объема в ракетную камеру принимается квазистационарным, а режим истечения — зависящим от перепада давлений между камерой и заснарядным объемом.

Систему уравнений, описывающих протекание газотермодинамических процессов в заснарядном объеме ствольного ускорителя, получим, применяя закон сохранения массы и энергии к продуктам сгорания, заполняющим этот объем, и прибавляя к ним уравнение движения снаряда, уравнение состояния продуктов сгорания, а также некоторые вспомогательные соотношения.

20.2.1. УРАВНЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МАССЫ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В ЗАСНАРЯДНОМ ОБЪЕМЕ

Условие, вытекающее из закона сохранения массы, примененного к продуктам сгорания, заполняющим свободный объем $V_{\text{зс}}$ заснарядного пространства, представим в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_{\text{зс}}) = \Pi_{\text{м}} + \Pi_{\text{дв}} - G_{\text{эс}}, \quad (20.1)$$

где ρ — среднеобъемное значение плотности продуктов сгорания в заснарядном объеме; $\Pi_{\text{м}}$, $\Pi_{\text{дв}}$ — массовый приход продуктов сгорания в заснарядный ствольный объем за счет горения метательного заряда и из ракетного двигателя соответственно; $G_{\text{эс}}$ — массовый расход продуктов сгорания из заснарядного объема через отверстия в стволе.

Выразим величины, входящие в правую часть условия (20.1). Приход $\Pi_{\text{м}}$ определяется соотношением

$$\Pi_{\text{м}} = \rho_{\text{м}} S_{\text{м}} u_{\text{м}}. \quad (20.2)$$

Расход $G_{\text{эс}}$ в предположении сверхкритического истечения выражается зависимостью

$$G_{\text{эс}} = \varphi_{\text{р эс}} \Gamma(k) \frac{p F_{\text{эс}}}{\sqrt{RT}}, \quad (20.3)$$

где $F_{\text{эс}}$ — площадь отверстий истечения продуктов сгорания из заснарядного объема ствола; p — среднее давление по заснарядному объему ствола; — средняя по заснарядному объему температура продуктов сгорания; k , R — показатель изоэнтропы и газовая постоянная продуктов сгорания, заполняющих заснарядный объем.

Если в стволе имеется несколько отверстий, которые открываются неодновременно, то площадь отверстий $F_{\text{эс}}$ вычисляется по зависимости

$$F_{\text{эс}} = \sum_{i=1}^n F_i 1(t_i), \quad (20.4)$$

где

$$1(t_i) = \begin{cases} 1 \rightarrow & \text{при } t \geq t_i; \\ 0 \rightarrow & \text{при } t < t_i \end{cases} \text{ — единичная функция;}$$

t_i — момент вскрытия i -го отверстия с площадью F_i . Выражение для прихода $\Pi_{\text{дв}}$ продуктов сгорания из ракетной камеры в заснарядный объем имеет сложный вид, так как при построении этого выражения необходимо учитывать возможность возникновения докритического режима и даже различного направления истечения.

Если давление $p_{\text{дв}}$ в камере двигателя превышает давление p в заснарядном объеме, то приход продуктов сгорания из ракетной камеры положителен и равен расходу через сопло двигателя. Соответствующая зависимость для вычисления этого прихода имеет вид

$$\Pi_{\text{дв}} = A_{\text{кр}} p_{\text{дв}} F_{\text{кр}}. \quad (20.5)$$

Расходный комплекс β через сопло двигателя зависит от уровня перепада давлений между камерой двигателя и заснарядным объемом, что видно из следующих соотношений:

$$\Pi_{\text{дв}} = \frac{P_{\text{дв}} F_{\text{кр}}}{\beta},$$

где β — расходный комплекс:

$$\beta = \frac{\sqrt{R_{\text{дв}} T_{\text{дв}}}}{\varphi_{\text{р}} \Gamma} \quad \text{при} \quad \frac{p}{p_{\text{дв}}} \leq \Gamma_i; \quad (20.6)$$

$$\beta = \frac{1}{\varphi_{\text{р}} \sqrt{\frac{2k_{\text{дв}}}{R_{\text{дв}} T_{\text{дв}} (k_{\text{дв}} - 1)} \left[\left(\frac{p}{p_{\text{дв}}} \right)^{\frac{2}{k_{\text{дв}}}} - \left(\frac{p}{p_{\text{дв}}} \right)^{\frac{k_{\text{дв}} + 1}{k_{\text{дв}}}} \right]}} \quad \text{при} \quad 1 \geq \frac{p}{p_{\text{дв}}} > \Gamma_i,$$

где Γ_i — отношение давлений, при котором происходит переход от сверхкритического режима истечения к докритическому и наоборот.

В условиях, когда истечение происходит через сопло, Γ_i может существенно зависеть от угла раствора или профиля выходной части сопла. Для больших значений угла раствора значение Γ_i близко к тому, которое имеет место при истечении через отверстие, т. е.

$$\Gamma_i = \left(\frac{2}{k_{\text{дв}} + 1} \right)^{\frac{k_{\text{дв}} + 1}{2(k_{\text{дв}} + 1)}}, \quad (20.7)$$

а для малых углов значение Γ_i повышается, т. е. достижение сверхкритического режима истечения затягивается.

Если $p > p_{\text{дв}}$, то величина $\Pi_{\text{дв}}$ становится отрицательной, и тогда продукты сгорания из заснарядного объема перетекают в двигатель.

В этом случае

$$\Pi_{\text{дв}} = \frac{p_{\text{дв}} F_{\text{кр}}}{\beta_c}, \quad (20.8)$$

где

$$\beta_c = \frac{\sqrt{RT}}{\varphi_p \Gamma} \quad \text{при} \quad \frac{p}{p_{\text{дв}}} \leq \Gamma_i;$$

$$\beta_c = \frac{1}{\varphi_p \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT} \left[\left(\frac{p_{\text{дв}}}{p} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{\text{дв}}}{p} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}} \quad \text{при} \quad 1 \geq \frac{p}{p_{\text{дв}}} > \Gamma_i.$$

20.2.2. УРАВНЕНИЕ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В ЗАСНАРЯДНОМ ОБЪЕМЕ

Согласно закону сохранения энергии массы продуктов сгорания, заполняющих заснарядный объем, изменение внутренней энергии E_Σ продуктов в единицу времени и работа их расширения $U_{\text{расш}}$ равны разности прихода $W_{\text{пр}}$ и расхода $W_{\text{расх}}$ теплоты в заснарядный объем:

$$\frac{\partial E_\Sigma}{\partial t} + U_{\text{расш}} = W_{\text{пр}} - W_{\text{расх}}. \quad (20.9)$$

Выразим внутреннюю энергию продуктов сгорания в заснарядном объеме, а также приход и расход тепла в заснарядный объем в единицу времени соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \partial E_\Sigma &= \rho V_{\text{эс}} E = \rho V_{\text{эс}} c_v T; \\ W_{\text{пр}} &= \Pi_{\text{м}} c_{p\text{м}} T_{\text{г.м}} + \Pi_{\text{дв}} c_{p\text{дв}} T_{\text{дв}}; \\ W_{\text{расх}} &= G_{\text{эс}} c_p E - W_{\text{тепл}}, \end{aligned} \right\} \quad (20.10)$$

где $T_{\text{г.м}}$ — температура горения метательного заряда при постоянном давлении; c_p , $c_{p\text{м}}$, $c_{p\text{дв}}$ — теплоемкости при постоянном давлении продуктов сгорания в заснарядном объеме, метательного и ракетного зарядов соответственно; $W_{\text{тепл}}$ — суммарные тепловые потери в заснарядном объеме в единицу времени.

Работа расширения продуктов сгорания в заснарядном объеме в единицу времени выражается в тепловых единицах соотношением

$$U_{\text{расш}} = A_p \frac{dV_{\text{эс}}}{dt} = A_p F_{\text{ств}} v_{\text{сн}}, \quad (20.11)$$

где $F_{\text{ств}}$ — площадь поперечного сечения ствола; $v_{\text{сн}}$ — скорость движения снаряда в канале ствола; A_p — термический эквивалент работы.

При вычислении работы $U_{\text{расш}}$ учитывается только изменение заснарядного объема, обусловленное движением снаряда, и не принимается во внимание увеличение объема за счет сгорания метательного заряда. Дело в том, что увеличение заснарядного объема при горении метательного заряда сопровождается одновременным поступлением в объем продуктов сгорания этого заряда, поэтому продукты сгорания, первоначально заполняющие заснарядный объем, не совершают работы расширения, связанной с заполнением освобождающегося объема. В связи с отмеченной особенностью производная по времени от величины свободного объема в уравнении (20.11) отмечена знаком \sim , чтобы отличить ее от полной производной.

Из уравнений (20.9) и (20.10) приходим к следующей записи уравнения сохранения энергии продуктов сгорания, заполняющих заснарядный объем:

$$\frac{d}{dt}(c_v \rho V_{\text{эс}} T) + A_p F_{\text{ств}} v_{\text{сн}} = \Pi_{\text{м}} c_{p\text{м}} T_{\text{гм}} + \Pi_{\text{дв}} c_{p\text{дв}} T_{\text{дв}} - G_{\text{эс}} c_p T - W_{\text{м}}. \quad (20.12)$$

Заметим, что если имеет место перетекание продуктов сгорания из заснарядного объема в двигатель, то член $\Pi_{\text{дв}} p_{\text{дв}} T_{\text{дв}}$ необходимо заменить расходом энтальпии в двигатель равным

$$-\Pi_{\text{дв}} c_p T.$$

20.2.3. УРАВНЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ СВОБОДНОГО ОБЪЕМА ЗАСНАРЯДНОГО ПРОСТРАНСТВА

Свободный объем $V_{\text{эс}}$ заснарядного пространства ствола изменяется за счет перемещения снаряда со скоростью $v_{\text{сн}}$ и выгорания метательного заряда на площади $S_{\text{м}}$ со скоростью $u_{\text{м}}$. Скорость этого изменения выражается зависимостью

$$\frac{dV_{\text{эс}}}{dt} = F_{\text{ств}} v_{\text{сн}} + S_{\text{м}} u_{\text{м}}. \quad (20.13)$$

20.2.4. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В ЗАСНАРЯДНОМ ОБЪЕМЕ

При значениях давления в заснарядном объеме, достигающих величин порядка 1000 МПа ($\approx 1000 \text{ кгс/см}^2$) и выше, продукты сгорания следует рассматривать как реальный газ в том смысле, что желательно учитывать в уравнении состояния величину объема, занимаемого собственно молекулами газа, так называемый «коволум».

Уравнение состояния продуктов сгорания, заполняющих заснарядный объем, с учетом коволюма b представим в виде

$$p = \frac{1}{1 - b\rho} \rho RT. \quad (20.14)$$

При более низких значениях давления допустимо использовать уравнение состояния идеального газа

$$p = \rho RT. \quad (20.15)$$

20.2.5. УРАВНЕНИЕ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ МЕТАТЕЛЬНОГО ЗАРЯДА

Горение метательного заряда может происходить в широком диапазоне изменения давления и сопровождаться воздействием нестационарного и турбулентного эффектов. В пределах настоящей главы используется упрощенный подход, при котором не учитывается влияние переменности давления и скорости газового потока, обтекающего метательный заряд, на его скорость горения. Не рассматривается также влияние возможной деформации заряда на скорость горения.

Иначе говоря, закон горения метательного заряда принимается в простейшей квазистационарной форме, отражающей влияние на скорость горения только величин давления и начальной температуры заряда. Само соотношение, выражающее скорость горения, примем в виде зависимости, обобщающей линейный и степенной законы горения, что позволяет распространить ее на широкую область изменения давления, зависимость для скорости горения метательного заряда:

$$u_m = u_{1m} \left(\frac{p}{p_{атм}} \right)^{v_m} + u_o. \quad (20.16)$$

В области низких давлений p можно принимать $u_o = 0$ и переходить к чисто степенному закону; в области высоких давлений — принимать $v = 1$ и переходить к чисто линейному закону.

Зависимость скорости горения от начальной температуры заряда учитывается путем введения в выражение (20.16) температурного множителя:

$$u_m = \left[u_{1m} \left(\frac{p}{p_{атм}} \right)^{v_m} + u_o \right] \frac{B_m}{B_m + (\theta_m - 20^\circ\text{C})}, \quad (20.17)$$

где B_m и θ_m — термохимический коэффициент и температура метательного заряда.

20.2.6. УРАВНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОВОЙ СМЕСИ В ЗАСНАРЯДНОМ ОБЪЕМЕ

При одновременном горении метательного заряда и поступлении в заснарядный объем из двигателя продуктов сгорания ракетного заряда в этом объеме образуется смесь продуктов сгорания двух в общем случае разнородных составов. Добавочным компонентом смеси является воздух, первоначально заполняющий объем камеры ствольного ускорителя, однако ввиду незначительности

массы воздуха по сравнению с массой поступающих в объем продуктов сгорания, наличие воздуха в заснарядном объеме непосредственно не учитывается (косвенно оно учитывается начальными условиями — начальное давление в камере принимается равным атмосферному). Исходя из предположения, что смесь продуктов сгорания в заснарядном объеме однородна и равновесна, и полагая, что значения коволюма для метательного и ракетного зарядов равны между собой, получаем следующие соотношения для расчета газовой постоянной R , теплоемкостей C_p и C_v и показателя адиабаты k смеси продуктов сгорания, заполняющих свободный объем $V_{эс}$:

$$\left. \begin{aligned} R &= g_m R_m + g_{дв} R_{дв}; \\ c_p &= g_m c_{pm} + g_{дв} c_{pдв}; \\ c_v &= g_m c_{vm} + g_{дв} c_{vдв}; \\ k &= \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{g_m R_m + g_{дв} R_{дв}}{g_m R_m / (k_m - 1) + g_{дв} R_{дв} / (k_{дв} - 1)}, \end{aligned} \right\} \quad (20.18)$$

где g_m , $g_{дв}$ — массовые или весовые доли (весовые концентрации) продуктов сгорания метательного и ракетного зарядов в смеси соответственно.

20.2.7. УРАВНЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ МЕТАТЕЛЬНОГО И РАКЕТНОГО ЗАРЯДОВ В СМЕСИ, ЗАПОЛНЯЮЩЕЙ ЗАСНАРЯДНЫЙ ОБЪЕМ

В связи с тем, что приход продуктов сгорания метательного и ракетного зарядов изменяется во времени, переменными являются также весовые доли g_m и $g_{дв}$ компонентов, образующих газовую смесь в заснарядном объеме. Дифференциальные уравнения, описывающие изменение во времени весовых концентраций g_m и $g_{дв}$, следуют из условий сохранения массы каждого компонента. Приведем итоговые зависимости:

$$\left. \begin{aligned} \rho V_{эс} \frac{dg_m}{dt} &= g_{дв} Q_m + g_m Q_{дв}; \\ \rho V_{эс} \frac{dg_{дв}}{dt} &= g_m Q_{дв} + g_{дв} Q_m. \end{aligned} \right\} \quad (20.19)$$

Можно ограничиться только одним из двух дифференциальных соотношений (20.19), заменив другое простейшей алгебраической связью

$$g_m + g_{дв} = 1. \quad (20.20)$$

20.2.8. УРАВНЕНИЕ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ СНАРЯДА

Уравнение поступательного движения снаряда в канале ствола (пускового ствола) строится на основании общего уравнения движения тела переменной массы. В связи с тем, что при выводе системы уравнений внутренней баллистики ствольного ускорителя не учитывалось движение продуктов сгорания в заснарядном объеме, взамен массы снаряда $m_{сн}$ введем приведенную массу, равную произведению массы $m_{сн}$ на некоторый коэффициент ϕ , именуемый иногда

коэффициентом фиктивности. С учетом этого замечания представим уравнение поступательного движения снаряда в виде

$$\varphi m_{\text{сн}} \frac{dv_{\text{сн}}}{dt} = (p - p_{\text{атм}})(F_{\text{ств}} - F_{\text{вых}}) + P_{\text{дв}} - P_{\text{тр}} - g m_{\text{сн}} \sin \nu, \quad (20.21)$$

где $F_{\text{вых}}$ — площадь выходного сечения сопла (сопел); $P_{\text{дв}}$ — тяга двигателя (реактивная тяга); $P_{\text{тр}}$ — сила трения между снарядом и стволом; ν — угол возвышения ствола.

Величина коэффициента фиктивности φ зависит от так называемой присоединенной массы, т. е. массы газов, вовлеченных в движение вместе со снарядом. При линейном распределении скорости газового потока вдоль ствола (такое распределение обычно принимается для ствольных систем) масса продуктов сгорания, приведенная к скорости снаряда, составляет примерно половину общей массы продуктов сгорания в заснарядном объеме, а так как средняя скорость газов равна половине скорости снаряда, то поэтому величина φ оценивается с помощью соотношения

$$\varphi \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{\rho V_{\text{эс}}}{m_{\text{сн}}}. \quad (20.22)$$

Конечно, зависимость (20.22) имеет сугубо приближенный характер, так как истинная картина движения продуктов сгорания в заснарядном объеме при наличии истечения из двигателя и ствола далека от постулируемого линейного распределения скорости, кроме того, плотность продуктов сгорания изменяется по длине, имеются дополнительные потери давления по длине на преодоление трения между газовым потоком и стволом, возможно перемещение метательного заряда и т. д.

Однако введение коэффициента φ позволяет хотя бы косвенно учесть наличие перепада давлений по длине ствола, который при строгом подходе следовало бы определять, привлекая уравнение импульсов для газового потока в стволе.

Первое слагаемое в правой части уравнения (20.21) представляет силу, измеряемую силой подпора. Это основная по величине сила, действующая на снаряд в артиллерийских системах. При значениях давления p , намного больших $p_{\text{атм}}$ и соизмеримых с давлением в камере двигателя, сила подпора является основной движущей силой и для динамо-реактивных систем.

Укажем, что если имеет место отрыв потока в сопле двигателя, обусловленный значительным противодавлением, то взамен площади выходного сечения сопла $F_{\text{вых}}$ в уравнении (20.21) необходимо подставлять площадь $F_{\text{отр}}$ сечения, в котором происходит отрыв потока.

Возможность отрыва потока необходимо учитывать также при расчете тяги двигательной установки. В этом случае тяга двигателя рассчитывается в предположении условного укорочения сопла до сечения отрыва, которое рассматривается как выходное сечение. Методы нахождения положения сечения отрыва потока изложены, например, в работе [15].

При докритическом истечении продуктов сгорания из двигателя в заснарядный объем сопло работает как очко и в ходе расчета тяги двигательной установки площадь выходного сечения сопла следует принимать равной пло-

пада критического сечения. Соответственно величину тяги можно определить по формуле

$$P_{\text{дв}} = \Pi_{\text{дв}} \sqrt{\frac{2k_{\text{дв}}}{k_{\text{дв}} - 1}} R_{\text{дв}} T_{\text{дв}} \left[1 - \left(\frac{p}{p_{\text{дв}}} \right)^{\frac{k_{\text{дв}} - 1}{k_{\text{дв}}}} \right] + (p - p_{\text{атм}}) F_{\text{кр}}. \quad (20.23)$$

Практически в условиях докритического истечения динамическая составляющая тяги двигателя крайне мала по сравнению с силой подпора и даже статической составляющей, поэтому ею можно пренебречь, что позволяет принять в правой части уравнения (20.21)

$$(p - p_{\text{атм}})(F_{\text{ств}} - F_{\text{вых}}) + P_{\text{дв}} = (p - p_{\text{атм}})F_{\text{ств}}.$$

То же соотношение справедливо и в условиях докритического перетекания продуктов сгорания из заснарядного объема в камеру сгорания двигателя.

Сила трения $F_{\text{тр}}$ (при отсутствии нарезов в канале ствола) и составляющая силы веса снаряда $gm_{\text{сн}} \sin \nu$ при давлениях в заснарядном объеме, порядка 10 МПа (≈ 100 кгс/см²) и выше, обычно невелики по сравнению с силой подпора, и в первом приближении их влиянием на скорость снаряда можно пренебречь.

20.2.9. КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ВЕЛИЧИНАМИ СКОРОСТИ И ПУТИ СНАРЯДА

Между координатой $x_{\text{сн}}$ центра масс или донного среза снаряда и скоростью снаряда существует очевидная кинематическая связь:

$$\frac{dx_{\text{сн}}}{dt} = v_{\text{сн}}. \quad (20.24)$$

Полученные соотношения (20.1)...(20.3), (20.5), (20.12)...(20.14), (20.17)...(20.19) и (20.21) образуют систему уравнений внутрикамерных процессов в заснарядном объеме, в которой в качестве неизвестных функций времени рассматриваются величины p , ρ , T , R , C_p , C_v , k , $V_{\text{зс}}$, $\Pi_{\text{м}}$, $\Pi_{\text{дв}}$, $G_{\text{зс}}$, $u_{\text{м}}$, $g_{\text{м}}$, $g_{\text{дв}}$, $v_{\text{сн}}$, $x_{\text{сн}}$.

При известном законе изменения во времени давления $p_{\text{дв}}$ в камере сгорания двигателя и теплового потока $W_{\text{тепл}}$ в стенки пускового ствола интегрирование полученной системы при заданных начальных условиях позволяет определить искомые внутрибаллистические характеристики ствольного ускорителя динамо-реактивной системы.

Подход к определению величин $W_{\text{тепл}}(t)$ и $p_{\text{дв}}$ изложен ниже.

20.3. ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ В ЗАСНАРЯДНОМ ОБЪЕМЕ ДИНАМО-РЕАКТИВНОЙ СИСТЕМЫ

Теплообмен между продуктами сгорания, заполняющими заснарядный объем, и стенками ствола в динамо-реактивных системах может играть существенную роль, так как пороховые газы в период движения снаряда в стволе соприкасаются со значительной по величине не теплоизолированной внутренней поверхностью ствола. Простейший метод косвенного учета тепловых потерь при решении задач внутрикамерных процессов ракетных и динамо-реактивных систем заключается в том, что взамен явного выражения

теплового потока в стенку ствола в выражение для потока энтальпии продуктов сгорания, поступающих в заснарядный объем, вводится условный коэффициент тепловых потерь. В этом случае уравнение энергии (20.12) приводится к следующему виду:

$$\frac{d}{dt}(c_v \rho V_{\text{зс}} T) + A_p F_{\text{ств}} v_{\text{сн}} = (\Pi_{\text{м}} c_{\text{рм}} T_{\text{г.м}} + \Pi_{\text{дв}} c_{\text{рдв}} T_{\text{дв}}) \varphi_{\text{ств}} - G_{\text{зс}} c_p T. \quad (20.25)$$

Несмотря на завидную простоту такого подхода, его непосредственное использование затруднено в связи со сложностью определения коэффициента $\varphi_{\text{ств}}$ тепловых потерь в заснарядном объеме, к тому же этот коэффициент может существенно изменяться во времени. Соответственно, введение коэффициента тепловых потерь в заснарядном объеме фактически предполагает наличие опытных данных о его величине, если же такие данные отсутствуют, необходима расчетная оценка величины $\varphi_{\text{ств}}$.

Изложим один из возможных подходов к приближенному расчету искомых тепловых потерь на основе упрощенной модели процесса теплообмена между продуктами сгорания в заснарядном объеме и пускового ствола.

Прежде всего необходимо решить задачу теплопроводности для ствола. Примем следующее распределение температуры θ по толщине пускового ствола в процессе ее нагрева продуктами сгорания (рис. 20.2):

$$\theta = (\theta_{\text{ств}} - \theta_{\text{нар}}) \left(\frac{y}{y_{\text{ств}}} \right)^2 + \theta_{\text{нар}}, \quad (20.26)$$

где $\theta_{\text{ств}}$, $\theta_{\text{нар}}$ — температуры внутренней и наружной поверхностей ствола соответственно; $y_{\text{ств}}$ — толщина стенки ствола.

Соотношение (20.26) приближенное и принимается вместо точного уравнения нестационарной теплопроводности для стенки ствола.

Принимая его, мы фактически предполагаем одновременно отсутствие теплообмена стенки с окружающей средой, т. е.

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} = 0.$$

Построим соотношения для определения двух неизвестных функций времени $\theta_{\text{ств}}(t)$ и $\theta_{\text{нар}}(t)$.

Первое соотношение должно представлять собой граничное условие на внутренней поверхности ствола, и может быть представлено в виде равенства теплового потока из газа в стенку и от поверхности стенки к ее внутренним слоям:

$$\lambda_{\text{ств}} \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=y_{\text{ств}}} = \alpha_{\text{ств}} (T - \theta_{\text{ств}}), \quad (20.27)$$

где $\lambda_{\text{ств}}$ — коэффициент теплопроводности материала ствола; $\alpha_{\text{ств}}$ — коэффициент теплоотдачи от продуктов сгорания к стенке ствола.

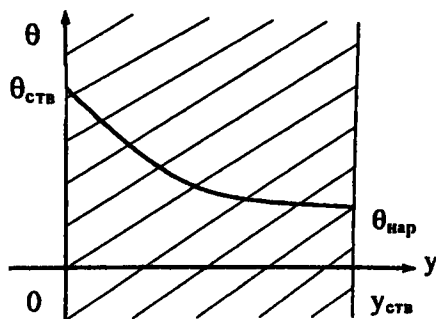


Рис. 20.2

Распределение температуры по толщине стенки пускового ствола:

$\theta_{\text{ств}}$, $\theta_{\text{нар}}$ — температуры внутренней и наружной поверхностей ствола соответственно; $y_{\text{ств}}$ — толщина стенки ствола.

С учетом зависимости (20.26) соотношение (20.27) имеет следующий вид:

$$\frac{2\lambda_{\text{ств}}(\theta_{\text{ств}} - \theta_{\text{нар}})}{y_{\text{ств}}} = \alpha_{\text{ств}}(T - \theta_{\text{ств}}). \quad (20.28)$$

Второе соотношение следует из условия сохранения теплоты, согласно которому количество тепла, накопленное в элементе стенки ствола, равно суммарному количеству тепла, поступившему через боковую внутреннюю поверхность элемента в предположении, что перетекание тепла вдоль ствола пренебрежимо мало. Указанное соотношение имеет вид

$$\int_0^{y_{\text{ств}}} c_{\text{ств}} \rho_{\text{ств}} (\theta - \theta_{\text{н}}) dy = \int_{t_{\text{н}}}^t \alpha_{\text{ств}} (T - \theta_{\text{ств}}) dt, \quad (20.29)$$

где $t_{\text{н}}$ — момент начала нагрева ствола; $c_{\text{ств}}$, $\rho_{\text{ств}}$ — теплоемкость и плотность материала ствола; $\theta_{\text{н}}$ — начальная температура ствола. С учетом равенства (24.26) уравнение (20.29) приводится к виду

$$\frac{1}{3} y_{\text{ств}} c_{\text{ств}} \rho_{\text{ств}} (\theta_{\text{ств}} - \theta_{\text{нар}}) + y_{\text{ств}} c_{\text{ств}} \rho_{\text{ств}} (\theta_{\text{нар}} - \theta_{\text{н}}) = \int_{t_{\text{н}}}^t \alpha_{\text{ств}} (T - \theta_{\text{ств}}) dt. \quad (20.30)$$

Дифференцируя обе части уравнения (20.30) по времени, приходим к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{1}{3} y_{\text{ств}} c_{\text{ств}} \rho_{\text{ств}} \frac{d}{dt} (\theta_{\text{ств}} + 2\theta_{\text{нар}} - 3\theta_{\text{н}}) = \alpha_{\text{ств}} (T - \theta_{\text{ств}}). \quad (20.31)$$

Полученные уравнения (20.28) и (20.31) характеризуют изменение во времени искомых температур $\theta_{\text{ств}}$ и $\theta_{\text{нар}}$, но чтобы определить это изменение, необходимо знать зависимость от времени коэффициента теплоотдачи $\alpha_{\text{ств}}$ и температуры T продуктов сгорания в заснарядном объеме. В связи с этим определение температурного поля стенки ствола, которое предшествует вычислению тепловых потерь, должно проводиться путем совместного решения уравнений (20.28) и (20.31) и системы уравнений внутренней баллистики ствольного ускорителя.

Для приближенного расчета коэффициента теплоотдачи $\alpha_{\text{ств}}$ примем, что основными видами теплообмена между продуктами сгорания и стволом служат конвективный и лучистый теплообмены, соответственно и положим

$$\alpha_{\text{ств}} = \alpha_{\text{к}} + \alpha_{\text{л}}. \quad (20.32)$$

Используем далее следующие соотношения для величин коэффициентов конвективного и лучистого теплообменов:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{к}} &= 0,023 \frac{\lambda}{d} \text{Re}^{0,8} = 0,23 \frac{\lambda}{d} \left(\frac{v\rho}{\mu} \right)^{0,8}; \\ \alpha_{\text{л}} &= 4,96 \cdot 10^{-8} \varepsilon_{\text{г}} \varepsilon_{\text{ств}} \frac{T^4}{T - \theta_{\text{ств}}}, \end{aligned} \right\} \quad (20.33)$$

где λ — коэффициент теплопроводности газовой смеси в заснарядном объеме; v — скорость одномерного газового потока в стволе; d — диаметр ствола; $\varepsilon_{\text{г}}$, $\varepsilon_{\text{ств}}$ —

степень черноты газовой смеси в заснарядном объеме и стенки ствола соответственно.

Для расчета коэффициента α_k конвективной теплоотдачи необходимо знать величину скорости газового потока в стволе. Примем (до некоторой степени условно), что распределение скорости газового потока по длине ствола имеет линейный характер (рис. 20.3) и может быть выражено соотношением

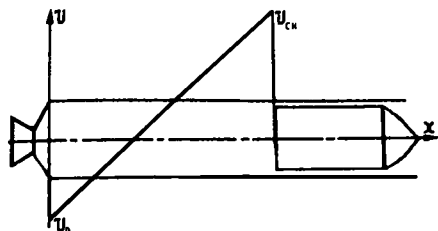


Рис. 20.3
Распределение скорости газового потока по длине ствола

$$\left. \begin{aligned} v &= -v_0 + \frac{v_{\text{сн}} + v_0}{x_{\text{сн}}} x \quad \text{при } x \leq x_{\text{сн}}; \\ v &= 0 \quad \text{при } x > x_{\text{сн}}, \end{aligned} \right\} \quad (20.34)$$

где v_0 — скорость газового потока у дна ствола.

В соответствии с формулой (20.34) скорость v_0 определяется величиной расхода через отверстие в днище ствола:

$$v_0 = \frac{G_{\text{зс}}}{\rho F_{\text{ств}}}. \quad (20.35)$$

В частном случае, если отверстие в днище отсутствует, $v_0 = 0$. Скорость потока у дна ствола принимаем равной скорости снаряда.

Естественно, что в связи с истечением из двигателя движение продуктов сгорания в стволе существенно неоднородно и носит пространственный характер; учесть это обстоятельство в рамках используемой теории не представляется возможным.

Переменность скорости газового потока, а следовательно, и коэффициента теплоотдачи по длине ствола предопределяет некоторую специфику расчета теплопотерь в пусковом стволе. Действительно, во-первых, так как нагреву подвержена только часть ствола, ограниченная задним срезом снаряда, следует принимать $\alpha_{\text{ств}} = 0$ для всех сечений ствола с координатой $x > x_{\text{сн}}$. Во-вторых, зависимость коэффициента $\alpha_{\text{ств}}$ от координаты x также предопределяет различие температурных полей стенки ствола по ее длине.

Чтобы отразить отмеченную специфику, распределение температур в стенке ствола следует рассчитывать для нескольких характерных сечений по длине ствола, учитывая то обстоятельство, что время t_n начала нагрева соответствует моменту прохождения задним срезом снаряда данного сечения и что коэффициент конвективной теплоотдачи α_k , определяемый зависимостью (20.33), зависит от координаты сечения в соответствии с уравнением (20.34).

Таким образом, расчет температурного поля стенки ствола может проводиться по зависимостям (20.28), (20.31)...(20.35) в процессе интегрирования системы уравнений внутренней баллистики ствольного ускорителя. Такой подход позволяет одновременно в ходе расчета определять тепловые потери в заснарядном объеме, выражаемые величиной суммарного теплового потока $W_{\text{тепл}}$ в единицу времени через нагреваемую боковую поверхность ствола. Вычисление величины $W_{\text{тепл}}$ к тому же необходимо, так как она непосредственно входит

в одно из основных уравнений внутренней баллистики ускорителя — уравнение энергии (20.12).

Величина $W_{\text{тепл}}$ выражается зависимостью

$$W_{\text{тепл}} = \int_0^{x_{\text{сн}}} \alpha_{\text{ств}} (T - \theta_{\text{ств}}) h_{\text{ств}} dx, \quad (20.36)$$

где $h_{\text{ств}}$ — внутренний параметр поперечного сечения ствола.

Если температура $\theta_{\text{ств}}$ и коэффициент теплоотдачи $\alpha_{\text{ств}}$ определяются для нескольких (n) характерных сечений, то величину $W_{\text{тепл}}$ следует определять исходя из соотношения

$$W_{\text{тепл}} = \sum_{i=1}^n \alpha_{\text{ств}i} (T - \theta_{\text{ств}i}) h_{\text{ств}} \Delta x_i \quad (20.37)$$

путем разбиения поверхности ствола по длине на n участков длиной Δx_i , для каждого из которых коэффициент теплоотдачи и температура стенки предполагаются постоянными по длине участка.

Соотношение (20.36) или эквивалентное ему соотношение (20.37), определяющее величину тепловых потерь в заснарядном объеме в единицу времени, связывает систему уравнений внутренней баллистики ствольного ускорителя с системой уравнений, описывающих теплообмен между продуктами сгорания в заснарядном объеме и стенкой пускового ствола, в одну систему, для полного замыкания которой недостает соотношений, описывающих изменение давления в камере сгорания двигателя.

20.4. РАСЧЕТ ДАВЛЕНИЯ В РАКЕТНОМ ДВИГАТЕЛЕ В ПЕРИОД ЕГО ДВИЖЕНИЯ В СТОЛЕ

Движение снаряда в стволе динамо-реактивной системы происходит в начальный период работы двигателя, т. е. в период, когда в ракетной камере протекает процесс воспламенения и выхода на стационарный режим. Методы расчета давления в камере сгорания РДТТ в период протекания воспламенительного процесса изложены в главе 17. Применение этих методов к расчету давления в ракетном двигателе в период его движения в стволе обладает некоторой спецификой лишь в том случае, если создается докритический режим истечения из ракетной камеры в заснарядный объем.

В этом случае необходимо заменить выражение расхода $G_{\text{кр}}$ выражением для $\Pi_{\text{дв}}$ по зависимостям (20.5), (20.6). Этим, собственно, и исчерпываются принципиальные отличия в подходе к расчету давления в камере сгорания РДТТ с учетом специфики динамо-реактивной системы. Вместе с тем в силу сложности общего метода расчета давления в камере сгорания РДТТ в период воспламенения и выхода двигателя на режим приведем упрощенную систему уравнений, которая, будучи присоединена к полученным выше соответствующим уравнениям для ствольного ускорителя, позволяет полностью замкнуть систему уравнений внутрикамерных процессов динамо-реактивной системы.

В дополнение к общим допущениям, принятым при построении метода расчета воспламенительного процесса в РДТТ, примем, что заряд воспламенителя и твердого топлива зажигаются мгновенно (а значит, и одновременно), что про-

дукты их сгорания полностью перемешиваются, причем влияние воздуха, первоначально находящегося в ракетной камере, учитывается только постановкой начальных условий. Такие допущения применительно к условиям динамо-реактивной системы могут быть оправданы высоким уровнем давления в ракетной камере и сравнительно небольшими размерами заряда твердого топлива.

Соответствующая система уравнений внутрикамерных процессов ракетной камеры в осредненных по свободному объему камеры величинах для периода воспламенения и выхода двигателя на режим приводится без вывода. Эта система имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 V_{\kappa} \frac{d\rho_{\text{дв}}}{dt} &= \rho_{\text{в}} S_{\text{в}} u_{\text{в}} + \rho_{\text{т}} S_{\text{з}} u_{\text{т}} - A_{\text{дв}} p_{\text{дв}} F_{\text{кр}}; \\
 V_{\kappa} \frac{d}{dt} (c_{V_{\text{дв}}} \rho_{\text{дв}} T_{\text{дв}}) &= \rho_{\text{в}} S_{\text{в}} u_{\text{в}} c_{p_{\text{в}}} \varphi_{\text{дв}} T_{\text{г.в}} + \rho_{\text{т}} S_{\text{з}} u_{\text{т}} c_{\text{т}} \varphi_{\text{дв}} T_{\text{г.т}} - A_{\text{дв}} p_{\text{дв}} F_{\text{кр}} c_{p_{\text{дв}}} T_{\text{дв}}; \\
 p_{\text{дв}} &= \rho_{\text{дв}} R_{\text{дв}} T_{\text{дв}}; \\
 S_{\text{в}} &= \frac{3\omega_{\text{вн}}}{\rho_{\text{в}} e_{\text{вн}}} \left(1 - \frac{e_{\text{в}}}{e_{\text{вн}}}\right)^2; \\
 \frac{de_{\text{в}}}{dt} &= u_{\text{в}}; \\
 u_{\text{т}} &= u_{1\text{т}} \left(\frac{p_{\text{дв}}}{p_{\text{атм}}}\right)^{v_{\text{т}}} + u_{0\text{т}}; \\
 u_{\text{в}} &= u_{1\text{в}} \left(\frac{p_{\text{дв}}}{p_{\text{атм}}}\right)^{v_{\text{т}}} + u_{0\text{в}}; \\
 A_{\text{дв}} &= \frac{\varphi_{\text{р}} \Gamma}{\sqrt{R_{\text{дв}} T_{\text{дв}}}}; \\
 \frac{p}{p_{\text{дв}}} &\leq \Gamma_i; \\
 \beta_{\text{дв}} &= \frac{1}{\varphi_{\text{р}} \sqrt{\frac{2k_{\text{дв}}}{(k_{\text{дв}} - 1) R_{\text{дв}} T_{\text{дв}}} \left[\left(\frac{p}{p_{\text{дв}}}\right)^{\frac{2}{k_{\text{дв}}}} - \left(\frac{p}{p_{\text{дв}}}\right)^{\frac{k_{\text{дв}} + 1}{k_{\text{дв}}}} \right]}} \quad \text{при } 1 > \frac{p}{p_{\text{дв}}} > \Gamma_i; \\
 R_{\text{дв}} &= g_{\text{т}} R_{\text{т}} + g_{\text{в}} R_{\text{в}}; \\
 c_{V_{\text{дв}}} &= g_{\text{т}} c_{V_{\text{т}}} + g_{\text{в}} c_{V_{\text{в}}}; \\
 k &= \frac{c_p}{c_v}; \\
 \frac{dg_{\text{т}}}{dt} &= \frac{1}{\rho_{\text{дв}} V_{\kappa}} (g_{\text{в}} \rho_{\text{т}} S_{\text{т}} u_{\text{т}} + g_{\text{т}} \rho_{\text{в}} S_{\text{в}} u_{\text{в}}); \\
 p_{\text{в}} &= 1 - g.
 \end{aligned} \right\} \quad (20.38)$$

Уравнения (20.38) вместе с уравнениями (20.1)...(20.21) образуют общую совокупность уравнений внутренней баллистики динамо-реактивных систем.

Постановка для них начальных условий при известном начальном состоянии системы не составляет проблемы.

**21.1. ПРИНЦИПЫ ДЕЙСТВИЯ
И СХЕМНО-КОНСТРУКТИВНЫЕ
МОДИФИКАЦИИ ПВРД**

Энергетические характеристики двигателей ЛА могут быть улучшены за счет использования атмосферного воздуха. Наиболее перспективными для высокоскоростных ЛА с внутриатмосферной зоной эксплуатации являются двигательные установки на основе прямоточных воздушно-реактивных двигателей и их модификаций.

В ПВРД в качестве окислителя используется атмосферный кислород, что позволяет не включать в состав бортового топлива специальный окислитель. Этот двигатель отличается простотой устройства, малым весом конструкции и высокими энергетическими характеристиками (удельным импульсом тяги) по сравнению с ЖРД и РДТТ. Он может использоваться при высоких сверхзвуковых скоростях полета летательного аппарата. Использование ПВРД невозможно без стартового двигателя, разгоняющего летательный аппарат до скорости, при которой тяга ПВРД становится достаточной для дальнейшего разгона ЛА, либо для поддержания маршевой скорости полета. В зависимости от размещения стартовых двигателей на ЛА с ПВРД различают следующие схемы.

1. Тандемная схема — стартовый двигатель либо связка двигателей размещаются позади ступени летательного аппарата с ПВРД. Недостатком данной схемы является то, что ЛА, выполненный по этой схеме, имеет большую длину на старте, что, в свою очередь, приводит к большой длине направляющих пусковой установки. Однако в этом случае проще избежать возмущений при отделении стартового двигателя после окончания его работы в виду его соосности с ПВРД.

2. Пакетная схема — стартовые двигатели размещаются по бокам фюзеляжа летательного аппарата. Данная схема резко сокращает длину летательного аппарата, но при этом возрастают поперечные габариты. Появляется также вероятность возникновения больших возмущающих моментов при одновременном окончании работы стартовых двигателей, а также при их разнотяговости, вызванной разбросом их параметров рабочего процесса.

3. Схема с совмещенной камерой сгорания или интегральная схема — стартовый заряд размещается внутри камеры сгорания ПВРД. Интегральная схема позволяет обойтись без стартового двигателя, как отдельной автономной системы ЛА. В этом случае заметно уменьшаются габариты ПВРД, ограничивающиеся миделем ЛА, и, следовательно, уменьшается вес, отсюда следует, что она является наиболее перспективной. Для обеспечения нормальных условий сгорания стартового заряда, размещенного в камере сгорания ПВРД, камера закрывается спереди днищем, а сзади сопловой вставкой. После окончания горения стартового заряда сопловая вставка и днище отбрасываются в атмосферу или сгорают.

Одной из разновидности ПВРД является ракетно-прямоточный воздушно-реактивный двигатель (РПВРД), занимающий промежуточное положение между ракетными двигателями и ПВРД, сочетая в себе их рабочие циклы и элементы конструкции.

РПВРД обладает рядом преимуществ, присущих обоим двигателям. По сравнению с ракетным двигателем у РПВРД более высокий удельный импульс тяги $I_{уд}$, отнесенным к 1 кг бортового запаса топлива. По сравнению с воздушно-прямоточным двигателем РПВРД обеспечивает более высокую тягу с 1 м² площади поперечного сечения двигателя, а в ряде случаев и более высокие значения удельного импульса тяги. В отличие от ПВРД, неспособного создавать тягу на старте и имеющего относительно низкую тягу при дозвуковых и трансзвуковых скоростях полета, РПВРД может быть эффективно использоваться в широком диапазоне скоростей.

Принципиальная схема ракетно-прямоточного двигателя (типичная схема ракеты с РПВРД на твердом топливе) представлена на рисунке 21.1. РПВРД состоит из первого, ракетного контура — газогенератора, представляющего собой РД на твердом, жидком либо гибридном топливах, и второго, прямоточного контура 8. Продукты первичного сгорания ракетного топлива истекают из сопла газогенератора в прямоточный контур, где они взаимодействуют с поступающим через диффузор 3 воздухом, поступающего в камеру сгорания (дожигания) в полете, в основном за счет скоростного напора и частично благодаря эжектирующему действию высоконапорного потока газов, вытекающих из соплового блока ракетной камеры. В отличие от ПВРД давление поступающего

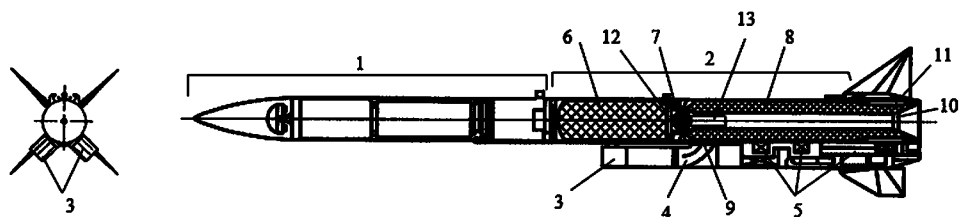


Рис. 21.1

Схема ракеты с регулируемым ракетно-прямоточным двигателем на твердом топливе:

1 — носовой модуль; 2 — двигательный отсек; 3 — диффузор; 4 — переходный канал; 5 — агрегат управления; 6 — первый контур (твердотопливный газогенератор); 7 — узел регулирования расхода продуктов сгорания; 8 — прямоточный (второй) контур, стартовый заряд ТТ; 9 — заглушки диффузора на стартовом режиме; 10 — стартовое сопло; 11 — маршевое сопло; 12 — воспламенитель газогенератора; 13 — воспламенитель стартового заряда ТТ.

в РПВРД воздуха повышается как за счет динамического напора набегающего потока, так и за счет смещения воздуха с высокопарным потоком газов ракетного контура. Это обуславливает возможность получения более высоких тяговых характеристик РПВРД по сравнению с ПВРД. При этом за счет атмосферного кислорода происходит дожигание горючих компонентов, содержащихся в продуктах первичного сгорания топлива. Процессы дожигания протекают в объеме, который называют камерой сгорания или дожигания. Продукты дожигания и избыточный воздух истекают через сопло второго контура 11.

РПВРД является комбинированным двигателем, в котором реализован рабочий процесс как в газогенераторе (первый контур), так и в камере сгорания второго (прямоточного) контура. При этом газогенератор представляет собой автономный ракетный двигатель, в котором сопловые отверстия играют роль распределительного устройства для продуктов первичного сгорания.

Одной из насущных задач разработки эффективно функционирующего двигателя является создание ракетного контура, расход и состав генерируемого газа которого можно изменять в достаточно широких пределах в соответствии с условиями полета и режимом работы прямоточного контура. Рациональное решение этой задачи достигается при использовании в первом контуре топлива смешанного агрегатного состояния — гибридного топлива. Двигатели, использующие гибридное топливо, будем называть гибридными ракетно-прямоточными воздушно-реактивными двигателями (ГРПВРД).

Принципиальная схема ГРПВРД представлена на рисунке 21.2.

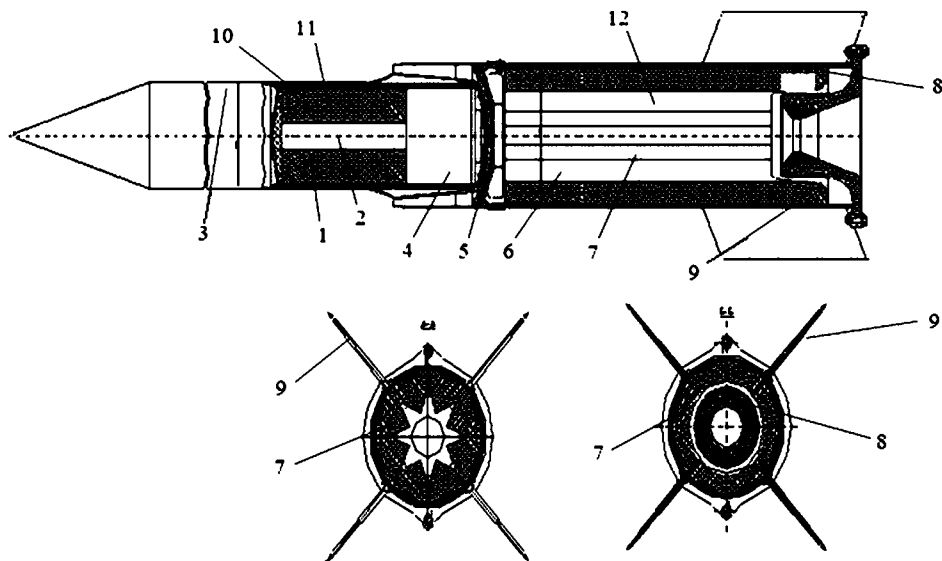


Рис. 21.2

Конструктивная схема гибридного ракетно-прямоточного воздушно-реактивного двигателя:

1 — корпус первого контура (газогенератора); 2 — заряд горючего; 3 — бак с окислителем; 4 — диффузор; 5 — сопловой бак первого контура; 6 — корпус ГРПВРД; 7 — заряд стартового двигателя; 8 — сопловой аппарат ГРПВРД; 9 — стабилизатор; 10 — форсунки для окислителя; 11 — камера сгорания первого контура (газогенератора); 12 — камера сгорания второго контура (ГРПВРД).

Можно назвать несколько вариантов ГРПВРД, из которых наиболее перспективными с точки зрения практического использования являются:

- ГРПВРД, в котором процессы смешения двух потоков воздушного и продуктов сгорания ракетного топлива и дожигания топливовоздушной смеси совмещены;
- ГРПВРД с предварительным смешением потоков, в котором процессы смешения и дожигания разделены по месту и времени;
- ГРПВРД с эжектором.

С термодинамической точки зрения ГРПВРД с эжектором по тяговым и экономическим характеристикам превосходит ГРПВРД без эжектора, благодаря более высоким степеням сжатия воздуха и равномерности потока на входе в камеру дожигания. Вместе с тем эта схема ГРПВРД, помимо увеличения веса двигателя, приводит к усложнению конструкции ГРПВРД из-за недопустимости воспламенения смеси в эжекторе. В противном случае произойдет запирание эжектора, и может возникнуть помпажный режим работы двигателя.

21.2. ТЯГОВО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ РАКЕТНО-ПРЯМОТОЧНОГО ДВИГАТЕЛЯ И ИХ СВЯЗЬ С ДИНАМИКОЙ ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

21.2.1. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХЗВУКОВОГО ДИФFUЗОРА

Тяговые характеристики РПВРД в значительной степени зависят от типа используемого в ней диффузора.

Основными характеристиками диффузора, по которым оценивается его эффективность, являются:

- коэффициент восстановления давления σ_d ;
- коэффициент расхода φ_p ;
- коэффициент дополнительного сопротивления $C_{хд}$.

Коэффициент восстановления давления диффузора представляет отношение полного давления за диффузором $p_{од}$ к полному давлению в набегающем невозмущенном потоке воздуха $p_{он}$:

$$\sigma_d = p_{од}/p_{он}. \quad (21.1)$$

Этот коэффициент характеризует потери полного давления при торможении набегающего потока в системе скачков уплотнения на входе в диффузор. Чем выше значение σ_d , тем выше эффективность диффузора и двигателя в целом.

Коэффициент расхода диффузора, характеризующий его пропускную способность, представляет собой отношение действительного расхода воздуха через диффузор к максимально возможному при заданных параметрах невозмущенного потока:

$$\varphi_p = \frac{G_v}{G_{v \max}} = \frac{F_n}{F_{вх}}, \quad (21.2)$$

где F_n — площадь входящей в двигатель струи воздуха (трубки тока) в невозмущенном потоке; $F_{вх}$ — площадь входа диффузора.

Возможные варианты соотношений площадей F_n и $F_{вх}$ представлены на рисунке 21.3.

Коэффициент дополнительного сопротивления диффузора $C_{хд}$ равен отношению силы дополнительного сопротивления диффузора $X_{доп}$ к произведению скоростного напора набегающего потока на площадь входа:

$$C_{хд} = \frac{X_{доп}}{1/2 \rho_n V_n^2 F_{вх}}, \quad (21.3)$$

где $X_{доп}$ представляет собой осевую составляющую сил избыточного давления, действующих со стороны внешнего потока на поверхность трубки тока, и определяется выражением

$$X_{доп} = \int_{F_n}^{F_{вх}} (p - p_n) dF, \quad (21.4)$$

где p — давление на поверхность трубки тока между входным сечением и h (рис. 21.3б); dF — проекция элемента внешней поверхности трубки тока на плоскость, нормальную к направлению скорости полета.

Согласно физическому смыслу, $X_{доп}$ имеет место при $\varphi_p < 1$. При $\varphi_p = 1$ $X_{доп} = 0$.

Режим работы диффузора, при котором достигается пересечение всех косяков скачков уплотнения на передней кромке обечайки двигателя (рис. 21.3а), называется расчетным, а соответствующее ему число M_n обозначается $M_{пр}$. При расчетном режиме $\varphi_p = 1$, $C_{хд} = 0$. Такие же значения φ_p и $C_{хд}$ сохраняются и при $M_n > M_{пр}$.

При использовании РПВРД в режиме переменной скорости желательно применять диффузор с геометрией, регулируемой таким образом, чтобы при любой скорости обеспечивался расчетный режим его работы. Однако это приводит

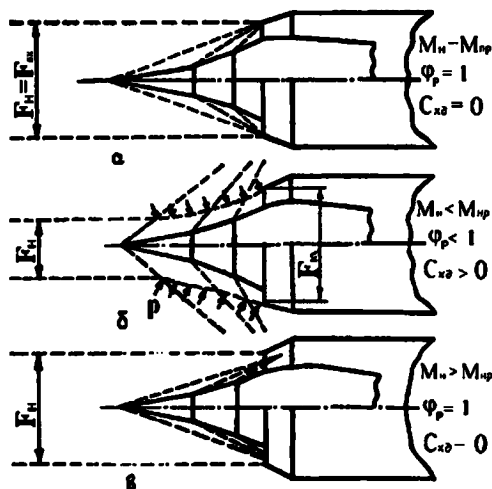


Рис. 21.3

Режим работы сверхзвукового диффузора:

а — расчетный режим — $M_n = M_{пр}$; б — $M_n < M_{пр}$; в — $M_n > M_{пр}$.

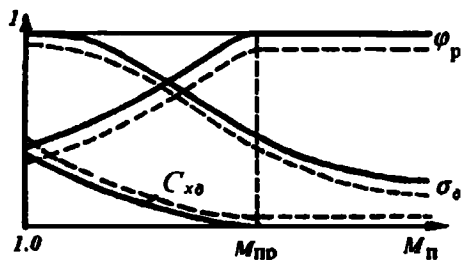


Рис. 21.4

Зависимость основных параметров сверхзвукового диффузора с постоянной геометрией от числа M_n полета:

сплошная линия — без образования пограничного слоя; пунктирная — с образованием пограничного слоя.

к усложнению и утяжелению конструкции и далеко не всегда оправданно. Наиболее типичным является использование диффузора с постоянной геометрией. Характер изменения основных параметров такого диффузора в широком диапазоне M_n представлен на рисунке 21.4.

В соответствии с условиями компоновки ЛА с РПВРД возможно применение неголовных диффузоров, располагающихся сбоку или под фюзеляжем на значительном удалении от носка фюзеляжа. Перед входом в такие диффузоры на поверхности фюзеляжа получает значительное развитие пограничный слой. Если не организовать его слив, он оказывает существенное влияние на характеристики диффузора: понижает значения σ_d и φ_p и увеличивает $C_{хд}$ (рис. 21.4, пунктир).

21.2.2. КОЭФФИЦИЕНТ ТЯГИ И УДЕЛЬНОГО ИМПУЛЬСА ТЯГИ РПВРД И ИХ СВЯЗЬ С ДИНАМИКОЙ ПОЛЕТА ЛА

Основными тяговыми параметрами РПВРД являются тяга двигателя P , коэффициент тяги C_p и удельный импульс тяги $I_{уд}$.

Коэффициент тяги определяется как

$$C_p = \frac{P}{F_m \rho_n \frac{v_n^2}{2}}, \quad (21.5)$$

где ρ_n , v_n — плотность и скорость набегающего потока воздуха соответственно; F_m — площадь миделева сечения двигателя, под которым обычно понимают площадь поперечного сечения камеры сгорания (дожигания).

Характеристикой экономичности РПВРД принято считать удельный импульс тяги, представляющий отношение тяги двигателя к секундному расходу бортового топлива:

$$I_{уд} = \frac{P}{G_T}. \quad (21.6)$$

Подставив значение P из формулы (21.5), можно установить связь между C_p и $I_{уд}$:

$$I_{уд} = \frac{C_p \rho_n v_n^2 F_m}{2 G_T}. \quad (21.7)$$

Обозначим отношение секундных расходов воздуха G_b и продуктов сгорания из первого контура G_T через n . Расход воздуха, поступающего в двигатель, рассчитывается как

$$G_b = \rho_n v_n F_{вх}. \quad (21.8)$$

Так как $G_T = G_b/n$, получаем

$$I_{уд} = \frac{C_p v_n n}{2 F_n} F_m. \quad (21.9)$$

Но

$$F_n = \varphi_p F_{вх}.$$

Обозначив $F_{вх}/F_m = f_{вх}$, получаем

$$I_{уд} = \frac{C_p M_n n a(y)}{2 \varphi_p f_{вх}}, \quad (21.10)$$

где $a(y)$ — скорость звука в атмосфере на высоте полета.

21.2.3. КРИТЕРИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Рассмотрим вопрос об универсальной тягово-экономической характеристике ПВРД и РПВРД.

Постановка вопроса обусловлена тем, что в отличие от ракетного двигателя удельный импульс тяги воздушно и ракетно-прямоточного двигателей не является объективной энергетической характеристикой двигательной установки.

Поясним это на примере: высокое значение $I_{уд}$ для ПВРД может быть обеспечено за счет большого избытка воздуха; при этом тяга двигателя может оказаться крайне низкой, неспособной обеспечить необходимый режим движения летательного аппарата.

В то же время при проектировании возникает необходимость в предварительной оценке энерго- и тяговооруженности, закладываемых в проект двигательной установки.

Предназначаящийся для этой цели критерий должен быть комплексным, включающим помимо собственно удельного импульса тяги еще и коэффициенты тяги и лобового сопротивления.

Для того чтобы получить такой оценочный критерий, обратимся к уравнению движения летательного аппарата с ПВРД:

$$m \frac{dV}{dt} = P - X_{\text{л}} - m \sin \theta, \quad (21.11)$$

где m — текущее значение ЛА; $X_{\text{л}} = C_X F_m \frac{\rho_{\text{н}} V_{\text{н}}^2}{2}$ — лобовое сопротивление; θ — угол наклона к горизонту касательной к траектории ЛА; C_X — коэффициент лобового сопротивления; F_m — площадь миделева сечения ЛА.

Введем новую переменную:

$$\mu = \frac{\int_0^t G_{\text{т}} dt}{m_{\text{с}}}, \quad (21.12)$$

где $m_{\text{с}}$ — масса ЛА к началу работы РПВРД.

При этом в произвольный момент времени t масса летательного аппарата определится как

$$m = m_{\text{с}}(1 - \mu). \quad (21.13)$$

С учетом формулы (21.12):

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{d\mu} \frac{G_{\text{т}}}{m_{\text{с}}}. \quad (21.14)$$

Введем обозначение $m_{\text{с}}/F_m = \Pi_{\text{с}}$.

Выразим $G_{\text{т}}$ как

$$G_{\text{т}} = \frac{P}{I_{\text{уд}}} = \frac{C_P}{I_{\text{уд}}} F_m \frac{\rho_{\text{н}} V_{\text{н}}^2}{2}. \quad (21.15)$$

Подставляя зависимости (21.5), (21.13)...(21.15) в уравнение (21.11), получаем

$$\frac{dv}{d\mu} = I_{\text{уд}} \left[\frac{1}{1 - \mu} \left(\frac{F_{\text{вх}}}{F_m} - \frac{C_X}{C_P} \right) - \frac{2\Pi_{\text{с}}}{\rho_{\text{н}} v_{\text{н}}^2} \sin \theta \right]. \quad (21.16)$$

Поскольку C_p и C_x обычно определяются как функции числа $M_n = v/a(y)$ преобразуем выражение для скоростного напора набегающего воздушного потока к виду:

$$\frac{\rho_n V_n^2}{2} = \frac{k M_n^2 p_n}{2}, \quad (21.17)$$

где p_n — статическое атмосферное давление на высоте полета; k — показатель адиабаты для воздуха равный 1,4.

Окончательно получаем

$$\frac{dv}{d\mu} = I_{уд} \left[\frac{1}{1-\mu} \left(\frac{F_{вх}}{F_m} - \frac{C_x}{C_R} \right) - \frac{2\Pi_c}{k M_n^2 C_p p_n} \sin \theta \right]. \quad (21.18)$$

Критерий $dV/d\mu$ равен приросту скорости на единицу относительной убыли массы и характеризует эффективность использования топлива при заданных условиях полета (M_n, p_n), значениях конструктивного показателя Π_c и тяговых параметров двигателя C_p и $I_{уд}$ в данной точке траектории. Именно этот критерий, а не удельный импульс тяги, позволяет объективно оценить выигрыш от использования РПВРД по сравнению с ракетным двигателем с точки зрения расхода бортового запаса топлива. Если значение $I_{уд}$ для РПВРД на твердом топливе в оптимальных для него условиях превышает значение $I_{уд}$ для РДТТ в 2...4 раза, то значение $dV/d\mu$ оказывается больше лишь в 1,5...2 раза, хотя и это соотношение указывает на бесспорные выгоды от применения РПВРД.

Из уравнения (21.18) следует, что наибольший прирост скорости ЛА на единицу расходоуемого топлива достигается при определенном сочетании C_p и $I_{уд}$.

Из уравнения также видно, что, сопоставляя величины C_p и C_x , можно в первом приближении определить характер полета ЛА: при C_p , близком к C_x , полет будет маршевым, при $C_p \gg C_x$ — разгонным. В дальнейшем нас будет интересовать в первую очередь полет с набором скорости, предъявляющий наиболее жесткие требования к работе РПВРД.

Покажем использование полученного критерия $dv/d\mu$ для простейшего случая — движения ЛА на постоянной высоте у поверхности земли.

Зададимся рядом значений чисел M_n и для них рассчитаем величину $dv/d\mu$. Принятые в расчетах характеристики диффузора и C_x летательного аппарата приведены в таблице 21.1.

Результаты расчетов варианта, когда $f_{кр} = 1,0$, представлены в виде графиков на рисунке 21.5 для различных значений коэффициента избытка воздуха α . Пунктирной линией обозначена верхняя граница не рабочей зоны для РПВРД.

Располагая для принятого ряда чисел M_n значениями $dV/d\mu$, можно определить в первом приближении относительный запас топлива, необходимый для реализации принятого режима полета с набором скорости:

$$\Delta\mu = \Delta V / \frac{dV}{d\mu}$$

или

$$\Delta\mu = \Delta M_{341} / \frac{dV}{d\mu}.$$

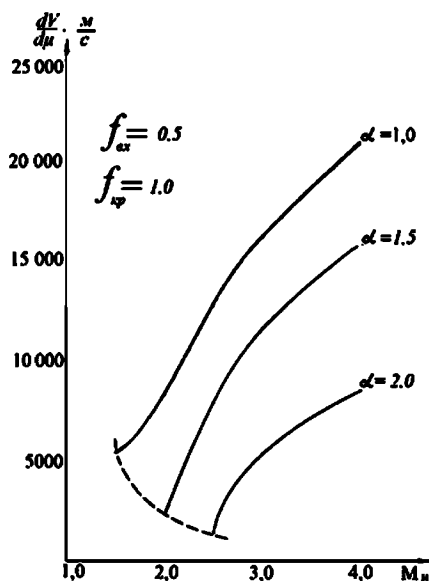


Рис. 21.5

Зависимость оценочного критерия $dv/d\mu$ от числа M_n полета ЛА на постоянной высоте у поверхности земли для различных значений коэффициента избытка воздуха α

M_n	1,5	1,7	2,0	2,5	3,0	4,0
σ_d	0,97	0,94	0,89	0,65	0,47	0,17
φ_p	0,66	0,69	0,76	0,91	1,00	1,00
$C_{xл}$	0,12	0,11	0,10	0,02	0	0
C_x	0,73	0,72	0,70	0,62	0,55	0,45

Тогда, проводя последовательно расчеты с выбранным шагом ΔM_n для принятых значений чисел M_n , найдем величину относительного запаса топлива как:

$$\mu = \sum_{M_n^{\min}}^{M_n^{\max}} \Delta \mu.$$

21.2.4. ТЯГА РПВРД И ЕЕ ЭФФЕКТИВНОЕ ЗНАЧЕНИЕ

Выражение для тяги ракетно-прямоточного двигателя, как и для любого воздушно-реактивного двигателя, можно записать в виде

$$P = G_r v_a + p_a F_a - G_b v_n - p_n F_a - X_{\text{доп}}, \quad (21.19)$$

где G_r — расход продуктов сгорания; G_b — расход воздуха, поступающего в двигатель; v_a , p_a — скорость газов и давление на срезе сопла второго контура соответственно; F_a — площадь выходного сечения сопла второго контура.

Используя газодинамическую функцию

$$f(\lambda) = (1 + \lambda^2) \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (21.20)$$

сумму двух первых слагаемых в уравнении (21.19) можно представить как

$$G_r v_a + p_a F_a = p_{0a} F_a f(\lambda_a), \quad (21.21)$$

где p_{0a} — полное давление газового потока на срезе сопла, равное $p_{0a} = p_{0n} \sigma_d$; $f(\lambda_a)$ — табличная газодинамическая функция.

σ_d — коэффициент восстановления полного давления, характеризующий изменение полного давления по тракту двигателя. Его можно рассматривать как произведение коэффициентов

$$\sigma_d = \sigma_{др} \varepsilon_k \sigma_\tau \sigma_c, \quad (21.22)$$

где σ_d — коэффициент восстановления полного давления в диффузоре, в пределе равный $\sigma_{др}$; ε_k — степень сжатия эжектора; σ_τ — коэффициент потерь полного давления в камере сгорания; σ_c — коэффициент потерь полного давления в сопле.

Произведение $G_b v_n$ выразим как

$$G_b v_n = \rho_n v_n^2 \varphi_p F_{вх}. \quad (21.23)$$

Поскольку в уравнение движения летательного аппарата с РПВРД входит разность тяги двигателя и аэродинамического сопротивления ЛА, в дальнейшем целесообразно рассматривать эффективную тягу ракетно-прямоточного двигателя, равную

$$P_f = P - X_\Sigma, \quad (21.24)$$

где $X_\Sigma = X_{л} + X_{доп}$ — суммарное аэродинамическое сопротивление летательного аппарата.

Развернутую формулу для определения эффективной тяги РПВРД, используя выражения (21.19), (21.21), (21.23), можно записать как

$$P_f = p_{он} \sigma_d F_a f(\lambda_a) - p_n F_a - (C_{хд} F_{вх} + C_{хл} F_m + 2\varphi_p F_{вх}) \frac{\rho_n v_n^2}{2}. \quad (21.25)$$

Полагая $F_m = F_{дв}$ и вводя обозначение $f_{вх} = F_{вх}/F_{дв}$, формулу (21.25) можно переписать в виде

$$P_f = p_{он} \sigma_{дв} F_a f(\lambda_a) - p_n F_a - (C_{хд} f_{вх} + C_{хл} + 2\varphi_p f_{вх}) F_m \frac{\rho_n v_n^2}{2}. \quad (21.26)$$

Выражение в скобках при последнем слагаемом можно рассматривать как приведенный коэффициент лобового сопротивления. Обозначим его через \tilde{C}_x :

$$\tilde{C}_x = C_{хл} + C_{хд} f_{вх} + 2\varphi_p f_{вх}, \quad (21.27)$$

где \tilde{C}_x представляет собой, как и $C_{хл}$, функцию от числа М.

Используя обозначение $f_a = F_a/F_m$ и учитывая, что $p_{он} = p_n/\pi(\lambda_n)$, где $\pi(\lambda_n)$ — табличная газодинамическая функция, получим выражение для эффективной тяги в виде

$$P_f = p_n F_m \left[\sigma_{дв} \frac{f(\lambda_a)}{\pi(\lambda_n)} f_a - f_a - \tilde{C}_x \frac{k M_n^2}{2} \right]. \quad (21.28)$$

Следует заметить, что для ПВРД $\varepsilon_k = 1$ и значение эффективной тяги будет ниже, чем у РПВРД.

Уравнение движения ЛА с РПВРД запишется как

$$m \frac{dV}{dt} = P_f - m \sin \theta. \quad (21.29)$$

Поскольку p_n является функцией высоты y , целесообразно y использовать в качестве независимой переменной. При этом, полагая $\theta = \text{const}$,

$$\frac{dV}{dt} = V \frac{dV}{dy} = V \frac{dV}{dy} \sin \theta.$$

Произведя замену $V = Ma(y)$, $dV = a(y)dM$, получим

$$m_c(1-\mu)a^2(y)\sin\theta M \frac{dM}{dy} = p_n F_n \left[\sigma_{дв} f(\lambda_a) f_a - f_a - \tilde{C}_x \frac{kM_n^2}{2} \right] - m_c(1-\mu)\sin\theta,$$

или окончательно после преобразований:

$$\frac{dM}{dy} = \frac{p_n(y)}{\Pi_c a^2(y) M_n} \frac{\left[\sigma_{дв} f(\lambda_a) f_a - f_a - \tilde{C}_x \frac{kM_n^2}{2} \right]}{\sin \theta (1-\mu)} - \frac{1}{\Pi_c a^2(y) M_n}. \quad (21.30)$$

21.3. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА РАКЕТНО-ПРЯМОТОЧНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ГИБРИДНОМ ТОПЛИВЕ

21.3.1. МЕТОД РАСЧЕТА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПО ТРАКТУ РПВРД

Рассмотрим изменение газодинамических параметров потока по тракту двигателя в направлении от входа к соплу второго контура. В качестве характерных сечений газозвдушного тракта выделим (рис. 21.6):

- сечение «н» струи набегающего потока, захватываемой полностью воздухозаборником, расположенным от входа в двигатель (сечение «вх») на таком удалении, при котором в потоке еще сохраняются параметры невозмущенного течения;

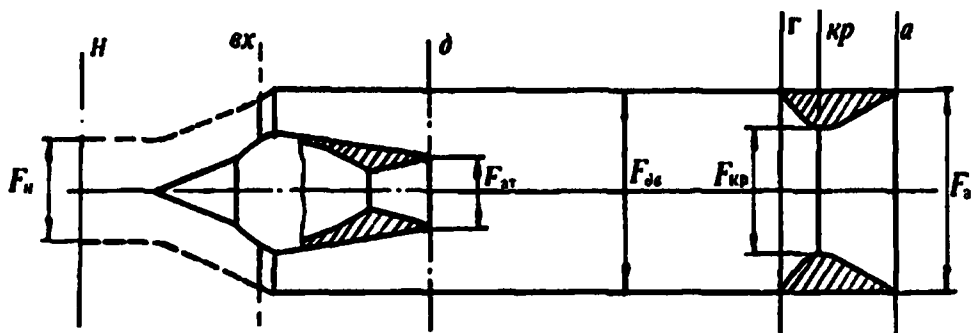


Рис. 21.6

Схема РПВРД с характерными сечениями газозвдушного тракта:

«н» — невозмущенный набегающий поток; «вх» — вход в диффузор; «д» — выход из диффузора и вход в камеру смешения-сгорания; «г» — выход из камеры дожигания; «кр» — критическое сечение сопла второго контура; «а» — выходное сечение сопла второго контура.

- сечение «д», конечное сечение дозвукового участка диффузора, являющееся одновременно входом в камеру смешения-сгорания (дожигания);
- сечение «г» — конечное сечение камеры (дожигания), в котором, как мы полагаем, заканчиваются процессы смешения газов из первого контура с воздухом и их дожигания;
- сечение «кр» — критическое сечение сопла второго контура;
- сечение «а» — совмещенное с плоскостью среза сопла второго контура.

УЧАСТОК «Н–Д»

Из равенства расходов воздуха в сечениях «н» и «д» следует что

$$\frac{F_n P_{он} q(\lambda_n)}{\sqrt{T_{он}}} = \frac{F_d P_{од} q(\lambda_d)}{\sqrt{T_{од}}}, \quad (21.31)$$

где $q(\lambda)$ — табличная газодинамическая функция.

Пренебрегая тепловыми потерями на участке «н–д», примем $T_{од} = T_{он}$. Будем также полагать $F_d + F_{ат} = F_{дв}$.

Введем обозначение $F_{ат}/F_d = S$.

Полное давление потока в сечении «д» представим как

$$P_{од} = \sigma_d P_{он}, \quad (21.32)$$

где σ_d — коэффициент восстановления давления диффузора, характеризующий потери полного давления на участке «н–д».

Используя принятые допущения и обозначения, получим

$$q(\lambda_d) = \frac{\Phi_p f_{вх} q(\lambda_n)}{\sigma_d} (1 + S). \quad (21.33)$$

По полученному из формулы (21.33) значению $q(\lambda_d)$ могут быть определены из газодинамических таблиц величина λ_d и соответствующие ей значения газодинамических функций $\pi(\lambda_d)$, $\tau(\lambda_d)$, $z(\lambda_d)$.

УЧАСТОК «Д–Г»

На этом участке одновременно протекают процессы смешения с воздухом горючих газов из первого контура и их дожигание. Для определения газодинамических параметров используется система из трех уравнений:

- 1) уравнение энергии;
- 2) уравнение количества движения;
- 3) уравнение неразрывности.

Уравнение энергии записывается в виде

$$H_T^\circ + nH_B^\circ = (n+1)H_r^\circ, \quad (21.34)$$

где H_B° — энтальпия торможения 1 кг воздуха на входе в камеру дожигания; H_T° , H_r° — полные термодинамические энтальпии 1 кг продуктов неполного сгорания топлива и продуктов дожигания, соответственно.

Энтальпия 1 кг заторможенного воздуха равна

$$H_B^\circ = H_{ов} = H_n + \frac{v_n^2}{2C_{рв}}, \quad (21.35)$$

где H_n — энтальпия воздуха для условий невозмущенного потока.

Полная термодинамическая энтальпия представляет собой сумму энтальпий отдельных компонентов:

$$H^{\circ} = \sum K_i H_i^{\circ}, \quad (21.36)$$

где K_i — весовая доля i -го компонента; H_i° — его полная энтальпия, где, в свою очередь, полная энтальпия i -го компонента рассматривается как

$$H_i^{\circ} = \Delta H_{f293} + \int_{293}^T C_{Pi} dT, \quad (21.37)$$

где ΔH_{f293} — теплота образования i -го компонента из стандартных элементов, определяемая при стандартных условиях:

$$P = 0,102 \text{ МПа}; \quad T = 293,15 \text{ К}.$$

Из уравнения (21.34) определяется полная термодинамическая энтальпия 1 кг продуктов дожигания:

$$H_r^{\circ} = \frac{H_T^{\circ} + nH_{\text{ов}}^{\circ}}{n+1}. \quad (21.38)$$

Найденная величина H_r° наряду с химическим составом поступающих в камеру продуктов входит в комплекс исходных данных для определения термодинамических параметров продуктов дожигания. Очевидно, термодинамический расчет может быть выполнен независимо от определения газодинамических параметров двигателя. Для выполнения его следует задаться лишь рядом значений n и температур торможения набегающего воздушного потока $T_{\text{он}} = f(M_n, y)$. Решение задачи производится на основании общеизвестных методик термодинамического расчета теплового двигателя. В результате находят состав продуктов дожигания, их температуру T_r , значения R_r , k_r . При дозвуковом режиме течения в камере можно полагать $T_r \cong T_{\text{ог}}$. Результаты расчетов можно представить в виде термодинамического комплекса камеры дожигания:

$$(\chi\beta\sqrt{\tau})_r = \sqrt{\frac{k_r+1}{k_r} \frac{k_b}{k_b+1} \frac{R_r}{R_b} \frac{n+1}{n}} \sqrt{\frac{T_{\text{ог}}}{T_{\text{он}}}}. \quad (21.39)$$

Термодинамический комплекс отражает три вида воздействия на течение газа в камере.

Отношение $\tau = T_{\text{ог}}/T_{\text{он}}$, называемое относительным подогревом, определяет собой тепловое воздействие на поток (аналог теплового сопла), вызывая его ускорение. При полном раскрытии сопла второго контура достигается скорость звука.

Отношение $\beta = \frac{n+1}{n}$ определяет расходное воздействие на течение газа (аналог расходного сопла). Ввод в поток дополнительной массы продуктов неполного сгорания из первого контура также обуславливает разгон потока.

χ определяет собой воздействие на течение газа за счет изменения теплофизических свойств, главным образом за счет изменения газовой постоянной.

Очевидно, для заданного топлива

$$(\chi\beta\sqrt{\tau})_r = f(T_{\text{он}}, n). \quad (21.40)$$

Величина комплекса падает с увеличением n и температуры торможения набегающего потока.

Уравнение количества движения для камеры дожигания цилиндрической формы можно представить в виде

$$G_{\text{в}} v_{\text{д}} + p_{\text{д}} F_{\text{д}} + G_{\text{т}} v_{\text{а}} + p_{\text{ат}} F_{\text{ат}} = G_{\text{г}} v_{\text{г}} + p_{\text{г}} F_{\text{дв}} \quad (21.41)$$

или

$$G_{\text{в}} \frac{k_{\text{в}} + 1}{2k_{\text{в}}} a_{\text{кр в}} z(\lambda_{\text{д}}) + G_{\text{т}} \frac{k_{\text{т}} + 1}{2k_{\text{т}}} a_{\text{кр т}} z(\lambda_{\text{т}}) = G_{\text{г}} \frac{k_{\text{г}} + 1}{2k_{\text{г}}} a_{\text{кр г}} z(\lambda_{\text{г}}). \quad (21.42)$$

Разделив обе части равенства на $G_{\text{т}}$ и комплекс при $z(\lambda_{\text{д}})$ и подставив развернутые выражения $a_{\text{кр}}$, после элементарных преобразований получим

$$z(\lambda_{\text{д}}) + \frac{(\chi \beta \sqrt{\tau})_{\text{т}}}{n+1} z(\lambda_{\text{т}}) = (\chi \beta \sqrt{\tau})_{\text{г}} z(\lambda_{\text{г}}), \quad (21.43)$$

где

$$(\chi \beta \sqrt{\tau})_{\text{т}} = \sqrt{\frac{k_{\text{г}} + 1}{k_{\text{т}}} \frac{k_{\text{в}}}{k_{\text{в}} + 1} \frac{R_{\text{т}}}{R_{\text{в}}} \frac{n+1}{n} \sqrt{\frac{T_{\text{ог}}}{T_{\text{он}}}}}, \quad (21.44)$$

термодинамический комплекс топлива, аналогичный такому же комплексу камеры дожигания.

Уравнение (21.43) при заданных значениях термодинамических комплексов позволяет определить $\lambda_{\text{г}}$ при заданных условиях на входе в камеру дожигания либо, наоборот, при заданном $\lambda_{\text{г}}$ найти $\lambda_{\text{д}}$.

Уравнение сплошности для камеры дожигания можно записать в виде

$$G_{\text{г}} = G_{\text{т}} + G_{\text{в}} = G_{\text{в}} \frac{n+1}{n}. \quad (21.45)$$

Выражая значения расходов $G_{\text{г}}$ и $G_{\text{в}}$ через параметры в сечениях «г» и «д», находим

$$\frac{G_{\text{г}}}{G_{\text{в}}} = \frac{n+1}{n} = \frac{m_{\text{г}}}{m_{\text{в}}} \sqrt{\frac{T_{\text{он}}}{T_{\text{ог}}}} \frac{q(\lambda_{\text{г}})}{q(\lambda_{\text{д}})} \frac{F_{\text{дв}}}{F_{\text{д}}} \frac{p_{\text{ог}}}{p_{\text{од}}}. \quad (21.46)$$

Назовем отношение полного давления в конце камеры дожигания $p_{\text{ог}}$ к полному давлению на входе в нее эффективной степенью сжатия и обозначим через ε_e . Из уравнения (21.46), учитывая, что $F_{\text{дв}}/F_{\text{д}} = (1+S)$, находим

$$\varepsilon_e = \frac{p_{\text{ог}}}{p_{\text{од}}} = \frac{n+1}{n} \frac{m_{\text{в}}}{m_{\text{г}}} \sqrt{\frac{T_{\text{ог}}}{T_{\text{он}}}} \frac{q(\lambda_{\text{д}})}{q(\lambda_{\text{г}})} \frac{1}{(1+S)}. \quad (21.47)$$

Величина ε_e отражает, с одной стороны, повышение полного давления во втором контуре за счет поступления высоконапорного газа из ракетного двигателя, с другой стороны — снижение его за счет потерь на участке горения.

УЧАСТОК «Г–КР»

Из уравнения сплошности для этого участка, если пренебречь тепловыми потерями и потерями полного давления, получаем

$$F_{\text{дв}} q(\lambda_{\text{т}}) = F_{\text{кр}} \quad (21.48)$$

или

$$f_{кр} = q(\lambda_T). \quad (21.49)$$

Следовательно, функция $q(\lambda_T)$ и само λ_T однозначно определяются поджатием критического сечения сопла $f_{кр}$.

УЧАСТОК «КР–А»

Уравнение сплошности для этого участка — участка сверхзвукового течения газа, если пренебречь тепловыми потерями, принимает вид

$$F_{кр} p_{ог} = F_a p_{оа} q(\lambda_a). \quad (21.50)$$

Учтем потери полного давления на рассматриваемом участке коэффициента $\sigma_c = p_{оа}/p_{ог}$. Тогда для определения параметров течения на срезе сопла получаем зависимость

$$q(\lambda_a) = \frac{f_{кр}}{f_a \sigma_c}. \quad (21.51)$$

Полное давление в выходном сечении сопла можно определить по формуле

$$p_{оа} = p_{он} \sigma_{др} \varepsilon_e \sigma_c. \quad (21.52)$$

Статическое давление $p_a = p_{оа} \pi(\lambda_a)$.

Для РПВРД возможен случай $\sigma_{др} \varepsilon_e > 1$ и в отличие от ПВРД возможно неравенство $p_{оа} > p_{он}$.

В ряде случаев приходится решать обратную задачу, суть которой состоит в определении геометрии сопла для обеспечения заданных параметров истечения газа. Так, например, при проектировании сопла с расчетным режимом истечения ($p_a = p_n$) при заданных условиях полета, отношение площадей можно представить в виде

$$\frac{F_a}{F_{кр}} = \frac{\sigma_c}{q(\lambda_a)}, \quad (21.53)$$

где $q(\lambda_a)$ находится по λ_a , рассчитываемому из условия:

$$\pi(\lambda_a) = p_n / p_{оа}$$

или

$$\pi(\lambda_a) = \frac{\pi(\lambda_n)}{\sigma_{др} \varepsilon_e}. \quad (21.54)$$

21.3.2. ПРОЦЕСС ДЕЙСТВИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ДИФфуЗОРА С СОВМЕЩЕННОЙ КАМЕРОЙ СМЕШЕНИЯ-СГОРАНИЯ

Как уже отмечалось ранее при выводе формулы (21.25), наличие эжекторного устройства в РПВРД обеспечивает повышение $\sigma_{дв}$ и, как следствие, более высокие значения тяги, чем у ПВРД. Однако для реализации указанного преимущества РПВРД необходимо, чтобы работа эжекторного звена была надлежащим образом согласована с функционированием других элементов силовой установки — сверхзвукового диффузора и камеры сгорания с соплом.

Перепишем формулу (21.43) в виде

$$z(\lambda_d) = (\chi \beta \sqrt{\tau})_r z(\lambda_r) [1 - \Delta], \quad (21.55)$$

где

$$\Delta = \frac{1}{n+1} \frac{(\chi\beta\sqrt{\tau})_T}{(\chi\beta\sqrt{\tau})_r} \frac{z(\lambda_T)}{z(\lambda_r)}.$$

Будем полагать коэффициент эжекции n и поджатие критического сечения сопла $f_{кр}$ заданными. При этом фиксируются также значения $(\chi\beta\sqrt{\tau})$ и $z(\lambda_r)$, поскольку величина термодинамического комплекса определяется значением n и условиями полета ($T_{он}$), а согласно (21.49) $q(\lambda_r) = f_{кр}$. При указанных условиях формула (21.55) однозначно определяет параметры воздушного потока на входе в камеру смешения-сгорания.

При заданном расходе продуктов сгорания из первого контура и λ_T единственным определяемым параметром в уравнении (21.55) остается функция $z(\lambda_d)$. С другой стороны, при заданных условиях полета величиной $q(\lambda_d)$ согласно уравнению (21.33) определяется значение коэффициента восстановления давления диффузора

$$\sigma_d = \frac{\varphi_p f_{вх} q(\lambda_n)}{q(\lambda_d)}. \quad (21.56)$$

Величину этого коэффициента можно представить в виде произведения

$$\sigma_d = \sigma_{д(н-м)} \sigma_{д(м-д)}, \quad (21.57)$$

где $\sigma_{д(н-м)}$ — коэффициент, учитывающий потери полного давления на участке до горла диффузора; $\sigma_{д(м-д)}$ — коэффициент потерь полного давления на так называемом дозвуковом участке диффузора от горла диффузора до сечения «д» (рис. 21.7).

Величина $\sigma_{д(н-м)}$ при сверхзвуковой скорости летательного аппарата зависит только от числа M_n и геометрии входной части диффузора, определяющей систему косых скачков на входе. Очевидно, что пока сохраняются сверхзвуковое течение и система косых скачков на входе, никакие изменения в режиме работы камеры дожигания не могут сказаться на величине $\sigma_{д(н-м)}$. Таким образом, единственным возможным коэффициентом согласования работы сверхзвукового диффузора и камеры дожигания остается коэффициент $\sigma_{д(м-д)}$, величина

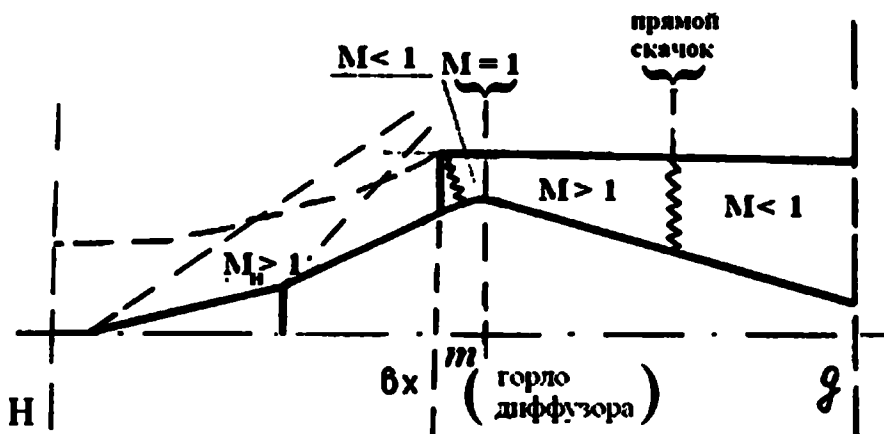


Рис. 21.7

Схема течения воздуха в диффузоре с замыкающим прямым скачком на входе

которого для выполнения этого назначения должна изменяться во время работы двигателя в значительных пределах.

Если эффективное формирование потока в камере дожигания, обеспечиваемое совместным воздействием поджатия критического сечения сопла, впуска газа из первого контура и подогрева за счет дожигания, получается низким, значение $\sigma_{д(m-d)}$, рассчитываемое по зависимостям (21.56) и (21.57), оказывается существенно ниже того, которое определяется по зависимостям для дозвукового течения. В этом случае на практике воздушный поток, поступающий за горлом диффузора в расширяющийся канал, разгоняется в нем до сверхзвуковой скорости, а затем тормозится в прямом скачке, располагающемся в некотором промежуточном сечении участка « $m-d$ ».

Величина $\sigma_{д(m-d)}$ в этих условиях может быть представлена в виде произведения трех коэффициентов:

$$\sigma_{д(m-d)} = \sigma_{с.зв} \sigma_{пр.ск} \sigma_{д.зв}, \quad (21.58)$$

где $\sigma_{с.зв}$ — потери полного давления на участке сверхзвукового течения за горлом диффузора; $\sigma_{пр.ск}$ — потери полного давления в прямом скачке; $\sigma_{д.зв}$ — потери полного давления на участке дозвукового течения в диффузоре за прямым скачком.

Первый сомножитель обычно мало отличается от единицы вследствие малой протяженности участка сверхзвукового течения. Третий сомножитель при хорошо спроектированном тракте диффузора также будет близок к единице. В основном величина $\sigma_{д(m-d)}$ будет определяться потерями в прямом скачке, точнее, в сложной мостообразной схеме скачков, приближающейся по своим характеристикам к прямому.

Обычно при проектировании двигателя не требуется ни определения положения скачка, что было бы весьма затруднительно, ни распределения потерь между тремя указанными коэффициентами. Для практических целей достаточно знать суммарное значение σ_d , которое однозначно определяется из уравнения (21.56).

Положение скачка будет определяться эффективным подпором потока в камере дожигания. При снижении этого подпора (раскрытии сопла второго контура, уменьшение подачи газов из первого контура) произойдет перемещение скачка по направлению к сечению « d ». При увеличении подпора скачок будет перемещаться к горлу диффузора. Когда скачок подойдет к горлу вплотную и прекратит свое существование в сечении « m », где $\lambda = 1$, коэффициент восстановления давления диффузора достигает максимального значения, равного $\sigma_{дmax}$. Рассмотрим, что произойдет, когда подпор превзойдет уровень, обеспечивающий $\sigma_d = \sigma_{дmax}$.

В этом случае появляется несоответствие между пропускными способностями диффузора и сопла. Избыток воздуха, поступившего через диффузор, будет выброшен через диффузор навстречу набегающему потоку. При этом прямой скачок, замыкающий систему косых скачков на входе в двигатель, передвигается далеко вверх по потоку, нарушив систему косых скачков, соответствующих данным условиям полета. Следствием этого является рост потерь полного давления при торможении сверхзвукового потока, поступающего в двигатель,

и уменьшение коэффициента расхода. Расход воздуха через диффузор уменьшается, что приводит к падению подпора в камере дожигания.

Падение подпора вызовет обратное перемещение прямого скачка, который обычно при этом проникает через горло в расширяющуюся часть диффузора. Система косых скачков на входе восстанавливается, при этом вновь воспроизводятся условия, вызвавшие вытеснение скачка из диффузора. Весь цикл повторяется снова. Такой колебательный процесс обычно называют «помпажом».

При помпаже нарушается работа камеры сгорания, появляются вибрационные нагрузки, вредно действующие на конструкцию летательного аппарата и приборы управления. При помпаже наблюдается резкий спад тяговых параметров двигателя. Поэтому при проектировании РПВРД необходимо подбирать режим работы его таким образом, чтобы исключить вход двигателя в помпаж во время полета.

При фиксированном относительном подогреве τ появлению помпажа способствуют раскрытие входа и поджатие сопла второго контура. При нерегулируемой геометрии двигателя избежать возникновения помпажа можно уменьшением относительного подогрева, снижая подачу топлива.

Формулу, определяющую $z(\lambda_d)$ для ПВРД, можно получить непосредственно из зависимости (21.45), положив в ней второе слагаемое левой части равным нулю:

$$z(\lambda_d)_{\text{ПВРД}} = (\chi\beta\sqrt{\tau})_Г z(\lambda_Г). \quad (21.59)$$

Из сопоставления зависимостей (21.55) и (21.59) следует, что при одинаковых энергетических характеристиках топлива (равных значениях $(\chi\beta\sqrt{\tau})_Г$ и одинаковом поджатии сопла $f_{кр}$ величина $z(\lambda_d)$ для РПВРД получается ниже, чем у ПВРД. При дозвуковом течении меньшему значению $z(\lambda_d)$ соответствует более высокое значение функции $q(\lambda_d)$. Следовательно, значение $\sigma_{др}$, определяемое из формулы (21.56) при фиксированной геометрии диффузора РПВРД будет ниже, чем для ПВРД. Снижение коэффициента восстановления давления у РПВРД достигается за счет эжектирующего действия струи из первого контура, вследствие чего прямой скачок в контрольном сечении в дозвуковой части диффузора перемещается вглубь ко входу в камеру дожигания. Режимы работы сверхзвукового диффузора были рассмотрены ранее.

Таким образом, при одинаковых энергетических характеристиках топлива и одинаковой геометрии прямооточного контура ракетно-прямоточный двигатель по сравнению с ПВРД не обеспечивает выигрыша ни в тяге, ни в удельном импульсе. Дополнительная тяга, развиваемая ракетным двигателем, полностью съедается снижением тяги диффузора вследствие сокращения участка поверхности, подверженного избыточному давлению.

Следовательно, механическое соединение ракетного двигателя и прямооточного контура само по себе не приводит к повышению тяговых характеристик силовой установки. Для получения выигрыша необходимо определенным образом согласовать режимы работы и проходные сечения обоих контуров, удовлетворяя при этом накладываемым ограничениям. Основным ограничением для РПВРД является условие беспомпажной работы сверхзвукового диффузора, которое выражается неравенством

$$\sigma_d < \sigma_{dt} \quad (21.60)$$

или равенством

$$\sigma_d = K_\sigma \sigma_{dt}, \quad (21.61)$$

где σ_{dt} — максимально допустимое значение σ_d , превышение которого вызывает помпаж; K_σ — коэффициент противопомпажного запаса ($K_\sigma < 1$).

Подставив (21.61) в формулу (21.56), получим выражение для допустимой по условию беспомпажной работы площади входа:

$$f_{\text{вх.доп}} = \frac{K_\sigma \sigma_{dt} q(\lambda_d)}{\varphi_p q(\lambda_n)}. \quad (21.62)$$

При одинаковом K_σ допускаемые площади входа РПВРД и ПВРД будут относиться как

$$\frac{f_{\text{вх.РПД}}}{f_{\text{вх.ПВРД}}} = \frac{q(\lambda_d)_{\text{РПД}}}{q(\lambda_d)_{\text{ПВРД}}} > 1. \quad (21.63)$$

Увеличение площади входа при фиксированном значении n приводит к увеличению C_p . При этом во столько же раз увеличивается величина $I_{\text{уд}}$. Таким образом, реализация преимуществ РПВРД относительно ПВРД связана с изменением геометрии прямооточного контура, т. е. с его «переразмериванием».

Из зависимости (21.55) следует также, что используя эффект эжекции, можно сохраняя такое же, как у ПВРД, значение $z(\lambda_d)$ и, следовательно, такое же σ_d , поднять термодинамический комплекс $(\chi\beta\sqrt{\tau})_r$ при неизменной площади входа. При этом коэффициент тяги также увеличится. Обеспечение более высокого значения $(\chi\beta\sqrt{\tau})_r$ возможно либо за счет применения топлив с более высокими энергетическими характеристиками, либо (в отдельных случаях) за счет снижения n .

Таким образом, повышение тяговых характеристик прямооточной силовой установки за счет использования встроенного в нее ракетного двигателя возможно как за счет согласованного увеличения $f_{\text{вх}}$, так и за счет увеличения $(\chi\beta\sqrt{\tau})_r$. При оптимальном сочетании обоих направлений можно достичь наибольшего выигрыша в тяге и экономичности двигателя.

Имея в виду соотношение (21.55), приведенную величину термодинамического комплекса для РПВРД можно представить в виде

$$(\chi\beta\sqrt{\tau})_{\text{пр}} = (\chi\beta\sqrt{\tau})_r (1 - \Delta). \quad (21.64)$$

Величиной Δ определяется вклад эжекторного эффекта первого контура в работу РПВРД. При $\Delta \rightarrow 0$ ракетно-прямоточный двигатель вырождается в ПВРД, выполненный по газогенераторной схеме.

Тогда допускаемое по условию беспомпажной работы значение термодинамического комплекса для РПВРД можно определить по соотношению

$$(\chi\beta\sqrt{\tau})_r = \frac{(\chi\beta\sqrt{\tau})_{\text{пр}}}{(1 - \Delta)}. \quad (21.65)$$

21.4. СХЕМНО-КОНСТРУКТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ГРД (ГАЗОГЕНЕРАТОРА)

В зависимости от места подачи жидкого компонента в камеру с твердокомпонентным зарядом различают следующие схемы ГРД (рис. 21.8):

- 1) схема с подачей жидкости в предсопловой объем камеры;
- 2) схема с подачей жидкости в головную часть камеры;
- 3) схема с одновременной подачей в предсопловую и головную части камеры;
- 4) схема с подачей жидкости в сверхзвуковую часть сопла.

В последней схеме роль РД сводится к распылу дополнительного жидкого компонента, подача которого никоим образом не сказывается на внутрикамерном процессе первого контура.

Рассмотрим более подробно рабочие процессы, присущие первой и второй схемам.

21.4.1. ГРД С ПОДАЧЕЙ ЖИДКОГО КОМПОНЕНТА В ПРЕДСОПЛОВУЮ ОБЪЕМ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ

Подача жидкого компонента в предсопловой объем не оказывает влияния на механизм горения твердого компонента, который в этом случае, очевидно, должен представлять собой унитарное твердое топливо. Такая схема ГРД выгодно отличается от второго и третьего вариантов более простым механизмом регулирования выходных параметров и более высокой надежностью функционирования.

Ввод жидкого компонента в предсопловой объем, не влияя на механизм горения твердого компонента, изменяет давление в двигателе p_k . Изменение p_k обуславливается, с одной стороны, вводом дополнительной массы, а с другой стороны — изменением термодинамических параметров продуктов сгорания топлива — температуры T_k и газовой постоянной R . Если ввод дополнительной массы действует только в направлении повышения давления, то изменение термодинамических параметров в зависимости от природы жидкого компонента может оказывать на p_k различное воздействие, как повышая, так и понижая его.

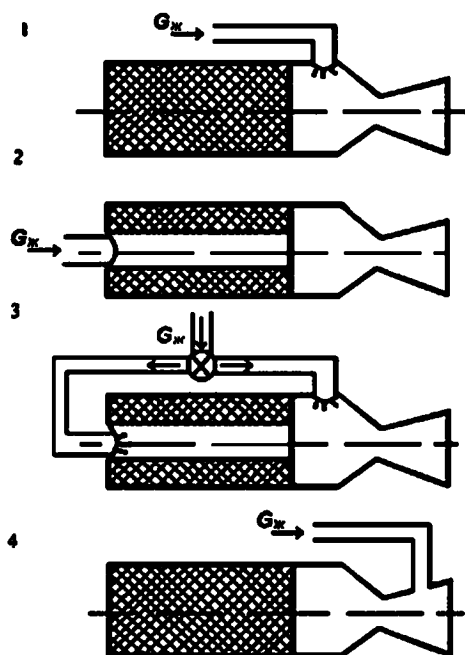


Рис. 21.8

Схемы гибридного ракетного двигателя для первого контура РПВРД:

1 — с подачей жидкого компонента в предсопловой объем камеры заряда ТТ; 2 — с подачей жидкого компонента в головную часть камеры; 3 — с одновременной подачей жидкого компонента как в предсопловую, так и в головную части камеры; 4 — с подачей жидкого компонента в сверхзвуковую часть сопла.

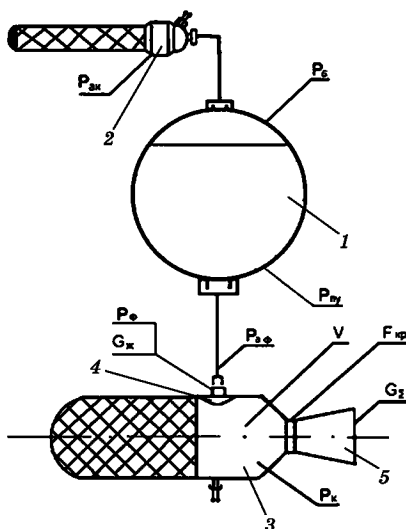


Рис. 21.9

Схема ГРД с подачей жидкого компонента в предсопловый объем камеры с зарядом из унитарного твердого топлива:

1 — бак с жидким компонентом топлива; 2 — аккумулятор давления; 3 — камера с твердотопливным зарядом; 4 — форсунка; 5 — сопло.

Изменение давления вызывает изменение скорости горения твердого компонента, а следовательно, и его расхода G_T . При этом меняются выходные параметры первого контура: суммарный расход топлива, состав продуктов сгорания и автономный удельный импульс тяги $I_{уд}$. Желательное для РПВРД изменение указанных параметров достигается регулированием подачи жидкого компонента. Расход твердого компонента при любом режиме работы ГПД определяется как:

$$G_T = \rho_T S_T u, \quad (21.66)$$

где ρ_T — плотность твердого компонента; u — линейная скорость горения; S_T — площадь поверхности горения заряда.

Зависимость u от давления можно представить формулой Вьеля

$$u = u_1 p_K^v. \quad (21.67)$$

Уравнение материального баланса камеры сгорания РДКТ при подаче жидкого компонента имеет вид

$$G_{жк} + \rho_T S_T u_1 p_K^v = \frac{\phi_p \Gamma(k) F_{кр} p_K}{\sqrt{RT_k}}, \quad (21.68)$$

где

$$\Gamma(k) = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2k}{k+1}}.$$

Введем обозначения:

$$K = \frac{G_{жк}}{G_T}; \quad \psi = \frac{G_{жк}}{G_\Sigma}.$$

При этом

$$K = \frac{\psi}{1-\psi}.$$

Используя введенные обозначения, определим из уравнения (21.68) значение p_K :

$$p_K = \left[\frac{\rho_T S_T u_1 (1+K) \sqrt{RT_k}}{\phi_p \Gamma(k) F_{кр}} \right]^{\frac{1}{1-v}}. \quad (21.69)$$

Если жидкий компонент не подается («сухой» режим), зависимость (21.69) принимает вид общеизвестной формулы для определения давления в РДТТ:

$$p_{ко} = \left(\frac{\rho_T S_T u_1 \sqrt{RT_{ко}}}{\phi_p \Gamma_0(k) F_{кр}} \right)^{\frac{1}{1-v}}. \quad (21.70)$$

Разделив (21.69) на (21.70), получим выражение для относительного изменения давления в первом контуре при подаче жидкого компонента:

$$\bar{p}_k = \frac{p_k}{p_{ko}} = \left[(1 + K) \frac{\Gamma(k)}{\Gamma_0(k)} \sqrt{\frac{RT_k}{RT_{ko}}} \right]^{\frac{1}{1-v}}. \quad (21.71)$$

Здесь характеристики $\Gamma_0(k)$ и RT_{ko} относятся к твердому компоненту при его автономном горении.

Энергетическая характеристика топлива RT_k зависит от соотношения расходов компонентов K . Зависимость ее от давления сравнительно слабая, что позволяет ею в первом приближении пренебречь.

Суммарный расход топлива при подаче жидкого компонента можно представить как

$$G_\Sigma = G_T (1 + K) = \rho_T S_T u_1 p_k^v (1 + K). \quad (21.72)$$

Относительное изменение расхода топлива $\bar{G}_\Sigma = \frac{G_\Sigma}{G_{to}}$ составит

$$\bar{G}_\Sigma = \bar{p}_k^v (1 + K). \quad (21.73)$$

Уравнение расхода жидкого компонента имеет вид

$$G_{ж} = \mu_\phi n_\phi F_\phi \sqrt{2\rho_{ж}(p_\phi - p_k)}, \quad (21.74)$$

где n_ϕ — число форсунок; F_ϕ — площадь проходного сечения форсунки; μ_ϕ — коэффициент расхода форсунки; p_ϕ — давление перед форсункой, равное

$$p_\phi = p_{пу} - \Delta p_{пу-\phi}, \quad (21.75)$$

где $p_{пу}$ — давление на выходе топливopодающего устройства.

Гидравлические потери в магистрали подачи жидкого компонента «топливоподающее устройство — форсунка» обычно представляют как

$$\Delta p_{пу-\phi} = \xi \frac{\rho_{ж} v_{ж}^2}{2}, \quad (21.76)$$

где $v_{ж}$ — средняя скорость движения жидкости на рассматриваемом участке; ξ — приведенный коэффициент гидравлических потерь, учитывающий различные виды потерь энергии (на трение, местные сопротивления и др.).

Выражая скорость движения жидкости через расход $v_{ж} = G_{ж}/\rho_{ж}F_T$, получаем

$$\Delta p_{пу-\phi} = \xi \frac{G_{ж}^2}{\rho_{ж} F_T}, \quad (21.77)$$

где F_T — площадь поперечного сечения трубопровода.

СХЕМЫ ПОДАЧИ КОМПОНЕНТОВ ТОПЛИВА

В гибридном ракетном двигателе (первый контур) могут применяться как вытеснительная, так и насосная системы подачи жидкого компонента. Основным преимуществом вытеснительной подачи является простота конструкции и более высокая надежность. Избыточное давление в баке жидкого компонента

создается аккумулятором давления (АД). Возможно использование баллона со сжатым газом (газовый аккумулятор давления); реактора, в котором происходит газификация легко разлагающегося жидкого вещества (H_2O_2 , N_2H_4 и др.) — т. е. жидкостного аккумулятора давления; и, наконец, порохового аккумулятора давления (ПАД). Последний является наиболее простым и легким устройством из всех возможных вариантов АД.

Основное уравнение работы ПАД имеет вид

$$\phi_6 G_{\text{АК}}(RT_{\text{АК}}) = \frac{G_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ж}}} p_6, \quad (21.78)$$

где ϕ_6 — коэффициент тепловых потерь; $G_{\text{АК}}$ — расход пороховых газов, равный

$$G_{\text{АК}} = \rho_{\text{П}} S_{\text{АК}} u_1 p_{\text{АК}}^v, \quad (21.79)$$

где $S_{\text{АК}}$ — поверхность горения порохового заряда; $p_{\text{АК}}$ — давление в пороховом аккумуляторе давления.

Работа ПАД может протекать в режимах: подкритического и надкритического перепадов давлений. В случае подкритического истечения из ПАД практически $p_{\text{АК}} = p_6$.

Уровень давления в ПАД, работающем в режиме надкритического перепада давлений, определяется по формуле (21.68).

Поскольку расход жидкого компонента является регулируемой величиной, а расход пороховых газов из ПАД не регулируется, во избежание повышения давления в топливном баке сверх допустимого уровня, необходимо применение стравливающего устройства, удаляющего избыток газа из бака.

В рассматриваемом варианте ГРД могут применяться заряды твердого топлива как с осевым, так и с радиальным горением.

При осевом горении площадь поверхности горения, равная площади торца заряда $S_{\text{т}}$, лимитируется диаметром камеры. Длина заряда l_3 определяется, с одной стороны, заданной массой твердого компонента $\omega_{\text{т}}$:

$$l_3 = \frac{\omega_{\text{т}}}{S_{\text{т}} \rho_{\text{т}}},$$

с другой — предельное время работы двигателя τ определяется как время, необходимое для полного выгорания твердого компонента при заданном законе подачи жидкого компонента топлива.

Исходя из удовлетворения этого условия:

$$l_3 = u_1 \int_0^{\tau} [p_{\text{к}}(K)]^v dt,$$

где K изменяется во времени в соответствии с требуемым суммарным расходом топлива и его составом.

Если площадь торца заряда оказывается недостаточной для обеспечения нужного расхода твердого компонента, в качестве паллиатива может быть использован торцевой заряд с конической поверхностью (рис. 21.10а). Так как коническая поверхность при горении неизбежно вырождается в сферическую, для сохранения угла конусности α необходимо разместить по оси заряда стер-

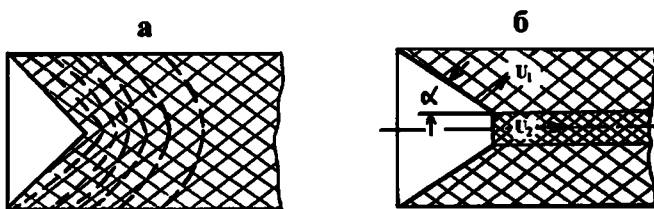


Рис. 21.10
Форма заряда ТТ торцевого горения:

a — с конической поверхностью; b — с конической поверхностью и осевым стержнем из твердого топлива, имеющего повышенную скорость горения.

жень из топлива с более высокой скоростью горения $u_2 > u_1$, удовлетворяющей условию $\sin \alpha = u_1/u_2$ (рис. 21.10б).

Большие поверхности горения присущи зарядам с радиальным горением. Полное время горения таких зарядов определяется толщиной горящего свода e_1 , представляющей собою его наименьший линейный размер на главном направлении горения.

При использовании таких зарядов в качестве основной характеристики заряжения применяют коэффициент заполнения сечения камеры зарядом:

$$\varepsilon = S_{\tau}/F_{\text{кc}},$$

где S_{τ} — текущее значение площади поперечного сечения заряда; $F_{\text{кc}}$ — площадь поперечного сечения камеры.

Масса заряда твердого компонента определяется как

$$\omega_{\tau} = \rho_{\tau} F_{\text{кc}} \varepsilon_0,$$

где ε_0 — начальное значение ε .

Рассмотрим связь между параметром заряжения ε_0 и полным временем работы τ при заданном диаметре камеры сгорания $D_{\text{кc}}$. Для установления этой связи используем элементарную зависимость

$$-F_{\text{кc}} d\varepsilon = \Pi(\varepsilon) u dt, \quad (21.80)$$

где $\Pi(\varepsilon)$ — текущее значение периметра горения, рассматриваемое для заряда принятой формы как однозначная функция текущего значения ε ; u — текущее значение скорости горения.

Отсюда полное время работы определится как

$$\tau = - \int_{\varepsilon_0}^0 \frac{F_{\text{кc}} d\varepsilon}{\Pi(\varepsilon) u} \quad (21.81)$$

или в развернутом виде

$$\tau = - \frac{F_{\text{кc}}}{u_1} \int_{\varepsilon_0}^0 \frac{d\varepsilon}{\Pi(\varepsilon) [p_{\text{к}}(K)]^v}. \quad (21.82)$$

Зависимость $\Pi(\varepsilon)$ представляет собой геометрическую характеристику, определяемую формой заряда.

Приведенные выше зависимости справедливы как для зарядов, скрепленных с корпусом ГРД, горящих по поверхности внутренних каналов (заряды, имеющие звездообразную форму канала, щелевой заряд), так и для свободно вкладываемых зарядов из элементов, горящих как по поверхности каналов, так и по наружной поверхности.

21.4.2. ГРД С ПОДАЧЕЙ ЖИДКОГО КОМПОНЕНТА В ГОЛОВНУЮ ЧАСТЬ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ

Зависимости, определяющие скорость горения твердого компонента при подаче жидкости в головную часть камеры, существенно отличаются от закона горения твердых топлив в РДТТ ввиду иного механизма горения.

Поскольку твердый компонент представляет собой в рассматриваемом случае, как правило, чистое горючее, предварительной стадией процесса горения в первом контуре является газификация горючего. Характер процесса газификации определяется природой твердого компонента. В одних случаях этот процесс представляет собой плавление с последующим испарением жидкой фазы, в других — химическое разложение с образованием газообразных веществ. Продукты газификации поступают в потоки омывающие поверхность, и, смешиваясь с ними, вступают в химическую реакцию — реакцию горения.

Скорость газификации твердого компонента определяется как интенсивностью диффузионного процесса, доставляющего окисляющие компоненты из ядра потока к поверхности заряда, так и кинетикой химического взаимодействия этих компонентов с продуктами газификации.

Интенсивность диффузионных процессов определяется удельным массовым расходом газа в канале заряда $\bar{G} = G/F_k$.

Основным кинетическим фактором, определяющим скорость химических реакций горения, является давление в камере p_k .

Области преобладающего влияния указанных факторов показаны на рисунке 21.11.

В области низких значений \bar{G} , когда «узким звеном» процесса является диффузия, скорость газификации твердого компонента будет всецело определяться величиной \bar{G} . При этом скорость газификации будет изменяться пропорционально \bar{G} в степени 0,8, подобно тому, как меняются коэффициент теплоотдачи и тепловой поток при конвективном теплообмене. При высоких значениях \bar{G} интенсивность диффузии возрастает настолько, что она перестает быть лимитирующим звеном процесса горения, и определяющая роль переходит к кинетике горения. Такое состояние быстрее наступает при низких давлениях. В этой области линейная скорость газификации не зависит от расхода и всецело определяется давлением: $U = u_1 p^\nu$.

В промежуточной области проявляется влияние как диффузионного, так и кинетического факторов, и скорость газификации определяется зависимостью

$$u = u_1 \bar{G}^{-\gamma} p^\nu. \quad (21.83)$$

Таким образом, в зависимости от свойств применяемого топлива и параметров рабочего процесса в первом контуре РПВРД может иметь место один из трех указанных законов газификации твердого компонента.

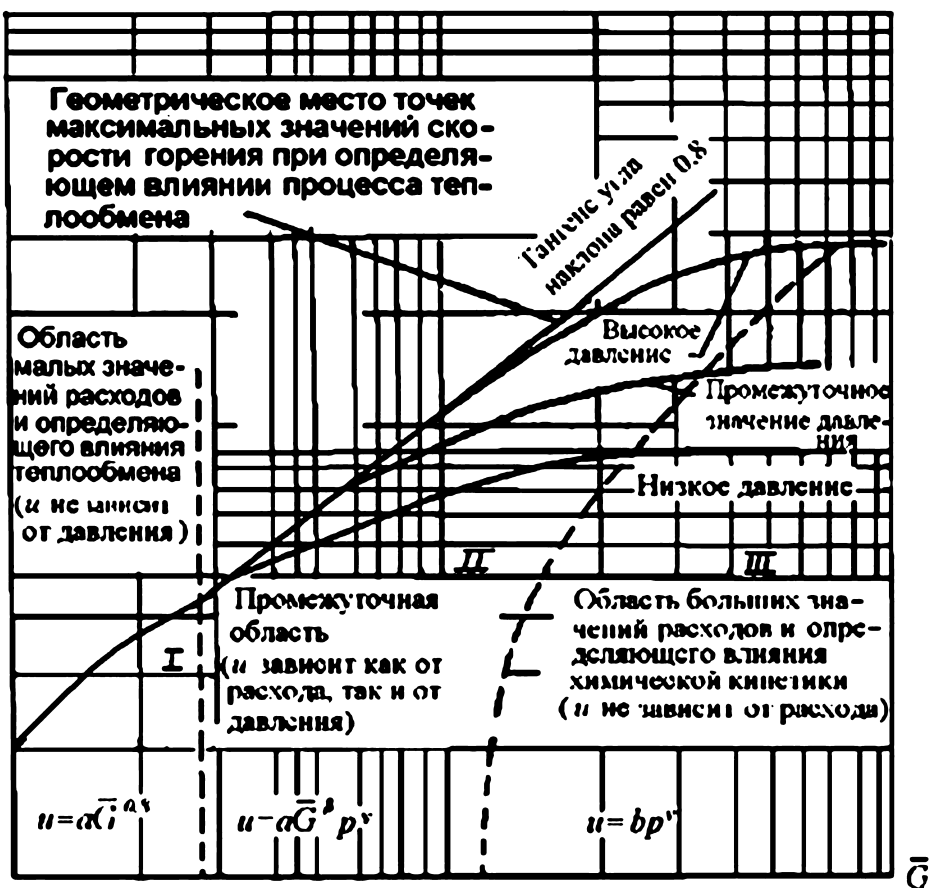


Рис. 21.11

Зависимость скоростей газификации типичных неметаллизированных гибридных систем от давления и расхода

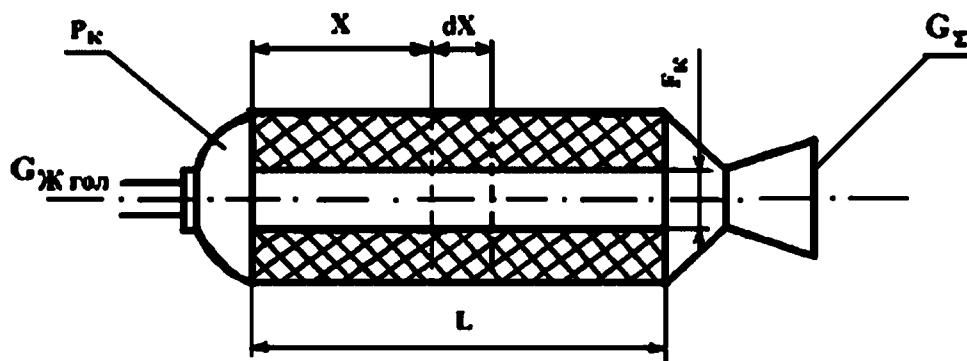


Рис. 21.12

Схема геометрии камеры твердотопливного заряда радиального горения

Обычно полагают, что закон, выражаемый формулой (21.83), является наиболее характерным для ГРД.

Выведем зависимость для определения расхода топлива. Выделим по длине канала заряда элементарный участок длиной dx , отстоящий от начального торца заряда на расстоянии x (рис. 21.12).

Приход газов на этом участке составит

$$dG = \rho_r \Pi_r u dx, \quad (21.84)$$

где Π_r — периметр газификации.

Используем зависимость (21.83) в виде

$$u = u_1 \left(\frac{G}{F_k} \right)^\gamma p_k^\nu,$$

где G — локальное значение расхода газа; p_k — давление, принимаемое по длине заряда постоянным; F_k — площадь сечения канала заряда, принимаемая по длине заряда постоянной.

Подставляя ее в (21.84), после разделения переменных и последующего интегрирования получим

$$L \Pi_r \rho_r u_1 p_k^\nu F_k^{-\gamma} = \frac{1}{1-\beta} (G_\Sigma^{1-\gamma} - G_{\text{ж гол}}^{1-\gamma}) \quad (21.85)$$

или

$$L \Pi_r \rho_r u_1 p_k^\nu F_k^{-\gamma} = \frac{1}{1-\beta} G_{\text{ж гол}}^{1-\gamma} \left[\left(\frac{K+1}{K} \right)^{1-\gamma} - 1 \right]. \quad (21.86)$$

Интегрирование осуществляется в пределах: по переменной x — от нуля до L ; по переменной G — от $G_{\text{ж гол}}$ (расхода жидкого компонента, подаваемого в головную часть камеры) до G_Σ (суммарного расхода газов).

Из уравнения (21.86) находится суммарный расход топлива:

$$G_\Sigma = \left[G_{\text{ж гол}}^{1-\gamma} + (1-\beta) L \Pi_r \rho_r u_1 p_k^\nu F_k^{-\gamma} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}}. \quad (21.87)$$

Используя общеизвестное выражение для расхода через сопло:

$$G_\Sigma = \frac{\Gamma(k) p_k F_{kp}}{\sqrt{RT_k}}, \quad (21.88)$$

где $RT_k = f(K)$, из уравнений (21.87) и (21.88) можно, решая подбором, определить при заданных $G_{\text{ж гол}}$ и параметрах заряжения давление в камере и соответствующее ему значение K . Как следует из приведенных зависимостей, связь между $G_{\text{ж}}$ и выходными характеристиками оказывается весьма сложной, что чрезвычайно усложняет регулирование такого двигателя.

Рассмотрим случай, когда скорость газификации твердого компонента выражается зависимостью

$$u = u_1 \left(\frac{G}{F_k} \right)^{0,8}. \quad (21.89)$$

Подставляя (21.89) в уравнение (21.84) и интегрируя его в тех же пределах, что и зависимость (21.86) приходим к выражению вида

$$L\Pi_{\Gamma}\rho_{\Gamma}u_1F_{\kappa}^{-0,8} = 5(G_{\Sigma}^{0,2} - G_{\text{ж гол}}^{0,2}) \quad (21.90)$$

или

$$L\Pi_{\Gamma}\rho_{\Gamma}u_1F_{\kappa}^{-0,8} = 5G_{\text{ж гол}}^{0,2} \left[\left(\frac{K+1}{K} \right)^{0,2} - 1 \right]. \quad (21.91)$$

Отсюда определяем значение K по следующей зависимости:

$$K = \frac{1}{\left[1 + \frac{L\Pi_{\Gamma}\rho_{\Gamma}u_1}{5G_{\text{ж гол}}^{0,2}F_{\kappa}^{0,8}} \right]}. \quad (21.92)$$

Поскольку суммарный расход может быть выражен как

$$G_{\Sigma} = G_{\text{ж}} \frac{K+1}{K} = \frac{\Gamma(\kappa)p_{\kappa}F_{\kappa\text{кр}}}{\sqrt{RT_{\kappa}}},$$

давление в первом контуре определяется зависимостью

$$p_{\kappa} = G_{\text{ж}} \frac{K+1}{K} \sqrt{RT_{\kappa}} \frac{1}{\Gamma(\kappa)F_{\kappa\text{кр}}}, \quad (21.93)$$

где $RT_{\kappa} = f(K)$.

Полное время работы для рассматриваемого случая может быть рассчитано по формуле (21.81) с подстановкой в нее зависимости (21.89):

$$\tau = -\frac{F_{\text{кк}}^{1,8}}{u_1} \int_{\varepsilon_0}^0 \frac{(1-\varepsilon)^{0,8} d\varepsilon}{\Pi_{\Gamma}(\varepsilon)G_{\text{ж}}^{0,8}}. \quad (21.94)$$

Отметим, что впрыск жидкого компонента в сверхзвуковую часть сопла не оказывает никакого влияния на внутрикамерный процесс первого контура. Расход газов из него остается неизменным. Расчет состава продуктов дожигания в этом варианте, как и в двух предыдущих, производится по общей схеме. Выбор схемы не сказывается на термодинамических параметрах продуктов дожигания, которые определяются только соотношением расходов жидкого и твердого компонентов топлива.

21.5. ВЫБОР СТАРТОВОЙ СТУПЕНИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С РПВРД

21.5.1. ОСНОВНЫЕ КОНСТРУКТИВНЫЕ ВАРИАНТЫ СТАРТОВОЙ СТУПЕНИ ЛА С РПВРД

Хотя при использовании ракетно-прямоточного двигателя возможен самостоятельный старт летательного аппарата, однако поскольку при дозвуковых и трансзвуковых скоростях полета тягово-экономические характеристики этого двигателя оказываются на уровне таковых для РДТТ, представляется целесообразным разгон ЛА до сверхзвуковых скоростей осуществлять стартовым ракетным двигателем. К тому же РПВРД при малых скоростях

полета не может обеспечить высокой тяговооруженности, которая в ряде случаев, в первую очередь при наклонном старте, оказывается необходимой.

В зависимости от размещения стартовых двигателей на летательном аппарате с РПВРД различают следующие схемы.

1. Тандемная схема — стартовый двигатель либо связка двигателей размещаются позади ступени с РПВРД (рис. 21.13а).

2. Пакетная схема — стартовые двигатели размещаются по бокам фюзеляжа ЛА (рис. 21.13б).

3. Интегральная схема — стартовый двигатель либо только стартовый заряд размещаются внутри камеры смешения-сгорания (дожигания) РПВРД (рис. 21.13в).

Недостатком тандемной схемы является значительная длина ЛА на старте, что, в свою очередь, приводит к большой длине направляющих пусковой установки. Однако в этом случае проще избежать больших возмущений при отделении стартового двигателя после окончания его работы ввиду его соосности со ступенью с РПВРД.

При использовании пакетной схемы резко сокращается длина ЛА, но возрастают его поперечные габариты. При этом появляется вероятность возникновения больших возмущающих моментов при одновременном окончании работы стартовых двигателей, а также при их разнотяговости, вызванной разбросом их рабочих параметров.

В случае интегральной схемы достигается сокращение длины ЛА без увеличения его поперечных габаритов и представляется возможным избежать значительных возмущений после окончания работы стартового двигателя.

При рассмотрении массовых характеристик ЛА можно выделить два основных варианта стартовой ступени:

1) стартовый двигатель представляет собой отдельный самостоятельный агрегат ЛА, и после окончания работы отделяется целиком;

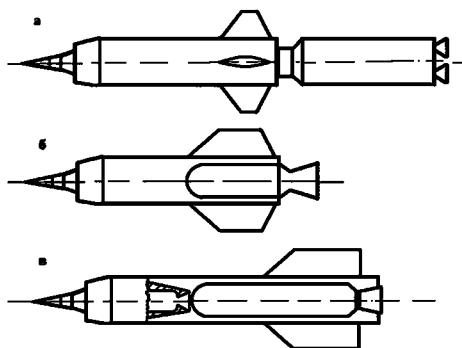


Рис. 21.13

Схемы размещения стартового двигателя на ЛА с РПВРД:

а — тандемная; б — пакетная; в — интегральная.

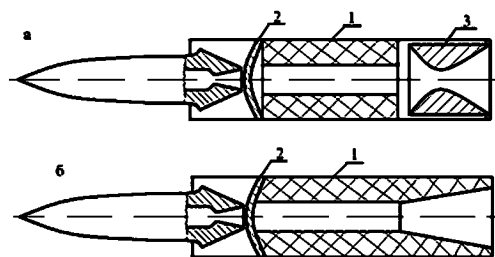


Рис. 21.14

Схемы размещения стартовой ступени в совмещенной камере смешения-сгорания (дожигания):

а — РДТТ с отбрасываемым сопловым блоком (соплом); б — бессопловой РДТТ; 1 — стартовый заряд; 2 — заглушка; 3 — сопловый блок.

2) стартовая ступень совмещена с камерой дожигания РПВРД (схема с совмещенной камерой смешения-сгорания), в которой располагается стартовое топливо, и после выгорания его производится отделение лишь отдельных фрагментов (узлов) конструкции.

Стартовая ступень с совмещенной камерой смешения-сгорания (рис. 21.13б) может быть выполнена в следующих двух вариантах конструкции:

- 1) РДТТ с отбрасываемым соплом (сопловым блоком) (рис. 21.14а);
- 2) бессопловой РДТТ (БСРДТТ) (рис. 21.14б).

В первом варианте для обеспечения нормальных условий сгорания стартового заряда (1), размещенного в камере дожигания РПВРД, камера закрывается спереди заглушками (2), а сзади — сопловым блоком (3). После окончания горения стартового заряда сопловой блок и заглушки отбрасываются.

Оценим необходимую степень поджатия критического сечения сопла стартовой ступени F_c^* по отношению к площади сечения камеры сгорания. В значительной степени она определяется тяговооруженностью η , которую необходимо обеспечить при старте:

$$\eta_0 = \frac{P_{ст}}{m_0} = \frac{G_{ст} I_{уд}^{ст}}{m_0}, \quad (21.95)$$

где $P_{ст}$ — тяга стартовой ступени; $G_{ст}$ — расход стартового топлива.

Поскольку

$$G_{ст} = \frac{P_k F_c^*}{\beta \sqrt{RT_{он}}} \quad (21.96)$$

и учитывая, что:

$$I_{уд} = \beta K_P \sqrt{RT_k}, \quad (21.97)$$

подставляя (21.96) и (21.97) в (21.95), получим

$$\frac{F_{ст}^*}{F_t} = \frac{m_0}{F_t} \frac{\eta_0}{P_{кст} K_P},$$

где K_P — коэффициент тяги; β — расходный комплекс.

Обозначая $m_0/F_t = \Pi_0$, окончательно имеем

$$\frac{F_{ст}^*}{F_t} = \frac{\Pi_0 \eta_0}{P_{кст} K_P}. \quad (21.98)$$

Величина K_P для РДТТ, используемого в приземных слоях атмосферы, колеблется в достаточно узких пределах и составляет обычно $K_P = 1,5 \dots 1,6$. Полагая $\Pi_0 = 3000 \dots 6000 \text{ кг/м}^2$, $P_{кст} \cong 4 \text{ МПа}$, $\eta_0 = 10 \dots 20$, получаем $F_c^*/F_t = (6 \dots 15) \cdot 10^{-2}$.

Проектирование твердотопливного заряда для этого варианта производится по общеизвестным методикам, и поэтому здесь не рассматривается.

21.5.2. БЕССОПЛОВОЙ СТАРТОВЫЙ РДТТ

Применение в РПВРД с совмещенной камерой смешения-сгорания (дожигания) бессопловой РДТТ представляется перспективным, поскольку в этом случае отпадает необходимость в отбрасывании в полете такой достаточно массивной детали, как сопловой блок.

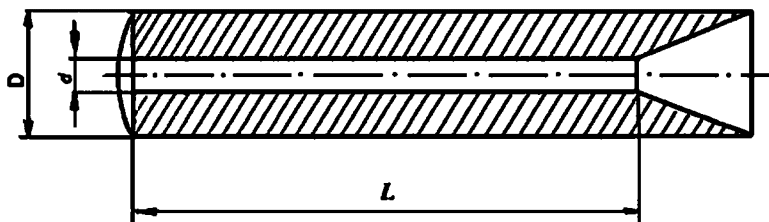


Рис. 21.15
Схема геометрии заряда ТТ для бесоплового РДТТ

Вместе с тем следует отметить, что при этом неизбежно, по сравнению с сопловым вариантом двигателя, снижение удельного импульса тяги.

Баллистика бесоплового РДТТ имеет ряд специфических особенностей, которые заслуживают специального рассмотрения. Схема бесопловых РДТТ достаточно проста. Вдоль оси заряда твердого топлива проходит цилиндрический канал с расширяющейся частью на выходе, которая играет роль сверхзвукового сопла (рис. 21.15).

При составлении математической модели работы бесоплового РДТТ в первом приближении можно допустить, что в каждый момент времени скорость горения топлива одинакова по всей длине цилиндрического канала. Как показывают экспериментальные данные, сходимости опытных данных с расчетными получается удовлетворительной. Это объясняется тем, что давление по длине цилиндрического канала падает более резко по сравнению с сопловой схемой и достигает критического значения в конце канала, что снижает скорость горения. С другой стороны, скорость горения возрастает по длине канала вследствие турбулентного эффекта, т. е. происходит взаимная компенсация двух эффектов.

Изменение баллистических и тяговых параметров бесоплового РДТТ в зависимости от времени процесса удобно рассматривать, выбрав в качестве независимой переменной коэффициент заполнения поперечного сечения камеры топливом $\varepsilon = 1 - d^2/D^2$. При этом диаметр канала d и наружный диаметр заряда D связаны между собой соотношением

$$d = D\sqrt{1 - \varepsilon}. \quad (21.99)$$

В начальный момент имеем $d_0 = D\sqrt{1 - \varepsilon_0}$ (индекс «0» — начальный момент).

Важным требованием, предъявляемым к топливам БСРДТТ, является обеспечение определенного уровня скорости горения u , необходимого для заданной тяги P . Это требование проявляется особенно жестко в начальный момент горения заряда, когда он имеет наименьшую поверхность горения. С учетом соотношения для массового расхода имеем

$$G_0 = \frac{P_0}{I_{уд}} = (1 + \varphi)\pi d_0 L \rho_T u_0, \quad (21.100)$$

где G — массовый расход газа (топлива); $I_{уд}$ — удельный импульс тяги; φ — коэффициент, учитывающий приход газа на сопловом участке; ρ_T — плотность топлива; L — длина цилиндрической части канала.

Учитывая, что $(1 + \varphi)L\rho_r = 4\omega/\pi D^2\varepsilon_0$:

$$P_0 = \eta m_0; \quad \mu = \omega/m_0, \quad (21.101)$$

где ω — масса топлива; η — тяговооруженность; μ — относительный запас топлива; m_0 — масса летательного аппарата.

После преобразований получим зависимость для необходимого значения начальной скорости горения:

$$u_0 = \frac{\eta \varepsilon_0 D}{4\mu I_{уд} \sqrt{1 - \varepsilon_0}}. \quad (21.102)$$

Результаты расчетов по этой зависимости при $\eta = 20$ приведены в таблице 21.2. Из этой таблицы следует, что с ростом калибра, а также начального значения ε_0 необходимые скорости горения заряда ТТ резко возрастают. Ограничение ε_0 значениями 0,7...0,6 позволяет в большинстве случаев получить приемлемые значения начальной скорости горения u_0 .

Исходя из уравнения Бори, используемого при допущении о постоянстве скорости горения по всей длине заряда, получим зависимость для расчета давления в донной части заряда p_d в произвольный момент времени:

$$p_d = \left(\frac{4\beta \rho_r L u_1 \sqrt{f}}{D \sqrt{1 - \varepsilon}} \right)^{\frac{1}{1-\nu}}, \quad (21.103)$$

где u_1 и ν — единичная скорость и показатель степени в законе горения; f — сила топлива; β — расходный комплекс.

Т а б л и ц а 21.2

$I_{уд}, \text{ м/с}$	μ	$D, \text{ м}$	ε_0				
			0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
2000	0,25	0,1	27,92	17,54	12,52	9,30	6,93
		0,2	55,84	35,08	25,04	18,60	13,86
		0,3	83,76	52,61	37,56	27,91	20,79
	0,35	0,1	19,94	12,52	8,94	6,65	4,95
		0,2	39,88	25,04	17,88	13,29	9,90
		0,3	59,83	37,56	26,82	19,94	14,85
1800	0,25	0,1	31,02	19,49	13,91	10,33	7,69
		0,2	62,04	38,97	27,82	20,68	15,40
		0,3	93,05	58,46	41,72	31,01	23,10
	0,35	0,1	21,16	13,91	9,93	7,38	5,50
		0,2	44,31	27,82	19,86	14,76	10,99
		0,3	66,47	41,72	29,80	22,16	16,50

Важной характеристикой рабочего процесса в двигателе является относительное изменение давления $\bar{p}_d = p_d / p_{d0}$, падение которого сопровождается уменьшением удельного импульса тяги. Из формулы (21.103) следует, что относительное давление:

$$\bar{p}_d = \left(\frac{d_0}{d} \right)^{\frac{1}{1-\nu}} = \left(\frac{\sqrt{1-\varepsilon_0}}{\sqrt{1-\varepsilon}} \right)^{\frac{1}{1-\nu}}. \quad (21.104)$$

В конце работы двигателя $\varepsilon = \varepsilon_K = 0$,

$$p_{дк} = (1 - \varepsilon_0)^{\frac{1}{2(1-\nu)}}. \quad (21.105)$$

Здесь и далее индекс «к» обозначает окончание горения заряда.

Из анализа соотношения (21.105) следует, что $\bar{p}_{дк}$ резко снижается по мере роста ε_0 и ν . Область приемлемых значений $\bar{p}_{дк}$ ограничивается $\nu \leq 0,3$ и $\varepsilon < 0,7$. Заметим, что тяга бесоплового РДТТ зависит от изменения ε в процессе горения в значительно меньшей степени, чем давление, и имеет вид

$$P = \pi d^2 K_P p_d / 4, \quad (21.106)$$

где $K_P = [f(\lambda_a) - p_n / p_d] / q(\lambda_a)$; λ_a — относительная скорость в конце расширяющейся части заряда; $f(\lambda_a)$ и $q(\lambda_a)$ — газодинамические функции; p_n — атмосферное давление.

С учетом (21.99) и (21.104) получим относительное изменение тяги:

$$\frac{P}{P_0} = \frac{K_P}{K_{P0}} \left(\frac{d}{d_0} \right)^{2-\frac{1}{1-\nu}} = \frac{K_P}{K_{P0}} \left(\frac{1-\varepsilon}{1-\varepsilon_0} \right)^{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}. \quad (21.107)$$

В конце процесса горения имеем

$$\frac{P}{P_0} = \frac{K_{PK}}{K_0} (1 - \varepsilon_0)^{\frac{2\nu-1}{2(1-\nu)}}. \quad (21.108)$$

Результаты расчета по формуле (21.108) при различных ν представлен на рисунке 21.16, из которого видно, что при $\nu < 0,4$ тяга по мере выгорания заряда возрастает, а при $\nu > 0,4$ — падает.

Такой характер изменения тяги имеет следующее объяснение. При низких значениях ν давление при разгаре канала падает в меньшей степени, чем это требуется для комплексации увеличения площади канала в формуле (21.106), и тяга возрастает. При высоких значениях ν , когда давление падает резко, такой компенсации не происходит и тяга падает, в чем проявляется аналогия бесоплового РДТТ с РДКТ. Экспериментальным подтверждением этого являются осциллограммы тяги (рис. 21.17), согласно которым при $\nu = 0,3$, $\varepsilon_0 = 0,9$, $P_K / P_0 = 1,4$. Это согласуется с расчетным значением для ε_0 по формуле (21.108) $P_K / P_0 = 1,45$.

При $\nu = 0,47$ (близком к 0,5) тяга по опытным данным падает на 30%, что соответствует расчетному значению $P_K / P_0 = 0,75$.

Относительное изменение расхода G_K / G_0 составит

$$\frac{G_K}{G_0} = \frac{p_{дк} D}{p_{d0} d_0}. \quad (21.109)$$

С учетом зависимостей (21.99) и (21.105) получим

$$\frac{G_k}{G_0} = (1 - \varepsilon_0)^{\frac{\nu}{2(1-\nu)}}. \quad (21.110)$$

Рассмотрим, как изменяется в процессе горения заряда удельный импульс тяги. Отношение удельного импульса тяги в конце работы двигателя к его начальному значению можно представить в виде

$$\frac{I_{уд}}{I_{уд0}} = \frac{G_0 P_k}{G_k P_0}.$$

Используя зависимости (21.108) и (21.110), получим

$$\frac{I_{уд}}{I_{уд0}} = \frac{K_{P_k}}{K_{P_0}} = \frac{1,25 - P_n / P_{d0} (1 - \varepsilon_0)^{\frac{1}{2(\nu-1)}}}{f(\lambda_a) - P_n / P_{d0}} (1 - \varepsilon_0). \quad (21.111)$$

Анализ формулы (21.111) показывает, что отношение удельных импульсов тяги падает с ростом начального значения ε_0 , причем скорость изменения ε_0 возрастает с увеличением значения показателя степени ν в законе скорости горения топлива. Отметим, что удельный импульс тяги бесопловых РДТТ примерно на 30...35% ниже, чем у РДТТ с соплом.

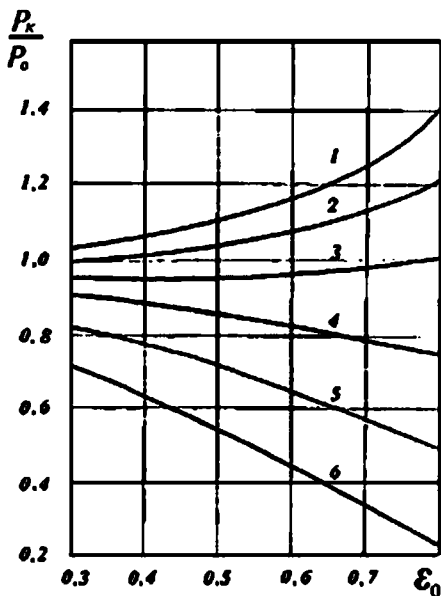


Рис. 21.16

Зависимость относительного изменения тяги в конце процесса горения P_k/P_0 от коэффициента заполнения поперечного сечения камеры топливом в начальный период времени ε_0 для различных значений показателя степени в законе горения ν :

1 — $\nu = 0,2$; 2 — $\nu = 0,3$; 3 — $\nu = 0,4$; 4 — $\nu = 0,5$; 5 — $\nu = 0,6$; 6 — $\nu = 0,7$.

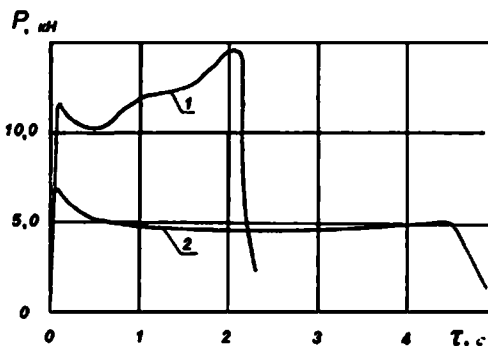


Рис. 21.17

Зависимость тяги P от времени τ :

1 — $\nu = 0,3$; 2 — $\nu = 0,47$.

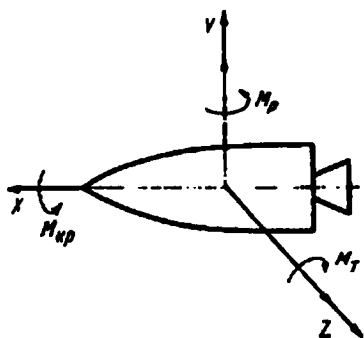


Рис. 22.1

Схема управляющих моментов ступени:

M_t — момент тангажа; M_p — момент рыскания; $M_{кр}$ — момент крена.

Для управления полетом ЛА по каналам (плоскостям) тангажа курса и крена (рис. 22.1) используются различные типы систем управления вектором тяги (СУВТ), т. е. различные органы управления. Прежде чем выбрать ту или иную СУВТ необходимо определить потребный управляющий момент для конкретного изделия (потребную управляющую силу).

В настоящей главе рассмотрен общий подход определения потребного управляющего момента и шарнирного момента органов управления. Большое место отводится рассмотрению различных типов СУВТ и методам расчета боковых управляющих сил.

22.1. ПОТРЕБНЫЕ УПРАВЛЯЮЩИЕ СИЛЫ

Система управления вектором тяги совместно с приводом входят в состав контура управления ЛА (ступенью) и являются его исполнительным звеном. СУВТ состоит из органов управления, привод — из рулевой машинки, передаточного механизма и датчика обратной связи.

СУВТ создает силы и моменты для программного разворота и стабилизации положения изделия, а привод осуществляет по определенному закону перемещения и удержание органов управления в заданном направлении. Принцип функционирования СУВТ состоит в том, что поступающий из усилительно-преобразовательного блока в рулевую машинку сигнал, преобразуется в перемещение управляющего элемента, а силовая часть рулевой машинки развивает необходимое для соответствующего перемещения органа управления усилие.

Для выбора в процессе проектирования характеристик СУВТ и необходимо знать величину потребного управляющего момента для каналов (плоскости)

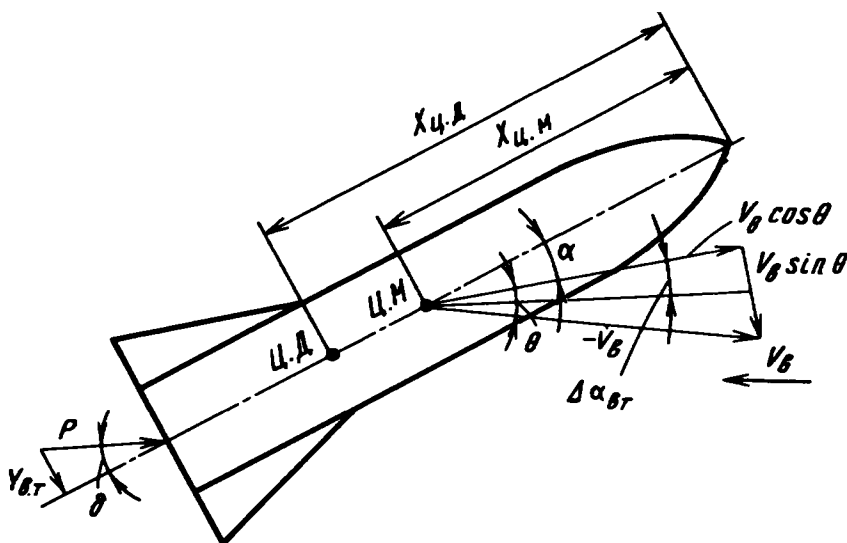


Рис. 22.2

Схема влияния горизонтального ветра на возмущение ступени ЛА в плоскости тангажа машинки развивает необходимое для соответствующего перемещения органа управления усилие

тангажа, курса и крена. Момент для канала тангажа состоит из двух составляющих — момента, необходимого для программного разворота ступени, и момента стабилизации. Потребный управляющий момент для каналов курса и крена обеспечивает стабилизацию ступени в этих плоскостях.

Как правило, потребный управляющий момент по тангажу M_t значительно превосходит момент для стабилизации по крену, поэтому при совмещении СУВТ управления по тангажу и крену в качестве исходного принимается потребный управляющий момент по тангажу.

Потребный управляющий момент для стабилизации изделия складывается из моментов, вызванных случайными факторами, такими как возмущения, возникающие в момент разделения ступеней, возмущения от действия ветровых нагрузок и от суммарного эксцентриситета (смещения) вектора тяги относительно центра масс ЛА. Первые два вида возмущений относятся к внешним, третий — к внутренним возмущениям.

При расчете ветровых нагрузок необходимо иметь статистические данные о законе распределения горизонтальной составляющей скорости ветра в зависимости от высоты, характеристики порывов ветра, угла траектории изделия, аэродинамические характеристики, а также расстояние между центром масс и центром давления изделия.

Действие горизонтального ветра эквивалентно изменению угла атаки, вызывающему появление возмущений подъемной силы Y_y и возмущающего момента M_y :

а) по тангажу (22.2)

$$Y_{y.t} = C_Y^{(a)} \Delta \alpha_{в.т} q S_M; \quad (22.1)$$

$$M_{y.t} = C_M^{(a)} \Delta \alpha_{в.т} q S_M (X_{Ц.Д} - X_{Ц.М}); \quad (22.2)$$

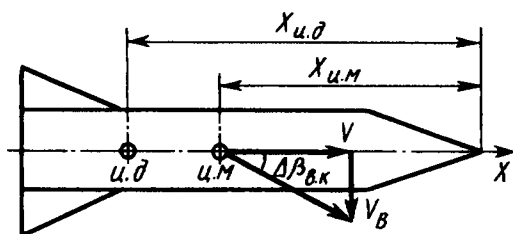


Рис. 22.3
Схема влияния горизонтального ветра на возмущение ступени ЛА по курсу

атаки от действия горизонтального ветра в плоскости тангажа и курса соответственно; q' — скоростной напор; S_m — площадь миделевого сечения.

Эксцентриситет вектора тяги обусловлен несовпадением линии действия реактивной силы с геометрической осью ракеты. Основные нарушения симметрии РДТТ и газового потока возникают за счет производственных допусков на основные узлы (элементы) двигателя неравномерной деформации двигателя и его сопловой полости в процессе хранения, транспортировки и запуска, неравномерности уноса массы материала с боковой поверхности соплового блока в процессе его функционирования.

Эксцентриситет реактивной силы оказывает основное влияние на возникновение возмущающих факторов при движении ЛА на активном участке траектории. Угловой эксцентриситет реактивной силы (угол между вектором тяги и осью сопла θ обусловлен несимметричными возмущениями газового потока в полости соплового блока.

Суммарный эксцентриситет тяги состоит из трех составляющих: газодинамического, технологического и деформационного эксцентриситетов.

В общем случае при газодинамическом, технологическом и деформационном эксцентриситетах тяги возмущающие силы носят случайный характер, они взаимосвязаны и взаимообусловлены и, таким образом, оказывают влияние друг на друга. Однако учесть это влияние весьма сложно, поэтому будем полагать, что возмущающие силы независимы друг друга. В этой связи среднеквадратичное суммарное значение возмущающих сил P_{Σ} можно определить по соотношению

$$P_{\Sigma} = \sqrt{P_{\Sigma, \Gamma, \Delta}^2 + P_{\Sigma, \Gamma}^2 + P_{\Sigma, \Delta}^2}. \quad (22.5)$$

Газодинамический эксцентриситет тяги обусловлен несимметричными возмущениями газового потока как в сужающейся, так и расширяющейся частях соплового блока.

Относительная боковая возмущающая сила, обусловленная несимметрией предсоплового объема и входной части сопла и распространяющаяся по всему соплу, включая выходное сечение, может быть определена на основе теории возмущений одномерного сверхзвукового течения по соотношению

$$\bar{P}_{y.a} = f_1 \cos(1,841\bar{x}) - f_2 M_{y.a} (dr/dx), \quad (22.6)$$

где $\bar{P}_{y.a} = P_{y.a} / P_{y.кр}$; $\bar{M}_{y.a} = M_{y.a} / (P_{y.кр} r_{y.кр})$ — относительная боковая возмущающая сила и возмущающий момент в выходном сечении сопла; $P_{y.кр}$ — боко-

б) по курсу (рис. 22.3), аналогично

$$Y_{y.к} = C_Y^{(a)} \Delta\beta_{в.к} q' S_m; \quad (22.3)$$

$$M_{y.к} = C_M^{(a)} \Delta\beta_{в.к} q' (X_{ц.д} - X_{ц.м}). \quad (22.4)$$

В зависимостях (22.1)...(22.4) $C_Y^{(a)}$, $C_M^{(a)}$ — производные коэффициентов подъемной силы и момента по углу атаки α соответственно; $X_{ц.д}$, $X_{ц.м}$ — расстояние от носика изделия до центра давления и центра масс соответственно; $\Delta\alpha_{\Gamma, \Delta}$, $\Delta\beta_{в.к}$ — приращение угла

вая сила в критическом сечении сопла при $x = 0$; f_1, f_2 — функции, зависящие от профиля расширяющейся части сопла $r(x)$ и свойств продуктов сгорания $n = \frac{c_p}{C_V}$;

$$x = \int_0^x \frac{dx}{r\sqrt{M^2 - 1}}.$$

Связь между боковой возмущающей силой и возмущающим моментом в выходном сечении сопла определяется по дополнительным соотношениям (рис. 22.4)

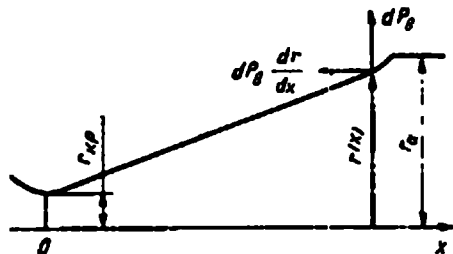


Рис. 22.4
Возмущение силы и моменты в выходном сечении сопла

$$dM_{y,a} + d(P_{y,a}x) = x dP_{y,a} + r(dr/dx)dP_{y,a} \quad (22.7)$$

или

$$\frac{dM_{y,a}}{dx} + P_{y,a} = r \frac{dr}{dx} \frac{dP_{y,a}}{dx},$$

где $dP_{y,a}$ — приращение боковой силы на участке $x \dots (x + dx)$, обусловленное несимметричностью распределения давления на внутреннюю стенку сопла.

Эксцентриситет тяги из-за нарушения симметрии потока в области выходной части сопла можно определить по результирующим силам давления на неуравновешенную часть сопла. При наличии косога среза (при малом значении γ)

$$P_{y,a} \approx p_a F_a \gamma, \quad (22.8)$$

где γ — угол между плоскостями косога среза и поперечного сечения; произведение $F_a \gamma$ — площадь боковой поверхности косога среза.

Значение силы по оси сопла x можно определить по соотношению

$$P_{oc} = p_a F_a (1 + nM_a^2). \quad (22.9)$$

Угловой эксцентриситет (угол между направлением силы тяги и осью сопла) в этом случае будет равен

$$\theta_{\gamma} \cong \frac{P_{y,a}}{P_x} \approx \frac{\gamma}{1 + nM_a^2}. \quad (22.10)$$

Газодинамический эксцентриситет тяги также зависит от противодавления и изменяется в процессе работы двигателя за счет неравномерного разгара, главным образом, сужающейся и расширяющейся частей сопла. Для малогабаритных РДТТ газодинамический эксцентриситет тяги может составлять 3'–12'.

Технологический эксцентриситет обусловлен несимметрией корпуса заряда ТТ и других элементов двигателя относительно оси изделия. Эти отклонения, как правило, связаны с производственными допусками на изготовление и сборку двигателя и ракеты.

Значения возможных перекосов, обусловленные погрешностями технологического характера, определяются по допускам на изготовление и сборку РДТТ,

а положение центра масс (смещение по радиусу изделия) может быть определено как расчетным (по чертежам эскизного или технического проекта), так и опытным путем на специальном балансировочном стенде.

Значение технологического эксцентриситета лимитируется точностью изготовления отдельных элементов (агрегатов) и сборки двигателя.

Деформационный эксцентриситет является следствием несимметричной деформации корпуса двигателя и сопла и возникает в связи с действием на корпус двигателя и сопловой агрегат силовых и температурных факторов. К числу силовых факторов можно отнести давление и, особенно, скорость его роста для периода воспламенения и выхода РДТТ на стационарный режим работы. Массовые и инерционные силы, возникающие при хранении, транспортировке и в полете под действием перегрузок, также могут оказывать влияние на значение и изменение деформационного эксцентриситета.

Значение деформационного эксцентриситета зависит от конструктивных особенностей двигателя, а также от точности изготовления (отдельных элементов) и сборки РДТТ.

Технологический и деформационный эксцентриситеты тяги, связанные с факторами технологического характера и несимметричной деформацией во время полета изделия, а также упругие колебания корпуса приводят к смещению центра масс ракеты (ступени) относительно продольной оси. Это обстоятельство вызывает возникновение линейного эксцентриситета тяги e и возмущающего момента $M_{y,т.д}$.

Возмущающий момент определяют по соотношению

$$M_{y,т.д} = Pe. \quad (22.11)$$

Перекося и неравномерный разгар по периметру и длине проточной части соплового блока приводит также к возникновению линейного и углового эксцентриситетов тяги.

При отклонении оси сопла от оси ракеты на угол (рис. 22.5) боковая возмущающая сила и возмущающий момент могут быть определены по соотношениям

$$P_y = P \sin \theta; \quad M_y \cong P(L - X_{ц.м})\theta, \quad (22.12)$$

где L — длина ЛА.

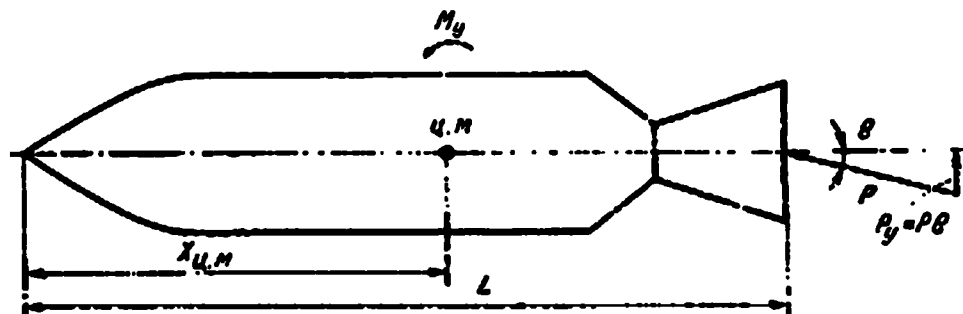


Рис. 22.5
Зависимость относительной боковой силы R_y от угла θ

В период разделения ступеней кроме эксцентриситета тяги и ветровых возмущений на изделие действуют возмущающие факторы, обусловленные процессом разделения. К ним относятся:

- 1) разность тяг отсечных устройств (если они имеются на двигателе);
- 2) несинхронность срабатывания соединительных механизмов (соединительные болты, штокеры и др.); разность тяг сопел в случае использования для двигателя соплового блока многосопловой конструкции и др.

Потребная величина возмущающих сил и моментов должна быть заданной функцией от времени работы двигателя той или иной ступени и является исходной при выборе СУВТ с соответствующими управляющими силами. Потребный управляющий момент по плоскостям курса и крена должен обеспечить компенсацию максимального возмущающего момента, обусловленного действием всех возмущающих факторов. Потребный же управляющий момент по плоскости тангажа должен обеспечить с одной стороны программный разворот ступени, с другой — скомпенсировать действие всех возмущающих факторов.

Программное движение центра масс изделия (ступени) задается, в свою очередь, программой изменения угла тангажа $\phi_{\text{пр}}$, по которой можно определить программу изменения угла атаки $\alpha_{\text{пр}}$.

Управляющий программный момент $M_{\text{у.пр}}$, необходимый для создания программного значения угла атаки $\alpha_{\text{пр}}$, можно определить по соотношению

$$M_{\text{у.пр}} = Y(X_{\text{ц.д}} - X_{\text{ц.м}}), \quad (22.13)$$

где

$$Y = C_Y^{(a)} a_{\text{пр}} q S_{\text{м}}.$$

Действие отмеченных возмущающих факторов, обусловленных ветровыми нагрузками, процессом разделения ступеней и эксцентриситетом вектора тяги при движении изделия для первых и последующих ступеней различно. Так, для первой ступени преобладающее влияние на максимальный возмущающий момент оказывают ветровые нагрузки и возмущающие факторы, возникающие при разделении ступеней; их и следует учитывать при расчете потребного управляющего момента первой ступени.

Для второй ступени ЛА в связи с уменьшением плотности атмосферы влияние возмущающего фактора за счет ветровых нагрузок уже не является преобладающим. Здесь при определении потребного управляющего момента (для начального периода полета после отделения первой ступени) необходимо учитывать все возмущающие факторы: ветровые нагрузки, возмущения, связанные с разделением ступеней и эксцентриситетом вектора тяги.

Для третьей ступени необходимый управляющий момент рассчитывается для начального периода движения изделия после отделения второй ступени с учетом возмущающих факторов, обусловленных разделением ступеней и эксцентриситетом вектора тяги, т. е. без учета ветровых нагрузок.

По величине потребного управляющего момента для каждой ступени при известных основных габаритных размерах ракеты и расстояний между центром масс изделия и точкой приложения управляющей силы можно определить потребную управляющую силу.

22.2. ТИПЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ВЕКТОРОМ ТЯГИ И ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К НИМ

Для управления полетом ракеты в маршевых РДТТ используется система управления вектором тяги, которая отклоняет газовую струю, истекающую из соплового блока, что обуславливает появление боковых управляющих составляющих вектора тяги ракетного двигателя на ТТ. При этом осуществляется управление по тангажу, рысканью и крену.

Для создания управляющих моментов относительно центра масс ракеты могут использоваться и специальные малоразмерные рулевые РДТТ, komponуемые в блоки с основными двигателями.

В зависимости от способа отклонения газовой струи РДТТ, различают следующие виды управления:

1) механическое, которое обеспечивает отклонение струи за счет поворота всего сопла (качающиеся управляющие сопла), его части (разрезное и дефлекторное сопла) или введения в поток дополнительного элемента — щитка (триммера);

2) газодинамическое, при котором рабочее вещество вдувается (впрыскивается) в расширяющуюся часть сопла.

К первой группе СУВТ относятся качающиеся управляющие сопла (КУС), разрезные управляющие сопла (РУС), газовые рули, дефлекторы (кольцевые рули). Ко второй группе — вдув газа и впрыск жидкости в расширяющуюся часть сопла.

При использовании односопловой конструкции СУВТ на основе газовых рулей, вдува, впрыска жидкости возможно управление ступенью (изделием) по всем плоскостям (тангажу, курсу и крену). Остальные типы СУВТ управляют только по тангажу и курсу, а для управления изделием по крену применяются специальные кремовые управляющие двигатели.

Использование многосопловой конструкции СУВТ двигателя на основе КУС, РУС и дефлектора позволяет управлять ступенью по всем плоскостям.

Исходными данными для расчета органов управления служат:

1) геометрические характеристики сопла двигателя и изменение основных параметров газового потока по длине этого сопла;

2) потребная величина боковой управляющей составляющей вектор тяги.

При расчете определяются:

1) тип СУВТ (органа управления);

2) параметры управляющего элемента или расход и параметры вводимого рабочего вещества (при вдуве или впрыске):

3) параметры и характеристики рулевого привода, такие как шарнирный момент на оси качания, усилие на штоке машинки.

Основными параметрами и характеристиками СУВТ (органов управления) являются управляющая сила, ее зависимость от координаты, характеризующей положение органа управления, и нагрузочная характеристика. Под нагрузочной характеристикой органа управления понимается зависимость шарнирного момента $M_{ш}$ (или нагрузочной силы P_n), необходимого для удержания органа управления в нужном положении, от координаты, характеризующей

это положение или угла отклонения органа управления δ , т. е. $P_n = P_n(x)$; $M_{ш} = M_{ш}(x)$.

Основными требованиями к системам управления вектором тяги являются:

- 1) обеспечение потребных управляющих сил по каждому из каналов;
- 2) обеспечение необходимого быстродействия в сочетании с линейным характером зависимости управляющей силы от угла поворота органа управления или расхода управляющей жидкости и газа при впрыске и вдуве;
- 3) малая масса СУВТ и приводов;
- 4) заданная надежность;
- 5) небольшие потери удельного импульса, связанные с наличием СУВТ;
- 6) независимость управления по каналам тангажа, рысканья и крена.

Частными критериями при выборе СУВТ являются минимальные потери удельного импульса и минимальная масса СУВТ. Наиболее общим критерием при сравнительном анализе СУВТ является потеря дальности, обусловленная наличием органов управления. В этом плане сравнивать между собой различные варианты СУВТ представляется целесообразным только в составе двигателя и ракеты. Изменение дальности полета ракеты, связанное с наличием СУВТ, определяются по формуле:

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial m_k} \Delta m_k + \frac{\partial L}{\partial I_y} \Delta I_y + \frac{\partial L}{\partial C_x} \Delta C_x,$$

где Δm_k — увеличение массы конструкции при установке СУВТ; ΔI_y — потери удельного импульса тяги, обусловленные работой СУВТ; ΔC_x — увеличение коэффициента лобового сопротивления.

Мощность привода органа управления (ОУ) определяется по формуле:

$$N = M_{ш} \delta' = M_{ш} d\delta/dt,$$

где $M_{ш}$ — шарнирный момент ОУ; δ' — потребная скорость поворота вокруг оси y на угол δ .

22.3. ШАРНИРНЫЙ МОМЕНТ

Шарнирным считается момент, передаваемый от исполнительного органа управления на рулевую машинку. Например, для КУС или РУС шарнирный момент приложен со стороны рулевой машинки к соплу и является внешним силовым фактором, характеризующим ее работу.

Таким образом, для исполнения в заданное время своих функций рулевой машинке необходимо преодолеть шарнирный момент, состоящий из отдельных составляющих и зависящий от типа органа управления.

Общее соотношение для определения шарнирного момента можно записать (для органов управления, имеющих ось качания) в виде

$$M_{ш} = M_{тр} + M_{ас.т} + M_{ас.гд} + M_{дб} + M_{поз}(\delta) + M_{дем}(\delta') + M_{вн.дем}(\delta') + M_{ин}(\delta'') + M_{нач} + M_{упл}(\delta, p_{нач}) + M_{упл}(\delta', p_{нач}), \quad (22.14)$$

где

$$M_{тр} = P_{ш} f d_{подш} / 2 \quad (22.15)$$

— суммарный момент трения, возникающий в шарнирных узлах подвески и сочленениях органа управления. Здесь $P_{ш}$ — нагрузка на шарнир; $d_{подш}$ — диаметр подшипника; f — приведенный коэффициент трения.

$M_{ас.т}$ — технологический момент асимметрии, определяемый по формуле

$$M_{ас.т} = P_p h_{p_p}, \quad (22.16)$$

где P_p — равнодействующая сила давления; h_{p_p} — плечо равнодействующей P_p относительно оси подвески.

$M_{ас.гд}$ — момент асимметрии, определяемый значением газодинамического эксцентриситета. Он зависит от многих факторов, в том числе от формы заряда ТТ, расположения сопел (в случае применения многосоплового блока) относительно конструктивных элементов задней части заряда ТТ (канала, щелей и др.), компоновочной схемы расположения оси подвески качающейся части сопла, органов управления и других факторов. В частности, момент $M_{ас.гд}$ уменьшается, если ось подвески расположена в радиальном направлении в плоскости соплового днища двигателя.

Момент дисбаланса $M_{дб}$ может быть определен по формуле

$$M_{дб} = q_{кач} l_{ц.м} (n_x \sin \delta \pm n_y \cos \delta) g, \quad (22.17)$$

где $q_{кач}$ — масса качающейся части; $l_{ц.м}$ — расстояние между центром массы качающейся части органов управления и осью качания; n_x , n_y — осевая и поперечная перегрузка при работе двигателя.

$M_{поз}(\delta)$ — позиционный шарнирный момент, обусловленный несовпадением центра давления газодинамических сил с осью вращения, к пропорционален углу поворота органа управления δ .

$M_{дем}(\delta')$ — момент внутреннего демпфирования струи, определяется по соотношению

$$M_{дем}(\delta') = G_{кр} (l_{вых}^2 - l_{вх}^2) \delta, \quad (22.18)$$

где $l_{вых}$, $l_{вх}$ — расстояние от оси качания сопла до выходного и входного сечения качающейся части сопла.

$M_{вн.дем}(\delta')$ — момент внешнего демпфирования, возникающий за счет противления внешней среды поворота СУВТ.

$M_{ин}(\delta'')$ — инерционный момент, обусловленный наличием угловой скорости при движении органа управления и определяемый из соотношения

$$M_{ин}(\delta'') = I_{к.эл} \delta'', \quad (22.19)$$

где $I_{к.эл} = \sum_{i=1}^n I_{к.эл_i}$ — приведенный суммарный момент инерции качающихся элементов (узлов); $I_{к.эл_i}$ — момент инерции i -го элемента (узла); δ'' — угловое ускорение качающейся части органов управления.

Составляющие шарнирного момента, такие как начальный момент, возникающий при движении качающейся части сопла M_n , позиционный момент уплотнительной манжеты $M_{упл}(\delta, p_{нач})$ и момент демпфирования, обусловленный наличием уплотнительной манжеты значительной степени зависят от конструктивных особенностей уплотнительных манжет и поэтому в каждом конкретном случае определяются отдельно.

22.4. КАЧАЮЩЕЕСЯ УПРАВЛЯЮЩЕЕ СОПЛО (КУС)

Качающееся управляющее сопло является одним из наиболее перспективных органов управления твердотопливных изделий. КУС находит применение в маршевых двигателях баллистических ракет и в ускорителях ракет-носителей. Создание боковых управляющих усилия P_y здесь обеспечивается за счет изменения направления вектора тяги при отклонении всего сопла на некоторый угол δ .

Для небольших углов поворота КУС ($\delta \leq 15^\circ$), которые обычно требуются при управлении, зависимость $P_y(\delta)$ получается достаточно близкой к линейной:

$$P_y = P_y \sin \delta \approx P \delta. \quad (22.20)$$

КУС без разрыва контура в дозвуковой части по уровню нулевых потерь практически эквивалентно стационарному сопловому блоку. Это является одним из главных преимуществ рассматриваемого типа органов управления. При нейтральном положении КУС с разрывом контура в дозвуковой части (рис. 22.6) имеют место потери, связанные с наличием разъемов и вихреобразованием в пазухах. Поэтому такая конструкция КУС является менее предпочтительной. В узлах поворота КУС используются сальниковые, сильфонные и диафрагменные уплотнения. Во всех указанных типах соединений КУС с корпусом камеры сгорания пространство между уплотнениями заполняется термостойкой консистентной (густой) смазкой для предохранения сильфона или диафрагмы от воздействия горячих газов, просочившихся через сальниковые уплотнения.

Момент трения в узле поворота сопла зависит от конструкции системы уплотнения. Например, для уплотнения, состоящего из двух сальников, расположенных симметрично относительно оси, этот момент может быть вычислен по формуле

$$M_{\text{тр}} = 4\pi f r p \Delta \sqrt{h^2 + r^2} / 2,$$

где r — внутренний радиус уплотнения; f — коэффициент трения ширина кольца; p — давление прижатия уплотнения к поворотной сферической части сопла; h — расстояние от плоскости кольца до оси цапф.

Из-за необходимости сильного поджатия сальников и технологических погрешностей изготовления узла качания сопла такая конструкция создает большой момент трения. В последние годы разработаны также сопла с упругим и двойным упругим уплотнением, которые являются наиболее совершенными. Упругое уплотнение представляет собой резино-металлический шарнир, установленный между корпусом камеры

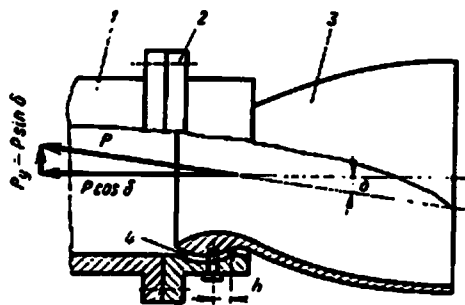


Рис. 22.6

Схема образования управляющего усилия с помощью качающегося сопла:

1 — корпус камеры сгорания; 2 — стыковочный фланец; 3 — качающееся сопло; 4 — уплотнение.

сгорания и соплом и обеспечивающий полную герметичность узлов поворота сопла. Поворот сопла в данном случае осуществляется благодаря упругой деформации шарнира под действием силы, создаваемой рулевыми машинками. Качающееся управляющее сопло с упругим уплотнением представляет собой достаточно надежную конструкцию для управления вектором тяги РДТТ. Такие сопла в настоящее время используются, например, на обеих ступенях баллистической ракеты «Посейдон» (США) и были испытаны на двигателях диаметром до 4 м.

Жесткость упругого уплотнения резко увеличивается по мере увеличения размеров сопла, при этом мощность рулевого привода для управления соплом применительно к крупногабаритным РДТТ может достигать 40...50 кВт. Если увеличение массы привода связано с большими шарнирными моментами и не играет существенной роли для крупногабаритных РДТТ, то преобладающее значение приобретают вопросы стоимости и сроков создания рулевого привода. Для уменьшения шарнирного момента КУС при сохранении большой жесткости упругого уплотнения были проведены многочисленные проектные проработки. Результатом их явилось создание сопла с двойным упругим уплотнением (рис. 22.7). В такой конструкции предусматривается два автономных уплотнения: сервоуплотнение с передним расположением центра поворота O_1 и главное уплотнение с задним расположением центра поворота O_2 . При работе сопла сервоуплотнение деформируется рулевой машинкой, как и обычно, обеспечивая при этом сдвиг газодинамической силы, действующей на сопло таким образом, что возникает момент данной силы относительно центра поворота главного уплотнения. Этот момент вызывает деформацию главного уплотнения до тех пор, пока шарнирный момент в нем не будет равен моменту от газодинамической силы. Поскольку газодинамическая сила существенно превосходит управляющую силу на штоке рулевой машинки, то в результате значительно снижается требуемая мощность рулевого привода. Фактический центр поворота сопла находится между центрами поворота двух упругих уплотнений. Большое значение имеет тот факт, что при снижении мощности привода при использо-

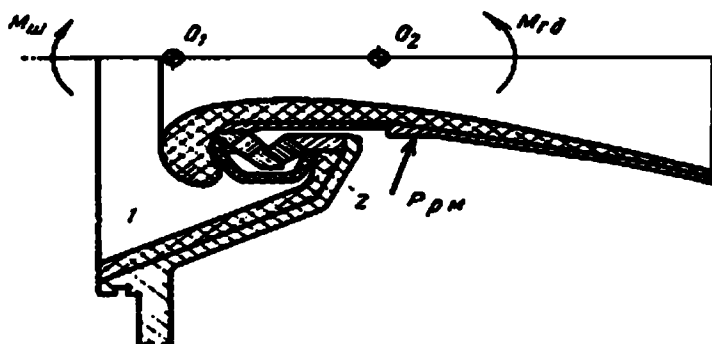


Рис. 22.7

Качающееся сопло с двойным упругим уплотнением:

$M_{ш}$ — шарнирный момент; $M_{гд}$ — момент газодинамической силы; $P_{рм}$ — усилие на штоке рулевой машинки; O_1 — центр поворота сервоуплотнения; O_2 — центр поворота главного уплотнения; 1 — сервоуплотнение; 2 — главное уплотнение.

вании КУС с двойным упругим уплотнением появляется возможность перехода на электрические рулевые машинки, обладающие наилучшими характеристиками. Такие рулевые машинки находят применение при малых мощностях, например, для управления клапанами впрыска жидкости в закритическую часть сопла.

В качестве недостатка сопла с двойным упругим уплотнением следует отметить увеличение потребной силы рулевых машинок для поворота сопла на заданный угол в период уменьшения давления в камере сгорания (на режиме спада тяги).

Сопло с двойным упругим уплотнением при анализе динамической устойчивости может рассматриваться как система «масса — упругая связь с двумя степенями свободы».

Собственная частота колебаний такой системы, зависящая в значительной степени от ее механической жесткости и плеча между линией действия рулевой машинки и центром поворота, должна быть значительно выше частот рабочего диапазона системы управления вектором тяги. Это требование в ряде случаев также является лимитирующим в части снижения мощности рулевого привода.

К перспективным СУВТ следует отнести и КУС, узел подвески которого состоит из одного упругого уплотнения и КУС с центральным телом (рис. 22.8).

К преимуществам КУС без разрыва контура сопла в его сужающейся части следует отнести:

- 1) возможность создания больших управляющих усилий;
- 2) отсутствие потерь удельного импульса при нахождении КУС в нейтральном положении ($\delta = 0$);
- 3) возможность применения в двигателе более высокоэнергетических металлизированных твердых топлив (с более высокой температурой продуктов сгорания) по сравнению с другими СУВТ.

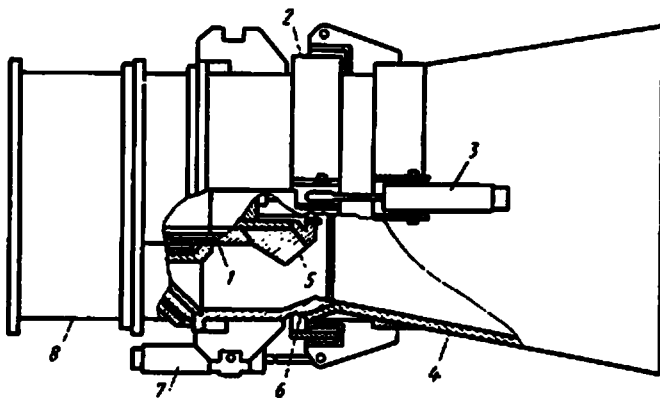


Рис. 22.8

Схема регулирования сопла с центральным телом:

1 — центральное тело сопла с гидроприводом; 2 — карданный подвес сопла; 3 — привод для управления вектором тяги в плоскости рыскания; 4 — раструб сопла; 5 — вкладыш горловины сопла; 6 — наружная оболочка горловины сопла; 7 — привод управления вектором тяги в плоскости тангажа; 8 — основание со стойками крепления центрального тела.

Последнее обстоятельство обусловлено тем, что тепловые и эрозионные нагрузки, имеющие место в газовой полости такого сопла, меньше по сравнению с СУВТ с разрезными управляющими соплами или СУВТ на основе вдува газа в расширяющуюся часть сопла. С этой точки зрения КУС без разрыва контура в суживающейся части сопла эквивалентно стационарному соплу (сопло без СУВТ).

22.5. РАЗРЕЗНОЕ УПРАВЛЯЮЩЕЕ СОПЛО (РУС)

Разрезное управляющее сопло представляет собой исходное профилированное сверхзвуковое сопло, состоящее из неподвижного короткого и качающегося раструба (рис. 22.9), при этом место (сечение) разъема между этими двумя элементами находится в расширяющейся части сопла. Профиль

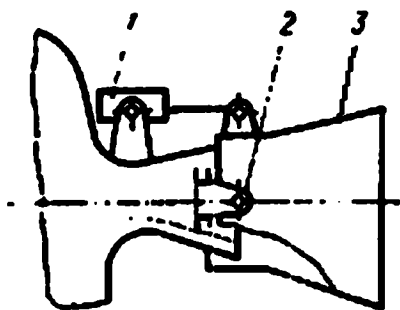


Рис. 22.9

Разрезное управляющее сопло:

1 — рулевая машина; 2 — ось качания сопла; 3 — поворотная часть сопла (раструб).

внутренней поверхности качающегося раструба на начальном участке в месте образования зазора, необходимого для обеспечения качания раструба, отличается от профиля исходного сопла, что приводит к возникновению дополнительных потерь тяги. Форма входной части может быть различной, цилиндрической, конической, сферической, и т. п. Ось качания раструба расположена перпендикулярно к оси неподвижного короткого сопла вблизи плоскости его выходного сечения. Величина зазора между качающимся раструбом и неподвижным соплом выбирается минимальной при максимальном угле отклонения. В качестве элементов уплотнения

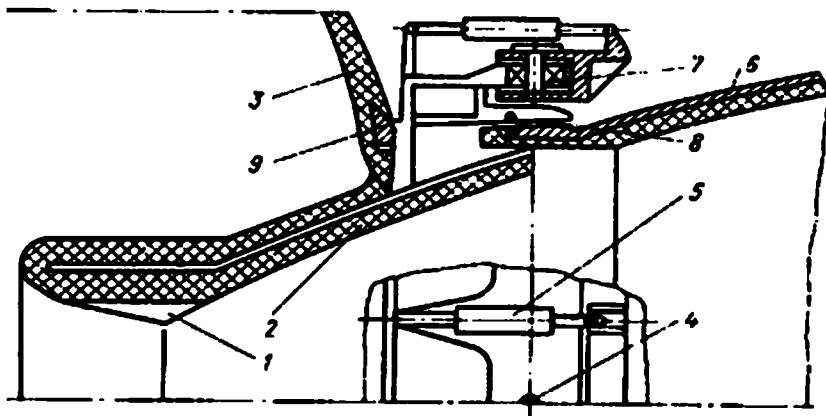


Рис. 22.10

Конструктивная схема управляющего разрезного сопла, частично уплотненного в двигателе:

1 — графический вкладыш критического сечения сопла; 2 — раструб сопла из тепло-эрозионностойкого композиционного материала; 3 — сопловое днище двигателя; 4 — ось качания управляющего раструба сопла; 5 — рулевая машинка; 6 — силовой корпус управляющего раструба; 7 — подшипники качения; 8 — герметизирующая диафрагма; 9 — элемент крепления сопла к заднему днищу.

могут быть использованы гибкие уплотнения типа гофра или диафрагмы (рис. 22.10). На рисунке изображена схема РУС в карданном подвесе. Необходимость в установке уплотнения и его типа определяются конкретными условиями работы того или иного варианта РУС (учитываются место разъема, внешние условия, допустимые потери удельного импульса и т. п.). В связи с низким статическим давлением в потоке газа в месте разъема в ряде случаев между неподвижным соплом и качающимся раструбом уплотнение может не устанавливаться.

Поворот сверхзвукового потока в РУС сопровождается повышением давления на стороне сопла, направленной в поток, и понижением давления на стороне, направленной в противоположную сторону от потока. Центр давления в качающемся раструбе расположен на расстоянии $(0,3...0,45)l_p$ (где l_p — длина качающейся части раструба) от оси качания и зависит от угла поворота δ и геометрических характеристик сопла. Эффективность РУС зависит от длины качающейся части. Оптимальная длина этой части, при которой необходимая мощность привода имеет минимальное значение, равна

$$|M_{\text{позтах}} \delta_{\text{max}}|_{\bar{l}_p = \bar{l}_{\text{ропт}}} = \min, \quad (22.21)$$

где $M_{\text{позтах}}$ — максимальный позиционный момент; $\bar{l}_p = l_p / D_p$ — относительная длина качающегося раструба; D_p — среднее значение диаметра профилированной части раструба; δ_{max} — максимальный угол отклонения данного РУС.

Позиционный газодинамический момент, который является главной составляющей суммарного шарнирного момента РУС, может полностью восприниматься компенсатором. В этой связи при применении РУС целесообразно использовать компенсаторы, в результате чего можно уменьшить мощность привода.

Стабильность параметров РУС зависит от геометрических характеристик проточной части, от свойств теплоэрозионностойких материалов, применяемых для входного участка и качающегося раструба, а также от характеристик газового потока и условий обтекания проточной поверхности РУС. Наиболее интенсивное влияние на эти характеристики оказывают параметры входного участка качающейся части РУС (рис. 22.10).

Управляющее боковое усилие для РУС определяется так же, как и для КУС, и зависит при прочих равных условиях от угла поворота качающегося раструба.

Одним из главных недостатков РУС является наличие больших по сравнению с КУС потерь удельного импульса как в нейтральном ($\delta = 0$), так и в рабочем ($\delta \neq 0$) состоянии качающегося раструба.

Эти потери обусловлены возникновением местных скачков уплотнения в потоке продуктов сгорания в месте разрыва контура расширяющейся части сопла и создаваемыми при этом высокими тепловыми и эрозионными нагрузками.

22.6. ГАЗОВЫЕ РУЛИ

Газовые рули представляют собой поворотные пластины, расположенные на срезе сопла (рис. 22.11).

Поворот руля в потоке продуктов сгорания на угол δ приводит к созданию боковой управляющей силы P_y и силы лобового сопротивления X_p , приводящей к потерям тяги двигателя:

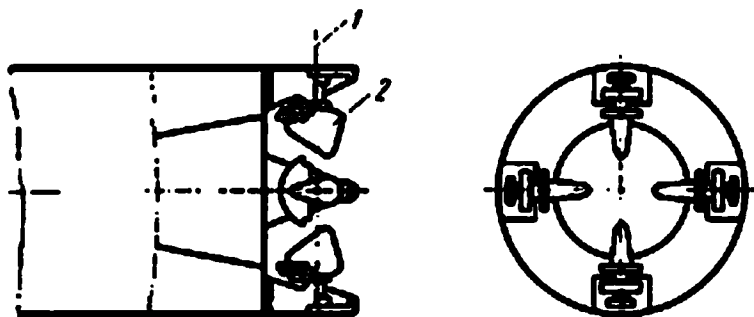


Рис. 22.11
Схема сопла с газовыми рулями:
1 — ось газового руля; 2 — газовый руль.

$$P_y = 0,5 C_Y^{(\delta)} \delta \rho_a v_a^2 S_p; \quad (22.22)$$

$$X_y = 0,5 C_X^{(\delta)} \delta \rho_a v_a^2 S_p, \quad (22.23)$$

где $C_Y^{(\delta)}$, $C_X^{(\delta)}$ — аэродинамические коэффициенты газового руля, зависящие от его формы и размеров, а также параметров набегающего потока; ρ_a , v_a — плотность и скорость набегающего потока продуктов сгорания на срезе сопла; S_p — характерная площадь газового руля. Газовые рули обеспечивают линейную зависимость управляющей силы от угла поворота в пределах малых отклонений ($\delta < 15^\circ$); сравнительно просты в изготовлении и эксплуатации. Расположение газовых рулей в потоке продуктов сгорания приводит к значительной потере тяги (1...1,5%). СУВТ на основе газовых рулей создает потери также и при отсутствии управляющих усилий (нулевые потери) из-за наличия лобового сопротивления рулей в нейтральном положении. Кроме того, обгар газовых рулей приводит к изменению их характеристик в процессе управления.

Эффективность газовых рулей существенно снижается с увеличением степени расширения сопла. Газовые рули могут применяться также в сочетании с аэродинамическими рулями на атмосферном участке траектории ракеты. В ряде случаев такая комбинированная СУВТ обеспечивает наилучшие энерго-массовые показатели ракеты.

Шарнирный момент газового руля составляет

$$M_{ш} = 0,5 K_{ш}^{(\delta)} \rho_a v_a^2 S_p b_p \delta,$$

где b_p — средняя аэродинамическая хорда руля;

$$K_{ш}^{(\delta)} = C_Y^{(\delta)} h / b_p,$$

h — расстояние от центра давления до оси вращения руля

22.7. СОПЛО СО СФЕРИЧЕСКИМ ДЕФЛЕКТОРОМ

Сферический дефлектор (рис. 22.12) характеризуется следующими свойствами: при его использовании величина позиционного момента полностью определяется размером поверхности сферы, входящей в поток, и величиной смещения центра сферы относительно центра качания; при увеличении диа-

метра сферы дефлектора $D_{\text{сф}}$ могут быть получены достаточно большие боковые усилия, что приводит к увеличению максимального угла отклонения качающейся части и сдвигу центра качания от среза сопла к критической части.

Соплами со степенью расширения $\bar{F}_a \leq 3,0$ и относительным диаметром сферы $D_{\text{сф}} = D_{\text{сф}}/d_a$ соответствуют относительные боковые управляющие силы $P_y = P_y/P = 0,08...0,30$. Боковая управляющая сила и потери тяги в сопле зависят также от жесткости конструкции дефлектора. Потеря жесткости может привести к значительному уменьшению P_y . Как показал опыт отработки дефлекторов различной конструкции, уменьшение боковой силы за время работы двигателя может достигать 30...40%. При этом отмечается появление значительной нелинейности в зависимости боковой силы от угла поворота дефлектора.

Использование дефлектора приводит к значительным потерям осевой тяги. Коэффициент газодинамического качества сферического дефлектора составляет

$$K = P_y/\Delta P_X = 1,8...2,5, \quad (22.24)$$

где $\Delta P_X = P - P'$ — осевая тяга при создании боковой управляющей силы.

Главными составляющими шарнирного момента дефлектора являются: позиционный газодинамический момент $M_{\text{поз}}(\delta)$ и момент трения $M_{\text{тр}}$.

$$M_{\text{поз}}(\delta) = 0,5K(\delta)\rho_a v_a^2 D_{\text{сф}}^3,$$

где $K(\delta)$ — опытный коэффициент, зависящий в основном от угла поворота дефлектора.

Момент асимметрии дефлектора может быть вызван отклонением центра сферы от центра качания из-за неудачного совпадения технологических сборных допусков. Кроме того, при работе двигателя в результате давления газов, неравномерного нагрева и термических напряжений на отдельных участках качающейся части дефлектора сферическая поверхность может быть искажена, что также приводит к возникновению позиционного момента.

В отличие от газовых рулей дефлекторы вызывают потери тяги двигателя только при создании управляющих усилий. В нейтральном положении дефлектор находится вне газового потока. Дефлектор обладает линейной характеристикой $P_y = P_y(\delta)$, не требует мощного привода. В РДТТ, работающих на высокотемпературных металлизированных топливах, применение дефлекторов практически весьма затруднительно из-за сильного износа рабочих поверхностей.

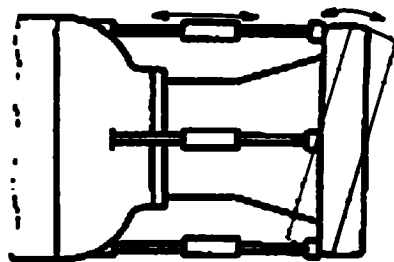


Рис. 22.12
Сферический дефлектор для регулирования вектора тяги по направлению

22.8. СОПЛО С УПРАВЛЯЮЩИМИ ЩИТКАМИ (ТРИММЕРАМИ)

Рассматриваемый орган управления представляет собой плоскую пластинку, вводимую в газовый поток перпендикулярно к оси сопла (рис. 22.13). Форма щитка, определяющая форму затененной площади среза сопла, может быть прямоугольной или округлой.

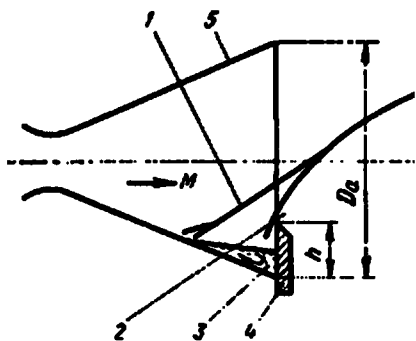


Рис. 22.13

Схема течения перед управляющим щитком:

1 — косой скачок; 2 — ударная волна; 3 — отрывная зона; 4 — управляющий щиток; 5 — сопло.

При обтекании щитка сверхзвуковым потоком перед щитком возникает область отрыва, которая характеризуется повышенным давлением. Исследование отрывных течений, и в частности, обтекания щитков показало, что значение давления в области отрыва является функцией числа M набегающего потока, а распределение давления по оси симметрии в возмущенной зоне может быть найдено при использовании безразмерного профиля давления, получаемого при обобщении экспериментальных данных. Эффективность использования щитка для создания боковой управляющей силы P_y определяется приведенным относительным параметром щитка \bar{P}_f , и коэффициентом газодинамического качества $K_{гд}$. Параметр \bar{P}_f может быть определен по соотношению

$$\bar{P}_f = \frac{P_y}{P} \frac{1}{F_3}, \quad (22.25)$$

где F_3 — площадь затенения выходного сечения сопла щитком.

Коэффициент газодинамического качества можно представить в виде

$$K_{гд} = P_y / \Delta P_X, \quad (22.26)$$

где ΔP_X — потери тяги сопла при создании боковой управляющей силы P_y .

Структура формул (22.25) и (22.26) показывает, что относительный приведенный параметр щитка \bar{P}_f и коэффициент $K_{гд}$ можно вычислить в функции F_3 по данным замеров осевой тяги и боковой управляющей силы при проведении модельных или натурных испытаний СУВТ. Наличие подобных зависимостей дает возможность использовать приведенные выше формулы для расчета управляющих сил и осевых потерь тяги, а также для определения потребных размеров щитков. Приближенный расчет боковой силы и потерь тяги при введении щитка в поток на глубину h может быть произведен также по формулам

$$P_y \approx 2,3 \text{Pr}(M) M h / H; \quad (22.27)$$

$$\Delta P_X \approx 1,6 \text{Pr}(M) (1 + 0,5M) h / H, \quad (22.28)$$

где M — число Маха набегающего на щиток потока перед плоскостью отрыва; H — высота поперечного сечения плоского сопла; $r(M)$ — табличная газодинамическая функция.

Разделив выражение (22.27) на (22.28), получим

$$K_{гд} = \frac{P_y}{\Delta P_X} \approx 1,44 \frac{M}{1 + 0,5M}.$$

Зависимость $K_{гд} = K_{гд}(M)$ для $n = 15$ приведена в таблице 22.1.
Согласно (22.27), (22.26) имеем

$$\bar{P}_y = P_y / P \approx 2,3r(M)Mh/H;$$

$$\Delta P_X = \Delta P_X / P = 1,6r(M)(1 + 0,5M)h/H.$$

Значения параметра \bar{P}_y (табл. 22.2) приведем для $n = 1, 15$ в зависимости от числа M и h/H .

Расчетные данные показывают, что эффективность щитка, как органа управления, существенно уменьшается с увеличением степени расширения сопла. С помощью четырех управляющих щитков, расположенных равномерно по периметру выходного сечения сопла, можно обеспечить независимое управление вектором тяги по каналам тангажа и рыскания.

Для управления в каждом из каналов используются два щитка, расположенных на диаметрально противоположных сторонах сопла. Боковая управляющая сила возникает при их несимметричном вводе в поток продуктов двигателя.

Линейное перемещение щитка в потоке продуктов сгорания с помощью рулевой машинки приводит к изменению F_3 . Это дает возможность, согласно формуле (22.25), изменять P_y в соответствии с программой полета. Аналогичная СУВТ может быть установлена и на РДТТ с четырехсопловым блоком. В этом случае для управления ракетой, по тангажу и рысканию на срезе каждого из сопел достаточно установить по одному щитку.

К достоинствам СУВТ на основе триммеров можно отнести простоту конструкции и отсутствие потерь тяги ($\Delta P_X = 0$) на органах управления при нулевых управляющих усилиях ($P_y = 0$), поскольку в этом случае щитки полностью выдвинуты из потока. В качестве недостатков следует отметить:

- 1) возможность получения сравнительно небольших управляющих усилий при приемлемых размерах щитков и потерях осевой тяги двигателя;
- 2) низкое значение $K_{гд}$;
- 3) обгар щитков в потоке продуктов сгорания, приводящий к изменению их размеров, а следовательно, и эффективности СУВТ в процессе работы;
- 4) необходимость установки дополнительных органов управления ракетой по крену.

Отмеченные особенности определяют рациональную область возможного применения рассмотренного типа СУВТ — в небольших ракетах с ограниченной маневренностью при малом времени работы РДТТ.

Т а б л и ц а 22.1

М	1,5	2,0	3,0	3,5	4,0	2,5
$K_{гд}$	1,23	1,44	1,73	1,83	1,92	1,60

Т а б л и ц а 22.2

h/H	М				
	2,0	2,05	3,0	3,5	4,0
	\bar{P}_y				
0,05	0,041	0,035	0,030	0,026	0,024
0,1	0,082	0,070	0,061	0,053	0,0472

22.9. ВДУВ РАБОЧЕГО ВЕЩЕСТВА В РАСШИРЯЮЩУЮСЯ ЧАСТЬ СОПЛА

Для управления вектором тяги РДТТ может использоваться регулируемый вдув рабочего вещества (газа) в расширяющуюся часть сопла через ряд отверстий в стенке соплового раструба. Осуществление этого метода не требует установки подвижных деталей в сверхзвуковом потоке продуктов сгорания топлива. Боковая сила, используемая для управления, в данном случае возникает за счет взаимодействия вдуваемого газа с основным потоком в сопле. В РДТТ с системой вдува изменение величины управляющей силы осуществляется регулированием расхода вторичного газа в сопло с помощью специальных клапанов, приводимых в действие рулевыми машинками сравнительно небольшой мощности. Вторичный газ к клапанам вдува может подаваться непосредственно из камеры сгорания РДТТ либо от вспомогательного газогенератора. В последнем случае общая масса СУВТ будет больше, но появляется возможность использовать в газогенераторе специальное топливо с пониженной температурой и минимальным содержанием конденсированных частиц в продуктах сгорания, что значительно улучшает тепловой режим работы клапанов, позволяет упростить их конструкцию и отработку. В конечном счете, СУВТ с газогенератором требует, как правило, меньших затрат на ее создание и имеет более высокую надежность. С целью обеспечения надежной работы клапанов вдува при отборе вторичного газа из основной камеры сгорания, работающей на металлизированном топливе, в ряде случаев применяется фильтрация и охлаждение продуктов сгорания перед подачей в СУВТ.

Это требует дополнительной установки фильтров и охладителей, что усложняет конструкцию двигательной установки и увеличивает ее массу.

Механизм образования боковой управляющей силы состоит в следующем. Вторичная струя газа при вдуве в расширяющуюся часть сопла воздействует на основной поток как источник массы, энергии и количества движения. Взаимодействие потоков приводит к возникновению в сопле косого, скачка уплотнения (рис. 22.14), за которым находится

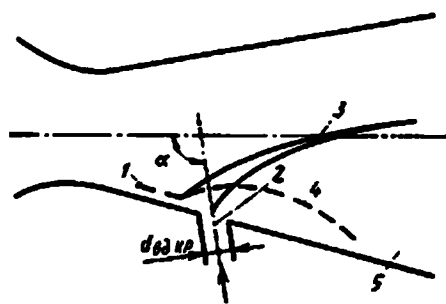


Рис. 22.14

Физическая схема процесса в сопле при вдуве газа в расширяющуюся часть сопла:

1 — пограничный слой; 2 — зона отрыва; 3 — косой скачок уплотнения; 4 — вдуваемый вторичный газ; 5 — зона повышенного статического давления; α — угол вдува.

зона повышенного статического давления (рис. 22.14), за которым находится зона повышенной статического давления. При этом эпюра давлений на внутренней поверхности расширяющейся части сопла не является симметричной, что и вызывает появление боковой неуравновешенной (управляющей) силы. Основная часть боковой управляющей силы образуется ниже по потоку от места вдува. Процесс взаимодействия потоков при вдуве имеет сложный характер. Регулирование боковой управляющей силы осуществляется за счет изменения секундного расхода вторичного газа дросселированием отверстия вдува. Увеличение расхода до некоторого определенного зна-

чения сопровождается возрастанием боковой управляющей силы. При дальнейшем повышении расхода вторичного газа зона, захваченная скачком уплотнения, достигает диаметрально противоположной стенки сопла, что приводит к уменьшению боковой управляющей силы. Для предотвращения этого явления отверстия вдува рекомендуется располагать на расстояниях от критического сечения сопла, составляющих 20...40% длины раструба. Возникновение боковой силы при вдуве сопровождается увеличением осевой тяги двигателя. Зависимость приращения тяги при вдуве от вторичного расхода приближается к линейной. Пропускание части продуктов сгорания топлива через отверстия вдува, а не через основное сопло, связано, однако, с потерями удельного импульса двигателя. Компенсация этих потерь требует размещения на борту ракеты дополнительного запаса топлива.

Для независимого управления по каналам тангажа и рысканья достаточно четырех дросселируемых отверстий вдува, расположенных симметрично по периметру сечения сопла, перпендикулярного его продольной оси. В этом случае, осуществляя вдув вторичного газа через два соседних отверстия, можно обеспечить создание управляющих усилий по тангажу и рысканью одновременно. В каждом канале управления используется по два отверстия вдува, расположенных на диаметрально противоположных стенках сопла. Это позволяет, при необходимости, изменить направление управляющей силы в каждом из каналов на противоположное. При отсутствии управляющих усилий клапаны вдува либо закрыты, либо открыты на одинаковую величину при вдуве от автономного газогенератора.

В последнем случае эпюра давления продуктов сгорания на стенки сопла также будет оставаться симметричной.

СУВТ с помощью вдува имеет сравнительно малую массу, высокое быстродействие. Практическая реализация системы вдува определяется созданием надежно работающих (в условиях высокотемпературного и эрозионного воздействия) клапанов.

Управляющие моменты по крену обычно целесообразно получать с помощью таких органов управления, как, например, небольшие вращающиеся управляющие сопла, работающие в зависимости от типа СУВТ либо на продуктах сгорания основного топлива двигателя, либо соединенные газогенератором вдува. Это позволяет уменьшить общее количество клапанов вдува и упростить СУВТ, хотя в принципе управление вектором тяги по всем каналам может осуществляться и посредством системы вдува вторичного газа в расширяющуюся часть сопла. В последнем случае для эффективной работы СУВТ по всем каналам, в том числе и по крену, достаточно восьми дросселируемых отверстий вдува, расположенных равномерно по периметру сечения сопла.

Вопросы, связанные с организацией системы бокового вдува вторичного газа в расширяющуюся часть сопла, в каждом конкретном случае требуют специальной конструктивной проработки. Отдельным экспериментально-доводочным работам должен предшествовать приближенный расчетный анализ, основанный на имеющихся результатах изучения течений возникающих при боковом вдуве газа в сверхзвуковой поток. При взаимодействии боковой струи со сверхзвуковым потоком возникают области отрыва с возвратными вихревыми

течениями. Установлено, что в области отрыва перед вдуваемой струей и за ней давление зависит от числа набегающего потока.

Так, например в плоском сверхзвуковом сопле (с выходным сечением высотой h_a) вдув (впрыск) в основной поток вторичной струи бесконечно малой интенсивности $dG_{вд}$ приводит к повышению давления в продуктах сгорания

$$\frac{dp}{p} = \frac{\bar{n}M^2}{M^n - 1} \left\{ \frac{di}{c_p T} + 2 \left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right) \frac{dG}{G} - [1 + (n-1)M^2] \frac{v_{вд} \cos \alpha dG}{vG} - \frac{dN}{N} \right\} N,$$

где $v = Ma$ — скорость потока; $v_{вд}$ — скорость вторичной струи; $v_{вд} \cos \alpha$ — осевая составляющая скорости вторичной струи; N — молярная масса; $n = c_p/c_v$ — отношение теплоемкостей; i, p — энтальпия и статическое давление; α — угол между осью канала вдува и осью сопла двигателя.

Импульс вдуваемой струи можно определить по соотношению

$$I_{вд} = \frac{n_{вд} + 1}{2n_{вд}} G_{вд} a_{вд.кр} Z(\lambda_{вд}),$$

где

$$Z(\lambda_{вд}) = \frac{1}{2} \left[\lambda_{вд} + \frac{1}{\lambda_{вд}} \right];$$

$$a_{вд.кр} = \sqrt{\frac{2n_{вд}}{n_{вд} + 1} RT_{0вд}}.$$

Равнодействующую сил давления для возмущенной области длиной $l = h_a \sqrt{M^2 - 1}$ можно определить по соотношению $dP_{yp} = l dp$, а соответствующий удельный импульс — по формуле

$$I_{удр} = \frac{dP_{yp}}{dG} = \frac{np h_a M^2}{G \sqrt{M^2 - 1}} \left\{ \frac{G di}{c_p T dG} + 2 \left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right) - [1 + (n-1)M^2] \frac{v_{вд} \cos \alpha}{v} - \frac{G dN}{N dG} \right\}.$$

Удельный импульс боковой силы при вдуве рабочего вещества в расширяющуюся часть сопла ($n = 1,24$, $T = 3000$ К, $M = 2,5$) определяется по соотношению

$$I_{уд.вд} = I_{удр} + I_{уд.вд} = I_{удр} + v_{вд} \sin \alpha + (p_{вд} - p) \frac{dF_{вд}}{dG_{вд}},$$

где $I_{уд.вд}$ — удельный импульс вдуваемой струи.

Эмпирическое соотношение для коэффициентов качества (рабочее тело — инертный газ) имеет вид

$$K_y = \frac{P_y}{P_{вд}} = 1,65 \left[0,095 \sqrt{\frac{l}{d_3}} + 0,9 \right] (\sin \alpha - 0,85 \cos \alpha),$$

где $d_3 = d_{вд} \frac{G_{вд}}{G} \frac{\beta_{вд}}{\beta}$ — эквивалентный диаметр отверстия; $G_{вд} d_{вд}$ — диаметр отверстия вдува на расширяющемся участке сопла; $\beta, \beta_{вд}$ — расходные комплексы для продуктов сгорания основного потока и вторичного рабочего вещества.

Соотношение для коэффициента качества K_y справедливо в диапазоне изменения центрального угла охвата возмущенной области в выходном сечении сопла $80 \leq \gamma_a \leq 160^\circ$. В случае распространения возмущений на противоположную вдуву сторону сопла $2\gamma_a > 160^\circ$ K_y уменьшается пропорционально γ_a

$$\Delta K_y \approx 1,25(\gamma_a - 80)10^{-2}.$$

При достижении угла охвата возмущенной области критического значения $2\gamma_a = 160^\circ$ увеличивать расход вдуваемого рабочего вещества рационально только через дополнительные отверстия, находящиеся в области разрежения.

При увеличении расхода $G_{вд}$ до определенного предела ($G_{вд} = G_{вд.кр}$) в области разрежения повышается давление без увеличения размеров возмущенной области, приводящее к возрастанию боковой управляющей силы без изменения K_y .

Размер области отрыва определяется глубиной проникновения боковой струи в сверхзвуковой поток. Установлено, что при различных значениях чисел M и относительного расхода вторичного газа $\bar{G}_{вд} = G_{вд}/G_{кр}$ размеры возмущенных областей и распределения давлений в них подобны. Боковое усилие может быть достаточно эффективным при исключении распространения возмущений, вызванных вдувом, на противоположную половину основного сопла. По этой причине вдув целесообразнее осуществлять через щелевое боковое сопло или ряд отверстий навстречу основному потоку при $M = 1$ ($a_{вд} = 120 \dots 150^\circ$) и при расположении бокового сопла в сечении, которое характеризуется возможно меньшим числом M основного потока.

Эффективность вдува практически не зависит от параметров, $p_{вд}/p_{0с}$ и $d_{вд.кр}/d_{кр}$ (при $\bar{G}_{вд} = \text{const}$), а зависит от типа вдуваемого рабочего тела, расхода вторичного потока и места расположения отверстий вдува (здесь $d_{вд.кр}$ — диаметр отверстия вдува).

Расчет боковой управляющей силы, как правило, проводится с двумя приближенными. В первом приближении определяется коэффициент качества $K_y = P_y/P_{вд}$, с помощью которого вычисляется необходимый расход вдуваемой струи и выбирается оптимальное значение числа M набегающего потока и местоположение вдува.

22.10. ВПРЫСК УПРАВЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ В РАСШИРЯЮЩУЮСЯ ЧАСТЬ СОПЛА

Наряду с использованием рассмотренного выше способа управления вектором тяги посредством вдува вторичного газа боковые управляющие силы в РДТТ могут создаваться также инжекцией жидкости в расширяющуюся часть сопла (рис. 22.15). Взаимодействие жидкости с основным потоком при несимметричной инжекции струй приводит в конечном счете, так же как и при несимметричном вдуве, к перераспределению давления на внутренней поверхности раструба сопла и появлению боковой неуравновешенной силы. Схема расположения инжекционных отверстий и клапанов, регулирующих расход управляющей жидкости, аналогична той, которая используется в системах вдува. Для хранения управляющей жидкости необходимо иметь на борту ЛА допол-

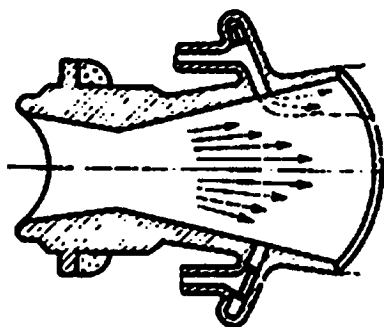
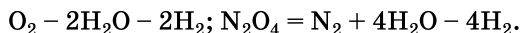


Рис. 22.15
Газодинамическое отклонение
струи за счет впрыска испаряю-
щейся жидкости в расширяю-
щуюся часть сопла

нительные емкости, специальную систему подачи жидкости — вытеснительную или насосную. В результате масса СУВТ, при прочих равных условиях, будет больше, чем при использовании вдува. Однако в отличие от системы вдува высокотемпературного газа при инъекции жидкости СУВТ работает в более благоприятном температурном режиме.

Эффективность создания управляющей боковой силы в значительной степени зависит от типа инжектируемого вещества; им могут быть как нейтральные, так и реагирующие жидкости и газы. Нейтральные жидкости H_2O , HCl_2 , F_2 , Br_2 , реагирующие жидкости и газы (H_2 содержатся в продуктах сгорания):



Эффективность впрыска, так же как и вдува, в значительной степени зависит еще и от длины пути перемешивания (длина участка внутри раструба, на которой происходит диссипация возмущений потока, вызванных введением инжектируемой жидкости) и от глубины проникновения.

Под глубиной проникновения понимается расстояние, на которое инжектируемое вещество распространяется в глубь основного потока. Длина пути перемешивания зависит от расхода и свойств инжектируемого вещества, от конструкции и местоположения инжектора, а также от давления инъекции. Местоположение форсунок впрыска оптимально на расстоянии 0,5...0,7 длины расширяющейся части выходного сечения сопла.

Как показывают расчеты, роль импульса впрыскиваемой струи жидкости в формировании P_y незначительна, поэтому угол впрыска не оказывает существенного влияния на управляющую силу. Результаты экспериментальных исследований указывают на то, что эффективность инъекции значительной степени зависит от давления инжектируемой струи. При уменьшении отношения давления инъекции (для фреона) к давлению в камере сгорания с 1,9 до 0,32 боковая управляющая сила от давления инъекции изменяется с изменением давления в камере сгорания.

23.1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Объектом исследования при проектной оптимизации является проект разрабатываемого элемента конструкции, входящего в состав сложной системы более высокого иерархического уровня (рис. 23.1). Совершенствование разрабатываемого элемента (подсистемы) направлено, прежде всего, на повышение эффективности системы в целом. Поэтому в соответствии с современным системным подходом оптимизация каждого элемента конструкции (каждой подсистемы) должна быть направлена на оптимизацию системы в целом. Эта задача решается на основе разработки и обоснования соответствующих критериев эффективности отдельных элементов конструкции на основе системного подхода.

Решение задачи проектной оптимизации параметров двигателей в общей постановке связано с большими трудностями, обусловленными, главным образом, следующими основными факторами:

- 1) одновременной и независимой разработкой ряда отдельных элементов конструкции в различных проектных организациях;
- 2) многообразии возможных проектных решений по каждому разрабатываемому элементу конструкции;
- 3) наличием в ряде случаев достаточно высокой степени неопределенности внешних воздействий на систему и ее элементы в условиях эксплуатации;
- 4) наличием ограничений на сроки и стоимость проектирования.

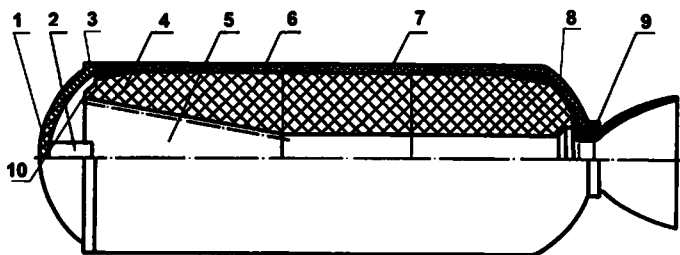


Рис. 23.1
Схема РДТТ:

1 — переднее днище; 2 — воспламенительное устройство; 3 — узел соединения переднего днища с обечайкой; 4 — заряд ТТ; 5 — камера сгорания; 6 — корпус; 7 — защитно-крепящий слой; 8 — теплозащитное покрытие; 9 — сопловой блок; 10 — бронирующее покрытие.

С учетом указанных факторов возникает практическая необходимость решения задачи оптимизации отдельных элементов (подсистем) двигателей в рамках требований частных ТЗ на их проектирование, устанавливаемых головной проектной организацией по результатам приближенной оптимизации системы методами математического моделирования с использованием (при наличии) статистических данных, результатов физического моделирования, а также методов теории подобия. Такой подход, основанный на использовании принципа декомпозиции, не исключает системный подход, поскольку разработанные критерии оптимизации отдельных проектируемых элементов конструкции двигателей различных типоразмеров составлены на основе системного подхода и повышение эффективности элементов по этим критериям непосредственно ведет к повышению эффективности двигателя в целом. Такие критерии, позволяющие в количественном отношении оценить влияние повышения эффективности проектируемых элементов на эффективность всей системы, называются критериями-заместителями. Они обеспечивают возможность сравнительной оценки различных вариантов проектируемых элементов и выбора среди них наиболее предпочтительных, не прибегая к длительной и дорогостоящей оптимизации элемента конструкции в составе всей системы. Данное обстоятельство определяет практическую целесообразность использования принципа декомпозиции при оптимизации проектных параметров элементов сложных систем, в том числе и элементов конструкций двигателей различных типоразмеров.

23.2. КОМПЛЕКСНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА

При оптимизации элемента конструкции двигателя в рамках требований ТЗ совокупность проектных решений выбирается, прежде всего, исходя из условия выполнения всех этих требований. При оптимизации проектных решений требования ТЗ выступают как ряд ограничений, налагаемых на величины параметров проектируемого элемента конструкции (подсистемы). В соответствии с системным подходом, критерий оптимизации проектируемой подсистемы двигателя должен достаточно полно учитывать, по мере возможности, влияние совокупности ее проектных решений на эффективность всего двигателя. Величина этого влияния может быть количественно учтена, если при оптимизации различных подсистем двигателя будет использоваться комплексные критерии. В этом случае повышение эффективности отдельной подсистемы двигателя в процессе оптимизации будет вести к повышению эффективности двигателя в целом, что и требует системный подход. Наиболее простым является случай, когда критерий эффективности указан в ТЗ на проектирование и тогда задача его выбора естественно отпадает. В противном случае, который является наиболее типичным, возможны два основных подхода к оптимизации. Первый подход состоит в том, что разработчики подсистемы оптимизируют ее в составе двигателя по критерию эффективности последнего. Однако, как уже отмечалось, практическое проведение такой оптимизации весьма затруднительно. Второй подход предполагает, что разработчики подсистемы двигателя сами выбирают критерий ее оптимизации с учетом требований ТЗ. Для подсистем рассматриваемого класса такой выбор может быть сделан, напри-

мер, из числа комплексных критериев. Эти критерии теоретически обоснованы и соответствуют системному подходу. Вопросы оптимизации эффективности и качества двигателя тесно взаимосвязаны. Повышение качества (совершенствование) конструкций различных двигателей и их основных подсистем направлено в конечном счете на повышение их эффективности в реальных условиях эксплуатации. При этом, в соответствии с современным системным подходом, критерии оптимизации качества должны разрабатываться с учетом и на основе критериев оптимизации эффективности. Качество (совершенство) можно рассматривать в этом случае как потенциальную возможность изделия к достижению высокой эффективности. Здесь следует отметить, что даже самое совершенное изделие в определенных условиях эксплуатации может иметь низкую и даже нулевую эффективность. Так, например, если тяга двигателя будет меньше сопротивления внешней среды, то и самый совершенный по конструкции двигатель в составе транспортного средства не обеспечит его движения и будет иметь нулевую эффективность. Сравнивая фактические значения показателей эффективности двигателя с их теоретически максимальными значениями (показателями качества), можно в случае необходимости количественно оценивать влияние внешних для двигателя (эксплуатационных) факторов на его эффективность. Таким образом, показатели качества можно рассматривать как теоретически максимальные значения показателей эффективности, соответствующие наиболее благоприятному режиму эксплуатации (когда КПД максимален). Оптимизацию по критериям качества можно, в частности, проводить при наличии ограниченной информации об условиях эксплуатации двигателя и их отдельных подсистем. При комплексной оценке качества с использованием нескольких показателей широкое распространение получили экспертные, статистические и экспертно-статистические методы. Среди указанных методов лишь статистические относятся к числу формализованных (неэвристических) методов. Использование этих методов требует однако наличия достаточно большого числа статистических данных по характеристикам изделий аналогичного функционального назначения. Рассмотрим основные расчетные зависимости статистических методов. Использование статистических методов при комплексной оценке и оптимизации качества изделий рассматриваемого класса предусматривает наличие определенной взаимосвязи между их единичными показателями качествами. Эта взаимосвязь должна проявляться на фоне всевозможных случайных факторов, которые искажают эту зависимость. Единичным называется показатель качества продукции, относящийся к одному из ее свойств. Относительные единичные показатели качества рассчитываются по зависимостям:

$$\begin{aligned} & \text{либо} \\ & g_i = P_i / P_{i6} \\ & g_i = P_{i6} / P_i, \end{aligned}$$

где P_i — значение i -го единичного показателя качества рассматриваемого проектного варианта изделия (подсистемы); P_{i6} — значение i -го единичного показателя качества базового образца изделия.

Из этих зависимостей при проведении расчетов выбирается та, в которой увеличение g_i соответствует повышению качества проектируемого изделия.

Комплексный показатель качества продукции относится к ее нескольким свойствам. Показатель, по которому принято решение оценивать качество продукции, называется определяющим показателем качества. Определяющий показатель может быть единичным и комплексным. Комплексный определяющий показатель качества называется обобщенным. Этот показатель используется в качестве критерия оптимизации изделия в системе автоматизированного проектирования. Комплексный и обобщенный показатели качества являются функциями единичных показателей качества и характеризуют сложные свойства изделия.

Одним из наиболее распространенных статистических методов формирования комплексного показателя качества является корреляционный метод. При использовании этого метода комплексный показатель качества K вычисляется по соотношению

$$K = \sum_{i=1}^n a_i g_i,$$

где a_i, g_i — соответственно коэффициенты весомости и оценки единичных показателей качества; n — число учитываемых единичных показателей качества.

Коэффициенты весомости a_i i -го единичного показателя качества рассчитываются по зависимости:

$$a_i = |r_i| / \sum_{i=1}^n |r_i|,$$

где r_i — коэффициент корреляции между соответствующими единичными показателями качества j -го изделия P_{ij} и одним из показателей затрат (массовых, денежных и т. п.).

Коэффициент r_i вычисляется по формуле:

$$r_i = \frac{\sum_{j=1}^L (P_{ij} - \bar{P}_i)(C_j - \bar{C})}{\left[\sum_{j=1}^L (P_{ij} - \bar{P}_i)^2 \sum_{j=1}^L (C_j - \bar{C})^2 \right]^{1/2}},$$

где L — объем выборки изделий; \bar{P}_i, \bar{C} — соответственно средние значения i -го единичного показателя качества и затрат для рассматриваемой выборки изделий; C_j — значение показателя затрат для j -го изделия выборки.

Следует отметить, что значения коэффициентов корреляции и коэффициентов весомости будут невелики для тех малосущественных показателей, достижение которых не требует значительных затрат. Вместе с тем для показателей, повышение которых связано со значительными затратами, эти коэффициенты будут большими. Недостатком рассмотренного метода является отсутствие достаточного обоснования самой структуры комплексного показателя качества. В тех случаях, когда комплексный показатель качества уже выбран достаточно эффективным представляется регрессионный статистический метод комплексной оценки качества промышленной продукции. Этот метод основан на определении среднестатистической зависимости одного из показателей качества, выступающего в роли комплексного показателя качества, от единичных показателей. Оценка проектов по этому методу делается путем сравнения за-

трат на реализацию рассматриваемого проекта со среднестатистическими затратами \bar{C} : $H = \bar{C}/C$. Чем больше величина H , тем выше качество проекта согласно данному методу. Среднестатистические затраты определяются по уравнению регрессионной зависимости затрат от единичных показателей при наличии достаточно большой выборки проектов. Комплексная оценка уровня качества показывает во сколько раз затраты на создание рассматриваемого объекта отличаются от среднестатистических затрат на создание объекта с такими же единичными показателями. Таким образом, может быть дана комплексная оценка технико-экономического уровня качества изделия. Помимо рассмотренных известны и другие статистические методы оценки качества. К ним относятся компонентный и факторный методы, в которых при определении комплексных показателей качества исследуется статистическая взаимосвязь между всеми показателями качества изделий исходной выборки. Однако анализ известных статистических методов по данным ряда работ, посвященных вопросам количественной оценки качества, позволяет выявить и ряд общих недостатков этих методов:

1) необходимость наличия для оценки качества достаточно большого количества статистических данных по характеристикам различных двигателей, что не всегда имеет место;

2) методические трудности теоретического обоснования выбора номенклатуры и базовых значений единичных показателей качества, влияющего на результаты комплексной оценки качества;

3) влияние объема выборки двигателя на вид зависимости для оценки комплексного показателя качества;

4) отсутствие системного подхода при построении показателей качества.

В соответствии с общей классификацией методов определения комплексных показателей качества, представленной на (рис. 23.2), к числу математических методов, наряду с рассмотренными, относится метод оптимальной классификации.

Этот метод относится к классу неэвристических (формализованных) методов и поэтому в принципе может использоваться в научно-методическом обеспечении систем машинного проектирования тепловых двигателей. В соответствии с методом оптимальной классификации проводится разделение области изменения единичных показателей качества на ряд подобластей — классов. Объекты с близкими значениями единичных показателей качества относятся к одному классу, что предполагает близость значений их комплексных показателей качества. Метод оптимальной классификации требует несколько меньшей выборки, но обеспечивает меньшую точность оценки качества; алгоритм этого метода позволяет отнести конкретный двигатель к одному из классов, но не позволяет сравнивать качество двигателей, относящихся к одному классу. Поэтому метод оптимальной классификации в настоящее время не нашел широкого применения. В связи с изложенным, при комплексной оценке качества изделий рассматриваемого класса в процессе их проектной оптимизации и экспертизы качества разработок наиболее целесообразным в настоящее время представляется использование экспертно-статистического метода. Экспертно-статистический метод комплексной количественной оценки качества не имеет не-

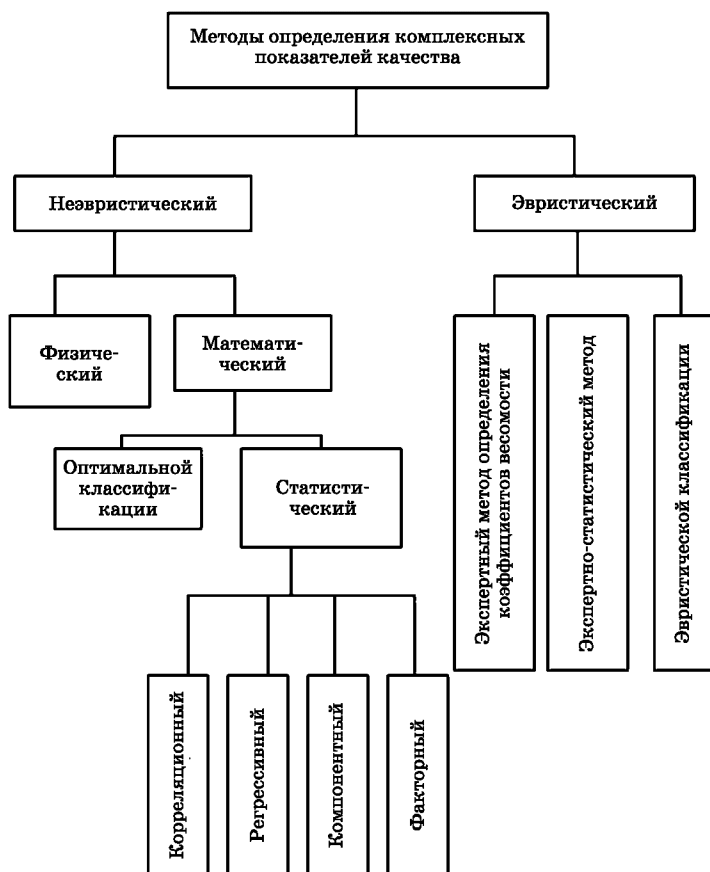


Рис. 23.2
Классификация методов определения комплексных показателей качества

которых недостатков корреляционного и статистического методов и является наиболее универсальным. Практическая реализация этого метода заключается в следующем. Экспертам из числа высококвалифицированных специалистов предлагается назначить значения комплексных показателей качества некоторому количеству изделий рассматриваемого класса. Каждое из этих изделий задается значениями единичных показателей качества. Полученная от экспертов информация о значениях комплексного показателя качества различных изделий рассматриваемого класса далее обрабатывается известными математическими методами (например, методом наименьших квадратов) и определяется вид зависимости этого показателя от единичных показателей качества. Основными этапами экспертно-статистического метода комплексной оценки качества являются.

Подготовка данных по параметрам оцениваемых изделий:

- разъяснение экспертам цели управления качеством изделий рассматриваемого класса;

- проведение опроса экспертов;
- отбор и обработка экспертных данных;
- анализ экспертных данных и определение зависимости комплексного показателя качества от единичных показателей качества.

Для подготовки экспертных данных из изделий рассматриваемого класса берется выборка. Объем этой выборки должен быть значительно больше, чем число учитываемых единичных показателей качества.

Применение рассматриваемого метода не требует наличия большой выборки реальных изделий. В тех случаях, когда выборка реальных изделий мала, она может быть дополнена за счет гипотетических изделий рассматриваемого класса. Это существенно расширяет возможности практического использования экспертно-статистического метода по сравнению со статистическими методами комплексной оценки качества. Целесообразно, чтобы значения единичных показателей качества, включаемых в выборку гипотетических изделий были практически реализуемы на современном этапе развития техники. Такой подход поможет экспертам дать квалифицированные оценки качества изделий выборки. На заключительном этапе экспертно-статистического метода определяется математическая модель комплексного показателя качества от единичных показателей и методом наименьших квадратов находятся оценки ее параметров. Далее проводится анализ полученной математической модели комплексного показателя качества. Математическая модель комплексного показателя качества должна быть непротиворечивой. Так, например, значение комплексного показателя технического совершенства должно возрастать с улучшением значений показателей назначения изделия. При анализе математической модели оценивается также степень влияния отдельных единичных показателей качества на комплексный показатель. Значения комплексного показателя качества проектируемых изделий, определяемые с помощью рассмотренного метода, будут близки к результатам опроса экспертов о качестве данных изделий. Это позволяет оценивать качество различных проектных вариантов двигателей или отдельных его подсистем не прибегая всякий раз к опросу экспертов, требующему значительных затрат рабочего времени. Появляется также возможность проводить комплексную оценку качества различных проектных вариантов двигателей и их отдельных подсистем в процессе автоматизированного проектирования с помощью ЭВМ. Получаемая с помощью данного метода зависимость комплексного показателя качества от единичных показателей качества может использоваться как критерий проектной оптимизации изделий рассматриваемого класса.

23.3. КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ

23.3.1. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ

Одной из главных задач двигателестроения является дальнейшее повышение качества выпускаемой продукции. Поэтому задачи анализа качества двигателей приобретают в современных условиях особую актуальность при разработке научно-методического обеспечения систем их машинного проектирования.

В последние годы в самых различных отраслях производства предпринимаются многочисленные попытки количественно измерить и оценить качество разнообразной промышленной продукции. Однако задача количественного анализа качества однородной и взаимозаменяемой технической продукции не получила пока достаточно общего и обоснованного решения в общетехническом плане. Об этом лучше всего свидетельствует широкое применение метода экспертных оценок в самых разных отраслях производства, хотя этот метод нельзя отнести, как известно, к разряду формализованных, точных или нетрудоемких методов. Нерешенность этой задачи создает и определенные методические трудности на пути создания систем машинного проектирования двигателей, в которых сравнительная количественная оценка качества различных проектных вариантов двигателей должна проводиться полностью формализованными — алгоритмическими методами, реализуемыми в программном обеспечении ЭВМ. При разработке методов количественной оценки качества и проектной оптимизации ЭС необходимо, прежде всего, учитывать основные требования к двигательной установке. Поэтому остановимся вкратце на этих требованиях.

Рабочий процесс в двигателях характеризуется сравнительно высоким уровнем давления, высокими температурами продуктов сгорания топлива, скорости газового потока и быстрым их изменением на нестационарных режимах, что приводит к возникновению специфических условий нагружения отдельных подсистем двигателя и усложняет их расчет и отработку. Конструкция двигателя должна соответствовать его назначению и удовлетворять техническим требованиям в первую очередь по следующим основным параметрам:

- 1) удельному импульсу тяги;
- 2) массам конструкции и топлива двигательной установки (ДУ);
- 3) удельному расходу топлива;
- 4) времени выхода на стационарный режим;
- 5) величине регулирования тяги;
- 6) уровню надежности.

Помимо этого, отклонения параметров ДУ от номинальных значений в процессе ее эксплуатации не должны выходить за определенные техническими требованиями границы. Конструкция двигателя и его узлов и деталей должна быть по возможности простой и технологичной и, вместе с тем, эффективной. При ее проектировании должны максимально использоваться действующие стандарты и нормал. Конструкция должна обеспечивать возможность надежного контроля качества изготовления.

Степень совершенства конструкции двигателя и надежность его работы в значительной мере зависят от правильности выбора схемно-конструктивных решений по подсистемам (камере сгорания, соплу и др.) и двигателю в целом, а также от выбора марки топлива, конструкционных и теплозащитных материалов для отдельных элементов ДУ. При этом увеличение надежности двигателя связано, прежде всего, с повышением запасов прочности и стойкости отдельных элементов конструкции в условиях эксплуатации. Однако создание конструкций, отвечающих таким повышенным требованиям, ведет к дополнительным затратам времени и средств. Кроме того, увеличение запаса прочности ведет к утяжелению конструкции. Только комплексный анализ отмеченных факторов при оптимизации проектных параметров по принятому критерию

качества позволяет определить в каждом конкретном случае рациональный выбор схемно-конструктивных решений и значений отдельных параметров с учетом технических требований на проектирование.

Расчет параметров и характеристик двигателя на стадии проектирования методически целесообразно разделить на два этапа. Первый этап включает в себя приближенный выбор основных проектных параметров, а второй этап — уточненный расчет отдельных подсистем конструкции. Параметры и схемно-конструктивные решения ДУ, в соответствии с системным подходом, должны выбираться из совместного рассмотрения летательного аппарата, т. е. во взаимосвязи с параметрами других двигателей и траектории движения. Разрабатываемая ДУ должна по своим характеристикам удовлетворять требованиям технического задания на проектирование. При выборе основных параметров и характеристик ДУ большое значение имеют также допустимые сроки ее создания и условия эксплуатации в составе конкретного изделия. В общем случае рациональные значения параметров ДУ зависят от конструктивной и аэродинамической схем двигателей, энергетических, физико-химических и теплофизических характеристик топлива, используемых конструкционных, теплозащитных и теплоэрозионностойких материалов, экономико-производственных и эксплуатационных факторов. В принципе, оптимизация проектных параметров и схемно-конструктивных решений ДУ должна проводиться по комплексному критерию качества с учетом энергомассовых, геометрических (габаритных), надежностных, эксплуатационных и временных характеристик, а также целевого назначения ДУ. В ряде случаев решающее значение приобретают массовые характеристики (массовая эффективность) ДУ, в других — габаритные, временные и т. п. То есть в зависимости от конкретного назначения ДУ одни характеристики (критерии) будут основными, а другие — вспомогательными.

23.3.2. КРИТЕРИИ ОПТИМИЗАЦИИ

Главными критериями при выборе параметра и характеристик ЭС являются: энергомассовый, надежностный и стоимостный.

В зависимости от целевого назначения ЭС эти критерии играют различную роль. Например, если к ЭС предъявляются высокие требования по энергетическим и массовым характеристикам, основным критерием является энергомассовый. И, наоборот, при отсутствии жестких требований к энергомассовым характеристикам основным критерием является стоимостный критерий. Требуемый уровень надежности ЭС, как правило, задается в ТЗ на проектирование.

С учетом энергомассового, надежностного и стоимостного критериев качества задача может быть сформулирована, например, таким образом. Для ЛА с РДТТ, обеспечивающего с заданной доверительной вероятностью доставку необходимой массы полезного груза на требуемую дальность, определить оптимальные проектно-баллистические параметры ЭС, отвечающие минимуму стартовой массы ЛА и удовлетворяющие наложенными ограничениями, в том числе по его надежности и стоимости.

Частными критериями, характеризующими энергомассовое совершенство двигателя, являются удельный импульс тяги и коэффициент массового совершенства.

Соотношение для удельного импульса тяги можно записать в виде

$$I_{\text{уд}} = P/G_{\text{кр}},$$

где P — тяга двигателя; $G_{\text{кр}} = pF_{\text{кр}}/\beta$ — секундный массовый расход продуктов сгорания; p — давление; $F_{\text{кр}}$ — площадь критического сечения сопла; β — расходный комплекс.

Соотношение для коэффициента массового совершенства имеет вид

$$\alpha = q/\omega,$$

где q — пассивная масса двигателя; ω — масса заряда ТТ и воспламенительного состава.

Однако в общем случае ни коэффициент массового совершенства, ни удельный импульс тяги в отдельности не могут характеризовать совершенство двигателя.

Совершенство ЭС по энергомассовому критерию может быть наиболее достоверно определено в составе ЛА или в рамках требований технического задания, причем в составе ЛА оно может определяться по экстремальным значениям скорости ЛА при фиксированных значениях стартовой массы и массы полезной нагрузки или стартовой массы при фиксированных значениях скорости (дальности) и массы полезной нагрузки или массы полезной нагрузки при фиксированных значениях дальности и стартовой массы.

В рамках требований ТЗ, например, при задании тяги двигателя P , времени работы t и внешних размеров (диаметр и общая длина двигателя) оптимальные параметры и характеристики двигательной установки будут соответствовать минимальной массе РДТТ.

23.4. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПРОЕКТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ РДТТ

23.4.1. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РДТТ

Рабочий процесс в РДТТ характеризуется высоким уровнем давления, температуры продуктов сгорания, скорости потока и других параметров и весьма быстрым их изменением на нестационарных режимах, что приводит к возникновению специфических условий нагружения отдельных узлов (элементов) двигателя, которые необходимо учитывать при проектировании и отработке РДТТ. Конструкция РДТТ должна соответствовать назначению двигателя и удовлетворять техническим требованиям в первую очередь по следующим параметрам:

- 1) массе конструкции ЭС;
- 2) массе топлива;
- 3) удельному импульсу тяги на земле и в пустоте;
- 4) номинальному среднеинтегральному значению суммарного массового секундного расхода продуктов сгорания;
- 5) времени работы при выходе на стационарный режим на основном участке и при спаде давления;

6) максимально допустимым отклонениям указанных величин от их номинальных значений.

Обоснованный выбор проектно-баллистических параметров и характеристик РДТТ может быть осуществлен в результате расчета. Расчет параметров и характеристик методически может быть разделен на два этапа. Первый этап включает в себя приближенный выбор основных проектно-баллистических параметров двигателя, второй — уточненный расчет отдельных элементов (узлов конструкции) и РДТТ в целом.

Параметры РДТТ должны выбираться на основе анализа ее функционирования в составе ракеты и траекторией полета.

Разрабатываемая ЭС должна быть эффективной. ЭС считается эффективной, если она по своим основным характеристикам удовлетворяет требованиям технического задания при минимальных затратах на ее разработку, изготовление и эксплуатацию.

Большое значение при выборе основных параметров и характеристик РДТТ имеют сроки обработки, а также факторы эксплуатационного характера. Эффективность РДТТ зависит от конструктивной и аэродинамической схемы изделия, энергетических, физико-химических и физико-механических характеристик твердого топлива и применяемых материалов (конструкционных, теплозащитных и теплоэрозионностойких), экономических производственных и эксплуатационных факторов (технологичность конструкции, достигнутый уровень производства, наличие отечественной сырьевой базы и т. д.).

В принципе, для определения эффективности ЭС оптимизация ее проектно-баллистических параметров должна проводиться по комплексному критерию качества с учетом энергомассовых, надежностных, стоимостных, эксплуатационных и временных характеристик. В ряде случаев решающее значение приобретают габаритные характеристики ЭС. При этом в зависимости от назначения изделия одни характеристики (критерии качества) будут основными, другие вспомогательными. В качестве метода оптимизации используется метод случайного поиска.

Исходными независимыми параметрами для определения геометрических, массовых и конструктивно-баллистических характеристик, выбираемые для РДТТ, являются:

- 1) внешний диаметр заряда твердого топлива;
- 2) относительная величина цилиндрической части заряда ТТ;
- 3) давление в камере сгорания;
- 4) степень расширения сопла;
- 5) единичная скорость горения ТТ.

23.4.2. ЭТАПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И СОЗДАНИЯ РДТТ

Процесс создания РДТТ происходит последовательно через этапы (рис. 23.3):

- 1) технических предложений (предэскизное проектирование);
- 2) эскизного проектирования;
- 3) технического проектирования.

Этап предэскизного проектирования завершается выпуском технических предложений. На этом этапе в рамках технического задания, как правило,

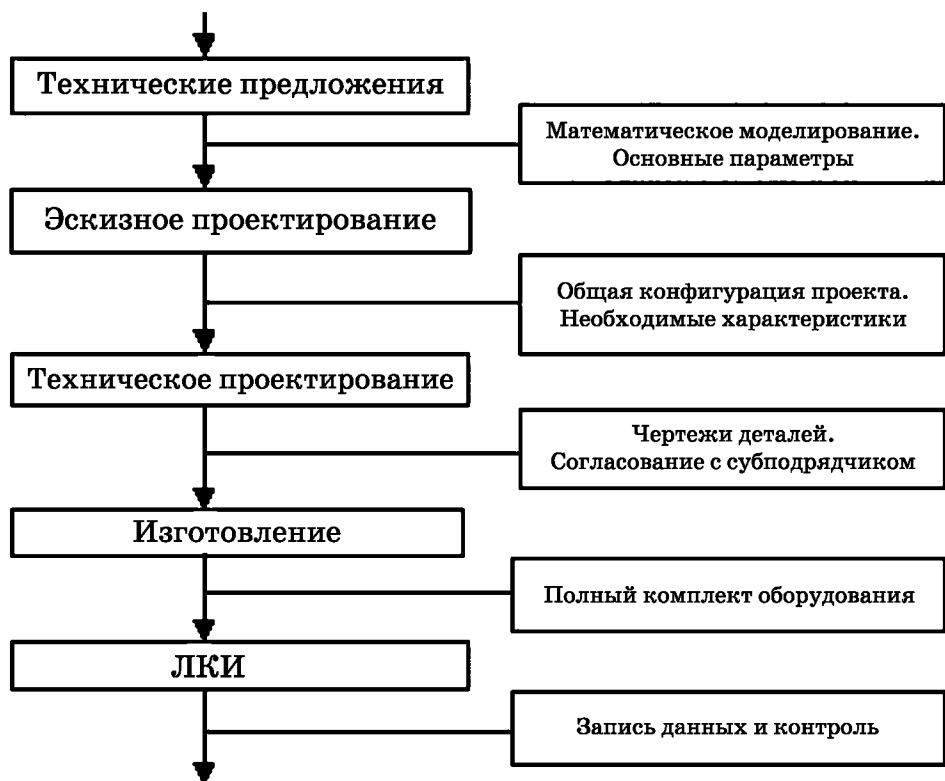


Рис. 23.3
Основные параметры проектирования и создания РДТТ

методами математического моделирования определяется технический облик двигателя, его основные проектные параметры и характеристики. В частности, выбираются твердое топливо, конструкционные, теплозащитные и теплоэрозионностойкие материалы для корпуса и соплового блока, определяются оптимальное давление и другие параметры рабочего процесса.

На этом этапе проводится определение схемно-конструкторских решений по отдельным узлам и элементам двигателя.

На этапе эскизного проектирования определяются (уточняются по сравнению с этапом предэскизного проектирования) параметры и характеристики отдельных систем или подсистем двигателя и РДТТ в целом. В частности, на этом этапе проводятся расчеты (уточнения) внешних параметров и характеристик (диаметра, относительной длины и др.), а также внутрибаллистических, тяговоэнергетических, термогазодинамических, прочностных и других характеристик двигателя. Кроме того, уточняются характеристики заряда ТТ, камеры сгорания, соплового блока и РДТТ в целом. Этап эскизного проектирования завершается выпуском эскизного проекта.

Этап технического проектирования заканчивается выпуском рабочих чертежей узлов и элементов и разработкой технической документации на двигатель, его испытания и эксплуатацию.

Первые две стадии (два этапа) проектирования взаимосвязаны как исходными данными, так и выходными результатами, при этом в процессе проектирования имеет место возврат к операции предыдущего этапа. Например, после выбора на первом этапе проектных параметров на втором этапе производится их уточнение и, следовательно, возникает необходимость их возврата к первому этапу. Процесс взаимной увязки продолжается до тех пор, пока не будет получен вариант РДТТ, полностью удовлетворяющий требованиям ТЗ. На всех этапах машинного проектирования широко используются методы математического моделирования.

23.4.3. СТРУКТУРА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Для определения оптимальных параметров двигательной установки необходимо иметь математическую модель для расчета отдельных систем, подсистем и двигателя в целом по различным частными критериям и по комплектно-му критерию.

Математическая модель устанавливает связь между баллистическими, геометрическими, энергомассовыми, надежностными и стоимостными характеристиками. При этом вполне естественно, что чем лучше математическая модель отражает реальную сущность явления (фактора), тем выше точность определяемых результатов. Структура математической модели двигателя зависит от целевой задачи проектирования и определяется с одной стороны необходимой точностью, с другой — затратами машинного времени на существующей компьютерной технике. Для составления математической модели в РДТТ можно выделить ряд систем и подсистем, таких как корпус, сопловой блок, теплозащитные покрытие (ТЗП), наносимое на внутреннюю поверхность камеры сгорания, заряд твердого топлива (рис. 23.4).

В свою очередь некоторые из этих систем можно разбить на подсистемы. Корпус в зависимости от конструктивной схемы может состоять из подсистем, например, из обечайки, переднего и заднего днищ.

Для конструктивной системы «Кокон» подсистемы для корпуса отсутствуют, так как корпус в этом случае является единым элементом.

Сопловой блок (для односопловой конструкции), в принципе, может состоять из трех подсистем: сужающейся, трансзвуковой (область минимального сечения сопла) и расширяющейся частей сопла. Такое разделение соплового блока на подсистемы в основном обусловлено уровнем тепловых и эрозионных нагрузок — уровнем статического давления, скорости газового потока и статической температуры продуктов сгорания.

Заряд ТТ состоит, как правило, из двух подсистем — собственно заряда ТТ и бронирующего покрытия.

Приведенное разделение той или иной системы на подсистемы является условным и зависит, главным образом, от конструкции РДТТ и его отдельных систем.

Неотъемлемой частью математической модели двигателя является математическая модель внутрикамерных процессов, прогнозирующая уровень и закономерность изменения газодинамических параметров рабочего процесса в камере сгорания РДТТ.

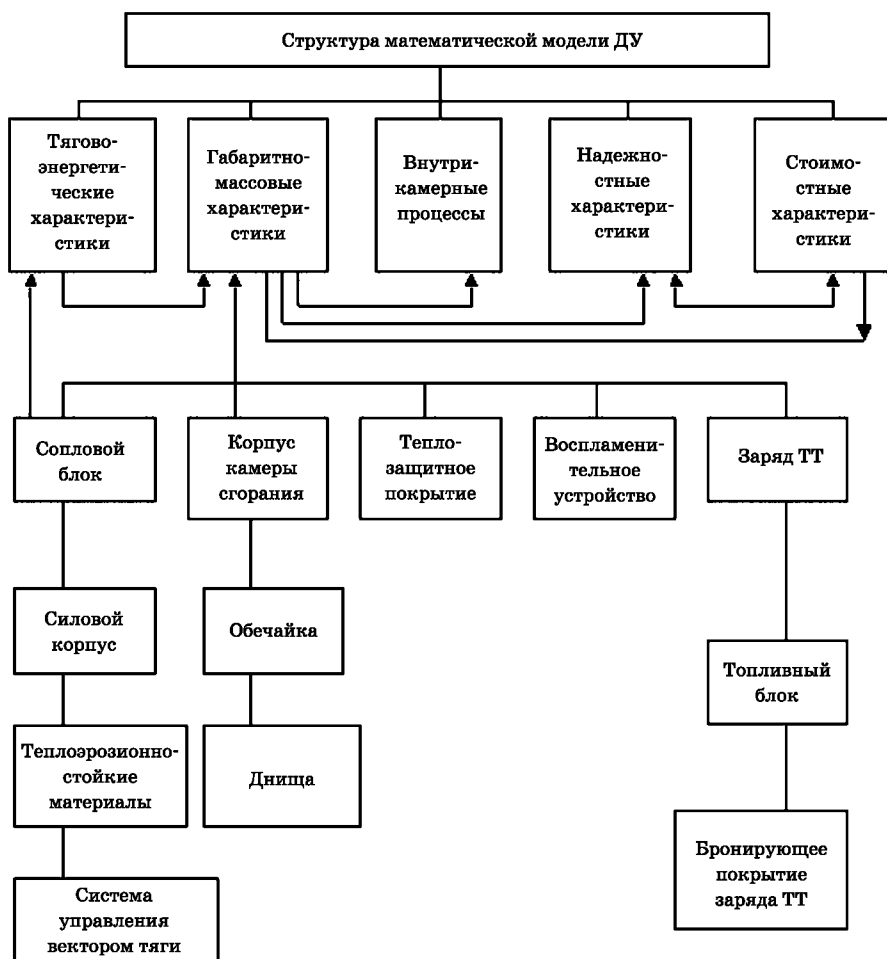


Рис. 23.4
Структура математической модели ДУ

23.4.4. СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДВИГАТЕЛЯ

САПР двигателя (энергосистемы) на стадии технических предложений условно состоит из двух этапов.

1. Математическое моделирование внешних (проектных) параметров и параметров рабочих процессов энергосистемы.

2. Графическое построение (разработка чертежей общего вида энергосистемы, например, на плоттере).

В свою очередь математическое моделирование (численный эксперимент) включает:

1) разработка математических моделей. Записывается исходная система дифференциальных или интегральных уравнений с соответствующими краевыми условиями;

2) для установления дифференциального или интегрального оператора производится выбор метода численного интегрирования. Осуществляется устойчивость и т. д. выбранной схемы;

3) разработка вычислительного алгоритма;

4) программирование и методическая отладка алгоритма и программы. Производится проверка функционирования программы (математическое моделирование) на конкретных тестовых задачах, сравнение с опытными данными;

5) математическое моделирование (серийные расчеты).

Численный эксперимент предполагает взаимосвязь всех составляющих численного математического моделирования, иерархическое построение моделей, алгоритмов и программ, направленных на решение поставленной задачи. В процессе этого эксперимента происходит, по сути дела, уточнение исходной физической модели.

Использование численного эксперимента позволяет в ряде случаев значительно сократить сроки НИ и ОКР. Результаты численного эксперимента позволяют перейти ко второму этапу — графическому построению чертежей общего вида проектируемой энергосистемы.

Проектирование РДТТ является весьма сложным и трудоемким процессом. Сложность и многообразие процессов и явлений, сопровождающих работу РДТТ; большое число возможных конструктивно-компоновочных схем двигателей; повышенные требования к достоверности и оперативности получения результатов проектного анализа — все это в совокупности предопределяет необходимость и целесообразность использования научно-методического обеспечения, ориентированного на использование вычислительной техники. Совокупность формализованных алгоритмов проектирования, положенных в основу программного обеспечения САПР, позволяет синтезировать и анализировать различные варианты решений, характеризуемых различными сочетаниями величин подсистем РДТТ. Задача оптимизации проектных параметров и конструктивной схемы РДТТ, как уже отмечалось, может решаться с необходимой для практики точностью только численными методами, поскольку зависимости, определяющие массовые, геометрические, расходный и другие характеристики двигателя, а также система уравнений, описывающих процесс функционирования РДТТ, не решается в аналитической форме. Алгоритмы, применяемые в САПР, описывают процессы проектирования и расчета основных подсистем РДТТ (заряда соплового блока, корпуса, камеры сгорания и др.) при этом результаты расчета по одним алгоритмам и подпрограммам могут использоваться в качестве исходных данных для расчета рабочего процесса по другим алгоритмам. Так, например, результаты расчета изменения площади поверхности горения заряда по толщине горящего свода используются в качестве исходных данных при определении площади критического сечения сопла; диаграммы давление — время при расчете энерго-тяговых и других характеристик РДТТ. Рабочие программы алгоритмов САПР, а также необходимые для проектирования справочные данные (о стандартных деталях и узлах, физико-механических и теплофизических свойствах конструкционных и теплозащитных материалов, характеристиках топлив и т. п.) хранятся в памяти ЭВМ. В памяти ЭВМ хранится также специальная программа, определяющая состав и последова-

тельность включения в работу алгоритмов САПР, в зависимости от рассматриваемого схемно-конструктивного варианта двигателя, который задается конструктором. Эта программа описывает последовательность расчетов в процессе оптимизации РДТТ по принятому конструктором критерию качества, выдает по требованию конструктора числовую и графическую информацию о каждом из проектных вариантов двигателя либо его отдельной подсистемы.

В процессе проектирования могут рассматриваться несколько различных конструктивно-компоновочных схем с целью выбора оптимальной. В свою очередь, в рамках каждой из рассматриваемых схем могут варьироваться: тип топлива, конструкционных и теплозащитных материалов, масса и геометрическая форма заряда ТТ, тип воспламенительного состава, его масса, форма и размеры зерен воспламенителя, формы и размеры днищ, камеры сгорания и др.

Для варьируемых параметров задаются диапазоны и шаги их изменения в процессе оптимизации. Шаг изменения каждого из параметров выбирается исходя из требуемой точности расчета и допустимых затрат машинного времени.

Обычно целесообразно проводить поэтапную оптимизацию, которая состоит в следующем. На первом этапе используются упрощенные математические модели и задается достаточно широкий диапазон и шаг изменения каждого из параметров. При этом на первом этапе определяется лишь область параметров в окрестностях оптимума, в которой на последующем этапе целесообразно проводить уже детальную оптимизацию с более мелкими шагами изменения и применением более сложных и точных, но требующих, как правило, значительных затрат машинного времени математических моделей. Такой подход обеспечивает существенную экономию машинного времени в тех случаях, когда поиск оптимального варианта двигателя ведется в широком диапазоне изменения проектных параметров методом перебора вариантов. Процедура формирования сочетаний проектных параметров, соответствующих каждому из рассматриваемых вариантов, осуществляется автоматически с помощью управляющей программы. Наиболее просто эта процедура при использовании метода перебора вариантов реализуется с помощью сложных циклов.

Исходные данные, вводимые с пульта, включают в себя геометрию заряда ТТ, марки топлива и воспламенительного состава, их теплофизические и физико-механические характеристики, законы горения и другие параметры. Кроме того, вводится информация об ограничениях, указанных в ТЗ на проектирование, рассматриваемых схемных решениях и свойствах конструкционных и теплозащитных материалов отдельных подсистем РДТТ (корпуса, камеры сгорания, соплового блока, системы, управления вектором тяги и др.), проектант устанавливает также диапазон изменения каждого из проектных параметров в процесс анализа различных расчетных данных.

Целевая функция, по значениям которой проводится сравнительная оценка различных вариантов РДТТ и выбор среди них оптимального, задается проектантом в зависимости от конкретного назначения двигателя и конкретных ограничений на его характеристики (энергетические, массовые, габаритные и др.), установленных в ТЗ. Так, направленный на обеспечение минимальной пассивной массы конструкции двигателя при одновременном сохранении всех остальных характеристик в пределах, заданных ТЗ. Однако в случае необходи-

мости введение в программу любых других целевых функций не предоставляет принципиальных затруднений.

Научно-методическое обеспечение САПР РДТТ включает следующие основные алгоритмы и программы:

- 1) управление ходом расчета;
- 2) формирование расчетного варианта;
- 3) расчета характеристик заряда ТТ;
- 4) расчета состава и теплофизических свойств продуктов сгорания ТТ;
- 5) расчета параметров рабочего процесса и расходных характеристик двигателя в период выхода на режим и на стационарном режиме работы;
- 6) определения параметров тепломассообмена в двигателе;
- 7) геометрического, теплового и прочностного расчета конструкции двигателя;
- 8) определения тягово-энергетических, объемно-массовых и надежности характеристик двигателя;
- 9) анализа выполнения требований ТЗ;
- 10) сравнение различных проектных вариантов РДТТ и выбора среди них оптимального;
- 11) формирование и отображение выходных данных.

Блок-схема комплекса основных программ проектирования ЭС представлена на рисунке 23.5. В свою очередь, эти программы могут состоять из отдельных подпрограмм. Так, например, программа расчета выхода двигателя на стационарный режим включает в себя подпрограммы расчета состава и теплофизических свойств продуктов сгорания воспламенительного состава, расходных характеристик воспламенительного устройства, параметров теплоотдачи к поверхности горения заряда и др. Программы и подпрограммы САПР построены по модульному принципу, чтобы в случае необходимости можно было добавлять или заменять отдельные блоки без существенной перестройки остального программного обеспечения. В САПР результаты расчета основных характеристик РДТТ могут представляться в наглядной графической форме с помощью автоматического графопостроителя.

Программное обеспечение САПР позволяет определять характеристики корпуса камеры сгорания и его внутреннего ТЗП, сопла, воспламенительного устройства с учетом характеристик твердого топлива и применяемых материалов. Обеспечена также возможность получения графических зависимостей, показывающих чувствительность различных параметров РДТТ к изменению других параметров. Использование модульного принципа в программном обеспечении САПР позволяет в случае необходимости ввести дополнительные расчетные блоки.

На первом этапе определяются потребные массы и размеры заряда ТТ, давление в камере сгорания и в выходном сечении сопла; необходимые массы, форма и размеры таблеток воспламенительного состава; проводится расчет и теплофизических свойств продуктов сгорания, их теплового воздействия на заряд и элементы конструкции двигателя, а также расчет размеров сопла, кривой давления в камере сгорания, расходно-тяговых и энергетических характеристик двигателя.

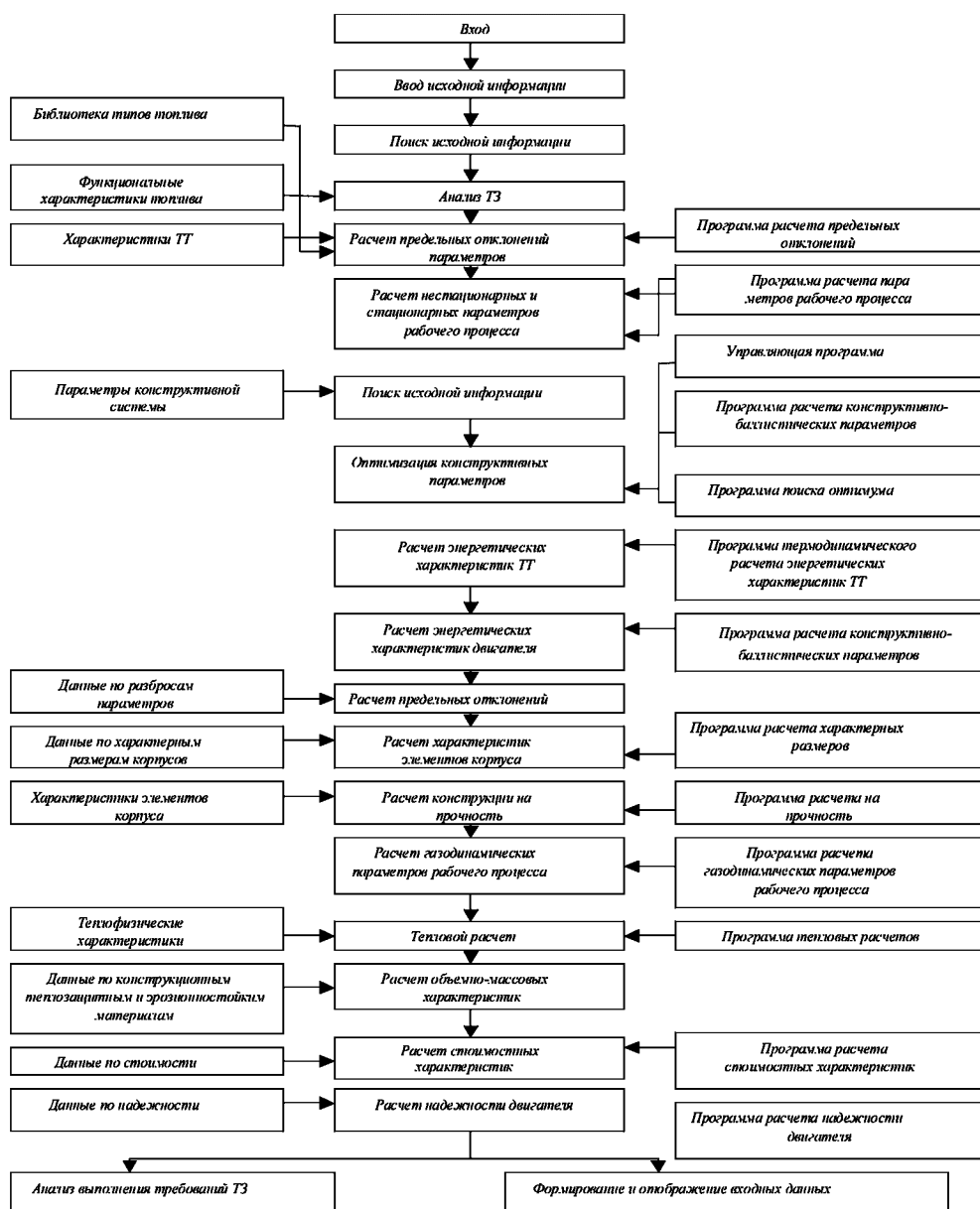


Рис. 23.5
Блок-схема автоматизированного проектирования РДТТ

На втором этапе определяются (по условиям прочности, теплостойкости, эрозионной стойкости и др.) необходимые геометрические размеры основных подсистем конструкции РДТТ (корпус, камера сгорания, теплозащитные покрытия, узлы крепления и т. п.), а также их массовые характеристики для принятой конструктивно-компоновочной схемы и материалов. При этом в качестве

исходных данных используются результаты внутрибаллистического и теплового расчетов, полученных на первом этапе проектирования и теплового расчетов, полученных на первом этапе проектирования.

В процессе проектирования расчетные данные сопоставляются с требованиями ТЗ. Если хотя бы одно из этих проектных вариантов и переходит к расчету нового варианта. По требованию конструктора САПР выдает полную информацию о любом из рассматриваемых вариантов двигателя. При этом могут использоваться существующие устройства для отображения и вывода информации: АЦПУ, дисплей, графопостроители. Конструктор, использующий АРМ, может, таким образом, быстро оценить выбранные параметры и конструкцию любого варианта РДТТ. Если рассматриваемый проектный вариант устраивает конструктора по всем показателям, он может дать команду САПР на выполнение с помощью графопостроителя чертежей двигателя либо его отдельных подсистем с указанием необходимых размеров. В ряде случаев приходится пересматривать принятый первоначально диапазон проектного поиска, если в нем не выявлено приемлемых технических решений. В этом случае все этапы проектирования приходится выполнять вновь до получения вариантов двигателя, полностью удовлетворяющих требованиям ТЗ.

23.5. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕХНОЛОГИЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ

23.5.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Технологичность это особое свойство конструкции изделия, ограничивающее ее вес, а также вес исходных заготовок, требующее минимальное количество труда и времени на изготовление деталей и узлов, их сборки и испытаний. Технологичность — это показатель расхода материала, энергии и труда, затрачиваемого на выпуск изделия. Это размеры производственных площадей, количество используемого в производстве оборудования и подъемно-транспортных средств.

При проектировании и обработке изделия с обеспечением его технологичности следует руководствоваться следующими соображениями.

Технологичность конструкции зависит от масштаба выпуска и типа производства (массовое, крупносерийное, мелкосерийное, опытные партии, единичное). Высокотехнологичная конструкция для одного масштаба выпуска и серийности может быть нетехнологичной для другого масштаба выпуска. При переходе от единичного и опытного производства к крупносерийному или массовому производству конструкция может быть подвергнута коренной переработке.

Технологичность конструкции должна рассматриваться относительно изделия в целом. Нельзя рассматривать вопрос технологичности отдельно детали или сборочной единицы без учета его влияния на технологичность всего изделия.

Технологичность должна рассматриваться с учетом взаимовлияний всех этапов производственно-технологического процесса, начиная от получения заготовки детали и кончая сборкой и испытанием готового изделия, а также с учетом требований техники безопасности.

Технологичность должна рассматриваться с учетом возможности использования стандартных нормализованных, заимствованных, покупных деталей и сборочных единиц, унификации технологических процессов, а также специфики опытного и серийного заводов-изготовителей. Например, исследования показали, что введение 5% новых неотработанных технологических процессов на 50% увеличивает длительность доводки и примерно на столько же — стоимость.

Технологичность включает в себя и однообразие оформления конструкторской документации, существенным образом определяющее стабильность воспроизводства изделий и их качество.

Правила выбора показателей технологичности конструкции и их качественная и количественная оценка установлены соответствующими стандартами. В конечном счете все правила сводятся к оценке трудоемкости и материалоемкости различных вариантов конструкции рассматриваемой детали, сборочной единицы или изделия.

23.5.2. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ

Вопросы обеспечения технологичности конструкции решаются конструктором на всех стадиях проектирования и являются неотъемлемыми от него. Само наименование «технологичность конструкции» указывает на то, что этот раздел рассматривает вопросы обеспечения у конструкции качества технологичности непосредственно в процессе разработки изделия.

В отличие от разделов о технологиях, изучающих суть технологических процессов обработки материалов и изделий, в разделах о технологичности конструкции рассматриваются вопросы о том, каким образом геометрические формы и размеры, а также способы взаимного сочленения, расположения и сборки сказываются в дальнейшем на материалоемкости, трудоемкости, длительности изготовления и стоимости изделия. Соответственно, если технологические процессы обработки разрабатываются технологами, то вопросы обеспечения технологичности решаются конструкторами и находят отражение в документации.

Разработка технико-экономически оптимальной конструкции немислима без обеспечения ее технологичности. Последнее заключается в повышении производительности без снижения качества изделия при одновременном сокращении времени и средств на стадиях разработки, технологической подготовки производства, изготовления, эксплуатации и ремонта изделия.

Повышение технологичности — одна из важнейших составных частей процесса проектирования, и конструкторы должны располагать соответствующими рекомендациями по основным вопросам технологичности конструкций.

Отработка конструкций на технологичность является непрерывным процессом от разработки эскизного проекта и рабочего проектирования до изготовления опытных образцов и серийного производства конструкции.

При проектировании и отработке изделия с обеспечением его технологичности следует учитывать:

- 1) технологичность конструкции зависит от масштаба выпуска и типа производства (массовое, крупносерийное, мелкосерийное, опытные партии, единичное). Высокотехнологичная конструкция для одного масштаба выпуска и серийности может быть нетехнологичной для другого масштаба выпуска. При

переходе от единичного и опытного производства к крупносерийному или массовому производству конструкция может быть подвергнута коренной переработке;

2) технологичность конструкции должна рассматриваться относительно изделия в целом. Нельзя рассматривать вопрос технологичности отдельно детали или сборочной единицы без учета влияния его на технологичность всего изделия;

3) технологичность должна рассматриваться с учетом взаимовлияний всех этапов производственно-технологического процесса, начиная от получения заготовки детали и кончая сборкой и испытанием готового изделия, а также с учетом требований техники безопасности;

4) технологичность должна рассматриваться с учетом возможности использования стандартных нормализованных, заимствованных, покупных деталей и сборочных единиц, унификации технологических процессов, а также специфики опытного и серийного заводов-изготовителей. Например, исследования показали, что введение 5% новых неотработанных технологических процессов на 50% увеличивает длительность доводки и примерно на столько же — стоимость;

5) технологичность включает в себя и единообразие оформления конструкторской документации, существенным образом определяющее стабильность воспроизводства изделий и их качество;

6) правила выбора показателей технологичности конструкции и их качественная и количественная оценка установлены соответствующими стандартами. В конечном счете все правила сводятся к оценке трудоемкости и материалоемкости различных вариантов конструкции рассматриваемой детали, сборочной единицы.

23.5.3. КОЭФФИЦИЕНТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ И ТЕХНОЛОГИЧНОСТЬ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Вопросы материалоемкости и коэффициента использования материала (КИМ) должны учитываться и оцениваться на стадиях технико-экономической оптимизации проекта наряду с другими важными характеристиками изделия. Уменьшение металлоемкости при проектировании осуществляется заменой металлов волокнистыми композиционными материалами, применением конструкционных металлов с максимальной удельной прочностью и максимальной удельной жесткостью (при допущении минимальных запасов прочности конструкции) и повышением коэффициента использования материала.

Повышения КИМ при проектировании добиваются благодаря разработке таких конструкций, которые позволяют применять экономичные заготовки: пресованные сварные профили для фланцев корпусов и днищ, точное литье и штамповки с наличием механически необрабатываемых поверхностей, заготовки, штампованные из листа без последующей механической обработки, и др. Весьма эффективным направлением повышения КИМ является также рациональное расчленение конструкции на элементы, которые необходимо изготовить отдельно с высокой технологичностью, а затем соединить в сборочную единицу. Уникальные свойства неметаллических композиционных материалов позволили не только существенно повысить качество конструкции уменьшением пассивной массы, но и уменьшить стоимость и трудоемкость изготов-

ления. Без применения стекло- и органопластиков, неметаллических композиционных материалов немисливо создание современных конструкций.

Для обеспечения технологичности конструкций, изготавливаемых из стеклопластиков (или углепластиков) методом намотки, необходимо предусматривать:

1) возможность применения многоразовых оправок (металлических и пластмассовых) простой формы с минимальным числом разъемов и накладных или дополнительных вкладышей, а также позволяющих снимать отвержденную деталь;

2) осесимметричную форму детали без резких перепадов по толщинам, что обеспечивает однородную усадку и исключает коробления;

3) изготовление спаренных конических или параболических поверхностей конструкций для исключения сползания нитей намотки с максимального диаметра.

Механическая обработка поверхностей несущих оболочек, изготовленных намоткой, может привести к снижению прочности. В несущих оболочках следует также избегать отверстий. Если же отверстия крайне необходимы, то края отверстий должны усиливаться окантовкой из слоев стеклоткани, закладываемых между наматываемыми силовыми слоями.

В отличие от металлических конструкций, где обнаруженные после изготовления дефекты (например, в сварных швах) могут устраняться, качество готовой стеклопластиковой оболочки изменить уже нельзя. Это предъявляет исключительные требования к знанию конструктором подробностей намоточных технологических процессов, применяемого оборудования, оснастки и методов контроля качества фактического выполнения технологического процесса. При назначении режимов и числа контрольных пневмо- и гидроопрессовок оболочек необходимо учитывать, что по мере увеличения числа испытаний уменьшается прочность стеклопластиковых оболочек, имеющих малый запас прочности. До настоящего времени для определения предельных прочностных характеристик разрушали одну оболочку от каждой партии оболочек, а для определения работоспособности — гидроопрессовывали каждую оболочку при давлении, близком к рабочему внутрикамерному. Такая неэкономичная практика контроля объясняется отсутствием надежных методов неразрушающего контроля и диагностики, которые бы позволили прогнозировать прочность и жесткость стеклопластикового корпуса без излишнего нагружения и разрушения оболочек, изготовленных намоткой из неметаллических композиционных материалов. Представляется перспективным применение для этих целей импульсного ультразвукового контроля состава, структуры стеклопластиков, диагностики и прогнозирования жесткости и прочности оболочек.

23.5.4. КРИТЕРИИ МАТЕРИАЛОЕМКОСТИ И СОВЕРШЕНСТВА КОНСТРУКЦИИ

КИМ показывает долю материала, оставшегося в изделии, но не позволяет учесть, насколько рационально использован в изделии материал, т. е. не характеризует степень совершенства конструкции. Оценка рациональности расхода материала на изделие только путем сравнения фактического значения

коэффициента его использования с директивными нормами или КИМ на аналогичных изделиях не стимулирует стремление к максимальному использованию физико-механических и технологических свойств материалов и повышению энергетической эффективности двигателей. Поэтому сравнительную оценку однотипных двигателей необходимо производить по коэффициенту материалоемкости φ , учитывающему одновременно совершенство конструкции и коэффициент использования материалов:

$$\varphi = \frac{\sqrt{m_k m_z}}{\Theta}; \quad (23.1)$$

$$\varphi_c = \frac{\sqrt{(m_{k,м} + m_{k,н})(m_{z,м} + m_{z,н})}}{\Theta}, \quad (23.2)$$

где φ — коэффициент материалоемкости металлической конструкции; φ_c — коэффициент материалоемкости смешанных (состоящих из металлических и неметаллических элементов) конструкций; m_k — суммарная масса всей конструкции; m_z — суммарная масса всех заготовок, из которых выполнена конструкция; Θ — обобщенный параметр, обоснованно назначаемый для каждого изделия; $m_{k,м}$, $m_{k,н}$ — суммарные массы соответственно металлических и неметаллических конструкций; $m_{z,м}$, $m_{z,н}$ — суммарные массы заготовок соответственно для металлических и неметаллических деталей.

Коэффициент материалоемкости любого вида изделия определяется по формуле (23.1), если конструкция выполнена из металла, и по формуле (23.2), если конструкция смешанная, т. е. с использованием одновременно металлов и неметаллов.

24.1. ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Выбор характеристик исходного профиля проточного тракта разгораемого сопла — одна из самых сложных задач проектирования двигателей. Это обусловлено, с одной стороны, составом продуктов сгорания с большим содержанием конденсированной фазы, с другой стороны, и это самое главное, разгаром проточного тракта сопла вследствие недостаточной стойкости композитов тепловому, термомеханическому и эрозионному разрушению. Как следует из анализа опытных данных, при давлениях в камере РДТТ около 15 МПа, температуре свыше 3600 К и содержании К-фазы в продуктах сгорания твердых топлив (например, в виде оксидов алюминия) более 20% наиболее перспективным классом конструкционных материалов сопла РДТТ являются углеродные материалы разных типов. Бурное внедрение углеродных материалов в конструкции соплового блока РДТТ началось сравнительно недавно, и специалисты в области проектирования сопел сразу же столкнулись с необходимостью учета специфических особенностей этих материалов, поскольку многие из традиционных методических подходов оказались неприемлемыми.

Элементы проточного тракта сопла РДТТ из углеродных материалов подвержены разгару (разрушению поверхности) при взаимодействии с химически активными, высокоэнтальпийными газовыми потоками. Унос массы углеродных материалов зависит не только от состава и параметров состояния газового потока и свойств материалов, но и от напряженно-деформированного состояния элементов и анизотропии свойств материалов. Углеродные материалы обладают высоким уровнем остаточного напряженно-деформированного состояния со сложными закономерностями распределения напряжений и деформаций, а также отличаются значительной анизотропией свойств. Уникальная особенность углеродных материалов — повышение прочности с повышением температуры нагрева элементов. Возрастание запаса прочности элементов значительно упрощает проблему обеспечения несущей способности конструкции соплового блока. Анализ отработки элементов сопла РДТТ из углеродных мате-

риалов показывает, что возникновение кольцевых и даже продольных по отношению к оси сопла трещин часто не приводит к разрушению конструкции и к заметному снижению энергетических характеристик двигателя. В этих случаях считают основным влияние трещин на увеличение разгара проточного тракта.

Практически все виды углеродных материалов являются композиционными (за исключением пирографита и стеклоуглерода) с присущими им характерными типами дефектов макроструктуры (расслоение, глобулы, поры, слойки, сажистые образования, микротрещины и др.). Наличие подобных дефектов и случайный характер их распределения в объеме элемента конструкции делает исключительно сложной расчетную оценку уноса массы и прочности элементов сопла РДТТ из углеродных материалов.

Выходная часть сопла двигателя (раструб) из углеродных материалов практически безразгарная, так как термомеханический унос массы незначителен, а влияние абразивного воздействия К-фазы исключается углом раскрытия раструба. Поэтому суть проблемы выбора профиля проточной части разгораемого сопла РДТТ из углеродных материалов состоит в выборе рациональных форм и геометрических соотношений в основном элементов входной части и зоны критического сечения.

24.2. АНАЛИЗ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ И ВЫБОР ФОРМЫ ВХОДНОГО УЧАСТКА СОПЛА

В качестве критериальной оценки рациональной формы и геометрических соотношений была принята минимальная величина разгара критического сечения сопла данного РДТТ после огневых стендовых испытаний. Эта оценка косвенно отражает все критериальные характеристики РДТТ: максимум удельного импульса (минимум его потерь); максимум надежности; минимум коэффициента массового совершенства. На основе анализа результатов расчетов РДТТ с различными типами топлив получены рациональные геометрические соотношения проточного тракта сопла из углеродных материалов, которые соответствуют минимальному разгару критического сечения. Эти соотношения определяют исходный профиль проточного тракта и могут служить в качестве первого приближения к решению задач оптимизации критериев эффективности РДТТ. Как показали результаты исследования, характерной особенностью конструкции сопла из углеродных материалов является форма его входной части после огневых стендовых испытаний, близкая к эллипсоидальной. Обработка результатов расчета уноса массы элементов профиля входной части сопла проведена с помощью уравнения эллипса

$$\bar{r}_{\text{вх}} = b[1 - (\bar{l}_{\text{вх}} / a)^2]^{1/2},$$

где $\bar{r}_{\text{вх}} = r_{\text{вх}} / r_{\text{кр}}$; $\bar{l}_{\text{вх}} = l_{\text{вх}} / r_{\text{кр}}$; a, b — полуоси эллипса.

Характерно при этом, что наименьший разгар критического сечения и стабильность разгара профиля входной части сопла из углеродных материалов при прочих равных условиях имеет место в случае эллипсоидального исходного профиля. Обработка статистических данных с помощью приведенного выше уравнения дает средние значения a и b , равные $a_{\text{ср}} \approx 5,0$; $b_{\text{ср}} \approx 2,0$. Эти значения

получены в интервале $0,08 < d_{кр} < 0,5$ м, для диапазона давлений в камере $6,0 < P_k < 12,0$ МПа и температуры $T_k = 3300...3650$ К. На основе полученных результатов можно допустить, что минимальный разгар критического сечения обеспечивается при профиле входной части в виде эллипса с полуосями $a:b = 5:2$.

Характерной особенностью зоны критического сечения сопла из углеродных материалов является образование устойчивого цилиндрического участка для всех типов сопел. Следует предположить при этом эквидистантное перемещение профиля с изначально цилиндрической зоной критического сечения сопла из углеродных материалов при работе РДТТ. Для такого профиля несложно установить геометрические закономерности.

Проточный тракт сопла РДТТ принимается состоящим из трех основных частей: входной части, зоны критического сечения и выходной расширяющейся части. Форма входной части — часть эллипса с полуосями $a:b = 5:2$, форма зоны критического сечения — цилиндр, сопрягаемый с эллипсом входной части. Профиль проточного тракта строится следующим образом (рис. 24.1). На оси сопла выбирают точку 0, характеризующую начало входной части проточного тракта сопла. Эту точку выбирают из условий обеспечения свободного объема горения в зависимости от типа топливного заряда либо из конструктивных условий его размещения и закрепления. От точки 0 в направлении оси сопла откладывают размеры $l_{вх}$ и l_c . На размере $l_{вх}$ укладывают длину входной части проточного тракта сопла, а на размере $(l_c - l_{кр}/2)$ — длину выходной части. Входная часть составляет 1/4 эллипса с соотношением полуосей $a:b = 5:2$. Координаты центра эллипса равны $\{l_{вх}, r_{кр} + b\}$. Входная часть проточного тракта сопла может быть конической или профилированной. Все размеры, приведенные на рисунке 24.1, рассчитываются по формулам:

1) длина входной части

$$l_{вх} = a = \psi r_{кр}, \quad (24.1)$$

где ψ — статистическая поправка, определяемая экспериментально в зависимости от давления в камере двигателя или в критическом сечении сопла;

2) параметры эллипсоидной части $b = 0,4l_{вх}$,

$$R_1 = 4,2l_{вх}, R_2 = 0,2l_{вх}, \theta \approx 4...7^\circ; \quad (24.2)$$

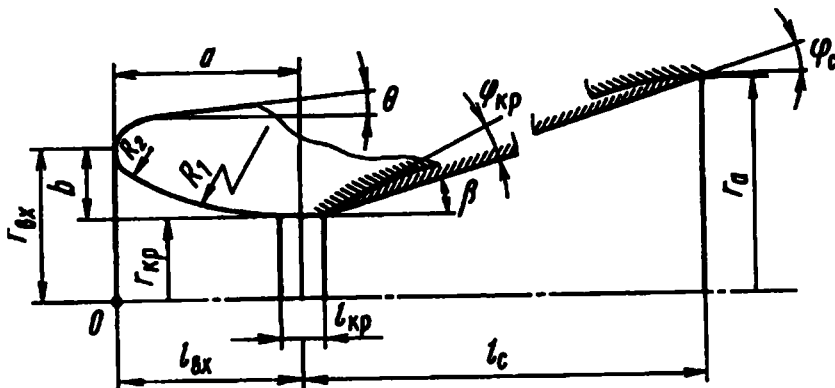


Рис. 24.1
Схема построения профиля проточного тракта сопла

3) длина зоны критического сечения

$$l_{кр} = r_{кр}^2 / 2l_{вх}. \quad (24.3)$$

Геометрические соотношения и характеристики профиля проточного тракта выходной части сопла определяют на основе метода характеристик. Для проведения сравнительных расчетов при решении оптимизационных задач исследования работоспособности можно принять следующие соотношения и геометрические характеристики расширяющейся части сопла:

1) закритический угол $\varphi_{кр}$ и угол выхода профиля сопла на срезе φ_c для профилированного сопла

$$\varphi_{кр} \approx \varphi_c = 4...6^\circ; \quad (24.4)$$

2) длина выходной части

$$l_c = (r_c - r_{кр}) \operatorname{ctg} \beta, \quad (24.5)$$

где угол уширения $\beta \approx 18...24^\circ$, $\beta = f(p_a/p_k, \eta, \Delta I_{уд})$ при коэффициенте $\varepsilon > 5$.

Радиус среза сопла (в том случае, если коэффициент уширения ε не задан или подлежит уточнению)

$$r_c = 0,434 r_{кр} [f(p_c/p_k)]^{1/4}, \quad (24.6)$$

где $f(p_c/p_k) = (p_c/p_k)^{0,835} [1 - (p_c/p_k)^{0,167}]$ при коэффициенте адиабаты $k = 1,16...1,2$ и температуре продуктов сгорания в камере $T_k = 3500...3800$ К.

На рисунке 24.2 приведены расчетные зависимости разгара площади критического сечения сопла, входная часть и зона критического сечения которого изготовлены из поликристаллического графита. Сопоставлены зависимости разгара вкладыша для профиля в виде части эллипса $a:b = 3:2$ и для профиля по рекомендуемому выше соотношениям.

В качестве исходных данных приняты:

1) параметры рабочего процесса и характеристики в камере сгорания:

$$p_k = 4,0 \text{ МПа}; \quad T_k = 3600 \text{ К}; \\ \eta = 0,37;$$

2) характеристики сопла: $d_{кр} = 0,16$ м, $\varepsilon = 2$;

3) время работы $t = 60$ с;

4) плотность материала $\rho = 1,94$ г/см³ (графит).

Как видно на рисунке 24.2, разгар вкладыша для рекомендуемых соотношений профиля проточной части сопла значительно меньше, и темп разгара с течением времени работы двигателя уменьшается. Аналогичные зависимости можно построить для различных сечений сопла из различных материалов и получить конечный профиль тракта, который характеризует общий унос массы материалов элементов сопла:

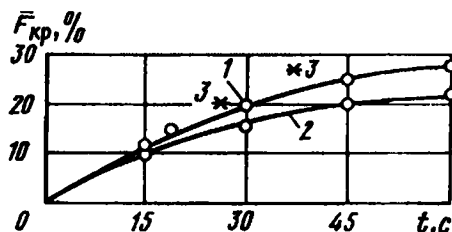


Рис. 24.2

Зависимость относительного разгара критического сечения сопла из графита для различных профилей проточного тракта от времени рабочего процесса:

1 — профиль по соотношениям, рассчитанным по методу характеристик с учетом эллипсоидальной входной части $a:b = 3:2$; 2 — профиль по рекомендуемому соотношениям; 3 — эксперимент.

$$m_y = 2\pi \sum_i r_i \Delta l \int_0^t \delta_{yi}(t) dt, \quad (24.7)$$

где Δl — расстояние между сечениями с r_i и r_{i+1} ; δ_{yi} — линейный унос массы материала в сечении с радиусом $r_i = 1, 2, \dots, N$ — число расчетных сечений.

Расчет по этой формуле следует производить для выбранных материалов элементов всего проточного тракта сопла. При отработке конструкции соплового блока из композитов для выбранного исходного профиля проточного тракта на основе газодинамического расчета и расчета уноса массы материала делают оценку потерь удельного импульса двигателя. Такая оценка включает в себя анализ различных факторов на основе расчетных или экспериментальных данных. Общий баланс потерь удельного импульса двигателя составляет

$$\Delta I_{уд} = I_{уд}^{\infty} - I_{уд.э},$$

где $I_{уд}^{\infty}$ — термодинамическое значение удельного импульса; $I_{уд.э}$ — экспериментальное значение удельного импульса РДТТ, равного

$$I_{уд.э} = \frac{\int_0^{t_k} T dt}{\int_0^{t_k} m dt} = I_{п} / m_{т};$$

$I_{п}$ — полный импульс силы тяги; $m_{т}$ — масса заряда твердого топлива.

Методы определения потерь удельного импульса тяги приведены в главе 6.

Погрешность оценки потерь удельного импульса тяги двигателя составляет около 0,5%. С учетом рекомендованных соотношений и характеристик исходного профиля проточного тракта сопла, а также предварительной оценки потерь удельного импульса двигателя номинальная величина радиуса критического сечения может быть скорректирована в соответствии с зависимостью

$$I_{п} = \int_0^{t_k} \frac{\pi}{\beta_{т}} p_{к} I_{уд} r_{кр}^2 dt, \quad (24.8)$$

где $I_{п}$ — полный импульс двигателя; $\beta_{т}$ — расходный комплекс.

Формирование профиля проточного тракта еще более упрощается, когда в техническом задании на сопловый блок радиус критического сечения и требования к уносу массы материалов и его стабильности указаны. Тогда для формирования профиля проточного тракта сопла и конструирования его элементов рекомендованных выше геометрических соотношений достаточно. Их использование, а также способы повышения эрозионной стойкости элементов рассмотрены ниже.

24.3. ВЫБОР МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПРОТОЧНОГО ТРАКТА СОПЛА

В качестве примера приведены результаты расчетов по минимизации массы соплового блока РДТТ в указанной выше постановке задачи для исходных данных: тип топлива — смесевое с удельным импульсом $I_{уд}^{\infty} = 5 \cdot 10^6$ Н·с/кг и содержанием К-фазы 40%, давление и температура в камере сгора-

ния $p_k = 6,0$ МПа, $T_k = 3800$ К, диаметр критического сечения $d_{кр} = 0,2$ м, допустимая величина разгара площади критического сечения сопла $\Delta F_{кр} = 2\%$, надежность соплового блока $P_{сб} = 0,999$. Как следует из рисунка 24.3, распределение плотности материала в расчетных сечениях качественно повторяет известные зависимости коэффициента тепломассообмена по длине сопла, однако требования минимума массы конструкции при ограничениях по разгару площади критического сечения и надежности оказывают заметное влияние на характер изменения плотности материалов. Так, для принятых исходных данных входная часть допускает применение углеродных материалов низкой плотности с постепенным ее нарастанием к зоне критического сечения, с максимальной, но не предельной плотностью в зоне критического сечения и со снижением плотности к области среза до значений, при которых материал может обладать недопустимой пористостью и газопроницаемостью.

Если исходить из решения задачи минимизации массы соплового блока РДТТ из углеродных материалов, являющейся следствием требования наименьшего разгара площади критического сечения, то плотность материала входной части может находиться в интервале $\rho = 1,6 \dots 1,8$ г/см³, плотность зоны критического сечения не менее 2,0 г/см³, а материал элементов выходной части проточного тракта должен быть не более 1,4 г/см³.

Отношение величины разгара в рассматриваемом сечении при номинальных условиях работы РДТТ к величине разгара при предельных условиях работы двигателя может рассматриваться как коэффициент вариации элемента по эрозионной стойкости, обратная величина является коэффициентом предела эрозионной стойкости элемента K_m . Таким образом, если коэффициент предела эрозионной стойкости из композита принять равным $K_m \approx 1,6$, то максимальную толщину слоя уносимой массы элемента можно ограничить величиной $h_y = K_m \delta_y$. Оставшуюся толщину материала элемента можно ограничить или из условия прогрева и обеспечения на внешней поверхности элемента в данном сечении некоторой допустимой температуры T_w , или из условия прогрева и обеспечения запаса прочности элемента. При этом общая расчетная толщина элемента проточного тракта сопла $h_s = h_y + h_n$ из конструктивных соображений для любых из рассматриваемых геометрических соотношений профиля намного меньше фактической. Эту избыточную толщину элементов обычно замещают элементами из теплозащитных материалов на основе органо- и углепластиков, плотность которых соизмерима с плотностью эрозионностойких углеродных материалов и которые не несут значительных силовых функций, а являются в основном лишь буферным теплоизолирующим слоем.

Для этих целей могут быть вполне пригодны углеродные материалы на основе пирографитов, высокопористых графитов, углеродных микросфер, пористых материалов на основе углеродного волокна и др. Плотность таких материалов

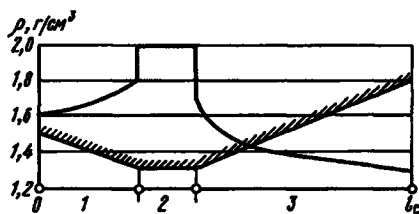


Рис. 24.3

Расчетная зависимость распределения оптимальной плотности углеродных материалов по длине проточного тракта сопла:

1 — входная часть; 2 — зона критического сечения; 3 — выходная часть.

составляет 0,05...1,0 г/см³, т. е. в 2...4 раза меньше плотности конструкционных углеродных материалов и органических полимеров при вполне удовлетворительных характеристиках прочности. Это огромный резерв в снижении массы соплового блока двигателей, в которых доля массы буферных теплозащитных материалов составляет до 40%.

24.4. ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА РАБОТОСПОСОБНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ СОПЛА

Композиционные материалы в своем большинстве являются анизотропными и напряженными вследствие наличия в них внутренних остаточных напряжений. Анизотропия композитов, однако, не является их недостатком при рациональном конструировании элементов конструкции. Вопрос влияния напряженного состояния, например углеродных материалов на работоспособность элементов соплового блока, является более сложным. Это влияние проявляется не только в период работы двигателя, но и в течение всего периода его эксплуатации, т. е. на этапах транспортировки, хранения и эксплуатации летательного аппарата. Напряженное состояние материала элемента приводит к снижению его несущей способности и эрозионной стойкости, которые к концу периода эксплуатации могут оказаться близкими к предельным значениям. При этом, как правило, напряженное состояние элементов связывается с наличием в материале остаточных напряжений.

Методы расчета остаточных напряжений в композитах в наиболее доступной форме могут быть получены для кольцевых образцов. При этом рассматривают два компонента тензора напряжений: радиальные и окружные напряжения.

Дифференциальное уравнение равновесия элемента кольца в перемещениях имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) - \chi^2 \frac{u}{r^2} = 0, \quad (24.9)$$

где r — текущее значение радиуса; u — радиальное перемещение; $\chi^2 = E_\phi/E_r$; E_ϕ , E_r — соответственно модуль упругости материала в окружном и радиальном направлениях.

На поверхности материала радиальные напряжения и окружные деформации считают известными

$$\sigma_r(r_0) = 0, \quad \varepsilon_\phi(r_0) = \varepsilon_0.$$

Используя расчетную схему многослойного кольца, условия неразрывности и условия равновесия на границе слоев можно записать в виде

$$u^i(r_i) = u^{i-1}(r_j);$$

$$\sigma_r^i(r_j) = \sigma_r^{i-1}(r_j),$$

где $\sigma^i(r_j)$ — значения параметра на i -й границе кольца при величине радиуса r_j .

Решение дифференциального уравнения с учетом начальных и граничных условий имеет вид

$$\sigma_r = \frac{\varepsilon_0 E_r}{1 - (\chi v)^2} \frac{r_0}{r} \chi \left[A_i (1 + \chi v) \left(\frac{r}{r_0} \right)^\chi - B_i (1 - \chi v) \left(\frac{r_0}{r} \right)^\chi \right]. \quad (24.10)$$

Постоянные интегрирования A_i , B_i определяются из граничных условий с помощью рекуррентных соотношений типа

$$A, B = f(x, v).$$

Окружные остаточные напряжения определяются в результате численного интегрирования уравнения:

$$\sigma_\phi = \frac{d}{dr} (r \sigma_r). \quad (24.11)$$

Для конструирования элементов из композитов важно знать не только уровень остаточных напряжений, но и изменение коэффициента безопасности в течение длительного срока эксплуатации элемента.

Это наиболее сложная и ответственная в настоящее время часть проблемы работоспособности композитов, связанная с гарантиями сохранности свойств элементов в течение срока их эксплуатации.

Основной вид нагружения при длительном хранении автономно и в составе изделия на элемент соплового блока РДТТ — циклические воздействия температуры окружающей среды, которые вызывают возникновение напряжений в совокупности с остаточными напряжениями и обуславливают напряженное состояние элемента. При этом может развиваться структурная макродефектность материала, которая и приводит к снижению предельных прочностных и деформационных характеристик при длительном хранении.

Прогнозирующую зависимость изменения коэффициента безопасности можно принять в виде

$$f_\sigma = f_\sigma^0 \exp(-\alpha \tau), \quad (24.12)$$

где коэффициент α может быть определен при контрольной выборке элементов или осреднен по серии контрольных выборок:

$$f_\sigma^k = f_\sigma^0 \exp(-\alpha \tau_k).$$

Отсюда получим окончательный вид прогнозирующей зависимости

$$f_\sigma = f_\sigma^0 \exp \left[\frac{\tau}{\tau_k} \ln \left(\frac{f_\sigma^k}{f_\sigma^0} \right) \right]. \quad (24.13)$$

Проверка этой зависимости для серии контрольных выборок осуществляется в логарифмических координатах $\{\lg(f_\sigma / f_\sigma^0) - \lg(\tau / \tau_k)\}$, при этом зависимость (24.13) является линейной. Поэтому на достаточно малой базе времени τ_k необходимо набрать статистический материал изменения величины f_σ . Для этого выборка должна проводиться, во-первых, через небольшие промежутки времени, во-вторых, необходимо, чтобы имели место изменения величины f_σ , а также создание повышенного уровня нагружения на элемент.

Величину f_{σ}^k на момент τ_k с учетом форсированного нагружения элемента определяют следующим образом. От партии элементов на момент времени изготовления τ_0 отбирают их некоторое количество m для нахождения средних значений предела прочности и предельной деформации, определенных на бездефектных образцах материала, вырезанных из элемента и практически свободных от остаточных напряжений. Другую часть элементов n подвергают тензометрированию и на испытательных машинах типа «Инстрон» доводят до разрушения. При этом каждый элемент подгружают дополнительной нагрузкой, совпадающей по знаку с остаточными напряжениями на опорной поверхности.

На момент разрушения имеем

$$\varepsilon_p = \varepsilon_0 + K[\varepsilon],$$

где ε_p — деформация в момент разрушения элемента; K — коэффициент интенсификации нагружения, $0 < K < 1$.

С помощью этой зависимости база испытаний сводится практически к бесконечно малому промежутку времени, а смысл подгружения (форсирования) состоит в том, что отношение $\varepsilon_p/[\varepsilon]$ рассматривается как предельный коэффициент безопасности элемента по остаточным напряжениям. Таким образом, величина ε_p характеризует предельный уровень деформаций от фиктивных остаточных напряжений $\sigma_{o,\phi} = \sigma_0 + K[\sigma]$. По результатам этих испытаний имеем предельный коэффициент безопасности от деформаций $[f_{\sigma}] = \varepsilon_p/[\varepsilon]$ и по зафиксированному коэффициенту $K = \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_0}{[\varepsilon]}$ на момент разрушения определяем ко-

эффициент безопасности элемента от остаточных напряжений ($f_{\sigma}^k = \sigma_0/[\sigma]$ или $f_{\sigma}^k = f_0^k \approx \varepsilon_0/[\varepsilon]$):

$$f_{\sigma}^k = [f_{\sigma}] - K; \quad f_{\sigma_{cp}}^k = \frac{1}{n} \sum_i f_{\sigma_i}.$$

Для приближенных расчетов с завышением результатов можно принять

$$m_{f_{\sigma}^k} = \frac{1}{n} \sum f_{\sigma_i}; \quad \sigma_{f_{\sigma}^k} \approx m_{f_{\sigma}^k} / 3.$$

Коэффициент интенсификации нагружения K можно установить максимальным, исходя из анализа всех видов воздействия на элемент на этапе его длительного хранения, в том числе и по совокупности видов воздействий. Вместе с тем, представляется возможным определить и предельный коэффициент безопасности на момент τ_0 при заданном времени длительного хранения элемента. Результаты прогноза величины f_{σ} используют в расчетах несущей способности и надежности элементов конструкции двигателей.

Расчет остаточных напряжений σ_0 и соответственно деформаций от них ε_0 по формулам (24.10), (24.11) можно использовать для уточнения экспериментальных данных $\varepsilon_{o,э}$, а также индивидуального контроля остаточных напряжений в каждом элементе на образце-свидетеле.

В зависимости от структуры материала характер его разрушения от действующих напряжений в период длительного хранения различен: это могут быть расслоения, локальные трещины, сколы. Такие внешние и внутренние дефекты искажают профиль рабочей поверхности элемента, создают локальные зоны турбулизации потока, дополнительную шероховатость, инициируют местную

эрозию материала. Причем ряд композитов получают с неизбежными дефектами, например в виде локальных расслоений, которые образуются в процессе термообработки или в процессе длительного хранения. Определить допустимый уровень таких дефектов можно, если линейный унос массы материала с рабочей поверхности элемента представить как сумму $\delta_{\Sigma} = \delta_v + \delta_d$, где δ_d — дефектность материала поверхности в рассматриваемом сечении (глубина скола, трещины, раковины и т. п.).

Относительный допустимый уровень дефектности в этом случае определяется из уравнения

$$\Delta F_{T3} = \frac{\sigma_{\Sigma}}{d} \left(2 + \frac{\sigma_d}{d} \right),$$

откуда

$$\sigma_d/d = (1 + \Delta F_{T3})^{1/2} - (1 + \sigma_v/d), \quad (24.14)$$

где ΔF_{T3} — относительная величина разгара площади проходного сечения, определенная требованиями ТЗ к данному элементу.

При этом такой локальный дефект следует рассматривать либо как концентратор напряжений, либо как устье трещины, и поверочным расчетом на прочность необходимо произвести оценку запаса несущей способности элемента. Оценка влияния дефектов материала на его работоспособность носит комплексный характер, это самостоятельная научно-техническая проблема, относящаяся ко всем типам материалов.

Принимая во внимание отрицательное влияние внутренних остаточных напряжений в композитах на несущую способность и эрозионную стойкость конструктивных элементов, можно рекомендовать следующие пути повышения их работоспособности.

1. Материалы с сильно выраженной анизотропией свойств и высоким уровнем внутренних остаточных напряжений ($f_0 > 0,6$) необходимо располагать при изготовлении элементов проточного тракта сопла относительно его продольной оси под оптимальным углом к осям анизотропии.

2. Материалы при изготовлении элементов следует ориентировать таким образом, чтобы выявленные или возможные возникновения трещины, сколы, расслоения не выходили на рабочую поверхность, а поверхность элементов должна быть защищена влагонепроницаемыми защитными составами.

3. При конструировании и изготовлении элементов из материалов с высоким уровнем внутренних остаточных напряжений наиболее эффективным является принцип секционирования. Сборка элемента из отдельных секций, скрепленных специальной обоймой или склеенных между собой и окончательно совместно обработанных, не только решает проблему снижения внутренних остаточных напряжений, но и повышает работоспособность конструкции сборочного узла. Известно, что получение заготовок или деталей больших габаритов из углеродных материалов связано с трудностями обеспечения габаритов полуфабрикатов из-за небольших реакционных пространств термического оборудования при проведении процессов термообработки. В таком оборудовании сложно выдержать одинаковые условия термообработки по всему контуру большой заготовки или детали, поэтому коэффициенты вариации свойств возрастают в сравнении со свойствами в заготовках небольшого объема. Принцип сек-

ционирования дает возможность использовать заготовки небольшого объема с более высокой стабильностью свойств.

4. Как разновидность принципа секционирования до некоторой степени целесообразно применять членение элементов на части и обеспечивать их взаимное расположение между частями элемента из материалов с небольшим уровнем внутренних остаточных напряжений.

5. Полезной может оказаться дополнительная термообработка элемента из материала с высоким уровнем внутренних остаточных напряжений.

Как правило, в практике конструирования элементов из композитов с высоким уровнем внутренних остаточных напряжений целесообразно использовать комбинацию всех упомянутых способов повышения работоспособности элементов.

24.5. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ СТОЙКОСТИ И ТЕРМОПРОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ДВИГАТЕЛЯ

Одна из особенностей применения композитов состоит в том, что наряду с конструкторскими способами проектирования и изготовления элементов двигателей существуют способы технологической обработки заготовок или готовых деталей, направленные на повышение стойкости материалов. Формирование структуры и свойств композитов осуществляется в процессе полимеризации и высокотемпературной обработки полуфабрикатов или заготовок. Поэтому имеется возможность не только направленно формировать требуемую структуру, но и посредством различных лигатур направленно осуществлять фазовые превращения и получать материалы или их рабочие поверхности с заранее заданными свойствами.

Рассмотрим конструкторско-технологические способы повышения эрозионной стойкости вкладыша критического сечения как элемента, наиболее ответственного за работоспособность соплового блока, и способы защиты поверхности проточного тракта от воздействия конденсированной фазы продуктов сгорания металлизированных твердых топлив.

24.5.1. ПРИМЕНЕНИЕ ЭРОЗИОННОСТОЙКИХ ПРЕДКРИТИЧЕСКИХ ВСТАВОК

Зависимость коэффициента тепломассообмена по длине проточного тракта сопла указывает на резкий локальный максимум в зоне критического сечения, который является основным фактором интенсификации уноса массы материала вкладыша. Уменьшить коэффициент тепломассообмена в зоне критического сечения без изменения состава и характеристик продуктов сгорания невозможно, но повысить эрозионную стойкость вкладыша можно, если входную предкритическую зону выполнить из эрозионностойких материалов. В этом случае зона интенсивного теплообмена и уноса массы локализуется на малой длине зоны критического сечения; происходит стабилизация течения потока, а критическое сечение в процессе разгара перемещается против потока, приближаясь к эрозионностойкой локальной зоне. При этом цилиндрическая зона

критического сечения по мере его разгара увеличивается, возрастает толщина пограничного слоя, а эффективная площадь проходного сечения изменяется незначительно, в результате чего поддерживается стабильность расходных характеристик сопла и удельного импульса тяги двигателя.

Такая стабильность обеспечивается за счет применения вставок (цилиндрических или конических) из углеродных материалов (рис. 24.4). Коническая форма предкритической вставки выбирается из условия оптимальной ориентации осей анизотропии, расположенных под углом $\alpha_{\text{опт}}$ к продольной оси проточного тракта сопла. Такие вставки применяют также для защиты вкладышей критического сечения, рабочая поверхность которых представляет собой тугоплавкое покрытие либо тонкостенную оболочку из тугоплавких металлов или сплавов. Диаметр предкритической вставки выбирают или равным диаметру критического сечения $d_{\text{вст}} \geq d_{\text{кр}}$ или несколько большим в зависимости от разгара критического сечения сопла. Иногда применяют набор предкритических вставок, если разгар входной части и соответственно критического сечения значительный и неравномерный в рассматриваемых сечениях тракта. Рабочая поверхность предкритической вставки должна быть сопряжена с рабочей поверхностью вкладыша без резко выраженных стыков, уступов, проточек и других конструктивных особенностей.

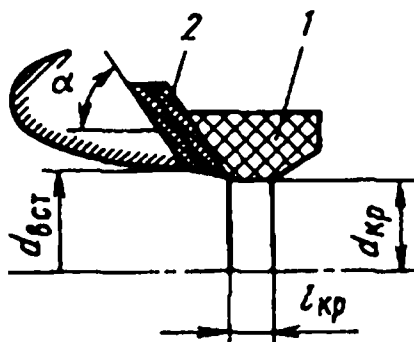


Рис. 24.4

Схема сопла с предкритической вставкой:

1 — вкладыш критического сечения; 2 — предкритическая вставка.

24.5.2. УПЛОТНЕНИЕ И УПРОЧНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КРИТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ СОПЛА

Как уже было показано, при анализе требований к материалам элементов проточного тракта сопла углеродный материал в зоне критического сечения должен иметь наибольшую плотность. Однако реакционная способность материала в большей степени зависит от его структуры, чем от плотности. Поэтому, рассматривая решение задачи минимизации массы соплового блока как исходный этап при конструировании элементов, следует искать частное решение повышения эрозионной стойкости в локальной зоне проточного тракта, т. е. повышения эрозионной стойкости рабочей поверхности критического сечения.

Оптические методы исследования поверхности вкладышей после работы двигателей указывают на специфический абразивный характер разрушения материала. Следовательно, необходимо повышать микротвердость рабочей поверхности в диапазоне ее рабочих температур. Из всех металлов и соединений наибольшей микротвердостью при высокой прочности на сжатие обладают карбиды и бориды тугоплавких металлов. Необходимо при этом учитывать, что, например, углерод с карбидами и боридами, как и с другими соединениями, образует эвтектики, температура плавления которых и другие характеристики существенно снижаются. Так, температура эвтектик составляет: TiC — 3280 К,

ZrC — 3120 К, NbC — 3420 К, W₂C — 2470 К, TiB₂ — 2560 К, ZrB₂ — 2500 К, CrB₂ — 2150 К, Al₄C₃ — 1970 К. Образование других типов эвтектик и их температурная устойчивость могут быть проанализированы с помощью диаграмм фазовых состояний. Важно при этом то, что образование прочных тугоплавких соединений при контакте углерода с металлами происходит при относительно невысоких температурах, при которых не изменяются характеристики углеродного исходного материала. Так, молибден образует карбид Mo₂C в интервале температур 920...1250 К, ниобий образует карбиды NbC и NbC₂ при температуре ниже 1085 К, а карбид ZrC образуется при температуре 985 К. Из рассмотренных особенностей образования карбидов и боридов и их свойств следуют конструкторско-технологические пути повышения защиты рабочей поверхности вкладыша критического сечения и других элементов сопла от воздействия гетерогенных высокоэнтальпийных газовых потоков. Прежде всего для дополнительного уплотнения и упрочнения приповерхностного слоя углеродного

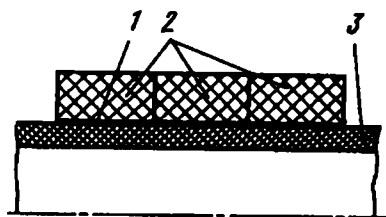


Рис. 24.5
Схема термодиффузионного уплотнения и упрочнения рабочей поверхности элемента:

1 — рабочая поверхность элемента; 2 — набор элементов; 3 — закладной элемент.

материала необязательно иметь развитую поверхностную открытую пористость. Образование такого слоя может осуществляться путем последовательных термообработок при контакте углерода с тугоплавким металлом или его соединением, в результате которого образуются карбиды и бориды, до выплавления неустойчивых соединений и ликвидации легкоплавких эвтектик. Для этого используют различные приемы: в элемент соплового блока вставляют закладной элемент, состоящий из карбидообразующего металла (или из этого металла с присадкой бора) и проводят в соответствующем режиме термообработку до полного превращения карбидообразующего

металла в карбид приповерхностного слоя за счет диффузионных процессов, стехиометрических эвтектик или растворения без изменения свойств основного материала элемента (рис. 24.5). Закладной элемент может быть в виде металлического или спрессованного из порошка стержня, трубы, набора втулок и т. д. Элементы соплового блока, например вкладыши критического сечения, набираются на закладном элементе в зависимости от их размеров и объемов реакционного пространства оборудования, в котором производят термообработку. Возможно совмещение термообработки с давлением, оказываемым закладным элементом на рабочую поверхность вкладыша. В качестве закладных элементов могут служить эластичные полимеризующие компаунды, препаги на основе тканей, войлока и других материалов.

24.5.3. ПОВЫШЕНИЕ ЭРОЗИОННОЙ СТОЙКОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ СОПЛА ЗА СЧЕТ СХЕМНО-КОНСТРУКТИВНЫХ РЕШЕНИЙ

Наибольшие трудности приходится преодолевать в поисках средств защиты композиционных материалов от воздействия жидкой и твердой конденсированной фазы продуктов сгорания. Эта проблема актуальна и для ВРД из-за содержания конденсированных частиц воды и пыли в атмосфере. Наряду

с уплотнением и упрочнением приповерхностного слоя материала или его оптимальной ориентацией можно рекомендовать также конструкторские пути повышения эрозионной стойкости элементов двигателей.

На рисунке 24.6 показана схема ступенчатой входной части вкладыша критического сечения сопла. Наличие ступеньки в зоне входа потока в критическое сечение сопла способствует ускорению течения потока за ступенькой вследствие резкого скачкообразного падения давления, а также повороту потока с выравниванием поля по его сечению.

Отрицательный градиент давления при этом связан с толщиной вытеснения пограничного слоя следующим образом. Толщина вытеснения является функцией кинематической вязкости газа, которая вследствие уменьшения плотности при возрастании чис-

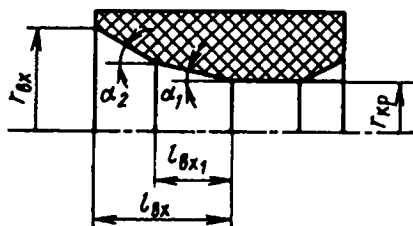


Рис. 24.6
Схема ступенчатой входной части сопла

ла M потока возрастает. Таким образом, можно предположить, что с одной стороны при возрастании числа M происходит снижение коэффициента тепломассообмена и скорости уноса массы материала с рабочей поверхности вкладыша, а с другой стороны — увеличение толщины вытесняемого пограничного слоя и снижение напряжения трения потока о стенку. Это приводит к уменьшению воздействия конденсированной фазы на материал рабочей поверхности вкладыша. Представляется, что эффект повышения эрозионной стойкости вкладыша критического сечения сопла будет более значительным при высоких значениях давления в камере и при более высоком содержании конденсированной фазы в продуктах сгорания, когда другие технические возможности повышения эрозионной стойкости материала уже исчерпаны. Эффект ступенчатой входной части сопла может быть распространен не только на один элемент — вкладыш критического сечения, — но и, например, на входную часть проточного тракта соплового блока крупногабаритных РДТТ.

24.5.4. ЗАВИСИМОСТЬ ЭРОЗИОННОЙ СТОЙКОСТИ КОМПОЗИТОВ ОТ ТЕРМОПРОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Как известно, что характерной особенностью большинства углеродных материалов является хрупкий характер разрушения вплоть до температур 1800...2300 К и пластичность при температурах выше 2300 К. При этом на первой температурной фазе предельные деформации при растяжении и сжатии составляют в среднем $\epsilon_b < 0,4\%$ и $\epsilon_{сж} < 2\%$ при возрастании предела прочности в 1,5...2,5 раза до 2800...3100 К, а на второй температурной фазе испытаний деформации составляют соответственно $\epsilon_b > 2\%$ и $\epsilon_{сж} > 10\%$. Повышение прочности при повышении температуры испытаний и 3...5-кратное превышение прочностных и деформационных характеристик углеродных материалов при испытаниях на сжатие в сравнении с характеристиками при растяжении материала следует правильно использовать при конструировании элементов соплового блока и их сборке в единую конструкцию. Как показывают данные многочисленных расчетов элементов сопла на термopрочность, в большинстве своем под-

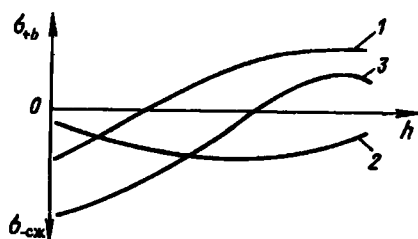


Рис. 24.7

Типичная диаграмма напряжений по толщине материала элемента:

1 — осевые напряжения σ_z ; 2 — радиальные напряжения σ_r ; 3 — окружные напряжения σ_ϕ .

твержденные экспериментальными работами, типичная диаграмма напряжений, например, при напряженном состоянии вкладыша критического сечения, представлена на рисунке 24.7 для различных рассматриваемых сечений. Из рисунка видно, что, во-первых, наиболее опасными являются, как правило, окружные напряжения, во-вторых, наибольшая опасность разрушения элемента обусловлена действующими напряжениями растяжения на внешней поверхности и, в-третьих, с увеличением длительности прогрева материала осевые и окружные напряжения растяжения в нем снижаются, в то время как предельные напряжения углеродных материалов с повышением температуры прогрева увеличиваются.

Отсюда следует, что пути повышения термopочности элементов из углеродных материалов нужно искать в направлениях:

- 1) снижения градиентов температуры по толщине материала;
- 2) конструктивным путем не допускать резких перепадов толщин элементов и концентраторов напряжений, особенно на внешней поверхности элементов;
- 3) изыскания путей быстрого и равномерного прогрева материалов;
- 4) применения конструктивных способов снижения действующих напряжений растяжения на внешней поверхности элемента, добиваясь обеспечения напряженно-деформированного состояния сжатия для главных тензоров напряжений элемента.

На основании изложенного можно рекомендовать следующие способы повышения термopочности элементов конструкции из композитов, прежде всего из углеродных материалов.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ЧЛЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ

Этот способ повышения термopочности элементов из углеродных материалов основан на результатах анализа состояния элементов после проведения огневых стендовых испытаний двигателей. Если при этом обнаружены кольцевые (поперечные) трещины, вызванные наличием конструктивно необходимых концентраторов напряжений или резким изменением параметров газового потока, то по месту образования таких трещин следует делать технологическое членение элемента. Иногда приходится сравнительно простой элемент членить на два и более элемента. Членение элемента может быть произведено также с целью освобождения его от влияния внутренних остаточных напряжений, доля которых может оказаться весьма значительной. В этом случае целесообразно членить элемент таким образом, чтобы стыки его частей не составляли одно сечение, т. е. разрезать элемент следует под острым углом к продольной оси проточного тракта. При таком способе членения элемента его эрозийная стойкость не снижается. Расчетно-экспериментальным путем установлено, что максимальная равновесная температура рабочей поверхности, например вкладыша

шей из мелкозернистых прочных графитов, при температуре торможения газового потока $T_0 = 3100...3300$ К составляет $T_w = 2800...3100$ К при градиенте $dT/dt = 2800...3300$ К/с. Такой интенсивный нагрев рабочей поверхности материала приводит к чрезмерно большим градиентам температур по толщине материала вкладышей в радиальном и осевом направлениях, вследствие чего в материале возникают высокие термомеханические напряжения. Причем градиенты температур зависят от расположения зоны критического сечения по длине вкладыша в соответствии с зависимостью $\alpha/c_p = f(l)$. Как было отмечено ранее, абсолютное большинство углеродных материалов являются анизотропными, причем предел прочности при сжатии их примерно в 2...4 раза превышает предел прочности при растяжении. Это свойство углеродных материалов может быть реализовано конструктивно при выборе рациональных геометрических размеров и форм элементов СБ. Известно, что доминирующими являются растягивающие напряжения на внешней поверхности вкладыша критического сечения сопла, которые в совокупности с относительно низкими предельными прочностными характеристиками углеродных материалов при растяжении обуславливают низкий запас прочности конструкции вкладыша.

Если на внешней его поверхности создать напряженное состояние сжатия, то соответственно можно повысить в 2...4 раза запас прочности конструкции. Это может быть достигнуто с помощью опоясывающих обойм или создания отрицательного зазора (натяга) на внешней поверхности. Однако длительное поддержание высокого уровня напряженного состояния конструкции нежелательно. Более рациональным способом создания напряженного состояния сжатия на внешней поверхности вкладыша является конструктивный прием образования конической и опорной поверхности, сопрягаемой с поверхностью элемента выходной части сопла. В этом случае напряженное состояние сжатия на опорной поверхности создается практически только в период работы двигателя.

СОСТАВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

В ряде случаев по технологическим и иным причинам термopочность элементов конструкции из композитов может быть улучшена, если элемент конструировать и изготавливать из набора деталей, скрепленных определенным способом между собой. При этом отдельные детали могут быть изготовлены из разнородных материалов и обеспечивать не только повышение несущей способности элемента, но и его эрозионную стойкость. Например, устанавливать элементы в зону критического сечения сопла следует с некоторым гарантированным зазором, чтобы при тепловом воздействии потока в элементах было обеспечено по возможности напряженное состояние сжатия. Склеивание же приводит к образованию повышенных зазоров между элементами вследствие термодеструкции клея и затекания в зазоры агрессивной жидкой конденсированной фазы, к развитию опасных напряжений растяжения в элементах и сборочных узлах. Элементы при этом могут чередоваться между собой последовательно таким образом: за элементом из эрозионностойкого материала с сублимационным механизмом теплового разрушения располагается элемент из теплозащитного материала с абляционным механизмом разрушения, образуя систему активной теплозащиты конструкции (рис. 24.8).

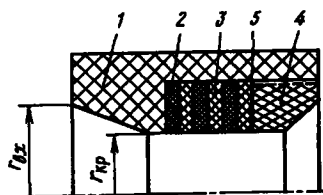


Рис. 24.8
Схема вкладыша критического сечения сопла с элементами активной тепловой защиты:

1 — втулка вкладыша; 2 — пластина из ЭСМ; 3 — пластина из ТЭМ; 4 — заглушка; 5 — тепловой компенсатор.

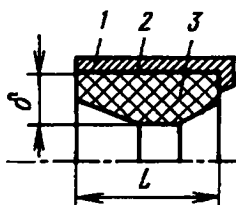


Рис. 24.9
Схема элемента критического сечения сопла с обоймой:

1 — обойма; 2 — теплозащитный слой; 3 — элемент.

Термопрочность элемента, например вкладыша критического сечения, значительно повышается вследствие снижения тепловых нагрузок. Причем в качестве теплозащитных материалов желательно выбирать те, которые плавятся и образуют вязкую пленку расплава. Представляется также, что на основе тканевых углеродных материалов возможно в ближайшем будущем создание складывающихся гибких раструбов крупногабаритных РДТТ.

Обоймы. Изготовить составной элемент из композитов, например входной части и зоны критического сечения сопла, в большинстве случаев можно только с помощью обойм. Повысить термопрочность элемента сопла из материала с низкими механическими свойствами при растягивающих нагрузках можно также с помощью обоймы, способствующей возникновению на внешней поверхности элемента напряжений сжатия. Такие обоймы изготавливают из жаропрочных металлов и сплавов или из термопрочных углеродных материалов (рис. 24.9). При использовании углеродных материалов с большой теплопроводностью для изготовления элемента на внутреннюю поверхность металлической обоймы наносят теплозащитный

слой из карбидов, нитридов, боридов, оксидов тугоплавких металлов или их соединений. Для обоймы из углеродных материалов теплозащитный слой не требуется, но низкие механические свойства в сравнении с металлической обоймой вынуждают увеличивать толщину обоймы для обеспечения напряжения сжатия на внешней поверхности элемента. Кроме того, для углеродного материала обоймы сохраняются многие недостатки, обусловленные наличием остаточных напряжений, концентраторами напряжений и другими дефектами макроструктуры. Преимуществом обойм для составных и монолитных, например графитовых элементов, является повышенная защищенность их при хранении и транспортировке, независимость от качества обеспечения размерных цепей при сборке соплового блока, отсутствие передачи на внешнюю поверхность элемента нагрузок, передаваемых на элемент со стороны других элементов блока при процессах полимеризации, нагрева, вибраций при транспортировке и других эксплуатационных нагрузок. Эти воздействия воспринимаются обоймой. Но наиболее существенной отличительной особенностью обойм является возможность значительного уменьшения толщины элемента и снижение его массы. Так, для мелкозернистых прочных графитов относительная толщина элемента $\bar{\delta} = (d - d_{кр})/2L$ может принимать значения $\bar{\delta} < 0,3$ без снижения работоспособности элемента. Это достаточно перспективный путь повышения работоспособности элементов соплового блока из углеродных материалов и снижения его массы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алиев, А. В.* Математическое моделирование в технике / А. В. Алиев, О. В. Мищенко. — М. : Институт компьютерных исследований, 2012. — 476 с.
2. *Абрамович, Г. Н.* Прикладная газовая динамика. — М. : Оборонгиз, 1979. — 824 с.
3. *Агульник, А. Б.* Термогазодинамические расчеты и расчет характеристик авиационных ГТД / А. Б. Агульник, В. И. Бакулев, В. А. Голубев [и др.]. — М. : Изд. МАИ, 2002.
4. *Алемасов, В. Е.* Теория ракетных двигателей / В. Е. Алемасов, А. Ф. Дрегалин, А. П. Тишин. — М. : Машиностроение, 1989. — 458 с.
5. *Баррер, М. И.* Ракетные двигатели / М. И. Баррер, А. Жомотт, Б. Ф. Вебек [и др.]. — М. : Оборонгиз, 1962. — 800 с.
6. *Белов, Г. В.* Композиционные материалы в двигателях летательных аппаратов / Г. В. Белов, Б. Т. Ерохин, В. П. Киреев. — М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1998. — 344 с.
7. *Вермишев, Ю. Х.* Методы автоматического поиска решений при проектировании сложных технических систем. — М. : Радио и связь, 1982. — 152 с.
8. *Вилунов, В. Н.* Теория горения конденсированных веществ. — М. : Наука. Сибирское отделение, 1984. — 186 с.
9. *Волков, Е. Б.* Основы теории надежности ракетных двигателей / Е. Б. Волков, Р. С. Судаков, Т. А. Сырицын. — М. : Машиностроение, 1974. — 400 с.
10. *Годунов, С. К.* Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов [и др.]. — М. : Наука, 1976. — 400 с.
11. *Дурнев, В. Н.* Зависимость температуры микропламени вокруг алюминиевых частиц от выбора моделей горения частиц алюминия и углерода в генераторе плазмы / В. Н. Дурнев, В. С. Власов. — Т. 29. — ТВТ, 1991. — С. 613–616.
12. *Ерохин, Б. Т.* Нестационарные и квазистационарные режимы работы РДТТ / Б. Т. Ерохин, А. М. Липанов. — М. : Машиностроение, 1977. — 200 с.
13. *Ерохин, Б. Т.* Термодинамика энергетических систем / Б. Т. Ерохин, С. И. Боков, В. И. Русаков. — М. : Изд. МГУПИ, 2011. — 102 с.
14. *Ерохин, Б. Т.* Теоретические основы проектирования РДТТ. — М. : Машиностроение, 1982. — 206 с.
15. *Ерохин, Б. Т.* Теория внутрикамерных процессов и проектирование РДТТ. — М. : Машиностроение, 1991. — 660 с.
16. *Ерохин, Б. Т.* Теория, расчет и проектирование ракетных двигателей. — М. : РАН ВИНТИ, 2004. — 864 с.
17. *Ерохин, Б. Т.* Теория тепломассообменных процессов и проектирование систем запуска РДТТ / Б. Т. Ерохин, В. Н. Богословский. — М. : Лидер-М, 2008. — 392 с.

18. *Ерохин, Б. Т.* Управление качеством энергетических систем / Б. Т. Ерохин, С. И. Боров, Г. В. Белов. — М. : МГУПИ, 2013. — 210 с.
19. *Ерохин, Б. Т.* Внутрикамерные процессы и преобразование энергии в космических энергосистемах / Б. Т. Ерохин, В. М. Быцкевич, В. Н. Дурнев [и др.]. — М. : РАН ВИНТИ, 2001. — 480 с.
20. *Зельдович, Я. Б.* Теория нестационарного горения пороха / Я. Б. Зельдович, О. И. Лейпунский, Б. Б. Либрович. — М. : Наука, 1975. — 180 с.
21. *Исаев, С. А.* Теория тепломассообмена / С. А. Исаев, И. А. Кожин, В. И. Кофанов [и др.]; под ред. А. И. Леонтьева. — М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. — 684 с.
22. *Калинин, В. В.* Нестационарные процессы и методы проектирования узлов РДТТ / В. В. Калинин, Ю. Н. Ковалев, А. М. Липанов. — М. : Машиностроение, 1987. — 216 с.
23. *Клячкин, А. Л.* Теория воздушно-реактивных двигателей. — М. : Машиностроение, 1969. — 512 с.
24. *Кулагин, В. В.* Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок. — М. : Изд. МАИ, 2005 г.
25. *Липанов, А. М.* Твердотопливные регулируемые двигательные установки / А. М. Липанов, А. В. Алиев [и др.]. — М. : РАН, 2012. — 414.
26. *Липанов, А. М.* Проектирование ракетных двигателей твердого топлива / А. М. Липанов, А. В. Алиев. — М. : Машиностроение, 1995. — 400 с.
27. *Нигматулин, Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. — М. : Наука, 1978. — 33 с.
28. *Орлов, Б. В.* Термодинамические и баллистические основы теории проектирования РДТТ / Б. В. Орлов, Г. Ю. Мазинг. — М. : Машиностроение, 1979. — 536 с.
29. Основы проектирования ракетно-прямоточных двигателей для беспилотных летательных аппаратов / под ред. Б. В. Орлова. — М. : Машиностроение, 1967. — 230 с.
30. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / под ред. В. К. Кошкина. — М. : Машиностроение, 1975. — 623 с.
31. *Пирумов, У. Г.* Течение газа в соплах / У. Г. Пирумов, Г. С. Росляков. — М. : Изд. МГУ, 1978. — 351 с.
32. *Похил, П. Ф.* Горение порошкообразных металлов в активных средах / П. Ф. Похил, А. Ф. Беляев, Ю. В. Фролов [и др.]. — М. : Наука, 1972. — 294 с.
33. *Присняков, В. Ф.* Динамика ракетных двигателей твердого топлива. — М. : Машиностроение, 1984. — 247 с.
34. *Разумеев, В. Ф.* Основы проектирования баллистических ракет на твердом топливе / В. Ф. Разумеев, Б. К. Ковалев. — М. : Машиностроение, 1976. — 356 с.
35. *Райзберг, Б. А.* Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе / Б. А. Райзберг, Б. Т. Ерохин, К. П. Самсонов. — М. : Машиностроение, 1972. — 386 с.
36. *Самарский, А. А.* Теория разностных схем. — М. : Наука, 1977. — 656 с.
37. *Силин, Н. А.* Горение металлизированных конденсированных систем / Н. А. Силин, Л. Я. Кашпоров, В. Д. Гладунов [и др.]. — М. : Машиностроение, 1982. — 232 с.
38. *Сполдинг, Д. Б.* Основы теории горения. — М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1959. — 320 с.
39. *Стернин, Л. Е.* Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. — М. : Машиностроение, 1974. — 212 с.
40. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания : справочник / под ред. В. П. Глушко. — М. : ВИНТИ, 1971. — 249 с.
41. *Фахрутдинов, И. Х.* Конструкция и проектирование ракетных двигателей твердого топлива / И. Х. Фахрутдинов, А. В. Котельников. — М. : Машиностроение, 1987. — 326 с.
42. *Феодосьев, В. И.* Основы техники ракетного полета. — М. : Наука, 1981. — 494 с.
43. *Франк-Каменецкий, Д. А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. — М. : Наука, 1967.
44. *Фукс, Н. А.* Механика аэрозолей. — М. : Изд. АН СССР, 1955. — 352 с.
45. *Фукс, Н. А.* Испарение и рост капель в газообразной среде. — М. : Изд. АН СССР, 1958. — 120 с.

46. Хилл, П. Наука и искусство проектирования. — М. : Мир, 1973. — 263 с.
47. Хинце, И. О. Турбулентность. — М. : Физматгиз, 1963. — 556 с.
48. Хитрин, Л. Н. Физика горения и взрыва. — М. : Изд. МГУ, 1957. — 442 с.
49. Чергмен, У. Введение в исследование операций / У. Чергмен, Р. Акоф. — М. : Наука, 1968. — 486 с.
50. Чижевский, О. Т. Моделирование проектных и термодинамических параметров энергосистем. — М. : МГАПИ, 2003. — 214 с.
51. Шец, Дж. Турбулентное течение. Процессы вдува и перемешивания. — М. : Мир, 1984. — 247 с.
52. Шишков, А. А. Рабочие процессы в ракетных двигателях твердого топлива / А. А. Шишков, С. Д. Панин, Б. В. Румянцев. — М. : Машиностроение, 1989. — 235 с.
53. Шлихтинг, Г. Возникновение турбулентности. — М. : ИЛ, 1962. — 203 с.
54. Шор, Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. — М. : Советское радио, 1962. — 552 с.
55. Шрейдер, Ю. А. Системы и модели / Ю. А. Шрейдер, А. А. Шаров. — М. : Радио и связь, 1982.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аблирующие покрытия 46, 76
— с внутренним уносом массы 46
— с поверхностным уносом массы 46
Абляционные свойства 46
Автоколебательные процессы 214, 215, 217
— высокочастотные 214, 215
— низкочастотные 214, 217
Автоматизированное рабочее место (АРМ) 559
Агломерационные процессы 221, 229, 230
Агрегатное состояние 8, 15, 185
Адиабатически заторможенный поток (газа) 323, 106, 325
Акустические колебания 214, 215, 217
Активная среда 9, 12
Алгоритмические языки 316
Алфавитно-цифровое печатающее устройство (АЦПУ) 559
Асбест 46
Атомная масса химического элемента 233, 254, 278
Аэродинамические характеристики 163, 268, 301
Баланс тепла 74, 281
Баллистичный порох 90, 193, 212
Бародиффузионное отношение 6, 176
Бегущий счет 317
Безметалльный состав 9
Бессопловые РДТТ 512, 517
Бинарный коэффициент диффузии 225
Блок 10, 12
— автоматизированного проектирования РДТТ 554, 558
— РДТТ сопловой 10, 12, 41
Боковая неуравновешенная сила 539
Бронирующее покрытие 74, 76, 100
Вероятностные характеристики 230, 445, 451
Вероятность безотказной работы 87, 361
Ветровые нагрузки 523
Вдув газа 524
Вихрь 11, 197, 203
Вкладыш 41, 52, 54
— входной 52, 567, 574
— выходной 52
Внутренние параметры 442, 446, 447
Возмущающие силы 520
Возмущающие факторы 523
Волна горения 420, 421
Воспламенительное устройство 7, 44, 60, 72
— для пятикратного запуска 336
— из электропроводной пленки 367, 368
— перфорированное 97, 365, 368
— рулонное 367
— у переднего дна 365
— сопла 365
Воспламенительные составы 362
Вращающийся РДТТ 12, 460
Время 506, 507, 511
— выхода на режим 548
— задержки воспламенения 187
— пребывания газа 147, 150
— пребывания частиц 148, 232
— распространения фронта пламени 378
— релаксации 217, 219, 333
— сгорания 233, 236
Вторичная струя газа 536
Выбор проектных параметров РДТТ 549, 553, 556
Выборка изделий 544
Выборочное распределение 445
Выдвижные щитки 535
Выходные параметры 442, 459, 504
Вязкие потоки 175
Вязкость Лакса — Вендроффа 314
Газовзвесь 274
Газовые рули 163, 524, 531
Газогенератор 19, 22, 95
Газодинамические 10, 33, 34
— потери 10, 144, 156
— функции 33, 34, 406
Газодинамическое управление вектором тяги 533
— при вдуве газа 524
— при впрыске жидкости 162
Газофазная равновесная реакция 259
Гамма-функция Эйлера 444
Гашение заряда ТТ 190, 426, 427
— впрыском жидкости в камеру сгорания 427
— вскрытием дополнительных отверстий в камере сгорания 426
Гетерогенное окисление 11, 90, 227

- Гетерогенные реакции системы 48, 50, 54
- Гиперболические уравнения 313
- Гипотетический двигатель 395
- Гироскопический метод стабилизации 460
- Гистограмма 445
- Горение баллиститных твердых топлив 186
 - нестабильное 214
 - нестационарное 176, 190, 191
 - при перегрузках 361, 467
 - смесевых твердых топлив 152, 169, 188
 - стационарное 184, 204
 - турбулентное 96, 204
- Гравитационные потери 332
- Градиент давления 11, 153, 177
 - температуры 177, 188, 191
- Граничные условия 74, 77, 192
- Графическая информация 556
- Графопостроители 557, 559
- Двухосновное твердое топливо 90, 92
- Двухфазное рабочее вещество 221, 319, 397
- Дебаевская длина волны 198, 276
- Дефлектор 164, 524, 553
 - многосопловой 164, 246
 - односопловой 164, 246, 553
- Деформация 70, 250, 452
 - кольцевая 70
 - растяжения 68, 577
 - предельная 572
- Диагностика 562
- Диафрагма 460
- Динамическая неравновесность между газом и конденсатом 142, 150, 152
 - равновесность 166
 - скорость 152
- Динамическое нагружение 250
- Диспергирование 186
- Дисперсная выборочная 361, 444
- Дисперсность 10, 188, 222
- Дисперсность порошка 222
- Диссипативная функция 177
- Диссоциированная смесь 104, 440
- Диффузионные процессы 188, 222, 576
- Диффузионный поток химической энthalпии 176, 224
- Диффузионный режим 51, 224
- Диффузия паров металла 222
- Длина волны возмущения 198
 - пути перемешивания 208, 524
- Днище 24, 60, 65
 - заднее 67, 75, 100
 - переднее 24, 67, 361
 - сферическое 80, 485
 - торосферическое 63
 - эллиптическое 63
- Дросселирование 536, 537
- Заряд твердого топлива 9, 77, 86
 - бесщелевой конструкции 97
 - вкладной 94
 - многошашечный 94, 99
 - секционный 94, 98
 - скрепленный 94
 - со звездообразным каналом 97, 99, 508
 - телескопический 94, 99
 - торцевого горения 77, 82, 100
 - щелевой 94, 97
- Закон Аррениуса 186, 206, 224
- Заряженные частицы 16, 130, 131
- Защитно-крепящий слой 541
- Затубулированность
- Зона 203
 - дымопарогазовая 197, 203
 - светящегося пламени 344, 369
- Идентификация 315
- Извлечение 68
 - газообразных компонентов 127, 132, 138
 - частиц окислов металлов 227
- Импульс тяги 9, 31, 556
 - полный 31, 80, 90
 - удельный 31, 140, 489
- Инвариант Римана 313
- Индикатриса рассеивания 276
- Инжектирование жидкости 539, 540
- Интеграл Лагранжа — Бернулли 403, 408
- Интеграл Стодла — Крокко 179
- Интенсивность 6, 100, 187
 - объемного тепловыделения 6, 100, 187
- Итерационный метод 272, 316, 317
- Камера сгорания РДТТ 9, 428, 558
- Карданов подвес 531
- Касательное напряжение трения 265
- Квазигомогенный 294, 586
- Квазинепрерывная среда 231, 585
- Квазиодномерное течение 322, 327
- Коагуляция конденсированных частиц 167, 169
- Колебания возмущающегося движения 198
 - высокочастотные 215
 - низкочастотные 216, 217
- Количество случайных попыток 548
- Коммутационная камера 185
- Компенсатор 98, 152, 531
- Комплексная амплитуда 198
- Компоненты топлива 22, 25
- Конденсированная фаза 14, 119
- Конечная длина 250, 260
- Консервативная форма 314
- Константы обратной реакции 285
 - адсорбции продуктов реакции 285
 - десорбции оксида 285
- Контактный разрыв 338, 370, 428
 - теплообмен 12, 253, 255
- Континуальная модель 185
- Концентрация напряжений 62
- Корреляционная 444
 - матрица 444, 457, 585
 - функция 444

- Корреляционный момент 443
- Коэффициент
 - аккомодации 274
 - безопасности 61, 571, 572
 - вариации 569
 - восстановления полного давления 288, 406, 493
 - газодинамического качества 164, 533, 534
 - гидродинамических потерь 239, 241, 244
 - динамической вязкости 220
 - запаса 95
 - импульсный 38
 - компрессионной диффузии 224
 - конденсации 384
 - корреляции 311, 540
 - лобового сопротивления 490, 493, 495
 - массового совершенства РДТТ 40, 45, 565
 - нарастания 198
 - нормальной силы 488
 - объемного заполнения камеры сгорания 95, 100
 - отдельных элементов 148
 - относительной скорости 206, 207, 211
 - поверхностного натяжения 82
 - полезного действия 35, 38
 - полноты удара 243
 - полный 146
 - поправочный скорости 406
 - Пуассона 62, 71, 250
 - расхода 235, 325, 501
 - сопла 156
 - сопротивления 153, 310, 487
 - сужения потока 260, 406
 - температуропроводности 185, 388, 421
 - теплоотдачи 48, 388, 480
 - теплопроводности 72, 182, 468
 - термодиффузии 177, 286, 431
 - термохимический 6, 191, 475
 - трения 243, 259, 267
 - турбулентного горения 211, 245, 401, 415
 - турбулентной вязкости 209
 - тяги 32, 33, 35, 142, 489
 - энергетический 35
 - эффективности 272
 - учитывающий взаимное влияние вероятности безотказной работы 442
 - учитывающий горение конденсата 263, 321
 - учитывающий наличие массовых сил 321
 - фиктивной турбулентной динамической вязкости 182, 205, 477
- Краевая задача 322, 328
- Краевые условия 9, 321, 328
- Кристаллизация 125, 126, 169
- Критерий качества 551
 - надежностный 549, 551, 553
 - стоимостной 549, 551, 553
 - энергомассовый 549, 550, 551
- Пирсона 446
- Победоносцева Ю. А. 238, 246
- подобия Льюиса — Семенова 6, 205
- Критические условия 370, 372, 421
- Круговая частота 198, 216
- Ламинарная форма движения 175, 177, 194
- Ламинарный подслои 194, 209, 257
- Линеаризация 134, 216, 447
- Линейная интерполяция 119
- Линейное приближение 444
- Линейный закон сопротивления 153
- Логарифмический нормальный закон 153
- Логонормальное распределение 225
- Лоренцевский газ 246
- Лучистый тепловой поток 276, 377
- Максвелловское распределение 225
- Масса
 - бронирующего покрытия 61, 83
 - днища 61, 63, 82
 - конструкции двигателя суммарная 61
 - обечайки корпуса 61, 70, 81
 - подсистемы 61
 - полезной нагрузки 550
 - соплового блока 10, 12, 41, 54, 80
 - сталкивающихся молекул 225
 - ТЗП 73, 82
- Массмедианный радиус 141
- Массовые силы 250
- Математическое ожидание 443
- Материалы 41
 - аблирующие 46, 76
 - алюминиевые и титановые сплавы 42
 - композиционные 42
 - конструкционные 41, 42
 - органопластики 45
 - стали 42
 - стеклопластики 42, 45, 53
 - теплозащитные 41, 45, 112
 - теплоэрозионностойкие 41, 52, 112
 - углепластики 42, 45, 52
- Матрица корреляционная 444, 457
- Мгновенно замороженные размеры 403
- Межфазный тепловой поток 113, 291
- Мера отклонения случайных величин 443, 446, 455
- Метастабильное состояние 111
- Метод
 - крупных частиц Давыдова 320
 - Мак-Кормака 314, 316, 317
- Метод Годунова 380
 - интегральных соотношений 337
 - калориметрирования 107, 110

- Метод наискорейшего спуска 551
 - Ньютона 134, 393
 - одновременной оптимизации 556
 - оптимизации 551
 - основанный на аппроксимации профиля скоростей 337
 - простого перебора 556
 - разделения переменных 337
 - Рунге — Кутта 335, 392, 440
 - случайного поиска 551
 - статических испытаний 455
- Метод оценки качества продукции 544, 545
 - компонентный 545
 - статистический (формализованный) 455, 459, 547
 - факторный 545
 - экспертно-статистический 543, 545, 547
 - экспертный 543
- Метод предиктор-корректор 235, 314
 - Годунова 380
 - Зейделя 332
 - интегральных соотношений 337
 - калориметрирования 107, 110
 - Ньютона 134, 393
 - основанный на аппроксимации профиля скоростей 337
 - разделения переменных 337
 - Рунге — Кутта 335, 395, 440
 - установления 314, 316
 - Фроста 186
- Многоопловый блок 242, 467, 526
- Множитель Лагранжа 174
- Моделирование 455, 554, 555
 - математическое 554, 555
- Модель агломерации 232
- Модифицированное твердое топливо 91, 92, 93
- Модифицированный метод наискорейшего спуска 551
- Модуль упругости 6, 80, 570
 - Юнга 250, 452
- Модульный принцип 557
- Мольная теплота испарения 291
- Момент асимметрии 526, 533
- Монодисперсное приближение 168, 169
- Монодисперсные частицы 168, 169
- Моноэнергетические излучатели 377
- Микроплазма 223, 224, 225
- Момент 443, 460, 537
 - возмущающий 520, 522, 523
 - возникновения турбулентного горения 11, 203
 - демпфирующий 526
 - дисбаланса 526
 - инерционный 103, 526
 - корреляционный 443, 444, 449
 - позиционный 526, 531, 532
 - потребный управляющий 518, 519
 - трения 526, 527, 533
 - шарнирный 524, 525, 526
- Надежность 96, 162, 314
 - механическая 87
 - параметрическая 316
- Напряжение 5, 127, 182
 - предельное 562
 - трения 208, 210, 212
- Напряженно-деформированное состояние 190, 451, 578
- Недеформируемая проницаемая замкнутая поверхность 346
- Некорректированные случайные числа 457
- Нелинейные операторы преобразования 447
- Неравномерность поверхности горения 196
- Нитраты целлюлозы 185
- Нитроглицерин 90, 91
- Нитроклетчатка 90, 91
- Нуклеация 303, 307
- Обечайка 62, 68, 71,
 - Область отрыва 534
- Объемная плотность заряжания 249
- Обыкновенные дифференциальные уравнения 337, 413, 471
- Однородное вещество 394, 395, 430
- Одноопловый блок 164, 241, 246
- Окислитель 60, 230, 287
- Окислительный потенциал 286
- Операционная система 315
- Оптимизация 543, 549, 550
- Органы управления 12, 518
- Осесимметричный идеальный поток 382
- Отклонения среднеквадратичные 5
- Отраженная ударная волна 370, 420, 421
- Отрывные течения 29, 251, 534
- Отсечка тяги 190, 419, 438
- Параметр переноса Сполдинга 311
- Параметр проницаемости 267
 - диффузионный 267
 - тепловой 267
- Параметры рабочего процесса 336, 443, 567
- Парциальное давление 117, 129, 440
- Переобогащенная смесь 348, 352
- Пересыщенные пары 227
- Пиропатрон 369, 381, 382
- Пластификатор 90
- Плоскость 519, 521, 524
 - крена 524
 - курса 523, 524
 - тангажа 520, 523, 524
- Поверхностная энергия 228
- Поверхностные силы 68
- Поверхность разрыва 84

- Пограничный слой 58, 254
 — диффузионный 267
 — ламинарный 160, 270
 — тепловой 267
 — турбулентный 257
 Поле скоростей 157, 421
 Полидисперсный ансамбль частиц 292
 Полином Сонина 225
 Полиокислительная среда 223, 226
 Пороговая скорость турбулентного горения 204, 401, 415
 Постоянная Планка 276
 Потенциал Гиббса 228
 Потери 140, 156, 172
 — в камере сгорания 143, 144, 145
 — в сопловом аппарате 144, 145
 — в результате выноса конденсата на поверхность стенки сопла 144
 — в результате химической неравновесности 144, 171
 — газодинамические 144, 239, 505
 — давления торможения 241, 487, 500
 — двухфазные 166, 168, 173
 — удельного импульса тяги 140, 145, 155
 — на неадиабатность процесса 154
 — на неполноту сгорания 145
 — на отсутствие кристаллизации конденсированных частиц 169, 170, 171
 Предел прочности 93, 94, 579
 Предельное давление устойчивого горения 430
 Предсопловый объем 346, 503, 504
 Приведенная пленка 223, 224, 226
 Программное обеспечение САПР 557
 Прогрессивные схемные решения 556
 Проект 60, 522, 560
 — предэскизный 551, 552
 — технический 522, 551, 552
 — эскизный 522, 551, 560
 Профили скоростей 161, 200, 342
 Процесс кристаллизации 125, 126, 169
 Псевдоплотность частиц 385
 Пуассоновское распределение 230, 231
 Пульсационная составляющая профиля скоростей 266
 Равновесные реакции диссоциации 117, 440
 Разностные схемы вычислений 388
 Рассекатель 485, 486
 Расход секундный 150, 376, 550
 Расходный комплекс 112, 125, 568
 Расширение смеси равновесное 113, 125
 — химически замороженное 113
 — энергетически и химически равновесное 113
 Расщепление уравнений 337
 Реагент 48, 188, 285
 Режим 28, 387, 391
 — истечения продуктов горения 379
 — дозвуковой 312, 472, 482
 — критический 7, 494, 495
 — сверхзвуковой 424, 435, 472
 — работы энергосистемы 10
 — квазистационарный 12, 351
 — нестационарный 150, 175, 320
 — стационарный 150, 387, 391
 Режим свободномолекулярный 312
 — со скольжением 312
 — континуальный 295
 Режим сильного нагрева 374
 Рейнольдсово напряжение 182, 266
 Рекуператор 571
 Связующее 43, 363, 368
 — неорганическое 45
 — органическое 45, 53
 Сетка 233, 314, 315
 — криволинейная 388
 — прямоугольная 389
 Силы 518, 519
 — вязкости 342
 — инерции 376, 401, 414
 — отталкивания 19, 20
 — термофореза 273, 376, 398
 — трения 68, 351, 401
 Сильфон 527
 Символ Кронекера 295
 Система управления вектором тяги (СУВТ) 518
 — при вдуве рабочего вещества в расширяющуюся часть сопла 536
 — при впрыске жидкости в расширяющуюся часть сопла 539
 — газодинамическая 524, 540
 — управлений эллиптического типа 179
 Системный подход 541, 542
 Скачок уплотнения 30, 487, 488
 — косой 21, 534
 — прямой 500, 501
 Скоростной напор 244, 488, 520
 Скорость горения 189
 — линейная 216, 378, 508
 — массовая 349
 — фазовая 293
 Скорость горения в зависимости
 — от давления 189
 — от температуры 189, 190
 — от скорости потока 189
 — от распространения фронта пламени 356, 371, 381
 — от уноса массы 261, 265, 273
 — от химической реакции 281
 Слоистые материалы на основе 45
 — асботкани 45
 — стеклотканей 45
 — углеродных тканей 45
 Случайная векторная функция 445

- Случайный вектор 444, 457
 Смола фенольная 44
 Смоченный периметр 272, 352, 385
 Соединения 64, 69
 — клиновые 65, 66
 — шпоночные 65, 66, 68
 — штифто-болтовые 66, 67, 69
 Соединительные элементы 523
 — болты 67, 523
 — штекеры 66
 Сопло РДТТ 420, 466
 — коническое 159, 160, 566
 — с косым срезом 567
 — управляющее 162, 524, 537
 — утопленное 144, 157, 165
 Составляющая вектора скорости
 — радиальная 337, 462
 — продольная 337, 349, 350,
 Спекание частиц 231
 Спектр излучения 110
 Спектральный метод 110
 Спиральный шов 42
 — непрерывный 42
 — продольный 42
 Способ гашения заряда ТТ 438
 — вскрытием дополнительных отверстий 426
 — комбинированным способом 438
 — путем ввода хладагента 427
 Среднеквадратичное отклонение 5
 Стабилизация 460, 574
 Стабилизация пламени 204
 Стали высокопрочные 42, 68
 — легированные 42
 — термически упрочненные 42
 Статистический градиент 255
 Статистические испытания 455
 Стекловолокно 46
 Стеклопластики 42, 45, 53
 Степень пересыщения 227
 Степень расширения 37, 84, 112
 — сопла 84, 551
 — турбулентности 112
 Стефановский поток 310, 312
 Стехиометрическая пропорция 91, 93
 Стойкость коррозионная 42
 Стохастическая связь 446
 Сублимирующее покрытие 45
 Суперпозиция функции распределения 5, 77
 Схема Гаусса 135, 139
 Схема Лакса 388
 Тангажная программа 519
 Тангенциальная составляющая скорости потока 463
 Тангенциальное течение 461
 Твердое топливо 73, 86, 87
 — гетерогенное 91
 — гомогенное 8, 90, 188
 — двухосновное модифицированное 91, 92, 93
 — полибутADIеновое 92, 93, 94
 — смесевое 9, 48, 423
 Температура
 — газификации 386
 — горячей поверхности 235
 — критическая 375
 — начальная 191, 450, 480
 — плавления 125, 169, 575
 — полимеризации 580
 — равновесная 578
 — фазового превращения 170, 171
 Тензор вязких напряжений 6, 177
 Теорема Прандтля 208
 Теорема Рэлея 11, 197, 200
 Тепловой 192, 216, 399
 — поток 47, 76, 292
 — эффект 47, 382, 388
 Теплозащитное покрытие (ТЗП) 73, 76, 100
 Теплонапряженность 242
 Теплообмен 106, 257, 271
 — излучением (лучеиспусканием) 12, 75
 — конвективный 11, 100, 253
 — контактный (кондуктивный) 12, 100, 254
 Теплообменник-конденсатор 430
 — испаритель 430
 Теплоотдача 375, 376
 Теплота 105, 106, 107
 — образования 107, 110, 496
 — реакции 223
 — сгорания 107, 108, 110
 — фазового перехода 126
 Термодиффузионное отношение 176
 Термофоретические силы (повтор с силами) 273, 376, 398
 Термохимическое отношение 468
 Термохимическая константа 190, 468
 Термоэлектрическое преобразование энергии 16
 Термоэлектродвижущая сила 16
 Термоэмиссия 15
 Техническое задание (ТЗ) 549, 550, 573
 Технические средства САПР 559
 Течение 11, 30, 45
 — двумерное 198, 336
 — двухфазное 11, 166
 — замороженное 171
 — нульмерное 152
 — одномерное 113, 179, 313
 — пространственное 251, 336
 Транзвуковая область 141, 553
 Трансцендентное соотношение 209
 Турбулентная вязкость 183, 265
 Турбулентные пульсации 165, 273, 371
 Тяговые характеристики 487
 Углерод-углеродные композиции 283

- Угловая скорость 460
- Угол
 - атаки 519, 520, 523
 - тангажа 519, 520, 523,
- Удельная 5, 6, 7
 - масса РДТТ 40
- Удельный 31
 - импульс 33, 142, 550
 - расход ТТ 40, 48
- Узел отсечки тяги 485
- Уплотнения 69, 530
 - диафрагменные 527
 - сальниковые 527
 - сальфонные 527
 - упругие 528
- Управление вектором тяги 39
- Управляющая 169, 524, 540
 - сила 163, 533, 540
- Управляющее боковое усилие 531
- Условия 60, 373, 421
 - достаточные 16, 60
 - критические 370, 372, 436
 - необходимые 231, 373
- Устойчивость 203, 361
 - ламинарного течения 201
- Устройства ввода информации 556
 - вывода 556
 - диалога 557
- Уравнение Больцмана 233, 234
 - Бесселя 201
 - Орра — Зоммерфельда 200
 - Стефана — Больцмана 289
 - Эйлера 314
- Фактор теплообмена 161
 - диффузионный 189
 - кинематический 189
- Флуктуация пламени 188
- Формула Максвелла 225
- Фракция 174, 309, 446
- Формпараметр 267, 268
- Функция 35, 333, 382
 - Дирака 297
 - единичного скачка 390, 391, 392
 - Лапласа 265
 - Планка 276
 - сопротивления 333
 - Хенкеля первого рода 201
- Центрированные величины 458
- Центролит 90
- Циркуляционный характер течения 152
- Химическая стабильность твердого топлива 363
- Химические процессы 175, 185, 214
- Частота круговая отдельного колебания 198
- Частотный фактор 206
- Часть начального газа 383
 - активная 383
 - инертная 383
- Численные методы 314, 400
- Число
 - Клаузиуса 112
 - Льюиса 6, 286
 - Льюиса — Семенова 6, 206, 286
 - Маха 29, 48, 159
 - Нуссельта 431
 - Пекле 6, 311
 - Прандтля 6, 288
 - Рейнольдса 6, 29, 155
 - Стантона 267
 - Шервуда 6, 431
- Шарнирный момент 524, 525, 526
- Шпоночное соединение 66, 68
- Щелевое боковое сопло 539
- Щелевой компенсатор 247
- Щитки управляющие 533, 534, 535
- Эволюционные уравнения 233, 235, 297
- Эволюция функции распределения частиц 12, 332
- Эквивалентная среда 255, 272, 538
- Эквивалентное напряжение 208
- Эквипотенциальная поверхность 228
- Экономайзерская зона 190
- Эксплуатационные нагрузки 43, 580
- Экспоненциальный множитель 206
- Эксцентриситет 519, 520, 521
 - газодинамический 520, 521, 526
 - деформационный 520, 522
 - суммарный 519, 520
 - технологический 521, 522
 - тяги 520, 521, 523
 - угловой 520, 521
- Электродетонатор 419
- Эллиптические уравнения 313, 341
- Энергия активации 48, 261, 286
- Энергия Гиббса 228
- Энергия свободная 128, 137
 - поверхностная 50
- Эрозионное разрушение 71, 72
- Эрозионностойкие 52, 530
 - материалы 112, 530
 - покрытия 112
- Эффект динамического нагружения 529
 - конечной длины 250
- Ранка 465
- турбулентного горения 204
- Эффективность 491, 532, 534
 - вдува 539
 - впрыска 540
 - ДУ 22, 542, 549
 - топлива 86, 491

ОГЛАВЛЕНИЕ

Условные обозначения, индексы и сокращения	5
Условные обозначения	5
Индексы	7
Сокращения	7
Введение	8
<i>Глава 1</i>	
Принцип действия реактивных двигателей	14
1.1. Классификация реактивных двигателей	14
1.2. Источники энергии для ракетных двигателей	15
1.3. Химические ракетные топлива	17
1.4. Термодинамические циклы воздушно-реактивных и ракетных двигателей	18
<i>Глава 2</i>	
Основные характеристики РДТТ. Тяга двигателя	26
2.1. Режимы работы сопла	29
2.2. Удельный импульс тяги	31
2.3. Расходный комплекс и характеристическая скорость	32
2.4. Тяговый комплекс и коэффициент тяги	32
2.5. Использование газодинамических функций для определения тяги, удельного импульса тяги и тягового комплекса	33
2.6. Коэффициенты полезного действия двигателя	35
2.7. Полный импульс тяги и его связь с удельным импульсом и расходом топлива	39
2.8. Мощность	40
2.9. Удельная масса. Коэффициент массового совершенства РДТТ	40
<i>Глава 3</i>	
Конструкционные, теплозащитные и теплоэрозионностойкие материалы и методы расчета массовых и геометрических характеристик	41
3.1. Требования к материалам	41
3.2. Конструкционные материалы	42
3.3. Теплозащитные материалы и методы расчета уноса массы	45
3.4. Материалы для соплового аппарата	52
3.5. Работоспособность вкладыша критического сечения соплового аппарата	54
3.6. Схемно-конструктивные и массовые характеристики систем и подсистем двигателя	60

<i>Глава 4</i>	
Твердые топлива и заряды ТТ	86
4.1. Общие положения	86
4.2. Требования, предъявляемые к твердым топливам	86
4.3. Химический состав и энергетические характеристики твердых топлив	87
4.4. Типы твердых топлив	90
4.5. Способы формования зарядов ТТ	94
4.6. Технические требования к заряду ТТ	95
4.7. Типы зарядов ТТ	96
4.8. Выбор формы заряда ТТ из условия минимизации тепловых потоков и трения на заднем днище	100
4.9. Расчет поверхности горения, геометрических характеристик и массы зарядов твердого топлива	101
<i>Глава 5</i>	
Термодинамический расчет состава гомогенных и гетерогенных продуктов горения и энергетических характеристик топлив	104
5.1. Общие положения	104
5.2. Внутренняя энергия, энтальпия и теплота	105
5.3. Теплота сгорания и теплота образования	107
5.4. Термодинамические функции	111
5.5. Основные исходные данные и допущения для термодинамического расчета	112
5.6. Термодинамический расчет состава продуктов сгорания и температуры при постоянном давлении. Термодинамическая диссоциация	117
5.7. Термодинамический расчет продуктов горения при истечении из соплового аппарата	124
5.8. Термодинамический и теплофизический методы определения состава и свойств гетерогенных систем	126
<i>Глава 6</i>	
Энергетические характеристики. Потери удельного импульса тяги	140
6.1. Соотношения для тягово-энергетических характеристик с учетом потерь	140
6.2. Потери удельного импульса тяги в камере сгорания и сопловом блоке	143
6.3. Потери удельного импульса тяги в камере сгорания	145
6.4. Потери удельного импульса тяги в сопловом блоке	156
6.5. Потери, связанные с использованием ТЗП и разгаром критического сечения сопла	172
6.6. Принципы профилирования сопел из условия минимизации потерь	173
<i>Глава 7</i>	
Ламинарное и турбулентное течения продуктов сгорания	175
7.1. Общая система уравнений, описывающая течение вязкого газа	175
7.2. Двумерное ламинарное течение продуктов сгорания	177
7.3. Одномерное ламинарное течение продуктов сгорания	179
7.4. Турбулентное течение продуктов сгорания в камере	180
<i>Глава 8</i>	
Процессы горения твердых топлив в камере сгорания	184
8.1. Механизм стационарного горения твердых топлив	184
8.2. Законы скорости стационарного горения	188
8.3. Нестационарная скорость горения ТТ	190
8.4. Возникновение турбулентного горения заряда твердого топлива в камере сгорания	193

8.5. Экспериментальное определение коэффициента турбулентного горения и пороговой скорости	212
8.6. Нестабильное горение заряда ТТ	214
8.7. Процессы горения металлических частиц в камере сгорания	221

Глава 9

Предельные условия работы РДТТ	237
9.1. Выбор предельного давления в камере сгорания	237
9.2. Предельные условия заряжания РДТТ	238
9.3. Гидродинамические потери в предсопловом объеме РДТТ	239
9.4. Определение максимального давления в камере сгорания в начальный период работы двигателя	245
9.5. Влияние деформирования заряда ТТ на объемную плотность заряжания камеры сгорания	249

Глава 10

Тепломассообмен в камере сгорания и сопловом аппарате	251
10.1. Общие положения	251
10.2. Конвективный теплообмен. Характер течения и теплообмена в пограничном слое	253
10.3. Радиационный теплообмен	276
10.4. Тепловое состояние элементов конструкции энергетической системы	280
10.5. Взаимодействие продуктов горения ТТ с поверхностью стенок энергетической системы	283

Глава 11

Математическая модель движения многофазной среды при наличии процессов горения, испарения и конденсации частиц	291
11.1. Общие положения	291
11.2. Физические предпосылки	291
11.3. Математическая постановка	295
11.4. Взаимодействие частиц с газовым потоком	310
11.5. Разностные методы	314

Глава 12

Нестационарное движение двухфазных продуктов горения в одномерной постановке	319
12.1. Механизм взаимодействия двухфазных продуктов сгорания	319
12.2. Нестационарное течение двухфазных продуктов сгорания в камере сгорания	320
12.3. Математическая модель движения двухфазной реагирующей среды в канале заряда ТТ в квазиодномерном приближении	322
12.4. Методы расчета параметров и характеристик двухфазных реагирующих продуктов горения	328
12.5. Основные уравнения одномерного течения двухфазных продуктов сгорания в сопле	332

Глава 13

Двумерное течение гомогенных продуктов горения в камере сгорания	336
13.1. О подобии продольной и радиальной составляющих вектора скоростей	336
13.2. Система уравнений и граничные условия	338
13.3. Преобразование дифференциального уравнения в интегральное и определение составляющих профиля скоростей	341
13.4. Профили скоростей в осесимметричном канале заряда ТТ	342

Глава 14

Математическое описание нестационарного процесса движения гомогенных продуктов горения в каналах заряда ТТ различной формы

	344
14.1. Обоснование принятых допущений	344
14.2. Система интегрально-дифференциальных уравнений течения гомогенных продуктов горения в камере сгорания	345
14.3. Преобразование системы интегрально-дифференциальных уравнений к системе дифференциальных уравнений	349
14.4. Система уравнений для различных случаев течения гомогенных продуктов горения	350
14.5. Система уравнений для нестационарного периода функционирования РДТТ в нульмерной постановке	352

Глава 15

Механизм воспламенения заряда ТТ и выход двигателя на стационарный режим работы

	360
15.1. Основные требования к воспламенительным устройствам	360
15.2. Типы воспламенительных устройств	361
15.3. Пиротехнические составы	362
15.4. Конструкции воспламенительных устройств	364
15.5. Физическая модель процесса воспламенения	368
15.6. Механизм зажигания твердых топлив и условия воспламенения	372
15.7. Виды теплоотдачи от продуктов сгорания ВС к поверхности заряда ТТ	375
15.8. Скорость газообразования воспламенительного состава	378
15.9. Принципы построения математических моделей процесса воспламенения	380
15.10. Уравнения, описывающие нестационарный процесс для воспламенительного периода	381
15.11. Одномерная нестационарная модель выхода двигателя на стационарный режим работы	387
15.12. Методы расчета параметров рабочего процесса для воспламенительного периода в нульмерной постановке	389
15.13. Нульмерная нестационарная модель выхода двигателя на стационарный режим с дожиганием продуктов горения	391
15.14. Приближенный метод определения временных характеристик двигателя	394
15.15. Воспламенение заряда ТТ с торцевой поверхностью горения	395

Глава 16

Методы расчета газодинамических параметров рабочего процесса в камере сгорания для квазистационарного режима работы РДТТ

	400
16.1. Изменение характера течения продуктов сгорания в зависимости от объемной плотности заряжания	400
16.2. Численные методы расчета газодинамических параметров рабочего процесса	400
16.3. Течение продуктов сгорания с постоянным тепловыделением по длине канала заряда ТТ	408
16.4. Течение продуктов сгорания с постоянным тепловыделением и малоизменяющейся площадью поперечного сечения канала	410
16.5. Методы решения задачи на компьютере	412
16.6. Аналитический метод расчета газодинамических параметров рабочего процесса	414

Глава 17

Режимы работы РДТТ для периода спада давления в камере сгорания

	418
17.1. Способы прекращения работы двигателя	418
17.2. Физические процессы, протекающие в камере сгорания РДТТ при вскрытии дополнительных отверстий	420

17.3. Критические условия прекращения работы двигателя	421
17.4. Методы расчета давления и температуры продуктов сгорания после вскрытия дополнительных отверстий	424
17.5. Приближенный метод определения площади дополнительных отверстий, обеспечивающих гашение заряда ТТ	426
17.6. Физические основы процесса гашения заряда ТТ посредством впрыска жидкого хладагента в камеру сгорания	427
17.7. Математическое описание процесса в камере сгорания при гашении заряда ТТ впрыском охлаждающей жидкости	429
17.8. Метод расчета скорости снижения давления при гашении заряда ТТ комбинированным способом	438

Глава 18

Методы расчета разбросов основных параметров

рабочего процесса	442
18.1. Выходные и внутренние параметры	442
18.2. Математическое ожидание, дисперсия, корреляционный момент	443
18.3. Теоретический метод определения разбросов параметров и характеристик рабочего процесса	446
18.4. Определение разбросов основных параметров рабочего процесса РДТТ методом статистических испытаний	455

Глава 19

Особенности протекания внутрикамерных процессов

во вращающихся РДТТ	460
19.1. Постановка вопроса	460
19.2. Физико-математическая модель течения продуктов горения во вращающихся РДТТ	461
19.3. Массовый расход продуктов сгорания через сопло	466
19.4. Метод расчета давления в камере сгорания	467

Глава 20

Динамо-реактивные системы

20.1. Принципы действия	470
20.2. Система уравнений внутрикамерных процессов в заснарядном объеме	471
20.3. Тепловые потери в заснарядном объеме динамо-реактивной системы	478
20.4. Расчет давления в ракетном двигателе в период его движения в стволе	482

Глава 21

Ракетно-прямоточный воздушно-реактивный двигатель

и его модификации	484
21.1. Принципы действия и схемно-конструктивные модификации ПВРД	484
21.2. Тягово-энергетические параметры ракетно-прямоточного двигателя и их связь с динамикой полета летательного аппарата	487
21.3. Физико-математическое описание рабочего процесса ракетно-прямоточного двигателя на гибридном топливе	494
21.4. Схемно-конструктивные решения и методы расчета параметров рабочего процесса ГРД (газогенератора)	503
21.5. Выбор стартовой ступени летательного аппарата с РПВРД	511

Глава 22

Система управления вектором тяги

22.1. Потребные управляющие силы	518
22.2. Типы систем управления вектором тяги и основные требования к ним	524

22.3. Шарнирный момент	525
22.4. Качающееся управляющее сопло (КУС)	527
22.5. Разрезное управляющее сопло (РУС)	530
22.6. Газовые рули	531
22.7. Сопло со сферическим дефлектором	532
22.8. Сопло с управляющими щитками (триммерами)	533
22.9. Вдув рабочего вещества в расширяющуюся часть сопла	536
22.10. Впрыск управляющей жидкости в расширяющуюся часть сопла	539

Глава 23

Методы проектной оптимизации параметров РДТТ	541
23.1. Общие методические положения	541
23.2. Комплексные показатели качества	542
23.3. Критерии эффективности	547
23.4. Численный эксперимент проектной оптимизации РДТТ	550
23.5. Основные требования к технологичности конструкций	559

Глава 24

Способы повышения работоспособности композиционных материалов и элементов из них в сопловых аппаратах двигателей	564
24.1. Постановка вопроса	564
24.2. Анализ опытных данных и выбор формы входного участка сопла	565
24.3. Выбор материалов для проточного тракта сопла	568
24.4. Влияние начального напряженного состояния композиционных материалов на работоспособность элементов сопла	570
24.5. Технологические способы повышения стойкости и термопрочности элементов двигателя	574

Литература	581
-------------------------	------------

Предметный указатель	584
-----------------------------------	------------

Борис Тимофеевич ЕРОХИН

ТЕОРИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

У ч е б н и к

Зав. редакцией инженерно-технической литературы *Т. Ф. Гаврильева*

Ответственный редактор *Н. В. Черезова*

Технический редактор *Е. С. Крюков*

Подготовка иллюстраций *А. П. Маркова*

Верстка *Е. Е. Егорова*

Выпускающие *Т. С. Симонова, Н. А. Крылова*

ЛР № 065466 от 21.10.97

Гигиенический сертификат 78.01.07.953.П.007216.04.10

от 21.04.2010 г., выдан ЦГСЭН в СПб

Издательство «ЛАНЬ»

lan@lanbook.ru; www.lanbook.com

192029, Санкт-Петербург, Общественный пер., 5.

Тел./факс: (812) 412-29-35, 412-05-97, 412-92-72.

Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

Подписано в печать 09.12.14.

Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 70×100¹/₁₆.

Печать офсетная. Усл. п. л. 49,40. Тираж 700 экз.

Заказ № .

Отпечатано в ОАО «Первая образцовая типография»,
филиал «Чеховский Печатный Двор»
в полном соответствии с качеством предоставленных материалов.
142300, Московская обл., г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1.
Тел.: (495) 988-63-76, факс: 8 (496) 726-54-10.

Борис Тимофеевич ЕРОХИН

ТЕОРИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

У ч е б н и к

Зав. редакцией инженерно-технической литературы *Т. Ф. Гаврильева*

Ответственный редактор *Н. В. Черезова*

Технический редактор *Е. С. Крюков*

Подготовка иллюстраций *А. П. Маркова*

Верстка *Е. Е. Егорова*

Выпускающие *Т. С. Симонова, Н. А. Крылова*

ЛР № 065466 от 21.10.97

Гигиенический сертификат 78.01.07.953.П.007216.04.10

от 21.04.2010 г., выдан ЦГСЭН в СПб

Издательство «ЛАНЬ»

lan@lanbook.ru; www.lanbook.com

192029, Санкт-Петербург, Общественный пер., 5.

Тел./факс: (812) 412-29-35, 412-05-97, 412-92-72.

Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

Подписано в печать 09.12.14.

Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 70×100¹/₁₆.

Печать офсетная. Усл. п. л. 49,40. Тираж 700 экз.

Заказ № .

Отпечатано в ОАО «Первая образцовая типография»,
филиал «Чеховский Печатный Двор»
в полном соответствии с качеством предоставленных материалов.
142300, Московская обл., г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1.
Тел.: (495) 988-63-76, факс: 8 (496) 726-54-10.